République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Ibn Khaldoun de Tiaret Faculté des Sciences Appliquées Département de Génie Mécanique



Président

Examinateur

MÉMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour l'obtention du Diplôme de Master

Domaine : Sciences et Technologie Filière : Génie Mécanique Parcours : Master Spécialité : Construction Mécanique

Thème

ÉTUDE CAO DU PROFIL DES DENTS D'ENGRENAGES DROITS AFIN D'AMÉLIORER LEUR RÉSISTANCE.

Préparé par :

CHAREF Ahmed Abderrahman et MEBROUK Yassine

Soutenu publiquement le : 21 / 06 / 2023, devant le jury composé de MM :

DEBBIH Senouci

BENADDA Mohamed Docteur (Univ. Ibn Khaldoun)

GUEMMOUR Mohamed Boutkhil Maître de Conférences "B" (Univ. Ibn Khaldoun)Examinateur

Maître de Assistant "A" (Univ. Ibn Khaldoun)

ELGUERRI Mohamed Maître de Conférences "A" (Univ. Ibn Khaldoun)Encadrant

Année universitaire : 2022 - 2023

Dédicaces

À mes parents, pour leur amour, leur soutien et leur encouragement tout au long de ma vie et de mes études. Votre confiance en moi a été ma force pour atteindre mes objectifs.

À mes frères et sœurs, pour leur amitié, leur soutien et leur inspiration.

À mes amis, pour leur présence, leur écoute et leur soutien moral.

À tous les enseignants qui ont partagé leur passion et leur savoir-faire avec moi. Nos enseignements ont élargi mes horizons et ont stimulé mon désir d'apprendre.

Enfin, je dédie ce mémoire à tous ceux qui croient en moi et m'ont encouragé à poursuivre mes rêves. Votre soutien et votre confiance ont été essentiels pour atteindre ce but.

CHAREF Ahmed Abderrahman

Dédicaces

À mes parents, pour leur amour, leur soutien et leur encouragement tout au long de ma vie et de mes études. Votre confiance en moi a été ma force pour atteindre mes objectifs.

À mes frères et sœurs, pour leur amitié, leur soutien et leur inspiration.

À mes amis, pour leur présence, leur écoute et leur soutien moral.

À tous les enseignants qui ont partagé leur passion et leur savoir-faire avec moi. Nos enseignements ont élargi mes horizons et ont stimulé mon désir d'apprendre.

Enfin, je dédie ce mémoire à tous ceux qui croient en moi et m'ont encouragé à poursuivre mes rêves. Votre soutien et votre confiance ont été essentiels pour atteindre ce but.

MEBROUK Yassine

Remerciements

Avant tout je remercie ALLAH le tout puissant de m'avoir donné la force, la volonté et le courage d'accomplir ce travail.

J'exprime ma gratitude à mon encadreur Monsieur ELGUERRI Mohamed, pour son assistance et ses conseils tout au long de ce projet ainsi que pendant toutes mes années d'études.

J'exprime ma gratitude envers Monsieur DEBBIH Senoussi pour sa présidence du Jury de notre de mémoire qui nous a honorés et ravis.

Je remercie aussi Monsieur BENADDA Mohamed qui m'a fait l'honneur et le plaisir de participer au jury de ce mémoire.

Et je remercié également Monsieur GEMMOUR Boutkhil qui m'a fait l'honneur et le plaisir de participer au jury de ce mémoire.

Je tiens aussi à exprimer ma gratitude envers tous les enseignants du département de génie mécanique. Leurs connaissances, leurs conseils et leur soutien ont été d'une grande valeur tout au long de mes études.

Enfin, je souhaite exprimer ma gratitude envers toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail. Je les remercient sincèrement pour leur contribution.

> CHAREF Ahmed Abderrahman MEBROUK Yassine

III

Liste des figures

Ch	apitre 1 : État de l'art des engrenages cylindriques droits	
Figure 1.1	<i>Tension de flexion spécifique dans le pied de la dent,</i> $Z = 13$	<i>03</i>
Figure 1.2	Géométrie du congé circulaire	<i>04</i>
Figure 1.3	Contrainte équivalente de Von Mises pour un couple de 450 Nm	<i>04</i>
Figure 1.4	<i>lè contrainte principale (</i> $\sigma_1 = \sigma_{F,FEM}$ <i>) en pied de dent optimisée avec un</i>	05
	algorithme ANSYS de denture de référence 5 chargée en pointe de dent	
	(représentation déformée)	
Figure 1.5	Model de maillage de l'engrenage	06
Figure 1.6	Superposition d'un filet circulaire sur une dent standard	06
Figure 1.7	Tracé des contraintes de Von Mises (Contrainte plane)	07
Figure 1.8	Cylindres en contact sous compression	08
Figure 1.9	Schéma du réducteur à engrenages cylindriques à un étage	<i>08</i>
Figure 1.10	Modèle de contact d'un engrenage modifié en plomb à désalignement	<i>09</i>
	(tan, rad) = (0, 0) mrad	
Figure 1.11	Contraintes de Von-Mises	10
Figure 1.12	Optimisation de la résistance à la contrainte et à la fatigue de l'engrenage	10
	droit	
Figure 1.13	Formes de courbe de racine de dent d'engrenage	11
Figure 1.14	Répartition des contraintes de contact sur la dent de module 4 mm	12
	(a) sans mésalignement, (b) avec mésalignement de 2°	
Figure 1.15	Maillage de l'engrenage droit	13
Figure 1.16	Contraintes équivalentes simulées pour l'un engrenage droit	13
Figure 1.17	Détermination de la section critique, selon la norme a) AGMA 918-A93	14
	et b) ISO 6336	
Figure 1.18	Coefficient de sécurité d'usure	14
Figure 1.19	Contrainte de flexion avec une largeur de face de 40 mm	15
Figure 1.20	Zone de contact entre deux dents d'engrenage droit	15
Figure 1.21	Contrainte de contact max au bord de la dent d'engrenage en raison d'un	16
	désalignement	
Figure 1.22	Modèle FEM choisi pour estimer la résistance à la flexion des dents et la	16
	pression de contact	

Figure 1.23	a) contrainte de Von-mises de l'engrenage à une largeur de face de 20	17
	mm	
	b) Contrainte Von-mises à l'engrenage avec une largeur de face de 22	
	mm	
Figure 1.24	Contrainte de Von-mises de l'engrenage droit	18
Figure 1.25	Répartition des contraintes de l'engrenage droit en acier inoxydable	18
Figure 1.26	GFTC proposé pour les engrenages avec peu de dents ($m = 2$, $\alpha o = 20$	19
	et z = 14	
	<i>Chapitre 2 : Théorie des engrenages cylindriques droits</i>	
Figure 2.1	Engrenages parallèle	20
Figure 2.2	Engrenages externes ; a : engrenage droit ; b : cylindrique hélicoïdal ;	21
	c : vis san fin	
Figure 2.3	Engrenages coniques : a : à dentures droites ; b : avec un engrenage à	22
	dentures circulaires	
Figure 2.4	Engrenage hélicoïdal	22
Figure 2.5	Pignon – Crémaillère (engrenage interne)	23
Figure 2.6	Cylindrique (engrenage externe)	23
Figure 2.7	Engrenages planétaires	24
Figure 2.8	Types d'engrenages : a - engrenage droit ; b - cylindrique hélicoïdal ; c	25
	- chevron cylindrique ; d – crémaillère ; e - cylindrique à denture	
	interne ; f - engrenage conique ; g - hélicoïdal conique ; h - vis san fin ;	
Figure 2.9	Schéma de preuve du théorème de liaison principal	26
Figure 2.10	Schémas de formation de la développante de cercle	28
Figure 2.11	Schémas de formation de l'engrenage à développante	29
Figure 2.12	Positions conjuguées Profils de dents au début	29
Figure 2.13	Schéma pour la preuve de l'indépendance et de O"	30
Figure 2.14	Désignation sur l'engrenage droit à denture extérieure	31
Figure 2.15	Paire de roues zéro : Appariement de deux roues zéro à denture	32
	extérieure avec un profil de référence commun	
Figure 2.16	Denture droite : continuité d'engrènement de l'engrenage extérieur	33
Figure 2.17	Denture droite : continuité d'engrènement de l'engrenage extérieur	36
Figure 2.18	Génération d'un pignon avec outil circulaire	38

_____ (v)_____

- Figure 2.19 Contact tranchant des dents : a) mouvement du tranchant de la dent le long de 39 la surface de la dent correspondante ; b) l'effet des erreurs d'engrènement sur le contact des dents
- Figure 2.20L'emplacement des dents dans le contact du bord : a) à l'entrée de l'engagement40; b) à la sortie de l'engagement
- Figure 2.21 Détérioration typique des surfaces de travail des engrenages à grande vitesse 41
 :a) localisation des éraflures sur un engrenage cimenté ;
 b) répartition des contraintes dans les éléments dentés de la roue motrice
- *Figure 2.22* Analogie de l'engrenage à rouleaux : a) modélisation de l'engrenage ; b) 42 échantillons cylindriques
- *Figure 2.23* Diamètres et longueur de la trajectoire de roulement pour une paire 45 d'engrenages extérieurs

Chapitre 3 : Calcul des engrenages droits

- *Figure 3.1* Vue générale d'un réducteur et de l'engrenage cylindrique droit 48
- *Figure 3.2* Vue générale à coupes locales, un schéma, une vue en coupe et en 50 perspective
- *Figure 3.3* Schéma cinématique de l'engrenage droit dans le contexte d'une 51 commande mécanique
- Figure 3.4Schéma de transmission62
- Figure 3.5Dessin d'un engrenage droit avec les dimensions principales74

Chapitre 4 : Simulation des engrenages droits

- Figure 4.1Représentation du maillage de l'engrenage cylindrique droit étudié83
- *Figure 4.2 Positions sélectionnées de paires de profils conjugués de la première dent* 84
- *Figure 4.3* Positions sélectionnées de paires de profils conjugués de la deuxième dent 84
- *Figure 4.4* Distribution des contraintes de Von mises pour une position (contact) 85 sélectionnée des dents sans congé
- *Figure 4.5* Distribution des contraintes de Von mises pour une position (contact) 86 donnée sélectionnée avec un congé des dents de 0,75 mm.
- *Figure 4.6* Distribution des contraintes de Von mises pour une position (contact) 87 donnée sélectionnée avec un congé des dents de 1,25 mm.
- *Figure 4.7* Contraintes max de Von mises pour différentes positions (contact) 88 sélectionnées des dents de la roue sans congé
- *Figure 4.8* Contraintes max de Von mises pour différentes positions (contact) 89 sélectionnées des dents de la roue à congé 0,5 mm

- *Figure 4.9* Contraintes max de Von mises pour différentes positions (contact) 89 sélectionnées des dents de la roue à congé 0,75 mm
- Figure 4.10 Contraintes max de Von mises pour différentes positions (contact) 90 sélectionnées des dents de la roue à congé 1,25 mm
- Figure 4.11 Contraintes max de Von mises pour différentes positions (contact) 91 sélectionnées des dents du pignon sans congé
- *Figure 4.12* Contraintes max de Von mises pour différentes positions (contact) 91 sélectionnées des dents du pignon à congé 0,5 mm
- Figure 4.13 Contraintes max de Von mises pour différentes positions (contact) 92 sélectionnées des dents du pignon à congé 0,75 mm
- Figure 4.14 Contraintes max de Von mises pour différentes positions (contact) 92 sélectionnées des dents du pignon à congé 1,25 mm
- *Figure 4.15* Variation de la contrainte max de Von mises pour différents congés 94
- Figure 4.16 Répartition équivalente des contraintes de Von Mises sur la dent de 95 l'engrenage

Liste des Tableau

C	hapitre 2 : Théorie des engrenages cylindriques droits	
Tableau 2.1	Points critiques d'interaction d'une paire de dents en contact du bord	40
	Chapitre 3 : Calcul des engrenages droits	
Tableau 3.1	Rendement des couples cinématiques	52
Tableau 3.2	Détermination du coefficient K en fonction de la dureté	53
Tableau 3.3	Détermination du degré de précision en fonction de la vitesse circonférentielle	54
Tableau 3.4	Rapport de vitesses en fonction de la dureté de l'engrenage	55
Tableau 3.5	Caractéristiques techniques des moteurs d'une série Russe (Type/vitesse asynchrone, min ⁻¹)	55
Tableau 3.6	Détermination de la dureté en fonction du choix de matériau et du traitement thermique	56
Tableau 3.7	Détermination de la contrainte de contact limite en fonction du	59
	traitement thermique et de la dureté superficielle	
Tableau 3.8	Valeurs de K_{Hv} fonction de la précision et de la dureté	61
Tableau 3.9	Valeurs de $K_{H\beta}^0$ pour le schéma de transmission	63
Tableau 3.10	Valeurs du coefficient K_{H1} en fonction de la vitesse circonférentielle et de la dureté	63
Tableau 3.11	Détermination de la contrainte de flexion limite en fonction du matériau et du mode de traitement thermique	66
Tableau 3.12	Valeurs du coefficient K_{Fv} fonction du degré de précision et la dureté de la surface	67
Tableau 3.13	Valeurs des principaux paramètres géométriques de l'engrenage	75
	Chapitre 4 : Simulation des engrenages droits	
Tableau 4.1	Contraintes max de Von mises pour tous les congés	<i>93</i>

Nomenclatures

α	Angle de pression	deg
Δ	Erreur relative de u _{réel} avec u	%
v	Coefficient de poisson	
$\sigma_{\scriptscriptstyle F}$	Contrainte de flexion	MPa
σ F,lim	Contrainte limite de flexion	MPa
[σ _F]	Contrainte de flexion admissible de dent du pignon	MPa
$\sigma_{\scriptscriptstyle H}$	Contrainte de contact	MPa
σ H,lim	Limite d'endurance de contact	MPa
[он]	Contraintes de contact admissibles	MPa
σ_u	Contrainte ultime	MPa
ψ_{ba}	Facteur de largeur des dents	
η	Rendement	
η_{Acc}	Rendement de l'accouplement d'entrée du réducteur	
η _{Eng}	Rendement de l'engrenage	
η _{Glo}	Rendement globale	
ηPdR	Rendement par paire de roulements des supports du réducteur	
aω	Entraxe	mm
aw'	Entraxe préliminaire	mm
bw	Largeur de denture	mm
с	Jeu radial	mm
da	Diamètre de tête	mm
<i>d</i> _b	Diamètre de base	mm
d_f	Diamètre de pied	mm
E	Module d'élasticité	GPa
e_t	Intervalle des dents	mm
Fn	Effort normal	N
F _r	Effort radial	N
F_t	Effort tangentiel	N
H	Dureté de surface	НВ
HB	Dureté Brinell	daN/mm ²
HRC	Dureté Rockwell	daN/mm ²
h	Hauteur de dent	mm

ha	Saillie	mm
h_f	Creux	mm
K _A	Facteur d'application	
Kan	Coefficient d'utilisation annuelle de la transmission	
KFa	Coefficient qui prend en compte l'influence de l'erreur de fabrication des engrenages.	
K_{Fa}^{θ}	Coefficient initial qui prend en compte l'influence de l'erreur de fabrication des engrenages.	
K _F β	Coefficient tenant compte de la répartition inégale des contraintes à la base des dents sur la largeur de la couronne dentée	
K _{Fv}	Coefficient tient compte de la dynamique interne de chargement	
Kjour	Coefficient d'utilisation quotidienne de la transmission	
K _{Ha}	Facteur de répartition transversale	
$K^{0}_{H\alpha}$	Facteur de répartition transversale initial	
Кнβ	Facteur de répartition longitudinale	
$K_{H\beta}^{ heta}$	Facteur de répartition longitudinale initial	
K _{Hv}	Coefficient tient compte de la dynamique interne de chargement	
K H1	Coefficient prenant en compte le rodage des dents	
K_V	Facteur dynamique	
L	Nombre d'années de travail	ans
L_h	Temps total	heures
т	Module	mm
m _{max}	Module maximal	mm
<i>m_{min}</i>	Module minimal	mm
Mt_1	Calcul couple moteur (Mt1) d'entrée	Nm
Mt_2	Couple de sortie du réducteur	Nm
n	Vitesse du moteur électrique	tr/min
n e	Vitesse d'entrée du réducteur	tr/min
n _{st}	Degré de précision	
nz	Nombre d'engagements de la dent de roue	
n ₂	Vitesse de sortie du réducteur	tr/min
Nhg	Nombre de cycles	Cycle
N _k	Nombre de cycles de changements de tension	Cycle

_____ X)_____

p	Pas	mm
Р	Puissance du moteur électrique	kW
Pe	Puissance d'entrée du réducteur	kW
Ps	Puissance de sortie	kW
Ra	Rugosité	μm
Rz	Paramètre de rugosité	
S_F	Facteur de sécurité	
S_H	Facteur de sécurité pour les engrenages	
S _t	Épaisseur de dent	mm
и	Rapport de réduction	
U réel	Rapport de démultiplication réel	
V	Vitesse circonférentielle de l'engrenage	m/s
x	Déport	
Yβ	Facteur d'inclinaison	
Yε	Facteur de conduite	
Y _A	Coefficient tenant compte de l'influence de l'application bilatérale de	
	la charge	
$Y_{F\alpha}$	Facteur de forme	
Y _{FS}	Coefficient tenant compte de la forme de la dent et de la concentration	
	de contraintes	
Y_N	Facteur de vie	
Y_R	Coefficient qui tient compte de l'effet de la rugosité de la surface de	
	transition entre les dents	
Z_{eta}	Facteur d'inclinaison des engrenages hélicoïdaux	
Zε	Facteur de conduite	
Z_E	Facteur d'élasticité	$N^{0.5}.mm$
Z_H	Facteur géométrique	
Z_M	Facteur d'élasticité	$N^{0.5}.mm$
Z_N	Facteur de vie	
Z_R	Coefficient de l'influence de la rugosité des surfaces de contact des dents	
Z_V	Coefficient de l'influence de la vitesse périphérique	
Z 1	Nombre de dent du pignon	
Z 2	Nombre de dent de la roue	

_____ (XI)_____

Somm	aire
Introduction générale	

1.1 Introduction	3
1.2 État de l'art	3

Chapitre 2 : Théorie des engrenages cylindriques droits

2.1 Généralités	
2.2 Concepts d'engrenages	
2.2.1 Connaissances générales	
2.2.2 Avantages des engrenages	
2.2.3 Inconvénients des engrenages	
2.2.4 Défauts d'engrenages	
2.3 Classification de engrenages	
2.4. Types d'engrenages	
2.4.1. Engrenages à axes parallèles (engrenages cylindriques)	
2.4.1.1. Engrenage cylindrique à dentures droites	
2.4.1.2. Engrenage cylindrique à dentures hélicoïdales	
2.4.2. Engrenage à axes concourants (engrenage conique)	
2.4.3. Engrenage gauche (système roue et vis sans fin)	
2.5 Fondement de la théorie de l'engrenage	
2.6 Rapport de démultiplication	
2.7 Constitution d'un engagement en développante	
2.8 Géométrie des engrenages droits	
2.8.1 Termes et caractéristiques	
2.9 Formes des dents	
2.9.1 Classification d'après la forme longitudinale des dents	
2.9.2 Profils conjugués d'un engrenage	
2.10 Continuité d'engrènement	
2.10.1 Denture droite	
2.11 Profil actif. Rayon actif de pied	
2.11.1 Profil utilisable. Profil de raccordement	
2.11.2. Interférences	
2.12 Théories de base et critères d'évaluation du risque de grippage	
2.13 Les engrenages et la norme ISO	

Chapitre 3 : Calcul des engrenages droits

3.1 Engrenages cylindriques droits	48
3.2 Données du projet	51
3.3 Calculs préliminaires	52
3.3.1 Entraxe préliminaire	52
3.3.2 L'entraxe de conception	54
3.3.3 Sélection de la dureté, du traitement thermique et du matériau de la roue	56
2.3.4 Détermination des contraintes de contact admissibles	57
3.3.5. Détermination des contraintes de flexion admissibles	64
3.3.6. Dimensions de base préliminaires des roues	66
3.3.7. Détermination du module de l'engrenage	66
3.3.8. Nombre de dents réel de l'engrenage	68
3.3.9. Rapport de démultiplication réel	68
3.4. Calculs de résistance des engrenages cylindriques à dentures droites	69
3.4.1. Résistance superficielle au contact	69
3.4.1.1. Contrainte de base de contact ou de Hertz	69
3.4.1.2. Contrainte effective de contact	70
3.4.2. Résistance à la rupture des dents	70
3.4.2.1. Les efforts dans la zone d'engrènement	70
3.4.2.2 Contrainte de base en flexion	72
3.4.2.3. Contrainte effective de flexion	73
3.5. Paramètres géométriques de l'engrenage	74

Chapitre 4 : Simulation des engrenages droits

4.1 Introduction	76
4.2 Simulation	77
4.3 Modèle de rapport SolidWorks de la simulation	79
4.4 Informations sur le contrôle de maillage	83
4.5 Positions sélectionnées des profils conjugués	
4.6 Résultats et interprétations	
4.7 Validation des résultats	94
Conclusion générale	97
Références bibliographiques	



Introduction générale

L'étude des engrenages droits et de leurs profils de denture est de la plus haute importance dans le domaine de la construction mécanique. Les engrenages droits sont couramment utilisés dans de nombreuses applications industrielles telles que les transmissions automobiles, les boîtes de vitesses, les machines-outils et aussi dans les réducteurs de vitesse afin de réduire la vitesse de sortie et de transmettre le couple. Malgré l'importance de ce système, les engrenages présentent quelques problèmes au niveau de la surface de la dent et de sa racine, cela est dû à plusieurs facteurs, tels que le contact inadéquat ou insuffisant, le mauvais alignement, l'usure et la fatigue...

La résistance des dents des engrenages droits est un élément important à prendre en compte lors de la conception car elle détermine la durabilité et les performances globales du système.

Plusieurs études ont été menées pour résoudre l'influence de ces problèmes, pour augmenter la durée de vie des engrenages et améliorer la tenue des dents aux charges les plus dures.

Cette étude, qui rentre dans le cadre de mémoire de fin d'études de master, propose une approche qui utilise l'outil de conception assistée par ordinateur (CAO) permettant d'améliorer la résistance des dents des engrenages droits.

De ce fait, nous avons abordé divers aspects de ce sujet, en explorant l'état de l'art sur les profils des dents et leur résistance, la théorie des engrenages droits, le calcul de conception de ces engrenages et la simulation de cas bien définis avec l'interprétation des résultats.

Sur l'état de l'art au premier chapitre, des connaissances d'actualité ont été soigneusement revues, en termes de recherches antérieures sur la durabilité des dents des engrenages droits. Cela a donné une solide compréhension des concepts de base et les développements actuels du sujet.

Ensuite, au deuxième chapitre, une revue concise de la théorie des engrenages droits a été présentée qui permet d'étudier les paramètres de conception clés et les profils de dent standard fournissant des outils de compréhension du phénomène qui se produit lors du fonctionnement des engrenages droits.

Après cela, dans le chapitre trois, on s'est concentré sur le calcul de conception des engrenages droits, mettant l'accent sur la sélection des dimensions et des paramètres appropriés, ainsi que sur le calcul des profils de denture et des charges appliquées. Pour exploiter au chapitre quatre ces calculs à travers l'outil de simulation assistée par ordinateur qui est SolidWorks afin d'évaluer la résistance des dents de l'engrenage en question en fonction du changement de la taille du congé.

Les résultats obtenus ont été surprenants et essentiels en remarquant le l'influence de la variation des différents congés sur les contraintes maximales de Von Mises.

Finalement, nous avons bouclé ces chapitres par une conclusion générale permettant de mettre en exergue les objectifs planifiés au début de ce travail et de les valoriser à des fins de recherche

avec les principales conclusions qui ont été formulées sur la base de la simulation effectuée dans le cadre de notre étude.

En somme, nous avons présenté nos résultats de simulation avec des interprétations cherchant à fournir des explications de l'aspect important du problème de sensibilité des dents de l'engrenage droit à la résistance globalement et aux charges dues au couple transmis plus particulièrement.



Chapitre 1

Etat de l'art des engrenages droits

1.1 Introduction

Pour montrer l'intérêt que porte la recherche de l'étude de l'influence de la variation de la géométrie des dents de l'engrenage cylindrique droit sur sa résistance, il serait plus judicieux de passer en revue chronologiquement quelques travaux scientifiques publiés dans ce domaine afin d'élucider clairement les effets de la variation de la géométrie sur la résistance du matériau de l'engrenage. L'aspect chronologique permettrait de voir l'évolution de ces recherches dans le temps et avec la progression de la recherche scientifique dans ce domaine avec l'évolution des moyens matériels en général et plus particulièrement de l'informatique.

