



FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES  
DÉPARTEMENT de GÉNIE ÉLECTRIQUE



Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de Master

Spécialité : Génie Electrique

Option : Réseau électrique et haute tension

Présenté par :

BELHEZIEL Kheira

MEBARKI Fatima

*Sujet du mémoire*

HYBRIDATION ENTRE LA METHODE FDTD ET L'INTEGRALES DE SOMMERFELD  
POUR LE CALCUL DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE RAYONNE PAR LA  
FOUDRE.

*Soutenu publiquement devant le jury composé de :*

Mr, A. MIMOUNI  
Mr, K. HABRI  
Mr, A. MOKHTARI  
Mr, M.OMARI

Président  
Rapporteur  
Examineur  
Invité

PROMOTION : 2015

## ***Remerciements***

Au terme de ce travail nos remerciements vont premièrement à «*dieu* » que nous a aide et pour la volonté la sante, qu'il nous a donne durant toutes ces années d'étude.

Nous tenons à remercier très vivement à notre encadreur Mr. *HABRI Khaled* pour le suivit, le conseil, la confiance et qui grâce à lui nous avons pu réaliser notre objectifs.

Nous tenons à exprimer notre sincère reconnaissance à Monsieur *Mimouni Abdenbi*, d'avoir accepte de présider le jury de soutenance.

Des remerciements particuliers vont à Monsieur MOKHTARI Abdelkader, pour avoir accepté d'examiner ce travail et de participer au jury en qualité d'examineur.

On remercie aussi Monsieur *OMARI Mohamed* de nous faire le grand honneur d'être invite à notre soutenance.

Nos grands remercient aussi pour tous les enseignants du département de génie électrique qui ont contribué à notre formation.

En fin nous tenons à exprimer notre reconnaissance à tous nos amis et collègues pour leur soutien et leur compréhension.

Nous ne terminerions pas sans associer à nos remerciements tous les membres de nos familles pour leur soutien.

## Résumé

L'objectif de ce mémoire a été la caractérisation du rayonnement électromagnétique de la foudre pour un sol considéré comme parfaitement conducteur en se basant sur le développement de codes de calcul élaborés sous environnement Matlab, utilisant une approche numérique fondée essentiellement sur une méthode aux différences finies, appelée FDTD (*Finite-Difference Time-Domain*). Notre apport principal dans ce travail se repose sur la proposition de nos propres conditions aux limites absorbantes. Contrairement aux conditions aux limites absorbantes habituellement utilisées, nos conditions aux limites seront calculées analytiquement à travers la détermination des valeurs du champ magnétique en évaluant numériquement les intégrales de Sommerfeld sur les limites fictives de la région d'analyse et ceci d'une manière indépendante aux valeurs du champ à l'intérieur de cette région. Cette nouvelle approche de calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre, peut être considérée comme une hybridation entre une méthode analytique (intégrales de Sommerfeld) et une méthode numérique (FDTD).

En effet, la caractérisation du champ électromagnétique rayonné par la foudre nécessite au préalable la connaissance de la distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour, ce dernier est lié au courant à la base du canal de foudre à travers des modèles dites « *les modèles d'ingénieur* ». Nous avons dans un premier temps abordé la modélisation du courant associé à la phase d'arc en retour ainsi que celle du courant à la base du canal. Des simulations de ces deux courants ont été ensuite effectuées, sur la base de ces modèles.

Le code développé a été ensuite validé à travers des comparaisons des résultats obtenus avec des résultats expérimentaux tirés de la littérature. Nous nous sommes ensuite intéressés par la comparaison nos résultats obtenus à travers notre code de calcul basé sur la méthode FDTD utilisant nos propres conditions aux limites absorbantes (ABC) avec ceux obtenus en utilisant la même méthode mais adoptant des conditions aux limites absorbantes de Mur du premier ordre. Cette comparaison a montré l'avantage de la bonne précision de notre approche. Nous avons ainsi montré, à travers des cartographies des trois composantes du champ électromagnétique rayonné par la foudre, le comportement spatio-temporel de ces dernières. Ce qui nous a permis d'étudier visuellement ce comportement.

## Sommaire

Introduction générale .....	2
<b>Chapitre I: généralité sur la foudre</b>	
I.1 Introduction.....	7
I.2 Mécanisme de la formation de l'orage .....	8
I.3 Eclair et déclenchement de la foudre .....	9
I.4 Catégories de coups de foudre .....	10
I.4.1 Coups de foudre descendant négatif.....	10
I.4.2 Coups de foudre descendant positif.....	11
I.4.3 Coups de foudre ascendant positif et négatif .....	11
I.5 Processus de la décharge négative nuage-sol .....	12
III.5.1 Traceur continu et les arcs en retour subséquents .....	13
I.6 Déclenchement artificielle de la foudre.....	13
I.7 Paramètres électriques de la foudre.....	14
I.8 Vitesse de l'arc en retour .....	15
I.9 Champ Electromagnétique génère par la foudre.....	15
I.10 Caractérisation du champ électromagnétique rayonnée par la foudre.....	16
I.11 Effets de la foudre .....	18
I.11.1 Effets électriques .....	18
I.11.1 Effets électromagnétiques .....	18
I.11.2 Effets thermiques.....	19
I.11.3 Effets lumineux .....	19
I.11.4 Effets acoustiques.....	19
I.12 Conclusion .....	20
<b>Chapitre II: modélisation du phénomène de foudre</b>	
II.1 Introduction .....	22
II.2 Modélisation de la distribution du courant de l'arc en retour dans le canal de foudre .....	22
II.2.1 Classification des modèles de l'arc en retour .....	22
II.2.2 Forme analytique du courant de foudre.....	23
II.2.2.1 Modèle bi-exponentiel.....	23
II.2.2.2 Modèle de Heidler .....	25
II.2.2.3 Modèle hybride .....	27
II.2.3 Modèles d'ingénieurs .....	28
II.2.3.1 Modèle de Bruce et Golde BG.....	29

II.2.3.2	Modèle de la ligne de transmission TL (Transmission Line)	30
II.2.3.3	Modèle de la source du courant mobile TCS (Travelling Current Source)	30
II.2.3.4	Modèle de la ligne de transmission modifiée MTL (Modified Transmission Line)	31
II.2.4	Généralisation des modèles d'ingénieur	33
II.3	Géométrie du problème	34
II.4	Formulation du champ électromagnétique rayonné par la foudre	35
II.4.1	Champ électromagnétique au dessus du sol	35
II.4.2	Equations générales	35
II.4.1.1	Approximation d'un sol parfaitement conducteur	37
II.4.1.2	Approximation de Cooray-Rubenstein	38
II.4.1.3	Formulation du Wait	39
II.4.3	Champ électromagnétique en dessous du sol	40
II.4.2.1	Approximation de Cooray	41
II.4.2.2	Algorithme de Delfino et al.	41
II.4.2.3	Approximation par la méthode FDTD	42
II.5	Conclusion	42

**Chapitre III: hybridation entre la méthode FDTD et l'intégral de Sommerfeld pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre**

III.1	Introduction	46
III.2	Formulation du champ électromagnétique	47
III.3	Principe de base de la méthode FDTD	49
III.3.1	Discrétisation spatiotemporelle	49
III.3.2	Conditions aux limites absorbantes (ABC)	51
III.4	Conditions aux limites au niveau du sol et à la limite complétant le canal de foudre	55
III.5	Résultats de simulation et analyses	56
III.5.1	Validation expérimentale du code de calcul développé	56
III.5.2	Comparaison avec des résultats obtenus par la méthode FDTD utilisant les conditions aux limites absorbantes de Mur du premier ordre	58
III.5.3	Analyses des cartographies du champ électromagnétique rayonné par la foudre	61
III.6	Conclusion	66
	Conclusion et perspectives	68
	Références bibliographiques	71

## LISTE DES FIGURES

<b>Figure I.1:</b> Equilibre électrique entre la terre et l'atmosphère .	7
<b>Figure I.2:</b> Eclair de la foudre, image prise en Floride USA .	8
<b>Figure I.3:</b> Répartition du champ électrique dans un nuage orageuse .	9
<b>Figure I.4:</b> Les différents types de décharge.	10
<b>Figure I.5:</b> a) Descendant négatif .	10
<b>Figure I.6:</b> b) Descendant positif .	11
<b>Figure I.7:</b> Ascendant négatif et Ascendant positif .	11
<b>Figure I.8:</b> principe d'une décharge .	13
<b>Figure I.9:</b> Exemple d'un déclenchement artificiel de la foudre en Floride .	14
<b>Figure I.10 :</b> Champ électrique vertical correspondant au premier arc en retour (trait continu) et à l'arc en retour subséquent (trait pointillé) à des distances variant de 1 Km à 200 km.	17
<b>Figure I.11:</b> Densité du flux magnétique correspondant à un premier arc en retour (trait continu) et à un arc en retour subséquent (pointillés) à des distances variant de 1 Km à 200 Km.	17
<b>Figure II.1 :</b> Allure temporelle du courant à la base du canal calcul à l'aide du modèle bi-exponentiel. (a) : arc en retour, (b) : l'arc en retour subséquent.	25
<b>Figure II.2 :</b> Courant à la base du canal correspondant à un arc en retour subséquent Calculé à l'aide du modèle d'Heidler.	27
<b>Figure II.3 :</b> Courant à la base du canal de foudre simulé à l'aide du modèle hybride.	28
<b>Figure II.4 :</b> Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle BG.	30
<b>Figure II.5:</b> Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle TL.	31
<b>Figure II.6:</b> Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle TCS.	32
<b>Figure II.7:</b> Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle MTLL	33

---

<b>Figure II.8:</b> Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle MTLE	34
<b>Figure II.9:</b> Représentation du canal de foudre	35
<b>Figure II.10 :</b> Modèle géométrique intervenant dans les équations du champ électromagnétique.	37
<b>Figure III.1:</b> Maillage 2D-FDTD (coordonnées cylindriques).	53
<b>Figure III.2:</b> Variations temporelles du courant à la base du canal (a) calculées à l'aide du modèle d'Heidler, (b) courbe mesurées issue de la référence.	56
<b>Figure III.3:</b> Variations temporelles du champ électrique vertical pour $r = 62\text{m}$ et $z = 5\text{m}$ (a) calculées par l'approche proposée, (b) courbe mesurées issue de la référence.	57
<b>Figure III.4:</b> Variations temporelles du champ magnétique azimutal pour $r = 97\text{m}$ et $z = 5\text{m}$ (a) calculées par l'approche proposée, (b) courbe mesurées issue de la référence.	58
<b>Figure III. 5:</b> Forme d'onde de champ électrique vertical à $r = 50\text{m}$ et $z = 5\text{m}$ .	60
<b>Figure III.6:</b> Forme d'onde de champ électrique radial à $r = 50\text{m}$ et $z = 5\text{m}$ .	60
<b>Figure III.7:</b> Forme d'onde de champ magnétique azimutal à $r = 50\text{m}$ et $z = 5\text{m}$ .	60
<b>Figure III.8:</b> Evolution spatio-temporelle du champ magnétique azimutal.	63
<b>Figure III.9:</b> Evolution spatio-temporelle du champ électrique vertical.	64
<b>Figure III.10:</b> Evolution spatio-temporelle du champ électrique radial.	65

**LISTE DES TABLEAUX**

<b>Tableau II.1 :</b> Paramètres des fonctions bi-exponentielles simulant le courant de foudre à la base du canal.	25
<b>Tableau II.2:</b> Paramètres des deux fonctions d'Heidler simulant le courant de foudre à la base du canal.	27
<b>Tableau II.3:</b> Paramètres du modèle hybride simulant le courant de foudre à la base du canal.	28
<b>Tableau II.4:</b> $P(z)$ et $v$ pour les cinq modèles d'ingénieur.	35
<b>Tableau III. 1 :</b> Paramètres des deux fonctions d'Heidler simulant le courant de foudre à la base du canal.	56
<b>Tableau III. 2 :</b> Paramètres des deux fonctions d'Heidler utilisés dans le calcul du champ électromagnétique.	59



# **Introduction générale**

## Introduction générale

De nos jours, les perturbations électromagnétiques deviennent de plus en plus gênantes pour un grand nombre d'activités industrielles ainsi que pour de nombreuses occupations de la vie quotidienne. Ceci s'explique par la multiplication des sources potentielles issues du développement important des installations électriques mais aussi par l'apparition de systèmes électroniques de sensibilité croissante. Une nouvelle discipline est alors née : la Compatibilité ElectroMagnétique (CEM) c'est-à-dire l'art de faire fonctionner des systèmes électriques sensibles dans un environnement électromagnétique perturbé mais aussi de réduire les perturbations engendrées par les systèmes électriques dès leur conception. De multiples normes sont donc apparues et apparaissent encore afin de réglementer les niveaux de rayonnement électromagnétique que les systèmes doivent supporter sans modification de leur fonctionnement normal ainsi que les niveaux de perturbations électromagnétiques maximales qu'ils produisent au cours de leur fonctionnement.

Les perturbations électromagnétiques se classent en deux familles suivant leur origine

- Les perturbations d'origine artificielle telles que celles dues aux radiocommunications, aux radars, aux équipements électriques (transport d'énergie électrique, . . .) ;
- Les perturbations d'origine naturelle telles que la foudre, les rayonnements cosmiques, les décharges électrostatiques, . . .

En ce qui concerne la première famille, il est possible de réduire le gêne occasionné en agissant à deux niveaux. Tout d'abord, il faut agir au niveau de la source de la perturbation en limitant les émissions électromagnétiques indésirables dès la conception même du système coupable. Ensuite, il faut agir au niveau du système victime en le rendant moins sensible aux perturbations extérieures.

Malheureusement, pour ce qui est des perturbations d'origine naturelle, il est en général impossible d'avoir une quelconque influence sur la source. Le seul recours est donc la protection des systèmes menacés. C'est la raison pour laquelle il est nécessaire de connaître précisément les caractéristiques de la perturbation (mécanismes physiques, grandeurs caractéristiques) pour pouvoir protéger efficacement les systèmes victimes.

Dans le cas particulier de la foudre, les mécanismes et le rayonnement électromagnétique généré n'ont pas changé au cours du temps mais les incidents provoqués

par ce phénomène naturel vont en augmentant du fait de l'utilisation de plus en plus importante de systèmes dont la vulnérabilité croît aussi. Même si elle reste un instrument extrêmement dangereux de la colère du ciel (elle est la cause de nombreuses morts humaines et animales, d'incendies de forêts et de bâtiments industriels, ...), l'étude actuelle de ce phénomène a pour objectif la connaissance précise de ses effets sur les matériels sensibles, principalement dans les domaines de l'électrotechnique, de l'aérospatiale, du militaire, des télécommunications, . . . . Toutefois, la connaissance du phénomène physique en lui-même est loin d'être parfaite et des études plus fondamentales sont réalisées afin de comprendre le mécanisme général et de lever, si possible, les incertitudes existant entre autres, sur le point et l'instant d'impact de la décharge de foudre.

Par ailleurs, les études menées par plusieurs chercheurs spécialisés dans ce domaine ont été orientées dans la majorité vers le développement de différentes approches de calcul du champ électromagnétique rayonné afin de caractériser le phénomène le plus fidèlement que possible à la réalité physique de ce dernier. L'objectif est l'implémentation numérique des modèles prédictifs valable qui peuvent constituer une base solide pour la simulation du rayonnement électromagnétique de la foudre ce qui permettra en suite de réduire le coup de l'expérimentation. Aussi, nous distinguons entre les approches analytiques qui réduisent le problème du rayonnement électromagnétique de la foudre à l'évaluation mathématique des intégrales dites « *Intégrales de Sommerfeld* » qui sont en générale très gourmandes en terme de convergence si nous ne considérons pas des hypothèses qui les simplifient (par exemple : hypothèse d'un sol parfaitement conducteur) et celles des approches numériques qui consistent en la résolution des équations de Maxwell tout en adoptant un maillage spatial prédéfinie. En effet, l'une des plus importantes difficultés connues vis-à-vis aux approches numérique est l'infinité de la région d'analyse ce qui à créé la nécessité de la troncature fictive de ce dernier à travers l'utilisation des conditions aux limites prenant en compte le domaine extérieur. Ces conditions aux limites sont dites absorbantes (« *Absorbing Boundary Conditions* » : ABC) car elles minimisent, quand elles ne sont pas exactes, les réflexions non physiques sur la frontière de sorte que celle-ci apparaisse quasi transparente aux ondes sortant du domaine et se propageant vers l'infini. Dans leur forme asymptotique. Ces conditions sont aussi dénommées conditions transparentes, conditions non réfléchissantes, conditions de rayonnement, conditions d'espace libre ou conditions ouvertes.

De notre part, notre objectif dans ce mémoire à été fixé à la caractérisation du rayonnement électromagnétique de la foudre pour un sol considéré comme parfaitement

conducteur en se basant sur le développement de codes de calcul élaborés sous environnement Matlab, utilisant une approche numérique fondé essentiellement sur une méthode aux différences finies, appelée FDTD (*Finite-Difference Time-Domain*). Notre apport principal dans ce travail se repose sur la proposition d'un nouveau type de conditions aux limites absorbantes. Contrairement aux conditions aux limites absorbantes habituellement utilisées, nos conditions aux limites seront calculées analytiquement à travers la détermination des valeurs du champ magnétique en évaluant numériquement les intégrales de Sommerfeld sur les limites fictives de la région d'analyse et ceci d'une manière indépendante aux valeurs du champ à l'intérieur de cette région. Cette nouvelle approche de calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre, peut être considérée comme une hybridation entre une méthode analytique (intégrales de Sommerfeld) et une méthode numérique (FDTD).

Pour atteindre cet objectif, nous avons décomposé ce mémoire en trois chapitres :

Le premier chapitre de ce mémoire présente la phénoménologie des coups de foudre, en particulier la phase dite de l'arc en retour associée à une décharge nuage-sol négative, les principales observations expérimentales relatives aux éclairs naturels et ceux déclenchés artificiellement, les différentes caractéristiques et données expérimentales concernant le courant à la base du canal, la vitesse de l'arc en retour, ainsi que le champ électromagnétique rayonné.

Le deuxième chapitre est entièrement consacré à la modélisation du problème du rayonnement électromagnétique associé à la phase de l'arc en retour. En premier lieu, nous présentons les différentes classes de modèles d'arc en retour existantes dans la littérature, l'attention est focalisée dans ce mémoire sur ce qu'on appelle « *les modèles d'ingénieur* ». Ces modèles permettent une description de la distribution du courant le long du canal en fonction du courant à la base du canal. Nous abordons ensuite les approches mathématiques utilisées dans la littérature pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre.

Le calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre en considérant l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur fait l'objet du troisième et dernier chapitre qui présente tout d'abord les principes de base de la méthode FDTD. Ce qui est nouveau et constitue notre empreinte dans ce calcul basé sur cette méthode, est la proposition de nouveau type de conditions aux limites absorbantes qui sont fondées sur le calcul des valeurs du champ magnétique aux frontières fictives de la région d'analyse à travers l'évaluation numérique des intégrales de Sommerfeld. Le code de calcul développé dans le cadre de ce mémoire, sur la

base cette nouvelle approche, sera passée par une phase de validation à travers la comparaison de nos résultats obtenus en exploitant notre code de calcul avec ceux obtenus expérimentalement. Nous présentons ensuite, une évaluation de cette approche par la comparaison des résultats obtenus en adoptant les conditions aux limites absorbantes proposées dans ce travail, avec ceux obtenus en adoptant les conditions aux limites absorbantes habituelles dites de « *Mur du premier ordre* ». A la fin de ce chapitre, nous discutons l'évolution spatio-temporelle du champ électromagnétique rayonné par la foudre à travers l'analyse des cartographies obtenus en exploitant notre code de calcul développé.

Enfin, nous concluons sur les résultats de notre travail et sur les perspectives de ce dernier.



# **Chapitre I**



## **Généralité sur la foudre**

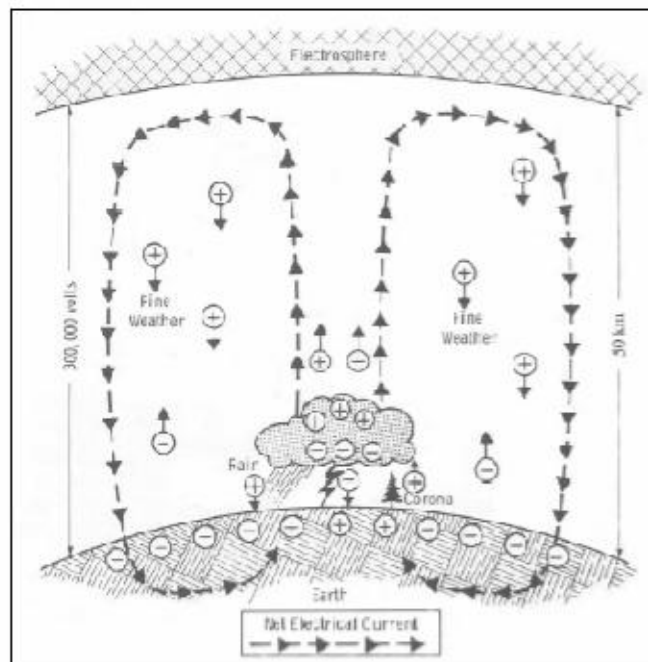
## I.1 Introduction

La foudre est l'un des phénomènes naturels le plus fréquent et le plus spectaculaire. Depuis que Benjamin Franklin [1] a démontré, il y a deux cents ans, qu'il s'agissait d'une gigantesque décharge électrique, nombreux sont les chercheurs qui ont étudié les nuages et les éclairs. Pourtant, malgré la mise au point de nouveaux appareillages et de nouvelles techniques de recherche, certains mécanismes d'électrisation des nuages pluvieux nous échappent encore. Benjamin Franklin avait mis le doigt sur l'une des difficultés fondamentales du problème.

En 1752, il observa que " les nuages d'une ondée orageuse sont le plus souvent dans un état d'électricité négative, mais parfois dans un état d'électricité positive ".

Depuis, on admet que la foudre est un transfert de charges électriques, soit positives soit négatives, d'une région d'un nuage à une autre, ou entre le nuage et le sol.

Aujourd'hui, les scientifiques s'accordent sur le fait que la foudre participe à l'équilibrage des charges entre l'atmosphère et la terre [1] comme le montre la figure I.1.



**Figure I.1:** Equilibre électrique entre la terre et l'atmosphère (adapté par Uman 1987 [1]).

## I.2 Mécanisme de la formation de l'orage

La foudre est définie comme une décharge (voir la figure I.2) électrique d'une longueur de plusieurs kilomètres (de 2 à 20km) associée à une impulsion de courant transitoire de très forte amplitude [1]. La source la plus commune de la foudre est la séparation des charges dans les nuages d'orage : *les cumulo-nimbus*. Les orages les plus fréquents font suite à des fronts froids, à l'arrivée d'un de ceux-ci, la masse d'air froid s'infiltré sous l'air chaud et le soulève; ceci engendre des turbulences dans l'air chaud rejeté en altitude: ainsi se forment les nuages d'orage ou les cumulo-nimbus [2].



