

**RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

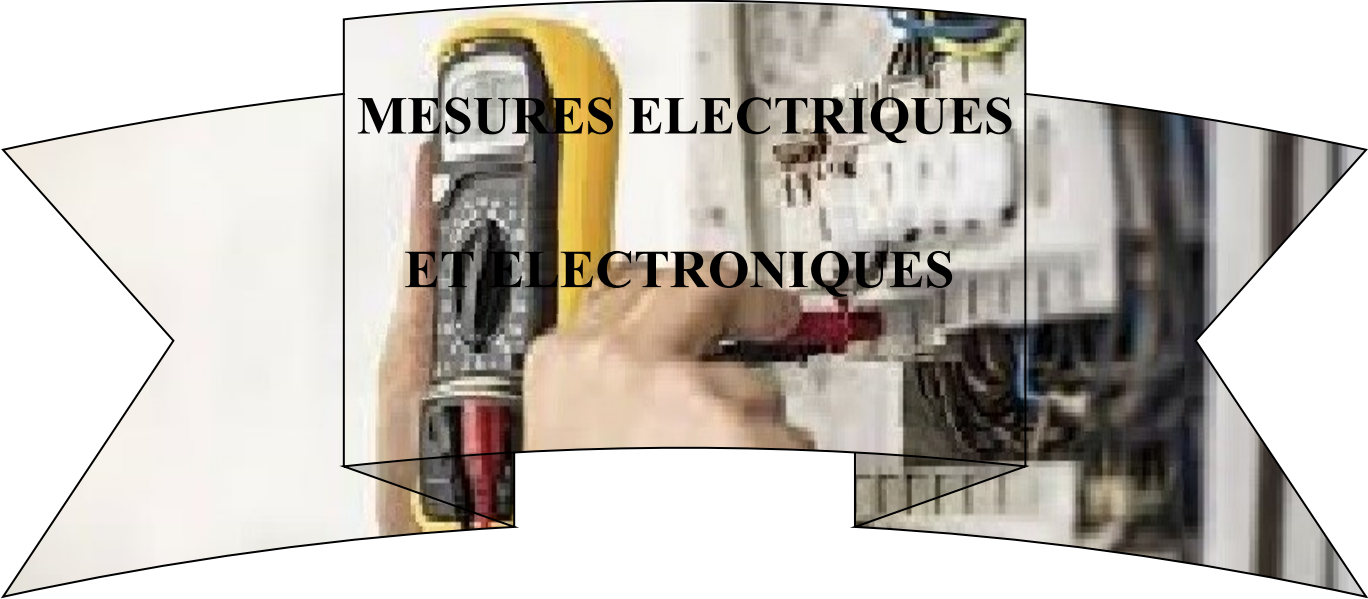
## **UNIVERSITÉ IBN-KHALDOUN DE TIARET**



**FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUEES**  
**DÉPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE**



### **Polycopié de cours**



## **MESURES ELECTRIQUES ET ELECTRONIQUES**

*Elaboré par :*

**Mr. AIT MIMOUNE Hamiche**

*Maître de Conférences Classe B*

*Au département de génie électrique*

*Année Universitaire 2021-2022*

*La mesure est de nos jours un outil essentiel qui met la théorie à l'épreuve :*

**« Si la théorie est l'esprit, la mesure est la main qui la guide ».**

*En effet c'est une expérience physique qui consiste à exprimer, transmettre une grandeur physique et en attribuer une valeur numérique. De ce fait, elle est indispensable dans la vie industrielle et même privée et ce besoin se justifie par le fait qu'à l'aide des mesures, on arrive à connaître et définir des grandeurs non accessibles à nos sens. Dans le domaine industriel, on mesure dans le but de vérification d'un circuit, de modélisation, de mise au point ou de dépannage d'un montage et de certification d'un procédé ou d'un produit.*

*Ce cours a été rédigé dans le but de faciliter la tâche aux étudiants. Il correspond, a peu près, à celui qui est exposé en amphithéâtre. Les exercices portés à la fin de chaque chapitre, et qui complètent le cours, ont été choisis parmi ceux qui ont été proposés aux étudiants.*

*Ce polycopié de cours, est conforme aux programmes du LMD, qui fait partie de l'unité méthodologique UEM coefficient 2 et crédit 3. Ce cours est destiné aux étudiants de la 2ème année licence Electrotechnique, électronique et Automatique.*

*Il est enseigné pendant le quatrième semestre en tant que cours intégré de 22.5 heures, soit une séance d'une heure et demi par semaine. Son évaluation est 40% Control-Continu et 60% examen.*

*L'objectif de ce cours est de faire :*

- ✓ *Initier l'étudiant aux techniques de mesure des grandeurs électriques et électroniques.*
- ✓ *Familiariser l'étudiant à l'utilisation des appareils de mesures analogiques et numériques.*

*Le présent fascicule est composé de 3 parties (chapitres) en adéquation avec le programme officiel de la matière répartis comme suit :*

*Au début, nous commençons avec une présentation des notions fondamentales de la mesure. Ensuite, la seconde partie fait découvrir à l'étudiant les différentes méthodes de mesures des grandeurs électriques usuelles. Les appareils de mesures analogiques et numériques ont été exposés en détails dans la dernière partie de ce polycopié.*

*Le cours présente des unités d'apprentissage (chapitres) qui sont composés de la même façon : - Un aperçu théorique ; - Un nombre d'exercices résolus et un autre nombre d'exercices à résoudre. Il nous permis, également, l'acquisition des connaissances indispensables pour la commande et achat des appareils de mesure en respectant les exigences et les spécifications imposées par un commanditaire tel que la précision, le temps de mesure, prix...etc..*

*Pour pouvoir tirer le maximum de ce cours il faut avoir au-préalable :*

- ✓ *Les notions de base relatives à l'électricité*
- ✓ *Les lois fondamentales de la physique.*

*Nous recommandons aux étudiants la lecture des ouvrages suivants :*

- ✓ *J. BAURAND : Mesures électriques T1 et T2 (MASSON)*
- ✓ *- P, JACOBS et V. JADIN.: Mesures Electriques (DUNCD)*
- ✓ *-G. NEY : Techniques de l'ingénieur D.2.*
- ✓ *- J. THURIN : Mesures Électroniques (EYROLLES).*

## Table des matières

---

Préface .....	i
Table des matières.....	iii

### Chapitre 1. Mesures, grandeurs et incertitudes

1.1.	Introduction.....	1
1.2.	Grandeur .....	1
1.3.	Etalon .....	2
1.4.	Systèmes d'unités.....	3
1.5.	Tableau des multiples et sous-multiples .....	5
1.6.	Equations aux dimensions.....	6
1.7.	Formules utiles .....	6
1.8.	Précision de mesure .....	7
1.9.	Erreur de mesure.....	8
1.10.	Classification des erreurs .....	8
1.11.	Incertitudes sur des mesures indirectes.....	9
1.12.	Qualités des appareils de mesure .....	12
1.13.	Etalonnage des appareils de mesure .....	13
1.14.	Symboles graphiques des appareils de mesure .....	14
1.15.	Méthodes générales de mesure (méthode de déviation, de zéro, de résonnance).....	15
1.16.	Exercices d'application (résolus et à résoudre) .....	16

### Chapitre 2. Méthodes de mesures

2.1.	Introduction.....	28
2.2.	Mesure des tensions.....	28
2.3.	Mesure des courants .....	33
2.4.	Mesure des résistances .....	35
2.5.	Mesure des impédances.....	41
2.6.	Mesure de puissance en continu .....	45
2.7.	Mesure puissance en alternatif .....	49
2.8.	Mesure de déphasage .....	61
2.9.	Mesure de fréquences et de périodes.....	64
2.10.	Exercices d'application (résolus et à résoudre) .....	67

### Chapitre 3. Les appareils de mesures

3.1.	Introduction.....	77
3.2.	Appareils de mesure analogiques.....	77
3.3.	Appareils de mesure numériques .....	91
3.4.	Exercices d'application (résolus et à résoudre) .....	99

<b>Annexe</b> .....	106
---------------------	-----

<b>Références</b> .....	108
-------------------------	-----

# **Chapitre 1 :**

## **Mesures, grandeurs et incertitudes**

### **Objectifs :**

- Différencier les vocabulaires de mesure.
- Connaître les différents types d'erreurs et d'incertitudes, ainsi que leurs méthodes de calcul.
- Connaître les différentes méthodes de mesure
- Savoir exprimer un résultat de mesure.

## 1.1. Introduction

La physique peut être définie comme une science qui se propose d'étudier et d'expliquer les phénomènes naturels

- ✓ Un objet lâché au voisinage de la terre tombe le long de la verticale.
- ✓ Un aimant attire un objet en fer et n'exerce aucune force sur un objet en cuivre.

La simple observation de tels phénomènes ne peut en donner qu'une idée vague. Pour arriver à une meilleure compréhension d'un phénomène, il faut recourir à l'expérience : au cours de celle-ci l'observation est effectuée, à l'aide d'instruments de mesure, dans des conditions qui ont été au préalable arrangées

Le schéma de mesure est donc le suivant:



**Figure 1.1.** Schéma de mesure.

## 1.2. Grandeur (mesurable)

L'évolution d'un phénomène physique dépend de paramètres ayant la propriété de varier et d'être représentée par des nombres. De tels paramètres sont appelés : grandeurs. Deux grandeurs sont de la même espèce si on peut les comparer.

Par exemple : la longueur d'une table, la hauteur d'un arbre, la distance entre deux villes, le rayon de la terre sont des grandeurs d'une même espèce.

Les principales grandeurs électriques qu'un électricien est amené à mesurer sont les suivantes:

- La tension, ou d. d. p entre deux points ;
- L'intensité d'un courant dans une branche ;
- La résistance d'un récepteur ;
- La capacité d'un condensateur ;
- La puissance dissipée dans un circuit ;
- La fréquence et la période d'un signal.

Les grandeurs et unités de base dans le système international sont données par le tableau suivant:

Grandeur	Symbole	Unité	Symbole	Appareil de mesure
Tension	U	Volt	V	Voltmètre
Intensité	I	Ampère	A	Ampèremètre
Puissance	P	Watt	W	Wattmètre
Résistance	R	Ohm	$\Omega$	Ohmmètre
Capacité	C	Farad	F	Capacimètre
Inductance	L	Henry	H	Henry mètre
Période	T	Seconde	s	Périodemètre
Fréquence	F	Hertz	Hz	Fréquencemètre
Température	T	Degrés Celsius	$^{\circ}\text{C}$	Thermomètre
Pression	P	Pascal	Pa (ou bar)	Baromètre
Chaleur	Q	Calorie	Cal	Calorimètre
Eclairement	E	Luxe	Lux	luxmètre
Intensité lumineuse	I	Candela	Cd	Candelamètre

**Tableau 1.1.** Grandeurs et unités de mesure de base.

### 1.3. Etalon

Un étalon est une matérialisation d'une grandeur donnée dont la valeur est connue avec un degré de précision élevé. Un étalon est utilisé pour étalonner d'autres étalons ou appareils pour mesurer la même grandeur. Il existe donc un étalon pour chaque grandeur physique.

Les étalons sont hiérarchisés afin que chacun puisse effectuer un étalonnage avec un étalon qui correspond à son besoin d'exactitude. Il existe par exemple des étalons internationaux et des étalons nationaux:

#### 1.3.1. Les étalons internationaux

Un étalon international est un "étalon reconnu par les signataires d'un accord international pour une utilisation mondiale". Par exemple le prototype international du kilogramme.

C'est un étalon reconnu au niveau international et à partir duquel toutes les mesures effectuées de par le monde découlent.

### **1.3.2. Les étalons nationaux**

Un étalon national est un "étalon reconnu par une autorité nationale pour servir, dans un état ou une économie, comme base à l'attribution de valeurs à d'autres étalons de grandeurs de la même nature".

### **1.4. Systèmes d'unités**

Se sont des grandeurs physiques déterminées, adaptées par convention et utilisées pour exprimer qualitativement les grandeurs physiques de même dimension.

#### **1.4.1. Le système international (SI)**

On a besoin de 4 grandeurs fondamentales:

- La longueur **L** qui est une grandeur de géométrie.
- Le temps **T** qui est une grandeur de cinématique.
- La masse **M** qui est une grandeur de mécanique.
- L'intensité **I** qui est une grandeur d'électricité.

#### **1.4.2. Unités fondamentales de mesure**

Pour utiliser commodément les observations que l'on fait des phénomènes naturels, on est amené à attacher une unité à chaque état d'une grandeur. Parmi les unités de mesure, on distingue: Les unités de base et les unités dérivées.

Le choix des unités de base du système international sont les suivantes: longueur (mètre, m), masse (kilogramme, kg), temps (seconde, s) et l'unité électrique (ampère, A). A ces unités de base, nous ajoutons l'unité thermique (température, degrés °C, Kelvin °K) et l'unité optique (candela, Cd).

Toutes les autres unités ont été dérivées à partir des lois générales de la physique et soient dérivées des unités fondamentales choisies dans le système international.



Les unités de base de ce système sont:

Grandeur	Nom de l'unité	Symbole de l'unité	Dimension
Longueur	Mètre	m	L
Masse	kilogramme	kg	M
Temps	Seconde	S	T
Intensité de courant électrique	Ampère	A	I
Température	Kelvin	K	$\theta$
Quantité de matière	Mole	Mol	N
Intensité lumineuse	Candela	Cd	J

**Tableau 1.2.** Unités fondamentales de la mesure.

Il existe deux unités supplémentaires qui ont été rajoutées, elles sont nécessaires pour définir les unités dérivées. Ce sont:

Angle plan	Radian	rd
Angle solide	Stéradian	sr

### 1.4.3. Unités dérivées

Les unités dérivées sont des combinaisons des unités de base et supplémentaire. Certaines possèdent un nom propre (Hertz, joule,...) et peuvent être utilisées pour définir d'autres unités dérivées n'en possédant pas (Newton par mètre, ampère par mètre carré, ... etc.).

Le tableau suivant donne les unités dérivées du système international d'unités ayant des noms spéciaux.

Grandeur	Nom de l'unité	Symbole de l'unité	Dimension
Fréquence	Hertz	Hz	$s^{-1}$
Force	Newton	N	$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
Energie, travail	Joule	J	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Puissance	Watt	W	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
Pression	Pascal	Pa	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Force électromotrice	Volt	V	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Résistance électrique	Ohm	$\Omega$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$

Conductance électrique	Siemens	S	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^3 \cdot A^2$
Quantité d'électricité	Coulomb	Cb	s . A
Capacité électrique	Farad	F	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
Inductance électrique	Henry	H	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
Flux d'induction magnétique	Weber	Wb	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Induction magnétique	Tesla	T	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Flux lumineux	Lumen	Lm	cd . sr
Eclairement	Lux	Lx	cd . sr . m <sup>-2</sup>

Tableau 1.3. Les unités dérivées.

### 1.5. Tableau des multiples et sous-multiples

Il existe d'autres systèmes d'unités qui sont entre autre le CGS électromagnétique et le CGS électrostatique.

Le CGS est même de commodité, l'unité peut être appelée avec multiple ou sous multiple qui est en fait un préfixe devant l'unité.

Par exemple:

1 **gigamètre** =  $10^9$  m = 1 milliard de mètres

1 **microgramme** =  $10^{-6}$  g = 1 millionième de gramme  
1 **déca**Newton = 10 N = 10 Newton

1 **kilowattheure** = 1000 Wattheures

Les définitions de ces multiples et sous multiples sont données dans le tableau suivant:

Multiple	Préfixe		Sous multiple	Préfixe	
	Dénomination	Symbole		Dénomination	Symbole
$10^{24}$	Yotta	Y	$10^{-1}$	déci	d
$10^{21}$	Zetta	Z	$10^{-2}$	centi	c
$10^{18}$	Exa	E	$10^{-3}$	milli	m
$10^{15}$	Péta	P	$10^{-6}$	micro	$\mu$
$10^{12}$	Téra	T	$10^{-9}$	nano	n
$10^9$	Giga	G	$10^{-12}$	pico	p
$10^6$	Méga	M	$10^{-15}$	femto	f

$10^3$	Kilo	K	$10^{-18}$	atto	a
$10^2$	Hecto	h	$10^{-21}$	zepto	z
$10^1$	déca	da	$10^{-24}$	yocto	y

Tableau 1.4. Multiples et sous multiples des unités.

### 1.6. Equations aux dimensions

Toutes les formules de point de vue dimensionnel sont homogènes et l'analyse dimensionnelle nous permettra de vérifier cette homogénéité.

Les grandeurs dérivées sont exprimées en fonction des grandeurs fondamentales et s'écrivent sous la forme suivante:

$$[X] = M^\alpha L^\beta T^\gamma I^\delta : \text{équation aux dimensions} \quad (1.1)$$

M: Masse, L: Longueur, T: Temps, I: Intensité.

#### Exemple:

- Quantité de charge:

$$Q = i \cdot t \Rightarrow [Q] = [i] [t] \quad (1.2.a)$$

$$[Q] = I^1 T^1 M^0 L^0 = M^0 L^0 T^1 I^1 \quad (1.2.b)$$

- Tension:

$$P = U \cdot I \Rightarrow U = \frac{P}{I} \Rightarrow [U] = \frac{[P]}{[I]} = ML^2 T^{-3} I^{-1} \quad (1.3)$$

### 1.7. Formules utiles

- Quantité de charge électrique:

$$Q = i \cdot t \rightarrow A \cdot s \rightarrow \text{Coulomb (Cb)} \quad (1.4)$$

- Tension électrique:

$$V = U = R \cdot I$$

$$P = V \cdot I \Rightarrow V = \frac{P}{I} = \frac{w}{t \cdot I} = \frac{F \cdot d}{t \cdot I} = \frac{m \cdot g \cdot d}{t \cdot I} = \frac{m \cdot l \cdot t^{-2} \cdot d}{t \cdot I} \rightarrow \text{Volt (V)} \quad (1.5)$$

- Résistance électrique:

$$V = R \cdot I \Rightarrow R = \frac{V}{I} = \frac{m.s.T^{-2}.d}{T.I^2} \rightarrow \text{Ohm } (G) \quad (1.6)$$

- Capacité:

$$Q = C \cdot V \Rightarrow C = \frac{Q}{V} \rightarrow \text{Farad } (F) \quad (1.7)$$

- Flux magnétique:

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} \rightarrow \text{weber } (Wb) \quad (1.8)$$

- Induction magnétique:

$$d\Phi = B \cdot dS \Rightarrow B = \frac{d\Phi}{dS} \rightarrow \text{Tesla } (T) \quad (1.9)$$

- Self induction:

$$\Phi = L \cdot I \Rightarrow L = \frac{\Phi}{I} \rightarrow \text{Henry } (H) \quad (1.10)$$

- Champ magnétique:

$$\int \vec{H} \cdot d\vec{l} = \vec{I} \rightarrow \text{Ampère/mètre } (A/m) \quad (1.11)$$

- Champ électrique:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad } V} \rightarrow (V/m) \quad (1.12)$$

## 1.8. Précision de mesure

- La précision qualifie l'aptitude d'un appareillage de mesure (capteur) à fournir des données qui, prises individuellement, sont proches de la valeur vraie.

- Un capteur précis est donc à la fois fidèle et juste.

- La précision d'une mesure est un critère de "reproductibilité" et de "sensibilité" (aptitude à mesurer de très petites variations) de l'appareil de mesure.

- Exemple: Une balance au milligramme (0,001 g) est plus précise qu'une au décigramme (0,1 g). La détermination de la masse d'une petite bille donnerait 1,5 g avec la seconde et

1,512 g avec la première balance. Si les mesures répétées d'une même quantité donnent des résultats très voisins, on conclut que ceux-ci sont précis (ex. 1,510 g, 1,513 g, 1,511 g).

## 1.9. Erreur de mesure

Le résultat obtenu, lors de la mesure d'une grandeur physique ou électrique, diffère toujours de la valeur de cette grandeur, celui-ci est approché, donc entaché d'une certaine erreur. On dit qu'on a commis "une erreur de mesure".

### 1.9.1. Erreur absolue

Elle représente l'écart séparant la valeur mesurée de la valeur exacte et a la même unité que la grandeur.

$$e = G_{\text{mesurée}} - G_{\text{exacte (théorique)}} \quad (1.13)$$

L'incertitude absolue:

$$\Delta G = |G_{\text{mesurée}} - G_{\text{exacte}}| \quad (1.14)$$

### 1.9.2. Erreur relative

L'erreur relative  $\Sigma$  est un coefficient qui exprime en pourcentage la précision d'une mesure.

$$\Sigma \% = 100 \frac{\Delta G}{G_{\text{mesurée}}} \quad (1.15)$$

## 1.10. Classification des erreurs

### 1.10. 1. Les erreurs accidentelles

Elle résulte des conditions de l'expérience.

Exemple:

- Se placer verticalement devant l'appareil de mesure,
- Un montage mal fait (circuit encombré) ou mauvais contact,
- Un laboratoire mal éclairé ou variation de température pendant la mesure.

On peut éviter ce genre d'erreur en utilisant des montages clairs et en connaissant les paramètres mises en jeu.

### 1.10.2. Erreurs systématiques

Elles sont dues aux:

- réglage imparfait de l'appareil,
- la méthode utilisée.

On peut les corriger en changeant de méthode et d'appareil ou en affectant le résultat d'un terme correcteur.

### 1.10.3. Erreurs fortuites

Elles résultent de la classe de précision des appareils et du matériel de mesure.

La classe de précision exprime l'imperfection des appareils.

La valeur maximum de l'erreur due à la précision de l'appareil est donnée par l'expression suivante:

$$\Delta G = \frac{\text{Classe} \times \text{Calibre}}{100} \quad (1.16)$$

La Classe (Cl) est exprimée en pourcentage (%) et est indiquée sur l'appareil de mesure par un chiffre uniquement en bas et à gauche du cadran de mesure.

### Conclusion

Les erreurs accidentelles peuvent être évitées, l'expérimentateur doit utiliser la méthode adéquate pour minimiser l'erreur systématique, la précision de mesure devient uniquement en fonction de l'erreur fortuite.

Le résultat de la mesure peut alors être exprimé de deux façons différentes:

$$G = G_{\text{mesurée}} \pm \Delta G \quad (1.17)$$

$$G = G_{\text{mesurée}} \pm \Sigma \% \text{ près} \quad (1.18)$$

### 1.11. Incertitudes sur des mesures indirectes

Souvent la mesure de la quantité recherchée n'est pas directe mais dépend de plusieurs paramètres mesurés indépendamment. L'incertitude sur la mesure finale dépend alors des incertitudes sur les grandeurs intermédiaires. Il faut alors faire un calcul d'incertitude pour estimer l'incertitude finale.

**Exemple:** La valeur de la constante de temps du circuit R – C dépend de la valeur de la résistance et de la valeur de la capacité. L'incertitude sur  $\tau$  est donc fonction des incertitudes sur R et sur C.

### 1.11.1. Règles de calcul particulières

#### a. Cas d'une somme

$$G = a + b \quad (1.19)$$

$$\Delta G = \Delta a + \Delta b$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta a + \Delta b}{a + b} \quad (1.20)$$

#### b. Cas d'une différence

$$G = a - b \quad (1.21)$$

$$\Delta G = |\Delta a| + |\Delta b|$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{|\Delta a| + |\Delta b|}{a - b} \quad (1.22)$$

Dans le cas d'une somme ou d'une différence **les incertitudes absolues s'ajoutent.**

#### c. Cas d'un produit

$$G = a \cdot b \quad (1.23)$$

$$G + \Delta G = (a + \Delta a)(b + \Delta b)$$

$$G + \Delta G = a \cdot b + a \cdot \Delta b + b \cdot \Delta a + \Delta a \cdot \Delta b$$

$$\Delta G = a \cdot \Delta b + b \cdot \Delta a + \Delta a \cdot \Delta b$$

$$\Delta a \cdot \Delta b \cong 0 \Rightarrow G = a \cdot \Delta b + b \cdot \Delta a$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{a \cdot \Delta b + b \cdot \Delta a}{a \cdot b}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} \quad (1.24)$$

**d. Cas d'un quotient**

$$G = a/b \quad (1.25)$$

$$G + \Delta G = \frac{a+\Delta a}{b+\Delta b}$$

$$\Delta G = \frac{a+\Delta a}{b+\Delta b} - \frac{a}{b}$$

$$\Delta G = \frac{(a+\Delta a).b - a.(b+\Delta b)}{b.(b+\Delta b)}$$

$$\Delta G = \frac{a.b + b\Delta a - a.b - a.\Delta b}{b^2 + b.\Delta b}$$

$$\Delta G = \frac{b.\Delta a - a.\Delta b}{b^2} \Rightarrow \Delta G = \frac{b/\Delta a + a/\Delta b}{b^2}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} \quad (1.26)$$

Dans le cas d'un produit ou d'un quotient **les incertitudes relatives s'ajoutent.**

**e. Cas d'une puissance**

$$G = a^m \quad (1.27)$$

On dérive G pour trouver  $\Delta G = ?$

$$\Delta G = m . a^{m-1} . \Delta m$$

$$\frac{\Delta G}{G} = m . a^{m-1} \frac{\Delta a}{a} = m . a^m . a^{-1} . \frac{\Delta a}{a}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = m \frac{\Delta a}{a} \quad (1.28)$$

**f. Cas d'une racine**

$$G = \sqrt[n]{a} = a^{1/n} \quad (1.29)$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta a}{a} \quad (1.30)$$



### 1.11.2. Utilisation du calcul différentiel

$$G = f(a, b, c, \dots) \quad (1.31)$$

$$dG = f'_a da + f'_b db + f'_c dc + \dots \quad (1.32)$$

La limite supérieure de l'erreur absolue est:

$$\Delta G = f'_a |\Delta a| + f'_b |\Delta b| + f'_c |\Delta c| + \dots \quad (1.33)$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{a f'_a \frac{|\Delta a|}{a} + b f'_b \frac{|\Delta b|}{b} + c f'_c \frac{|\Delta c|}{c} + \dots}{G} \quad (1.34)$$

### 1.11.3. Conduite du calcul

1. Calculer la différentielle  $dG$  ou la différentielle logarithmique  $\frac{dG}{G}$ .
2. Regrouper les termes semblables et les simplifier.
3. Remplacer les différentielles  $dG, da, db, dc, \dots$  par les accroissements finis  $\Delta G, \Delta a, \Delta b, \Delta c, \dots$   
Affecter de signe plus (+) de façon à définir la limite supérieure de l'erreur.

Exemple:  $R = \frac{V}{I}$

$$\frac{\Delta R}{R} = ?$$

$$\ln R = \ln \frac{V}{I} = \ln V - \ln I$$

La différentielle logarithmique:

$$\frac{dR}{R} = \frac{dV}{V} - \frac{dI}{I}$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I}$$

## 1.12. Qualités des appareils de mesure

### 1.12.1. Fidélité

Un appareil est fidèle lorsqu'il donne toujours le même résultat pour une même mesure. C'est une qualité primordiale. Un appareil qui n'est pas fidèle n'a aucun intérêt.

### 1.12.2. Sensibilité - Résolution

La sensibilité d'un appareil est la plus petite variation de mesure qu'il peut déceler. Avec certains appareils on utilise le terme de résolution.

Ne pas confondre la résolution d'un appareil avec l'incertitude absolue.

### 1.12.3. Justesse

Un appareil est juste si la différence entre la mesure qu'il indique et la valeur exacte (inconnue) ne dépasse pas l'incertitude prévue.

Ce n'est pas une qualité primordiale, parce que l'appareil faux provoque une erreur systématique qu'il est possible de corriger lorsqu'elle est connue.

Exemple: Si on mesure une longueur avec un réglet trop court, on peut, par calcul, corriger le résultat, dès que le défaut est connu.

## 1.13. Etalonnage des appareils de mesure

Après un temps d'exploitation, les indications d'un appareil de mesure sont erronées, il faut apporter aux mesures des corrections. L'étalonnage d'un appareil de mesure est l'opération qui consiste à contrôler ses indications par comparaison avec un autre appareil dit « étalon ». D'où le besoin d'un certain nombre d'étalons pour réaliser les mesures et vérifier les instruments qui doivent être précis et stable.

La précision de l'appareil à étalonner résulte de la méthode d'étalonnage utilisée et de la précision des appareils étalons employés.

Parmi les étalons qui nous intéressent particulièrement on peut citer :

### 1.13.1. Étalonnage d'un ampèremètre

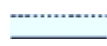









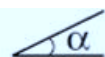





L'appareil à étalonner  $A_S$  et l'appareil étalon  $A_E$  sont tous les deux insérés en série dans un circuit parcouru par une intensité, réglable  $I$  dont la valeur maximale sera celle du calibre des deux appareils. Pour chaque valeur choisie sur l'appareil  $A_S$  on relèvera la valeur exacte correspondante sur l'appareil  $A_E$ . On déduira la correction en dressant un tableau.

### 1.13.2. Étalonnage d'un voltmètre

L'appareil à étalonner  $V_s$  est monté en parallèle avec l'étalon  $V_E$  aux bornes d'une source de tension réglable.

### 1.14. Symboles graphiques des appareils de mesures

Sur le cadran d'un appareil de mesure analogique, le constructeur indique souvent, le type de l'appareil, la nature du courant, la tension d'isolement, la position de lecture, la classe de précision, la sensibilité, etc....

Symbole	Signification	Symbole	Signification
	Courant continu		Appareil magnéto-électrique
	Courant alternatif		Magnéto-électrique avec redresseur
	Courant continu et alternatif		Appareil ferromagnétique
	Position de lecture verticale		Appareil thermodynamique
	Position de lecture horizontale		Appareil ferro-dynamique
	Position de lecture inclinée		Appareil à induction
ex : 50Hz...100KHz	Bande passante		Appareil électrostatique
	Tension d'isolement : 500V		Appareil thermique
	Tension d'isolement : 1kV	0.5 ou 1 ou 2	Classe de précision de l'appareil : 0.5% ou 1% ou 2% du calibre

**Tableau 1.5.** Symboles portés sur les cadrans des appareils de mesure analogique.

## 1.15. Méthodes générales de mesure

Les méthodes de mesures peuvent être rangées en trois grandes familles:

- Méthodes de déviation,
- Méthodes des ponts,
- Méthodes de résonance.

### 1.15.1. Méthodes de déviation

#### 1.15.1.1. Méthode directe

La méthode directe consiste à lire directement sur l'appareil de mesure la valeur de la grandeur à mesurer. (Exemples : La lecture d'une tension sur un voltmètre, d'une puissance sur un wattmètre, d'une résistance sur un ohmmètre).

La précision de cette méthode dépend de la précision de l'appareil de mesure ( $incertitude = \frac{Classe \times Calibre}{100}$ ).

#### 1.15.1.2. Méthode indirecte

Cette méthode consiste à utiliser plusieurs appareils pour mesurer une grandeur, et ce en utilisant une ou plusieurs relations entre les différentes grandeurs mesurées. (Exemples : pour mesurer une puissance  $P$ , on utilise un voltmètre pour mesurer la tension  $U$  et un ampèremètre pour mesurer le courant  $I$ , la puissance est déduite de la relation  $P = U \cdot I$ ).

