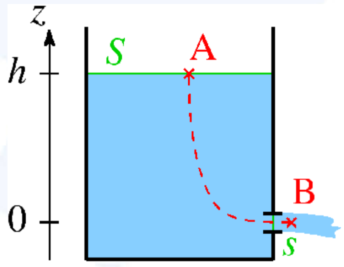
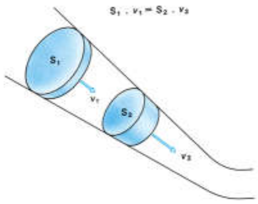
République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Ibn Khaldoun de Tiaret
Faculté des Sciences Appliquée
Département de Génie Mécanique

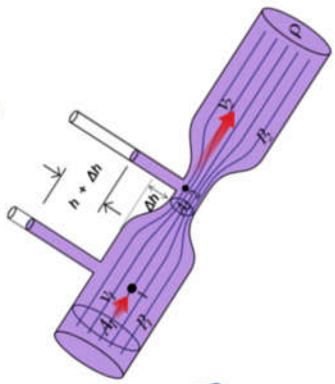
Mécanique Des Fluides

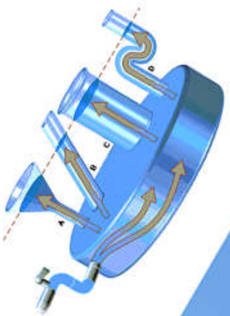


Polycopié de TD

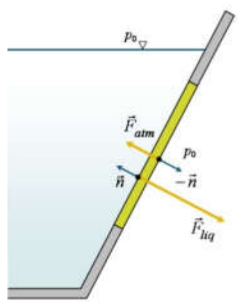
Destiné aux étudiant de la 2ème Année
Licence (S3) / Famille "B"







Préparé par :
Dr CHAIB Khaled

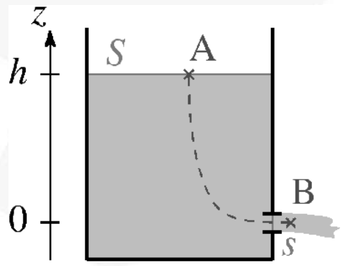


Année Universitaire : 2017 - 2018

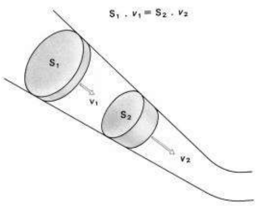
République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Ibn Khaldoun de Tiaret
Faculté des Sciences Appliquée
Département de Génie Mécanique

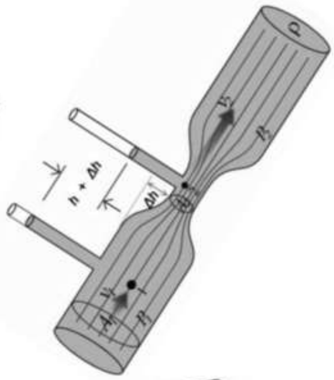
Mécanique Des Fluides

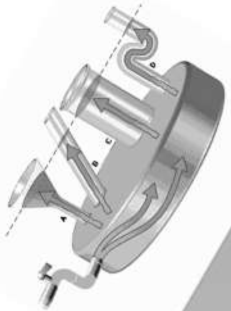
Polycopié de TD



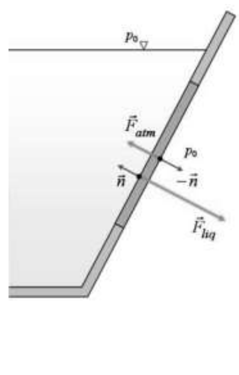
Destiné aux étudiant de la 2ème Année
Licence (S3) / Famille "B"







Préparé par :
Dr CHAIB Khaled



Année Universitaire : 2017 - 2018

Table des matières

Table des matières

Avant-propos

Ce polycopié de travaux dirigés est adressé aux étudiants de deuxième année Licence Sciences et Technologies, famille "B", (Génie Mécanique, Génie Civil et travaux publics). Il accompagne le cours de la matière intitulée **Mécanique Des Fluides**, selon le programme pédagogique officiel du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique.

Le but de ce polycopié est de mettre entre les mains de l'étudiant un moyen qui lui permettra de renforcer ses connaissances en Mécanique Des Fluides.

Ce polycopié comprend six fiches de TD, au cours desquelles les notions vues en cours sont illustrées. La première fiche est consacrée au premier chapitre intitulé propriétés des fluides. Le deuxième chapitre, traitant la statique des fluides, est étalé sur trois fiches. La dynamique des fluides incompressibles parfaits, abordée dans le troisième chapitre, est présentée dans la cinquième fiche. Finalement la sixième et dernière fiche traite le quatrième chapitre qui est la dynamique des fluides incompressibles réels.

Ce polycopié ne constitue qu'une première ébauche qui peut être améliorée dans une version ultérieure. Dans ce sens, on souhaite recevoir toutes remarques et suggestions. Espérons enfin que ce modeste travail participe dans le développement de notre université.

L'auteur

Dr CHAIB Khaled

Chapitre I

TD N° 01

Propriétés des fluides

Enoncés

Université Ibn Khaldoun - Tiaret
Faculté des Sciences Appliquées
Département des Sciences et de la Technologie
2ème Année Socle Commun / S3

Matière : Mécanique des fluides (UEF 2.1.2) **TD N° 01** **Année :** 2017-2018

Exercice 01

Déterminer le poids volumique de l'essence sachant que sa densité $d = 0,7$.

On donne :

- l'accélération de la pesanteur $g = 9,81\, m/s^2$,
- la masse volumique de l'eau $\rho = 1000\, kg/m^3$.

Exercice 02

Calculer le poids P_0 d'un volume $V = 3\, litres$ d'huile d'olive ayant une densité $d = 0,918$.

Exercice 03

Déterminer la viscosité dynamique de l'huile d'olive sachant que sa densité est $0,918$ et sa viscosité cinématique est $d = 1,089\, Stockes$.

Exercice 04

Du fuel porté à une température $T = 20\,°C$ a une viscosité dynamique $\mu = 95\times10^{-3}\, Pa\cdot s$. Calculer sa viscosité cinématique ν en stockes Sachant que sa densité est $d = 0,95$.

On donne la masse volumique de l'eau $\rho = 1000\, kg/m^3$.

Exercice 05

La masse volumique du mercure est de $\rho = 13,6\, g/cm^3$. Exprimez-la dans le système international d'unités.

Trouvez la masse de $78,0\, cm^3$ de mercure.

Exercice 06

On mesure la masse de plusieurs volumes différents d'un même liquide. On trouve :

$V\,(cm^3)$	50	100	150	200	250
$M\,(g)$	55	112	169	227	281

Quelle est la masse volumique du liquide ?

Exercice 07

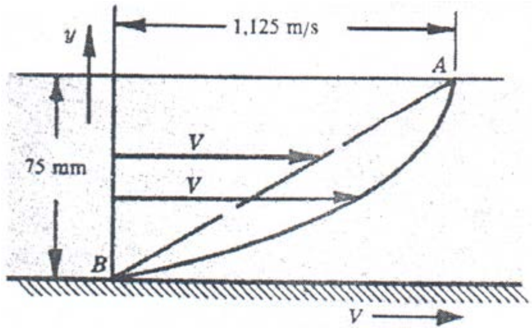
Un cylindre de rayon $r_{\text{int}} = 0,12\, m$ tourne dans un autre cylindre de rayon $r_{ext} = 0,13\, m$ qui lui est fixe. Les deux cylindres sont coaxiaux et de longueur $L = 0,3\, m$. Déterminer la viscosité du liquide remplissant l'espace entre les cylindres si un couple de $0,88\, N\cdot m$ est requis pour maintenir une vitesse angulaire de $\omega = 2\,\pi\cdot rad\cdot s^{-1}$.

Exercice 08

Un fluide a une viscosité dynamique de $4,88\times10^{-4}\, Pa\cdot s$ et une densité de $0,913$. Calculer le gradient des vitesses et l'intensité de la contrainte tangentielle à la paroi et aux points situés à $25\,mm$, $50\,mm$ et $75\,mm$ de celle-ci, en admettant :

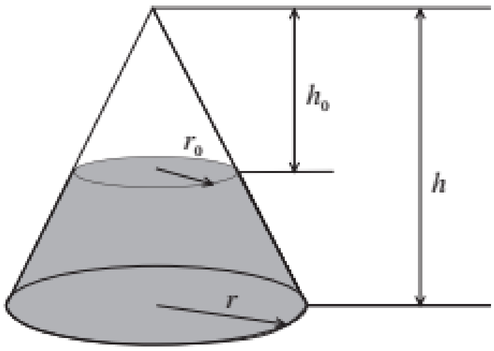
a) Une distribution de vitesse linéaire,

b) Une distribution de vitesse parabolique. La parabole de la figure a son sommet en A. L'origine est en B.



Exercice 09

Trouver la hauteur de la surface libre si $0,02\,m^3$ d'eau sont remplies dans un réservoir de forme conique (voir la figure ci-dessous) de hauteur $h = 0,5\,m$ et de rayon à la base de $r = 0,25\,m$. Combien de quantité d'eau supplémentaire est nécessaire pour remplir entièrement le réservoir ? Si ce réservoir contient $30,5\,kg$ d'huile, quelle est la masse volumique de cette huile ?



Exercice 10

Un liquide a une tension superficielle $\gamma = 25\times10^{-3}\ N\cdot m^{-1}$. Avec ce liquide, on souffle une bulle de savon de rayon $R = 3\,cm$. Calculer la surpression à l'intérieur de cette bulle. La pression extérieure étant égale à $10^5\ Pa$, calculer le travail total dépensé pour souffler la bulle.

Exercice 11

Un liquide mouillant parfaitement le verre et de masse volumique $\rho = 1,05\times10^3\ kg/m^3$, s'élève à une hauteur moyenne $h = 1,5\,cm$ dans un tube capillaire en verre, vertical et de diamètre intérieur $d = 1\,mm$. Calculer la tension superficielle du liquide $\left(g = 10\ m/s^2\right)$.

Exercice 12

Soit un tube de diamètre intérieur plongeant verticalement dans un liquide de tension superficielle γ et de masse volumique ρ. On suppose la mouillabilité parfaite et on désigne par h la dénivellation du liquide dans le tube.

Avec l'eau, on trouve $h_0 = 92,3\,mm$ $\left(\rho = 0,9973\times10^3\ kg/m^3 ; \gamma_0 = 71,93\times10^{-3}\ N/m\right)$.

Pour le benzène, on trouve $h = 42,4\,mm$.

En déduire la tension superficielle du benzène sachant que sa masse volumique ρ a pour valeur $\rho = 0,8840\times10^3\ kg/m^3$.

Chapitre I

TD N° 01

Propriétés des fluides

Corrigés

Exercice 01

$\varpi = d \cdot \rho \cdot g$.

A.N : $\varpi = 0,7 \times 1000 \times 9,81 = 6867\ N/m^3$.

Exercice 02

$P_0 = d \cdot \rho \cdot V \cdot g$.

A.N : $P_0 = 0,918 \times 1000 \times 3 \times 10^{-3} \times 9,81 = 27,01674\ N$.

Exercice 03

$\mu = \rho \cdot \nu$.

A.N : $\mu = 0,918 \times 1000 \times 1,089 \times 10^{-4} = 0,0999702\ Pa \cdot s$.

Exercice 04

$$\nu = \frac{\mu}{\rho_{eau} \cdot d} .$$

A.N : $\nu = \dfrac{\mu}{\rho_{eau} \cdot d} = \dfrac{95 \times 10^{-3}}{1000 \times 0,95} = 1 \times 10^{-4}\ m^2/s = 1\, stockes$.