Figure I.2: Eclair de la foudre, image prise en Floride USA [3]

La distribution des charges dans un nuage d'orage est présentée dans la figure I.3. La partie supérieure, constituée de glace, est chargée positivement, tandis que la partie inférieure constituée de gouttelettes d'eau est chargée négativement. Souvent, un îlot de charges positives est enserré dans cette masse de charges négatives [4].



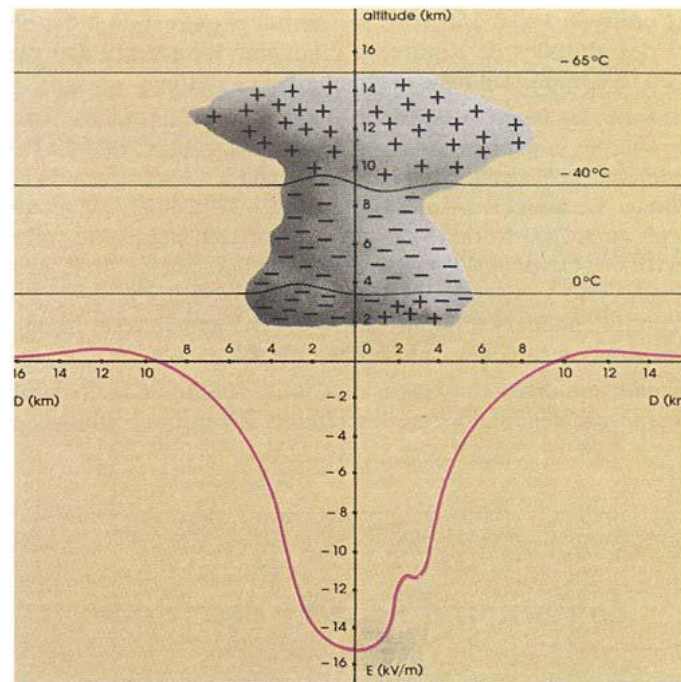


Figure I.3: Répartition du champ électrique dans un nuage orageux [5].

### I.3 Eclair et déclenchement de la foudre

Dans le langage courant, on désigne par le terme "*éclair*" la manifestation lumineuse d'une décharge atmosphérique, il résulte lorsqu'il y a une décharge produite à l'intérieur d'un nuage, ou entre nuages orageux figure I.4 (a) et I.4 (b). Et a une durée d'environ une demi-seconde [3].

La décharge qui frappe le sol est appelée «*foudre* » ou «*coup de foudre* » (figure I.4 (c) illustre le phénomène). Le terme «*coup* » s'applique uniquement aux composants des rejets de nuage-sol. Chaque course dure normalement moins d'une milliseconde, le temps de séparation entre les traits étant généralement quelques dizaines de millisecondes [3].

Précisons que 90% des décharges se produisent à l'intérieur des nuages (*éclaires*). On trouve seulement 10% des décharges qui frappent le sol, ce sont les *coups de foudre* [3].

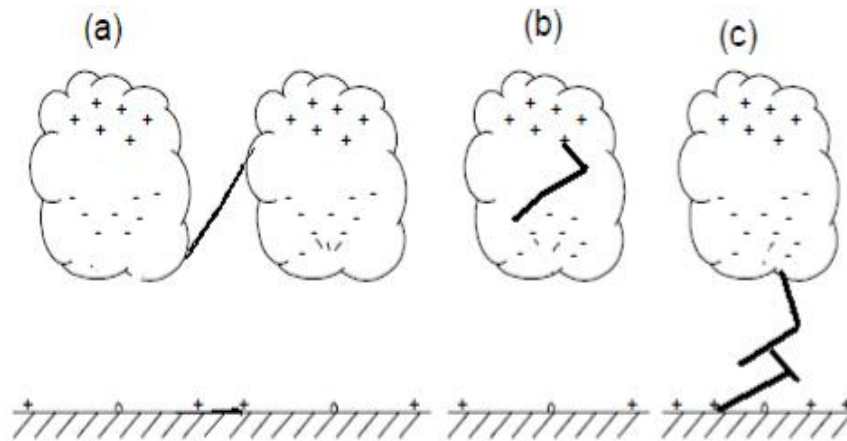


Figure I.4: Les différents types de décharge atmosphérique [4].

## I.4 Catégories de coups de foudre

Quatre catégories d'impacts de foudre nuage-sol ont été identifiées par Berger [6] selon la direction de la motion du traceur initial (vers le haut ou vers le bas) et le signe de la charge le long du canal a été déposé par ce même initial traceur (positif ou négatif) [2].

### I.4.1 Coups de foudre descendant négatif

La première catégorie, nuage-sol déplacement des charges négatives à la terre, la foudre est la plus fréquente (90 % de la foudre nuage-sol de mondial), Cette forme de décharge est déclenchée par un traceur descendant charger négativement. Le traceur ici progresse en direction du sol par bonds successif d'environ 10 mètre figure I.5 ci-dessous illustre ce catégorie [4].

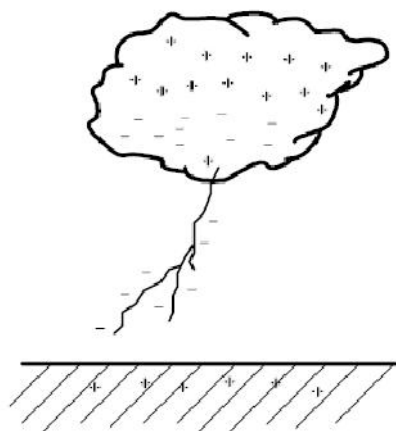


Figure I.5: a) Descendant négatif [4].

### I.4.2 Coups de foudre descendant positif

Les coups de foudre appartenant à cette catégorie sont aussi déclenchés par un traceur descendant, mais chargé positivement (décharge dite positive). Cette catégorie regroupe moins de 10% des décharges nuage-sol [4].

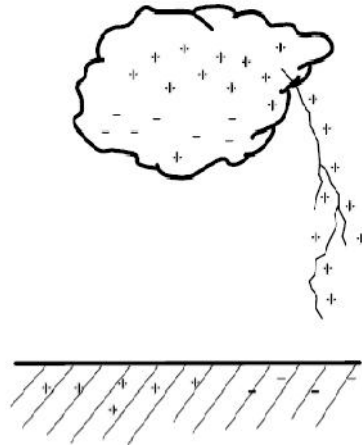


Figure I.6 : b) Descendant positif [4].

### I.4.3 Coups de foudre ascendant positif et négatif

Les décharges des catégories de figure I.7 qui sont déclenchées par des traceurs ascendants, sont relativement rares et apparaissent généralement aux sommets des montagnes ou grands ouvrages artificiels [4].

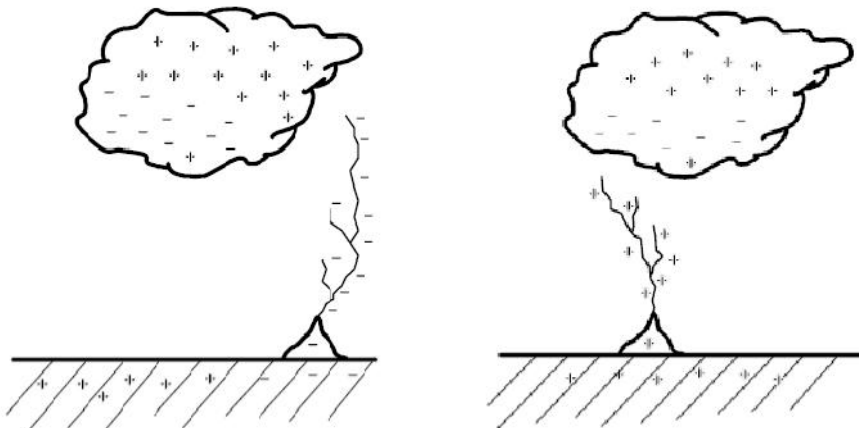


Figure I.7 : Ascendant négatif et Ascendant positif [4].

### I.5 Processus de la décharge négative nuage-sol

Un coup de foudre débute à l'intérieure du nuage orageux, l'hypothèse la plus probable est la formation d'une décharge bidirectionnelle constituée d'un canal positif et d'un canal négatif à l'intérieure du nuage, très probablement entre les régions P et N. le processus de la décharge négative nuage-sol représenté figure peut être décomposé en 4 étapes [7]:

1. Le traceur par bond,
2. La pointe de rencontre,
3. L'arc en retour,
4. le traceur continu et les arcs en retour subséquents.

La décharge positive progresse horizontalement en se ramifiant dans le nuage, tandis que la négative sort du nuage et se dirige vers le sol figure I.8 (a). Un traceur se développe à partir du nuage. Ce traceur progresse par bonds vers le sol. Il est constitué de particules électriques arrachées au nuage par le champ électrique nuage-sol figure I.8 (b) et figure I.8 (c). À l'approche du sol, du fait de son potentiel élevé, le traceur provoque une intensification du champ électrique et initie une ou plusieurs décharges ascendantes, cette phase est appelée le processus d'attachement figure I.8 (d et e). La jonction entre une des décharges ascendantes et le traceur s'effectue à quelque dizaine de mètres au-dessus du sol. Lorsque la jonction entre le précurseur ascendant et le traceur est établie, une onde de potentiel se propage du sol vers le nuage et neutralise le canal chargé par le traceur figure I.8 (f). Le premier arc en retour produit alors un courant au niveau du sol de valeur crête typique 15 kA et d'une durée de quelque dizaines de microsecondes [7].

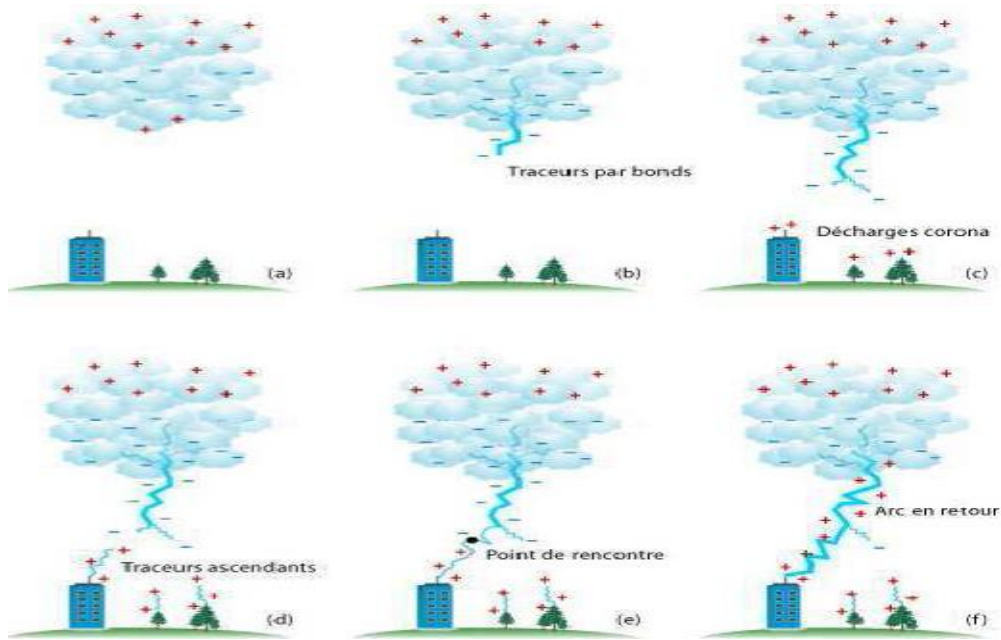


Figure I.8 : principe d'une décharge [7].

### III.5.1 Traceur continu et les arcs en retour subséquents

Néanmoins, plusieurs décharges peuvent succéder au premier arc en retour (10 à 70 ms). Il s'agit des arcs en retour subséquents provenant d'une quantité éventuelle de charge résiduelle au sommet du canal. Il se développe dans ce même canal un traceur continu beaucoup plus rapide que le premier appelé trait pilote [8].

L'amplitude des arcs subséquents associés aux coups de foudre négatifs est inférieure à celle du premier arc de retour, tandis que leurs temps de montée sont beaucoup plus rapides. Entre deux décharges consécutives, il reste toujours un courant d'une centaine d'Ampères, appelé «courant persistant». Ce phénomène, s'écoulant à travers le canal, est à l'origine des effets thermiques les plus importants [8].

### I.6 Déclenchement artificielle de la foudre

Des les années 1970, de manière à pouvoir étudier plus précisément les caractéristiques des décharges orageuses nuage sol, le déclenchement artificiel de la foudre figure I.9 été utilisé afin de maîtriser le point d'impact. La méthode la plus couramment utilisée pour déclencher artificiellement la foudre s'appuie sur la technique *fusée-fil*. On utilise une fusée connectée à un filin totalement ou partiellement métallique. Cette méthode,

facile à mettre en œuvre, présente également l'avantage d'avoir un coût relativement faible [9].

Le principe de fonctionnement de cette méthode est assez simple. Lors d'un épisode orageux, le champ électrique au niveau du sol augmente et peu de temps avant que ne se produise le premier arc en retour, on note une augmentation significative et rapide de ce champ. En se basant donc sur cette élévation locale du champ électrique, on lance alors une fusée connectée au sol par un filin métallique. De ce fait, on crée un effluve au niveau de la tête de la fusée et on favorise ainsi la création de l'arc en retour, en offrant par l'intermédiaire du filin un chemin de moindre résistivité. La connexion avec le traceur descendant entraîne la fusion du filin et provoque un arc en retour dont les caractéristiques sont proches de celles d'un éclair naturel [9].



**Figure I.9:** Exemple d'un déclenchement artificiel de la foudre en Floride [5].

### I.7 Paramètres électriques de la foudre

Un coup de foudre est composé en général de plusieurs décharges partielles s'écoulant par le même canal ionisé de l'arc en retour qui est responsable de la majorité des dégâts causés par la foudre, les principales caractéristiques de la foudre sont généralement les suivantes [3]:

- Forme du courant d'arc en retour,
- Valeur de crête du courant,
- Temps de montée,
- Durée conventionnelle de front,

- Temps de décroissance,
- Raideur de l'impulsion,
- Energie spécifique,
- Charge totale,
- Charge impulsionnelle,
- Durée d'un éclair,
- Nombre d'arcs en retour,
- Onde de choc acoustique, tonnerre,
- Intensité des différents coups de foudre.

### **I.8 Vitesse de l'arc en retour**

La vitesse moyenne de l'arc en retour est de l'ordre du tiers de la vitesse de la lumière. La vitesse des arcs en retour subséquents est en général plus grande que celle des arcs en retour premiers. D'autre part, il a été mis en évidence que la vitesse de l'arc en retour, tant pour les premiers que pour les subséquents, décroît en fonction de la hauteur; cette décroissance est plus marquée pour les premiers arcs en retour [3].

### **I.9 Champ Electromagnétique génère par la foudre**

Les coups de foudre perturbent le fonctionnement des réseaux d'énergie électrique ou de télécommunication, ainsi que les circuits auxiliaires des sous stations. On distingue deux types d'effets de la foudre, selon que l'éclair touche directement l'ouvrage ou tombe à proximité. Dans le premier cas, on parle de coup de foudre direct et dans le second de coup de foudre indirect [10].

On s'intéresse ici au cas du coup de foudre indirect qui génère un champ électromagnétique perturbateur. Ce champ va induire par couplage une tension sur les lignes du réseau de distribution d'énergie et sur les lignes de transmission du système de contrôle commande. L'estimation des effets indirects des coups de foudre est nécessaire pour déterminer une coordination correcte des protections [10].

### I.10 Caractérisation du champ électromagnétique rayonnée par la foudre

Le champ électromagnétique rayonnée par la foudre se propage dans l'espace par ses trois composantes ; deux électriques, horizontal ( $E_r$ ) et vertical ( $E_z$ ) et l'autre magnétique azimutal  $H_\phi$ . Pour une approximation générale, ils présentent pour toute distance (*entre 1 km et 200 km*) un premier pic dont l'intensité est approximativement inversement proportionnelle à la distance. A des distances relativement proches, le champ magnétique présente une bosse à environ 30  $\mu$ s, alors que le champ électrique a une croissance en rampe après son pic initial. Les champs électrique et magnétique lointains (*distance supérieure à environ 50 km*) ont essentiellement la même forme d'onde, et présentent une inversion de polarité (voir figures I.10, I.11) Suivant les modèles géométriques du problème adoptés par les différents auteurs, le courant de la foudre se propage du sol vers le nuage selon l'axe vertical  $z$  figure suivante, le champs électromagnétiques en un point quelconque de l'espace s'obtient en sommant le long du canal de la foudre et son image au dessous du sol le champs électromagnétique crée par un dipôle de longueur  $dz'$  situé à une longueur  $z'$  au dessus du sol [3].

plusieurs contributions dues à des sources différentes participent dans la totalité des trois composantes du champ électromagnétique : il s'agit de la contribution électrostatique ( $E_{el}$ ) qui a pour source l'intégral du courant de la foudre (charge électrique déposée au sol), la contribution d'induction ( $E_{ind}, H_{ind}$ ) qui a pour source le courant de la foudre et la contribution de rayonnement ( $E_{ray}, H_{ray}$ ) qui a pour source le dérivée du courant [3].



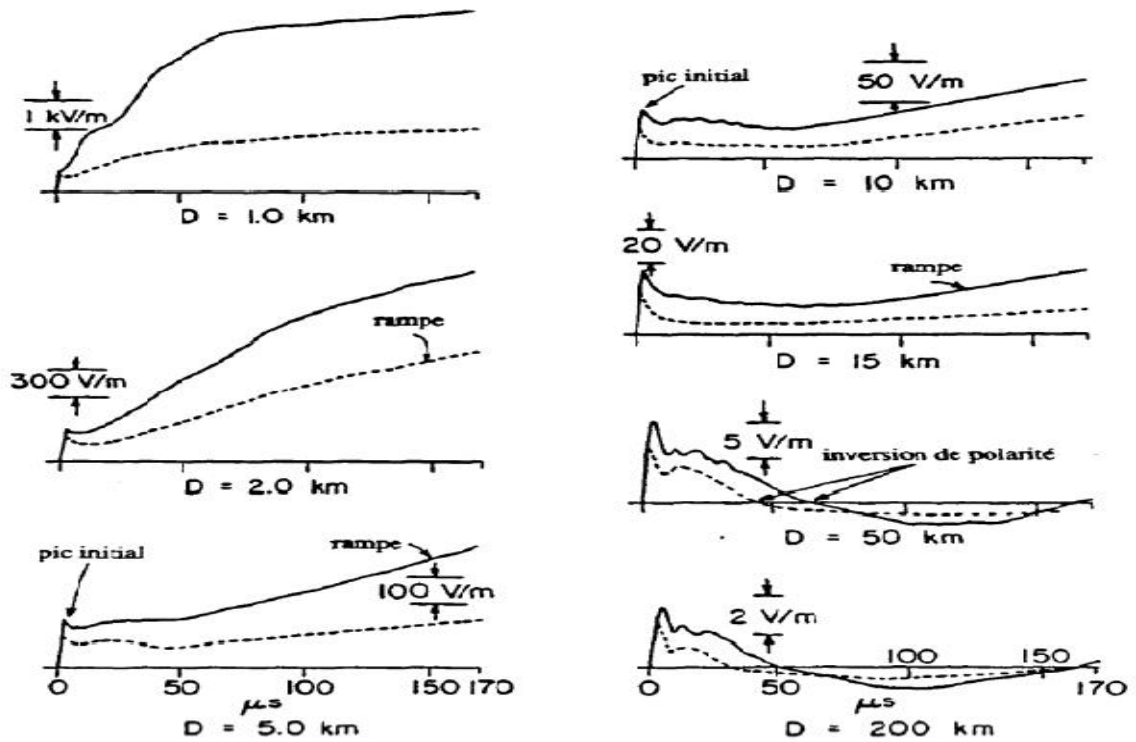


Figure I.10 : Champ électrique vertical correspondant au premier arc en retour (trait continu) et à l'arc en retour subséquent (trait pointillé) à des distances variant de 1 Km à 200 km [6].

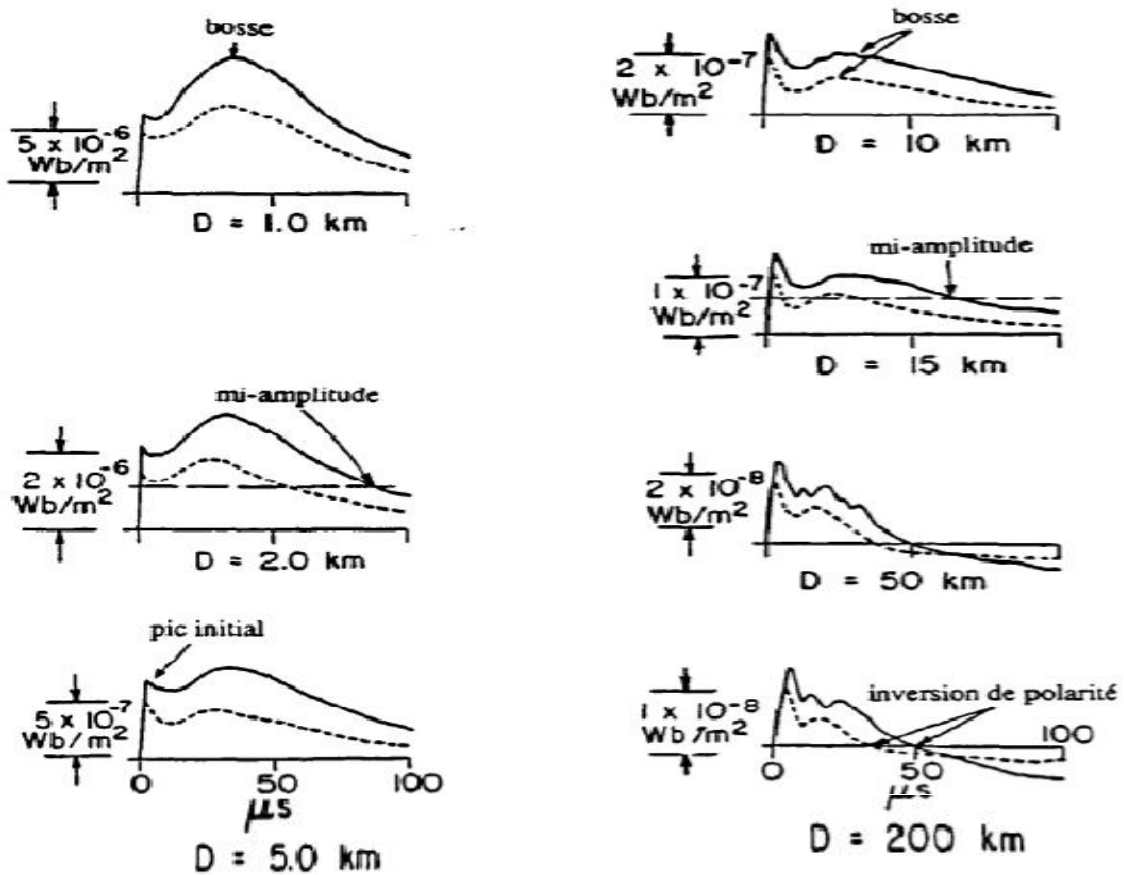


Figure I.11: Densité du flux magnétique correspondant à un premier arc en retour (trait continu) et à un arc en retour subséquent (pointillés) à des distances variant de 1 Km à 200 Km [6].