Dans le cas où les appareils de mesure sont un ampèremètre et un voltmètre, la méthode est dite volt-ampèremétrique.

La précision de cette méthode dépend de la précision des appareils de mesure utilisés et de leur mode de branchement.

#### 1.15.2. Méthode de zéro

La méthode de zéro ou d'opposition consiste à annuler l'effet de la grandeur  $x$  à mesurer par une autre  $y$  de même nature facilement réglable et connue avec une bonne approximation. L'écart  $e = x - y$  est décelé par un appareil dit de zéro dont l'étendue de mesure est nettement inférieure à la grandeur à mesurer.

Les différents ponts de mesure utilisés en métrologie électrique sont certainement les meilleurs exemples que nous pouvons citer. Dans chacun de ces ponts, nous recherchons un courant nul dans une diagonale du pont en faisant varier un élément situé dans une branche :

- le pont de Wheatstone pour la mesure des résistances ;
- le pont de Kelvin pour la mesure des très faibles résistances ;
- le pont de Sauty pour la mesure des capacités ;
- le pont de Maxwell pour la mesure des self-inductances ;
- le potentiomètre de mesure de tensions continues.

**Remarque:** Les méthodes de zéro sont longues, parce qu'il faut régler les diverses quantités pour amener au zéro l'appareil de mesure; tandis que les méthodes de déviation demandent peu de réglages et sont donc rapides.

C'est pourquoi les méthodes de zéro sont employées dans les laboratoires, où on demande surtout de la précision; tandis que les méthodes de déviation sont employées dans l'industrie, où la rapidité doit être la première qualité d'une méthode.

### 1.15.3. Méthode de résonance

La méthode de résonance est utilisée pour mesurer des capacités et des inductances. Elle consiste à placer la grandeur à mesurer dans un circuit résonant série ou parallèle et d'en déduire la grandeur inconnue à la résonance. En effet, si on considère un circuit résonant série par exemple, à la résonance on peut écrire  $LC\omega^2 = 1$  et on déduit la grandeur inconnue ( $L$  ou  $C$ ).

## 1.16. Exercices d'application

### 1.16.1. Exercice résolu

#### Exercice N°:1

- Qu'est-ce qu'une grandeur.
- Définir la notion de mesure d'une grandeur, l'unité d'une grandeur.
- Qu'est-ce qu'un étalon de mesure.
- Définir le système international d'unités (SI).

**Solution**

- La grandeur : est un concept, à qui on ne peut pas donner une définition on parle de quantité ou d'état ou de dimension d'une grandeur.

Par conséquent, la grandeur est la qualité physique d'entités telles que : la longueur, le volume, la masse, le temps, etc.

- La mesure : est une expérience physique qui consiste à exprimer une grandeur physique en lui attribuant une valeur numérique

- L'unité : est la quantité de grandeur fixées qui sert de référence pour exprimer la mesure des grandeurs. Ex: Le mètre (m), la seconde (s)

- l'étalon : est la grandeur de référence (grande précision) à laquelle on compare une grandeur inconnue à mesurer. Ex: Pile de Weston étalon de tension.  $E_v = 1.0185 \text{ V}$  à  $20^\circ\text{C}$

Le système international (S.I) : est le système des unités adhéré par 50 pays

**Exercice N°:2**

Donner les dimensions des grandeurs dérivées électriques suivantes

- 1) La quantité d'électricité Q
- 2) La densité superficielle de courant  $\sigma$
- 2) Le champ électrique E
- 3) Le potentiel V
- 4) La résistance électrique R
- 5) La résistivité  $\rho$

**Solution**

1)  $Q = i \cdot t \Rightarrow [Q] = I.T$

2)  $\sigma = dQ/dS \Rightarrow [\sigma] = ([Q])/([S]) = I.T.L^{-2}$

3)  $E = F/Q \Rightarrow [E] = ([F])/([Q]) = (MLT^{-2})/IT = M.L.I^{-1}.T^{-3}$

4)  $V = E \cdot L \Rightarrow [V] = M.L^2.I^{-1}.T^{-3}$

5)  $R = V/I \Rightarrow [R] = ([V])/([I]) = M.L^2.I^{-1}.T^{-3} / I = M.L^2.I^{-2}.T^{-3}$

6)  $\rho = RS/L \Rightarrow [\rho] = ([RS])/([L]) = M.L^4.I^{-2}.T^{-3} / L = M.L^3.I^{-2}.T^{-3}$

**Exercice 03 :**

Un élément de circuit soumis à une tension constante U est parcouru par un courant I. L'étude expérimentale a donné  $U = (120 \pm 2) [V]$  et  $I = 24, 2A \pm 1,65\%$ .

- 1) Calculer l'incertitude absolue sur la puissance consommée par cet élément de circuit  $P = U \cdot I$

- 2) Quelle est l'erreur relative correspondante ?
- 3) Exprimer le résultat de deux façons.

**Solution**

Données :  $U = (120 \pm 2) \text{ [V]}$  et  $I = 24,2\text{A} \pm 1,65\%$ .

1) Calcul de l'incertitude absolue sur la puissance :  $P = U \cdot I$

AN :  $20 \times 24,2 = 2904 \text{ W}$

$$\Delta P = \left| \frac{\partial P}{\partial U} \right|_{I=\text{cte}} \Delta U + \left| \frac{\partial P}{\partial I} \right|_{U=\text{cte}} \Delta I = I \cdot \Delta U + U \cdot \Delta I$$

avec :  $\Delta U = 2 \text{ V}$  et  $\Delta I = \frac{1,65}{100} I = \frac{1,65}{100} \times 24,2 = 0,4 \text{ A}$ .

↳  $\Delta P = I \cdot \Delta U + U \cdot \Delta I$  AN :  $\Delta P = 24,2 \times 2 + 120 \times 0,4 \Rightarrow \boxed{\Delta P = 96,4 \text{ W}}$

2) Calcul de l'erreur relative :

$$\left( \frac{\Delta P}{P} \right)_{\%} = 100 \cdot \frac{\Delta P}{P} \quad \text{AN :} \quad \left( \frac{\Delta P}{P} \right)_{\%} = 100 \times \frac{96,4}{2904} \Rightarrow \boxed{\left( \frac{\Delta P}{P} \right)_{\%} = 3,32\%}$$

3) Expressions du résultat :

∞ 1<sup>ère</sup> façon :  $\boxed{P = P_m \pm \Delta P \text{ [W]} = (2904 \pm 96,4) \text{ [W]}}$

∞ 2<sup>ème</sup> façon :  $\boxed{P = P_m \text{ W} \pm \left( \frac{\Delta P}{P} \right)_{\%} = 2904 \text{ W} \pm 3,32\%}$

**Exercice 04 :**

En appliquant à une résistance inconnue R, une tension  $U = 27,2\text{V}$  lue sur un voltmètre numérique possédant 3 tubes luminescents, 300 points de mesure, une gamme de 30V et une précision de :  $\pm(0,2\% L, 2\text{points})$ .

Le courant I est mesuré à l'aide d'un ampèremètre à dérivation de classe : 0,5, de calibre divisions 1A, de lecture  $L=92,85$  divisions et une échelle de 100. On estime le quart de division.

- 1) Calculer l'incertitude absolue sur R.
- 2) Calculer l'incertitude relative.
- 3) Exprimer R de deux façons.

**Solution**Données :

- Voltmètre :  $U_L = 27,2 \text{ V}$  ;  $N = 300 \text{ points}$  ;  $G = 30 \text{ V}$  ;  $\Delta U = \pm(0,2\% L, 2 \text{ points})$ .
- Ampèremètre :  $C_1 = 0,5$  ;  $C = 1 \text{ A}$  ;  $L = 92,85 \text{ divisions}$  ;  $E = 100$  ;  $\Delta I = 0,35 \text{ divisions}$ .

**1) Calcul de l'incertitude absolue sur R :**

$$U = R \cdot I \Rightarrow R = \frac{U}{I}$$

$$\Delta R = \left| \frac{\partial R}{\partial U} \right|_{I=\text{cte}} \Delta U + \left| \frac{\partial R}{\partial I} \right|_{U=\text{cte}} \Delta I = \frac{\Delta U}{I} + \frac{U}{I^2} \cdot \Delta I$$

- Calcul de I :  $I = \frac{C \cdot L}{E}$  AN  $I = \frac{1 \times 92,85}{100} = 928 \text{ mA}$

$$\Delta I_c = \frac{C_1 \cdot C}{100} \text{ AN : } \Delta I_c = \frac{0,5 \times 1}{100} = 0,005 \text{ A}$$

$$\Delta I_1 = \frac{C \cdot \Delta I}{E} \text{ AN : } \Delta I_1 = \frac{1 \times 0,35}{100} = 0,0035 \text{ A}$$

$$\Rightarrow \Delta I = \Delta I_c + \Delta I_1 = 0,005 + 0,0035 = 8,5 \text{ mA}$$

$$\Rightarrow I = (928 \pm 8,5) \text{ mA}$$

- Calcul de U :  $\Delta U = \pm(0,2\% L, 2 \text{ points})$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{0,2 \times L}{100} + \frac{G \times 2}{N} \text{ AN : } \Delta U = \frac{0,2 \times 27,2}{100} + \frac{30 \times 2}{300} = 0,25 \text{ V}$$

$$\Rightarrow U = (27,2 \pm 0,25) \text{ V}$$

Ainsi, on obtient :

$$\Delta R = \frac{\Delta U}{I} + \frac{U}{I^2} \cdot \Delta I \text{ AN : } \Delta R = \frac{0,25}{0,928} + \frac{27,2}{(0,928)^2} \times 0,0085 \Rightarrow \boxed{\Delta R = 0,54 \Omega}$$

**2) Calcul de l'incertitude relative :**

$$R_m = \frac{U}{I} = \frac{27,2}{(0,928)^2} = 29,31 \Omega$$

$$\left( \frac{\Delta R}{R} \right)_{\%} = \frac{0,54}{29,31} \times 100 \Rightarrow \boxed{\left( \frac{\Delta R}{R} \right)_{\%} = 1,84\%}$$

**3) Expressions du résultat :**

⊗ **1<sup>ère</sup> façon :**  $\boxed{R = R_m \pm \Delta R [\Omega] = (29,31 \pm 0,54) [\Omega]}$

⊗ **2<sup>ème</sup> façon :**  $\boxed{R = R_m \Omega \pm \left( \frac{\Delta R}{R} \right)_{\%} = 29,31 \Omega \pm 1,84\%}$



**Exercice 05 :**

On procède de mesurer la puissance électrique dissipée dans un circuit composé de trois résistances associées en série dont  $R_1 = 47\Omega \pm 5\%$ ,  $R_2 = 33\Omega \pm 3\%$  et  $R_3 = 22\Omega \pm 2\%$

L'intensité de courant  $I=2A$  a été mesurée avec une incertitude absolue totale de  $\pm 0,05A$ .

- 1) Calculer l'erreur relative, commise sur la mesure de puissance totale  $P=R \cdot I^2$ .
- 2) Exprimer le résultat de deux façons. Déterminer l'intervalle de confiance P.

**Solution**

Données :  $R_1 = 47\Omega \pm 5\%$ ,  $R_2 = 33\Omega \pm 3\%$ ,  $R_3 = 22\Omega \pm 2\%$  et  $I = (2 \pm 0,05)$ .

1) Calcul de l'erreur relative sur la puissance :

$$P = R \cdot I^2 \text{ avec } R = R_1 + R_2 + R_3 \text{ AN : } R = 47 + 33 + 22 = 102\Omega$$

$$\Delta P = I^2 \cdot \Delta R + 2 \cdot R \cdot I \cdot \Delta I \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\Delta P}{P} = \frac{I^2 \cdot \Delta R + 2 \cdot R \cdot I \cdot \Delta I}{R \cdot I^2} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{2 \cdot \Delta I}{I}$$

- Calcul de  $\Delta R$  : on a  $\Delta R = \Delta R_1 + \Delta R_2 + \Delta R_3$

$$\Delta R_1 = \frac{5}{100} \cdot R_1 = \frac{5}{100} \times 47 = 2,35\Omega, \quad \Delta R_2 = \frac{3}{100} \cdot R_2 = \frac{3}{100} \times 33 = 0,99\Omega$$

$$\Delta R_3 = \frac{2}{100} \cdot R_3 = \frac{2}{100} \times 22 = 0,44\Omega$$

$$\Delta R = \Delta R_1 + \Delta R_2 + \Delta R_3 = 2,35 + 0,99 + 0,44 = 3,78\Omega$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{2 \cdot \Delta I}{I} = \frac{3,78}{102} + 2 \times \frac{0,05}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\frac{\Delta P}{P} = 0,087}$$

2) Expressions du résultat :

$$P = R \cdot I^2 = 102 \times 2^2 = 408 \text{ W} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta P = 0,087 \times P = 0,087 \times 408 = 35,49 \text{ W}$$

$$\simeq \text{1}^{\text{ère}} \text{ façon : } \boxed{P = (408 \pm 35,49) [\text{W}]}$$

$$\simeq \text{2}^{\text{ème}} \text{ façon : } \boxed{P = 408 \text{ W} \pm 8,7\%}$$

- L'intervalle de confiance de P :

$$[P_{\text{inf}} ; P_{\text{sup}}] = [408 - 35,49 ; 408 + 35,49] \text{ W} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{[P_{\text{inf}} ; P_{\text{sup}}] = [372,51 ; 443,49] \text{ W}}$$

**Exercice 06 :**

Une résistance  $R = 3\Omega \pm 0,5\%$  est parcourue par un courant  $I$  qui a été mesuré par l'ampèremètre dont les caractéristiques sont les suivantes :

- Classe : 0,5
- Nombre totale de divisions :  $N=100$
- Calibre : 5A
- Numéro de graduation durant laquelle s'immobilise l'aiguille est 82.

- 1) Calculer l'incertitude absolue sur la mesure de la puissance  $P=R \cdot I^2$ . (On estime le quart de division).
- 2) Donner la valeur numérique de  $P$ .
- 3) Calculer l'incertitude relative correspondante.

**Solution**

Données :  $R = 3\Omega \pm 0,5\%$

- Ampèremètre C:  $I = 0,5$  ;  $N = E = 100$ ;  $C = 5A$ ;  $L = 82$  divisions;  $\Delta I = 0,25$  divisions

1) Calcul de l'incertitude absolue sur la puissance :

$$P = R \cdot I^2 \Rightarrow \Delta P = \left. \frac{\partial P}{\partial R} \right|_{I=\text{cte}} \cdot \Delta R + \left. \frac{\partial P}{\partial I} \right|_{R=\text{cte}} \cdot \Delta I = I^2 \cdot \Delta R + 2 \cdot R \cdot I \cdot \Delta I$$

- Calcul de  $I$  :  $I = \frac{C \cdot L}{E}$  AN  $I = \frac{5 \times 82}{100} = 4,1 \text{ A}$

$$\Delta I_c = \frac{C \cdot C}{100} \text{ AN : } \Delta I_c = \frac{0,5 \times 5}{100} = 0,025 \text{ A}$$

$$\Delta I_1 = \frac{C \cdot \Delta I}{E} \text{ AN : } \Delta I_1 = \frac{5 \times 0,25}{100} = 0,0125 \text{ A}$$

$$\Rightarrow \Delta I = \Delta I_c + \Delta I_1 = 0,025 + 0,0125 = 0,037 \text{ A}$$

$$\Rightarrow I = (4,1 \pm 0,037) \text{ A}$$

- Calcul de  $\Delta R$  : on a  $\Delta R = \Delta R_1 + \Delta R_2 + \Delta R_3$

$$\Delta R = \frac{0,5}{100} \times R = \frac{0,5}{100} \times 3 = 0,015 \Omega$$

$\Rightarrow$  Calcul de  $\Delta P$  :  $\Delta P = I^2 \cdot \Delta R + 2 \cdot R \cdot I \cdot \Delta I$

$$\text{AN : } \Delta P = (4,1)^2 \times 0,015 + 2 \times 3 \times 4,1 \times 0,037 \Rightarrow \boxed{\Delta P = 1,16 \text{ W}}$$

2) Calcul de la puissance :

$$P = R \cdot I^2 = 3 \times (4,1)^2 \Rightarrow \boxed{P = 50,43 \text{ W}}$$

## 3) Calcul de l'incertitude relative :

$$\left(\frac{\Delta P}{P}\right)_{\%} = \frac{1,16}{50,43} \times 100 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\left(\frac{\Delta P}{P}\right)_{\%} = 2,3\%}$$

**Exercice 07 :**

On vient de mesurer un courant ( $I=2,5A$ ) d'un circuit électrique successivement par :

- Un ampèremètre analogique à déviation de classe 1,5 sur un calibre de 3A et d'une échelle de 30 divisions. La lecture est appréciée à une demi de division.
- Un ampèremètre numérique de 300points, sur sa gamme de 4A, dont la précision indiquée est :  $\pm(0,1\%$  de lecture,  $0,01\%$  de la gamme).

- 1) Déterminer les incertitudes absolues et relatives en pourcentages sur la mesure du courant par l'appareil analogique.
- 2) Déterminer les incertitudes absolues et relatives en pourcentages sur la mesure du courant par l'appareil numérique.
- 3) Quel type d'appareil choisissez-vous pour cette mesure ? Justifier votre réponse.

**Solution**

Données :  $I = 2,5 A$

- Ampèremètre analogique : ;  $C = 3 A$  ;  $E = 30$  divisions ;  $\Delta I = 0,5$  division.
- Ampèremètre numérique :  $N = 300$  points ;  $G = 4 A$  ;  $\Delta I = \pm(0,1\% L, 0,01\% G)$ .

## 1) Calcul de l'incertitude par l'appareil analogique :

$$\Delta I_c = \frac{C \cdot C}{100} \quad \text{AN : } \Delta I_c = \frac{1,5 \times 3}{100} = 0,045 A$$

$$\Delta I_1 = \frac{C \cdot \Delta I}{E} \quad \text{AN : } \Delta I_1 = \frac{3 \times 0,5}{30} = 0,05 A$$

$$\Rightarrow \Delta I = \Delta I_c + \Delta I_1 = 0,045 + 0,05 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta I = 0,095 A}$$

$$\left(\frac{\Delta I}{I}\right)_{\%} = \frac{0,095}{2,5} \times 100 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\left(\frac{\Delta I}{I}\right)_{\%} = 3,8\%}$$

## 2) Calcul de l'incertitude par l'appareil numérique :

$$\Delta I = \pm(0,1\% L, 0,01\% G) = \frac{0,1 \times L}{100} + \frac{0,01 \times G}{100} = \frac{0,1 \times 2,5}{100} + \frac{0,01 \times 4}{100} = 0,0025 + 0,0004$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta I = 0,0029 A}$$

$$\left(\frac{\Delta I}{I}\right)_{\%} = \frac{0,0029}{2,5} \times 100 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\left(\frac{\Delta I}{I}\right)_{\%} = 0,116\%}$$

- 3) On choisit l'appareil numérique car il donne une valeur plus précise  
 $(\Delta I_{\text{numérique}} < \Delta I_{\text{analogique}})$

**Exercice 08 :**

On a mesuré le courant I traversant un dipôle en utilisant un ampèremètre de classe 1,5 comportant 5 calibres (10mA, 30mA, 100mA, 300mA et 1A) et deux échelles (30 et 100). On a effectué quatre essais de mesure différents de courant.

1<sup>ère</sup> mesure : avec le calibre 300mA sur l'échelle 30.

2<sup>ème</sup> mesure : avec le calibre 300mA sur l'échelle 100.

3<sup>ème</sup> mesure : avec le calibre 1A sur l'échelle 30.

4<sup>ème</sup> mesure : avec le calibre 1A sur l'échelle 100.

1) Compléter le tableau suivant :

	Calibre/Echelle			
	300mA/30	300mA/100	1A/30	1A/100
Lecture	25	83	7,5	25
I				
$\Delta I_c$				
$\Delta I_l$				
$\Delta I$				
$\frac{\Delta I}{I}$				

Avec

$\Delta I_c$  l'incertitude de classe et  $\Delta I_l$  l'incertitude de lecture.

On choisit une appréciation de la lecture  $n=0,5$ .

**Solution**

1) Le tableau de mesures :

	Calibre/Echelle			
	300mA/30	300mA/100	1A/30	1A/100
<b>Lecture</b>	<b>25</b>	<b>83</b>	<b>7,5</b>	<b>25</b>
$I = \frac{C.L}{E} \text{ (A)}$	<b>0,25</b>	<b>0,249</b>	<b>0,25</b>	<b>0,25</b>
$\Delta I_c = \frac{C.L.C}{100} \text{ (A)}$	<b>0,0045</b>	<b>0,0045</b>	<b>0,015</b>	<b>0,015</b>
$\Delta I_l = \frac{C.\Delta L}{E} \text{ (A)}$	<b>0,005</b>	<b>0,0015</b>	<b>0,016</b>	<b>0,005</b>
$\Delta I = \Delta I_c + \Delta I_l \text{ (A)}$	<b>0,0095</b>	<b>0,006</b>	<b>0,031</b>	<b>0,020</b>
$\frac{\Delta I}{I}$	<b>3,8%</b>	<b>2,4%</b>	<b>12,4%</b>	<b>8%</b>

2) On choisit le calibre 300 mA. Le choix du calibre doit être adapté à la valeur mesurée.

3) On choisit l'échelle 100 car ( $\Delta I_{(100)} < \Delta I_{(30)}$ )

**1.16.2. Exercices à résoudre****a. Analyse dimensionnelle****Exercice N°1**

A partir d'une analyse dimensionnelle et parmi les trois relations suivantes qui donnent l'expression de la longueur d'onde, déterminer laquelle est homogène:

$$\lambda = \frac{C}{f}, \quad \lambda = \frac{f'}{C}, \quad \lambda = f \cdot c$$

c: célérité de la lumière ou la vitesse, h: la longueur de l'onde.

**Exercice 2**

Démontrer que  $R.C$ ,  $R/C$ ,  $L/R$ ,  $\sqrt{L.C}$  sont des constantes de temps, tels que:

R: résistance, C: capacité, L: inductance.

**Exercice 3**

A partir d'une analyse dimensionnelle, retrouvez la formule déterminant la période T d'un pendule simple de longueur L.

**b. Calcul d'erreurs****Exercice 1**

Calculer la différentielle totale puis en tirer l'erreur absolue et l'erreur relative de chacune des relations suivantes:

$$A = x + 2y$$

$$B = 2xy$$

$$C = \frac{2xy}{x+y}$$

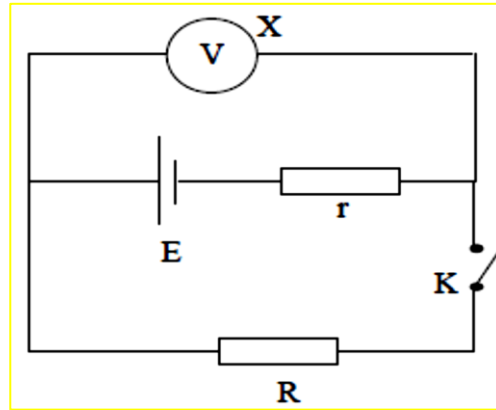
$$D = x^a + y^b$$

**Exercice 2**

On met deux résistances en parallèle ( $R_1$ ,  $R_2$ ), quelles sont les erreurs relative et absolue commises sur R?

**Exercice 3**

Pour mesurer la résistance interne  $r$  d'une pile de force (f.é.m) ( $E$ ), on utilise le circuit suivant:



Où  $K$  désigne un interrupteur,  $R$  une résistance variable,  $V$  un voltmètre de résistance  $X$ .

Lorsque  $K$  est ouvert, le voltmètre indique  $V_1$ , lorsqu'il est fermé la tension indiquée est  $V_2$ .

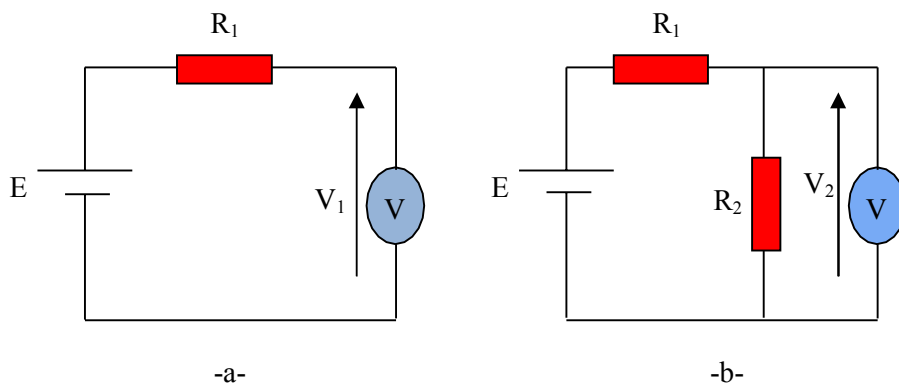
1. Exprimer et évaluer la résistance interne  $r$  en fonction de  $R$ ,  $V_1$ ,  $V_2$  lorsque  $X$  est supposée infinie.

AN:  $V_1 = 4.5V$ ,  $V_2 = 3V$ ,  $R = 6\Omega$ .

2. Exprimer et évalue  $\frac{\Delta r}{r}$  sachant que  $\frac{\Delta R}{R} = 1\%$ , le voltmètre est de classe 0.2 et il est utilisé sur le calibre 7.5 V.

**Exercice 4**

Pour la mesure de la résistance  $X$  d'un voltmètre utilisé sur un calibre de 10V et ayant une échelle de 100 division, on utilise les montages suivants:



$R_1$  et  $R_2$  sont connues avec une précision de  $0.1\%$ ,  $R_1 = 60\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 20\text{ k}\Omega$ ,  
 $V_1 = 9\text{V}$ ,  $V_2 = 3\text{V}$ .

1. Exprimer  $X$  en fonction de  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .
2. Calculer la précision de la mesure sachant que le voltmètre a une classe de 0.5.

# **Chapitre 2 :**

## **Méthodes de mesures**

### **Objectifs :**

- Etudier les méthodes de mesure directe des différentes grandeurs électriques.
- Etudier les méthodes de mesure indirectes des différentes grandeurs électriques.
- Savoir calculer l'incertitude de mesure pour les différentes techniques de mesure.

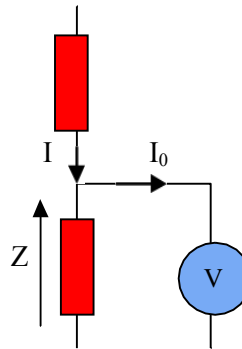


## 2.1. Introduction

En électrotechnique, Les méthodes de mesures peuvent être rangées en trois grandes familles méthodes de déviation directe et indirecte, méthodes des ponts et méthodes de résonances. Souvent, la mesure des grandeurs électrique se fait directement en branchant l'appareil de mesure sur le circuit à mesurer, cependant dans certains situation ou on a besoin de plus de précision de mesure d'autres méthodes sont utilisées tel que les méthodes indirectes, méthodes des ponts..etc.

## 2.2. Mesures des tensions

### 2.2.1. Méthodes directes de mesures de tensions



La chute de tension aux bornes de Z:

- Théoriquement:

$$U_Z = Z \cdot I \quad (2.1)$$

- Pratiquement:

$$U'_Z = Z(I - I_0) = R_V \cdot I_0 \quad (2.2)$$

$$I_0 = \frac{U'_Z}{R_V}$$

$$U'_Z = Z \cdot I - Z \cdot I_0 = U_Z - Z \cdot \frac{U'_Z}{R_V}$$

$$U'_Z = U_Z \cdot \frac{R_V}{R_V + Z} \quad (2.3)$$

Erreur relative systématique:  $\frac{\Delta U_Z}{U_Z} = ?$

$$\frac{\Delta U_Z}{U_Z} = \left| \frac{U'_Z - U_Z}{U_Z} \right|$$

$$\frac{\Delta U_Z}{U_Z} = \frac{Z}{R_V + Z}$$

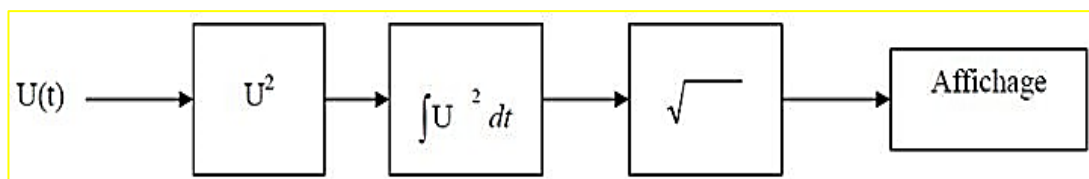
L'erreur systématique est d'autant plus faible que la résistance interne  $R_V$  du voltmètre est grande devant  $Z$ .

### 2.2.2. Mesures de tensions alternatives

En courant alternatif, on a besoin souvent de la valeur efficace, dite aussi valeur RMS (de l'anglais Root Mean Square), du signal mesuré. Pour cela, on peut utiliser un voltmètre de type ferromagnétique ou magnétoélectrique avec redresseur lorsque le signal mesuré est de type sinusoïdal ou un voltmètre numérique.

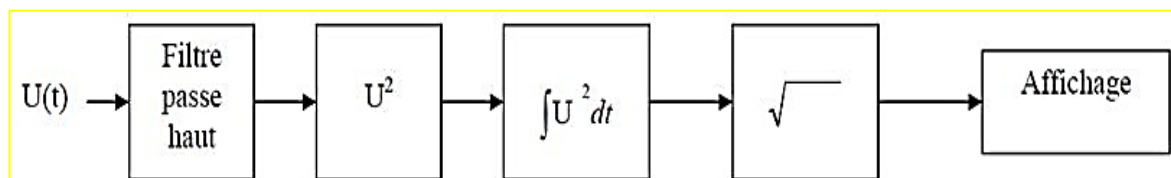
Pour les voltmètres numériques de type TRMS (TRMS : True Root Mean Square), on distingue deux modes de couplage :

- **mode DC** : Le voltmètre indique la valeur efficace du signal mesuré selon l'algorithme suivant:



**Figure 2.1.** Schéma de principe d'un voltmètre TRMS en mode DC.

- **mode AC** : Le voltmètre indique la valeur efficace de la composante alternative du signal à mesuré, c'est à dire il élimine en premier lieu la composante continu du signal, puis affiche la valeur efficace de la composante alternative selon l'algorithme suivant:



**Figure 2.2.** Schéma de principe d'un voltmètre TRMS en mode AC.

### 2.2.3. Méthode indirecte de mesures de tension par la méthode d'opposition

Elle consiste en la comparaison de deux tensions, et elle se fait principalement en courant continu puisque en alternatif elle est très complexe, car il est nécessaire que les deux tensions à comparer ont la même fréquence et la même phase.