Exercice 05

Le rapport des nombres qui expriment les mesures d'une grandeur avec deux unités différentes est égal à l'inverse du rapport de ces unités : $\dfrac{\rho_2}{\rho_1} = \dfrac{g}{kg}\left(\dfrac{cm}{kg}\right)^{-3} = \dfrac{1}{1000}\left(\dfrac{1}{100}\right)^{-3} = 10^{-3} \times 10^{6} = 10^{3}$.

$\rho_2 = 10^3 \cdot \rho_1 = 13600\ kg \cdot m^{-3}$.

Ou :

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Quand on passe de la masse en g à la masse en kg, le résultat est divisé par 1000 : $1\,g$ est mille fois plus petit que $1\,kg$.

Quand on passe du cm^3 au m^3, le résultat est divisé par $\left(10^2\right)^3 = 10^6$: $1\,cm^3$ est un million de fois plus petit que $1\,m^3$.

$$\rho_2\left(\text{en } kg \cdot m^{-3}\right) = \rho_1\left(\text{en } g \cdot cm^{-3}\right) \cdot \left(\frac{1}{1000}\right) 10^6 = 10^3\ \rho_1 .$$

$\rho_2 = 13600\ kg \cdot m^{-3}$.

$m = \rho \cdot V = 13,6 \times 78,0 = 1060,8\ g$.

Exercice 06

On calcule d’après les différents couples de valeurs, les masses volumiques correspondantes. On trouve, en $g \cdot cm^{-3}$ en g.cm^{-3} : 1,10 1,12 1,127 1,135 1,124. Ce qui nous donne comme moyenne : $\rho_{moy} \approx 1{,}1212\ g \cdot cm^{-3}$.

Exercice 07

Le couple s’écrit de la façon suivante :

$$C = \underbrace{\tau S}_{force} r = \tau\left(2\pi r L\right) r \Rightarrow \tau = \frac{C}{2\pi L r_2} = \frac{0,88}{2\pi \times 0,3} \times \frac{1}{r^2} = \frac{0,467}{r^2} .$$

Or $\tau = \mu \dfrac{du}{dy}$ et ici $dy = -dr$ (car lorsque $r \searrow$, $u \nearrow$)

En intégrant, on obtient donc :

$$\int_{u_{ext}}^{u_{int}} du = \frac{0,467}{\mu}\int_{r_{ext}}^{r_{int}}\left(-\frac{dr}{r^2}\right) \Rightarrow u_{int} - u_{ext} = \frac{0,467}{\mu}\left[\frac{1}{r}\right]_{0,13}^{0,12}$$

Or $u_{int} = \omega r_{int} = 2\pi \times 0,12 = 0,754\, m\cdot s^{-1}$ et $u_{ext} = 0$.

D'où : $\mu = \dfrac{0,467}{0,754}\left[\dfrac{1}{0,12} - \dfrac{1}{0,13}\right] = 0,397\, Pa\cdot s$.

Exercice 08

a) Distribution de vitesse linéaire

$V = \alpha y + \beta$ ………………. (01)

Au point B : $y = 0 \Rightarrow V = 0$, d'où : $\boxed{\beta = 0}$.

Au point A : $y = 75\times 10^{-3} \Rightarrow V = \alpha y = V_{\max} = 1,125\, m/s \Rightarrow \alpha = \dfrac{1,125}{75\times 10^{-3}} = 15$, $\boxed{\alpha = 15}$.

Ainsi : $V = 15y$.

Le gradient de vitesse : $\dfrac{dV}{dy} = 15$.

$$\tau = \mu\frac{dV}{dy} = 4,88\times 10^{-4}\times 15 = 73,2\times 10^{-4}\ Pa.$$

De manière analogue, pour d'autres valeurs de y, on obtient aussi $\tau = 73,2\times 10^{-4}\ Pa$.

b) Distribution de vitesse parabolique

$V = \alpha y^2 + \beta y + \gamma$ ………………. (01)

Au point B : $y = 0 \Rightarrow V = 0$, d'où : $\boxed{\gamma = 0}$.

Au point A : $y = 75\times 10^{-3} \Rightarrow V = \alpha y^2 + \beta y = V_{\max} = 1,125\, m/s$.

On a : $\dfrac{dV}{dy} = 2\alpha y + \beta = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha = -\dfrac{\beta}{2y}}$.

Remplaçons α dans (01) : $V = -\dfrac{\beta}{2\cancel{y}}\cancel{y}^2 + \beta y = \beta y - \dfrac{\beta y}{2} = \dfrac{\beta y}{2}$.

Or : $V = V_{\max} \Rightarrow \dfrac{\beta y}{2} = 1,125 \Rightarrow \beta = \dfrac{2\times 1,125}{y} = \dfrac{2,25}{75\times 10^{-3}} = 30$, $\boxed{\beta = 30}$.

Calculons α sachant que $\beta = 30$: $\alpha = -\dfrac{\beta}{2y} = -\dfrac{30}{2\times 75\times 10^{-3}} = -200$, $\boxed{\alpha = -200}$.

Ainsi : $V = -200y^2 + 30y$.

Le gradient de vitesse : $\dfrac{dV}{dy} = -400y + 30$.

$$\tau = \mu\frac{dV}{dy} = 4,88\times 10^{-4}\left(-400y + 30\right) = -0,1952y + 0,01464.$$

Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

$y \times 10^{-3}$	V	$\dfrac{dV}{dy}$	$\tau = -0,1952y + 0,01464$
0	0	30	0,01464
25	0,625	20	0,00976
50	1	10	0,00488
75	1,125	0	0

Exercice 09

$$V_{cône} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \times 0,25^2 \times 0,5}{3} = 0,0327\ m^3$$

Donc le volume d'eau que l'on peut rajouter pour remplir entièrement le réservoir est : $(0,0327 - 0,02) = 0,0127\ m^3$.

À partir de la figure, on a : $\dfrac{r_0}{0,25} = \dfrac{h_0}{0,5}$, donc $r_0 = \dfrac{h_0}{2}$.

Par conséquent,

$$V_{vide-haut\ cône} = \pi \frac{\left(\frac{h_0}{2}\right)^2 h_0}{3} = 0,0127\ m^3 .$$

D'où $h_0 = 0,364\ m$. La surface libre serait à $(0,5 - 0,364) = 0,136\ m$ de la base du cône.

La masse volumique correspondant à $30\ kg$ d'huile est :

$$\rho_{huile} = \frac{m_{huile}}{V_{cône}} = \frac{30,5}{0,0327} = 932,7\ kg \cdot m^{-3} .$$

Exercice 10

$$P_i - P_e = \frac{4 \cdot \gamma}{R} = \frac{4 \times 25 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-2}} = \frac{10}{3} Pa .$$

$$dW = \gamma \cdot dS .$$

$$W = \gamma \cdot S .$$

Surface d'une sphère : $4 \cdot \pi \cdot R^2$ mais ici la paroi de la bulle est constituée de 2 surfaces, donc la surface est $8 \cdot \pi \cdot R^2$.

$$W = \gamma \cdot 8 \cdot \pi \cdot R^2 = 25 \times 10^{-3} \times 8 \times \pi \times \left(3 \times 10^{-2}\right)^2 .$$

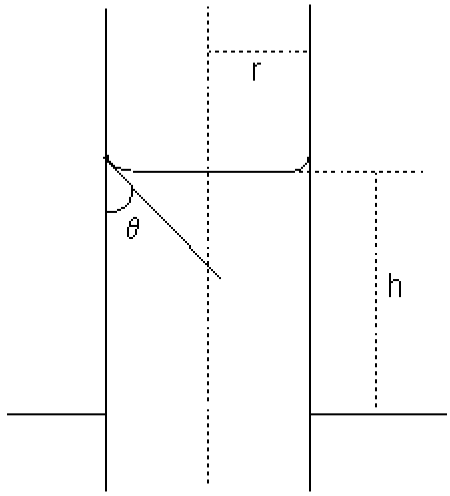
$$W = 5,7 \times 10^{-4}\ J .$$

Exercice 11

$$h=\frac{2\cdot\gamma}{\rho\cdot g\cdot r}\Rightarrow\gamma=\frac{h\cdot\rho\cdot g\cdot r}{2}=\frac{1,5\times10^{-2}\times1,05\times10^{3}\times10\times0,5\times10^{-3}}{2}=3,9375\times10^{-2}\ N\cdot m^{-1}.$$

Si $\theta=45°$ par exemple, la constante γ serait alors égale à :

$$\gamma=\frac{h\cdot\rho\cdot g\cdot r}{2\cdot\cos\theta}=\frac{3,9\times10^{-2}}{0,707}=5,5\times10^{-2}\ N\cdot m^{-1}.$$



Exercice 12

Pour le benzène, on a :

$$h=\frac{2\cdot\gamma}{\rho\cdot g\cdot r}.$$

Pour l’eau, on a :

$$h_0=\frac{2\cdot\gamma_0}{\rho_0\cdot g\cdot r}.$$

En faisant le rapport :

$$\frac{h}{h_0}=\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)\times\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right).$$

$$\gamma=\frac{h\cdot\gamma_0\cdot\rho}{h_0\cdot\rho_0}.$$

$$\gamma=\frac{42,4\times71,93\times10^{-3}\times0,884\times10^{3}}{92,3\times0,9973\times10^{3}}=29,29\times10^{-3}\ N\cdot m^{-1}.$$

$$\gamma=29,29\times10^{-3}\ N\cdot m^{-1}.$$

Chapitre II

TD N° 02

Statique des fluides

Enoncés

Exercice 01

Un tube en U de section uniforme $s = 2\ cm^2$ contient du mercure.

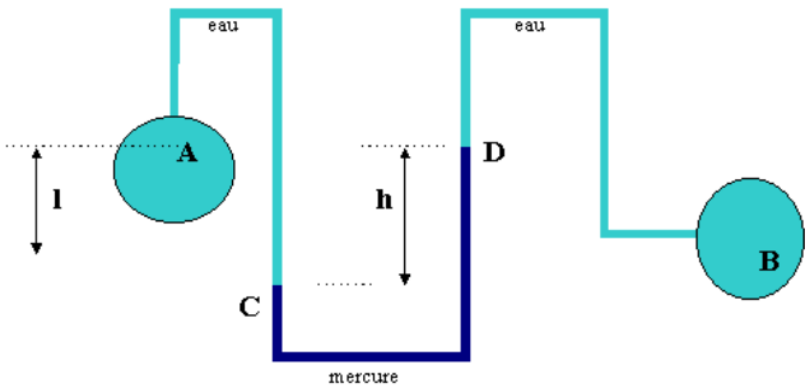
a) Dans la branche A, on verse $20\ cm^3$ d'eau. Calculer la différence des niveaux des surfaces libres dans les deux branches A et B.

b) On veut ramener les niveaux du mercure dans les deux branches dans un même plan horizontal en versant de l'alcool dans la branche B. Calculer le volume d'alcool nécessaire pour obtenir ce résultat.

Données : Masses volumiques : mercure : $13,6\ g \cdot cm^{-3}$; Alcool : $0,8\ g \cdot cm^{-3}$.

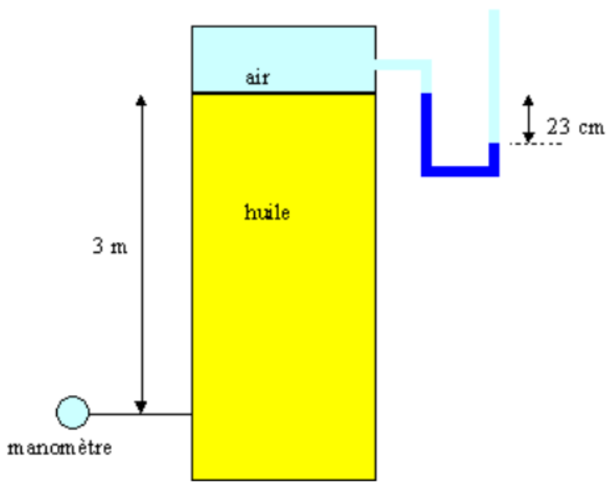
Exercice 02

On considère deux récipients A et B reliés par un tube $ABCD$. Les récipients A et B ainsi que les portions AC et DB du tube contiennent de l'eau. La portion CD contient du mercure. On connait : $P_A = 28\ bars$, $P_B = 14\ bars$, $l = 2\ m$. Déterminer la dénivellation $h = z_C - z_D$ du mercure.