## I.11 Effets de la foudre

Lorsque la foudre frappe un objet, le courant de foudre est un courant électrique comme les autres, qui circule suivant les lois ordinaires de l'électrotechnique. Ses caractéristiques combinent plusieurs effets [11].

### I.11.1 Effets électriques

- **Surtension par conduction** : lorsqu'un coup de foudre frappe une ligne électrique, l'onde électrique se propage le long du conducteur, générant un très fort courant supplémentaire dans la ligne électrique, qui provoque à son tour une surtension. Ce phénomène entraîne presque toujours un court-circuit [11].
- **Les remontées de terre** : la résistivité des sols fait que les prises de terres sont résistantes ce qui provoque lors du passage du courant de foudre une montée brutale en potentiel de l'installation [11].

### I.11.1 Effets électromagnétiques

Les effets électromagnétiques se manifestent par différents processus de couplage sur une structure : le couplage résistif (conduction, résistance de blindage des câbles, ...), le couplage par champ magnétique (boucles d'induction dans l'installation, inductances de liaison,...), le couplage capacitif par champ électrique (antenne tiges isolées du sol,...). Les couplages sont influencés par les mises à la terre, les liaisons d'equipotentialité, les blindages, le cheminement et la disposition des conducteurs métalliques [12].

Lorsqu'un coup de foudre tombe à proximité d'une ligne, le champ électromagnétique intense généré par l'arc en retour induit des surtensions, qui peuvent dans certains cas provoquer un amorçage. Les coups de foudre indirects représentent un danger plus important du fait que ce mécanisme de production de surtensions est bien plus fréquent que celui qui résulte des impacts directs.

Les réseaux aériens sont les plus affectés par les surtensions et surintensités d'origine atmosphérique. Une particularité des coups de foudre est leur polarisation : ils sont généralement négatifs (nuage négatif et sol positif). Environ 10 % sont de polarité inverse, mais ce sont les plus violents. A noter que le front de montée des chocs de foudre retenu par les normes, est de 1.2 *ms* pour la tension et 8 *ms* pour le courant. Une distinction est souvent établie entre :

- le coup de foudre «direct» touchant une ligne,
- le coup de foudre «indirect» tombant à proximité d'une ligne, sur un pylône métallique, ou, ce qui revient au même, sur le câble de garde, (mis à la terre, ce câble relie les sommets des pylônes, il est destiné à protéger les conducteurs actifs des coups de foudre directs) [13].

### I.11.2 Effets thermiques

Ces effets sont liés aux quantités de charges à écouler lors du coup de foudre. Ils se traduisent par des points de fusion plus ou moins importants (*environ* 30 000°C) au niveau des impacts lorsqu'il s'agit de matériaux conducteurs et par une élévation de température aux endroits de mauvais contact pour des matériaux de grande résistivité. Sur des matériaux mauvais conducteurs une grande énergie est libérée sous forme de chaleur, l'humidité qu'ils contiennent provoque alors une surpression brutale allant jusqu'à l'éclatement (exemple: foudroiement direct d'une construction) [11].

### I.11.3 Effets lumineux

Au moment où l'intense courant d'arc en retour s'écoule le long du canal ionisé que constitue le traceur, ce canal est brusquement très fortement chauffé et se transforme instantanément en un véritable arc électrique. Une violente lumière est alors émise [11].

### I.11.4 Effets acoustiques

Le tonnerre est une onde de choc violente qui génère des pressions importantes à courte distance (des centaines des d'atmosphère dans le plasma du canal de foudre) qui peuvent provoquer des bris de vitres a quelque mètres du point d'impact. La perception des tonner ne dépasse guère 10 km dans les régions tempérées a grande densité de population ; elle atteint 30 à 40 km dans les régions tropicales naturelles [12].

**I.12 Conclusion**

Après un bref rappel de la phénoménologie de la foudre, et aux différentes observations expérimentales qui s'y rattachent en vue de mettre en évidence les principales caractéristiques des grandeurs mesurables à savoir le courant d'arc en retour, sa vitesse de propagation le long du canal de foudre, et le champ électromagnétique associé.

On peut dire que ce phénomène présente un grand danger pour l'homme, les structures et les installations électriques, d'où le coup de foudre frappe directement la victime ou indirectement par les rayons électromagnétiques.



## **Chapitre II**



### **Modélisation du Phénomène de foudre**

## II.1 Introduction

En plus des dommages importants que peuvent provoquer les coups de foudre directs sur l'environnement (lignes de transport d'énergie électrique, systèmes de télécommunications, sous-stations, aéroports, centres de contrôle ...), les champs électromagnétiques rayonnés par des décharges de foudre constituent une importante contrainte à laquelle les systèmes électriques et leurs composants sont exposés. En effet, la connaissance des champs électromagnétiques rayonnés par la foudre et particulièrement lors de la phase de l'arc en retour à cause de sa forte agressivité électromagnétique, est très utile pour mieux dimensionner les systèmes de protection vis-à-vis cette agression électromagnétique.

Cependant, l'étude expérimentale de la foudre est très délicate à mener vu l'aspect aléatoire qui caractérise ce phénomène et l'impossibilité de contrôler l'instant et le lieu où elle peut frapper. Bien qu'il soit possible dans les dernières décennies de déclencher artificiellement la foudre. De plus, les essais en grandeur nature sont coûteux et lourds à mettre en œuvre. C'est pourquoi, disposer d'un modèle prédictif du rayonnement électromagnétique de la foudre serait très utile pour une caractérisation bien détaillée sur le plan spatio-temporel. En effet, l'intérêt de la modélisation de la foudre réside dans sa capacité à prédire les caractéristiques de cette dernière de la façon la plus conforme possible aux caractéristiques expérimentales. Cela permet ainsi de réduire les temps et les coûts de l'expérimentation de la foudre. La validation d'un modèle passe donc par la comparaison des résultats de simulation qu'il fournit avec les résultats expérimentaux.

Dans ce chapitre, nous présentons une révision générale de l'ensemble des modèles décrivant le rayonnement électromagnétique associé aux phases d'arcs en retour (premier et subséquent) de la foudre, ainsi qu'une représentation des méthodes de calcul des champs électromagnétiques produits suite à ce phénomène.

## II.2 Modélisation de la distribution du courant de l'arc en retour dans le canal de foudre

### II.2.1 Classification des modèles de l'arc en retour

Durant les dernières décennies, plusieurs modèles de l'arc en retour avec différents degrés de complexité ont été développés. Ces modèles ont fait l'objet de plusieurs revues. Ainsi, les modèles de l'arc en retour sont classés en quatre catégories [2] :

- a) Modèles physiques,
- b) Modèles électromagnétiques,
- c) Modèles RLC,
- d) Modèles d'ingénieur.

Dans ce travail, nous utilisons les modèles d'ingénieur pour deux raisons essentielles [2] :

- La première liée au faible nombre de paramètres ajustables caractérisant ces modèles.
- La deuxième raison est liée au fait que la distribution spatio-temporelle du courant le long du canal de foudre est reliée au courant à la base du canal par une simple expression mathématique.

L'avantage de l'utilisation de ces modèles est le fait qu'on peut disposer des données expérimentales notamment celle du courant mesuré à la base du canal de foudre [2].

Avant de présenter les modèles d'ingénieur, il nous a apparu commode d'étudier en premier lieu la forme analytique du courant à la base du canal en raison de la dépendance commune des différents modèles d'ingénieur de ce dernier.

### II.2.2 Forme analytique du courant de foudre

Pour calculer le champ électromagnétique rayonné par l'arc en retour d'une décharge orageuse, il importe de connaître en premier lieu le courant situé à la base du canal. En effet, il existe différentes expressions analytiques qui peuvent être utilisées afin de simuler l'allure temporelle du courant d'arc en retour. La forme analytique de ce courant, généralement rencontrée au sein de la littérature, se compose d'une soustraction entre deux fonctions exponentielles [6].

### II.2.2.1 Modèle bi-exponentiel

Ce type de fonction bi-exponentielle présente l'intérêt d'avoir une transformée de Fourier pouvant être calculée de manière analytique, ce qui facilite l'analyse dans le domaine fréquentiel [6].

Ainsi, les courants du premier arc en retour et celui de l'arc en retour subséquent ont été modélisés respectivement par les expressions suivantes [14] :

#### Premier arc en retour

$$i(0, t) = I_0 \cdot (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad \text{II-1}$$

Où:

$I_0$ : Amplitude du courant,

$\alpha$  : Inverse du temps de montée de l'impulsion du courant

$\beta$  : Inverse de la durée de l'impulsion du courant.

#### Arc en retour subséquent

$$i(0, t) = i_1(0, t) + i_2(0, t) \quad \text{II-2}$$

Avec :

$$i_1(0, t) = I_{01} \cdot (e^{-\alpha_1 t} - e^{-\beta_1 t}) \quad \text{II-3}$$

$$i_2(0, t) = I_{02} \cdot (e^{-\alpha_2 t} - e^{-\beta_2 t}) \quad \text{II-4}$$

Et :

$I_1$  : Amplitude du courant  $i_1$ ,

$\alpha_1$ : Inverse du temps de montée de l'impulsion du courant  $i_1$ .

$\beta_1$ : Inverse de la durée de l'impulsion du courant  $i_1$ .

Même définitions pour le courant  $i_2$ .

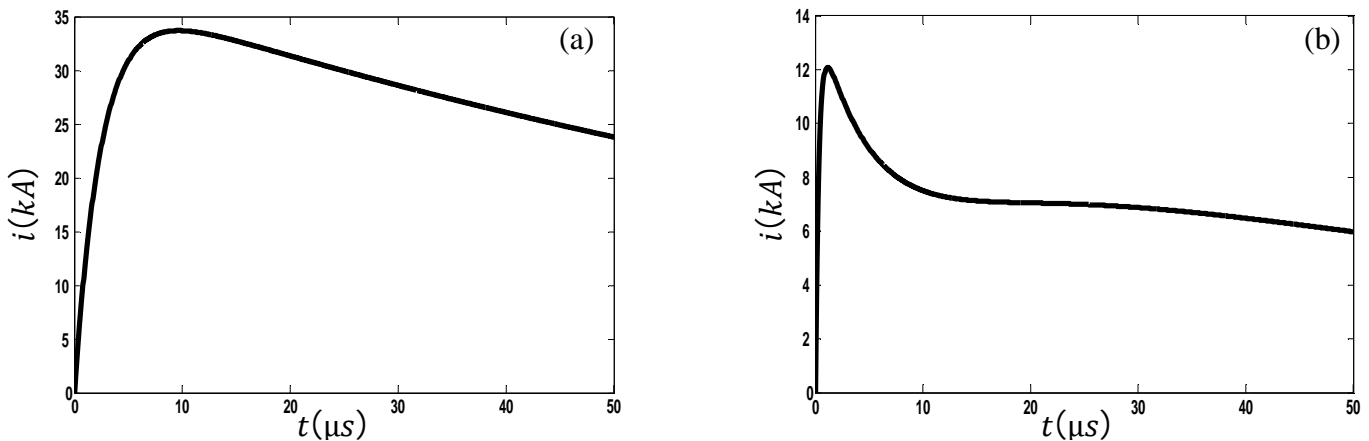


Le tableau II.1 présente les paramètres de ces deux fonctions. Ces paramètres, liés au temps de montée, à la valeur de crête et à la durée de l'impulsion du courant.

**Tableau II. 1** : Paramètres des fonctions bi-exponentielles simulant le courant de foudre à la base du canal [14].

	$I_{01}$ (KA)	$i_1 \alpha_1 (S^{-1})$	$\beta_1 (s^{-1})$	$I_{01}$ (KA)	$\alpha_2 (s^{-1})$	$\beta_2 (s^{-1})$
<b>Premier arc en retour</b>	37.3	$9.2 \times 10^3$	$4 \times 10^5$	-	-	-
<b>Arc en retour subséquent</b>	14.3	$18 \times 10^4$	$3 \times 10^6$	10	$10^4$	$9.4 \times 10^4$

Dans la figure II.1, nous présentons les formes d'ondes du courant du premier arc en retour et celui de l'arc en retour subséquent sur une durée de  $50 \mu s$ . Ces formes sont obtenues en utilisant le modèle bi-exponentiel du courant à la base du canal de foudre et en adoptant les paramètres du tableau II.1.



**Figure II. 1** : Allure temporelle du courant à la base du canal calculé à l'aide du modèle bi-exponentiel. (a) : Arc en retour, (b) : Arc en retour subséquent

### II.2.2.2 Modèle de Heidler

Cependant on retrouve dans la littérature une deuxième expression analytique proposée par *Heidler* [15]. Cette expression connue sous le nom « *fonction d'Heidler* » présente l'intérêt d'obtenir une allure plus proche à la réalité. Ainsi, le courant à la base du canal est exprimé comme suivant :

$$i(0, t) = \left( \frac{I_0}{\eta} \right) \left[ \frac{\left( \frac{t}{\tau_1} \right)^n}{1 + \left( \frac{t}{\tau_1} \right)^n} \right] e^{(-t/\tau_2)}$$

II-5

Avec:

$I_0$  : Amplitude du courant,

$\tau_1$  : Temps de montée de l'impulsion du courant,

$\tau_2$  : Durée de l'impulsion du courant,

$n$  : Exposant variant de 2 à 10,

$\eta$  : Facteur de correction de l'amplitude du courant donné par :

$$\eta = e^{-(\tau_1/\tau_2)(n\tau_2/\tau_1)^{\frac{1}{n}}} \quad \text{II-6}$$

Le courant d'arc en retour subséquent est modélisé par une sommation des deux fonctions d'Heidler :

$$i(0, t) = i_1(0, t) + i_2(0, t) \quad \text{II-7}$$

Où :

$$i_1(0, t) = \left(\frac{I_{01}}{\eta_1}\right) \left[\frac{(t/\tau_{11})^{n_1}}{1+(t/\tau_{11})^{n_1}}\right] e^{(-t/\tau_{12})} \quad \text{II-8}$$

$$i_2(0, t) = \left(\frac{I_{02}}{\eta_2}\right) \left[\frac{(t/\tau_{21})^{n_2}}{1+(t/\tau_{21})^{n_2}}\right] e^{(-t/\tau_{22})} \quad \text{II-9}$$

Avec :

$I_{01}$  : Amplitude du courant  $i_1$ ,

$\tau_{11}$  : Temps de montée de l'impulsion du courant  $i_1$ ,

$\tau_{12}$  : Durée de l'impulsion du courant  $i_1$ ,

$n_1$  : Exposant variant de 2 à 10,

$\eta_1$  : Facteur de correction de l'amplitude du courant  $i_1$  donné par une expression de type (II.6)

Même définitions pour le courant  $i_2$ .

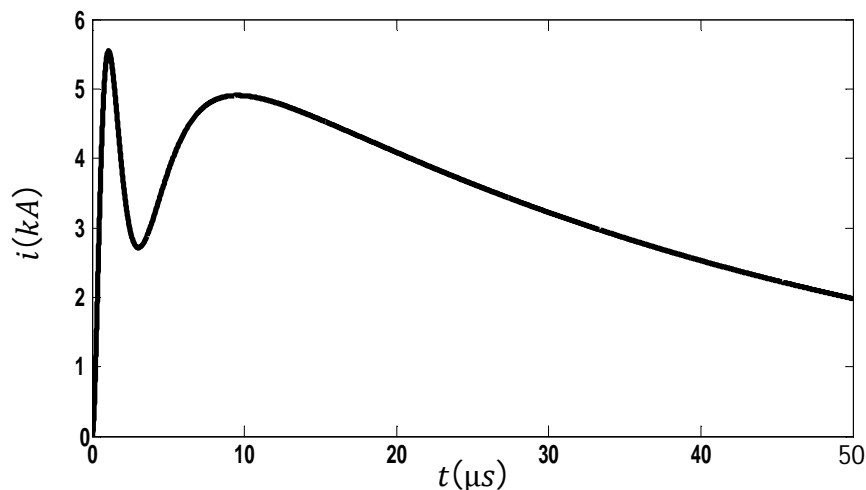
Le tableau II.2 présente les paramètres des deux fonctions d'Heidler qui modélisent le courant à la base du canal correspondant à un arc en retour subséquent. Ces paramètres issus de la référence [10] ont été ajustés pour simuler un courant à la base du canal mesuré lors

d'une campagne expérimentale effectuée en Août 1995 au Centre Spatial Kennedy, en Floride.

**Tableau II. 2** : Paramètres des deux fonctions d'Heidler simulant le courant de foudre à la base du canal [10].

Paramètres de la première fonction d'Heidler				Paramètres de la deuxième fonction d'Heidler			
$I_{01}$ (kA)	$\tau_{11}$ ( $\mu$ s)	$\tau_{12}$ ( $\mu$ S)	$n_1$	$I_{02}$ (kA)	$\tau_{21}$ ( $\mu$ S)	$\tau_{21}$ ( $\mu$ S)	$n_2$
9.3	1.6	0.75	2	4.9	4.2	41	3

La figure II.2.a présente l'allure temporelle du courant à la base du canal obtenue à l'aide du modèle d'Heidler et en adoptant les paramètres du tableau II.2.



**Figure II. 2** : Courant à la base du canal correspondant à un arc en retour subséquent Calculé à l'aide du modèle d'Heidler.

Par ailleurs, la modélisation d' Heidler permet d'obtenir une dérivée nulle à  $t = 0$ , contrairement à la fonction bi-exponentielle habituellement utilisée. Enfin, elle permet d'ajustement de l'amplitude du courant, de la dérivée maximale du courant, et de la charge transférée, en faisant varier respectivement les paramètres,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  et  $I_0$ , et ceci presque indépendamment.

### II.2.2.3 Modèle hybride

Nous pouvons citer aussi une autre formulation analytique proposée en 1990 par *Nucci et al* [16]. Cette formulation appartenant à un modèle connu sous le nom « *Modèle hybride* », du fait qu'elle constitue une sommation entre deux termes, l'un écrit sous la forme de la

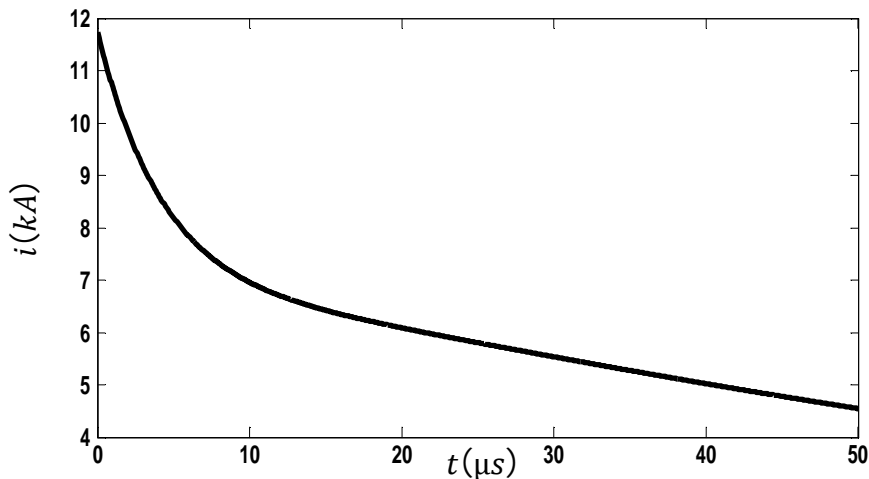
fonction d'Heidler, et l'autre écrit sous la forme biexponentielle. Cette formulation s'écrit comme suit :

$$i(O, t) = \left(\frac{I_{01}}{\eta}\right) \left[\frac{\left(\frac{t}{\tau_1}\right)^n}{1 + \left(\frac{t}{\tau_1}\right)^n}\right] e^{(-t/\tau_2)} + I_{02} \cdot (e^{-\alpha_2 t} - e^{-\beta_2 t}) \quad \text{II.10}$$

Afin de reproduire par simulation l'onde de courant à la base du canal obtenue expérimentalement par *Leteinturier et al* [17], nous utilisons l'expression (II.10), et à travers le tableau II.3, nous adoptons les paramètres relatifs à cette l'expression. L'allure du courant résultant (figure II.3) est caractérisée par un pic initial de 11 kA et une valeur maximale de la dérivée d'environ de 105 kA/μs.

**Tableau II. 3 :** Paramètres du modèle hybride simulant le courant de foudre à la base du canal [17].

Paramètres de la première fonction				Paramètres de la deuxième fonction		
d'Heidler				bi- exponentielle		
$I_{01} (kA)$	$\tau_1 (\mu s)$	$\tau_2 (\mu s)$	$n$	$I_{02} (kA)$	$\tau_3 (\mu s)$	$\tau_4 (\mu s)$
9.9	0.072	5	2	7.5	100	6



**Figure II.3 :** Courant à la base du canal de foudre simulé à l'aide du modèle hybride.

### II.2.3 Modèles d'ingénieurs

Les modèles d'ingénieurs se basent sur la description de la distribution spatiotemporelle du courant le long du canal de foudre en fonction du courant mesuré à la base du canal, ceci a donné une certaine simplicité analytique. Les modèles les plus populaires dans cette classe sont :

#### II.2.3.1 Modèle de Bruce et Golde BG

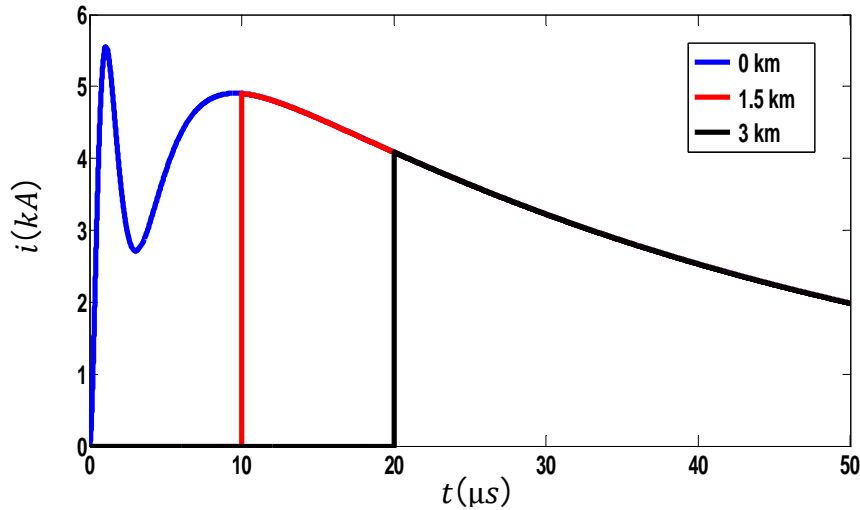
Le modèle de Bruce et Golde [18] considère que le courant de base  $I(0, t)$  circule de bas en haut dans l'arc en retour à une vitesse inférieure à la vitesse de la lumière. Ainsi qu'une valeur nulle du courant au dessus du front d'onde. Mathématiquement, ces hypothèses peuvent se traduire par l'expression suivante :

$$i(z', t) = \begin{cases} i(0, t) & z' \leq v_f \cdot t \\ 0 & z' > v_f \cdot t \end{cases} \quad \text{II-11}$$

Où :  $v_f$  est la vitesse du front de l'arc en retour.

