وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة ابن خلدون – تيارت –

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم علوم التسيير

محاضرات في مقياس:

# الرياضيات المالية

اعداد: د. عون الله سعاد

السنة الجامعية: 2018/2017

# مقدمة

لقد تزايد الاهتمام يوما بعد يوم بدراسة دور رأس المال في عملية الإنتاج أكثر من غيره من عوامل الانتاج الأخرى، وخاصة في الدول المتقدمة اقتصاديا والتي يحتاج أفراد مجتمعاتها وسائل لاستثمار فائض دخولهم التي تتراكم في صورة مدخرات، كما تزايدت هذه الدراسات أهمية كبرى في المحيط العالمي بفعل ظهور الأسواق المالية، وتطور التجارة الخارجية وانتقال رؤوس الأموال من دولة إلى أخرى على شكل قروض أو سندات أو أسهم.

فكلما زاد حجم رأس المال المستخدم وزاد القرب ما بين الدول والتعامل بالأمور المالية، زاد دور الجانب العملي وتطبيقي أهمية، فلا يخفى دور الرياضيات بشكل عام في عملية التحليل والبحث والاستنتاج لدراسة الواقع واستقراء المستقبل، وقد أثبتت التجربة أن الأسلوب الرياضي هو أقرب طريقة إلى حل عقدة الارتباطات التي تعكسها مشاكل المجتمع الاقتصادية على حياته الاجتماعية والمالية، ذلك لأنه أسلوب المنطق الذي يتسم بالموضوعية والدقة في حل مختلف المشاكل الاقتصادية والمالية وخاصة في وقت سرعة دوران رؤوس الأموال، وقيام غالبية بلدان العالم بتوسيع استثماراتها التي تستجيب إلى عملية التنمية الاقتصادية، ومن هنا يأتي دور الرياضيات المالية التي أصبحت تدخل في جميع العلوم المالية المختلفة من اقتصاد وإدارة ومحاسبة وعلوم مالية ومصرفية.

حيث يحتل موضوع الرياضيات المالية مكانة هامة في الاقتصاديات المالية والمصرفية، لما لها من دور فاعل في تسوية المعاملات المالية والمصرفية وأعمال المصارف وحساب الفوائد والخصوم وتكافؤ رؤوس الأموال، وفي تنظيم أطراف العملية المالية الدائن والمدين، وفي البورصات وما إلى ذلك من قضايا المال والأعمال.

وبصفة عامة تحتوي الرياضيات المالية على مجالين هامين وهما العمليات المالية في الأجل القصير، والعمليات المالية في الأجل الطويل، وقد جاءت المعلومات الواردة في هذا المساق في الرياضيات المالية، مبسطة ومتدرجة ضمن إطار نظري وتطبيقي في آن واحد، كما شمل على مجموعة من التمارين للمراجعة عسى أن تفيد مستعمل هذا المرجع في فهم واستيعاب أفضل لمادته واختبار قدراته المكتسبة، لتعلم أصول الرياضيات المالية، وعليه كان الهدف من هذا المساق هو تقديم عرض رياضي لأهم المواضيع التي تهم رجال الأعمال والمال عند القيام بعملياتهم التجارية والمالية.

# المحور الأول: الفائدة البسيطة.

## أولا: تعريف الفائدة البسيطة وطرق حسابها.

**1- تعريف الفائدة البسيطة:** تعرف الفائدة بشكل عام بأنها العوض المدفوع لقاء استعمال مبلغ معين من المال لمدة زمنية معينة، أو أنها عائد رأس المال في العملية الإنتاجية وهذا هو التعريف الاقتصادي لها أي العوض المدفوع لصاحب رأس المال لقاء استعماله رأسماله في العملية الإنتاجية، أما التعريف المصرفي للفائدة فهو حق البنك أو العميل لقاء توظيف مبلغا معينا من المال، فالبنك يستحق فائدة في عملية الائتمان لقاء الأموال التي يقرضها للغير والعميل أيضا له الحق لقاء ايداع أمواله لدى البنوك بأنواعها المعروفة.

وتعرف الفائدة البسيطة: يمكن تعريف الفائدة البسيطة بأنها العائد الذي ينتج من استثمار أموال خلال مدة زمنية معينة وبمعدل متفق عليه، وترتبط الفائدة البسيطة بعدد من العمليات المالية قصيرة الأجل، ويتميز تقدير الفائدة البسيطة بمجموعة من الخصائص:

- حساب الفائدة يتم دائما على أساس المبلغ الموظف.
- لا يتم إضافة الفائدة لرأس المال الأصلي بمعنى آخر أن الفائدة لا تنتج فائدة.
- الفائدة البسيطة تتناسب مع المبلغ الأصلي.
- يتم دفعها مرة واحدة في بداية أو نهاية العملية.

**2- عوامل الفائدة البسيطة:** من التعريف السابق يمكن القول بأن الفائدة المحسوبة لأي مبلغ تتوقف على عوامل ثلاثة هي:

**2-1- الأصل:** هو قيمة رأس المال الموظف الذي يحسب عليه الفائدة البسيطة والذي يبقى ثابتا طوال فترة التوظيف، وتزداد الفائدة البسيطة بزيادة أصل المبلغ.

**2-2- المدة:** جرت العادة في المعاملات المالية على استخدام الفائدة البسيطة في العمليات المالية قصيرة الأجل، والتي تكون بالسنين أو الأشهر أو الأيام، وتتناسب الفائدة البسيطة طرديا مع المدة الزمنية.

**2-3- معدل الفائدة:** وهو عبارة عن فائدة وحدة النقود وقد جرى العرف في المعاملات التجارية والمالية على ذكر معدل الفائدة لكل 100 وحدة نقدية عن مدة قدرها سنة أي بنسبة مئوية، لو مثلا أن معدل الفائدة هو 5% معناه عن كل 100 وحدة من المبلغ الموظف يدفع عنها فائدة قدرها 5 وحدة نقدية آخر كل سنة، وتزداد الفائدة البسيطة بزيادة معدل الفائدة.

**2- علاقات الفائدة البسيطة:** انطلاقا من عوامل الفائدة البسيطة يمكننا استخراج العلاقات التالية:

**3-1- قانون الفائدة البسيطة:** لو رمزنا لقيمة الفائدة البسيطة بالرمز I وقيمة أصل المبلغ بـ C ومدة التوظيف بالرمز n ومعدل الفائدة t، فإن قانون الفائدة البسيطة يعطى بالعلاقة التالية:

$$\boxed{I = C \times t \times n}$$

**مثال:** كم تصبح فائدة مبلغ قدره: 20000 دينار في بنك يحسب الفوائد البسيطة بمعدل 5% سنويا لمدة 4 سنوات.

**الحل:**

لدينا: $C = 20000\ \text{DA} \quad t = 5\% \quad n = 4\ \text{ans}$

ومنه: $I = C \times t \times n = 20000 \times 0.05 \times 4 = 4000\ \text{DA}$

**ملاحظة:** الملاحظ أنه توجد علاقة طردية بين الفائدة والعناصر المؤثرة عليها، إذ يمكن بواسطتها إيجاد أي من عناصر الفائدة البسيطة بمعلومات العناصر الأخرى حيث:

$$\boxed{n = \frac{I}{C \times t}} \qquad \boxed{t = \frac{I}{C \times n}} \qquad \boxed{C = \frac{I}{t \times n}}$$

**مثال 1:** استثمر شخص مبلغ لدى بنك بمعدل فائدة سنوي 6%، فوجد أن الفائدة البسيطة المستحقة له في نهاية السنة الثانية قد بلغت 240 دينار، فما هي قيمة المبلغ المستثمر؟.

**الحل:** $I = 240\ \text{DA} \quad t = 6\% \quad n = 2\ \text{ans}$

من قانون الفائدة البسيطة: $C = \frac{I}{t \times n} = \frac{240}{0.06 \times 2} = 2000\ \text{DA}$

**مثال 2:** اقترض شخص مبلغ 20000 دينار بمعدل فائدة بسيطة قدره 10% سنويا، فما هي المدة التي في نهايتها تبلغ فائدة القرض 13600 دينار.

**الحل:** $I = 13600\ \text{DA} \quad t = 10\% \quad C = 20000\ \text{DA}$

من قانون الفائدة البسيطة نعلم أن:

$$n = \frac{I}{t \times C} = \frac{13600}{0.1 \times 20000} = 6.8\ \text{ans}$$

نقوم بضرب المقدار الواقع شمال الفاصلة في 12 للحصول على عدد الأشهر:

$0.8 \times 12 = 9.6$ أشهر.

نقوم بضرب المقدار الواقع شمال الفاصلة في 30 للحصول على عدد الأيام:

$0.6 \times 30 = 18$ يوم.

وبالتالي مدة الاقتراض n هي: 6 سنوات و 9 أشهر و 18 يوم.

**ملاحظة:** عندما نتحصل على نتيجة عشرية في حساب المدة يمكن أن نقرب المدة إلى الأشهر أو الأيام وذلك بضرب المقدار ما بعد الفاصلة في 12 من أجل الحصول على عدد الأشهر، أو في 30 للحصول على عدد الأيام.

**مثال 3**: أودع شخص في بنك مبلغ قدره: 4000 دينار لمدة سنة فوجد أن الفائدة المستحقة له في نهاية السنة هي: 120 دينار، حدد معدل الفائدة البسيطة المستعمل من قبل البنك؟.

**الحل**: $I = 120$ DA $\quad C = 4000$ DA $\quad n = 1$ ans

نعلم أن:

$$t = \frac{I}{C \times n} = \frac{120}{4000 \times 1} = 0.03 = 3\%$$

**3-2- حالات خاصة بالمدة:** كثيرا ما تكون مدة التوظيف في حالة الفائدة البسيطة أجزاء من السنة مذكورة بالأشهر أو بالأيام أو محصورة بين تاريخين ثابتين، وهنا يتعين علينا تحديد المدة قبل تطبيق قانون الفائدة البسيطة.

**3-2-1- حالة الأشهر**: في حالة ذكر المدة بالأشهر أو حسابها بين تاريخين ووجدت أشهر كاملة فإنه يجب تحويلها إلى جزء من السنة بقسمتها على عدد أشهر السنة وهي 12 شهر قبل تطبيق المعادلات على الشكل التالي:

$$\boxed{I = C \times t \times \frac{n}{12}}$$

**مثال 1**: اقترض شخص مبلغ 30000 دينار بفائدة بسيطة بمعدل 3% سنويا لمدة 4 أشهر.

**المطلوب**: حساب الفائدة المستحقة عليه في نهاية المدة.

**الحل**: $C = 30000$ DA $\quad t = 3\% \quad n = 4$ mois

نعلم أن:

$$I = C \times t \times \frac{n}{12} = 30000 \times 0.03 \times \frac{4}{12} = 300 \text{ DA}$$

**مثال 2**: أودع شخص مبلغ قدره 90000 دينار يوم 2016/05/01 على أساس معدل فائدة بسيطة قدره 3% سنويا.

**المطلوب**: حساب مقدار الفائدة البسيطة المستحقة له لدى البنك في 2016/09/30.

**الحل**: $t = 3\% \quad C = 90000$ DA $\quad n = 5$ mois

$$I = C \times t \times \frac{n}{12} = 90000 \times 0.03 \times \frac{5}{12} = 1125 \text{ DA}$$

**3-2-2- حالة الأيام**: قبل تطبيق قانون الفائدة البسيطة يجب حساب المدة بالأيام أولا ثم قسمتها على عدد أيام السنة للوصول إلى كسر السنة الواجب استعماله ويجب قبل ذلك تحديد طبيعة السنة للوصول إذا كانت كبيسة أم عادية. ولمعرفة ذلك نقسم السنة على 4 فإذا كانت النتيجة دون باقي اعتبرت كبيسة عدد أيامها 366 يوم على اعتبار عدد أيام شهر فيفري 29 يوم، أما إذا لم تقبل القسمة على 4 (عدد عشري) اعتبرت السنة بسيطة عدد أيامها 365 يوم على اعتبار عدد أيام شهر فيفري 28 يوم.

والفائدة التي تحسب على هذا الأساس يطلق عليها الفائدة الصحيحة أو الحقيقية لأن المدة حسبت على أساس دقيق بدون تقريب وتعطى بالعلاقة التالية:

$$\boxed{I = C \times t \times \frac{n}{366 \text{ ou } 365}}$$

**ملاحظات**: 1- لكي نفرق بين السنة الكبيسة والسنة العادية يكفي قسمة الرقمين الأخيرين للسنة على 4 فإن كانت تقبل القسمة فهي سنة كبيسة، أما إذا لم تقبل القسمة فالسنة عادية (بسيطة).

2- جرت العادة أن يتم حساب مدة التوظيف إذا كانت محصورة بين تاريخين ثابتين على النحو التالي:

- إهمال اليوم الأول من التوظيف، وذلك بطرح عدد الأيام التي لم يحدث فيها التوظيف من إجمالي عدد أيام الشهر الأول من التوظيف، ثم حساب عدد أيام الأشهر الأخرى من التوظيف كما هي عليه.
- تحديد طبيعة السنة إن كانت عادية أم كبيسة.

3- حساب يوم الاستحقاق.

**مثال 1**: اقترض شخص مبلغ 10000 دينار يوم 11 جانفي2011 على أن يسدد فائدته البسيطة في 25 جوان 2011، فإذا كان معدل الفائدة هو 5%، أحسب مقدار الفائدة المترتبة على هذا الشخص.

**الحل**: $t = 5\%$ $C = 10000$ DA

- تحديد طبيعة السنة: حاصل القسمة 2011 على 4 ينتج عنه باقي وبالتالي تعتبر سنة عادية.
- تحديد المدة n: يمكن التعبير عن مدة الاقتراض في الجدول التالي:

| جانفي | فيفري | مارس | أفريل | ماي | جوان | المجموع: |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 20 = 11 - 31 | 28 | 31 | 30 | 31 | 25 | n = 165 j |

ومنه: مدة الإقراض هي 165 يوم.

$$I = C \times t \times \frac{n}{365} = 10000 \times 0.05 \times \frac{165}{365} = 226.02 \text{ DA}$$

**مثال 1**: اقترض شخص مبلغ 20000 دينار يوم 05 مارس 2012 على أن يسدد فائدته البسيطة آخر شهر سبتمبر من نفس السنة، فإذا علم أن معدل الفائدة هو 3% سنويا، أحسب مقدار الفائدة المدفوعة للبنك.

**الحل**: $t = 3\%$ $C = 20000$ DA

- تحديد طبيعة السنة: الملاحظ أن سنة 2012 كبيسة، على اعتبار أن 2012 تقبل القسمة على 4 (بدون باقي).

– تحديد المدة n: مدة الاقتراض كما هو مبين في الجدول التالي:

| مارس | أفريل | ماي | جوان | جويلية | أوت | سبتمبر | المجموع: |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $31 - 5 = 26$ | 30 | 31 | 30 | 31 | 31 | 30 | $n = 209\ j$ |

إذن:

$$I = C \times t \times \frac{n}{366} = 20000 \times 0.03 \times \frac{209}{366} = 342.62\ DA$$

**3-3- قانون الجملة:** إن المدين مطالب بتسديد كل من المبلغ وفائدته إذا ما حل موعد الاستحقاق وهو ما طلق عليه بالجملة أو القيمة المكتسبة أو القيمة المحصلة، أي أن الجملة A تساوي المبلغ الأصلي مضافا إليه قيمة الفائدة المحصلة وذلك وفق العلاقة التالية:

$$\boxed{A = C(1 + t \times n)} \qquad \boxed{A = C + I}$$

**مثال:** شخص أودع مبلغ 23000 دينار لدى بنك لمدة 8 شهور بنسبة فائدة بسيطة تقدر بـ 10% سنويا، فما هي قيمة ما تجمع لهذا الشخص بعد نهاية الفترة؟.

**الحل:** $t = 10\%$ $\qquad C = 23000\ DA$ $\qquad n = 8\ mois$

$$A = C\left(1 + t \times \frac{n}{12}\right) = 23000\left(1 + \frac{0.1 \times 8}{12}\right) = 38333.33\ DA$$

**4- أنواع الفائدة البسيطة:** من المعروف أن عدد أيام السنة الحقيقية يقدر بـ 365 يوم (سنة بسيطة أو عادية)، وأن أيام السنة التجارية تسهيلا للعمليات الحسابية تكون مساوية لـ360 يوم، فاستنادا إلى ذلك وفي تطبيقات الرياضيات المالية يمكن تقسيم الفائدة البسيطة إلى نوعين:

**4-1- الفائدة البسيطة التجارية:** وتحسب على أساسها أيام السنة 360 يوما وتلجأ إليها البنوك في الحياة العملية تسهيلا للعمليات الحسابية، لأن العدد 360 يقبل القسمة على كثير من الأعداد الممثلة لمعدلات الفائدة وتعطى بالشكل التالي:

$$\boxed{I_C = C \times t \times \frac{n}{360}}$$

**4-2- الفائدة البسيطة الصحيحة (الحقيقية):** وتحسب على أساسها عدد أيام السنة 365 أو 366 يوما، وتعطي فائدة أقل من الفائدة التجارية ولا تلجأ إلى استعمالها البنوك إلا في الأوقات التي يكون فيها استخدام الفائدة التجارية في غير صالحها، وتعطى بالصيغة التالية:

$$\boxed{I_R = C \times t \times \frac{n}{366 \text{ ou } 365}}$$

**مثال 1**: اقترض شخص مبلغ 10000 دينار بتاريخ 05 فيفري 2015 على أن يسدد قيمة الفائدة يوم 17 جويلية 2015، إذا علمت أن معدل الفائدة هو 5%.

**المطلوب**: حساب الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة.

**الحل**: $C = 10000$ DA $\quad t = 5\% \quad n = 162$ jours

$$I_c = C \times t \times n/360 = 10000 \times 0.05 \times 162/360 = 225 \text{ DA}$$

$$I_R = C \times t \times n/365 = 10000 \times 0.05 \times 162/365 = 222 \text{ DA}$$

**3-4- العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة**: من الملاحظ أنه في حالات كثيرة يطلب مقارنة الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لنفس الحالة مما يستدعي حساب الفائدة التجارية المقابلة للفائدة التجارية أو العكس، وعلى ذلك فإن استخراج العلاقة بين الفائدتين يسهل كثيرا عملية حساب الفائدة التجارية لمعرفة الفائدة الصحيحة والعكس.

- $\mathbf{\frac{I_C}{I_R} = \frac{\text{الفائدة التجارية}}{\text{الفائدة االصحيحة}}}$:

$$\frac{I_C}{I_R} = \frac{n \times t \times \frac{n}{360}}{c \times t \times \frac{n}{365 \text{ OU } 366}} = \frac{\frac{1}{360}}{\frac{n}{365 \text{ OU } 366}} = \frac{365 \text{ OU } 366}{360}$$

$$\boxed{I_R = I_C \times \frac{360}{365 \text{ OU } 366}} \qquad \boxed{I_C = I_R \times \frac{365 \text{ OU } 366}{360}}$$

- **الفائدة التجارية – الفائدة الصحيحة** $\mathbf{= I_C - I_R}$:

$$I_C - I_R = C \times t \times n/360 - C \times t \times n/365 \text{ OU } 366$$

$$\boxed{I_C - I_R = C \times t \times n\,(1/360 - 1/365 \text{ OU } 366)}$$

**ملاحظة**: ستكون الفائدة التجارية هي الفائدة العامة في جميع الحالات التي تواجهنا في الفائدة البسيطة ولن نستعمل الفائدة الصحيحة إلا إذا طلب منا ذلك صراحة.

**5- طرق حساب الفائدة البسيطة (عدة مبالغ)**: وتستخدم هذه الطرق عندما يكون لدينا أكثر من مبلغ تم توظيفهم لأكثر من مدة زمنية وذلك باستخدام طريقتين:

**5-1- طريقة النمر**: من المعلوم أن البنوك لا تقف عملياتها في التعامل بمبلغ واحد ولكنها تتعامل في السوق المالي باستمرار وبمبالغ عدة، وعادة ما يراد حساب مجموع فوائد المبالغ الموظفة المتعددة دفعة واحدة، لذلك استوجب الأمر البحث عن طرق مختصرة لحساب مجموع فوائد هذه المبالغ المختلفة في القيمة والموظفة لفترات مختلفة أيضا:

- فإذا كان معدل الفائدة المستعمل متغيرا يكون من الصعب اختصار العمليات الحسابية مما يترتب عليه ضرورة حساب فائدة كل مبلغ على حدى ثم جمع هذه الفوائد المتعددة للحصول على مجموعها:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} I_i = I_1 + I_2 + \cdots + I_n}$$

- أما في حالة كون معدل الفائدة المستخدم ثابت فإنه من الممكن الوصول إلى طرق مختصرة تؤدي إلى حساب مجموع هذه الفوائد.

- لنفرض أن المبالغ الآتية: $C_1$، $C_2$، $C_3$، موظفة لفترات: $n_1$، $n_2$، $n_3$ على الترتيب بمعدل فائدة بسيطة t فإن الفائدة لهذه المبالغ تكون على الشكل التالي:

$$I_1 = C_1 \times t \times n_1 \qquad I_2 = C_2 \times t \times n_2 \qquad I_3 = C_3 \times t \times n_3$$

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = C_1 \times t \times n_1 + C_2 \times t \times n_2 + C_3 \times t \times n_3$$

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = t\,(C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + C_3 \times n_3)$$

ومنه:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} I_i = t\,(C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + C_3 \times n_3 + \ldots\ldots + C_n \times n_n)}$$

**- في حالة المدة بالأشهر:**

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} I_i = \frac{t}{1200}(C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + C_3 \times n_3 + \ldots\ldots + C_n \times n_n)}$$

**- في حالة المدة بالأيام:**

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} I_i = \frac{t}{360 \text{ ou } 365 \text{ ou } 36}(C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + C_3 \times n_3 + \ldots + C_n \times n_n)}$$

إن هذه النتيجة تعطينا فكرة أنه يمكن حساب مجموع الفوائد بطريقة مختصرة وذلك بضرب كل مبلغ في مدة توظيفه ثم جمعها وقسمتها على عدد أشهر السنة أو عدد أيام السنة ثم ضرب الناتج في المعدل الثابت حيث يطلق على حاصل ضرب المبلغ في مدة توظيفه مصطلح نمر وهو إما أن يكون نمر الأشهر أو نمر الأيام، ونرمز له بـ N حيث:

$$\boxed{\sum_{i-1}^{n} N = t(C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + C_3 \times n_3 + \ldots + C_n \times n_n)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sum_{i=1}^{n} Ii = N \times t}$$

وبالتالي:

– **حالة المدة بالأشهر**:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} Ii = \sum \frac{N}{1200} \times t}$$

– **حالة المدة بالأيام**:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} Ii = \sum \frac{N}{3600} \times t}$$

**مثال:** اقترض شخص المبالغ التالية من بنك يحسب الفائدة البسيطة بمعدل 6% سنويا.

$C_1 = 1000$ DA لمدة 9أشهر، $C_2 = 2000$ DA لمدة أربعة اشهر، $C_3 = 3000$ DA لمدة شهرين.

**المطلوب**: حساب مجموع الفوائد التي يدفعها المقترض للبنك في نهاية المدة.

**الحل**:

$$\sum_{i=1}^{n} Ii = \sum \frac{N}{12} \times t$$

$$\Sigma N = C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + C_3 \times n_3$$

$$\Sigma N = 1000 \times 9 + 2000 \times 4 + 3000 \times 2 = 23000$$

$$\Sigma N = \frac{23000}{12} \times 0.06 = 115 \text{ DA}$$

**5-2- طريقة القواسم المقابلة للمعدلات**: هو عبارة عن عدد أيام السنة أو شهورها مقسوم على معدل الفائدة، فمثلا معدل فائدة 4% يقابله قاسم يومي $\frac{360}{0.04} = 9000$، ويقابله قاسم شهري $\frac{12}{0.04} = 300$، ليكون مجموع الفوائد هو مجموع نمر الاشهر أو الأيام في مقلوب القاسم **D** حيث:

| |
|---|
| مجموع الفوائد = مجموع النمر × 1/ القاسم |

$$\boxed{\sum_{i-1}^{n} Ii = \sum \frac{N}{D}}$$

**مثال:** أودع شخص المبالغ التالية لدى البنك يدفع فوائد قدرها 6% سنويا، حيث $C_1 = 2000$ DA لمدة 40 يوم، $C_2 = 1000$ DA لمدة 100 يوم، $C_3 = 4000$ DA لمدة 45 يوم.

**المطلوب:** حساب الفوائد التي يحصل عليها هذا الشخص.

**الحل:** نعلم أن نمر الأيام:

$\sum_{i=1}^{n} N = C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + C_3 \times n_3$

$$\sum_{i=1}^{n} N = 2000 \times 40 + 1000 \times 100 + 4000 \times 45 = 360000$$

القاسم اليومي:

$$D = \frac{360}{t} = \frac{360}{0.06} = 6000$$

وبالتالي فإن مجموع الفوائد هو:

$$\Rightarrow \Sigma I = \frac{\Sigma N}{D} = \frac{360000}{6000} = 60 \text{ DA}$$

**6- الفائدة المسبقة والمعدل الحقيقي للإيداع:** قد يتعامل البنك أو أي شخص مع مودعي الأموال بتقديم الفائدة البسيطة لصاحب رأس المال عند الإيداع أو عند توقيع عقد المعاملة. ففي هذه الحالة يكون في الواقع المودع قد أودع فعلا المبلغ مطروحا منه الفوائد المسحوبة عند الايداع، وبعد المدة المتفق عليها يسحب صاحب رأس المال أمواله كما أودعها، ولنرمز بـ C لرأس المال الموظف بمعدل فائدة محدد مسبقا بمعدل t لمدة n سنة.

رأس المال الموظف فعلا هو: $[C - ( C\times t \times n) ]$ حيث المعدل الحقيقي للتوظيف 't يحسب من المساواة التالية:

$$\frac{C \times t \times n}{100} = \frac{\frac{[C-( C\times t \times n)]\times t'\times n}{100}}{100}$$

ومنه نجد:

$$\boxed{t' = \frac{100 \times t}{100 - (t \times n)}}$$

فإذا كانت المدة معبر عنها بالأشهر:

$$\boxed{t' = \frac{1200 \times t}{1200 - (t \times n)}}$$

وإذا كانت المدة معبر عنها بالأيام:

$$\boxed{t' = \frac{36000 \times t}{36000 - (t \times n)}}$$

**مثال:** يملك شخص 1000 دينار ولديه الاختيار ما بين توظيف هذا المبلغ خلال سنة في أحد البنكين A أو B، وكانت شروط التوظيف في البنكين كالآتي:

- البنك A: فائدة تدفع مسبقا بمعدل 10%.
- البنك B: فائدة بعدية بمعدل 11%.

فأي البنكيين يختار هذا الشخص توظيف ماله؟.

**الحل:**

- المعدل الحقيقي للتوظيف في البنك A:

$$t' = \frac{100 \ \times t}{100 - \ (t \times n)} = \frac{100 \times 10}{100 - (10 \times 1)} = 11.11\%$$

يختار الشخص البنك A لأنه أكثر مردودية من البنك B.

**ثانيا: خصم وتسوية الديون بفائدة بسيطة.**

**1- خصم الديون بفائدة بسيطة:** يستعمل المتعاملون الماليون والتجار وسائل تسديد فورية في معاملاتهم مثل النقود وكذلك الشيكات، أو أي قيم أخرى تأخذ مكانها، وبالإضافة إلى ذلك فقد سمح القانون التجاري لهؤلاء المتعاملين الدفع بأوراق تجارية والتي تتمثل أساسا في السند الأذني والسفتجة أو الكمبيالة.

وعند تحرير التجار فيما بينهم لأوراق تجارية، فإن صاحب الدين يلزم بالدفع إلى صاحب الحق أو المستفيد قيمة الورقة الإسمية المحددة عليها والمعبر عنها عن قيمة الدين بتاريخ معين يحدد عليها يسمى بتاريخ الاستحقاق وغالبا لحاجة المتعامل الاقتصادي أو التاجر خاصة إلى السيولة باستمرار فإنه قد يلجأ إلى تحصيل قيمة الورقة التجارية قبل ميعاد استحقاقها، والقانون قد أعطاه حرية ذلك بما يسمى بالتظهير أو الخصم.

**1-1-تعريف الخصم:** يعرف الخصم بصورة عامة بأنه تخفيض نسبة معينة على مبلغ معين ويتشابه الخصم مع الفائدة البسيطة من حيث العوامل المكونة لهما (المبلغ، المدة والمعدل)، فإذا كانت الفائدة تضاف للمبلغ فإن الخصم يطرح من المبلغ، وخصم الديون يعني تسديدها قبل موعد استحقاقها بمدة معينة لقاء تخفيض يساوي فائدتها للمدة المحصورة بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق بمعدل معين.

ويعرف أيضا بأنه العملية التي بواسطتها يضع البنك تحت تصرف عميله مبلغا في شكل أوراق تجارية قبل استحقاقها مع خصم أو اقتطاع فائدة. فالخصم هو سعر الخدمات المقدمة من طرف البنك، أي الفائدة المحسوبة على أساس القيمة المسجلة على الورقة التجارية وعلى أساس معدل الخصم، خلال المدة الفاصلة بين تاريخ المفاوضة وتاريخ الاستحقاق.

**1-2- عناصر الخصم:** تتمثل العناصر المتحكمة في قيمة الخصم للورقة التجارية عند خصمها في العناصر التالية:

**1-2-1- القيمة الإسمية:** هي المبلغ المسجل على الورقة التجارية، وهي القيمة الواجبة الاستحقاق (التسديد) بحلول تاريخ الاستحقاق ويرمز لها ب: $V_n$.

**1-2-2- المدة:** وهي الفترة الفاصلة بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق، ويتم حسابها بعدد الأيام الفعلية ابتداء من تاريخ قطع (خصم) الورقة التجارية إلى ميعاد الاستحقاق ويرمز لها ب: $n$.

**1-2-3- معدل الخصم:** وهو معدل الفائدة المعمول به لخصم الأوراق التجارية فهو نسبة مئوية تحدد بموجبها قيمة الخصم، ويرمز له ب: $t$.

**1-2-4- القيمة الحالية:** وهي المبلغ الذي يناله المستفيد أو حامل الورقة التجارية، ويرمز لها ب: $V_a$.

**1-3- أنواع الخصم:** في الواقع هناك نوعين من الخصم وهما الخصم التجاري والخصم الحقيقي أو العقلاني:

**1-3-1- الخصم التجاري:** يعتبر الخصم التجاري الأكثر شيوعا في الاستعمالات، ويحسب على أساس القيمة الإسمية المسجلة على الورقة التجارية، بتطبيق معدل خصم يحدده البنك، ويحسب كفائدة تجارية بين تاريخ قطع الورقة التجارية وتاريخ استحقاقها. وتحدد قيمة الخصم التجاري $E_c$ وفقا للمعادلة التالية:

$$\boxed{E_c = V_n \times t \times n}$$

أما القيمة الحالية للورقة التجارية هي قيمة الورقة بعد طرح مبلغ الخصم من القيمة الاسمية للورقة، وتحسب القيمة الحالية حسب العبارة:

$$\boxed{V_a = V_n(1 - t_n)} \qquad \boxed{V_a = V_n - E_c}$$

**ملاحظة:** انطلاقا من قانون الخصم التجاري والقيمة الحالية وباستعمال الأسلوب الرياضي يمكن حساب العنصر المجهول بدلالة العناصر الأخرى.

**مثال:** في 18جانفي2015 حررت ورقة تجارية قيمتها الإسمية 20000 دينار على أن تستحق الدفع في 29 جوان 2015، تقدم صاحبها إلى البنك لخصمها بتاريخ 30 أفريل 2015، فما هي قيمة الخصم التجاري إذا كان معدل الخصم 6% سنويا؟ وما هي قيمة المبلغ الذي يناله صاحب الورقة؟.

**الحل:** $t = 6\%$ $\qquad V_n = 20000$ DA

$n = 31 + 29 = 60$ j

**- قيمة الخصم التجاري:**

نعلم أن:

$$E_c = V_n \times t \times n = 20000 \times 0.06 \times \frac{60}{360} = 200 \text{ DA}$$

**- المبلغ الذي تناله صاحب الورقة (القيمة الحالية):**

نعلم أن:

$$V_a = V_n - E = 20000 - 200 = 19800\ DA$$

**1-3-2- الخصم الحقيقي:** إذا كان الخصم التجاري يطبق فيه المعدل على القيمة الاسمية، فإن الخصم الحقيقي يطبق فيه المعدل على القيمة الحالية، ومنطقيا أن الخصم يحسب على أساس القيمة الحالية للورقة التجارية، أي القيمة الحقيقية المقدمة من البنك وليس على أساس القيمة الاسمية، هذا ما يبرر وجود خصم آخر يختلف عن الخصم التجاري يسمى الخصم الحقيقي (الرشيد، الصحيح، العقلاني) يرمز له بالرمز $E_R$، وقيمة حالية أخرى تسمى القيمة الحالية الحقيقية $Va'$ تعطى بالعلاقة التالية:

$$\boxed{V'_a = \frac{V_n}{1 + (t \times n)}}$$

وقيمة الخصم الحقيقي:

$$\boxed{E_R = V'_a \times t \times n} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{E_R = \frac{V_n \times t \times n}{1 + (t \times n)}}$$

**مثال:** نفس معطيات المثال السابق، فما هي قيمة الخصم الحقيقي.

$$E_R = \frac{V_n \times t \times n}{1 + (t \times n)} = \frac{20000 \times 0.06 \times 60/360}{1 + (0.06 \times \frac{60}{360})} = 198.01\ DA$$

**ملاحظات:** 1- نذكر أنه عند حساب الخصم الصحيح تحسب السنة على أساس 360 يوم بغض النظر عن طبيعة السنة.

2- سيكون الخصم التجاري هو الحالة العامة في جميع الحالات التي تصادفها ولن نستخدم الخصم الحقيقي إلا إذا طلب منا ذلك صراحة.

**1-3-3- العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي:** للمقارنة بين النوعين من الخصم نستعمل إما علاقة النسبة ( التناسب) أو علاقة الطرح:

**-بواسطة التناسب:**

نعلم أن:

$$E_C = V_n \times t \times n .................. (1)$$

$$E_R = V'_a \times t \times n .............. (2)$$

بقسمة المعادلة (1) على (2) ينتج:

$$\frac{E_c}{E_R} = \frac{V_n \times t \times n}{V'_a \times t \times n} = \frac{V_n}{V'_a}$$

$$\frac{E_c}{E_R} = \frac{V_n}{\frac{V_n}{1+(t\times n)}} = 1 + (t \times n)$$

وعليه:

$$\boxed{E_R = \frac{E_c}{1+t\times n}}$$

$$\boxed{E_c = E_R(1 + t \times n)}$$

- **بواسطة الفرق أو الطرح**:

$$E_C - E_R = V_n \times t \times n - V'_a \times t \times n$$

$$\boxed{E_C - E_R = t \times n \times (V_n - V'_a)}$$

**ملاحظة**: تفيد هذه المعادلات في حساب أي من الخصمين بمعلومات الخصم الآخر، وكل من القيمة الاسمية والقيمة الحالية.

**مثال**: إذا علمت أن الفرق بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي يساوي 25 دينار لدين يستحق الدفع بعد 10 شهور بمعدل 8% سنويا.