Le schéma de principe est donné par la figure suivante:

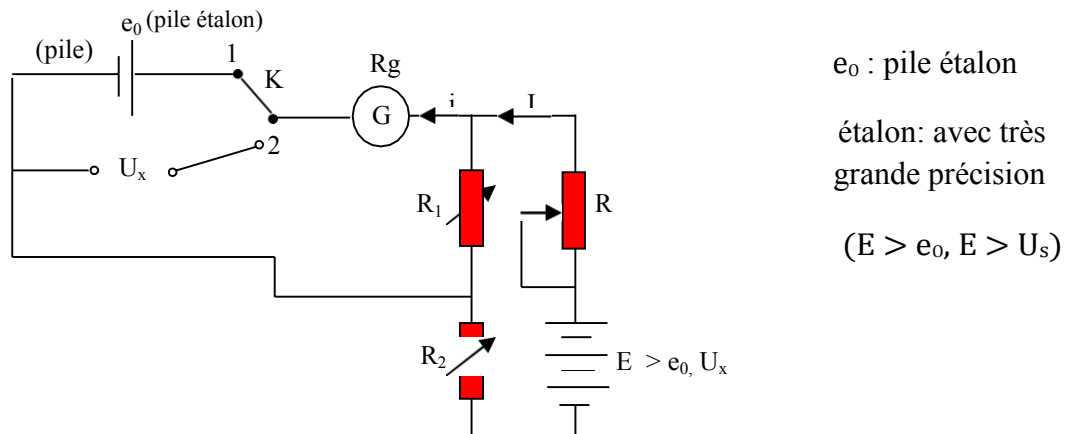
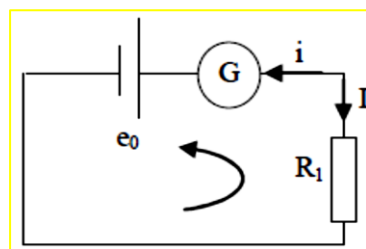


Figure 2.3. Schéma de principe de la méthode d'opposition.

Dans cette méthode, deux tensions sont opposées:

**a. En position K1:** la tension étalon  $e_0$  est opposée à la tension au bornes de  $R_1$ ,  $R_1$  et  $R_2$  sont ajustées de telle façon que la tension aux bornes de  $R_1$  serait égale à la tension produite par  $e_0$ , et cela est vérifié par le galvanomètre qui ne détecte aucun courant ( $I$  dans  $(G) = 0$ ).



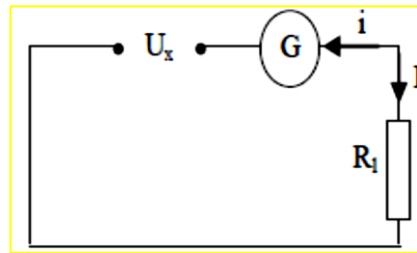
$$e_0 - R_g \cdot i = R_1 \cdot (I - i) \quad (2.5)$$

A l'équilibre du galvanomètre:  $i = 0$

$$e_0 = R_1 \cdot I \quad (2.6)$$

avec  $I = \frac{e_0}{R_1}$

b. En position K2: ( $i$  dans (G) = 0)



On règle  $R_1$  à  $R_1$  et  $R_2$  à  $R_2$  dans la

position (1) On règle  $R_1$  à  $R'_1$  et  $R_2$  à  $R'_2$

dans la position (2)

A condition que  $R_1 + R_2 = R'_1 + R'_2$  de telle façon que le courant  $I$  qui le traverse reste le même.

$$U_x - R_g \cdot i = R'_1 \cdot (I - i) \quad (2.7)$$

$$\Rightarrow U_x = R'_1 \cdot I$$

$$U_x = \frac{R'_1}{R_1} e_0 \quad (2.8)$$

**Exemple:**

Si  $R_1 = 1k\Omega$ ,  $R_2 =$

$3k\Omega$   $R_1 + R_2 = 4k\Omega$

$R'_1 = 2k\Omega$ ,  $R'_2 = 2k\Omega$

La résistance  $R_h$  (Rhéostat) sert à limiter le débit du courant  $i$  de la pile  $E$  et le courant  $I$  est choisi de telle façon qu'il est une valeur simple en puissance de 10.

$$10^{-5}A \ll i \ll 10^{-3}A$$

La précision de la mesure est améliorée puisqu'elle ne dépend que de la précision de deux résistances  $R'_1$  et  $R'_2$ , de la pile étalon " $e_0$ " ( $\frac{\Delta e_0}{e_0} = 0.001\%$ ), et de deux erreurs de sensibilité dues aux équilibres effectués.

$$\frac{\Delta U_x}{U_x} = \frac{\Delta e_0}{e_0} + \frac{2\Delta R_1}{R_1} \left( \frac{a}{R_1 + a} \right) + 2e_s \quad (2.9)$$

$e_s$ : erreur de sensibilité

Avec:

$$R_1 = R'_1 \pm a$$

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{\Delta R'_1}{R'_1} = \frac{\Delta a}{a}$$

### 2.2.4. Méthode indirecte de mesures de tension par la méthode de comparaison

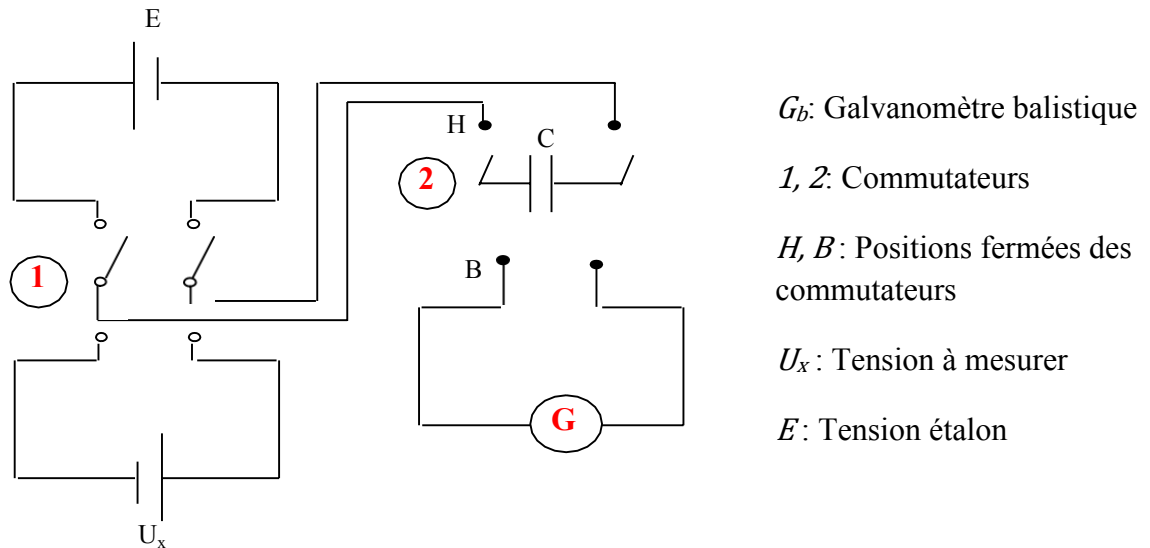
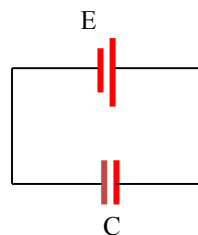


Figure 2.4. Schéma de principe de la méthode de comparaison.

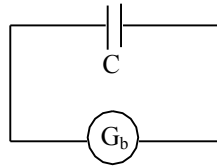
La méthode de comparaison consiste en la comparaison de la tension étalon E à la tension à mesure  $U_x$ . Le montage comporte un galvanomètre balistique dont la masse de son cadre mobile est importante. Le principe de cette méthode est basé sur la charge du condensateur C, alternativement par E et  $U_x$ , et lire à chaque fois la déviation produite par la charge dans C en basculant le commutateur à la fin de chaque charge aux bornes du  $G_b$  et comme sa masse est grande, l'aiguille ne revient à 0 qu'à la fin de la décharge.

1. Mettre les interrupteurs 1 et 2 sur la position H:



$$C \text{ se charge par: } E \rightarrow Q_E = C \cdot E \tag{2.10}$$

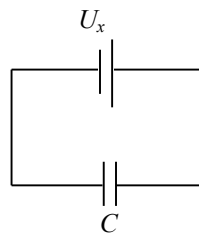
2. On met l'interrupteur 2 sur la position B:



C se décharge aux bornes du galvanomètre.

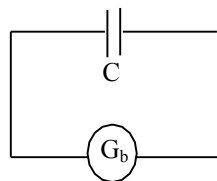
La déviation de  $G_b$  :  $\alpha_E = C \cdot E$  (2.11)

3. Mettre l'interrupteur 1 sur la position B et l'interrupteur 2 sur H: charge du condensateur.



$Q_x = C \cdot U_x$  (2.12)

4. On met l'interrupteur 2 sur B:



$\alpha_x = C \cdot U_x$  (2.13)

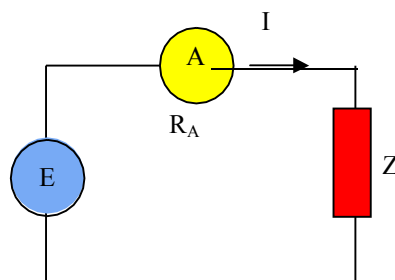
$\frac{\Delta U_x}{U_x} = \frac{C \cdot E}{C \cdot U_x} \Rightarrow U_x = \frac{\alpha_x \cdot E}{\alpha_E}$  (2.14)

Nous remarquons que la tension à mesurer ne dépend que de E et de  $\alpha_E$  et  $\alpha_x$ , donc:

$\frac{\Delta U_x}{U_x} = \frac{\Delta E}{E} + \frac{\Delta \alpha_x}{\alpha_x} + \frac{\Delta \alpha_E}{\alpha_E}$  (2.15)

### 2.3. Mesures des courants

#### 2.3.1. Méthode directe de mesure des courants



- I Théoriquement :

$$I = \frac{E}{Z} \quad (2.16)$$

- I Pratique :

$$I' = \frac{E}{Z + R_A} \quad (2.17)$$

$$\frac{\Delta I}{I} = \left| \frac{I' - I}{I} \right| \Rightarrow \frac{\Delta I}{I} = \frac{R_A}{R_A + Z} \quad (2.18)$$

Cette erreur est d'autant plus faible que la résistance interne  $R_A$  est faible devant  $Z$ .

### 2.3.2. Méthode indirecte de mesures de courant par la méthode d'opposition

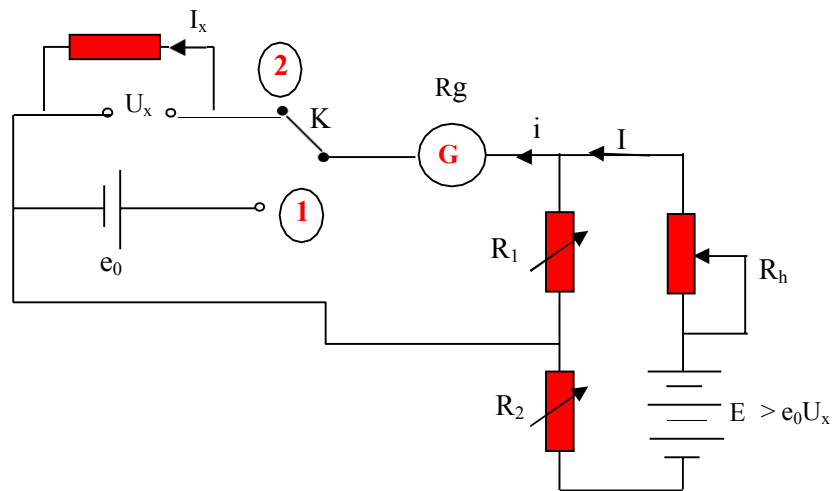


Figure 2.5. Mesure de courant par la méthode d'opposition.

Position 1: 
$$e_0 = R_1 \cdot I \Rightarrow I = \frac{e_0}{R_1} \quad (2.19)$$

Position 2: 
$$U_x = R'_1 \cdot I \quad (2.20)$$

$$U_x = \frac{R'_1}{R_1} e_0 \quad \text{avec} \quad U_x = R \cdot I_x$$

$$R \cdot I_x = R'_1 \cdot I = R'_1 \frac{e_0}{R_1}$$

$$I_x = \frac{e_0 R'_1}{R_1 R_1} \quad (2.21)$$

$$\frac{\Delta I_x}{I_x} = \frac{\Delta e_0}{e_0} + 2 \frac{\Delta R_1}{R_1} \frac{a}{R_1 + a} + \frac{\Delta R}{R} + 2e_s \quad (2.22)$$

Avec:  $R_I = R'_I \pm a$  et  $\frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{\Delta R'_1}{R'_1} = \frac{\Delta a}{a}$

### 2.3.3. Utilisation du shunt simple

Un shunt est une résistance calibrée et conçue pour la mesure de courants. Pour ce faire on mesure la tension à ses bornes à l'aide d'un voltmètre branché en parallèle, l'utilisation de la loi d'Ohm permet de déduire le courant traversant le shunt.

Il peut mesurer des courants de plusieurs kilo-ampère (kA)<sup>2</sup>.

Afin de limiter la chute de tension provoquée par son utilisation et afin de limiter les pertes par effet joule dans le shunt, il doit avoir une valeur de résistance très faible, de l'ordre de quelques mΩ. Toutefois elle ne doit pas non plus être trop petite afin que la tension puisse être transmise et mesurée sans perturbation auxiliaire.

Les shunts sont employés pour la mesure de courants continus et alternatifs qu'ils soient de basses ou de hautes fréquences.

## 2.4. Mesures des résistances

La mesure des résistances se fait en courant continu le plus souvent. Les méthodes et les appareils utilisés dépendent de la nature de la résistance mesurée et de son ordre de grandeur.

### 2.4.1. Classification des résistances

La méthode de mesure d'une résistance dépend de la précision avec laquelle on veut la connaître, mais surtout de son ordre de grandeur. Il en découle un classement approximatif mais pratique partageant les résistances en trois catégories selon leur valeur: les résistances faibles, les résistances moyennes et les résistances grandes (figure. 2.6).

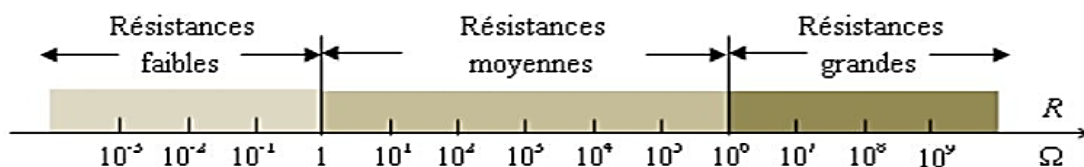


Figure 2.6. Classification des résistances selon leur ordre de grandeur.



### 2.4.2. Méthode voltampèremétrique

Cette méthode utilise la loi d'Ohm ( $U = R \cdot I$ ). On cherche la résistance  $R$  à partir de la tension  $U$  aux bornes de la résistance et de l'intensité  $I$  du courant dans le circuit.

Selon la résistance, on choisit le montage « aval » ou « amont ». Il s'agit d'un montage en série du générateur, de l'ampèremètre et de la résistance ; selon l'emplacement du voltmètre **avant** ou **après** l'ampèremètre, deux montages sont utilisés: les montages aval et amont.

#### 2.4.2.1. Montage aval

Pour le montage aval, l'ampèremètre est placé avant le voltmètre.

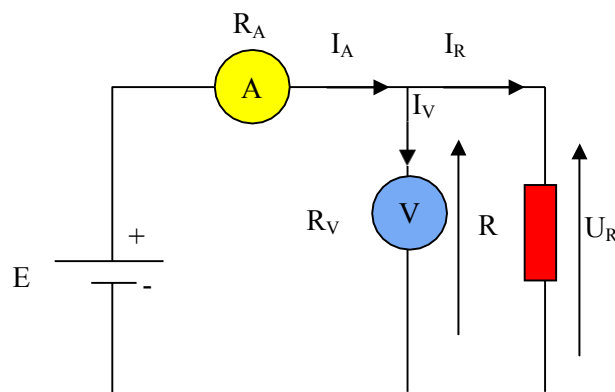


Figure 2.7. Méthode volt-ampèremétrique: montage aval.

$R_A$  et  $R_V$  : Résistances internes respectives de l'ampèremètre et du voltmètre sur les calibres respectifs, des appareils choisis.

$$R = \frac{U_R}{I_R} \quad (2.23)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R_{aval}}{R} = \frac{\Delta U_{R-aval}}{U_R} + \frac{\Delta I_{R-aval}}{I_R}$$

$$U_V = U_R \Rightarrow (\Delta U_{R-aval} = 0)$$

$$I_R = I_A - I_V \Rightarrow (\Delta I_{R-aval} = I_V = \frac{U}{R_V} : \text{erreur sur le courant})$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R_{aval}}{R} = \frac{\Delta I_{R-aval}}{I_R}$$

$$\Delta I_{R-aval} = I_V = \frac{U_V}{R_V} \Rightarrow \frac{\Delta I_{R-aval}}{I_R} = \frac{U_V}{R_V \cdot I_R} = \frac{R}{R_V}$$

$$\frac{\Delta R_{aval}}{R} = \frac{R}{R_V} \ll 1 \Rightarrow R \ll R_V \quad (2.24)$$

Car l'incertitude relative est généralement très faible.

On conclue que le montage aval est utilisé pour mesurer **les faibles résistances**.

#### 2.4.2.2. Montage amont

Pour le montage amont, l'ampèremètre est placé après le voltmètre.

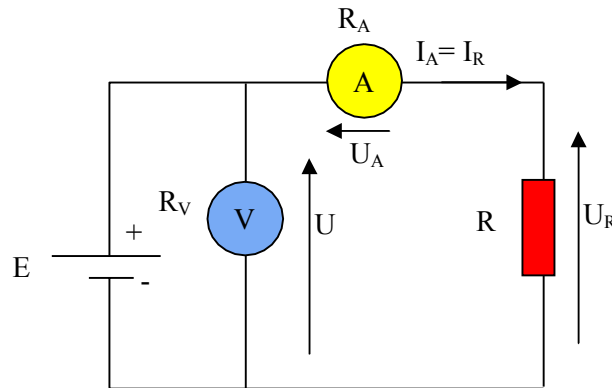


Figure 2.8. Méthode volt-ampèremétrique : montage amont.

$$R = \frac{U_R}{I_R} \quad (2.25)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R_{amont}}{R} = \frac{\Delta U_{R-amont}}{U_R} + \frac{\Delta I_{R-amont}}{I_R}$$

$$I_A = I_R \Rightarrow (\Delta I_{R-amont} = 0)$$

$$U_R = U_V - R_A I_A \Rightarrow (\Delta U_{R-amont} = U_A = R_A I_A : \text{erreur sur la tension})$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R_{amont}}{R} = \frac{\Delta U_{R-amont}}{U_R}$$

$$\Delta U_{R-amont} = U_A = R_A I_A \Rightarrow \frac{\Delta R_{amont}}{R} = \frac{R_A I_A}{U_R} = \frac{R_A}{R}$$

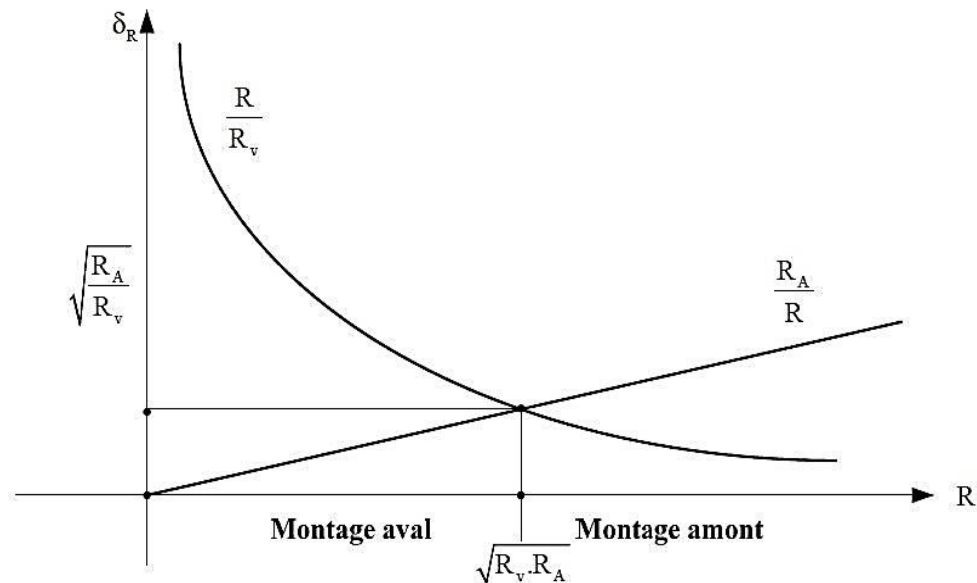
$$\Rightarrow \frac{\Delta R_{amont}}{R} = \frac{R_A}{R} \ll 1 \Rightarrow R_A \ll R \text{ ou } R \gg R_A \quad (2.26)$$

Car l'incertitude relative doit être toujours très faible.

Comme conclusion, le montage amont est utilisé pour mesurer **les résistances élevées**.

### 2.4.2.3. Évolution de l'incertitude relative $(\delta_R = \frac{\Delta R}{R})$

La courbe de l'incertitude (erreur) relative  $\delta_R = \frac{\Delta}{I}$  en fonction de R est :



**Figure 2.9.** Evolution des incertitudes (erreurs) relatives en fonction de la valeur de la résistance à mesurer.

A l'intersection de deux courbes:

$$\delta_R = \frac{\Delta R}{R} = \frac{R}{R_V} = \frac{R_A}{R} \quad (2.27)$$

$$\Rightarrow R^2 = R_A \cdot R_V \Rightarrow R = +\sqrt{R_A R_V}$$

$$\Rightarrow \delta_R = \frac{\sqrt{R_A \cdot R_V}}{R_V} = \sqrt{\frac{R_A}{R_V}} \quad (2.28)$$

Le choix du montage sera fait selon la règle suivante:

- Si  $R < \sqrt{R_A R_V}$  (résistances de faibles valeurs) on privilégie le montage aval ;
- Si  $R > \sqrt{R_A R_V}$  (résistances de grandes valeurs) on privilégie le montage amont ;
- Si  $R = \sqrt{R_A R_V}$  les deux montages sont équivalents du point de vue précision.

Le choix de l'appareillage doit tenir compte des incertitudes introduites et de la précision recherchée. En électrotechnique (domaine des courants forts), les perturbations introduites par

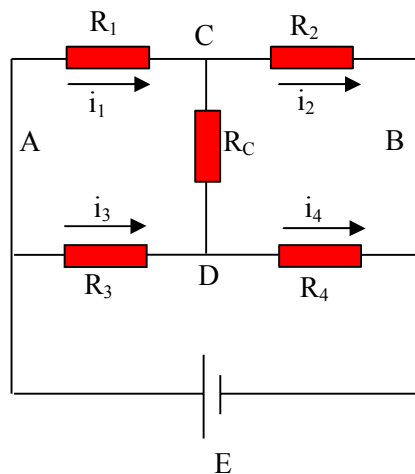
les appareils sont pratiquement négligeables, mais il convient d'être plus prudent en électronique (domaine des courants faibles).

### 2.4.3. Méthode de zéro : Le Pont de Wheatstone

La méthode de zéro est plus précise car elle a une sensibilité plus grande que les autres méthodes. La grandeur inconnue est déterminée lorsque l'appareil de mesure donne une déviation effective nulle.

**Exemple:** Le pont de Wheatstone

Un pont de Wheatstone permet la mesure de faibles et moyenne résistances.



**Figure 2.10.** Schéma de principe du pont de Wheatstone.

On associe quatre résistances  $R_1$  à  $R_4$  selon le schéma ci-dessus.  $R_c$  est la résistance d'un détecteur placé entre C et D (diagonale du pont). Le pont est alimenté entre A et B par un générateur de f.é.m E.

On dit que le pont est équilibré quand la différence de potentiel entre les nœuds C et D est nulle. Quand cette condition est réalisée, il ne circule aucun courant dans la branche CD. Les courants  $i_1$  et  $i_2$  d'une part et  $i_3$  et  $i_4$  d'autre part sont égaux.

$$E = (R_1 + R_2)i_1 = (R_3 + R_4)i_3 \quad (2.29)$$

A l'équilibre:

$$V_{AC} = V_{AD} = R_1 i_1 = R_3 i_3$$

$$\frac{R_1 E}{R_1 + R_2} = \frac{R_3 E}{R_3 + R_4}$$

$$\Rightarrow R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (2.30)$$

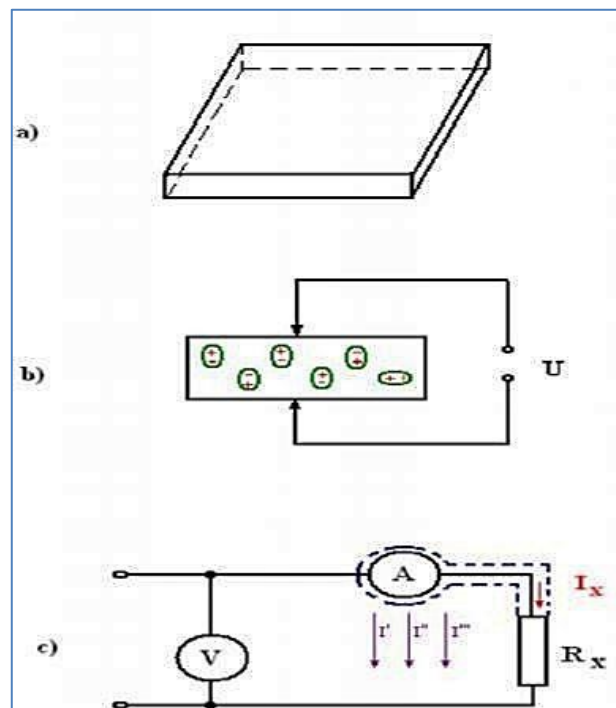
L'équilibre du pont est réalisé quand les produits en croix des résistances sont égaux.

En pratique, on place la résistance inconnue en  $R_1$ .  $R_2$  est une résistance connue ajustable et  $R_3$  et  $R_4$  sont des résistances fixes dont on connaît le rapport ( $K = R_3/R_4$ ). Le détecteur est un galvanomètre ou un comparateur électronique. A l'équilibre,  $R_1 = K \cdot R_2$ .

#### 2.4.4. Mesure de très grandes résistances par la méthode de la perte de charge

Elle est caractérisée par 4 particularités: Les grandes résistances sont composées par:

- Résistance volumiques  $R_V$ ;
- Résistances superficielles  $R_S$ .



**Figure 2.11.** Mesure de grandes résistances.

Il y a des méthodes de mesure de ces résistances séparément.

Les grandes résistances dépendent de la caractéristique ambiante, humidité, poussière. Les caractéristiques d'un diélectrique dépendent beaucoup de la température.

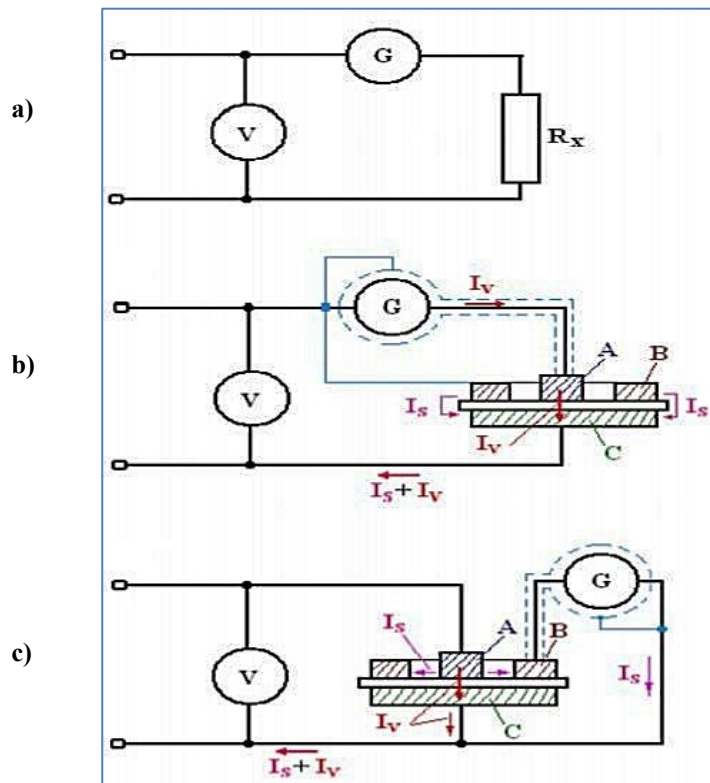


Figure 2.12. Méthode de la charge.

**Polarisation du diélectrique** : c'est l'effet d'orientation des dipôles d'un diélectrique soumis par une tension continue. La résistance du diélectrique diminue brusquement à cause de l'orientation, appelée polarisation. Pour la diminuer après chaque mesure il faut faire un court-circuit pour rétablir le désordre (figure 2.12).

Il y a des **courants de fuite** et  $R_X$  est traversée par une partie de ces courants. On fait une tresse autour de la résistance. Le potentiel de la tresse est nécessairement égal au potentiel du fil car ils sont court-circuités, alors il n'y a pas de courant de fuite et tout le courant qui y passe, il passe par  $R_X$  (figure 2.12.c).

## 2.5. Mesures des impédances

### 2.5.1. Mesures de capacités

Cette méthode ne permet que de déterminer l'impédance d'un condensateur en basses fréquences et la valeur de sa capacité. L'angle de perte, très faible aux fréquences industrielles, ne peut être mesurée, par conséquent elle ne nécessite qu'une seule mesure en alternatif.

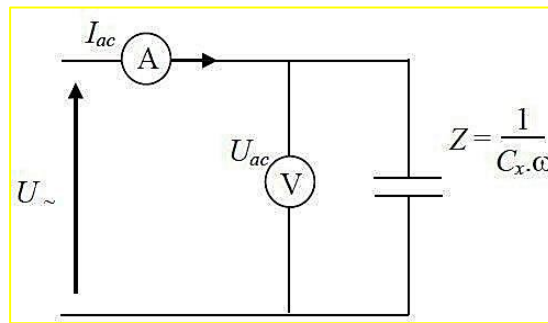


Figure 2.13. Mesure de l'impédance d'un condensateur en BF.

Les différents paramètres sont déterminés par les relations suivantes:

- Impédance réelle:

$$Z = \frac{U_{ac}}{I_{ac}} \quad (2.31)$$

- Réactance:

$$X_s = Z \quad (2.32)$$

- Capacité:

$$C_s = \frac{1}{Z \cdot 2 \cdot \pi \cdot f} \quad (2.33)$$

- Déphasage:

$$\varphi = -90^\circ$$

### Performance de la méthode

Cette méthode est utilisée, dans le domaine des basses fréquences, pour sa rapidité et facilité de mise en œuvre. La précision des résultats est environ de 1%, mais elle n'est applicable aux condensateurs polarisés.

