الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة ابن خلدون -تيارت-

كلية العلوم الإنسانية والعلوم الاجتماعية

قسم العلوم الإنسانية

إشكالية الصورانية في الرياضيات المعاصرة

إعداد الطالبة:

- بوعلام الزهرة

إشراف الأستاذ:

-أ.بوعمود أحمد

أعضاء لجنة المناقشة

أ.حفصة الطاهر..رئيسا

أ.بوعمود أحمد..مشرفا

أ.راتية الحاج..مناقشا

السنة الجامعية: 2015م/2016م

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿ قَالُوا سُبْحَانَكَ لَا عِلْمَ لَنَا إِلَّا مَا عَلَّمْتَنَا إِنَّكَ أَنْتَ الْعَلِيمُ الْحَكِيمُ﴾

(سورة البقرة: الآية 32)

الإهــــداء

إلى من طواه الثرى، وعانقه الكرى، وفؤادي الذي انتزعه مني الردى، إلى من تقلد مسارح الأبدية وعاش مخلدا في نفسي، إلى تذكار الماضي، إلى حنين الصبا وأيام أنسي، إلى روح والدي يرحمها الله ويسكنها فسيح جنانه.

إلى سويداء القلب، إلى من سقتني ذرها، وحبتني بصدرها، إلى من لقاؤها ترياقي، إلى أجمل الهدايا وأنفس العطايا، إليك: أمي الحبيبة أطال الله في عمرك.

إليكما أهدي عصارة جهدي المتواضع.

كما أهديه إلى كل العائلة، إخوتي بالقطاع العسكري وخاصة: رابح، توفيق، إسماعيل، محمد، سفيان، يوسف.

إلى شقيقة القلب ورفيقة الدرب، التي كانت السند لي في تسلّق رتب المعالي، إليك إبنة خالتي وأختي: خالدية .

إلى لآلــــئ البراءة الصغيرة:

جدوجة، صارة، عماد الدين، إسلام، أسامة، أنس عبد الجليل، وليد، عبد الله.

إلى كل من ساعدني من قريب أو من بعيد وأخص بالذكر خالتي، وأبي الثاني تبات جلول.

إلي صديقاتي العزيزات: حليمة، مريم، أسيا، فاطيمة، عاشورة، خالدية.

أهدي ثمـــرة هذا البحـــث.

إليكم جميعــــا.

الشكـــــر

الشكر والفضل لله أولا، الذي منّ عليّ بنعمته لإتمام هذا البحث
فالحمد والشكر لك ربّي.

ثانيا أوجه شكري وإمتناني وعرفاني للأستاذ المشرف، الذي بذل كل مابوسعه من أجل إخراج هذا العمل في أحسن صورة وفي أكمل وجه، الذي تعلمت على يديه المبادئ الأولى للفلسفة، وغرس فيّا حب الحكمة والسعي وراءها، وعمل على تأطيري أحسن تأطير طوال سنين دراستي، إلى الذي كان ومزال مبعث الأمل طوال عهد دراستي، إلى من قدّم لي التسهيلات وكل الدعم والتشجيع لتجاوز العراقيل، وإتمام البحث وتقديمه للمناقشة، فله مني جزيل الشكر، إليك أستاذي الفاضل بوعمود أحمد.

وأوجه شكري كذلك إلى كل أساتذة الفلسفة الأفاضل، بقسم الفلسفة، جامعة ابن خلدون–تيارت–، وعلى رأسهم: الأستاذ راتيا الحاج والأستاذ حفصة الطاهر.
فلكم منّي جميعا جزيل الشكر ودمتم في خدمة الفلسفة.

الزهـــــرة بوعلام.

مُقَدِّمَةٌ

مقدمــة:

لقد ظهرت الرياضيات لتلبية حاجات الإنسان الضرورية كالقيام بالحـــسابات في الأعمـــال التجارية، وقياس المقادير كالأطوال والمساحات، وتوقع الأحداث الفلكية، ولهـــذا فقـــد كانـــت شديدة الإرتباط بالواقع العملي والحسي وبالممارسة اليومية للإنسان، وتعتبر هذه المرحلة الجينيـــة للرياضيات، ونجدها في الحضارات القديمة كالحضارة الفرعونية والبابلية.

ومن هذه المرحلة وإنطاقا من الحاجات الثلاثة، إنبثقت الأقسام أو الفروع الثلاثة للرياضيات، وهي دراسة البنية، الفضاء والمتغيرات، فدراسة البنيات أدت إلى ظهور الأعداد، بدايـــة بالأعـــداد الطبيعية والأعداد الصحيحة والعمليات الحسابية المطبقة عليها، ثمّ أدت الدراسات المعمّقة في مجال الأعداد إلى ظهور نظرية الأعداد كنظرية قائمة بذاتها؛ أي علم الكم المنفصل، وفضلا عن ذلـــك أدّت نتيجة البحث عن الطرق لحل المعادلات إلى ظهور علم الجبر، كما تمّ تطبيق الفكرة الفيزيائية المتمثلة في الشعاع إلى الفضاءات الشعاعية وتمت دراستها في الجبر الخطي.

وبدراسة الفضاء تأسس مايعرف بالهندسة، التي هي علم الكم المتصل، ووضع إقليدس أوّل نـــسق إستنباطي هندسي، فسميت بذلك الهندسة نسبة إليه"الهندسة الإقليدية".

ونظرا لنسقية الهندسة، اعتبرت الرياضيات عند اليونان علما نظريا للمعرفة اليقينية لايرقى إليهـــا الشك، وظل كتاب العناصر(الأصول) لمؤلفه إقليـــدس(حـــوالي 300 ق.م)، المرجـــع الوحيـــد للرياضيين مدّة قرون عديدة لما شمله من تجديد نتيجة اهتماماته المنطقية، وقد أدى ذلك إلى هيمنـــة الهندسة الإقليدية حتى القرن 18م. وعندما نتكلم عن الرياضيات في اليونان لا يمكننا بـــي حـــال من الأحوال أن نتجاهل مساهمة العديد من الرياضيين اليونانيين منهم:طاليس، أفلاطون، أرسطو، والتي كانت هامة ليس فقط في الهندسة، بل في شتّى الفروع الرياضية الأخرى.

وفي نهاية القرون الوسطى، أخذت الهندسة توجهات جديدة بفعل إكتشاف مبادئ الهندســـة الإسقاطية والهندسة الوصفية، واكتما التطور فيما يتعلق بالترميز الجبري في القرن 16م، وبهـــذا دخلت الرياضيات مرحلة جديدة وهي مرحلة الرياضيات الحديثة، التي أسس فيها الجبر والـــذي اهتم ديكارت بتوضيح معالمه لاحقا، وغيرهم من الرياضيين الذين كانت لهم إسهامات في تطـــوير الرياضيات، التي بلغت ذروتها في القرن 19م مع إكتشافات ديدكند وكانتور للامتناهي، ومنـــه

وجود المجموعة اللامتناهية، أمّا في الهندسة تمّ إعادة النظر في النسق الإقليدي وخاصة المسلمة الخامسة لإقليدس، وهذا ما أدى إلى تأسيس الهندسات اللاإقليدية، كما تطور المنطق من خلال إسهامات جورج بول، فريجه، بيانو، راسل. إنّ هذه الإكتشافات غير مألوفة، وكذا استنتاج وجود تناقضات في مختلف الفروع الرياضية تمّ بلورتها فيما يعرف ب: "أزمة الرياضيات" وهي أزمة الأسس، وهذا ما دعا إلى ضرورة إعادة النظر في هذه الأسس التي يجب الإنطلاق منها لتأسيس رياضيات قوية متناسقة وغير متناقضة، رياضيات خصبة ويقينية، و لم تعد الإشكالية تخص الرياضيين فقط بل كل العلماء على إختلاف تخصصاتهم(وهذا نتيجة تأثير الرياضيات في علومهم)، الفلاسفة والمناطقة، وهذا مايبرز شرعية وجود فلسفة الرياضيات التي إهتمت ومزالت تهتم بهذه الإشكالية الفلسفية الرياضية، ونجم عن ذلك ظهور اتجاهات عديدة كالإتجاه الحدسي والإتجاه الصوري والإتجاه اللوجيستيقي، فأي اتجاه يجب أن تعتمد عليه الرياضيات لإعادة بناء صرحها الشامخ؟

كما تزامنت هذه التحولات التي شهدتها الرياضيات، إعلان ماكس بلانك عن نظرية الكوانتم سنة 1900م، وآنشتاين عن نظرية النسبية سنة 1905م، وهي النظرية التي أطاحت بالنموذج النيوتوني، كما شهدت سنة 1916م توسع المجال الثوري للنظرية النسبية الخاصة، إنّها إنجازات ثلاث غيرت من مسار وملامح العلم الفيزيائي وعملت على ترسيخ ملامح الثورة الفيزيائية وجعلها محور نظرية المعرفة العلمية.

في هذا الإطار المعرفي تندرج صورانية الرياضيات المعاصرة، مع العلم أنّ الرياضيات قد عرفت منذ القدم الطرق والأفكار الصورانية ذات الطابع الإستدلالي، لكن ذلك ازداد في العصر الحديث بحيث أصبح يشكل ظاهرة ملفتة، وهي ظاهرة ترتبط بخصائص الفكر الرياضي عامة والمعاصر على وجه الخصوص، فهي ليست ظاهرة جديدة عن هذا العلم العتيد، فقد برزت منذ أن حوّل اليونان هذا العلم من طابعه العملي إلى الطابع النظري المجرّد بفضل أعمال فيتاغورس إقليدس.

لكن الأمر إختلف في العصر الحديث ليبرز في أشكال متعددة واكبت حركة فلسفية رياضية قادها رياضيون فلاسفة ومناطقة رياضيون، لإعادة النظر في أسس الرياضيات ومبادئها، ومحاولة جعلها تقوم على أساس واحد متين، استنادا إلى هذا سيتطرق هذا البحث لإستجلاء

الأشكال التي برزت فيها هذه الظاهرة بالبحث والتقصي، وكذا الإشكالية التي طرحتها هذه الظاهرة.

أسباب إختيار الموضوع:

وقد كانت من دواعي بحثنا واختيارنا لهذا الموضوع أسباب ذاتية أخرى موضوعية.

الأسباب الذاتية تتمثل في:

1-شغفي المستمر والدائم لدراسة الإشكاليات الخاصة بفلسفة الرياضيات، بحكم أنّني كنت أدرس تخصص علمي في المرحلة الثانوية.

2-النقاشات مع الزملاء حول المواضيع العلمية من منظور أو وجهة نظر فلسفية وخاصة الرياضيات والفيزياء، لأنّ ممارسة فعل التفلسف من قبل المتعلمين، وطبيعة التساؤلات التي تثيرها قضايا العلم والفلسفة على مستوى العلوم الرياضية والفيزيائية، تجعل طالب الفلسفة شغوف بإثارة التساؤلات حتّى من باطن(جوف) العلوم التي تتخذ العقل أداة لها، سعيا منه وراء الحقيقة.

الأسباب الموضوعية نذكر منها:

1-جدّة الموضوع: حيث لم يدرس الموضوع من طرف الكثير من الباحثين.

2-عدم وجود المراجع الكافية في فلسفة الرياضيات، وإذا ما وجدنا مرجعا فإن المادة العلمية الموجودة فيه نجدها في المراجع الأخرى، فتطور الرياضيات أفرز العديد من التساؤلات الفلسفية، ظلت محل نقاش وبحث نظري، جعلت الدراسات والأبحاث قليلة لا تفي بالطموح الإبستيمولوجي المتزايد لطرح العديد من الإشكاليات طرحا علميا أكاديميا، فالدراسات التي تناولت الجانب الصوري في الرياضيات قليلة ولا تفي بغرض الدراسة، بل تجعل طالب الفلسفة يخشى الخوض في مسائل تطور المنطق وعلاقته بالرياضيات مثلا، أو دور الإكتشاف الكانتوري في تطوير الرياضيات وما إلى ذلك.

3- أهمية الموضوع: إنّ فلسفة الرياضيات تطوّرت في نهاية القرن التاسع عشر وبداية القرن العشرين، ولهذا من خلال عرض إشكالية الصورانّية في الرياضيات المعاصرة، سنقف عند أهم النقاط التي ارتكزت عليها، واهتمت بها خلال هذه المرحلة.

وعلى ضوء ما سبق، فإن الإشكالية المحورية في هذا البحث تدور حول التعريف بأشكال هذه الصورانّية في الرياضيات المعاصرة، والإشكالية التي طرحتها هذه الأشكال، ودورها في تطوير هذا المبحث الفلسفي من خلال معالجتنا للمسائل الإبستيمولوجية الرياضية والحلول المقترحة لها.

إشكالية الموضوع:

وتندرج تحت الإشكالية المحورية الأسئلة التالية:

- هل الطابع الصورانّي الذي تعرف به الرياضيات نابع من طبيعة موضوعها- المفـــاهيم الكميــــة المجرّدة — أم من طبيعة البرهنة والإستدلال الرياضي القائم على التحليل والإنشاء، الـــذي قوامــــه نظريات وقوانين وعلاقات ؟

- هل الصورانّية ملازمة للرياضيات كعلم يهتم بدراسة المفاهيم الكميــــة المجــــردّة أم أنّ تطـــور الرياضيات وبالنظر إلى خصوصيتها الدقة ،اليقين ،الموضوعية ،جعلها توصف بالصورانية المغالية في التجريد ؟

- هل استعارة العلوم الطبيعية للعلاقات الكمّيّة الرياضية المجردة في صياغة القانون العلمي أكسبها نوعا من الصورية فأصبحت الصيغ الرياضية قوام القوانين العلمية كصيغ عقلية مجردة ؟

- هل امتثال الرياضيات للطابع المجرّد الذي استحوذ على علاقاتها جعل منها علم صوراني ؟ أم أنّ استعارة العلوم الفيزيائية للرياضيات كمنهج للبحث والدراسة بفعل الصياغة العقلية والإشـــتقاق الرياضي علاوة على الإستدلال والبرهنة جعل منها علم صورانّي ؟

منهج الدراسة:

وللإجابة عل هذه التساؤلات، اعتمدنا أساسا على مؤلفات خاصة بفلسفة الرياضــــيات والمنطق، بعضها باللغات الأجنبية، التي سعت إلى توضيح هذه الإشكالية، وقد توخينا الموضـــوعية قدّر الإمكان في قراءة وتحليل واستنباط الأفكار والنتائج، معتمدين في ذلك على منـــهج تحليلـــي نقدي بالدرجة الأولى وتاريخي مقارن، من أجل الإستقصاء التاريخي لتطورات الفكر الرياضـــي المعاصر متّبعين أعمال كبار الرياضيين، إبان القرن التاسع عشر وبداية القـــرن العـــشرين، والـــتي واكبت أزمة الأسس وفلسفة الرياضيات:

- منهج تحليلي نقدي لأنّ ماجاء في مؤلفات هؤلاء الرياضيين كان غامضا إلى أبعد الحدود، ممـــا يضطرنا إلى ضرورة الوقوف عند كل مفهوم، وتحليله بدّقة وخاصة أنّها مفاهيم رياضـــية يجـــب توضيحها للقارئ.

- منهج تاريخي وهذا راجع إلى طبيعة الموضوع؛ حيث في كل مرّة نستقرأ تـــاريخ الرياضـــيات والمنطق، نعود إلى الماضي كي نتحدث عن الحاضر، ويتسنى لنا الحديث عن المستقبل، عن تطـــور الرياضيات، عن صيرورة الرياضيات.

- وكونه مقارنا لأنّه كما أشرنا آنفا، أنّ من أهداف البحث الوقوف عند كل طـــرح في مجـــال فلسفة الرياضيات والمنطق، واستنتاج أوجه الإختلاف والتشابه؛ أي المقارنة بينهما، ولـــيس هـــذا فحسب، بل إنّ عرض المفاهيم من خلال تطوّرها، يجعلنا نعمد إلى أن نقارن بين السابق واللاحق.

الدراسات السابقة:

هذا، وقد تعرضت دراسات وأطروحات مختلفة سابقة لهذا الموضوع بالتحليـــل والنقـــد أو بالعرض والإعتراض، ويمكن أن نقسم الدراسات السابقة إلى قسمين:

1-دراسات أكاديمية نوقشت بالجامعات الجزائرية.

2-دراسات سابقة، نشرت في شكل كتب أو مقالات وحتّى مجلات وملتقيات.

من الأجدر أن نشير أولا إلى ذكر الدراسات الأكاديمية التي أنجزت في الجامعات الجزائرية، وتجدر بنا الإشارة إلى أنّه لم تكن الدراسات مطابقة لعنوان الموضوع، ولكنها محايثـــة لـــه مـــن حيـــث المضمون.

1-الدراسة الأولى: بعنوان" فلسفة الرياضة عند جان كفاييس"، من إعداد زبيدة مونية بن ميسي حرم بن عيسى، رسالة مقدمة لنبيل شهادة دكتوراه العلوم في الفلسفة، كلية العلـــوم الإنـــسانية والعلوم الإجتماعية، جامعة منتوري قسنطينة، 2007-2008، حيث نجحت في تفكيك بعـــض العناصر التي لها علاقة بموضوع مذكرتنا، ومن بين الفصول التي تناولتها والتي لها علاقة بالموضوع نجد:

الفصل الأوّل من الباب الأوّل، فقد تناولت فيه نظرية المجموعات قبل كانتور، حيث أبرزت فيـــه بداية الأزمة الرياضية في القرن 19م، من خلال التطرق إلى أزمة اللامتناهي.

الفصل الثاني من نفس الباب، أشارت فيه إلى الإكتشاف الكانتوري لنظرية المجموعات، من خلال المراحل التي مرّ بها للوصول إلى النتيجة، وأهم المفارقات التي ظهرت ودورها في تطوير النظريـــات الرياضية.

-أمّ بخصوص الملتقيات والمؤتمرات حول هذا الموضوع عموما نجد: "فلسفة التصور" وهو مـــؤتمر دولي انعقد أيام 2،3،4 ديسمبر 2004 بأوروبا، من طرف مركز الفلسفات والعقلانيات .

-كما نجد مقال بعنوان :" أثر تطبيق النظريات المنطقية الرياضية في الفلسفة المعاصرة لــ: رشـــيد محمد الحاج صالح، من مجلة عالم الفكر، دراسات فكرية وثقافية، المجلد 33، المجلس الوطني للثقافة والفنون والأداب، الكويت .

- أمّا بحصوص الكتب فقد كان كتاب:" نظرية الأضداد الأسس الرياضية لفلـــسفة الطبيعـــة"، للدكتور ممدوح مفيد، من أهمّ الكتب التي تتحدث عن التطبيقات الرياضـــية في مجـــال العلـــوم الفيزيائية.

إلا أن تناول إشكالية الصورنة في الرياضيات المنطق، ضئيل لا يفي بالغرض المطلوب وخاصة وأن الرياضيات في علاقتها بالمنطق، لا تتوقف عن التطور، علما أن الرياضيات كلما تطورت ،كلمـــا إزدادت تجريدا وصورنة إلى درجة أن سماها البعض علم التجريد، حيث أن الأنظمـــة الرياضـــية المعاصرة أنظمة صورية تتضمن علاقات مجردة، بل حتى الأنساق المنطقيـــة الرياضـــية مغاليـــة في التجريد، وهذا ما دفعنا بالتحديد إلى تناول إشكالية الصورنة في الرياضيات المعاصرة، حـــتى وإن كان ذلك يقتضي معرفة علمية رياضية بطبيعة القوانين والعلاقات الرياضية والمنطقية وطرق البرهنة والإستدلال.

وللإجابة على الأسئلة المطروحة، اعتمدنا على مؤلفات عديدة وحاولنا دراستها بدقّة وأخـــص بالذكر: "فلسفة الرياضة"، للدكتور محمد ثابت الفندي، " مدخل إلى فلسفة العلـــوم العقلانيـــة المعاصرة وتطور الفكر العلمي" للدكتور محمد عابد الجابري، بالإضافة إلى "أصول الرياضـــيات"، لبلتراند راسل، و" الأكسيوماتيك"، لروبير بلانشي.

هيكل خطة البحث:

ولتحقيق هذا الهدف جاءت خطة البحث وفقا لهذا المسار كالتالي:

مقدمة: عرّفنا فيها بالموضوع وأهمية وأسباب ودواعي اختياره، ثمّ حددنا الإشكالية المحوريّــــة، والمشكلات الفرعية، فالمنهج المعتمد وبعدها تحليل الخطة المعتمدة وبعض الــصعوبات والعراقيـــل الموضوعية التي اعترضت البحث.

مدخل عام: تعرضنا فيه للرياضيات كعلم عتيد وتطوراته عبر التاريخ، ثمّ أشرنا فيه كذلك إلى طبيعة العلاقة بين الرياضيات والفلسفة.