**المطلوب**: إيجاد القيمة الاسمية وقيمة الخصم التجاري ثم استنتاج قيمة الخصم الحقيقي.

**الحل**:

$n = 10$ mois $\quad t = 8\% \quad E_C - E_R = 25$ DA

**1- إيجاد القيمة الاسمية**:

نعلم أن:

$$E_C = V_n \times t \times n/12 = V_n \times 0.08 \times 10/12$$

$$E_C = 0.066667\ V_n \ldots\ldots\ldots.(1)$$

$$ER = \frac{Ec}{1+t\times n} = \frac{0.06667\ Vn}{1+0.08\times\frac{10}{12}} = \frac{0.06667\ Vn}{1.06667}\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$$Ec - ER = 25\ DA\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(3)$$

بتعويض (1) و (2) في (3) نجد:

$$0.06667\ Vn - \frac{0.06667\ Vn}{1.06667} = 25$$

$$Vn = 5999,52\ DA$$

**2- إيجاد الخصم التجاري**:

$$Ec = Vn \times t \times n$$

$$Ec = 5999,52 \times 0.08 \times \frac{10}{12} = 399.96 \text{ DA}$$

**3- إستنتاج قيمة الخصم الحقيقي**:

$$E_C - E_R = 25$$

$$E_R = E_C - 25$$

$$E_R = 399.96 - 25 = 374.96 \text{ DA}$$

**1-4- مصاريف الخصم (الآجيو)**: يقوم البنك عادة عند خصم الأوراق التجارية بالحصول إضافة إلى الخصم التجاري على عمولة لقيامه بعملية الخصم، كما يحصل على مصاريف تحصيل، وهو مجموع ما يحتفظ به البنك نظير قيامه بعملية الخصم وهو ما يسمى بمصاريف الخصم أو الآجيو، حيث:

**1-4-1- الخصم التجاري**: جرت العادة أن تحتسب البنوك الخصم التجاري على الأوراق التجارية المخصومة لديها مقابل انتظار مدة معينة (مدة الخصم) لتحصيل قيم هذه الأوراق.

**1-4-2- العمولات**: وهي مجموع التكاليف الناتجة عن عملية الخصم وتحسب كنسبة من الألف من القيمة الاسمية، ومن بينها:

**- العمولات المتعلقة بالزمن**: تحسب تماما كالخصم التجاري على أساس معدل العمولة $t'$ والقيمة الإسمية للورقة التجارية $Vn$، والمدة التي تفصل بين تاريخ المفاوضة (تاريخ الخصم) وتاريخ الاستحقاق، مثل عمولة التظهير، وتحسب وفق العلاقة التالية:

$$\boxed{C_{01} = \frac{Vn \times t' \times n}{36000}} \Leftrightarrow \boxed{C_{01} = Vn \times t' \times n}$$

**- عمولة غير مرتبطة بالزمن**: وتحسب فقط على أساس القيمة الاسمية ومعدل العمولة مثل عمولة تحويل المكان، وذلك وفق العلاقة:

$$\boxed{C_{02} = Vn \times t''}$$

**- عمولة ثابتة**: ومقدارها ثابت، مثل عمولة حساب بريدي.

**1-4-3- مصاريف التحصيل**: ويتقاضاها البنك من العميل نتيجة قيامه بتحصيل قيم الأوراق التجارية من محررها، وتذكر مصاريف التحصيل (الرسوم)، إما كمبلغ ثابت لكل ورقة تجارية أو كنسبة مئوية من القيمة الاسمية ومجموع قيمة الخصم التجاري والعمولات ومصاريف التحصيل يطلق عليها مصاريف الخصم أو الآجيو، حيث:

$$\boxed{\text{مصاريف التحصيل} + \text{العمولات} + \text{الخصم التجاري} = \text{اللاآجيو}}$$

$$\boxed{Agio = Ec + C_O + R}$$

ومنه تصبح القيمة الحقيقية المحصلة من قبل بائع الورقة، هي القيمة الاسمية للورقة التجارية بعد اقتطاع جميع مصاريف عملية الخصم، وهو ما يسمى بصافي الورقة التجارية حيث:

| |
|---|
| صافي الورقة التجارية = القيمة الاسمية – الآجيو |

$$\boxed{Vnette = Vn - Agio}$$

**مثال 1**: قدم تاجر سند قيمته الاسمية 15000 دينار يستحق الدفع بعد 90 يوم بمعدل خصم تجاري 6% سنويا، ومصاريف تحصيل قدرها 1% وعمولة قدرها 2 في الألف.

**المطلوب**: حساب مصاريف الخصم وصافي السند.

**الحل**: $Vn = 15000$ DA $\quad n = 90$ jours $\quad t = 6\%$

$R' = 1\% \quad C_0 = 2‰$

**1- حساب مصاريف الخصم**:

نعلم أن:

$$Agio = Ec + C_0 + R$$

$$Ec = Vn \times t \times n = 15000 \times 0.06 \times 90/360 = 225 \text{ DA.}$$

$$C_0 = Vn \times t' = 15000 \times 0.002 = 30 \text{ DA}$$

$$R = Vn \times R' = 15000 \times 0.01 = 150 \text{ DA}$$

إذن:

$$Agio = 225 + 30 + 150 = 405 \text{ DA}$$

**2- حساب صافي السند**:

نعلم أن:

$$Vnette = Vn - Agio$$

$$Vnette = 15000 - 405 = 14595 \text{ DA}$$

**مثال 2**: بتاريخ 26 نوفمبر 2010 خصمت ورقة تجارية قيمتها 60000 دينار، تستحق الدفع في 25 جانفي 2011، وشروط الخصم كالآتي: معدل الخصم 4%، عمولة التظهير 4‰، عمولة تحويل المكان 0.6‰، عمولة ثابتة 24 دينار.

**المطلوب**:1- أحسب قيمة الآجيو.

2- أحسب القيمة الصافية للورقة التجارية.

**الحل**: $Vn = 60000$ DA $t = 4\ \%$ $t' = 4\ ‰$ $t'' = 0.6‰$ $C_{0F} = 24$ DA

**1- حساب قيمة الآجيو**:

$$Agio = E_C + C_0 + R$$
$$E_C = Vn \times t \times n$$
$$E_C = 60000 \times 0.04 \times 60/360 = 400 \text{ DA}$$
$$C_0 = C_{01} + C_{02} + C_{0F}$$
$$C_{01} = Vn \times t' \times n = 60000 \times 0.004 = 40 \text{ DA}$$
$$C_{02} = Vn \times t'' \times n = 60000 \times 0.0006 = 36 \text{ DA}$$
$$C_0 = 40 + 36 + 24 = 100 \text{ DA}$$
$$\Rightarrow Agio = 400 + 100 = 500 \text{ DA}$$

**2- حساب القيمة الصافية للورقة التجارية**:

$$Vnette = Vn - Agio$$
$$Vnette = 60000 - 500 = 59500 \text{ DA}$$

**1-5- حافظ البنك** :عند تقديم ورقة أو مجموعة من الأوراق التجارية لأي بنك من أجل خصمها، يقوم البنك بتحرير ما يعرف بحفاظة البنك مبينا فيها تفاصيل حساب صافي قيمة الخصم وعلى ذلك تشمل حوافظ الخصم على البيانات التالية:

1- بيانات عن البنك القائم بعملية الخصم: إسم البنك أو الفرع القائم بعملية الخصم و رقم السجل التجاري.

2- بيانات تاريخ عملية الخصم أي تحديد مدة الخصم.

3- رقم حافظة الخصم.

4- بيانات اسم مقدم الأوراق التجارية للخصم.

5- بيانات شروط الخصم ويشمل: معدل الخصم، نسبة العمولة، ونسبة مصاريف التحصيل.

6- بيان طريقة حساب الآجيو.

وتكون عادة حافظة البنك على الشكل التالي:

اسم البنك.......................... عدد الأوراق المقدمة للخصم ..................

الوكالة ........................... القيمة الاسمية للأوراق المقدمة للخصم ..........

عنوان البنك ....................... معدل الخصم ................................

سجل التجاري رقم ............... مصاريف التحصيل ...........................

حافظة خصم رقم ................ العمولة.........................................

اسم مقدم الأوراق للخصم ....... القيمة الصافية للأوراق المقدمة للخصم .........

| الرقم التسلسلي | القيمة الاسمية | البيان | تاريخ الاستحقاق | الأيام | الخصم | مصاريف التحصيل |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1<br>2<br>3 | ..........<br>.........<br>.........<br>المجموع | كمبيالة ...<br>كمبيالة......<br>كمبيالة......<br><br>الآجيو<br>صافي الخصم | | | | |

**2- تسوية الديون بفائدة بسيطة (تكافؤ الأوراق التجارية):** عندما يواجه المدين صعوبات في تسديد ديونه في الآجال المحددة يلجأ إلى دائنيه من أجل الاتفاق على تسوية وضعيته معهم عن طريق استبدال عدة أوراق تجارية بورقة وحيدة، أو ورقة وحيدة بعدة أوراق، أو استبدال عدة أوراق بعدة أوراق أخرى، وتتم التسوية بين الطرفين على أساس أن قيمة الديون القديمة وقت استبدالها تساوي قيمة الديون الجديدة في ذلك التاريخ بتطبيق مبدأ التكافؤ حتى لا يتضرر أي من الطرفين.

**2-1- تعريف تكافؤ الأوراق التجارية:** تقصد بتكافؤ الأوراق التجارية أن تتساوى قيمها الحالية في تاريخ محدد يسمى بتاريخ التكافؤ (تاريخ التسوية) وباستعمال معدلات متساوية.

ويمكن القيام بتكافؤ ورقة أو أكثر مع ورقة أخرى أو مبلغ مالي مع ورقة أخرى أو أكثر، شرط أن تتم العملية باحترام شرطين هامين وهما:

- حساب القيمة في نفس التاريخ.
- استعمال نفس المعدل.

وتتم تسوية الديون وفقا للحالات التالية:

- استبدال دين قصير الأجل بآخر مدته أطول.
- استبدال عدة ديون ذات استحقاقات مختلفة بدين واحد أو مجموعة ديون تستحق الدفع بأجل مناسب لحالة المدين.
- دفع جزء من الدين نقدا يوم التسوية ثم يحرر الباقي عن طريق ورقة أو أوراق تجارية تستحق الدفع بعد أجل محدد.
- أن يتفق المدين مع أحد البنوك للقيام بسداد ديونه نيابة عنه ثم يقوم المدين بعد ذلك بتسديد ما عليه للبنك الذي أناب عنه في الدفع.

**2-2- تكافؤ ورقتين تجاريتين:** نقول عن ورقتين تجاريتين (أو رأسمالين) أنهما متكافئتين بتاريخ معين (تاريخ التكافؤ) إذا تم خصمهما في ذلك التاريخ بنفس المعدل فكان لهما نفس القيمة الحالية، أي المبدأ الأساسي للتكافؤ هو تساوي القيم الحالية:

القيمة الحالية للورقة القديمة = القيمة الحالية للورقة الجديدة

لنفرض لدينا: سند أول قيمته الاسمية $V_{n1}$ يستحق بعد $n_1$ بمعدل t، وسند ثاني قيمته الاسمية $V_{n2}$ يستحق بعد $n_2$ بنفس المعدل t.

ويكون التكافؤ إذا تحققت المساواة التالية:

$$\boxed{V_{a1} = V_{a2}}$$

$$V_{n1} - \frac{V_{n1} \times t \times n_1}{36000} = V_{n2} - \frac{V_{n2} \times t \times n_2}{36000}$$

$$\boxed{V_{n1}(1 - \frac{t \times n_1}{36000}) = V_{n2}(1 - \frac{t \times n_2}{36000})}$$

**مثال:** كمبيالة مسحوبة في 2 ماي بقيمة اسمية 10000 دينار تستحق الدفع في 31 جويلية، في 21 جويلية اتفق المدين والدائن على تأجيل الاستحقاق إلى 20 أوت من نفس السنة، فإذا كان المعدل 6%.

فما هي القيمة الاسمية للورقة الجديدة؟.

**الحل:** $V_{n1} = 10000$ DA      $t = 6\%$

- تاريخ التكافؤ هو: N/07/21.
- المدة الباقية لاستحقاق الورقة الأصلية من N/07/21 إلى N /07/31 $\leftrightarrow$ $n_1 = 10$ j
- المدة الباقية لاستحقاق الورقة الجديدة من N/07/21 إلى N /08/21 $\leftrightarrow$ $n_2 = 30$ j

بتطبيق مبدأ التكافؤ:

$$V_{n1}(1 - \frac{t \times n_1}{36000}) = V_{n2}(1 - \frac{t \times n_2}{36000})$$

$$10000\ (1 - \frac{6 \times 10}{36000}) = V_{n2}(1 - \frac{6 \times 30}{36000})$$

$$V_{n2} = 10033.5\ \text{DA}$$

وبالتالي هناك فوائد إضافية تقدر بـ: 33.5دينار.

**ملاحظات:**1- القيمة الاسمية للورقة الجديدة تختلف عن الورقة الأصلية غير أنه وفي كل الحالات ومهما اختلفت مدة التمديد فإن القيمة الحالية للأوراق المستبدلة تكون متساوية.

2- بتطبيق قانون التكافؤ للأوراق التجارية يمكن تحديد أي عنصر مجهول بدلالة العناصر الأخرى.

**2-4- تكافؤ عدة أوراق تجارية (تكافؤ مجموعة من الأوراق التجارية مع مجموعة أخرى)**: كما يمكن تتكافأ ورقة أخرى، فإنه بتاريخ التكافؤ وبتطبيق نفس المعدل يجب أن تتحقق المساواة:

| مجموع القيم الحالية للأوراق القديمة = مجموع القيم الحالية للأوراق الجديدة |
|---|

إذا كانت لدينا الأوراق التجارية: $Vn_1, Vn_2, Vn_3, \ldots, Vn_m$

ونريد استبدالها بمجموعة الأوراق الجديدة: $An_1, An_2, An_3, \ldots, An_m$

وكانت المدد المختلفة للأوراق الأولى: $n_1, n_2, n_3, \ldots, n_m$

وكانت المدد المختلفة للأوراق الثانية الجديدة: $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_m$

يتحقق التكافؤ بتطبيق المعدل t من خلال المساواة:

$$Vn_1(1-tn_1) + Vn_2(1-tn_2) + \ldots + Vn_m(1-tn_m) = An_1(1-tP_1) + An_2(1-tP_2) + \ldots + An_m(1-tP_m)$$

**مثال:** تريد احدى المؤسسات أن تعوض ورقتين تجاريتين قيمتيهما الاسمية على التوالي: 30000 دينار و50000 دينار، ومدتيهما 10 أيام و20 يوم على التوالي بورقتين جديدتين، حيث القيمة الاسمية للورقة الأولى 40000 دينار وتاريخ استحقاقها بعد 40 يوم والورقة الثانية قيمتها الاسمية $An_2$ وتستحق بعد 50 يوم، فإذا كان معدل التكافؤ 8% سنويا فما هي القيمة الاسمية للورقة التجارية الثانية المستبدلة؟.

**الحل:**

$Vn_1 = 30000$ DA $\quad Vn_2 = 50000$ DA $\quad n_1 = 10$ j $\quad n_2 = 20$ j

$An_1 = 40000$ DA $\quad P_1 = 40$ j $\quad P_2 = 50$ j $\quad t = 8\%$

بتطبيق مبدأ التكافؤ:

$$\Sigma Va = \Sigma Va'$$

$$V_{n1}\left(1-\frac{t \times n_1}{36000}\right) + V_{n2}\left(1-\frac{t \times n_2}{36000}\right) = A_{n1}\left(1-\frac{t \times P_2}{36000}\right) + A_{n2}\left(1-\frac{t \times nP_2}{36000}\right)$$

$$30000\left(1-\frac{8 \times 10}{36000}\right) + 50000\left(1-\frac{8 \times 20}{36000}\right)$$
$$= 40000\left(1-\frac{8 \times 40}{36000}\right) + A_{n2}\left(1-\frac{8 \times 50}{36000}\right)$$

$$A_{n2} = 40884.3 \text{ DA}$$

**2-4- حالات خاصة بالتسوية:** لحساب القيمة أو القيم الحالية للدين أو الديون عند تاريخ التسوية فإننا قد نصادف الحالات الثلاث التالية:

**2-4-1- هناك بعض الديون قد انقضت مواعيد استحقاقها:** في هذه الحالة نقوم بحساب مدة التأخير من تاريخ الاستحقاق للدين أو الديون إلى تاريخ التسوية بالمعدل المتفق عليه على القيمة الاسمية للدين أو الديون، على أن تضاف فائدة التأخير إلى القيمة الاسمية للديون للحصول على القيمة الحالية حيث:

القيمة الحالية = القيمة الاسمية + فائدة التأخير.

**2-4-2- بعض الديون تستحق الدفع عند تاريخ التسوية:** في هذه الحالة تعتبر القيم الاسمية للديون التي تستحق الدفع عند تاريخ التسوية هي نفسها القيم الحالية، لأن هذه الديون قد أصبحت واجبة الدفع عند هذا التاريخ، حيث: القيمة الحالية = القيمة الاسمية.

**2-4-3- حالة الديون التي يحن بعد موعد استحقاقها:** في هذه الحالة (وهي الحالة العادية) يتم استبدال الديون بتطبيق مبدأ التكافؤ، أي: مجموع القيم الحالية للديون القديمة = مجموع القيم الحالية للديون الجديدة.

**مثال:** مؤسسة دائنة لبنك بالمبالغ التالية:

- كمبيالة قيمتها الاسمية 5000 دينار تستحق الدفع في 2006/02/13.
- كمبيالة قيمتها الاسمية 3030 دينار تستحق الدفع في 2006/03/01.
- كمبيالة قيمتها الاسمية $Vn_3$ دينار تستحق الدفع في 2006/06/29.

ونظرا للصعوبات التي لاقاها المدين اتفق مع دائنه في 2006/03/01 على أنه يدفع له الديون بسند واحد قيمته 10542 دينار يستحق الدفع في 2006/07/09.

**المطلوب:** ايجاد القيمة الاسمية للكمبيالة الثالثة إذا كان معدل التكافؤ 4.5%.

**الحل:**

نعلم أن مبدأ التكافؤ هو: مجموع القيم الحالية للديون القديمة = مجموع القيم الحالية للديون الجديدة.

**1- القيم الحالية للديون القديمة:**

- الكمبيالة الأولى (انقضى أجل استحقاقها) بمدة 16 يوم لذلك تدفع عليها فائدة التأخير، حيث:

$$I = 5000 \times 0.045 \times 16/360 = 10 \text{ DA}$$

وتكون قيمتها الحالية يوم التسوية:

$$Va_1 = Vn_1 + I = 5000 + 10 = 5010 \text{ DA}$$

- الكمبيالة الثانية: تستحق الدفع يوم التسوية وقيمتها الحالية هي نفسها القيمة الاسمية:

$$Va_2 = Vn_2 = 3030 \text{ DA}$$

- الكمبيالة الثالثة: لم يحن موعد استحقاقها بعد: $n_3 = 120$ j

وقيمتها الحالية:

$$Va_3 = Vn_3(1 - t \times n_3) = Vn_3( 1 - 0.045 \times 120/360$$

$$Va_3 = 0.98\ Vn_3$$

وعليه مجموع القيم الحالية للديون القديمة:

$$Va = Va_1 + Va_2 + Va_3$$

$$Va = 5010 + 3030 + 0.985\ Vn_3$$

$$Va = 8040 + 0.985Va_3$$

**2- القيمة الحالية للديون الجديدة:**

$$P = 100\ j$$

$$Va' = An\ (1 - t \times P)$$

$$Va' = 10542\ (1 - 0.045 \times 100/360) = 10410.22\ \text{DA}$$

**3- القيمة الاسمية للكمبيالة الثالثة:**

بتطبيق مبدا التكافؤ:

$$Va = Va'$$

$$8040 + 0.985\ Vn_3 = 10410.22$$

$$Vn_3 = 2406.31\ \text{DA}$$

**2-5- تطبيقات التكافؤ بفائدة بسيطة:**

**2-5-1- الاستحقاق المشترك:** الاستحقاق هو تكافؤ ورقة تجارية مع مجموعة من الأوراق التجارية، ويكون بذلك الاستحقاق المشترك هو إما البحث عن القيمة الاسمية للورقة التجارية المكافئة أو البحث عن تاريخ الاستحقاق.

**مثال:** تاجر بحوزته الأوراق التجارية التالية:

- الورقة الأولى: قيمتها الاسمية هي 1500 دينار تستحق في 23جانفي.
- الورقة الثانية: قيمتها الاسمية هي 1800 دينار تستحق في04 فيفري.
- الورقة الثالثة: قيمتها الاسمية هي 3000 دينار تستحق في10 فيفري.

في 05 جانفي اتفق مع دائنه على استبدال الأوراق الثلاثة السابقة بورقة وحيدة قيمتها الاسمية 6300 دينار.

**المطلوب:** إذا كان معدل التكافؤ 9%، أوجد تاريخ استحقاق هذه الورقة.

**الحل:** $Vn_1 = 1500\ \text{DA} \quad Vn_2 = 1800\ \text{DA} \quad Vn_3 = 3000\ \text{DA}$

$An = 6300\ \text{DA} \qquad t = 9\%$

- البحث عن المدة الفاصلة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ الاستحقاق لكل ورقة فنجد:

$$n_1 = 18\ j \qquad n_2 = 30\ j \qquad n_3 = 36\ j$$

- البحث عن تاريخ استحقاق الورقة المعوضة:

بتطبيق مبدأ التكافؤ:

$$V_{n1}\left(1-\frac{t\times n_1}{36000}\right)+V_{n2}\left(1-\frac{t\times n_2}{36000}\right)+V_{n3}\left(1-\frac{t\times n_3}{36000}\right)=An\left(1-\frac{t\times P}{36000}\right)$$

$$1500\left(1-\frac{9\times 18}{36000}\right)+1800\left(1-\frac{9\times 30}{36000}\right)+3000\left(1-\frac{9\times 36}{36000}\right)=6300\left(1-\frac{9\times P}{36000}\right)$$

$$P = 30\ j$$

إذن تاريخ استحقاق الورقة الجديدة هو 30 يوم بعد تاريخ التكافؤ (أي بعد 05 جانفي) أي 04 فيفري هو تاريخ استحقاق الورقة الجديدة.

**2-5-2- الاستحقاق المتوسط**: يسمى تاريخ الاستحقاق المتوسط، تاريخ الاستحقاق المشترك للورقة الوحيدة المعوضة لورقتين تجاريتين أو أكثر ذات مبالغ مختلفة وتواريخ استحقاق مختلفة أيضا، بحيث يكون مجموع مبالغ الأوراق التجارية المعوضة مساويا للقيمة الاسمية للورقة الوحيدة ويحسب كما يلي:

| |
|---|
| الاستحقاق المتوسط= مجموع القيم الاسمية للأوراق المستبدلة × مددها /مجموع القيم الاسمية للأوراق المستبدلة |

$$\boxed{N=\frac{\sum Vni\times ni}{\sum Vni}}$$

**مثال**: ورقة تجارية قيمتها الاسمية10000 دينار، نريد استبدالها بثلاثة أوراق تجارية حيث:

- الورقة الأولى: قيمتها الاسمية هي 4000 دينار تستحق بعد 15 يوم.
- الورقة الثانية: قيمتها الاسمية هي 3000 دينار تستحق بعد 30 يوم.
- الورقة الثالثة: قيمتها الاسمية هي 3000 دينار تستحق بعد 40 يوم.

**المطلوب**: إيجاد مدة الاستحقاق المتوسط للورقة الجديدة.

**الحل**: $Vn_1 = 4000$ DA $\quad Vn_2 = 3000$ DA $\quad Vn_3 = 3000$ DA

$n_1 = 15\ j \qquad n_2 = 30\ j \qquad n_3 = 40\ j$

نعلم أن:

$$N=\frac{\sum Vni\times ni}{\sum Vni}=\frac{Vn_1\times n_1+Vn_2\times n_2+Vn_3\times n_3}{Vn_1+Vn_2+Vn_3}$$

$$N=\frac{4000\times 15+3000\times 30+3000\times 40}{4000+3000+3000}=27\ j$$

**ملاحظة**: الملاحظ أن حساب مدة الاستحقاق المتوسط لا ترتبط بالمعدل.

## تمارين حول الفائدة البسيطة وتطبيقاتها.

**التمرين 01:** ما هي المدة اللازمة لكي يعطي مبلغ 5000 دينار أودع لدى بنك بمعدل فائدة بسيطة قدره 10% سنويا، فائدة قدرها 3402.78 دينار.

**التمرين 02:** أودع شخص مبلغا من المال لدى أحد البنوك بمعدل فائدة بسيطة 8.5% سنويا ولمدة 6 أشهر، حيث وجد رصيده قد بلغ 10425 دينار في نهاية المدة.

**المطلوب:** 1- تحديد المبلغ المودع.

2- بعد ذلك قام هذا الشخص بإيداع المبلغ الجديد لمدة 3 شهور فبلغت قيمة الفائدة 67.76 دينار، فما هو مقدار معدل الفائدة.

**التمرين 03:** مبلغ من المال يقدر بـ 75000 دينار تم إيداعه بنسبة 12% سنويا في تاريخ 6 جوان 2015، حقق في نهاية مدة الايداع فائدة قدرها 625 دينار.

**المطلوب:** 1- حدد إلى أي تاريخ تم إيداع المبلغ.

2- أحسب جملة المبلغ في هذا التاريخ.

**التمرين 04:** استثمر شخص مبلغا بفائدة بسيطة بمعدل معين فبلغت فائدته في سنة واحدة 40 دينار، واستثمر في نفس الوقت مبلغا معادلا للمبلغ الأول يزيد بمعدل 1% عن المعدل السابق لمدة ثلاث سنوات فبلغت فائدته البسيطة 150 دينار.

المطلوب: إيجاد المعدل في الحالتين، والمبلغ المستثمر.

**التمرين 05:** استثمر شخص مبلغا من المال في أحد البنوك بمعدل معين ولمدة معينة فبلغت فائدته البسيطة 09 دينار، ولو نقص المبلغ بـ 60 دينار لنقصت الفائدة بـ 1.8 دينار، ولو ارتفع المعدل بـ 1.5% لزادت الفائدة بـ 03 دينار.

**المطلوب:** ايجاد المبلغ والمعدل والمدة.

**التمرين 06:** وظف رأسمال خلال مدة ما بمعدل فائدة 9% فحصل قيمة قدرها 17400 دينار، وإذا وظف نفس رأس المال بمعدل 10% خلال سنة أقل يحقق فائدة قدرها 4800 دينار.

**المطلوب:** أحسب كل من رأس المال ومدة التوظيف الأولى.

**التمرين 07:** ثلاثة مبالغ تمثل نسبة الأول إلى الثاني 2/5، وأن الثالث يساوي مجموع الأول والثاني مضافا إليه 2380 دينار، وظفت هذه المبالغ على أساس فائدة بسيطة الأول لمدة 3 أشهر بمعدل 5% سنويا، والثاني لمدة 63 يوم بمعدل 2% للسداسي والثالث لمدة 96 يوما بمعدل 3% سنويا، حيث بلغت الفائدة المترتبة على هذه المبالغ : 272.5 دينار في نهاية المدة.

**المطلوب:** تحديد المبالغ الثلاثة.

**التمرين 08:** رأسمالين مجموعها 16800 دينار وظفا لمدة سنة بمعدلين متتاليين فكانت الفائدة الإجمالية 1651.2 دينار، فإذا وظف رأس المال الأول بالمعدل الثاني ووظف المبلغ الثاني بالمعدل الأول ستكون الفائدة السنوية 1641.60 دينار.

**المطلوب:** إيجاد قيمة الرأسمالين والمعدلين.

**التمرين 09:** أراد شخص أن يستثمر مبلغا ما، فأودع ثلثه في البنك الوطني الجزائري بمعدل 1.5% سنويا، والثلث الثاني في بنك الجزائري الخارجي بمعدل فائدة بسيطة قدره 2% سنويا، والثلث الأخير في بنك الفلاحة والتنمية الريفية بمعدل 2.5% سنويا، وفي نهاية 90 يوما بلغت الفوائد البسيطة على المبلغ المذكور 24 دينار.

**المطلوب:** تحديد المبلغ المستثمر.

**التمرين 10:** وظف شخص مبلغا قدره 18000 دينار بفائدة بسيطة من 18 أفريل إلى 20 سبتمبر بمعدل 12%.

**المطلوب:**1- أحسب جملة هذا المبلغ واطرح منه مباشرة مبلغ الفوائد المحصلة.

2- اذا توقفت مدة التوظيف في 01 سبتمبر ما هو معدل الفائدة الذي يوظف به هذا الشخص رأس المال السابق حتى يتحصل على نفس مبلغ الفائدة السابق.

3- يريد هذا الشخص أيضا معرفة عدد الأيام التي كان عليه أن يوظف بها هذا المبلغ حتى يتحصل على فائدة قدرها 1200 دينار.

**التمرين 11:** استثمر شخص مبلغين من المال بفائدة بسيطة، الأول A لمدة سنة بمعدل 9% سنويا، والثاني B لمدة 8 أشهر بمعدل 4% سنويا، فبلغ الفرق بين جملتي المبلغين 1476 دينار في نهاية المدة.

**المطلوب:** 1- حدد المبلغين إذا علمت أن: $A/13 = B/15$

2- إذا افترضنا أن المبلغين استمرا لفترة واحدة فبعد كم شهر تكون جملة المبلغ الأول أقل من جملة المبلغ الثاني بـ 1773 دينار.

3- ما هي مدة التوظيف اللازمة كي تتساوى جملتي المبلغين.

**التمرين 12:** إذا كان الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة لمبلغ قدره 7300 دينار هو 02 دينار أودع في بنك لمدة 120 يوم.

**المطلوب:** تحديد معدل الفائدة المستعمل.

1- إذا كان البنك يستعمل الفائدة التجارية.

2- إذا كان البنك يستعمل الفائدة الصحيحة.

**التمرين 13:** بلغ نمر أيام ثلاثة مبالغ 420000 بتاريخ 10 جانفي 2017، وكان معدل الفائدة التجارية المستخدم 6% سنويا، فإذا أودع المبلغ الأول بتاريخ 21 ديسمبر 2016، والمبلغ الثاني في 21 نوفمبر 2016، وكانت فائدة المبلغ الأول تساوي نصف فائدة المبلغ الثاني، وفائدة المبلغ الثاني تساوي نصف فائدة المبلغ الثالث، مع العلم أن قيمة المبلغ الثالث تساوي 4000 دينار.

**المطلوب:** تحديد قيمة المبلغ الأول والثاني وتاريخ ايداع المبلغ الثالث.

**التمرين 14:** تم ايداع المبلغ 65700 دينار لمدة 150 يوما، فبلغ مجموع الفائدة التجارية والحقيقية 7612.5 دينار جزائزي.

**المطلوب:** 1- أحسب معدل الفائدة المطبق على المبلغ، الفائدة التجارية والفائدة الحقيقية.

2- نفس المبلغ المودع طبقت عليه فائدة بمعدل يزيد عن المعدل السابق بـ: 2% ولنفس المدة، أحسب جملته بالفائدة الحقيقية.

3- أحسب المبلغ الذي يعطي فائدة تجارية تساوي الفائدة الحقيقية في السؤال 1، بإيداعه لمدة 150 يوم وبمعدل فائدة 18% سنويا.

**التمرين 15:** في 22 أوت خصمت ورقة تجارية قيمتها الاسمية 12000 دينار تستحق في 30 نوفمبر بمعدل خصم 9%.

**المطلوب:** أحسب الخصم التجاري والقيمة الحالية لهذه الورقة.

**التمرين 16:** ورقة تجارية قيمتها الاسمية 6000 دينار خصمت في 15 أكتوبر، لو خصمت هذه الورقة 16 يوما قبل تاريخ استحقاقها لكانت قيمتها الحالية 5973.33 دينار أي أكبر بـ 101.67 دينار عن تلك المقبوضة في 15 أكتوبر.

**المطلوب:** أحسب:

1- معدل الخصم.

2- قيمة الورقة في 15 أكتوبر.

3- تاريخ استحقاق الورقة.

**التمرين 17:** بلغت القيمة الحالية لورقة تجارية خصمت في 25 أوت بمعدل 9% ما يعادل 7868 دينار، فإذا خصمت هذه الورقة 30 يوم قبل تاريخ استحقاقها لكان مبلغ الخصم أقل بـ 72 دينار عن مبلغ الخصم الأول.

**المطلوب:** 1- إيجاد القيمة الاسمية للورقة .

2- إيجاد تاريخ استحقاق الورقة.

**التمرين 18**: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 46800 دينار، تاريخ استحقاقها هو 18 سبتمبر 2015 تم خصمها بتاريخ 10 جوان من نفس السنة بمعدل 9.5%.

**المطلوب**: 1- أحسب مبلغ الخصم التجاري، والقيمة الحالية للورقة.

2- أحسب مبلغ الخصم الحقيقي والقيمة الحالية للورقة بهذا النوع.

**التمرين 19**: إذا كان الفرق بين الخصمين التجاري والخصم الصحيح لكمبيالة ما خصمت بمعدل خصم تجاري قدره 10% سنويا قبل موعد استحقاقها بمدة 100 يوم يساوي 14 دينار.

**المطلوب**: تحدد الخصمين التجاري والصحيح والقيمة الاسمية لهذه الكمبيالة.

**التمرين 20**: ورقة تجارية تم خصمها بتاريخ 05 فيفري 2014 بمعدل 8% فكان مبلغ خصمها التجاري 504 دينار وقيمتها الاسمية 10800 دينار.

**المطلوب**: 1- أوجد تاريخ استحقاق الورقة.

2- اذا كانت قيمة العمولة 28.8 دينار ومصاريف التحصيل هي 13.5 دينار، أحسب المصاريف الإجمالية لعملية خصم هذه الورقة.

3- أحسب القيمة الصافية التي يتحصل عليها حامل الورقة عند الخصم.

4- أحسب المعدل الحقيقي الذي حققه البنك في العملية.