**Remarque 1:** on peut mesurer directement une capacité d'un condensateur à l'aide d'un **capacimètre**.

### 2.5.2. Mesures d'inductances

Cette méthode dite méthode de Joubert est employé pour déterminer l'impédance d'un dipôle et les valeurs de ses paramètres, résistance et réactance ou impédance réelle et déphasage. Son principe repose sur la mesure de la tension aux bornes du dipôle et du courant la traversant, en appliquant une tension sinusoïdale, puis une tension continue.

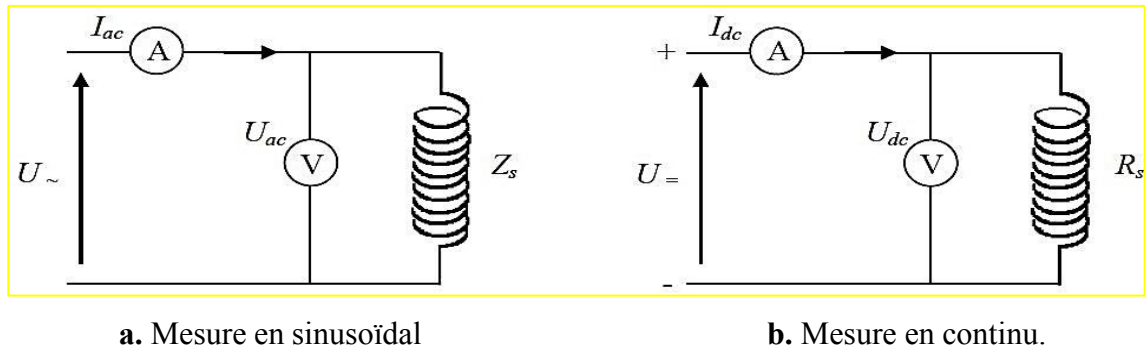


Figure 2.14. Mesures d'inductances.

Deux mesures sont nécessaires, l'une en alternatif sinusoïdal pour déterminer l'impédance de la bobine, l'autre en courant continu afin d'évaluer sa résistance.

Les différents paramètres sont déterminés par les relations suivantes:

- Impédance réelle:

$$Z = \frac{U_{ac}}{I_{ac}} \quad (2.34)$$

- Résistance:

$$X_s = \sqrt{Z^2 - R_s^2} \quad (2.35)$$

- Inductance:

$$L_s = \frac{X_s}{2\pi \cdot f} \quad (2.36)$$

- Déphasage:

$$\cos \varphi = \frac{R_s}{Z} \quad \varphi = \arctan\left(\frac{X_s}{R_s}\right) \quad (2.37)$$

### Performance de la méthode

Cette méthode est très couramment utilisée dans l'industrie car elle ne nécessite que des instruments de mesure très répandus et son mode opératoire simple et rapide à mettre en œuvre.

Elle conduit à des résultats suffisamment précis dans de nombreux cas (précision de 4 à 5%). Toutefois, elle ne peut être employée pour des bobines à noyaux de fer en régime saturé.

**Remarque 2:** on peut mesurer directement l'inductance d'une bobine à l'aide d'un henrymètre.

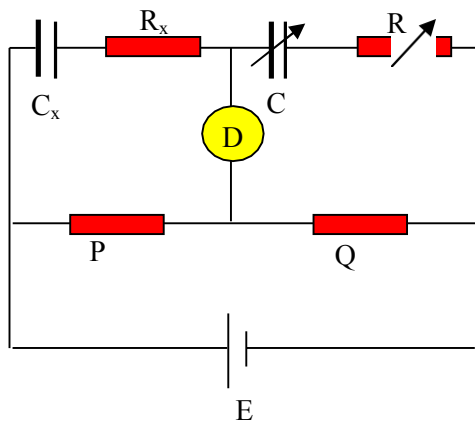


### 2.5.3 Ponts en alternatif

Pour utiliser le pont en courant alternatif on remplace le générateur continu par un GBF, la relation  $R_1 = \frac{R_3}{R_4} R_2$  devient  $Z_1 = \frac{Z_3}{Z_4} Z_2$  tels que  $Z_i$  sont des impédances. En général, deux dipôles seront des résistances pures de précision, le troisième sera l'impédance inconnue et le quatrième sera constitué de condensateurs de précision associés à des résistances de précision.

On évite de travailler avec des inductances, car leur valeur varie avec la fréquence. Les possibilités d'associations sont assez nombreuses et nous allons examiner les plus utilisés :

#### 2.5.3.1. Pont P/Q



P, Q: résistances pures fixes

$Z_1 = R_x + \frac{1}{jC_x m}$  : impédance inconnue

$Z_2 = R + \frac{1}{jC_m}$  : impédance variable et connue.

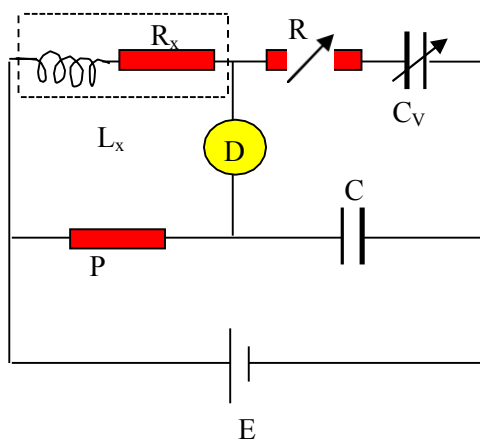
Figure 2.15. Schéma de principe d'un pont en courant alternatif.

A l'équilibre du pont, on peut écrire:

$$R_x = \frac{P}{Q} \cdot R \tag{2.38}$$

$$C_x = \frac{Q}{P} \cdot C \tag{2.39}$$

#### 2.5.3.2. Pont d'OWEN



P: résistance pure fixe

$Z_4 = \frac{1}{jC_m}$ : condensateur idéal connu

$Z_1 = R_x + jL_x m$ : impédance inconnue

$Z_2 = R + \frac{1}{jC_v m}$  : impédance variable connue

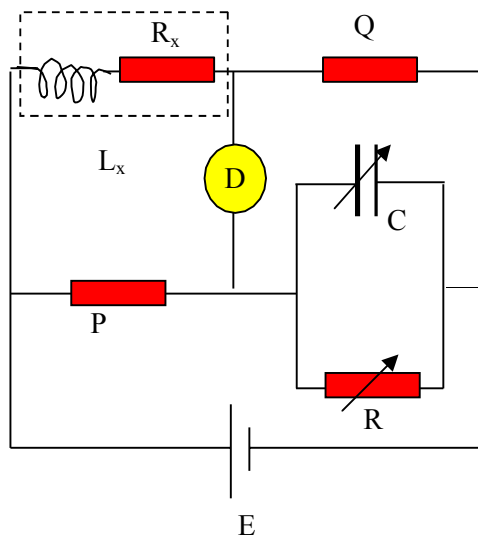
Figure 2.16. Schéma de principe du pont d'Owen.

À l'équilibre du pont, on peut écrire:

$$R_x = P \frac{C}{C_V} \quad (2.40)$$

$$L_x = PCR \quad (2.41)$$

### 2.5.3.3. Pont de MAXWELL



$P, Q$  : résistances pures fixes

$Z_1 = R_x + jL_x m$  : impédance inconnue

$\frac{1}{Z_4} = \frac{1}{R} + jCm$  : impédance variable de

précision

**Figure 2.17.** Schéma de principe du pont de Maxwell.

A l'équilibre du pont, on peut écrire:

$$R_x = \frac{PQ}{R} \quad (2.42)$$

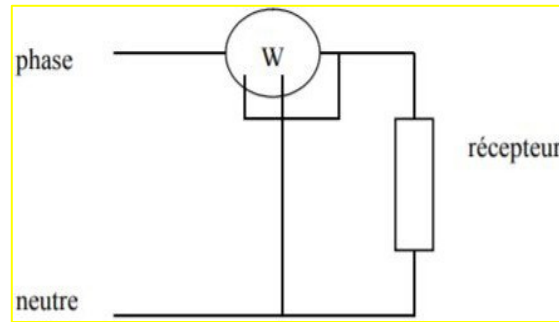
$$L_x = PQC \quad (2.43)$$

## 2.6. Mesures de puissance en continu

### 2.6.1. Relation fondamentale

D'une manière générale en physique, la puissance correspond à une quantité d'énergie par unité de temps. Elle s'exprime en Watt : 1 W équivaut à 1 J. s<sup>-1</sup>, et 1 J équivaut à 1 W. s. Dans le cas d'un dipôle électrique, la puissance s'écrit sous la forme suivante en régime continu :

$$P = U \cdot I \quad (2.44)$$



**Figure 2.18.** Schéma de principe de la mesure de la puissance par la méthode directe.

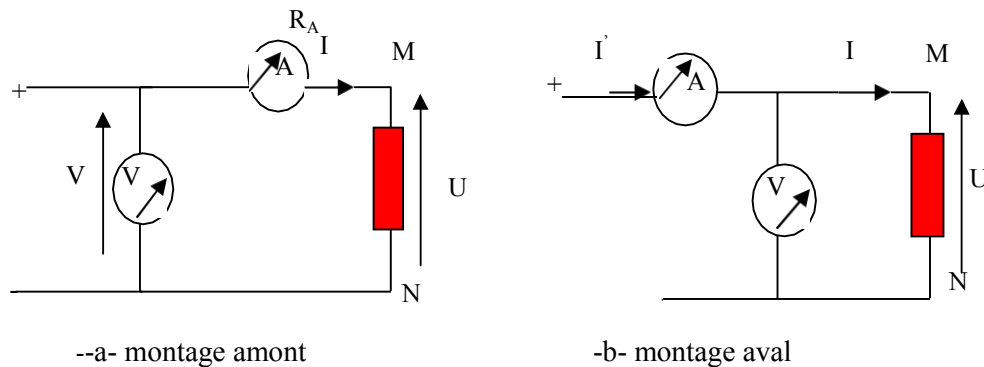
En régime variable, on l'écrira ainsi :

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \quad (2.45)$$

avec  $p$  en Watt (W),  $u$  en Volt (V) et  $i$  en Ampère (A).

### 2.6.2. Méthode de l'ampèremètre et du voltmètre

Deux montages sont possibles pour mesurer la puissance d'une branche "MN".



**Figure 2.19.** Mesures de puissance par le méthode de l'ampèremètre et du voltmètre.

#### a. Montage amont

$$P_{théorique} = U \cdot I$$

$$P' = V \cdot I = (R_A \cdot I + U) \cdot I$$

$$P' = R_A I^2 + U \cdot I \quad (2.46)$$

On mesure en trop ( en plus) la puissance consommée par effet joule par l'ampèremètre, on commis donc par ce montage une erreur systématique de  $R_A \cdot I^2$ , par conséquent, une erreur systématique relative:

$$e_t = \frac{P' - P}{P} = \frac{R_A I^2}{U I} = \frac{R_A I}{U} \quad (2.47)$$

$e_t$  : erreur systématique relative.

**Remarque:**

Si la branche "MN" est un générateur et le potentiel de M est supérieur à celui de N ( $V_M > V_N$ ), le courant va circuler de N vers M et par conséquent le voltmètre va mesurer (en amont)  $V = U - R_A I$ ,

$$P' = UI - R_A I^2 \quad (2.48)$$

donc une puissance diminuée de  $R_A I^2$ , mais les erreurs systématiques commises sont en valeurs absolues identiques.

**b. Montage aval**

Théoriquement:  $P = U \cdot I$

Pratiquement:

$$P' = U \cdot I' = U \cdot \left( I + \frac{U}{R_V} \right) \quad (2.49)$$

$$P' = U \cdot I + \frac{U^2}{R_V}$$

$$e_c = \frac{P' - P}{P} = \frac{U^2 / R_V}{U \cdot I}$$

$$e_c = \frac{U}{R_V \cdot I} \quad (2.50)$$

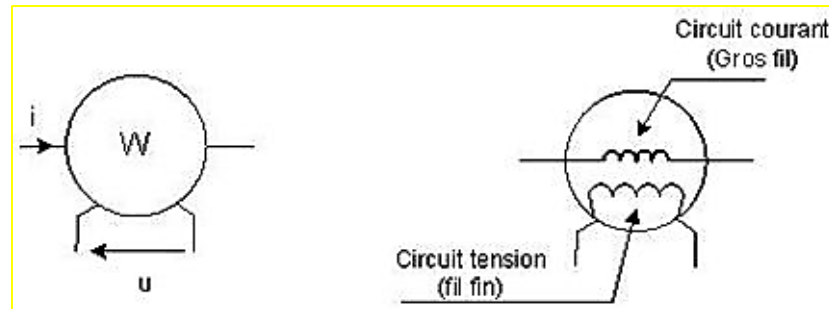
**Remarque:**

On préfère utiliser le montage aval qui fait intervenir  $R_V$ , qui est toujours grande et peut être déterminée avec une très grande précision. Cette résistance est toujours donnée par le constructeur.

**2.6.3. Wattmètre électrodynamique en continu**

Un Wattmètre est un appareil de mesure destiné à indiquer la puissance électrique (exprimée en watts) consommée par le récepteur. Il possède deux bobines :

- Une bobine, utilisée pour la mesure du courant, appelée « circuit courant » ou gros fil assimilable à un ampèremètre de résistance interne  $r_A$ ;
- Une bobine, utilisée pour la mesure de tension, appelée « circuit de tension » ou fil fin assimilable à un voltmètre de résistance interne  $r_V$ .



**Figure 2.20.** Schéma de principe d'un Wattmètre.

**Remarques:**

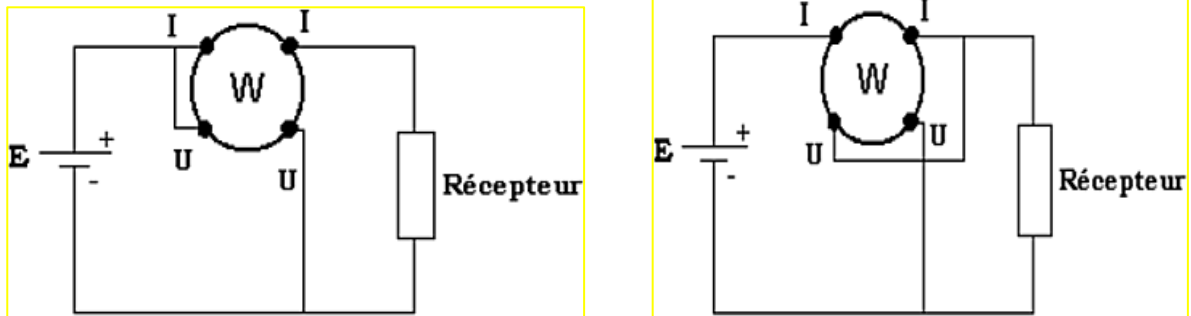
- La déviation de l'aiguille dépend non seulement du flux magnétique des deux bobines mais aussi du déphasage entre  $U$  et  $I$ , nous mesurons donc:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (2.51)$$

- Le wattmètre le plus utilisé est de type électrodynamique. Il est constitué d'un circuit inducteur fixe, formé de deux bobines connectées en série ou en parallèle créant un champ d'induction  $B$  dans lequel peut se mouvoir un cadre mobile réalisé en fil fin et muni d'un dispositif de rappel à ressorts spiraux. Le cadre mobile supporte l'aiguille indicatrice et les masselottes d'équilibrage.
- Le principe de fonctionnement se résume sur le fait que le courant à mesurer passe par les enroulements de la bobine fixe provoquant un champ d'induction impliquant une force électromagnétique. La tension à mesurer se manifeste par un courant qui parcourt la bobine mobile. Ce courant engendre un champ d'induction dépendant de la tension mesurée ce qui engendre une deuxième force électromagnétique.

### Branchement du wattmètre

Pour mesurer la puissance consommée par un récepteur, on branche le wattmètre selon deux modes indiqués par la figure (2.21). En effet, le circuit courant se branche en série et le circuit tension se branche en parallèle.



**Montage amont**

**Montage aval**

**Figure 2.21.** Schémas de branchement d'un Wattmètre.

### 2.7. Mesures de puissance en alternatif

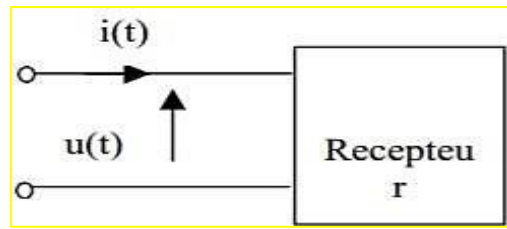
Dans le cas d'un régime alternatif, les grandeurs électriques (tension, intensité) présentent un caractère périodique. La puissance instantanée,  $p(t) = i(t) \cdot u(t)$ , est donc elle aussi variable. On peut alors définir plusieurs grandeurs physiques, homogènes à une puissance, qu'il importe de bien différencier les unes des autres. Ce sont :

- La puissance complexe,
- La puissance apparente,
- La puissance active ou réelle,
- La puissance réactive.

#### 2.7.1. Puissance instantanée et puissance moyenne

En utilisant les conventions du système récepteur pour la tension  $u(t)$  et le courant  $i(t)$ , la puissance instantanée  $p(t)$  absorbée par le récepteur vaut :

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$



**Figure 2.22.** Mesure de la puissance.

L'énergie élémentaire  $dW$  entre les instants  $t$  et  $t + dt$ , est telle que  $p(t) = \frac{dw}{dt}$ , par définitions de la puissance donc:  $dW = u(t) \cdot i(t) \cdot dt$

Lorsque le récepteur fonctionne en régime périodique, l'énergie  $W$  absorbée par période  $T$

vaut:  $W = \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt$  et la puissance moyenne  $P$  ou puissance active vaut:

$$P = \frac{1}{T} W_T \quad (2.52)$$

Soit encore:

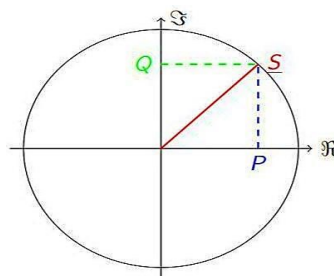
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) i(t) dt \quad (2.53)$$

En régime sinusoïdal, la tension  $u(t)$  et le courant  $i(t)$  sont tous les deux des fonctions sinusoïdales du temps:  $i(t) = I\sqrt{2} \cos \omega t$ ,  $u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$

### 2.7.2. Puissance complexe

La puissance complexe est définie comme le produit de la tension complexe par l'intensité complexe :

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I} \quad (2.54)$$



La projection de la puissance complexe sur l'axe réel est appelée puissance active ; la projection de la puissance complexe sur l'axe imaginaire est appelée puissance réactive.

### 2.7.3. Puissance apparente

Il s'agit de la valeur maximale que peut prendre la puissance active, pour une amplitude de tension et d'intensité donnée. Elle est égale au module de la puissance complexe.

$$S = U \cdot I \quad (2.55)$$

Le rapport entre la puissance active et la puissance apparente est appelé « facteur de puissance » ; il est toujours compris entre 0 et 1.

La puissance apparente se note S ; il s'agit également de la puissance nominale indiquée sur les machines.

Elle s'exprime en Voltampère ou V. A : 1 V. A = 1 W.

La puissance nominale d'une machine est sa puissance apparente.

### 2.7.4. Puissance active et puissance réactive

#### 2.7.4.1. Puissance active

Il s'agit de la puissance moyenne consommée par le système au cours d'un temps donné.

En termes mathématiques, c'est l'intégrale de la puissance instantanée par rapport au temps:

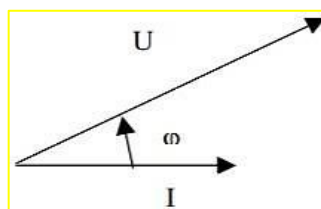
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt$$

Lorsque le régime est sinusoïdal, la tension  $u(t)$  et le courant  $i(t)$  sont tous les deux des fonctions sinusoïdales du temps:  $i(t) = I\sqrt{2} \cos \omega t$ ,  $u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$ .

La puissance active P en régime sinusoïdal est:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

Dans cette expression, U et I sont des valeurs efficaces et cos est appelé le facteur de puissance du récepteur.





### 2.7.4.2. Puissance réactive

En régime sinusoïdal, la puissance réactive est la partie imaginaire de la puissance apparente complexe.

Elle se note  $Q$ , est exprimée en voltampère réactif ( $1 \text{ VAr} = 1 \text{ W}$ ), et on a :

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi \quad (2.56)$$

en régime sinusoïdal, où  $\varphi$  est le déphasage entre  $U$  et  $I$ .

#### Remarque:

Les dipôles ayant une impédance dont la valeur est un nombre imaginaire pur (capacité ou inductance) ont une puissance active nulle et une puissance réactive égale en valeur absolue à leur puissance apparente.

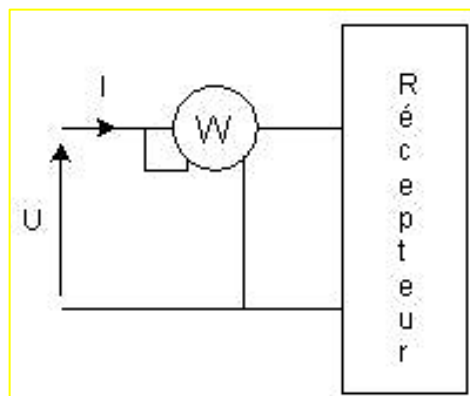
### 2.7.5. Wattmètre électrodynamique en alternatif

Un Wattmètre est un appareil qui mesure la valeur moyenne de la puissance instantanée  $p(t) = u(t) \cdot i(t)$ . Pour cela, il faut lui fournir deux informations : le courant et la tension.

Un Wattmètre électrodynamique comporte deux enroulements :

- Un enroulement fixe qui reçoit le courant et qu'il faut connecter en série avec le récepteur.
  - Un enroulement mobile qui reçoit la tension et qu'il faut connecter en parallèle avec le récepteur.

La mesure de la puissance absorbée par un récepteur monophasé se fait comme suit :



**Figure 2.23.** Mesure de la puissance active  $P$ .

L'indication du wattmètre est proportionnelle à  $U \cdot I \cdot \cos \varphi$  (Valeur moyenne de  $p(t)$ ).

## 2.7.6. Méthode des 3 voltmètres pour la mesure de la puissance active

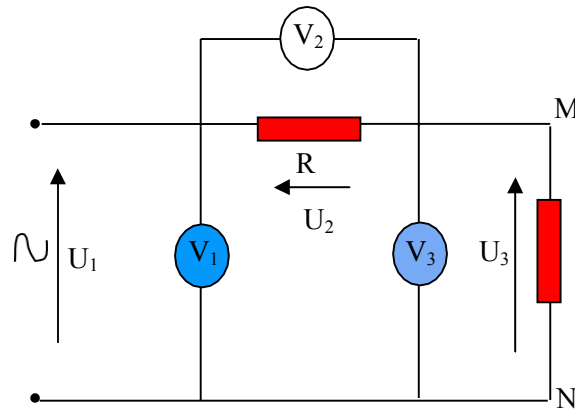


Figure 2.24. Schéma de principe de la méthode des trois voltmètres.

$$p = U_3 \cdot i \quad (2.57)$$

avec  $p$  : la puissance instantanée

$$U_1 = U_2 + U_3 \Rightarrow U_1^2 = (U_2 + U_3)^2$$

$$U_2 = R \cdot i$$

$$U_1^2 = U_2^2 + U_3^2 + 2U_2 \cdot U_3$$

$$\Rightarrow U_1^2 = U_2^2 + U_3^2 + 2R \cdot i \cdot U_3$$

$$p = U_3 \cdot i = \frac{U_1^2 - U_2^2 - U_3^2}{2R}$$

La puissance active d'un récepteur est par définition:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \, dt$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T (U_1^2 - U_2^2 - U_3^2) \frac{1}{2R} \, dt$$

$$P = \frac{1}{2R} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T U_1^2 \, dt - \frac{1}{T} \int_0^T U_2^2 \, dt - \frac{1}{T} \int_0^T U_3^2 \, dt \right]$$

Par conséquent:

$$P = \frac{U_{1eff}^2 - U_{2eff}^2 - U_{3eff}^2}{2R} \quad (2.58)$$

Avec  $U_{1eff}$ ,  $U_{2eff}$  et  $U_{3eff}$  désignent les valeurs efficaces des tensions  $U_1$ ,  $U_2$  et  $U_3$ .

Calcul d'incertitude:

$$\Delta P = \frac{|U_{1eff}^2 - U_{2eff}^2 - U_{3eff}^2|}{2 \cdot R^2} \Delta R + \frac{U_{1eff}}{R} \Delta U_{1eff} + \left| \frac{-U_{2eff}}{R} \right| \Delta U_{2eff} + \left| \frac{-U_{3eff}}{R} \right| \Delta U_{3eff}$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{2U_{1eff}^2}{|U_{1eff}^2 - U_{2eff}^2 - U_{3eff}^2|} \frac{\Delta U_{1eff}}{U_{1eff}} + \frac{2U_{2eff}^2}{|U_{1eff}^2 - U_{2eff}^2 - U_{3eff}^2|} \frac{\Delta U_{2eff}}{U_{2eff}} + \frac{2U_{3eff}^2}{|U_{1eff}^2 - U_{2eff}^2 - U_{3eff}^2|} \frac{\Delta U_{3eff}}{U_{3eff}} \quad (2.59)$$

### 2.7.7. Méthode des 3 ampèremètres pour la mesure de la puissance active

Il est possible d'utiliser trois ampèremètres (pour mesurer les valeurs efficaces) et une résistance auxiliaire R (qui est une résistance étalon de valeur connue et d'incertitude très faible). Le schéma de principe de cette méthode est donné par la figure suivante :

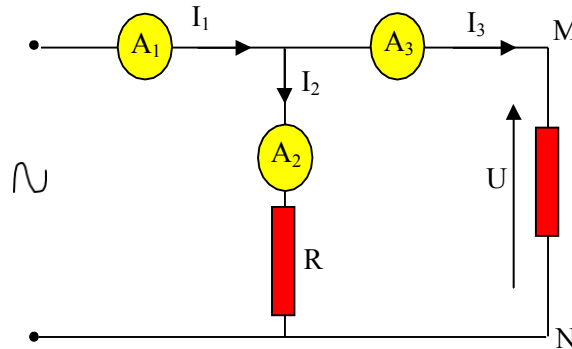


Figure 2.25. Schéma de principe de la méthode des trois ampèremètres.

Cette méthode est analogue à la méthode précédente.

R: résistance étalon qui englobe la résistance des ampèremètres.

$i_1$ ,  $i_2$  et  $i_3$  : désignent respectivement les valeurs instantanées efficaces des courants circulant dans les trois ampèremètres  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$ .

$$p = U \cdot i_3 \quad (2.60)$$

avec p : la puissance instantanée

$$i_1 = i_2 + i_3$$

$$i_2 = \frac{U}{R}$$

$$i_1^2 = (i_2 + i_3)^2 = i_2^2 + i_3^2 + 2i_2 \cdot i_3$$

$$i_1^2 = i_2^2 + i_3^2 + 2 \frac{U}{R} \cdot i_3$$

$$U \cdot i_3 = p = (i_1^2 - i_2^2 - i_3^2) \frac{R}{2}$$

La puissance active d'un récepteur est par définition:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \, dt$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T (i_1^2 - i_2^2 - i_3^2) \frac{R}{2} \, dt$$

$$P = \frac{R}{2} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T i_1^2 \, dt - \frac{1}{T} \int_0^T i_2^2 \, dt - \frac{1}{T} \int_0^T i_3^2 \, dt \right]$$

Par conséquent:

$$P = \frac{R}{2} (I_{1eff}^2 - I_{2eff}^2 - I_{3eff}^2) \quad (2.61)$$

La résistance interne de  $A_3$  est nulle.

Avec  $I_{1eff}$ ,  $I_{2eff}$  et  $I_{3eff}$  désignent les valeurs efficaces des courants  $i_1$ ,  $i_2$  et  $i_3$ .

On remarque que cette relation ne dépend que de la valeur de la résistance étalon  $R$  et des valeurs des courants indiquées par les ampèremètres.

**Calcul des incertitudes:**

$$\begin{aligned} \Delta P &= \frac{|I_{1eff}^2 - I_{2eff}^2 - I_{3eff}^2|}{2} \Delta R + R I_{1eff} \Delta I_{1eff} + |-R I_{2eff}| \Delta I_{2eff} + |-R I_{3eff}| \Delta I_{3eff} \\ &= \frac{|I_{1eff}^2 - I_{2eff}^2 - I_{3eff}^2|}{2} \Delta R + R (I_{1eff} \Delta I_{1eff} + I_{2eff} \Delta I_{2eff} + I_{3eff} \Delta I_{3eff}) \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{2I_{1eff}^2}{|I_{1eff}^2 - I_{2eff}^2 - I_{3eff}^2|} \frac{\Delta I_{1eff}}{I_{1eff}} + \frac{2I_{2eff}^2}{|I_{1eff}^2 - I_{2eff}^2 - I_{3eff}^2|} \frac{\Delta I_{2eff}}{I_{2eff}} + \frac{2I_{3eff}^2}{|I_{1eff}^2 - I_{2eff}^2 - I_{3eff}^2|} \frac{\Delta I_{3eff}}{I_{3eff}} \quad (2.62)$$

Cette méthode permet la mesure de la puissance en haute fréquence et pour des charges de faible facteur de puissance.

$$P = \frac{R}{2} (I_{1eff}^2 - I_{2eff}^2 - I_{3eff}^2) - R_{A3} \cdot I_3^2 \quad (2.63)$$

La résistance interne de  $A_3 \neq 0$ .

Ces deux méthodes de mesures de la puissance active permettent également la détermination de la valeur de l'impédance et du facteur de puissance du récepteur.

### 2.7.8. Méthode de mesure en courant alternatif triphasé

Un système de distribution triphasé comprend en général 4 fils: trois de phase notés (1, 2, 3) et un neutre (N) qui sont généralement repérés par les couleurs conventionnelles:

1 c'est le vert, 2 jaune, 3 marron et N (neutre) noir.

Le système triphasé est dit équilibré en tension, lorsque les trois tensions simples ont les mêmes valeurs efficaces, sinusoïdales et déphasées de  $\frac{2\pi}{3}$

$U_{1n}, U_{2n}, U_{3n}$ : tensions simples.

$U_{21}, U_{23}, U_{13}$ : tensions composés.

$$\begin{aligned} U_{1n} &= V\sqrt{2} \sin \omega t \\ U_{2n} &= V\sqrt{2} \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ U_{3n} &= V\sqrt{2} \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \quad (2.64)$$

Pour les tensions composées forment aussi un système triphasé équilibré qui est déphasé de  $\frac{\pi}{6}$  par rapport au système triphasé de tensions simples et chaque tension composée égale à:  $U = \sqrt{3} V$ .

Cette relation est toujours vraie quel que soit la charge.

2.7.8.1. Méthode de 3 wattmètres

Dans un récepteur en triangle, le neutre  $N^u$  est constitué artificiellement, et il est confondu avec N quand la distribution est à 4 fils.