ثمّ قسمنا البحث إلى ثلاثة فصول، وكل فصل إلى ثلاث مباحث يحتوي كل مبحث على عناصر.

الفصل الأوّل وعنوانه: تحوّل الرياضيات من الطابع المحسوس إلى الطابع المجرّد، اعتمدنا فيه على تحليل فكرة انفصال الرياضيات عن الإرتباط بقضايا الواقع الفيزيائي والمكان الذي يقدمه الحدس الحسي، من خلال التحوّل الذي شهدته الهندسة بعد ظهور الهندسات اللاإقليدية وظهور نظريـــة المجموعات الكانتورية، هذه الأخيرة التي دفعتنا إلى التطرق إلى أزمة اللامتناهي، وذلك عن طريـــق الرجوع إلى البدايات الأولى لهذا التصور وتتبع مساره التطوّري، من الفكـــر القـــديم إلى الفكـــر الحديث والمعاصر، من المنظور الفلسفي إلى المنظور الرياضي.

الفصل الثاني: تعرضنا فيه للنسق الصوري وتطبيقاته في العلوم التجريدية، من خلال فكرة ردّ الرياضيات إلى المنطق، بفضل أعمال الرياضيين المناطقة، الإيطالي جوســـيي بيـــانو والألمـــاني جوتلوب فريجه والإنجليزي برتراند راسل، التي أسست الرياضيات على المنطق، وأشرنا فيه كذلك إلى البرنامج الصوري لهلبرت ومكوناته في إطار مايعرف بالصوريّة الخالصة عند هلبرت، بالإضافة للإنتقادات الموجهة إلى هلبرت من خلال عرض براهين عدّم التناقض، خاصة عند غودل وغنتزن، هذه الاخيرة التي فتحت المجال لكل من بروور وهيتنغ من خلال فكرة حدسية الرياضيات.

الفصل الثالث: وقد عنوناه بالتحوّل الذي شهدته الرياضيات في انتقالها من لغة للعلـــم إلى منهج للعلوم، معتمدين على الفيزياء كنموذج، من خلال محاولة الكشف عن المبادئ الرياضية التي اعتمدت عليها الفيزياء في صياغة قوانينها العلمية ، بداية من التصوّر الفيزيائي الكلاســـيكي مـــع

كوبرنيكوس، كبلر، غاليلي ونيوتن، إلى غاية الفكر الفيزيائي المعاصر مع آنــشتاين، هـــايزنبرغ وماكس بلانك، وكيف أصبحت الرياضيات اليوم منهج الفيزياء المعاصرة.

وأخيرا خاتمة: اجتهدنا أن نضع فيها أهم النتائج التي توصلنا إليها من خلال هذا البحث.

وقد أرفقنا البحث بفهرسين اثنين، أولهما خاص بالمصطلحات الفلسفية والعلمية الـــواردّة في البحث، وثانيهما خصص للأشكال الواردة في مضمون البحث.

صعوبات الدراسة:

ولايخفى على كل باحث مبتدئ مواجهة صعوبات عديدة في إنجاز عمله، تفرضها متطلبـــات البحث العلمي، وأخرى تفرضها ظروف الباحث، ونذكر من أهمها:

1-مشكلة الترجمةـــ إنّ الأعمال التي تناولت موضوعات الفكر الرياضـــي المعاصـــر وفلـــسفته ومفاهيمه، المرتبطة بالتطورات العلمية خاصة، متوفرة باللغة الأجنبية، مما يجعل ترجمتها ونقلها إلى العربية لغة البحث قد تفقدها معناها ودلالتها الحقيقية.

2-أمّا المصادر التي تخدم الموضوع في جوهره، فهي غير متوفرة، وهذا هو سبب اعتمادي في غالبية البحث على المراجع ذات الصلة بالموضوع، كمؤلفات روبير بلانشي، ومحمد ثابت الفندي.

3-الإعتماد على نسخ الكتب بصيغة (pdf)، وهذا مايصعب عملية الإطلاع والتفحص.

4-تشعب الموضوع نظرا لعدم تحديد النموذج، مما يستدعي التركيـــز في اســـتخلاص الأفكـــار وترتيبها بالتوازي مع الوقت المحدد.

وعلى الرغم من هاتين الصعوعبتين، وبتوفيق من الله واصلنا البحث، واستطعنا تجاوز هذا العناء الكبير في البحث، من حيث البحث عن المادّة العلمية وفهم مضامينها، خاصة وأنّ الموضوع كـــان علميا يحتاج إلى تدقيق وتمحيص.

وفي الأخير، أرجوا أن يزيل هذا البحث اللّثام عن بعض خصائص الفكر الرياضي ومفاهيمه وخصائصه، كنموذج للفكر العلمي، وكرافد للفكر الفلسفي المعاصر الذّي ولد في الكـــثير مـــن الأحيان في رحاب العلم.

كما أرجوا من الله سبحانه وتعالى التوفيق في هذا العمل المتواضع الذي لايوازي المستوى المخصص له، خاصة إذا علمنا أنّ الحجم الهائل من المعلومات التي تزخر بها الرياضيات، لايسعها ماقدمناه من معلومات في الصفحات القليلة المجسدّة، وما أثرناه من تساؤلات عامة ماهي إلا أســئلة تتطلــب إجابات مقنعة وشافية، تحتاج إلى توّسع وتعمّق، فليعذرنا من قرأها، للنقــائص الــتي تكتنفهــا وللأسئلة التي لم نجد جوابا لها، وللثّغرات التي تتخللها.

مدخـــــــــل

إن المتأمل للأطوار التي مرّ بها التفسير العلمي عبر التاريخ، يجد أن المعارف لم توجد دفعة واحدة وإنما بالتدرج إلى أن تكتمل ويعاد صياغتها من جديد بصيغة تتفق والعصر الذي ظهـــرت فيه، مما يعني أنّ نتائج المعرفة العلمية قاصرة عن الوصول إلى هدفها النهائي وغايتـــها القـــصوى، والكمال اليقين المطلق، ومن العلوم التي عرفت قفزات في هذا المجال الرياضيات؛ هذه الأخيرة التي تشبهت بها العلوم المختلفة، لدقتها وصرامة منهجها حيث أصبح يقال أنّ المتتبع لتـــاريخ المعرفـــة الإنسانية يجد أنّ نموذجها الأول والأبرز هو الرياضيات، التي عدت منذ القدم نموذج اليقين العلمي على الإطلاق، مقارنة ببقية العلوم التي لم تظهر وتتحدد إلا حديثا بعد انفصالها عن الفلسفة بداية العصر الحديث.

لذلك يجد الباحث في هذا المجال نفسه مضطرا للنظر في تاريخها، الذي يتطلب الإصـــغاء إلى الرياضيين والمناطقة والفلاسفة وهم يلتقون دائما في مراحل تقدم هذا العلم ومعالجة مشكلاته ومفاهيمه وقضاياه، حيث تذكرنا في هذا الصدد أسماء عظيمة من قبيل "فيتاغورس"، "أفلاطون"، "إقليدس" قديما، "ديكارت"، "ليبنتز"، "كانتور"، "فريجه"، "بيانو"، و"رسل" حديثا.

حيث جاء في مؤلف "غاستون باشلار"، الفكر العلمي الجديد، علـــى لـــسان جوفـــه (Juvet): "إننا نتظاهر بعدم بناء النظام التبديهي من منطق العلم السابق، إلا أننا في الواقع نقـــيم هذا النظام التبديهي على القضايا المعروفة فقط".[1]

يتبين لنا من هذا الكلام، أن التفسيرات في الرياضيات لم توجد دفعة واحدة[2]، وإنما نتيجة تطورات شهدتها ساحة الرياضيات انتهت إلى الإقرار بالتنوع والكثرة في الأنساق.

لربما يتساءل القارئ: لماذا كانت بداية كلامنا عن الرياضيات، بالتعدد دون الوحدة التي بدأت بها في الماضي؟ الإجابة، باختصار أن الرياضيات اليوم ما هي إلا نتيجة للماضـــي، ولكـــن

[1] – "En construisant une axiomatique, on cherche a ne pas avoir l'air d'utiliser que la science qu'on fonde a déjà appris, mais vraiment ce n'est qu'a propose de choses connues qu'on établit une axiomatique", G.BACHELARD ,le nouvel esprit scientifique, nâgî éditions, 1990,P41.

[2] – سنركز على الأنساق العامة منذ وجودها في الحضارة الإغريقية إلى العصر المعاصر، حيث سنتطرق إلى المسائل والمشكلات التي أثـــيرت مـــن وهناك، بخصوص الاتصال والانفصال في المكان ونظرية المجموعات عند "ج.كانتور"، وأزمة الأسس وفكرة الزمرة، ومشكله حدسية الرياضـــيات وبحتيتها في الفصل الأول والفصل الثاني،ما دمنا أننا نهدف في النهاية إلى تبيان الطابع الصوراني في الرياضيات.

بشيء من التنوع والخصوبة شبه المطلقة لنتائجها؛ لأن اليقين الذي تمتعت به الرياضيات في الأمس كان يقينا مطلقا صادقا تماما على واقع الإنسان في ذلك الوقت، ومطابقا للعالم الخـــارجي الـــذي يحياه. إلا أن هذا اليقين يهمنا فيه الإرتباط المنطقي الصارم الذي عبر عنـــه علمـــاء الرياضـــيات ب:"تلك الموضوعات التي لا وجود لها إلا كعلائق ولا سبيل إلى إدراكهـــا إلا داخـــل منظومـــة الإمكانات المنتظمة التي تتيحها العلائق التي تحددها"[1]. وبات علماء الرياضيات التفكير بكل حرية في إيجاد انساق تتفق فيها المقدمات مع النتائج اتفاقا منطقيا دون البحث عن صدقها وكذبها، وما يبرز ذلك ما طرحه روبير بلانشي في مؤلفه الأكسيوماتيك، من توضيحات تبين مدى التماسك أو التناقض.[2]

لذلك أصبحت تعرف بأنها علم فرضي استنباطي تجاوزت بذلك التعريف التقليدي الـــذي يجعلها حدسية مهمتها تجريد العالم الخارجي في كم متصل وكم منفصل.

والآن ننتقل إلى تحليل ما أعطيناه، لنوضح المسيرة التاريخية ليس كسرد وإنمـــا كـــاختلاف للتفاسير في بناء القضايا الرياضية، ما يجعلنا نطرح السؤال التالي: كيـــف يـــتم تفـــسير تـــاريخ الرياضيات؟ وتعدد التفسيرات واختلافها يجعلنا نتساءل عن الأساس؟.

1-الرياضيات والفلسفة

إن الرياضيات كنسق استنباطي كانت لها صلة بالمعارف الأخرى، كما سبق وأن ذكرنا ولقد كانت هذه الصلة واضحة خاصة مع الفلسفة التي كانت على اهتمام بتحليل مبادئ العلـــوم وتبريرها، كما فعل "أرسطو"، الذي كان عارفا برياضيات عصره وتحليله لأسسها وأصولها كمـــا يدل عليه كتابه "التحليلات الثانية" حيث تناول في البرهان اليقيني الرياضي من حيث صلة هـــذا البرهان بالمنطق الصوري، مبينا أن اليقين الذي تمتاز به القضايا الرياضية ونظرياتها مستمدة من أنها علم برهاني. وهو العلم الذي يحتاج لقيامه كعلم إلى أسس أو مبادئ يبدأ بهـــا برهـــان، قـــضاياه ونظرياته، وتتميز تلك الأسس أو المبادئ بقلة العدد وعدم قابليتها للبرهان في العلم الرياضي نفسه. ومن هذه المبادئ ما هو مشترك بين العلوم، جميعا كالمبادئ الأولية للفكر، مبدأ الهوية ومبدأ عـــدم

[1] - بن عبد العالي عبد السلام وسبيلا محمد ، نصوص المعرفة العلمية، دار توبقال للنشر، الدار البيضاء، المغرب الأقصى، ط2، 1996،ص 64.

[2] -بلانشي روبير ، الأكسيوماتيك، تر: محمود اليعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، (د.ط)، 2004، ص ص 46- 47.

التناقض ومبدأ الثالث المرفوع، ومنها كذلك ما هو خاص بكل علم لوحده ومن أهمها بالنسبة للرياضيات التالية:[1]

أ-التعريفات: وهي قضايا تشرح معنى الحدود الأولية ولا يقال لها صادقة أو كاذبة، كتعريف الخط بأنه طول لا عرض له.

ب-الأصول الموضوعة: وهي البديهيات أو تلك القضايا التي لا برهان عليها وتتميز بالوضوح الذاتي مثل القضية القائلة بأن الكل أكبر من الجزء.

ج-المسلمات (المصادرات): وهي القضايا التي لا برهان عليها، نصادر بها حتى تتضح فيما بعد في إقامة البرهان، كالقضية القائلة بأن المتوازيان لا يلتقيان مهما امتدا.

وكل هذه المبادئ لا تبرهن في العلم الذي يقوم عليها، وإنما في علم أعلى كالفلسفة الأولى، ويشهد هذا التحليل الأرسطي غير المسبوق في تاريخ الفكر، باهتمامه الكبير بأسس العلوم وفلسفتها من خلال فحصه لأسس ومصادر اليقين الرياضي التي يقوم عليها البناء الرياضي ككل، لكن "أرسطو" لم يذهب إلى أبعد من هذا التحليل، فلم يقدم نسقا رياضيا على هذه العناصر التي ميزها، وهو ما قام به إقليدس فيما بعد.

وكانت هذه العلوم ممثلة في الرياضيات تقدم بدورها للفلسفة النموذج في التفكير الدقيق القائم على مبادئ أولية كعلم نظري، حيث تجدر بنا الإشارة وهنا بالضبط إلى تذكر محاولات الفلاسفة في جعل الفلسفة علما مضبوطا قائما على أسس برهانية رياضية.

حيث بدأت تلك المحاولات في بناء الفلسفة على أصول علمية في العهد اليوناني، متخذة شكلا رياضيا عند "فيتاغورس" و"أفلاطون"، فقدر الفيتاغوريين أصل الكون إلى العدد كمفهموم مجرد، فالأشياء اختلفت عن بعضها البعض فهي تتأسس على العدد، لأن كل ما نراه مركب من أعداد...التي هي متفرعة عن الواحد الذي هو مبدأ الكثرة، فهو مبدأ الوجود.

أما "أفلاطون"، فقد جعل المعرفة بالرياضيات شرطا للإنضمام إلى مدرسته والإلتحاق بها كما اعتبر "أفلاطون" أن الرياضيات ليست علمية بل ذهنية تتمثل في تيسير طرق النفس في انتقالها

[1] – ثابت الفندي محمد ، فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت، (د.ط)، 1969، ص 44.

من دائرة الأشياء الفانية إلى تأمل الحقيقة الثابتة الخالدة، التي توجد بشكل مستقل وكامل في عالم المثل لا في عالم المحسوسات.[1]

وفي العصر الحديث حاول بعض الفلاسفة جعل الفلسفة عبارة عن رياضيات، توخّيا للدقة واليقين والابتعاد عن الجدل الميتافيزيقي والسفسطة الكلامية، فقد حاول "ديكارت" أن يستوحي منهج الفلسفة والعقل الحديث الذي افتتح طريقه من الرياضيات كما هو معروف من خلال خطوات المنهج (البداهة، التحليل التركيب، الإحصاء).

وبعد "ديكارت" استخدم الفيلسوف الهولندي "سبينوزا" (1632- 1677) في كتابه الأخلاق المنهج الهندسي للدلالة على أنه لا يقدم في هذا الكتاب، إلا ما يراه متفقا مع البداهة واليقين أو البرهان العقلي، حيث تتتابع في هذا الكتاب سلسلة من التعريفات والقضايا المدعمة بالأدلة العقلية، وكأننا نتابع كتابا في الهندسة يقدم لنا مجموعة من النظريات التي يستند بعضها إلى بعض، حيث يتعذر فهم النظرية التالية دون النظرية السابقة.

كما يعد الفيلسوف الألماني "ليبنتز" رائد الحركة العلمية في الفلسفة، عندما أراد أن تكون الفلسفة رياضية، لكي ينتفي ذلك الجدل العقيم الذي كان يسودها وتصبح الأفكار مضبوطة في هيئة رياضية أو حسابية، فكانت محاولاته الجدية في بناء المنطق على أسس رياضية تستهدف بناء حساب منطقي (calculus logical) على غرار ما هو معروف في الرياضيات. فقام بوضع برنامج منطقي، داعيا إلى إيجاد لغة واحدة ودقيقة، حيث أصبح هذا البرنامج فيما بعد من أهداف المنطق والفلسفة في الفكر المعاصر.

وهو نفس الأمر الذي نجد "فريجيه" يحاول تحقيقه ببناء لغة شكلية صورية رمزية على هيئة حساب في بحثه المعروف لغة الأفكار(begriffschicift) سنة 1879. الذي وضع فيه بديهيات تخص منطق القضايا والدالات على هيئة رياضية دقيقة، معترفا بهيئة مخطط "ليبنتز".

[1]- عابد الجابري محمد ، مدخل إلى فلسفة العلوم، تطور الفكر العلمي والعقلانية المعاصرة،ج1، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، ط6، 2006، ص 59.

2-الرياضيات قبل اليونان:

مما هو متعارف عليه حسب مؤرخي العلم أن الرياضيات كعلم نظري ظهرت عند اليونان خاصة مع "فيتاغورس" ومدرسته في القرن 6 القرن.م ثم "إقليدس" وكتابه "الأصول"، وقد بـــنيّ ذلك على أساس الرياضيات المشخصة التي عرفتها الحضارات القديمة في الشرق خاصة في مـــصر وبابل، حيث توصلوا إلى العديد من الكشوف والمعارف بصورة علمية لكن تحت ضغط الحاجات التي تفرضها الحياة الإقتصادية في الزراعة والري والتجارة وغيرها.

حيث كانت الهندسة العلمية ممثلة في علم المساحة والحساب نتيجة ابتكار طرق هندســية لتحديد الأراضي الزراعية والري بعد فيضانات واد النيل، وكذلك اهتمامهم ببناء الأهرام، كـــان عاملا في التقدم الإستعمالي الحساب والهندسة. مما جعلهم يكونون على دراية ومعرفة بالعمليـــات المتعلقة بمساحة نصف الكرة، والمثلث المتساوي الـــساقيين وخاصـــة الـــوتر في المثلـــث القـــائم الزاوية...الخ، وحتى استعمال بعض الرموز، حيث كانوا يرمزون بساقيين إلى الأمام بعملية الجمع وبساقيين تتجهان إلى الوراء للطرح.

أما البابليين فقد برعوا في استعمال الحساب والهندسة من خلال تنظيم الفلاحة والملاحــة والري ودراسة حركة الكواكب والنجوم وقياس الزمن، وبالتالي اهتدوا إلى الكثير مـــن المعـــارف الرياضية، كقياس النسبة بين محيط الدائرة وقطرها بالتقريب، وكذلك حل معادلات من الدرجـــة الثانية وحتى الثالثة حسب بعض الدراسات الحديثة.[1]

وبذلك يتبين أنهم كانوا يمارسون البحث الرياضي العملي إلى الجانب النظري وإن كان بصورة أقل جزئية غير منسقة، و لم يتأت ذلك مع اليونان حيث قاموا بتحويل تلك المعارف العملية إلى رياضيات نظرية ذات طابع عقلي نظري.

3-الرياضيات النظرية عند اليونان:

تتجلى هذه الرياضيات في ظهور مفاهيم وطرق جديدة في التفكير لم تكن موجودة مـــن قبل، وبالتالي تشكل الفكر الرياضي عند اليونان، كالتجريد والتعميم والتحليل والتركيب، كـــل

[1] - عابد الجابري محمد، المرجع السابق، ص 56.

هذه الخصائص جعلت الرياضيات في صورة عقلية بعيدا عن التطبيقات العملية والحاجات الاجتماعية.

يمكن أن نلمس ذلك في تصور اليونان للموضوعات والمفاهيم الرياضية، فموضوع الرياضيات كما تمثلها "أفلاطون" في نظريته في المثل ماهيات ذهنية تتمتع بوجود موضوعي مستقل وكامل، فالمثلث والدائرة الكاملة صور تقوم في الذهن، وفي هذا السياق أيضا يأتي اهتمام بالأبحاث التأملية كما هو الحال في مجال الأعداد، حيث اهتموا بخواصها كالصحة والكمال والتناسق، ولعل المثال الأبرز هنا الفيتاغوريين عندما عبروا عن انزعاجهم من الأعداد الصماء لأن العقل لا يتصورها، ولا يمكن النطق بها حتى **!**.