$z'$ : altitude le long du canal.

La figure II.4 donne, à titre d'exemple, les variations temporelles du courant dans le canal aux trois hauteurs différentes ( $z' = 0$ ,  $z' = 1.5 \text{ km}$  et  $z' = 3 \text{ km}$ ) selon l'expression du modèle BG. Les paramètres du courant à la base du canal utilisés comme données initiales pour cette représentation sont ceux représentés dans le tableau II.2, avec une vitesse de propagation du courant le long du canal,  $v_f 150 \text{ m}/\mu\text{s}$ .



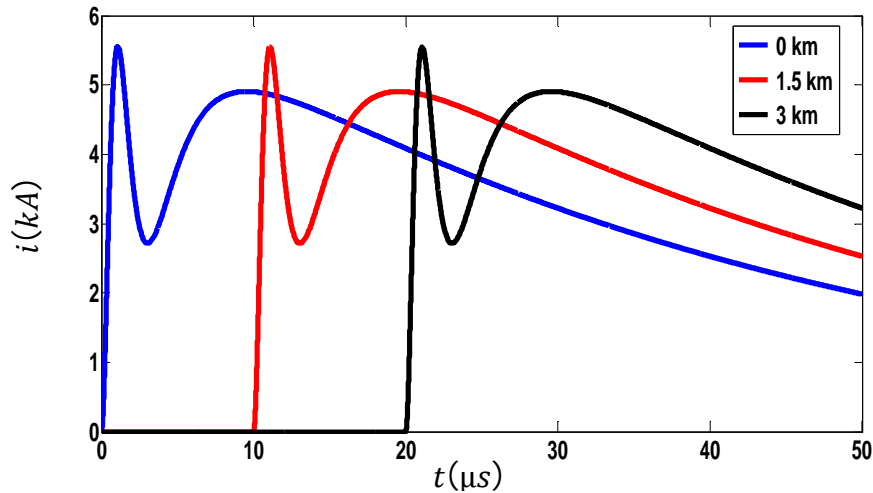
**Figure II.4 :** Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle BG.

### II.2.3.2 Modèle de la ligne de transmission TL (Transmission Line)

Ce modèle proposé en 1961 par *Uman* et *McLain* [19], assimile le canal foudre à une ligne de transmission verticale sans pertes. Le courant de l'arc en retour se propage donc vers le haut du canal avec une vitesse constante  $v_f$  sans subir de déformation (Figure II.5). Mathématiquement, le courant  $i(z', t)$  à une hauteur  $z'$  du canal est décrit par la relation suivante :

$$i(z', t) = \begin{cases} i\left(0, t - \frac{z'}{v_f}\right) & z' \leq v_f \cdot t \\ 0 & z' > v_f \cdot t \end{cases} \quad \text{II-12}$$

Pour montrer un exemple sur la représentation spatio-temporelle du modèle TL, nous adoptons les mêmes paramètres décrits au tableau II.2 et la même vitesse d'arc en retour utilisé dans l'exemple précédant pour les trois hauteurs dans le canal de foudre décrites auparavant.



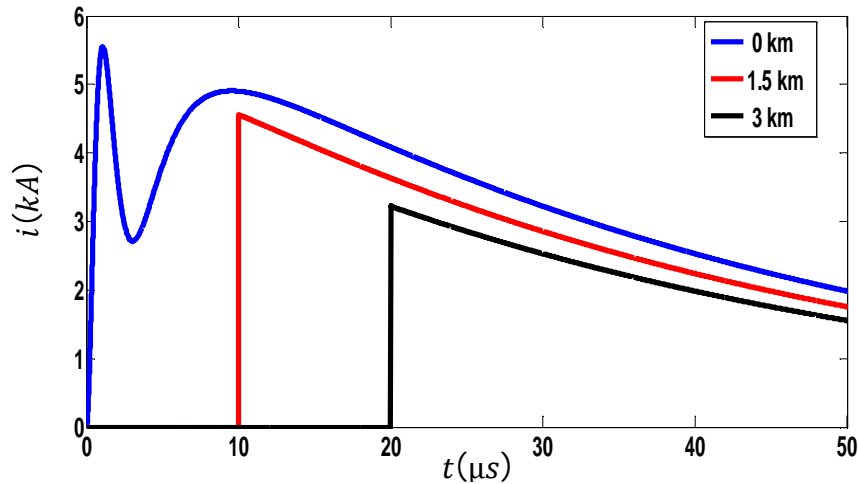
**Figure II. 5 :** Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle TL

### II.2.3.3 Modèle de la source du courant mobile TCS (Travelling Current Source)

Proposé par *Heilder* en 1985 [15]. Ce modèle considère que les charges provoquées par le traceur sont neutralisées par l'arc en retour. Un courant de source, associé à l'arc en retour, propagé à la vitesse  $v_f$  de la terre vers le sommet. Le courant injecté par une telle source à la hauteur  $z'$  se propage vers le bas à la vitesse de la lumière  $c$ . C'est alors après un temps égal à  $z'/c$  qu'il atteint le sol. La formulation spatio-temporelle du courant de foudre, selon ce modèle, s'écrit :

$$i(z', t) = \begin{cases} i\left(0, t + \frac{z'}{c}\right) & z' \leq v_f \cdot t \\ 0 & z' > v_f \cdot t \end{cases} \quad \text{II-13}$$

En adoptant toujours les mêmes paramètres du courant à la base du canal cités dans les exemples précédents, nous illustrons à la figure II.6 la représentation spatio-temporelle du modèle TCS. De cette représentation, nous pouvons remarquer la similarité de ce modèle au modèle BG, notamment, en ce qui concerne la discontinuité présentée au front de l'onde de courant propagé du sol vers le nuage.



**Figure II. 6 :** Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle TCS

### II.2.3.4 Modèle de la ligne de transmission modifié MTL (Modified Transmission Line)

Afin de pallier les défauts du modèle TL tout en gardant sa simplicité qui permet une utilisation aisée dans les calculs champ électromagnétique associé à un arc en retour, plusieurs auteurs ont proposé deux modèles complémentaires, permettant de prendre en compte le transfert de charges entre le traceur et l'arc en retour. Ainsi, la distribution du courant le long du canal est exprimée selon ces deux modèles par la relation commune suivante [16] :

$$i(z', t) = \begin{cases} i\left(0, t - \frac{z'}{v_f}\right) \cdot P(z') & z' \leq v_f \cdot t \\ 0 & z' > v_f \cdot t \end{cases} \quad \text{II-14}$$

Où  $P(z')$  est une fonction de décroissance (ou bien fonction d'atténuation) de l'onde de courant le long du canal. Nous distinguons à travers deux expressions de cette fonction entre deux modèles à savoir :

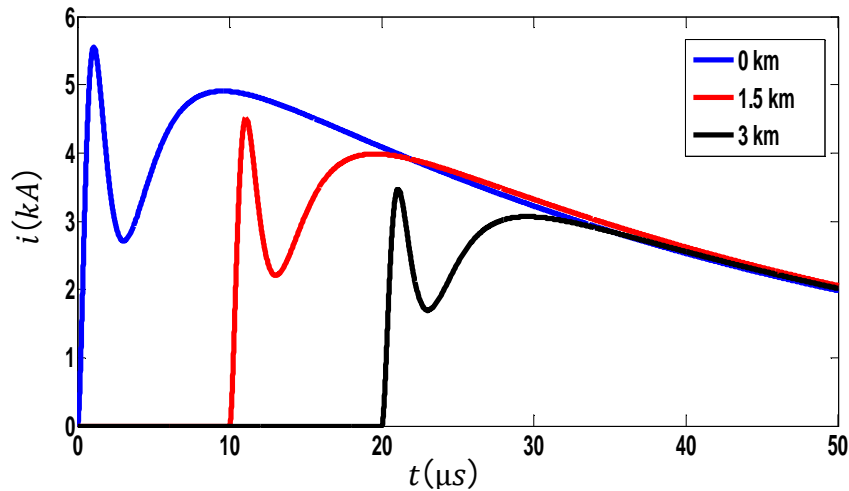
a) Le modèle de la ligne de transmission modifié avec décroissance linéaire MTLL (Modified Transmission Line with Linear decay)

Proposé en 1987 par Rakov et Dulzon [20]. Ce modèle rajoute au modèle TL existant, une fonction de décroissance de courant le long du canal  $P(z')$  de forme linéaire. Cette fonction est exprimée comme suit :

$$P(z') = 1 - \frac{z'}{H} \quad \text{II.15}$$

Avec  $H$  la hauteur totale du canal de foudre.





**Figure II. 7 :** Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle MTLL

*b) Le modèle de la ligne de transmission modifié avec décroissance exponentielle MTLE (Modified Transmission Line with Exponential decay)*

De même que le modèle MTLL, le MTLE proposé d'abord en 1988 par *Nucci et al* [14], puis repris en 1990 par *Rachidi et Nucci* [16], suggère une fonction d'atténuation du courant le long du canal  $P(z')$  de forme exponentielle :

$$P(z') = e^{-z'/\lambda} \quad \text{II.16}$$

Le paramètre  $\lambda$  représente le taux de décroissance de l'intensité du courant le long du canal.

Les figures II.7 et II.8 présentent respectivement la représentation spatio-temporelle du courant le long du canal selon les modèles MTLL et MTLE. Dans ces deux figures, nous pouvons distinguer entre les deux modèles à travers la comparaison des formes de décroissance du courant le long du canal caractérisant chaque modèle (linéaire et exponentielle) et qui sont facilement remarquables sur ces deux exemples.

Les données adoptées dans ces exemples sont celles utilisées précédemment pour une hauteur  $H = 8 \text{ km}$  pour le modèle MTLL et  $\lambda = 2 \text{ km}$  pour le modèle MTLE.

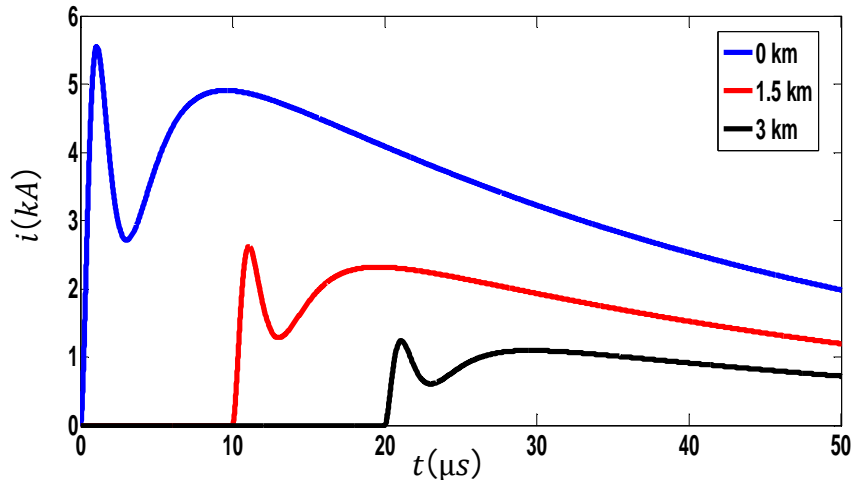


Figure II.8: Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle MTLE.

#### II.2.4 Généralisation des modèles d'ingénieur

Rakov [21] a présenté les modèles d'ingénieur décrit précédemment suivant une équation généralisée de la distribution de courant dans le canal, elle est définie comme suit :

$$i(z', t) = P(z') \cdot u\left(t - z'/v_f\right) \cdot i\left(0, t - z'/v\right) \quad \text{II.17}$$

$$\text{Où : } u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad \text{II.18}$$

$u$ : La fonction de Heaviside égale à l'unité pour  $t \geq z'/v_f$  et zéro ailleurs.

$P(z')$ : Le facteur d'atténuation décrit dans les modèles MTLE et MTLL.

$v_f$ : La vitesse du front.

$c$ : La vitesse de la lumière.

$v$ : La vitesse de propagation de l'onde du courant.

Les cinq modèles d'ingénieurs exprimés par la relation (II.19) diffèrent essentiellement l'un de l'autre par la description spatiale de la fonction d'atténuation du courant le long du canal:  $P(z')$ , et la vitesse de propagation de l'onde de courant  $v$ . Le tableau II.4, décrit les différentes valeurs de cette vitesse, ainsi que les différentes expressions de la fonction  $P(z')$  pour chaque modèle.

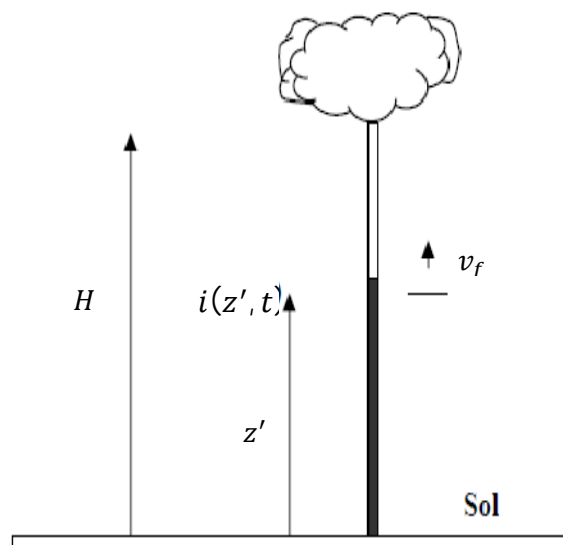
**Tableau II. 4 :**  $P(z')$  et  $v$  pour les cinq modèles d'ingénieur [22].

modèle	$P(z')$	$v$
TL	1	$v_f$
MTLL	$1 - \left(\frac{z'}{H}\right)$	$v_f$
MTLE	$e^{-z'/\lambda}$	$v_f$
BG	1	$\infty$
TCS	1	$-c$

$\lambda$  : le taux de décroissance de l'intensité du courant .

### II.3 Géométrie du problème

Pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par une décharge de foudre sol-nuage, la géométrie communément adoptée est celle présentée à la figure II.9 Le canal de foudre est considéré comme une antenne verticale unidimensionnelle de hauteur  $H$  placée au-dessus d'un plan conducteur. L'arc en retour se propage verticalement à partir du sol avec une vitesse  $v_f$ . Ce qui conduit à une distribution spatio-temporelle  $i(z', t)$  dans le canal de foudre qui détermine à son tour la distribution spatio-temporelle du champ électromagnétique rayonné dans l'espace [23].



**Figure II. 9 :** Représentation du canal de foudre.

## II.4 Formulation du champ électromagnétique rayonné par la foudre

### II.4.1 Champ électromagnétique au dessus du sol

#### II.4.2 Equations générales

Le problème du rayonnement électromagnétique d'un dipôle au dessus d'un plan conducteur a été traité par *Baños* en 1966 [24] en déterminant la solution analytique exacte des équations de Maxwell pour chaque milieu en accord avec les conditions aux limites sur l'interface air-sol. En coordonnées cylindriques, les expressions du champ, créé par un dipôle électrique placé à une hauteur  $z'$ , sont données dans le domaine fréquentiel par l'expression suivante [23] (voir figure II.10) :

$$\begin{pmatrix} dE_r(r,z,j\omega) \\ dE_z(r,z,j\omega) \\ dH_\phi(r,z,j\omega) \end{pmatrix} = \frac{I(z',j\omega)dz'}{4\pi} \begin{pmatrix} \frac{j\omega\mu_0}{k_2^2} \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \\ \frac{j\omega\mu_0}{k_2^2} (\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_2^2) \\ -\frac{\partial}{\partial r} \end{pmatrix} (G_{22} - G_{21} + k_1^2 V_{22}) \quad \text{II.19}$$

Avec :

$$G_{21} = \frac{e^{jk_2 R}}{R} = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\gamma_2(z'-z)}}{\gamma_2} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad \text{II.20}$$

$$G_{22} = \frac{e^{jk_2 R_1}}{R_1} = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\gamma_2|z'-z|}}{\gamma_2} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad \text{II.21}$$

$$V_{22} = \int_0^{+\infty} \frac{2e^{-\gamma_2(z'-z)}}{k_2^2 \gamma_1 + k_1^2 \gamma_2} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad \text{II.22}$$

Et:

$$R = \sqrt{r^2 + (z' - z)^2} \quad R_1 = \sqrt{r^2 + (z' + z)^2}$$

$$k_1 = \sqrt{\omega^2 \mu_g \epsilon_g + j\omega \mu_0 \sigma_g} \quad k_2 = \omega \sqrt{\mu_0 \omega_0}$$

$$\gamma_1 = \sqrt{\lambda^2 - k_1^2} \quad \gamma_2 = \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}$$

En un point quelconque de l'espace, le champ électromagnétique est caractérisé par :

- Le champ électrique vertical  $E_z$ ;

- Le champ électrique radial  $E_r$ ;
- Le champ magnétique azimuthal  $H_\phi$ .

Où,  $E_r(r, z, \omega)$ ,  $E_z(r, z, j\omega)$  et  $H_\phi(r, z, j\omega)$  sont respectivement les composantes radiales et verticales du champ électrique et le champ magnétique azimuthal. Les paramètres  $\mu_g, \varepsilon_g, \sigma_g$  étant respectivement la permittivité diélectrique, la perméabilité magnétique et la conductivité électrique du sol,  $J_0$  est la fonction de Bessel d'ordre 0,  $I(z', j\omega)$ , désigne la transformée de Fourier de la distribution du courant le long du canal.

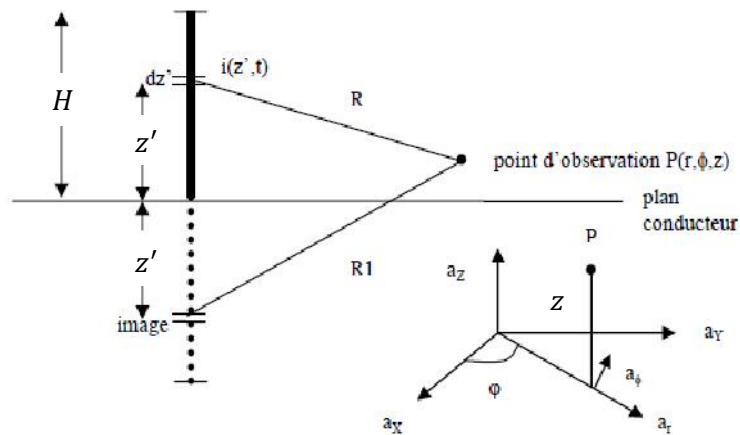


Figure II. 10 : Modèle géométrique intervenant dans les équations du champ électromagnétique [2].

L'expression (II.19) contient les intégrales (II.20), (II.21) et (II.22) dites de *Sommerfeld* [25] qui présentent l'inconvénient d'être gourmandes en temps de calcul [23]. De plus, la nécessité d'effectuer une transformée de Fourier inverse afin de revenir dans le domaine temporel, n'est pas sans poser des problèmes d'ordre numérique [23].

#### II.4.1.1 Approximation d'un sol parfaitement conducteur

En adoptant l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur, le calcul du champ électromagnétique devient plus simple. Dans ce cas, les formes d'ondes du champ électromagnétique peuvent être obtenues dans le domaine temporel de deux manières différentes : D'une part, grâce à l'utilisation des équations de Maxwell et de la théorie des images (présentée par *Uman* dans la référence [1]), et d'autre part en faisant tendre la conductivité du sol vers l'infini dans les intégrales de Sommerfeld citées auparavant (présentée par *Leteinturier* dans la référence [17]).

On suppose que le courant de l'arc en retour se propage du sol vers le sommet du canal et répond aux différents modèles d'ingénieur présentés dans la section II.2.3. Le champ total rayonné en un point  $p(r, \varphi, z)$  situé au-dessus du sol, s'obtient donc par sommation des contributions de chaque dipôle et de son image de longueur Infinitésimal  $dz'$ , situé à la hauteur  $z'$ , et traversé par un courant  $i(z', t)$  comme représenté sur la Figure II.9. En approximant le canal foudre à une antenne filaire rectiligne perpendiculaire à un sol parfaitement conducteur, on peut alors exprimer le rayonnement total du canal en point  $p(r, \varphi, z)$  par l'intégration le long du canal des expressions (II.23), (II.24) et (II.25) :

$$dE_{zP}(r, z, t) = \frac{dz'}{4\pi\epsilon_0} \left[ \begin{array}{l} \frac{2(z-z')^2-r^2}{R^5} \int_0^t i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right) d\tau \quad \text{Contribution électrostatique} \\ + \frac{2(z-z')^2-r^2}{cR^4} i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right) \quad \text{Contribution induite} \\ - \frac{r^2}{c^2R^3} \frac{\partial i(z', t-R/c)}{\partial t} \quad \text{Contribution rayonnée} \end{array} \right] \quad \text{II.23}$$

$$dE_{rP}(r, z, t) = \frac{dz'}{4\pi\epsilon_0} \left[ \begin{array}{l} \frac{3(z-z')}{R^5} \int_0^t i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right) d\tau \quad \text{Contribution électrostatique} \\ + \frac{3(z-z')}{cR^4} i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right) \quad \text{Contribution induite} \\ - \frac{r(z-z')}{c^2R^3} \frac{\partial i(z', t-R/c)}{\partial t} \quad \text{Contribution rayonnée} \end{array} \right] \quad \text{II.24}$$

$$dH_{\varphi P}(r, z, t) = \frac{dz'}{4\pi} \left[ \begin{array}{l} \frac{r}{R^3} i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right) \quad \text{Contribution induite} \\ + \frac{r}{cR^2} \frac{\partial i(z', t-R/c)}{\partial t} \quad \text{Contribution rayonnée} \end{array} \right] \quad \text{II.25}$$

$$\text{Avec : } R = \sqrt{r^2 + (z' - z)^2}$$

Où l'indice "P" indique que le sol est parfaitement conducteur,  $\epsilon_0$  est la permittivité diélectrique du vide,  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide,  $c$  la vitesse de la lumière,  $R$  la distance du dipôle au point d'observation,  $r$  la distance radiale entre le canal de foudre et le point d'observation et  $z'$  la hauteur du point d'observation par rapport au sol.