Exercice 03

Le tube en U contient du mercure $(d_{Hg} = 13,57)$. Densité de l'huile : $(d_h = 0,75)$. Quelle est la pression au manomètre ?

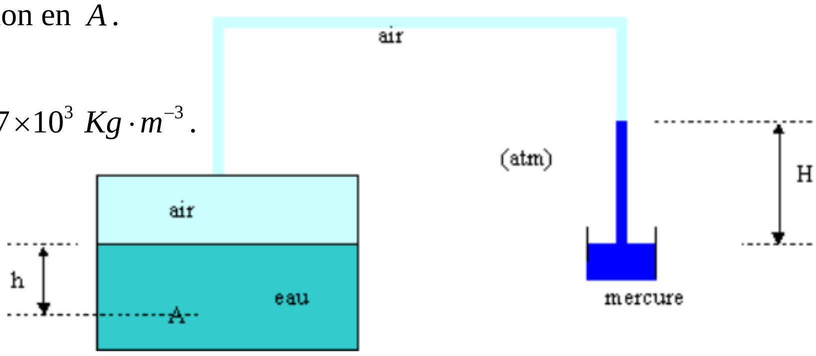


Exercice 04

Dans le circuit ci-contre, calculer la pression en A.

Données : $H = 34,3\ cm$, $h = 53\ cm$,

$\rho_{eau} = 1,05 \times 10^3\ Kg \cdot m^{-3}$ et $\rho_{mercure} = 13,57 \times 10^3\ Kg \cdot m^{-3}$.

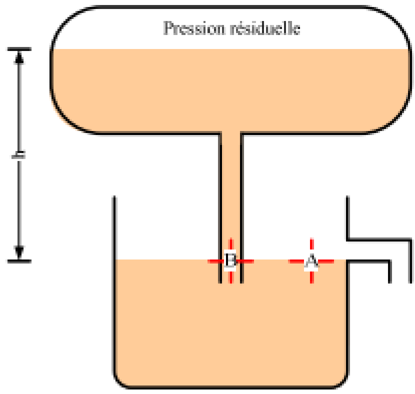


Exercice 05

On utilise une colonne barométrique pour soutirer un liquide dans un récipient sous vide. Voir schéma ci-dessous :

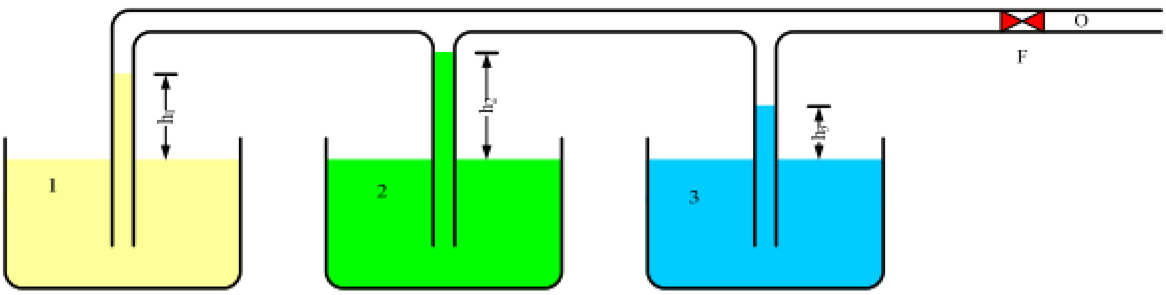
On ne peut soutirer le liquide que si la pression exercée en B est légèrement supérieure à celle exercée en A. Calculer la hauteur minimum de la colonne.

Données : $P_{atm} = 101325\ Pa$, $P_{résiduelle} = 0,2\ bar$, $\rho_{liquide} = 1000\ Kg \cdot m^{-3}$.



Exercice 06

Soit le schéma suivant :



Le récipient (1) contient de l'eau, le récipient (2) contient de l'éthanol et le récipient (3) de la glycérine. On aspire de l'air en (O) puis on ferme hermétiquement en (F).

Calculer : les hauteurs h_2 et h_3.

Données : $h_1 = 20\ cm$, $P_{atm} = 101325\ Pa$, $\rho_{éthanol} = 794\ Kg \cdot m^{-3}$, $\rho_{eau} = 1000\ Kg \cdot m^{-3}$, $\rho_{glycérine} = 1270\ Kg \cdot m^{-3}$.

Chapitre II

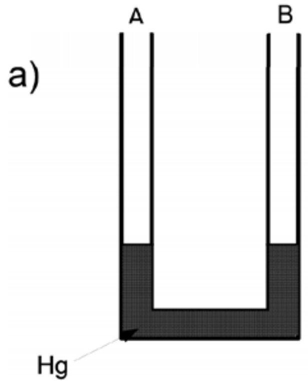
TD N° 02

Statique des fluides

Corrigés

Exercice 01

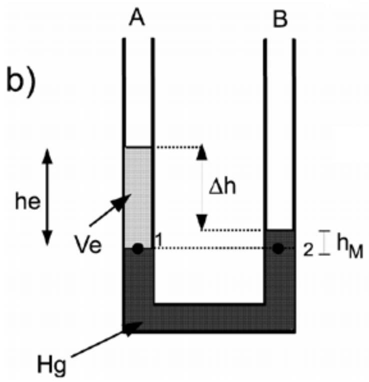
La situation initiale est représenté à la figure (a) où seul le mercure $\left(Hg\right)$ occupe le tube de section uniforme S .



Un volume d'eau $V_e = 20\,cm^3$ est introduit dans la branche A comme représenté à la figure (b). Calculons la hauteur d'eau h_e correspondant au volume V_e introduit :

$v_e = h_e \times s$; $h_e = \dfrac{v_e}{s}$

A.N : $h_e = \dfrac{20}{2} = 10\,cm = 0{,}1\,m$



Sachant que sur chaque surface libre règne la pression atmosphérique P_{atm}, déterminons l'expression de la pression au point 1 :

$P_1 = P_{atm} + \rho_e \times g \times h_e$

Le point 2 étant sur la même ligne horizontale que 1, alors $P_1 = P_2$. Déterminons l'expression de la pression au point 2 en fonction de la hauteur de mercure h_M .

$P_2 = P_{atm} + \rho_{Hg} \times g \times h_M$

Or $P_1 = P_2$

$P_{atm} + \rho_e \times g \times h_e = P_{atm} + \rho_{Hg} \times g \times h_M$

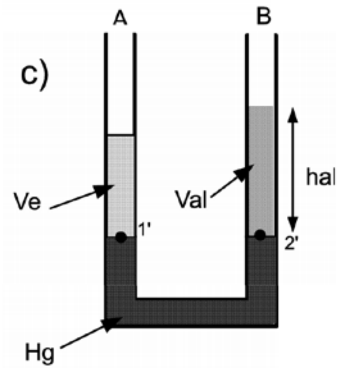
$\rho_e \times h_e = \rho_{Hg} \times h_M$

$h_M = \dfrac{\rho_e \times h_e}{\rho_{Hg}}$

A.N : $h_M = \dfrac{1 \times 10}{13{,}6} = 0{,}74\,cm = 0{,}0074\,m$.

$\Delta h = h_e - h_M = 10 - 0{,}74 = 9{,}26\,cm = 0{,}0926\,m$.

Après avoir mis de l'alcool dans la branche B, les niveaux de mercure sont dans un même plan horizontal. Ici, les points 1' et 2' figure (c) sont à une même pression.



$$P_{1'} = P_{2'} = P_{atm} + \rho_e \times g \times h_e = P_{atm} + \rho_{al} \times g \times h_{al}$$

$$\rho_e \times h_e = \rho_{al} \times h_{al}$$

$$h_{al} = \frac{\rho_e \times h_e}{\rho_{al}}$$

A.N : $h_{al} = \dfrac{1\times 10}{0,8} = 12,5\ cm = 0,125\ m$.

Le volume de l'alcool v_{al} correspondant à la hauteur d'alcool h_{al} est donc :

$$v_{al} = h_{al} \times s$$

A.N : $v_{al} = 12,5 \times 2 = 25\ cm^3 = 25 \times 10^{-6}\ m^3$.

Exercice 02

Appliquons la loi de l'hydrostatique entre A et C, C et D puis D et B :

$$P_A + \rho_{eau} \cdot g \cdot z_A = P_C + \rho_{eau} \cdot g \cdot z_C$$

$$P_C + \rho_{Hg} \cdot g \cdot z_C = P_D + \rho_{Hg} \cdot g \cdot z_D$$

$$P_D + \rho_{eau} \cdot g \cdot z_D = P_B + \rho_{eau} \cdot g \cdot z_B$$

Effectuons ensuite la somme de ces trois équations membre à membre. Les pressions en C et D s'annulent et en remplaçant $z_A - z_B$ par l et $z_D - z_C$ par h, on en déduit le résultat suivant :

$$h = \frac{P_B - P_A - \left(\rho_{eau} \cdot g \cdot l\right)}{g\left(\rho_{eau} - \rho_{Hg}\right)}.$$

A.N : $\boxed{h = 11,51\, m}$.

Exercice 03

Détermination des points entre lesquels nous allons appliquer la loi de l'hydrostatique :

Nom du point	Location du point
Point A	Dans l'huile au niveau du manomètre
Point B	Interface huile / air
Point C	Interface air / mercure
Point D	Interface mercure / atmosphère

Application de la loi de l'hydrostatique :

$$P_A + \rho_{huile} \cdot g \cdot z_A = P_B + \rho_{huile} \cdot g \cdot z_B$$
$$P_B + \rho_{air} \cdot g \cdot z_B = P_C + \rho_{air} \cdot g \cdot z_C$$
$$P_C + \rho_{Hg} \cdot g \cdot z_C = P_D + \rho_{Hg} \cdot g \cdot z_D$$

On connaît $P_C = P_{atm}$, $z_B - z_A = H$, $z_C - z_D = h$, et $\rho_{air} = 0$. En effectuant la somme des trois équations ci-dessus, on en déduit la valeur de la pression en A :

$$P_A = P_{atm} - \rho_{Hg} \cdot g \cdot h + \rho_{huile} \cdot g \cdot H .$$

avec : $\rho_{huile} = d_{huile} \cdot \rho_{eau}$ et $\rho_{Hg} = d_{Hg} \cdot \rho_{eau}$.

A.N : $\left(H = 3\,m, h = 23\,cm, P_{atm} = 10^5\ Pa, g = 9,81\,m \cdot s^{-2}\right)$ $\boxed{P_A = 6,96 \times 10^4\ Pa}$.

Exercice 04

Pour appliquer la loi de l'hydrostatique, la règle d'or est de choisir correctement les points entre lesquels la loi sera appliquée. Il suffit de prendre ces points dès qu'il y a une interface (liquide-liquide, liquide-gaz ou liquide-solide).

Dans l'exemple qui nous intéresse, appelons :

B un point situé à l'interface eau-air dans la cuve de gauche,

C un point situé à l'interface air-mercure dans la conduite reliant la cuve au réservoir de mercure,

D un point situé à l'interface mercure-air sur la surface libre du réservoir de mercure.