وفي مرحلة لاحقة تحولت الرياضيات من الطابع الحدسي إلى الطابع المنطقي، مع "أرسطو" و"إقليدس" مما مثل تحولات نحو مزيد من التجريد بالإستناد إلى التحليل والتركيب، حتى أصبح البرهان الرياضي مبنيا على قواعد صارمة، تحت تأثير منطق "أرسطو" وقوانينه، وهذا ما نلمحه عند "إقليدس"، حيث أقام هندسته على مبدأ عدم التناقض بين المبادئ وما ينتج عنها، ففي كتابه "الأصول"، نرى الصورة العليا للرياضيات اليونانية، لأنه يتضمن عرضا منظما لقضايا الهندسة الأولية ونظرية الأعداد، حيث وضعت فيه القضايا في شكل سلسلة من البراهين الرياضية، تبدأ من مبادئ بسيطة هي التعاريف والمسلمات والبديهيات، وتنتقل إلى أخرى أكثر تركيبا في استدلال برهاني دقيق، مما جعل هذا الكتاب نموذج للمنهج الإستدلالي الذي عرضه "أرسطو" في تحليلاته، كذلك أنه جمع الجهود السابقة بإحكام منطقي دقيق، كما يعبر "سارطون" عن ذلك بقوله:"كانت أصول إقليدس تأملات استمرت أكثر من ألف سنة"[1]. وبهذا اكتست الرياضيات اليونانية الطابع النظري، بعدما أزاحت عنها كل الشوائب العملية، إلا أنها لم ترق إلى المستوى الحقيقي والدقيق للرياضيات، لإختلاطها بالتفسيرات الميتافيزيقية، ومحاولة جعل الرياضيات كأداة للتبرير فلسفتهم الميتافيزيقية، لكن ما يبرز في هذه الفترة نظرة "أرسطو" من أعمال منطقية، خاصة

[1] - سارطون جورج ، تاريخ العلم، ج4، تر: مجموعة من العلماء إبراهيم البيومي ومذكور وزملائه، دار المعارف، مصر، القاهرة، (د.ط)، 1970، ص 203- 204.

منها البرهان، الذي كان له الأثر البالغ على أعمال "إقليدس" الرياضية؛[1] حيث ألهمه بنسق برهاني يعتمد فيه على مقدمات أولية صادقة، تصدق بذاتها لا بغيرها.[2]

وما يوضح ذلك ما سرده محمد ثابت الفندي بقوله :"أن أرسطو وضح بالنسبة للهندسة في تحليلاته الثانية، وفي كتابه الميتافيزيقا أيضا أن هناك أصولا أو قضايا ابتدائية كالأصول والمسلمات والتعريفات على أساسها تبرهن القضايا الهندسية استنباطيا[3]، لذلك كان "إقليدس" أرسطيا في منهجه البرهاني لما اعتمد عليه من مبادئ استمد شكلها من التحليلات المنطقية الأرسطية، واستمد مضمونها من الهندسة، وجمع بذلك الشتات الذي عرفته الرياضيات، والحساب والهندسة، طيلة فترة وجود الحضارتين البابلية والمصرية القديمة واليونانية إلى عصر "إقليدس".

1 - بالرغم من أن أفلاطون كان أكثر ميلا من "أرسطو" إلى الرياضيات، إلا أنّه لم يستطع تكوين نسق منطقي، ك"أرسطو"، هذا النسق الذي ساعد "إقليدس" على تشكيل الرياضيات.

2 - وعزيز طاهر ، المناهج الفلسفية، المركز الثقافي، بيروت، لبنان، ط1، 1990، ص 98.

3 - ثابت الفندي محمد ، أصول المنطق الرياضي، دار النهضة العربية، بيروت، ط1، 1972، ص 45.

الفَصْلُ الأَوَّلُ

إنّ ارتباط الرياضيات بالمكان الذي يقدمه الحدس الحسي، أملته طبيعة النشأة لهذا العلم، سواء العملية في الحضارات القديمة عند المصريين أو الصينيين والهنود والبابليين، وكـــذلك عنـــد اليونان الذين أوجدوا هذا العالم في طابعه النظري ولكنهم لم يخلصوه مـــن الإرتبـــاط الحدســـي، فالهندسة الإقليدية تنطبق على المكان الذي يقدمه هذا الحدس، ولقد ظل ذلك قائما حـــتى بدايـــة القرن التاسع عشر، حيث كان الفيلسوف الألماني "إيمانويل كانط" يقول: "إن التفكير الرياضـــي ليس صوريا بالمعنى الدقيق لأنه يستخدم دائما الحدوس؛ أي المعرفة الأولية بالزمـــان والمكـــان"[1]، ويعني هذا أن الرياضيات لم تكن صورانية خالصة تهتم باتفاق الفكر مع نفسه، وبقدر ما كانـــت تهتم بمطابقة الأشكال الرياضية للواقع أيضا.

لم تتحرر الرياضيات من ذلك إلا بعد التطورات التي حدثت عقب حركة النقد الـــذاتي والأسس التي بينت أن الحدس الذي جعله "كانط" مصدرا لليقين الرياضي لم يعد كذلك.

لقد ترتب عن ذلك الشكل الأول للصورانية في الرياضيات المعاصرة، من خلال تحويـــل أهم فروعها (الهندسة والتحليل) إلى الطابع الصوراني الذي لا يهتم بمطابقة الواقع، بقدر ما يهـــتم بعدم التناقض بين القضايا داخل النسق الرياضي، فابتعدت بذلك الرياضيات عن القضايا الفيزيائية والمكانية الحدسية.

ومما هو متعارف عليه، تعد الهندسة من الكشوف الرياضية التي نشأت عن حاجات مادية عملية، خاصة عند قدماء المصريين بسبب فيضانات نهر النيل، التي كانت تـــضيع معهـــا حـــدود المساحات. فكانوا يعيدون تقسيمها من جديد بواسطة قياسات هندسية أدت إلى اختـــراع فـــن المساحة بقوانينه العملية، فقد كانوا يعرفون بخبرة عملية أن المثلث الذي تساوي أضـــلاعه (3) و (4) و(5) وحدات مثلث قائم الزاوية، أما البرهان الهندسي النظري، فقد كشفه الرياضي اليوناني "فيتاغورس" بنظريته القائلة: أن مجموع مربع الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع مربعـــي الضلعين الآخرين. ويدل هذا على الدور الذي لعبه اليونان في بناء الهندسة كعلم نظري.[2]

وهذا ما نلمحه في رياضيات إقليدس ومبادئه الهندسية.

[1] – راسل برتراند ، أصول الرياضيات، ج1، تر: محمد مرسي أحمد و فؤاد الأهواني، دار المعارف، القاهرة، (د.ط)، 1964، ص 33.
[2] – رايشنباخ هانز ، نشأة الفلسفة العلمية، تر: فؤاد زكريا، دار الوفاء الإسكندرية، ط1، 2007، ص 123.

المبحث الأول: تحويل الهندسة إلى علم صوراني.

أولا: إقليدس ومبادئه الهندسية.

لقد شهدت الرياضيات مع "إقليدس" تحولا أكثر من الطابع الحدسي نحو الطابع البرهاني والمنطقي، الذي أصبح معه البرهان الرياضي يعتمد على عمليات تجريدية كالتحليل والتركيب وقواعد منطقية ممثلة في القضايا التي ينطلق منها البرهان، وقد عاش هذا الرياضي في الإسكندرية حوالي (350 ق.م)، وضع أعظم كتاب في تاريخ الرياضيات، وهو الكتاب المعروف ب"الأصول"[1]، المتكون من ثلاثة عشر مجلدا، تتنوع موضوعاته بين الحساب والهندسة في نسق متماسك لم يسبق لغيره من أهل الاختصاص أن وصلوا إليه، هذا النسق الذي استمر حتى القرن 19 م، كان أساسا لكل الدراسات الرياضية، خاصة منها الهندسية.[2]

وأهم ما يميز هذا الكتاب الطريقة والمنهج الذين اعتمدهما "إقليدس" في عرض رياضيات عصره، حيث كان متأثرا فيها بفلسفة "أرسطو" ومنطقه كما سبق وأن ذكرنا، من خلال تأكيده على ضرورة بناء المفاهيم على منطلقات أولية.[3]

فالمفاهيم والمنطلقات الثابتة التي أقام عليها الهندسة هي النقطة والخط والسطح:

- النقطة: ما ليس له أبعاد، لا طول ولا عرض ولا عمق.
- الخط: طول بدون عرض أو عمق.
- السطح: ما كان له طول وعرض.

ومن خلال هذه المفاهيم عرف الصور والأشكال الهندسية المختلفة، وقد أسندها لإقامة منهجه الإستنتاجي بمجموعة من البديهيات، خمسة عامة لكل فروع الرياضيات والمنطق، وهي البديهيات، والخمسة الأخرى خاصة بالهندسة وحدها[4].وهي:

---

[1] – سمي عند العلماء المسلمين بهذا الاسم، كما تجلى ذلك في كتاب "نصير الدين الطوسي"، شرح الأصول، وسمي عند العلماء الأوروبيين بالعناصر، وسماه الأوائل قبلهم بالأسطقسات. (أنظر: سعيدان سليم ، مقدمة لتاريخ الفكر العلمي في الإسلام، عالم المعرفة، الكويت، (د.ط)، 1988، ص 45).

[2] – عابد الجابري محمد ، المرجع السابق، ص 74 ،وجورج سارطون، المرجع السابق، ص ص 85- 86.

[3] – سليم سعيدان أحمد ، المرجع السابق، ص45.

[4] – أنظر: سليم سعيدان ، المرجع السابق، ص 46-47، علي ماهر عبد القادر، فلسفة العلوم (المشكلات المعرفية)، دار النهضة العربية، بيروت، (د.ط)،1984،ص ص146-147، وأنظر كذلك: -BURTON, history of math, the MC Graw-hill, Usa,2007,p146.

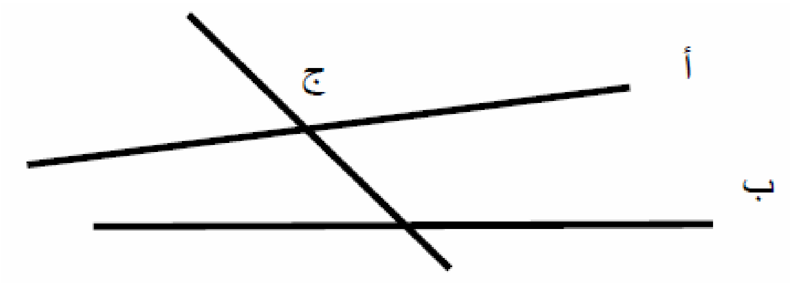
البديهيات العامة: (بديهية التساوي أو المساواة).

- الأشياء التي تساوي شيئا واحدا، أو تساوي أشياء متساوية. تكون متساوية.
- إذا أضيفت أشياء متساوية إلى أشياء متساوية، كانت النتائج متساوية.
- إذا طرحت أشياء متساوية من أشياء متساوية، كانت البواقي متساوية.
- الكل أكبر من الجزء.
- الأشياء المتطابقة متساوية.

البديهيات الخاصة:

- هناك خط واحد مستقيم يصل بين أي نقطتين.
- كل خط يمكن أن يمد من كل طرفيه من دون حد.
- يمكن رسم دائرة حول أي مركز مفروض بأي بعد مفروض.
- الزوايا القائمة متساوية.
- إذا قطع قاطع مستقيمين، فالمستقيمان يلتقيان إذا مدا في الجهة التي يكـــون فيهـــا مجمـــوع الزاويتين الداخليتين المحصورتين بينهما وبين القاطع أقل من قائمتين.

ويمكن توضيح هذه البديهية الأخيرة، بما مثله "إقليدس" من صياغة ينطبق عليها الرسم الآتي.



الشكل-01-

وتسميته بالبديهية وليس بالمصادرة[1]، نابعة من أنه لا يفرق بين المفهومين، إلا من خـــلال العـــام والخاص في البديهيات[2].

---

[1]-Voire: BURTON, History of Math, op.cit p 149.

[2] – لكن في مؤلف عبد الرحمن بدوي "نجده يفرق بينهما"، ويقر بأنهما كانتا في النسق الإقليدي متميزتين، ونفس الشيء نجده عند محمـــد عابـــد الجابري في مدخل إلى فلسفة العلوم، ص ص74- 75.

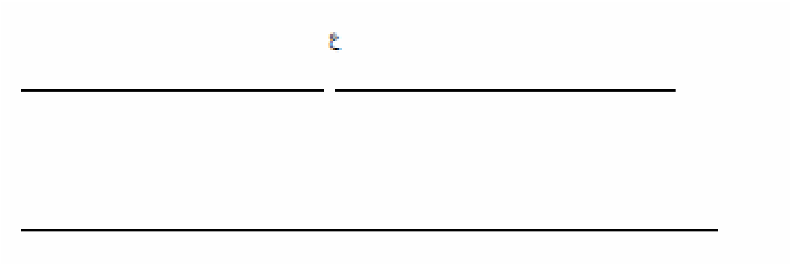
وقد استنتج عدة نظريات من البديهات الأربعة الأولى الخاصة بالهندسة، دون الرجوع إلى البديهية الخامسة، فتركها جانبا حتى برهن على سبع وعشرين نظرية[1].

وهذا التردد الذي انتاب "إقليدس" دليل على غموض بديهية التوازي، ويبدو ظاهريا أننـــا نستطيع البرهنة عليها، لكن في حقيقة الأمر يصعب علينا تجسيد ذلك ولذلك لا مفر لنا من وجهة نظر "إقليدس"، وعلينا أن نقبلها كمسلمة ونستمر في عملنا[2].

وهكذا أقام "إقليدس" هندسته التي تميزت بثلاثة مبادئ على النحو التالي:

-البديهيات: وهي قضايا واضحة بذاتها لا تحتاج إلى برهان، فهي أبسط القضايا ومـــن أمثلتـــها: الكل أعظم من جزئه، الكمان المتساويان لثالث متساويان...إلخ.

- المسلمات: وهي القضايا غير الواضحة بذاتها، يضعها الرياضي ليقيم عليها البرهان، فهي عبارة عن مطلب، ومن أشهرها المسلمة الخامسة التي عرفت بمسلمة التوازي والمعروفـــة بالـــصياغة التالية: من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مواز واحد له، وهي الصياغة المكافئة التي وضـــعها الإنجليزي "جون بلايفر."[3]



الشكل-02-

-التعريفات: وهي عبارة عن الحدود أو القضايا التي توضحها، ومن أمثلتـــها عنـــد "إقليـــدس": المستقيم مجموعة من النقاط غير المنتهية على استقامة واحدة، كالنقطة ما ليس له أبعاد.

لقد استطاع "إقليدس" على أساس هذه المبادئ الرياضية أن يقيم الرياضـــيات كبنـــاء متكامل استنتاجي، وأن يخلصها من القواعد العملية التي كانت عليها خاصـــة عنـــد المـــصريين

---

[1] - سعيدان سليم ، المرجع السابق، ص 53.

[2] - سارطون جورج ، المرجع السابق، ص 88.

[3] - PHILIP Davis, RUBEN Herch, L'univers Mathématique, T.Lucien Chambadal, Gautier-Villars, 1986, p 208.

والبابليين القدماء، وقد ساهم بذلك في إرساء صورانية الرياضيات التي تميزت بها كعلم منذ ذلك العهد.

ولم يتوقف عمل "إقليدس" على دراسة الهندسة، وإنما جعل من الدراسات الحسابية، دراسات تتفق والطريقة الهندسية، أو كما عبر عنها "جورج سارطون" بـ: الجبر الهندسي، لكن في حدود لما أخذته الدراسات الهندسية من جهده وعمله في مؤلفه الأصول[1].

وتوالت بعد ذلك الشروحات والإضافات للرياضيات الإغريقية في نسقها الإقليدي، عند الإغريق أنفسهم بعد موت "إقليدس". كما تجلى ذلك عند "أرخميدس" و"بطليموس"[2]. وقد امتد إلى الحضارة الإسلامية، عند "الكندي" و"الخوارزمي"[3]، "عمر الخيام" و"نصير الدين الطوسي"، بفضل الترجمة التي نقلها "الحجاج بن يوسف" في النصف الأول من القرن 9 م، من اللغة السريانية إلى اللغة العربية[4].

كانت هذه الشروحات والترجمات كعامل مهم لعلماء الرياضيات في العصر الحديث، لتوسيع نطاق النسق الإقليدي أكثر واستنتاج مفاهيم ونظريات أخرى، وأبرز العلماء في هذه الفترة: "ديكارت"، "ليبنتز"، "سبينوزا" و "كانط" وكلهم ساروا على نفس المنهج الذي جاء به "إقليدس" ومن بعده، وبذلك مكثوا أوفياء كغيرهم ممن سبقوهم في الحضارتين الإغريقية والإسلامية، بدليل أن "ديكارت" شك في كل شيء، إلا شيئا واحدا وهو النسق الإقليدي واعتبره مقياسا لليقين والإطلاقية[5].

وظل الصرح الإقليدي شامخا لا تعتريه العيوب في نظر منتحليه، ووجد نفوسا راضية في كل القضايا التي برهن عليها أو سلم بها إلا بعض الشكوك التي ألهمت أصحابها بتناقض قضاياها

---

1 – سارطون جورج ، المرجع السابق، ص ص 91-92. وكذلك: BURTON, op.cit , p p 180-184.

2 – وتجلت إضافات "أرخميدس" بتقديمه براهين على ما أشكل على "إقليدس"، كالبرهان على مساحة الكرة، وحساب حجمها، وذلك كله كان في كتابه: المنهج أو الطريقة. (أنظر: سارطون جورج ، المرجع السابق، ص ص 139- 141،و- BURTON, op.cit, pp201-202، وأما إضافات "بطليموس" تجلت في نقله للنسق الإقليدي إلى المجال الفضائي لرصد حركة الكواكب وجعل الأرض مركز الكون، (أنظر: (BURTO, op. cit, p193

3 – وهو أول من إكتشف الجبر، بعد اتصاله بالثقافة الهندية، خاصة منها المتضمنة للحساب و الأعداد.

4 – توالت بع ذلك الترجمات على يد الكثير من الذين ينتمون إلى الحضارة العربية الإسلامية، ك"محمد بن موسى"، "ثابت بن قرة"، "إسحاق بن حنين"، "قسطا بن لوقا".

5 – سليم سعيدان أحمد ، المرجع السابق، ص 28.

ومسلماتها مع النسق الإقليدي العام، وخاصة منها بديهية التوازي، التي عبر عنـــها "رايـــشنباخ" بقوله:"لقد كانت هناك بديهية واحدة، وهي بديهية التوازي، لم تكن تروق لهم، وكانوا يحاولون استبعادها"[1]. إلا أن محاولة العلماء رفضها عبر العصور، جعلتهم مترددين بين أمرين: إما القبول بها وبذلك الحفاظ على النسق الإقليدي، أو رفضها والإستغناء عنها، وبذلك انهيار النسق الإقليـــدي بكامله[2].

ثانيا: الإنتقادات المتعلقة بمسلمة التوازي الإقليدية.

من هذا المنطلق تعرض منهج "إقليدس" لعدة اعتراضات عبر التاريخ، تجمع على أنه ليس منهجا استنتاجيا محضا، لأنه يعتمد على النظر ويبيح اللجوء إلى العمليات والبراهين العمليـــة، وأن بديهياته ليست محدودة في عشر بل أكثر.[3]

وفي هذا الإطار كانت المسلمات الإقليدية باعتبارها قضايا غير واضحة بـــذاتها يطلـــب التسليم بها دون برهان تثير دائما الشكوك والتساؤل وقد شكلت المسلمة الخامسة محـــل ذلـــك الإعتراض الدائم حتى بداية القرن19م، إذ لم تكن أولية كبقية المسلمات، بل كانت كحقيقة يمكن البرهنة عليها، فإذا كانت المسلمات الأربع الأولى واضحة وتتفق مع الحس، فإن المسلمة الخامـــسة معقدة وغير واضحة.

والسؤال الأهم الذي يطرح حول هذه البديهية، كم يجب أن نمد الخطين حتى نتأكد أنهما يلتقيان أو لا يلتقيان؟ سؤال حير علماء الرياضيات ودفعهم إلى البحث فيـــه، فاتخـــذوا لـــذلك مسلكين: الأول: يتمثل في إعطـــاء تعريـــف آخـــر للتـــوازي، ومـــن هـــؤلاء: "فيليـــونس" (Philoponus) و"بوسدونيوس" (Posdonios) و"بلايفر" (Playfair). والثـــاني: اعتبر البديهية مبرهنة ويجب إثباتها وهذا بافتراض مسلمات أخرى مكافئـــة لهـــا ومـــن هـــؤلاء "بروكليس الأفلاطوني" المحدث في القـــرن 5م (Proclus)[4] و"بطليمـــوس" (Ptolèmée) الفلكي والرياضي الإسكندراني في القرن 2م، و"عمر الخيام" (1123) و"نصير الدين الطوســـي" (1201- 1274)، والإيطالي "ســـاكيري" (Saccheri) (1667- 1733) في العـــصر

1 – رايشنباخ هانز ، المرجع السابق، ص 124.