1.2 État de l'art

Moya *et al.* 2009 [1] proposent une méthode précise pour la modélisation géométrique des engrenages droits, applicable à des roues avec n'importe quel nombre de dents. La procédure implémentée dans SolidWorks offre des résultats de haute qualité et de précision. Par rapport aux méthodes traditionnelles, qui incluent des critères statiques, des expériences antérieures et des corrections coûteuses de prototypes, l'utilisation des outils de conception et de calcul modernes permet d'obtenir une conception plus précise, avec des valeurs de contrainte de flexion obtenues par la méthode des éléments finis moins conservatrices que celles obtenues par les normes internationales, avec une différence d'environ 35%.



Figure 1.1 : *Tension de flexion spécifique dans le pied de la dent,* Z = 13

Sankar *et al.* 2010 [2] ont conclu que la déviation entre le profil de la racine circulaire et celui de la racine trochoïdale des dents d'engrenage est presque similaire. Cependant, le design de racine circulaire (Fig. 2.2) présente une réduction appréciable de la contrainte de flexion par rapport au design de racine trochoïdale. Ils suggèrent que le design de racine circulaire est plus adapté pour un nombre de dents réduit dans le pignon, tandis que le design de racine trochoïdale

convient mieux pour un nombre élevé de dents dans l'engrenage quelle que soit la vitesse du pignon. Des travaux supplémentaires sont nécessaires pour évaluer la rigidité et la résistance du profil des dents avec le design de racine circulaire afin de déterminer sa faisabilité pour une future application pratique.



Figure 1.2 : Géométrie du congé circulaire

Khoussa et Seddaoui 2010 [3] a examiné des contraintes de flexion et des pressions de contact dans un système d'engrenage droit générées par les charges de service. Des méthodes analytiques ont été utilisées pour déterminer les contraintes, les contraintes de flexion et les pressions de contact étant calculées respectivement via l'équation de Lewis et la théorie de Hertz. Les contraintes ont ensuite été modélisées avec ANSYS. Une simulation 2D a identifié des zones de fortes contraintes, la contrainte équivalente de Von-Misès étant calculée en conséquence. La modélisation 3D a visualisé les effets des pressions de contact sur les dents de l'engrenage.



Figure 1.3 : Contrainte équivalente de Von Mises pour un couple de 450 Nm

Dans une étude par éléments finis, Frühe 2011 [4] examine la similitude entre la forme de racine elliptique optimale et la forme de racine de dent vraiment optimale. Un algorithme d'optimisation dans ANSYS est utilisé pour modéliser l'engrenage, en ajustant la forme du pied de la dent à l'aide de points de spline et du diamètre de racine. Les contraintes minimales de fond de dent calculées sont seulement 3 % inférieures pour tous les engrenages par rapport aux ellipses. Bien que la forme de racine de dent trouvée avec la spline puisse être optimisée davantage, une réduction significative des contraintes radiculaires n'est plus attendue, car l'ellipse est très proche de la forme optimale. La minimisation de la contrainte de racine de dent ne conduit pas à une augmentation proportionnelle de la capacité de charge de racine de dent, en raison d'autres facteurs à prendre en compte.



Figure 1.4 : lè contrainte principale ($\sigma_l = \sigma_{F,FEM}$) en pied de dent optimisée avec un algorithme ANSYS de denture de référence 5 chargée en pointe de dent (représentation déformée)

Deux modèles d'engrenages, standard et modifié, ont été développés et analysés par Marković et Franulović 2011 [5] en utilisant la méthode des éléments finis. L'analyse de contact non linéaire a été utilisée pour obtenir des résultats précis et les méthodes de calcul numérique permettent de calculer les contraintes dentaires sans limites géométriques et de déterminer leur répartition sur la trajectoire de contact. Les résultats obtenus indiquent que le modèle d'engrenage standard non modifié présente des changements rapides de contrainte de contact hertzienne sur le flanc de la dent lors des transitions entre double contact et simple contact, provoquant une charge dynamique supplémentaire. En revanche, le modèle modifié évite ces changements brusques de contrainte grâce à une vitesse de roue plus régulière. De plus, la

modification du profil de dent entraîne une diminution des contraintes au niveau de la pointe, de manière presque linéaire. Cependant, l'augmentation de la contrainte de contact au point B' du modèle modifié semble relativement faible par rapport au point B du modèle standard.



Figure 1.5 : Model de maillage de l'engrenage

Sankar *et al.* 2011 [6] présentent une nouvelle méthode pour éviter les défaillances des dents dans les engrenages droits en utilisant un filet de racine circulaire au lieu d'un filet de racine trochoïdal standard. Les engrenages de moins de 17 dents étaient particulièrement sujets au problème de la contre-dépouille lors du processus de fabrication. L'analyse, réalisée avec ANSYS 11, compare les performances des dents de l'engrenage standard existantes avec celles de la conception proposée. En considérant la dent de l'engrenage comme une poutre en porte-à-faux, ils démontrent que la conception proposée présente une résistance à la flexion supérieure à celle de la conception standard.



Figure 1.6 : Superposition d'un filet circulaire sur une dent standard

Dergal 2012 [7] a étudié par modélisation éléments finis sur ANSYS le contact dans des engrenages à denture droite pour la recherche de modèles 2D permettant de déterminer les contraintes de contact d'un couple de dents ainsi que les contraintes de flexion agissant en particulier au pied de la dent. Il a ensuite procédé à la comparaison pour un nombre de dents variables avec les résultats obtenus par des relations de la norme AGMA et la marge de différence a montré que la précision de la méthode était acceptable.



Figure 1.7 : Tracé des contraintes de Von Mises (Contrainte plane)

Gupta *et al.* 2012 [8] ont mis en évidence le développement d'un modèle d'analyse par éléments finis pour étudier les contraintes de contact entre les engrenages droits. Les résultats obtenus sont comparés à l'équation théorique hertzienne. L'analyse des contraintes de contact permet d'améliorer la dureté du profil de la dent d'engrenage afin de prévenir la rupture par piqûre. Le module de l'engrenage est également souligné comme un paramètre important lors de la conception, avec une diminution des contraintes de contact maximales avec l'augmentation du module. Par conséquent, si la réduction des contraintes de contact est la principale préoccupation et qu'une transmission de puissance élevée est nécessaire, un engrenage droit avec un module plus élevé est préféré.



Figure 1.8 : Cylindres en contact sous compression

Buiga et Popa 2012 [9] dévoilent l'utilisation d'un algorithme génétique (GA) pour résoudre un problème complexe de conception d'un réducteur à engrenages à un étage. L'objectif principal est de minimiser la masse totale du réducteur. Les matériaux des engrenages sont identifiés comme ayant un impact majeur sur la masse, et deux types de matériaux différents sont considérés (acier allié trempé et revenu pour le cas 1, et acier allié cémenté pour le cas 2). Les solutions de conception optimales obtenues grâce au GA ont montré une amélioration significative par rapport à la conception normale, avec une réduction de masse de 12,2 % dans le cas 1 et de 20,13 % dans le cas 2. La comparaison des deux solutions a révélé une réduction de masse de 20,34 %, et un compromis entre la masse et la durée de vie a été présentée.



Figure 1.9 : Schéma du réducteur à engrenages cylindriques à un étage

En préparant sa thèse de Doctorat, Marcus Slogén 2013 [10] a développé un programme d'analyse de mécanique de contact dans les engrenages droits et hélicoïdaux. Les résultats indiquent que le programme est correct, mais exige une évaluation avancée au moyen d'essais matériels afin de vérifier entièrement sa fiabilité. En outre, le but a été d'étudier la conception des engrenages afin de résister au contact. Les résultats de l'analyse montrent que les contraintes de contact dans les engrenages peuvent s'atténuer en modifiant les directions d'avance et de profil d'une dent d'engrenage.



Figure 1.10 : Modèle de contact d'un engrenage modifié en plomb à désalignement (tan,rad)=(0,0) mrad

Kumar et Raghuvanshi 2013 [11] ont divulgué l'importance de l'optimisation de la conception des engrenages pour répondre aux exigences du marché concurrentiel. L'étude montre que les contraintes de flexion induites sont inférieures aux résultats théoriquement obtenus, confirmant la sécurité structurelle de la conception. L'utilisation d'alliages d'aluminium entraine une réduction significative du poids des engrenages par rapport à l'acier, améliorant les performances du système en minimisant les forces déséquilibrées. Les paramètres de conception des engrenages hélicoïdaux sont considérés comme sûrs en termes de résistance et de rigidité, faisant de l'alliage d'aluminium le matériau le plus approprié pour les engrenages marins à grande vitesse. Les paramètres optimaux pour la charge dynamique maximale des dents et la résistance en flexion sont également déterminés en fonction de diverses variables telles que le rapport de transmission, la largeur de face et le module.



Figure 1.11 : Contraintes de Von-Mises

Rathore et Tiwari 2014 [12] fournissent un processus détaillé de conception et d'optimisation des engrenages droits en termes de contrainte de flexion et de durée de vie en fatigue. L'emploi de moyens de diminution des contraintes réduit la contrainte de flexion et augmente la durée de vie en fatigue des engrenages droits. L'optimisation de la contrainte de flexion et de la durée de vie en fatigue est obtenue en ajustant la taille et l'emplacement des trous d'apaisement des contraintes. Les résultats dévoilent une réduction d'environ 21% de la contrainte de flexion et une augmentation presque double de la durée de vie en fatigue. L'analyse de contrainte révèle des niveaux de contrainte plus élevés dans la racine du pied de dent en compression au pic de tête de dent en traction. L'introduction d'un trou sur le cercle de dégagement réduit amplement les niveaux de contrainte tout en maintenant une rigidité suffisante de la dent, traduisant une augmentation exponentielle de la durée de vie.



Figure 1.12 : Optimisation de la résistance à la contrainte et à la fatigue de l'engrenage droit

Zou *et al.* 2014 [13] optimisent le profil de la racine des dents d'engrenage pour maximiser leur capacité de charge. Le profil de racine proposé est analysé et comparé à son équivalent circulaire en termes de contrainte de von Mises maximale sous charge de flexion. Les optimisations géométrique et structurelle sont examinées, montrant une réduction de la contrainte de von Mises maximale de 15,1% et 21% respectivement par rapport au profil circulaire correspondant. La distribution de contrainte le long du profil de la racine étudiée révèle une réduction significative de la concentration de contrainte avec le profil de racine proposé. L'utilisation d'une "spline" cubique non paramétrique pour l'optimisation du profil de racine offre une approche simple et compatible avec les logiciels d'ingénierie assistée par ordinateur (CAE).



Figure 1.13 : Formes de courbe de racine de dent d'engrenage

Kandil *et al.* 2014 [14] ont étudié l'effet du défaut d'alignement "mésalignement" de l'arbre sur la répartition des contraintes sur la dent d'un engrenage de transmission en essayant d'éviter les fractures causées par les concentrations de contraintes.

Une analyse par éléments finis a été effectuée utilisant ANSYS pour la modélisation 3D des engrenages afin d'examiner les contraintes résultantes dans des conditions de mésalignement variées. Seule une dent de chaque engrenage a été considérée pour la simulation afin de réduire le temps de calcul.

L'influence de l'angle d'inclinaison des arbres des engrenages a été évaluée, présentant un accroissement de la concentration des contraintes avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison. Ainsi, la possibilité de rupture de l'engrenage s'accroît avec l'augmentation de l'angle de mésalignement.



Figure 1.14 : Répartition des contraintes de contact sur la dent de module 4 mm (*a*) sans mésalignement, (*b*) avec mésalignement de 2°

Farhan *et al.* 2015 [15] ont débattu une description détaillée de modèles d'éléments finis de paires d'engrenages droits à développante chargés pour l'évaluation des contraintes de contact sur le flanc de la dent en fonction du frottement à l'aide d'ANSYS Workbench. Les conclusions obtenues peuvent être citées ainsi : Les résultats ont été validés avec des calculs théoriques, par conséquent, le modèle développé par élément finis a été confirmé pour garantir des résultats fiables ; La contrainte de contact croît avec l'accroissement du coefficient de frottement d'environ 5 à 8 % dans la plage du coefficient de frottement de 0 à 0,3 ; La contrainte de contact diminue avec l'élévation de la largeur de dent, manifestant une relation inversement proportionnelle entre eux.

Quadri et Dolas 2015 [16] ont essayé de passer en revue l'étude des contraintes développées dans un couple d'engrenage droit à dents en développante. Une paire d'engrenages droits d'une boîte de vitesses d'un tour et étudiée pour calculer ses contraintes. Généralement, l'analyse est effectuée de analytiquement à l'aide de formules de Lewis, puis par éléments finis. Dans cette étude, certaines dispositions d'apaisement des contraintes ont été intégrées dans les dents pour connaître leur effet sur les concentrations de contraintes. Un modèle d'éléments finis de dents est considéré pour l'analyse et des caractéristiques géométriques de différentes tailles sont introduites à divers endroits et leur effet est analysé. Cinq emplacements sélectionnés sur la géométrie de la dent qui est analysée pour deux tailles différentes de l'élément de relaxation des contraintes. Le meilleur emplacement de la fonction de revitalisation des contraintes et la meilleure taille sont déterminés après avoir comparé l'analyse des contraintes à tous les emplacements avec les tailles présélectionnés.



Figure 1.15 : Maillage de l'engrenage droit



Figure 1.16 : Contraintes équivalentes simulées pour l'un engrenage droit

Zou *et al.* 2016 [17] ont développé une méthodologie novatrice pour optimiser le profil de racine de dent d'engrenages droits et ont prouvé ses effets sur sa durée de vie. Ils ont utilisé des courbes cubiques non paramétriques pour l'optimisation, évitant la difficulté liée aux congés. Ces derniers optimaux offrent une continuité G2 aux points de fusion, à l'inverse des profils trochoïdaux et circulaires normaux. Les résultats optimaux obtenus montrent une réduction significative des contraintes de von Mises par rapport aux profils trochoïdaux et circulaires correspondants. La distribution des contraintes le long du profil de racine de dent montre une réduction significative de la concentration des contraintes avec le profil optimal. Cette méthode permet d'augmenter la capacité de charge et d'améliorer la durée de vie des engrenages de manière simple et réalisable in silico.

Bhortake *et al.* 2017 [18] ont calculées à l'aide des normes AGMA et de la méthode des éléments finis les contraintes de flexion et d'usure. L'équation de flexion de Lewis a été utilisée pour calculer la contrainte de flexion analytique. Le facteur de sécurité analytique et le facteur de sécurité d'ANSYS ont été comparés. En résultat, le facteur de sécurité en flexion et le facteur de sécurité en usure obtenus par méthodes analytiques et par éléments finis sont presque égaux.



Figure 1.17 : Détermination de la section critique, selon la norme a) AGMA 918-A93 et b) ISO 6336



Figure 1.18 : Coefficient de sécurité d'usure

Zarzoor *et al.* 2018 [19] ont étudié les paramètres de flexion d'un engrenage à développante dans le cas de la charge statique. Un modèle a été réalisé et examiné à l'aide de Solidworks fournissant des résultats équivalents à ceux de la méthode American Gear Manufacturing Association (AGMA). Les résultats théoriques ont été d'un grand accord avec ceux du logiciel. Les résultats finaux de la méthode AGMA sont similaires à l'analyse Solidworks pour engrenages droits. En conclusion, minimiser les contraintes de contact et transmettre de grandes puissances des engrenages droits il est recommandé un modèle plus développé.

Dans l'étude d'engrenages droits, Jwan *et al.* 2018 [20] ont évaluée la contrainte de contact sous l'effet de la vitesse de rotation. Une simulation 3D avec analyse dynamique de l'engrenage conçus sont modélisées sous ANSYS. Cette analyse dynamique est incluse dans la détermination de l'analyse des contraintes dynamiques. La contrainte de contact a été théoriquement calculée et analysée et évaluée numériquement en utilisant le modèle de Hertz et la méthode des éléments finis. Les deux méthodes ont été comparées en jaugeant l'erreur de

la contrainte de contact et la modélisation de l'engrenage. L'analyse des contraintes de l'engrenage a été effectuée à l'aide de SolidWork et ANSYS. L'augmentation de la vitesse provoque des vibrations et des piqûres dues aux répétitions.



Figure 1.19 : Contrainte de flexion avec une largeur de face de 40 mm



Figure 1.20 : La zone de contact entre deux dents d'engrenage droit

Eng *et al.* 2018 [21] ont évalué les contraintes de contact et de flexion d'une paire d'engrenages droits mésalignés avec et sans frottements à l'aide de méthodes analytiques et numériques. Des valeurs de coefficient de frottement sont utilisées pour évaluer les effets du frottement sur la répartition des contraintes de contact et de flexion de l'engrenage avec des déplacements axiaux et angulaires. Les contraintes maximales de contact et de flexion augmentent respectivement de 67,5 % et 18,9 % pour les déplacements axiaux et de 27,0 % et 62,4 % pour les déplacements angulaires. Ces contraintes croient proportionnellement avec le coefficient de frottement.

Mahiddini *et al.* 2019 [22] ont présenté une approche d'optimisation de conception d'un réducteur simple en deux niveaux. Le premier niveau repose sur une formulation analytique du problème de conception basée sur la détermination des contraintes de contact et de flexion de

l'engrenage étudié. Pour améliorer le processus d'optimisation, ils ont suivi le premier niveau par un second niveau utilisant des outils CAO et DAO. Le second niveau a permis de réduire considérablement le poids du système. L'approche améliore les méthodes de conception traditionnelles basées exclusivement sur des modèles analytiques ajoutant une phase de raffinement basée sur des métamodèles.



Figure 1.21 : Contrainte de contact max au bord de la dent d'engrenage en raison d'un désalignement



Figure 1.22 : Modèle FEM choisi pour estimer la résistance à la flexion des dents et la pression de contact.

Singh et Kumar 2020 [23] ont analysé l'impact de la largeur de face de dent d'un engrenage droit sur sa résistance à la flexion. Cette largeur a été variée avec intervalle précis. La géométrie de l'engrenage a été dessinée sur AutoCAD et son modèle a été simulé pour la contrainte de flexion avec ANSYS. Une étude analytique a été faite pour obtenir une solution du problème. La contrainte de flexion a été calculée au niveau de la dent de l'engrenage pour différentes valeurs de charge. Les résultats de la simulation ont été comparés aux solutions analytiques obtenues. Il a été remarqué que plus la face de l'engrenage droit est large moins est la contrainte en flexion et en conséquence une augmentation de la résistance à la flexion.



Figure 1.23 : a) contrainte de Von-mises de l'engrenage à une largeur de face de 20 mm b) Contrainte Von-mises à l'engrenage avec une largeur de face de 22 mm

Kumar *et al.* 2021 [24] ont calculé et analysés théoriquement trois matériaux d'engrenage à l'aide de simulation SolidWorks. Les résultats dévoilent que l'acier 15Ni2Cr 1 Mo 15 est extrêmement convenable et sûr par rapport aux autres matériaux. Ce matériau est utilisé pour la transmission de puissance dans les industries. Les problèmes principaux tels que la contrainte de flexion, le frottement, le contact en glissant et l'usure sont les causes défaillance des engrenages droits. Un modèle d'engrenage droit en FEA a été développé pour simuler la contrainte compressive et calculer la contrainte de flexion à l'aide de l'option von Mises dans la simulation SolidWorks.

Mahakul *et al.* 2021 [25] ont suivi une étude de conception et d'analyse d'un engrenage droit ont été effectuées. L'engrenage a été étudié pour trois matériaux avec des techniques de simulation de SolidWorks avec analyse numérique de la déformation, de la distribution des contraintes et de la déformation sous charge. A la base des résultats obtenus, les matériaux composites plus légers Ti-3Al-8 V-6Cr-4Mo-4Zr avec des distributions de contraintes modérées, des valeurs de déformation plus faibles et moins de déformation sous charge, se sont avérés être le matériau de choix. Les engrenages sont indispensables dans presque tous les dispositifs mécaniques et nécessitent des calculs précis pour que leur fabrication puisse résister à des contraintes élevées. Dans les recherches précédentes il manquait des méthodes appropriées pour dessiner des profils d'engrenages, en particulier pour les engrenages intérieurs épicycliques et hélicoïdaux.



Figure 1.24 : Contrainte de Von-mises de l'engrenage droit



Figure 1.25 : Répartition des contraintes de l'engrenage droit en acier inoxydable

Zaareer 2021 [26] présente une nouvelle méthode pour créer un engrenage épicycloïdal complet, englobant l'engrenage droit et l'engrenage intérieur, ainsi que la conception de modèle 3D en CAO. La méthode proposée utilise Excel pour simuler les calculs de coordonnées avec SolidWorks pour la mise en œuvre, en se concentrant sur le profil entre les dents au lieu d'un profil de dent générique. Cette approche garantit l'exactitude et la précision de la conception pour tous les types d'engrenages, malgré sa simplicité.

Hussein *et al.* 2022 [27] ont développé un modèle mathématique pour définir analytiquement le profil du filet dentaire, en utilisant une courbe de transition générale du filet (GFTC) pour obtenir des surfaces de transition lisses et une résistance améliorée par rapport au filet circulaire. L'étude explore également si l'augmentation de l'ordre du GFTC peut encore améliorer la résistance du filet de la dent de l'engrenage. La méthode de conception est appliquée à tous les engrenages à développante et non, en tenant compte de divers paramètres de conception de filet et de nombres de dents. Les résultats démontrent que la forme de filet proposée peut augmenter la résistance du filet de dent de 18 à 23 % pour les engrenages à développante et de 30 à 32 % pour les engrenages sans développante. De plus, l'augmentation de l'ordre des courbes de filet ne conduit pas toujours à une meilleure résistance du filet dans les dents d'engrenage.



Figure 1.26 : *GFTC* proposé pour les engrenages avec peu de dents (m = 2, $\alpha_0 = 20^\circ$ et z = 14)

Chapitre 2

Théorie des engrenages droits
2.1 Généralités

Les engrenages sont une invention importante qui se trouve dans presque tous les éléments mécaniques existants. L'engrenage droit (Fig. 2.1) est le composant le plus important utilisé pour le transfert de la puissance en transmettant le mouvement entre les pièces de machine entre deux arbres parallèles. Ils sont couramment utilisés dans les dispositifs de transmission de puissance pour transférer le mouvement à un rapport de vitesse constant. L'engrenage fournit un mouvement de rotation entre les arbres alignés parallèlement les uns aux autres. Il est simple et de conception, compacte et son processus de fabrication prends moins de temps, ce qui est le plus grand avantage des engrenages droits. Il nécessite moins d'entretien et est assez économique.



Figure 2.1 : Engrenage parallèle

Les engrenages sont le type de transmission mécanique le plus courant, car ils peuvent transmettre de manière fiable la puissance de fractions à des dizaines de milliers de kilowatts à des vitesses périphériques allant jusqu'à 275 m/s (990 km/h). Les engrenages sont largement utilisés dans toutes les branches de l'ingénierie mécanique et de la fabrication d'instruments.

Les engrenages sont des mécanismes de transmission de puissance et de mouvement entre deux arbres par l'intermédiaire de roues dentées. Ils sont utilisés dans diverses applications industrielles pour augmenter ou diminuer la vitesse de rotation ou pour transmettre la puissance ou le couple.

Les entraînements par engrenages sont le type le plus couramment utilisé car ils conviennent à n'importe quelle position d'arbre, d'engrenage, de puissance et de rapport de vitesses.

Un train d'engrenages est constitué d'une ou plusieurs paires de roues dentées qui sont complètement ou partiellement enfermées dans un carter (engrenage fermé ou ouvert). Leur

avantage est qu'ils se caractérisent par une structure simple, une conception très compacte, une petite taille, une fiabilité opérationnelle élevée et une efficacité meilleure.

Les inconvénients, en compensation, sont une transmission de puissance rigide causée par l'ajustement de forme, les vibrations qui se produisent, la rigidité fluctuante des dents et le bruit de fonctionnement plus élevé (exception : engrenage hélicoïdal et à vis sans fin).

Les fonctions des engrenages de transmission uniformes sont :

- la transmission sans glissement de puissance ou du mouvement de rotation à transmission constante,

- la conversion de couple ou de vitesse,
- la détermination du sens de rotation entre les arbres d'entrée et de sortie,
- la détermination de la position des arbres (entrée/sortie) l'un par rapport à l'autre,
- la conversion du mouvement rotatif en mouvement linéaire via une crémaillère.