**التمرين 21**: ورقة تجارية تم خصمها بتاريخ 10 أفريل بنسبة 7% فبلغت قيمتها الحالية التجارية 132637.5 دينار، فإذا خصمت هذه الورقة قبل تاريخ استحقاقها لمدة 45 يوما لانخفضت قيمة الخصم التجاري ب 1181.25 دينار عن القيمة السابقة.

**المطلوب**: 1- أحسب القيمة الاسمية لهذه الورقة.

2- مدة وتاريخ استحقاق الورقة.

3- أحسب مصاريف الخصم، والمبلغ الصافي الذي يتحصل عليه حامل الورقة إذا كانت قيمة عمولة التظهير 6‰ وعمولة القبول 4‰ ومصاريف تحصيل قدرها 5%.

**التمرين 22**: في أي تاريخ تخصم ورقة تجارية قيمتها الاسمية 1000 دينار تستحق الدفع في آخر شهر جوان من سنة 2017، وذلك في بنك بمعدل خصم قدره 6% سنويا، وعمولة قدرها 1% ومصاريف تحصيل 0.2%، حيث بلغ صافي الورقة 958 دينار.

**التمرين 23**: خصم أحد التجار ورقة تجارية قبل موعد استحقاقها بمدة 90 يوما، بمعدل خصم تجاري قدره 6% وعمولة قدرها 1.5% ومصاريف تحصيل 1%.

**المطلوب**: تحديد القيمة الاسمية لهذه الورقة علما بأن الشخص قد تسلم من البنك مبلغ قدره 4896 دينار.

**التمرين 24:** قام بنك بخصم ورقة تجارية قيمتها الاسمية 16000 دينار تستحق الدفع بعد 60 يوما بالشروط التالية:

- معدل الخصم 4.5%.
- عمولة التظهير 0.9%.
- عمولة أخرى 15 دينار.

**المطلوب**: 1- أحسب القيمة الصافية للورقة.

2- إذا كانت المدة الفاصلة بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق هي n و الشروط الأخرى ثابتة لم تتغير، فعبر عن الآجيو لهذه الورقة بدلالة n.

3- إذا علمت أن قيمة الآجيو تساوي 219 دينار، حدد تاريخ استحقاق الورقة مستعملا السؤال 2.

**التمرين 25**: مؤسسة تدين لعميل بسند قيمته الاسمية 59000 دينار، تاريخ استحقاقه 20 جوان 2015، اتفقت مع دائنها في 21 أفريل 2015 على استبدال هذا السند مقابل ثلاثة سفاتج، الأولى قيمتها الاسمية 11500 دينار تستحق الدفع بعد شهرين والثانية والثالثة متساويتان وتستحقان الدفع بعد 4 شهور و 6 شهور على التوالي.

**المطلوب**: إذا كان بتاريخ الاستبدال تكافؤ بين السفاتج الثلاثة والسند بمعدل 12% فاحسب القيمة الاسمية لكل من السفتجة الثانية والثالثة.

**التمرين 26**: مؤسسة عليها ثلاثة أوراق تجارية:

- الأولى تاريخ استحقاقها 10 جوان بقيمة اسمية 43200 دينار.
- الثانية تاريخ استحقاقها 01 جويلية بقيمة اسمية 28800 دينار.
- الثالثة تاريخ استحقاقها 01 أوت بقيمة اسمية 32400 دينار.

مع العلم أن معدل الفائدة المطبق هو 12.6%.

1- في 15 ماي أرادت هذه المؤسسة تغيير الأوراق الثلاثة بورقة وحيدة ذات قيمة اسمية 10400 دينار، فما هو تاريخ استحقاقها.

2- إذا دفعت هذه المؤسسة كل ما عليها بتاريخ 01 جويلية نقدا بدون أن تدفع قيمة الورقة الأولى من قبل، فما هي قيمة المبلغ المودع في هذا التاريخ.

**التمرين 27**: تاجر مدين لآخر بموجب الورقتين التجاريتين الآتيتين:

- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 6000 دينار تستحق الدفع في 13 جويلية 2016.

- الورقة الثانية قيمتها الاسمية 9360 دينار تستحق الدفع في 23 سبتمبر 2016.

في 13 جويلية لم يتمكن المدين من سداد قيمة الورقة الأولى، ولذلك اتفق مع الدائن على ما يلي:

1- أن يدفع له نقدا مبلغا قدره 3000 دينار.

2- أن يحرر الباقي بواسطة سندا اذنيا قيمته الاسمية 12800 دينار.

**المطلوب**: تحديد تاريخ استحقاق السند الجديد، إذا علمت أن التسوية على أساس خصم صحيح بمعدل 20%.

**التمرين 28**: شخص مدين لبنك ما بالمبالغ التالية:

- كمبيالة قيمتها الاسمية 8500 دينار تستحق الدفع في 15 ماي 2017.

- سند قيمته الاسمية 6000 دينار يستحق الدفع في 10 جوان 2017.

- كمبيالة قيمتها الاسمية 4500 دينار تستحق الدفع في 20 جوان 2017.

وقد اتفق هذا الشخص مع البنك في 30 أفريل 2017 على أن يدفع له نقدا نصف الديون يوم التسوية، ثم يحرر الباقي عن طريق سند جديد يستحق الدفع بعد 90 يوما.

**المطلوب**: إيجاد القيمة الاسمية للدين الجديد إذا كان معدل التكافؤ 6% سنويا.

**التمرين 29**: تاجر مدين بمبلغ 12000 دينار يستحق الدفع في 01 جانفي 2016 وقد اتفق مع دائنه بتاريخ 01 مارس 2016 على ما يلي:

- أن يظهر له كمبيالة قيمتها 3650 دينار تستحق الدفع في 09 جوان 2016.

- أن يدفع نقدا 4500 دينار في ذلك التاريخ، ويحرر الباقي بسند قيمته الاسمية 4060 دينار.

**المطلوب**: تحديد تاريخ استحقاق هذا السند، علما أن المعدل المطبق هو 5%.

**التمرين 30**: تاجر مدين لأحد البنوك بموجب الكمبيالات التالية:

- الاولى قيمتها الاسمية 3000 دينار تستحق في 16 ماي 2016.

- الثانية قيمتها الاسمية 4000 دينار تستحق في 15 جوان 2016.

- الثالثة قيمتها الاسمية 6000 دينار تستحق في 30 جويلية 2016.

- الرابعة قيمتها الاسمية 9000 دينار.

لظروف معينة لم يسدد المدين الكمبيالة في ميعادها، وفي تاريخ استحقاق الكمبيالة الثانية اتفق مع البنك على:

1- أن يدفع له نقدا مبلغ 8345 دينار.

2- أن يحرر الباقي عن طريق سندين القيمة الاسمية لكل منهما 5000 دينار يستحق الأول بعد 3 أشهر والثاني بعد 6 أشهر، فإذا علمت أن المعدل 18% سنويا، فما هو تاريخ استحقاق الكمبيالة الرابعة.

**التمرين 31**: في 15 أفريل تم استبدال ثلاثة أوراق تجارية بورقة وحيدة مع العلم أن القيمة الاسمية للورقة الأولى 600 دينار، والقيمة الاسمية للورقة الثانية 596 دينار تستحق يوم 26 جوان، والقيمة الاسمية للورقة الثالثة هي 591.15 دينار مستحقة بعد 13 يوما.

**المطلوب**: حساب ما يلي:

1- المعدل والمبلغ الممنوح من قبل البنك.

2- تاريخ استحقاق الورقة الأولى.

3- تاريخ الاستحقاق المتوسط.

4- تاريخ استحقاق الورقة المعوضة للأوراق الثلاثة والتي قيمتها الاسمية 1791.65 دينار.

**التمرين 32**: مؤسسة عليها سفتجة تستحق الدفع بعد 90 يوم، قيمتها الاسمية 67000 دينار، وأخرى تستحق الدفع بعد 180 يوم، بمعدل 8% للورقتين.

1- اذا كان الخصم التجاري للورقة الأولى يساوي الفرق بين الخصمين التجاري والحقيقي للورقة الثانية، أحسب القيمة الاسمية للورقة الثانية.

2- أحسب تاريخ الاستحقاق المتوسط للورقتين.

3- أحسب القيمة الاسمية لورقة تتخلص بها المؤسسة من مجموع دينها بعد 120 يوم.

4- إذا خصمت الورقة الأولى بعد 60 يوم بنسبة 8% وبعمولة 0.5% ومصاريف مختلفة للتحصيل 20 دينار، أحسب المصاريف الإجمالية للعملية.

## المحور الثاني: الفائدة المركبة.

**أولا: مبدأ ونطاق تطبيق الفائدة المركبة.**

عندما تصبح عملية التوظيف، عملية طويلة المدى، يمكن أن تستثمر لعدة سنوات، فيصبح من الطبيعي أن الفائدة البسيطة التي انتجها رأس المال خلال السنة الأولى جزء من رأس المال الجديد الذي تحتسب عليه الفائدة خلال السنة القادمة، حيث يصبح رأس المال الجديد هذا ما هو إلا رأس المال الابتدائي مضافا إليه فائدة السنة الأولى وهكذا، وهو ما يسمى بمبدأ الفوائد المركبة.

**1– مفهوم الفائدة المركبة:** هي مبلغ من المال يتحمله المدين أو مستعمل المال والذي يقدمه في نفس الوقت إلى البنك أو الدائن، ويتحدد هذا المبلغ بالعوامل الأساسية وهي قيمة رأس المال ومدة استعماله ومعدل الفائدة المطبق عليه والمتفق عليه بين الطرفين مسبقا، وحتى تكون الفائدة مركبة فإن صاحب الأموال أو المستفيد من مبلغ الفائدة لا يتحصل عليها أو يسحبها من لدى المستعمل، بل تضاف إلى رأس المال الأصلي لتتراكم حسب الفترات المتتالية أو ما يسمى بالرسملة.

فنقول عن رأسمال أنه موظف بفائدة مركبة إذا أضيفت الفائدة البسيطة الناتجة في نهاية الدورة إلى رأس المال الموظف ليشكلا معا رأسمال جديد للوحدة الزمنية الموالية –أي الجملة– وهو ما يعرف بالرسملة، وتستعمل الفائدة المركبة في إطار العمليات المالية طويلة المدى، لتحسب المدة على أساس السنة وفي بعض الأحيان جزء من السنة كالسداسي، الثلاثي، الأشهر.

**2– قانون الفائدة المركبة:** إن العوامل التي تحدد الفائدة المركبة هي نفس العوامل التي تحدد الفائدة البسيطة، وهي: قيمة الأصل، معدل الفائدة والمدة.

**2–1– قانون الجملة:** لنفرض أن شخص ما اقترض المبلغ C دينار لمدة n سنة وبمعدل t على أساس فائدة مركبة، فهذا الشخص مطالب بدفع قيمة القرض مضافا إليه مقدار الفائدة المركبة في نهاية المدة وفقا للقانون الموضح في الجدول التالي:

| السنوات | رأس المال المفترض في بداية السنة | الفائدة المحصل عليها خلال السنة | رأس المال المحصل عليه في نهاية السنة |
|---|---|---|---|
| 1 | $C$ | $C \times t$ | $C + C \times t = C\,(1+t)$ |
| 2 | $C\,(1+t)$ | $C\,(1+t) \times t$ | $C\,(1+t) + C\,(1+t) \times t = C\,(1+t)^2$ |
| 3 | $C\,(1+t)^2$ | $C\,(1+t)^2 \times t$ | $C\,(1+t)^2 + C\,(1+t)^2 \times t = C\,(1+t)^3$ |
| 4 | $C\,(1+t)^3$ | $C\,(1+t)^3 \times t$ | $C\,(1+t)^3 + C\,(1+t)^3 \times t = C\,(1+t)^4$ |
| .<br>.<br>. | .<br>.<br>. | .<br>.<br>. | .<br>.<br>. |
| n | $C\,(1+t)^{n-1}$ | $C\,(1+t)^{n-1} \times t^{-1}$ | $C\,(1+t)^{n-1} + C\,(1+t)^{n-1} \times t = C\,(1+t)^{n}$ |

من خلال الجدول السابق نستنتج قانون الجملة (القيمة المكتسبة، القيمة المحصلة) بفائدة مركبة بالعلاقة التالية:

$$\boxed{A = C(1+t)^n}$$

**ملاحظات**:1- إن الجمل المحصل عليها من توظيف رأسمال قدره C دينار، خلال الفترات 1، 2،...n، تشكل متتالية هندسية أساسها (1+t) وحدها الأول C وعدد حدودها n.

2- القانون الأساسي للجملة بفائدة مركبة يطبق مهما كانت وحدة الزمن المستعملة، بشرط أن تتجانس مع المعدل المستعمل.

3- يمكن حساب العبارة $(1+t)^n$ باستخدام الجدول المالي الأول أو بالآلة الحاسبة مع أخذ كل الأرقام بعد الفاصلة.

**مثال:** كم سيصبح رأسمال قدره: 150000 دينار، أودع في بنك بمعدل فائدة مركبة 6% سنويا لمدة 6 سنوات.

**الحل**: C = 150000 DA      t = 6%      n = 6 ans

**- المبلغ المحصل عليه في نهاية التوظيف (قيمة الجملة)**:

نعلم أن:

$$A = C(1+t)^n = 150000(1+0.06)^6$$
$$A = 212777.86\ \text{DA}$$

**2-2- قانون الفائدة المركبة**: إن الفائدة الناتجة من توظيف رأسمال قدره C دينار خلال n سنة وبمعدل فائدة قدره t، وانطلاقا من قانون الجملة الفائدة المركبة المحصل عليها يمكن حسابها كما يلي:

نعلم أن:

$$A = C + I$$
$$I = A - C$$
$$I = C(1+t)^n - C$$

$$\boxed{I = C[(1+t)^n - 1]}$$

**مثال:** أحسب الفائدة المركبة الناتجة عن توظيف رأسمال قدره 20000 دينار لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة قدره 5% سنويا.

**الحل**: n = 10 ans      t = 5%      C = 20000 DA

**- حساب قيمة الفائدة المركبة:**

نعلم أن:

$$I = C[(1+t)^n - 1] = 20000[(1+0.05)^{10} - 1]$$
$$I = 12577.90 \text{ DA}$$

**ملاحظة:** انطلاقا من قانون الجملة أو الفائدة المركبة يمكن استنتاج أي عنصر مجهول بدلالة العناصر الأخرى.

**3- حساب الجملة في حالة كون المدة كسرية:** أثناء اشتقاقنا للقانون العام للجملة (وقانون الفائدة المركبة) افترضنا أن مدة التوظيف $n$ عدد صحيح، لكن في الواقع قد تكون هذه المدة غير صحيحة أي كسرية (تمثل عدد من السنوات وعدد من الأشهر وعدد من الأيام)، مثلا: 7 سنوات و 3 أشهر، فإن مثل هذه المسائل يمكن حلها بطريقتين:

**3-1- الحل العقلاني (الرياضي):** تعتمد هذه الطريقة على استعمال القانون العام للفائدة المركبة بالنسبة للجزء الصحيح من المدة واستعمال قانون الفائدة البسيطة للجزء العشري وهذا ما يعرف بالحل العقلاني أو الحل الرياضي، بحيث لا يمكن رسملة الفوائد إلا في نهاية الفترة.

لنفرض أن: $n = k + \frac{p}{q}$

حيث: $n$: تمثل مدة التوظيف.

$K$: تمثل العدد الصحيح.

$p/q$: تمثل العدد الكسري من مدة التوظيف.

إذن: بمعدل $t$ ولمدة $k$ سنة من التوظيف فإن جملة رأس المال الموظف هي:

$$\boxed{A_k = C(1+t)^k}$$

ثم نقوم بحساب الفائدة البسيطة للجملة $A_k$ للجزء الكسري من المدة الباقية $p/q$ أي: $A_k \times t \times \frac{p}{q}$

إذن تصبح الجملة $A$ الناتجة عن مدة التوظيف الصحيحة والكسرية كما يلي: $A = A_k + A_k \times t \times \frac{p}{q}$

$$A = C(1+t)^k + C(1+t)^k \times t \times \frac{p}{q}$$

$$\boxed{A = C(1+t)^k(1 + t \times \frac{p}{q})}$$

**3-2- الحل التجاري:** يتم تحديد القيمة المكتسبة (الجملة) $A$ خلال كل الفترة $n$ (الصحيحة $k$ والعشرية $p/q$) من خلال الصيغة التالية:

$$A = A_k + A_k \times t \times \frac{p}{q}$$
$$A = C(1+t)^n = C(1+t)^{k+p/q}$$
$$\boxed{A = C(1+t)^k \times (1+t)^{p/q}}$$

حيث العبارة: $(1+t)^k$ من الجدول المالي الأول.

العبارة: $(1+t)^{p/q}$ من الجدول المالي السادس.

**مثال:** كم سيصبح رأسمال قدره 15000 دينار أودع في بنك لمدة 5 سنوات و 8 أشهر، بمعدل فائدة مركبة 5% سنويا.

**الحل:** C = 15000 DA     n = 5 ans + 8 mois     t = 5%

على اعتبار مدة التوظيف كسرية p/q = 8 mois, k = 5 ans فإن القيمة المحصلة أو الجملة يمكن إيجادها بطريقتين:

**1- باستعمال الحل العقلاني:**

نعلم أن:

$$A = C(1+t)^k\left(1 + t \times \frac{p}{q}\right)$$
$$A = 15000(1+1.05)^5\left(1 + 0.05 \times \frac{8}{12}\right) = 19782.36 \text{ DA}$$

**2- باستعمال الحل التجاري:**

نعلم أن:

$$A = C(1+t)^k \times (1+t)^{\frac{p}{q}}$$
$$A = 15000(1.05)^5 \times (1.05)^{\frac{8}{12}} = 19777.16 \text{ DA}$$

نلاحظ أنه يوجد فرق ضئيل ما بين الحل العقلاني والحل التجاري.

**4- المعدلات الإسمية والمعدلات الحقيقية (المعدلات المتناسبة والمعدلات المتكافئة):** يعرف المعدل الحقيقي للفائدة بأنه عبارة عن معدل الزيادة الفعلية لكل وحدة من وحدات النقود الموظفة عن سنة كاملة، فإذا كان عدد مرات رسملة الفوائد على الأصل أكثر من مرة في السنة، فإن المعدل الحقيقي للفائدة سوف يكون أكبر من المعدل الإسمي، أما إذا كانت الفائدة تحسب على الأصل في نهاية كل سنة أي مرة واحدة في السنة، فإن المعدل الحقيقي للفائدة سوف يكون مساويا للمعدل الإسمي المذكور، وتظهر أهمية المعدل الحقيقي للفائدة في حال مقارنة فرص الاستثمار لاختيار أفضلها أو مقارنة شروط التوظيف لاختيار أقلها تكلفة، وللوصول إلى القرار في

هذا قد يكون من الضروري مقارنة الجمل المركبة لكل مصدر منها حتى نهاية المدة المطلوبة وبالمعدلات والشروط المعروضة، ولكن الصعوبة التي تصادفنا في هذا الشأن هي اختلاف قيم المبالغ أو معدلات الفائدة الإسمية أو عدد مرات رسملة الفوائد خلال السنة ولتسهيل إجراء مقارنة في مثل هذه الحالات، فإن الأمر يتطلب تحويل جميع المعدلات المختلفة إلى أساس موحد يمكن بمقتضاه إجراء المقارنة، ويتم ذلك بتحويل كل معدل إسمي منها إلى معدل حقيقي، فعلى سبيل المثال: إذا كان المعدل السنوي الإسمي للفائدة المستعمل هو 18% والذي بموجبه تحسب الفائدة كل نصف سنة، فإنه في نهاية السنة بتطلب الأمر حساب عدد مرات الرسملة في السنة، وفي هذه الحالة تساوي 2، كما يتطلب الأمر أيضا حساب معدل الفائدة نصف السنوي ويساوي في هذه الحالة: 18/2%=9%، وعلى ذلك جملة الدينار المحصل عليها في نهاية السنة سوف تكون $(1.09)^2$= 1.188100، معنى ذلك أن قيمة الفوائد المستحقة على مبلغ قدره دينار واحد في نهاية السنة يساوي: 1.1188100-1= 0.1188100 دينار وهذه القيمة تقابل معدلا سنويا قدره 18.81% وهو ما يعرف بالمعدل الحقيقي للفائدة، وعلى ذلك فإن المعدل الحقيقي السنوي للفائدة هو 18.81% يقابل (يكافئ) المعدل الإسمي السنوي للفائدة والذي قدره 18%، والذي بموجبه تتم رسملة الفائدة مرتين في السنة.

والعمليات الحسابية لتحديد المعدل الحقيقي السنوي المقابل للمعدل الإسمي السنوي في حالتنا هذه يمكن تلخيصها في الآتي: $(1.09)^2$ = 1.188100.

إذن المعدل الحقيقي السنوي = 1.188100-1= 0.188100 = 18.81%، يمكن وضع العلاقات السابقة والتي على أساسها يمكن حساب المعدل الحقيقي السنوي للفائدة المقابل للمعدل الإسمي السنوي المعلوم في الصيغة العامة التالية:

$$(\frac{t}{p}+1)^p = t' + 1$$

$$\boxed{t' = (1+\frac{t}{p})^p - 1}$$

حيث: $t'$: تمثل المعدل الحقيقي السنوي.

$t$: تمثل المعدل الإسمي السنوي.

$p$: تمثل عدد مرات رسملة الفوائد في السنة.

$t/p$: تمثل المعدل المقابل للوحدة الزمنية تضاف الفائدة إلى الأصل في نهايتها وبعبارة أخرى هي عن المعدل المطلوب لكسر السنة.

أما إذا كان المطلوب هو حساب $t$ بمعلومية $t'$، أي حساب المعدل الإسمي السنوي بمعلومية المعدل الحقيقي السنوي فإنه بتطبيق المبادئ الرياضية على المعادلة السابقة، يمكن حساب المعادلة المطلوبة كالآتي:

بما أن:

$$(\frac{t}{p}+1)^p = (t'+1)$$

إذن:

$$\frac{t}{p}+1 = (t'+1)^{1/p}$$

$$1-(t'+1)^{1/p} = \frac{t}{p}$$

معنى ذلك أن:

$$\boxed{t = p[(1+t')^{1/p}-1]}$$

**مثال 1**: ما هو المعدل الحقيقي السنوي المقابل للمعدل الإسمي السنوي 12% إذا الفائدة تضاف إلى الأصل:

1- كل نصف سنة.

2- كل ثلاثة أشهر.

3- كل شهر.

**الحل**: t = 12%

1- إذا كانت الفوائد تضاف كل نصف سنة:

عدد مرات الرسملة في السنة = 6/12 = 2 مرة ⟺ المعدل النصف سنوي = 2/12 = 6%.

معنى ذلك أن جملة الدينار في نهاية السنة = $(1.06)^2$= 1.123600.

إذن الفائدة الحقيقية في نهاية السنة = 1.123600-1 = 0.123600.

ومنه: فإن المعدل الحقيقي السنوي = 0.123600 × 100 = 12.36%.

باستخدام المعادلة السابقة:

$$(1+t') = (1+\frac{t}{p})^p$$

$$1+t' = \left(1+\frac{0.12}{2}\right)^2 = (1.06)^2 = 1.123600$$

$$t' = 1.123600 - 1 = 0.123600 = 12.36\%$$

2- إذا كانت الفوائد تضاف كل 3 أشهر: p = 4    t = 12%

$$1+t' = (1+\frac{t}{p})^p$$

$$1+t' = (1+\frac{0.12}{4})^4$$

$$t' = 12.55\%$$

3- اذا كانت الفوائد تضاف كل شهر: $p = 12$ $\quad t = 12\%$

$$1 + t' = (1 + \frac{t}{p})^{p}$$

$$1 + t' = (1 + \frac{0.12}{12})^{12}$$

$$t' = 12.68\%$$

**مثال 2**: ما هو المعدل السنوي الإسمي الذي بموجبه تضاف الفائدة إلى الأصل كل ربع سنة، إذا علمت أن المعدل الحقيقي السنوي هو 12%.

**الحل**: $p = 4$ $\quad t' = 12\%$

نعلم أن:

$$t = p[(1 + t')^{1/p} - 1]$$

$$t = 4[(1 + 0.12)^{4} - 1] = 11.5\%$$

**مثال 3**: أودع شخص مبلغا من المال في بنك حيث اقترح عليه ما يلي:

- معدل 12% بموجبه تضاف الفائدة إلى الأصل في نهاية كل شهر.
- معدل 12.25% بموجبه تضاف الفائدة إلى الأصل في نهاية كل نصف سنة.

**المطلوب**: ما هو القرار الأمثل؟.

**الحل**:

1- نستخرج المعدل الحقيقي السنوي المقابل للمعدل الإسمي 12% والذي بموجبه تضاف الفوائد إلى الأصل 12 مرة في السنة، بالتعويض في المعادلة نجد:

$$t' = \left(1 + \frac{t}{p}\right)^{p} - 1$$

$$t' = \left(1 + \frac{0.12}{2}\right)^{12} - 1 = 12.683\%$$

2- نستخرج المحدد الحقيقي السنوي المقابل للمعدل الإسمي 12.25% والذي بموجبه تضاف الفوائد إلى الأصل مرتين في السنة بالتعويض في المعادلة نجد:

$$t' = \left(1 + \frac{t}{p}\right)^{p} - 1$$

$$t' = \left(1 + \frac{12}{2}\right)^2 - 1 = 12.625\%$$

من الواضح أنه من وجهة نظر المودع أن المعدل الأكبر (12.683%) هو المفضل لأنه يعود عليه بعائد أفضل من العائد الذي يعطيه المعدل الثاني، وبالعكس من ذلك من وجهة نظر البنك فإن المعدل المفضل هو المعدل الثاني (12.625%) لأنه اختياره من طرف المودع يحمله عبئا أقل من المعدل الأول.

**ثانيا: خصم الديون بفائدة مركبة.**

**1- القيمة الحالية بفائدة مركبة:** القيمة الحالية هي العملية العكسية للرسملة، فرسملة مبلغ ما تعني تحديد وبمعدل معين القيمة المستقبلية لجملة ذلك المبلغ، أي يتم إضافة الفوائد المركبة إلى المبلغ الأصلي، أما الحالية فهي تحديد القيمة الحالية بمعدل معين لمبلغ يستحق في المستقبل بحيث أن الفوائد المركبة تطرح من ذلك المبلغ.

فالقيمة الحالية هي قيمة تستحق في المستقبل بعد طرح مبلغ الفائدة المركبة وتتمثل في المبلغ الواجب توظيفه بفائدة مركبة لمدة زمنية وبمعدل معين للحصول على رأسمال A في نهاية هذه المدة، وتعطى القيمة الحالية بفائدة مركبة بالقانون التالي:

$$\boxed{V_a = C = A(1+t)^{-n}}$$

**ملاحظة:** يحسب الحد $(1+t)^{-n}$ من الجدول المالي الثاني أو باستعمال الآلة الحاسبة.

**2- خصم الديون بفائدة مركبة:** تعرضنا لموضوع خصم الديون بفائدة بسيطة، حيث يمكن خصم الديون (الأوراق التجارية) قبل موعد استحقاقها بواسطة الخصم التجاري أو الخصم الصحيح، أما في حالة خصم الديون على أساس الفائدة المركبة فإنه غالبا ما يستخدم الخصم الصحيح (الحقيقي) المركب، لأنه باستخدام معدل الخصم التجاري المركب كثيرا ما تزيد قيمة الخصم التجاري المركب عن القيمة الإسمية للدين كلما ارتفع معدل الخصم وطالت مدة القطع، وعلى هذا الأساس يستخدم الخصم الحقيقي المركب، بحيث تصبح القيمة الحالية المركبة للدين الذي يستحق الدفع بعد مدة معلومة من الزمن هي القيمة التي إذا أضيفت إليها فائدتها المركبة لنفس المدة تؤول إلى قيمة الدين المستحق، بمعنى آخر تكون القيمة الإسمية للدين هي الجملة المركبة لقيمته الحالية وبذلك نستطيع القول أن القيمة الحالية الحقيقية هي بمثابة الأصل والقيمة الإسمية هي بمثابة الجملة.

**2-1- الخصم التجاري المركب:** يتم حساب الخصم التجاري المركب على أساس القيمة الإسمية للدين التي تمثل بطبيعة الحال الجملة عن مدة تحسب من يوم الخصم حتى تاريخ الاستحقاق وعلى ذلك فإن:

الخصم التجاري المركب = جملة القيمة الإسمية للدين — القيمة الإسمية للدين.

$$E_c = A(1+t)^n - A$$

$$\boxed{E_c = A[(1+t)^n - 1]}$$

**مثال:** ورقة تجارية قيمتها الإسمية 15000 دينار، تستحق بعد 8 سنوات خصمت في بنك بمعدل 10%، فما هي قيمة الخصم التجاري؟.

**الحل:** $A = 15000$ DA $\quad n = 8$ ans $\quad t = 10\%$

**– قيمة الخصم التجاري:**

$$E_c = A[(1+t)^n - 1]$$

$$E_c = 15000[(1.1)^8 - 1] = 17153.8 \text{ DA}$$

**ملاحظة:** نلاحظ أن مقدار الخصم التجاري المركب يزيد عن القيمة الإسمية لهذا الدين ولهذا فإن الخصم التجاري المركب نادر الاستخدام.

**2-2- الخصم الحقيقي (الصحيح) المركب:** يتم حساب مقدار الخصم الحقيقي المركب على أساس القيمة الحالية للدين عن مدة خصم تحسب من يوم الخصم حتى تاريخ الاستحقاق عن طريق معدل خصم حقيقي مركب كما يلي:

الخصم الحقيقي المركب = القيمة الإسمية – القيمة الحالية.

معنى ذلك:

$$E_R = A - C$$

$$E_R = A - A(1+t)^{-n}$$

$$\boxed{E_R = A[1 - (1+t)^{-n}]}$$

**مثال:** أحسب قيمة الخصم الحقيقي المركب لدين قيمته الإسمية 20000 دينار تستحق بعد 5 سنوات، إذا علمت أن معدل الخصم الحقيقي المركب هو 6% سنويا.

**الحل:** $A = 200000$ DA $\quad n = 5$ ans $\quad t = 6\%$

**– قيمة الخصم الحقيقي المركب:**

$$E_R = A[1 - (1+t)^{-n}]$$

$$E_R = 200000[1 - (1.06)^{-5}] = 5054.83 \text{ DA}$$

**ملاحظة:** نلاحظ أن مقدار الخصم الحقيقي المركب أقل من مقدار القيمة الإسمية، ولذلك فإن استعماله شائع لأنه أسلوب منطقي.

**3- تسوية الديون بفائدة مركبة:** سبق لنا عند تطرقنا لموضوع تسوية الديون بفائدة البسيطة، وقلنا أنه يمكن للمدين إذا توقع ظروف قد تؤدي به إلى عدم الوفاء بديونه في موعدها المحدد أن يطلب من دائنه تسوية ديونه بما يتلاءم مع ظروفه، هذه الحالة تنطبق أيضا في حالة الفائدة المركبة وفقا للقاعدة وهي أن القيمة الحالية للدين (أو

الديون) يجب أن تكافئ القيمة الحالية للدين (أو الديون) المستبدلة، وهو ما يعرف بمبدأ تسوية الديون أو تكافؤ رؤوس الأموال. وبالتالي يعرف التكافؤ بفوائد مركبة بنفس شروط التكافؤ بفائدة بسيطة أي بتساوي القيم الحالية والمحسوبة على أساس نفس المعدل.

**3-1- تكافؤ مبلغين أو ورقتين**: يتكافأ رأسمالين (ورقتين تجاريتين) بفوائد مركبة بتاريخ ما، إذا كان لهما نفس القيمة الحالية بهذا التاريخ والمحسوبة على أساس نفس المعدل، فنقول أن رأسمالين (ورقتين) متكافئتين إذا تحققت المساواة التالية:

$$\boxed{C_1 = C_2} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{A_1(1+t)^{-n1} = A_2(1+t)^{-n2}}$$

**مثال:** لدينا القيمة الاسمية للدين الأول 300000 دينار يستحق في 01 مارس 2016 والقيمة الاسمية للدين الثاني $A_2$ تستحق الدفع في 01 مارس 2018.

**المطلوب**: إذا كان تاريخ التكافؤ هو 01 مارس 2015 ومعدل التكافؤ 7%، فما هي القيمة الاسمية للدين الثاني إذا كانت الورقتين متكافئتين؟.

**الحل**:

$A_1 = 300000$ DA $\qquad t = 7\%$

مدة الدين الأول من 2015/03/01 إلى 2016/03/01: $n_1 = 1$ ans

مدة الدين الثاني من 2015/03/01 إلى 2018/03/01: $n_2 = 3$ ans

- **حساب القيمة الاسمية للدين الثاني**:

$$A_1(1+t)^{-n1} = A_2(1+t)^{-n2}$$

$$300000(1.07)^{-1} = A_2(1.07)^{-3}$$

$$A_2 = \frac{280373.83}{0.8162978} = 34370.03 \text{ DA}$$

**3-2- تكافؤ مجموعة من المبالغ (مجموعة أوراق تجارية)**: تكون مجموعتين من المبالغ أو الأوراق التجارية متكافئتين إذا كان لهما نفس القيم الحالية، أي أن مجموع القيم الحالية للمجموعة الأولى يساوي مجموع القيم الحالية للمجموعة الثانية بنفس المعدل.

فإذا كانت المجموعة الأولى تتكون من: $A_1, A_2, A_3$ خلال الفترات $n_1, n_2, n_3$ والمجموعة الثانية تتكون من $B_1, B_2, B_3$ خلال الفترات $p_1, p_2, p_3$ فإن:

$$\boxed{\begin{aligned} &A_1(1+t)^{-n1} + A_2(1+t)^{-n2} + A_3(1+t)^{-n3} \\ &\quad = B_1(1+t)^{-p1} + B_2(1+t)^{-p2} + B_3(1+t)^{-p3} \end{aligned}}$$

**3-3- حالات خاصة بتسوية الديون بفائدة مركبة:** لحساب القيم الحالية للديون القديمة بفائدة مركبة في تاريخ تسوية فإننا نصادق الحالات التالية:

**3-3-1- حالة الديون التي انقضى تاريخ استحقاقها:** نقوم في هذه الحالة باستخراج الجمل المركبة للديون التي انقضى ميعاد استحقاقها وذلك لأن المدين تأخر عن سداد ديونه عند تواريخ استحقاقها ليترتب عليه دفع فوائد عنها تحسب من تاريخ الاستحقاق وحتى تاريخ التسوية.

**3-3-2- حالة الديون التي تستحق في تاريخ التسوية:** في هذه الحالة تعتبر القيم الاسمية للديون المستحقة في تاريخ التسوية هي نفسها القيم الحالية لأن هذه الديون قد أصبحت واجبة الدفع عند هذا التاريخ.