2 – عابد الجابري محمد ، المرجع السابق، ص 75.

3 – سليم سعيدان أحمد ، المرجع السابق، ص 52.

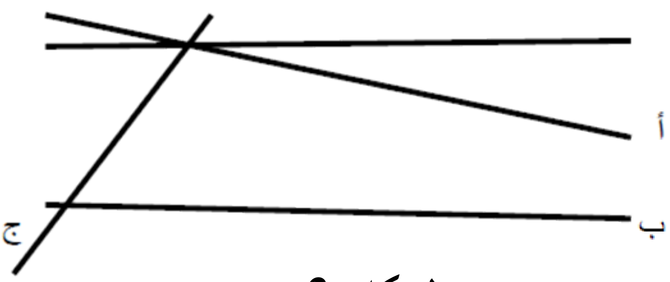
4 – (أنظر: BURTON, op. cit, p 455، وسارطون جورج ، المرجع السابق، ص 88).

الحديث، هذا الأخير الذي تعد محاولته المحاولة الأبرز عندما رأى بأن المسلمة الإقليدية الخامسة معقدة يلزم أن تكون موضوع برهان لا التسليم بها.

وفي هذا الزخم من الشكوك يوقفنا "رايشنباخ" بقوله:" لقد كان الفضل يرجع إلى كانط، في أنه أكد أكثر من غيره أن تطابق الهندسة الرياضية والهندسة الفيزيائية يحتاج إلى تفسير[1]. وهذا ما يؤكده" كانط" في مؤلفه نقد العقل المحض، بقوله:" ليس هناك أي تناقض في تصور شكل هندسي منحصر بين خطين مستقيمين وتصور اتصالهما لا يحويان نفيا للشكل الهندسي، إذ الإستحالة لا تنشأ من التصور نفسه ولكن من إنشائه للمكان"[2].

مما يؤكد أن" كانط" قد نبش في مسلمات وبديهيات "إقليدس" واتضح له وجود تناقضات في بعض نظرياته، إلا أن "كانط" بعد ذلك في مرحلة شيخوخته غيّر من وجهة نظرته اتجاه النسق الإقليدي، بعدما ساورته شكوك برفضه، واقتنع بما جاء به "نيوتن" من قوانين للحركة، ومن أن المكان مطلق ولا وجود لأمكنة أخرى، وبذلك لا وجود لمكان آخر إلا مكان واحد وهو المستوي الذي تصوره "إقليدس"[3].

ولنعد إلى بدايات مناقشة بديهية التوازي، وأبرز من ناقشها العالم الرياضي "بلايفر" (1748- 1819)؛ حيث استبدل بديهية "إقليدس" ببديهية جديدة تتفق مع النسق الإقليدي، لكن بتعريف آخر سميت باسمه، منطوقها: إذا فرض مستقيم ونقطة، فهناك مستقيم واحد يمكن رسمه في مستواهما مارا بالنقطة وموازيا للمستقيم المفروض[4]. والرسم البياني الآتي يوضح ذلك:



الشكل-3-

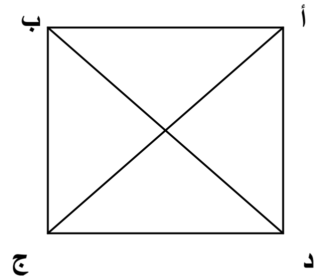
1 – رايشنباخ هانز، المرجع السابق، ص 126.

2 – نقلا عن: جلال العظم صادق ، دراسات في الفلسفة الغربية الحديثة، دار العودة، بيروت، ط3، 1979، ص 39.

3 – المرجع نفسه، ص 41.

4 – (أنظر: سليم سعيدان أحمد ، المرجع السابق، ص 54، جورج سارطون، المرجع السابق، ص 89،و BURTON, op. cit, p 560).

وكما نلاحظ أن هذا التعريف يتفق مع المسلك الأول الذي سبق ذكره، لنذهب الآن إلى مناقشة البديهية من جانب آخر يتفق مع المسلك الثاني ويختلف عن وجهة نظر "بلايفر"، وهو الجانب الذي يعتبرها نظرية ويريد البرهنة عليها، وهذا ما جسده العالم الرياضي "ساكيري"؛ حيث أراد أن يثبت صحة بديهية التوازي بطريقة البرهان بالخلف؛ أي باعتبار أنها خاطئة، ثم التوصل إلى تناقض يثبت أنها صحيحة: فقام بإنشاء شكل رباعي سمي ب"رباعي ساكيري"[1] وهو نفسه الذي أنشأه من قبل "نصير الدين الطوسي" و"عمر الخيام".



الشكل -4-

في هذا الرباعي أ ب ج د، هناك زاويتين قائمين في "أ" و "ب" ومستقيمين متساويين ومتوازيين "أ ب" و "ب ج"، وهذا يعني أن الزوايا "د" و "ج" قائمتين، لكن "ساكيري" لم يعتمد على المسلمة الخامسة، ليخلص في الأخير من خلاله إلى ثلاثة احتمالات:

- إما أن تكون الزاوية "أ" تساوي الزاوية "ب" وبذلك تساوي قائمة.
- وإما أن تكون الزاوية "أ" أكبر من الزاوية "ب"، وبذلك تكون أكبر من قائمة (منفرجة).
- وإما أن تكون الزاوية "أ" أصغر من الزاوية "ب"، وبذلك تكون أصغر من قائمة (حادة).

وأخيرا، ينتهي إلى أن الخيارين الثاني والثالث يخالفان حدسنا، وقد توقف "ساكيري" هنا بالتحديد وكتب تناقض.[2]

وبالتالي، نلاحظ أن الاحتمال الأول، يثبت بديهية "إقليدس" والإحتمالين الباقيين يثبتان تناقضهما، لكن الاحتمال الأخير تبناه علماء بعد "ساكيري"؛ وبرهنوا عليه وأثبتوا هندسة جديدة

1- المفروض أن يسمى برباعي "الخيام" أو "الطوسي"، لأنهما سبقا "ساكيري" في ذلك، ولكن الترجمة اللاتينية طمستهما وانطلقت من العصر الحديث فقط.(أنظر:سليم سعيدان أحمد ، المرجع السابق، ص 55).

2 - PHILIP David, RUBEN Herch, op. cit, p 209.

غير الهندسة الإقليدية[1]، والمهم في هذا العمل الذي قام به "ساكيري"، أنه قدم أفكارا هندسية جديدة، تتمثل في فروض ثلاث القائمة والمنفرجة والحادة، وقد ظلت أبحاثه مطوية حتى انتبه إليها الرياضي الألماني "جاوس" (1777- 1855) وتبين أن لها أفكارا مختلفة عن "إقليدس".[2]

وقد استمرت الجهود بعد "ساكيري" للبرهنة على المسلمة الخامسة، ويتضح ذلك من خلال ما قدمه "أدريان ماري لجوندر" (Adrien Marie Legendre) (1752-1830)، من مبرهنات على ما جاء به "ساكيري" من جهة وما جاء به "بلايفر" من جهة أخرى، فاستنتج نظرية جديدة[3]، واستمر على هذا المنوال "جاوس" (Gauss) محاولا منه تجاوز الهندسة الإقليدية بدليل قول "سارطون" على لسان "جاوس":" إذا أمكنني أن أبرهن على أنه يمكن أن يوجد مثلث مستقيم الأضلاع، مساحته أكبر من أية مسافة فإنني لا أكون في وضع فيه أبرهن بطريقة حاسمة كل الهندسة.[4]

بالإضافة إلى محاولة "دالمبير" (Jean Lerond Alambert) رياضي وفيلسوف فرنسي (1717- 1874) و"لاغرانج" (La Grange) رياضي فرنسي (1737-1813)، هذا الأخير الذي اعتذر عن تقديم أحد أبحاثه للأكاديمة الفرنسية عندما هم بإلقائه.

لقد علل "رودلف كارناب" ذلك بغياب منطق يتلاءم مع قواعد الهندسة، إذ كان المنطق التقليدي هو السائد يتعامل مع محمولات ذات مكان واحد، فالنقطة الواقعة على خط أو الخط الواقع على سطح، مثال العلاقة ذات مكانين أما النقطة الواقعة بين نقطتين أخريين فهي علاقة ذات ثلاثة أمكنة، ولذلك فالهندسة تحتاج إلى منطق علاقات يخلصها من المقدمات الحدسية[5]

وقد كان ذلك نتيجة طريقة تفكير الفلاسفة والعلماء في ذلك الوقت المتأثرة بوجهة نظر الفيلسوف الألماني "إيمانويل كانط"(1724- 1804)، والتي ربطت الرياضيات بالمكان، حيث حاول "كانط" تجاوز الصراع التقليدي الذي كان قائما بين الفلاسفة العقليين والتجريبيين في إطار مشكلة المعرفة. فالفلاسفة العقليون كانوا يرون أن العقل مصدر المعرفة عند الإنسان، لذلك

---

1 – (أنظر: سعيدان سليم ، المرجع السابق، ص 55، وكذلك: BURTON , op. cit, p p 563 -564) .

2 – فهمي زيدان محمود ، المنطق الرمزي، نشأته وتطوره، دار النهضة العربية، بيروت، (د.ط)، 1979، ص 108.

3 - BURTON , op. cit, p 571.

4 – (أنظر: سارطون جورج ، المرجع السابق، ص 89، وأنظر كذلك :BURTON, op. cit, pp 581-583)

5– كارناب رودولف ، الأسس الفلسفية للفيزياء، تر: د. السيد نفادي، دار الثقافة الجديدة، القاهرة، (د.ط)، 2003، ص 54.

فالمعرفة العقلية هي التي تمثل الحقيقة، لأنها معرفة تتميز بأنها مطلقة؛ أي ثابتة لا تتغير وضرورية من حيث أنها واضحة بذاتها تفرض نفسها بشكل حتمي؛ وكلية بما أنها عامة مشتركة بين الناس جميعا، وفي هذا الصدد نجد أن المعرفة الرياضية مطلقة وضرورية وكلية معا، ويجعلها نموذج اليقين العلمي منذ القديم، لذلك اصطنع "ديكارت" و"سبينوزا" و"ليبنتز" المنهج الرياضي في فلسفاتهم من أجل الوصول بها إلى اليقين.

أما الفلاسفة التجريبيون الذين كان يمثلهم الفلاسفة الإنجليز خاصة منهم "جون لوك" و"دافيد هيوم" و"جون ستيوارت مل"، فقد وقفوا ضد وجهة النظر العقلية، مؤكدين أن جميع معارفنا مستقاة من التجربة والحس، بما في ذلك القضايا الرياضية ذاتها، فهي ليست سوى تعميمات تجريبية مثل باقي الأفكار التي يتم تجريدها.

فقد حاول" كانط" أن يتجاوز هذا النزاع بنظرة نقدية، معتبرا القضايا الرياضية قضايا تركيبية قبلية؛ حيث يبدأ "كانط" محاولته بالتمييز بين الأحكام والقضايا إلى صنفين تحليلية وتركيبية: فالأحكام التحليلية، هي الأحكام التي يكون فيها المحمول داخلا في تصور الموضوع؛ أي مرتبطا به وفقا لمبدأ الهوية، فهي أحكام توضيحية لا تضيف شيئا ليس فيه، أما الأحكام التركيبية فتتعلق بتلك الأحكام التي يكون فيها المحمول جزءا من الموضوع، بل يضيف إليه جديد ليس فيه.

وخلافا لموقف العقلين والتجريبيين، يذهب "كانط" إلى أن الأحكام العلمية وفي مقدمتها القضايا والأحكام الرياضية تجمع بين هذين النوعين من الأحكام؛ أي أنها قضايا قبلية تركيبية، فهي قبلية؛ أي سابقة عن التجربة الحسية، وضرورة عقلية لأن دحضها وتكذيبها يؤدي إلى الوقوع في تناقض فيقول:"ويجب الملاحظة أولا أن القضايا الرياضية، بصحيح العبارة؛ هي دائما أحكام قبلية وليست إمبريقية؛ لأنها مصحوبة بالضرورة لا يمكن أن نستمدها من التجربة"[1]، ويتضح من ذلك أن المكان الذي ننشئ فيه الأعمال أو نجري فيه التجربة الرياضية الحدسية، مكان قبلي في ذهننا أو في حساسيتنا، التي هي مهيأة بطبيعتها بصورتي المكان والزمان كشرطين صوريين مسبقين لتلقي كل إحساس خارجي أو باطني، فترجع بذلك قبلية الأحكام والقضايا الرياضية إلى قبلية

1 – كانط إيمانويل ، نقد العقل الخالص، تر: موسى وهبة، مركز الإنماء القومي، بيروت، لبنان، (د.ط)، 1988، ص 50.

صورتي المكان والزمان، حيث يشكل المكان الشرط القبلي للأشكال الهندسية والزمـــان الـــشرط القبلي للأعداد والحساب.

وتركيبية من جهة أخرى، لأنها تنطبق على العالم الخارجي وتعمل على إنـــشاء تراكيـــب هندسية واقعية جديدة، فنظريات الهندسة تركيبية، فهي كل خطوة من خطواتها تثبت نظرية مـــن النظريات صفة جديدة للموضوع لا نصل إليها بمجرد تحليله، ولكن نضيفها إليه مـــن خارجـــه ونركبها بواسطة ما نستدعيه من المسلمات والنظريات التي سبق البرهنة عليها، وما ننـــشئه مـــن أشكال وخطوط وغيره.

والمثال المفضل لدى "كانط" عن الأحكام والقضايا الرياضية التي تجسد الصفة التركيبيـــة القبلية؛ هو الهندسة الإقليدية؛ فنظرياتها عقلية تستند إلى حدس مكاني عقلي مـــن جهـــة،كما أن نظرياتها تجريبية يمكن التأكد منها واقعيا من جهة أخرى؛ كما أنّ طبيعة المسلمات الإقليدية والـــتي تستمد منها قوتها ووجودها كعلم وثيق تعبر عن خواص المكان، لتصبح بذلك المـــسلمات وكـــل قضايا الهندسة قبلية ضرورية كتعبير عن ذلك المكان القبلي الوحيد، وعليه لا يمكن أن تقوم هندسة أخرى غير الهندسة الإقليدية فهي ضرورية تفرضها علينا طبيعة تركيبنا الذهني، لكن ذلك سرعان ما انهار بعد ما أن تبين أن المكان ليس واحدا، وأن الهندسة الإقليدية ليست إلا واحدة من عدد لا ينتهي من الممكنات الهندسية بعد ظهور الهندسات اللاإقليدية.

ثالثا: اكتشاف الهندسات اللاإقليدية:

بدأت تتضح معالم هذه الهندسات في أعمال الرياضيين وأبحاثهم، مع الثلـــث الأول مـــن القرن 19 م، عندما أصبح ممكنا النظر إلى عدم ضرورة الهندسة الإقليدية.

حيث كشف الرياضي المجري "جون بوليان"، أن مسلمة التوازي الإقليدية ليست عنصرا ضروريا، فأحل محلها مسلمة جديدة، تقول: بأكثر من موازي واحد من نقطـــة معينـــة خـــارج مستقيم معين، حيث صرح في خطاب لأبيه (1823) بأنه توصل إلى نظرية جديدة في المتوازيات وكشف عجيب.

وفي ذات الوقت كانت نفس الفكرة تتبلور في ذهن العالم الألماني "كارل جوس"[1]، مـــن خـــلال خطاباته لأصدقائه وبعض أعماله، ففي رسالته إلى "باسيل" في (1829) يقول: قناعتي الأعمـــق هي أن علم الهندسة عامة لديها مكانة مختلفة في معرفتنا القبلية من علم الحساب، أما إذا رجعنا إلى أعماله فإننا نجده معتقدا إمكانية تحقيق تصوراته الهندسية الجديدة في الطبيعة، فقد قـــام بمحاولـــة لقياس مجموع زوايا المثلث المكون من رؤوس ثلاث جبال في هضبة وقمتي جبلين يمكن رؤيتـــهما من أعلى هذه الهضبة قرب مدينة "جونتجن" أضلاعه 85، 69و167 كلم، ليجد أن المجمـــوع يتجاوز 180° بحوالي 14,85[2]، ليصل في الأخير إلى أن مجموع زوايا المثلث لم تكن مـــساوية تماما لقائمتين، فقد كانت منحرفة قليلا عن مسافة الخطأ المحتمل.

وقد صاغ "جوس" ذلك في عبارة دقيقة قائلا: أن المبدأ الإقليدي صـــحيح في حـــدود الأخطاء المحتملة للملاحظة؛ أي أنه إذا كان هناك انحراف لمجموع الزوايـــا عـــن 180°، فـــإن الملاحظة تجعل من المستحيل إثبات وجوده[3]. لقد أصبح واضحا من أعمال جـــوس أن المـــسلمة الإقليدية الخامسة مستقلة عن بقية المسلمات، بحيث يمكن وضع مسلمة أخرى، تنكرهـــا ضـــمن النسق الإقليدي، وهو ما قام باختباره كل من "لوباتشوفسكي" و"ريمان" مؤســـسين بـــذلك أول الأنساق الهندسية اللاإقليدية.

"نيكولاي إيفانوفيتش لوباتشوفسكي" (Nicolaï Jovanovic Lobatchevski) (1793 – 1856)، عالم رياضة روسي، بالرغم من أن معاصره العالم الرياضي الألماني "فولـــف فن بوليان"(Wolf Gang Bolyai) (1775 – 1856) استطاع أن يتحرر من البديهيـــة الخامسة وافترض افتراضات تختلف عنها.[4] و الذي يدل على أن "لوباتشوفـــسكي" هـــو الأول، بإقامته هندسته على مبادئ معينة ثم أصبح يستنتج منها النظريات؛ أي اتضح له أن يترك النـــسق الإقليدي على جانب ويتصور مكان غير المكان الذي عرف عند "إقليدس".

1 – كارل فريدريك غوس (1777– 1855)، رياضي ألماني، عرف بأبحاثه المتميزة في حقول الرياضيات والفيزياء وعلم الفلك، وعلم قياسات الأرض.

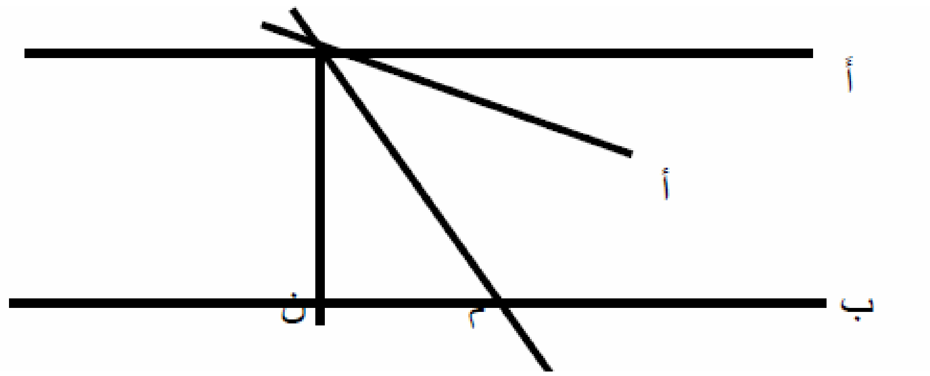
2- MORRIS KLINE, mathematical thought from ancient to modern time, Volume 3, New York, Oxford University, Press 1972, p 873

3- كارناب رودولف، المرجع السابق، ص 162.

4 – (أنظر: سعيدان سليم ، المرجع السابق، ص 56. وجورج سارطون، المرجع السابق، ص 90. و رايشنباخ، المرجـــع الـــسابق، ص 125، BURTON, op. cit, p 585 .).

حيث ابتدع نظاما هندسيا تحدى به الفرض الخامس ل"إقليدس"، ومنطوق المسلمة التي انطلق منها: من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم موازيان، فكتب عدة مؤلفات عن ذلك ومن بينها "بحوث هندسية عن نظرية المتوازيات".

وهذا ما يفتح المجال لإمكانية رسم عدة متوازيات. ولقد أثبت هذه المسلمة بعدة نظريات كالنظرية المبينة في الرسم الآتي:[1]



الشكل-5-

حيث إذا تأملنا هذه النظرية فإننا نجدها تضيف إلى الرسم الذي أنشأه "بلايفر" سابقا، إمكانية رسم مستقيمين آخرين "أَ" ، "م" من نقطة واحدة "ن" لا يقطعان المستقيم الأصلي "أ"[2].