2.2 Concepts d'engrenages

2.2.1 Connaissances générales

Dans l'engrenage, le mouvement est transmis au moyen d'une paire de roues dentées (Fig. 2.2 a, b, c). La plus petite roue dentée est nommée pignon, la plus grande s'appelle roue. Les paramètres du pignon se voient attribuer l'indice 1 et ceux de la roue l'indice 2.



Figure 2.2 : Engrenages externes ; a - engrenage droit ; b - cylindrique hélicoïdal ; c - vis san fin

2.2.2 Avantages des engrenages

Parmi les avantages les plus importants des engrenages on retrouve :

- 1. Haute fiabilité de travail dans une large gamme de charges et de vitesses.
- 2. Petites dimensions.
- 3. Grande ressource.

- 4. Haute efficacité.
- 5. Charges relativement faibles sur les arbres et les paliers.
- 6. Constance du rapport de démultiplication.
- 7. Facilité d'entretien.

2.2.3 Inconvénients des engrenages

- 1. Les engrenages ne conviennent pas à la transmission de mouvement sur de longues distances.
- 2. Ils ne sont pas flexibles.
- 3. Les vitesses sont bruyantes, surtout à grande vitesse.
- 4. Ils ne conviennent pas lorsque les arbres sont éloignés.

2.2.4 Défauts d'engrenages

Les engrenages présentent des problèmes qu'on peut qualifier de défauts :

- 1. Exigences relativement élevées pour la précision de la fabrication.
- 2. Exigences relativement élevées pour l'installation.
- 3. Bruit aux grandes vitesses.

2.3 Classification de engrenages

En fonction de la disposition mutuelle des axes géométriques des arbres, les engrenages sont :

- Cylindriques à axes parallèles (Fig. 2.2, a, b, c) ;
- Conique à axes sécants (Fig. 2.3, a, b) ;
- Engrenage hélicoïdal à axes croisés (Fig. 2.4).

Les engrenages hélicoïdaux ont un glissement accru en engagement et une faible capacité de charge, ils sont donc utilisés de manière limitée.



Figure 2.3 : Engrenages coniques :Fa : à dentures droites ; b : avec un engrenage à dentures circulaires

Figure 2.4 : Engrenage hélicoïdal

Pour convertir un mouvement de rotation en translation et vice versa, un engrenage à crémaillère est utilisé (Fig. 2.5). La crémaillère est considérée comme un engrenage dont le diamètre est augmenté à l'infini. En fonction de l'emplacement des dents sur la jante, il existe (Fig. 2.2) des engrenages : droits (a), hélicoïdaux (b), à chevrons (c) et à dents circulaires (Fig. 2.3, b).

Selon la forme du profil de la dent, les engrenages sont : en développante, à engagement cycloïdal. L'application prédominante est l'engagement en développante, qui a été proposé par L. Euler en 1760. En 1954, M. L. Novikov a proposé un engagement fondamentalement nouveau, dans lequel le profil de la dent est délimité par des arcs de cercles. Cet engagement n'est possible qu'avec des dents obliques.

Selon la position relative des roues, les engrenages sont externes (Fig. 2.5) et internes (Fig. 2.6). Ci-dessous, les engrenages externes sont considérés comme les plus courants.

Selon la conception, il existe des engrenages fermés et ouverts. Dans les engrenages fermés, les roues sont placées dans des boîtiers étanches à la poussière et à l'humidité (carters) et fonctionnent dans un bain d'huile (la roue dentée est immergée dans l'huile jusqu'à une profondeur allant jusqu'à 1/3 du rayon).



Figure 2.5 : Pignon - Crémaillère engrenage externe



Figure 2.6 : Cylindrique engrenage interne

Dans les engrenages ouverts, les dents de l'engrenage tournent à sec ou sont périodiquement lubrifiées avec de la graisse et ne sont pas protégées de l'environnement extérieur.

Selon le nombre d'étages, les engrenages sont à un ou plusieurs étages.

En fonction de la nature relative du mouvement des axes des engrenages, on distingue les engrenages ordinaires (Fig. 2.1, les axes des engrenages sont fixes) et planétaires (Fig. 2.7, l'axe du satellite tourne par rapport à l'Axe central).



Figure 2.7 : Engrenages planétaires

2.4. Types d'engrenages

2.4.1. Engrenages à axes parallèles (engrenages cylindriques)

Les engrenages peuvent être divisés en trois grandes classes : les engrenages d'axes parallèles, les engrenages non parallèles mais coplanaires, et les engrenages non parallèles et non coplanaires, Et il y a aussi les engrenages hélicoïdaux, coniques et à vis sans fin.

2.4.1.1. Engrenage cylindrique à dentures droites

Les engrenages droits sont le type d'engrenage le plus simple et le plus courant, ainsi que le plus facile à fabriquer. Leurs surfaces primitives sont des cylindres parallèles tangents et le contact entre les dents se fait suivant une ligne droite inclinée d'un angle appelé angle de pression. En raison de leur relative simplicité, les engrenages droits sont souvent utilisés pour établir les relations cinématiques et les définitions normalisées concernant la géométrie des engrenages.

2.4.1.2. Engrenage cylindrique à dentures hélicoïdales

Les engrenages à dentures hélicoïdales sont reconnus pour leur capacité à assurer une transmission plus fluide, progressive et silencieuse que les engrenages à dentures droites. De plus, grâce à un plus grand nombre de dents en contact, leur capacité à transmettre des forces est supérieure, même à des vitesses élevées. Ces engrenages sont couramment utilisés dans les boîtes de vitesses d'automobiles, les réducteurs et les multiplicateurs de vitesses.



Figure 2.8 : Types d'engrenages : a - engrenage droit ; b - cylindrique hélicoïdal ; c - chevron cylindrique ; d – crémaillère ; e - cylindrique à denture interne ; f - engrenage conique ; g - hélicoïdal conique ; h - vis san fin

Cependant, les dentures hélicoïdales ont tendance à engendrer une poussée axiale, laquelle est proportionnelle à l'angle d'hélice β . Il est possible de réduire cette poussée axiale en diminuant l'angle d'hélice, mais elle peut également être éliminée en utilisant des roues jumelées avec des dentures inclinées en sens opposé ou encore par l'utilisation d'une denture en chevrons.

2.4.2. Engrenage à axes concourants (engrenage conique)

Les engrenages coniques présentent des roues en forme de cônes plutôt que de cylindres, avec des options de dentures droites, obliques et spirales. Ils sont utilisés pour transmettre la rotation entre des arbres concourants avec un rapport de vitesse rigoureux. Les engrenages à dents spirales, qui ont une forme de denture en arc de cercle, sont les plus courants en raison de leur faible niveau sonore.

2.4.3. Engrenage gauche (système roue et vis sans fin)

Les engrenages à vis sans fin sont constitués d'un long cylindre étroit avec une denture hélicoïdale continue, semblable à un filetage de vis cylindrique, qui s'engagent en glissant sur les dents de la roue menée. Contrairement aux engrenages à roues à denture hélicoïdale, les dents de la vis sans fin ne transmettent pas directement un effort de rotation aux dents de la roue menée. Les vis sans fin sont principalement utilisées pour transmettre une rotation avec une forte réduction de vitesse entre deux arbres orthogonaux.

2.5 Fondement de la théorie de l'engrenage

Les profils de dent d'une paire de roues doivent être conjugués, c'est-à-dire qu'un profil de dent donné d'une roue doit correspondre à un profil de dent bien défini de l'autre roue [28]. Pour assurer la constance du rapport d'engrenage, les profils des dents doivent être définis par des courbes qui satisferaient aux exigences du théorème de base de l'engrenage.

Théorème de liaison de base : Pour prouver ce théorème, considérons une paire de dents conjuguées en prise (Fig. 2.9) [28]. Les profils des dents de l'engrenage et de la roue se touchent au point *S*, appelé point d'engagement. Les centres de rotation O_1 et O_2 sont situés à une distance constante a l'un de l'autre. La dent d'engrenage, tournant avec une vitesse angulaire ω_1 , exerce une force sur la dent de roue, conférant à cette dernière une vitesse angulaire ω_2 . Traçons par le point *S* la tangente commune *TT* et la normale *NN* aux deux profils. Vitesses circonférentielles du point *S* par rapport aux centres de rotation O_1 et O_2 :



Figure 2.9 : Schéma de preuve du théorème de liaison principal [28]

Décomposons v_1 et v_2 en composantes v'_1 et v'_2 dans la direction de la normale *NN* et composantes v''_1 et v''_2 dans la direction de la tangente *TT*. Pour assurer un contact constant des

profils, il est nécessaire de respecter la condition $v'_1 = v'_2$, sinon, avec $v'_1 < v'_2$, la dent du pignon sera en retard sur la dent de roue et avec $v'_1 > v'_2$, les dents vont couper. Déposons les perpendiculaires O_1 et O_2 des centres O_1B et O_2C à la normale NN.

De la similarité des triangles $aeS BSO_1 v'_l/v_l = O_l B/O_l S$, d'où :

$$v'_I = v_I O_I B / O_I S = \omega_I O_I B.$$

De la similarité des triangles *afS CSO*₂ $v'_2/v_2 = O_2C/O_2S$, d'où :

$$v_2' = v_2 O_2 C / O_2 S = \omega_2 \quad O_2 C.$$

mais $v'_1 = v'_2$, donc $\omega_1 \cdot O_1 B = \omega_2 \cdot O_2 C$.

2.6 Rapport de démultiplication

La normale NN coupe la ligne des centres $O_1 O_2$ au point P, appelé pôle du lien [28].

$$u = \omega_l / \omega_2 = O_2 C / O_1 B. \tag{1}$$

De la similitude des triangles O_2PC et O_1PB

$$O_2 C/O_l B = O_2 P/O_l P = r_{w2}/r_{wl}.$$
 (2)

En comparant les relations (1) et (2), on obtient :

$$u = \omega_l / \omega_2 = r_{w2} / r_{wl} = const.$$
(3)

Ainsi, le théorème principal d'engrènement est formulé comme suit : pour assurer un rapport de démultiplication constant des engrenages, les profils de leurs dents doivent être tracés le long de courbes dans lesquelles la normale commune NN, tracée par le point tangent des profils, divise la distance entre les centres $O_1 O_2$ en parties inversement proportionnelles aux vitesses angulaires.

Le pôle d'engagement P(Π) reste inchangé sur la ligne des centres O_1O_2 , donc les rayons r_{w1} et r_{w2} sont également inchangés.

Les cercles de rayons r_{w1} et r_{w2} sont dits initiaux. Lorsque les engrenages tournent, les cercles primitifs roulent l'un sur l'autre sans glissement, comme en témoigne l'égalité des vitesses circonférentielles co, $\omega_1 r_{w1} = \omega_2 r_{w2}$, obtenue à partir de la formule (3).

À partir de l'ensemble des courbes qui satisfont aux exigences du théorème principal d'engagement, la développante d'un cercle a reçu une application pratique dans l'ingénierie mécanique moderne, qui :

a) vous permet d'obtenir un profil de dent relativement simple et précis en cours de coupe ;

b) sans violer l'engagement correct, il permet un certain changement de l'entraxe a_w (ce changement peut se produire en raison d'imprécisions dans la fabrication et l'assemblage, la déformation des pièces de transmission pendant le fonctionnement).

La développante d'un cercle : La développante de cercle (Fig. 2.10) est une courbe décrite par un point S d'une droite NN roulant sans glisser le long d'un cercle de rayon r_b . Ce cercle s'appelle la développée ou le cercle de base, et la droite enroulée NN s'appelle la génératrice. La nature de l'engrenage à développante est déterminée par les propriétés de la développante (Fig. 2.10) :

- 1. La génératrice *NN* est à la fois tangente aux bases de la développante d'un cercle et normale à toutes les développantes qu'elle produit.
- 2. Deux développantes d'un même cercle principal sont équidistantes (c'est-à-dire que la distance entre les développantes dans la direction de la normale est la même partout).
- 3. Avec une augmentation du rayon r_b du cercle principal, la développante devient plus plate et devient une droite à $r_b \rightarrow \infty$.
- Le rayon de courbure de la développante au point S₂ est égal à la longueur de l'arc S₀B du cercle de base.
 Le centre de courbure en développante en un point donné est sur le cercle de base.



Figure 2.10 : Schémas de formation de la développante de cercle

2.7 Constitution d'un engagement en développante

Donnons l'entraxe a_w et le rapport de démultiplication et le train d'engrenages (Fig. 2.11). Avec $a_w = r_{w1} + r_{w2}$ et $u = r_{w2}/r_{w1}$ connus, on détermine les rayons des cercles initiaux $r_{w1} = a_w/(u+1)$ et $r_{w2}=ur_{w1}$ et on marque la position du pôle de liaison *P* sur la ligne des centres O_1O_2 .

À partir du centre O, nous décrivons le cercle principal avec un certain rayon hm et, après l'avoir scanné, nous obtenons le profil en développante A_1 de la dent d'engrenage. Sur la base du théorème de liaison de base et de la première propriété de la développante, nous traçons la normale *NN* passant par le pôle *P*, qui détermine le point de liaison *S* des profils conjugués. Déposons la perpendiculaire O_2C du centre O_2 à la normale *NN* et au rayon $r_{b2}=O_2C$.

On décrit le cercle principal dont le développement donnera le profil en développante A_2 de la dent de la roue. Les profils construits sont conjugués, puisque, se touchant au point *S*, ils ont une normale *NN* commune. Cette normale est tangente aux deux cercles de base et est la développante droite génératrice des deux profils.

Lorsque les roues tournent, le point d'engagement *S* des profils en développante se déplace le long de la normale commune *NN* (Fig. 2.12) l'emplacement géométrique des points d'engagement des profils d'accouplement, appelé ligne d'engagement. La ligne d'engagement *NN* est simultanément une ligne de pression, puisque la force de pression du profil de dent d'engrenage sur le profil de dent de roue (en supposant l'absence de forces de frottement) agit le long de la normale commune NN aux deux profils. L'angle OC_w , formé par la ligne d'engagement *NN* (Fig. 2.12) et la tangente commune *TT* aux cercles initiaux est appelé angle d'engagement.



Figure 2.11 : Schémas de formation de l'engrenage à développante



Figure 2.12 : Positions conjuguées Profils de dents au début

De la similarité des triangles O_2CP et O_1BP (Fig. 2.11) :

$$O_2P$$
 et $O_1P = O_2C$ et O_1B où $r_{w2}/r_{w1} = r_{b2}/r_{b1}$.

de la formule (3) il résulte :

$$u = \omega_l / \omega_2 = r_{w2} / r_{wl} = r_{b2} / r_{b1} = const,$$

c'est-à-dire que le rapport des vitesses angulaires de deux profils à développante conjuguée est inversement proportionnel aux rayons des cercles principaux et ne dépend pas de la distance a_w entre les centres de ces cercles.

L'indépendance du rapport de transmission et la modification de l'entraxe *a*" sont visibles dans l'exemple suivant.

Laissez dans la figure 2.13, mais l'engagement est représenté pour un a_w et un rapport de transmission u donnés. Modifions l'entraxe de cet engagement en $a_w + \Delta a_w$ (Fig. 2.13, b). En comparant les figures, on voit qu'en engagement avec la distance $a_w + \Delta a_w$, de nouveaux cercles initiaux de rayons r'_{wl} et r'_{w2} sont apparus. Les rayons des cercles principaux n'ont pas changé, puisque les profils des dents n'ont pas changé, ils restaient esquissées les mêmes évolutions. De la similarité des triangles O_2CP et O_1BP (Fig. 2.13, b) $r'_{w2} / r'_{w1} = r_{b2} / r_{b1} = const$.

Ainsi, l'exactitude de l'engagement en développante n'est pas violée lorsque la distance centrale a_w est modifiée. Cette propriété est un avantage important de l'engagement en développante par rapport à l'engagement cycloïdal, qui est très sensible aux changements de distance a_w .



Figure 2.13 : Schéma pour la preuve de l'indépendance et de O"

2.8 Géométrie des engrenages droits

2.8.1 Termes et caractéristiques

Pour la production de la denture à développante par roulement de l'outil sur le cercle primitif, les paramètres de base sont spécifiés selon des normes (Figure 2.14).



Figure 2.14 : Désignation sur l'engrenage droit à denture extérieure

Le nombre de dents z d'une roue est un nombre entier de dents sur toute la circonférence de la roue. Dans le cas d'engrenages cylindriques à denture extérieure, z doit être utilisé comme valeur positive, dans le cas d'engrenages à denture intérieure (engrenage creux) comme valeur négative ; pour la crémaillère, $|z| = \infty$.

La largeur de dent *b* est la distance entre les deux faces d'extrémité sur la surface de référence, à laquelle les déterminants de la denture sont liés comme une surface imaginaire (Figure 2.15). En règle générale, les cylindres de roulement des engrenages droits sont également la surface de référence et sont alors appelés cylindres partiels et l'engrenage droit comme engrenage zéro. Une section transversale du cylindre partiel donne le cercle primitif avec le diamètre du cercle primitif *d* comme taille géométriquement imaginaire. Sur le cercle primitif, le pas du cercle primitif *p* est défini comme la longueur de l'arc de cercle primitif entre deux flancs droit et gauche consécutifs. Le diamètre du cercle primitif peut être calculé à partir de la circonférence du cercle primitif d'une roue $C = \pi \cdot d = z \cdot p$.

$$d = \frac{p}{\pi} \cdot z = m \cdot z \tag{4}$$

Le module *m* est donc une variable dépendante du pas avec l'unité *mm*, à laquelle toutes les autres variables de l'engrenage sont liées. Un couple d'engrenages doit toujours avoir le même pas et donc le même module. En principe, les engrenages peuvent être fabriqués avec n'importe quel module. Cependant, afin de limiter la tenue d'outil et de faciliter l'interchangeabilité des engrenages, les valeurs des modules sont normalisées selon la norme.





Figure 2.15 : Paire de roues zéro : Appariement de deux roues zéro à denture extérieure avec un profil de référence commun

2.9 Formes des dents

2.9.1 Classification d'après la forme longitudinale des dents

Les trois principales formes de denture rencontrées pratiquement sont :

• Roue ou pignon cylindrique à denture droite (figure 2.8.a) : les dents sont parallèles à l'axe.

• *Roue ou pignon cylindrique à denture hélicoïdale* (figure 2.8.b) : les dents sont "enroulées" suivant des hélices.

• *Roue ou pignon cylindrique à denture en chevron* (figure 2.8.c) : la denture est constituée de deux parties hélicoïdales opposées.

Profil des dents

Nous appellerons *profil* la section des dents par tout plan normal à l'axe (figure 2.12). Nous ne considérerons dans cet ouvrage que le *profil en développante de cercle* qui est pratiquement le seul utilisé (il n'existe que de très rares exceptions : engrenages d'horlogerie par exemple).

2.9.2 Profils conjugués d'un engrenage.

Ligne d'action. Angle de pression

Engrenage extérieur

Les deux profils en contact pendant le mouvement sont appelés : *profils conjugués*, ils doivent satisfaire aux deux conditions impératives suivantes :

1. Ils doivent être tangents à chaque instant. Le contact ne doit jamais avoir lieu suivant des angles vifs.

2. Le rapport des vitesses angulaires doit rester rigoureusement constant.

La figure 2.13 été dessinée en groupant les figures 2.13.a et 2.13.b. Sur les deux arbres O_1 et O_2 , à l'entraxe *a*, sont montées deux poulies de diamètres respectifs d_{b1} et d_{b2} vérifiant la formule :

$$\frac{d_{b1}}{d_{b2}} = \frac{n_2}{n_1}$$
(5)

avec n_1 et n_2 nombres de tours par minute des deux arbres.

Une ficelle est enroulée sur les poulies à la manière d'une courroie croisée et est maintenue constamment tendue ; elle porte une pointe traceuse M en contact avec deux plaques respectivement fixées sur chacun des deux disques [29].



Figure 2.16 : Denture droite : continuité d'engrènement de l'engrenage extérieur [29]

Si nous faisons tourner les deux disques de telle sorte que la ficelle reste bien toujours tendue, la pointe dessine sur chacune des deux plaques les courbes P_1 et P_2 qui sont les deux profils conjugués : P_1 est la développante du cercle de diamètre d_{b1} ; P_2 est la développante du cercle de diamètre d_{b2} . Matérialisons d'une manière plus concrète l'engrenage en découpant les deux plaques suivant P_1 et P_2 respectivement, et amenons ces deux gabarits en contact (figure 2.16.b) : la ficelle ne sert plus à rien maintenant ; nous pouvons la retirer. (La figure 2.16.a) nous permet d'affirmer que les deux conditions 1 et 2 énoncées au début de ce paragraphe se trouvent bien réalisées.

Les deux cercles de diamètres d_{b1} et d_{b2} sont *les cercles de base de l'engrenage*. La tangente T_1T_2 à ces cercles (que matérialisait la ficelle dans la figure 2.16.a) est le lieu des points de contact successifs (positions successives de la pointe traceuse de la figure 2.16.a) : c'est la *ligne d'action*.

Il est facile de montrer que le point I où la ligne d'action coupe la ligne des centres est également le point où les deux *cercles primitifs*, de diamètre d_1 et d_2 , roulent sans glisser l'un sur l'autre. Nous avons en effet :

$$\frac{d_{I}}{d_{2}} = \frac{d_{bI}}{d_{b2}} = \frac{n_{2}}{n_{I}}$$
(6)

La vitesse du point de contact suivant la ligne d'action (vitesse de déplacement de la ficelle de la figure 2.16.a) est égale à la vitesse tangentielle (identique) de chacun des deux cercles de base (disques de la figure 2.16.a).

Menons la tangente en I aux deux cercles primitifs : on appelle « *angle de pression* » α l'angle de la ligne d'action avec cette tangente. Les deux profils conjugués sont tangents en M. La ligne d'action est normale aux conjugués en n'importe quel point de contact, ce qui signifie aussi que la tangente en M aux profils conjugués est normale à la ligne d'action. Nous avons la relation importante suivante :

$$r_b = r \cdot \cos\left(\alpha\right) \tag{7}$$

- Pour le pignon :

$$r_{bl} = r_l \cdot \cos\left(\alpha\right) \tag{8}$$

- Pour la roue :

$$r_{h2} = r_2 \cdot \cos(\alpha) \tag{9}$$

Remarque importante relative à l'engrenage à développante de cercle : une variation d'entraxe ne modifie pas le rapport constant des vitesses angulaires.

Considérons les figures 2.17.a et b, dans lesquelles nous avons des organes identiques :

— un pignon de rayon de base r_{b1} , avec développante P_1 ;

— une roue de rayon de base r_{b2} , avec développante P_2 .

En (a), l'entraxe de fonctionnement est a et en (b) il est a'.

Les rayons primitifs sont alors :

- en (*a*) :

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{r_{b1}}{r_{b2}}; r_1 + r_2 = a$$
(10)

- en (b) :

$$\frac{r'_{1}}{r'_{2}} = \frac{n_{2}}{n_{1}} = \frac{r_{b1}}{r_{b2}}; r'_{1} + r'_{2} = a'$$
(11)

En ce qui concerne les angles de pression α et α' , nous avons : en (a) :

$$\cos\alpha = \frac{r_{b1}}{r_1} = \frac{r_{b2}}{r_2} \tag{12}$$

- en (**b**) :

$$\cos \alpha' = \frac{r_{bl}}{r'_{l}} = \frac{r_{b2}}{r'_{2}}$$
(13)

Nous avons toujours :

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{r_{b1}}{r_{b2}} = Constant$$

2.10 Continuité d'engrènement

2.10.1 Denture droite

Engrenage extérieur

La figure 2.17 permet de suivre l'engrènement d'un couple de profils conjugués P_1 (menant) et P_2 (mené) [29]. Nous savons que la ligne d'action passe par le point de tangence I des deux cercles primitifs et est inclinée de la valeur de l'angle de pression α .

• *Début de l'engrènement* : le profil mené est attaqué par son sommet A (figure 2.17.a).

• *Période d'approche* : c'est la période comprise depuis le début de l'engrènement jusqu'au moment où le point de contact est en *I* (figure 2.17.b).

• *Longueur d'approche* : longueur de ligne d'action parcourue pendant la période d'approche (*gf* = *AI*).

• *Fin de l'engrènement* : le profil menant ne conduit plus que par son sommet *B* (figure 2.17.c).

• *Période de retraite* : c'est la période comprise depuis le moment où le point de contact est en I jusqu'à la fin de l'engrènement.

Longueur de retraite : longueur de ligne d'action parcourue pendant la période de retraite (ga = IB).