Cette méthode est valable pour une charge triphasée équilibrée ou non, couplée en étoile ou en triangle.

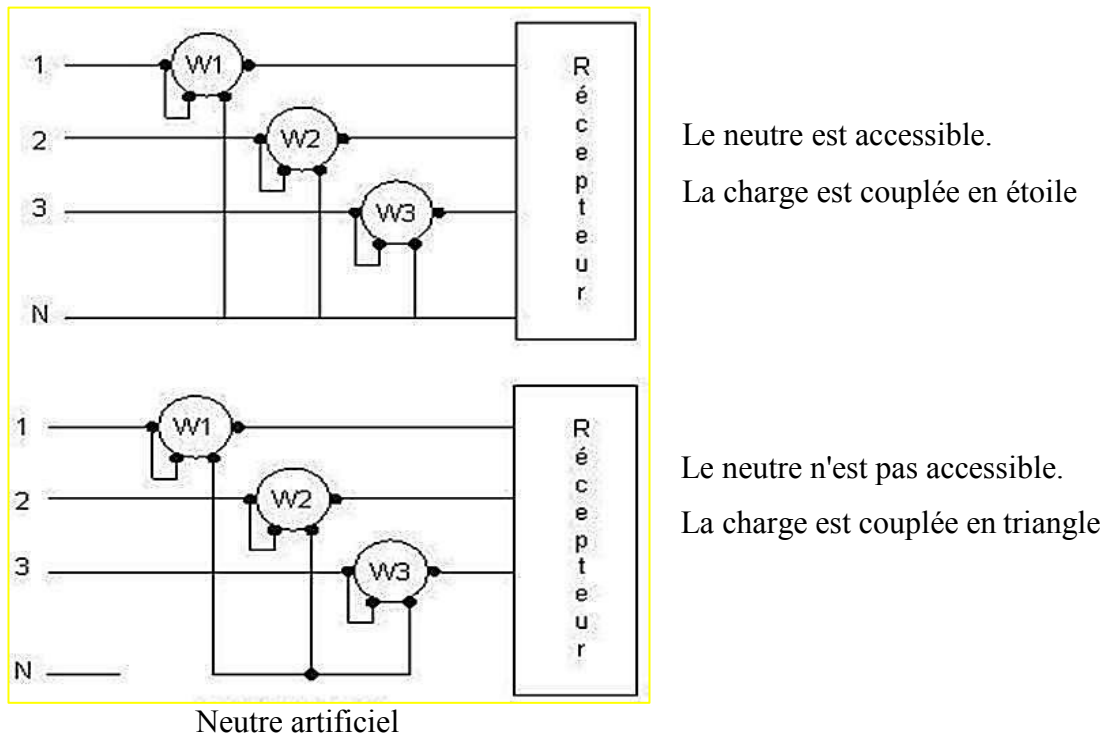


Figure 2.26. Mesure de la puissance active P par la méthode de 3 wattmètres.

La puissance active est donnée dans les deux cas par:

$$P = W_1 + W_2 + W_3 \tag{2.65}$$

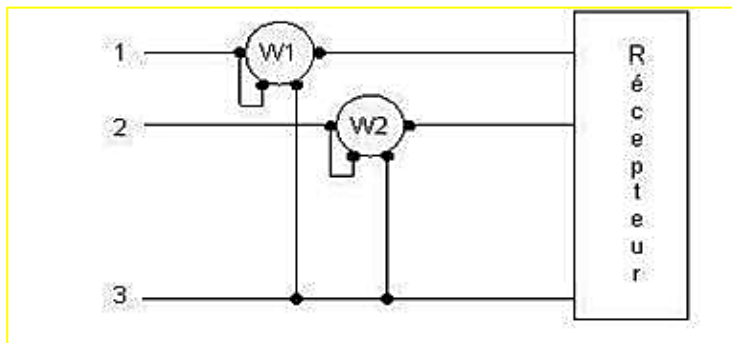
$$P = U_1 I_1 \cos\varphi_1 + U_2 I_2 \cos\varphi_2 + U_3 I_3 \cos\varphi_3 \tag{2.66}$$

Lorsque la charge est équilibrée, les trois Wattmètres donnent la même indication et il suffit d'un seul Wattmètre pour mesurer la puissance active consommée:

$$P = 3. W (W_1 = W_2 = W_3) \tag{2.67}$$

**2.7.8.2. Méthode de 2 wattmètres (méthode double wattmètre)**

Elle est utilisée pour une système de distribution à 3 fils et le montage doit être fait de la façon suivante:



$$W_1 = U_{13} \cdot I_1 \cdot \cos(\vec{U}_{13}, \vec{I}_1) \quad W_2 = U_{23} \cdot I_2 \cdot \cos(\vec{U}_{23}, \vec{I}_2)$$

**Figure 2.27.** Mesure des puissances à l'aide de la méthode de deux wattmètres.

On prend le troisième fil par rapport au deux autres comme un neutre.

En reprenant les relations instantanées de la puissance et de courant, on trouve:

$$P = U_{1n}i_1 + U_{2n}i_2 + U_{3n}i_3 \tag{2.68}$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \Rightarrow i_3 = -(i_2 + i_1)$$

$$P = U_{1n}i_1 + U_{2n}i_2 + U_{3n}(-i_1 - i_2)$$

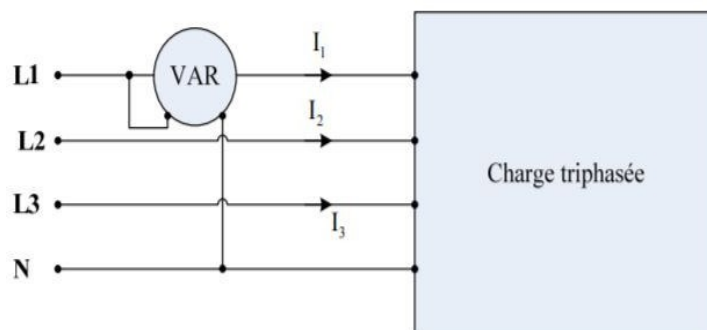
$$P = U_{1n}i_1 + U_{2n}i_2 - U_{3n}i_1 - U_{3n}i_2$$

$$P = i_1(U_{1n} - U_{3n}) + i_2(U_{2n} - U_{3n})$$

$$P = U_{13}i_1 + U_{23}i_2 \tag{2.69}$$

**2.7.9.1. Méthode de mesures directes de puissances réactives**

La puissance réactive "Q" est de la forme  $Q = U \cdot I \sin\varphi$  et pour la mesurer, on dispose de Varmètre.



**Figure 2.28.** Mesure de la puissance réactive triphasée avec un varmètre.

Les méthodes de mesure sont identiques aux méthodes de mesure des puissances actives.

En régime alternatif sinusoïdal équilibré en tensions et courants:

$$Q = 3VI\sin\varphi = \sqrt{3}UI\sin\varphi \quad (2.70)$$

### 2.7.9.2. Méthode de mesures indirectes de puissances réactives

Elle utilise des wattmètres et le montage est fait de telle sorte que nous mesurons que la puissance réactive.

Dans ce cas, la puissance réactive totale est:

$$Q = U_{1n}i_1\sin\varphi_1 + U_{2n}i_2\sin\varphi_2 + U_{3n}i_3\sin\varphi_3 \quad (2.71)$$

#### 2.7.9.2.1. Ligne équilibrée en tension et courant (à 3 ou 4 fils)

On peut utiliser deux méthodes suivantes:

##### a. Mesure de la puissance réactive avec un wattmètre

Un seul wattmètre: circuit courant sur une phase, circuit tension entre les autres.

Indication du wattmètre :

$$W = UI\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) = UI\sin\varphi \quad (2.72)$$

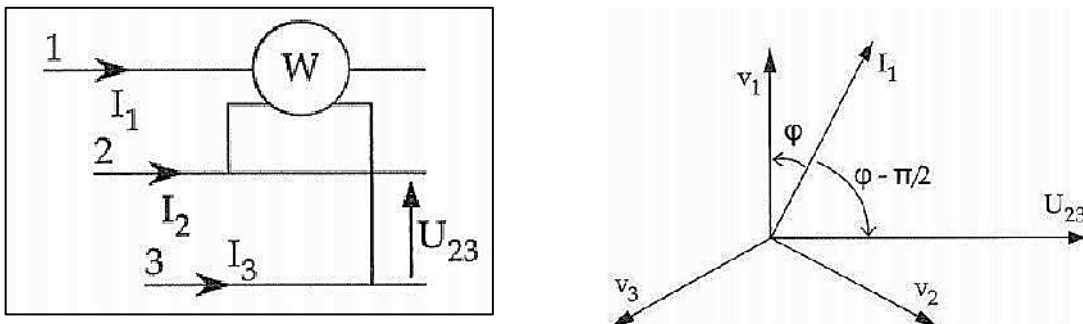


Figure 2.29. Graphique montre la méthode d'un seul wattmètre.

D'où la puissance réactive:

$$Q = \sqrt{3}W \quad (2.73)$$

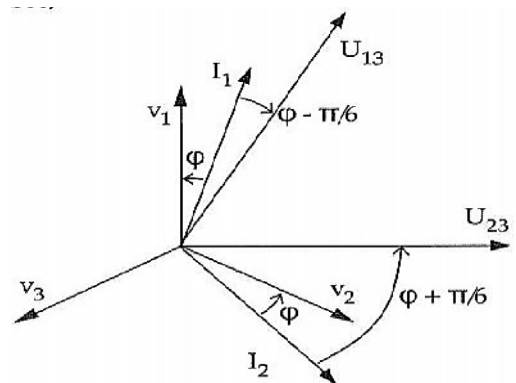
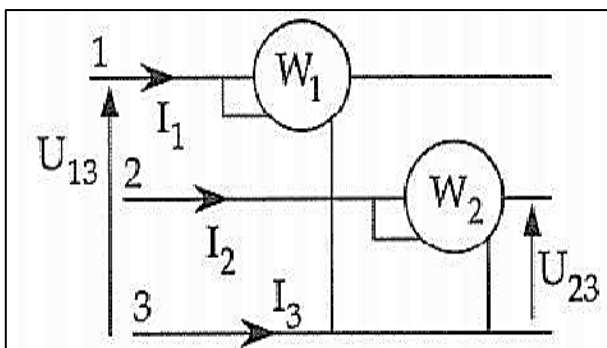


**Remarque:** la méthode peut être étendue au cas des systèmes équilibrés en tension mais déséquilibrés en courant. Pour ce faire, on utilise 3 wattmètres branchés de façon analogue, la puissance réactive s'exprimant par:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}}(W_1 + W_2 + W_3) \quad (2.74)$$

**b. Méthode des 2 wattmètres (la plus utilisée)**

Dans le cas où on dispose d'une ligne triphasée à 3 fils (trois phases uniquement), on utilise la méthode des deux wattmètres selon la figure (2.30).



**Figure 2.30.** Mesure des puissances Q en ligne triphasée à 3 fils.

Indication de chaque wattmètre:

$$W_1 = U_{13}I_1 \cos(I_1, U_{13}) = UI \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$W_2 = U_{23}I_2 \cos(I_2, U_{23}) = UI \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right)$$

Sachant que:  $\begin{cases} U = U_{13} = U_{23} = U_{12} \\ I = I_1 = I_2 = I_3 \end{cases}$

Avec:  $\begin{cases} \cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b) \\ \cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \end{cases}$

Alors la somme des inductions donne:

$$W_1 + W_2 = UI \left( \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right) \right) = 2UI \cos\frac{\pi}{6} \cos\varphi = \sqrt{3}UI \cos\varphi \quad (2.75)$$

On retrouve la puissance active totale.

La différence des indications:

$$W_1 - W_2 = UI \left( \cos \left( \varphi - \frac{\pi}{6} \right) - \cos \left( \varphi + \frac{\pi}{6} \right) \right) = 2UI \sin \varphi \sin \frac{\pi}{6} = UI \sin \varphi \quad (2.76)$$

La puissance réactive totale s'exprime donc:

$$Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2) \quad (2.77)$$

**Remarque:**

Selon le signe de  $P_2$ :

- Lorsque  $\varphi < \frac{\pi}{2}$  : dans ce cas  $W_2 = UI \cos(30 + \varphi) > 0$  et  $W_1 > 0$

$$\text{donc } \begin{cases} P = W_1 + W_2 \\ Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2) \end{cases}$$

- Lorsque  $\varphi > \frac{\pi}{2}$  : dans ce cas  $W_2 = UI \cos(30 + \varphi) < 0$  et  $W_1 > 0$

$$\text{donc } \begin{cases} P = W_1 - W_2 \\ Q = \sqrt{3}(W_1 + W_2) \end{cases}$$

**NB:**

La méthode des deux wattmètres ne permet de déterminer la puissance réactive que dans le cas d'un système équilibré en tension et en courant, alors qu'elle fournit la puissance active dans tous les cas de fonctionnement.

L'application de cette méthode, nécessite de repérer l'ordre de succession des phases, donc il suffit alors de se placer dans le cas de fonctionnement pour lequel le signe de  $Q$  est connue et observer les indications des deux wattmètres. ( $Q > 0$  pour une charge inductive et  $Q < 0$  pour une charge capacitive).

## 2.8. Mesures de déphasage

On se propose de mesurer le déphasage  $\varphi$  entre deux signaux sinusoïdaux de même pulsation  $\omega$  à l'aide d'un oscilloscope bicourbe. Les deux signaux  $V_1(t)$  et  $V_2(t)$ , envoyés

respectivement sur les voies 1 (CH1) et 2 (CH2) de l'oscilloscope, ont la forme respective suivante:

$$V_1(t) = V_{m1} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.78.a)$$

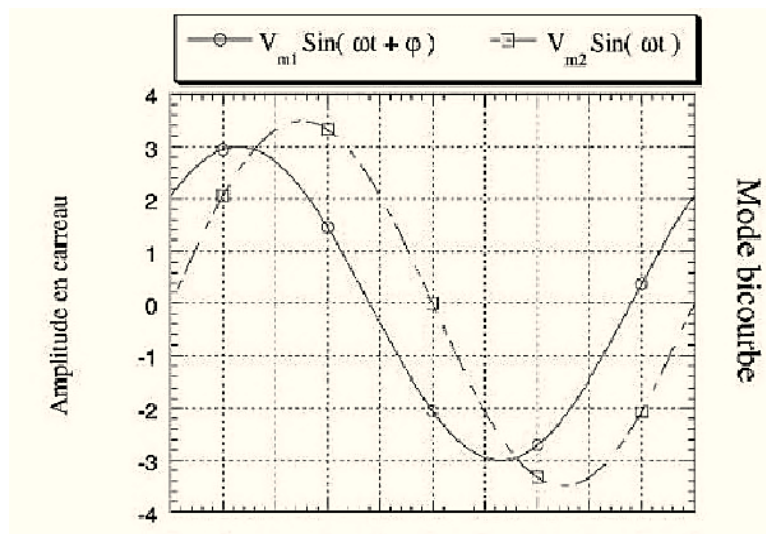
$$V_2(t) = V_{m2} \cdot \sin(\omega t) \quad (2.78.b)$$

Remarque: Si  $\varphi > 0$  ( $< 0$ ), le signal  $V_1(t)$  est en avance (retard) sur  $V_2(t)$ .

Note: Il est possible à l'aide d'une synchronisation externe de mesurer  $\varphi$  avec un oscilloscope monocourbe.

### 2.8.1. Mesure directe de déphasages à l'oscilloscope

La méthode directe est obtenue à partir de la visualisation en mode bicourbe (mode SHOP ou DUAL) des signaux  $V_1(t)$  et  $V_2(t)$ . La figure (2.31) fournit ce que l'on verrait à l'écran pour une base de temps ajustée (utilisation du bouton VAR) de telle manière que la période  $T$  corresponde à un affichage plein écran (ici 10 carreaux soit 50 graduations).



**Figure 2.31.** Déphasage entre deux tensions sinusoïdales avec  $V_1(t)$  en avance sur  $V_2(t)$ .

On en déduit facilement (règle de 3) la valeur du déphasage par le rapport de  $V$  sur  $T$ . On trouve :

$$\varphi = 2\pi \tau / T \quad (2.79)$$

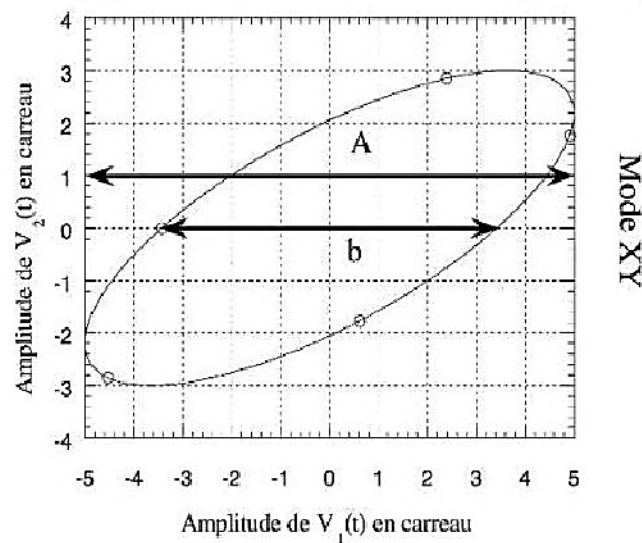
Remarque 4: Ici  $\varphi$  ne dépend pas du calibre utilisé si la mesure de  $V$  et  $T$ , est effectuée sur le même calibre. Sur la figure 1, la période de  $V_2(t)$  occupe 10 carreaux sur l'axe des temps, un carreau correspond dans ce cas  $36^\circ$  de déphasage (et une graduation à  $7,2^\circ$ ).

L'incertitude sur  $\varphi$  notée  $\Delta\varphi$  est obtenue facilement par un calcul d'incertitude. On trouve:

$$\Delta\varphi = \varphi(\Delta\tau/\tau + \Delta T/T) \quad (2.80)$$

### 2.8.2. Mesure de déphasages avec les figures de Lissajous

La méthode de Lissajous est quant à elle obtenue à partir de la visualisation en mode XY des signaux  $V_1(t)$  et  $V_2(t)$ . La figure (2.32) nous montre ce que l'on verrait à l'écran pour un gain sur  $V_1(t)$  (CH1) ajusté (utilisation du bouton VAR) de telle manière que A corresponde à un affichage plein écran (ici 10 carreaux soit 50 graduations).



**Figure 2.32.** Mesure d'un déphasage par la méthode de Lissajous.

A partir des équations (2.84.a, b), on en déduit facilement la valeur du déphasage la méthode de  $b$  (obtenu pour  $V_2(t) = 0$  c'est-à-dire  $\omega t = k\pi$ ) et de  $A$  ( $= 2V_{N1}$ ). On trouve :

$$|\sin(\varphi)| = b/A \quad (2.81)$$

Note: Habituellement, la mesure de  $\varphi$  est obtenue par la lecture de  $A$  et  $b$  sur l'axe vertical. La raison, pour laquelle nous préférons prendre l'axe horizontale et le nombre plus important de carreaux sur cet axe, donc à une précision plus importante.

L'incertitude sur  $\varphi$  notée  $\Delta\varphi$  est obtenue par un calcul d'incertitude. On trouve :

$$\Delta\varphi/\varphi = |\tan(\varphi)|(\Delta A/A + \Delta b/b) \quad (2.82)$$

On a montré dans cette étude que la méthode de Lissajous donnait les meilleurs résultats pour des valeurs de déphasage  $< 65^\circ$ , ceci pour des mesures de  $v$  et  $T$  ( $b$  et  $A$ ) effectuées sur des calibres optimisés respectivement sur  $T$  ("méthode directe") et  $A$  ("méthode de Lissajous"). Néanmoins, lorsque l'on prend des calibres adaptés à chaque mesure, on constate que "méthode directe" peut fournir les meilleures mesures de déphasage pour  $\varphi$  compris entre  $\cong 40^\circ$  et  $\cong 60^\circ$ . Pour terminer, on pourra considérer d'une manière générale, que la "méthode de Lissajous" sera la plus performante pour des valeurs de  $\varphi > 30^\circ$ .

## 2.9. Mesures de fréquences et de périodes

### 2.9.1. Mesure directe de fréquence à l'oscilloscope

A l'aide du commutateur de base de temps, on choisit la constante de balayage étalonnée  $Cb = 1/V_B$  (en  $s/cm, ms/cm$  ou  $\mu s/cm$ ) qui correspond à un oscillogramme fixe comportant au moins une période de la tension mesurée, appliquée aux plaques de déviation verticale. Le calcul du nombre de divisions connues ( $n$ ) dans une période permet de connaître la valeur exacte de la fréquence inconnue.

### 2.9.2. Mesure de fréquences avec les figures de Lissajous

L'oscilloscope possède une touche DUAL qui, une fois actionnée, permet de visualiser simultanément sur l'écran de l'oscilloscope deux signaux périodiques appliqués aux deux entrées de l'oscilloscope.

Si à l'une des entrées on applique une tension  $y_H = a \cdot \sin(\omega_H \cdot t)$  de fréquence  $f_K$  et à la l'autre entrée une tension  $y_V = b \cdot \sin(\omega_V \cdot t)$  de fréquence  $f$  inconnue, alors en éliminant le temps entre les deux tensions, en appuyant sur le bouton XY, on obtient une courbe fermée inscrite dans un rectangle de côté  $2a$  et  $2b$ . Cette courbe présente un certain nombre de points de tangence  $n_H$  avec le côté horizontal et  $n_V$  avec le côté vertical.

Si  $Y_H$  est appliquée aux plaques de déviations horizontales et  $Y_V$  aux plaques de déviations verticales, on aura alors :

$$\frac{f_V}{f_H} = \frac{n_H}{n_V}$$

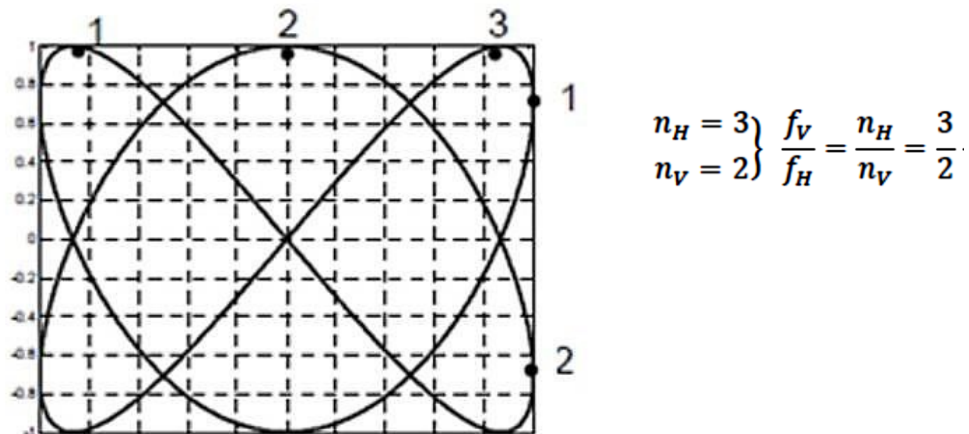


Figure 2.33. Exemple d'utilisation de la méthode de Lissajous.

### 2.9.3. Mesure de fréquences par la méthode du fréquencemètre

La mesure digitale d'une fréquence est généralement plus précise que la mesure analogique. Pour effectuer une mesure digitale de fréquence, il suffit de compter le nombre de périodes du signal pendant un temps donné.

Utilisé en haute fréquence. La base de temps génère un temps  $\Delta T$  fixé (par exemple une seconde). On compte le nombre de périodes du signal pendant  $\Delta T$ . La précision de la mesure dépend de la précision de  $\Delta T$ . Voir figure (2.34).

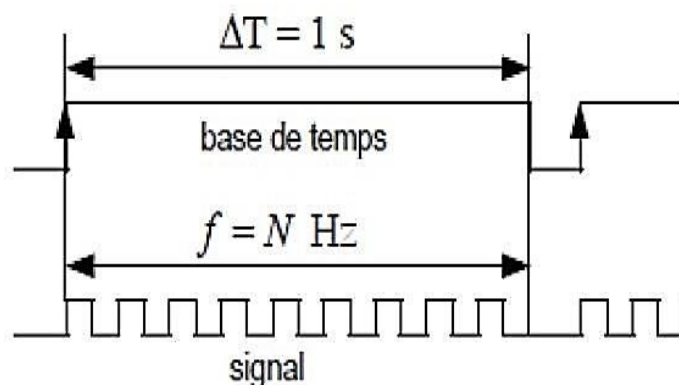


Figure 2.34. Principe de fonctionnement d'un fréquencemètre numérique.

Le schéma synoptique d'un fréquencemètre est illustré par la figure (2.35).

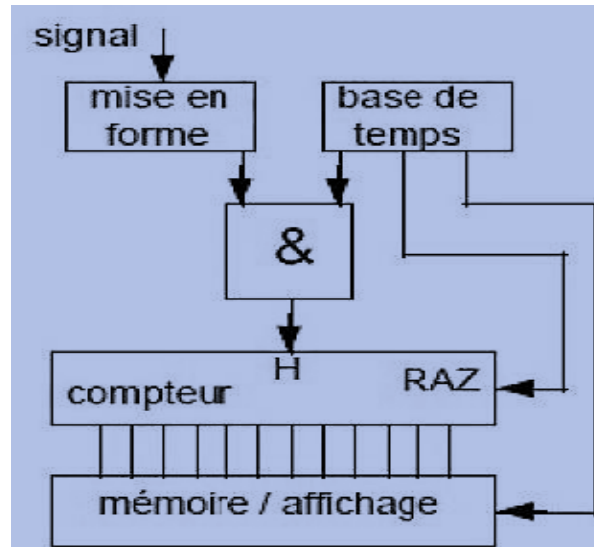


Figure 2.35. Schéma synoptique d'un fréquencemètre.

#### 2.9.4. Mesure de fréquences par la méthode du périodemètre

Utilisé en basse fréquence. Une base de temps (un oscillateur à quartz) génère un temps  $\Delta T$  fixé (par exemple une milliseconde). On mesure par comptage des intervalles  $\Delta T$  le temps écoulé pendant une période du signal (par exemple entre deux fronts montants).

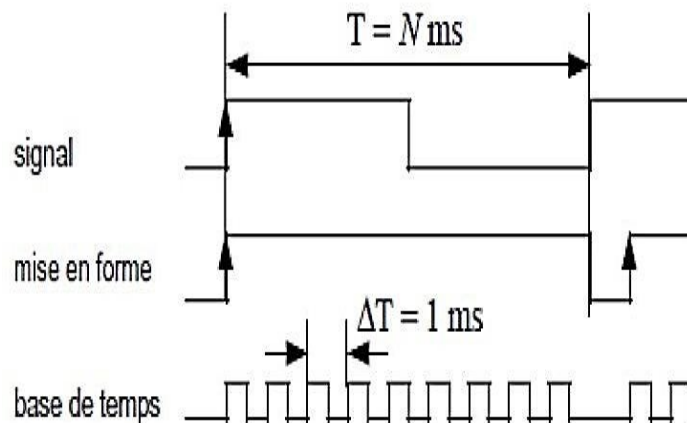


Figure 2.36. Principe de fonctionnement d'un périodemètre.

Le schéma synoptique d'un période-mètre est illustré par la figure (2.37).

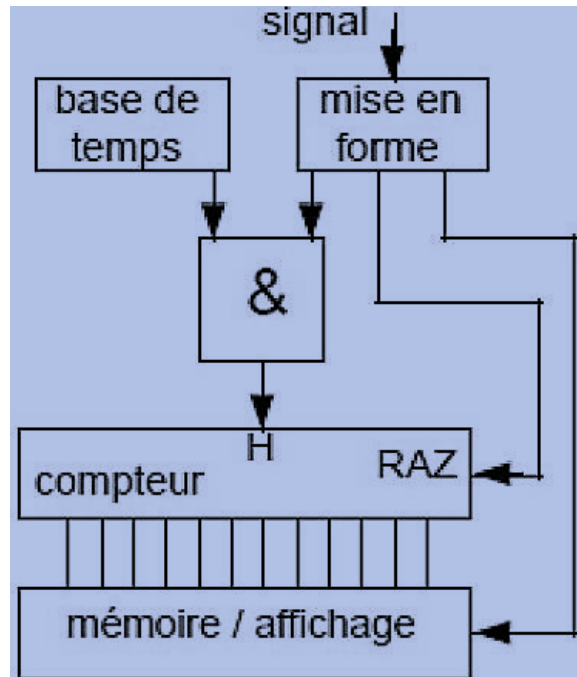


Figure 2.37. Schéma synoptique d'un périodemètre.

## 2.10. Exercices d'application

### 2.10.1. Exercices résolus

#### Exercice 01 :

On dispose d'un pont de Wheatstone dont le rapport de proportion est égale à  $\frac{R_1}{R_2}$  avec  $R_1 = 100 \Omega$  et  $R_2 = 1000 \Omega$  sur des décades de 0,2%, la résistance R est constituée par une association de quatre boites de décades (x1, x10, x100, x1000) de précision 0,2%. La valeur de R est de  $3528 \Omega$

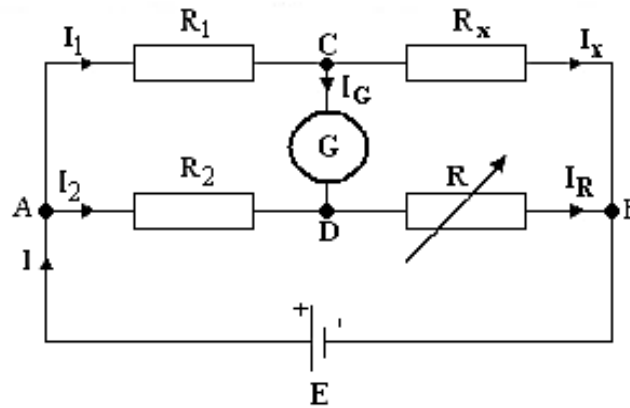
- 1) Représenter le montage illustrant cette méthode de mesure.
- 2) Donner l'expression et la valeur de  $R_x$ .
- 3) Calculer ( $\Delta R_a$ ,  $\Delta R_b$ ,  $\Delta R_c$  et  $\Delta R_d$ ) et déduire  $\frac{\Delta R}{R}$ .
- 4) Déterminer l'incertitude relative  $\frac{\Delta R_x}{R_x}$  puis l'incertitude absolue



**Solution**

Données :  $R_1 = 100 \Omega$ ,  $R_2 = 1000 \Omega$  et  $R = 3528 \Omega$ .

1) Montage du pont de Wheatstone :



Avec : R est constituée par une association de quatre résistances  $(x1, x10, x100, x1000) = (R_a, R_b, R_c, R_d)$  de précision 0,2%.