وبالتالي كما نلاحظ فإن النتائج كانت إثباتا للإحتمال الثالث الذي جاء به "ساكيري"، عندما استعمل طريقة البرهان بالخلف، ومن نتائج هذا النسق، فإنه من نقطة خارج مستقيم يوجد أكثر من مواز، لقد غير "لوباتشوفسكي" إذا المسلمة الإقليدية الخامسة دون بقية المسلمات، وقد توصل إلى مجموعة من المبرهنات والنتائج التي تختلف تماما عن "إقليدس"، ولكنها خالية من أي تناقض، صحيح أننا نجد صعوبة في إدراكها لاختلافها عما تعودنا على التفكير فيه، فمنها:[3]

- يكون مجموع زوايا المثلث أصغر دائما من زاويتين ويتناسب الفرق بين ذلك المجموع وزاويتين قائمتين من مساحة المثلث.
- يستحيل بناء شكل مشابه لكل آخر معطى مع اختلاف الأبعاد.

---

1 - BURTON, op. cit , p 592.

2 - Ibidem, p 594 .

3 - بوانكاريه هنري ، العلم والفرضية، تر: د.حمادي بن جاب الله، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، ط 1، 2002، ص 117.

- إذا قسمنا محيط الدائرة إلى أجزاء متساوية عددها n ورسمنا مماسات من نقاط التقسيم، شكلت تلك المماسات وعددها n مضلعا، أما إذا كان شعاع الدائرة على درجة كافية من الصغر، إذا كان ذلك الشعاع كبيرا نوعا ما فإن المماسات لا تلتقي.

وقبل أن يستوعب علماء الرياضيات نظرية "لوباتشوفسكي"، خرج إليهم "بارنار ريمان" (Bernhard Riemann) (1826م- 1866م)، بنظرية جديدة تخالف كل من نظرية "إقليدس" ونظرية "لوباتشوفسكي".

"جورج فريديريك بارنار ريمان": عالم رياضيات ألماني، كان في بدايته مهتما بدراسة اللاهوت ثم تحول إلى دراسة الرياضيات، حيث درس الرياضيات على يد "جوس" (Gauss) و"شترن" (Stern)، حيث قدم أطروحة دكتوراه عام 1851، تحت إشراف "جوس"، حول نظرية الأعداد العقدية في السطوح التي سميت فيما بعد باسمه، وفي 1854م قدم دكتوراه الدولة في تمثيل دالة متسلسلة من دوال اختيارية ليصبح بفضلها من أبرز علماء الرياضيات، استنادا إلى هذا يكون "ريمان" قد اكتشف شكل آخر للهندسة اللاإقليدية، من خلال تحقيقه لفرضية "ساكيري" حول الزاوية الحادة، التي تلاءم تغير المسلمات الإقليدية الأولى والثانية والخامسة على النحو التالي:

- من نقطة خارج المستقيم، لا يمكن رسم أي موازي؛ لأن المستقيمان لا يلتقيان[1].
- الخط غير محدود.
- أي خطين في فضاء سيلتقيان.

وبهذا يكون "ريمان" قد ردّ المسلمة القائلة بأنه لا يمكن أن يمر من نقطتين مفروضتين إلا مستقيم واحد، وقد تصور مكانا هندسيا مختلفا تماما عن "إقليدس" و"لوباتشوفسكي"، افترض فيه وجود أحياء مختلفة عنا قادرة على تخيل مكان متعدد الأبعاد، بحيث تصبح الهندسة القائمة على ثلاثة أبعاد حالة خاصة منها.

ولفهم ذلك يمكن تقديم هذا المثال الذي طرحه "بوانكاريه".

---

1 -(أنظر: BURTON, op. cit, p 594 ، وسارطون جورج ، المرجع السابق، ص 90، وسليم سعيدان، المرجع السابق، ص 56، عابد الجابري محمد ، المرجع السابق، ص 75).

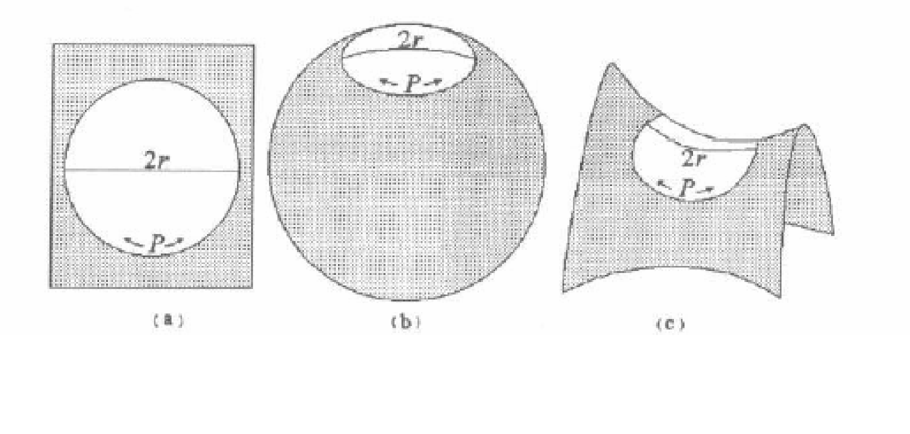
" لنتخيل عالما لا تسكنه إلا كائنات سطيحة، ولنفرض أن تلك الحيوانات اللامتناهية السطح، موجودة جميعا على مستوى (plan) واحد، لا نستطيع الخروج منه. ولنسلم إضافة إلى ذلك – بأن العالم بعيد بما فيه الكفاية عن العوالم الأخرى بحيث لا يلحقه منها تأثير وليس علينا من حرج ما دمنا تتضح الفرضيات– أن نضيف إلى تلك الكائنات فكرا، وأن نعتبرها قادرة على صناعة الهندسة فلن تضفي هذه الكائنات في هذه الحالة على المكان إلى بعدين، ولنفترض الآن أن تلك الحيوانات الخالية لم تتخذ – مع بقائها ساطحة – شكلا مصطحا بل شكلا كرويا (Sphérique)، وإنها تجمعت كلها على كرة واحدة، لا تستطيع الإنفصال عنها فأية هندسة ستتخذ تلك الحيوانات لنفسها؟، من الواضح بادئ ذي بدء أنها لن تضفي على المكان إلا بعدين[1] وأن ما سيقوم عندها مقام الخط المستقيم، إنما هو أقصر السبل المؤدية من نقطة إلى أخرى من الكرة، وأعني به قوس دائرة كبيرة، أي أن هندستها ستكون باختصار هندسة كروية"[2].

ففي هذه الهندسة إذا يصبح:

- الخط المستقيم قوسا على كرة.
- يمر عدد غير محدود من المستقيمات بنقطتين.
- أن تكون النقطتان في طرفي قطر الكرة، يمر منهما عدد غير محدود من الدوائر.

وهكذا تبدو القضايا الهندسية عند "ريمان" مختلفة تماما عن قضايا "إقليدس" و"لوباتشوفسكي" معا،

لتوضيح ذلك، نلاحظ الرسم الآتي:



الشكل-6-

1 -هنري بوانكاريه، المرجع السابق،ص118.

فإننا نلاحظ أن الشكل "أ" يمثل الخط المستقيم في المكان المسطح وهذا ما يتفق والهندسة الإقليدية، والشكل "ب" يمثل الخط المنحني الذي يشكل دائرة بعد ذلك؛ لأنه في مكـــان كـــروي وتمثله الهندسة الريمانية، والشكل "ج" يمثل الخط المقوس؛ لأنه في مكان مقعـــر وتمثلـــه هندســـة "لوباتشوفسكي".

والجدول التالي يوضح بعض الفروق بينهما:[1]

نوع الهندسة	عدد المتوازيات	مجموع زوايا المثلث	نسبة محيط الدائرة إلى قطرها	قياس درجة الإنحناء
لوباتشوفسكي	أكثر من مواز	°180 >	π <	> صفر
إقليدس	متواز واحد	= °180	π	صفر
ريمان	صفر	°180 <	π >	> صفر

وقد عبر "فليكس كلاين" (1849- 1925) عن هندسة :ريمان" بسطح سالب الإنحناء، وعن سطح "إقليدس" بانحناء يساوي الصفر، وعن سطح موجب الانحناء عند "لوباتشوفسكي".

وإذا كان النسقان الإقليدي واللوباتشوفسكي قريبين من الفهم، فهل نستطيع – كمـــا تساءل رايشنباخ – أن نتصور العلاقات اللاإقليدية بصريا بالطريقة التي يمكننا بها رؤية العلاقـــات الإقليدية، ليسترسل في كلامه ويقر أن المسألة مسألة تكيف مع البيئة فقط[2].

وما يؤكد هذا ما جاء به "آينشتاين" من نتائج فيزيائية تتفق والهندسة اللاإقليدية، خاصة الهندســـة الريمانية.

وبهذا الفهم انهار صرح البناء الرياضي النسقي الإقليدي المطلق، وانهارت معه كل القضايا العلمية والفلسفية التي علقت عليه كل الآمال، وانهار معها كذلك الصرح الـــديكارتي؛ الـــذي لم

1 – كارناب رودولف ، المرجع السابق، ص 160.

2 – سارطون جورج، المرجع السابق، ص 90.

3- رايشنباخ هانز، المرجع السابق، ص 135.

[4] - سارطون جورج ، المرجع السابق، ص 90.

يشك لحظة واحدة فيه، واندثرت معها أفكار "كانط" للمكان والزمان المطلقين، وفتحت نوافـــذ جديدة للهندسة وادعت بها الإطلاقية، واعتنقت مكانها النسبية، وأصبحت هناك هندستان هندسة إقليدية تقيم صرحها على المجال الأرضي الواقعي، وهندسة لاإقليدية تقيم صرحها علـــى المجـــال الفضائي، سماها "فليكس كلاين" بالهندسة الإقليدية المكافئية، لأنها نهاية للهندسة الناقصة (هندسة ريمان) من ناحية، ونهاية للهندسة الزائدية (هندسة لوباتشوفسكي) من ناحية أخرى[1]. وقد عـــبر "بلانشي" عن هذا الاختلاف بقوله:" أن الفشل في البرهنات المستقيمة قد أوحى بفكرة البرهنـــة بالخلف، وكيف أن البرهنات بالخلف بدورها، سرعان ما أدت عن طريق قلب وجهة النظـــر، إلى تكوين الهندسات الأولى التي تسمى لاإقليدية"[2].

هذا الاختلاف الموجود بين الهندستين أدى بعلماء الرياضيات إلى طرح سؤال مفـــاده: أي الهندستين أصلح وصحيح؟ وكان الإتفاق على أن كل الهندسات صالحة وصحيحة مـــن منطلـــق مجالها، ومبادئها الخاصة، وكما يقول "بوانكاريه":" إن هندسة ما لا يمكنها أن تكون أصدق مـــن أخرى وأنه لا تكون إلا الأكثر ملاءمة." ، ونفس الشيء نجده في قول "راســـل":" وكـــان مـــن الواضح أن الهندسة الإقليدية وغير اللاإقليدية على السواء يجب أن تدخلا في الرياضة البحتـــة ولا يجب اعتبارهما متناقضتين فيما بينهما، فعلينا أن نحكم فقط بأن البديهيات يلزم عنها القضايا، لا أن البديهيات صادقة فالقضايا صادقة تبعا لذلك"[3]. أو كما عبر عن ذلك "جون ألمو" بقوله:" وهكذا بدا أن جميع البديهيات يمكن أن يعاد فيها النظر واختلطت البديهيات بالموضوعات، ولم تعد هناك إلا منظومة من الفرضيات، لم نعد نشترط فيها أن تكون بديهية، وإنما فحسب ألا تتنافر مع بعضها البعض؛ أي ألا تؤدي النتائج المتمخضة عنها إلى عبارات متناقضة"[4].

يتضح لنا من هذه الأقوال، أن المهم في الرياضيات المعاصرة، الإرتباط المنطقي بالنظر إلى ملاءمتها وانطباقها مع نفسها فقط، دون النظر إليها من جانب انطباقها على الواقع أولا، وبذلك "فالهندسة تهمل الجانب الأول المتعلق بالواقع، وتتركه للهندسة التطبيقية، ولا تحتفظ إلا بالجانـــب

[1] - بلانشي روبير ، المرجع السابق، ص ص 10- 11.

[2] - ثابت الفندي محمد ، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص 63.

3- راسل برتراند، المرجع السابق، ص 08.

4 – بن عبد العالي عبد السلام وسبيلا محمد ، ص 52.

الثاني المتعلق بالعقل"[1]. بحيث يصبح يهم الرياضي البناء العقلي المعتمد على العلاقات المنطقية، المتفقة المقدمات والنتائج، وبات في أذهان علماء الرياضيات، أن مفهوم الرياضيات قد تجاوز الكائنات إلى البنيات والكميات إلى العلاقات وتحددت كنظام فرضي استنتاجي مفتوح على كل الجهات، بإنشاء عدد لا يحصى من المنظومات الأولية، والأنساق الرياضية، وهذا ما عبر عنه "بلانشي" بقوله:" وهكذا ترتبط كل نظرية ضروريا بالقضايا التي نتجت عنها تلك النظرية، بحيث يتكون لدينا شيئا فشيئا، نسق متماسك تتصل فيه كل القضايا فيما بينها، إذ مباشر أو بشكل غير مباشر، ويشكل الكل نسقا لا يمكن حذف جزء منه أو تغييره دون الخلل بالكل ذاته"[2].

وبهذا المفهوم الجديد للرياضيات، ترتبت عدة نتائج عن ظهور الهندسات اللاإقليدية، منها تحرر الرياضيات وفي مقدمتها الهندسة، من الأشكال المكانية نتيجة التمييز بين الهندسة النظرية والهندسة الرياضية العالية أو البحتة التي يمكن إرجاعها إلى مفاهيم عقلية مجردة، والهندسة الفيزيائية وهي الهندسة التجريبية، على اعتبار أنه أصبح لدينا عدة هندسات، لا تستند إلى حدس مكاني واحد؛ أي تعدد الممكنات الهندسية أو المفترضة، فلم يعد علم الهندسة يعنى بمدى مطابقة النسق الهندسي للواقع الخارجي، ولقد كان ذلك محط اهتمام العديد من الرياضيين، حيث حاول الرياضي "كلاين" كما سبق وأن ذكر، تنسيق الهندسات الممكنة، معتمدا على نظرية المجموعات، فانتهى إلى أن عددها لا منتهى، وأننا لم ندرس منها إلا القليل[3].

هكذا تحول علماء الهندسة للنظر في الخواص الهندسية نظرة مجردة بعيدا عن اتفاقها مع الواقع أو عدمه، لتتحول الهندسة إلى علم بالخواص الهندسية الممكنة عقلا لا بخواص الواقع الموجود.

مع العلم، أنه قد سبق ظهور الهندسات اللاإقليدية التي تمثل قمة التجريد كما رأينا نشأة هندسات غير قياسية وهي الهندسات التي لا تقوم على صور القياس المعروفة كالمطابقة أو الاستدارة أو المساواة أو التحول وغيرها من العمليات القياسية الهندسية، ومن أمثلة هذه الهندسات:

---

1 – عابد الجابري محمد ، المرجع السابق، ص 80،

2 – بلاتشي روبير ، المرجع السابق، ص ص 1– 3.

3 – ثابت الفندي محمد ، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص 62.

- الهندسة الإسقاطية:" وهي دراسة الفضاءات الإسقاطية والتنوعات الخطية الإسقاطية والصوامد (اللامتغيرات) بالزمرة الإسقاطية"[1]، ففي هذه الهندسة تحل فكرة الكم بعد الكيف، في اعتبـــار الأشكال، توجد فكرة المعادلة بدل المساواة كما هو الحال في الهندسة الإقليدية، فــأي شـــكل يعادل أو يناظر آخر مهما اختلف حجمه ومساحته وأطواله.[2]

-هندسة الوضع: لا مكان فيه لفكرة الكم: فالشكلان يتعادلان إذا أمكن الانتقال من أحدهما إلى الآخر عن طريق إحداث تغيير مستمر للشكل، بحيث تكون الدائرة مثلا معادلة لشكل بيـــضاوي؛ أي منحنى مقفل، كما تعادل الكرة سطحا مقعرا[3]. والواقع أن هذا التحول قد ارتـــبط بالتـــصور الجديد لطبيعة المبادئ الرياضية والحقيقة الرياضية عامة والهندسية خاصة، عقب ظهور الهندســـات اللاإقليدية، حيث أصبح ينظر للنظريات الهندسية على أنها حقيقة عقلية على أساس عدم التنـــاقض الداخلي بين قضايا النسق الهندسي، وهو يعبر عن الصدق المنطقي الذي أصبح الاتجاه السائد منـــذ ذلك الوقت، وتخلت عن الصدق الواقعي للهندسة التطبيقية أو التجريبية الفيزيائية.

1 - أحمد صلاح وآخرون، معجم الرياضيات المعاصرة، مؤسسة الرسالة،بيروت، ط 2، 1986، ص 17.

2 - ثابت الفندي محمد ، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص 60.

3 - المرجع نفسه، ص 61.

المبحث الثاني: أكسيوماتيك الهندسة.

من النتائج الأساسية التي أسفرت عنها قيام الهندسات اللاإقليدية تغير نظرة الرياضيين إلى المبادئ التي يشيدون عليها صروحهم الرياضية، ذلك أن التمييز الذي قام في الفكر التقليدي لعدة قرون على اعتبار البديهية قضية واضحة بذاتها، تفرض نفسها على العقل، في حين أن المسلمة لا تتصف بذلك.

إن الرياضيات المعاصرة لم تعد تعتبر أن القضايا المتصفة بالبداهة كذلك، فالبديهية القائلة: أن الكل أكبر من الجزء، اتضح أنها ليست صحيحة إلا في ميدان المجموعات المتناهية، إنما مجرد مواضعة واتفاق كما عبر عنها الرياضي الفرنسي "بوانكاريه".

ولقد شكل ذلك تحولا جدريا في الفكر الرياضي المعاصر، حيث سمح بتنويع النظريات الرياضية واختبار المبادئ التي يعتمد عليها، ففتح الأفق الواسع لتصور جديد لطبيعة المبادئ والأسس التي أصبحت أكثر صورية، من خلال تحول الضرورة في البرهان الرياضي إلى الرابطة المنطقية داخل النسق، وهو ما أصبح يطلق عليه النظام الفرضي الإستنتاجي القائم على منظومة من الأوليات أو البديهيات يختارها الرياضي لتشييد صرح بناء رياضي معين.

وبهذا المفهوم الجديد للرياضيات، أصبحت هذه الأخيرة بناءا أكسيوماتيكيا (Axiomatique)، يبنى صرحه على فرضيات معينة دون التمييز فيما بين البديهيات والمسلمات إلا داخل نسقها الخاص[1]، إذا أصبحت الهندسات الجديدة هندسة "لوباتشوفسكي" وهندسة "ريمان" وغيرها من الهندسات اللاإقليدية الأخرى، تشكل أمثلة لهذا المنهج الأكسيومي الجديد، وبذلك استقرت أذهان علماء الرياضيات على منهج واحد مفتوح على كل الإفتراضات، وكل نسق يريد لنفسه البناء المستقل.

1- يمكن التعبير عن هذا التمييز بين البديهيات والمصادرات، بما قاله بدوي عبد الرحمان عن البديهية، أنه من الممكن إنكارها دون الوقوع في الإحالة، بعكس البديهية. (أنظر: مناهج البحث العلمي، وكالة المطبوعات، الكويت، ط3، 1977، ص 90- 91).

أولا: الصياغة الأكسيوماتيكية للهندسة:

1-"موريس باش": (Moritz Pash) (1843 – 1930): رياضي ألماني يعد أبو الأكسيوماتيك الحديث، افتتح الحركة الأكسيومية عام 1882م، فالشروط التي حددها جاءت عامة وبتطبيقات متعددة ومختلفة، عكس الذين حاولوا قبله[1]، من خلال البرنامج التالي[2]:

اعتبار الهندسة علم استنباطي مستقل تماما عن الأشكال والمعاني المألوفة للألفاظ الهندسية، وقصر الاهتمام على العلاقات التي تقوم بينها، ثم يفسر هذا التصور الإستنباطي، هو أننا في الهندسة لن ننظر في أشكال وأعمال، وإنما في علاقات منطقية أو قضايا صورية ورمزية، وتمتد هذه الصورة الرمزية لتشمل المسلمات أيضا.