**3-3-3- حالة الديون التي لم يحن موعد استحقاقها:** في هذه لحالة نقوم باستخراج القيم الحالية لهذه الديون ونطبق مبدأ التكافؤ أي بتساوي القيم الحالية للديون القديمة مع القيم الحالية للديون الجديدة.

**مثال:** تاجر مدين لأحد البنوك بالأوراق التجارية التالية:

- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 7000 دينار تستحق الدفع في 31 ديسمبر 2012.
- الورقة الثانية قيمتها الاسمية 12000 دينار تستحق الدفع في 31 ديسمبر 2015.
- الورقة الثالثة قيمتها الاسمية 15000 دينار تستحق الدفع في 31 ديسمبر 2018.

ولظروف مالية صعبة واجهت التاجر طلب من البنك تسوية لديونه بتاريخ 31 ديسمبر 2015 على أن يدفع له ورقة واحدة بتاريخ 31 ديسمبر 2017، فما هي القيمة الاسمية لهذه الورقة إذا كان المعدل 10% سنويا؟.

**الحل:** $t = 10\%$ $A_3 = 15000$ DA $A_2 = 12000$ DA $A_1 = 7000$ DA

مبدأ التكافؤ: $C_1 + C_2 + C_3 = C$

**1- إيجاد مجموع القيم الحالية القديمة:**

- الورقة الأولى: انقضى تاريخ استحقاقها: مدة التأخير $n_1 = 3$ ans.

$$C_1 = A_1(1+t)^n = 7000(1.1)^3 = 9317 \text{ DA}$$

وهي القيمة الحالية الواجبة الدفع في تاريخ التسوية.

- الورقة الثانية: تستحق الدفع يوم التسوية وبالتالي تعتبر قيمتها الاسمية هي نفسها القيمة الحالية أي:

$$C_2 = A_2 = 12000 \text{ DA}$$

- الورقة الثالثة: لم يحن تاريخ استحقاقها بعد: $n_3 = 3$ ans

$$C_3 = A_3(1+t)^{-n3}$$
$$C_3 = 15000(1.1)^{-3} = 10245.2 \text{ DA}$$

إذن القيم الحالية الواجبة الدفع يوم التسوية: $9317 + 12000 + 10245.2 = 31562.2$ دينار.

**2- القيمة الاسمية للورقة الوحيدة المعوضة للأوراق الثلاثة:**

$$A\ (1.1)^{-2} = 31562.2$$
$$A = 38190.26 \text{ DA}$$

**3-4- تطبيقات التكافؤ بفائدة مركبة:**

**3-4-1- الإستحقاق المشترك**: هو تاريخ الاستحقاق الذي يسمح بتكافؤ ورقة تجارية مع مجموعة من الأوراق التجارية، ويكون بذلك الاستحقاق المشترك هو إما البحث عن القيمة الاسمية للورقة التجارية المكافئة أو البحث عن القيمة الاسمية للورقة التجارية المكافئة أو البحث عن تاريخ الاستحقاق.

**مثال:** أحسب مدة استحقاق دين قدره 9625 دينار يسمح بتسديد الديون التالية: 2500 دينار يستحق الدفع بعد سنتين، 6000 دينار يستحق الدفع بعد 3 سنوات، مع العلم أن معدل الفائدة المطبق يقدر بـ 10%.

**الحل:** $A_3 = 6000$ DA $\quad A_2 = 2500$ DA $\quad A_1 = 9625$ DA

$n_3 = 3$ ans $\quad n_2 = 2$ ans $\quad n_1 = ?$

**- حساب مدة الاستحقاق:**

بتطبيق مبدأ التكافؤ:

$$A_1(1+t)^{-n1} = A_2(1+t)^{-n2} + A_3(1+t)^{-n3}$$

$$9625(1.1)^{-n1} = 2500(1.1)^{-2} + 6000(1.1)^{-3}$$

$$9625(1.1)^{-n1} = 2066.115 + 4507.889 = 6574.007 \text{ DA}$$

$$(1.1)^{-n1} = \frac{6574.007}{9625} = 0.683013 \Rightarrow -n^1\log 1.1 = \log 0.683013$$

$$\Rightarrow n_1 = 4 \text{ ans}$$

**3-4-2- الاستحقاق المتوسط**: تاريخ الاستحقاق المتوسط هو التاريخ الذي تكون فيه القيمة الاسمية للورقة الوحيدة مساوية لمجموع القيم الاسمية للأوراق المستبدلة حيث:

$$\boxed{N = \frac{\sum A_i \times n_i}{\sum A_i}}$$

**مثال:** أحسب الاستحقاق المتوسط لسند تجاري مخصص لتعويض السندات التالية:

- السند 1: قيمته الاسمية 20000 دينار يستحق بعد سنتين.
- السند 2: قيمته الاسمية 36000 دينار يستحق بعد 6 سنوات.
- السند 3: قيمته الاسمية 40000 دينار يستحق بعد 10 سنوات.

**الحل:** $A_3 = 40000$ DA $\quad A_2 = 36000$ DA $\quad A_1 = 20000$ DA

$n_3 = 10$ ans $\quad n_2 = 6$ ans $\quad n_1 = 2$ ans

**- تاريخ الاستحقاق المتوسط:**

$$N = \frac{\sum A_i \times n_i}{\sum A_i} = \frac{20000 \times 2 + 36000 \times 6 + 40000 \times 10}{20000 + 36000 + 40000} = 6.8$$

ومنه تاريخ الاستحقاق المتوسط هو 6 سنوات و 9 أشهر و 18 يوم

## تمارين حول الفائدة المركبة وتطبيقاتها.

**التمرين 01:** وظف شخص بفائدة مركبة بمعدل 10% سنويا، مبلغا C في 01 ماي 2015، ثم وظف مبلغ 2000 دينار في 01 ماي 2016، وفي 01 ماي 2017 سحب هذا الشخص قيمة محصلة قدرها 4620 دينار، فما هي قيمة المبلغ C الموظف؟.

**التمرين 02:** أحسب القيمة المحصلة لرأسمال قدره 1000 دينار موظف بمعدل سنوي 11.5% من أجل:

1- مدة 7 سنوات.

2- مدة 11 سنة و 5 أشهر.

**التمرين 03:** أودع شخص في بنك مبلغا معينا بمعدل فائدة معين فبلغت جملته بعد أربعة سنوات 134793.6 دينار وبعد ستة سنوات 156496.2 دينار.

**المطلوب:** 1- أحسب معدل الفائدة المركبة المطبق في هذه العملية.

2- أحسب قيمة رأس المال المودع في بداية المدة.

**التمرين 04:** مؤسسة تريد الحصول على ثلاثة أضعاف رأسمال يقدر بـ 250000 دينار خلال خمس سنوات.

**المطلوب:** 1- أحسب معدل الفائدة السداسي الذي يجب تطبيقه على هذا المبلغ لتحقيق ذلك.

2- إذا أودعت المؤسسة هذا المبلغ بمعدل 6% سداسيا، أحسب المدة التي تسمح بالوصول إلى نفس النتيجة.

**التمرين 05:** مؤسسة أودعت مبلغ 200000 دينار لمدة سبعة سنوات بمعدل فائدة مركبة سنوي 11.2%.

**المطلوب:** 1- أحسب قيمة المبلغ المحصل عليه في نهاية المدة.

2- أحسب قيمة الفائدة.

3- إذا تم سحب مبلغ 200000 دينار في نهاية السنة الرابعة ووضع في بنك آخر بمعدل فائدة مركبة 3.5% ثلاثيا، أحسب ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنوات السبعة للمبلغين.

**التمرين 06:** مؤسسة أودعت مبلغ 180000 دينار لمدة سنتين بمعدل فائدة مركبة معين فبلغت جملته 293404.15 دينار.

**المطلوب:** 1- أحسب معدل الفائدة المطبق إذا كان لكل أربعة شهور.

2- أحسب معدل الفائدة المطبق إذا كان سنويا.

**التمرين 07:** اقترح على أحد المستثمرين التوظيفيين التاليين:

- توظيف وحيد بـ 180000 دينار يتم في 1 أفريل من السنة N.

- 5 توظيفات سنوية بـ 46300 دينار أولها في 01 أفريل من سنة N، كلا من التوظيفين يتم بمعدل فائدة مركبة سنوي 9% ويسحبان في 31 ديسمبر من السنة (N+4).

**المطلوب:** أحسب القيمة المحصلة لكل توظيف، واختر التوظيف المناسب.

**التمرين 08:** رأسمالين X و Y مجموعهما 80000 دينار وظفا في نفس اليوم لمدة 6 سنوات بفائدة مركبة.

- وظف رأس المال X بمعدل سنوي 8% مع رسملة سنوية للفوائد.
- وظف رأس المال Y بمعدل سنوي 3.75% مع رسملة سداسية للفوائد.

وبعد انقضاء 6 سنوات بلغ مجموع الفوائد 46007.32 دينار.

**المطلوب:** أحسب كلا من X و Y.

**التمرين 09:** وظف مستثمر مبلغ من المال بفائدة مركبة، ولتكن لديك المعلومات التالية عن هذه العملية:

- القيمة المحصلة في نهاية السنة السابعة بلغت 177014.22 دينار.
- القيمة المحصلة في نهاية السنة العاشرة بلغت 226098.34 دينار.
- المبلغ الإجمالي للفوائد خلال مدة التوظيف بلغ 239974.29 دينار.

**المطلوب:** حساب:

1- معدل التوظيف مع توضيح العلاقة الموجودة بين القيم المحصلة.

2- مبلغ رأس المال.

3- مدة التوظيف.

**التمرين 10:** ثلاثة رؤوس أموال ذات مبالغ متساوية وظفت بفوائد مركبة مدة 3 سنوات بالشروط التالية:

- رأس المال الأول: رسملة سنوية للفوائد، معدل الرسملة 10% سنوي.
- رأس المال الثاني: رسملة سنوية للفوائد، معدل الرسملة 5% سداسي.
- رأس المال الثالث: رسملة ثلاثية للفوائد، معدل الرسملة 2.5% ثلاثي.

خلال ثلاث سنوات التالية كان الفرق بين فائدتي المبلغ الأول والثاني 272.88 دينار.

**المطلوب:** 1- أحسب المبلغ المشترك بين الرساميل الثلاثة.

2- أحسب الفرق ما بين فائدتي الرأسمالين الثاني والثالث.

**التمرين 11:** اشترى شخص منزل واختار بين دفع مبلغ 18000 دينار حالا أو دفع مبلغ 29000 دينار بعد 10 سنوات من الآن، علما معدل الفائدة المركبة السائد في السوق 5%، فأيهما الاختيار الأفضل للمشتري ولماذا.

**التمرين 12:** أودع شخص مبلغ 500 دينار في بنك بتاريخ 01 جانفي 2000 ومبلغ 1000 دينار في 01 جانفي 2001، ومبلغ 1300 دينار في 01 جانفي 2002، بمعدل فائدة مركبة سنوي 4%، فإذا كانت مدة

الإيداع لا تقل عن 04 سنوات، يكون للشخص الحق في الحصول على منحة في نهاية الفترة، تعادل قيمة الفوائد، ليتم تصفية الحساب بعد 06 سنوات من أول إيداع.

**المطلوب**: أحسب:

1- قيمة الفوائد.

2- القيمة المكتسبة في النهاية.

3- المعدل الحقيقي للعائد.

**التمرين 13**: أودع أحدهم مبلغين من المال متساويين في القيمة بفائدة مركبة لمدة 4 سنوات، المبلغ الأول بمعدل فائدة 8% سنويا مع حساب الفوائد كل نصف سنة، والمبلغ الثاني بمعدل فائدة 4%، فإذا علمت أنه بعد انتهاء مدة الإيداع وجد أن الفرق بين جملتي المبلغين قدر بـ 161.6 دينار.

**المطلوب**: تحديد قيمة هذين المبلغين.

**التمرين 14**: أودع شخص مبلغ 7500 دينار في أحد البنوك لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 5% عن كل نصف سنة، على أن تضاف الفائدة في نهاية كل سنة، فأوجد ما يقبضه هذا الشخص.

1- إذا كان معدل الفائدة يحسب على أساس معدل إسمي.

2- إذا كان معدل الفائدة يحسب على أساس معدل حقيقي.

**التمرين 15**: مبلغ من المال تم توظيفه بفائدة سنوية مركبة 10% لمدة خمسة سنوات وأربعة أشهر، فكانت قيمته في نهاية هذه المدة 242972.2753 دينار.

**المطلوب**: حساب قيمة المبلغ بطريقتين، وما الفرق بين الطريقتين في القيمة؟.

**التمرين 16**: مؤسسة أودعت مبلغ 120000 دينار بتاريخ 01 جانفي 2000 بمعدل فائدة مركبة 8% سنويا.

1- أحسب المبلغ المحصل عليه بتاريخ 15 أوت 2017 بطريقتين.

2- قيمة هذا المبلغ بعد نفس المدة لمعدل فائدة سداسي يبلغ 5%.

3- إذا سحبت هذه المؤسسة قيمة 15000 دينار في تاريخ 01 جانفي 2014 ومبلغ 15000 دينار بتاريخ 01 جانفي 2015، أحسب الجملة الجديدة في نفس المدة.

**التمرين 17**: عميل مدين لمؤسسة بالمبالغ الاتية:

- 4000 دينار لمدة 3 سنوات و 6 شهور.
- 5000 دينار لمدة 4 سنوات.
- 8000 دينار لمدة 6 سنوات.

**المطلوب**: 1- يطلب هذا المتعامل استبدال هذه الديون بدين وحيد يستحق الدفع بعد 3 سنوات، أحسب قيمة هذا الدين بمعدل فائدة 10% سنويا.

2- إذا سدد الدين الأول وأراد أن يستبدل الدينين الباقيين بورقة وحيدة تسدد بعد 7 سنوات، أحسب قيمة هذه الورقة بنفس المعدل.

**التمرين 18**: أراد شخص شراء عقار وله الاختيار بين طريقتين للتسديد:

1- أن يدفع فورا مبلغ 400000 دينار.

2- أن يقبل ورقتين تجاريتين قيمة كل منهما 210000 دينار، مستحقتي الدفع على الترتيب بعد سنتين وثلاث سنوات.

**المطلوب**: فما هي أفضل طريقة لتسديد بالنسبة للمشتري مع العلم أن معدل الفائدة هو7% سنويا.

**التمرين 19**: زبون مدين بالديون التالية: 12000 دينار لمدة ستة سنوات، 15000 دينار لمدة ثلاثة سنوات وسبعة أشهر، و18000 دينار والباقي يحرر على ورقة تجارية تسدد بعد ثلاثة سنوات من ذلك التاريخ.

**المطلوب**: 1- أحسب القيمة الاسمية للورقة إذا كان معدل الفائدة المستعمل 8.5% سنويا.

2- أحسب القيمة الاسمية لورقة تكافئ الدينين 2 و 3 بعد 5 سنوات وبنفس المعدل.

**التمرين 20**: شخص مدين لأحد البنوك بالديون التالية:

- 15000 دينار تستحق الدفع في 2000/06/30.
- 20000 دينار تستحق الدفع في 2006/06/30.
- 30000 دينار تستحق الدفع في 2007/06/30.

ولم يتمكن هذا الشخص من سداد أي مبلغ حتى 2002/06/30 حيث اتفق مع البنك على ما يلي:

1- تسحب كمبيالة لصالح البنك بمبلغ 40000 دينار تستحق الدفع بعد 4 سنوات وبمعدل 8% سنويا.

2- يسد الباقي نقدا على الفور.

**المطلوب**: ما قيمة المبلغ المسدد نقدا.

**التمرين 21**: مؤسسة مدينة لبنك بالديون التالية:

- 2000 دينار تستحق الدفع بعد سنة.
- 4000 دينار تستحق الدفع بعد سنتين.
- 3000 دينار تستحق الدفع بعد ثلاث سنوات.

فما هو التاريخ الذي يمكن أن تستبدل فيه هذه الديون بدين واحد، قيمته الاسمية 9000 دينار، إذا كان معدل الفائدة المستعمل من طرف البنك 6% سنويا.

## المحور الثالث: الدفعات المالية.

يمارس الأعوان الاقتصاديون يوميا عدة نشاطات تنتج عنها تعاملات دورية بمبالغ وقيم تنتقل أو تتدفق من جانب إلى آخر، فالأسر والمؤسسات الاقتصادية وغيرها تسدد مثلا دوريا قيم الفواتير الكهربائية والمياه وكذا أقساط الايجار، كما أن العمال والموظفين وغيرهم يتلقون شهريا أجرتهم ويدفعون بعض الاشتراكات الاجتماعية والتأمينات والضرائب وغيرها من المتطلبات ذات الصيغة الدورية.

وبالاقتراب أكثر من هذه المعاملات الدورية والتي يطلق عليها الدفعات نجدها تخضع إلى تقنيات مالية وتجارية كما أنها تختلف من ناحية الدورات أو الفترة الفاصلة بين عملية وأخرى ومن ناحية خضوعها إلى الشروط، وحتى نلتمس أكثر هذه العناصر أو جزء منها، سوف نتطرق إلى الدفعات المالية في جوانبها المختلفة، سواء كانت ثابتة أو متغيرة.

**أولا: الدفعات الثابتة.**

**1- تعريف الدفعات الثابتة:** يطلق مصطلح الدفعات الثابتة بصفة عامة على المبالغ المتساوية المدفوعة بانتظام خلال وحدات زمنية متتابعة ومتساوية وتسمى فترة الدفع أو السداد بالمدة، وقد تكون هذه المدة سنوية أو سداسية أو ثلاثية أو حتى شهرية، وفي كل الحالات تتميز الدفعات الثابتة بعدد من العناصر.

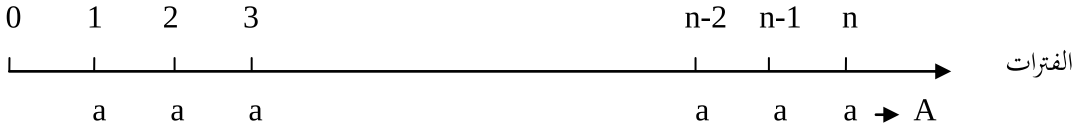
- قيمة الدفعات المقدمة دوريا متساوية.
- الفترة الفاصلة بين دفعة وأخرى متساوية.
- معدل فائدة متساوي.
- تحديد تاريخ أول دفعة وآخر دفعة.
- عدد الدفعات.

وفي الواقع هناك نوعان من الدفعات الثابتة أولها دفعات عادية يتم بواسطتها تسديد دين، أو تغطية التزام سابق، فيطلق عليها دفعات عادية أو دفعات السداد أو دفعات نهاية المدة كونها تدفع في نهاية الفترات. أما النوع الثاني هي دفعات تهدف إلى تكوين رأسمال، فهي تقدم في بداية الفترات ويطلق عليها دفعات الاستثمار أو دفعات بداية المدة، ولكل من النوعين خصائص محددة واستعمالات وشروط معينة، وسوف نتعرض لكل منها على حدى.

**2- الدفعات الثابتة العادية (دفعات السداد) (دفعات نهاية الدورة):** تدفع في نهاية كل فترة، وعادة ما تكون لتسديد دين أو تغطية التزام سابق، بحيث في نهاية مدة سداد الدفعات أي عند تقديم آخر دفعة يكون قد تكون رأسمال وهو هدف العملية، بينما يمكن تحديد قيمة مجموع هذه الدفعات في نقطة الصفر، أو في بداية الفترة الأولى التي تتطابق مع بداية مده الدفع الكلية وهذه القيمة تعد قيمة حالية للدفعات.

**2-1- جملة الدفعات الثابتة العادية:** الجملة لدفعات نهاية الدورة هي القيمة المكتسبة أو المحصلة، أي ما تجمع للشخص المسدد في نهاية عدد من الدفعات (عدد من الفترات).

**2–1–1– قانون جملة الدفعات العادية:** إذا افترضنا أن شخص كان يسدد في نهاية كل وحدة زمنية دفعة من المال قدرها a لمدة n من وحدات الزمن بمعدل فائدة مركبة قدره t، كما هو موضح بالمحور التالي:




- نلاحظ أنه عند الزمن 0 لا يكون أي دفع.
- أول دفعة تكون عند نهاية الفترة الأولى وبالتالي تكون جملتها:

$$A_1 = a(1+t)^{n-1}$$

- ثاني دفعة تكون عند نهاية الفترة الثانية أي الزمن 2 وبالتالي تكون جملتها:

$$A_2 = a(1+t)^{n-2}$$

- الدفعة ما قبل الأخيرة تكون عند نهاية الفترة (n-1) وبالتالي تكون جملتها:

$$A_{n-1} = a(1+t)$$

- الدفعة الأخيرة يتم تسديدها في نهاية الزمن n وبالتالي لا مدة لها ولا جملة بحيث: $A_n = a$

وبالتالي جملة الدفعات المحصل عليها في نهاية المدة تساوي مجموع القيم المكتسبة لكل دفعة في وحدة الزمن n ومنه يمكن أن نكتب:

$$A = a + a(1+t) + a(1+t)^2 + \cdots + a(1+t)^{n-1}$$

نلاحظ أن الطرف الأيمن من المساواة يشكل متتالية هندسية متزايدة حدها الأول a وأساسها (1+t) وعدد حدودها n، ويطبق قانون مجموع متتالية هندسية متزايدة نجد:

$$A = a\,\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1}$$

$$\boxed{A = a\,\frac{(1+t)^n - 1}{t}}$$

حيث العبارة: $\frac{(1+t)^n-1}{t}$ من الجدول المالي الثالث أو باستخدام الآلة الحاسبة.

**مثال:** أحسب جملة 8 دفعات سداد مقدار كل منها 5000 دينار إذا كان معدل الفائدة 5.5%.

**الحل:** $n = 8$ $t = 5.5\%$ $a = 5000$ DA

**– حساب جملة دفعات السداد:**

نعلم أن:

$$A = a\,\frac{(1+t)^n - 1}{t} = 5000\,\frac{(1.055)^8 - 1}{0.055} = 48607.86 \text{ DA}$$

**1-2-1- استخدام قانون جملة الدفعات العادية**: باستعمال علاقة جملة دفعات عادية يمكن:

**- حساب مبلغ الدفعة a**:

$$A = a\ \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\boxed{a = A\ \frac{t}{(1+t)^n - 1}}$$

**مثال**: أقام أحد الأشخاص بتسديد دين جملته 144865.62 دينار بواسطة 10 دفعات ثابتة نحو بنك يحسب فوائده بمعدل 8% سنويا، فما هو مقدار كل دفعة.

**الحل**: $n = 10$ $\quad t = 8\%$ $\quad A = 144865.62$ DA

**- حساب مقدار الدفعة a**:

$$a = A\ \frac{t}{(1+t)^n - 1} = 144865.62\ \times \frac{0.08}{(1.08)^{10} - 1} = 10000\ \text{DA}$$

**- حساب الدفعات n**:

$$A = a\ \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\boxed{\frac{A}{a} = \frac{(1+t)^n - 1}{t}}$$

**ملاحظة**: يجب أن يكون عدد الدفعات عدد صحيح.

**مثال**: يدفع شخص في نهاية كل فترة دفعة ثابتة قيمتها 10000 دينار، فبلغت القيمة المكتسبة في نهاية المدة: 150000 دينار، فإذا كان معدل الفائدة هو7% فما هو عدد الدفعات؟.

**الحل**: $a = 10000$ DA $\quad t = 8\%$ $\quad A = 150000$ DA

$$\frac{A}{a} = \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow \frac{150000}{10000} = \frac{(1.07)^n - 1}{0.07}$$

$$\Rightarrow (1.07)^n = 2.05$$

$$\Rightarrow \log(1.07)^n = \log 2.05$$

$$\Rightarrow n\ (0.029383777) = 0.31175386$$

$$\Rightarrow n = 10.6$$

نلاحظ أن عدد الدفعات محصور ما بين 10 و 11: $11 \leq n \leq 10$.

وأن عدد الدفعات يجب إجباريا أن يكون عدد صحيح، ففي هذه الحالة أمام الشخص ثلاث اختيارات.

1- تسديد 10 دفعات بتشكيل جملة تقدر بـ 150000 دينار بمعدل7%، ونبحث عن قيمة الدفعة الثابتة التي تكون أكبر من 10000 دينار (لأننا أخذنا أصغر عدد من الدفعات).

$$a = A\ \frac{t}{(1+t)^n - 1} = 150000 \times \frac{0.07}{(1.07)^{10} - 1} = 10856.62\ \text{DA}$$

2- تسديد 11 دفعة للحصول على جملة تقدر بـ 150000 دينار، ونحسب قيمة الدفعة التي تكون أقل من 10000 دينار (لأننا أخذنا أكبر عدد للدفعات).

$$a = A\ \frac{t}{(1+t)^n - 1} = 150000\ \times \frac{0.07}{(1.07)^{11} - 1} = 9503.53\ \text{DA}$$

3-تسديد 10 دفعات قيمة كل دفعة 10000 دينار وعند تسديد الدفعة الأخيرة نضيف دفعة تكميلية تساوي الفرق بين الجملة المعطاة 150000 دينار وجملة الدفعات العشرة.

- جملة الدفعات العشرة:

$$A = a\ \frac{(1+t)^n - 1}{t} = 10000 \times \frac{(1.07)^{10} - 1}{0.07} = 138164.47\ \text{DA}$$

وبالتالي الدفعة التكميلية هي: 150000-138164.47= 11835.52

**- حساب المعدل t:**

$$A = a\ \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\boxed{\frac{A}{a} = \frac{(1+t)^n - 1}{t}}$$

**مثال:** بلغت القيمة المكتسبة 100703.599 دينار من دفع 12 دفعة ثابتة في نهاية كل فترة، فإذا كانت قيمة الدفعة 5000 دينار، فما هي قيمة معدل الفائدة؟.

**الحل:** a = 5000 DA n = 12 A = 100703.599 DA

**- حساب المعدل t:**

$$\frac{A}{a} = \frac{(1+t)^n - 1}{t} \Leftrightarrow \frac{100703.599}{5000} = \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow t = 9\%$$

**2-2- القيمة الحالية للدفعات الثابتة العادية:** المقصود بالقيمة الحالية لدفعات السداد هو تقييم (تحديد) متتالية الدفعات في الزمن 0 (لحظة إمضاء العقد) أي فترة قبل تسديد الدفعة الأولى.

**2-2-1- قانون القيمة الحالية للدفعات العادية:** إن القيمة الحالية لمتوالية دفعات السداد هي عبارة عن مجموع القيم الحالية لكل دفعة من هذه الدفعات، كما هو موضح في الشكل التالي:

0 1 2 3 n-2 n-1 n

الفترات

Va a a a a a a

- القيمة الحالية للدفعة الأولى: $V_{a1} = a(1+t)^{-1}$
- القيمة الحالية للدفعة الثانية: $V_{a2} = a(1+t)^{-2}$
- القيمة الحالية للدفعة (n-1): $V_{an-1} = a(1+t)^{-(n-1)}$
- القيمة الحالية للدفعة n: $V_{an} = a(1+t)^{-n}$

وبالتالي: $V_a = a(1+t)^{-1} + a(1+t)^{-2} + \cdots + a(1+t)^{-n}$

المجموع السابق يشكل متتالية هندسية متزايدة حدها الأول $a(1+t)^{-n}$ وعدد حدودها $n$ وأساسها (1+t)، وبتطبيق قانون مجموع متتالية هندسية نجد:

$$V_a = a(1+t)^{-n}\left[\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1}\right]$$

$$V_a = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

حيث العبارة: $\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$ من الجدول المالي الرابع، أو باستخدام الآلة الحاسبة.

**مثال:** ما هي القيمة الحالية لـ 4 دفعات متساوية مبلغ الواحدة 10000 دينار الأولى في نهاية السنة الأولى بمعدل 6% سنويا؟.

**الحل:** a = 10000 DA n = 4 t = 6%

**- حساب القيمة الحالية:**

$$V_a = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} = 10000 \times \frac{1-(1.06)^{-4}}{0.06}$$
$$V_a = 34651.05DA$$

**2-2-2- استخدام قانون القيمة الحالية للدفعات العادية:** باستعمال علاقة القيمة الحالية لدفعات السداد يمكن:

**- حساب مبلغ الدفعة a:**

$$\boxed{a = V_a\frac{t}{1-(1+t)^{-n}}}$$

– حساب عدد الدفعات n:

$$\boxed{\frac{V_a}{a} = \frac{1-(1+t)^{-n}}{t}}$$

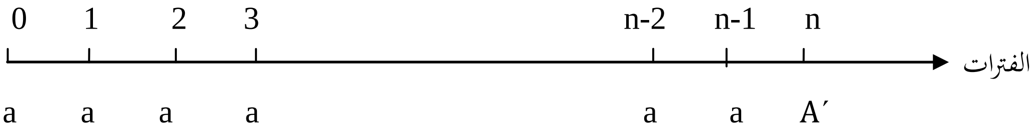
– حساب المعدل t:

$$\boxed{\frac{V_a}{a} = \frac{1-(1+t)^{-n}}{t}}$$

**3– الدفعات الثابتة غير العادية (دفعات التوظيف أو الاستثمار) (دفعات بداية الدورة)**: دفعات بداية المدة (الدورة) الثابتة، هي المبالغ التي تودع دوريا في بداية كل فترة، الغرض منها تجميع رأسمال في نهاية مدة التوظيف، أما جملتها فتحسب في نهاية مدة التوظيف أو تكوين رأس المال، أي بعد القسط الأخير بفترة زمنية واحدة، فهي موجهة أساسا لتكوين رأسمال لذا تسمى بدفعات التوظيف أو دفعات الاستثمار.

**3–1– جملة الدفعات الثابتة غير العادية:** هي القيمة المحصلة أو المكتسبة في نهاية التوظيف لعدد من الدفعات.

**3–1–1– قانون جملة الدفعات غير العادية:** لنفرض أن شخص يوظف مبلغ قدره a، في أول كل وحدة زمن لدى بنك يحسب الفوائد بالمعدل t وذلك لمدة مقدارها n من الوحدات الزمنية، ولتوضيح ذلك نستعين بالشكل التالي:




– الدفعة الأولى عند الزمن 0 وبالتالي تكون جملتها:

$$A_1 = a(1+t)^n$$

– الدفعة الثانية تكون عند الزمن 1 وبالتالي تكون جملتها:

$$A_2 = a(1+t)^{n-2}$$

– الدفعة الأخيرة عند الزمن (n-1) وبالتالي تكون جملتها:

$$A_n = a(1+t)$$

وعليه فجملة دفعات بداية الدورة تساوي مجموع الجمل المركبة لكل دفعة من الدفعات في نهاية المدة أي في الزمن n، أي فترة بعد تسديد الدفعة الأخيرة، حيث:

$$A = a(1+t) + a(1+t)^2 + \cdots + a(1+t)^n$$

المجموع السابق يمثل متتالية هندسية متزايدة حدها الأول a (1+t) وأساسها (1+t) وعدد حدودها n، وبتطبيق قانون مجموع متتالية هندسية متزايدة نجد:

$$A' = a(1+t)\left[\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1}\right]$$

$$\boxed{A' = a\left[\frac{(1+t)^{n+1} - 1}{t} - 1\right]}$$

**مثال:** طالب يريد أن يوظف منحته الثلاثية المقدرة بـ 4000 دينار لدى بنك، فما هي القيمة التي تحصل عليها عند تخرجه، إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة يقدر بـ 9% لكل ثلاثي؟.

**الحل:** a= 4000 DA    n = 12    t = 9%

**- حساب الجملة:**

$$A' = a\left[\frac{(1+t)^{n+1} - 1}{t} - 1\right]$$

$$A' = 4000\left[\frac{(1.09)^{13} - 1}{0.09} - 1\right] = 87813.53 \text{ DA}$$

**3-1-2- استخدام قانون جملة الدفعات غير العادية:** باستعمال علاقة جملة الدفعات غير العادية يمكن:

**- حساب مبلغ الدفعة a:**

$$\boxed{a = A'\left[\frac{t}{(1+t)^{n+1} - 1} + 1\right]}$$

**- حساب عدد الدفعات n:**

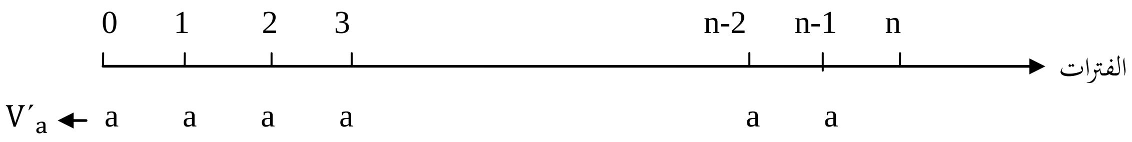
$$\boxed{\frac{A'}{a} = \frac{(1+t)^{n+1} - 1}{t} - 1}$$

**- حساب المعدل t:**

$$\boxed{\frac{A'}{a} = \frac{(1+t)^{n+1} - 1}{t} - 1}$$

**3-2- القيمة الحالية للدفعات غير العادية:** القيمة الحالية لدفعات الاستثمار نقصد بها تقدير زمن الدفعات من تاريخ تقديمها إلى النقطة الصفر، أي بداية مدة التوظيف أي عند تسديد الدفعة الأولى.

**3-2-1- قانون القيمة الحالية للدفعات غير العادية:** إن القيمة الحالية لدفعات الاستثمار هي عبارة عن مجموع القيم الحالية لكل دفعة من هذه الدفعات كما هو موضح بالشكل التالي:




– القيمة الحالية للدفعة الأولى: $V'_{a1} = a$

– القيمة الحالية للدفعة الثانية: $V'_{a2} = a(1+t)^{-1}$

– القيمة الحالية للدفعة الأخيرة: $V'_{an-1} = a(1+t)^{-(n-1)}$

وبتطبيق مجموع المتتالية الهندسية نجد:

$$\boxed{Va' = a(1+t)\left[\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}\right]}$$

**مثال:** ما هي القيمة الحالية لـ 6 دفعات توظيف مقدار كل منها 5000 دينار، إذا كان معدل الفائدة المستعمل 10%؟.

**الحل:** $a = 5000$ DA $\quad n = 6 \quad t = 10\%$

بتطبيق قانون القيمة الحالية لدفعات التوظيف:

$$Va' = a(1+t)\left[\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}\right]$$

$$V'_a = 5000(1.1)\left[\frac{1-(1.1)^{-6}}{0.1}\right] = 23953.9 \text{ DA}$$

**3-2-2- استخدام قانون القيمة الحالية للدفعات غير العادية:** باستعمال علاقة القيمة الحالية لدفعات الاستثمار يمكن:

**– حساب مبلغ الدفعة a:**

$$\boxed{a = \frac{V'_a}{(1+t)}\left[\frac{t}{1-(1+t)^{-n}}\right]}$$

**– حساب عدد الدفعات n:**

$$\boxed{\frac{V'_a}{a(1+t)} = \frac{1-(1+t)^{-n}}{t}}$$

**– حساب المعدل t:**

$$\boxed{\frac{V'_a}{a} = (1+t)\left[\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}\right]}$$

**ثانيا: الدفعات المتغيرة.**

**1– تعريف الدفعات المتغيرة:** وهي الدفعات التي تتسم بعدم ثبات مبلغ الدفعة وتختلف مبالغ الدفعات بعضها البعض، وقد تكون هذه الدفعات متغيرة بانتظام وهي التي تخضع في تغييرها لقانون رياضي معين مثل قوانين المتتالية العدية أو المتواليات الهندسية أو أي نوع أخر من المتسلسلات وقد تكون هذه الدفعات متزايدة أو متناقضة. كما قد تكون هذه الدفعات متغيرة بدون انتظام أي الدفعات التي لا تخضع لقانون ثابت في تغيرها، وهذا النوع من الدفعات يعالج بالقوانين الأساسية لنظرية الفوائد المركبة.