2) L'expression et la valeur de  $R_x$  :

En appliquant le diviseur de tension, on obtient :

$$U_{AD} = \frac{R_2}{R_2 + R} \cdot E \quad \text{et} \quad U_{AC} = \frac{R_1}{R_1 + R_x} \cdot E$$

On a:

$$U_{CD} = U_{CA} + U_{AD} = \frac{-R_1}{R_1 + R_x} \cdot E + \frac{R_2}{R_2 + R} \cdot E$$

Or, à l'équilibre:  $U_{CD} = 0 \rightarrow \frac{1R}{R_1 + R_x} = \frac{2R}{R_2 + R} \Leftrightarrow R_1R_2 + R_1R = R_1R_2 + R_2R_x$

D'où :

$$\boxed{R_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot R}$$

AN :  $R_x = \frac{100}{1000} \times 3528 \Rightarrow \boxed{R_x = 352,8 \Omega}$

3) Calcul de  $(\Delta R_a, \Delta R_b, \Delta R_c \text{ et } \Delta R_d)$  et de  $\frac{\Delta R}{R}$  :

$$\Rightarrow \text{On a : } \left( \frac{\Delta R_a}{R_a} \right)_{\%} = \left( \frac{\Delta R_b}{R_b} \right)_{\%} = \left( \frac{\Delta R_c}{R_c} \right)_{\%} = \left( \frac{\Delta R_d}{R_d} \right)_{\%} = 0,2\%$$

avec :  $R_a = R_{\times 1} = 8 \Omega$ ,  $R_b = R_{\times 10} = 20 \Omega$ ,  $R_c = R_{\times 100} = 500 \Omega$  et  $R_d = R_{\times 1000} = 3000 \Omega$

$$\Leftrightarrow \Delta R_a = \frac{0,2}{100} \times R_a = \frac{0,2}{100} \times 8 \Rightarrow \boxed{\Delta R_a = 0,016 \Omega}$$

$$\Delta R_b = \frac{0,2}{100} \times R_b = \frac{0,2}{100} \times 20 \Rightarrow \boxed{\Delta R_b = 0,04 \Omega}$$

$$\Delta R_c = \frac{0,2}{100} \times R_c = \frac{0,2}{100} \times 500 \Rightarrow \boxed{\Delta R_c = 1 \Omega}$$

$$\Delta R_d = \frac{0,2}{100} \times R_d = \frac{0,2}{100} \times 3000 \Rightarrow \boxed{\Delta R_d = 6 \Omega}$$

$$\Rightarrow \text{On a : } R = R_a + R_b + R_c + R_d = 3528 \Omega \Rightarrow \Delta R = \Delta R_a + \Delta R_b + \Delta R_c + \Delta R_d$$

$$\text{AN : } \Delta R = 0,016 + 0,04 + 1 + 6 = 7,056 \Omega$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{\Delta R}{R} \right)_{\%} = \frac{7,056}{3528} \times 100 \Rightarrow \boxed{\left( \frac{\Delta R}{R} \right)_{\%} = 0,2\%}$$

4) Détermination de l'incertitude relative  $\frac{\Delta R_x}{R_x}$  et de l'incertitude absolue  $\Delta R_x$  :

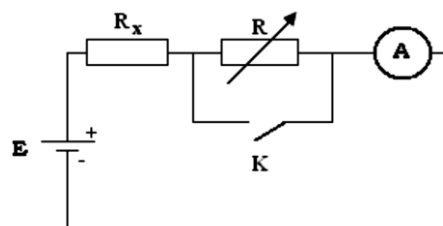
$$\begin{aligned} \frac{\Delta R_x}{R_x} &= \frac{\left| \frac{\partial R_x}{\partial R_1} \right|_{R_2, R = \text{cte}} \cdot \Delta R_1}{\frac{R_1}{R_2} \cdot R} + \frac{\left| \frac{\partial R_x}{\partial R_2} \right|_{R_1, R = \text{cte}} \cdot \Delta R_2}{\frac{R_1}{R_2} \cdot R} + \frac{\left| \frac{\partial R_x}{\partial R} \right|_{R_1, R_2 = \text{cte}} \cdot \Delta R}{\frac{R_1}{R_2} \cdot R} \\ &= \frac{\frac{R}{R_2} \cdot \Delta R_1}{\frac{R_1}{R_2} \cdot R} + \frac{\left| \frac{-R_1 \cdot R}{R_2^2} \right| \cdot \Delta R_2}{\frac{R_1}{R_2} \cdot R} + \frac{\frac{R_1}{R_2} \cdot \Delta R}{\frac{R_1}{R_2} \cdot R} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R}{R}} \quad \text{AN : } \left( \frac{\Delta R_x}{R_x} \right)_{\%} = 0,2 + 0,2 + 0,2 \Rightarrow \boxed{\left( \frac{\Delta R_x}{R_x} \right)_{\%} = 0,6\%}$$

$$\Leftrightarrow \Delta R_x = \frac{0,6}{100} \times R_x = \frac{0,6}{100} \times 352,8 \Rightarrow \boxed{\Delta R_x = 2,12 \Omega}$$

### Exercice 02 :

Pour mesurer la résistance d'un enroulement d'un moteur, on a utilisé le montage suivant :



- On ferme **K** et on mesure le courant  $I_0$
- On ouvre **K** et on varie **R** jusqu'à avoir un courant  $I=I_0/2$  qui circule dans le circuit.

On donne  $R = 529 \pm 21 \Omega$

- 1) Trouver l'expression et la valeur de  $R_x$
- 2) Calculer l'incertitude relative  $\frac{\Delta R_x}{R_x}$

**Solution**

Données :  $R = 529 \pm 21 \Omega$ ) L'expression et la

valeur de  $R_x$  : ▪ On ferme l'interrupteur **K**, on obtient :  $E = R_x \cdot I_0$  (1)

▪ On ouvre l'interrupteur **K**, on obtient :  $E = (R_x + R) \cdot I$  avec  $I = \frac{I_0}{2}$

$$\Leftrightarrow E = (R_x + R) \cdot \frac{I_0}{2} \quad (2)$$

$$\text{Ainsi } (1)=(2) \Rightarrow \frac{(R_x + R)}{2} = R_x \Rightarrow 2R_x = R_x + R \Rightarrow \boxed{R_x = R = 529 \Omega}$$

$$\text{AN : } \Delta R = 0,016 + 0,04 + 1 + 6 = 7,056 \Omega \Rightarrow \boxed{R_x = 352,8 \Omega}$$

2) Calcul de l'incertitude relative  $\frac{\Delta R_x}{R_x}$  :

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{\Delta R}{R} \quad \text{AN : } \frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{21}{529} \Rightarrow \boxed{\left(\frac{\Delta R_x}{R_x}\right)\% = 3,97\%}$$

**Exercice 03 :**

On désire mesurer la valeur d'une résistance **R** par la méthode du voltmètre en série. Pour ce faire, on mesure au préalable la tension du générateur par un voltmètre de résistance interne  $R_v$  qui indique une lecture  $n_1$  puis on place ce même voltmètre en série avec le générateur et la résistance **R**. Sans changer le calibre, le voltmètre indique une lecture  $n_2$ .

- 1) Représenter le schéma du montage.
- 2) Trouver l'expression de **R** en fonction de  $R_v$  et
- 3) Trouver l'expression de l'incertitude relative  $\frac{\Delta R}{R}$  en fonction de  $\frac{\Delta R_v}{R_v}$  et  $\frac{\Delta x}{x}$
- 4) En considérant que les incertitudes de lecture sur le voltmètre sont égales,
- 5) montrer que:

$$\frac{x}{x-1} \cdot \frac{\Delta x}{x} = \frac{x(x+1)}{x-1} \cdot \frac{\Delta x}{n}$$

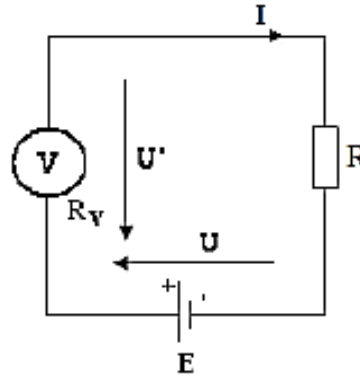
6) Pour quelle valeur de  $x$  l'incertitude relative  $\frac{\Delta R}{R}$  est minimale ?

On prend  $R_v = 20K\Omega$ . Calculer alors la valeur de **R** et de  $\frac{\Delta R}{R}$  sachant que  $\frac{\Delta R_v}{R_v} = 1\%$

$n_1 = 100$  et  $\Delta n = 0,5$

**Solution**

1) Montage de la méthode du voltmètre en série :



2) L'expression de  $R$  :

En appliquant la loi de maille, on obtient :

$$U - U' - RI = 0 \Rightarrow R = \frac{U - U'}{I} \quad \text{or} \quad U' = R_V I \Rightarrow I = \frac{U'}{R_V}$$

$$\text{D'où : } R = \frac{U - U'}{U'} R_V = \left( \frac{U}{U'} - 1 \right) \cdot R_V$$

avec :

- $n_1$  : l'indication du voltmètre pour la tension  $U$
- $n_2$  : l'indication du voltmètre pour la tension  $U'$

$$\text{Donc : } R = \left( \frac{n_1}{n_2} - 1 \right) R_V \Rightarrow \boxed{R = (x - 1) \cdot R_V}$$

3) L'expression de l'incertitude relative  $\frac{\Delta R}{R}$  :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\left| \frac{\partial R_x}{\partial R_V} \right|_{x=\text{cte}} \cdot \Delta R_V}{(x-1) \cdot R_V} + \frac{\left| \frac{\partial R_x}{\partial x} \right|_{R_V=\text{cte}} \cdot \Delta x}{(x-1) \cdot R_V} = \frac{(x-1) \cdot \Delta R_V}{(x-1) \cdot R_V} + \frac{R_V \cdot \Delta x}{(x-1) \cdot R_V}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta R_v}{R_v} + \frac{x}{(x-1)} \cdot \frac{\Delta x}{x}}$$

4) Soit :  $\Delta n_1 = \Delta n_2 = \Delta n$ , on obtient ainsi :

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta n_1}{n_1} + \frac{\Delta n_2}{n_2} \quad \text{or} \quad n_2 = \frac{n_1}{x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta n}{n_1} + \frac{\Delta n}{n_1} \cdot x = (x+1) \frac{\Delta n}{n_1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{x}{x-1} \cdot \frac{\Delta x}{x} = \frac{x(x+1)}{x-1} \cdot \frac{\Delta n}{n_1}}$$

5) La valeur de  $x$  pour laquelle l'incertitude relative  $\frac{\Delta R}{R}$  est ~~minimale~~ minimale :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta R}{R} &= \frac{\Delta R_v}{R_v} + \frac{x(x+1)}{(x-1)} \cdot \frac{\Delta n_1}{n_1} \\ &= \frac{\Delta R_v}{R_v} + f(x) \cdot \frac{\Delta n_1}{n_1} \end{aligned}$$

$\frac{\Delta R}{R}$  est minimale pour  $f(x)$  minimale (avec  $x = \frac{n_1}{n_2} > 0$ ), on cherche ainsi  $f'(x) = 0$

$$f(x) = \frac{x(x+1)}{(x-1)} = \frac{x^2 + x}{(x-1)}$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = \frac{(2x+1) \cdot (x-1) - (x^2 + x)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta = (-2)^2 + 4 = 8 = (2\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow x' = \frac{2 - 2\sqrt{2}}{2} = 1 - \sqrt{2} < 0 \quad \Rightarrow \text{Solution à rejeter}$$

$$x'' = \frac{2 + 2\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = 1 + \sqrt{2}}$$

6) Calcul de la valeur de  $R$  et de  $\frac{\Delta R}{R}$

Données :  $R_v = 20 \text{ K}\Omega$ ,  $\frac{\Delta R_v}{R_v} = 1\%$ ,  $n_1 = 100$  et  $\Delta n = 0,5$

$$R = (x-1) \cdot R_v = (1 + \sqrt{2} - 1) \cdot R_v = \sqrt{2} \cdot R_v \quad \text{AN : } R = \sqrt{2} \times 20 \times 10^3 \Rightarrow \boxed{R = 28,28 \text{ K}\Omega}$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta R_v}{R_v} + \frac{x(x+1)}{(x-1)} \cdot \frac{\Delta n_1}{n_1}$$

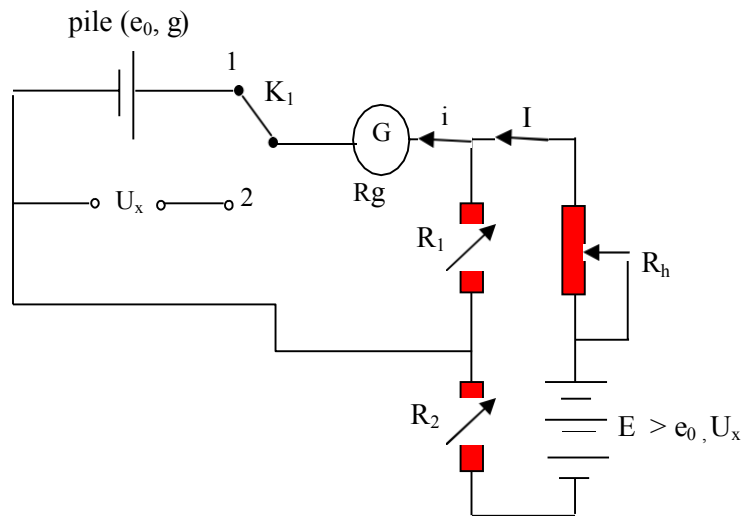
$$\text{AN : } \frac{\Delta R}{R} = 0,01 + \frac{(1 + \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})}{\sqrt{2}} \cdot \frac{0,5}{100} = 0,01 + 0,029 = 0,039 \Rightarrow \boxed{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)\% = 3,9\%}$$

2.10.2. Exercice à résoudre

Exercice 1

Soit le montage utilisé pour mesurer des tensions en courant continu.

1. Expliquer comment est utilisé ce montage et retrouver l'expression de  $U_x$ .
2. Retrouver l'expression de l'erreur systématique sachant que  $R'_1 = R_1 + a$



$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{\Delta R'_1}{R'_1} = \frac{\Delta a}{a}, e_s$$

: Erreur de sensibilité due aux équilibres effectués.

**Exercice 2**

Soit les ponts  $\frac{P}{Q}$  et P. Q utilisés en courants alternatif pour mesurer respectivement des impédances capacitatives et inductives.

1. Déterminer les expressions de la partie réelle "r" et de la réactance "X" de l'impédance à mesurer  $Z_x$  dans les 4 cas possibles de l'association de C et de R de l'impédance variable Z.

$$Z_x = r + jX$$

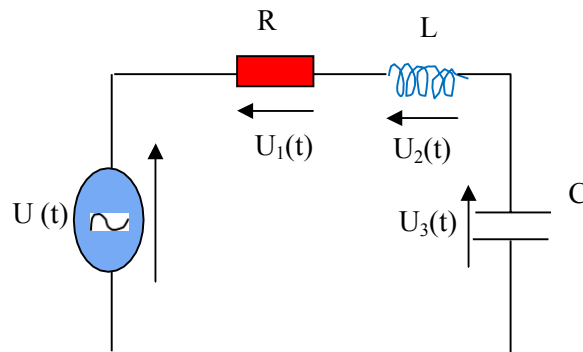
2. En déduire  $|Z_x|$ .

3. Déterminer dans chaque cas  $\text{tg } \zeta$

**Exercice 3**

Soit le circuit RLC dont on veut mesurer la puissance aux bornes d'un récepteur, on prend

$$u(t) = u_0 \sin \omega t \text{ et } i(t) = i_0 \sin(\omega t + \phi)$$



$P_{\text{moy}}$ :  $P_{\text{moyenne}}$

1. Retrouver l'expression de  $P_{\text{moy}}$ .

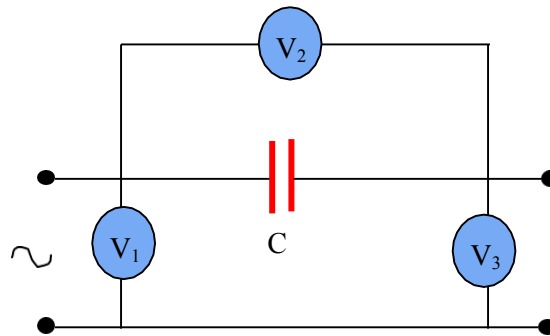
2. Pour un récepteur  $Z = R + jX$ , démontrer que  $P_{\text{moy}} = RI^2$ .

3. Vérifier que:  $P_{\text{moy}} = P_{1\text{moy}} + P_{2\text{moy}} + P_{3\text{moy}}$

4. En utilisant  $P_{\text{moy}} = V \cdot I \cdot \cos \Phi$ , retrouver le résultat de la question 2 en démontrant que  $P_{2\text{moy}}$  et  $P_{3\text{moy}}$  sont nulles.

#### Exercice 4

Démontrer que le circuit donné par le montage suivant permet de mesurer une puissance réactive monophasée.



En déduire l'expression du facteur de forme  $\sin\Phi$ .

#### Exercice 5

En utilisant un wattmètre électrodynamique monté en montage amont et aval pour mesurer une puissance active en courant alternatif monophasé, retrouver les expressions de la déviation  $\alpha_{\text{moy}}$  du wattmètre dans les deux cas.



# **Chapitre 3 :**

## **Les appareils de mesure**

### **Objectifs :**

- Etudier les caractéristiques des appareils analogiques.
- Etudier les caractéristiques des appareils numériques.

### **3.1. Introduction**

Un appareil de mesure est un système qui traduit un phénomène physique non ou difficilement accessible à nos sens, en un autre phénomène pouvant être visualisé et estimé.

Il existe deux grandes classes d'appareils:

- Les appareils à déviation ou analogiques : par leur principe de fonctionnement, donne théoriquement une valeur de la grandeur à mesurer exactement proportionnelle à cette grandeur.
- Les appareils de mesure numériques ou logiques : ils donnent une valeur représentant la grandeur à mesurer au pas de quantification près. Cette valeur est donnée sous une forme de nombre (affichage numérique).

### **3.2. Appareils de mesure analogiques**

Un appareil de mesure comporte généralement un ou plusieurs inducteurs fixes (aimant permanent ou électro-aimant) agissant sur un équipage à cadre mobile autour d'un axe fixe.

La technologie interne de ces appareils repose sur trois éléments:

- La suspension de l'équipage mobile ;
- Le dispositif de lecture qui peut être à aiguille ou à spot lumineux ;
- Le dispositif d'amortissement qui peut être magnétique ou par air.

Selon leur terminologie, il existe plusieurs types d'appareils analogiques, à savoir:

- Les quotientmètres (balance électrique) ;
- Appareils intégrateurs (compteur, fluxmètre) ;
- Appareils électroniques ;
- Appareils analogiques à affichage numérique ;
- Appareils à déviation.


On s'intéressera dans ce qui suit à l'étude des appareils analogiques à déviation.

#### **3.2.1. Classification des appareils à déviation**

La classification usuelle des appareils à déviation utilise la nature du phénomène physique qui régit le fonctionnement de l'appareil. On distingue plusieurs types d'appareils, dont les principaux types sont:

### 3.2.1.1. Appareils magnéto-électriques

L'inducteur fixe est un aimant fixe en forme de U, la déviation de l'aiguille est proportionnelle au courant moyen qui traverse une bobine placée à l'intérieur du champ magnétique créé par l'aimant fixe.

Symbole: 


### 3.2.1.2. Appareils ferromagnétiques

Le principe de fonctionnement d'un appareil ferromagnétique est basé sur l'action d'un champ créé par un circuit parcouru par un courant sur une ou plusieurs pièces de fer doux et dont certaines sont mobiles. On distingue deux types d'appareils : à attraction ou à répulsion.

Pour le type d'appareil à attraction, le principe utilisé est l'action magnétique produite par une bobine fixe traversée par un courant sur une palette en fer doux (organe mobile) montée sur deux pivots. Cet équipement mobile est muni d'une aiguille et d'un dispositif d'amortissement .

Pour le type d'appareil à répulsion, le champ magnétique créé par la bobine fixe agit sur deux palettes placées dans ce champ qui subissent une aimantation de même sens. La répulsion des deux palettes fait dévier l'aiguille.


Un appareil ferromagnétique est très simple à construire, robuste, utilisable en courant continu et en alternatif. La graduation de son échelle est non linéaire.

Symbole: 

### 3.2.1.3. Appareils électrodynamiques


Un appareil électrodynamique est formé principalement par un circuit fixe (généralement deux demi-bobines) créant un champ magnétique à l'intérieur duquel se déplace un cadre mobile de faible inertie monté sur deux pivots et entraînant une aiguille.

Les appareils électrodynamiques sont non polarisés. Ils sont utilisables en courant continu et en courant alternatif. Ils sont généralement utilisables pour la fabrication des wattmètres.

Symbole: 

### 3.2.1.4. Appareils électrostatiques


Ce type d'appareils est caractérisé par une force exercée par l'armature fixe d'un condensateur sur son armature mobile. Ce type d'appareils est toujours utilisée en voltmètre. Lorsqu'on applique une tension entre les deux plaques de cet appareil, l'une se charge positivement et l'autre négativement, ce qui produit une force d'attraction qui tend à faire tourner la plaque mobile qui est solidaire d'une aiguille. Ils sont utilisables en courant continu et en courant alternatif et possèdent une échelle non linéaire.

Symbole: 

### 3.2.1.5. Appareils thermiques

Le principe de fonctionnement de ce type d'appareils est basé sur la dilatation d'un fil conducteur qui s'échauffe lors du passage d'un courant électrique d'intensité  $I$ . Cet effet est la conséquence directe de la puissance dissipée par effet joule dans le fil à dilatation. Le fil à dilatation utilisée est généralement en bronze ou un alliage platine et argent.

Le appareils thermiques sont non polarisés, utilisable en courant continu et en courant alternatif.

Symbole: 

## 3.2.2. Galvanomètre à cadre mobile

### 3.2.2.1. Description

Il est formé d'un cadre rectangulaire  $abcd$  sur lequel on a enroulé  $N$  spires d'un fil fin en cuivre.

Les extrémités de cet enroulement sont soudées à deux fils très fins  $f$  et  $f'$  qui servent :

- de fils de suspension du cadre;
- de fils de connexion;
- de fils de torsion, exerçant sur le cadre un *couple de rappel*, qui tend à ramener le cadre dans la position d'équilibre qu'il occupe lorsqu'il n'est traversé par aucun courant.

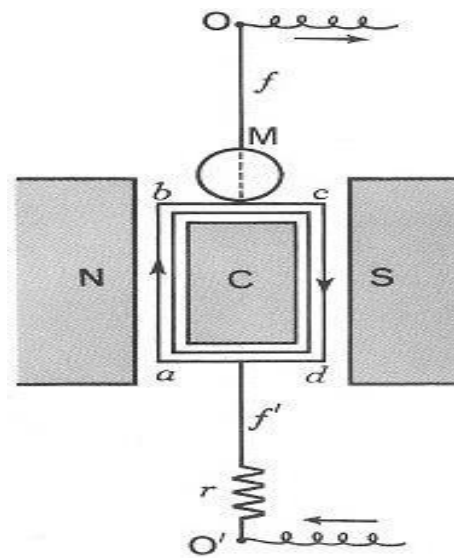
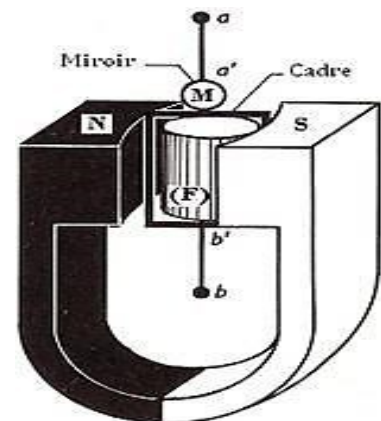


Figure 3.1. Galvanomètre magnéto-électrique.

Le cadre peut se mouvoir dans l'entrefer d'un aimant en forme de U muni de deux pièces polaires évidées de façon à laisser entre elles une cavité cylindrique; dans cette cavité on dispose un cylindre de fer doux qui canalise les lignes d'induction.

Entre les pièces polaires et le cylindre, les lignes d'induction sont dirigées suivant les rayons des deux cylindres coaxiaux : *le champ est radial*.



De ce fait, quelle que soit la position du cadre dans l'entrefer:

- les vecteurs induction magnétique  $\vec{B}$  en tous les points des côtés verticaux ab et cd du cadre sont toujours perpendiculaires à ces côtés et contenus dans le plan des spires;
- l'intensité B de ces vecteurs d'induction magnétique est pratiquement constante.

En fin, un miroir M, solidaire du cadre, permet d'observer des petites rotations de l'équipage mobile par la méthode optique dite *méthode de Poggendorff*.

### 3.2.2.2. Equation d'équilibre du cadre

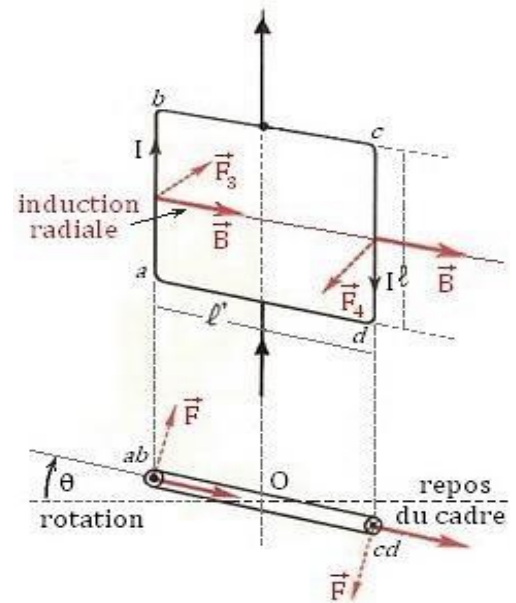
Si aucun courant ne passe dans le cadre, celui-ci prend une position d'équilibre correspondant à une torsion nulle des fils de suspension.

Quand un courant parcourt le cadre, celui-ci tourne et s'immobilise dans une position d'équilibre définie par l'égalité de deux moments :

- $C_M$  : moment du couple électromagnétique (couple moteur);
- $C_R$  : moment du couple de torsion (couple résistant = couple de rappel).

### a. Couple électromagnétique

- Les côtés horizontaux  $ad$  et  $bc$ , de longueur  $l'$ , sont soumis à une induction sensiblement horizontale, donc à des forces de Laplace  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$  à peu près verticales qui n'ont aucun effet de rotation sur le cadre.
- Les côtés verticaux  $ba$  et  $cd$ , de longueur  $l$ , étant perpendiculaires aux lignes d'induction sont soumis à des forces de Laplace  $\vec{F}_3$  et  $\vec{F}_4$  normales au plan des spires, de sens contraires et ayant pour intensité commune:



$$F = F_3 = F_4 = I \cdot B \cdot l \quad (3.1)$$

Ces deux forces forment donc un couple de moment:

$$C_M = F \cdot l' = I \cdot B \cdot l \cdot l' = I \cdot B \cdot S \quad (3.2)$$

( $S = l \cdot l'$  : désigne la section du cadre mobile)

Comme le cadre comprend  $N$  spires identiques, le *moment du couple électromagnétique* résultant s'écrit:

$$C_M = N \cdot I \cdot B \cdot S \quad (3.3)$$

$$C_M = N \cdot I \cdot \Phi_0 \quad (3.4)$$

( $C_M$  en mètre-newton;  $I$  en ampère;  $S$  en mètre carré;  $B$  en tesla)

$\Phi_0$ : le flux qui traverse le cadre mobile).

### b. Couple de torsion

Le couple électromagnétique fait tourner le cadre dans le sens des forces  $\vec{F}_3$  et  $\vec{F}_4$ . Au cours de cette rotation, les fils de suspension sont *tordus* d'un angle  $\alpha$  et exercent un *couple de rappel* (couple de torsion) proportionnel à cet angle. Le moment de ce couple de sens contraire est:

$$C_r = K' \cdot \alpha \quad (3.5)$$

( $C_r$  en mètre-newton;  $C$  : constante de torsion en mètre-newton par radian;  $\alpha$  en radian).

### c. Équilibre

A l'équilibre:

$$C_M = C_r \quad (3.6)$$

De cette égalité, nous déduisons l'expression de la déviation  $\alpha$  du cadre qui correspond au courant d'intensité  $I$  :

$$\alpha = \frac{N \cdot \phi_0}{K'} I \quad (3.7)$$

$K'$  représente le couple résistant spécifique du ressort, il est exprimé en J/rad.

Nous constatons que le cadre tourne d'un angle proportionnel à l'intensité du courant.

### d. Lecture des angles

La rotation du cadre est mesurée par la méthode de Poggendorff.

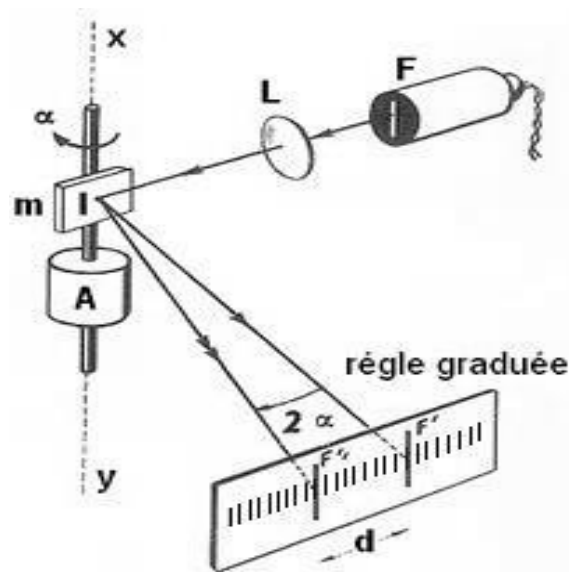


Figure 3.2. Le dispositif de lecture d'un galvanomètre magnéto-électrique.

Le cadre est surmonté d'un petit miroir M qui donne d'une fente fine éclairée un trait lumineux, le spot, sur une règle graduée translucide. Si le cadre tourne d'un angle  $\alpha$ , le rayon réfléchi tourne d'un angle  $2\alpha$  et le spot passe alors de F' en F''. Nous avons donc ; si l'angle  $\alpha$  est petit,  $\tan \alpha \approx 2\alpha$  radian et, par suite :

$$\alpha \approx \frac{d}{2D} \quad (3.8)$$

L'équation (3.7) devient alors:

$$I = \frac{K' d}{N \cdot \phi_0 2D} \quad (3.9)$$

### 3.2.2.3. Sensibilité

Le galvanomètre est d'autant plus sensible que, pour une même intensité I, l'angle de rotation  $\alpha$  est plus grand :

$$S_i = \frac{\alpha}{I} \quad (3.10)$$

$S_i$ : sensibilité en courant de l'élément moteur.

De la relation donnant  $\alpha$ , nous déduisons:

$$S_i = \frac{N\phi_0}{K'} \quad (3.11)$$

Pour améliorer la sensibilité, il faudra augmenter  $B$ ,  $N$ ,  $S$  et diminuer  $K$ .