Cependant, le champ électrique vertical et le champ électrique radial représentent la somme de trois contributions :

1. Une contribution électrostatique ayant pour source l'intégrale du courant de l'arc en retour et représentant la charge du canal,
2. Une contribution induite ayant pour source le courant de l'arc en retour.
3. Une contribution rayonnée ayant pour source la dérivée du courant de l'arc en retour.

Le champ magnétique azimutal est, quand à lui, composé par une composante rayonnée (ayant pour source la dérivée du courant de l'arc en retour) et une composante induite (ayant pour source le courant de l'arc en retour).

Bien que l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur permette une simplification importante des équations du champ, elle n'est pas toujours valable. Pour des distances ne dépassant pas quelques kilomètres, elle est une approximation raisonnable dans le calcul du champ électrique vertical et le champ magnétique azimutal comme il a été montré par plusieurs auteurs (*Rachidi et al [26], Rubenstein [27], Zeddani et Degauque [28]*). Quant à la composante radiale du champ électrique, elle est beaucoup plus affectée par la conductivité finie du sol. Pour les distances supérieures à plusieurs kilomètres, la propagation au dessus d'un sol de conductivité finie n'est plus négligeable et a pour conséquence majeure une atténuation des composantes hautes fréquences, qui se traduit par une diminution de la valeur de pic et de la raideur du front du champ [2].

#### II.4.1.2 Approximation de Cooray-Rubenstein

La prise en compte rigoureuse de la conductivité du sol nécessite l'utilisation des Intégrales de Sommerfeld qui présentent l'inconvénient d'être lentement convergentes.

Ainsi, différents auteurs ont proposé des formules simplificatrices permettant de calculer le champ horizontal en tenant compte de la conductivité du sol [29]. La formule la plus simple est celle connue sous le nom « *l'approximation de Cooray-Rubenstein* » (*Rubenstein [27], Cooray [29]*) qui permet d'obtenir un bon compromis entre le temps de calcul et la précision. La formulation proposée considère que le champ électrique vertical et le champ magnétique azimutal sont indépendants de la conductivité du sol.

Selon cette approximation le champ électrique radial est donné dans le domaine fréquentiel par l'expression suivante:

$$E_r(r, z, j\omega) = E_{rP}(r, z, j\omega) - H_{\varphi P}(r, z = 0, j\omega) \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_g + \sigma_g / j\omega}} \quad \text{II.26}$$

Si la conductivité du sol est élevée, l'expression (II.26) peut être simplifiée comme suit :

$$E_r(r, z, j\omega) = E_{rP}(r, z, j\omega) - H_{\varphi P}(r, z = 0, j\omega) \frac{1+j}{\delta\sigma_g} \quad \text{II.27}$$

$$\text{Avec : } \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \varepsilon_g \sigma_g}}$$

$\delta$  désigne l'épaisseur de peau,

En 2002, *Cooray* [30] a rapporté qu'une erreur de plus de 25% est observée sur le pic initial du champ horizontal calculé par l'expression (II.26) à une hauteur de quelques dizaines de mètres. Et il a proposé une modification dans le terme du champ électrique radial correspondant au cas d'un sol parfaitement conducteur et intervenant à l'expression (II.26). Cette modification minimise l'erreur à moins de 5% :

$$E_{rP}(r, z, j\omega) = [E_{rP}(r, z, j\omega)]_s + [E_{rP}(r, z, j\omega)]_i + 0.4[E_{rP}(r, z, j\omega)]_r \quad \text{II.28}$$

Les indices  $s, i$  et  $r$  désignent, respectivement, les contributions : électrostatique, induite et de rayonnée correspondantes au champ électrique radial calculé avec l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur.

#### II.4.1.3 Formulation du Wait

L'idée principale de la formulation approximative pour le cas d'un sol homogène, était toujours l'utilisation du concept de l'impédance de la surface du sol qui est définie par le rapport entre le champ électrique et le champ magnétique tangentiels à cette surface. Cependant, ce principe a constitué la base théorique de la formulation approximative décrite auparavant à savoir l'approximation de *Cooray-Rubenstein* [27] [29]. La validité de cette approximation a été encourageante pour utiliser ce même principe afin d'établir des approximations aussi valables pour le cas d'un sol stratifié.

Récemment en Novembre 2009, *Shoory et al.* [31] ont utilisé la formulation simplifiée de *Wait* pour évaluer la composante verticale du champ électrique engendré par une décharge de foudre en présence d'un sol stratifié. Ces chercheurs ont considéré deux cas de stratification du sol à savoir : une stratification horizontale et une stratification verticale. En effet, dans le cas d'un sol stratifié horizontalement, la composante verticale du champ électrique a été calculée à l'aide de deux approximations différentes. Aussi, les valeurs des paramètres électromagnétiques de la couche supérieure du sol tels que la conductivité électrique et la permittivité diélectrique relative, ont été fixées à des valeurs plus faibles que celles des paramètres de la couche inférieure.



Pour plus des détails théoriques ainsi que les résultats obtenus sur cette approximation voir les références [31], [6].

### II.4.3 Champ électromagnétique en dessous du sol

Le problème de l'évaluation des perturbations induites par la foudre dans les câbles souterrains a récemment attiré plus d'attention des chercheurs comparé au passé, et ceci à cause de l'augmentation du nombre des installations électriques situées en dessous du sol durant ces dernière années. L'objectif a été le développement de modèles et d'outils de calcul du champ électromagnétique produit par la foudre en dessous du sol, Afin de permettre ensuite l'estimation des courants et des tensions induites par ce champ dans les câbles enterrés [6].

La formule générale (II.19) a été développée par *Baños* [24], est mathématiquement adaptable au problème du rayonnement électromagnétique de la foudre en un point situé en dessous du sol, mais malheureusement, du point de vue numérique, elle présente toujours les inconvénients cités auparavant.

#### II.4.2.1 Approximation de Cooray

En 2001, *Cooray* [32] a proposé des expressions simplifiées permettant le calcul des champs électriques pénétrant dans le sol et générés par une onde de type foudre. Ces expressions du champ se basent sur la connaissance du champ électrique dans le cas d'un sol de conductivité finie, au niveau de l'interface sol-air. Ainsi dans le domaine fréquentiel, et sachant que la coordonnée verticale du point d'observation  $z$  est négative, ces expressions sont données par :

$$E_z(r, z, j\omega) = E_z(r, z = 0, j\omega) \frac{\varepsilon_0 e^{z k_g}}{\sigma_g + j\omega\varepsilon_g} \quad \text{II.29}$$

$$E_r(r, z, j\omega) = E_r(r, z = 0, j\omega) e^{k_g z} \quad \text{II.30}$$

$$H_\varphi(r, z, j\omega) = H_\varphi(r, z = 0, j\omega) e^{k_g z} \quad \text{II.31}$$

$$\text{Avec : } k_g = \sqrt{j\omega\mu_0\sigma_g - \omega^2\mu_0\varepsilon_g}$$

### II.4.2.2 Algorithme de Delfino et al.

Récemment, en 2006 *Delfino et al* [33]. Ont proposé un algorithme efficace pour l'évaluation exacte du champ électromagnétique en dessous d'un sol imparfait. Ces auteurs ont présenté l'expression (II.19) à une autre forme connue sous le nom « *fonction de Green* » qui s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{cases} E_z(r, z, j\omega) = \frac{j}{2\pi\omega\varepsilon_0} \int_0^H \int_0^{+\infty} \frac{\lambda^3}{n^2\gamma_2 + \gamma_1} I(z', j\omega) J_0(\lambda r) \exp(\gamma_1 z - \gamma_2 z') d\lambda dz' \\ E_r(r, z, j\omega) = \frac{-j}{2\pi\omega\varepsilon_0} \int_0^H \int_0^{+\infty} \frac{\lambda^2 \gamma_1}{n^2\gamma_2 + \gamma_1} I(z', j\omega) J_1(\lambda r) \exp(\gamma_1 z - \gamma_2 z') d\lambda dz' \\ H_\varphi(r, z, j\omega) = \frac{n^2}{2\pi} \int_0^H \int_0^{+\infty} \frac{\lambda^2}{n^2\gamma_2 + \gamma_1} I(z', j\omega) J_0(\lambda r) \exp(\gamma_1 z - \gamma_2 z') d\lambda dz' \end{cases} \quad \text{II.32}$$

$$\text{Avec : } n = \frac{k_1}{k_2}$$

Le paramètre  $n$  désigne le nombre de réfraction complexe,  $k_1$  et  $k_2$  désignent les nombres d'onde dans le sol et l'air respectivement,  $J_1$  est la fonction de Bessel d'ordre 1.

### II.4.2.3 Approximation par la méthode FDTD

La méthode numérique des différences finies points centrés dite, FDTD (Finite-Difference Time-Domain) à été introduite dans le domaine de l'électromagnétisme en 1966 par *Yee* [34]. Elle été ensuite raffinée et employée par beaucoup de chercheurs dans différents secteurs comportant des phénomènes de dispersion d'ondes électromagnétiques, et de couplage onde-structure.

Cependant, dans le domaine de recherche lié à la foudre, la méthode FDTD à été largement utilisé, pour calculer les surtensions et les courants induits dans les lignes aériennes causés par des coups de foudre indirects (voir par exemple [10]. En revanche, pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre, cette méthode a été présentée dans plusieurs travaux sur la base des approches hybrides combinant la FDTD et d'autres méthodes analytiques (voir les références [35][36]). A notre connaissance, la méthode FDTD a été introduite pour la première fois d'une manière complète dans le calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre, en 2007 par *Mimouni et al* [37]. Le calcul à été effectué par ces auteurs au-dessus et en dessous d'un sol caractérisé par une conductivité finie. En outre, cette méthode consiste à résoudre les équations de Maxwell par l'utilisation des différences finies.

## II.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une revue générale sur la modélisation du rayonnement électromagnétique associé à la phase d'arc en retour et celle de l'arc en retour subséquent d'une décharge de foudre dans le but de mettre en évidence les modèles décrivant le courant dans le canal de foudre. Parmi quatre catégories de ces modèles, nous avons donné une importance particulière aux modèles d'ingénieur qui présentent l'avantage de la description de la distribution spatio-temporelle du courant le long du canal à partir des valeurs instantanées du courant à la base du canal, grâce à une simple formulation mathématique. Nous avons présenté ensuite, les différentes approches utilisées par la communauté scientifique afin de déterminer le champ électromagnétique rayonné par la foudre au dessus et en dessous du sol et même pour le cas d'un sol stratifié (formulation de Wait). En effet, la formule générale qui fait intervenir les intégrales de Sommerfeld, présente l'inconvénient d'être gourmande en temps de calcul. De plus, elle nécessite d'effectuer une transformée de Fourier inverse afin de revenir dans le domaine temporel, ce qui est relativement délicat du point de vue numérique. Pour remédier à ces inconvénients, plusieurs chercheurs ont utilisé l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur qui a un peu soulagé les calculs du fait qu'ils se déroulent dans le domaine temporel. De plus, cette hypothèse est une bonne approximation de la composante verticale du champ électrique et la composante azimutale du champ magnétique au dessus du sol, et pour les distances qui ne dépassent pas quelques kilomètres. Pour la composante radiale du champ électrique, cette approximation n'est pas valable à cause de la forte sensibilité de cette composante à la conductivité du sol. Cependant, il existe plusieurs approximations dans la littérature, utile pour le calcul de la composante radiale du champ électrique. Parmi celles-ci, on trouve la formule de *Cooray-Rubenstein* qui permet d'obtenir une approximation assez satisfaisante de cette composante au dessus du sol et pour toutes les distances considérées.

Concernant le calcul du champ électromagnétique en dessous d'un sol de conductivité finie, nous avons citée trois approches à savoir :

1. La formule de Cooray qui est une bonne approximation pour des grandes valeurs de la conductivité du sol soit les valeurs supérieures à 0.001 S/m.
2. L'algorithme de *Delfino et al.* qui donne la solution exacte du champ électromagnétique en dessous du sol pour toutes les valeurs considérées de la conductivité du sol.

3. La méthode FDTD qui présente l'intérêt d'être capable de calculer le champ électromagnétique rayonné dans n'importe quelle position du point d'observation considérées (au dessus ou bien en dessous du sol), tout en abordant le problème du rayonnement électromagnétique de la foudre avec moins d'hypothèses simplificatrices.



## **Chapitre III**

**Hybridation entre la méthode  
FDTD et l'intégrale de  
Sommerfeld pour le calcul du  
champ électromagnétique  
rayonné par la foudre**

### III.1 Introduction

La résolution du problème de rayonnement électromagnétique de la foudre consiste en la détermination du champ électromagnétique rayonné à n'importe quel instant et en n'importe quel point d'observation autour du canal. En réalité, la foudre est un phénomène lié aux plusieurs paramètres physiques et géométriques qui rendent cette résolution très délicate, ce qui a obligé la plupart des chercheurs à utiliser des hypothèses simplificatrices en vue de diminuer la complexité du problème en supposant une géométrie relativement simple et abordable (par exemple : la supposition d'un canal rectiligne et vertical, sol parfaitement conducteur,...etc.). Cependant, cette démarche est légitime, vu que les résultats basés sur certaines hypothèses montrent parfois une bonne approximation lorsqu'on les compare à ceux obtenus par voie expérimentale.

Par ailleurs, les études menées par plusieurs chercheurs spécialisés dans ce domaine ont été orientées dans la majorité vers le développement de différentes approches de calcul du champ électromagnétique rayonné afin de caractériser le phénomène le plus fidèlement que possible à la réalité physique de ce dernier. L'objectif est l'implémentation numérique des modèles prédictifs valable qui peuvent constituer une base solide pour la simulation du rayonnement électromagnétique de la foudre ce qui permettra en suite de réduire le coup de l'expérimentation. Et comme nous avons vu dans le chapitre précédant, nous distinguons entre les approches analytiques qui réduisent le problème du rayonnement électromagnétique de la foudre à l'évaluation mathématique des Intégrales de Sommerfeld qui sont en générale très gourmandes en terme de convergence si nous ne considérons pas l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur qui peut soulager les calculs, et celles des approches numériques qui consistent en la résolution des équations de Maxwell tout en adoptant un maillage spatial prédéfinie. En effet, l'une des plus importantes difficultés connues vis-à-vis aux approches numérique est l'infinité de la région d'analyse ce qui à créé la nécessité de la troncature fictive de ce dernier à travers l'utilisation des conditions aux limites prenant en compte le domaine extérieur. Ces conditions aux limites sont dites absorbantes (« *Absorbing Boundary Conditions* » : ABC) car elles minimisent, quand elles ne sont pas exactes, les réflexions non physiques sur la frontière de sorte que celle-ci apparaisse quasi transparente aux ondes sortant du domaine et se propageant vers l'infini.

Dans ce chapitre, nous présentons le calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre en considérant l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur. Tout d'abord, les principes de base de la méthode FDTD utilisée dans nos simulations seront décrits. Ce qui est nouveau et constitue notre empreinte dans ce calcul basé sur cette méthode, se traduit par notre proposition de nouveau type de conditions aux limites absorbantes qui sont fondées sur le calcul des valeurs du champ magnétique aux frontières fictives de la région d'analyse à travers l'évaluation numérique des intégrales de Sommerfeld. Le code de calcul développé dans le cadre de ce mémoire, sur la base cette nouvelle approche, sera passée par une phase de validation à travers la comparaison de nos résultats obtenus en exploitant notre code de calcul avec ceux obtenus expérimentalement. Nous présentons ensuite, une évaluation de cette approche par la comparaison des résultats obtenus en adoptant les conditions aux limites absorbantes proposées dans ce travail, avec ceux obtenus en adoptant les conditions aux limites absorbantes habituelles dites de « *Mur du premier ordre* ». A la fin de ce chapitre, nous discutons l'évolution spatio-temporelle du champ électromagnétique rayonné par la foudre à travers l'analyse des cartographies obtenus en exploitant notre code de calcul développé.

### III.2 Formulation du champ électromagnétique

Les équations de Maxwell gouvernent tous les phénomènes électromagnétiques. Ainsi, l'utilisation de la méthode FDTD consiste à ramener la résolution de ces équations dans le domaine de calcul compte tenu des conditions aux limites, à celle d'un système d'équations algébriques dont la solution conduit à la distribution spatio-temporelle du champ électromagnétique rayonné aux nœuds d'un maillage spatio-temporel prédéfini. La formulation standard des équations de Maxwell s'écrit comme suit [6] :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad \text{III.1}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \sigma \cdot \vec{E} + \varepsilon \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{III.2}$$

Avec :

$\vec{E}$ : Champ électrique;

$\vec{H}$  : Champ magnétique;

$\mu$ : Perméabilité magnétique;

$\varepsilon$ : Permittivité diélectrique;

$\sigma$ : Conductivité électrique.

Le développement mathématique des équations (III.1) et (III.2) en utilisant une représentation spatiale basée sur des coordonnées cylindriques conduit à un système d'équations aux dérivées partielles exprimé sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial z} \right] \\ \sigma E_r + \varepsilon \frac{\partial E_r}{\partial t} = \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \\ \sigma E_z + \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi) \end{cases} \quad \text{III.3}$$

Avec:

$E_r$ : Champ électrique radial ;

$E_z$ : Champ électrique vertical ;

$H_\varphi$ : Champ magnétique azimutal.

$r$ : Distance radiale entre le point d'observation et le canal de foudre ;

$z$ : Hauteur (ou profondeur si  $< 0$ ) du point d'observation par rapport au sol.

Dans la région d'analyse prise en compte dans ce mémoire (en dessus du sol) :  $\sigma = 0$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_0$  et  $\mu = \mu_0$ , Ce qui peut rendre le l'expression précédente (III.3) à la manière suivante:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial z} \right] \\ \varepsilon_0 \frac{\partial E_r}{\partial t} = \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \\ \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi) \end{cases} \quad \text{III.4}$$



### III.3 Principe de base de la méthode FDTD [2]

#### III.3.1 Discrétisation spatiotemporelle

La résolution du système d'équations aux dérivées partielles (III.4) est obtenue en mettant en œuvre l'approche FDTD. Tout d'abord, pour décrire le principe de base de cette résolution, on considère une fonction scalaire spatio-temporelle  $f(r, z, t)$  définie en tout point  $P(r, z)$  appartenant à un espace fini  $\Omega$  et à chaque instant  $t$  appartenant un intervalle temporel fini  $\psi$ .

L'ensemble spatial  $\Omega$ , et l'ensemble temporel  $\psi$  sont exprimés respectivement par les relations (III.5) et (III.6) :

$$[p(r, z) \in \Omega] \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq r \leq r_{max} \\ z_{min} \leq z \leq z_{max} \end{cases} \quad \text{III.5}$$

$$t \in \psi \Leftrightarrow 0 \leq t \leq t_{max} \quad \text{III.6}$$

La discrétisation spatiale (maillage) dans deux directions  $r$  et  $z$  avec des pas spatiaux  $\Delta r$  et  $\Delta z$  respectivement, génère un réseau des nœuds dont la position de chacun est obtenue par :

$$\begin{cases} r = r_i = i. \Delta r \\ z = z_j = j. \Delta z \end{cases} \quad \text{III.7}$$

Avec:  $i$  : Incrément dans la direction de  $r$ ;

$j$  : Incrément dans la direction de  $z$ .

La discrétisation temporelle avec le pas  $\Delta t$  est exprimée par la relation suivante :

$$t = t_n = n. \Delta t \quad \text{III.8}$$

$n$ : Incrément dans le temps.

On peut donc évaluer la fonction  $f$  à n'importe quel nœud et à n'importe quel instant comme suit:

$$f(r, z, t) = f(i\Delta r, j\Delta z, n. \Delta t) = f^n(i, j) \quad \text{III.9}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} 0 \leq i \leq i_{max} \\ j_{min} \leq j \leq j_{max} \\ 0 \leq n \leq n_{max} \end{cases}$$

Le principe de base de la méthode FDTD, s'appuie sur la discrétisation des dérivées partielles de la fonction  $f(r, z, t)$  à partir des approximations du premier ordre de ces dérivées. Cette discrétisation s'exprime de la manière suivante :

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial f(r, z, t)}{\partial r} \right|_{i\Delta r} = \frac{f^n(i + \frac{1}{2}, j) - f^n(i - \frac{1}{2}, j)}{\Delta r} \\ \left. \frac{\partial f(r, z, t)}{\partial z} \right|_{j\Delta z} = \frac{f^n(i, j + \frac{1}{2}) - f^n(i, j - \frac{1}{2})}{\Delta z} \\ \left. \frac{\partial f(r, z, t)}{\partial t} \right|_{n\Delta t} = \frac{f^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - f^{n-\frac{1}{2}}(i, j)}{\Delta t} \end{cases} \quad \text{III.10}$$

A partir des équations aux dérivées partielles du système (III.4), et en utilisant les approximations du premier ordre des dérivées partielles décrites dans l'expression (III.10), on peut obtenir un système d'équations algébriques linéaires dont les inconnues sont les valeurs des trois composantes du champ électromagnétique en chaque nœud du maillage résultant de la discrétisation spatiale, et à chaque instant  $t_n$  résultant de la discrétisation temporelle. En effet, ces trois composantes s'écrivent de la manière suivante :

*Champ électrique vertical*

$$E_z^{n+1}\left(i, j + \frac{1}{2}\right) = E_z^n\left(i, j + \frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 r_i \Delta r} \left[ \left( r_{i+\frac{1}{2}} \right) \cdot H_\varphi^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) - \left( r_{i-\frac{1}{2}} \right) \cdot H_\varphi^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) \right] \quad \text{III.11}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} 1 \leq i \leq i_{max} \\ j_{min} \leq j \leq j_{max} - 1 \\ 0 \leq n \leq n_{max} - 1 \end{cases}$$

*Champ électrique radial*

$$E_r^{n+1}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) = E_r^n\left(i + \frac{1}{2}, j\right) - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta z} \left[ H_\varphi^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) - H_\varphi^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}\right) \right] \quad \text{III.12}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} 0 \leq i \leq i_{max} - 1 \\ j_{min} \leq j \leq j_{max} \\ 0 \leq n \leq n_{max} - 1 \end{cases}$$

*Champ magnétique azimutal*

$$H_{\varphi}^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) = H_{\varphi}^{n-\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\mu_0 \cdot \Delta r} \cdot \left[ E_z^n\left(i + 1, j + \frac{1}{2}\right) - E_z^n\left(i, j + \frac{1}{2}\right) \right] - \frac{\Delta t}{\mu_0 \cdot \Delta z} \cdot \left[ E_r^n\left(i + \frac{1}{2}, j + 1\right) - E_r^n\left(i + \frac{1}{2}, j\right) \right] \quad \text{III.13}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} 0 \leq i \leq i_{max} - 1 \\ j_{min} \leq j \leq j_{max} - 1 \\ 0 \leq n \leq n_{max} - 1 \end{cases}$$

Enfin, il est à noter que le choix des pas spatiales  $\Delta r$  et  $\Delta z$ , et le pas temporel  $\Delta t$ , doivent remplir une condition de stabilité de calcul qui est exprimée par l'équation:

$$\Delta t < \frac{\min(\Delta r, \Delta z)}{2c} \quad \text{III.14}$$

### III.3.2 Conditions aux limites absorbantes (ABC)

La modélisation d'un problème électromagnétique en milieu ouvert par une méthode finie, utilisant une discrétisation de la région d'analyse, nécessite la troncature du domaine infini par une frontière fictive.