**2– الدفعات ذات متتالية حسابية:** مهما كانت المدة يتم الحصول على حدود هذه السلسلة من الدفعات عن طريق إضافة إلى الدفعة السابقة قيمة ثابتة يرمز لها بالرمز r، تسمى أساس المتتالية.

**2–1– جملة الدفعات ذات متتالية حسابية:** القيمة المكتسبة A بمعدل فائدة t لسلسلة n دفعت مؤخرة السداد بمتوالية حسابية تعني مجموع القيم المكتسبة لكل من هذه الدفعات المحددة مباشرة بعد دفع آخر دفعة، حيث:

الفترات: 0 — 1 — 2 — 3 — … — n-1 — n

a — a+r — a+2r — … — a+(n-2)r — a+(n-1)r → A

وعليه:

$$A = a(1+t)^{n-1} + (a+r)(1+t)^{n-2} + (a+2r)(1+t)^{n-3} + \cdots + (a+(n-2)r)(1+t) + (a+(n-1)r)$$

$$A = a[(1+t)^{n-1} + (1+t)^{n-2} + \cdots + (1+t) + 1] + r[(1+t)^{n-2} + 2(1+t)^{n-3} + \cdots + (n-2)(1+t) + (n-1)$$

الجزء الأول من العبارة يمثل مجموع n حد تتبع متتالية هندسية أساسها (1+t) وحدها الأول 1، فإذا رمزنا لمجموع الحد r بـ S تصبح A من الشكل:

$$A = a\ \left[(1+t)^n - \frac{1}{t}\right] + rS \ldots\ldots\ldots\ldots.(1)$$

حيث:

$$S = (1+t)^{n-2} + 2(1+t)^{n-3} + \cdots + (n-2)(1+t) + (n-1) \ldots\ldots\ldots\ldots.(2)$$

نضرب طرفي المساواة (2) في (1+t) نجد:

$$S(1+t) = (1+t)^{n-1} + 2(1+t)^{n-2} + \cdots + (n-2)(1+t)^2 + (n-1)(1+t) \ldots..(3)$$

الفرق حدا بحد من نفس الدرجة بين عبارتي المساواة (2) و (3) نجد:

$$S'(1+t) - S = (1+t)^{n-1} + (1+t)^{n-2} + \cdots + (1+t)^2 + (1+t) - (n-1)$$

$$S_i = (1+t)^{n-1} + (1+t)^{n-2} + \cdots + (1+t)^2 + (1+t) - n$$

حدود المجموع المعين تكون متتالية هندسية بـ n حد أساسها (1+t) وحدها الأول 1.

$$S_i = \left[(1+t)^n - \frac{1}{i}\right] - n$$

$$\boxed{S = \frac{1}{t}[((1+t)^n - 1/t) - n]}$$

نعوض قيمة S في المساواة (1):

$$A = a\left[(1+t)^n - \frac{1}{t}\right] + \frac{r}{t}\left[((1+t)^n - \frac{1}{t}) - n\right]$$

$$\boxed{A = \left[(1+t)^n - \frac{1}{t}\right]\left[a + (\frac{r}{t}) - (\frac{nr}{t})\right]}$$

**2–2– القيمة الحالية للدفعات ذات متتالية حسابية:** القيمة الحالية Va بمعدل t لسلسلة من دفعات مؤخرة السداد ذات متتالية حسابية هي مجموع القيم الحالية لكل الدفعات المعبر عنها فترة قبل الدفعة الأولى، وتنتج القيمة الحالية عن طريق تحديث الجملة ( القيمة المكتسبة).

حيث:

$$V_a = A(1+t)^{-n}$$

نعوض A بقيمتها نجد:

$$V_a = [(1+t)^n - 1/t]\left[a + \left(\frac{r}{t}\right)] - \left(\frac{nr}{t}\right)\right](1+t)^{-n}$$

$$V_a = [1 - (1+t)^{-n}/t]\left[[a + \frac{r}{t}] - (\frac{nr}{t})(1+t)^{-n}\right]$$

نضيف ونطرح nr/t:

$$V_a = [1 - (1+t)^{-n}/t]\left[[a + \frac{r}{t}] - (\frac{nr}{t})(1+t)^{-n}\right] + (\frac{nr}{t}) - (\frac{nr}{t})$$

$$V_a = [1 - (1+t)^{-n}/t]\left[a + \frac{r}{t}\right] + nr[1 - (1+t)^{-n}/t] - (\frac{nr}{t})]$$

$$\boxed{V_a = [1 - (1+t)^{-n}/t]\left[a + \frac{r}{t} + nr\right] - (\frac{nr}{t})]}$$

**مثال:** ما هي القيم المكتسبة والحالية لسلسلة من الدفعات خصائصها كالاتي:

t = 8%  n = 10  a = 12000 DA  r = 1200

**– حساب القيم المكتسبة:**

نعلم أن:

$$A = \left[(1+t)^n - \frac{1}{t}\right]\left[a + (\frac{r}{t}) - (\frac{nr}{t})\right]$$

$$A = \left[(1.08)^{10} - \frac{1}{0.08}\right]\left[12000 + (\frac{1200}{0.08}) - (10 \times \frac{1200}{0.08})\right]$$

$$A = 241137.19 \text{ DA.}$$

**– حساب القيم الحالية:**

نعلم أن:

$$V_a = [1 - (1+t)^{-n}/t]\left[a + \frac{r}{t} + nr\right] - (\frac{nr}{t})]$$

$$V_a = [1 - (1.08)^{-10}/0.08]\left[12000 + \frac{1200}{0.08} + 10 \times 1200\right] - (10 \times \frac{1200}{0.08})]$$

$$V_a = 111683.13 \text{ DA}$$

**3– الدفعات ذات متتالية هندسية:** حيث يتم الحصول على كل حد من السلسلة عن طريق ضرب سابقتها بقيمة يرمز لها بـ q تسمى أساس المتتالية.

**3–1– جملة الدفعات ذات متتالية هندسية:** القيمة المكتسبة A بمعدل الفائدة t لسلسلة n دفعات مؤخرة لسداد بمتوالية هندسية تعني مجموع القيم المكتسبة لكل من هذه الدفعات المحددة مباشرة بعد دفع آخر دفعة.

| الفترات | 0 | 1 | 2 | 3 | … | n-1 | n | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $a$ | $aq$ | $aq^2$ | … | $aq^{n-2}$ | $aq^{n-1}$ | $\rightarrow A'$ |

حدود هذه المجموعة هي:

$$A' = a(1+t)^{n-1} + aq(1+t)^{n-2} + aq^2(1+t)^{n-3} + \cdots + aq^{n-2}(1+t) + aq^{n-1}$$

حدود المجموع تمثل متتالية هندسية حدها الأول: $a(1+t)^{n-1}$ وأساسها $q/(1+t)$

وعليه:

$$A' = a[(1+t)^{n-1}\frac{(\frac{q}{1+t})^n - 1}{\left(\frac{q}{1+t}\right) - 1}]$$

$$A' = a[(1+t)^{n-1}\frac{\frac{q^n-(1+t)^n}{(1+t)^n}}{\frac{q-(1+t)}{1+t}}]$$

$$A' = a\,[(1+t)^{n-1}\frac{q^n - (1+t)^n}{q - (1+t)} \times \frac{1+t}{(1+t)^n}]$$

$$A' = a\left[\frac{q^n - (1+t)^n}{q - (1+t)} \times \frac{(1+t)^n}{(1+t)^n}\right]$$

$$\boxed{A' = a\left[\frac{q^n - (1+t)^n}{q - (1+t)}\right]}$$

**2-3- القيمة الحالية للدفعات ذات متتالية هندسية:**

نعلم أن:

$$V'_a = A'(1+t)^{-n}$$

$$\boxed{V'_a = \frac{a}{(1+t)^n}\left[\frac{q^n - (1+t)^n}{q - (1+t)}\right]}$$

**ملاحظة:** 1- هذه القواعد تسمح بحساب القيم الحالية والمكتسبة لدفعات ذات متتالية هندسية وإذا كان الأساس q يختلف عن (1+t).

2- في حالة ما إذا: q=1+t، القواعد تصبح:

- القيمة المكتسبة: $A' = na(1+t)^{n-1}$

- القيمة الحالية: $Va' = na(1+t)^{-1}$

$$\boxed{Va' = \frac{na}{1+t} = \frac{na}{q}}$$

**مثال:** أحسب القيم المكتسبة والحالية بمعدل 8% لمجموعة من 10 دفعات تنمو بـ 5% وحدها الأول 6000 دينار جزائري.

**الحل:** q = 1.05 t = 8% n = 10

**- القيمة المكتسبة:**

$$A' = a\left[\frac{q^n - (1+t)^n}{q - (1+t)}\right] = 6000\left[\frac{(1.05)^{10} - (1.08)^{10}}{(1.05) - (1.08)}\right] = 106006.07\ \text{DA}$$

**- القيمة الحالية:**

$$V'_a = \frac{a}{(1+t)^n}\left[\frac{q^n - (1+t)^n}{q - (1+t)}\right]$$

$$V'_a = \frac{6000}{(1.08)^{10}}\left[\frac{(1.05)^{10} - (1.08)^{10}}{(1.05) - (1.08)}\right] = 49101.32\ \text{DA}$$

## تمارين حول الدفعات المالية.

**التمرين 01:** يتردد مستثمر بين نوعين من التوظيفات:

- توظيف وحيد بمبلغ 180000 دينار يتم في 31 ديسمبر 2013.
- 5 توظيفات سنوية بـ 46300 دينار للواحد أولها في 31 ديسمبر 2014.

يتم كلا التوظيفين بمعدل سنوي 9% لتسحب العوائد في 31 ديسمبر 2018.

**المطلوب:** أحسب القيمة المكتسبة والمحققة في كل نوع من التوظيفات السابقة وأي التوظيفين أفضل؟.

**التمرين 02:** متتالية تتألف من 7 دفعات ثابتة بقيمة 12500 دينار للواحدة تنتج ما قيمته 112392,14 دينار في آخر يوم للتوظيف.

**المطلوب:** أحسب معدل الفائدة.

**التمرين 03:** 1- أحسب في تاريخ 15 أكتوبر 2004 قيمة متتالية دفعات قيمة الواحدة 12000 دينار حيث تاريخ أول توظيف 15 أكتوبر 2005 أما تاريخ آخر دفعة توظيف 15 أكتوبر 2017 وذلك بمعدل 10,5%.

2- أحسب قيمة نفس هذه المتتالية في 15 أكتوبر 2017.

**التمرين 04:** يسدد شخص سنويا مبالغ ثابتة قدرها 10000 دينار في بنك بمعدل فائدة 10%، تاريخ أول تسديد 01 ديسمبر 2002 وتاريخ آخر تسديد 01 ديسمبر 2017.

**المطلوب:** 1- أحسب مبلغ رأس المال المتحصلة عليه في نهاية العملية.

2- أحسب مبلغ رأس المال المقترض.

3- ما هو عدد الدفعات للحصول على رأسمال قدره 572750 دينار.

**التمرين 05:** قام موظف بشراء سيارة وكان له الاختيار بين طرق التسديد الثلاثة التالية:

- الطريقة الأولى: دفع فوري ونقدا في يوم الشراء مبلغ 700000 دينار.
- الطريقة الثانية: دفع مبلغ 500000 دينار فورا و 55000 دينار بعد 5 سنوات.
- الطريقة الثالثة: دفع 5 دفعات ثابته قيمة كل منها 20000 دينار.

**المطلوب:** إذا كان معدل الفائدة السائدة 10% سنويا.

1- ماهي طريقة الدفع المثلى.

2- حسب طريقة التسديد الثالثة ما هي قيمة السيارة.

**التمرين 06:** شخص يودع سنويا مبلغا معينا لمدة 12 سنة حيث:

- 04 دفعات متساوية قيمة كل واحدة x دينار.
- ثم 04 دفعات أخرى متساوية قيمة كل واحد 2 x دينار.

- ثم 04 دفعات متساوية بقيمة 3 x دينار للواحدة.

فإذا علمت أن القيمة الحالية لكل هذه الدفعات بمعدل 10% بلغت 412072,8905 دينار فما هي قيمة المبلغ x وقيمة المبلغ المتحصل عليه في نهاية التوظيف؟.

**التمرين 07**: اقترضت مؤسسة مبلغا من المال على أن يسدد بدفعات متساوية عددها 6، تدفع أولها سنتين من تاريخ القرض والباقية أيضا بعد كل سنتين بمعدل فائدة سنوي 8,5% فإذا علمت أن الدائن كان يستثمر الدفعات بمجرد استلامها بمعدل فائدة 8% سنويا، وأن قيمة الدفعة 20000 دينار.

**المطلوب**: 1- أحسب أصل القرض.

2- أحسب قيمة القرض في نهاية عملية التسديد.

3- أحسب قيمة المبلغ المتحصل عليه من عملية استثمار الدفعات.

**التمرين 08**: لبناء متجر قام شخص باقتراض مبلغ 1000000 دينار، واتفق مع البنك على أن يسدد هذا القرض في شكل دفعات ثابتة سداسية خلال 7 سنوات و6 أشهر بمعدل فائدة 7% سداسيا.

**المطلوب**: 1- أوجد قيمة الدفعة.

2- لاغتنام عمليه الانتهاء قام هذا الشخص بصرف مبلغا إضافيا قدره 600000 دينار في نهاية السنة الثامنة فما هي تكلفة هذا البناء عند نهاية السنة العاشرة؟.

**التمرين 09**: من أجل تسديد قيمة آلة بعد 6 سنوات بمبلغ 160000 دينار تقوم مؤسسة باستثمار دفعات بقيمة 20000 دينار سنويا وهي لا تملك حاليا إلا مبلغ 16000 دينار، فما هو معدل الفائدة الذي يجب تطبيقه حتى تجمع قيمة الآلة بعد 6 سنوات.

إذا استطاعت هذه المؤسسة أن تتحصل عل الأموال حاليا لشراء الآلة، وقد عرضت عليها طرق التسديد التالية:

1- تسديد 50000 دينار عند الشراء و 71000 دينار بعد 6 سنوات.

2- تسديد هذا المبلغ بواسطة دفعات متساوية أولها في نهاية السنة الثالثة من تاريخ الشراء.

3- التسديد الفوري لقيمة الشراء المقدرة بـ 110000 دينار.

فإذا كان معدل الفائدة المستعمل في هذه الحالات هو 8% فما هي الطريقة التي تختارها هذه المؤسسة للتسديد؟.

**التمرين 10**: مؤسسة تنتج آلات وتبيعها بطرق ثلاثة:

1- الدفع نقدا.

2- بالتقسيط لمدة 7 سنوات بمعدل 10% سنويا.

3- دفع نصف القيمة والباقي بعد 4 سنوات بمعدل 10% سنويا.

مع العلم أن هذه المؤسسة تستثمر أموالها في بنك بعد تسامها في كل الحالات بمعدل 11% سنويا، وسعر البيع الحالي للآلات يقدر بـ 100000 دينار، فأي الحالات تكون أكثر استفادة للمؤسسة.

**التمرين 11**: في بداية كل شهر يوظف عامل جزء من أجره الشهري في صندوق التوفير والاحتياط بمعدل فائدة مركبة 10% سنويا وذلك لمدة 3 سنوات، في نهاية السنة الثالثة قدر إجمالي ما جمعه 50000 دينار.

**المطلوب**: 1- أوجد مبلغ القسط الشهري الذي كان يوظفه.

2- ما هو رصيده في الصندوق لو لم يسحب هذا المبلغ حتى نهاية السنة الرابعة.

**التمرين 12**: من أجل تكوين رأسمال يودع أحد الأشخاص سنويا مبلغ 20000 دينار ولمدة 20 سنة وذلك بمعدل 5% سنويا.

**المطلوب**: 1- أحسب قيمة المبلغ المحصل عليه عند ايداع آخر دفعة.

2- أحسب قيمه المبلغ الإجمالي الذي يفترض أن يودعه هذا الشخص.

3- بعد تكوينه لرأس المالِ أراد هذا الشخص شراء منزلِ غير أنه وجد القيمة المكتسبة غير كافية، فاضطر للتعاقد مع البائع على تسديد البقية بـ 5 دفعات متساوية مبلغ الدفعة 51000 دينار بمعدل 6%.

فما هو سعر المنزل؟.

**التمرين 13**: لدينا دفعات سنوية قيمة كل منها 8000 دينار بحيث بلغت جملتها إذا اعتبرناها دفعات بداية المدة 78645,1139 دينار وإذا اعتبرناها دفعات نهاية المدة كانت جملتها لنفس العدد 72483,976 دينار.

**المطلوب**: أحسب:

1- معدل الفائدة المطبق على الدفعات.

2- عدد الدفعات المحققة لهذه الجمل.

3- مجموع الفوائد التي يحققها المودع في هذه العملية.

**التمرين 14**: 1- أحسب الجملة المحصلة والقيمة الحالية لـ 12 دفعة سنوية تشكل متتالية هندسية أساسها 1,10، ومعدل الرسملة 9% سنويا، وقيمة الدفعة 1000 دينار.

2- نفس السؤال إذا كان معدل الرسملة 10%.

**التمرين 15**: أحسب القيمة المحصلة والقيمة الأصلية لمتتالية حسابية من 8 دفعات أساسها 400 دينار وقيمة الدفعة 7000 دينار، وذلك بمعدل 8% سنويا.

**التمرين 16**: يرغب شخص في تكوين رأسمال قدره 200000 دينار في 01 جانفي 2017، ولهذا يضع في حسابيه البنكي سنويا مبلغا ثابتا وذلك ابتداءا من 01 جانفي 2007.

**المطلوب**: 1- ماهي قيمة المبلغ المدفوع سنويا إذا كان معدل الفائدة المطبق 8%؟.

2- إذا ما افترضنا أن الأقساط السنوية تشكل متتاليه هندسية أساسها 1,12، فما هو المبلغ الموظف في 01 جانفي 2007 ؟.

**التمرين 17**: ماهي القيمة الحالية لسلسلة من الدفعات المؤجلة علما أن:

- أول دفعة بـ 16000 دينار وحدودها تتبع متتالية حسابية أساسها 2، وبمعدل 7%.

- أول دفعة بـ 8000 دينار وحدودها تتبع متتالية حسابية أساسها 0,7 بمعدل 5%.

**التمرين 18**: يقرض البنك مبلغا معينا لشركة ما، هذه الأخيرة تسدد n دفعة.

هذه الدفعات تكون متتالية هندسية أساسها 1,10 ويتم احتساب الفائدة المركبة بمعدل 8% سنويا، هذه الدفعات يعاد استثمارها على الفور من قبل البنك بمعدل سنوي 5% وتسدد بالكامل في تاريخ n.

**المطلوب**: 1- أحسب أول دفعة بدلالة Va.

2- حساب القيمة المكتسبة للدفعات بدلالة Va بالأخذ بعين الاعتبار إعادة الاستثمار.

3- الإجابة على الأسئلة السابقة إذا افترضنا أن هذه الدفعات تكون متتالية هندسية أساسها 0,01.

**التمرين 19**: اقترض شخص مبلغ 150000 دينار على أن يسدد بعد 18 سنة مع فوائد بمعدل 8%، وفي نهاية ستة سنوات من تاريخ القرض أراد المدين أن يسدد الدين على دفعات سنوية متساوية.

**المطلوب**: 1- أحسب قيمة الدفعة الثابتة.

2- أحسب قيمة الدفعة الثابتة في حالة عدم حساب فوائد السنوات الست الأولى.

3- بعد تسديد الدفعة الرابعة تغيرات الدفعة لتصبح 35000 دينار على أن ينتهي التسديد في نهاية السنة الرابعة عشرة من تاريخ القرض الأول، فأحسب معدل الفائدة الجديدة في هذه الحالة.

# المحور الرابع: اهتلاك القروض.

تعتبر الأموال أو رأس المال في الاقتصاد جوهر النشاط الاقتصادي، فكما تختلف استعمالاتها فهي أيضا تختلف مصادرها، كما تتخذ عدة أشكال من الديون تختلف حسب طبيعتها ومدتها وشروطها وكيفية التعامل معها، ومن بين الديون المتوسطة والطويلة الأجل والتي يتحصل عليها المدين، عادة ما تكون في شكل مالي أو نقدي، نجد نوعين وهما قروض ذات مصدر وحيد وقروض سندية، وكل نوع يتميز بمعاملاته وكيفية سداده من الشخص المقترض إلى الشخص المقرض، وهو ما يصطلح عليه اهتلاك القروض.

**أولا: القروض العادية (القروض وحيدة المصدر).**

القروض العادية وتسمى أيضا بالقروض وحيدة المصدر، ويكون فيها المقرض طرفا واحدا (شخص عادي، بنك، مؤسسة مالية)، والملاحظ على هذا النوع من القروض وجود عدة طرق للتسديد، فقد يتم الاتفاق على تسديده مرة واحدة في نهاية مدة القرض مع فوائده المتراكمة، أو تسديد فوائده دوريا وأصل القرض في نهاية المدة (حسب الطريقة الأمريكية)، كما أن هناك طرق تسديد جزئي لأصل القرض مع فوائده، وهي الطرق الكلاسيكية التي سوف نتناول منها طريقتين، تسديد أو استهلاك بدفعات متساوية، واستهلاك باستهلاكات متساوية.

**1- اهتلاك القروض العادية بدفعات ثابتة:** يتم تسديد القروض وفقا لهذه الطريقة عبر دفعات ثابتة، عند دفع آخرها يكون المقترض قد تحرر نهائيا من دينه، تتضمن كل دفعة مسددة على جزء من أصل القرض يسمى قسط الاستهلاك بالإضافة إلى فوائد رأس المال المتبقي، وبطبيعة الحال مع تتابع تقديم الاستهلاكات ضمن الدفعات يتناقص مع ذلك تدريجيا القرض المتبقي ومع ثبات الدفعة تتزايد الاستهلاك وتتناقص الفائدة بتناقص القرض المتبقي في كل مرة.

**1-1- جدول استهلاك القرض:** حتى يتسنى للمسير متابعة تطور القرض واستهلاكه يتم إعداد جدول لذلك يسمى بجدول استهلاك القرض، ويتكون هذا الجدول من عدد من الأعمدة مخصصة لـ: أصل القرض، الفائدة، الدفعة الاستهلاك وباقي القرض.

**الترميز:**

- أصل القرض (أي قيمة القرض في الزمن 0): $V_0$
- الدفعات المتتالية الثابتة: $a_1, a_2, a_3,\dots a_n$
- الاستهلاكات المتتالية في الدفعات: $M_1, M_2, \dots\dots, M_n$
- رأس المال المتبقي (الرصيد) بعد دفع الدفعات المتتالية: $V_1, V_2, \dots\dots, V_n$
- الفوائد المنتظرة في الدفعات: $I_1, I_2, \dots\dots, I_n$
- معدل الفائدة $t$
- عدد الدفعات $n$

ولإعداد جدول استهلاك القرض تحدد قيمة الدفع الثابتة حيث:

من قانون القيمة الحالية لدفعات السداد نجد:

$$V_0 = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

$$\Rightarrow \boxed{a = V_0\frac{t}{1-(1+t)^{-n}}}$$

وعليه يكون جدول استهلاك القرض كما يلي:

| الفترات | القرض في بداية المدة | الفائدة | الدفعة | الاستهلاك | القرض المتبقي في نهاية المدة |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $V_0$ | $I_1=V_0\times t$ | $a= I_1+M_1$ | $M_1= a- I_1$ | $V_1=V_0-M_1$ |
| 2 | $V_1=V_0-M_1$ | $I_2=V_1\times t$ | $a= I_2+M_2$ | $M_2= a- I_2$ | $V_2=V_1-M_2$ |
| 3 | $V_2=V_1-M_2$ | $I_3=V_2$ x $t$ | $a= I_3+M_3$ | $M_3= a- I_3$ | $V_3=V_2-M_3$ |
| | . | . | . | . | . |
| .. | . | . | . | . | . |
| P | $V_{P-1}=V_{P-2}-M_{P-1}$ | $I_p=V_{p-1}\times t$ | $a= I_p+M_p$ | $M_P= a- I_P$ | $V_P=V_{P-1}-M_P$ |
| n-1 | $V_{n-2}=V_{n-3}-A_{n-2}$ | $I_{n-1}=V_{n-2}\times t$ | $a= I_{n-1}+M_{n-1}$ | $M_{n-1}= a- I_{n-1}$ | $V_{n-1}=V_{n-2}-M_{n-1}$ |
| n | $V_{n-1}=V_n-A_{n-2}$ | $I_n=V_{n-1}\times t$ | $a= I_n+M_n$ | $M_n= a- I_n$ | $V_n=V_{n-1}-A_n =0$ |
| المجموع | / | $\Sigma I$ | $\Sigma a= n.a$ | $\Sigma M=V_0$ | / |

**ملاحظات:**

- المعلومات: $V_1, a, M_1, I_1, V_0$، تسمى السطر الأول.
- المعلومات: $V_n, a, M_n, I_n, V_{n-1}$، تسمى السطر الأخير.
- الدفعة تبقى دائما ثابتة خلال كل فترات التسديد.
- الإهتلاكات تتزايد مع الزمن.
- الفوائد تتناقص مع الزمن.
- مجموع الإهتلاكات يساوي قيمة القرض.
- في نهاية المدة المتفق عليها رصيد القرض يساوي الصفر.

**مثال:** قرض مبلغه 10000 دينار يسدد بـ 5 دفعات سنوية متساوية بمعدل فائدة سنوي 8%.

**المطلوب:** 1- حساب مبلغ الدفعة الثابتة a.

2- إعداد جدول الاستهلاك.

**الحل:** $V_0= 10000$ DA $\quad t = 8\% \quad n = 5$

**1- حساب مبلغ الدفعة الثابتة a:**

$$a = V_0 \frac{t}{1-(1+t)^{-n}} = 10000 \frac{0.08}{1-(1.08)^{-5}} = 2504.56\ \text{DA}$$

**2- إعداد جدول الاستهلاك:**

| الفترات | القرض في بداية المدة | الفائدة | الدفعة الثابتة | الاستهلاك | القرض المتبقي في نهاية المدة |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 10000 | 800 | 2504.56 | 1704.56 | 8295.44 |
| 2 | 8295.44 | 663.63 | 2504.56 | 1840.92 | 6454.51 |
| 3 | 6454.51 | 516.36 | 2504.56 | 1988.20 | 44.66.31 |
| 4 | 4466.31 | 357.30 | 2504.56 | 2147.26 | 2319.04 |
| 5 | 2319.04 | 185.52 | 2504.56 | 2319.04 | 00 |
| المجموع | - | 2522.81 | 12522.8 | 10000 | - |

**1-2- العلاقات بين مختلف عناصر جدول الاستهلاك القرض:**

**1-2-1- العلاقة بين الدفعات وأصل القرض:** أصل القرض في بداية أي فترة دفع هو القيمة الحالية للدفعات حيث:

$$\boxed{Va = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}}$$

**1-2-2- العلاقة بين الاستهلاكات:** إن الاستهلاك في أي سطر هو الاستهلاك السابق له ضرب (1+t):

$$Mn = M_{n-1}(1+t)$$

وبالاعتماد على الاستهلاك الأول Mn:

$$Mn = M_1(1+t)^{n-1}$$

وبصفة عامة:

$$\boxed{Mn = M_p(1+t)^{n-p}}$$

**1-2-3- العلاقة بين الاستهلاك وأصل القرض:** نحن نعلم أن القرض يستهلك سنويا ومجموع الاستهلاكات المتراكمة = أصل القرض.

نعلم أن: $V_0 = M_1 + M_2 + M_3 + \ldots + M_n$

$$V_0 = M_1 + M_1(1+t) + M_1(1+t)^2 + \ldots + M_1(1+t)^{n-1}$$

متتالية هندسية أساسها (1+t) وحدها الأول $M_1$ وعدد حدودها n:

وعليه:

$$\boxed{V_0 = M_1 \frac{(1+t)^n - 1}{t}}$$

**1-2-4- العلاقة بين الاستهلاك والدفعة:**

نعلم أن:

$$\boxed{a = M_n(1+t)}$$

$$M_n = M_1(1+t)^{n-1}$$

$$\boxed{a = M_1(1+t)^n}$$

**1-2-5- العلاقة بين الفوائد والاستهلاكات:** الفرق بين فائدتين متتاليتين يساوي الفرق بين استهلاكين متتاليين مع قلب الترتيب:

$$I_1 - I_2 = M_2 - M_1$$

وبصفة عامة:

$$\boxed{I_p - I_n = M_n - M_p}$$

**مثال:** تحصلت مؤسسة على قرض يسدد عن طريق دفعات ثابتة، فإذا علمت أن القرض المتبقي في نهاية السنة الأولى: 33448 دينار وفائدة السنة الأولى هي 4000 دينار، وفائدة السنة الثانية: 3344.8 دينار.

**المطلوب:** أحسب ما يلي:

1- معدل الفائدة المطبق على القرض.

2- القسط المدفوع من القرض خلال السنة الأولى.

3- قيمة أصل القرض.

4- مبلغ الدفعة.

5- قيمة القرض المتبقي في نهاية السنة الثانية.

6- القسط المدفوع من القرض في نهاية المدة.

**الحل:** $I_2 = 3344.8$ DA $\quad I_1 = 4000$ DA $\quad V_1 = 33448$ DA

**1- حساب المعدل t:**

$$I_2 = V1 \times t \Rightarrow t = I_2/V_1$$

$$\Rightarrow t = \frac{3344.8}{33448} = 0.1 = 10\%$$

**2- حساب الاستهلاك الأول $M_1$:**

$$I_1 - I_2 = M_2 - M_1 = M_1(1+t) - M_1$$

$$4000 - 3344.8 = M_1(1.1) - M_1$$

$$M_1 = 6552\ \text{DA}$$

**3- حساب أصل القرض $V_0$**:

$$V_0 = \frac{4000}{0.1} = 400000\ \mathrm{DA}$$

**4- حساب مبلغ الدفعة a**:

$$a = M_1 + I_1 = 6552 + 4000 = 10552\ \mathrm{DA}$$

**5- حساب القرض المتبقي في نهاية السنة الثانية $V_2$**:

$$V_2 = V_1 - M_2\ ,$$
$$M_2 = M_1(1+t) = 6552(1.1) = 7207.2\ \mathrm{DA}$$
$$V_2 = 33448 - 7207.2 = 26240.8\ \mathrm{DA}$$

**6- الاستهلاك الأخير Mn**:

$$a = M_n(1+t)$$

$$\Rightarrow M_n = \frac{a}{1+t} = \frac{10552}{1.1} = 9592.7\ \mathrm{DA}$$

**2- اهتلاك القروض العادية بإهتلاكات ثابتة:** يسدد الدين (القرض) حسب هذه الطريقة دوريا بدفعات تشمل جزء ثابت من أصل القرض وفائدة على القرض المتبقي في كل فترة والجزء الثابت ضمن كل دفعة يحدد بقسمة أصل القرض على عدد دفعاته (الاستهلاك الثابت) وهو العنصر الأهم في طريقة الاستهلاك الثابت.

**2-1- جدول استهلاك القرض:** لنعتبر عناصر استهلاك القرض حسب هذه الطريقة كالتالي:

Vi: قيمة القرض المتبقي كل نهاية سنة وهي نفس القيمة لبداية السنة المقبلة وi تأخذ القيم من 1 إلى n آخر سنة لتسديد القرض.

a: قيمة الدفعة غير ثابتة (المتناقصة).

M: الاستهلاك الثابت.

I: مقدار الفائدة في كل دفعة.

n: مدة تسديد القرض.

ولإعداد جدول استهلاك القرض تحدد أولا قيمة الاستهلاك الثابت M حيث:

$$M = V_0/n$$

والعناصر الأخرى تحسب في الجدول بشكل عادي حيث:

$$V_n = V_{n-1} - M$$
$$I_n = V_{n-1} \times\ t\,.\,a = I_n + M$$

**مثال 1**: قرض بمبلغ 10000 دينار يسدد بواسطة استهلاكات ثابتة عددها خمسة بمعدل 6%.

**المطلوب**: أنجز جدول استهلاك هذا القرض.

**الحل**: $V_0= 10000$ DA    $t= 6\%$    $n = 5$

**1- حساب قيمة الاستهلاك الثابت M**:

$$M = \frac{V_0}{n} = \frac{10000}{5} = 2000 \text{ DA}$$

**2- إنجاز جدول استهلاك القرض**:

| المدة | القرض في بداية المدة | الفائدة | الاستهلاك | الدفعة | القرض في نهاية المدة |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 10000 | 600 | 2000 | 2600 | 8000 |
| 2 | 8000 | 480 | 2000 | 2480 | 6000 |
| 3 | 6000 | 360 | 2000 | 2360 | 4000 |
| 4 | 4000 | 240 | 2000 | 2240 | 2000 |
| 5 | 2000 | 120 | 2000 | 2120 | 00 |
| المجموع | / | 1800 | 10000 | 11800 | / |

**2-2- العلاقات بين مختلف عناصر جدول استهلاك القرض**:

**2-2-1- علاقة أصل القرض بالاستهلاك**: أصل القرض يساوي الاستهلاك الثابت × عدد الاستهلاكات

حيث: $M = \frac{V_0}{n}$

$$\boxed{V_0 = M \times n}$$

**2-2-2- علاقة الدفعات فيما بينها**: الدفعة في أي تاريخ = الدفعة ما قبلها مطروحا منها فائدة الاستهلاك.

$$\boxed{a_n = a_{n-1} - (M \times t)}$$

**2-2-3- علاقة الدفعة الأخيرة والمعدل**:

$$a_n = M + (M \times t) = M(1 + t)$$

$$\boxed{a_n = M(1 + t)}$$

**2-2-4- العلاقة بين الفوائد**: $I_1 = V_0 \times t$

$$I_2 = V_1 \times t = (V_0 - t) = (V \times t) - (M \times t)$$

$$I_3 = (V_0 - 2M) \times t = (V_0 \times t) - (M \times t)$$

وبصفة عامة فإن:

$$\boxed{I_n = (V_0 \times t) - (n-1)\,(M \times t)}$$

**2-2-5- علاقة مجموعة الفوائد:** تشكل سلسلة الفوائد متتالية حسابية حدها الأول: $I_1 = V_0 \times t$ وأساسها $(M \times t)$ وعدد حدودها $n$ وبالعلم أن مجموع الاستهلاكات متساوية فإن مجموع الفوائد:

$$\boxed{\sum_{s=1}^{n} I_s = \left(\frac{n+1}{2}\right) \times V_0 \times t}$$

**2-2-6- علاقة الفرق بين فائدتين:** انطلاقا من الفرق بين دفعتين:

$$\boxed{a_{n-1} - a_n = I_{n-1} - I_n = M \times t}$$

**مثال:** من جدول استهلاك القرض في المثال 1، تحقق من حساب أصل القرض، مجموع الدفعات، مجموع الفوائد، المعدل، أحسب الفائدة في أي تاريخ والدفعة في أي تاريخ، استخرج الفرق بين دفعتن متتاليتين وتأكد أنه نفسه الفرق بين فائدتين متتاليتين.