وعلى هذا الأساس يحدد "باش" الشروط الواجب توفرها في كل بناء علمي استنتاجي يتصف بالصرامة فيما يلي[3]:

- التصريح بالحدود الأولية التي نريد أن نعرف بواسطتها سائر الحدود الأخرى.
- التصريح بالقضايا الأولية التي نريد أن نبرهن بواسطتها سائر القضايا الأخرى.
- أن تكون العلاقات المذكورة بين الحدود الأولية، علاقات منطقية خالصة، وأن تبقى مستقلة عن المعنى العيني الذي لا يمكن أن نعطيه للحدود.
- ألا تتدخل في البرهانات إلا هذه العلاقات، بقطع النظر عن معنى الحدود (الشيء الذي يعني الامتناع كليا عن الإستعانة بطريقة ما بالأشكال الهندسية).

ويتضح من خلال هذه الشروط، أن كل نظرية رياضية أكسيومية تنطلق من:

- حدود أولية[4] ومسلمات[5]. ويعني ذلك أن الألفاظ الهندسية المألوفة كالنقطة والمستقيم والسطح، قد فقدت معانيها العادية المألوفة في القواميس، أعني أنها فقدت صفة كونها حدوسا

1 – وقد كانت محاولات جزئية قبل "باش" (Pash) لتجسيد المنهج الأكسيوماتيكي، وفق ما تراء ل: "ديدكند"، و"بيانو" في الحساب، و"هلبرت" في الهندسة الإقليدية، لكن نعتت بالمنهج الفارغ؛ لأن الأكسيوماتيك الذي انطلقوا منه لا ينظر إلى البناء إلا من جانب قيمة واحدة لا تتعدى بناءهم وتطبيقاتهم إلى تطبيقات أخرى، (أنظر:عبد السلام بن عبد العالي ومحمد سبيلا، المرجع السابق، ص)62.

2 – ثابت الفندي محمد ، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص ص 68- 69.

3 – عابد الجابري محمد ، المرجع السابق، ص 82.

4 - أو القضايا اللامعرفة تؤكد كوسيلة وأداة لتعريف باقي الحدود، كالنقطة والمستقيم، المستوي في الهندسة، والمجموعة والعنصر والإنتماء في نظرية المجموعات.

5 - أو القضايا الأولية التي نعتبرها صحيحة بالتعريف.

هندسية؛ أي أشكالا مكانية لها صلة بالمكان وحل التصور المنطقي،" طائفة" (class) محلها؛ فأصبحت تلك الألفاظ والحدود طوائف مختلفة، تحكمها علاقات الانتماء والإحتواء[1].

ولقد أصبحت هذه المحاولة التي صاغ فيها باش تصوره الأكسيومي للهندسة وأسسها، بتعميم طريقته في مختلف صور الهندسة، ويمكن إبراز أهم اتجاهاتهم التي تضمنتها مباحثهم فيما يلي:

– البحث عن كل مسلمة مضمرة والنص عليها صراحة بالنسبة لكل هندسة؛ ذلك أن هندسة "إقليدس" تضمر مسلمات الترتيب التي لم ينص عليها كما تفتقد لمسلمات النقطة كما بين ذلك "باش".

– تكوين نسق كامل لمسلمات كل هندسة، ويظهر ذلك من خلال بعض الأعمال التي صاغت الهندسة صياغة أكسيومية[2].

– الاجتهاد في إقتصاد عدد المسلمات بردها إلى أقل عدد ممكن في كل هندسة، فقد استطاع "أنريكس" (Enriques) مثلا أن يرد المسلمات الإحدى والعشرين (21) المقبولة عند "ماريو بيري" بالنسبة للهندسة الإسقاطية إلى تسع (9) مسلمات فقط.

– الإبتعاد عن الحدس المكاني في تأسيس المسلمات، لصالح العلاقات المنطقية كما بينه "باش"، فقد استعمل "هلبرت" علاقتي " الإشتمال" و "التطابق".

–التأسيس الصوري للمسلمات والإستنباط بالمنطق دون الحدس، وذلك دون اللجوء إلى الأشكال المرسومة أو إلى أية مسلمة جديدة لا تشتمل عليها المسلمات الابتدائية، ففي مقدمة الصياغة الأكسيومية للهندسة الإقليدية التي قام بها "هلبرت" تبدو العناية الشديدة بالصياغة الصورية، استبدل كلمات: النقطة، المستقيم، المستوي، المستعملة في الهندسة بكلمات أخرى بعيدة عن ذلك تماما: طاولة، كرسي، كأس،وذلك من دون أن تقع في تناقض[3].

هكذا اتجه الرياضيون المعاصرون الذي عملوا على تأسيس الهندسات على الأسس الصورية المنطقية إلى الإبتعاد عن الأشكال إلى النظر في علاقات منطقية، ويمكن الوقوف على ذلك من خلال:

[1] - ثابت الفندي محمد ، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص 73.

[2] - "دافيد هلبرت": كون عشرين مسلمة لهندسة "إقليدس" تختلف عن مسلمات "إقليدس"، "جوسيبي بيانو": كون ثمانية عشرة مسلمة للهندسة الوصفية، "ماريو بيري": كون إحدى وعشرين مسلمة للهندسة الإسقاطية

[3] - عابد الجابري محمد ، المرجع السابق، ص 81.

2-الصياغة الأكسيومية للهندسة عند هلبرت[1]: من المحاولات الرائدة لتأسيس الرياضيات على الطريقة الأكسيومية في ميدان الهندسة، الصياغة التي قام بها "دافيد هلبرت" للهندسة الإقليدية سنة 1999، حيث أقامها على إحدى وعشرين (21) مسلمة وهي كافية وضرورية للبرهنة على القضايا المعروفة في هندسة "إقليدس" بصفة دقيقة وصارمة، وما يميز هذه الصياغة هو الإحتفاظ بمعان هندسية (كالنقطة والمستقيم والمستوي)، مع استبدالها بكلمات أخرى كما رأينا، بشرط أن تقبل نفس العلاقات التي تربط تلك الأوليات.

وانطلاقا من هذه الصياغة صرح "هلبرت" على جميع الأوليات التي تقوم عليها الهندسة الإقليدية، وتمكن من الكشف عن أوليات كانت تستعمل في هذه الهندسة بصورة ضمنية دون تصريح، وبعد ذلك قام بتصنيف مجموعة هذه المسلمات إلى خمس (5) مجموعات: أوليات الترابط، أوليات التوزيع، أولية التوازي، أولية التطابق، وأخيرا أولية الاتصال[2].

وانطلاقا من هذا يتم البرهنة على جميع النظريات المعروفة في الهندسة الإقليدية وقد حرص على بيان عدم وجود تناقض بين أولياتها والبرهنة على استقلالها مستعينا بالحساب. وفي هذا السياق نجد محاولة متميزة على الإرتباط بالأكسيوماتيك الحديث - الذي أفقد الهندسة معانيها المألوفة – ففي كتاب الرياضي الفرنسي "هنري بوانكاريه" "العلم و الفرضية"، من خلال تأويل الهندسات اللاإقليدية، بإقتراحه قاموسا هندسيا يمكن من خلاله إعطاء كل المعاني الهندسية الممكنة لكل لفظ أو حد من الحدود الأولية و المسلمات المستعملة في الأكسيوماتيك، يقول "بوانكاريه" في هذا الصدد: " لنعتبر مستويا ما وأسميه مستويا أساسيا، ولننشئ ضربا من ضروب المعاجم

[1] - دافيد هلبرت(DAVID HILBERT) (1862- 1943) رياضي ألماني.

[2] - أوليات الترابط: هي رابطة معينة بين المفاهيم الهندسية الثلاثة (النقطة، المستقيم، المستوي)، ومن بين هذه الأوليات على سبيل المثال: النقطتان المتمايزتان. تحددان مستقيما، النقط الثلاث التي تقع على مستقيم تحدد مستويا دوما.

-أوليات التوزيع: وهي التي تحدد العلاقة التي نعبر عليها بكلمة (بين)، والتي تسمح بتوزيع النقط على المستقيم والمستوي والفراغ.

– أولية التوازي: تخص مسلمة إقليدس المعروفة.

– أولية التطابق: تتعلق بالتساوي الهندسي.

– أولية الاتصال: تتعلق بما يعرف ببديهية أرخميدس القائلة: بأن كل طول معطى، إذا ضرب في عدد صحيح كبير بما فيه الكفاية، فإنه ينتهي إلى تجاوز أي طول آخر معطى مهما كان كبيرا، فجميع نطاق هندستنا العادية موجودة على الخط اللاأرشميدي،(أنظر: بوانكاريه هنري ، المرجع السابق، ص 127).

نكتب فيه على عمودين سلسلتين تتقابل عناصرهما واحدا واحدا على الهيئة ذاتها التي تتقابل منها كلمات ذات معنى واحد من لغتين مختلفين في المعاجم العادية:

مكان...قطعة من المكان واقعة فوق مستو أساسي.

مستقيم...دائرة تقسم المستوي الأساسي عموديا.

كرة...كرة

دائرة...دائرة

زاوية...زاوية

مسافة بين نقطتين...لوغاريتم العلاقة التوافقية بين هاتين النقطتين وتقاطع المستوى الأساسي مع دائرة تمر منهما وتقسمهما عموديا ...إلخ".[1]

.بمثل هذا القاموس يمكن ترجمة نظريات هندسية إلى أخرى، والعكس بالعكس، يقول "بوانكاريه":" لنأخذ بعد ذلك مبرهنات "لوباتشوفسكي" ولنترجمها بواسطة ذلك المعجم، كما نترجم نصا ألمانيا بواسطة معجم فرنسي-ألماني، فسنحصل بهذه الطريقة على مبرهنات الهندسة العادية، وعلى سبيل المثال فإن مبرهنة "لوباتشوفسكي" القائلة: بأن مجموع زوايا المثلث أصغر من زاويتين قائمتين، تترجم على النحو التالي: إذا كان المثلث منحنى أضلاع على هيئة أقواس الدائرة وإذا مددت تلك الأضلاع فقطعت المستوى الأساسي على عمود، كان مجموع زوايا المثلث المنحني أصغر من قائمتين. وبهذا التقدير، مهما أوغلنا في استنباط نتائج فرضيات "لوباتشوفسكي"، لن يؤول بنا الأمر إلى تناقض، إذا لو كانت مبرهنتان من مبرهناته متناقضتين فعلا لكان الأمر كذلك بالنسبة إلى ترجمتيهما اللتين قمنا بها بواسطة معجمان بيد أن هاتين الترجمتين، إنما هما مبرهنتان من مبرهنات الهندسة العادية وليس من أحد يشك في سلامة تلك الهندسة من التناقض".[2]

إن هذا التأويل الذي جاء به "بوانكاريه"، يؤكد مرة أخرى أن الهندسة أصبحت شيئا مجردا وصورانيا، بعيدة عن حدس المكان بكل صوره، والتصور الأكسيومي الحديث؛ ويتضح لنا

1 - بوانكاريه هنري ، المرجع السابق، ص 121.

2 - المرجع نفسه، ص 122.

أن البناء الأكسيوماتيكي، لا يتحدد إلا بخاصيتين أساسيتين وضروريتين[1] هما: الإستقلالية وعـــدم التناقض.[2]

ثانيا: شروط بناء النسق الأكسيومي:

يتضح من الأعمال الأكسيومية الحديثة، ومن المحاولات التي تلت المحاولة الأولى التي صـــاغها "باش"، مدى تعميق الجانب الصوري والمنطقي من خلال الشروط المنطقية في اختبار المـــسلمات التي أصبح يؤسس عليها الأكسيوماتيك وهي ثلاث:[3]

2-1- الإستقلال: يتعلق بالمسلمات، وقد عرفها "هلبرت": أن مسلمة ما تعتبر مستقلة عن المسلمات الأخرى إذا كان نفيها يؤلف مع هذه المسلمات الأخرى مجموعة غير متناقضة، معنى ذلك أن الأولية المفترضة مستقلة عن الأوليات التي معها في نسق احد، والتي لا يمكن البرهنـــة عليها بواسطة أولية أخرى، كتوضيح لذلك: بديهية التوازي، فهي أولية من منطلق الهندســـة الإقليدية، باعتبارها الحد الذي نبرهن من خلاله على النظيرات المنطويـــة تحـــت أساســـها، فمجموع زوايا المثلث يساوي قائمتين، نظرية، نبرهن عليها بواسطة الأولية التي انطلق منـــها. ونفس الشيء يقال على مسلمة "لوباتشوفسكي" فهي أولية؛ لأن منها استنتج عدة نظريـــات، فمجموع زوايا المثلث أقل من قائمتين، نظرية، نبرهن عليها بواسطة الأولية التي تقر بالمكـــان المقعر، لكن هذه الفكرة تعرضت لبعض الإعتراضات؛ لأن استقلال مسلمة عن أخرى، يمتنـــع مع الإستنباط، بسبب عدم الإشتراك أو الإتصال من مسلمات كل طائفة، يمكن فهم هذا على ضوء ما قام به الرياضي الإيطالي "ببوليفي"، من تمييز بين نوعين من الإســـتقلال: الإســـتقلال المطلق والإستقلال المرتب.[4]

---

1 – بلانشي روبير ، المرجع السابق، ص ص 49- 52.

2 – عابر الجابري محمد ، المرجع السابق، ص 85.

3 – ثابت الفندي محمد ، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص 88.

4 - فالإستقلال المطلق هو الذي يستحيل معه الاستنباط، لأن المسلمات تكون حينئذ غير مشتركة فيما بينها، أما الإستقلال المرتب: فهو الذي إذا توفر لدينا "أ"، "ب"، "ج" كطائفة من المسلمات النظرية، ما يريد ببساطة أن يقول أن "ب" لا تنتج عن "أ"، أن "ب" لا تنتج عن "ب"؛ أي أن هناك ترتيبا في الإستقلال كما هو واضح، وهذا لا يمنع بالطبع إمكان استنباط "أ" من "ب" و"ج" معا، ومثل هذا هو ما يسمح بإشتراك بعض الشيء في المعنى.

2-2- عدم التناقض: يعرفه "هلبرت" بأنه: استحالة استنباط قضية ما تناقض تلك المسلمات، أي تكون نفيا كليا أو جزئيا لإحدى المسلمات. وبهذا يكون عدم التناقض هو الإنسجام والتماسك الموجود بين الحدود والقضايا التي ينطلق منها كل نسق ليصل إلى نتائج لازمة عنها، ودون أن يتجاوز دائرة نسقه الخاص، وإلا وقع في تناقض؛ بحيث لا يمكن أن نستنتج نظرية تتفق مع المكان المقعر من منطلق أوليات مستمدة من النسق الإقليدي، ويعبر "ألمو" عن هذه الخاصية في أي بناء ذهني أنه:" يتحرر من كل حالة إلى الواقع العيني، ويبتعد عن مناهج البداهة، ويخضع لمبدأ عدم التناقض وحده"[1].

2-3- الإشباع: يعني هذا الشرط عند "هلبرت" أن طائفة معينة من المسلمات، تكفي بمفردها للقيام بمهمة استنباط قضايا أو نظريات فرع معين من فروع الرياضيات.

إن هاتين الخاصيتين الأوليتين السابقتين للبناء الأكسيوماتيكي، عدد "الجابري" وفق ما جاء في مؤلف "بلانشي" " الأكسيوماتيك"، خصائص ثانوية مكملة، تمثلت في الإنغلاق والإنفتاح، والتكافؤ والتقابل[2]. وهكذا نصل إلى بناء أكسيوماتيكي متكامل وفق نظام متماسك، يتحدد بثلاث عناصر: الحدود والمسلمات والنظريات.

لكن السؤال الذي يطرح نفسه علينا هو: هل التجريد العقلي في البناء الأكسيومي يستمر إلى اللانهاية؟ أم أن هناك حدود تحده ليسمح لنا بحدسه، وإيجاد نظريات تطبيقية له ؟.

إذا تأملنا في أقوال "بلانشي" المجسدة في الأكسيوماتيك، فإننا نجد أن البناء الأكسيومي لا يبقى مستقلا عن الواقع والحقيقة المادية، وإنما لا بد أن يتعامل بإستمرار مع عدد من النظريات التطبيقية، وبذلك فإن منفعة المنهج الأكسيوماتيكي " ليست في إلغاء الحدس[3]، بل كبحه ورده إلى الصعيد الضيق الذي يكون فيه لا غنى عنه"[4]، وهذا الارتباط ناتج عن التبادل المستمر بين الحقيقة الصورية والحقيقة المادية، فأي منهج أكسيومي يتطلب مسبقا وجود استنتاج مادي حتى يتمكن الرياضي

1- بن عبد العالي عبد السلام وسبيلا محمد ، المرجع السابق، ص 52.

2 - عابد الجابري محمد ، المرجع السابق، ص 86.

3 - وبهذا فإن بلانشي يريد إرضاء النظرية الحدسية، وخاصة رائدها هنري بوانكاريه.

4 - بلانشي روبير ، المرجع السابق، ص 87.

من أن يضفي عليه شكلا صوريا، وهذا الإستنتاج المادي نفسه يتطلب لكي يوجد، القيام باستقراء طويل لجمع مواد معينة يقوم هو بتنظيمها.[1]

استنادا إلى هذا التحليل السابق، يمكن القول أن عصر الإطلاقية قد انتهى وحـــل محلـــها عصر النسبية، لكن النسبية المجسدة لا تنفي الإطلاقية بصفة تامة، وتفهم هذه الإطلاقية من جانب التماسك الداخلي في النسق الواحد – اللامقايسة –[2] المنطلق من الحدود اللامعرفة إلى نظريـــات ناتجة عنها، وتفهم النسبية (Relativités) من منطلق الأنساق المختلفة في أولياتها، لذا يمكـــن اعتبار الرياضيات المعاصرة شبه مطلقة، لما تحمله من أنساق متعـــددة، –وبـــات علـــى علمـــاء الرياضيات المعاصرين أن يسلموا بأن تفسير الرياضيات، لا يتوقف على نموذج علمي محدد، وإنمـــا يتوقف على نماذج علمية متعددة بتعدد المنظومة الأولية المسيطرة عند كل عالم رياضي–. وهـــذا الإختلاف في النتائج، كان له الأثر الواضح في الفيزياء، باعتبارها العلم الثاني الذي حمل راية الدقة؛ بحيث اصطدم بعد قرون من تطوره بصدمات لم تكن في ظن روادها، ما نـــتج عنـــه تزعـــزع في المبادئ والنتائج، ويحضرنا في هذا الصدد قول ل"توماس كون" (Kuhn) الأمريكي بقولـــه:" إن الثورات العلمية (...) هي تلك الأحداث التطورية غير المتراكمة، التي يستبدل فيها بنموذج قـــديم كله أو في جزء منه نموذج جديد يناقضه"[3]، نفهم من هذا القول أن حركية تطور العلم لا تتوقف على نموذج واحد، وإنما تنتقل من نموذج إلى آخر وفق معايير تقويمية تتجاوز بها النماذج بعـــضها البعض، ومن بين العلوم التي شهدت مثل هذه الحركة التطورية، الرياضيات.

---

1 – بلانشي روبير ، المرجع السابق، ص ص 84- 85.

2 - تشير الكلمة من الناحية اللغوية عدم القدرة على تقدير الشيء بمثاله، وهذا المفهوم تم اقتباسه من لا قياسية الحساب والهندسة التي برزت للتعبير عن عدم التمكن من التعبير حسابيا على علاقة هندسية. مما يفيد أن هذا المصطلح متداول في المجال الرياضي العلمي وهو مصطلح مركزي في فلسفة كل من: "توماس كون" و"فيرابند".

3 – كون توماس ، بنية الثورات العلمية، ج5، تر: محمد علي ماهر عبد القادر ، ، دار النهضة العربية، بـــيروت، لبنـــان، (د.ط)، 1977، ص 153.

المبحث الثالث: نظرية المجموعات.

لقد تميز القرن 19م، بظهور أزمة الرياضيات الــتي أحـــدثت تغـــيرا في الرياضـــيات الكلاسيكية، من حيث التعريف والموضوع والمنهج، هذه الأزمة التي كانت نتيجة القطيعـــة مـــع البداهة (Evidence)، حيث أن الرياضيات كانت تفسر بالعودة إلى الحـــدس، إلى التجربـــة الحسية. ما جعلها عبارة عن ترجمة للعالم الخارجي، فهذه القطيعة أمـــدت الرياضـــيات بخاصـــية التجريد، مع العلم أن التجريد ليس مناقضا للمحسوس أو الحسي بل الحدسي، فالتجريد حـــسب "كفـــاييس"[1] في كتابـــه: (œuvres complètes de la philosophie des sciences)، إنها ابستمولوجية ساذجة تلك التي تنشئ أو تؤسس المواضيع الرياضية انطلاقا مـــن الواقع فإذا كان هناك تجريد فلن يكون من الواقع، لأنّه لا يوجد ما نقوم بتجريده إلى إجـــراءات، لكن من الإجراءات إلى الواقع مع إهمال في الواقع لبعض الخصائص الرياضية.