Comme nous avons dit auparavant, pour respecter l'aspect non borné du problème du rayonnement électromagnétique de la foudre, nous devons imposer sur les frontières de la région d'analyse des conditions aux limites absorbantes qui prennent en compte le domaine extérieur et minimisent les réflexions non physiques sur ces frontières.

Il existe dans la littérature plusieurs types de conditions aux limites absorbantes. Parmi celles-ci, on peut citer :

- *Les conditions aux limites de Mur* [39]

Ces conditions développées par *Mur*, possèdent l'avantage d'être faciles à implémenter numériquement. En effet, Elles consistent en l'extrapolation des valeurs du champ magnétique aux nœuds situés sur les limites du domaine discrétisé suivant le principe de discrétisation de la méthode FDTD (figure III.1), à partir des valeurs du champ magnétique pré-calculées aux nœuds situés au voisinage intérieur immédiat de ces limites. Si ces dernières sont suffisamment éloignées de la source du champ électromagnétique, les valeurs du champ magnétique sur les frontières du domaine sont obtenues par l'extrapolation du premier ou du deuxième ordre.

- *La couche parfaitement absorbante PML ("Perfectly Matched Layer")*[40]

Ce type de conditions aux limites a été présenté par *Bérenger*. Son principe est basé sur l'utilisation d'une couche absorbante autour des frontières du domaine de calcul afin d'éviter toute réflexion d'ondes électromagnétiques sortantes à travers ces frontières. L'avantage de ce type de conditions réside dans la possibilité de les placer à des endroits extrêmement proches de la source du rayonnement électromagnétique vu que la couche extérieure (PML) qui entoure le domaine de calcul est parfaitement absorbante.

- *Les conditions aux limites absorbantes CBO ("Complimentary Boundary Operator")*[41]

Les conditions aux limites absorbantes CBO présentent une technique de troncature des domaines de calcul ouverts. Cette technique a été développée par *Ramahi*, elle est conçue proprement pour l'évaluation du champ proche, ainsi que pour l'analyse du rayonnement électromagnétique engendré par des courants caractérisés par une durée d'impulsion très courte.

- *L'algorithme de limite à basse fréquence LFBA ("Low Frequency Boundary Algorithme")*[42]

Ces conditions aux limites ont été présentées par *Rudolph et al.* afin d'analyser les effets directs de la foudre sur les avions. L'avantage de cet algorithme est la facilité d'implémentation sur le plan informatique notamment avec des codes de calcul basés sur la

méthode FDTD. Cependant, cet algorithme présente aussi l'inconvénient d'avoir des problèmes liés à la stabilité numérique pour des temps d'analyse très lents.

Dans ce travail, nous proposons un nouveau type de conditions aux limites absorbantes. Le principe de base de ces dernières se résume dans l'évaluation analytique des valeurs du champ magnétique dans les limites de la région d'analyse à travers un calcul basé sur les intégrales de Sommerfeld (voir l'expression II.25 dans le chapitre précédent) et ceci d'une manière indépendante à aux valeurs du champ électromagnétique à l'intérieur de cette région (voire la figure III.1). Les expressions suivantes illustrent la manière de calcul de ces limites :

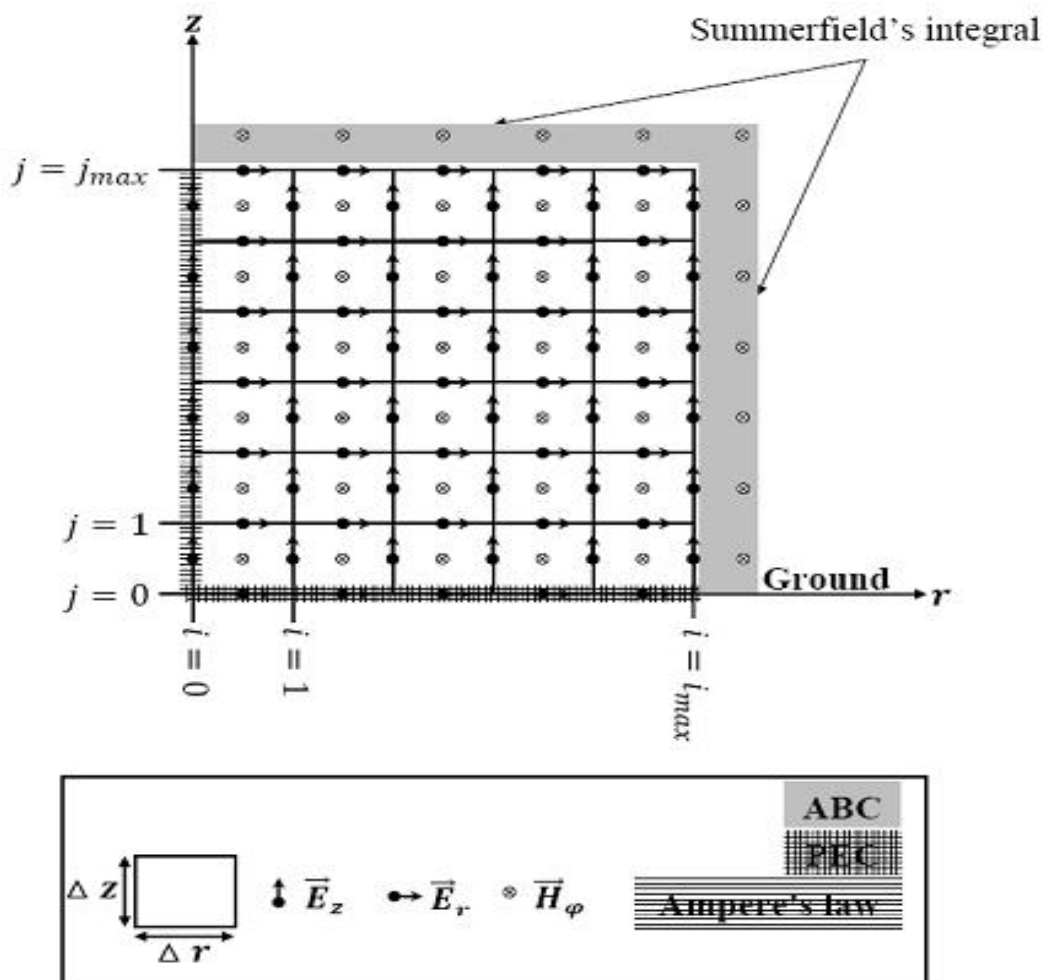


Figure III. 1 : Maillage 2D-FDTD (coordonnées cylindriques)[43].

**A. Dans la direction radiale**

$$H_{\varphi}^{n+\frac{1}{2}}\left(i_{max} + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) = \frac{r_{i_{max}+\frac{1}{2}}}{4\pi} \int_{-H}^H \left[ \frac{i\left(z', t_{n+\frac{1}{2}} - \frac{R_{i_{max}+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}}}{c}\right)}{\left(R_{i_{max}+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}\right)^3} + \frac{\partial i\left(z', t_{n+\frac{1}{2}} - \frac{R_{i_{max}+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}}}{c}\right)}{\left(R_{i_{max}+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}\right)^2} \partial t \right] dz' \quad \text{III.13}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} 0 \leq j \leq j_{max} \\ 0 \leq n \leq n_{max} - 1 \end{cases}$$

**B. Dans la direction verticale**

$$H_{\varphi}^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j_{max} + \frac{1}{2}\right) = \frac{r_{i+\frac{1}{2}}}{4\pi} \int_{-H}^H \left[ \frac{i\left(z', t_{n+\frac{1}{2}} - \frac{R_{i+\frac{1}{2}, j_{max}+\frac{1}{2}}}}{c}\right)}{\left(R_{i+\frac{1}{2}, j_{max}+\frac{1}{2}}\right)^3} + \frac{\partial i\left(z', t_{n+\frac{1}{2}} - \frac{R_{i+\frac{1}{2}, j_{max}+\frac{1}{2}}}}{c}\right)}{\left(R_{i+\frac{1}{2}, j_{max}+\frac{1}{2}}\right)^2} \partial t \right] dz' \quad \text{III.14}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} 0 \leq i \leq i_{max} - 1 \\ 0 \leq n \leq n_{max} - 1 \end{cases}$$

$z'$  Représente une hauteur dans le canal de foudre varie entre  $-H$  et  $H$ , les valeurs négatives de cette hauteur représentent l'image du canal qui modélise la réflexion totale du champ électromagnétique sur la surface du sol puisque ce dernier est considéré comme parfaitement conducteur.  $R_{i,j}$  est la distance entre le dipôle élémentaire  $dz'$  dans le canal de foudre et le point d'observation ayant les coordonnées  $r_i$  et  $z_j$ . Cette distance est donnée par l'expression suivante:

$$R_{i,j} = \sqrt{r_i^2 + (z' - z_j)^2} \quad \text{III.15}$$

$i(z', t)$  est la distribution spatio-temporelle du courant dans le canal. Elle est exprimée mathématiquement à l'aide du modèle MTLE [16] décrit dans le chapitre précédant à la section II.2.3.4 b, et qui est le plus populaire parmi tous les modèles d'ingénieur. Quant au courant à la base du canal, il est modélisé par la formule d'Heidler [15] en raison de sa concordance avec des courbes expérimentales de ce courant.

#### III.4 Conditions aux limites au niveau du sol et à la limite complétant le canal de foudre

- *Au niveau du sol*

Comme montre la figure III.1, la condition à la limite assurant l'hypothèse d'un sol parfaitement est celle qui consiste à mettre le champ électrique tangentiel à la surface du sol égal à zéro. Cette condition est connue sous le nom « condition de conducteur parfait » (« *The Perfect électrique Conducteur* » **PEC**). Elle est donnée par la relation suivante:

$$E_r^n \left( i + \frac{1}{2}, 0 \right) = 0 \quad \text{III.16}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} 0 \leq i \leq i_{max} - 1 \\ 0 \leq n \leq n_{max} \end{cases}$$

- *A la limite qui comporte le canal de foudre*

A la limite qui comporte le canal, et selon la loi d'Ampère, le champ électrique vertical peut être écrit sous la forme [44]:

$$E_z^{n+1} \left( 0, j + \frac{1}{2} \right) = E_z^n \left( 0, j + \frac{1}{2} \right) + \frac{4 \cdot \Delta t}{\varepsilon_0 \cdot \Delta r} H_\varphi^{n+\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2} \right) - \frac{4 \cdot \Delta t}{\pi \varepsilon_0 \cdot \Delta r^2} I^{n+\frac{1}{2}} \left( j + \frac{1}{2} \right) \quad \text{III.17}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} 0 \leq j \leq j_{max} - 1 \\ 0 \leq n \leq n_{max} - 1 \end{cases}$$

### III.5 Résultats de simulation et analyses

#### III.5.1 Validation expérimentale du code de calcul développé

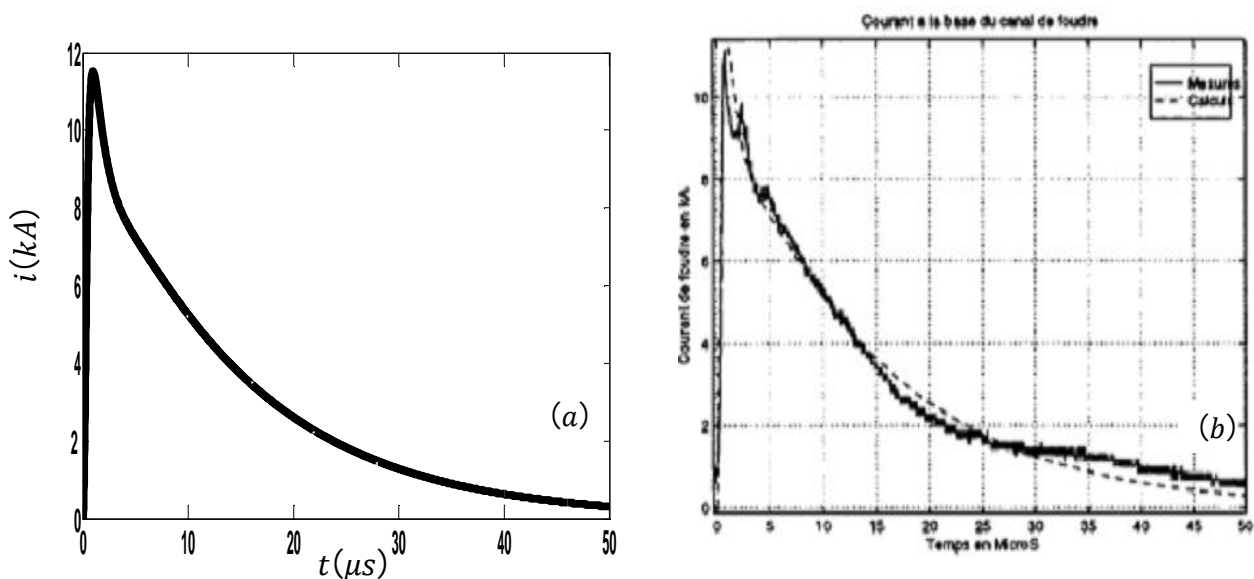
La validation expérimentale du code de calcul développé est réalisée à travers une comparaison entre les résultats de simulation obtenus en exploitant notre code de calcul développé sur la base de l'approche décrites ci-dessus ,et des mesures issues de la référence [10] et qui ont été effectuées lors d'une campagne expérimentale en Août 1995 au Centre Spatial Kennedy, en Floride.

Le courant à la base du canal est modélisé par la somme de deux fonctions d'Heidler dont les paramètres, sont ceux illustrés dans le tableau III.1.

Dans la figure III.2.a, nous présentons l'allure temporelle du courant à la base du canal calculée à l'aide du modèle d'Heidler. La figure III.2.b présente l'Allure temporelle mesurée lors de la campagne expérimentale suscitée.

**Tableau III. 1:** Paramètres des deux fonctions d'Heidler simulant le courant de foudre à la base du canal [10].

Paramètres de la première fonction d'Heidler				Paramètres de la deuxième fonction d'Heidler			
$I_{01}(\text{KA})$	$\tau_{11} (\mu\text{s})$	$\tau_{12} (\mu\text{s})$	$n_1$	$I_{02}(\text{KA})$	$\tau_{21} (\mu\text{s})$	$\tau_{22} (\mu\text{s})$	$n_2$
10.5	0.6	0.9	2	7	1.4	14	2



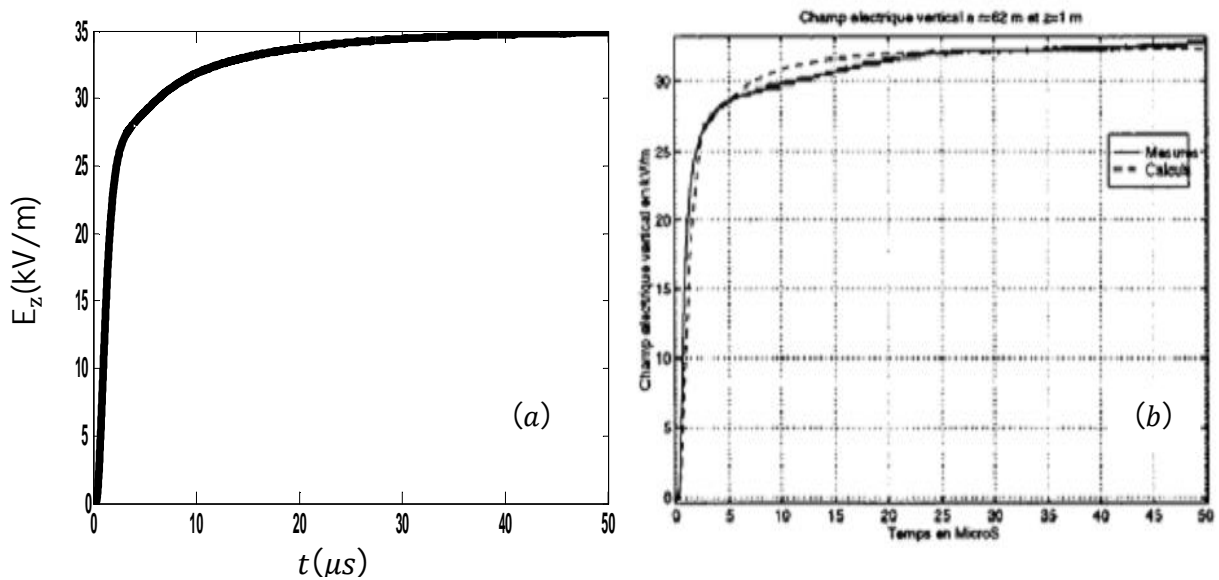
**Figure III. 2 :** Variations temporelles du courant à la base du canal (a) calculée à l'aide du modèle d'Heidler , (b) courbe mesurée issue de la référence [10].



A l'issue de cette comparaison, nous pouvons conclure que les résultats du courant à la base du canal obtenus à travers notre code de calcul, concordent avec ceux obtenus expérimentalement (figure III.2).

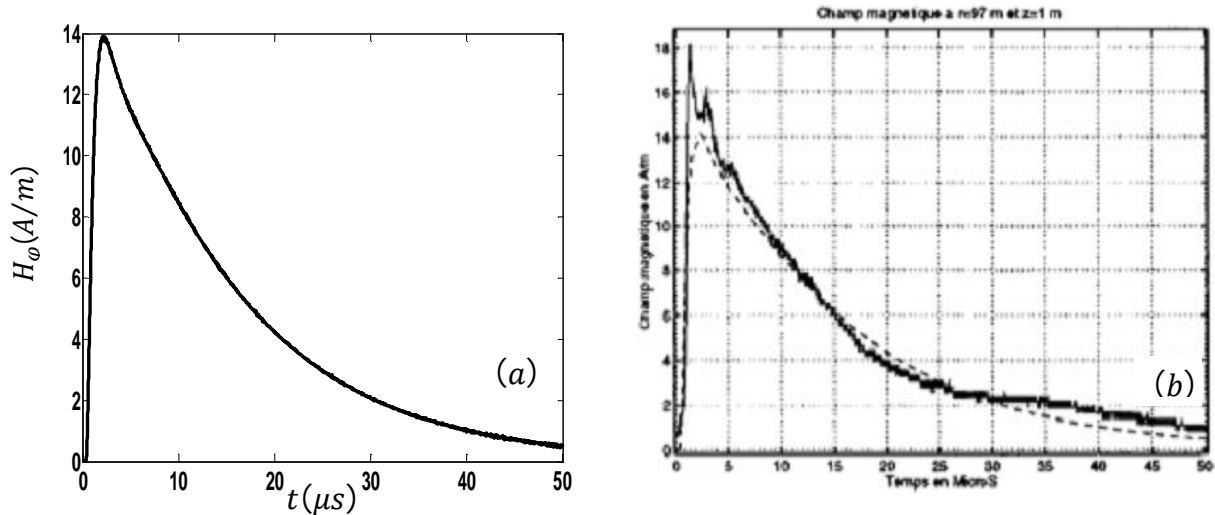
Les figures (III.3.a et III.4.a) présentent respectivement la forme d'onde du champ électrique vertical évaluée à une distance radiale (par rapport au canal de foudre)  $r = 62m$  et à une hauteur (par rapport au sol)  $z = 5m$  ainsi que celle du champ magnétique azimutal évaluée à une distance radiale  $r = 97m$  et à une hauteur  $z = 5m$ . La forme d'onde mesurée du champ électrique vertical et celle du champ magnétique azimutal sont présentées respectivement dans les figures III.3.b et III.4.b.

Le canal de foudre est représenté par le modèle MTLE, avec une vitesse de propagation du courant le long du canal  $v_f = 0.8 \times 10^8 m/s$ , et un taux de décroissance de ce courant le long du canal  $\lambda = 1km$ .



**Figure III. 2 :** Variations temporelles du champ électrique vertical pour  $r = 62m$  et  $z = 5m$

(a) calculée par l'approche proposée, (b) courbe mesurée issue de la référence [10].



**Figure III. 3 :** Variations temporelles du champ magnétique azimuthal pour  $r = 97\text{m}$  et  $z = 5\text{m}$  (a) calculée par l'approche proposée, (b) mesurées référence [10].

D'après cette comparaison, nous pouvons remarquer la bonne concordance entre les courbes calculées à l'aide de l'approche proposée dans ce travail, et celles obtenues à travers des mesures effectuées lors de la campagne expérimentale au Centre Spatial Kennedy [10].

### III.5.2 Comparaison avec des résultats obtenu par la méthode FDTD utilisant les conditions aux limites absorbantes de Mur du premier ordre

Dans une optique de mettre en évidence de quelques avantages de notre propre approche de calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre et qui est basé sur une hybridation entre la méthode FDTD représentant ici l'ensemble des méthodes numérique adoptant un maillage de la région d'analyse, et ceux des intégrales de Sommerfeld qui présentent dans cette hybridation des conditions aux limites absorbantes, nous avons choisi de comparer les résultats obtenus à travers notre nouvelle approche à ceux obtenu en utilisant la même méthode FDTD mais en adoptant des conditions aux limites absorbantes de Mur du premier ordre. Nous allons essayer à travers cette comparaison de montrer que le rapprochement de la limite verticale de la région d'analyse, calculée par les conditions aux limites de Mur du premier ordre, vers le point d'observation apporte une erreur notable sur les résultats obtenus. Par contre. Ce rapprochement est presque négligeable lorsqu'il s agit de nos propres conditions aux limites absorbantes calculées analytiquement en usant les intégrales de Sommerfeld. Cette comparaison a été réalisée dans ce travail de la manière suivante :

Les figures III.5, III.6 et III.7 présentent respectivement les formes d'ondes du champ électrique vertical, du champ électrique radial et du champ magnétique azimutal évaluées au point d'observation ( $r = 50 \text{ m}$ ,  $z = 5 \text{ m}$ ). Pour voir l'effet du rapprochement de la limite verticale vers ce point d'observation, nous avons tracé à nouveau chacune de ces formes d'ondes pour les trois cas suivants:

- Limite suffisamment éloignée du point d'observation pour avoir une bonne précision, placée à  $r_{max} = 1000 \text{ m}$ , et calculée en adoptant les conditions aux limites absorbantes de Mur du premier ordre.
- Limite très proche du point d'observation, placée à  $r_{max} = 60 \text{ m}$ , et calculée en adoptant les conditions aux limites absorbantes de Mur du premier ordre.
- Limite très proche du point d'observation, placée à  $r_{max} = 60 \text{ m}$ , et calculée analytiquement à travers notre proposition d'utilisation des intégrales de Sommerfeld.