**الحل:**

- **أصل القرض:** $V_0 = M \times n = 2000 \times 5 = 10000 \text{ DA}$
- **مجموع الدفعات:**

$$\sum a = \left(\frac{2600 + 2120}{2}\right) \times 5 = 11800 \text{ DA}$$

- **قيمة المعدل:** باستعمال علاقة الدفعة الأخيرة:

$$a_n = M(1+t)$$
$$(1+t) = \frac{a_n}{M} = 2120/2000$$
$$\Rightarrow t = 0.06 = 6\%$$

- **حساب الفائدة في أي تاريخ** (**السنة 3**):

$$I_3 = (V_0 \times t) - (3-1) \times M$$

$$I_3 = (10000 \times 0.06) - (2 \times 2000) = 3400 \text{ DA}$$

- **مجموع الفوائد:**

$$\sum_{s=1}^{n} I_s = \left(\frac{n+1}{2}\right) \times V_0 \times t$$

$$\sum I_s = (6/2) \times 10000 \times 0.06 = 1800$$

- **الفرق بين دفعتين متتاليتين:**

$$a_3 - a_4 = 2360 - 2240 = 120 \text{ DA}$$

$$I_3 - I_4 = 360 - 240 = 120 \text{ DA}$$

$$a_3 - a_4 = I_3 - I_4 = 120 \text{ DA}$$

$$a_3 - a_4 = I_3 - I_4 = M \times t = 2000 \times 0.06 = 120 \text{ DA}$$

**ثانيا: القروض غير العادية (القروض السندية).**

عرفنا أن القروض العادية تكون من مصدر وحيد وعلى العكس تكون القروض السندية ذات مصادر متعددة (أي حصل عليها من عدة مقرضين)، يفسر اللجوء إلى مثل هذه الطريقة في التمويل إلى أهمية رؤوس الأموال المقترضة ومبلغ القرض يقسم إلى أجزاء متساوية تسمى سندات، ومهما تكن طريقة تسديد القرض السندي (بدفعات ثابتة، استهلاك ثابت) تحتفظ السندات بنفس الخصائص.

- **القيمة الاسمية Vn**: هي موحدة بالنسبة لكل السندات المصدرة ويتعلق الأمر بالقيمة المسجلة على وجه السند.

- **قيمة الإصدار Ve**: هو السعر الذي يدفعه المتحصل على السند والإصدار يمكن أن يتم:

- بسعر مساوي للقيمة الاسمية: $V_e = V_n$

- سعر أقل من القيمة الاسمية: $V_e < V_n$

- **قيمة التسديد**: وهي المبلغ الذي تدفعه المؤسسة مقابل كل سند تسترجعه وقد يكون مساويا للقيمة الاسمية $V_r = V_n$ أو أكبر من القيمة الاسمية $V_r > V_n$، وطريقة التسديد قد تكون:

- مرة واحدة: وتسدد السندات جميعها مرة واحدة في تاريخ استحقاق محدد.

- بفترات: ويتم عادة وفقا لأسلوب السحب أو بإعادة شراء السندات المنتظر تسديدها من البورصة.

- **الفائدة**: تشكل عائد حاملي السندات ويتم دفعها بعد تسليم القسيمة وقيمة هذه القسائم تحدد بتطبيق المعدل الاسمي على القيمة الاسمية للسند:

$$I = V_n \times t$$

- **مكافأة التسديد**: وهي الفرق بين قيمة التسديد وقيمة إصدار السندات: $P = V_r - V_e$

**1- اهتلاك القروض السندية بدفعات ثابتة:** نفترض قيمة الإصدار للسند تساوي إلى القيمة الاسمية وتساوي قيمة التسديد $V_n = V_e = V_r = V$ فنعين:

N: عدد السندات المصدرة.

t: معل فائدة السندات.

V: القيمة الاسمية لكل سند.

a: مبلغ الدفعة الثابتة.

n: عدد فترات التسديد.

C: الدين الأولي اتجاه مجمل حاملي السندات.

$M_p$: استهلاك الفترة p.

$N_p$: عدد السندات المتداولة في نهاية الفترة p.

$n_{p-1}$: عدد السندات المتداولة في بداية الفترة p.

**1-1- حساب الدفعة:** مثلما هو الحال بالنسبة لاستهلاك القروض العادية تتألف الدفعات المسددة لتسديد القرض السنوي من جزئيين:

- الفوائد المستحقة على كل السندات المتداولة.

- تسديد بعض السندات المتداولة، أي:

$$a = \frac{C\times t}{1+(1+t)^{-n}} = \frac{V\times N\times t}{1+(1+t)^{-n}}.........(1)$$

**2-1- حساب الاستهلاكات المتتالية:** تحسب الاستهلاكات المتتالية لقرض سندي يسدد بدفعات ثابتة تماما كما تحسب الاستهلاكات المتتالية في حالة استهلاك القرض العادي، حيث:

$$M_n = M_1(1+t)^{n-1}............(2)$$

$$M_1 = \frac{V\times N\times t}{(1+t)^n-1}...................(3)$$

**- العلاقة بين الدفعة الثابتة والاستهلاك الأول:**

نعلم أن:

$$a = \frac{V\times N\times t}{1-(1+t)^{-n}}$$

$$\Leftrightarrow V\times N\times t = a[1-(1+t)^{-n}]$$

لنعوض $V\times N\times t$ في المعادلة (3) فنجد:

$$M_1 = a[\frac{1-(1+t)^{-n}}{(1+t)^n-1}]$$

نضرب العبارة في $(1+t)^n$ ونقسمها على نفس القيمة:

$$M_1 = a\frac{(1+t)^n[1-(1+t)^{-n}]}{(1+t)^n[(1+t)^n-1]}$$
$$M_1 = a\frac{[(1+t)^n-1]}{(1+t)^n[(1+t)^n-1]}$$
$$M_1 = a[\frac{1}{(1+t)^n}]$$
$$M_1 = a(1+t)^{-n}$$

**– العلاقة بين المبلغ الإجمالي للدين والاستهلاك الأول:**

لدينا: $C = V \times N$ نعوض $(V\times N)$ في العلاقة (3):

$$M_1 = \frac{C \times t}{(1+t)^n-1} \Rightarrow C = M_1\frac{(1+t)^n-1}{t} \quad ........(4)$$

**– حساب عدد السنوات التي تستهلك:** عدد السنوات القابلة للتسديد للفترة تساوي إلى استهلاك الفترة مقسوما على قيمة السند.

إذن: $N_P = \frac{M_P}{V}$ ........... (5)

لنحسب: $N_1 = \frac{M_1}{V}$ لنعوض $M_1$ من المعادلة (3):

لدينا:

$$N_1 = \frac{V\times N \times t}{V\,[(1+t)^n-1]} \Leftrightarrow N_1 = \frac{N\times t}{(1+t)^n-1}...........(6)$$

نحسب: $N_P = \frac{M_P}{V}$ ولنعوض $M_P$ في المعادلة (2):

$$N_1 = \frac{M_1}{V} \qquad N_P = \frac{M_1}{V}(1+t)^{p-1}$$

$$\boxed{N_p = N_1(1+t)^{p-1}}$$

إذن: عندما تكون الدفعات ثابتة، يكون عدد السندات المستهلكة في نهاية كل فترة على شكل متتالية هندسية أساسها (1+t).

**– حساب عدد السندات المستهلكة بعد السحب:** ليكن $Y_p$ عدد السندات المستهلكة بعد السحب p حيث:

$$Y_p = N_1 + N_2 + N_3 \ldots.. + N_p$$

ومادامت السندات تشكل متتالية هندسية فإن:

$Y_p = N_1 \times \frac{(1+t)^p-1}{t}$، وإذا عوضنا $N_1$ من المعادلة (6) يصبح:

$$Y_p = \frac{N\times t}{(1+t)^n-1} \times \frac{(1+t)^p-1}{t}$$

$$Y_p = N \times \frac{(1+t)^p-1}{(1+t)^n-1}\text{...........}(7)$$

**– حساب عدد السندات الحية بعد السحب:** يتعلق الأمر بـ $n_p$ (عدد السندات في التداول (الحية) في بداية الفترة ($p+1$)) والتي تساوي الفرق ما بين عدد السندات المصدرة وعدد السندات المستهلكة بعد السحب $p$.

لدينا: $n_p = N - Y_p$

وبتعويض $Y_p$ من المعادلة (7):

$$n_p = N - N \times \frac{[(1+t)^p - 1]}{(1+t)^n - 1}$$

$$n_p = N \times [\frac{(1+t)^n - 1 - (1+t)^p + 1}{(1+t)^n - 1}]$$

$$\boxed{n_p = N \times [\frac{(1+t)^n - (1+t)^p}{(1+t)^n - 1}]}$$

**1–3– إنجاز جدول استهلاك قرض سندي بدفعات ثابتة:** لا تختلف قواعد إنجاز جدول استهلاك قرض سندي بدفعات ثابتة عن تلك المتعلقة بإنجاز جدول استهلاك قرض عادي بدفعات ثابتة، الفرق البسيط يتمثل في المبلغ C المقرض والمجزأ إلى N قسم، وعدد السندات المستهلكة في نهاية كل فترة يجب أن يكون عددا كاملا وكنتيجة الاستهلاكات يجب أن تكون من مضاعفات القيمة الاسمية للسند.

ومن حيث شكل جدول استهلاك قرض سندي يشبه تماما استهلاك قرض عادي، غير أنه يتضمن عمودين إضافيين أحدهما لعدد السندات في التداول في بداية الفترة والآخر لعدد السندات المنتظر استهلاكها، كما هو موضح بالجدول التالي:

| المدة | القرض في بداية المدة | عدد السندات الحية | عدد السندات المستهلكة | الاستهلاك | الفائدة | الدفعة | القرض المتبقي في نهاية المدة |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $C$ | $n_0$ | $N_1$ | $M_1$ | $I_1=C \times t$ | $a_1= I_1+M_1$ | $C_1=C-M_1$ |
| 2 | $C_1=C-M_1$ | $n_1$ | $N_2$ | $M_2$ | $I_2=C_1\times t$ | $a_2= I_2+M_2$ | $C_2=C_1-M_2$ |
| . | . | | | | | | |
| p | $C_{P-1}=C_{P-2}-M_{P-1}$ | $n_{p-1}$ | $N_p$ | $M_P$ | $I_p=C_{p-1}\times t$ | $a_p= I_p+M_p$ | $C_P=C_{P-1}-M_P$ |
| n | $C_{n-1}=C_{n-2}-M_{n-1}$ | $n_{n-1}$ | $N_n$ | $M_n$ | $I_n=C_{n-1}\times t$ | $a_n= I_n+M_n$ | $C_n=C_{n-1}-M_n =0$ |

**مثال**: قرض سندي ممثل في 5000 سند بقيمة 100 دينار للسند الواحد بمعدل 12%، يستهلك على مدى 5 سنوات بدفعات ثابتة.

**المطلوب**: أنجز جدول استهلاكه.

**الحل**: $N = 5000 \quad V = 100 \quad t = 12\%$

**– حساب قيمة الدفعة**:

$$a = \frac{V \times N \times t}{1-(1+t)^{-n}} = \frac{100 \times 5000 \times 0.12}{1-(1+0.12)^{-5}}$$

$$a = 138704.91 \text{ DA}$$

**– حساب الاستهلاكات المتتالية وعدد السندات المطلوب استهلاكها**:

$$M_1 = a(1+t)^{-n} = 138704.91\ (1.12)^{-5} = 78704.12 \text{ DA}$$

$$N_1 = M_1/V = 78704.12/100 = 787.05$$

وما دامت الاستهلاكات تشكل متتالية هندسية يمكن أن نكتب:

$$M_2 = M_1(1+t) = 88149.501 \text{ DA}$$

$$N_2 = \frac{M_2}{V} = 881.49$$

$$M_3 = M_2(1+t) = 98727.44 \text{ DA}$$

$$N_3 = \frac{M_3}{V} = 987.27$$

$$M_4 = M_3(1+t) = 110674.73\text{DA}$$

$$N_4 = \frac{M_3}{V} = 1106.74$$

$$M_5 = M_4(1+t) = 12384.7\text{DA}$$

$$N_5 = \frac{M_5}{V} = 1238.43$$

**– حساب العدد الحقيقي لعدد السندات الواجبة للتسديد**:

عدد السندات يجب أن يكون عددا كاملا لذا سنحتاج إلى عملية التقريب.

تقديم إحدى طرق التقريب:

تقرب عدد السنوات المحصل عليها بالزيادة فنقترح 3 حالات:

**- الحالة الأولى**: بعد التقريب عدد السندات المحسوبة يساوي عدد السندات المطروحة للتداول في هذه الحالة 5000 لا يوجد مشكل.

- **الحالة الثانية**: عدد السندات المحسوبة أقل من مجموع السندات في التداول في هذه الحالة يجب أن يحدث التقريب بالزيادة لعدد السندات المتحصل عليها حسابيا.

- **الحالة الثالثة**: عدد السندات المحسوبة أكثر من مجموع السندات في التداول في هذه الحالة يجب أن يحدث التقريب بالنقصان لعدد السندات المتحصل عليها حسابيا.

$$N_1 = 787.05 \Rightarrow N_1 = 787$$
$$\Rightarrow N_2 = 881881.49 N_2 =$$
$$N_3 = 987.27 \Rightarrow N_3 = 987$$
$$N_4 = 1106.74 \Rightarrow N_4 = 1106$$
$$N_5 = 1238.43 \Rightarrow N_5 = 1238$$

نحن في الحالة الثانية ومنه نقرب $N_2 = 881.49$ إلى 882 ويكون:

$$\sum_{i=1}^{5} N = N = 5000$$

**– جدول استهلاك القرض:**

| المدة | القرض في بداية المدة | عدد السندات الحية | عدد السنوات المستهلكة | الاستهلاك | الفائدة | الدفعة | القرض المتبقي في نهاية المدة |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 500000 | 5000 | 788 | 78700 | 60000 | 138700 | 421300 |
| 2 | 421300 | 4213 | 882 | 88200 | 50556 | 138756 | 333100 |
| 3 | 333100 | 3334 | 987 | 98700 | 39972 | 138672 | 234400 |
| 4 | 234400 | 2344 | 1106 | 110600 | 28128 | 138728 | 123800 |
| 5 | 123800 | 1238 | 1238 | 123800 | 14856 | 138656 | 00 |

**2– اهتلاك القروض السندية باهتلاكات ثابتة:** انطلاقا من الفرضية: $V_n = V_e = V_r$ كل العلاقات المستنتجة والمستعملة في تسديد القرض العادي بواسطة الاستهلاكات الثابتة تبقى صالحة في هذه الحالة فقط مع استبدال $V$ بـ $V_n \times n$.

عدد السندات المستهلكة خلال كل مدة تساوي:

$$N_1 = N_2 = \cdots = N_5 = N_n = \frac{N}{n}$$

وكنتيجة مبلغ الاستهلاكات في كل فترة يساوي:

$$M_1 = M_2 = \cdots = M_n = N_1 \times V_n$$

أما الدفعات فستكون متتالية حسابية أساسها: $\frac{-N \times M_n \times t}{n}$ وحدها الأول: $a_1 = I_1 + M_1$

مع العلم أن: $I_1 = N \times V_n \times t$

ومنه:

$$a_1 = N \times V_n \times t + N_1 \times V_n$$
$$a_1 = V_n[N \times t \times N_1]$$

$$\boxed{a_1 = V_n \times N_1 \times (n \times t + 1)}$$

**مثال:** أنجز جدول استهلاك قرض سندي يتألف من 10000 سند بـ 100 دينار للسند الواحد، يسدد بـ 5 دفعات بمعدل 10% باستهلاكات ثابتة.

$$N_1 = N_2 = \cdots \ldots = N_5 = \frac{10000}{100} = 2000\ \text{DA}$$
$$M_1 = M_2 = \cdots = M_5 = 2000 \times 100 = 200000\ \text{DA}$$
$$A_1 = V_n \times N_1 \times (n \times t + 1) + 100 \times 2000[5 \times 0.1 + 1]$$
$$a_1 = 300000\ \text{DA}$$

**– جدول استهلاك القرض:**

| الفترات | القرض في بداية المدة | عدد السندات الحية | السندات المستهلكة | الاستهلاك | الفائدة | الدفعة | القرض المتبقي في نهاية المدة |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1000000 | 10000 | 2000 | 200000 | 100000 | 300000 | 800000 |
| 2 | 800000 | 8000 | 2000 | 200000 | 80000 | 280000 | 600000 |
| 3 | 600000 | 6000 | 2000 | 200000 | 60000 | 260000 | 400000 |
| 4 | 400000 | 4000 | 2000 | 200000 | 40000 | 240000 | 200000 |
| 5 | 200000 | 2000 | 2000 | 200000 | 20000 | 22000 | 00 |

## تمارين حول اهتلاك القروض.

**التمرين 01:** قرض يسدد عن طريق دفعات ثابتة قيمة كل منها 65736,89 دينار وقد بلغ استهلاك السنة الخامسة 23040,38 دينار واستهلاك السنة الحادية عشرة 40817,43 دينار.

**المطلوب:** 1- أوجد معدل الفائدة المستخدم في استهلاك القرض.

2- أوجد مقدار الاستهلاك الأول.

3- أوجد مبلغ القرض ثم مدته.

**التمرين 02:** قدم بنك قرضا بقيمة 200000 دينار وتم الاتفاق على تسديده على 10 دفعات ثابته بمعدل 11,5% سنويا.

**المطلوب:** 1- أنجز السطر الأول والسطر الأخير من جدول اهتلاك القرض.

2- أحسب مباشرة الاستهلاك السابع.

**التمرين 03:** من جدول استهلاك قرض يسدد بواسطة دفعات ثابتة تحصلنا على المعلومات التالية:

- فائدة السنة الأولى: 10000 دينار.
- الدفعة الثابتة: 25900,92 دينار.
- الاستهلاك الأخير: 24667,54 دينار.

**المطلوب:** حساب على الترتيب:

1- معدل القرض.

2- الاستهلاك الأول.

3- إنجاز السطر الأخير.

**التمرين 04:** قرض يسدد بواسطة أقساط نصف سنوية ثابتة بمعدل فائدة سنوي 12% ولمدة 4 سنوات، ومن جدول استهلاك هذا القرض يبلغ الفرق بين الاستهلاك الأخير والاستهلاك الأول: 10176,94206 دينار.

**المطلوب:** 1- إعداد السطر الأول والسطر الأخير من جدول الاستهلاك لهذا القرض.

2- أحسب المبلغ المسدد عند الدفعة الخامسة.

3- أحسب أصل القرض.

4- أحسب الفائدة المدفوعة في الدفعة السابعة.

**التمرين 05:** قرض بمعدل 800000 دينار يستهلك على 12 دفعه ثابته بمعدل 9%.

**المطلوب:** 1- أحسب بواسطة طريقتين الدين المتبقي بعد تسديد الدفعة السابعة.

2- أنجز السطر الثامن من جدول القرض.

**التمرين 06:** قرض يستهلك على 10 دفعات ثابتة فإذا علمت أن:

- مقدار الاستهلاك الثالث: 23460,22 دينار.

- مقدار الاستهلاك السادس: 30381,67 دينار.

**المطلوب**: - أنجز السطر الأخير من جدول الاستهلاك هذا القرض.

**التمرين 07**: قرض يسدد بواسطة 6 دفعات ثابتة، تدفع الأولى منها في نهاية السنة الأولى من تاريخ استلام القرض فإذا علمت أن مجموع الاستهلاك الثاني والاستهلاك الثالث والاستهلاك الرابع يساوي: 9558,7 دينار.

**المطلوب**: أحسب بمعدل الفائدة سنوي 8% وعلى الترتيب:

1- الاستهلاك الأول.

2- المبلغ المتبقي والمستحق السداد بعد تسديد الدفعة الثالثة.

3- قيمة الدفعة.

**التمرين 08**: قرض بقيمة 100000 دينار تم التعاقد عليه في 29 أكتوبر 2016 يسدد على أساس دفعات ثلاثية بمقدار 8376,66 دينار أولها تدفع في 29 أكتوبر 2017.

من جدول استهلاك هذا القرض بلغ الاستهلاك الأخير 8132,68 دينار بمعدل 5%.

**المطلوب**: حدد تاريخ تسديد الدفعة الثلاثية الأخيرة.

**التمرين 09**: مؤسسة تحصلت على قرض في 15 سبتمبر 2012 قيمته 10000000 دينار يستهلك على مدى 12 دفعة متساوية بمعدل 15%، مباشرة بعد تسديد الدفعة المتعلقة بتاريخ 15 سبتمبر 2017 قررت المؤسسة التخلص من باقي الدفعات مرة واحدة.

**المطلوب**: أحسب المبلغ اللازم حتى نتخلص من هذا الدين المتبقي.

**التمرين 10**: رأسمال يسدد على 12 دفعة متساوية حيث يعطي:

$$M_1 + M_2 = 13515.22 \text{ DA}$$
$$M_2 + M_3 = 14528.86 \text{ DA}$$

**المطلوب**: أحسب المعدل، الاستهلاك الأول، الاستهلاك الثاني عشر، قيمة الدفعة أصل القرض.

**التمرين 11**: تحصلت مؤسسة على قرض يقدر بـ 700000 دينار ليسدد خلال 7 سنوات بمعدل فائدة 10% سنويا وباستهلاك ثابتة.

**المطلوب**: 1- أحسب قيمة الدفعة الأولى والثالثة.

2- أنجز الأسطر الأربعة الأولى من جدول استهلاك القرض.

**التمرين 12**: مؤسسة تريد أن تقترض مبلغا يقدر بـ 500000 دينار لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة سنوي 12% وقد اقترحت عليها إمكانيتين:

- التسديد بطريقة الدفعات المتساوية.

- التسديد بطريقة الاستهلاكات المتساوية.

**المطلوب**: أي الطريقتين سوف تقبلها المؤسسة؟.

**التمرين 13**: قررت مؤسسة أن تطرح قرضا سنديا في السوق المالي بالخصائص التالية:

- عدد السندات المطروحة: 40000 سند.
- القيمة الإسمية: 1 دينار.
- سعر الإصدار: 0,995 دينار.
- مدة القرض السندي: 8 سنوات.
- معدل الفائدة السنوي: 9,5%.
- عدد الدفعات الثابتة: 10 دفعات.

**المطلوب**: أنجز الأسطر الثلاث الأولى من جدول استهلاك القرض السندي ثم السطر الأخير، بعد تحديد السندات المستهلكة سنويا.

**التمرين 14**: قرض سندي يستجيب للخصائص التالية:

- عدد السندات المطروحة: 50000 سند.
- القيمة الاسمية للسند: 1 دينار.
- قيمة إصدار السند: 0,994 دينار.
- معدل الفائدة الاسمي: 8,5%.
- تسديد السند بالزوجي (بالقيمة الاسمية).
- الاستهلاك بـ 12 دفعة ثابتة.

**المطلوب**: 1- إعداد الأسطر الأربع الأولى لاستهلاك هذا القرض.

2- أنجز السطر الأخير من الجدول.

3- ماهي المدة التي من المفترض أن يستهلك فيها نصف السندات المطروحة.

**التمرين 15**: لتكن لديك المعلومات التالية عن قرض سندي:

- رأس مال المقترض: 100000 دينار.
- عدد السندات: 500 سند .
- القيمة الاسمية: 2000 دينار.
- سعر الإصدار: 1950 دينار.
- سعر التسديد: زوجي (أي بالقيمة الاسمية).
- مدة القرض: 5 سنوات.
- المعدل السنوي: 8%.

**المطلوب**: أنجز جدول استهلاك هذا القرض السندي بطريقتين؟.

# المحور الخامس: اختيار الاستثمارات.

غالبا ما توجه المؤسسات مشكلة اختيار الاستثمار الأكثر نفعا لها، الأمر الذي حتم ضرورة البحث عن عدة طرق تستعمل في المفاضلة بين الاستثمارات، وسوف نتطرق إلى أهمها وكيفية استعمالها من خلال هذا المحور.

## أولا: طريقة فتره استرداد رأس المال.

في هذه الطريقة يتم اختيار الاستثمار الأحسن أو المفضل حسب المدة التي يستغرقها كل منها من أجل استرداد قيمته، وأفضلها هو الذي يحقق إيرادات صافية تسمح في أقل مدة من تغطية تكلفة الاستثمار.

**مثال:** مؤسسة تريد تغيير جزء من آلاتها التي أصبحت دون قيمة وذلك بشراء أجهزة جديدة، وبعد القيام بعدة دراسات توصلت الفرقة التقنية المكلفة بهذه الدراسات إلى حصر ثلاثة أنواع من الاستثمارات يمكن أن تقوم بنفس العمل ولنفس الأهداف فكانت قيمة شراء الاستثمار الأول: 51000 دينار والاستثمار الثاني والثالث قيمة كل منهما 65000 دينار وقدرت إيراداتها السنوية الصافية حسب الجدول التالي:

| السنوات / الاستثمارات | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الاستثمار الأول | 3000 | 8500 | 6000 | 7000 | 7000 | 19500 |
| الاستثمار الثاني | 10000 | 18000 | 25000 | 12000 | 16000 | 16000 |
| الاستثمار الثالث | 16000 | 12000 | 10000 | 10000 | 20000 | 15000 |

**المطلوب:** تحديد أحسن استثمار من بين الثلاثة طبقا لطريقة فترة الاسترداد.

**الحل:**

- من خلال الجدول نلاحظ أن الاستثمار الأول رغم انخفاض تكلفة حيازته فهو لا يحقق هذه القيمة من صافي إيراداته إلا في نهاية السنة السادسة إذا يكون مجموع هذه الايرادات 51000 دينار، فهو عند هذا التاريخ يغطي مجموع تكاليفه ونتيجته معدومة.
- أما الاستثمار الثاني فهو يغطي هذه التكلفة في نهاية السنة الرابعة حيث يحقق في مجموع 65000 دينار في حين في السنة الخامسة والسادسة يحقق نتائج أرباح بمقدار 32000 دينار في المجموع.
- والاستثمار الثالث: فهو يحقق مجموع إيرادات صافية في السنة الخامسة 68000 دينار، وفي السنة يكون قد حقق 48000 دينار، فهذا يعني أنه يغطي تكلفته في السنة الخامسة والسادسة بمبلغ 18000 دينار.

فأحسن استثمار حسب هذه الطريقة هو الثاني لأنه يسترجع قيمة حيازته في أقرب مدة مقارنة مع باقي الاستثمارات رغم ارتفاع تكلفته مقارنة مع الأول، وهو في السنتين الأخيرتين أيضا يحقق أرباحا أكثر من الثالث والأول الذي يحقق نتيجة معدومة.

**ملاحظات:** - في المثال كانت صافي الايرادات حسب السنوات غير متساوية في القيمة في الاستثمارات الثلاثة، وفي حالة تساويها في أحد منها فمدة استرداده يمكن حسابها من العلاقة:

فترة الاسترداد = قيمة الحيازة ÷ صافي الإيراد السنوي.

لأن صافي الإيراد الذي يغطي قيمة الاستثمار في هذه الحالة = عدد سنوات الاسترجاع × الصافي السنوي.

- في حالة وجود قيمة باقية للاستثمار يؤخذ بعين الاعتبار بنسبة وجودها في سنة استرداد المبلغ الأصلي للاستثمار إذا كان من الممكن تتبع تناقض قيمة الاستثمار عبر السنوات.

**ثانيا: طريقة المعدل المتوسط العائد (T.M.R).**

تعتمد هذه الطريقة على معدل الإيراد للاستثمار أي بنسبة متوسط الدخل السنوي إلى قيمة الاستثمار الأصلية بواسطة العلاقة:

المعدل المتوسط للعائد = ( متوسط صافي الإيراد السنوي ÷ قيمة الاستثمار الأصلية ) × 100.

بحيث متوسط صافي الإيراد السنوي = مجموع الايرادات السنوية الصافية ÷ عدد السنوات .

$$\boxed{TMR = \frac{\sum \frac{RN}{n}}{C} \times 100}$$

ويقارن المعدل المتوسط للعائد مع معدل الفائدة المستعمل في السوق، فإذا كان أعلى من معدل الفائدة يقبل المشروع مبدئيا ثم يتم اختيار المشروع الذي يحقق أحسن معدل متوسط للعائد.

**مثال:** بعد دراسة عدد من المشاريع تم تقديم إثنين منها إلى الإدارة في إحدى المؤسسات للفصل في اختيار أحدهما، وكانت مميزات المشروعين حسب الجدول التالي الذي يبين قيمة الحيازة وصافي التدفق النقدي لكل منهما:

| المشاريع | قيمة الحيازة | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الأول | 125000 | 15000 | 25000 | 38500 | 45000 | 45000 | 26500 | 15000 |
| الثاني | 110000 | 10000 | 12000 | 25000 | 30000 | 22000 | - | - |

**المطلوب:** 1- حساب المعدل المتوسط للعائد لكل مشروع.

2- تحديد أي المشروعين تختاره المؤسسة إذا كان معدل الفائدة الموجودة في السوق يقدر بـ 20%.

**الحل:**

**1- حساب المعدل المتوسط للعائد T.M.R:**

$$TMR = \frac{\sum \frac{RN}{n}}{C} \times 100$$

بحيث:

RN: العائد الصافي أو التدفق النقدي الصافي.

C: قيمة الحيازة لأصل الاستثمار.

N: عدد سنوات استعمال الاستثمار.

**– المعدل المتوسط للعائد للمشروع الأول:**

$$TMR_1 = \frac{\frac{210000}{7}}{125000} \times 100 = 24\%$$

**– المعدل المتوسط للعائد للمشروع الثاني:**

$$TMR_2 = \frac{\frac{99000}{5}}{110000} \times 100 = 18\%$$

**2– تحديد أي المشروعين تختاره المؤسسة:** حسب معدل الفائدة المطبق في السوق المالي والمقدر بـ 20% فإن المشروع الثاني غير مقبول تجاريا، والمشروع الثاني يحقق معدل عائد أكبر من السوق و بالتالي يتم قبوله.

**ملاحظات:** 1- في حالة تساوي المعدل المتوسط للعائد مع معدل الفائدة في السوق، فللمؤسسة اتخاذ قرار قبول أو عدم قبول المشروع، وفي حالة تحقيق المشروع لمزايا أو نتائج لها أثار موجبة على حياتها فبغض النظر عن المعدل يميل القرار عادة إلى قبوله.

2- قد تبقى للاستثمار المعني قيمة في نهاية مدة استعماله، وفي هذه الحالة يجب أن تؤخذ هذه القيمة بعين الاعتبار في حساب المعدل المتوسط، إذ يحدد متوسط قيمة الاستثمار وتحسب مكان القيمة الأصلية للاستثمار فيكون:

$$TMR = \frac{\sum \frac{RN}{n}}{\frac{C+CR}{2}} \times 100$$

حيث CR: تعبر عن القيمة المتبقية للاستثمار في نهاية مدة استعماله.

**ثالثا: طريقة المعدل الداخلي للعائد (T.R.I).**

في هذه الطريقة يتم اختيار أحسن استثمار بعد تحديد المعدل الداخلي للعائد لكل استثمار، وإذا كان هذا المعدل لأي استثمار يقل عن معدل الفائدة الموجود في السوق يرفض المشروع ويتم اختيار المشروع الذي يحقق أكبر معدل داخلي، ويحسب هذا المعدل من العلاقة التي تتساوى فيها القيمة الحالية لها في الايرادات مع القيمة الأصلية للاستثمار.

وهذا يعني أن هذا المعدل يحقق تسديد لرأس المال الأصلي المنفق في الاستثمار بعد تسديد كل عناصر التكاليف المرافقة لتشغيله، وفي نفس الوقت يمكن أن يعطي معنى أن المستثمر أمواله في العملية بهذا المعدل قد حقق نتيجة صافية بقيمة حالية معدومة، ويحدد معدل داخلي للعائد من المعادلة:

$$\boxed{TRI = \sum_{i=1}^{n} R_i\,(1+t)^{-n} = R_1(1+t)^{-1} + R_2(1+t)^{-2} + \cdots + R_n(1+t)^{-n}}$$

بحيث: C: قيمة حيازة الاستثمار.

Ri: التدفق النقدي الصافي للسنة i.

n: عدد السنوات لحيازة الاستثمار.

وإذا كان التدفق النقدي الصافي ثابت خلال السنوات فيمكن تحديد (TRI) من المعادلة:

$$\boxed{TRI = R\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}}$$

ويتم الاستعانة بالجدول المالي رقم 04 لتحديد t كما هو الحال في الدفعات المتساوية.

**مثال:** مؤسسة تريد حيازة تجهيزات جديدة لتطوير قدراتها الإنتاجية اقترحت عليها نوعين من التجهيزات كانت تكلفة الحيازة عليها والإيرادات السنوية الممكنة لهما:

- التجهيزات من النوع الأول: تكلفة الشراء 245000 دينار، إيراداتها الصافية للسنة 47927.74 دينار لمدة حياتها 06 سنوات.

- التجهيزات من النوع الثاني: تكلفة الشراء 215000 دينار، إيراداتها السنوية الصافية للسنة لمدة 06 سنوات تبلغ 64738.05 دينار.

فإذا كان معدل الفائدة المطبق في السوق المالي 8%، حدد التجهيزات التي تختارها إدارة المؤسسة باستعمال طريقة المعدل الداخلي للعائد.