• Longueur de conduite (figure 2.17.d) :

$$g\alpha = AB = AI + IB = gf + ga$$
(8)

• *Arc de conduite* : arc dont ont roulé sans glisser l'un sur l'autre les deux cercles primitifs pendant tout l'engrènement :

$$g_t = \frac{g_\alpha}{\cos \alpha} \tag{9}$$

• Rapport de conduite :

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{g_{\alpha}}{p_b} = \frac{g_t}{p} \tag{10}$$

Il faut obligatoirement que la longueur de conduite soit supérieure au pas de base p_b :

$$g_{\alpha} \rangle p_{b}$$
; donc $g_{t} \rangle p$

pratiquement, $\varepsilon_{\alpha} > 1,25$.

Sur la figure 2.17.d sont représentées les zones où il n'y a qu'un seul couple en contact et celles où deux couples se partagent la charge. Il faut savoir qu'il y a intérêt à avoir la plus grande valeur du rapport de conduite pour la capacité de charge et le silence de fonctionnement.



Figure 2.17 : Denture droite : continuité d'engrènement de l'engrenage extérieur

Sa valeur diminue au fur et à mesure que l'angle de pression augmente : la valeur de cet angle de pression ne doit donc pas être trop élevée pour les engrenages où l'on recherche avant tout le silence de fonctionnement. Il peut même se faire que l'on s'écarte parfois, pour certaines applications particulières, de l'angle de pression normalisé $\alpha = 20^{\circ}$.

Sa valeur est d'autant plus grande que les nombres de dents sont élevés.

2.11 Profil actif. Rayon actif de pied.

2.11.1 Profil utilisable. Profil de raccordement

Reprenons la figure 2.17 : le rayon actif de pied de l'organe menant (1) est R_A sur la figure 17*a*. Le rayon actif de pied de l'organe mené (2) est R_B sur la figure 2.17*c*. Si dans la figure 17a l'organe mené était remplacé par un outil, le point *A* serait alors le point limite du profil utilisable de l'organe menant, limite du profil en développante. En dessous de ce point, jusqu'au pied de dent, nous aurions le profil de raccordement de pied.

2.11.2. Interférences

Engrenage extérieur

Interférence géométrique

Les interférences sont des phénomènes qui se produisent soit durant l'opération de génération (taillage, rectification, etc.), soit durant l'engrènement d'un pignon avec une roue, dans des conditions défavorables telles que certaines parties utiles du profil se trouvent rognées par l'outil, ou que les profils conjugués du pignon et de la roue tendent à se pénétrer l'un l'autre à certains instants. Considérons pour commercer le cas le plus frappant des interférences de taillage. La figure 2.18 [29] schématise trois conditions de génération d'un pignon avec un outil circulaire de profil générateur P_0 .

a) Le point extrême d'action A_0 est situé entre I et T (figure 2.18.a). Le profil P du pignon est composé d'un arc de développante de cercle s'arrêtant en A_0 , et d'un certain profil de raccordement engendré par la pointe de l'outil. Comme le montre plus clairement le schéma de détail, le profil en développante ne va pas jusqu'au point Q où théoriquement il rencontre son cercle de base, C_b .

b) Le point extrême d'action A_0 est confondu avec T (figure 2.18.b) : le cercle de tête de l'outil passe par « le point d'interférence » du pignon. La partie en développante du profil P s'étend alors jusqu'au cercle de base, et nous sommes juste à la limite du phénomène d'interférence.

c) Le cercle de tête de l'outil passe au-delà du point d'interférence du pignon (Fig. 2.18.c) : il se produit alors le phénomène d'interférence. Ce phénomène se manifeste par un dégagement important du pied de la dent du pignon, avec raccordement par angle vif V avec la partie en développante ; nous constatons qu'en plus de l'affaiblissement de la résistance de la dent, il se produit une élimination de la partie Q_V de développante.

Le point T est souvent appelé « point d'interférence ».

Il faut éviter que le cercle de tête de l'organe conjugué, ou le cercle de tête (ou ligne primitive) actif de l'outil passe au-delà de ce point.

■ Interférence avec le profil de raccordement

L'opération de taillage définit le point A_0 limite du profil en développante (Figure 2.18.a). La figure 17.a défini le point actif de pied A. Il faut éviter d'avoir le rayon du point A plus petit que le rayon du point A_0 , sinon le contact pourrait se produire sur le raccordement de pied.

Lorsque le nombre de dents diminue ou lorsque l'angle de pression diminue, le point d'interférence *T* se rapproche du point primitif. Les risques d'interférences augmentent donc.



Figure 2.18 : Génération d'un pignon avec outil circulaire [29]

Dans les engrenages, on peut distinguer les éléments suivants qui affectent directement leurs fonctions de travail : les surfaces en développante du haut vers le bas des dents, le haut et le bas des dents, les couches de surface qui supportent la charge dans la zone d'engagement.

En raison d'erreurs de fabrication, d'assemblage et de déformation sous charge et de changements de température dans les dimensions, l'accouplement théoriquement exact des dents d'engrenage avec une disposition parallèle des axes de rotation des roues dentées devient inférieur au jeu latéral autorisé, l'épaisseur de la couche de lubrifiant est considérablement réduite et des interférences se produisent au point d'engagement (Figure 2.20).



Figure 2.19 : Contact tranchant des dents : a) mouvement du tranchant de la dent le long de la surface de la dent correspondante ; b) l'effet des erreurs d'engrènement sur le contact des dents

Le bord de la dent entre en contact avec la surface de contact en dehors de la ligne d'engagement (les surfaces n'ont pas de normale commune, mais il y a une pénétration de coin dans la surface) (Figure 2.19.a) [30]. Si le bord est tranchant, il détruira le film d'huile, et la vitesse la plus élevée de mouvement relatif du bord le long de la surface de la dent d'accouplement sur la tige assurera le décollement du film d'huile et le contact juvénile du bord et de la surface.

Lors de l'analyse du rôle des déformations sous charge et des changements de température dans les dimensions des pièces, ainsi que des erreurs d'engagement sur l'apparition et le développement du contact des bords, les points critiques suivants sur la partie active de la surface de la dent sont distingués pour une étude approfondie : K_1 et K_4 , indiqué dans la figure 2.20, la nature des processus dans lesquels résumés dans le tableau 2.1 [30] :



Figure 2.20 : L'emplacement des dents dans le contact du bord : a) à l'entrée de l'engagement ; b) à la sortie de l'engagement

où LZ est la ligne d'engagement, R est le pôle d'engagement.

Zones critiques de contact avec les bords	Caractéristiques et nature de l'impact
Les sommets des dents de l'engrenage (roue),	Il y a une vitesse de glissements maximaux des
les plus éloignés du pôle d'engagement (sur	surfaces de contact des dents et l'augmentation
le rayon du cercle des sommets Re1 et Re2).	associée de la température locale, une diminution
	de la viscosité de la couche de lubrifiant, etc.
Points d'impact d'entrée (impact de bord) et	Il y a une force d'impact et la montée subite de
de sortie (impact médian) des dents hors	température locale associée, ce qui réduit la
d'engagement en dehors du point de	viscosité de la couche de lubrifiant.
conception (en dehors de la ligne	
d'engagement) : K1 et K4.	
La section entre le point d'entrée d'impact K1	Cette section passe deux fois (en peu de temps) au
et le point de sortie de la ligne d'engagement	point de contact des dents : d'abord dans une
a_1 / - section K_1a_1 / à l'entrée du contact de	direction (en raclant le bord du haut de la dent de la
bord (Figure 2.20.a)	roue le long du profil de la jambe.
La section entre le point sur la ligne	Dent d'engrenage du point K1 au point a1. Après
d'engagement a2 / et le point de dégagement	cela, il y aura un changement instantané dans la
K_4 au contact du bord - section a_2 / K_4 (Fig.	direction du mouvement du point de contact le long
2.20.b)	de la surface latérale de la dent. Dans cette section,
	il y a roulement avec glissement des profils de
	denture à développante (vg max au point a_1 et min
	(0) au pôle denté P).

Tableau 2.1 : Points critiques d'interaction d'une paire de dents en contact du bord [30]



Chapitre 2 : Théorie des engrenages cylindriques droits

Figure 2.21 : Détérioration typique des surfaces de travail des engrenages à grande vitesse [30] :
a) localisation des éraflures sur un engrenage cimenté ;
b) répartition des contraintes dans les éléments dentés de la roue motrice

Pour augmenter la douceur des engrenages, ce qui affecte la précision de positionnement, réduit l'usure de rodage, le bruit, élimine le grippage prématuré et, finalement, pour augmenter la ressource, il est évidemment nécessaire d'éliminer l'interaction des bords des dents, ce qui provoque une augmentation d'usure des dents. Cette exigence est particulièrement importante pour les transmissions à grande vitesse, très chargées et très ingénieuses, ce qui est confirmé par les données expérimentales et industrielles fournies dans les études d'auteurs russes et étrangers.

L'expérience de l'industrie aéronautique, les connaissances théoriques et les données expérimentales indiquent la nécessité d'arrondir et de contrôler soigneusement les bords longitudinaux des dents, de s'éloigner du congé initial de l'engrenage, d'appliquer le profil et la modification longitudinale (bordement, couronnement - profil en forme de tonneau) et différents contours.

Les difficultés de profilage des outils et de réglage des machines de modification de surface dentée, la complexité de la commande des engrenages modifiés, la gamme multiproduits des engrenages, la variété des facteurs d'engagement (vitesse, charge, mode opératoire, rigidité du système) rendent difficile la choisir les paramètres de modification. Par conséquent, la tâche de développer des méthodes d'évaluation de la résistance à l'extrême pression des dents au stade de la conception de l'engrenage est une tâche urgente, permettant au concepteur, si nécessaire, de corriger les paramètres de l'engrenage conçu afin de garantir sa résistance à l'extrême pression.

2.12 Théories de base et critères d'évaluation du risque de grippage.

Les critères de risque de grippage permettent d'évaluer la résistance à l'extrême pression des dents. Actuellement, un certain nombre de critères sont connus, à la valeur desquels il est proposé de juger du risque de coincement. Tous sont directement ou indirectement liés à la destruction du film lubrifiant dans la zone de contact.

Actuellement, il n'existe pas de critère généralement accepté qui caractérise sans ambiguïté le risque de grippage sous différents modes de frottement et conditions de lubrification.

Les machines à rouleaux simulent les conditions de contact des surfaces de travail des dents sur des rouleaux rotatifs chargés mutuellement (Figure 2.22) :



Figure 2.22 : Analogie de l'engrenage à rouleaux [30] *: a) modélisation de l'engrenage ; b) échantillons cylindriques*

2.13 Les engrenages et la norme ISO

L'ISO [31] est l'Organisation Internationale de Normalisation. Comme par exemple : l'<u>ISO 1328-1</u> qui a été élaborée par le comité technique ISO/TC 60 des *Engrenages*. Cette deuxième édition annule et remplace la première édition (<u>ISO 1328-1:1995</u>), qui a fait l'objet d'une révision technique. Elle comprend, en particulier, les modifications principales suivantes:

— le domaine d'application a été étendu ;

- les équations définissant les tolérances de flanc ont fait l'objet de révisions ;

 des annexes ont été ajoutées pour décrire des méthodes d'analyse additionnelles des corrections de profils et d'hélice ;

 — l'évaluation du faux-rond, traité précédemment dans l'<u>ISO 1328-2</u>, a été réinsérée dans la présente partie de la norme.

1) Domaine d'application

La présente partie de l'<u>ISO 1328</u> établit un système de classification des tolérances relatives à la fabrication et l'évaluation de conformité des flancs des roues dentées cylindriques avec un profil en développante de cercle. Elle donne les définitions des termes relatifs aux tolérances des flancs des dentures, la structure du système de classes de tolérances et les valeurs admissibles.

La présente partie de l'<u>ISO 1328</u> fournit une référence de tolérances uniformes pour le bénéfice réciproque du fabricant et de l'acquéreur d'engrenages.

2) Références normatives

Les documents suivants, en tout ou partie, sont référencés de manière normative dans le présent document et sont indispensables à son application. Pour les références datées, seule l'édition citée s'applique. Pour les références non datées, la dernière édition du document de référence s'applique (y compris les éventuels amendements).

- <u>ISO 701</u>, Notation internationale des engrenages Symboles géométriques
- ISO 1122-1, Vocabulaire des engrenages Partie 1 : Définitions géométriques
- <u>ISO 1328-2</u>, Engrenages cylindriques Système ISO de précision Partie 2 : Définitions et valeurs admissibles des écarts composés radiaux et information sur le faux-rond
- <u>ISO/TR 10064-1</u>, Code pratique de réception Partie 1 : Contrôle relatif aux flancs homologues de la denture
- <u>ISO/TS 16610-1</u>, Spécification géométrique des produits (GPS) Filtrage Partie 1
 : Vue d'ensemble et concepts de base

- <u>ISO 16610-21</u>, Spécification géométrique des produits (GPS) Filtrage Partie 21
 : Filtres de profil linéaires : Filtres gaussiens
- <u>ISO 21771</u>, Engrenages Roues et engrenages cylindriques à développante Concepts et géométrie

3) Termes, définitions et symboles

3.1 Termes et symboles fondamentaux

NOTE 1 Pour d'autres définitions des termes de la géométrie des engrenages, voir l'<u>ISO 701</u>, l'<u>ISO 1122-1</u> et l'<u>ISO 21771</u>.

NOTE 2 Certains des symboles et des termes contenus dans la présente partie de l'<u>ISO 1328</u> peuvent différer de ceux utilisés dans d'autres documents et Normes internationales.

3.2 Dimensions générales

3.2.1 Diamètre de référence

d diamètre du cercle de référence

Note 1 à l'article : Le diamètre de référence sert à calculer les valeurs des tolérances.

Note 2 à l'article : Voir l'ISO 21771 : 2007, 4.2.4.

3.2.2 Diamètre de mesurage

 $d_{\rm M}$ diamètre du cercle concentrique à l'<u>axe de référence (3.2.7)</u>, là où le palpeur est en contact avec les flancs de dents pendant la mesure de l'hélice, du pas ou des écarts d'épaisseur de dent

Note 1 à l'article : Le diamètre de mesurage se situe, en général, vers le milieu du flanc. Note 2 à l'article : Voir l'ISO/TR 10064-3.

3.2.3 Longueur d'onde de coupure du filtre de forme du profil

 λ_{α} longueur d'onde où 50 % de l'amplitude des données de mesure du profil en développante est transmis comme résultat du filtre gaussien passe-bas n'incluant, de ce fait, que les écarts d'onde les plus longues

Note 1 à l'article : Voir 4.4.6 et l'<u>Annexe C</u>.

3.2.4 Longueur d'onde de coupure du filtre de forme de l'hélice

 $\lambda\beta$ longueur d'onde où 50 % de l'amplitude des données de mesure de l'hélice est transmis comme résultat du filtre gaussien passe-bas n'incluant, de ce fait, que les écarts d'onde les plus longues

Note 1 à l'article : Voir 4.4.6 et l'<u>Annexe C</u>.

3.2.5 Longueur de roulement

Distance linéaire le long d'une ligne tangente au cercle de base depuis son point de contact avec le cercle de base jusqu'au point donné sur le profil en développante dans le plan apparent

Note 1 à l'article : La longueur de roulement est une alternative à l'angle de roulement pour la spécification des positions du diamètre choisi sur un profil en développante. **Note 2** à l'article : Voir Figure 1 et l'ISO 21771:2007, 4.3.8

3.2.6 Longueur de la ligne de conduite

 g_a longueur de roulement (3.2.5) depuis le diamètre actif de pied, d_{Nf} , jusqu'au diamètre de forme de tête, d_{Fa} , ou au point où se fini le contact en raison du dégagement de la partie d'engrènement (fin du profil actif).

3.2.7 Axe de référence

Axe par rapport auquel les détails de la roue dentée, et notamment le pas, le profil et les tolérances d'hélice sont définis

Note 1 à l'article : L'axe de référence de la roue est défini par les surfaces de référence.

Note 2 à l'article : Voir l'ISO/TR 10064-3.



Figure 2.23 : Diamètres et longueur de la trajectoire de roulement pour une paire d'engrenages extérieurs [31]

Légende

La	Longueur d'évaluation du profil		
Points sur	la ligne d'action	Dia	mètres
A	point de tête	d_{a}	diamètre de tête
C_{f}	point de contrôle du profil	d_{b}	diamètre de base
$F_{\rm f}$	point de forme de pied	$d_{\rm Cf}$	diamètre de contrôle du profil
F_{a}	point de forme de tête	d_{Fa}	diamètre de forme de tête
$N_{\rm f}$	point de départ du profil actif	$d_{\rm Ff}$	diamètre de forme de pied
Т	point de tangente au cercle de base	$d_{\rm Nf}$	diamètre de départ du profil actif
	ligne d'action		

NOTE : Les diamètres sur les roues conjuguées ont les mêmes symboles mais des valeurs différentes.

Chapitre 3

Calcul des engrenages droits

3.1 Engrenages cylindriques droits

Une transmission par engrenages à axes parallèles, dont les roues ont des surfaces le long du diamètre des protubérances est dite cylindrique.

Les réducteurs de vitesses à engrenages cylindrique droit se composent de deux ou plusieurs paires d'engrenages à dentures droites (Fig. 3.1). Cette transmission est la plus facile à fabriquer. Elle est appliquée à la fois dans la production ouverte et fermée.



Figure 3.1 : Vue générale d'un réducteur et de l'engrenage cylindrique droit

Les réducteurs à un sel étage diffère du reste des réducteurs par le nombre d'étages et la position des arbres.

Parmi les réducteurs de vitesses de ce type, les plus courantes sont les horizontaux (Fig. 3.1.a). Un réducteur de vitesses vertical à un étage est illustré à la figure 3.1.b. Les réducteurs de vitesses horizontaux et verticaux sont disponibles avec des engrenages droits, hélicoïdaux ou à chevrons. Les boîtiers sont souvent en fonte, moins souvent en acier soudé. En production de masse, il est conseillé d'utiliser des boîtiers en fonte. Les arbres sont montés sur paliers à roulement ou à glissement. Ces derniers sont généralement utilisés dans les réducteurs de vitesses lourds.

Les possibilités d'agencement des réducteurs à un étage sont limitées et diffèrent par l'emplacement des axes d'arbres dans l'espace. Gamme de rapports de réduction u = 1, 6...6, 3.

Le rapport de démultiplication maximal d'un réducteur de vitesses droit à un étage selon la norme russe $u_{max} = 12,5$. La hauteur d'un réducteur de vitesses à un étage avec un tel rapport ou un rapport de démultiplication proche est supérieure à celle d'un réducteur de vitesses à deux étages avec la même valeur. Par conséquent, dans la pratique, le réducteur de vitesses avec des rapports de démultiplication proches du maximum sont rarement utilisés, limités moins de 6. La construction de machines peut produire des réducteurs horizontaux à un étage de grands entraxes allant de $300 \div 1000$ mm avec des rapports de vitesses $u = 2,53 \div 8,0$.

Un schéma cinématique, un dessin de vue générale sans troisième projection et une vue générale en perspective sont illustrés à la figure 3.2.

Un réducteur de vitesses pour les applications générales de construction de machines est un réducteur de vitesses réalisé comme une unité indépendante, conçue pour entraîner diverses machines et mécanismes et répondant à un ensemble d'exigences techniques.

Les réducteurs de vitesses pour les applications générales de construction de machines, malgré des différences structurelles, sont similaires en ce qui concerne leurs principales caractéristiques techniques et économiques : faibles vitesses circonférentielles, exigences moyennes en matière de fiabilité, de précision et de consommation de métal avec des exigences accrues en matière d'intensité de main-d'œuvre et de coût de fabrication. Cela les distingue des réducteurs de vitesses spéciaux (avion, bateau, automobile, etc.), conçues pour répondre aux exigences spécifiques propres à chaque branche de l'agriculture.

Les caractéristiques externes (consommateurs) des réducteurs de vitesses de chaque type sont déterminées comme suit :

- schéma cinématique du réducteur de vitesses,
- rapport de démultiplication *u* (vitesse de rotation de l'arbre de sortie),
- couple sur l'arbre de sortie,
- charge en porte-à-faux admissible sur l'arbre de sortie,
- caractéristique de puissance d réducteur de vitesses,
- coefficient de performance.

Selon la norme GOST 16162-86E, les réducteurs de vitesses pour les applications générales de construction de machines comprennent :

- cylindrique à un, deux et trois étages avec entraxe de l'étage lent $a_{\omega t} \le 710 \text{ mm}$;

- planétaire cylindrique à un et deux étages avec un rayon de localisation des axes des porte-satellites de l'étage à basse vitesse $r \le 200$ mm ;

- conique à un étage avec un diamètre nominal extérieur primitif de la roue entraînée $d_{vm} \le 630 \text{ mm}$;
- conique -cylindrique à deux et trois étages avec entraxe de l'étage lent $a_{\omega t} \le 250 \text{ mm}$;
- bi-étagé cylindrique à vis sans fin avec entraxe de l'étage lent $a_{\omega t} \le 250$ mm.





Figure 3.2 : Vue générale à coupes locales, un schéma, une vue en coupe et en perspective

Conformément à la norme Russe, les réducteurs et motoréducteurs à usage sont classés selon :

- le type d'engins utilisés (engrenage, vis sans fin ou engrenage -vis sans fin) ;
- nombre d'étages (à un étage, à deux étages, etc.) ;

 disposition mutuelle des axes géométriques des arbres d'entrée et de sortie dans l'espace (horizontal et vertical);

- type d'engrenages (cylindrique, conique, conique -cylindrique, etc.) ;

- le mode de fixation du réducteur de vitesses (sur des pieds attachés ou sur une plaque, une bride du côté de l'arbre d'entrée / sortie avec une buse) ;

- emplacement de l'axe de l'arbre de sortie par rapport au plan de la base et à l'axe de l'arbre d'entrée (côté, bas, haut) et nombre d'extrémités d'entrée et de sortie des arbres.

- caractéristiques du schéma cinématique (déployé, coaxial, à étage fourchu, etc.).

Le type et la conception de la boîte de vitesses sont déterminés par le type, l'emplacement et le nombre de ses engrenages individuels (étages).

Le réducteur à engrenages le plus simple est un mono étage (cylindrique (Fig. 3.1,)). Utilisé pour les petits rapports de démultiplication $i \le 8 \dots 10$, généralement $i \le 6,3$.

3.2 Données du projet

Un schéma cinématique du réducteur de l'engrenage à étudier est représenté sur la figure 3.2.



Figure 3.3 : Schéma cinématique de l'engrenage droit dans le contexte d'une commande mécanique

- Puissance du moteur électrique (puissance d'entrée du réducteur) $P_e = P_1 : 11,00 \text{ kW};$
- Vitesse du moteur électrique (vitesse d'entrée du réducteur) n_e : 1500 tr/min ;
- Nombre de dents proposés de l'engrenage : $z_1 = 20$ et $z_2 = 50$;

- Les rendements des couples cinématiques du réducteur : des valeurs approximatives, compte tenu des pertes mécaniques dans l'accouplement, l'engrenage et les roulements, où :

 η_{Eng} - rendement de l'engrenage = 0,96, η_{Acc} - rendement de l'accouplement d'entrée du réducteur = 0,98, η_{PdR} - rendement par paire de roulements des supports du réducteur de vitesses = 0,99 ;

- Facteurs d'exploitation de l'engrenage : *L* nombre d'années de travail = 7 *ans*, K_{an} coefficient d'utilisation annuelle de la transmission = 0,82, K_{jour} coefficient d'utilisation quotidienne de la transmission = 0,65 ;

- D'autres données seront fournies au fur et à mesure des calculs.

Type de transmission	η
Engrenages à roues dentées (à supports, fermés) :	
Cylindrique	0,960,98
Conique	0,950,97
Engrenages planétaire (fermé) :	
en un seul étage	0,90,95
en deux étages	0,850,9
Vis sans fin (fermée) à rapport d'engrenage :	
St. 30	0,70,8
St. 14 à 30	0,750,85
St. 8 à 14	0,80,9
Courroies (tous types)	0,940,96
Chaînes	0,920,95
Accouplements	0,98
Roulements (une paire)	0,99

Tableau 3.1 : Rendement des couples cinématiques

3.3 Calculs préliminaires

3.3.1 Entraxe préliminaire

Le calcul d'avant-projet de l'entraxe (a_w) de l'engrenage est déterminé selon la méthode de Dunaev [32] qui permet d'évaluer une valeur préliminaire de a_w' en utilisant la formule suivante :

$$a'_{\omega} = K(u+1)\sqrt[3]{\frac{Mt_1}{u}}.$$
 (3.1)

On doit définir chaque paramètre de la formule et nous allons démarrer avec le coefficient K qui dépendant de la dureté des surfaces en contact H_1 et H_2 des dents du pignon et de la roue, respectivement.