وإذا قلنا من قبل أنّ أزمة الرياضيات كانت نتيجة ضرورة القطيعة مع البداهة، الحدسي ، المحسوس، فهي كذلك ظهرت نتيجة أزمة اللامتناهي.

من هذا المنطلق كان الاتجاه الذي ساد في الربع الثالث من القرن 19م، بهدف الوصـــول إلى اليقين، الذي تزعزع بعد التخلي عن الحدس، فقد أدى إلى توسيع مجال البحـــث خاصـــة في العدد، من حيث مفهومه وطبيعته وأنواعه، ولكن باتساع هذا الميدان ظهرت صعوبات جديـــدة تتعلق بمجموعات الأعداد، فكان ظهور "نظرية المجموعات" كنتيجة لذلك، وعندما نتحدث عـــن هذه النظرية يتبادر إلى أذهاننا مباشرة الرياضـــي الألمـــاني "جـــورج كـــانتور"[2] (Cantor)

---

[1] - كفاييس (1903- 1944): تحصل على شهادة الليسانس في الفلسفة، 1921م، قدم عدّة مؤلفات بعضها خاص بالمنطق، والبعض الآخـــر حول فلسفة المعرفة، نذكر منها: المنهج الأكسيومي والصورية الخالصة وملاحظات حول تكوين النظرية المجردّة للمجموعات، الذي بـــين فيـــه أنّ التطور الرياضي هو ضروري، وهو نتيجة وجود مسائل مطروحة ومناهج في مرحلة سابقة، وأكد أن الإستمرارية والتعاريف طريقتين ضـــروريتين لتطور الرياضيات.

[2] - ولد "جورج كانتور" (George ferdinard contor) في "سان بطرسبورغ" في روسيا لوالدين دانماركيين، انتقلت عائلتـــه إلى ألمانيـــا وأقامت في مدينة "فرانكفورت" (frankfuh) التي اتخذها كانتور وطنا له، كان مولعا منذ صغره بالرياضيات، لذلك التحـــق بجامعـــة زيـــوريخ (Zurich) لدراسة الرياضيات، تحصل على شهادة الدكتوراه عام 1867، أما بالنسبة لأعماله فقد نشر أولى مقالاته عام 1874، وكانت حول نظرية المجموعات كمجال رياضي جديد، ناقش فيها عدة قضايا رياضية متعلقة بمفهوم اللانهاية، والمجموعات المنتهية وغير المنتهية، توفي في 6 أكتوبر 1918 في مستشفى الأمراض العقلية.

(1845- 1918) الذي تعمق في دراسة الأعداد، لذلك كانت نظريته مهمة من ناحيتين كما يرى د.محمد ثابت الفندي:[1]

الأولى: أنها أكدت تترعة التحسيب[2] في تأسيس الرياضيات على الأعداد الطبيعية.

أما الثانية: فإنها قد وسّعت آفاق عدد سلاسل جديدة من الأعداد، بعد السلسلة المتناهية، وهي الأعداد اللامتناهية الكبر، وبهذا جعلت علم الحساب يلج مجال فكرة اللامتناهي (l'infini).

إن "اللامتناهي" أو "ما لانهاية" هو بمثابة لغز حير الكثير من المفكرين، في مختلف العصور، مع العلم أن تصوره فرض وجوده في معظم الأنساق الفلسفية، التي كانت تهدف إلى الإجابة عن مختلف تساؤلات الإنسان، ومن بينها ما مفهوم الإله؟ فهذا السؤال جعل الفلاسفة عبر أنساقهم يتركون مكان للإله اللامتناهي تحت عنوان: "فهو الأزلي الأبدي".

وإذا كان هذا المصطلح ضروري في الميتافيزيقا، فهو كذلك بالنسبة للعلم، بدليل أنه يوجد مجال معرفي تطرق إلى البحث في المواضيع اللامتناهية ألا وهو الرياضيات، بناءا على ذلك: ما هو اللامتناهي[3] ؟ وهل هو ذو وجود حسي؟ أم أنه ذو تصور ذهني محض؟ وإذا كان هذا المفهوم موجودا من قبل في الفلسفة، فكيف تم انتقاله من المواضيع الفلسفية إلى ولوجه باب الرياضيات؟

---

[1] - ثابت الفندي محمد ، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص 111

[2] - المقصود بالتحسيب تحويل النظريات الرياضية إلى نظريات في الأعداد، ورد جميع الفروع الرياضية إلى أنساق تتناول تلك الأعداد، فالتحسيب بهذا المعنى هو تعميم لفكرة العدد من أجل البحث عن أساس لليقين الرياضي الذي تزعزع مع التطورات المعاصرة في هذا العلم

[3] - هو نقيض المتناهي، وهو ما لا حد له، وهو الذي لا حدود له على الإطلاق واللامتناهي يكون بحسب الكم أو بحسب الكيف، فإذا كان بحسب الكم دل على عظم أكبر من كل عظم ممكن، كالعدد اللامتناهي، وإذا كان بحسب الكيف دل على الصفات التي يتصف بها الموجود الكامل كالصفات الإلهية، فهي لامتناهية. واللامتناهي إما موجود بالفعل كالكمية التي هي بالفعل أكبر من كل معلومة، وهو اللامتناهي المطلق وهو الذي يرادف الكمال، أما اللامتناهي الموجود بالقوة كالكمية التي يمكن أن تصير أكبر من كل كمية معلومة وهو اللامتناهي النسبي، الذي يرادف اللامحدود. وعند الفلاسفة يطلق اللامتناهي على الله الموجود اللامتناهي، الذي يرادف الموجود الكامل عند "ديكارت". أما عند الرياضيين فللامتناهي ارتباط بالمقادير المتناهية، كما هو الحال في حساب اللامتناهيات، والمجموعات اللامتناهية

أولا: فكرة اللامتناهي وأزمته:

إن اللامتناهي هو تصور مرتبط بكل ما ليس له حد كالعدد أو القياس ورمزه"∞" الـــذي استعمل لأول مرة من طرف "جون واليس"[1] (John wallis) في كتابه (the Arithmetic of Infinitesimals)، مع العلم أن هذه الفكرة قد أثارت منذ القديم عدم قبول واضح، فقـــد ظل الفلاسفة والرياضيون مشككين في وجودها الفعلي، وقبل الإشارة إلى الإعتراضات على فكرة اللانهاية، لا بد من الحديث عن الإستدلال الفلسفي على فكرة اللامتناهي؛ أي كيـــف تم رؤيـــة اللامتناهي قبل كانتور. من خلال النماذج التي تناولته سواء في الفكر اليوناني أو الفكر الحديث.

1-1-اللانهاية في الفكر اليوناني

1-1-1-الإنقسام اللامتناهي عند "زينون الإيلي" (حـــوالي 495 ق.م – 430 ق.م): وهو تلميذ "بارمينيدس" (أواخر ق 6 ق.م، منتصف القرن الخامس ق.م)، القائل بثبات العـــالم وتماسكه ووحدته، ف"زينون الإيلي" أو كما يعرف ب"مكتشف البرهان بالخلف و أبو الجـــدل، وهذا من أجل الدفاع عن حجج أستاذه "بارمنيدس"، وقد طرح بذلك "زينون" إحـــدى أهـــم المفارقات والمحيرات في تاريخ الفكر الفلسفي، ولدعم نظريات أستاذه الفلسفية، كما ســـبق وأن ذكر، صمم "زينون" مفارقة "أخيل"[2] والسلحفاة مع حجج أخرى، يصعب حلها هذه الأخـــيرة تشمل حجة السهم وحجة الملعب.

ففي المجموعة الأولى قام "زينون الإيلي" بتفنيد الإفتـــراض القائـــل بإمكانيـــة الإنقـــسام اللامتناهي للزمان والمكان في حجتين:

الحجة الأولى: القسمة الثنائية (Dichotomie): ونصها:" لا حركة لأنه ينبغي علـــى المتحرك أن يبلغ نصف الطريق قبل أن يصل إلى آخره"[3]، ومعنى هذا أنه إذا أراد شخصا مثلا "ز"

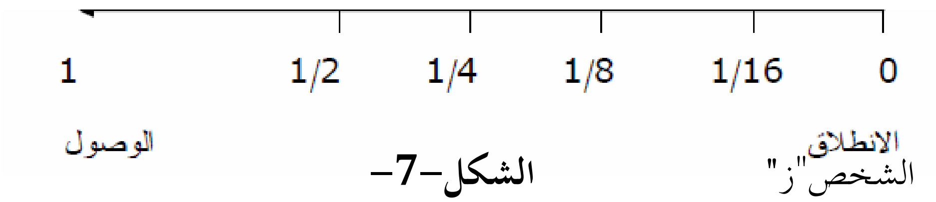
---

[1] – جون واليس (John wallis 1616 – 1703، فيلسوف، منطقي ورياضي انجليزي عرف بدراساته في حساب التكامل والتفاضل، وإليه يرجع الفضل في اكتشاف رمز اللامتناهي، كانت له اتصالات مع باسكال، وكانت أبحاثه تمهيدا لأبحاث نيوتن.

1 – بطل يوناني اشتهر في حرب طروادة، ذكره "هوميروس" في الإلياذة، يحكى عنه أنه صادف سلحفاة على الطريق، تحدته بالتسابق، بـــشرط أن تكون البادئة في الانطلاق، لأنها أبطأ منه، فوافق على ذلك، وانطلقت السلحفاة بادئة السباق، وبعد ذلك انطلق أخيل لا حقا بها، فقطـــع نـــصف المسافة في لمحة، وفي أخرى قطع واجتاز ثلاثة أرباع المسافة، ثم سبعة أثمان، ثم خمسة أعشر جزءا من ستة عشر من المسافة، ولكن مهمـــا كانـــت سرعته فإن جزءا من المسافة يبقى من دون أن يقطعه، بحيث يبدو أنه لن ينتصر على السلحفاة ثقيلة الحركة.

3 – حلمي مطر أميرة ، الفلسفة اليونانية تاريخها و مشكلاتها، دار المعارف، مصر، (د.ط)، 1988، ص 294.

أن ينطلق من "أ" إلى "ب" فيجب أن يصل إلى "ج" الذي هو منتصف [أب]، ثم يصل "د" الذي هو منصف [أج]، ثم يصل "هـ" التي هي منتصف [أد]، وهكذا فهذه الحجة تفترض إمكانية التقسيم اللانهائي للمكان كما هو موضح في الشكل التالي:

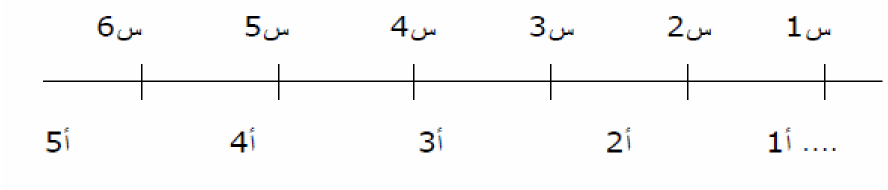


الشكل–7–

ومما سبق انقسام الزمن والطول (أي المسافة) هو لا متناهي عند زينون، وما ينتج عن هذا اللامتناهي هو استحالة الحركة، لأنها لا تبدأ أصلا.

الحجة الثانية: وهي التي تعرف ب"أخيلوس" ومنطوقها:" الأبطأ لن يلحقه الأسرع أبدا، لأن المطارد يجب أن يبلغ النقطة التي منها رحل الهارب، وبذلك يبقى الأبطأ بالضرورة متقدما".[1]

فهذه الحجة مفادها أنه إذا سبقت السلحفاة بعض الشيء العداء أخيل، فإنه لن يستطيع أبدا أن يلحق بها، لأنّه كلما قطع المسافة التي قطعتها السلحفاة تكون الثانية قد سبقته من جديد، وهنا يضطر إلى قطع المسافة التي قطعتها وهكذا إلى ما لا نهاية حيث لا يمكن لأخيل أن يتجاوز السلحفاة.[2] وهذا يعني أن لا أخيل ولا السلحفاة لن يصلا إلى نقطة النهاية، كما هو موضح في الشكل التالي.



"أ"رمز الأبطأ في السباق

الشكل–8–

1 – بلتراند راسل، أصول الرياضيات، ج3، تر: محمد مرسي أحمد وفؤاد الأهواني، دار المعارف، مصر،ط2، (د.ت)، ص 205.

2 – نجيب بلدي، دروس في تاريخ الفلسفة، دار توبقال للنشر، المغرب، ط1، 1987، ص 59.

وبهذا تكون مفارقات "زينون الإيلي"، قد أشارت وبوضوح تام إلى فكرة اللامتناهي، وإسنادا إلى ما قدمه هذا الأخير، تم إحراز بعض التقدم في تناول الكيفية التي يمكن بها لعدد غير منته من الأفعال أن تحدث في العالم الطبيعي.

1-1-2- اللامتناهي عند أرسطو (Aristote) (384 ق م- 322 ق م): ففي كتابه حول الفيزياء نجده يقول: ن دراسة اللامتناهي يحتوي على إحراج، لأنه سواء أقررنا أنه موجود أولا، فإن النتيجة المستحيلات المتعددة.

انطلاقا من هذا يكون "أرسطو" قد نظر إلى اللامتناهي على أنه نفي للمتناهي، وهذا وفقا لاشتقاقه، فكلمة (infini) هي in + fini (في اللغة اليوناني a- peiron حيث (a= in) و(fini= peiron) ويعني به ما ليس له حدود، غير تام، هو يشير إلى ما هو وراء الموجود ومستحيل تعريفه أو تحديده أو عده.

وهو ضد المتناهي (fini)، وهذا من خلال قوله:" إنه من الواضح أن اللامتناهي هو فقدان أو حرمان"[1].

وعطفا على ما سبق، فإنّ "أرسطو" كان واعيا بأهمية اللامتناهي في الرياضيات، وهذا ما توضحه عبارته التي يقول فيها:" إن نظريتي لا تقلل من قيمة وأهمية الرياضيين بحذف اللامتناهي، لأن الرياضيين ليسوا بحاجة إلى اللامتناهي ولا يستخدمونه، فهم بحاجة فقط إلى مقادير كبيرة أو لنقل كبرى يختاروها كيفما شاءوا وحسب تزايدها التي لا يمكن تجاوزها"[2].

وبهذا يكون "أرسطو" قد نظر إلى اللامتناهي من زاوية مختلفة عن سابقيه، وقد أثر بموقفه في الكثير من الرياضيين الذين تقبلوا فكرة اللامتناهي الممكن في الرياضيات مثل:

"كرونيكر" (Kronecker 1823 -1981 م)، "بوانكاريه" (Poincaré 1854-1912م)، و"بروور" (brower 1881-1966م).

1-1-3- اللامتناهي عند إقليدس: ولنأخذ واحدا من التعريفات، استعمله "إقليدس" وليكن التوازي: مستقيمان متوازيان في مستوى واحد هما بلا حدود من جهة، ومن جهة ثانية لا

1 - ARISTOTE, physique, Tr: de A Slevens, J. Vrin , 1999, p 207 .

2 - Ibidem, p 138 .

يتقاطعان من الجهتين وبهذا يكون "إقليدس" قد استخدم مصطلح (Indé fini) "ولم يستخدم مصطلح (infini)[1]. فهذا يثبت ما توصل إليه "إقليدس" لكنه لم يستطع التصريح به. وباختصار ما يمكن الخروج به هو أن كل من "أرسطو" و"إقليدس" نلمح لديهما قبول مبدئي لفكرة اللامتناهي ناجم عن الضرورة، وقد أقر كلاهما بوجود اللامتناهي بالقوة وهو اللامتناهي الرياضي، بينما اللامتناهي الفعلي هو ميتافيزيقي.

وعليه نلمس عدم وجود تخوف يوناني من اللامتناهي، على عكس ما نجده عند اليونانيين القدامى، فهذا الخوف قد شكل عائقا أمام اكتشاف اللامتناهي الفعلي في وقت مبكر كما يقول "كانتور".

1-2- اللانهاية في العصور الوسطى:

1-2-1- اللانهاية عند الفلاسفة المسلمين: وهنا اضطر الرياضيون العرب على ضرورة الإطلاع على التراث اليوناني، وقاموا بترجمته، فنجد مثلا "الكندي"، "ابن سينا" و"ثابت بن قرة" وآخرون درسوا المفاهيم الرياضية واهتموا باللامتناهي، لذلك كان "ثابت بن قرة" هو أول من صرح بالحقيقة الحسابية للامتناهي، والتي تم التأكيد عليها بعد ألاف سنة مع "ديدكند" (Julius Wilhelm richard ded ekind) (1831- 1916)، و"كانتور".

1-2-2- اللانهاية في الفلسفة المسيحية: وهذا يرتبط مباشرة بالفيلسوف منصور بن سيرجون (Jean Damascène) (675-750) ، هذا الأخير الذي نظر إلى اللامتناهي نظرة ميتافيزيقية، والدليل على ذلك أن صفات الله تثبت أنه لا متناهي في القدرة والعظمة.

بناءا على ما سبق، إن اللامتناهي في الفلسفة الإسلامية (ثابت بن قرة) هو ذو طابع رياضي، بينما في الفلسفة المسيحية فهو ذو طابع لا هوتي.

1-3- اللانهاية في العصر الحديث:

ففي القرن 17م شق اللانهائي في الصغر[2] طريقه في الرياضيات، بفضل أعمال كل من: "غاليلي"(Galilée 1564 -1642)، "ديكارت" (Descartes 1596 -1650)

---

1 EUCLIDE, les elements, Tr: Bernard Vitrac, Puf, Paris, p 166.-

2 - اللانهائي في الصغر هو عدد أو مقدار مع أنه ليس الصفر إلا انه أصغر من أي عدد أو مقدار متناهي.(أنظر: راسل بلتراند، أصول الرياضيات، المرجع السابق، 181).

"لاينتــز" (Leibniz 1646 -1716)، "بولزانــو" (Bernard Bolzano 1781-1848).

وبهذا يكون قد استغرق التغلب على العقبات التي حالت دون إقتحام ميدان اللانهايــة في الرياضيات نحو ألفي سنة، عندما تمت إعادة النظر في المبدأ (مبدأ الكل والجزء).

وإذا كانت هذه هي حال أهم الإسهامات حول اللامتناهي قبل" كانتور"، فإنه مع هذا الأخير قد أصبحت خصائص الأعداد اللامتناهية أكثر وضوحا في إطار نظريته الشهيرة في المجموعات.

ثانيا: التأسيس الكانتوري لنظرية المجموعات:

كما سبق وأن ذكر، أنّ تطور الفكر الرياضي قد أدى إلى ظهور أزمة في الرياضيات، كانت سببا في قلق و اضطراب الرياضيين، خاصة المهتمين بفلسفة الرياضيات، فهؤلاء لكي يتجــاوزوا هذه الأزمة بحثوا عن أساس ثابت تبنى عليه الرياضيات كي تصل إلى اليقين، ومن نتــائج هــذه الجهود تأسيس نظرية المجموعات، والتي أحرزت نجاحا ملحوظا في دحــض مفارقــات الأعــداد اللامتناهية، ومنه وضع تعريف للإتصال خال من المتناقضات.

2-1-المرجعية الفكرية لنظرية المجموعات الكانتورية:

الحديث عن الأصول المرجعية لهذه النظرية، يقودنا مباشرة إلى استقراء الواقــع الفكــري الرياضي الذي عاصره "كانتور" وكذلك انشغالاته كطالب وأستاذ وباحث. فبالنــسبة للواقــع الرياضي آنذاك كان مفعما بالحساب، وما عرف في تاريخ الرياضيات بالتحسيب كحركة فكرية حاولت إلتماس أسس الرياضيات ويقينها في يقين الأعداد الصحيحة، أما بالنسبة ل"كانتور" فقد تجلت موهبته الرياضية في سن مبكرة، عندما قرر دراسة الرياضيات في سن الخامسة عشر ملتحقا بمدرسة خاصة في "فرانكفورت" و"دارمشتات"، فقد درس على أيدي أكبر الرياضيين ذلك الوقت أمثــال: "كــومر"[1] (Kummer)،" كرونكــر"[2] (Kronecker) ، "فيرســتراس" (Weierstrass)[3]

[1] - كومر رياضي ألماني، برع في الهندسة الجبرية ونظرية الأعداد، اشتهر بإكتشاف الأعداد العقدية المثالية، عندما كان يبحث عن مبرهنة فيرما التي تنص على أن: المعادلة "س ن + ع ن = ص ن" مستحيلة في حلقة الأعداد الصحيحة عندما يكون أكبر من "2".