D'après l'énoncé, on connait :

$$P_D = P_{atm}$$
$$z_B - z_A = h$$
$$z_C - z_D = H$$

Appliquons la loi de l'hydrostatique entre A et B, B et C, C et D :

$$P_A + \rho_{eau} \cdot g \cdot z_A = P_B + \rho_{eau} \cdot g \cdot z_B$$
$$P_B + \rho_{air} \cdot g \cdot z_B = P_C + \rho_{air} \cdot g \cdot z_C$$
$$P_C + \rho_{Hg} \cdot g \cdot z_C = P_D + \rho_{Hg} \cdot g \cdot z_D$$

En effectuant la somme de ces trois équations et en considérant que $\rho_{air} = 0$, on en déduit le résultat :

$P_A = P_{atm} + g\left(h \cdot \rho_{Hg} - H \cdot \rho_{Hg}\right)$ **A.N :** $\boxed{P_A = 6 \times 10^4\ Pa}$.

Exercice 05

La pression en A est la pression atmosphérique car le récipient respire à l'air libre.

Donc d'après l'énoncé il faut que : $P_B > P_A$.

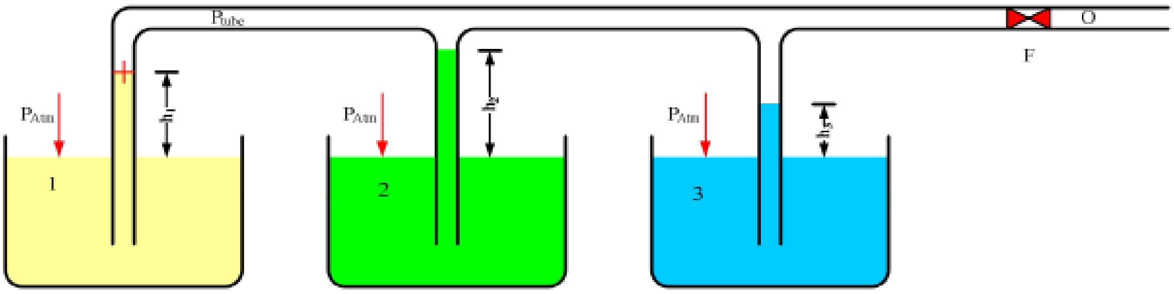
D'après le principe de Pascal : $\begin{array}{l} P_B - P_{résiduelle} = \rho_{eau} \cdot g \cdot h \\ P_B = \rho_{eau} \cdot g \cdot h + P_{résiduelle} > P_A \end{array}$.

$$h > \frac{P_A - P_{résiduelle}}{\rho_{eau} \cdot g} .$$

Il faudra donc que la hauteur de la colonne soit supérieure à $8,3\,m$.

Exercice 06

On peut donc dire qu'une fois que la vanne est fermée la pression qui règne dans le tube est **partout la même**. Grâce au principe de Pascal et la connaissance de la hauteur dans le tube 1 on peut déterminer la pression dans le tube.



$$P_{atm} - P_{tube} = \rho_{eau} \cdot g \cdot h_1 = \rho_{ethanol} \cdot g \cdot h_2 = \rho_{glycérine} \cdot g \cdot h_3$$

$$P_{tube} = P_{atm} - \rho_{eau} \cdot g \cdot h_1 = 101325 - 1000 \times 9,81 \times 0,2 = 99363\ Pa$$

$$h_2 = \frac{P_{atm} - P_{tube}}{\rho_{ethanol} \cdot g} = \frac{\rho_{eau} \cdot g \cdot h_1}{\rho_{ethanol} \cdot g} = \frac{1000 \times 9,81 \times 0,2}{794 \times 9,81} = 0,252\ m = 25,2\ cm$$

$$h_2 = \frac{P_{atm} - P_{tube}}{\rho_{glycérine} \cdot g} = \frac{\rho_{eau} \cdot g \cdot h_1}{\rho_{glycérine} \cdot g} = \frac{1000 \times 9,81 \times 0,2}{1270 \times 9,81} = 0,157\ m = 15,7\ cm$$

Chapitre II

TD N° 02

Statique des fluides (Suite)

Enoncés

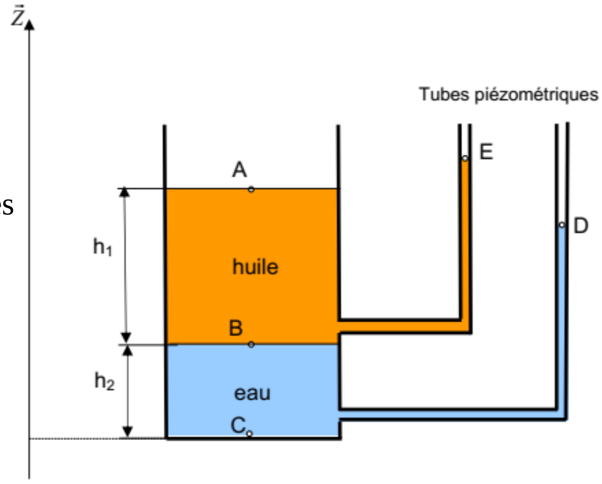
Exercice 01

La figure ci-dessous représente un réservoir ouvert, équipé de deux tubes piézométriques et rempli avec deux liquides non miscibles :

- de l'huile de masse volumique $\rho_1 = 850\ kg/m^3$ sur une hauteur $h_1 = 6\ m$,
- de l'eau de masse volumique $\rho_2 = 1000\ kg/m^3$ sur une hauteur $h_2 = 5\ m$.

On désigne par:

- A un point de la surface libre de l'huile,
- B un point sur l'interface entre les deux liquides,
- C un point appartenant au fond du réservoir,
- D et E les points représentants les niveaux dans les tubes piézométriques,
- $(O, \vec{Z})$ est un axe vertical tel que $Z_C = 0$.



Appliquer la relation fondamentale de l'hydrostatique (RFH) entre les points :

1. B et A. En déduire la pression P_B (en bar) au point B.
2. A et E. En déduire le niveau de l'huile Z_E dans le tube piézométrique.
3. C et B. En déduire la pression P_C (en bar) au point C.
4. C et D. En déduire le niveau de l'eau Z_D dans le tube piézométrique.

Exercice 02

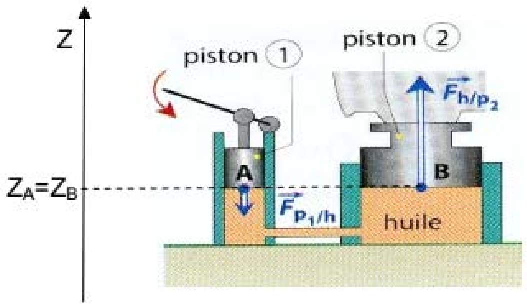
La figure ci-dessous représente un cric hydraulique formé de deux pistons (1) et (2) de section circulaire. Sous l'effet d'une action sur le levier, le piston (1) agit, au point (A), par une force de pression $F_{P_1/h}$ sur l'huile. L'huile agit, au point (B) sur le piston (2) par une force F_{h/P_2}.

On donne :

- Les diamètres de chacun des pistons : $D_1 = 10\ mm$; $D_2 = 100\ mm$.
- L'intensité de la force de pression en (A) : $F_{P_1/h} = 150\ N$.

1. Déterminer la pression P_A de l'huile au point (A).
2. Quelle est la pression P_B ?

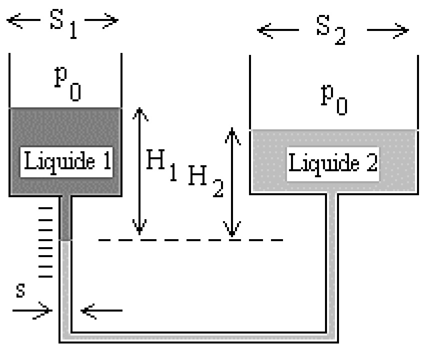
En déduire l'intensité de la force de pression F_{h/P_2}.



Exercice 03

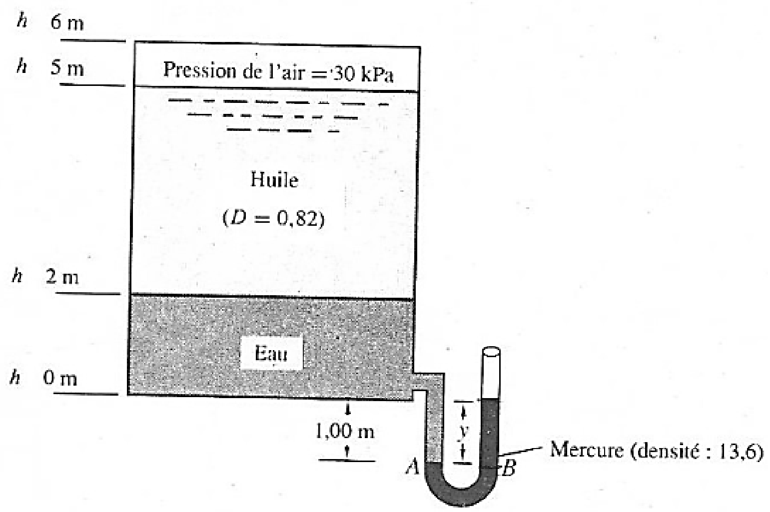
Un manomètre différentiel est constitué de deux récipients cylindriques, de sections droites respectives S_1 et S_2, reliés par un tube de section intérieure s constante. L'ensemble contient deux liquides non miscibles de masses volumiques ρ_1 et ρ_2.

1. Initialement, la pression au-dessus des deux liquides est la même et égale à P_0, la surface de séparation est définie par H_1 et H_2. En déduire une relation entre ρ_1, ρ_2, H_1 et H_2.
2. On provoque au-dessus du liquide 1 une surpression ΔP et la surface de séparation des deux liquides se déplace de Δh. En déduire le rapport $\dfrac{\Delta h}{\Delta P}$.



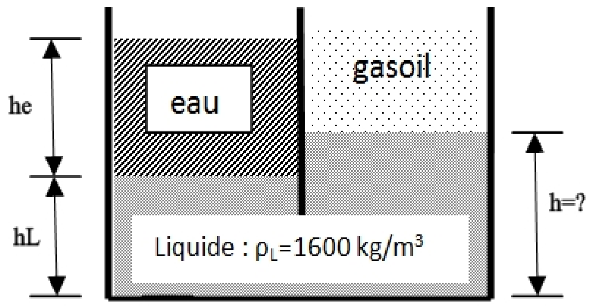
Exercice 04

Un manomètre est relié à un réservoir contenant trois fluides différents. Trouver la différence de hauteur de la colonne de mercure du manomètre.



Exercice 05

Un réservoir contient trois liquides (figure ci-dessous), l'eau $\left(\rho_e = 1000\, kg/m^3\right)$, le gasoil $\left(\rho_g = 700\, kg/m^3\right)$ et un liquide de masse volumique $\left(\rho_L = 1600\, kg/m^3\right)$ disposés selon leur masse volumique. Si $h_e = 1{,}5\, m$ et $h_L = 1\, m$ déterminé la hauteur h.



Chapitre II

TD N° 02

Statique des fluides

(Suite)

Corrigés

Exercice 01

1. RFH entre B et A : $P_A - P_B = \rho_1 \cdot g \cdot (Z_A - Z_B)$. Or : $P_A = P_{atm}$ et $Z_A - Z_B = h_1$.

   Donc $P_B = P_{atm} + \rho_1 \cdot g \cdot h_1$. **A.N :** $P_B = 10^5 + 850 \times 9,81 \times 6 = 150031\, Pa = 1,5\, bar$.
2. RFH entre A et E : $P_A - P_E = \rho_1 \cdot g \cdot (Z_E - Z_A)$. Or : $P_A = P_E = P_{atm}$ et $Z_A - Z_B = h_1$.

   Donc $Z_E = Z_A = h_1 + h_2$. **A.N :** $Z_E = 6 + 5 = 11\, m$.
3. RFH entre C et B : $P_C - P_B = \rho_2 \cdot g \cdot (Z_B - Z_C)$. Or : $Z_B - Z_C = h_2$.