$H_1 \leq 350 \ HB$	$H_1 \ge 45 \ HRC_e$	$H_1 \ge 45 \ HRC_e$
$H_2 \leq 350 \ HB$	$\rm H_2 \leq 350 \; HB$	$\rm H_2 \geq 45 \; HRC_e$
10	8	6
	$H_1 \leq 350 \text{ HB}$ $H_2 \leq 350 \text{ HB}$ 10	$H_1 \le 350 \text{ HB}$ $H_1 \ge 45 \text{ HRC}_e$ $H_2 \le 350 \text{ HB}$ $H_2 \le 350 \text{ HB}$ 10 8

Tableau 3.2 : Détermination du coefficient K en fonction de la dureté

Les duretés des surfaces du pignon et celle de la roue supposée respectivement : $H_1 \le 350 \text{ HB}$ et $H_2 \le 350 \text{ HB}$, de sorte que le facteur K est doit être de 10. Pour déterminer le rapport des vitesses du réducteur (u) : on doit tout d'abord déterminer la fréquence (n_2) de sortie du réducteur :

$$u = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}$$
(3.2)

$$\Rightarrow n_2 = \frac{n_1}{u} \tag{3.3}$$

u est le rapport des vitesses du réducteur :

$$u = \frac{z_2}{z_1},$$

$$u = \frac{50}{20} = 2,5.$$
(3.4)

D'après le tableau 3.4 notre rapport de vitesse se retrouve dans la catégorie des types de transmissions à étage de petite vitesse dans tous les réducteurs de vitesses (u_t).

Calcul couple moteur (Mt_1) d'entrée :

$$Mt_{1} = 9,55 \cdot \frac{P_{1}}{n_{1}},$$

$$Mt_{1} = 9,55 \cdot \frac{11 \cdot 10^{3}}{1500} = 70,03 \text{ Nm}.$$
(3.5)

Le degré de précision permet de calculer l'entraxe préliminaire :

$$a'_{\omega} = 10 \cdot (2,5+1) \cdot \sqrt[3]{\frac{70,03}{2,5}} = 106,30 \text{ mm}.$$

Mais le tableau 3.3 indique la précision en fonction de la vitesse circonférentielle de l'engrenage, ce qui mène à calculer cette vitesse :

$$v_{I} = \frac{\pi d_{I} \cdot n_{I}}{60 \cdot 10^{3}},$$

$$v_{I} = \frac{2 \cdot \pi \cdot a_{w}' \cdot n_{I}}{60 \cdot 10^{3} \cdot (u+1)},$$

$$v_{I} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 106, 30 \cdot 1500}{60 \cdot 10^{3} (2.5+1)} = 4.77 \text{ m/s}.$$
(3.6)

À vitesse circonférentielle de 4,77 m/s (ce qui est inférieur à 6 m/s), on sélectionne le nouveau degré de précision qui est de 8 (voir tableau 3.3) :

	Vitesse circonférentielle admissible v, m/s, roues			
Degré de précision	Dentures droite		Dents inclinées	
	Cylindrique	Conique	Cylindrique	Conique
6 (engrenages de haute précision)	Jusqu'à 20	Jusqu'à 12	Jusqu'à 30	Jusqu'à 20
7 (transmissions de précision normale)	Jusqu'à 12	Jusqu'à 8	Jusqu'à 20	Jusqu'à 10
8 (engrenages de précision réduite)	Jusqu'à 6	Jusqu'à 4	Jusqu'à 10	Jusqu'à 7
9 (transmissions de faible précision)	Jusqu'à 2	Jusqu'à 1,5	Jusqu'à 4	Jusqu'à 3

Tableau 3.3 : Détermination du degré de précision en fonction de la vitesse circonférentielle

3.3.2 L'entraxe de conception

Il faut savoir que la formule d'avant-projet de l'entraxe fournie par beaucoup références de la littérature internationale et notamment russe est donné par :

$$a_{\omega} = K_a \left(u \pm l \right)_{3} \frac{K_H \cdot M t_l}{\psi_{ba} \cdot u \cdot \left[\sigma_H \right]^2}, \qquad (3.7)$$

où $K_a = 450$ pour les engrenages droits, ψ_{ba} facteur de largeur des dents est tiré d'un certain nombre de nombres standard : 0,1 ; 0,15 ; 0,2 ; 0,25 ; 0,315 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,63 selon la position des roues par rapport aux supports pour une disposition symétrique 0,315 ... 0,5. Pour les engrenages cylindriques droit $\psi_{ba} = 0,4 \dots 0,63$; acceptons $\psi_{ba} = 0,4$ selon les deux intervalles. Cette relation est basée principalement sur l'aptitude du matériau des dents à résister contact $[\sigma_H]$ en l'occurrence la dureté des surfaces de contact et bien d'autres paramètres qu'on verra par la suite.

Tuna da tuansmission	Dunatá das dants	Rapport de démultiplication	
Type ae transmission	Durele des denis	и	Umax
Cylindrique denté :			
Étage de petite vitesse dans tous les réducteurs	\leq 350 HB	2,5 5,6	6.3
de vitesses (u_t)	40 56 HRC _e	2.5 5.6	6.3
	56 63 HRCe	2 4	5.6
	≤ 350HB	3.15 5.6	8
Étage à grande vitesse dans les réducteurs selon	40 56 HRC _e	3.15 5	7.1
le schéma développé (u_b)	56 63 HRCe	2.5 4	6.3
	≤ 350HB	4 6.3	8
Étage à grande vitesse dans un réducteur de	40 56 HRC _e	4 6.3	7.1
vitesses coaxial (u_b)	56 63 HRC _e	3.15 5	6.3
N'importe quelle transmission	-	1 2,5	3.15
	< 350 HB	1 4	6.3
Engrenage conique	\geq 40 HRC _e	1 4	5
Vis sans fin	-	16 50	80
Chaîne	-	1.5 3	4
Courroies	-	2 3	5

Tableau 3.4 : Rapport de	vitesses en	fonction de la	dureté de l	'engrenage
11		/		0 0

D'après Dunaev [32] on peut trouver un moteur électrique de performances du tableau 3.5 :

 $P = 11 \ kW$ et $n = 1500 \rightarrow 132$ M4 à 1447 tr/min.

 Tableau 3.5 : Caractéristiques techniques des moteurs électrique d'une série Russe

 (Type/vitesse asynchrone, min⁻¹)

Puissance	Fréquences synchrones min ⁻¹				
P, kW	3000	1500	1000	750	
0,37			71A6/915		
0,55		71A4/1357	71B6/915		
0,75	71A2/2820	71B4/1350	80A6/920	90LA8/695	
1,10	71B2/2805	80A4/1395	80B6/920	90LB8/695	
1,50	80A2/2850	80B4/1395	90L6/925	100L8/702	
2,20	80B2/2850	90L4/1395	100L6/945	112MA8/709	
3,00	90L2/2850	100S4/1410	112MA6/950	112MB8/709	
4,00	100S2/2850	100L4/1410	112MB6/950	132S8/716	
5,50	100L2/2850	112M4/1432	13286/960	132M8/712	
7,50	112M2/2895	132S4/1440	132M6/960	$160S8/727^{3}$	
11,00	132M2/2910	132M4/1447	160S6/970 ⁴	160M8/727 ³	
15,00	160S2/2910 ¹	16084/1455 ²	160M6/970 ⁵	180M8/731	
18,50	160M2/2910 ¹	160M4/1455 ²	180M6/980 ³		
22,00	18052/2919 ¹	180S4/1462 ³			
30,00	180M2/29251	$180M4/1470^{1}$			

Remarques : 1. Rapport du couple maximal sur la valeur nominale Tmax/T = 2,2; pour ceux marqués de signes

¹ Tmax/T =2,7 ; ² – Tmax/T = 2,9 ; ³ – Tmax/T = 2,4 ; ⁴ – Tmax/T = 2,5 ; ⁵ - Tmax/T = 2,6. 2. Un exemple de désignation de moteur : "Moteur AIR100L2 TU 16-525.564-84"
3.3.3 Sélection de la dureté, du traitement thermique et du matériau de la roue

En fonction du type de produit, des conditions de son fonctionnement et des exigences d'encombrement, la dureté nécessaire des roues et des matériaux pour leur fabrication est sélectionnée. Pour la transmission de puissance, l'acier est le plus souvent utilisé. Les pignons à engrenages en acier ont un poids et des dimensions minimum, les plus faibles, ce qui dépend à son tour de la nuance d'acier et de l'option de traitement thermique (tableau 3.6).

En pratique, les options de traitement thermique (ainsi) suivantes sont principalement utilisées: I – Pour les roues - amélioration, dureté 235 ... 262 HB ; pour les pignons - amélioration, dureté 269 ... 302 HB. Les nuances d'acier sont les mêmes pour la roue et l'engrenage : 45, 40X, 35 XM, etc. Les dents des roues en aciers améliorés sont bien rodées et ne sont pas sujettes à la rupture fragile, mais ont une capacité de charge limitée. Utilisé dans les engrenages légers et moyennement chargés.

II – Pour les roues - amélioration, dureté 269 ... 302 HB ; pour les pignons - amélioration et durcissement HDTV, dureté superficielle en fonction de la nuance d'acier (voir tableau 3.3) 45 ... 50 HRCe, 48 ... 53 HRCe. La dureté du noyau de la dent répond à l'exigence d'amélioration du traitement thermique. Les nuances d'acier sont les mêmes pour la roue et le pignon : 40X, 40XH, 35XM, etc.

Nuance d'acier	ce d'acier Traitement thermique		limites de e, mm	Dureté a	σu, MPa	
			S_{pr}	Au cœur	À la surface	
45	Amélioration	125	80	235-262 HB	235-262 HB	540
	Amélioration	80	50	269-302 HB	269-302 HB	650
40x	Amélioration	200	125	235-262 HB	235-262 HB	640
	Amélioration	125	80	269-302 HB	269-302 HB	750
	Amélioration et	125	80	269-302 HB	45-50 HRC _e	750
	Durcissement HDTV					
40XH, 35XM	Amélioration	315	200	235-262 HB	235-262 HB	630
	Amélioration	200	125	269-302 HB	269-302 HB	750
	Amélioration et	200	125	269-302 HB	48-53 HRC _e	750
	durcissement HDTV					
40XHMA,	Amélioration et	125	80	269-302 HB	50-56 HRCe	780
38X2MYUA	nitruration					
20X, 20XH2M,	Amélioration,	200	125	300-400 HB	56-63 HRCe	800
18HGT,	cémentation et					
12XH3A,25HGM	trempe					

Tableau 3.6 : Détermination de la dureté en fonction du choix de matériau et du traitement thermique

III – Pour les roues et les pignons, mêmes chose - amélioration et durcissement HDTV, dureté de surface : 45 ... 50 HRC_e, 48 ... 53 HRC_e. Les nuances d'acier sont les mêmes pour la roue et les pignons : 40X, 40XH, 35XM, etc.

IV – Pour les roues - amélioration et durcissement HDTV, dureté superficielle en fonction de la nuance d'acier (tableau 3.4) $45 \dots 50 \ HRC_e$, $48 \dots 53 \ HRC_e$; pour les pignons - amélioration, carburation et trempe, dureté superficielle $56 \dots 63 \ HRC_e$. Matériau de l'engrenage - nuances d'acier 20X, 20XH2M, 18XGT, 12XH3A, etc.

V – Pour les roues et les engrenages, mêmes chose - amélioration, carburation et durcissement, dureté de surface 56 ... 63 HRC_e . La carburation (saturation de la surface en carbone) suivie de la trempe, associée à la dureté élevée des couches superficielles, assure également une résistance élevée à la flexion des dents. Les nuances d'acier sont les mêmes pour la roue et l'engrenage : 20Kh, 20KhN2M, 18KhGT, 12KhN3A, 25 KhGM, etc.

Pignon : Matériau – Acier 35XM – (34CD4) à traitement thermique d'amélioration.

- Dimensions limites de la pièce : $D_{pr} = 200 \text{ mm}, S_{pr} = 125 \text{ mm},$
- Dureté des dents : à cœur jusqu'à 302 HB, à la surface jusqu'à 302 HB,
- Contrainte ultime $\sigma_u = 750 MPa$.

Roue : Matériau - Acier 45 – (C45) à traitement thermique d'amélioration.

- Dimensions limites de la pièce : $D_{pr} = 125 \text{ mm}, S_{pr} = 80 \text{ mm},$
- Dureté des dents : à cœur jusqu'à 262 HB, à la surface jusqu'à 262 HB,
- Contrainte ultime $\sigma_u = 540 MPa$.

2.3.4 Détermination des contraintes de contact admissibles

Les contraintes de contact admissibles $[\sigma_{H1}]$ pour l'engrenage et $[\sigma_{H2}]$ pour la roue sont déterminées par la dépendance générale (mais avec la substitution des paramètres correspondants pour l'engrenage et la roue), en tenant compte de l'effet sur la force de contact de durabilité (ressource), rugosité des surfaces de contact des dents et vitesse circonférentielle:

$$[\sigma_{H}] = \frac{\sigma_{H,lim}}{S_{H}} \cdot Z_{N} \cdot Z_{R} \cdot Z_{V} \cdot K_{L} \cdot K_{x} \cdot K_{\omega}.$$
(3.8)

Le facteur de vie Z_N tient compte de l'influence de la ressource :

$$Z_{N} = \sqrt[6]{\frac{N_{HG}}{N_{k}}}$$

$$l \le Z_{N} \le Z_{N,max}$$
(3.9)

Le nombre de cycles N_{HG} correspondant à la rupture de la courbe de fatigue est déterminé par la dureté moyenne des surfaces dentaires :

$$N_{HG} = 30 \cdot HB_{mov}^{2,4} \le 120 \cdot 10^6, \qquad (3.10)$$

pour le pignon $HB_{moy} = 285,5$

$$N_{HGI} = 30 \cdot 285.5^{2,4} = 23473396,$$

pour la roue : $HB_{moy} = 248,5$

$$N_{HG2} = 30 \cdot 248, 5^{2,4} = 16823045$$
.

Transmission de la ressource N_k en nombre de cycles de changements de tension à une vitesse de rotation n_s et le temps de fonctionnement L_h , heure :

$$N_k = 60 \cdot n_s \cdot n_z \cdot L_h, \qquad (3.11)$$

où n_z est le nombre d'engagements de la dent de roue calculée dans l'un de ses tours (numériquement égal au nombre de roues engagées avec celle calculée).

La vitesse de sortie du réducteur :

$$n_2 = \frac{n_1}{u} = \frac{1500}{2.5} = 600 \ tr/min \ . \tag{3.12}$$

Dans le cas général, le temps total L_h (en heures) de l'opération de transmission est calculée par:

$$L_h = L \cdot 365 \cdot K_{an} \cdot 24 \cdot K_{jour}, \qquad (3.13)$$

où *L* est le nombre d'années de travail = 7 *ans* ; K_{an} est le coefficient d'utilisation annuelle de la transmission = 0,82 ; K_{jour} est le coefficient d'utilisation quotidienne de la transmission = 0,65. Le nombre d'engrenages n_s et pour la roue et pour le pignon dans ce cas est *1*.

$$L_h = 7 \cdot 365 \cdot 0,82 \cdot 24 \cdot 0,65 = 32683,56 \ h$$

Pour le pignon : $N_{kl} = 60.1500.1.32683,56 = 2941520400$

puisque $N_{kl} > N_{HG}$, alors on prend $N_{kl} = N_{HG} = 23483396$.

 Z_{NI} est considérée = 1.

Pour la roue :
$$N_{k2} = 60 \ 600 \ 1 \ 32683,56 = 1176608160.$$

puisque $N_{k2} > N_{HG}$, alors on accepte $N_{k2} = N_{HG} = 16823045$. Compte tenu que $Z_N = 1$.

Le coefficient Z_R qui tient compte de l'influence de la rugosité des surfaces de contact des dents, est pris pour une roue dentée avec une paire avec une surface plus rugueuse, en fonction du paramètre de rugosité Ra ($Z_R = 1 \dots 0,9$).

Les données pour la sélection des matériaux du pignon et de la roue sont données dans le tableau 3.4. Il est recommandé d'attribuer un acier de même nuance au pignon et à la roue, mais de fournir à la surface de la dent du pignon une dureté de 20 à 30 unités Brinell supérieure à celle de la roue par un traitement thermique approprié.

Les valeurs supérieures correspondent aux surfaces rectifiées et polies :

- $(Ra = 0, 63 \dots 1, 25 \ \mu m Z_R = 1;$
- $Ra = 0.95 \dots 2.5 \ \mu m \ -Z_R = 0.95$;
- $Ra > 2,5 \ \mu m Z_R = 0,9,$

acceptons Z_R pour le pignon et la roue égal à 0,95.

Le coefficient Z_V tient compte de l'influence de la vitesse périphérique v ($Z_V = 1 \dots 1, 15$). Des valeurs plus petites correspondent à des engrenages pleins fonctionnant à de faibles vitesses circonférentielles (v jusqu'à 5 m/s).

- $Z_V = 0.85 \cdot V^{0,1}$ pour $HB \le 350 \ HB$,
- $Z_V = 0.925 \cdot V^{0.05}$ pour HB > 350 HB.

Pour V = 4.77 m/s et $HB \le 350 \text{ HB}$,

$$Z_V = 0.85 \cdot V^{0,1} = Z_V = 0.85 \cdot 4.77^{0,1} = 0.99.$$
(3.14)

Pour les coefficients $K_L = 1$, $K_x = 1$ et $K_{\omega} = 1$.

Les valeurs minimales du facteur de sécurité pour les engrenages à structure de matériau homogène (améliorée, durcie en volume) $S_H = 1, 1$; pour roues dentées à trempe superficielle $S_H = 1, 2$. Pour le matériau choisi du pignon (amélioration), on accepte pour le matériau sélectionné de la roue (traitement thermique amélioré), on prend $S_{H2} = 1, 1$.

La limite d'endurance de contact $\sigma_{H,lim}$ est calculée par des formules empiriques en fonction du matériau et du mode de traitement thermique de l'engrenage et de la dureté moyenne (HB_{moy} ou $HRC_{e,moy}$) à la surface des dents (Tableau 3.7).

Tableau 3.7 : Détermination de la contrainte de contact limite en fonction du traitement thermique et de la dureté superficielle

Méthode de traitement thermique ou thermochimique	Dureté superficielle moyenne	Acier	$\sigma_{H,lim}, MPa$
Amélioration	< 350 HB	Carbone et alliage	$2 \text{ HB}_{moy} + 70$
Durcissement superficiel	40 56 HRC _e		17 HRC _{e,moy} + 200
Cimentation	> 56 HRC _e	Allié	23 HRC _{e,moy}
Nitruration	> 52 HRCe		1050

Pour la nuance d'acier choisie pour le pignon $35XM : HB_{moy} = 285.5 HB$, donc la contrainte limite admissible est obtenue du tableau 3.4 pour un durcissement superficiel :

$$\sigma_{H,lim \ l} = 2 \cdot HB_{moy} + 70 = 2 \cdot 285.5 + 70 = 641 \text{ MPa}.$$
(3.14)

Pour la nuance d'acier choisie pour la roue en acier 45 : $HB_{moy} = 248,5$ HB, donc la contrainte limite admissible est obtenue du tableau 3.4 pour une amélioration :

$$\sigma_{H,\lim 2} = 2HB_{moy} + 70 = 2 \cdot 248, 5 + 70 = 567 \text{ MPa}.$$
(3.15)

D'après la formule (3.8) :

Pour le pignon :

$$[\sigma_{_{HI}}] = \frac{641}{1,1} \cdot 1 \cdot 0,95 \cdot 0,99 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 548,055 \text{ MPa}$$

Pour la roue :

$$[\sigma_{_{H_2}}] = \frac{567}{1,1} \cdot 1 \cdot 0,95 \cdot 0,99 \cdot 1 \cdot 1 = 484,79 MPa$$

Pour les engrenages droits, la moindre des contraintes de contact admissibles obtenues pour le pignon $[\sigma_{H1}]$ et la roue $[\sigma_{H2}]$ est prise comme valeur calculée, c'est-à-dire $[\sigma_{H}] = \min$ $([\sigma_{H1}], [\sigma_{H2}])$. Acceptons la contrainte minimale admissible $[\sigma_{H}] = 484,79$ MPa.

Facteur de charge dans les calculs de force de contact :

$$K_{H} = K_{H\nu} \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta}. \tag{3.16}$$

Le coefficient K_{Hv} tient compte de la dynamique interne de chargement, principalement associée aux erreurs dans les pas d'engrenage et aux erreurs dans les profils des dents du pignon et de la roue. Les valeurs de K_{Hv} sont prises selon le tableau 3.8 en fonction du degré de précision de la transmission selon les normes en fonction de vitesse circonférentielle et de la dureté des surfaces.

Pour un degré de précision 8, vitesse circonférentielle maximale 4,77 m/s, dureté $HB \le 350$, nous acceptons après interpolation du tableau 3.8 la valeur $K_{Hv} = 1,229$.

Le coefficient $K_{H\beta}$ tient compte de la répartition inégale de la charge sur la longueur des lignes de contact, due aux erreurs de fabrication (erreurs de direction des dents) et aux déformations élastiques des arbres et des roulements. Les dents des engrenages peuvent être rodées : en raison de l'usure locale accrue, la répartition de la charge devient plus uniforme. Par conséquent, considérez les coefficients de répartition inégale de la charge dans la période initiale de travail $K_{H\beta}^0$ et après avoir couru dans $K_{H\beta}$.

Degré de	Dureté à la surface		Valeurs K _{Hv} à v, m/s						
précision	des dents de la roue	1	3	5	8	10			
(> 350 HB	1.02	1.06	1.10	1.16	1.20			
6	≤ 350HB	1.03	1.09	1.16	1.25	1.32			
7	> 350 HB	1.02	1.06	1.12	1.19	1.25			
	≤ 350HB	1.04	1.12	1.20	1.32	1.40			
Q	> 350 HB	1.03	1.09	1.15	1.24	1h30			
8	≤ 350HB	1.05	1.15	1.24	1.38	1.4			
9	> 350 HB	1.03	1.09	1.17	1.28	1,35			
	< 350HB	1.06	1.12	1.28	1.45	1.56			

Tableau 3.8 : Valeurs de K_{Hv} fonction de la précision et de la dureté

La valeur du coefficient $K_{H\beta}^0$ est prise selon le tableau 3.9, en fonction du coefficient $\psi_{bd} = b_2/d_1$, du schéma de transmission et de la dureté des dents. La largeur de la roue et le diamètre de l'engrenage n'étant pas encore déterminés, la valeur du coefficient ψ_{bd} est calculée approximativement :

$$\psi_{bd} = \psi_{ba} \cdot \frac{(u \pm 1)}{2}, \qquad (3.17)$$

$${}_{bd} = 0, 5 \cdot 0, 4 \cdot (2, 5 + 1) = 0, 7.$$

Le coefficient $K_{H\beta}$ est déterminé par la formule :

Ψ

$$K_{H\beta} = I + (K^{0}_{\ \ H\beta} - I) \cdot K_{HI}, \qquad (3.18)$$

où K_{H1} est un coefficient prenant en compte le rodage des dents, ses valeurs sont trouvées en fonction de la vitesse circonférentielle pour un engrenage de dureté moindre (tableau 3.10).