Le canal de foudre est représenté dans cette simulation par le modèle MTLE, avec une vitesse de propagation du courant le long du canal  $v_f = 1.5 \times 10^8 \text{ m/s}$ , et un taux de décroissance de ce courant le long du canal  $\lambda = 2 \text{ km}$ .

Les paramètres du courant à la base du canal adoptée dans la simulation sont présentés dans le tableau III.2.

**Tableau III. 2:** Paramètres des deux fonctions d'Heidler utilisés dans le calcul du champ électromagnétique[45].

Paramètres de la première fonction d'Heidler				Paramètres de la deuxième fonction d'Heidler			
$I_{01}(\text{KA})$	$\tau_{11}(\mu\text{s})$	$\tau_{12}(\mu\text{s})$	$n_1$	$I_{02}(\text{KA})$	$\tau_{21}(\mu\text{s})$	$\tau_{22}(\mu\text{s})$	$n_2$
10.7	0.25	2.5	2	6.5	2.1	230	2

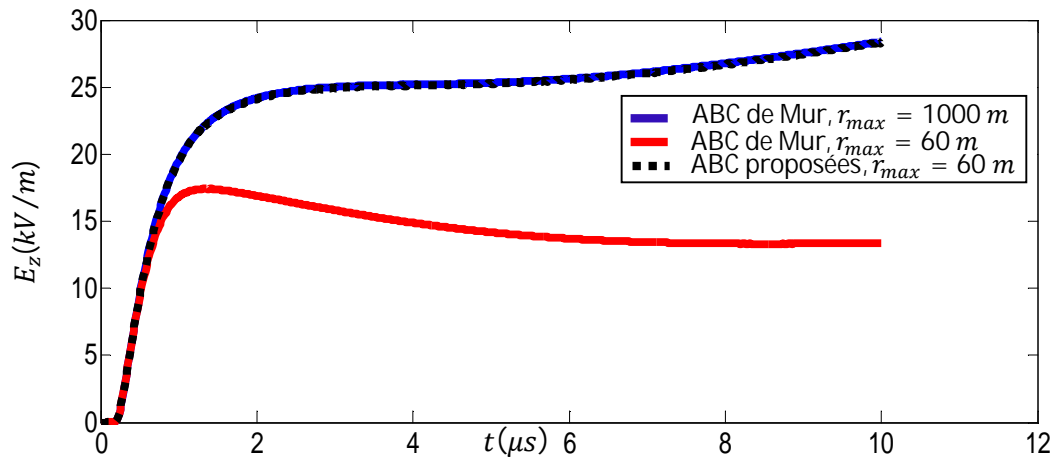


Figure III.5 : Forme d'onde de champ électrique vertical à  $r = 50m$  et  $z = 5m$ .

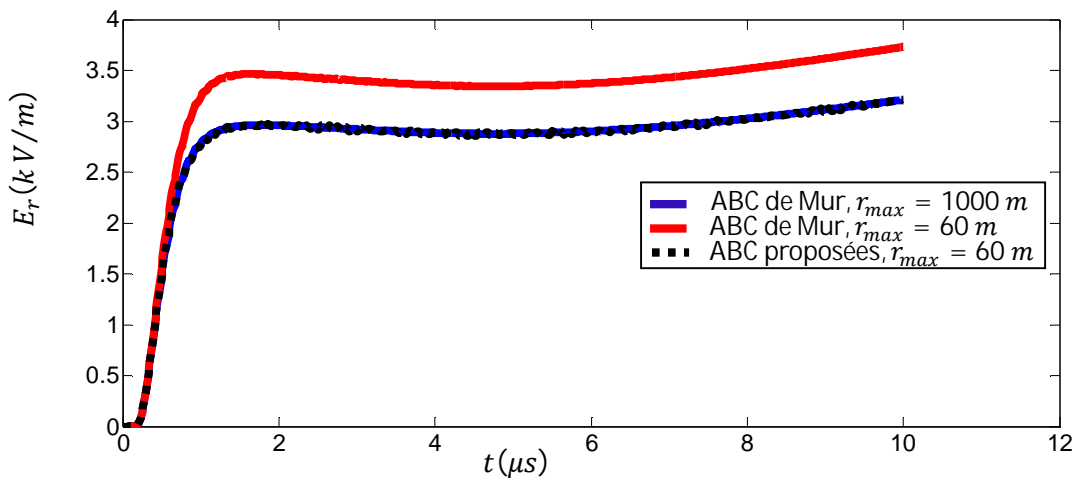


Figure III.6 : Forme d'onde de champ électrique radial à  $r = 50m$  et  $z = 5m$ .

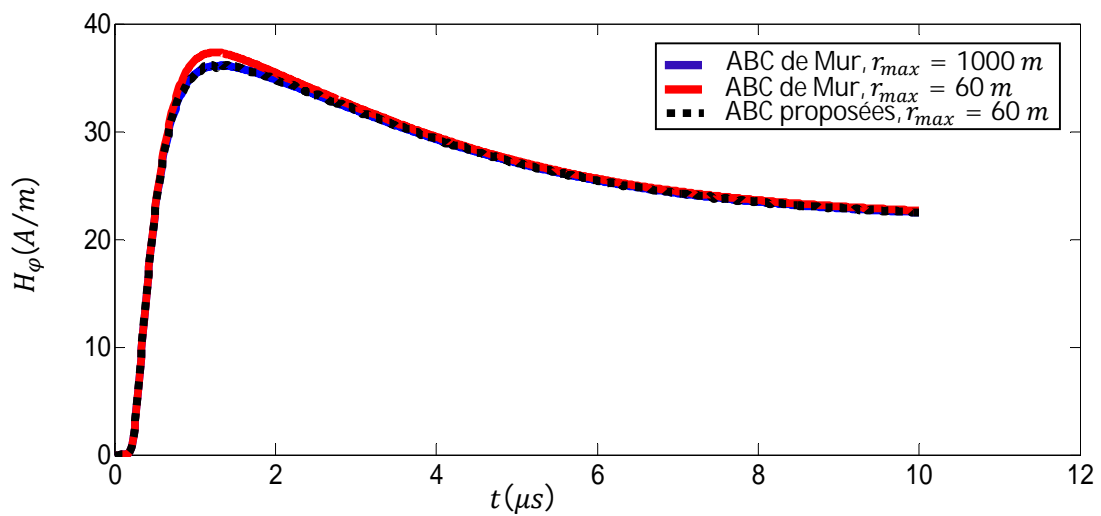


Figure III.7 : Forme d'onde de champ magnétique azimutal à  $r = 50m$  et  $z = 5m$ .

D'après cette comparaison, et si nous considérons que les formes d'ondes obtenues pour le premier cas correspondant à une ABC de Mur placée à  $r_{max} = 1000 \text{ m}$ , ont une bonne précision vu que cette ABC est suffisamment éloignée du point d'observation, nous pouvons mettre le doigt sur l'erreur notable apportée sur ces formes d'ondes lorsqu'il s'agit du deuxième cas relatif à une ABC de Mur placée à  $r_{max} = 60 \text{ m}$ . Cette erreur est moins significative par rapport à la forme d'onde du champ magnétique du fait que cette composante est toujours tangentielle sur les limites de la région d'analyse. Contrairement à ce comportement des formes d'ondes par rapport au rapprochement de la limite verticale de la région d'analyse vers le point d'observation, les courbes obtenues en adoptant les conditions aux limites calculées analytiquement à travers l'évaluation numérique des intégrales de Sommerfeld ont une bonne précision même si ces conditions aux limites absorbantes sont calculées au voisinage immédiat du point d'observation.

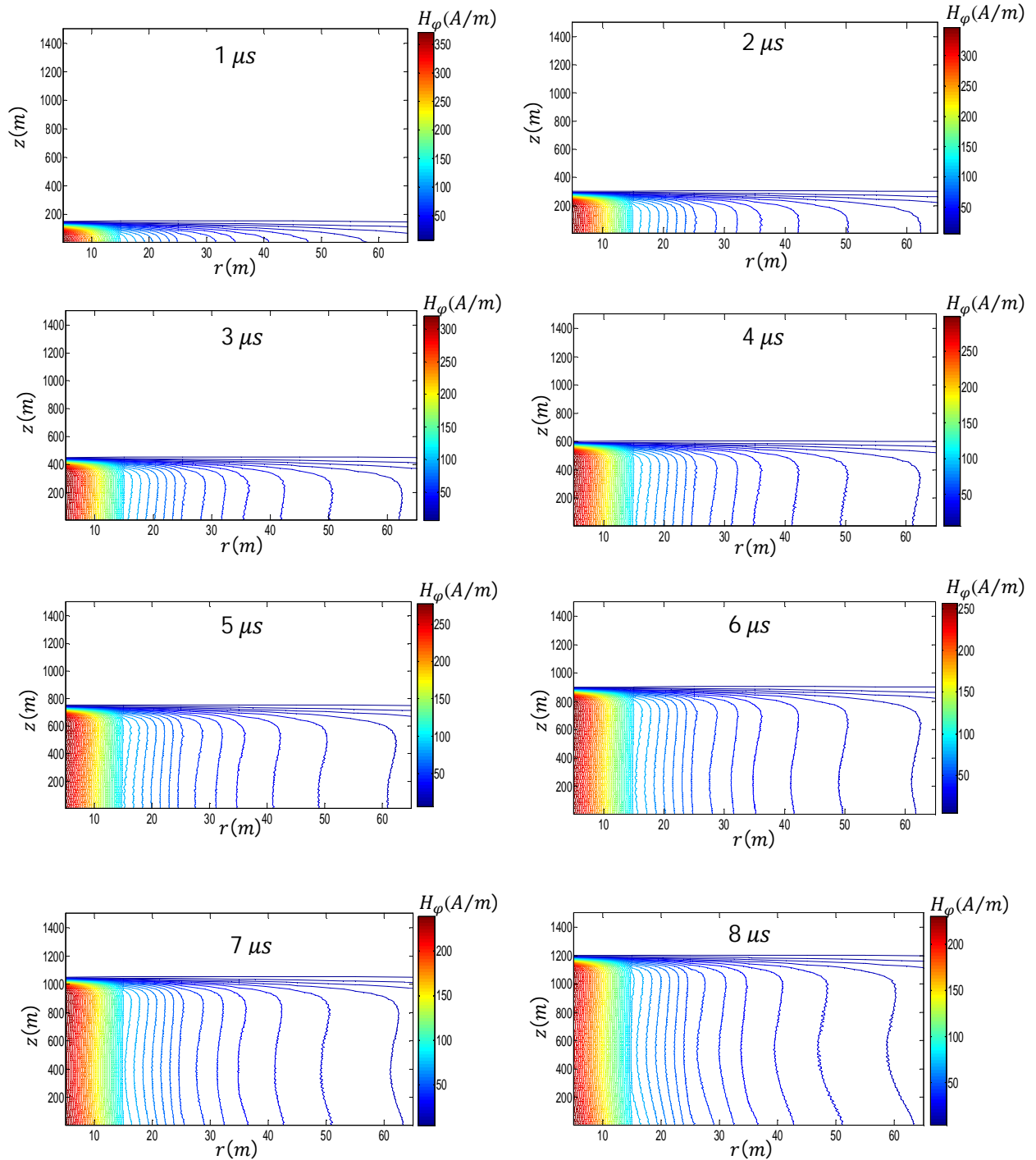
Nous pouvons affirmer donc que notre propre approche de calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre porte une certaine particularité qui n'existe pas dans les ABC de Mur. C'est la bonne précision même pour des nœuds dans la région d'analyse très proches des limites de cette dernière. Ce qui nous permettra, et contrairement aux ABC de Mur, de produire des cartographies du champ électromagnétique rayonné d'une manière précise dans tous les nœuds du maillage de la FDTD.

### III.5.3 Analyses des cartographies du champ électromagnétique rayonné par la foudre

Afin d'analyser le comportement du champ électromagnétique rayonné par la foudre sur le plan spatio-temporel, nous avons tracé à travers notre code Matlab développé dans le cadre de ce mémoire, des cartographies spatio-temporelles des trois composantes de ce champ à savoir : le champ magnétique azimutal, le champ électrique vertical et le champ électrique radial respectivement dans les figures III.8, III.9 et III.10. En effet, l'évolution spatio-temporelle de chacune de ces composantes a été représentée dix fois dans chaque figure tout les  $1 \mu\text{s}$  pour une durée de  $10 \mu\text{s}$ .

Le canal de foudre a été représenté dans cette simulation par le modèle MTLE, avec une vitesse de propagation du courant le long du canal  $v_f = 1.5 \times 10^8 \text{ m/s}$ , et un taux de décroissance de ce courant le long du canal  $\lambda = 2 \text{ km}$ . Les paramètres du courant à la base du canal adoptée dans la simulation sont présentés dans le tableau III.2. Quant à la région

d'analyse, elle a été délimitée par une distance radiale maximale  $r_{max} = 60 m$  et par une hauteur maximale  $z_{max} = 1500 m$ .



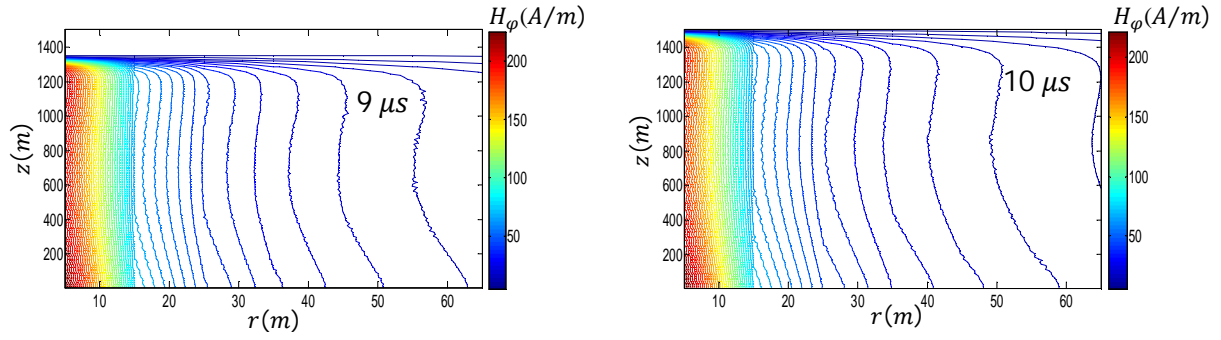
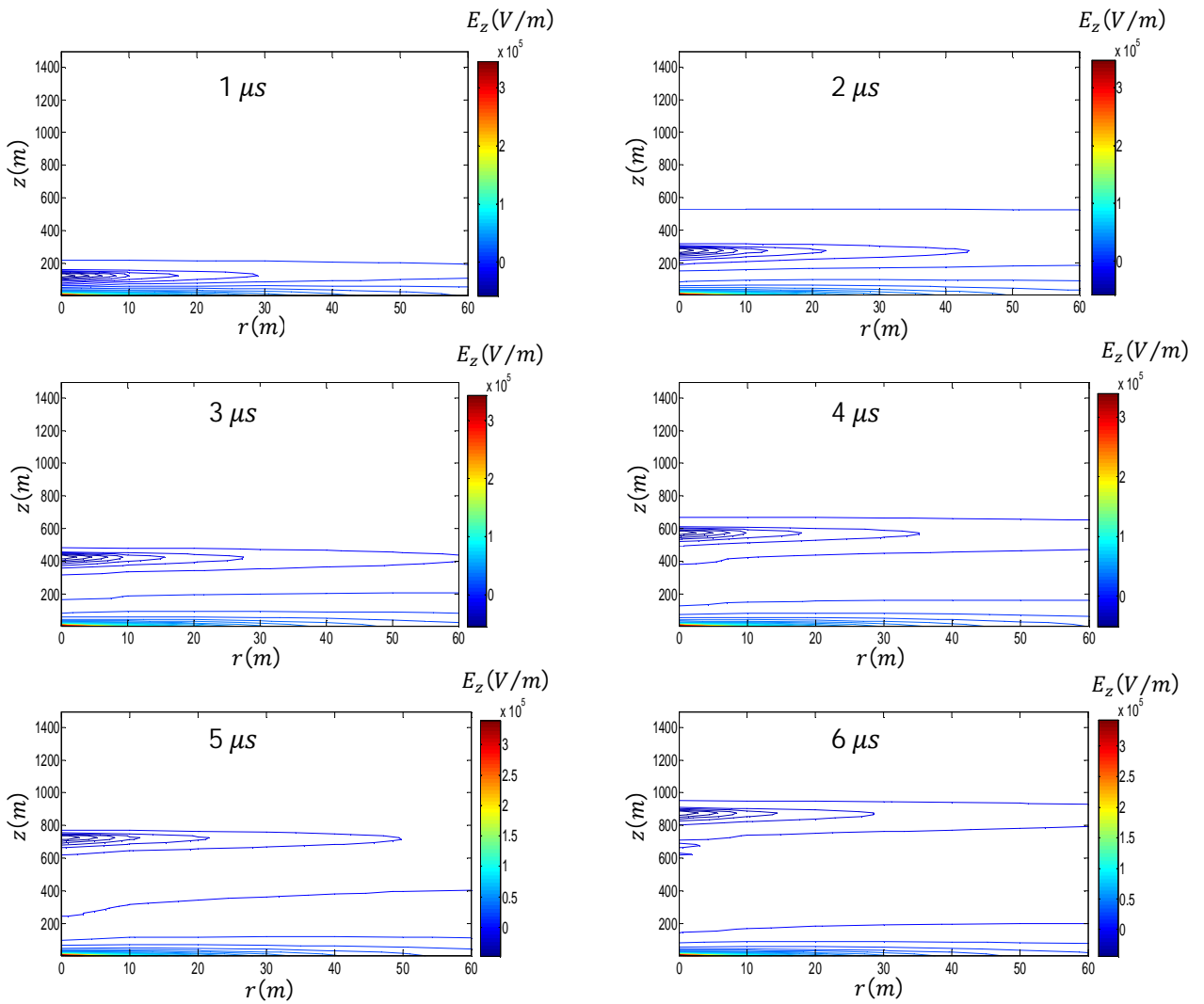


Figure III.1: Evolution spatio-temporelle du champ magnétique azimutal



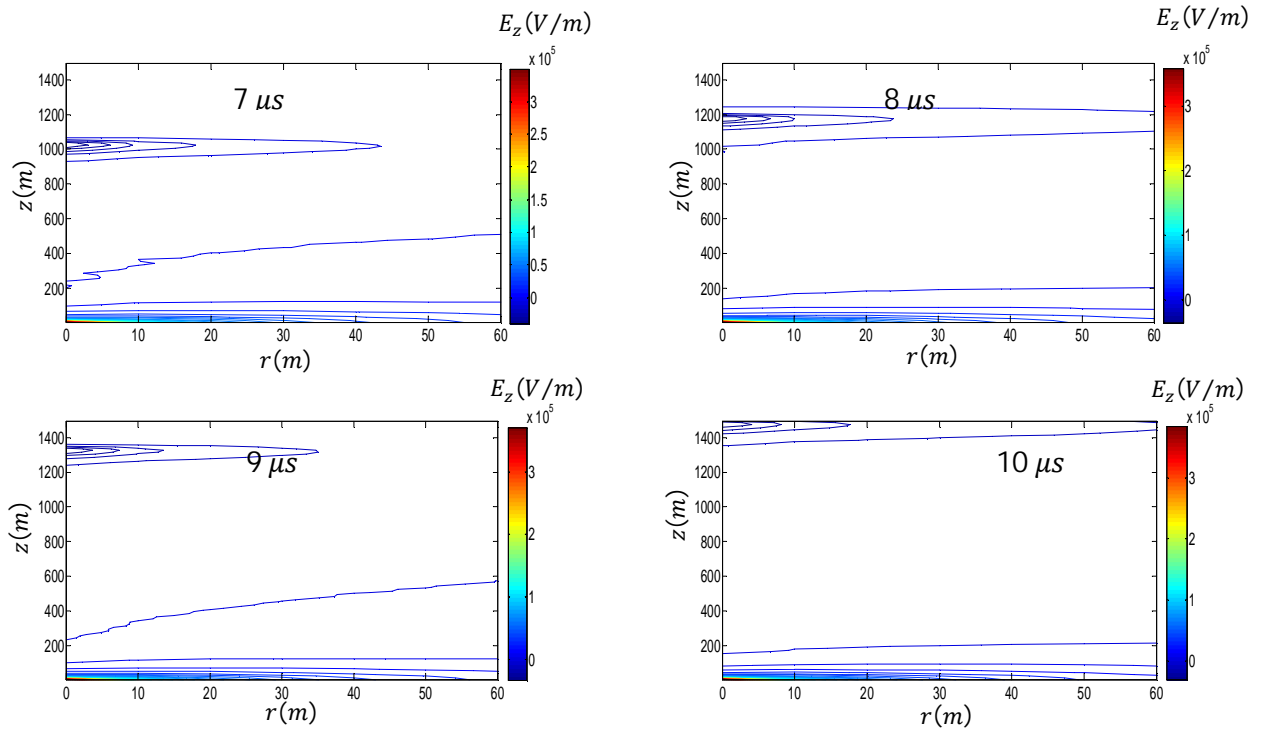
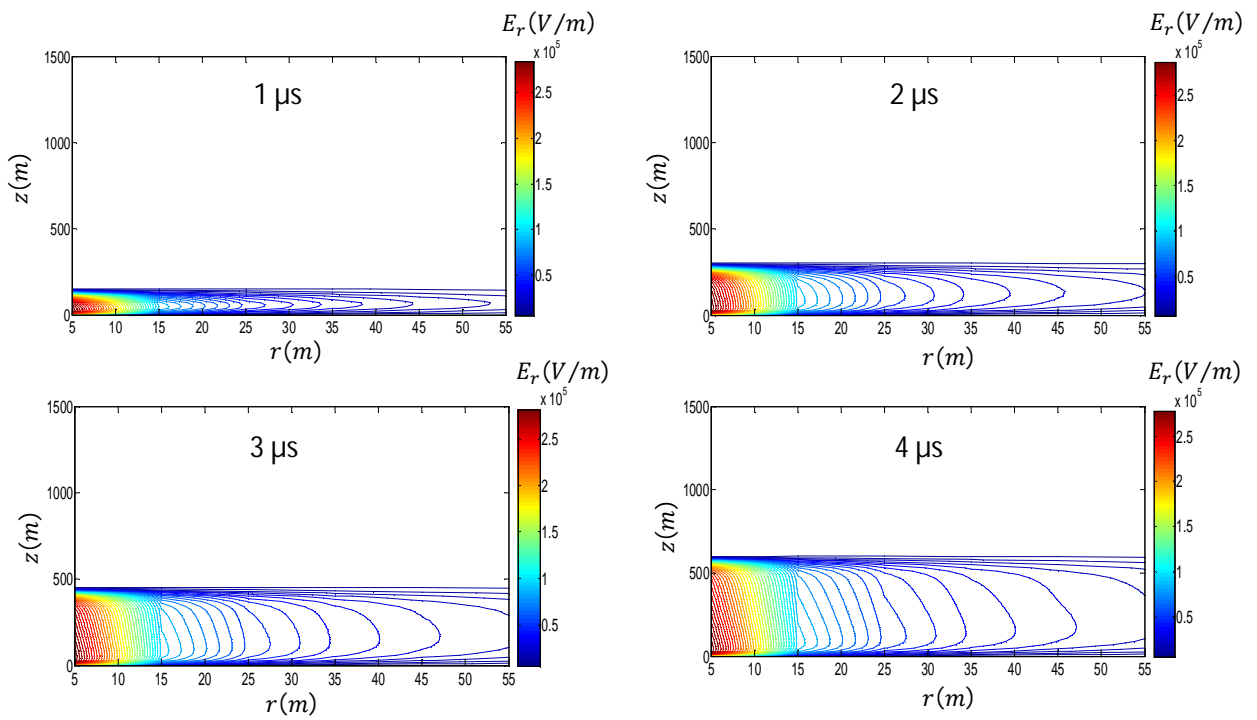