   Donc $P_C = P_B + \rho_2 \cdot g \cdot h_2$. **A.N :** $P_C = 150031 + 1000 \times 9,81 \times 5 = 199081\, Pa \approx 2\, bar$.
4. RFH entre C et D : $P_C - P_D = \rho_2 \cdot g \cdot (Z_D - Z_C)$. Or : $P_D = P_{atm}$ et $Z_C = 0$.

Donc $Z_D = \dfrac{P_C - P_{atm}}{\rho_2 \cdot g}$. **A.N :** $Z_D = \dfrac{199081 - 10^5}{1000 \times 9,81} = 10,1\, m$.

Exercice 02

1. Pression P_A de l'huile au point A : $P_A = \dfrac{4 \cdot F_{P_1/h}}{\pi \cdot D_1^2}$. **A.N :** $P_A = \dfrac{4 \times 150}{\pi \times 0,01^2} = 19 \times 10^5\ Pa$.
2. RFH entre A et B : $P_A - P_B = \varpi \cdot (Z_B - Z_A)$. Or : $Z_B = Z_A$, donc : $P_A = P_B = 19 \times 10^5\ Pa$.
3. Force de pression en B : $F_{h/P_2} = P_B \cdot \dfrac{\pi \cdot D_2^2}{4}$. **A.N :** $P_A = 19 \times 10^5 \times \dfrac{\pi \times 0,1^2}{4} = 14922,6\ N$.

On constate que la force $F_{P_1/h} = 150\ N$ est relativement faible par rapport à $F_{h/P_2} = 14922,6\ N$. Avec ce système nous avons atteint un rapport de réduction de force de presque 100. Ce rapport correspond au rapport des diamètres des cylindres. On utilise souvent le même principe de réduction d'effort dans plusieurs applications hydrauliques (exemple: presse hydraulique).

Exercice 03

1. $P_0 + \rho_1 \cdot g \cdot H_1 = P_0 + \rho_2 \cdot g \cdot H_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot H_1 = \rho_2 \cdot H_2$.
2. La pression augmentant du coté 1, la surface de séparation des deux liquides baisse de Δh, la surface libre du liquide 1 baisse de $h_1 = \dfrac{s \cdot \Delta h}{S_1}$, celle du liquide 2 augmente de $h_2 = \dfrac{s \cdot \Delta h}{S_2}$.

L'égalité des pressions à la surface de séparation des deux liquides donne :

$$P_0 + \Delta P + \rho_1 \cdot g \left[H_1 - h_1 + \Delta h \right] = P_0 + \rho_2 \cdot g \left[H_2 + h_2 + \Delta h \right]$$

Par suite, $\Delta P + \rho_1 \cdot g \left[-h_1 + \Delta h \right] = P_0 + \rho_2 \cdot g \left[h_2 + \Delta h \right]$

$$\begin{aligned} \Delta P &= (\rho_2 - \rho_1) g \cdot \Delta h + g \cdot (\rho_1 \cdot h_1 + \rho_2 \cdot h_2) \\ &= (\rho_2 - \rho_1) g \cdot \Delta h + g \cdot s \cdot \Delta h \left(\frac{\rho_1}{S_1} + \frac{\rho_2}{S_2} \right) \\ &= g \cdot \Delta h \left[\rho_2 - \rho_1 + s \cdot \left(\frac{\rho_1}{S_1} + \frac{\rho_2}{S_2} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta P} = \frac{1}{g \left[\rho_2 - \rho_1 + s \cdot \left(\frac{\rho_1}{S_1} + \frac{\rho_2}{S_2} \right) \right]} = 2,2\ mm/Pa \cdot$$

Exercice 04

$$P_A = P_B$$

$$\left.\begin{array}{l} P_B = \rho_{Hg} \cdot g \cdot y \\ P_A = P_{air} + (\rho_h \cdot g \cdot H_h) + (\rho_e \cdot g \cdot H_e) \end{array}\right\} \Rightarrow \rho_{Hg} \cdot g \cdot y = P_{air} + (\rho_h \cdot g \cdot H_h) + (\rho_e \cdot g \cdot H_e)$$

$$y = \frac{P_{air} + (\rho_h \cdot g \cdot H_h) + (\rho_e \cdot g \cdot H_e)}{\rho_{Hg} \cdot g}.$$

A.N : $y = \dfrac{30000 + (820 \times 9,81 \times 3) + (1000 \times 9,81 \times 3)}{13600 \times 9,81} = 0,626\, m$.

Exercice 05

On a : $P_1 = P_2$.

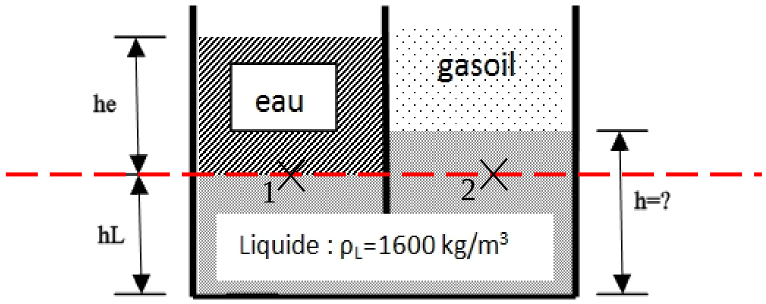
D'où : $P_{atm} + \rho_e \cdot g \cdot h_e = P_{atm} + \rho_g \cdot g \left[h_e - (h - h_\ell) \right] + \rho_\ell \cdot g (h - h_\ell)$

$$\rho_e \cdot h_e = \rho_g \cdot h_e - \rho_g \cdot h - \rho_g \cdot h_\ell + \rho_\ell \cdot h - \rho_\ell \cdot h_\ell$$

$$h_e \cdot (\rho_e - \rho_g) = h \cdot (\rho_\ell - \rho_g) + h_\ell \cdot (\rho_g - \rho_\ell)$$

$$h = \frac{h_e \cdot (\rho_e - \rho_g) - h_\ell \cdot (\rho_g - \rho_\ell)}{(\rho_\ell - \rho_g)} = h_\ell + \frac{h_e \cdot (\rho_e - \rho_g)}{(\rho_\ell - \rho_g)}$$

A.N : $h = 1 + \dfrac{1,5 \times (1000 - 700)}{(1600 - 700)} = 1 + \dfrac{1,5 \times 300}{900} = 1,5\, m$.



Chapitre II

TD N° 02

Statique des fluides (Suite)

Enoncés

Université Ibn Khaldoun - Tiaret
Faculté des Sciences Appliquées
Département des Sciences et de la Technologie
2ème Année Socle Commun / S3

Matière : Mécanique des fluides (UEF 2.1.2) **TD N° 02 (suite)** **Année :** 2017-2018

Exercice 01

Calculer la force de pression hydrostatique due à l'action de l'eau sur la surface rectangulaire AB de $(3\,m \times 5\,m)$ représenté dans la figure1.

Refaire l'exercice en utilisant la méthode graphique.

Exercice 02

Calculer la force résultante due à l'action de l'eau sur la surface AB, (1) rectangulaire, (2) triangulaire, (3) circulaire de de $6\,m$ de hauteur représentée dans la figure 02. Trouver son point d'application.

Si la porte AB pivote autour du point A, quelle est la force nécessaire à appliquer au point B pour que la porte reste en position verticale.

Quelle est la force appliquée (supportée) au point A.

Exercice 03

Si la porte AB (figure 03) est rectangulaire et a pour dimensions $(H \times L)$ où H : hauteur, L : largeur $= 2\,m$. La surface de l'eau se trouve à $2\,m$ au-dessus du pivot B avec $D = 5\,m$, déterminer :

1. La force hydrostatique s'exerçant sur la porte ;
2. La position du point d'application de cette force ;
3. La force nécessaire à appliquer au point pour soulever la porte.

Exercice 04

Déterminer l'intensité et la position de la force de pression de l'eau sur la vanne représentée dans la figure 04 si la profondeur de l'eau en amant de la vanne $h = 3\,m$, le rayon de la vanne $R = 2\,m$, la largeur du pertuis de vanne $b = 6\,m$.

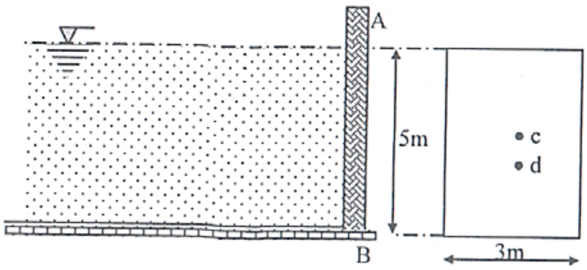


Figure 01

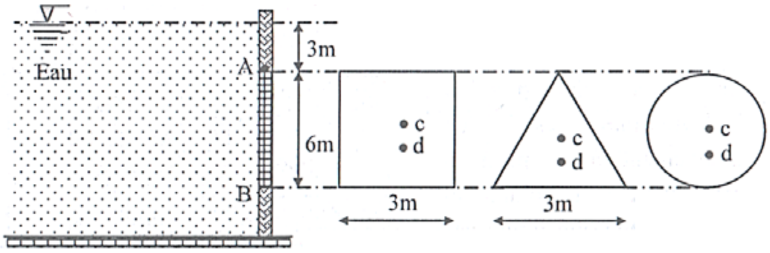


Figure 02

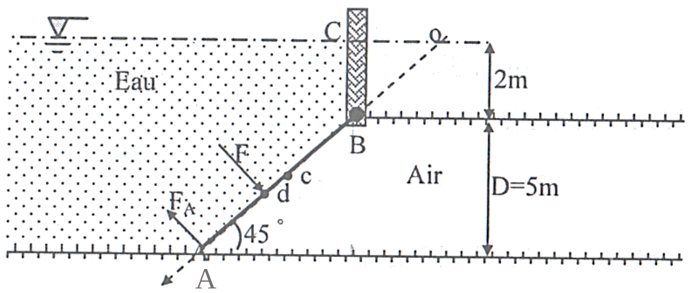


Figure 03

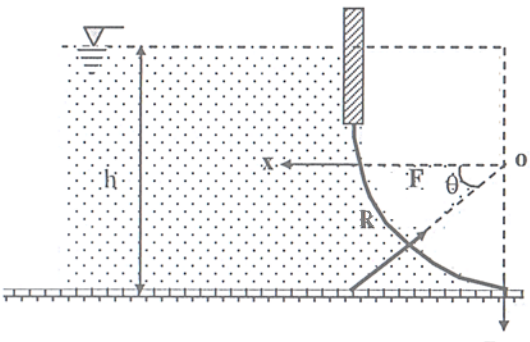


Figure 04

Chapitre II

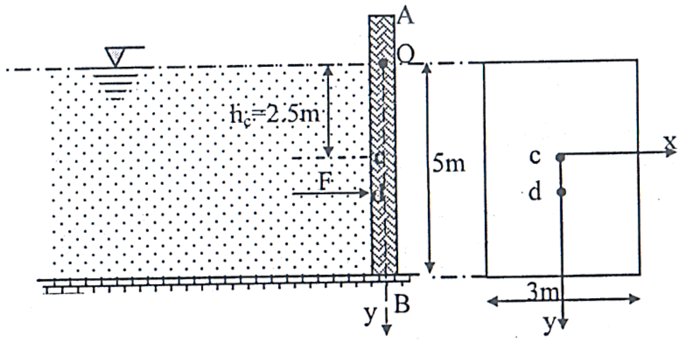
TD N° 02

Statique des fluides

(Suite)

Corrigés

Exercice 01



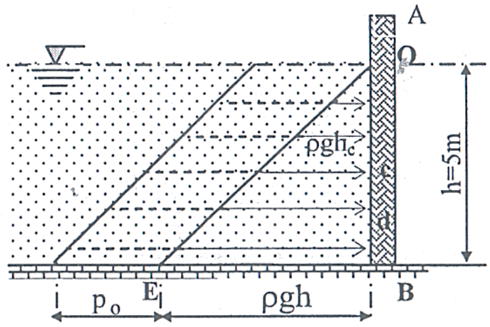
1. **Intensité de la force de pression hydrostatique (Méthode analytique)**

   $F = P_{c.eff} \cdot S = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S$. **A.N :** $F = 1000 \times 9{,}81 \times \frac{5}{2}(5\times 3) = 367{,}9\ KN$.