Le coefficient $K_{H\alpha}$ est déterminé par la formule :

$$K_{H\alpha} = l + (K^{0}_{\ \ H\alpha} - l) \cdot K_{H1}, \qquad (3.19)$$

La valeur initiale du coefficient $K^{0}_{H\alpha}$ de la répartition de la charge entre les dents due aux erreurs de fabrication (erreurs de pas d'engrenage et de direction de la dent) est déterminée en fonction du degré de précision ($n_{st} = 5, 6, 7, 8, 9$) selon les normes :

pour l'engrenages droits

$$K^{0}_{H\alpha} = l + 0.06 (n_{st} - 5), \qquad (3.20)$$

à condition que

$$1 \leq K^0_{H\alpha} \leq 1,25$$
;

alors;

$$K^0_{\ H\alpha} = l + 0,06(8 - 5) = l,18$$

Acceptons le coefficient K_{HI} selon le tableau (3.10) égal à (la valeur de dureté la plus proche selon le tableau 3.10) 0,41.

$$K_{H\alpha} = 1 + (1, 18 - 1) \cdot 0, 41 = 1,07$$

On prend le coefficient $K^0_{H\beta}$ selon le tableau 3.7 (schéma 6) égal à 1,03.

$$\begin{split} K_{H\beta} &= 1 + (1,03-1) \cdot 0, 41 = 1,01, \\ K_H &= 1,229 \cdot 1,01 \cdot 1,07 = 1,328 \,. \end{split}$$



Figure 3.4 : Schéma de transmission

)1(Dureté à la surface des		Les vale	urs de $K_{H\beta}^0$	pour le sc	héma de tr	ansmission	
Ψ_{bd}	dents de la roue	1	2	3	4	5	6	7
0,4	≤ 350HB > 350 HB	1.17 1.43	1.12 1.24	1.05 1.11	1.03 1.08	1.02 1.05	1.02 1.02	1.01 1.01
0,6	≤ 350HB > 350 HB	1.27	1.18 1.43	1.08 1.20	1.05 1.13	1.04 1.08	1.03 1.05	1.02 1.02
0,8	≤ 350HB > 350 HB	1,45 	1.27	1.12 1.28	1.08 1.20	1.05 1.13	1.03 1.07	1.02 1.04
1.0	≤ 350HB > 350 HB			1.15 1.38	1.10 1.27	1.07 1.18	1.04 1.11	1.02 1.06
1.2	≤ 350HB > 350 HB			1.18 1.48	1.13 1.34	1.08 1.25	1.06 1.15	1.03 1.08
1.4	≤ 350HB > 350 HB			1.23	1.17 1.42	1.12 1.31	1.08 1.20	1.04 1.12
1.6	≤ 350HB > 350 HB			1.28	1.20	1.15 	1.11 1.26	1.06 1.16

Tableau 3.9 : Valeurs de $K_{H\beta}^{0}$ pour le schéma de transmission selon la figure 3.2

Tableau 3.10 : Valeurs du coefficient K_{HI} en fonction de la vitesse
circonférentielle et de la dureté.

Dureté à la	Valeurs de K _{H1} à v, m/s						
surface de la dent	1	3	5	8	10	15	
200 HB	0,19	0,20	0,22	0,27	0,32	0,54	
250 HB	0,26	0,28	0,32	0,39	0,45	0,67	
300 HB	0,35	0,37	0,41	0,50	0,58	0,87	
350 HB	0,45	0,46	0,53	0,64	0,73	1,00	
43 HRCe	0,53	0,57	0,63	0,78	0,91	1,00	
47 HRCe	0,63	0,70	0,78	0,98	1,00	1,00	
51 HRC _e	0,71	0,90	1,00	1,00	1,00	1,00	
60 HRCe	0,80	0,90	1,00	1,00	1,00	1,00	

Au bout de la détermination des paramètres, l'entraxe est calculé par :

$$a_{\omega} = 450 \cdot (2,5+1) \sqrt[3]{\frac{1,328 \cdot 70,03}{0,4 \cdot 2,5 \cdot 484,79^2}} = 115,63 \text{ mm}.$$

la valeur calculée de l'entraxe est arrondie au multiple supérieur de cinq le plus proche, ou selon un nombre de grandeurs (tableau 3.8). Pour la production à grande échelle des réducteurs de vitesses, a_w est arrondi à la valeur standard la plus proche : 50 ; 63 ; 71 ; 80 ; 90 ; 100 ; 112 ; 125 ; 140 ; 160 ; 180 ; 200 ; 224 ; 250 ; 260 ; 280 ; 300 ; 320 ; 340 ; 360 ; 380 ; 400 millimètres. Acceptons $a_w = 125 \text{ mm}$.

3.3.5. Détermination des contraintes de flexion admissibles

Les contraintes de flexion admissibles des dents du pignon $[\sigma_{F1}]$ et de la roue $[\sigma_{F2}]$ sont déterminées par la dépendance générale (mais avec la substitution des paramètres correspondants pour l'engrenage et la roue), en tenant compte de l'influence sur la flexion la résistance à la fatigue de la durabilité (ressource), la rugosité de la surface du congé (surface de transition entre dents adjacentes) et l'inverse (application recto-verso) de la charge :

$$\left[\sigma_{F}\right] = \frac{\sigma_{F,lim}}{S_{F}} \cdot Y_{N} \cdot Y_{R} \cdot Y_{A}.$$
(3.21)

(3.22)

Le facteur de vie Y_N prend en compte l'influence de la ressource :

$$Y_N = \sqrt[q]{\frac{N_{FG}}{N_k}}$$

où

$$l \leq Y_N \leq Y_{N,max}$$

où $Y_{Nmax} = 4$ et q = 6 pour les engrenages améliorés ; $Y_{Nmax} = 2,5$ et q = 9 pour les dents trempées et trempées superficiellement. Le nombre de cycles correspondant à une rupture de la courbe de fatigue, $N_{FG} = 4 \ 10^6$. Pour le matériau choisi du pignon (amélioration) et pour la roue sélectionné (amélioration), nous acceptons $Y_{Nmax,1} = Y_{Nmax,2} = 4$ et $q_{1,2} = 6$.

La donnée affectée N_k est calculée de la même manière que dans les calculs des contraintes de contact. Conformément à la courbe de fatigue, les contraintes σ_F ne peuvent avoir des valeurs inférieures à $\sigma_{F,lim}$. Par conséquent, lorsque $N_k > N_{sub} > N_{FG}$, on prend $N_k = N_{FG}$. Pour les transmissions à grande vitesse de longue durée, $N_k \ge N_{FG}$ et donc, $Y_N = I$, qui prend en compte le premier signe d'inégalité dans l'équation (2). Le deuxième signe de l'inégalité limite les contraintes admissibles en fonction de la condition d'empêcher la déformation plastique ou la rupture fragile de la dent.

Pour le pignon :

$$N_{kl} = 60 \cdot 1500 \cdot 1 \cdot 32683, 56 = 2941520400$$

Puisque $N_{kl} > N_{FG}$, alors on prend $N_{kl} = N_{FG} = 4 \ 10^6$.

 $Y_{NI} = 1.$

Pour la roue :

$$N_{k2} = 60 \ 600 \ 1 \ 32683, 56 = 1176608160.$$

Parce que $N_{k2} > N_{FG}$, alors nous acceptons $N_{k2} = N_{FG} = 4 \ 10^6$.

 $Y_{N2} = 1.$

Le coefficient Y_R , qui tient compte de l'effet de la rugosité de la surface de transition entre les dents, est pris : $Y_R = I$ lors d'une rectification et d'un fraisage d'engrenages avec un paramètre de rugosité $R_Z \le 40 \ \mu m$; $Y_R = 1,05 \dots 1,2$ lors du polissage (grandes valeurs lors de l'amélioration et après durcissement du HDTV). Acceptons $Y_R = 1,1$.

Le coefficient Y_A tient compte de l'influence de l'application bilatérale de la charge (inverse). Avec application de charge unilatérale $Y_A = I$. Avec chargement inverse et la même charge et le nombre de cycles de chargement dans les sens avant et arrière (par exemple, dents satellites dans un engrenage planétaire) : $Y_A = 0,65$ - pour les aciers normalisés et améliorés ; $Y_A = 0,75$ - pour les aciers trempés et cémentés ; $Y_A = 0,9$ - pour les aciers nitrurés. Dans notre cas pour la roue (amélioration) $Y_{A2} = 0,65$ et pour le pignon $Y_{A1} = 0,65$.

La contrainte limite $\sigma_{F,lim}$ au cycle de contrainte zéro est calculée par des formules empiriques (tableau 3.11).

Acceptons pour la nuance d'acier sélectionnée (Acier 35XM, amélioration) pour le pignon :

$$\sigma_{F,lim \ l} = 750 \ MPa.$$
 Acier 35XM $HB_{moy} = 285,5HB.$
 $\sigma_{F,lim \ l} = 1,75 \cdot HB_{moy} = 1,75 \ 285,5 = 499.625 \ MPa \approx 500 \ MPa.$

Pour la nuance d'acier sélectionnée de la roue (Acier 45, amélioré) tableau 3.4 :

$$\sigma_{F,lim 2} = 1,75 \cdot HB_{moy} = 1,75 \quad 248,5 = 434,875 \ MPa \approx 435 \ MPa$$

La valeur minimale du facteur de sécurité : pour le pignon cémentés et nitro-carburés - $S_F = 1,55$; pour le reste - $S_F = 1,7$. Nous acceptons pour le matériau sélectionné (amélioration) $S_{F1} = 1,7$. Pour le matériau sélectionné de la roue (amélioration) $S_{F2} = 1,7$.

Pour le pignon :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{FI} \end{bmatrix} = \frac{\sigma_{F,lim \ I}}{S_{FI}} \cdot Y_{NI} \cdot Y_{R} \cdot Y_{AI}$$
$$\begin{bmatrix} \sigma_{FI} \end{bmatrix} = \frac{493.5}{1.7} \cdot 1 \cdot 1.1 \cdot 0.65 = 210.136 \text{ MPa}$$

Pour la roue :

$$[\sigma_{F2}] = \frac{\sigma_{F,lim 2}}{S_{F2}} \cdot Y_{N2} \cdot Y_{R} \cdot Y_{A2}$$
$$[\sigma_{F2}] = \frac{434.875}{1.7} \cdot 1 \cdot 1.1 \cdot 0.65 = 182.90 \text{ MPa}$$

Tableau 3.11 : Détermination de la contrainte de flexion limite en fonction

du matériau et du mode de traitement thern	ıique
--	-------

Méthode de traitement	Groupe d'acier	Dureté d	σElim. MPa	
thermique ou thermochimique		À la surface	Au cœur	• I juniy vi
Amélioration	45, 40X, 40XH, 35XM	< 350 HB	< 350 HB	1,75 HB _{moy}
Durcissement HDTV le		48 52 HPC	27 25 HPC	600 700
long du contour des dents	40X, 40XH, 35XM	46 - 32 IIKCe	27 - 33 IIKCe	000 - 700
Durcissement HDTV ($m < 3 mm$)		48 - 52 HRCe	$48-52\ HRC_e$	500 - 600
Cimentation	20X, 20XH2M,			750 - 800
Cémentation avec contrôle	18XGT, 25XGM,	57 (2 UDC	20 45 UDC	850 050
automatique du processus	12XH3A	57 - 62 HRCe	30-45 HRCe	830 - 930
Nitruration	38X2MYUA, 40HNMA	< 67 HRCe	24 – 40 HRC _e	12 HRC _{e,moy} + 290

3.3.6. Dimensions de base préliminaires des roues

Diamètre de division :

$$a_{w} = \frac{d_{1} + d_{2}}{2} = d_{2} \frac{l + u}{2u} \implies d_{2} = \frac{2a_{w} \cdot u}{u + l}$$

$$d_{2} = \frac{2 \cdot l25 \cdot 2, 5}{2, 5 + l} = 178, 58 \text{ mm}.$$
(3.23)

Largeur :

$$b_2 = \psi_{ba} \cdot a_w, \qquad (3.24)$$

$$b_2 = 0, 4 \cdot 125 = 50 \text{ mm}.$$

Cette valeur de largeur sélectionnée se retrouve dans la série standard, donc : $b_2 = 50 mm$.

3.3.7. Détermination du module de l'engrenage

Le module maximal admissible m_{max} est déterminé à partir de la condition de non rupture de la dent à la base (à la racine) en flexion qui est donnée par :

$$m_{max} \approx \frac{2a_w}{17(u\pm 1)}$$
. (3.25)
 $m_{max} = \frac{2 \cdot 125}{17(2,5+1)} = 4,2 \text{ mm}$.

La valeur minimale du module *m_{min}*, est déterminée à partir de la condition de résistance :

$$m_{\min} = \frac{K_m \cdot K_F \cdot Mt_1 \cdot (u \pm 1)}{a_w \cdot b_2 \cdot [\sigma_F]}$$
(3.26)

où $K_m = 3,4 \ 10^3$ pour les engrenages droits et $K_m = 2,8 \ 10^3$ pour les engrenages hélicoïdaux ; au lieu de $[\sigma]_F$, la plus petite des valeurs $[\sigma_{F2}]$ et $[\sigma_{F1}]$ est substituée.

Facteur de charge pour l'analyse des contraintes de flexion :

$$K_F = K_{F\nu} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}. \tag{3.27}$$

Le coefficient K_{Fv} tient compte de la dynamique interne de chargement, qui est principalement associée à des erreurs dans les étapes d'engagement des engrenages et des roues. Les valeurs de K_{Fv} sont prises selon le tableau 3.12 en fonction du degré de précision en termes de régularité, de vitesse circonférentielle et de dureté des surfaces de travail. Pour le degré de précision 8, circonférence maximale 4,77 m/s, dureté $HB \le 350$, nous acceptons $K_{Fv} = 1,458$. $K_{F\beta}$ - Coefficient tenant compte de la répartition inégale des contraintes à la base des dents sur la largeur de la couronne dentée, est estimé par la formule :

$$K_{F\beta} = 0,18 + 0,82 \cdot K_{H\beta}^{0}$$

$$K_{F\beta} = 0,18 + 0,82 \cdot 1,03 = 1,025$$
(3.28)

 $K_{F\alpha}$ est le coefficient qui prend en compte l'influence de l'erreur de fabrication de l'engrenage et de la roue sur la répartition de la charge entre les dents, est déterminé de la même manière que dans le calcul de la force de contact : $K_{F\alpha} = K_{F\alpha}^0$. En raison de l'effet moins favorable du rodage sur la résistance à la flexion que sur la résistance au contact, et des conséquences plus graves dues aux imprécisions dans la détermination des contraintes de flexion, le rodage des dents n'est pas pris en compte dans le calcul des coefficients $K_{F\beta}$ et $K_{F\alpha}$.

$$K_F = K_{Fv},$$
 (3.29)
 $K_F = 1,458 \cdot 1 \cdot 1 = 1,458.$

<i>Tableau 3.12 :</i>	Valeurs du	coefficient	K_{Fv} i	fonction	du degr	∙é de	précision	et la	dureté	de	la sur	face
							r · · · · · · ·					

Degré de	Dureté à la surface		Valeur	s de K _{Fv} à	v, m / s	
précision	des dents de la roue	1	3	5	8	10
	> 350 HB	<u>1,02</u>	<u>1,06</u>	<u>1,10</u>	$\frac{1,16}{1,06}$	<u>1,20</u>
6		1,01	1,03	1,06	1,06	1,08
, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	≤ 350HB	$\frac{1,06}{1,03}$	$\frac{1,18}{1,09}$	$\frac{1,32}{1,13}$	$\frac{1,50}{1,20}$	$\frac{1.64}{1.26}$
	> 350 HB	<u>1,02</u> 1 01	<u>1,06</u> 1.03	$\frac{1,12}{1,05}$	<u>1,19</u> 1.08	<u>1,25</u> 1 10
7	≤ 350HB	$\frac{1,01}{1,08}$	$\frac{1,09}{1,24}$	$\frac{1,00}{1,40}$	<u>1,64</u> 1,25	$\frac{1,10}{1,80}$
	> 350 HB	$\frac{1,03}{1,01}$	$\frac{1,09}{1,09}$	$\frac{1,10}{1,15}$	<u>1,25</u> <u>1,24</u> 1.09	$\frac{1,32}{1,30}$
8	≤ 350HB	$\frac{1,01}{1,04}$	<u>1,30</u> 1,12	<u>1,48</u> 1,19	$\frac{1,09}{1,77}$ 1,30	<u>1,96</u> 1,38
0	> 350 HB	<u>1,03</u> 1,01	<u>1,09</u> 1,03	$\frac{1,17}{1,07}$	<u>1,28</u> 1,11	<u>1,35</u> 1,14
9	≤ 350HB	$\frac{1,11}{1,04}$	$\frac{1,33}{1,12}$	$\frac{1,56}{1,22}$	<u>1,90</u> 1, 36	<u></u> 1,45

Note :

Le numérateur indique les valeurs pour les engrenages droits, le dénominateur pour les engrenages hélicoïdaux.

Le module est limité par une valeur minimale :

$$m_{\min} = \frac{3, 4 \cdot 10^3 \cdot 1, 458 \cdot 70, 03 \cdot (2, 5+1)}{125 \cdot 50 \cdot 182, 90} = 1,06 \text{ mm}$$

De la gamme obtenue ($m_{min} \dots m_{max}$) de modules, une plus petite valeur de m est prise, la faisant correspondre à la valeur standard (la ligne 1 est préférée à la ligne 2) :

Principale, *mm* 1,0; 1,25; 1,5; 2.0; 2,5; 3.0; 4.0; 5,0; 6,0; 8,0; 10,0; Secondaire, *mm* 1.12; 1,37; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7,0; 9,0;

3.3.8. Nombre de dents réel de l'engrenage

Le nombre de dents d'engrenage : en acceptant le module m = 3.5 mm de la gamme des standards, bien qu'il soit de la série secondaire c'est pour éviter un nombre de dents minimum du pignon qui est critique ($z_1 = 17$) :

Le nombre de dents total z_{Σ} est donné par :

$$z_{\Sigma} = \frac{2a_{w}}{m} = \frac{2 \cdot 125}{3.5} = 71.43 \text{ dents}, \text{ acceptons } z_{\Sigma} = 72 \text{ dents}.$$
 (3.30)

$$d_2 = m \, z_2 \tag{3.31}$$

d'où $z_2 = d_2 / m = 178,58 / 3,5 = 51.02$ acceptons 51 dents.

La valeur de z_2 est arrondie à l'entier le plus proche.

$$z_{1} = z_{2} - z_{2}$$

$$z_{1} = 72 - 51 = 21 \text{ dents},$$

$$d_{1} = m z_{1} = 3, 5 \cdot 21 = 73, 5 \text{ mm}.$$

$$d_{2} = m z_{2} = 3, 5 \cdot 51 = 178, 5 \text{ mm}.$$
(3.32)

3.3.9. Rapport de démultiplication réel

$$u_{r\acute{e}el} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{51}{21} = 2,43,$$
(3.33)

$$z_1 = \frac{z_{\Sigma}}{u_1} \ge z_{1\min}, \qquad (3.34)$$

$$z_1 = \frac{72}{2,43+1} = 21 \text{ dents} \ge z_{1\min} = 17 \text{ dents}$$
.

Acceptons un nombre de dents $z_1 = 21$ qui garantit un rapport de vitesse le plus proche de 2,5 mais qui doit assurer la condition d'erreur relative sur ce rapport inférieure ou égale à 3 %.

Les valeurs réelles des rapports de démultiplication ne doivent pas différer des valeurs nominales de plus de : *3* % - pour un étage, *4* % - pour deux étages et *5* % - pour les réducteurs de vitesses à plusieurs étages. L'écart par rapport au rapport de réduction nominal est :

$$\Delta = \frac{(u - u_{r\acute{e}el})}{u} = \frac{(2, 5 - 2, 43)}{2, 5} \cdot 100\% = 2,8\% < 3\%.$$
(3.35)

3.4. Calculs de résistance des engrenages cylindriques à dentures droites

3.4.1. Résistance superficielle au contact

Le calcul des paramètres géométriques de l'engrenage se fera après la vérification de la résistance des dents au contact et à la flexion.

Condition de résistance des dents au contact :

$$\sigma_H \leq [\sigma_H]$$

Le calcul de la résistance des surfaces de contact des dents est basé sur la limitation des contraintes normales les plus élevées.

Lors de la dérivation des formules, les hypothèses suivantes ont été faites : les dents sont considérées comme deux cylindres en contact avec des génératrices parallèles (les rayons de ces cylindres sont pris égaux aux rayons de courbure des profils des dents dans le pôle d'engagement) ; la charge est considérée comme uniformément répartie sur la longueur de la dent ; les profils de contact sont supposés non séparés par un film d'huile.

3.4.1.1. Contrainte de base de contact ou de Hertz

La contrainte de base de contact pendant l'engrènement est :

$$\sigma_{H0} = Z_H \cdot Z_M \cdot Z_{\varepsilon} \cdot Z_{\beta} \cdot \sqrt{\frac{Ft_1}{b_{\omega 2} \cdot d_1}} \cdot \frac{(u \pm 1)}{u}$$
(3.36)

 Z_H : Facteur géométrique : coefficient tenant compte de la forme des surfaces de contact des dents du pôle denté, $Z_H = 2,49$ pour l'engrenage droit,

 Z_E ou Z_M : Facteur d'élasticité : le coefficient qui prend en compte les propriétés mécaniques des matériaux des engrenages conjugués. Pour notre engrenage en acier on a $E_1 = 210$ GPa et $E_2 = 200$ GPa, $v_1 = 0,3$, et $v_2 = 0,28$,

$$Z_{M} = \sqrt{\frac{E_{I} \cdot E_{2}}{\pi \left[E_{I} \cdot \left(1 - v_{1}^{2} \right) + E_{2} \cdot \left(1 - v_{2}^{2} \right) \right]}}$$
(3.37)

$$Z_{M} = \sqrt{\frac{(218 \cdot 10^{3}) \cdot (190 \cdot 10^{3})}{\pi \cdot \left[(218 \cdot 10^{3}) \cdot (1 - 0.3^{2}) + (190 \cdot 10^{3}) \cdot (1 - 0.28^{2}) \right]}} = 187,88 \ N^{0.5} mm.$$

 $Z_{\varepsilon}: \text{Facteur de conduite}: \ Z_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{4-\varepsilon_{\alpha}}{3}} \text{ pour } \alpha = 20^{\circ} \ Z_{\varepsilon} = 0,9, \ (\varepsilon_{\alpha} = 1,66 \ ; \ Z_{\varepsilon} = 0,88),$ $\varepsilon_{\alpha} = 1,88 - 3, 2\left(\frac{1}{z_{1}} + \frac{1}{z_{2}}\right)$ $\varepsilon_{\alpha} = 1,88 - 3, 2\left(\frac{1}{21} + \frac{1}{51}\right) = 1,66$ (3.38)

 Z_{β} : Facteur d'inclinaison des engrenages hélicoïdaux,

pour l'engrenage droit $\beta = 0$ alors, $Z_{\beta} = 1, 0$,

$$Ft_{1} = \frac{2Mt_{1}}{d_{1}} = \frac{2 \cdot 70,03}{73.5 \cdot 10^{-3}} = 1905,58 N, \qquad (3.39)$$

$$\sigma_{H0} = 2,49 \cdot 187,88 \cdot 0,88 \cdot 1 \cdot \sqrt{\frac{1905,58}{50 \cdot 73.5} \cdot \frac{(2,428+1)}{2,428}} = 352,24 \text{ MPa}.$$

3.4.1.2. Contrainte effective de contact

La contrainte de contact effective est comparée à la résistance du matériau :

$$\sigma_{H} \leq [\sigma_{H}]$$

La contrainte ou pression de contact durant l'engrènement :

$$\sigma_{H} = \sigma_{H0} \cdot \sqrt{K_{H}}, \qquad (3.40)$$

$$K_{H} = K_{A} \cdot K_{\nu} \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta}, \qquad (3.41)$$

 K_A : Facteur d'application ($K_A = 1, 0$), ($K_A = 1, 0$),

 K_V : Facteur dynamique ($K_V ou K_{Hv}$) = 1,23),

 $K_{H\beta}$: Facteur de répartition longitudinale ($K_{H\beta} = 1,01$),

 $K_{H\alpha}$: Facteur de répartition transversale ($K_{H\alpha} = 1,05$),

Ces facteurs ont aussi déjà été déterminés lors du calcul des contraintes admissibles de contact. La contrainte de contact effective finale prend la forme suivante :

$$K_{H} = 1 \cdot 1, 23 \cdot 1, 01 \cdot 1, 07 = 1, 33$$
,
 $\sigma_{H} = 352, 24 \cdot \sqrt{1, 33} = 406, 22 \text{ MPa} < [\sigma_{H}] = 484, 79 \text{ MPa}.$

La condition de résistance au contact est satisfaite.