**الحل:**

**1- حساب المعدل الداخلي للعائد للتجهيزات من النوع الأول:**

$$TRI_1 = R_1\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

$$\frac{1-(1+t)^{-6}}{t} = \frac{215000}{47927.74} = 4.4859198$$

وباللجوء إلى الجدول المالي رقم 04 نجد أن t الموافق لهذه القيمة عند n = 6 هو: $TRI_1 = t = 9\%$

**2- حساب المعدل الداخلي للعائد للتجهيزات من النوع الثاني:**

$$TRI_2 = R_2\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

$$\frac{1-(1+t)^{-6}}{t} = \frac{215000}{64738.05} = 3.3210762$$

وبالنظر إلى الجدول المالي رقم 04 نجد t المقابل لهذه القيمة في السنة 6 هو: $TRI_2 = t = 15\%$

**3- تحديد التجهيزات المختارة:** من النتيجتين نلاحظ أن النوعين من التجهيزات مقبولات تجاريا، إلا أن الثاني يحقق معدلا داخليا يزيد عنه في الأول بـ 6% وهو الفائدة المحققة كأرباح في حالة الاستفادة من قروض لتمويل الاستثمار بنسبة 8% كما في السوق، ولهذا فالنوع الثاني من التجهيزات أحسن وأكثر ضمانا من الأول على المؤسسة أن تختاره.

**رابعا: طريقة مؤشر الربحية (IR).**

مؤشر الربحية أو الرقم القياسي للربحية يعني حساب مردودية الاستثمار أو تحديد ما تنتجه كل وحدة مستثمرة من الأرباح الناتجة عن الاستثمار خلال حياته وما تبقى منه في نهاية استعماله، وإذا كان المعدل المحسوب يساوي أو يزيد عن الواحد فالمشروع مقبول تجاريا وإذا لم يصل إلى الواحد فهذا يعني أن الايرادات الصافية لا تغطي تكلفة الاستثمار وبالتالي لا يمكن قبوله. وأحسن استثمار يتم اختياره يكون الأكبر مؤشرا للربحية أي الأكبر مردودية من الآخرين، ويحسب مؤشر الربحية بالعلاقة التالية:

$$\boxed{IR = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i (1+t)^{-n} + VR(1+t)^{-n}}{C}}$$

وإذا كانت الايرادات السنوية الصافية متساوية نستعمل معادلة الدفعات المتساوية بحيث تكون العلاقة كما يلي:

$$\boxed{RN = R\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} + VR(1+t)^{-n}}$$

حيث:

IR: مؤشر الربحية.

Ri: صافي التدفق النقدي للسنة i.

n: عدد سنوات الاستثمار أو مدة حياته.

t: معدل الفائدة المطبق.

VR: القيمة الباقية للاستثمار في آخر سنة من استعماله.

**مثال:** من أجل البحث عن استثمار كلفت إدارة مؤسسة أحد موظفيها لتحضير دراسة، فاكتفى بتعيين ثلاثة استثمارات تؤدي نفس الغرض، بينما تكاليفها وإيراداتها كما يلي:

- **الاستثمار الأول:** تكلفة حيازته 8400 دينار، إيراداته السنوية الصافية 24000 دينار، قيمته الباقية في نهاية 5 سنوات من استعماله 8000 دينار.

- **الاستثمار الثاني:** تكلفة حيازته 76000 دينار، إيراداته للسنوات الثلاثة الأولى 21200 دينار سنويا، وللسنتين الأخيرتين 20000 دينار سنويا.

– **الاستثمار الثالث**: تكلفة حيازته 76000 دينار، إيراداته تبدأ من نهاية السنة الثانية بـ 25320 دينار سنويا حتى نهاية السنة الخامسة.

فإذا كان معدل الفائدة المستعمل هو 10%، حدد بطريقة مؤشر الربحية أحسن الاستثمارات الثلاثة.

**الحل**:

– **مؤشر الربحية للاستثمار الأول**:

$C_1 = 84000$ DA  $n = 5$ ans  $R = 24000$ DA  $VR = 8000$ DA

$$RN_1 = R\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} + VR(1+t)^{-n}$$

$$RN_1 = 24000\frac{1-(1.1)^{-5}}{0.1} + 8000(1.1)^{-5} = 95946.256$$

وعليه:

$$IR_1 = \frac{RN_1}{C_1} = \frac{95946.256}{84000} = 1.142$$

– **مؤشر الربحية الاستثمار الثاني**:

$C_2 = 76000$ DA  $n_1 = 3$ ans  $n_2=2$ ans  $R_1 = 21200$ DA  $R_2= 20000$ DA

$$RN_2 = 21200\frac{1-(1.1)^{-3}}{0.1} + 20000\frac{1-(1.1)^{-2}}{0.1} \times (1.1)^{-3}$$

$$RN_2 = 78799.96 \text{ DA}$$

وعليه مؤشر الربحية لهذا الاستثمار هو:

$$IR_2 = \frac{RN_2}{C_2} = \frac{78799.96}{76000} = 1.0368$$

– **مؤشر الربحية للاستثمار الثالث**:

$C_3 = 76000$ DA  $n = 5$ ans  $R = 25320$ DA

$$RN_3 = 25320 \times \frac{1-(1.1)^{-4}}{0.1} \times (1.1)^{-1} = 72964.55 \text{ DA}$$

وعليه مؤشر الربحية للاستثمار الثالث:

$$IR_3 = \frac{RN_3}{C_3} = \frac{72964.55}{76000} = 0.96$$

حسب النتائج نلاحظ أن الاستثمار الثالث لم يصل مؤشر ربحيته إلى 1 فهو لا يغطي تكاليفه فيترك جانبا. أما الاستثمار الثاني فقد حقق مؤشر ربحية 1.0368 فهو مقبول مبدئيا، بينما الاستثمار الأول قد حقق أكبر مؤشر 1.142، فهو الذي سوف يتم اختياره من بين الثلاثة حسب هذه الطريقة.

**خامسا: طريقة صافي القيمة الحالية (V.A.N).**

هذه الطريقة تعتمد في الاختيار على حساب صافي القيمة الحالية لكل استثمار ثم ترك الاستثمارات التي تحقق صافي قيمة حالية سالبة والقيام بالمفاضلة بين التي تحقق **V.A.N** موجبة، وأحسنها هي أكبرها تحقيقا لهذا الصافي قيميا.

وصافي القيمة الحالية تعني القيمة الحالية للفرق بين مجموع الايرادات ومجموع التكاليف للاستثمار بما فيها تكلفة الحيازة وتكلفة باقي الاستثمار، أي يتم إضافة التدفق النقدي الصافي بقيمته الحالية إلى تكلفة الحيازة ويحدد الصافي بينهما بطرح هذه الأخيرة، ويحسب صافي القيمة الحالية بالعلاقة:

$$\boxed{\mathrm{VAN} = \mathrm{VAR} - \mathrm{VAD} \Leftrightarrow \mathrm{VAN} = \sum_{s=1}^{n} \mathrm{R_s}\,(1+\mathrm{t})^{-s} + \mathrm{VR}(1+\mathrm{t})^{-n}}$$

بحيث:

VAR: القيمة الحالية للإيرادات.

VAD: القيمة الحالية للنفقات.

VR: القيمة الباقية للاستثمار في نهاية حياته.

$R_S$: صافي الايرادات للسنة S (إيراد نفس السنة– تكلفتها).

N: عدد السنوات أو مدة الاستثمار.

**مثال:** لدينا العناصر التالية المتعلقة باستثمارين لهما نفس الأهداف الإنتاجية:

- تكلفة حيازة الأول: 295000 دينار، أعباء سنوية 15000 دينار من السنة الثانية حتى السنة الخامسة، والايرادات من السنة الأولى إلى السنة الخامسة 90000 دينار سنويا، وقيمة بقايا الاستثمار في آخر السنة الخامسة 25000 دينار .

- تكلفة حيازة الثاني: 310000 دينار، أعباء من السنة الثالثة إلى الرابعة 20000 دينار للسنتين فقط، إيرادات سنوية من آخر السنة الأولى إلى آخر السنة الخامسة 97000 دينار سنويا، قيمة بقاياه في نهاية مدته 50000 دينار.

**المطلوب:** باستعمال صافي القيمة الحالية حدد أي الاستثمارين تختاره المؤسسة مع العلم أن معدل الفائدة المستعمل يقدر بـ 12% سنويا.

**الحل:**

**- تحديد صافي القيمة الحالية للاستثمار الأول:**

$$VAN_1 = \sum_{s=1}^{n} R_s (1+t)^{-s} + VR(1+t)^{-n}$$

بطرح التكاليف السنوية من الايرادات السنوية بالتوالي نحصل على صافي الايرادات السنوية، حيث للسنة الأولى 90000 دينار وباقي السنوات 75000 دينار سنويا.

$$VAN_1 = 90000(1.12)^{-1} + 75000 \times \frac{1-(1.12)^{-4}}{0.12} \times (1.12)^{-1}$$
$$+ 25000(1.12)^{-5} - 29500$$
$$VAN_1 = 27344.012 \text{ DA}$$

**- تحديد صافي القيمة الحالية للاستثمار الثاني:**

- صافي الايرادات من السنة الأولى إلى الثانية: 97000 دينار.

- صافي الايرادات من السنة الثالثة إلى الرابعة: 97000 – 20000 = 77000 دينار.

- صافي الايرادات للسنة الخامسة: 97000 دينار.

وعليه:

$$VAN_2 = VAR_2 - VAD_2$$
$$VAN_2 = 97000\frac{1-(1.12)^{-2}}{0.12} + 77000\frac{1-(1.12)^{-2}}{0.12} \times (1.12)$$
$$+97000(1.12)^{-5} + 50000(1.12)^{-5} - 31000$$
$$VAN_2 = 41088.66 \text{ DA}$$

نلاحظ أن صافي القيمة الحالية للمشروع الثاني تزيد عن صافي القيمة الحالية للمشروع الأول بحوالي النصف فلهذا الاختيار يقع على المشروع الثاني.

# تمارين حول اختيار الاستثمارات.

**التمرين 01**: في إطار برنامج توسيع نشاطها الإنتاجي اقترحت على مؤسسة آلة جديده تكلفتها 560000 دينار مدة استعمالها 10 سنوات، وتسمح بتحقيق فائض نقدي سنوي ابتداء من السنة الثالثة يقدر بـ 135000 دينار جزائري.

**المطلوب**: 1- أحسب القيمة الحالية للربح الصافي لهذه الآلة بمعدل فائدة يقدر بـ 12%.

2- أحسب المعدل الداخلي للعائد لهذه الآلة، ماذا يعني هذا المعدل ماليا؟.

3- هل يمكن قبول هذه الآلة من طرف المؤسسة؟.

**التمرين 02**: تدرس مؤسسة مشروعا لحيازة آلة تمكنها من رفع إيراداتها بمبلغ 42000 دينار سنويا طول مدة استعمالها نظرا لمساهمتها في رفع الإنتاجية، وكانت تكلفة شراء هذه الآلة تقدر بـ 185000دينار وقيمة بيعها بعد 8 سنوات من الاستعمال كعمر إنتاجي لها تقدر بـ 10000 دينار، وكان معدل الفائدة المستعمل في القرض الممول لهده الآلة 12% سنويا.

**المطلوب**: 1- فهل يمكن قبول شراء هذه الآلة.

2- نفس السؤال في حاله المعدل 20%.

3- أحسب أعلى معدل فائدة يمكن قبوله لتمويل شراء هذه الآلة.

4- هل تتوافق إجابة السؤال 1 مع الإجابة في حالة استعمال طريقة المعدل المتوسط للعائد؟.

**التمرين 03**: مؤسسة تسعى إلى تجديد بعض آلاتها وقد اقترحت عليها نوعين من التجهيزات وكانت عناصرها:

- ثمن شرائها على التوالي: 450000 دينار، 620000 دينار.
- الايرادات والتكاليف كانت حسب الجدول التالي:

| السنوات | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| إيرادات | A | 100000 | 100000 | 120000 | 120000 | 120000 | 120000 |
| | B | 150000 | 240000 | 240000 | 240000 | 240000 | 100000 |
| أعباء | A | 15000 | - | - | 20000 | 20000 | - |
| | B | - | - | 35000 | 35000 | - | - |

**المطلوب**: فإذا كانت نسبة الفائدة المستعملة 10% فحدد أي الاستثمارين تختاره المؤسسة؟.

1- باستعمال طريقة صافي القيمة الحالية.

2- باستعمال طريقة صافي القمة الحالية.

3- قارن بين نتيجتي الطريقتين.

**التمرين 04**: مؤسسة تريد شراء آلات لتجديد إحدى ورشاتها، وقد عرضت عليها نوعين من الآلات أحدها ثمن شرائها 85000 دينار ومدة استعمالها 4 سنوات وتسمح بتحقيق صافي إيرادات سنوية تقدر بـ 38000 دينار أما النوع الثاني من الآلات فثمن شرائها 165000 دينار، تستعمل لمدة 8 سنوات وتعطي صافي إيرادات سنوية 35000 دينار للسنوات الثلاثة الأولى ولباقي السنوات 48000 دينار سنويا وكان معدل الفائدة المستعمل يقدر بـ 12% سنويا.

**المطلوب**: 1- حدد أي التجهيزات تختار المؤسسة باستعمال طريقة فترة الاسترداد لرأس المال.

2- باستعمال طريقة صافي القيمة الحالية حدد أي التجهيزات تختاره المؤسسة، وماذا تلاحظ عن اختلاف مدة استعمالها.

3- لتفادي مشكلة المدة فإن المؤسسة بإمكانها تجديد التجهيزات ذات المدة القصيرة عند استعمالها بنفس التكلفة، حدد على هذا الأساس أي التجهزين يتم اختياره بنفس الطريقة (صافي القيمة الحالية).

**التمرين 05**: ثلاثة مشاريع تكلفة كل منها 370000 دينار، مدة استعمالها 5 سنوات بمعدل فائدة 10%، فكانت إيراداتها الصافية حسب الجدول التالي مع العلم أن هذه المؤسسة لا تخضع للضريبة على الأرباح للسنوات الثلاثة الأولى وللسنوات الأخرى تبلغ نسبة هذه الضريبة 30%، وأن القيمة التقديرية في نهاية استعمال الاستثمار الأول A قدرت بـ 20000 دينار والاستثمارات الأخرى قيمتها في نهاية حياتها معدومة.

| السنوات / الاستثمارات | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 85000 | 85000 | 85000 | 85000 | 85000 |
| B | 130000 | 130000 | 130000 | 130000 | - |
| C | 150000 | 150000 | 120000 | 120000 | 120000 |

**المطلوب**:1- حدد أي الاستثمارات أكثر مردودية أو قبولا:

- باستعمال معدل العائد الداخلي.
- باستعمال مؤشر الربحية.
- باستعمال المعدل المتوسط للعائد.
- باستعمال صافي القيمة الحالية.

2- أي الاستثمارات سوف تختاره المؤسسة وعلى أي أساس يتم ذلك؟.

**التمرين 06**: مؤسسة لها الاختيار بين شراء آلة جديدة بقيمة 685000 دينار، تستعمل لمدة 6 سنوات تستلزم بعض التكاليف في السنة الأولى مع تحقيقها لإيرادات صافية ابتداء من نهاية السنة الثانية تقدر بـ 164000 دينار سنويا حتى نهاية استعمالها أين يمكن بيعها بمبلغ 45000 دينار.

أما الاختيار الثاني فيمكن في تصليح الآلات القديمة المهملة حاليا والتي سوف تكلف لمدة 3 سنوات 195000 دينار، وتعطي هذه الآلات إيرادات للسنة الأولى والثانية 12000 دينار سنويا ثم ابتداء من نهاية السنة الثالثة 20500 دينار سنويا حتى نهاية السنوات الستة.

**المطلوب:** إذا كان معدل الفائدة المستعمل 13%، حدد أي الاختيارين أحسن للمؤسسة باستعمال مختلف الطرق.

**التمرين 07:** مشروعين قيمة شراء آلاتها على التوالي: 300000 دينار و280000 دينار مدة حيازتها 4 سنوات، وصافي إيراداتها على التوالي: 18000 دينار، 12000 دينار 7000 دينار و3000 دينار للأول و18000 دينار 7000 دينار 7000 دينار 5000 دينار للثاني.

**المطلوب:** 1- أحسب صافي القيمة الحالية لكل من المشروعين، إذا كان المعدل 12%.

2- نفس السؤال إذا كان المعدل 15%، ماذا تلاحظ على تأثير تغير معدل الفائدة المستعمل؟.

3- أي المشروعين يجب اختياره.

4- للاستعانة في القرار يقترح عليك استعمال مؤشر الربحية للمشروعين فأي النوعين تختاره؟.

**التمرين 08:** لديك الاستثمارات التالية وإيراداتها الصافية بعد الضريبة كما هو موضح في الجدول:

| السنوات / الاستثمارات | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 40000 | 25000 | 10000 | 5000 | - | - |
| B | 46000 | 12000 | 12000 | - | 25000 | 25000 |
| C | 40000 | 8000 | 12000 | 12000 | 12000 | - |
| D | 35000 | 15000 | 15000 | 15000 | - | 10000 |

**المطلوب:** 1- دراسة الاستثمارات الأربعة بطريقة معدل المتوسط للعائد ثم بطريقة صافي القيمة الحالية.

2- أي الاستثمارات حسب هاتين الطريقتين ستختاره المؤسسة؟.

**التمرين 09:** مؤسسة تستعمل آلة منذ أربعة سنوات قد اشترتها بقيمة 45000 دينار، وقدر عمرها والإنتاجي بـ 12 سنة منذ تاريخ حيازتها، بحيث تنعدم قيمتها في نهاية مدة استعمالها، وحددت اهتلاكاتها على أساس الدفعة الثابتة وبذلك فقيمتها الحالية الصافية 30000 دينار.

ونظرا لاعتبارات معينه تقدم مدير الإنتاج في هذه المؤسسة، باقتراح شراء آلة جديدة بمبلغ 60000 دينار، عمرها الإنتاجي 8 سنوات، يقدر لها أن ترفع المبيعات بـ 4000 دينار سنويا وتخفض تكاليف التشغيل بـ 8000 دينار نظرا لتكنولوجيتها العالية ومساهمتها في اقتصاد المواد الأولية وفي الوقت.

مع العلم أن قمة الآلة القديمة في السوق حاليا تقدر بـ 7500 دينار، وأن معدل الفائدة المطبق على رأس المال 12%، ونسبة الضريبة على الأرباح 30% في هذه المؤسسة.

**المطلوب:** 1- أحسب صافي القيمة الحالية لكل من الآلة القديمة والآلة الجديدة عند اقتنائها.

2- أحسب معدل العائد الداخلي للاستثمارين.

3- هل يمكن أخذ اقتراح مدير الإنتاج وتطبيقه.

4- إذا تغير معدل الفائدة المطبق في السوق إلى 18%، فهل تصلح الإجابة رقم 3 ؟.

**التمرين 10:** شركة صناعية تريد توسيع مصنعها ولها الاختيار بين مشروعين:

- المشروع الأول: نفقات التجهيزات غير مجددة بلغت 600000 دينار وتدفع فورا ابتداء من السنة الأولى وهذه النفقات تسمح للمؤسسة الحصول عل ربح سنوي قدره 120000 دينار وهذا لمدة 10 سنوات.

- المشروع الثاني: نفقات التجهيزات 300000 دينار تدفع فورا ابتداء من السنة الأولى وهذه النفقات تسمح للمؤسسة بالحصول على ربح سنوي قدره 100000 دينار لمدة 5 سنوات.

**المطلوب:** اختر المشروع الأفضل، علما أن المشروع الثاني يمكن تجديده لفتره أخرى وأن المعدل المستعمل هو 8% سنويا.

**التمرين 11:** ترغب مؤسسة في الحصول على تجهيز، وترددت بين مشروعين تتمثل خصائصها فيما يلي:

| البيان | التجهيز A | التجهيز B |
|---|---|---|
| - كلفة الاستثمار الكلية | 300000 دينار | 400000 دينار |
| - الإيرادات السنوية الصافية | 120000 دينار | 140000 دينار |
| - مدة الاستعمال | 05 سنوات | 05 سنوات |
| - قيمة الأنقاض | 50000 دينار | 60000 دينار |

لنفترض أن الاستثمار قد سدد تماما في بداية السنة الأولى، وأن الايرادات الصافية تتحقق في نهاية كل سنة، فما هو التجهيز الذي يحقق إيرادا صافيا أكثر أهمية بالقيمة الحالية بمعدل مقداره 10% ؟.

**التمرين 12:** مؤسسة لها الاختيار بين شراء آلة جديدة بقيمة 685000 دينار تستعمل مدة 6 سنوات في حين أن الآلة تحقق إيرادات ابتداءا من نهاية السنة الثانية حتى نهاية استعمالها بـ 164000 دينار سنويا، كما يمكن بيع هذه الآلة في نهاية استعمالها بـ 45000 دينار.

أما الاختيار الثاني يكمن في تصليح الآلة القديمة بنفقات سنوية 195000 دينار وهذا لمدة 3 سنوات الأولى وتعطي إيرادات بـ 12000 دينار في نهاية السنة الأولى والثانية، ثم ابتداءا من نهاية السنة الثالثة تحقق 205000 دينار سنويا حتى نهاية السنوات الستة، وكان معدل الفائدة 13% سنويا.

**المطلوب:** تحديد أي المشروعين أفضل باستخدام صافي القيمة الحالية ثم باستخدام مؤشر الربحية؟.

**التمرين 13**: مؤسسة للإنتاج الفلاحي ترغب في الحصول على جرار وكان أمامها الاختيار بين مشروعين:

– المشروع الأول: شراء جرار جديد بمبلغ 240000 دينار يدفع نصف المبلغ فورا والباقي سدد على شكل دفعتين متساويتين بعد كل سنتين من تاريخ الحصول على الجرار في حين أن مدة حياته قدرت بـ 8 سنوات كما ينتظر تحقيق إيرادات سنوية بـ 40000 دينار ابتداءا من نهاية السنة الأولى وفي نهاية السنة الثامنة يكون للجرار قيمة متبقية بمبلغ 12000 دينار.

– المشروع الثاني: شراء جرار مستعمل بمبلغ 100000 دينار، يسدد فورا كما يستعمل له مصاريف صيانة دورية بـ 10000 دينار في نهاية السنة الأولى والثانية والثالثة في حين أن عمر الجرار يقدر بـ 4 سنوات، كما ينتظر تحقيق إيرادات سنوية بمبلغ 42000 دينار ابتداءا من نهاية السنة الأولى.

**المطلوب**: أي مشروع تختاره المؤسسة في ظل معامل القيمة الحالية بـ 5% سنويا؟.

**التمرين 14**: مسؤول عن ورشة لديه الاختيار بين مشروعين:

– المشروع الأول: تصليح الآلات القديمة بمبلغ 120000 دينار تدفع فورا مع مصاريف صيانة بـ 25000 دينار تدفع في نهاية السنة الأولى ونهاية السنه الثانية، كما ينتظر تحقيق إيرادات سنوية بـ 65000 دينار ابتداءا من نهاية السنة الأولى حتى نهاية عمره الإنتاجي الذي قدر بـ 3 سنوات.

– المشروع الثاني: يبيع الآلات القديمة بـ 150000 دينار لشراء آلات جديدة وحديثة بمبلغ 500000 دينار، تدفع 200000 دينار فورا والباقي يسدد على شكل 6 أقساط ثابتة تدفع الأولى في نهاية السنة الثالثة، كما ينتظر تحقيق إيرادات سنوية كالتالي:

– 50000 دينار في نهاية السنة الأولى والثانية.

– 70000 دينار في نهاية السنوات الثلاثة الموالية.

– 50000 دينار في نهاية السنة الأخيرة.

كما تحقق قيمة متبقية بـ 20000 دينار في نهاية عمرها الإنتاجي والمقدر بـ 6 سنوات.

**المطلوب**: بما تنصح المسؤول في عملية الاختيار حيث أن معدل الفائدة بلغ 5% سنويا.

## المحور السادس: التقنيات البورصية.

في اطار المنافسة الشديدة أصبح لزاما على كل دولة من أجل تحقيق التنمية الاقتصادية والمحافظة على مكانتها أن تولي اهتماما كبيرا لأسواق رأس المال وتعمل على تطويرها وعصرنتها على جميع المستويات، الإدارية، التنظيمية، التشريعية، إلى جانب العمل على زيادة وتنويع الأدوات المالية المتداولة وتقييمها بصورة دائمة ومستمرة.

**أولا: تقييم السندات.**

تحتاج شركات الأعمال والهيئات الحكومية إلى أموال طويلة الأجل لتوفير الموارد المالية التي تكون بحاجة إليها دون اللجوء إلى زيادة رأس المال، بهدف توظيفها في الاستثمارات الرأسمالية، فتقوم بإصدار ما يسمى بالسندات.

**1- مميزات السندات**: السندات هي وثائق ذات قيمة اسمية واحدة قابلة للتداول وغير قابلة للتجزئة، تعطى للمكتتبين لقاء المبالغ التي أقرضوها للشركة قرضا طويل الأجل ويتم هذا القرض عن طريق الدعوة للاكتتاب الموجهة للعموم، كما أن هذه السندات تعطي صاحبها حق استرداد مقدار دينه من الشركة في أجل أو آجال معينة، وتتميز السندات من الوجهة الرياضية بالعناصر التالية:

**1-1- القيمة الاسمية**: وهي القيمة الواردة (المسجلة) في السند.

**1-2- معدل الفائدة**: وهو سعر الفائدة الوارد في السند ويسمى بالمعدل الاسمي، وتدفع على أساسه الفائدة لجملة السندات، وغالبا ما يختلف هذا المعدل عن معدل الاستثمار في السوق المالية.

**1-3- مدة القرض ودورية الفوائد والاستهلاكات**: وهي الشروط التي وضعت عند الإصدار لتحديد مدة وفاء قيمة السند ومدة الدورة التي تدفع بنهايتها الفوائد وتستهلك السندات.

**1-4- قيمة الإصدار (سعر الإصدار)**: وهي القيمة التي تطرح بها السندات للاكتتاب وقد تكون مساوية للقيمة الاسمية أو أقل من تلك القيمة والفرق يسمى حسم الإصدار، أو أكبر من تلك القيمة والفرق يسمى علاوة الإصدار.

**1-5- القيمة الاستهلاكية**: وهي القيمة التي تدفع لصاحب السند عند استهلاكه، وتستهلك السندات بإحدى الطرق التالية:

- دفعة واحدة وبتاريخ يحدد عند إصدار السند.
- بطريقة السحب في فترات دورية منتظمة، وفي هذه الحالة يوضع جدول للاستهلاك يحدد فيه عدد السندات التي تستهلك في كل دورة.
- بطريقة شراء السندات من السوق المالية.

هذا ويتم استهلاك السندات على أساس القيمة الاسمية للسند أو بالزيادة على القيمة الاسمية تسمى علاوة التسديد أو بقيمة تقل عن القيمة الاسمية والفرق يسمى بحسم التسديد.

**2- تقييم السندات:** يقصد بتقييم السندات معرفة القيمة التقديرية للسند الممثل للقرض في تاريخ معين وبمعدل فائدة معين، ولما كان صاحب السند ذا حق في الحصول على مبلغ إجمالي بتاريخ استهلاك السند، وكذلك الفوائد الدورية المترتبة على السند، فإن القيمة السوقية للسند بتاريخ ما تتكون من العنصرين التاليين:

- القيمة الحالية للقيمة الاستهلاكية لهذا السند أي:

$$\boxed{Va = Vn(1+t')^{-n}}$$

حيث: $Vn$: القيمة الاستهلاكية للسند (القيمة الاسمية للسند).

$t'$: معدل الفائدة في السوق المالية ويسمى معدل الاستثمار.

$n$: مدة السند.

- القيمة الحالية للفوائد الدورية الباقية لهذا السند حتى تاريخ استحقاقه محسوبة بمعدل الاستثمار أيضا، حيث:

$$\boxed{Va = Vn \times t \times \frac{1-(1+t')^{-n}}{t'}}$$

ويتضح مما تقدم أن القيمة التقديرية للسند بتاريخ معين أي القيمة السوقية ($Vm$)، تساوي مجموع القيم الحالية للقيمة الاستهلاكية لهذا السند والقيمة الحالية للفوائد، أي أن:

$$\boxed{Vm = Vn\,(1+t')^{-n} + Vn \times t \times \frac{1-(1+t')^{-n}}{t'}}$$

وتتغير قيمة السند السوقية صعودا وهبوطا بحسب اختلاف معدل فائدة السند عن معدل الفائدة في السوق المالية، فتنقص القيمة السوقية كلما كان معدل الاستثمار أكبر من معدل عائد السند، وبالعكس تزداد القيمة السوقية إذا كان معدل عائد السند أكبر من معدل الاستثمار في السوق المالية.

**مثال:** 1- ما الثمن الذي تدفعه لشراء سند قيمته الاسمية 2700 دينار، يستهلك بعد 10 سنوات بالقيمة نفسها، ويعطي فائدة سنوية معدلها 7% وكان معدل الاستثمار في السوق المالية 9% سنويا؟.

2- إذا كان معدل الاستثمار 6% فما هو الثمن الذي تدفعه لقاء الحصول على هذا السند وماذا تلاحظ؟.

**الحل:**

**1- القيمة السوقية للسند (الحالة الأولى):**

$$Vm = Vn\,(1+t')^{-n} + Vn \times t \times \frac{1-(1+t')^{-n}}{t'}$$

$$Vm = 2700(1.09)^{-10} + 2700 \times 0.07 \times \frac{1-(1.09)^{-10}}{0.09} = 2353.44\ DA$$

**2- القيمة السوقية للسند (الحالة الثانية):**

$$Vm = 2700\,(1.06)^{-10} + 2700 \times 0.07 \times \frac{1-(1.06)^{-10}}{0.06} = 1541.72\ DA$$

نلاحظ أنه إذا كان معدل الفائدة السائد بالسوق أقل من معدل الفائدة على السند فإن القيمة السوقية للسند تقل أو العكس.

**ملاحظات:** 1- إذا كان معدل الاستثمار أكبر من معدل الفائدة يكون ثمن الشراء (القيمة السوقية) أقل من القيمة الاسمية للسند، وذلك بهدف تعويض المستثمر (حامل السند) عن الخسارة الناشئة عن النقص في معدل عائد السند عن معدل الاستثمار.

2- إذا كان معدل الاستثمار أقل من معدل فائدة السند يكون ثمن الشراء أكبر من القيمة الاسمية للسند، وذلك لأن المستثمر لديه الاستعداد في سداد الربح الناشئ عن زيادة معدل فائدة السند عن معدل الاستثمار.

3- إذا كان معدل الاستثمار مساويا لمعدل فائدة السند، يكون ثمن الشراء هو القيمة الاسمية نفسها، وبالتالي فليس هناك أية ضرورة للمستثمر لسداد أكثر من القيمة الاسمية، كما وليس هناك أي تعويض يجب سداده للمستثمر لتخفيض الثمن.

**3- حالات مختلفة لتقييم السندات:** من الحالات التي تصادفنا في تقييم السندات نجد:

**3-1- السندات التي تدفع فوائدها أكثر من مرة في السنة:** مثال: ما ثمن شراء سند قيمته الاسمية 4000 دينار يستهلك بعد 10 سنوات بالقيمة الاسمية نفسها وتدفع فوائده كل 04 أشهر وبمعدل سنوي 9%، إذا علمت أن معدل الاستثمار في السوق المالية 4% كل أربعة أشهر.

**الحل:**

**- القيمة السوقية للسند (ثمن الشراء):**

$$Vm = 4000\,(1.04)^{-30} + 4000 \times 0.03 \times \frac{1-(1.04)^{-30}}{0.04} = 3308.31\ DA$$

**3-2- سداد سند بقيمة استهلاكية تختلف عن قيمته الاسمية:** سبق أن بينا أن بعض الشركات ترد قيمة السند بعلاوة رد أو حسم رد ولإيجاد ثمن الشراء نطبق المعادلة المستخدمة سابقا، أي أن:

$$\boxed{Vm = Vc(1+t')^{-n} + Vn \times t \times \frac{1-(1+t')^{-n}}{t'}}$$

**مثال:** ما هو ثمن شراء سند قيمته الاسمية 3500 دينار يستهلك بعد 5 سنوات بقيمة 3250 دينار، تدفع الفوائد بشكل دوري منتظم كل 6 شهور بمعدل 4% عن نصف السنة وكان سعر الفائدة في السوق المالية 7% سنويا.

**الحل:**

**- إيجاد ثمن الشراء (القيمة السوقية):**

$$V_m = V_c\,(1+t')^{-n} + V_n \times\ t\ \times \frac{1-(1+t')^{-n}}{t'}$$

$$V_m = 3250(1.035)^{-10} + 3500\ \times\ 0.04\ \times \frac{1-(1.035)^{-10}}{0.035} = 3468.31\ \text{DA}$$

**3-3- السندات الدائمة:** هناك نوع من السندات ليس لها تاريخ استحقاق وتصدرها عادة الحكومات لتمويل مشروعاتها، ويستطيع حامل السند استرداد القيمة ببيع السند في السوق المالية لذا يمكن حساب ثمن الشراء (القيمة السوقية) لهذه السندات باستخدام علاقة القيمة الحالية للدفعات الدائمة، حيث:

$$\boxed{V_m = \frac{V_n\ \times\ t}{t'}}$$

**مثال 1:** ما هو ثمن شراء سند دائم قيمته الاسمية 3500 دينار ومعدل فائدته 8% سنويا وكان سعر الفائدة السائد في السوق المالي 7% سنويا.

**الحل:**

**- إيجاد ثمن شراء سند دائم:**

$$Vm = \frac{Vn\ \times\ t}{t'} = \frac{3500\ \times\ 0.08}{0.07} = 4000\ \text{DA}$$

**مثال 2:** 1- ما هو ثمن شراء سند دائم قيمته الاسمية 4500 دينار ومعدل فائدته 8% علما أن الفائدة الدورية الأولى تؤدى بعد 7 سنوات ومعدل الفائدة في السوق المالي 7.5% سنويا.

2- ما هو ثمن شراء هذا السند إذا كانت الفائدة الدورية تؤدي مباشرة في نهاية السنة؟.