   Qui agit au centre de pression d tel que : $y_d = y_c + \frac{I_{cx}}{y_c \cdot S}$.

   A.N : $y_d = 2{,}5 + \frac{\frac{3\times 5^3}{12}}{2{,}5\times(3\times 5)} = 3{,}33\ m$.

2. **Intensité de la force de pression hydrostatique (Méthode graphique)**
   La force de pression hydrostatique est due uniquement à la pression effective ; c'est le volume du corps de pression limité par la surface OBE de la largeur $b = 3\ m$.



De ce fait :

$F = V_{OBE} = \frac{(\rho \cdot g \cdot h)\cdot h}{2} \cdot b = \frac{1}{2} \rho \cdot g \cdot h \cdot b \cdot h^2$

A.N : $F = \frac{1}{2} \times 1000 \times 9{,}81 \times 3 \times 5^2 = 367{,}9\ KN$.

Qui agit au point d et qui passe par le centre de gravité du volume du corps limité par la surface OBE de la largeur $b = 3\ m$, c.-à-d. à une distance verticale de $\frac{10}{3} = 3{,}33\ m$ de la surface libre de l'eau.

Exercice 02

1. **Porte rectangulaire**

   $F = P_{c.eff} \cdot S = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S$. **A.N :** $F = 1000 \times 9{,}81 \times 6(6\times 3) = 1059{,}48\ KN$.

   Qui agit à une distance verticale : $y_d = y_c + \frac{I_{cx}}{y_c \cdot S}$.

A.N : $y_d = 6 + \dfrac{\dfrac{3\times 6^3}{12}}{6\times(6\times 3)} = 6,5\ m$ par rapport à la surface de l'eau.

- La force nécessaire à appliquer au point B pour que la porte reste en position verticale (fermée).
  En équilibre :
  $$\sum \overrightarrow{M}\left(\overrightarrow{F}_{ext}\right) = \vec{0} \Rightarrow F\cdot(y_d - 3) - F_B \cdot AB = 0 \Rightarrow F_B = \frac{F\cdot(y_d-3)}{AB}.$$
  A.N : $F_B = \dfrac{1059,48\times 3,5}{6} = 618,03\ KN$.
- La force supportée au pivot A :
  En équilibre :
  $$\sum \overrightarrow{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow F_A + F_B - F = 0 \Rightarrow F_A = F - F_B.$$
  A.N : $F_A = 1059,48 - 618,03 = 441,45\ KN$.

2. **Porte triangulaire**

   $F = P_{c.eff}\cdot S = \rho\cdot g\cdot h_c\cdot S$. **A.N :** $F = 1000\times 9,81\times 7\left(\dfrac{6\times 3}{2}\right) = 618,03\ KN$.

   Qui agit à une distance verticale : $y_d = y_c + \dfrac{I_{cx}}{y_c\cdot S}$.

   A.N : $y_d = \left(3+\dfrac{12}{3}\right) + \dfrac{\dfrac{3\times 6^3}{36}}{\left(3+\dfrac{12}{3}\right)\times\left(\dfrac{6\times 3}{2}\right)} = 7,29\ m$ par rapport à la surface de l'eau.

- La force nécessaire à appliquer au point B pour que la porte reste en position verticale (fermée).
  En équilibre :
  $$\sum \overrightarrow{M}\left(\overrightarrow{F}_{ext}\right) = \vec{0} \Rightarrow F\cdot(y_d - 3) - F_B \cdot AB = 0 \Rightarrow F_B = \frac{F\cdot(y_d-3)}{AB}.$$
  A.N : $F_B = \dfrac{618,03\times 4,29}{6} = 441,89\ KN$.
- La force supportée au pivot A :
  En équilibre :
  $$\sum \overrightarrow{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow F_A + F_B - F = 0 \Rightarrow F_A = F - F_B.$$
  A.N : $F_A = 618,03 - 441,89 = 176,14\ KN$.

3. **Porte circulaire**

   $F = P_{c.eff}\cdot S = \rho\cdot g\cdot h_c\cdot S$. **A.N :** $F = 1000\times 9,81\times 6\left(\dfrac{\pi\times 6^2}{4}\right) = 1664,23\ KN$.

   Qui agit à une distance verticale : $y_d = y_c + \dfrac{I_{cx}}{y_c\cdot S}$.

   A.N : $y_d = 6 + \dfrac{\dfrac{\pi\times 3^4}{4}}{6\times\left(\pi\times 3^2\right)} = 6,38\ m$ par rapport à la surface de l'eau.

- La force nécessaire à appliquer au point B pour que la porte reste en position verticale (fermée).

En équilibre :

$$\sum \overrightarrow{M}\left(\overrightarrow{F}_{ext}\right)=\vec{0} \Rightarrow F\cdot\left(y_d-3\right)-F_B\cdot AB=0 \Rightarrow F_B=\frac{F\cdot\left(y_d-3\right)}{AB}.$$

A.N : $F_B=\dfrac{1664,23\times 3,38}{6}=937,52\ KN$.

- La force supportée au pivot A :

En équilibre :

$$\sum \overrightarrow{F}_{ext}=\vec{0} \Rightarrow F_A+F_B-F=0 \Rightarrow F_A=F-F_B.$$

A.N : $F_A=1664,23-937,52=726,71\,KN$.

Exercice 03

$$F=P_{c.eff}\cdot S=\rho\cdot g\cdot h_c\cdot S=\rho\cdot g\left(BC+\frac{D}{2}\right)\left(H\cdot L\right).$$

A.N : $F=1000\times 9,81\times 4,5\left(\dfrac{5}{\sin 45°}\times 2\right)=624,21\,KN$.

Qui agit à une distance verticale : $y_d=y_c+\dfrac{I_{cx}}{y_c\cdot S}=\dfrac{h_c}{\sin 45°}+\dfrac{L\cdot\dfrac{H^3}{12}}{\dfrac{h_c}{\sin 45°}\times\left(H\times L\right)}$.

A.N : $y_d=6,37+\dfrac{58,9}{6,37\times 14,14}=7,02\ m$ par rapport à la surface de l'eau.

La force minimale nécessaire à appliquer au point A pour soulever la porte :

En équilibre :

$$\sum \overrightarrow{M}\left(\overrightarrow{F}_{ext}\right)_B=\vec{0} \Rightarrow F\cdot\left(y_d-\frac{BC}{\sin 45°}\right)-F_A\cdot AB=0 \Rightarrow F_A=\frac{F\cdot\left(y_d-\dfrac{BC}{\sin 45°}\right)}{AB}.$$

A.N : $F_A=\dfrac{624,21\times\left(7,02-2,83\right)}{7,07}=369,85\ KN$.

Exercice 04

- **Intensité de la force hydrostatique**

Déterminons la composante horizontale de la force de pression F_x :

$$F_x=P_c\cdot S_x=\rho\cdot g\cdot h_c\cdot S_x=\rho\cdot g\cdot\left(h-\frac{R}{2}\right)\left(R\cdot b\right).$$

A.N : $F_x=1000\times 9,81\times\left(2\right)\times\left(2\times 6\right)=235,4\ KN$.

Déterminons ensuite la composante verticale F_z dirigée vers le haut :

$$F_x=\rho\cdot g\cdot V_P=\rho\cdot g\cdot\left[\left(\pi\cdot\frac{R^2}{4}+R\left(h-R\right)\times b\right)\right].$$

A.N : $F_x=1000\times 9,81 F_x=\rho\cdot g\cdot V_P=\rho\cdot g\cdot\left[\left(\pi\cdot\dfrac{2^2}{4}+2\left(3-2\right)\times 6\right)\right]=302,5\ KN$.

L'intensité de la force F agissant de façon normale à la surface est :

$F=\sqrt{F_x^2+F_z^2}$. **A.N :** $F=\sqrt{235,4^2+302,5^2}=383,2\ KN$.

- **Centre de poussée**

La ligne d'action de la force résultante passe toujours par le centre de courbure o, et son angle d'inclinaison θ est connu de la formule : $\tan\theta = \frac{F_z}{F_x} = \frac{302,5}{235,4} = 1,28525 \Rightarrow \theta \approx 52°$.

Les coordonnées du centre de pression peuvent être calculées (analytiquement) à l'aide des formules :

$$\begin{aligned} x_k &= r \cdot \cos\theta = 2 \times \cos 52° = 1,23\, m \\ x_k &= r \cdot \sin\theta = 2 \times \sin 52° = 1,58\, m \end{aligned}.$$

Donc : $k = (1,23\,; 1,58)$.

Chapitre III

TD N° 03

Dynamique des fluides incompressibles parfaits

Enoncés

Université Ibn Khaldoun - Tiaret
Faculté des Sciences Appliquées
Département des Sciences et de la Technologie
2ème Année Socle Commun / S3

Matière : Mécanique des fluides (UEF 2.1.2) **TD N° 03** **Année :** 2017-2018

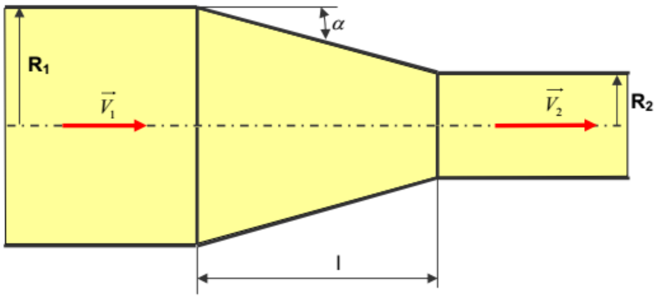
Exercice 01

On veut accélérer la circulation d'un fluide parfait dans une conduite de telle sorte que sa vitesse soit multipliée par 4. Pour cela, la conduite comporte un convergent caractérisé par l'angle α (schéma ci-dessus).

Calculer le rapport des rayons $\left(R_1/R_2\right)$.

Calculer $\left(R_1-R_2\right)$ en fonction de L et α.

En déduire la longueur L. $\left(R_1=50\,mm,\alpha=15°\right)$.

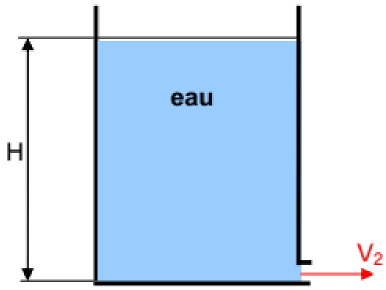


Exercice 02

On considère un réservoir remplie d'eau à une hauteur $H=3\,m$, muni d'un petit orifice à sa base de diamètre $d=10\,mm$.

1) En précisant les hypothèses prises en comptes, appliquer le théorème de Bernoulli pour calculer la vitesse V_2 d'écoulement d'eau.
2) En déduire le débit volumique Q_v en $\left(l/s\right)$ en sortie de l'orifice.

   On suppose que $g=9{,}81\,m/s$.



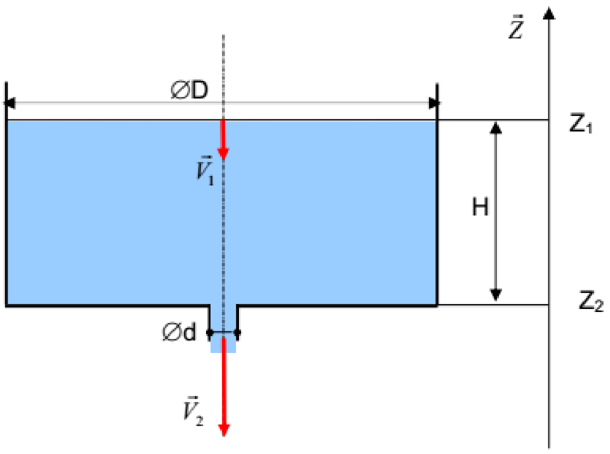
Exercice 03

Un fluide parfait incompressible s'écoule d'un orifice circulaire situé sur le côté d'un réservoir avec un débit volumique $Q_v=0{,}4\,l/s$. Le diamètre de l'orifice est $d=10\,mm$.