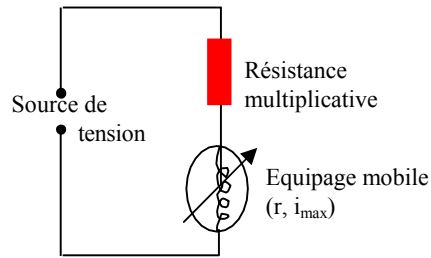
### 3.2.3. Les multimètres passifs

Un multimètre passif est constitué de l'élément moteur, de résistances et d'une pile. Pour la mesure de résistance, il sera donc disposé de plusieurs résistances selon les calibres qu'on veut. Pour qu'un équipage mobile de l'élément moteur puisse mesurer une tension, il suffit de monter une résistance multiplicatrice avec lui (résistance additionnelle).

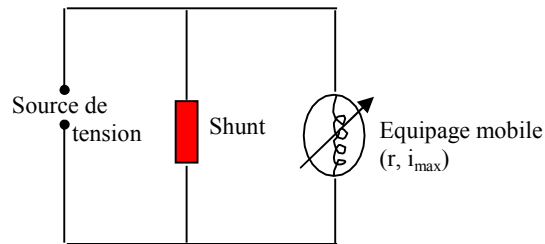
Lorsqu'on veut mesurer un courant, il faut monter un shunt à ses bornes (résistance placée en parallèle).

Dans ces deux cas, les résistances servent à limiter le courant de passage dans l'équipage mobile en maximum qu'il peut supporter.





- La résistance en série pour mesurer une tension.



- La résistance en parallèle pour mesurer un courant.

### 3.2.3.1. Structure de l'ampèremètre magnétoélectrique

L'ampèremètre analogique le plus répandu est l'ampèremètre magnéto-électrique, il utilise un galvanomètre à cadre mobile.

#### En courant continu

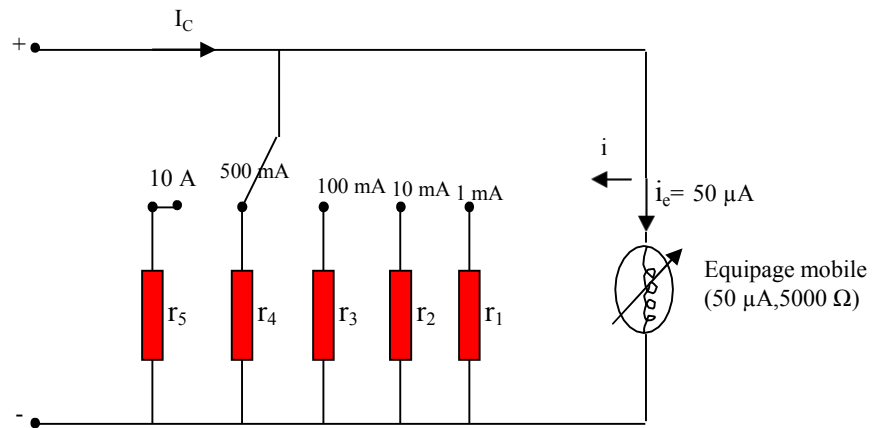


Figure 3.3. Circuit ampèremètre magnétoélectrique.

#### Calcul des résistances de shunt:

- La tension aux bornes des différentes résistances:

$$V_e = r_e \cdot i_{emax} \tag{3.12}$$

$$V_e = 50 \cdot 10^{-6} \cdot 5000 = 0.25 \text{ V}$$

i: courant traverse différentes résistances,  $I_C$  : courant de calibre.

$$i = I_C - i_{e\max} \quad (3.13)$$

- Calibre 1 mA:  $r_1 = \frac{V_e}{I_C - i_{e\max}} = \frac{0.25}{1\text{mA} - 50\mu\text{A}} = 263.16 \Omega$
- Calibre 10 mA:  $r_2 = \frac{0.25}{10\text{mA} - 50\mu\text{A}} = 25.13 \Omega$
- Calibre 100 mA:  $r_3 = \frac{0.25}{100\text{mA} - 50\mu\text{A}} = 2.5 \Omega$
- Calibre 500 mA:  $r_4 = \frac{0.25}{500\text{mA} - 50\mu\text{A}} = 0.5 \Omega$
- Calibre 10 A:  $r_5 = \frac{0.25}{10\text{A} - 50\mu\text{A}} = 0.025 \Omega$

**Remarque:** Pour un ampèremètre, on remarque que plus le calibre augmente, plus la valeur de résistance interne est faible. Un ampèremètre doit donc avoir la plus petite résistance possible.

### 3.2.3.2. Structure du voltmètre magnétoélectrique

Un voltmètre magnétoélectrique est constitué d'un galvanomètre, donc un milliampèremètre magnétoélectrique très sensible, en série avec une résistance additionnelle de valeur élevée (de quelques kG à quelques centaines de kG). On réalise un voltmètre à plusieurs calibres de mesure en changeant la valeur de la résistance additionnelle.

#### a. En courant continu

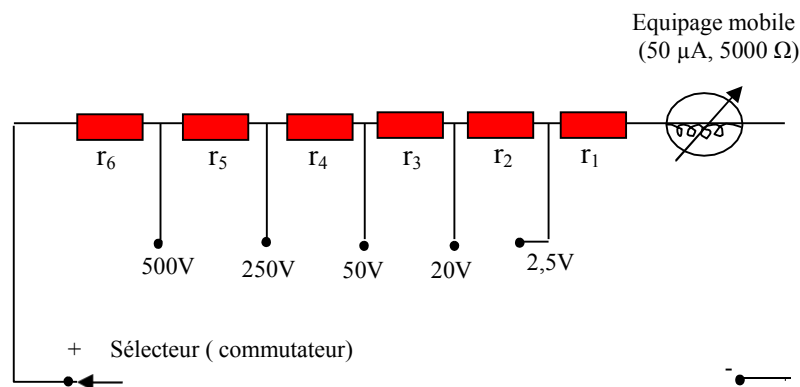


Figure 3.4. Circuit voltmètre magnétoélectrique en courant continu.

**Calcul des résistances multiplicatrices:**

$$2.5V = (r_1 + r_e) \cdot i_{emax} \quad (3.14)$$

$$i_{emax} = 50 \mu A$$

$$r_e = 5000\Omega$$

- $10 V = (r_1 + r_2 + r_e) \cdot i_{emax} \Rightarrow r_2 = 150 k\Omega$
- $50 V = (r_1 + r_2 + r_3 + r_e) \cdot i_{emax} \Rightarrow r_3 = 800 k\Omega$
- $250 V = (r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_e) \cdot i_{emax} \Rightarrow r_4 = 4 M\Omega$
- $500 V = (r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_e) \cdot i_{emax} \Rightarrow r_5 = 5 M\Omega$
- $1000 V = (r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6 + r_e) \cdot i_{emax} \Rightarrow r_6 = 10 M\Omega$

**Remarque:** On remarque que la résistance interne du voltmètre est grande quand le calibre augmente. Un voltmètre doit avoir la plus grande résistance interne possible.

### b. En courant alternatif

En comparant le circuit du voltmètre continu au circuit-voltmètre alternatif, on remarque que la principale différence est que l'équipage mobile simple a été remplacé à une combinaison équipage redresseur.

Le redresseur est habituellement une diode au germanium.

### Calcul des résistances du circuit équipage redresseur:

Le calibre le plus faible est de 2.5 V, c'est une tension suffisante pour débloquent la diode.

Une bonne linéarité doit avoir un courant de pleine échelle de 200  $\mu A$ .

$$R_{eq} = R_{er} \quad (3.15)$$

$R_{er}$  : résistance d'équipage redresseur

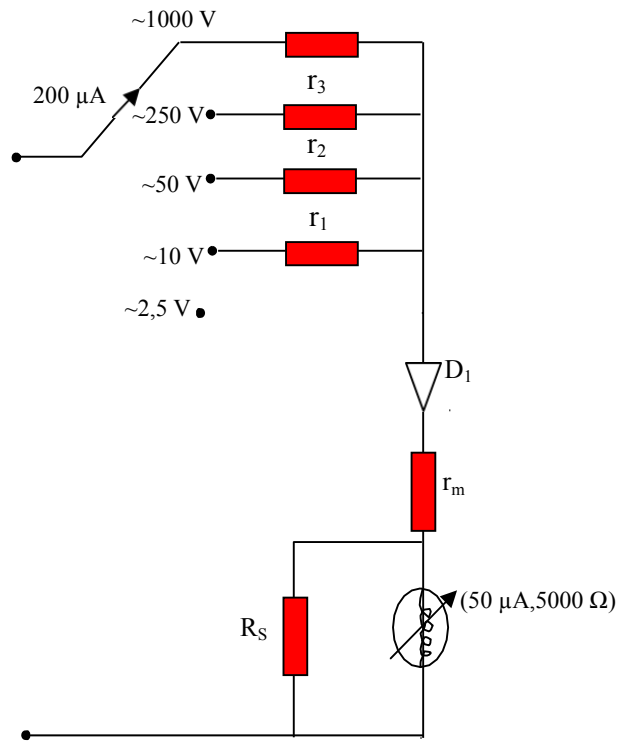
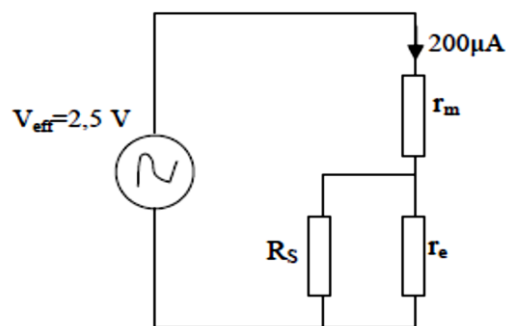


Figure 3.5. Circuit voltmètre magnétoélectrique en courant alternatif.

$$R_{eq} = R_{er} = r_m + (r_e // R_s) \tag{3.16}$$



- Redressement simple alternance:  $V_{eff} = 2.22 V_{moy}$
- Redressement double alternance :  $V_{eff} = 1.11 V_{moy}$

$$R_{er} = \frac{2,5}{2,22 \cdot 200 \cdot 10^{-6}} = 5631 \text{ G}$$

$$V_c = V_e = 5000 \text{ G} \cdot 50 \mu\text{A}$$

$$R_s = \frac{50 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^3}{(200 - 50) \cdot 10^{-6}} = 1666 \Omega$$

$$r_m = R_{er} - (R_s // 5k\Omega) \Rightarrow r_m = 4481 \Omega$$

Le calibre de 2.5V crée une chute de tension de 2.5V, donc la chute de tension engendrée par les résistances multiplicatrices égale à :

$$r_1 = \frac{10 - 2,5}{2,22.200.10^{-6}} = 16,891 \text{ k}\Omega$$

$$r_2 = \frac{50 - 2,5}{2,22.200.10^{-6}} = 106,98 \text{ k}\Omega$$

$$r_3 = \frac{250 - 2,5}{2,22.200.10^{-6}} = 557,432 \text{ k}\Omega$$

$$r_4 = \frac{1000 - 2,5}{2,22.200.10^{-6}} = 2,25 \text{ M}\Omega$$

### 3.2.3.3. Le wattmètre

Le wattmètre est un appareil qui mesure la puissance consommée des appareils en charge dans un circuit. Dans cette partie de cours, on va étudier le wattmètre électrodynamique, il est appelé ainsi parce qu'il comporte un élément moteur électrodynamique.

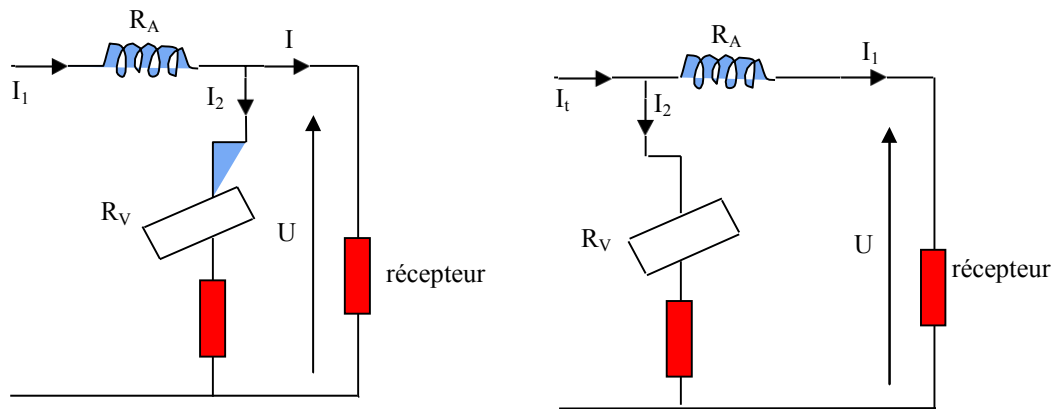
La bobine fixe faite en grand fil constitue le circuit courant de résistance interne appelée  $R_A$ , le cadre mobile fait en fil fin constitue le circuit tension de résistance appelée  $R_V$ .

Sur le devant de l'appareil, on trouve une paire de borne pour relier le circuit courant en série avec le récepteur et une autre paire de borne pour relier le circuit tension en parallèle avec le récepteur.

Deux montages sont possibles; il s'agit d'un montage aval et d'un montage amont.

3.2.3.3.1. Fonctionnement du wattmètre électrodynamique en courant continu

3.2.3.3.2.



a. Montage aval

b. Montage amont

Figure 3.5. Wattmètre électrodynamique en courant continu.

Théoriquement:  $P = U \cdot I$  (3.17)

a. Montage aval

$$I_1 = I_2 + I \Rightarrow I_1 = I + \frac{U}{R_V}$$

$I_2 = U / R_V$ ,  $R_V$ : résistance du cadre plus la résistance en série.

$$\alpha = P_c = K \cdot I_1 \cdot I_2 \tag{3.18}$$

( $P_c$  : puissance en continu)

$$P = K \cdot I_1 \cdot I_2$$

$$P = K \left( I + \frac{U}{R_V} \right) \cdot \frac{U}{R_V} = K \left( \frac{UI}{R_V} + \frac{U^2}{R_V^2} \right)$$

$$P = \frac{K}{R_V} \left( UI + \frac{U^2}{R_V} \right) \tag{3.20}$$

**Remarque:** On remarque que le wattmètre va indiquer la puissance absorbée par récepteur  $U \cdot I$  augmentée de la puissance consommée par son circuit tension  $\left( \frac{U^2}{R_V} \right)$

## b. Montage amont

$$P = K \cdot I_1 \cdot I_2 \quad (3.18)$$

On a:  $I_1 = I$

$$I_2 \cdot R_V = R_A \cdot I_1 + U \Rightarrow I_2 \cdot R_V = R_A \cdot I + U$$

$$I_2 = \frac{R_A}{R_V} I + \frac{U}{R_V}$$

$$\alpha = P = K \cdot I_1 \cdot I_2 = K \cdot I \left( \frac{R_A}{R_V} I + \frac{U}{R_V} \right)$$

$$\alpha = \frac{K}{R_V} (U \cdot I + R_A \cdot I^2)$$

**Remarque:** On remarque que le wattmètre va indiquer la puissance absorbée par le récepteur U. I augmentée de la puissance consommée par son circuit courant ( $R_A \cdot I^2$ ).

## 3.2.3.3.3. Fonctionnement du wattmètre électrodynamique en alternatif

En courant alternatif, elle est mesurée la puissance active (moyenne):

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (3.25)$$

On suppose que les consommations propres des circuits courant et tension sont nulles.

$$U(t) = U_{eff} \sqrt{2} \cos \omega t \quad (3.26)$$

$$i(t) = I_{eff} \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi) \quad (3.27)$$

La déviation  $\alpha$  : puissance moyenne.

$$\alpha = P_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T K \cdot i_1 \cdot i_2 dt = P_{active} \quad (3.28)$$

On prend:  $i_1 = i$ ,  $i_2 = \frac{U}{R_V}$

$$\alpha = P_{moy} = \frac{K}{T} \int_0^T I_{eff} \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi) \frac{U_{eff} \sqrt{2} \cos \omega t}{R_V}$$

$$P_{moy} = \frac{2K}{R_V} U_{eff} \cdot I_{eff} \frac{1}{T} \int_0^T \cos \omega t \cdot \cos(\omega t + \varphi) dt \quad (3.29)$$

Sachant que :  $\cos A \cdot \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A + B) + \cos(A - B)]$

$$P_{moy} = \frac{2K}{R_V} \cdot U \cdot I \cdot \frac{1}{2T} \int_0^T [\cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi] dt$$

$$P_{moy} = \frac{K}{R_V} U \cdot I \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \cos \varphi dt$$

$$P_{moy} = \frac{K}{R_V} U \cdot I \cdot \frac{1}{T} T \cdot \cos \varphi$$

$$P_{moy} = \frac{K}{R_V} U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

Posant :  $K'' = \frac{K}{R_V}$

$$P_{moy} = K'' UI \cos \varphi \quad (3.30)$$

### 3.3. Appareils de mesure numériques

Les appareils de mesure numériques sont de plus en plus utilisés grâce à leur fidélité, précision et facilité de lecture.

Il est nécessaire que les utilisateurs d'appareils numériques connaissent le langage adopté par les constructeurs de ces appareils.

Le principe est de convertir une grandeur analogique en une valeur numérique pouvant être affichée. Pour cela, il faut utiliser des circuits électroniques dont les principaux sont : les convertisseurs analogiques numériques, l'oscillateur, le compteur et l'afficheur.

#### 3.3.1. Les Convertisseurs analogiques numériques (CAN)

Il existe deux types de convertisseur analogique numérique:

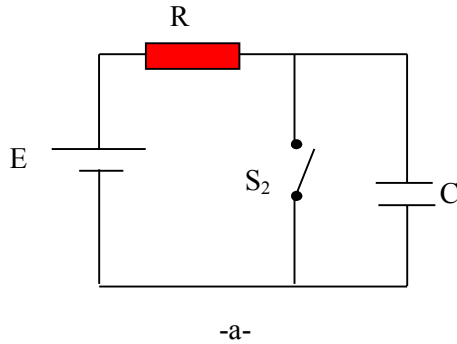
- Les CAN à une rampe
- Les CAN à deux rampes

Les premiers sont utilisés (réservés) aux applications où nous ne demandons pas une grande précision.



Le principe de fonctionnement des CAN est basé sur la charge et la décharge d'un condensateur avec un courant constant.

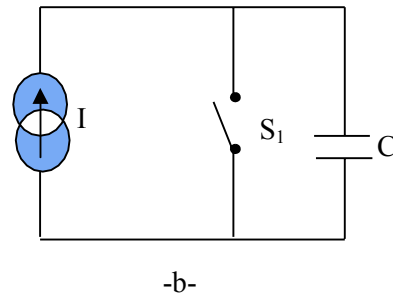
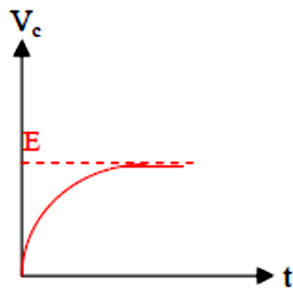
### Circuits de charge d'un condensateur



$$V_C = E \left( 1 - e^{-t/RC} \right) \quad (3.31)$$

Avec:  $\tau = R.C$

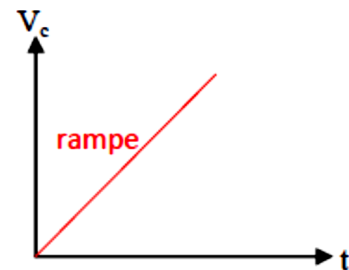
$$V_C = E \left( 1 - e^{-t/\tau} \right) \quad (3.32)$$



C se charge linéairement

$$Q = i.t = V_C.C \quad (3.33)$$

$$V_C = \frac{i.t}{C} \quad (3.34)$$



Dans le premier circuit, la charge du condensateur se fait d'une façon exponentielle.

Dans le deuxième circuit, la charge est toujours linéaire.

Nous remarquons que le temps de charge est directement proportionnelle au courant ou à la tension. Cela veut dire que ces circuits seront utilisés pour transformer un courant ou une tension en un temps.

Cette propriété importante nous servira pour comprendre le fonctionnement du CAN.

### 3.3.1.1. Convertisseur analogique numérique à une rampe

#### 3.3.1.1.1. Principe de fonctionnement

Le convertisseur CAN comporte un comparateur qui lui est appliqué à l'entrée inverseuse la tension de charge du condensateur, et à l'entrée non inverseuse la tension inconnue à mesurer, une porte logique AND à laquelle est appliqué le signal de l'oscillateur dont la fréquence peut être changée selon le calibre choisie, et le signal de sortie du comparateur, et enfin un compteur à décades et afficheurs.

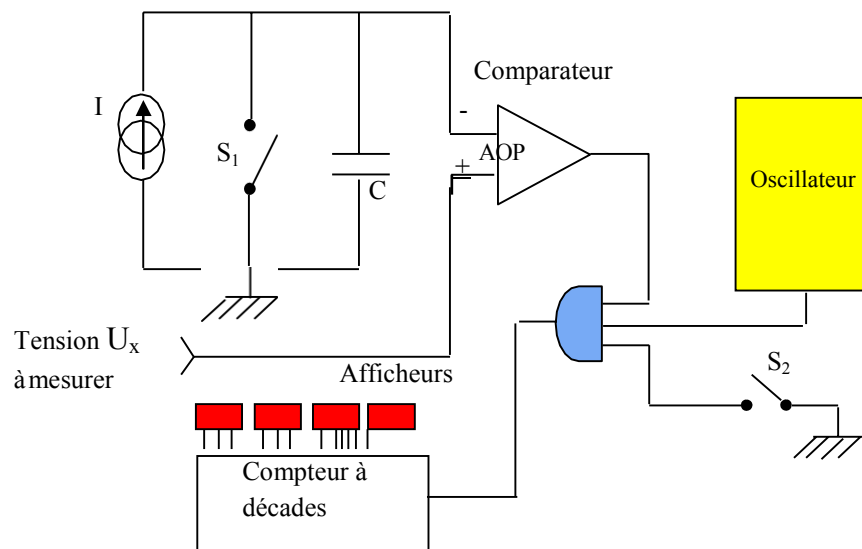


Figure 3.6. Circuit convertisseur analogique numérique à une rampe.

#### 3.3.1.1.2. Explication du fonctionnement

La tension de charge du capacité comparée à une tension  $U_x$  à mesurer, donc:

comparer la tension  $V_e^-$  à la borne inverseuse et la tension  $V_e^+$  à la borne non inverseuse, donc:

$$\text{Si } V_e^+ > V_e^- \rightarrow V_s > 0 \Rightarrow 1 \text{ logique}$$

$$\text{Si } V_e^+ < V_e^- \rightarrow V_s < 0 \Rightarrow 0 \text{ logique}$$

Au début, on suppose que le comparateur est au niveau haut (1 logique),  $S_1$  et  $S_2$  ouverts:

La capacité se charge totalement lorsque  $U_c > U_x \Rightarrow V_e^- > V_e^+$ , on introduit un "0" logique, donc la porte "AND" se ferme  $\Rightarrow$  la mesure est terminée.

Le rôle de l'interrupteur  $S_2$  sert à ouvrir la minuterie comportant l'oscillateur, le compteur, les afficheurs et la porte AND.

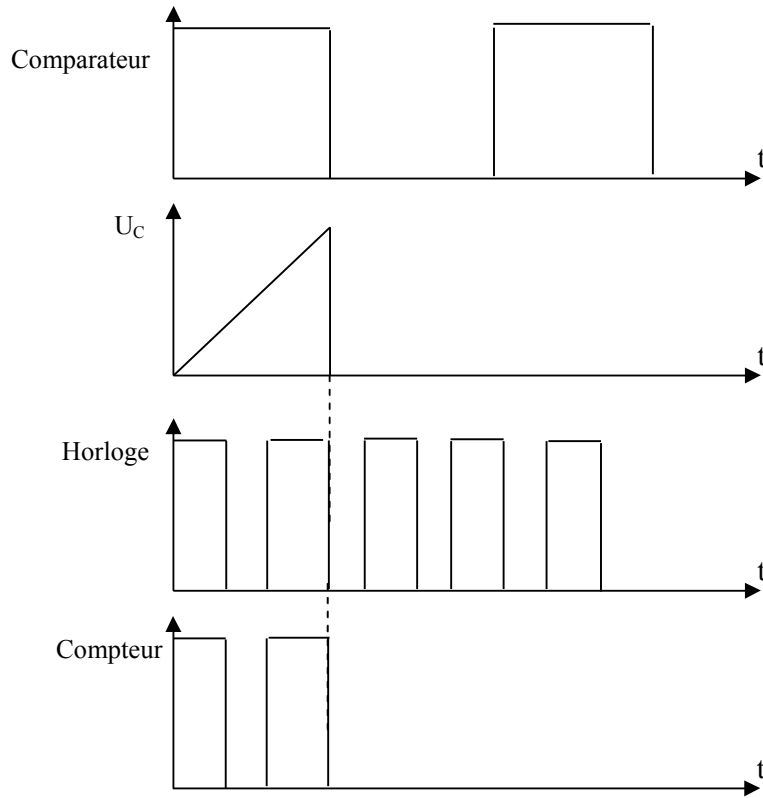


Figure 3.7. Oscillogramme du convertisseur analogique numérique à une rampe.

### 3.3.1.2. Circuit analogique numérique à deux rampes

#### 3.3.1.2.1. Principe de fonctionnement

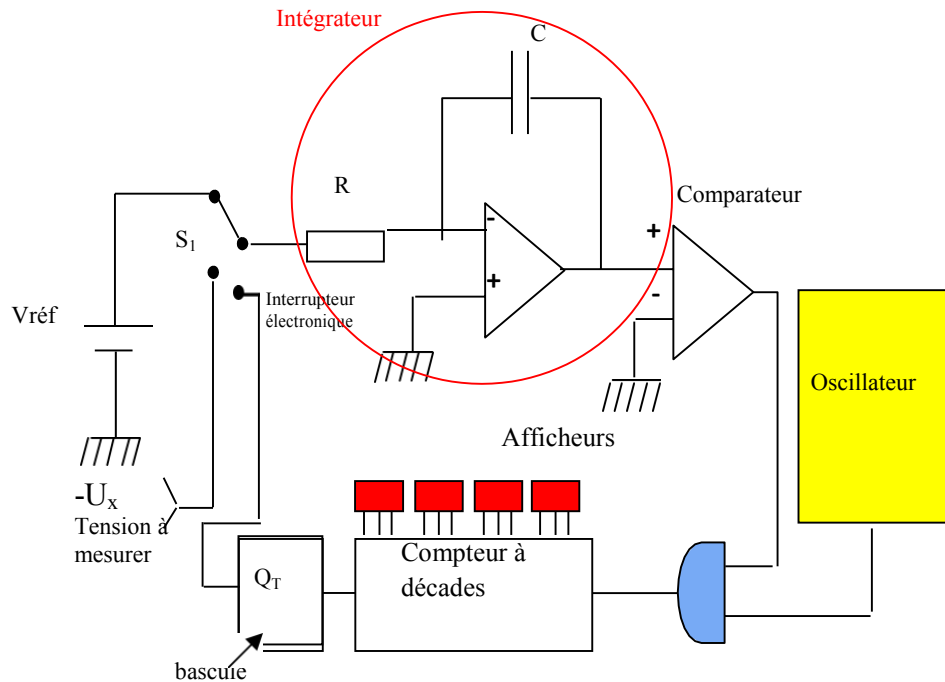


Figure 3.8. Circuit convertisseur analogique numérique à deux rampes.

Le rôle de l'intégrateur c'est de charger la capacité d'une façon linéaire.

En comparant avec le CAN à une rampe, nous constatons qu'il possède un interrupteur électronique et une bascule pour commander cet interrupteur. On remarque ainsi qu'il y a la présence d'un intégrateur qui sert à charger le condensateur linéairement. L'entrée de l'intégrateur est soumise alternativement à deux tensions continues l'une de référence qui est fixé, et l'autre inconnue à mesurer est de signe négatif.

La charge ( ou la décharge) se fait à travers la résistance R avec un courant constant de valeur

$$I = \frac{V}{R} \text{ ou } (V = -U_x \text{ où } V_{réf})$$

Au début de la mesure, la tension  $-U_s$  va charger le condensateur pendant un temps  $T_1$  très déterminée.

La tension à l'entrée du comparateur va dépasser 0V, et par conséquent, la sortie du comparateur va passer à l'état haut. Ce signal du comparateur et le signal délivré par l'horloge sont appliqués à une porte AND, dont la sortie attaque un compteur. Pendant le temps  $T_1$ , il serait passé "n" impulsion, la  $(n + 1)^{i\grave{e}m\grave{e}}$  impulsion, qui est un signal de débordement, est reçu qui va faire passer la position de l'interrupteur sur  $V_{réf}$  et entamer le comptage.

A ce moment, il est entamé la deuxième rampe de la mesure, c'est-à-dire que le courant produit par  $V_{réf}$  va décharger le condensateur pendant le temps  $T_2$  jusqu'à ce que la tension aux bornes de "C" soit nulle du changement de l'état du comparateur à l'état bas, par conséquent le comptage est arrêté, et le résultat est affiché.