**الحل:**

**1- القيمة السوقية للسند (الحالة الأولى):**

$$Vm = \frac{Vn\ \times\ t}{t'}\ \times\ (1+t')^{-(s-1)}$$

حيث s: مدة تأجيل الفائدة الدورية.

$$Vm = \frac{4500\ \times 0.08}{0.075}\ \times\ (1.075)^{-(7-1)} = 3109.92\ \text{DA}$$

**2- القيمة السوقية للسند (الحالة الثانية):**

$$Vm = \frac{Vn \times t}{t'} = \frac{4500 \times 0.08}{0.075} = 4800\ DA$$

**4- استهلاك السندات:** تستهلك القروض السندية أي تدفع قيمتها لمالكها بعد انتهاء مدتها وفقا للشروط المحددة على متن السند وهي تنحصر في ثلاثة طرق مختلفة، كما يلي:

- الطريقة الأولى تتم بدفع قيمة السند مرة واحدة في نهاية المدة مع دفع الفوائد بصورة دورية.
- الطريقة الثانية وتتم باستهلاك السندات بأعداد متساوية سنويا مع دفع الفوائد على رصيد السندات المتداولة وتسمى بطريقة الاستهلاكات المتساوية.
- الطريقة الثالثة وتتم باستهلاك السندات بأعداد مختلفة سنويا بحيث تتساوى جملة ما تخصصه الجملة المصدرة للسندات من أموال لاستهلاك السندات في نهاية كل فترة زمنية بعينها، ودفع الفوائد المستحقة في مواعيدها. وفيما يلي أمثله توضح الطرق الثلاثة أعلاه.

**مثال 1**: أصدرت المؤسسات المالية 20000 سند بقيمة 100 دينار للسند الواحد وبفائدة معدلها السنوي 9%، بحيث تستهلك السندات في نهاية 5 سنوات وبالقيمة الاسمية، وقررت تلك الجهة ايداع دفعات متساوية في نهاية كل سنة لدى أحد البنوك بحيث تصبح جملتها في نهاية المدة مساوية للقيمة الاستهلاكية للسندات وعلى أن تستثمر تلك الدفعات بفائدة معدلها السنوي 10%.

**المطلوب**: معرفة مقدار الدفعة السنوية وما تتحمله تلك المؤسسة سنويا في سبيل القرض؟.

**الحل**:

**- نحسب أولا الفائدة الدورية الواحدة على القرض:**

$$I = Vn \times t \times n = 100 \times 20000 \times 0.09 \times 1 = 180000\ DA$$

**- نحسب مقدار الدفعة الواحدة:**

$$M = a[\frac{(1+t')^n - 1}{t'}]$$

$$20000 \times 100 = a[\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1}]$$

$$\Rightarrow a = 327594.96\ DA$$

**- نحسب مقدار ما تتحصله المؤسسة سنويا:**

وهو مجموع الفوائد الدورية ومقدار الدفعة السنوية = 180000 + 327594.96 = 507594.96 دينار.

**مثال 2**: أصدرت احدى المؤسسات المالية قرضا سنديا من 5000 سند بقيمة اسمية للسند مقدارها 500 دينار وعلى أساس فائدة سنوية معدلها 9% تدفع أخر كل سنة، فإذا علم أن شروط الإصدار تنص على أن تسدد قيمة القرض على أربعة أقساط متساوية من أصل القرض والفوائد معا.

**المطلوب**: تحديد عدد السندات المستهلكة سنويا.

**الحل**:

– قيمة السندات الكلية = 5000 × 500 = 2500000 دينار.

– نحسب القسط المتساوي الواحد الذي يجب على هذه الجهة المالية تسديده سنويا من أصل القرض والفوائد معا وذلك بتطبيق قانون القيمة الحالية لجملة الدفعات المتساوية.

$$M = a[\frac{(1+t)^n - 1}{t'}]$$

$$2500000 = a[\frac{1-(1.0)^{-4}}{0.0}]$$

$$\Rightarrow a = 771671.65 \text{ DA}$$

– فائدة السنة الأولى:

$$I_1 = 2500000 \times \ 0.09 \ \times \ 1 = 225000 \text{ DA}$$

– قيمة السندات المستهلكة في نهاية السنة الأولى:

771671.65– 225000 = 546671.65 دينار.

– عدد السندات المستهلكة في نهاية السنة الأولى:

546671.65 ÷ 500 = 1093 سند.

**مثال 3**: أصدرت إحدى المؤسسات المالية قرضا سنديا بقيمة نصف مليون دينار وبالشروط التالية:

– عدد السندات: 100 سند.

– قيمة السند الاسمية: 500 دينار ويستهلك بهذه القيمة.

– معدل الفائدة: 4% وتدفع في نهاية كل سنة.

– مدة القرض: 5 سنوات.

– يستهلك القرض بطريقة الاستهلاكات المتساوية بالسحب الفوري.

**المطلوب**: إعداد جدول استهلاك القرض.

**الحل**:

– عدد السندات الواجب استهلاكها سنويا = 1000÷ 5 = 200 سند.

– القيمة الاسمية للسندات المستهلكة سنويا = 500 × 200 = 100000 دينار.

- فائدة السنة الأولى:

$$I = Vn \times t \times n = (1000 \times 500) \times 0.04 \times 1$$
$$I = 20000\ DA$$

وعليه جدول الاستهلاك القرض:

| السنوات | عدد السندات المتداولة اول السنة | عدد السندات المستهلكة | الفائدة السنوية | القيمة الاسمية للسندات المستهلكة | الدفعة السنوية |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1000 | 200 | 20000 | 100000 | 120000 |
| 2 | 800 | 200 | 16000 | 100000 | 116000 |
| 3 | 600 | 200 | 12000 | 100000 | 112000 |
| 4 | 400 | 200 | 8000 | 100000 | 108000 |
| 5 | 200 | 200 | 4000 | 100000 | 104000 |
| المجموع: | | 1000 | 60000 | 500000 | 560000 |

**ثانيا: تقيم الأسهم.**

الأسهم تمثل حقوق الملكية في الشركات التي تقوم بطرحها في السوق عند التأسيس أو عندما تحتاج إلى تمويل إضافي لتوسيع أنشطتها الاستثمارية، ويمكن للمستثمرين اعادة بيع هذه الأسهم في السوق المالية.

فالسهم هو عبارة عن ورقه مالية طويلة الأجل، تمثل جزء من رأس المال الذي يقسم إلى عدة أجزاء صغيرة متساوية كل جزء أو قسم منها يسمى سهما، وله ثمن معين ويعتبر العدد الذي يمتلكه الشخص من هذه الأسهم حصته في رأس المال وهي قابلة للتداول ولكل سهم قيم مختلفة اسمية يصدر بها قيمته سوقيه تتحدد في البورصة وفقا للعرض والطلب وقيمه دفترية تستعمل في حالة تصفية الشركة.

**1- محددات قيم الأسهم**: للسهم عدة قيم نوجزها فيما يلي:

**1-1- القيمة الاسمية**: هي قيمه السهم عند إصداره أول مرة وهي عادة أقل من القيمة السوقية، وهي قيمته نظرية لتغطية رأس المال، وهي منصوص عليها في عقد التأسيس ومن أهم وظائف هذه القيمة هو تحديد قيمة السهم الواجب في ملكية المؤسسة.

**1-2- القيمة الدفترية (القيمة المحاسبية)**: هي قيمة السهم عند التصفية، وتحسب من خلال قيم الموجودات المادية والمالية والنقدية مطروحا منها قيم الالتزامات بما فيها الحصص المقررة بمعدلات ثابتة لأصحاب الأسهم الممتازة والسندات المستحقة، ومن ثم يجري تقسيم الناتج على عدد الأسهم العادية ويمكن اعتماد الصيغة الآتية لاحتساب القيمة الدفترية:

| |
|---|
| القيمة الدفترية = اجمالي حقوق المساهمين ÷ عدد الأسهم = (رأس المال + الاحتياطات + أرباح غير موزعة) ÷ عدد الأسهم. |

وتشير القيمة الدفترية لقيمة السهم في قائمة المركز المالي للشركة وكقاعدة عامة فإن القيمة الدفترية للسهم تمثل مؤشرا ضعيفا لقيمة السهم وذلك للأسباب التالية:

– تشير القيمة الدفترية للسهم إلى قيمة التاريخية وليس إلى القيمة المستقبلية، فالأصول تسجل بقيمتها التاريخية وهذه الأخيرة لا تعكس السعر الحالي لنفس هذه الأصول في ظل معدلات التضخم السائدة.

– القيمة الدفترية تعكس فقط قيمه الاستثمارات بواسطه الملاك في الورقة المالية، فإذا ما أثمرت هذه الاستثمارات بعائد أعلى أو أقل مما يطلبه المستثمر حاليا فإن القيمة المحورية لثروة هؤلاء المستثمرين ستكون أعلى أو أقل من قيمة الأصول عند التصفية.

**1–3– القيمة السوقية:** هي سعر السهم خلال التداول في الأسواق الثانوية، الذي يخضع لظروف العرض والطلب، علما أن هذه الظروف كثيرا ما تعكس البيئة الاقتصادية والسياسية، والاجتماعية المحيطة وخاصة بالنسبة لظروف التبادل الدولية والداخلية وانعكاس التقلبات الاقتصادية السوقية واختناقات الاقتصاد المحلي، هذا فضلا عن واقع الشركة المعنية من حيث مستويات ربحيتها وسيادات حصص المساهمين من الأرباح الخاضعة للتوزيع، والدور الذي تمارسه إدارة السوق المالية في تكريس الاستقرار وتجاوز الاختناقات ونشر المعلومات .

فالقيمة السوقية للسهم تمثل محصلة التقاء قوى العرض والطلب، أي من خلالهما يتحقق السعر العادل للسهم الذي يتداوله به في السوق المالي، وتلعب كل من القيمة الدفترية والقيمة الاسمية دورا هاما في تحديد القيمة السوقية التي تباع بها الأسهم في السوق المالية، وقد تكون القيمة السوقية أكبر أو أقل من القيمة الاسمية، كما يمكن أن تلجأ المؤسسة المصدرة إلى بيع أسهمها بسعر أقل أو أكبر من القيمة الاسمية، كما يمكن أن تلجأ المؤسسة المصدرة إلى بيع أسهمها بسعر أقل من القيمة الاسمية، لضمان تصريف تلك الأسهم المصدرة.

**1–4– القيمة الاحلالية:** تختلف القيمة الاحلالية عن القيمة عند التصفية فالقيمة عند التصفية تشير إلى صافي القيمة البيعية للأصل أو الورقة المالية بينما تشير القيمة الاحلالية إلى التكلفة المطلوبة للحصول على الأصل الحالي بنفس قدراته الإنتاجية بسعر اليوم، وعلى ذلك ففي حالة عدم وجود تكلفة معاملات (مثل عمولات البيع، ومصاريف تفكيك والتخلص من الأصل...) فسوف تتعادل القيمة عند التصفية مع القيمة الاحلالية، ومن ثم فوجود تكلفة معاملات من شأنه أن يجعل القيمة الاحلالية أكبر من القيمة عند التصفية.

**1–5– القيمة الحالية:** تعني التدفقات النقدية التي يتوقع أن يحصل عليها صاحب السهم مستقبلا أي التوزيعات المستقبلية مخصومة بمعدل خصم يكفي لتعويض المستثمر عن مخاطر الاستثمار في هذا السهم، في هذا الاطار يوجد عدد كبير من النماذج التي تعتمد على فكرة القيمة الحالية في تحديد القيمة العادلة للسهم، من بين هذه النماذج: نموذج الخصم (خصم التوزيعات)، نموذج خصم ربح السهم، نموذج خصم التدفق النقدي، نموذج سعر السهم إلى ربح السهم، نموذج التدفق النقدي الحر.

**2- تقييم الأسهم**: يتم تقييم الأسهم في الأسواق المالية بالاعتماد على مجموعة من الطرق منها:

**2-1- حساب نسبه سعر السهم إلى أرباحه (P/E) ونصيب السهم من الأرباح (DIV)**: يمثل سعر السهم إلى أرباحه (**P/E**) حصة السهم العادي من الأرباح المحققة ويسمى في بعض الأحيان بالمضاعف لأنه يمثل عدد الوحدات النقدية التي يجب استثمارها للحصول على وحده نقدية واحدة من الأرباح، فمثلا إذا كان سعر السهم دينارا واحدا وأن الأرباح الموزعة كانت بنسبة 5% من سعر السهم فإن:

$$P/E = 1 \div 0,05 = 20 \text{ DA.}$$

أي أنه لغرض الحصول على دينار واحد من الأرباح يجب استثمار مبلغ قدره 20 دينار أي يجب شراء 20 سهما بسعر دينار واحد للسهم لتحقيق الربح قدره دينار واحد خلال سنة.

(DIV): أي نصيب السهم العادي من الأرباح المحققة أي أن DIV = EPS ويستخرج بقسمة الأرباح المحققة على عدد الأسهم:

| |
|---|
| **DIV** = قيمة الأرباح المحققة ÷ عدد الأسهم |

وقد تختلف هذه النسبة (DIV) بالنسبة للأسهم التفضيلية (الممتازة) مقارنة بالأسهم العادية حيث تحظى الأسهم الممتازة عادة بنسبة أعلى من الأرباح المحققة.

فإذا كان مجموع الأرباح المحققة والمخصصة للتوزيع على الأسهم العادية 10000 دينار وأن عدد هذه الأسهم 4000 سهم فإن نصيب السهم الواحد من الأرباح المحققة:

$$\text{DIV} = \frac{10000}{4000} = 2.5$$

وفيما يلي أمثلة توضيحية لطريقة حساب ربحية الأسهم العادية والتفضيلية وغيرها من المؤشرات المالية:

**مثال 1**: أحسب الأرباح الكلية المدفوعة عن السنة الأخيرة لمستثمر يمتلك 300 سهم من أسهم إحدى الشركات علما أن السهم الواحد حقق ربحا قدره دينار ونصف؟.

**الحل**:

الأرباح الكلية المدفوعة = 300 × 1,5= 450 دينار.

**مثال 2**: أحسب ثمن شراء 100 سهم تم شراؤها وفق أعلى سعر شراء والبالغ 9,75 دينار.

**الحل**:

ثمن الشراء = 100 × 9.75 = 975 دينار.

**مثال 3**: أصدرت شركة تجارية 2000 سهما بقيمة 100 دينار للسهم الواحد من الأسهم العادية، كما أصدرت 500 سهما من الأسهم التفضيلية بفائدة معدلها السنوي 8% وبقيمة 100 دينار للسهم الواحد، فإذا حققت الشركة أرباحا مقدارها 12000 دينار، فما هي حصة السهم العادي من الربح؟.

**الحل**:

- ربحية السهم الممتاز من الربح = 100 × 0,08 = 8 دينار.
- مجموع ربح الأسهم الممتازة = 500 × 8 = 4000 دينار.
- أرباح الأسهم العادية = 12000 – 4000 = 8000 دينار.
- ربحية السهم العادي الواحد = 8000 ÷ 2000 = 4 دينار.

**مثال 4**: يمتلك أحد المستثمرين 120 سهما تفضيليا بقيمه 100 دينار للسهم الواحد، فإذا كانت الشركة المعنية بالأسهم توزع أرباحا بنسبة 7,25% من قيمة السهم الواحد، فما هي جملة أرباح هذا المستثمر؟.

**الحل**:

- ربحية السهم الواحد = 100 × 0,0725 = 7,25 دينار.
- ربحية الأسهم السنوية = 120 ÷ 7,25 = 870 دينار.
- ربحية الأسهم خلال السنوات الثلاث الأخيرة = 870 × 3 = 2610 دينار.

**مثال5**: اشترى أحد المستثمرين 160 سهما بقيمه 53,125 دينار للسهم الواحد، فإذا كانت عمولة الوسيط المالي بنسبة 0,4% وعمولة السوق المالي بنسبة 0,14%، فما هي تكلفة شراء هذا السهم؟.

**الحل**:

- قيمة الأسهم الكلية قبل العمولة = 160 × 53,125 = 5620 دينار.
- قيمة العمولة الكلية = 5620 × (0,4% + 0,14%) = 30,341 دينار.
- كلفة شراء الأسهم = 5620 +30,341 = 5650,34 دينار.

**2-2- الربحية الرأسمالية والربحية الكلية للأسهم**: إن التعامل بالأسهم يتطلب التعرف على الكثير من المعلومات بخصوص الأسواق المالية وكيفيه حساب ربحية السهم الواحد وفق ما يلي:

- إن أغلب الأسهم التفضيلية هي أسهم تراكمية الأرباح فإذا صرحت الجهة المصدرة للأسهم بنسبة أرباح معينه في سنة ما، فإن الأسهم التفضيلية تتحقق لها أرباحا عن السنوات السابقة التي لم يصرح فيها عن وجود أرباح إضافة إلى أرباح السنه الحالية ويعد ذلك أحد الفروق الجوهرية بينها وبين الأسهم العادية حيث تصرف للأسهم العادية أرباحا عن السنة الأخيرة فقط.

- جرت العادة على التعامل مع الأسهم بيعا وشراء على شكل مجموعات من مضاعفات العدد 100 تسمى Rounds lots، أما إذا كانت الأسهم أقل من 100 سهما فتسمى Odd lots، وإن انخفاض الأسهم عن 100 سهم يؤدي إلى زيادة في سعر شراء السهم الواحد بنسبة معينة قد تصل إلى 0,125 وحده نقديه على

السهم الواحد في بعض الأسواق المالية، وكذلك فإنه عند البيع يتم تخفيض سعر السهم بنفس النسبة أي 0,125 وحدة نقدية.

- الإنتاجية السنوية للسهم الواحد هي نسبه الربح السنوي للسهم الواحد مقسوما على سعر السهم الواحد أي:

الإنتاجية السنوية للسهم = ربحية السهم الواحد السنوية ÷ سعر السهم الواحد.

- الربحية الرأسمالية: التي تمثل الفرق بين الربح الصافي للسهم أي سعر بيع السهم والكلفة الكلية للسهم.

الربحية الرأسمالية = صافي سعر بيع السهم – كلفة السهم الكلية.

- الربحية الكلية للسهم: وتمثل حاصل جمع مجموع الأرباح السنوية المحققة من السهم مضافا اليها الربحية الرأسمالية للسهم، ويأخذ المستثمر قراره بالبيع أو الشراء اعتمادا على الربحية الكلية للسهم خلال فترة معينة بغض النظر عن عمولة الوسطاء والضرائب الأخرى.

**مثال 1**: أحسب معدل الإنتاجية السنوي للسهم العادي الواحد إذا كانت الأرباح نصف السنوية على السهم 1,35 دينار وأن سعر شراء السهم 18 دينار؟.

**الحل**:

- الأرباح السنوية للسهم الواحد = 2 × 1,35=2,7 دينار.

- معدل إنتاجية السهم الواحد من الأرباح = 18 ÷ 2,7 = 0,15.

**مثال 2**: اشترى أحد المستثمرين أسهما عادية بسعر 22 دينار للسهم الواحد وتعطي أرباحا ربع سنوية مقدارها 0,45 دينار للسهم الواحد، فإذا باع هذا المستثمر ما بحوزته من أسهم بعد سنتين بمبلغ 37,5 دينار للسهم الواحد.

**المطلوب**: 1- أحسب الربح الكلي لكل سهم.

2- نسبة الربح الكلي لكل سهم.

**الحل**:

- رصيد السهم من الأرباح خلال السنتين = 8 × 0,45 = 3,6 دينار.

- الربحية الرأسمالية للسهم = سعر البيع – التكلفة = 37.5-22 = 15.5 دينار.

- الربحية الكلية للسهم = نصيب الأسهم من الأرباح + الربحية الرأسمالية = 3.6 + 15.5= 19.10دينار.

- نسبة الربحية = (19,10 ÷ 22) × 100= 86,82%.

أي أن السهم الواحد حقق أرباحا تعادل حوالي 87% من كلفته خلال السنتين.

# تمارين حول التقنيات البورصية.

**التمرين 01**: سند قيمته الاسمية 15000 دينار يستحق السداد بعد 10 سنوات بقيمته الإسمية نفسها فإذا كان السند يدر فائدة بمعدل 8% سنويا.

**المطلوب**: تحديد ثمن شراء السند في الحالات التالية:

1- على افتراض أن معدل الاستثمار في السوق المالية 8% سنويا.

2- على افتراض أن معدل الاستثمار في السوق المالية 6%.

3- على افتراض أن معدل الاستثمار في السوق المالية 10%.

4- ماذا تلاحظ؟.

**التمرين 02**: سند قيمته الاسمية 20000 دينار ويستحق بعد 15 سنة ويعطي فائدة كل 6 شهور، بمعدل 3% عن نصف السنة، فما هو ثمن شراء هذا السند إذا كان معدل الفائدة في السوق المالي 3,5% عن نصف السنة وكان السند يستهلك في نهاية المدة بقيمة 21000 دينار.

**التمرين 03**: رغبت شركة مساهمة في إصدار سندات قرض بقيمته 2000 دينار وتعطي فائدة سنوية بمعدل 8% وتستهلك بعد 9 سنوات، فإذا كان معدل الفائدة في السوق المالية 7% سنويا، والسند يستهلك بقيمته الاسمية فما هو سعر إصدار هذه السندات.

**التمرين 04**: سند قيمته الاسمية 18000 دينار يستهلك بعد 15 سنة بقيمه 1980 دينار، فإذا كان سعره في السوق المالية 2345,292 دينار أحسب معدل الفائدة السنوي للسند، علما بأن معدل الفائدة في السوق المالية 3% سنويا.

**التمرين 05**: ما هو ثمن شراء سند دائم قيمته الاسمية 5000 دينار ومعدل فائدته 10% سنويا علما بأن معدل الاستثمار في السوق المالي 8% سنويا وأن الفائدة الأولى تؤدى بعد مرور 5 سنوات من تاريخ الشراء.

**التمرين 06**: سند قيمته الاسمية 2500 دينار ويستهلك بهذه القيمة ويستحق الدفع بعد 5 سنوات من الآن، فإذا كان معدل فائدة السند 8% سنويا وأن معدل الاستثمار السوقي 8,5% سنويا.

**المطلوب**: أحسب ثمن شراء السند الآن، علما أن الفوائد تدفع مرة واحدة في نهاية كل سنة؟.

**التمرين 07**: سند قيمته الاسمية 1500 دينار ويستهلك بهذه القيمة، ويستحق الدفع بعد 7 سنوات من الآن، فإذا كان معدل الفائدة للسند 7% سنويا وأن معدل الاستثمار السوقي 8% سنويا.

**المطلوب**: أحسب ثمن شراء السند بعد سنة وخمسة أشهر مع العلم أن الفوائد تدفع مرة واحدة نهاية كل سنة؟.

**التمرين 08:** سند قيمته الاسمية 5000 دينار ويستهلك بهذه القيمة ويستحق الدفع بتاريخ الأول من جانفي 2017 فإذا كان معدل الفائدة السنوي 10% وأن الفوائد تضاف مرتين في السنة، وأن معدل الفائدة في السوق المالي 8% سنويا.

**المطلوب:** أحسب ثمن شراء السند بتاريخ الأول جانفي 2014 ؟.

**التمرين 09:** سند قيمته الإسمية 1000 دينار ويستهلك بهذه القيمة ويستحق الدفع بتاريخ الخامس عشر من أكتوبر 2016، فإذا كان معدل الفائدة 10,5% سنويا وأن كبونات الفوائد تصرف في الخامس عشر من ماي والخامس عشر من أكتوبر وأن معدل الاستثمار السوقي 9,8% سنويا وأن الفوائد تضاف مرتين خلال السنة.

**المطلوب:** أحسب ثمن شراء السند في الخامس عشر من أكتوبر 2013 ؟.

**التمرين 10:** سند قيمته الاسمية 1000 دينار ويستهلك بقيمة 1050,5 دينار ويستحق الدفع في الأول من أفريل 2010 فإذا كان معدل فائدة السند 8,625% سنويا، وأن كبونات الفوائد تصرف في الأول من أفريل والأول من جوان وأن معدل الفائدة في السوق المالي 8% سنويا وأن الفوائد تضاف مرتين خلال العام.

**المطلوب:** أحسب ثمن شراء السند في الأول من جوان 2005 ؟.

**التمرين 11:** سند قيمته الاسمية 1000 دينار ويستهلك بهذه القيمة ويستحق الدفع في الخامس عشر ماي 2014، فإذا كان معدل الفائدة 9% سنويا وأن كبونات الفوائد تصرف في الخامس عشر من ماي والخامس عشر من جويلية وأن معدل الفائدة في السوق المالي 10%.

**المطلوب:** أحسب ثمن شراء السند في الخامس عشر من ماي 2004 على افتراض:

1- أن السند مطلوب للاستهلاك بمبلغ 1040 دينار بتاريخ الخامس عشر من ماي 2008 ؟.

2- أن السند يستهلك بقيمته الأصلية في الخامس عشر من ماي 2014 ؟.

**التمرين 12:** سند قيمته الاسمية 1000 دينار ويستهلك بهذه القيمة ويستحق الدفع في الخامس عشر ماي 2014 فإذا كان معدل الفائدة 8.5% سنويا وأن الفائدة تصرف مرتين في السنة، وأن معدل الاستثمار السوقي 8% سنويا.

**المطلوب:** أحسب ثمن شراء السند في 15 أكتوبر 1991 ؟.

**التمرين 13:** أصدرت مؤسسة مالية قرضا سنويا يتكون من 2000 سند بقيمة اسمية للسند الواحد مقدارها 50 دينار وعلى أساس فائدة سنوية معدلها 10% تدفع آخر كل سنة، فإذا علم أن شروط الإصدار تنص على أن تسدد قيمة القرض على 5 أقساط متساوية من الأصل والفوائد معا.

**المطلوب:** 1- تحديد قيمة القسط الواحد.

2- فائدة السنة الأولى.

3- قيمة السندات المستهلكة في نهاية السنة الأولى.

4- عدد السندات المستهلكة في نهاية السنة الأولى.

**التمرين 14:** اشترى مستثمر 200 سهم بسعر 23,625 دينار للسهم الواحد، ثم باع الأسهم المذكورة في نفس اليوم بسعر 24 دينار للسهم الواحد، فما هو مقدار الربح المحقق في هذه العملية؟.

**التمرين 15:** حققت إحدى الشركات أرباحا مقدارها 42550 دينار في إحدى السنوات، وقررت توزيعها بنسبة 5,5% على الأسهم التفضيلية البالغ عددها 5000 سهم، وسعر السهم الواحد منها 100 دينار وكذلك على الأسهم العادية البالغ عددها 8000 سهما.

**المطلوب:** معرفة حصة كل من السهم التفضيلي والسهم العادي من الأرباح؟.

**التمرين 16:** بلغت الأرباح السنوية المصرح بها من قبل إحدى الشركات ما يلي:

| السنوات | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 |
|---|---|---|---|---|
| الأرباح | 11000 | 37000 | 8000 | 45000 |

وكانت البيانات المتعلقة بأسهم هذه الشركة كما يلي:

1- الأسهم التفضيلية وعددها 3000 سهم، تحقق أرباحا بنسبة 7% سنويا، وأن سعر السهم الواحد 100 دينار، علما بأن هذه الأسهم تراكمية الأرباح.

2- الأسهم العادية وعددها 5000 سهم.

فإذا علمت أن هذه الشركة لم توزع أية أرباح قبل 2011.

**المطلوب:** 1- معرفة حصة السهم الواحد من الأرباح والأرباح الكلية خلال السنوات الأربعة لنوعي الأسهم.

2- نفس السؤال السابق، على افتراض أن الأسهم التفضيلية غير متراكمة الأرباح؟.

**التمرين 17:** صرحت إحدى المؤسسات عن قيامها بتوزيع أرباحا مقدارها 45000 دينار كما يلي:

1- الأسهم التفضيلية وعددها 2000 سهما بنسبة 8% سنويا علما بأن سعر السهم الواحد 100 دينار.

2- الأسهم العادية وعددها 6000 سهما.

وبعد أن تسلم كل سهم عادي أرباحا قدرها 2,5 دينار تم توزيع ما تبقى من أرباح على نوعي الأسهم بنفس نسبة صنف الأسهم إلى مجموع الأسهم.

**المطلوب**: 1- معرفة حصة كل نوع من الأسهم من الأرباح الموزعة.

2- نفس السؤال السابق مع افتراض أن الأسهم التفضيلية لا تشارك في الأرباح المتبقية؟.

**التمرين 18**: 1- أحسب عمولة الوسيط المالي من البيانات التالية:

- عدد الأسهم المشترات 20 سهما.

- سعر شراء السهم الواحد 110,375 دينار.

- نسبة العمولة على السهم الواحد 2,2%.

علما بأن عدد الأسهم أقل من 100 سهم وهو مشمول بزيادة سعر السهم البالغ 0,125 دينار على السهم الواحد.

2- أحسب عمولة الوسيط المالي بنفس البيانات السابقة إذا كانت العملية المنفذة هي بيع أسهم بدلا من الشراء؟.

**التمرين 19**: أحسب الإنتاجية السنوية للسهم الواحد من البيانات التالية:

1- حصة السهم الواحد من الأرباح الموزعة 1,5 دينار.

2- سعر السهم الواحد 32,625 دينار.

**التمرين 20**: اشترى مستثمر 100 سهما قبل ثلاث سنوات بسعر 47,125 دينار للسهم الواحد وقد باع هذه الأسهم الآن بسعر46,25 دينار للسهم الواحد، وكانت حصة السهم الواحد من الأرباح السنوية ثابتا ومقداره 5,5 دينار.

**المطلوب**: 1- أحسب الأرباح الكلية على الأسهم؟.

2- أحسب نسبة الربحية السنوية؟.

# الفهرس

**مقدمة**.................................................... 01

**المحور الأول: الفائدة البسيطة**.................................... 02

أولا: تعريف الفائدة البسيطة وطرق حسابها.............................. 02

1-تعريف الفائدة البسيطة.......................................... 02

2-عوامل الفائدة البسيطة.......................................... 02

3-علاقات الفائدة البسيطة......................................... 02

4-أنواع الفائدة البسيطة.......................................... 06

5-طرق حساب الفائدة البسيطة...................................... 07

6-الفائدة المسبقة والمعدل الحقيقي للإيداع............................. 10

ثانيا: خصم وتسوية الديون بفائدة بسيطة.............................. 11

1-خصم الديون بفائدة بسيطة...................................... 11

2-تسوية الديون بفائدة بسيطة..................................... 18

تمارين حول الفائدة البسيطة وتطبيقاتها................................. 24

**المحور الثاني: الفائدة المركبة**...................................... 31

أولا: مبدأ ونطاق تطبيق الفائدة المركبة................................ 31

1-مفهوم الفائدة المركبة.......................................... 31

2-قانون الفائدة المركبة........................................... 31

3-حساب الجملة في حالة كون المدة كسرية............................. 33

4-المعدلات الاسمية والمعادلات الحقيقية.............................. 34

ثانيا: خصم الديون بفائدة مركبة..................................... 38

1-القيمة الحالية بفائدة مركبة...................................... 38

2-خصم الديون بفائدة مركبة...................................... 38

3- تسوية الديون بفائدة مركبة..................................... 39

تمارين حول الفائدة المركبة وتطبيقاتها.................................. 43

**المحور الثالث: الدفعات المالية**........................................ 47
أولا: الدفعات الثابتة........................................................ 47
1-تعريف الدفعات الثابتة..................................................... 47
2-الدفعات الثابتة العادية..................................................... 47
3-الدفعات الثابتة غير العادية.................................................. 52
ثانيا: الدفعات المتغيرة....................................................... 55
1-تعريف الدفعات المتغيرة.................................................... 55
2- الدفعات ذات متتالية حسابية................................................ 55
3- الدفعات ذات متتالية هندسية................................................ 57
تمارين حول الدفعات المالية.................................................. 59
**المحور الرابع: اهتلاك القروض**........................................... 63
أولا: القروض العادية (القروض وحيده المصدر).................................. 63
1-اهتلاك القروض العادية بدفعات ثابتة......................................... 63
2-اهتلاك القروض العادية باهتلاكات ثابتة....................................... 67
ثانيا: القروض غير العادية (القروض السندية)................................... 70
1-اهتلاك القروض السندية بدفعات ثابتة......................................... 71
2-اهتلاك القروض السندية باهتلاكات ثابته....................................... 75
تمارين حول اهتلاك القروض.................................................. 77
**المحور الخامس: اختيار الاستثمارات**........................................ 80
أولا: طريقة فترة استرداد رأس المال............................................ 80
ثانيا: طريقة المعدل المتوسط للعائد TMR ...................................... 81
ثالثا: طريقه المعدل الداخلي للعائد TRI ....................................... 82
رابعا: طريقة مؤشر الربحية IR................................................ 84
خامسا: طريقة صافي القيمة الحالية VAN ...................................... 86
تمارين حول اختيار الاستثمارات.............................................. 88

**المحور السادس: التقنيات البورصية**........................................................ 93
أولا: تقيم السندات........................................................................ 93
1- مميزات السندات........................................................................ 93
2- تقييم السندات........................................................................ 94
3- حالات مختلفة لتقييم السندات........................................................ 95
4- استهلاك السندات........................................................................ 97
ثانيا: تقييم الأسهم........................................................................ 99
1- محددات تقييم الأسهم........................................................................ 99
2- تقييم الأسهم........................................................................ 101
تمارين حول التقنيات البورصية........................................................................ 104
**الفهرس**........................................................................ 108
**قائمة المراجع**........................................................................ 111

# قائمة المراجع.


**أولا: المراجع باللغة العربية.**

1- الياس قلاب ذبيح، الرياضيات المالية، دار الهدى، الجزائر، 1999.

2- شقيري نوري موسى وآخرون، الرياضيات المالية، الطبعة الأولى، دار الميسرة، الأردن، 2009.

3- صباح شنايت، سلاح الطالب في الرياضيات المالية، دار خليف للطباعة والنشر، الجزائر، 2009.

4- عدنان كريم نجم الدين، الرياضيات المالية، الطبعة الأولى، الآكاديميون للنشر والتوزيع، الأردن، 2013.

5- عمر عبد الجواد عبد العزيز، الرياضيات المالية، دار الصفاء، الأردن، 1999.

6- غازي فلاح المومني، الرياضيات المالية المعاصرة، الطبعة الأولى، دار المناهج، الأردن، 2006.

7- مناضل الجوادي، مقدمة في الرياضيات المالية، دار اليازوري، الأردن، 2013.

8- ناصر دادي عدون، الرياضيات المالية، الجزء الأول، دار المحمدية، الجزائر، 1995.

**ثانيا: المراجع باللغة الأجنبية.**

**1**- Eric Favr, Mathématique Financières, Dunod, Paris, 2001.
2- F.Chabriol, Mathématique Financières, Edition Foucher, Paris, 1972.
3-G.Mairie, Mathématique Financières, cours et exercices, Edition Dunod, Paris, 1986.
4- Hamini Allal, Mathématique Financières, OPU, Alger, 2005.
5- M.Lounes, Mathématique Financières, Entreprise nationale du livre, Alger, 1989.
6-Olivier Ledantec, Olivier Leonormand, Mathématique Financières, Edition Nathan, Paris 2013.
7- P.Bonneau, Mathématique Financières, Dunod, Paris, 2003.
8- Pierre Devolder, Mathématique Financières, Pearson, Paris, 2012.
9-Posiere Jean-pierre, Mathématique appliquées a la gestion, collection les Zoom's, Gualino editeur, EJA, Paris, 2005.