Figure III.9: Evolution spatio-temporelle du champ électrique vertical





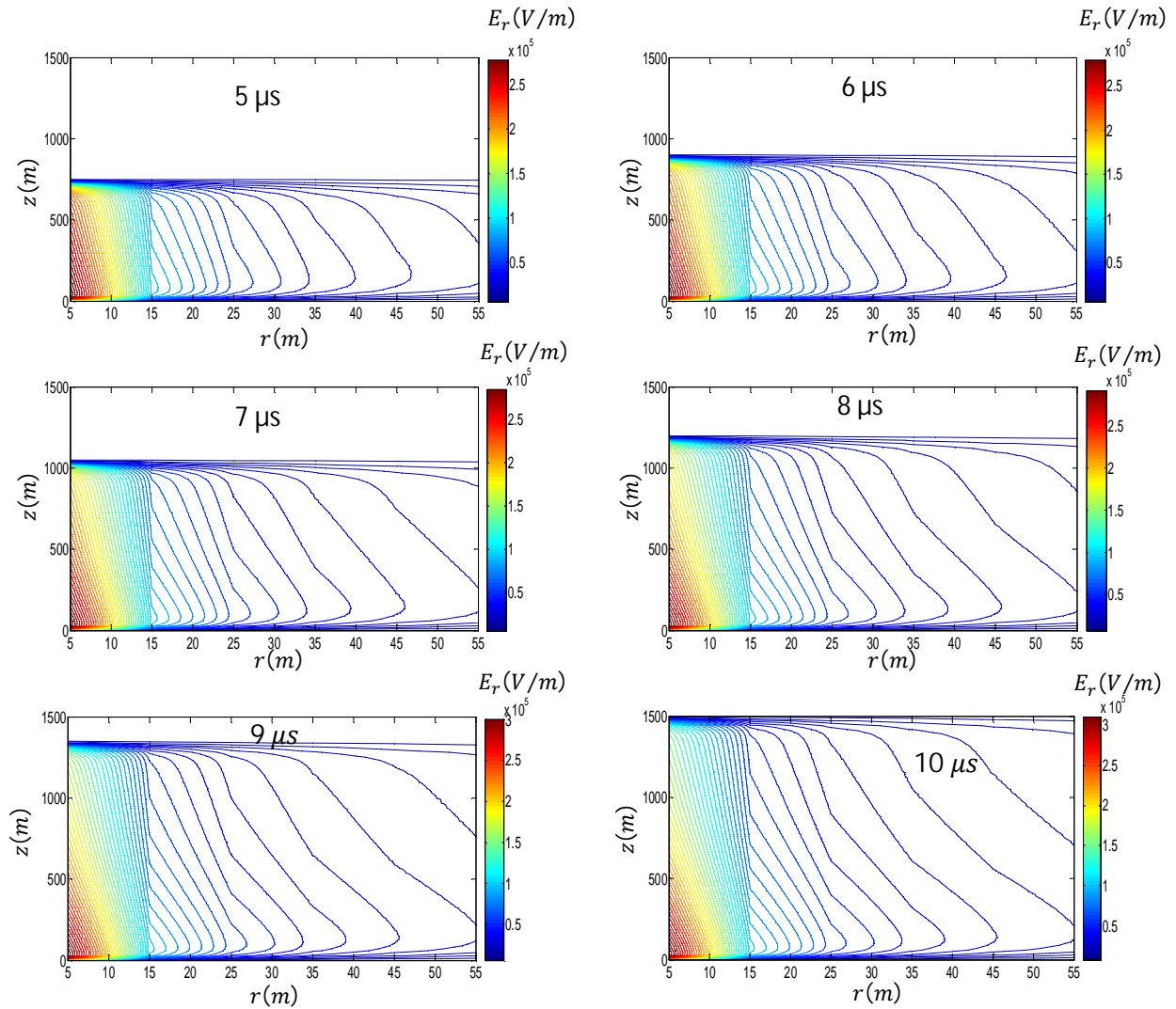


Figure III.2 : Evolution spatio-temporelle du champ électrique radial.

L'analyse des figure III.8, III.9 et III.16 correspondant respectivement aux variations spatio-temporelles du champ magnétique azimutal, du champ électrique vertical et du champ électrique radial évaluées dans la région d'analyse, montre que :

- Le champ électrique vertical (figure III.9) se propage à partir de deux endroits dans le canal de foudre à savoir : le voisinage du point d'impacte et le voisinage du front ascendant de l'onde du courant de foudre.
- Les comportements du champ électrique radial et celui du champ magnétique azimutal sont similaires ; des amplitudes et des variations très élevées au voisinage immédiat du canal de foudre. Avec la propagation de ce champ vers les limites de la région d'analyse, ces amplitudes et ces variations commencent à décroître.

### III.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le rayonnement électromagnétique de la foudre à la lumière de notre propre approche basée principalement sur une hybridation entre la méthode FDTD qui a été utilisée pour déterminer le champ électromagnétique rayonné à l'intérieur de la région d'analyse, et ceux des intégrales de Sommerfeld pour évaluer ce champ dans les limites de cette région. Dans un but de simplification, nous avons utilisé l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur. En effet, la validation expérimentale du code de calcul développé sur la base de cette approche, a été réalisée à travers une comparaison entre les résultats obtenus à l'issue de la simulation, et des mesures tirées de la littérature et qui ont été effectuées lors d'une campagne expérimentale en Août 1995 au Centre Spatial Kennedy, en Floride. Ainsi, cette comparaison a montré clairement la bonne concordance entre résultats obtenus en exploitant notre code de calcul et ceux obtenus à travers des mesures.

Dans ce même chapitre, et comparativement à un code de calcul basé sur la méthode FDTD en adoptant les ABC de Mur du premier ordre, nous avons pu mettre en évidence que l'hybridation entre la méthode FDTD et nos propres conditions aux limites absorbantes calculées analytiquement à travers l'évaluation numérique des intégrales de Sommerfeld, a un grand avantage de la bonne précision lorsqu'il s'agit des points d'observation très proches aux limites de la région d'analyse,. Ce qui a permet la mise en œuvre de cette hybridation.

Nous avons ainsi montré, à travers des cartographies des trois composantes du champ électromagnétique rayonné par la foudre, le comportement spatio-temporel des ces dernières. Ce qui nous a permet d'étudier visuellement ce comportement.

# **Conclusion générale**

## Conclusion et perspectives

Le travail présenté dans ce mémoire, s'inscrit dans le cadre général de l'étude de la compatibilité électromagnétique consistant en la caractérisation du rayonnement électromagnétique de la foudre. Nous nous sommes intéressés plus particulièrement à la l'étude du champ électromagnétique rayonné par la foudre. Aussi, cette étude a pour objectif de mettre en œuvre d'une méthode hybride combinant entre la méthode FDTD et les intégrales de Sommerfeld, ainsi que l'illustration de l'avantage de cette hybridation.

Après avoir rappelé dans le premier chapitre la théorie relatif à la physique du phénomène de la foudre et aux différentes observations expérimentales qui s'y rattachent, nous avons présenté dans un deuxième chapitre une revue générale sur la modélisation du rayonnement électromagnétique associé à une décharge de foudre dans le but de mettre en évidence les modèles décrivant le courant dans le canal de foudre. Parmi quatre catégories de ces modèles, nous avons donné une importance particulière aux modèles d'ingénieur. Nous avons présenté dans ce même chapitre, les différentes approches utilisées par la communauté scientifique afin de déterminer le champ électromagnétique rayonné par la foudre au dessus et en dessous d'un sol homogène et celui du sol stratifié.

Dans le dernier chapitre, nous avons étudié le rayonnement électromagnétique de la foudre à la lumière de notre propre approche basée principalement sur une hybridation entre la méthode FDTD qui a été utilisée pour déterminer le champ électromagnétique rayonné à l'intérieur de la région d'analyse, et ceux des intégrales de Sommerfeld pour évaluer ce champ dans les limites de cette région. Dans un but de simplification, nous avons utilisé l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur. En effet, la validation expérimentale du code de calcul développé sur la base de cette approche, a été réalisée à travers une comparaison entre les résultats obtenus à l'issue de la simulation, et des mesures tirées de la littérature et qui ont été effectuées lors d'une campagne expérimentale en Août 1995 au Centre Spatial Kennedy, en Floride. Ainsi, cette comparaison a montré clairement la bonne concordance entre résultats obtenus en exploitant notre code de calcul et ceux obtenus à travers des mesures.

Dans ce même chapitre, et comparativement à un code de calcul basé sur la méthode FDTD en adoptant les ABC de Mur du premier ordre, nous avons pu mettre en évidence que

l'hybridation entre la méthode FDTD et nos propres conditions aux limites absorbantes calculées analytiquement à travers l'évaluation numérique des intégrales de Sommerfeld, a un grand avantage de la bonne précision lorsqu'il s'agit des points d'observation très proches aux limites de la région d'analyse,. Ce qui a permet la mise en œuvre de cette hybridation.

Nous avons ainsi montré, à travers des cartographies des trois composantes du champ électromagnétique rayonné par la foudre, le comportement spatio-temporel des ces dernières. Ce qui nous a permet d'étudier visuellement ce comportement.

Enfin, la nouvelle approche mise en œuvre dans le cadre de ce mémoire constitue un outil appréciable pour la détermination du champ électromagnétique rayonné par la foudre notamment que le travail présenté dans ce mémoire, complète d'une part les travaux de recherche effectués par le groupe de compatibilité électromagnétique au niveau de l'université d'Ibn Khaldoun de Tiaret sur les effets indirects de la foudre, et d'autre par, il ouvre des perspectives intéressantes dans la continuation de ces travaux. Parmi ces perspectives nous pouvons citer :

- Hybridation entre la méthode FDTD et l'approximation de Cooray-Rubenstein pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre en présence d'un sol caractérisé par une conductivité finie.
- Hybridation entre la méthode FDTD et la formulation de Wait pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre en présence d'un sol stratifier.

Enfin, nous espérons par ce modeste travail avoir contribué à l'étude de la foudre sous un éclairage nouveau.

# **Références bibliographiques**

---

**Références bibliographiques**

- [1] M. A. Uman, « *The lightning discharge* », Courier Corporation, 2001.
- [2] A. Mimouni, « Analyse des problèmes de compatibilité électromagnétique par modélisation et simulation du rayonnement électromagnétique de la foudre », thèse de doctorat, université Mohamed Boudiaf d'Oran, 2007.
- [3] D. Dib, « L'impact de La Foudre Sur les Réseaux Electriques Etude, Analyse et Modélisation », thèse de doctorat, Université Badji Mokhtar Annaba, 22 Mai 2007.
- [4] F. Rachidi, « La foudre et ses effets électromagnétiques », 2004.
- [5] J.-L. B. Arboleda, « Lightning currents and electromagnetic fields associated with return strokes to elevated strike objects », Universidad del Valle, Cali, 2003.
- [6] k.Habri, « Etude du rayonnement électromagnétique de la foudre en présence d'un sol stratifié », Mémoire de magister Université des Sciences et de technologie d'ORAN, 2010.
- [7] A.Jazzar, « Modélisation électromagnétique d'un choc de foudre en Aéronautique », Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 2012.
- [8] J. Ribeiro, « Etude des risques de défaillances d'un réseau de télécommunications soumis aux effets directs ou indirects de la foudre », Thèse de Doctorat, Université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand, 2005.
- [9] Y. Bourgeois, « Modélisation des perturbations électromagnétiques générées sur un réseau de télécommunications par une agression d e type foudre », thèse de doctorat, université de Limoges, France, 2009.
- [10] D. Orzan, « Couplage interne et externe entre un champ électromagnétique et un réseau de lignes multifilaires », thèse N° 1768, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1998.
- [11] SEIN Cyrille, « Le foudroiement : étude lésionnelle comparée entre l'homme et l'animal », thèse de doctorat, Université Paul-Sabatier de Toulouse, 2012.
- [12] B. Christian, « La foudre : phénoménologie, effets et protection », 2004.
- [13] Cahier technique 168, « la foudre et les installations électriques HT », 1993.
- [14] C. A. Nucci, C. Mazzetti, F. Rachidi, and M. Ianoz, « Analyse du champ électromagnétique dû à une décharge de foudre dans les domaines temporel et fréquentiel », *Ann. Télécommunication*, vol. 43, n° 11-12, p. 625-637, 1988.

- [15] F. Heidler, « Analytic lightning current functions for LEMP calculations », *Munich Ger.*, p. 63-66, 1985.
- [16] C. A. Nucci, G. Diendorfer, M. A. Uman, F. Rachidi, M. Ianoz, and C. Mazzetti, « Lightning return stroke current models with specified channel base current: A review and comparasion », *J. Geophys. Res.*, vol. 95, n° D12, p. 20395-20408, 1990.
- [17] C. Leteinturier, C. Weidman, and J. Hamelin, « Current and electric field derivatives in triggered lightning return strokes », *J. Geophys. Res.*, vol. 95, p. 811- 828, 1990.
- [18] C. E. R. Bruce and R. H. Golde, « The lightning discharge », *J. Inst. Electr. Eng.*, 88 (6), p. 487-520, 1941.
- [19] M. A. Uman and D. K. MacLain, « Magnetic field of the lightning return stroke », *J. Geophys. Res.*, 74 (28), p. 6899-6909, 1969.
- [20] V. A. Rakov and A. A. Dulzon, « Calculated electromagnetic fields of lightning return strokes », *Tekhnicheskaya Elektrodinamika*, n° 1, p. 87-89, 1987.
- [21] N. Theethayi, and V. Cooray, « Transmission line model – an idealisation or reality », *Power Tech Conf.*, June 23-26, Bologna, Italy, 2003.
- [22] V. A. Rakov and M.A. Uman, « Review and evaluation of lightning return stroke models including some aspects of their application », *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 40 (4), p. 403-26, 1998.
- [23] F. Rachidi, « Effets électromagnétiques de la foudre sur les lignes de transmission aériennes: modélisation et simulation », thèse N° 974, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1991.
- [24] A. Baños, « Dipole radiation in the presence of a conducting half-space », Oxford, 1966.
- [25] A. Sommerfeld, « Über die Ausbreitung des wellen in der drahtlosen Telegraphie », *Ann. Phys.*, vol. 28, 1909.
- [26] F. Rachidi, C. A. Nucci, M. Ianoz, and C. Mazzetti, « Influence of a lossy ground on lightning –induced voltages on overhead lines », *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 38(3), p. 250-264, 1996.
- [27] M. Rubinstein, « An approximate Formula for the calculation of the horizontal electric field from lightning at close, intermediate, and long range », *IEEE Trans.*



- Electromagn. Compat.*, 38(3), p. 531-535, 1996.
- [28] A. Zeddou, and P. Degauque, « Current and voltage induced on a telecommunication cable by a lightning stroke », *edited by H.P. Corp*, p. 377- 400, 1990.
- [29] V. Cooray, « Horizontal fields generated by return strokes », *Radio Sci.*, vol. 27, n° 4, p. 529-537, 1992.
- [30] V. Cooray, « Some considerations on the Cooray-Rubinstein Formulation used in deriving the horizontal electric field of lightning return strokes over finitely conducting ground », *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 44(4), p. 560-566, 2002.
- [31] A. Shoory, F. Rachidi, V. Cooray, R. Moini and S. H. H. Sadeghi, « On simplified approaches for the evaluation of lightning electromagnetic fields above a stratified ground », *X Int. Symp. Light. Prot. Curitiba Brazi*, nov. 2009.
- [32] V. Cooray, « Underground electromagnetic fields generated by the return strokes of lightning flashes », *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 43(1), p. 75-84, 2001.
- [33] F. Delfino, R. Procopio, M. Rossi, F. Rachidi, and C.A. Nucci, « Evaluation of underground lightning electromagnetic fields », *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 49, n° 2, p. 401-411, Mai 2007.
- [34] K. S. Yee, « Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media », *IEEE Trans Antennas Propogate*, vol. 14, p. 302-307, 1966.
- [35] C. A. F. Sartori, J. R. Cardoso, « An analytical FDTD method for near LEMP calculation », *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 36, n° 4, p. 1631-1634, 2000.
- [36] C. Yang, B. Zhou, « Calculation Methods of Electromagnetic Fields Very Close to Lightning », *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 46, n° 1, p. 133-141, 2004.
- [37] A. Mimouni, F. Rachidi and Z. Azzouz, « Electromagnetic environment in the immediate vicinity of a lightning return stroke », *J. Light. Res. JOLR*, vol. 2, p. 64-75, 2007.
- [38] G. Mur, « Absorbing boundary conditions for the finite difference approximation of the time domain electromagnetic field equations », *IEEE Trans. Electromagn.*

*Compat.*, vol. 23, n° 4, p. 377-382, 1981.

- [39] J. P. Bérenger, « A perfect matched layer for the absorption of electromagnetic waves », *J Comput Phys*, vol. 114, n° 2, p. 185-200, 1994.
- [40] O. M. Ramahi, « Complimentary boundary operators for wave propagation problems », *J Comput Phy*, vol. 133, p. 113-128, 1997.
- [41] T. Rudolph, T. He, B. D. Sherman, and B. Nozari, « Low frequency boundary condition for the time-domain finite difference technique », *Proc 1995 IEEE Int Symp Electromagn. Compat. Atlanta GA Aug 14–18*, p. 163-167, 1995.
- [42] C. Yang, B. Zhou, « Calculation Methods of Electromagnetic Fields Very Close to Lightning », *IEEE Trans Electromagn. Compat.*, vol. 46, n° 1, p. 133-141, 2004.
- [43] K. Habri, « Analytical Absorbing Boundary Conditions for Lightning Electromagnetic Field Calculation Using the FDTD Method », in *9ème Conférence Nationale sur la Haute Tension*, Laghouat, ALGERIE, 2013.

## ملخص

هدف هذه المذكرة هو تحديد خصائص الإشعاع الكهرومغناطيسي للبرق في وجود أرضية ناقليه تماما استناداً إلى إعداد برنامج حاسوب يعتمد أساساً على الطريقة الرقمية (FDTD). وتستند مساهمتنا الرئيسية في هذا العمل على اقتراح استيعاب شروط الحدود، تم حساب هذه الشروط عن طريق تحديد قيم الحقل المغناطيسي بالتقييم العددي "intégrale de Sommerfeld" على الحدود الوهمية للمنطقة وهذا التحليل تم بشكل مستقل عن قيم الحقل داخل هذه المنطقة. ويمكن اعتبار هذا النهج الجديد لحساب الحقل الكهرومغناطيسي المشع من البرق هجيناً لأسلوبين تحليلي (intégrale de Sommerfeld) وأسلوب عددي (FDTD).

في الواقع وصف المجال الكهرومغناطيسي منبعث من البرق يتطلب مسبقاً معرفة التوزيع الزمني و المكاني للتيار الكهربائي للصاعقة هذا الأخير مرتبط بنظيره الموجود أسفل القناة من خلال نماذج تسمى « Modèles d'ingénieur ». في البداية قمنا بصياغة نموذج للتيار الكهربائي الموزع عبر قناة الصاعقة و المرتبطة بتيار الكهربائي الموجود أسفل القناة ثم تم إجراء محاكاة لهذين التيارين على أساس هذه النماذج.

تم التأكد من صحة رمز من خلال مقارنة النتائج المتحصل عليها بنتائج التجريبية مأخوذة من المراجع. وفي الأخير قمنا بمقارنة النتائج من خلال رمز جهاز الكمبيوتر على أساس أسلوب (FDTD) باستخدام الاقتراح الخاص مع تلك التي تم الحصول عليها باستخدام نفس الأسلوب ولكن باعتماد الشروط الحدية (Mur) من الدرجة الأولى. وأظهرت هذه المقارنة دقة مميزة لنهجنا. لقد أظهرنا، من خلال رسم تعيينات للمكونات الثلاثة للمجال الكهرومغناطيسي المنبعثة من البرق و الذي يسمح لنا بدراسة هذا السلوك بصرياً.

## Résumé

L'objectif de ce mémoire a été la caractérisation du rayonnement électromagnétique de la foudre pour un sol considéré comme parfaitement conducteur en se basant sur le développement de codes de calcul élaborés sous environnement Matlab, utilisant approche numérique fondé essentiellement sur une méthode aux différences finies, appelée FDTD (*Finite-Difference Time-Domain*). Notre apport principal dans ce travail se repose sur la proposition de nos propres conditions aux limites absorbantes. Contrairement aux conditions aux limites absorbantes habituellement utilisées, nos conditions aux limites seront calculées analytiquement à travers la détermination des valeurs du champ magnétique en évaluant numériquement les intégrales de Sommerfeld sur les limites fictives de la région d'analyse et ceci d'une manière indépendante aux valeurs du champ à l'intérieur de cette région. Cette nouvelle approche de calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre, peut être considérée comme une hybridation entre une méthode analytique (intégrales de Sommerfeld) et une méthode numérique (FDTD).

En effet, la caractérisation du champ électromagnétique rayonné par la foudre nécessite au préalable la connaissance de la distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour, ce dernier est lié au courant à la base du canal de foudre à travers des modèles dites « les modèles d'ingénieur ». Nous avons dans un premier temps abordé la modélisation du courant associé à la phase d'arc en retour ainsi que celle du courant à la base du canal. Des simulations de ces deux courants ont été ensuite effectuées, sur la base des ces modèles.

Le code développé a été ensuite validé à travers des comparaisons des résultats obtenus avec des résultats expérimentaux tirés de la littérature. Nous nous sommes ensuite intéressés par la comparaison nos résultats obtenus à travers notre code de calcul basé sur la méthode FDTD utilisant nos propres conditions aux limites absorbantes (ABC) avec ceux obtenus en usant la même méthode mais adoptant des conditions aux limites absorbantes de Mur du premier ordre. Cette comparaison a montré l'avantage de la bonne précision de notre approche. Nous avons ainsi montré, à travers des cartographies des trois composantes du champ électromagnétique rayonné par la foudre, le comportement spatio-temporel des ces dernières. Ce qui nous a permis d'étudier visuellement ce comportement.