3.4.2. Résistance à la rupture des dents

3.4.2.1. Les efforts dans la zone d'engrènement

Effort tangentiel F_t :

$$F_t = \frac{2 \cdot Mt}{d}, \qquad (3.42)$$

Effort radial *Fr* :

$$F_r = F_t \cdot \tan(\alpha_0), \qquad (3.43)$$

Effort normal *Fn* :

$$F_n = \frac{F_t}{\cos(\alpha_0)}.$$
(3.44)

La vitesse de sortie du réducteur :

$$n_2 = \frac{n_1}{u} = \frac{1500}{2.428} = 617,8 \ tr/min . \tag{3.45}$$

La puissance de sortie ($P_s = P_2$) du réducteur :

$$\eta_{tot} = \frac{P_s}{P_e} \tag{3.46}$$

d'où :

$$P_s = P_2 = \eta_{Glo} \cdot P_e = \eta_{Glo} \cdot P_l$$

Rendement global (η_{Glo}) du réducteur, donné par :

$$\eta_{Glo} = \prod_{i=l \ a \ k} \eta_i \cdot = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \dots \eta_k$$

$$\eta_{Glo} = \eta_{Acc} \cdot \eta_{Eng} \cdot \eta_{PdR} = 0,98 \cdot 0,96 \cdot 0,99^2 = 0,92$$
(3.47)

Donc la puissance de sortie du réducteur est :

$$P_2 = \eta_{Glo} \cdot P_1 = 0,92 \cdot 11 = 10,12 \ kW$$

Le couple de sortie du réducteur (Mt_2) :

$$P_1 = Mt_1 \cdot \omega_1,$$

et

 $P_2 = Mt_2 \cdot \omega_2,$

sachant que :

$$P_s = \eta_{tot} P_e, \tag{3.48}$$

alors :

$$P_2 = \eta_{tot} P_1 \implies M t_1 \cdot \omega_1 = \eta_{Glo} \cdot M t_2 \cdot \omega_2.$$

$$Mt_{2} = \frac{Mt_{1} \cdot \omega_{1}}{\eta_{Glo} \cdot \omega_{2}} = \frac{Mt_{1} \cdot n_{1}}{\eta_{Glo} \cdot n_{2}} = \frac{Mt_{1} \cdot u}{\eta_{Glo}},$$

$$Mt_{2} = \frac{70,03 \cdot 2,428}{0,92} = 184,82 \text{ Nm},$$

$$Ft_{2} = \frac{2 \cdot Mt_{2}}{d_{2}} = \frac{2 \cdot 184,82 \cdot 10^{3}}{178,5} = 2070,81 \text{ N}.$$
(3.49)
(3.49)
(3.49)

Effort tangentiel F_t :

$$F_{t1} = 1905,58 N$$
; $F_{t2} = 2070,81 N$,

Effort radial *Fr* :

$$F_{r1} = F_{t1} \cdot tan(\alpha_0) = 1905, 58 \cdot tan(20) = 693, 57 N ;$$

$$F_{r2} = F_{t2} \cdot tan(\alpha_0) = 2070, 81 \cdot tan(20) = 753, 71 N ,$$

Effort normal *Fn* :

$$F_{nl} = \frac{F_{ll}}{\cos(\alpha_0)} = \frac{1905.58}{\cos(20)} = 2027.876N ;$$

$$F_{n2} = \frac{F_{ll}}{\cos(\alpha_0)} = \frac{2070.81}{\cos(20)} = 2203.71N .$$

3.4.2.2 Contrainte de base en flexion

La contrainte de rupture en flexion au pied de la denture :

$$\sigma_{F0} = \frac{F_t}{b_{\omega} \cdot m} \cdot Y_{\varepsilon} \cdot Y_{F\alpha} \cdot Y_{FS} \cdot Y_{\beta}, \qquad (3.51)$$

 Y_{ε} : Facteur de conduite ($Y_{\varepsilon} = 1$) pour l'engrenage droit,

$$Y_{F\alpha}$$
: Facteur de forme $Y_{F\alpha} = \frac{4 + (\varepsilon_{\alpha} - 1)(n - 5)}{4\varepsilon_{\alpha}}$, (pour $\varepsilon_{\alpha} = 1,66$ et $n = 8$ on obtient $Y_{F\alpha} = 0,90$),

 Y_{FS} : coefficient tenant compte de la forme de la dent et de la concentration de contraintes ; il faut savoir que $z_v = z$ pour l'engrenage droit,

$$Y_{FSI,2} = 3,47 + \frac{13,2}{z_{\nu I,2}} - \frac{29,7 \cdot x_{I,2}}{z_{\nu I,2}} + 0,092 \cdot x_{I,2}^2,$$
(3.52)

$$Y_{FSI} = 3,47 + \frac{13,2}{z_1} - \frac{29,7 \cdot x_1}{z_1} + 0,092 \cdot x_1^2 \qquad \qquad Y_{FS2} = 3,47 + \frac{13,2}{z_2} - \frac{29,7 \cdot x_2}{z_2} + 0,092 \cdot x_2^2$$

les déports x_1 et x_2 sont déterminés (pour $\beta = 0$) par les formules suivantes :

$$x_{1} = 2\left(1 - \frac{1}{u^{2}}\right)\sqrt{\frac{\cos^{3}\beta}{z_{1}}} = 2\left(1 - \frac{1}{2,428^{2}}\right)\sqrt{\frac{1}{21}} = 0,362,$$

$$x_{2} = 2\left(1 - \frac{1}{u^{2}}\right)\sqrt{\frac{\cos^{3}\beta}{z_{2}}} = 2\left(1 - \frac{1}{2,428^{2}}\right)\sqrt{\frac{1}{51}} = 0,232,$$
(3.53)

donc :

$$\begin{split} Y_{FSI} &= 3,47 + \frac{13,2}{21} - \frac{29,7 \cdot 0,362}{21} + 0,092 \cdot 0,362^2 = 3,6 \;, \\ Y_{FS2} &= 3,47 + \frac{13,2}{51} - \frac{29,7 \cdot 0,232}{51} + 0,092 \cdot 0,232^2 = 3,6 \;, \end{split}$$

 $\sigma_{_{F0I}} = \frac{1905,58}{56\cdot3,5} \cdot 1 \cdot 0,9 \cdot 3,6 \cdot 1 = 31,50 \text{ MPa}, \quad \sigma_{_{F02}} = \frac{2114.44}{50\cdot4} \cdot 1 \cdot 0,9 \cdot 3,576 \cdot 1 = 38,34 \text{ MPa},$

 Y_{β} : Facteur d'inclinaison ($Y_{\beta} = 1$) pour $\beta = 0$.

3.4.2.3. Contrainte effective de flexion

La contrainte réelle en flexion durant l'engrènement :

$$\sigma_F = K_F \cdot \sigma_{F0}, \qquad (3.54)$$

$$K_F = K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}, \qquad (3.55)$$

 K_A : Facteur d'application ($K_A = 1, 0$), ($K_A = 1, 0$),

 K_V : Facteur dynamique ($K_V ou K_{Fv} = 1,458$),

 $K_{F\beta}$: Facteur de répartition longitudinale ($K_{F\beta} = 1,025$),

 $K_{F\alpha}$: Facteur de répartition transversale ($K_{F\alpha} = 1, 0$),

$$K_F = 1 \cdot 1,458 \cdot 1,025 \cdot 1 = 1,49$$

$$\sigma_F = \sigma_{F0} \cdot K_F$$

$$\sigma_{F1} = 30,50 \cdot 1,49 = 45,445 \text{ MPa},$$
 $\sigma_{F2} = 38,34 \cdot 1,49 = 57,126 \text{ MPa}.$

La contrainte de flexion effective est comparée à la résistance du matériau :

$$\sigma_{F} \leq [\sigma_{F}].$$

 $\sigma_{F1} = 45,445 \text{ MPa} < [\sigma_{F1}] = 210,136 \text{ MPa},$
 $\sigma_{F2} = 57,126 \text{ MPa} < [\sigma]_{F2} = 182,20 \text{ MPa},$

Les deux conditions sont vérifiées et les résultats sont confirmés.

3.5. Paramètres géométriques de l'engrenage

Les principaux paramètres géométriques de conception de l'engrenage droit (Figure 3.4) étudié sont définis, calculés et résumés dans le tableau 3.13.

Cylindre primitif de fonctionnement ; diamètre primitif (d) : le cylindre décrit par l'axe instantané de rotation du mouvement relatif de la roue conjuguée par rapport à la roue considérée. La section droite du cylindre primitif donne le cercle primitif de diamètre d.

Cylindre de tête ; diamètre de tête (d_a) : le cylindre enveloppe le sommet des dents ; la section droite de ce cylindre donne le cercle de tête de diamètre d_a .

Cylindre de pied ; diamètre de pied (d_f) : cylindre enveloppe du fond des dents ; la section droite de ce cylindre donne le cercle de pied de diamètre d_f .

Cercle de base (d_b) : cercle permettant d'obtenir le profil en développante de cercle des dents. Hauteur des dents (h) : distance radiale entre le cylindre de tête et le cylindre de pied.

Saillie (h_a) : distance radiale entre le cylindre de tête et le cylindre primitif.

Creux (h_f) : distance radiale entre le cylindre de pied et le cylindre primitif.

Pas des dents (p): longueur d'arc de cercle primitif comprise entre deux profils consécutifs.

Largeur de denture (b) : largeur de la partie dentée d'une roue mesurée suivant une génératrice du cylindre primitif.

Entraxe entre les deux roues (a) : plus courte distance entre les axes des deux roues.

Angle de pression (α) : angle de la ligne d'action avec la tangente aux cercles primitifs (α = 20° pour une denture normalisée).

Module (m) : valeur permettant de définir les caractéristiques dimensionnelles de la roue dentée. C'est le rapport entre le diamètre primitif et le nombre de dents.



Figure 3.5 : Dessin d'un engrenage droit avec les dimensions principales.

Symbole	Désignation	Formule	Calculs
М	Module	Par calcul de la RdM	m = 3,5 mm
Z	Nombre de dents	Par un rapport de vitesse	$z_1 = 21$; $z_2 = 51$
d	Diamètre primitif	$d = m \cdot z$	$d_1 = 73,5 mm$; $d_2 = 178,5 mm$
da	Diamètre de tête	$d_a = d + 2h_a = d + 2 \cdot m$	$d_{a1} = 80,5 mm$; $d_{a2} = 185,5 mm$
df	Diamètre de pied	$d_f = d - 2h_f = d - 2, 5 \cdot m$	$d_{f1} = 64.75 \text{ mm}$; $d_{f2} = 169.75 \text{ mm}$
d_b	Diamètre de base	$d_b = d \cdot cos(\alpha)$	$d_{b1} = 73,5 mm$; $d_{b2} = 169.75 mm$
h _a	Saillie	$h_a = m$	$h_a = 3,5 mm$
h _f	Creux	$h_f = 1,25 \cdot m$	$h_f = 4,375 mm$
h	Hauteur de dent	$h = h_a + h_f = 2,25.m$	h = 7,875 mm
р	Pas	$p = m \cdot \pi = (d/z) \cdot \pi$	p = 10,995 mm
С	Jeu radial	$c=0,25\cdot m$	$\boldsymbol{c}=0.875\ mm$
St	Épaisseur de dent	$s_t = 0, 5 \cdot p$	$s_t = 5,4975 mm$
et	Intervalle des dents	$e_t = 0, 5 \cdot p$	$e_t = 5,4975 mm$
aw	Entraxe	$a_w = (d_1 + d_2)/2 = m(z_1 + z_2)/2$	$a_w = 126 mm$
b _w	Largeur de denture	$b_{w2} = (10 \ a \ 20) \cdot m \approx 0, 4.a_w$	$\boldsymbol{b}_{w2} = (10 \ \dot{a} \ 20) \cdot m \approx 0, 4.125 = 50 \ mm$
		$b_{wl} = b_{w2} + (2 \ \dot{a} \ 6) \ mm$	$\boldsymbol{b}_{wI} = 56 \ mm$

 Tableau 3.13 : Valeurs des principaux paramètres géométriques de l'engrenage.

Chapitre 4

Simulation des engrenages droits

4.1 Introduction

Les causes des défaillances dans les engrenages cylindriques à dentures droites sont : la contrainte de flexion, la contrainte de compression, le contact, le frottement, l'usure, etc.

L'une des propriétés les plus importantes de la dent d'engrenage est que le point de contact est un mouvement uniforme avec la face de la dent d'engrenage.

Pendant l'opération d'engrènement, la contrainte est répartie le long du profil (suivant la largeur de la dent) de l'engrenage et la contrainte de compression a lieu au moment de l'engrènement après que la contrainte de flexion se soit produite.

Le test le plus important après la fabrication des engrenages est la répartition des contraintes, en particulier des contraintes de compression, sur la face des dents de l'engrenage.

Les défaillances d'engrenages sont de deux types : le premier type consiste à piquer et à marquer sur les surfaces des engrenages, le second est la rupture des dents, causée par une contrainte excessive sur le congé. Dans ce cas, la technologie de revêtement des engrenages telle que la cémentation, le grenaillage ou la cémentation peut être utilisée pour améliorer la résistance du filet de la dent plutôt qu'une révision de la géométrie de l'engrenage. Cependant, certains concepteurs ont trouvé des moyens géométriques alternatifs pour renforcer le congé de dent, comme l'augmentation de la taille de l'engrenage (module). Même si cela réduit la durabilité de l'engrenage, c'est mieux que des dents cassées.

Dans beaucoup de situations, on recourt à des moyens d'analyses de contrainte des engrenages à l'aide de calculs mathématiques sous certaines hypothèses qui sont ensuite comparés à des données avec la valeur analysée par des logiciels spécialisés, notamment SolidWorks ou ANSYS.

Les réducteurs à usage intensif et à grande vitesse doivent être plus fiables, c'est pourquoi les chercheurs ont essayé de modifier le profil des dents pour augmenter la résistance du filet. Ils visaient à augmenter la largeur des racines. Des essais consistaient à concevoir une forme de dent alternative avec une épaisseur de racine de dent plus large, soit en utilisant des engrenages avec des angles de pression différents sur les côtés chargés et non chargés (engrenage asymétrique) ou en utilisant des formes de dent non développante. Dans les mêmes conditions de charge, la contrainte d'angle dans différentes situations de conception s'est avérée inférieure à celle d'un engrenage à développante standard. La forme du congé de dent d'engrenage est généralement définie par la trace de l'outil de coupe trochoïde. Dans d'autres essais, les chercheurs ont essayé d'optimiser le profil du congé lui-même pour améliorer la résistance du congé de la dent. Cette approche nous a semblé plus évidente et plus réaliste, c'est pourquoi nous avons opté pour son étude.

Les congés dentaires sont généralement constitués de profils circulaires car ils sont faciles à définir analytiquement et se sont avérés supérieurs du point de vue de la flexion au congé trochoïde, Hussein & Abdullah 2022 [27]. Pour les engrenages coulés, forgés ou imprimés en 3D, le filet de dent peut être n'importe quelle courbe tant qu'il est capable de fournir un maillage lisse sans interférence. Pour une telle flexibilité de conception, le congé circulaire n'est pas nécessairement le meilleur profil de congé du point de vue de la contrainte de flexion. Les résultats d'étude ont montré qu'en utilisant la forme de congé proposée, la résistance du congé de dent peut être améliorée de 18 à 23 % pour les engrenages à développante.

Notre problème consiste à une contribution pour la réduction du problème de résistance des dents de l'engrenage cylindrique droit par la détermination par simulation des contraintes maximale de Von Mises de points sélectionnés du contact des profils d'une paire de dents de l'engrenage en prise.

Plusieurs tentatives des conditions de simulation ont été effectuées en tenant en compte la sélection de toutes les dents du pignon et celles de la roue pour la simulation ou trois dents pour le pignon et quatre dents pour la roue ou une dent du pignon avec une dent de la roue. Chaque situation a donnée des résultats controversant et parfois absurdes mais on a opté pour le cas à résultats plus clairs et admissibles qui sont ceux de deux dents du pignon et trois dents de la roue qui a permet d'avoir des résultats acceptables et cohérents.

À cet effet, nous avons effectué la simulation à partir du point de contact du pignon sur la roue, en premier lieu, au sommet de la dent de la roue et à la racine de celle du pignon, instantanément, ensuite, pour les mêmes conditions, on a considéré le contact au milieu des profils en roulement pour passer à la troisième position qui est celle de la sortie de la dent du pignon au sommet à la racine de la dent de la roue.

4.2 Simulation

Après les calculs détaillés de l'engrenage au chapitre trois on passe à la préparation de la simulation. Dans cette partie on a commencé à créer le modèle de l'engrenage séparément, le pignon puis la roue.

Lors du dessin des pièces on a utilisé plusieurs méthodes, en essayant d'importer des pièces standard et les modifier, dessiner des modèles selon nos données et ainsi de suite. On est arrivé

finalement à définir les pièces, pignon et roue séparément en utilisant la méthode de développante après plusieurs essais. On a remarqué que les modèles importés de la bibliothèque SolidWorks posent problème lors de la simulation car ils n'ont pas la propriété de développante, ce qui nous a poussés à réaliser notre propre modèle.

Ensuite on a effectué l'assemblage du pignon avec la roue en assurant le contact qui permettrait de lancer la simulation sans problème. L'assemblage était assuré par des contraintes mécaniques qui garantiraient le bon contact entre les dents car c'est à ce niveau qu'on a rencontré aussi un problème qui consistait à s'assurer du contact entre les profils conjugués.

On a remarqué que lorsque le contact est assuré par la contrainte mécanique (option de SolidWorks) les résultats de simulation ne sont pas stables mais lorsqu'on assure le contact par la tangence des profils on obtient des résultats satisfaisants.

L'étape suivante consistait à lancer les étapes de simulation en commençant par définir le type de simulation qui est le mode statique, ensuite, on a défini les matériaux pour chaque pièce en complétant les propriétés de chacune.

Après on a définis les conditions aux limites par la fixation de la roue au déplacement imposés puis on a imposé un mouvement pivot antihoraire pour le pignon, ensuite on a appliqué le couple calculé au pignon.

Par la suite de ces étapes on est passé au maillage qui était une opération très longue et très compliquée qui nécessitait plusieurs essais afin de qualifier le bon maillage qui permettrait de donner de bon résultat.

La phase finale était d'exécuter la simulation et de collecter les résultats pour les interpréter par la suite. On a également obtenu un modèle de rapport automatique qui est fourni par SolidWorks résumant l'ensemble des étapes de la simulation avec les données nécessaires de l'opération.



4.3 Modèle de rapport SolidWorks de la simulation

Corps volumiques				
Nom du document et référence	Traité comme	Propriétés volumétriques		
Congé 2		Masse:1,73639 kg		
		Volume:0,000225505 m^3		
	Corps volumique	Masse volumique:7 700 kg/m ³		
		Poids:17,0166 N		
λ.				
Congé 1		Masse:9,38618 kg		
		Volume:0,00120028 m^3		
	Corps volumique	Masse volumique:7 820 kg/m^3		
		Poids:91,9845 N		
¥				

Propriétés de l'étude

Nom d'étude	Statique 1
Type d'analyse	Statique
Type de maillage	Maillage volumique
Effets thermiques :	Activé(e)
Option thermique	Inclure des chargements thermiques
Température de déformation nulle	298 Kelvin
Inclure la pression du fluide calculée	Désactivé(e)
par SOLIDWORKS Flow Simulation	
Type de solveur	FFEPlus
Stress Stiffening :	Désactivé(e)
Faible raideur :	Désactivé(e)
Relaxation inertielle :	Désactivé(e)
Options de contact solidaire	Automatique
incompatible	
Grand déplacement	Désactivé(e)
Vérifier les forces externes	Activé(e)
Friction	Désactivé(e)
Méthode adaptative :	Désactivé(e)

Unités

Système d'unités :	SI (MKS)
Longueur/Déplacement	mm
Température	Kelvin
Vitesse angulaire	Rad/sec
Pression/Contrainte	N/mm^2

Propriétés du matériau

Référence du modèle	Propriétés		Composants
	Nom :	Acier 35XM	Corps
	Type de modèle :	Linéaire élastique	volumique
		isotropique	(Pignon
	Critère de ruine par	Contrainte de von	Z21m3.5
	défaut :	Mises max.	
	Limite d'élasticité :	6,40e+02 N/mm^2	
	Limite de traction :	9,80e+02 N/mm^2	
THE RECEIPTION OF THE RECEIPTI	Module d'élasticité :	2,18e+05 N/mm^2	
	Coefficient de Poisson :	0,3	
	Masse volumique :	7 700 kg/m^3	
	Coefficient de dilatation	1,3e-05 /Kelvin	
	thermique :		
Données de la cou	urbe : N/A		
	Nom :	Acier 40	Corps
	Type de modèle :	Linéaire élastique	volumique (Roue
		isotropique	Z51m3.5
	Critère de ruine par	Contrainte de von	
	défaut :	Mises max.	
	Limite d'élasticité:	3,51571e+02 N/mm^2	
	Limite de traction:	4,20507e+02 N/mm^2	
	Module d'élasticité:	1,9e+05 N/mm^2	
	Coefficient de Poisson:	0,28	
	Masse volumique:	7 820 kg/m^3	
	Coefficient de dilatation	1,5e-05 /Kelvin	
	thermique :		
Données de la cou	urbe : N/A		1

j,

81

ſ

Nom du déplacement imposé	Image du déplacement imposé	Détails du déplacement imposé
Fixe-1		Entités : 1 face(s) Type : Géométrie fixe
Pivot fixe-1		Entités : 1 face(s) Type : Pivot fixe
Couple-1		Référence : Face< 1 > Type : Moment de torsion Valeur : -70,03 N.m

Actions extérieures

Informations sur le contact

Contact	Image du contact	Propriétés contact
Contact global		Type : Pas de pénétration (Surface à surface) Composants : 1 composant(s)

Informations sur le maillage

Type de maillage	Maillage volumique
Mailleur utilisé :	Maillage basé sur la courbure
Points de Jacobien	Désactivé(e)

Nom du contrôle de maillage		Détails du contrôle de maillage	
	Contrôle-1	Unités : mm Taille : 2,25 Rapport : 2,25	
Tracé de qualité du maillage		Haute	
Remailler les pièces en échec avec un		Désactivé(e)	
	maillage incompatible		

4.4 Informations sur le contrôle de maillage

Plusieurs tentatives de maillage ont été faites afin d'arriver à des résultats significatifs. Les premières étapes se basaient sur la réduction de la taille des éléments. Certes, c'est un critère important mais pas suffisant car plusieurs paramètres jouent sur la convergence vers des résultats optimaux, l'application correcte des conditions aux limites, la bonne sélection de la zone ou le lieu d'étude et surtout le bon choix du matériau et ses propriétés.



Figure 4.1 : représentation du maillage de l'engrenage cylindrique droit étudié

4.5 Positions sélectionnées des profils conjugués

Les figures 4.2 et 4.3 montrent, respectivement, l'identification des positions sélectionnées de paires de profils conjugués pour déterminer les contraintes maximales de Von Mises pour la

première dent du pignon et pour la deuxième dent du pignon pour voir les effets des contacts sur l'engrenage.



Figure 4.2 : Positions sélectionnées de paires de profils conjugués de la première dent



Figure 4.3 : Positions sélectionnées de paires de profils conjugués de la deuxième dent

4.6 Résultats et interprétations

De l'ensemble des resultats de plusieurs contacts (six) on a choisit celui de l'engrenage sans congé pour la 2^{eme} position de contact sélectionné dans la figure 4.4. Cette configuration permet de montrer un exemple du contact des dents de l'engrenage dans la position intermédiaire (2^{eme} contact) de la dent d'attaque (1^{ere} dent) de laquelle on a extrait des zooms

locaux du le pignon et de la roue pour voir la distribution locale des contraintes de Von Mises. On peut voir sur cette figure que le maximum des contraintes est localisé à la face de contact et à l'intérieur de la dent de la roue, à la racine inférieure (53 MPa) mais à la racine supérieure, un peu moins. Pour le pignon, la contrainte max apparait à la racine supérieure (61 MPa) et un peu moins à la racine inférieure mais reste supérieure à celle de la roue.



Figure 4.4 : Distribution des contraintes de Von mises pour une position (contact) sélectionnée des dents sans congé

Également, des autres contacts qui restent, on a choisit celui de l'engrenage avec congé à 0,75 mm pour la même position de contact sélectionné (2^{ème}) de la figure 4.5. Cette figure montre le contact de la dent d'attaque (1^{ère} dent) de l'engrenage, de laquelle on tire des zooms locaux du pignon et de la roue pour voir la distribution locale des contraintes de Von Mises. On

voie sur cette figure que le max des contraintes a diminué à la face de contact (45 MPa) et sa distribution est localisée à l'intérieur au milieu de la dent de la roue dirigé vers la racine opposée à la face de contact (inférieure) et à la racine supérieure, la contrainte est un peu inférieur. La contrainte max de la dent du pignon parait à la racine supérieure (50 MPa) et encore un peu moins à la racine inférieure et reste supérieure à celle de la roue.