1) Déterminer la vitesse d'écoulement au niveau de l'orifice.
2) Enoncer le théorème de Bernoulli.
3) A quelle distance de la surface libre se trouve l'orifice ?

Exercice 04

On considère un réservoir cylindrique de diamètre intérieur $D=2\,m$ rempli d'eau jusqu'à une hauteur $H=3\,m$. Le fond du réservoir est muni d'un orifice de diamètre $d=10\,mm$ permettant de faire évacuer l'eau.



Si on laisse passer un temps très petit dt, le niveau d'eau H du réservoir descend d'une quantité dH. On note $V_1 = \frac{dH}{dt}$ la vitesse de descente du niveau d'eau, et V_2 la vitesse d'écoulement dans l'orifice. On donne l'accélération de la pesanteur $g = 9,81\, m/s$.

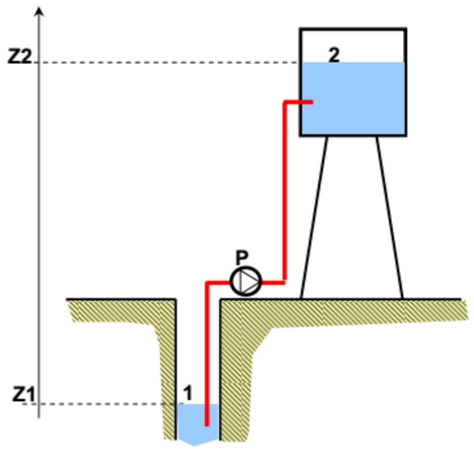
1) Ecrire l'équation de continuité. En déduire l'expression de V_1 en fonction de V_2, D et d.
2) Ecrire l'équation de Bernoulli. On suppose que le fluide est parfait et incompressible.
3) A partir des réponses aux questions 1) et 2) établir l'expression de la vitesse d'écoulement V_2 en fonction de g, H, D et d.
4) Calculer la vitesse V_2. On suppose que le diamètre d est négligeable devant D. C'est-à-dire $\frac{d}{D} \ll 1$.
5) En déduire le débit volumique Q_v.

Exercice 05

Une pompe P alimente un château d'eau à partir d'un puit à travers une conduite de diamètre $d = 150\, mm$.

On donne :

- les altitudes : $Z_2 = 26\, m$, $Z_1 = -5\, m$,
- les pressions $P_1 = P_2 = 1,013\, bar$,
- la vitesse d'écoulement $V = 0,4\, m/s$,
- l'accélération de la pesanteur $g = 9,81\, m/s$.



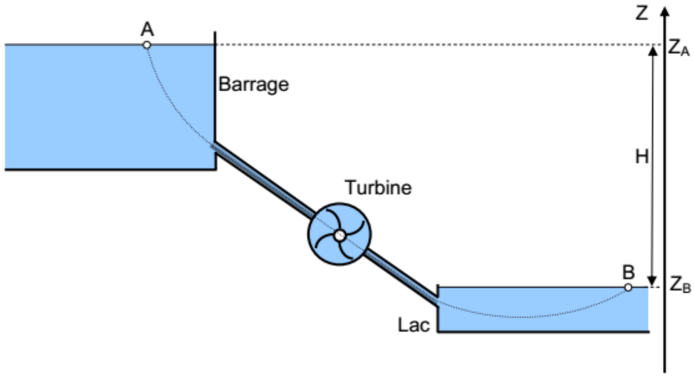
On négligera toutes les pertes de charge.
Travail demandé :

1) Calculer le débit volumique Q_v de la pompe en l/s.
2) Ecrire l'équation de Bernoulli entre les surfaces 1 et 2.
3) Calculer la puissance utile P_u de la pompe.
4) En déduire la puissance P_a absorbée par la pompe sachant que son rendement est de 80%.

Exercice 06

Une conduite cylindrique amène l'eau d'un barrage (dont le niveau Z_A est maintenu constant) dans une turbine.
On branche à la sortie de la turbine une canalisation évacuant l'eau vers un lac.
Le niveau Z_B de la surface libre du lac est supposé constant.
Le débit massique traversant la turbine est $Q_m = 175\, Kg/s$.
On donne : l'accélération de la pesanteur $g = 9,8\, m/s$ et $H = (Z_A - Z_B) = 35\, m$.

1) En appliquant le théorème de Bernoulli, déterminer la puissance utile P_u développée dans la turbine. Préciser toutes les hypothèses simplificatrices.
2) Calculer la puissance récupérée sur l'arbre de la turbine si son rendement global est $\eta = 70\%$.



Chapitre III

TD N° 03

Dynamique des fluides incompressibles parfaits

Corrigés

Exercice 01

1) On applique l'équation de continuité :

   $V_1 \cdot S_1 = V_2 \cdot S_2$ ou encore $\frac{S_1}{S_2} = \frac{V_2}{V_1}$ or $S_1 = \pi \cdot R_1^2$ et $S_2 = \pi \cdot R_2^2$, d'où : $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{V_2}{V_1}} = 2$.

2) $\tan\alpha = \frac{R_1 - R_2}{l}$ donc $l = \frac{R_1 - R_2}{\tan\alpha}$ or $R_2 = \frac{R_1}{2}$ donc $l = \frac{R_1}{2 \cdot \tan\alpha}$. **A.N :** $l = 93,3\ mm$.

Exercice 02

1) Vitesse d'écoulement V_2 :

   On applique le théorème de Bernoulli avec les hypothèses suivantes : $V_1 \approx 0$ car le niveau dans le réservoir varie lentement et $P_1 = P_2 = P_{atm}$,

   $\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g \cdot (Z_2 - Z_1) = 0$. On obtient :

   $V_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$. **A.N :** $V_2 = \sqrt{2 \times 9,81 \times 3} = 7,67\ m/s$.

2) Débit volumique Q_v :

   $Q_v = V_2 \cdot S$ or $S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$. **A.N :** $Q_v = 0,6\ l/s$.

Exercice 03

1) Vitesse d'écoulement : $V = \frac{Q_v}{S} = \frac{4 \cdot Q_v}{\pi \cdot d^2}$. **A.N :** $V = \frac{4 \times 0,4 \times 10^{-3}}{\pi \times 0,01^2} = 5,1\ m/s$.

2) Théorème de Bernoulli : $\frac{V_1^2}{2 \cdot g} + \frac{P_1}{\rho \cdot g} + Z_1 = \frac{V_2^2}{2 \cdot g} + \frac{P_2}{\rho \cdot g} + Z_2$.

3) On a $Z_1 - Z_2 = h$; $P_1 = P_2 = P_{atm}$; $V_1 = 0$. Donc : $h = \frac{V_2^2}{2 \cdot g}$. **A.N :** $h = \frac{5,1^2}{2 \times 9,81} = 1,32\ m$.

Exercice 04

1) Equation de continuité : $\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot V_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot V_2$, donc la vitesse $V_1 = \left(\frac{d}{D}\right)^2 \cdot V_2$ (1)

2) Equation de Bernoulli : $\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g \cdot (Z_2 - Z_1) = 0$. Or $P_1 = P_2 = P_{atm}$, donc :

   $\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} - g \cdot H = 0$ (2)

3) On substitue l'équation (1) dans (2) on obtient : $\frac{V_2^2 - \left(\frac{d}{D}\right)^4 \cdot V_2^2}{2} = g \cdot H$. Donc la vitesse :

   $$V_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H}{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4}}$$

4) Si $\left(\frac{d}{D}\right) \ll 1$ alors $V_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$. **A.N :** $V_2 = \sqrt{2 \times 9,81 \times 3} = 7,67\ m/s$.

5) $Q_v = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot V_2$. **A.N :** $Q_v = \frac{\pi \times 0,01^2}{4} \times 7,67 = 6 \times 10^{-4}\ m^3/s$.

Exercice 05

1) Débit volumique Q_v :

$Q_v = V_2 \cdot S$ or $Q_v = V \cdot \dfrac{\pi \cdot d^2}{4}$. **A.N :** $Q_v = 0,4 \times \dfrac{\pi \times 0,15^2}{4} = 7 \times 10^{-3}\, m^3/s = 7\, l/s$.

2) Equation de Bernoulli pour un fluide parfait incompressible (avec échange de travail) : $\dfrac{1}{2}\left(V_2^2 - V_1^2\right) + \dfrac{1}{\rho}\left(P_2 - P_1\right) + g \cdot \left(Z_2 - Z_1\right) = \dfrac{\mathrm{P}_u}{\rho \cdot Q_v}$.

3) Puissance utile de la pompe : $\mathrm{P}_u = \rho \cdot Q_v \cdot g\left(H_1 + H_2\right)$.

A.N : $\mathrm{P}_u = 7 \times 10^{-3} \times 1000 \times 9,81 \times \left(26 + 5\right) = 2128,77\, W$.

4) Puissance absorbée par la pompe : $\mathrm{P}_a = \dfrac{\mathrm{P}_u}{\eta}$. **A.N :** $\mathrm{P}_a = \dfrac{2128,77}{0,8} = 2661\, W$.

Exercice 06

1) Théorème de Bernoulli : $\dfrac{V_B^2 - V_A^2}{2} + \dfrac{\left(P_B - P_A\right)}{\rho} + g \cdot \left(Z_B - Z_A\right) = \dfrac{\mathrm{P}_u}{Q_m}$. Or $P_A = P_B = P_{atm}$ et $V_A = V_B = 0$. Donc $\mathrm{P}_u = Q_m \cdot g \cdot H$. **A.N :** $\mathrm{P}_u = 175 \times 9,8 \times 3,5 = 60025\, W$.

2) Puissance récupérée sur l'arbre de la tribune : $\mathrm{P}_a = \mathrm{P}_u \cdot \eta$. **A.N :** $\mathrm{P}_a = 45018\, W$.

Chapitre IV

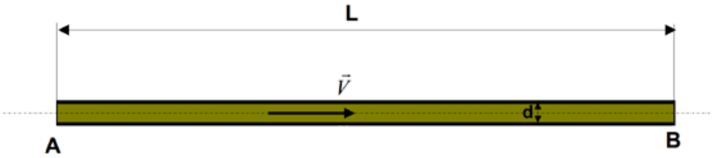
TD N° 04

Dynamique des fluides incompressibles réels

Enoncés

Exercice 01

Un pipe-line de diamètre $d = 25\,cm$ est de longueur L est destiné à acheminer du pétrole brut d'une station A vers une station B avec un débit massique $Q_m = 18\,Kg/s$.

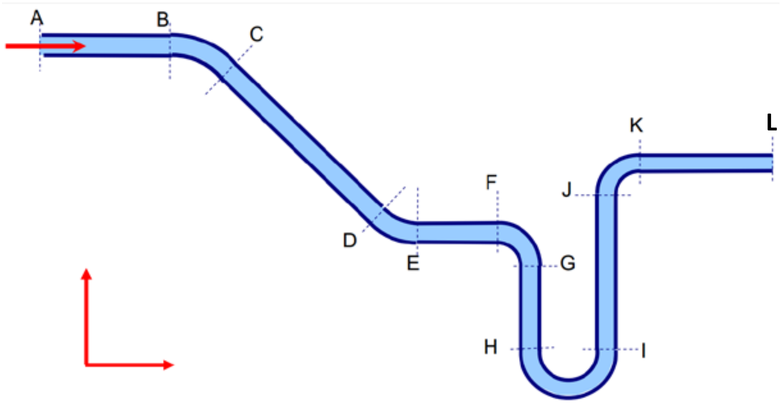


Les caractéristiques physiques du pétrole sont les suivantes : $\rho = 900\,Kg \cdot m^{-3}$ et $\mu = 0,261\,Pa \cdot s$.
On suppose que le pipe-line est horizontal.