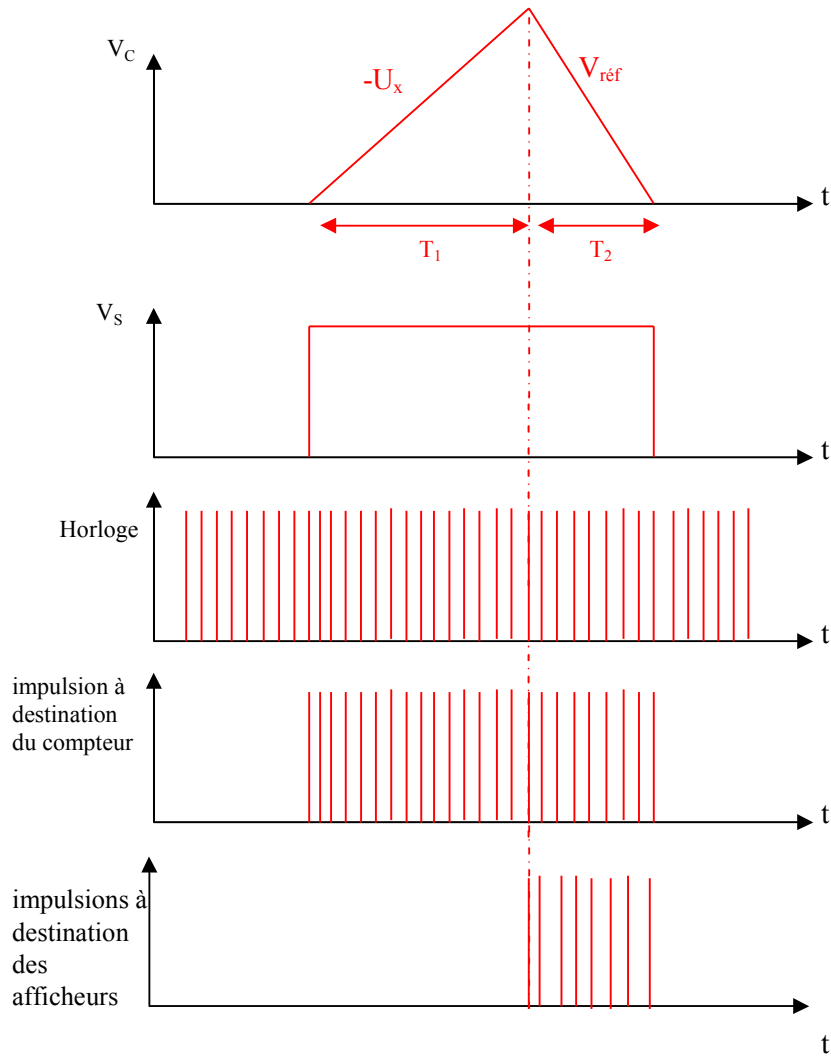


Figure 3.9. Oscillogramme du convertisseur analogique numérique à deux rampes.

$$U_x = V_{réf} \frac{T_2}{T_1} \tag{3.35}$$

Démonstration,  $U_x = ?$

$$Q = i \cdot t = V_C \cdot C \tag{3.36}$$

A la fin de la charge:

$$V_C = \frac{Q}{C} = \frac{i \cdot t}{C} = \frac{U_x}{R \cdot C} t \tag{3.37}$$

Au début de la décharge, on a:

$$V_C = \frac{U_x}{\tau} T_1 = \frac{V_{réf}}{\tau} T_2 \tag{3.38}$$

$$\Rightarrow U_x = V_{réf} \frac{T_2}{T_1} \quad (3.39)$$

Nous remarquons que la tension à mesurer dépend uniquement de  $V_{réf}$  et du rapport  $\frac{T_2}{T_1}$

$$U_x = V_{réf} \frac{T_2}{T_1}$$

Si  $V_{réf} \nearrow \Rightarrow \frac{U_x}{V_{réf}} \searrow, \frac{T_2}{T_1} \searrow \Rightarrow T_2$  diminue,

Si  $V_{réf} \searrow \Rightarrow \frac{U_x}{V_{réf}} \nearrow, \frac{T_2}{T_1} \nearrow \Rightarrow T_2$  augmente.

D'après la relation trouvée, nous pouvons dire que la calibration peut se faire en changeant la tension de référence puisque:

quand  $V_{réf} \nearrow \Rightarrow \frac{U_x}{V_{réf}} \searrow, \frac{T_2}{T_1} \searrow \Rightarrow$  : diminue ( $T_2$  reste inchangé).

Il dépend de la fréquence de l'oscillation et de compteur, par conséquent le nombre d'impulsion va diminuer mais cela sera remédié en posant le calibre adéquat (nécessaire).

### 3.3.1.2.2. Précision

D'après la relation donnée, nous remarquons que la tension à mesurer dépend de la tension  $V_{réf}$  et du rapport,  $\frac{T_2}{T_1}$  par conséquent, il n'intervient ni la fréquence de l'oscillateur, ni la valeur de la capacité, ni la tension de décalage, et nous pouvons conclure que par cette méthode, elle a été éliminée la principale cause d'erreur du CAN à une rampe.

## 3.2.3. Exemples d'appareils de mesure numériques

### 3.2.3.1. Le multimètre

Le multimètre numérique (figure 3.10) est construit autour d'un voltmètre numérique et comporte à minima un convertisseur courant-tension permettant de le faire fonctionner en ampèremètre et un générateur de courant constant pour fonctionner en ohmmètre.

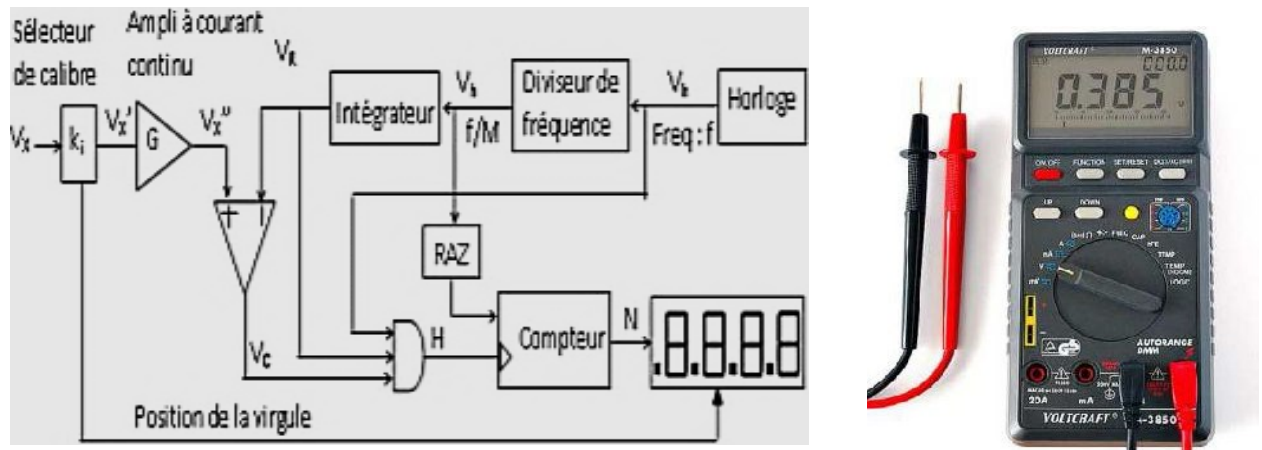


Figure 3.10. Multimètre numérique.

Le choix du type de mesure (de l'instrument), du calibre ou échelle de mesure se fait généralement à l'aide d'un commutateur rotatif, des boutons poussoirs peuvent commander des fonctions supplémentaires. Les multimètres les plus récents, souvent les plus simples d'emploi, choisissent automatiquement le bon mode et le bon calibre.

D'autres fonctions de mesure peuvent être disponibles selon le degré de sophistication du multimètre:

- test de continuité avec ou sans biper ;
- amplification pour mesurer les très basses tensions et les résistances élevées ;
- mesure de la capacité d'un condensateur ou d'un circuit capacitif ;
- mesure de l'inductance d'une bobine ou d'un circuit inductif (self) ;
- mesure de température, avec l'aide d'une sonde extérieure ;
- tests de semi-conducteur discret : diodes, gain des transistors ( $h_{fe}$ );
- mesure de fréquence de signaux électriques ;
- mesure des pics (haut et bas) de tension (peak hold).

### 3.2.3.2. L'oscilloscope

Contrairement aux modèles analogiques, le signal à visualiser est préalablement numérisé par un convertisseur analogique-numérique. La capacité de l'appareil à afficher un signal de fréquence élevée sans distorsion dépend de la qualité de cette interface.

Les principales caractéristiques à prendre en compte sont :

- La résolution du convertisseur analogique-numérique.
  - La fréquence d'échantillonnage en Mé/s (méga échantillons par seconde) ou Gé/s (giga échantillons par seconde).
- La profondeur mémoire.

L'appareil est couplé à des mémoires permettant de stocker ces signaux et à un certain nombre d'organes d'analyse et de traitement qui permettent d'obtenir de nombreuses caractéristiques du signal observé :

- Mesure des caractéristiques du signal : valeur de crête, valeur efficace, période, fréquence, etc.
- Transformation rapide de Fourier qui permet d'obtenir le spectre du signal.
  - Filtres perfectionnés qui, appliqués à ce signal numérique, permettent d'accroître la visibilité de détails.

L'affichage du résultat s'effectue de plus en plus souvent sur un écran à cristaux liquides, ce qui rend ces appareils faciles à déplacer et, beaucoup moins gourmands en énergie. Les oscilloscopes numériques ont désormais complètement supplanté leurs prédécesseurs analogiques, grâce à leur plus grande portabilité, une plus grande facilité d'utilisation et, surtout, leur coût réduit.

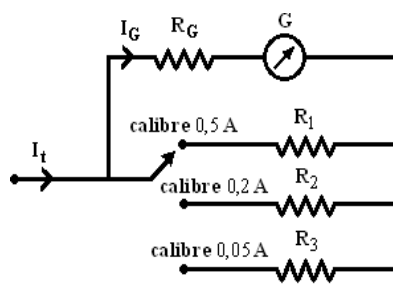
### 3.4. Exercices d'application

#### 3.4.1 Exercices résolus

##### Exercice 1

Les caractéristiques d'un cadre mobile sont :  $R_G = 50 \Omega$  et  $I_G = 0,5 \text{ mA}$  On veut réaliser de deux manières différentes un ampèremètre ayant 3calibres : 0,5A, 0,2A et 0,05A.

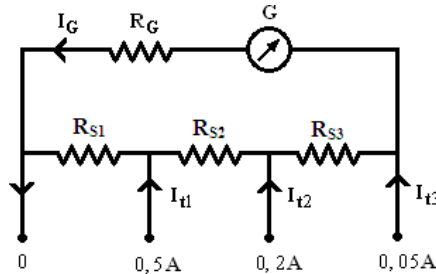
##### a. Ampèremètre multi-gammes :





1. Déterminer les facteurs multiplicateurs de chaque calibre.
2. Déterminer les résistances shunt  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$

**b. Ampèremètre à shunt universel :**

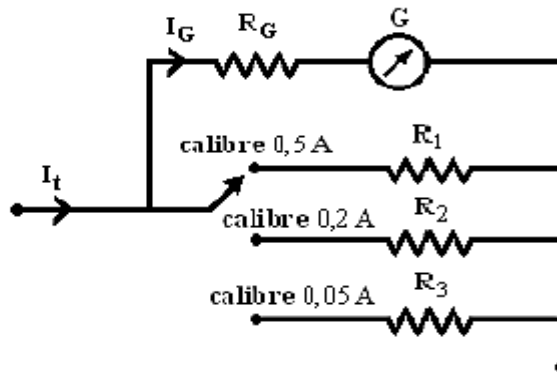


1. Déterminer les facteurs multiplicateurs ( $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ ) en fonction de ( $R_{S1}$ ,  $R_{S2}$ ,  $R_{S3}$  et  $R_G$ ).
2. Déterminer les rapports  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{m_2}{m_3}$  puis déduire  $R_{S2}$  et  $R_{S3}$  en fonction de  $R_{S1}$ .
3. Calculer les valeurs de  $R_{S1}$ ,  $R_{S2}$ ,  $R_{S3}$ .

**Solution**

Données :  $R_G = 50 \Omega$  et  $I_G = 0,5 \text{ mA}$ .

**1) Ampèremètre multi-gammes :**



**a. Détermination des facteurs multiplicateurs  $m_i$ :**

On a par définition :  $m_i = \frac{I_{ti}}{I_G}$  avec  $I_{ti}$  : le calibre

$$\Rightarrow m_1 = \frac{I_{t1}}{I_G} \quad \text{AN : } m_1 = \frac{0,5}{0,5 \times 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{m_1 = 1000}$$

$$m_2 = \frac{I_{t2}}{I_G} \quad \text{AN : } m_2 = \frac{0,2}{0,5 \times 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{m_2 = 400}$$

$$m_3 = \frac{I_{t3}}{I_G} \quad \text{AN : } m_3 = \frac{0,05}{0,5 \times 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{m_3 = 100}$$

b. Détermination des résistances shunt  $R_i$  : On a :

$$R_G I_G = R_1 I_1 \quad \text{or} \quad I_{t1} = I_G + I_1 \quad \Rightarrow \quad R_G I_G = R_1 (I_{t1} - I_G)$$

$$\text{D'où: } R_1 = \frac{R_G I_G}{(I_{t1} - I_G)} \quad \text{or} \quad m_1 = \frac{I_{t1}}{I_G}$$

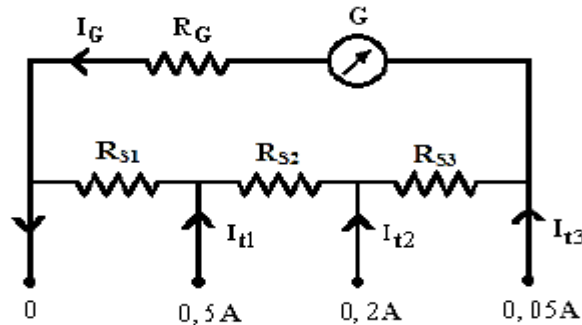
$$\Rightarrow \boxed{R_1 = \frac{R_G}{m_1 - 1}} \quad \text{AN : } R_1 = \frac{50}{1000 - 1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_1 = 0,05 \Omega}$$

De même pour  $R_2$  et  $R_3$  :

$$R_2 = \frac{R_G}{m_2 - 1} \quad \text{AN : } R_2 = \frac{50}{400 - 1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_2 = 0,12 \Omega}$$

$$R_3 = \frac{R_G}{m_3 - 1} \quad \text{AN : } R_3 = \frac{50}{100 - 1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_3 = 0,5 \Omega}$$

2) Ampèremètre à shunt universel :



a. Détermination des facteurs multiplicateurs ( $m_1, m_2, m_3$ ) en fonction de ( $R_{S1}, R_{S2}, R_{S3}$  et  $R_G$ ) :

▪ Pour déterminer  $m_1$  : on applique la loi des mailles, on obtient :

$$R_G I_G + (R_{S2} + R_{S3}) I_G = R_{S1} I_1 \\ = R_{S1} (I_{t1} - I_G)$$

$$\Rightarrow (R_G + R_{S1} + R_{S2} + R_{S3}) I_G = R_{S1} I_{t1} \quad \text{or} \quad m_1 = \frac{I_{t1}}{I_G} \Rightarrow \boxed{\frac{R_G + R_{S1} + R_{S2} + R_{S3}}{R_{S1}}}$$

▪ Pour déterminer  $m_2$  : on applique la loi des mailles, on obtient :

$$(R_G + R_{S3}) I_G = (R_{S1} + R_{S2}) I_2 \\ = (R_{S1} + R_{S2}) \cdot (I_{t2} - I_G)$$

$$\Rightarrow (R_G + R_{S1} + R_{S2} + R_{S3}) I_G = (R_{S1} + R_{S2}) I_{t2} \quad \text{or} \quad m_2 = \frac{I_{t2}}{I_G}$$

$$\Rightarrow \boxed{m_2 = \frac{R_G + R_{S1} + R_{S2} + R_{S3}}{R_{S1} + R_{S2}}}$$

▪ Pour déterminer  $m_3$  : on applique la loi des mailles, on obtient :

$$R_G I_G = (R_{S1} + R_{S2} + R_{S3}) I_3 \\ = (R_{S1} + R_{S2} + R_{S3}) \cdot (I_{t3} - I_G)$$

$$\Rightarrow (R_G + R_{S1} + R_{S2} + R_{S3}) I_G = (R_{S1} + R_{S2} + R_{S3}) I_{t3} \quad \text{or} \quad m_3 = \frac{I_{t3}}{I_G}$$

$$\Rightarrow m_3 = \frac{R_G + R_{S1} + R_{S2} + R_{S3}}{R_{S1} + R_{S2} + R_{S3}}$$

b. Détermination des rapports  $\frac{m_1}{m_2}$  et  $\frac{m_2}{m_3}$  et de  $R_{S2}$  et  $R_{S3}$  en fonction de  $R_{S1}$  :

$$\bullet \frac{m_1}{m_2} = \frac{R_{S1} + R_{S2}}{R_{S1}} = \frac{1000}{400} = \frac{10}{4} \Rightarrow 10R_{S1} = 4R_{S1} + 4R_{S2} \Rightarrow R_{S2} = \frac{3}{2}R_{S1}$$

$$\bullet \frac{m_2}{m_3} = \frac{R_{S1} + R_{S2} + R_{S3}}{R_{S1} + R_{S2}} = \frac{400}{100} = 4 \Rightarrow 4R_{S1} + 4R_{S2} = R_{S1} + R_{S2} + R_{S3}$$

$$\Rightarrow R_{S3} = \frac{15}{2}R_{S1}$$

c. Calcul des valeurs de  $R_{S1}$   $R_{S2}$   $R_{S3}$

$$\text{On a : } I = \frac{R_G + R_{S1} + R_{S2} + R_{S3}}{R_{S1}} \Rightarrow m_1 R_{S1} = R_G + R_{S1} + R_{S2} + R_{S3}$$

Remplaçons  $R_{S2}$  et  $R_{S3}$  par leurs expressions en fonction de  $R_{S1}$  :

$$m_1 R_{S1} = R_G + R_{S1} + \frac{3}{2}R_{S1} + \frac{15}{2}R_{S1} = R_G + 10R_{S1}$$

$$\Rightarrow R_{S1} = \frac{R_G}{m_1 - 10} \quad \text{AN : } R_{S1} = \frac{50}{1000 - 10} \Rightarrow R_{S1} = 0,5 \Omega$$

$$\Rightarrow R_{S2} = \frac{3}{2}R_{S1} \quad \text{AN : } R_{S2} = \frac{3}{2} \times 0,5 \Rightarrow R_{S2} = 0,75 \Omega$$

**Exercice 02 :**

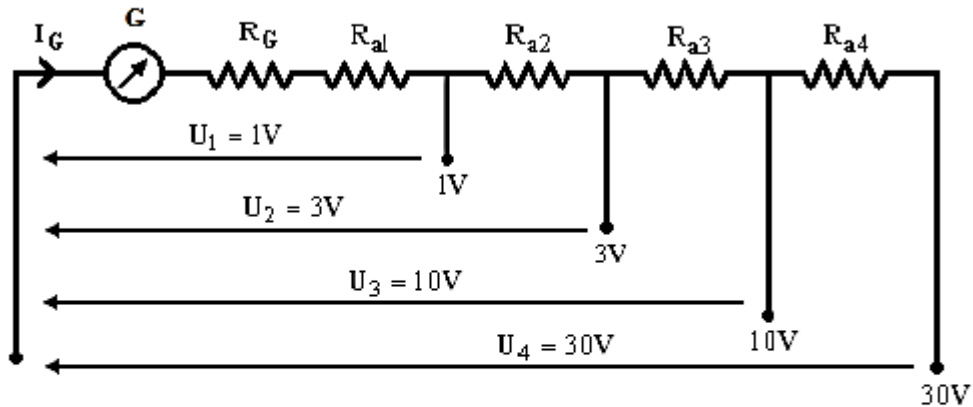
On dispose d'un voltmètre construit à partir d'un cadre mobile de résistance interne  $R_G = 1000 \Omega$  et de sensibilité  $I_G = 50 \mu A$  ayant les calibres 1V; 3V, 10V et 30V

1. Représenter le schéma de ce voltmètre.
2. Déterminer les résistances additionnelles.
3. Déterminer la résistance caractéristique de ce voltmètre.
4. Déterminer la résistance totale.

**Solution**

**Données** :  $R_G = 1000 \Omega$  et  $I_G = 50 \mu A$ .

1) **Schéma du voltmètre** :



2) **Détermination des résistances additionnelles  $R_{ai}$**  :

$$\bullet U_1 = R_G I_G + R_{a1} I_G \Rightarrow \boxed{R_{a1} = \frac{U_1}{I_G} - R_G}$$

$$\hookrightarrow \text{AN : } R_{a1} = \frac{1}{50 \times 10^{-6}} - 10^3 \Rightarrow \boxed{R_{a1} = 19 \text{ K}\Omega}$$

$$\bullet U_2 = (R_G + R_{a1} + R_{a2}) \cdot I_G \Rightarrow \boxed{R_{a2} = \frac{U_2}{I_G} - R_G - R_{a1}}$$

$$\hookrightarrow \text{AN : } R_{a2} = \frac{3}{50 \times 10^{-6}} - 10^3 - 19 \times 10^3 \Rightarrow \boxed{R_{a2} = 40 \text{ K}\Omega}$$

$$\bullet U_3 = (R_G + R_{a1} + R_{a2} + R_{a3}) \cdot I_G \Rightarrow \boxed{R_{a3} = \frac{U_3}{I_G} - R_G - R_{a1} - R_{a2}}$$

$$\hookrightarrow \text{AN : } R_{a3} = \frac{10}{50 \times 10^{-6}} - (1 + 19 + 40) \cdot 10^3 \Rightarrow \boxed{R_{a3} = 140 \text{ K}\Omega}$$

$$\bullet U_4 = (R_G + R_{a1} + R_{a2} + R_{a3} + R_{a4}) \cdot I_G \Rightarrow \boxed{R_{a4} = \frac{U_4}{I_G} - R_G - R_{a1} - R_{a2} - R_{a3}}$$

$$\hookrightarrow \text{AN : } R_{a4} = \frac{30}{50 \times 10^{-6}} - (1 + 19 + 40 + 140) \cdot 10^3 \Rightarrow \boxed{R_{a4} = 400 \text{ K}\Omega}$$

3) **La résistance caractéristique** :

$$\text{Par définition : } \boxed{R_C = \frac{1}{I_G} [\Omega / V]} \quad \text{AN : } R_C = \frac{1}{50 \times 10^{-6}} \Rightarrow \boxed{R_C = 20000 \Omega / V}$$

4) **La résistance totale** :

$$\bullet \text{ Par définition : } \boxed{R_T = R_C \times \text{le plus grand calibre}}$$

### 3.4.2. Exercices à résoudre

#### Exercice 1

On considère l'élément moteur magnéto-électrique.

- a. Retrouver l'expression de la force appliquée sur les côtés du cadre mobile.
- b. Donner l'expression du couple moteur exercé sur le cadre.

Un voltmètre alternatif est équipé de l'élément moteur magnéto-électrique avec redresseur double alternance et il est gradué en valeurs efficaces avec les valeurs suivantes de 0 jusqu'à 100 avec un pas de 10.

0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100.

Regraduer ce voltmètre en valeur moyenne.

#### Exercice 2

a. On dispose d'un milliampèremètre de calibre 0.1mA et de résistance interne 1k $\Omega$ .

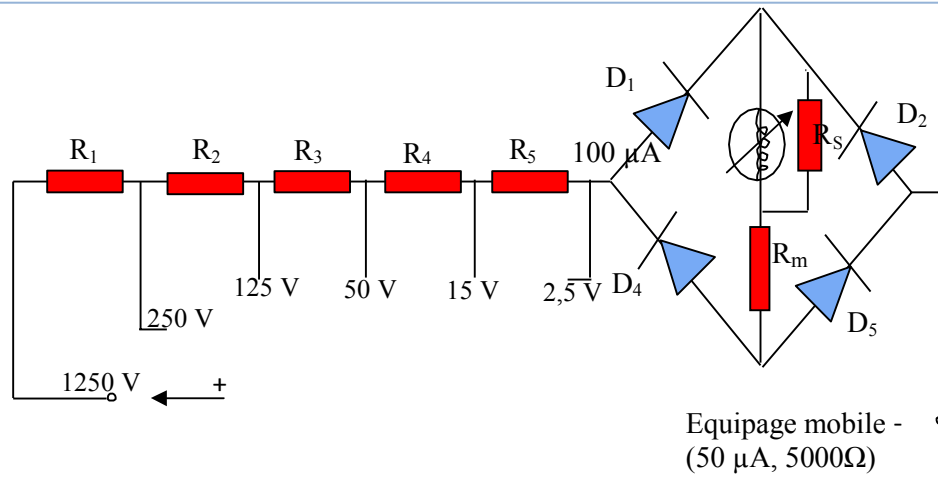
1. Calculer la tension à ses bornes lorsque la déviation de l'aiguille est maximale.
2. Avec le milliampèremètre précédent, on peut réaliser un ampèremètre de calibre 0.1A et 1A, qu'elle est dans ce cas la résistance de shunt nécessaire.

b. Avec le milliampèremètre précédent, on veut réaliser un voltmètre aillant les calibres suivants: 15V, 30V, 150V. Calculer:

1. Les valeurs des résistances additionnelles  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  correspondantes aux différents calibres.
2. Les résistances internes d'un voltmètre dans chaque cas.

#### Exercice 3

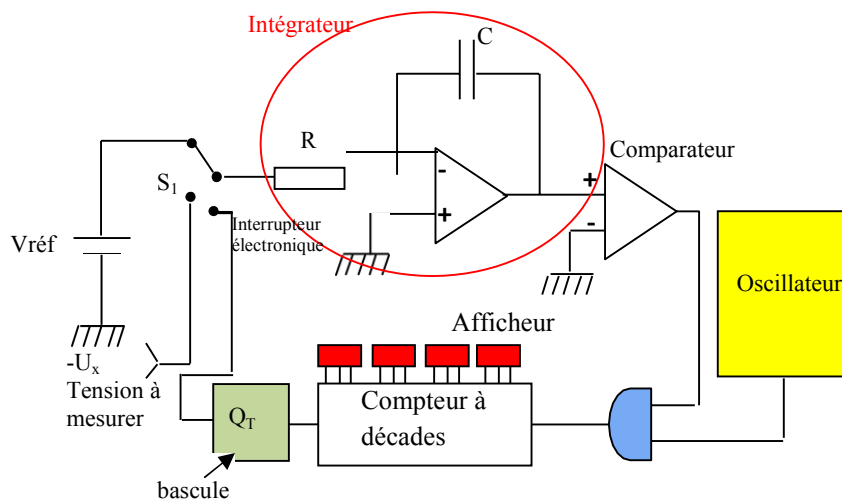
Soit le circuit alternatif équipé d'un pont redresseur double alternance et élément moteur magnéto-électrique et dont la calibration est donnée en valeur moyenne.



1. Calculer  $R_m$  et  $R_s$  de l'équipage mobile ainsi que les résistances des différents calibres.  
En supposant que les diodes sont idéales et doivent avoir un courant de pleine échelle  $100\mu A$ .
2. Regraduer ce voltmètre en valeurs crêtes.

**Exercice 4**

Soit le convertisseur analogique numérique donné par la figure suivante:



1. Expliquer le principe de fonctionnement de ce convertisseur.
2. Si  $f_0 = 10 \text{ kHz}$ , le temps de charge  $T_1 = 2s$ , la  $V_{\text{réf}} = 10V$ , on veut mesurer la tension inconnue  $U_s$  qui provoque un temps de décharge de la capacité "C",  $T_2 = 1s$ . Calculer la tension inconnue  $U_s$  et le nombre d'impulsion comptée correspondant à la mesure.
3. Supposant que la fréquence de l'oscillateur à dériver à cause de la montée rapide de température ambiante  $f_0 = 12.5 \text{ kHz}$ . Calculer donc la nouvelle tension à mesurer  $U_x$ .

## 1. Equivalence des unités traditionnelles et les unités légales

Grandeurs	Unités traditionnelles	Unités légales
Force	1 kg. f	9.8 N
	0.102 kg. f	1 N
Pression	1 kg. f/m <sup>2</sup>	9.8 Pa
	0.102 kg. f/m <sup>2</sup>	1 Pa = 10 <sup>-5</sup> bar
Energie	1 cal	4.1855 J
	0.2389 cal	1 J
	1 K. cal	1.163 W. h
	0.860 K. cal	1 Wh = 3600 J
Puissance	1 K. cal/h	1.163 W
	0.860 K. cal/h	1 W

## 2. Autres unités employées

Les unités d'origine anglo-saxonne sont également très utilisées:

### Distances:

- pouce (inch): 1 in = 2.54 Cm
- pied (foot): 1 ft = 12 in = 30.48 Cm
- mile (miles) = 5280 ft = 1.609 km
- mile nautique (mn) = 1.852 km

### Volume:

- pinte (pint) = 0.941 l
- gallon (US gallon): 1 USgal = 4 pintes = 3.786 l
- baril (US barrel): 1 bbi = 42 USgal = 159 l
- 1 m<sup>3</sup> = 1000 l
- 1 dm<sup>3</sup> = 1 l

### Masse:

- once (ounce): 1 oz = 28.35 g
- livre (pound): 1 lb = 0.454 kg

**Puissance:**

- *cheval vapeur (horsepower):*  $1 \text{ hp} = 0.736 \text{ kW} = 1 \text{ CV}$

**Divers:**

- $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$
- $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$
- $1 \text{ noeud (kt)} = 1.852 \text{ km/h}$

**3. Constantes de la physique**

Constante	Valeur	Unité	Précision
Avogadro L	$6,022\,141\,79 \cdot 10^{23}$	$\text{mol}^{-1}$	$5 \cdot 10^{-8}$
Boltzman k	$1,380\,650\,4 \cdot 10^{-23}$	$\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$	$1,7 \cdot 10^{-6}$
$\epsilon_0$	$8,854\,187\,817 \cdot 10^{-12}$	$\text{F} \cdot \text{m}^{-1}$	Exact
Masse d'un électron $N_e$	$9,109\,382\,15 \cdot 10^{-31}$	kg	$5 \cdot 10^{-8}$
Masse du proton	$1,672\,621\,637 \cdot 10^{-27}$	kg	$5 \cdot 10^{-8}$
Charge élémentaire e	$1,602\,176\,487 \cdot 10^{-19}$	C	$2,5 \cdot 10^{-8}$
$\mu_0$	$4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$	$\text{N} \cdot \text{A}^{-2}$	Exact
Gravitation G	$6,674\,28 \cdot 10^{-11}$	$\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$	$1 \cdot 10^4$
Planck $h$	$6,626\,068\,96 \cdot 10^{-34}$	$\text{J} \cdot \text{s}$	$5 \cdot 10^{-8}$
Rydberg R	10 973 731,568	$\text{m}^{-1}$	$6 \cdot 10^{-12}$
Vitesse de la lumière dans le vide c	299 792 458	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	Exact
Stefan-Boltzmann a	$5,670\,400 \cdot 10^{-8}$	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$	$7 \cdot 10^{-6}$
Constante des gaz R	8,314 472	$\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	$1,7 \cdot 10^{-6}$



- [1] Jacques Thurin, Mesures électriques et électroniques, Edition Eyrolles, 1967.
- [2] Mohamed Bendaoud, Mesures électriques : cours & exercices, OPU, 1993.
- [3] R. Beauvillain, J. Laty, Mesures Electriques et Electroniques, Edition Hachette, 1979.
- [4] D. Hong, Circuits et mesures électriques, Dunod, 2009.
- [5] W. Bolton, Electrical and Electronic Measurement and Testing, 1992.
- [6] A. Fabre, Mesures électriques et électroniques, OPU, 1996.
- [7] Samir ARFA, Cours de mesure électrique, Institut Supérieur des Etudes Technologiques de KAIROUAN, 2019
- [8] G. Asch, Les capteurs en instrumentation industrielle, édition Dunod, 2010.
- [9] L. Thompson, Electrical Measurements and Calibration: Fundamentals and Applications, Instrument Society of America, 1994.
- [10] H. Khaterchi, support de cours : Mesure électrique, ISET Nabeul, 2007
- [11] J. P. Bentley, Principles of Measurement Systems, Pearson Education, 2005.
- [12] J. Niard, Mesures électriques, Nathan, 1981.
- [13] B. Boucif, support de cours de mesure électrique, Université Hassiba Benbouali de Chlef, 2018
- [14] M. Abati, Mesures électroniques appliquées, Collection Techniques et Normalisation Delagrave, 1985.
- [15] N Sghaier, F. Douiri, Support de cours mesures électriques, ISETK, 2018
- [16] P. Jacobs, Mesures électriques, Edition Dunod, 1968.