Figure 4.5 : Distribution des contraintes de Von mises pour une position (contact) donnée sélectionnée avec un congé des dents de 0,75 mm

Le contact de l'engrenage avec congé à 1,25 mm a été aussi choisit pour la même position intermédiaire (Figure 4.5) car il sucite une grande attention. Il montre que la première dent engagée de l'engrenage sous les zooms locaux que pour le pignon la distribution locale des contraintes de Von Mises a bien diminué de 50 MPa du congé 0,75 mm à 38 MPa du congé

1,25 mm concentré aux racines seulement mais pour la roue, les contraintes se propagent dans toute la partie inférieure de la dent un peut presque en dessous de la tête et au dessus du cylindre primitif dans la direction radiale, descendant de 45 MPa du congé 0,75 mm à 35 MPa du congé 1,25 mm.



Figure 4.6 : Distribution des contraintes de Von mises pour une position (contact) donnée sélectionnée avec un congé des dents de 1,25 mm

Un regroupement des résultats a été effectué pour les différentes positions statiques de contact des flancs des dents de l'engrenage étudié (Fig. 4.7) afin de voir l'effet des conditions d'engrènement sur la contrainte max de Von Mises. On remarque que cette contrainte diminue du premier contact au dernier (troisième) de 61 MPa à 33 MPa passant pour le contact

intermédiaire de 53 MPa. La valeur max au premier contact se localise au sommet le long de la largeur de la dent. Pour la position du milieu du flanc, les contraintes se concentrent au niveau de la racine prenant leurs max du coté inférieur. La contrainte se propage aussi à l'intérieur de la dent du point de contact augmentant vers la racine inférieure. Dans le troisième contact, les contraintes diminuent sensiblement jusqu'à la moitié de celles du premier contact avec un comportement similaire au deuxième contact.





Dans la figure 4.8 on retrouve pour différentes positions statiques de contact des flancs des dents l'effet du couple transmis sur la contrainte max de Von Mises. On distingue que la contrainte au premier contact reste maximale du même ordre d'intensité que dans le cas sans congé. Pour la même position, les contraintes se concentrent aux racines et au sommet du contact. A la deuxième position, les contraintes diminuent à une valeur un peu moins que celle du contact sans congé à la même position à 51 MPa. À cette position aussi, les contraintes apparaissent au milieu de la dent du contact vers la racine opposée c'à d à l'inférieur. À l'intérieur de la dent du contact vers la racine opposée mais à des valeurs inférieures descendant à 28 MPa. L'insertion de congé de 0,5 mm n'influe pas tellement sur les contraintes.



1er contact : $2^{\rm ème}$ contact : $3^{\rm ème}$ contact : $\sigma_{VM max} = 61$ MPa $\sigma_{VM max} = 51$ MPa $\sigma_{VM max} = 28$ MPaFigure 4.8 : Contraintes max de Von mises pour différentes positions
(contact) sélectionnées des dents de la roue à congé 0,5 mm

Pour différentes positions statiques de contact des flancs des dents conjugués (Fig. 4.9) la contrainte max descend considérablement pour un congé de 0,75 mm où on observe la contrainte chuter de 61 à 39 MPa au premier contact, de 51 à 45 MPa au deuxième et de 28 à 35 MPa. Cette dernière variation est du probablement à une erreur de la position. Les racines sont toujours chargées mais à intensités moindres. Au premier contact, c'est toujours le sommet ou qui prend les effets de la charge et les racines qui sont constamment chargés à toutes les positions mais à des contraintes un peut faibles. La deuxième position manifeste des contraintes maximales plus élevées qui sont dues peut-être au contact d'Hertz. À l'intérieur de la dent pour toutes les positions, la distribution des contraintes se dirige aussi vers les racines.



 1^{er} contact : 2^{eme} contact : 3^{eme} contact : $\sigma_{VM max} = 39$ MPa $\sigma_{VM max} = 45$ MPa $v_{M max} = 35$ MPaFigure 4.9 : Contraintes max de Von mises pour différentes positions
(contact) sélectionnées des dents de la roue à congé 0,75 mm

Dans la figure 4.10 les contraintes sont du même ordre d'intensité, allant de 33 à 35 MPa. Dans le premier contact on remarque que les contraintes apparaissent toujours au sommet supérieur et aux racines mais sa distribution dans la dent s'oriente du sommet vers la racine opposée. On voie aussi que l'effet apparait également dans la deuxième dent avec un comportement similaire à la première dent. Au deuxième contact, la distribution des contraintes est présente du voisinage du cylindre primitif dans toutes la partie du pied de la dent avec un maximum (35 MPa) au niveau du cercle primitif du coté supérieure. Dans le troisième contact, la dent face à d'attaque subit des effets de contrainte max (33 MPa) uniquement du coté supérieur au voisinage du contact mais les contraintes au niveau des racines de la dent restent faibles. Dans ce contact apparait aussi des effets de contraintes dans la deuxième dent. On remarque que pour les contacts extrêmes (1^{er} et 3^{ème}) les contraintes apparaissent dans la deuxième dent.



1er contact : $2^{\rm ème}$ contact : $3^{\rm ème}$ contact : $\sigma_{VM max} = 34$ MPa $\sigma_{VM max} = 35$ MPa $\sigma_{VM max} = 33$ MPaFigure 4.10 : Contraintes max de Von mises pour différentes positions
(contact) sélectionnées des dents de la roue à congé 1,25 mm

Pour le pignon, on a regroupé les résultats des figures 4.11 à 13 pour les différentes positions statiques de contact des flancs des dents de l'engrenage étudié et pour différentes configurations, sans congé et avec congé. La figure 4.11 montre clairement des effets au niveau de seulement la racine de la dent d'attaque sans congé de 40 MPa pour le premier contact et monte à 60 MPa pour le 2^{ème} contact pour descendre un peu à 51 MPa pour le 3^{ème} contact mais avec apparition de contraintes au sommet de la dent et au milieu de la deuxième dent et à ses racines.

Dans la figure 4.12, les contraintes se localisent uniquement aux racines des deux dents à faible taux mais le maximum se situe à la racine supérieure de la dent inférieure (28 MPa) pour
la première position. A la deuxième position, la contrainte sursaute à 61 MPa et seulement à la racine supérieure de la dent d'attaque, à la racine inférieure, un peu moindre. Pour le troisième contact, la contrainte max est un peu moyenne de l'ordre de 48 MPa au sommet inférieur de la dent mais reste modérée au flanc de la deuxième dent et aux racines des deux dents.





On remarque que les contraintes au contact intermédiaire (au milieu ou 2^{ème} contact) restent importantes et gardent la même intensité sans ou avec congé de 0,5 mm mais chutent un peu pour le congé de 0,5 mm de 40 à 28 MPa au premier contact et de 51 à 48 MPa au troisième contact.



 $\sigma_{VM max} = 28$ MPa $\sigma_{VM max} = 61$ MPa $\sigma_{VM max} = 48$ MPa **Figure 4.12 :** Contraintes max de Von mises pour différentes positions (contact) sélectionnées des dents du pignon à congé 0,5 mm

Les contraintes dans la figure 4.13 pour un congé de 0,75 mm se comportent similairement à ceux de la figure 4.12 pour un congé de 0,5 mm avec une chute de 61 à 50 MPa pour le contact

91

intermédiaire et des taux voisins pour les deux autres contacts sauf pour le 3^{ème} encore une légère diminution de 48 à 45 MPa. Globalement, les contraintes se localisent aux racines des deux dents et le maximum se situe à la racine supérieure de la dent inférieure (28 MPa) pour la première position. Pour le troisième contact, la contrainte max (45 MPa) est au sommet inférieur de la dent tout en restant modérée au flanc de la deuxième dent et aux racines des deux dents. Même remarque que pour le contact intermédiaire à 0,5 mm de congé, la contrainte reste un peu élevée (50 MPa) et uniquement aux pieds de la dent d'attaque.





Similairement, le comportement des contraintes dans la figure 4.14 et le même que celui des cas avec congés de 0,5 et 0,75 mm avec une chute nettement visible à 38 MPa pour le contact intermédiaire et des taux plus bas pour les deux autres contacts. Au 1^{er} elle descend à 31 MPa. Pour la distribution des contraintes, elle s'est faite de la même manière que dans les figures 4.11 et 4.12.



Figure 4.14 : Contraintes max de Von mises pour différentes positions (contact) sélectionnées des dents du pignon à congé 1,25 mm Le tableau 4.1 résume les cas étudiés de toutes les positions pour chaque congé pour montrer l'état de contraintes de Von Mises pour chaque situation.

On voie clairement du tableau que la contrainte max de Von Mises diminue en augmentant la taille du congé c'est-à-dire le rayon de sa courbure. La contrainte reste maximale dans le cas sans congé dans l'une des deux éléments de l'engrenage.

Ces résultats sont traduits sur les figures sous forme de graphiques permettant de suivre visiblement cette diminution de la contrainte de valeurs maximales sans congé à des valeurs faibles pour des congés plus grands.

	1 ^{er} Contact			
Congé	Contrainte max	La descente %	Pignon	Roue
Sans Congé (r = 0.0 mm)	61	100%	40	61
Congé (r = 0.50 mm)	61	100%	28	61
Congé (r = 0.75 mm)	39	36.06%	28	39
Congé (r = 1.25 mm)	34	44.26%	28	34
	2 ^{ème} Contact			
Sans Congé (r = 0.0 mm)	61	100%	61	53
Congé (r = 0.50 mm)	61	100%	61	51
Congé (r = 0.75 mm)	50	18.03%	50	45
Congé (r = 1.25 mm)	38	37.70%	38	35
	3 ^{ème} Contact			
Sans Congé (r = 0.0 mm)	51	100%	51	33
Congé (r = 0.50 mm)	48	5.88%	48	28
Congé (r = 0.75 mm)	45	11.76%	45	35
Congé (r = 1.25 mm)	33	35.29%	31	33

Tableau 4.1 : Contraintes max de Von mises pour tous les congés





Figure 4.15 : Variation de la contrainte max de Von mises pour différents congés

4.7 Validation des résultats

Tous travaux numériques ou de simulation doit être inévitablement validé. Si les résultats sont sous forme de courbes ou de graphiques, ils doivent êtres superposés et comparé pour les situer par rapport à ceux déjà publiés et validés. Si les résultats sont des simulations volumiques avec des effets qui ne peuvent pas être superposés, une simple comparaison assez proche ou semblable suffirait à mettre ces résultats en évidence et permettrait de leur attribuer une référence et un repère de validation.

94

Eng *et al.* 2018 [21] ont généré un modèle d'éléments finis utilisé pour évaluer les contraintes de contact et de flexion d'un engrenage droit. La figure 4.16 de leurs résultats montrent les régions de contrainte de contact maximales de la dent de l'engrenage en prise sans frottement ni désalignement. Avant la simulation approfondie des modèles d'engrenages, les résultats ont été validés avec des analyses analytiques basées sur la théorie des contraintes de contact de Hertz, l'équation de Lewis et les normes AGMA. Les résultats pour les contraintes de contact et de flexion obtenus à partir des méthodes numériques et des équations analytiques ont été comparés et la différence maximale en pourcentage entre eux a été calculée.



Figure 4.16 : Répartition équivalente des contraintes de von Mises sur la dent de l'engrenage [21]

La figure 4.16 représente une simulation validée, comme l'a affirmé Eng *et al.* 2018 [21], et de cette figure on peut voir la similitude de nos résultats (Fig. 4.4 à 4.6) sachant que la ressemblance des effets dans les dents sont presque les même dans les deux cas, ce que nous amène à certifier la validation de nos résultats.

Après étude d'une paire de dents d'engrenage droit en action, généralement soumise à des contraintes de flexion et de contact, Jangid et Kumar 2018 [33] ont suggéré que les modèles d'éléments finis 3D et 2D des systèmes d'engrenages droits doivent aider à examiner la circulation des contraintes de flexion de la racine sur les dents à profil en développante. On observe dans leurs résultats des distributions de contraintes de Von Mises similaire de notre cas au contact et dans les racines des dents engagées.

Thant et Zaw 2019 [34] ont indiqué qu'une seule dent suffirait pour l'analyse des contraintes de flexion pour le modèle 3D, ce qui est dans notre cas car on a pris une paire du pignon et trois dents de la roue et cela n'influe nullement sur le principe de la simulation ni sur ces résultats.

Madan *et al.* 2022 [35], ont effectué la conception d'un engrenage droit conformément à sa simulation et à la comparaison de sa résistance et de sa durabilité avec deux matériaux différents, à savoir la fonte et l'acier de construction. Les données de conception sont prises et le modèle CAO a été réalisé sur SolidWorks ensuite importé dans ANSYS Workbench pour l'analyse structurelle. Sur la base des résultats, l'acier de construction était préféré à la fonte grise car la contrainte et l'énergie de déformation sont inférieurs pour l'acier de construction que celle de la fonte grise. Ce constat relève d'un travail similaire au notre dans la forme et dans le fond et diffère seulement dans certains détails spécifiques du notre car leur objectif était uniquement de qualifier le matériau nécessaire mais dans notre cas était de montrer l'influence de la contrainte sur la résistance.

Il existe de nombreuses références (Fig. 1.3, 1.11, 1.12, 1.14, 1.18, 1.19, 1.21, 1.23 et 1.24) prouvant servir de moyen de validation pour nos résultats mais le moyen le plus fiable qui puisse certifier cette validation c'est d'effectuer une étude analytique complémentaire qui rentre dans les perspectives de ce travail.



Conclusion générale

L'étude des engrenages droits et de leurs profils de denture est d'une importance capitale dans le domaine de la conception mécanique. Dans notre travail on a exploré de manière approfondie le sujet d'étude du profil des dents d'engrenages droits à l'aide de l'outil CAO afin de contrôler leur résistance et de l'améliorer.

Dans cette étude, on a prospecté les différentes possibilités d'exploitation de la CAO afin de trouver les meilleurs compromis permettant d'optimiser la résistance des dents de l'engrenage droit à travers des simulations numériques permettant d'aboutir aux résultats les plus précis qui qualifient la résistance des dents de l'engrenage droits de la plus haute importance.

Nous avons pu exécuter des simulations permettant d'obtenir des résultats précis pour évaluer les performances de l'engrenage étudié à différents congés choisis pour leur influence visible sur ces résultats. Cela a permis d'identifier les zones de contrainte maximale et d'optimiser les profils de denture pour une résistance accrue.

De plus, cette étude a souligné l'importance de la sélection appropriée des dimensions et des paramètres de conception ainsi que le choix des matériaux et la conception précise qui sont aussi des facteurs déterminants pour éviter les défauts au niveau de la surface de la dent et à ses racines.

En conséquence, nous avons constaté d'après nos résultats obtenus qu'il a été question d'une résistance des engrenages droits grandement améliorée quand on maitrise l'outils de CAO dans l'étude du profil des dents. Cela contribue considérablement à l'avancement des recherches dans ce domaine et de répondre à d'éventuelles questions en relation avec le sujet.





Références bibliographiques

- [01] J.L. Moya, A.S. Machado, R.A Goytisolo, A. M. Becerra, The finite element method in the design process of spur gears, Proceedings of IMECE 2009, November 13 - 19, 2009 Lake Buena Vista, Florida, USA
- [02] S. Sankar, M. Sundar Raj, M. Nataraj, Profile Modification for Increasing the Tooth Strength in Spur Gear Using CAD, Engineering 2010, 2, 740-749
- [03] H. Khoussa, N. Seddaoui, Analyse des contraintes sur les engrenages cylindriques, Mémoire de Master Académique, Université de Mostaganem, Algérie 2021
- [04] T. Frühe, Berechnung und Minimierung der Zahnfußspannung von Standard- und LowLoss-Verzahnungen, Doctorate Dissertation, Technische Universität München, Germany 2011
- [05] K. Marković, M. Franulović, Contact stresses in gear teeth due to tip relief profile modification, Eng. Rev. 2011, 31-1, 19-26
- [06] S. Sankar and M. Nataraj, Profile modification a design approach for increasing the tooth strength in spur gear, Int. J. of Adv. Manuf. Technol. 2011, 55, 1–10
- [07] M.A.E. Dergal, Modélisation du Contact dans un Engrenage à Denture Droite, Mémoire de Magister, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran, Algérie 2012
- [08] B. Gupta, A. Choubey, G. V. Varde, Contact Stress Analysis of Spur Gear, International J. of Eng. Res. & Tech. 2012, 1, 4
- [09] O. Buiga, C.-O. popa, Optimal mass design of a single-stage helical gear unit with genetic algorithms, Proceedings of the Romanian Academy, Series A 2012, 13, 3, 243-250
- [10] M. Slogén, Contact Mechanics in Gears, A Computer-Aided Approach for Analyzing Contacts in Spur and Helical Gears, Master's Thesis, Chalmers University of Technology, Sweden 2013
- [11] P. Kumar, H. Raghuvanshi, Design & Analysis of a Spur Gear in different Geometric Conditions, Int. J. of Eng. and Adv. Tec. 2013 3, 2
- [12] R. K. Rathore, A. Tiwari, Bending Stress Analysis & Optimization of Spur Gear, Int. J. of Eng. Res. And Tec. 2014, 3, 5
- [13] T. Zou, M. Shaker, J. Angeles, A. Morozov, Optimization of tooth root profile of spur gears for maximum load-carrying capacity, Proc. of the ASME 2014, Int. Design Eng. Technical Conf. and Comp. and Inf. in Eng. Conf., Aug. 17-20 2014 Buffalo, New York, USA

Références bibliographie

- [14] A. Kandil, E. Abd El-Gwad, and M. Yassen, Effects of Shaft Misalignment on the Stresses Distribution on teeth of Spur Gears, Port Said Eng. Res. J. 2014, 18, 1, 90-98
- [15] M. Farhan, S. Karuppanan and S.S. Patil, Frictional Contact Stress Analysis of Spur Gear by using Finite Element Method, Applied Mechanics and Materials 2015, 772, 159-163
- [16] S.A.N. Quadri, D.R. Dolas, Effect of stress relieving features on stresses of involute spur gear under static loading, Int. J. of Emer. Tec. and Inno. Eng. 2015, 1, 5
- [17] T. Zou, M. Shaker, J. Angeles, A. Morozov, An Innovative Tooth Root Profile for Spur Gears and its Effect on Service Life, Meccanica 2017, 52, 1825–1841
- [18] R. Bhortake, V. Kharabe, K. Shende, R. Kadam, Bending and Wear Analysis of Spur Gear, Int. Res. J. of Eng. and Tec. 2017, 4, 5
- [19] A.K. Zarzoor, N. Almuramady and E.S. Hussein, Stress analysis for spur gears using solid works simulation, Int. J. of Mec. Eng. and Tec. 2018, 9, 11, 927-936
- [20] K.M. Jwan, K.K. Younis, Y.K. Safeen, Contact Stress Analysis of Spur Gear Under the Different Rotational Speed by Theoretical and Finite Element Method, Academic J. of Nawroz University 2018, 7, 4, 213-222
- [21] J. Eng, S. Karuppanan1 and S. Patil, Frictional stress analysis of spur gear with misalignments, J. of Mec. Eng. and Sc. 2018, 12, 2, 3566-3580
- [22] B. Mahiddini, T. Chettibi, K. Benfriha, A. Aoussat, Optimum Design of a Spur Gear Using a Two-Level Optimization Approach, mechanika. 2019, 25, 4, 304-312
- [23] S. Hardial and K. Deepak, Effect of face width of spur gear on bending stress using AGMA and ANSYS, Int. J. Simul. Multidisci. Des. Optim. 2020, 11, 23, 1-8
- [24] M.R. Kumar, S.R. Narayanan, R.D. Kumar, S. Kandaguganesh, S. Muthusamy, Design and Stress Analysis for Spur Gears Using Solid Works Simulation, Turkish Journal of Computer and Mathematics Education 2021, 12,10, 1807-1816
- [25] M. Rounak, N.T. Dhirendra, C. Sasanka, P. Pragyan, Design and numerical analysis of spur gear using SolidWorks simulation technique, Mat. Today: Proceedings 2021, 41, 340–346
- [26] E.M. Zaareer, A Novel approach for designing Gear tooth Profile by Mathematical equations for three different gear types Spur, Internal, and Helical Gear and creating models using SolidWorks and CATIA, Int. J. of Modern Sc. and Tec. 2021, 6, 2-3,31-42
- [27] A.W. Hussein, M.Q. Abdullah, A Novel Fillet Form for Non-Generation Cutting Gear Teeth, Results in Engineering 2022, 16, 100523
- [28] N.G. Kuklin, Detali Machin, Pièces de machine : Proc. pour le génie mécanique. Spécialiste écoles techniques 4e éd., révisée et supplémentaire 2002

Références bibliographie

- [29] G. Henriot 1999, Engrenages parallèles Étude géométrique, Technique de l'ingénieur, BM 5 620, 1-17
- [30] Z. S. Ivanovna 2018, Développement d'une méthode de support technologique de résistance à la pression extrême dans la zone de contact ..., Thèse en sciences techniques, Technologie du génie mécanique, "Université technique de l'aviation d'État de Rybinsk, Russie
- [31] Site ISO, accès 28/05/2023 <u>https://www.iso.org/obp/ui/fr/#iso:std:iso:1328:-1:ed-2:v2:fr:fn:1</u>
- [32] P.F. Dunaev, O.P. Lelikov 1994, Conception d'unités et de parties de machines, Ingénierie mécanique et métallurgie, Russie
- [33] A. Jangid and S. Kumar, Modelling and Simulation Analyses for Bending Stresses in Involute Spur Gears by Finite Element Method, Int. J. of App. Eng. Res.2018, 13, 12, 10914-10923
- [34] K.K. Thant, C.W.Y. Zaw, Bending Stress Analysis of High Contact Ratio Spur Gear, Int. J. of Sc. and Res. Pub. 2019, 9, 8
- [35] A.K. Madan, S. Garg, Varun, V. Agarwal, Design and simulation of spur gear by fem analysis, Int. Res. J. of Modernization in Eng. Tec. and Sc. 2022, 4, 5, 4268-4273

ملخص

تعتبر دراسة المسننات المستقيمة وجانب أسنانها ذات أهمية قصوى. تستخدم المسننات المستقيمة بشكل عام في جميع التطبيقات الميكانيكية والصناعية. على الرغم من أهمية هذا النظام إلا أنه يطرح بعض المشاكل على مستوى سطح السن وجذوره والتي ترجع إلى عدة عوامل، مثل التلامس غير الكافي، وعدم المحاذاة، والتآكل والتعب، إلخ. تعد قوة أسنان المسننات المستقيمة من الاعتبارات الرئيسية في التصميم لأنها تحدد المتانة والأداء العام للنظام. تقترح الدراسة نهجا يستخدم أداة التصميم بمساعدة الكمبيوتر لتحسين مقاومة الأسنان. يتم تقديم نتائج المحاكاة مع تأويلات تسعى إلى تقديم تفسيرات للجانب المهم لمشكلة حساسية الأسنان للمقاومة والأحمال بسبب عزم الدوران المنقول.

كلمات مفتاحية: مسننات مستقيمة، ت مك، إنحناء، جانب سن، مقاومة الأسنان

Résumé

L'étude des engrenages droits et de leurs profils de denture est de la plus haute importance. Les engrenages droits sont généralement utilisés dans de toutes les applications mécaniques et industrielles. Malgré l'importance de ce système, il présente quelques problèmes au niveau de la surface de la dent et de ses racines qui est dû à plusieurs facteurs, comme le contact inadéquat, le défaut d'alignement, l'usure et la fatigue, etc. La résistance des dents des engrenages droits est un élément clé à prendre en compte lors de la conception car elle détermine la durabilité et les performances globales du système. L'étude, propose une approche qui utilise l'outil de conception assistée par ordinateur permettant d'améliorer la résistance des dents. Les résultats de simulation sont présentés avec des interprétations cherchant à fournir des explications de l'aspect important du problème de sensibilité des dents à la résistance et aux charges dues au couple transmis. *Mots clé : Engrenages droits, CAO, Congé, Profils de denture, Résistance des dents*

Abstract

The study of spur gears and their tooth profiles is of greatest importance. Spur gears are generally used in all mechanical and industrial applications. Despite the importance of this system, it presents some problems at the level of the tooth surface and its roots which is due to several factors, such as inadequate contact, misalignment, wear and fatigue, etc. Spur gear tooth strength is a key design consideration as it determines the durability and overall performance of the system. The study proposes an approach that uses the computer-aided design tool to improve the resistance of teeth. The simulation results are presented with interpretations seeking to provide explanations for the important aspect of the tooth sensitivity problem to resistance and loads due to transmitted torque.

Keywords: Spur gears, CAD, filleting, Tooth profile, Tooth strength