1. Calculer le débit volumique Q_v du pétrole.
2. Déterminer sa vitesse d'écoulement V.
3. Calculer le nombre de Reynolds Re.
4. Quelle est la nature de l'écoulement ?
5. Calculer la valeur du coefficient de perte de charge linéaire λ.
6. Exprimer la relation de Bernoulli entre A et B. Préciser les conditions d'application et simplifier.
7. Déterminer la longueur L maximale entre deux stations A et B à partir de laquelle la chute de pression $(P_A - P_B)$ dépasse $3\,bar$.

Exercice 02

De l'huile ayant une viscosité dynamique $\mu = 0,7\,Pa \cdot s$ et une densité $d = 0,896$ est pompée d'un point A vers un point L. Elle circule dans une canalisation de diamètre $d = 100\,mm$ formée des six tronçons rectilignes suivants : AB de longueur $6\,m$, CD de longueur $12\,m$, EF de longueur $5\,m$, GH de longueur $4\,m$, IJ de longueur $7\,m$, KL de longueur $8\,m$.



La canalisation est équipée : de deux coudes à $45°$: BC et DE : ayant chacun un coefficient de perte de charge $K_{coude\,45} = 0,2$, de deux coudes à $90°$: FG et JK : ayant chacun un coefficient de perte de charge $K_{coude\,90} = 0,3$, d'un coude à $180°$ HI : ayant un coefficient de perte de charge $K_{coude\,180} = 0,4$.

La pression d'entrée est $P_A = 3\,bars$. La conduite est supposée horizontale et transporte un débit volumique $Q_v = 2{,}5\,l/s$.

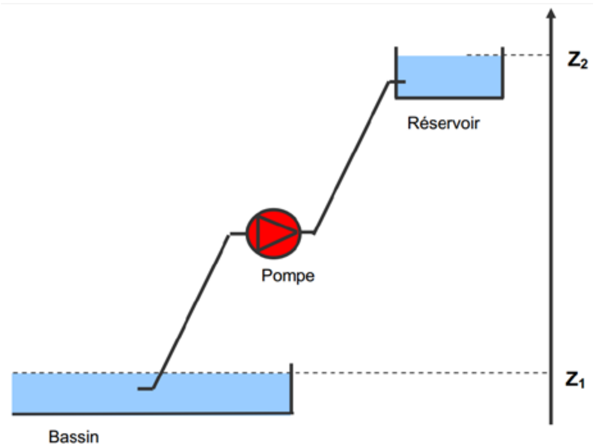
Travail demandé :

1. Calculer la vitesse d'écoulement V en m/s.
2. Calculer le nombre de Reynolds. Il s'agit d'un écoulement laminaire ou turbulent ?
3. Déterminer le coefficient de perte de charges linéaire λ.
4. Calculer les pertes de charges linéaires $\Delta P_{\text{linéaire}}$.
5. Calculer les pertes de charges singulières $\Delta P_{\text{singulière}}$.
6. Déterminer la pression de sortie P_L.
7. Quelle sera la pression de sortie P_L, si le débit volumique Q_v atteint $5\,l/s$.

Exercice 03

Une pompe de débit volumique $Q_v = 2{,}8\,l/s$ remonte de l'eau entre un bassin et un réservoir à travers une conduite de diamètre $d = 135\,mm$.

On donne : $Z_1 = 0$, $Z_2 = 35\,m$, $Z_1 = Z_2 = 1013\,mbar$, $\mu = 1 \cdot 10^{-3}\,Pa \cdot s$ et la longueur de la conduite $L = 65\,m$.



On négligera toutes les pertes de charge singulières.

1. Calculer la vitesse d'écoulement V de l'eau dans la conduite.
2. Calculer le nombre de Reynolds. L'écoulement est laminaire ou turbulent ?
3. Calculer le coefficient de pertes de charge linéaire. En déduire les pertes de charges J_{12} tout au long de la conduite.
4. Appliquer le théorème de Bernoulli pour calculer la puissance nette P_{net} de la pompe.
5. Le rendement de la pompe étant de $80\,\%$, calculer la puissance absorbée par la pompe.

Chapitre IV

TD N° 04

Dynamique des fluides incompressibles réels

Corrigés

Exercice 01

1) Débit volumique :

$Q_v = \frac{Q_m}{\rho}$. **A.N :** $Q_v = \frac{18}{900} = 0,02\ m^3/s$.

2) Vitesse d'écoulement :

$V = \frac{4 \cdot Q_v}{\pi \cdot d^2}$. **A.N :** $V = \frac{4 \times 0,02}{\pi \times 0,25^2} = 0,407\ m/s$.

3) Nombre de Reynolds :

$\mathrm{Re} = \frac{V \cdot d \cdot \rho}{\mu}$. **A.N :** $\mathrm{Re} = \frac{0,407 \times 0,25 \times 900}{0,267} = 350,862$.

4) $\mathrm{Re} < 2000$: il s'agit d'un écoulement laminaire.

5) Coefficient de perte de charge linéaire :

$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}$. **A.N :** $\lambda = \frac{64}{350,862} = 0,1824$.

6) Equation de Bernoulli : $\frac{V_B^2 - V_A^2}{2} + \frac{P_B - P_A}{\rho} + g \cdot (Z_B - Z_A) = J_L$.

Condition d'application : $V_B = V_A$, $Z_B = Z_A$.

Equation de Bernoulli simplifiée : $\frac{P_B - P_A}{\rho} = J_L$.

7) Calcul de la longueur de la conduite :

$\frac{P_B - P_A}{\rho} = J_L$, avec $J_L = -\lambda \cdot \frac{V^2}{2} \cdot \left(\frac{L}{d}\right)$. Donc : $L = \frac{2(P_B - P_A) \cdot d}{\lambda \cdot \rho \cdot V^2}$.

A.N : $L = \frac{2 \times 3 \times 10^5 \times 0,25}{0,1824 \times 900 \times 0,407^2} = 5516,137\ m$.

Exercice 02

1) Vitesse d'écoulement :

$V = \frac{4 \cdot Q_v}{\pi \cdot d^2}$. **A.N :** $V = \frac{4 \times 2,5 \times 10^{-3}}{\pi \times 0,1^2} = 0,318\ m/s$.

2) Nombre de Reynolds :

$\mathrm{Re} = \frac{V \cdot d \cdot \rho}{\mu}$. **A.N :** $\mathrm{Re} = \frac{0,318 \times 0,1 \times 896}{0,7} = 40,7$.

3) $\mathrm{Re} < 2000$: il s'agit d'un écoulement laminaire.

4) Coefficient de perte de charge linéaire :

$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}$. **A.N :** $\lambda = \frac{64}{40,7} = 1,57$.

5) Pertes de charge linéaires :

$\Delta P_{linéaire} = -\lambda \cdot \rho \cdot \frac{V^2}{2} \cdot \left(\frac{L}{d}\right)$. **A.N :** $\Delta P_{linéaire} = -1,57 \times 896 \times \frac{0,318^2}{2} \times \left(\frac{42}{0,1}\right) = -29873,16\ Pa$.

6) Pertes de charge singulières :

$\Delta P_{singulière} = -K_s \cdot \rho \cdot \frac{V^2}{2}$.

A.N : $\Delta P_{linéaire} = -\left(2\times 0,2 + 2\times 0,3 + 0,4\right)\times 896 \times \dfrac{0,318^2}{2} = -63,42\ Pa$.

7) Pression de sortie P_L :

$P_L = P_A + \Delta P_{linéaire} + \Delta P_{singulière}$. **A.N :** $P_L = 8 - 0,29873 - 0,00063 = -7,7\ bar$.

8) $P_L' = P_A - 4\times\left(0,29873 - 0,00063\right)$. **A.N :** $P_L' = 8 - 4\times\left(0,29873 - 0,00063\right) = 6,8\ bar$.

Exercice 03

1) Vitesse d'écoulement :

$V = \dfrac{4\cdot Q_v}{\pi\cdot d^2}$. **A.N :** $V = \dfrac{4\times 2,8\times 10^{-3}}{\pi\times 0,135^2} = 0,2\ m/s$.

2) Nombre de Reynolds :

$\mathrm{Re} = \dfrac{V\cdot d\cdot \rho}{\mu}$. **A.N :** $\mathrm{Re} = \dfrac{0,2\times 0,135\times 100}{1\times 10^{-3}} = 27000$.

$2000 < \mathrm{Re} < 10^5$, il s'agit donc d'un écoulement turbulent lisse.

3) On applique la formule de Blasius : $\lambda = 0,316\cdot \mathrm{Re}^{-0,25} = 0,025$.

La perte de charge linéaire est : $J_{12} = -\lambda\cdot\dfrac{V^2}{2}\cdot\left(\dfrac{L}{d}\right) = -0,24\ J/kg$

4) On applique l'équation de Bernoulli généralisée entre les points (1) et (2) :

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g\cdot\left(Z_2 - Z_1\right) = J_{12} + \frac{\mathrm{P}_{net}}{\rho\cdot Q_v}.$$

$V_2 = V_1$, $P_2 = P_1$, donc : $\mathrm{P}_{net} = \rho\cdot Q_v\cdot\left[g\cdot\left(Z_2 - Z_1\right) - J_{12}\right] = 962\ W$.

5) Pertes de charge linéaires :

$\mathrm{P}_a = \dfrac{\mathrm{P}_{net}}{\eta} = 1202\ W$.

Bibliographie

BIBLIOGRAPHIE

[01] **Jack-B Evett, Ranald-V Giles et Cheng Liu.** Mécanique des fluides et hydraulique. Cours et problèmes, 2ème édition, Broché - 2000.

[02] **Redhouane GHERNAOUT.** Mécanique des fluides et hydraulique. Cours et exercices, 2ème réimpression, OPU - 2013.

[03] **Riadh Ben Hamouda.** Notions de mécanique des fluides, CPU - 2008.

[05] **R. COMOLET, J. BONNIN.** Mécanique Expérimentale des fluides. Tome 3 - Recueil d'exercices, 5ème édition, Dunod - 2002.

[04] **R. Ouziaux et J. Perrier.** Mécanique des fluides appliquée. 3ème édition, Dunod - 2004.

[06] **Sakir Amiroudine et Jean-Luc Battaglia.** Mécanique des fluides - Cours et exercices corrigés, Dunod - 2011.

Ce polycopié présente aux étudiants de deuxième année Licence Sciences et Technologies, famille "B", (Génie Mécanique, Génie Civil et travaux publics) plusieurs exercices d'applications, tous corrigés de la matière Mécanique Des Fluides.

Il couvre les quatre chapitres du programme officiel du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique, à savoir les propriétés des fluides, la statique des fluides, la dynamique des fluides incompressibles parfaits et la dynamique des fluides incompressibles réels.

Mécanique Des Fluides

Polycopié de TD

Destiné aux étudiant de la 2ème Année
Licence (S3) / Famille "B"

CHAIB Khaled est enseignant à l'université Ibn Khaldoun de Tiaret. Il est maître de conférence classe "B" au département de génie Mécanique et au département des Sciences et de la Technologie de la faculté des Sciences Appliquées. Il assure les modules de Mécanique des fluides 1 et 2, thermodynamique appliquée et hydraulique et pneumatique aux étudiant qui préparent la Licence et le Master. Ingénieur en Génie mécanique, il a obtenu son Magister et son Doctorat en Sciences en énergétique à l'université Ibn Khaldoun de Tiaret. Actuellement il persévère dans ses recherches dans l'amélioration des transferts convectifs.