[2] - ليوبولد كرونكر (1823- 1891): رياضي ألماني كانت أطروحته حول الوحدات العقدية بدراسة الأعداد الجبرية، كموضوع أساسي لإهتماماته الرياضية، كما اهتم ببناء الرياضيات على العدد الصحيح

[3] - فيرشتراس (weierstrass 1815- 1897)، رياضي ألماني أهم إسهاماته حول الدوال البيضوي Elliptiques)

ومن حيث الإهتمام، كان مولعا بأعمال "غوس" ونظرياته، بتطرقه للمسألة الصعبة الــتي تركها "غوس" بدون حل، وهو ما يعكس اهتمامه بنظرية الأعداد في هذا الوقت، حيث كتب في أطروحته للدكتوراه حول: مسألة الأعداد الصحيحة للمعادلة غير المحددة: (secundi gradis indeterminatis de aequationi bus).

وتكشف بعض هذه التحولات والإهتمامات عن الجذور التي دفعت بفكــرة المجموعــات لتظهر في صورة نظرية رياضية عند كانتور دون غيره. ويمكن تحديدها في ثلاثــة فــصول هــي: المتسلسلات المثلثية، الأعداد الحقيقية والمجموعات المشتقة.

2-2- المجموعة الكانتورية: المفهوم والخصائص.

مما لا شك فيه، أنّ الكثير من المفاهيم الرياضية قد نشأت نشأة حــسية عمليــة؛ أي أنّ الرياضيات بعض مفاهيمها قد أخذت من الإستعمال اليومي للإنسان، وفي هذا السياق نجــد أنّ كلمة مجموعة، نفس الشيء قد أخذت من اللغة العادية. فمثلا عبارة "مجموعة الطلاب النجبــاء" تعني: الطلاب المتفوقين أو الممتازين في الجامعة أو في الفصل الجامعي، وعلى هذا الأساس قامــت نظرية المجموعات، وتطورت في مفهومها بشكل تدريجي إلى مفهوم أكثر تجريد.

ونجد حدود هذا المفهوم في تعريف مبدع لنظرية المجموعات، ف"جورج كانتور" بوضــعه الأسس الأولى لهذه النظرية، فقد قدم لها تعريفه الشهير: "ونقصد بمجموعة تجميع لأشياء متمــايزة تماما محسوسة أو مجردة"[1]، وقد بقي هذا المفهوم الحدسي سائدا حتى نهاية القرن 19م، لأنّه نظــر إلى تجمعات أشياء ليست معرفة بخواص رياضية على أنها مجموعات أو قواعد محددة.

مع العلم أن الاهتمام بدراسة المجموعات يرجع إلى "غالوا"[2]، هذا الأخير الذي يعتــبر أول من اهتدى إلى فكرة المجموعة، عندما طبقها على حل المعادلات الجبرية. وقد أصبح لهذه الفكــرة أهمية كبيرة في الرياضيات المعاصرة، عندما تحولت إلى نظرية رياضية عنــد "جــورج كــانتور"،

1 – أحمد صلاح وآخرون،المرجع السابق، ص 216.

2 - أفاريست غالوا Evariste Galois) (1811- 1832)، رياضي فرنسي عاش في القرن 19م، اطلع في سن مبكرة، وهــو في الخامــسة عشرة من عمره على أعمال أكبر الرياضيين، خاصة "لاغرنج وابل"، دخل المدرسة العليا للأساتذة، كتب أعماله في ليلة المبارزة التي قتل فيهــا، في شكل رسائل بعثها إلى صديقه "شوفالي" وطلب منه نشرها وهي تدور حول التحليل والمعادلات التي تحل هذه الأعمال بطريقة الجذور، وأعطــى لمحات عن آخر أعماله في المجلة الموسوعة، وقد بقيت هذه الأعمال غامضة وغير مفهومة لمدة طويلة

فالإمعان في نظرية هذا الأخير، يقودنا إلى القول بأنها نظرية رياضية تعنى بالتأليف بين الأعداد وتنطلق من ثلاثة حدود أولية، لا معرفة هي: المجموعة، العنصر، ينتمي.

وفيما يلي بعض الخصائص الرياضية للمجموعات والعمليات التي تجرى عليها[1]:

-يرمز عادة للمجموعة بأحرف كبيرة A ,B,C.....X ويرمز لعناصرها بأحرف صغيرة: .a,b,c....x

-كما تستخدم العلاقات بينها بالرموز الآتية:

$a \in A$: للدلالة على أن a عنصرا من المجموعة A.

$a \notin A$: للدلالة على أن a ليست عنصرا من المجموعة A.

$A \subseteq B$: للدلالة على أنA محتواة[2] في B.

$A \cup B$: للدلالة على اجتماع[3] A و B.

$A \cap B$: للدلالة على تقاطع[4] A و B.

$\varnothing$:للدلالة على المجموعة الخالية[5]

هذا فيما يخص الخصائص الداخلية، وفيما يتعلق بالخصائص الخارجية فيمكن القول أنها نظرية في الأعداد لأنها قسمت الأعداد إلى:

---

1 – عويرة صفوان ،المجموعة الموسوعة العربية،العلوم البحتة،الرياضيات والفلك،المجلد17،ص218،متاح على:-http://w.w.w.arab-ency.com/index.php.modul=pn encyclo pedia et func=display-term et id=9799et m=1

[2] - المحتواة: إذ كان كل عنصر من مجموعة A هو في الوقت نفسه عنصر من مجموعة B ، يقال أن A محتواة في B و يرمز لذلك بـ:

$A \subseteq B = \{X / X \in A et \ X \in B\}$

[3] - الاجتماع: يقال أن المجموعة C تمثل اجتماع المجموعتينA وB ؛ فيما إذا كانت C مؤلفة من العناصر التي تنتمي على الأقل إلى واحد فقط من المجموعتين A و B، ويرمز لذلك بالشكل التالي:

$A \cup B = C = \{X : X \in A et \ X \in B\}$

[4] - التقاطع : إن المجموعة المؤلفة من العناصر المشتركة بين المجموعتين A و B و تسمى تقاطع هاتين المجموعتين و يرمز لها بـ:

أي أن:

$A \cap B = \{X : X \in A et \ X \in B\}$

[5] - المجموعة الخالية: هي المجموعة التي لا تحتوي أي عنصر من العناصر، ويرمز لها بالرمز $\varnothing$، و تعرف المجموعة الخالية بأي خاصية غير محققة، فمثلا يمكن أن تعرف المجموعة الخالية ϕ بالعلاقة:

$\phi = \{X : X \neq X\}$

أعداد أساسية (Cardinal): وهي الأعداد التي تعد بها وتدل على الكم، والأعـــداد الترتيبيـــة (Ordinal) وهي الأعداد التي تدل على المرتبة، أول، ثان، ثالث، رابع ...إلخ، قسمت الأعداد من جهة أخرى كذلك إلى أعداد متناهية(Fini) وإلى أعداد لامتناهيـــة (Transfini) وتمـــت دراسة هذين القسمين مما أدى إلى عدة نظريات متنوعة في كل منهما، مما كشف عن اخـــتلاف كبير بين نوعي الأعداد المتناهية واللامتناهية، وكل ما يتعلق بها من عمليات حسابية مختلفة[1].

وعلى الرغم من أنّ نظرية المجموعات قدمت مع منتصف القرن 19 م، تطـــورا هـــائلا بفـــضلها خطت كل من نظرية الدوال والهندسة المعاصرة خطوات عملاقة، وذلك بفضل أعمال كل مـــن: "ر. بايير" (R . Baire)[2] ، "أ. بورال" (E. Borel)[3] و "ه. ليبازك"[4] (H. Lebesgue) إلا أن نجاحها لم يمنع من ظهور مجموعة مفارقات أو نقائص جديدة، وهذا ما أصبح يهدد يقينها و مصداقيالها ، مما دفع الرياضيين إلى البحث للوصول إلى حلول لهذه النقائض ، وهذا لم يتم إلا من خلال أكسمة[5] (Axiomatisation) نظرية المجموعات، و التي تعني تأسيس النظريـــة علـــى مجموعة من الأكسيومات.

فظهور أكسمة نظرية المجموعات كانت نتيجة ظهور مفارقات رياضية هـــددت تناســـق وتلاحم الصرح الرياضي، وعندما نقول مفارقة، يعني أن الرياضي يمكن أنّ يبرهن علـــى صـــدق وكذب القضية في آن واحد؛ أي غياب مبدأ عدم التناقض، لهذا يرى "بوانكاريـــه" أن :"وقـــوع المناطقة في المفارقات هو نتيجة أنهم يعتبرون في البداية المجموعات متناهية لكنهم يتعـــاملون معهـــا على أنها لا متناهية"[6]، ولهذا يري ضرورة عدم تجاهل القضايا اللامتناهية وكذا ضـــرورة تفـــادي التصنيفات.

---

[1] - ثابت الفندي محمد ، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص 114.

[2] - "بايير لويس" (Baire René Louis) ولد بباريس 1874م وتوفي في شامبيري 1932م.

[3] - بوريل" (Borel) (إميل فيليكس إدوارد جوستن) (E.F.E.J) عالم رياضيات فرنسي (1871م – 1956م).

[4] - " ليبازك هنري ليون (Lebesgue Henri Léon)، عالم رياضيات فرنسي (1875م – 1941م).

[5] - ترجم محمد عابد الجابري كلمة Axiomatisation بالأكسمة على أساس أن ّترجمة كلمة (axiome) إلى أكسيوم. (أنظر: مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة و تطور الفكر العلمي).

6 - HENRE POINCARE , dernières pensées, Ernest, Flammarion, paris, 1913, p 137.

مع العلم أنّ أول من أشار إلى المفارقات هو "زينون الإيلي" من خــلال حجــة "أخيــل والسلحفاة"، التي سبق تحليلها في العنصر الأول من المبحث الثالث (فكرة اللامتناهي و أزمته)، ثم نجد "كانتور" مؤسس نظرية المجموعات بدوره قد أشار إلى مفارقة تعرف باسمه، وتوالت المفارقات في الظهور فنجد مفارقة "ريشارد" و "راسل" و "بيبري" و مفارقة "بورالي-فورتي".

فظهور هذه المفارقات دفعت الرياضيون إلى قراءة جديدة للمجموعات من خلال النظرية الأكسيوماتيكية، وهذا بدأ بتحديد المقدمات (التعاريف) التي يجب الاعتمــاد عليهــا، وهكــذا أصبحت نظرية المجموعات بالنسبة للباحثين الرياضيين تعني النظرية الأكسيوماتيكية للمجموعات مما يعني أن الإهتمام بهذه النظرية والتعمق فيها من قبل الرياضيينّ والمناطقة، قد أدى إلى الكــشف عن عدة نقائض (Paradoxes).

2-3- نقائض نظرية المجموعات.

استنادا إلى ما سبق، تم كشف أول تناقض في النظرية عام 1897م، من قبــل الرياضــي الإيطالي "بيورالي فورتي"، يتعلق بالنظرية التاسعة و الأربعون في الأعداد المرتبة اللامتناهيــة عنــد "كانتور" وتنص هذه المفارقة على أنّ الأعداد الترتيبية اللامتناهية يمكن أن ترتب ترتيبا تــصاعديا؛ بحيث أنه من بين كل عددين منهما أيا كان يوجد دائما عدد أقل من الآخر، و أن أكبر الأعــداد الترتيبية اللامتناهية هو آخر سلسلة تلك الأعداد، ولذا فإن هذه المفارقة تثبت أنه كلما حددنا أكبر الأعداد الترتيبية، فإنه يمكننا إضافة1، فنحصل على عدد ترتيبي جديد يكون هو الأكبر.[1]

و يمكن توضيح هذه المفارقة من خلال هذا المثال[2]: إذا افترضنا أنه لدينا مجموعة عناقيد من العنب موزعة كما يلي: عنقود فارغ، عنقود فيه حبة واحدة، عنقود فيه حبتان، عنقود فيه ثلاث حبات ...و هكذا إلى العنقود الذي يضم ما لا نهاية من الحبات، ولتكن هذه العناقيــد مرتبــة ترتيبــا تصاعديا: الأول ،الثاني، الثالث، (...) إن العنقود الفارغ يشكل الفئة الأولى و نرمز له بالعــدد الترتيبي 1، و العنقود الذي فيه حبة واحدة يشكل الفئة الثانية، و نرمز له بالعــدد التــرتيبي 2، والعنقود الذي يضم حبتان يشكل الفئة الثالثة، ونقابله بالعدد الترتيبي 3 (...)الخ، و هكذا فالرقم

1 – ثابت الفندي محمد ، فلسفة العلوم و مناهجها، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، (د.ط)، 1996، ص 116.

2 – عابد الجابري محمد: المرجع السابق، ص 99.

الذي نرتب به كل فئة هو الرقم الذي يلي أعلى الأرقام الترتيبية الموجودة في الفئة. وعلـــى هـــذا الأساس يكون الرقم الترتيبي الذي نرتب به المجموعة الأخيرة (العنقود الأخير في المثال) التي تشمل على جميع الأعداد الترتيبية و هي اللانهائية، أعلى من أكبر رقم فيها، و أذن فلا بد من وجود رقم ترتيبي أعلى من جميع الأرقام، وهذا تناقض؛ أي هنا تكمن المفارقة.

أما النقيضة الأخرى ،فقد اكتشفها "كانتور" نفسه سنة 1899م، ولكن الإعلان عنها كـــان في سنة 1932م، وتتعلق بأكبر الأعداد الأصلية و فحوى هذه المتناقضة:" أن نظرية المجموعات تنص على إمكانية توزيع عناصر مجموعة ما، إلى مجموعات جزئية تكون أكثر عدد من عناصـــر تلـــك المجموعة".[1]

و هذا المثال يوضح هذا القول: إذا كانت لدينا المجموعة أ حيث: أ={0، 1، 2، 3} فإن مجموعة أجزاء المجموعة أ:

أ= [،{0}، {1}، {2}، {3}، {0، 1}، {0، 2}، {0، 3}، {1، 2}، {1، 3}،

{2، 3}،{0، 1، 2}، {0، 1، 3}، {1، 2، 3}، {0، 2، 3}، {0، 1، 2، 3}]

نلاحظ هنا ان عدد المجموعات الجزئية لــ أ= 16، بينما عدد عناصر المجموعة أ = 4 ، و هنـــاك نجد "راسل" يقول :" أفرض أن مضيفك قد خيرك في نهاية الطعام بين ثلاثة أنواع من الحلوى، و دعاك لتناول نوع أو نوعين أو لتناول الثلاثة جميعا حسب مشيئتك، فكم طريقـــة مـــن طـــرق التصرف أمامك؟ أنت قد ترفض الأنواع جميعها،هذا اختيار واحد وقد تأخذ منها نوعا واحـــدا و هذا ممكن على أنحاء ثلاثة و من ثمة يتيح لك هذا ثلاثة اختيارات أيضا و قد تختار اثـــنين مـــن بينها، و هذا أيضا ممكن على أنحاء ثلاث، أو أنك تختار الثلاثة جميعها ،و هذا ما يتيح لك إمكانية واحدة نهائية، وبذلك مجموع الاختيارات الممكنة ثمانية اختيارات".[2]

ولهذا فإن تحليل "راسل" المفارقة يطابق المثال العددي الذي تم تقديمه ،وهو ما يؤكد أنّ الجزء قـــد يكون أكبر من الكل وهذا تناقض.

---

1 – عابد الجابري محمد: المرجع السابق، ص 100.

2 – راسل بلتراند ، فلسفتي كيف تطورت، تر: عبد الرشيد الصادق، مكتبة الأنجلو-مصرية، مصر، (د.ط)، 1963، ص 96.

وفي عام 1905، كشف "راسل"،وتتعلق بمجموعة جميع المجموعات "[.....] وقد كان اكتشاف أحد هذه المتناقضات في ربيع 1901 م [.....] واهتديت إلى هذا التناقض عندما كنت أتأمل برهان "كانتور" والذي يثبت به أنه ليس ثمة عدد أصلي (عاد) أكبر من سائر الأعداد"[1].ومنطوقها: أن كل عدد منته باعتباره مجموعة لا يشتمل على ذاته كجزء منها، فهذا يعني أن "راسل" يرى أن عدد كل الأعداد المتناهية كلها هو لا يشتمل ذاته ويشتمل ذاته أيضا كجزء من ذاته، وهذا تناقض.[2]

مثال: فهرس جميع الفهارس هل يكون عضوا أو لا يكون في ذاته؟ إذا كان فهرس جميع الفهارس يشتمل ذاته كعضو فهو حينئذ سيكون فهرسا زائدا بين جميع الفهارس، ومن ثم لا يكون فهرسا لجميع الفهارس،[3] أما إذا كان الفهرس لا يشتمل ذاته؟ فهل هذا ممكن؟ وهنا نجد أنفسنا أمام "مجموعة جميع المجموعات" هل تشتمل على ذاتها أم لا؟

ولهذا فالرياضي يجد نفسه أمام إشكال صعب: إذا انطلق من فرضية أن "مجموعة جميع المجموعات" التي لا تحتوي على ذاتها وهي مجموعة تشمل على نفسها كانت النتيجة هي أنها لا تشتمل على نفسها، وإذا انطلقنا من الفرضية المضادة و قلنا أنها مجموعة لا تشمل على ذاتها كانت النتيجة أنها تشتمل على ذاتها"[4]، مما يعني أن إثبات القضية و نقيضها يؤديان إلى تناقض.

ومما سبق، فإن مفارقة "راسل" أساسها "مجموعة جميع المجموعات" وحلها كان له دور مهم في بناء النظرية الخاصة بالمجموعات و سياقها الأكسيوماتيكي.

و لم يتوقف الأمر عند ما قدمه "راسل"، حيث عرض "ريشارد"[5] (Jules Richard) مفارقة أخرى ، ويمكن تلخيص المفارقة كمايلي:

1- إذا كان لدينا 26 حرف أبجدي، ترتيب الحروف على التوالي: مثنى مثنى، ثلاثي، رباعي رباعي، (...) فنتحصل على جدول لا متناهي من الحالات أو الإمكانات من الحروف.

---

1 - راسل بلتراند ، فلسفتي كيف تطورت، المرجع السابق، ص 50.

2 - ثابت الفندي محمد ، فلسفة العلوم ومناهجها، المرجع السابق، ص 116.

3 - جروف روبنسون ، راسل، تر: إمام عبد الفتاح إمام، المجلس الأعلى للثقافة، القاهرة، ط1، 2005، ص 38.

4 - عابد الجابري محمد،المرجع السابق، ص102.

5 - "ريشارد" (Jules Richard) (1862 – 1956)، عرف بالمفارقة التي تعرف باسمه.

ويؤكد "بوانكاريه" أنّ كل هذه المفارقات ناتجة عن الوقوع في حلقة مفرغة وعدم قدرتهم على تجاوزها، فالمناطقة وقعوا في الفخ عندما اعتمدوا على المجموعات المتناهية و تعاملوا معها على أساس أنها لا متناهية.

كانت هذه إذا أهم المفارقات التي ظهرت في بداية القرن 20م، و التي أثارت بل أكدّت تساؤلات الرياضيين حول صلاحيته قضاياهم، ولحلها اضطروا إلى اختيار طريق مخالف ألا وهو الأكسمة، ويبقى أن نقر أن طريق المفارقات هو السير الصحيح للوصول إلى الجديد.

مع العلم، أنّ هذه النقائض كشفت عن الحاجة إلى استخدام المجموعات بمساعدة قواعد محددة، بسبب النظرة الحدسية التي طغت على مفهومها في القرن 19م كما صاغها "كانتور"، ولذلك كانت أولى المحاولات لوضع المجموعات في قالب رياضي يقوم على وضع مسلمات مع: "زرميلو"[1] سنة 1908م، تلتها محاولة "فرانكل"[2] و"سكولم"[3] في 1922م و 1923م، و جاءت بعد ذلك محاولة أخرى من قبل "نيومان"[4] سنة 1925م، ثم "جودل "و"بيرني" في عام 1937م، و هي التي أدت إلى مفهوم الصف (Class)، و هو تعميم لمفهوم المجموعة إلى "مجموعات" بهذا المعنى صفوف خاصة، فيقال عن الصف "أ" أنه مجموعة إذ وجد الصف "ب" بحيث ينتمي "أ" إلى "ب". وحسب مبرهنة" كانتور"، لا توجد أية مجموعة تكون كل مجموعة عنصرا فيها و بالعكس يوجد صف جميع عناصره مجموعات.

وبهذا يتضح من خلال ما سبق، أن نظرية المجموعات قد دعمت الاتجاه الذي أهتم بتحسيب الرياضيات وترسيخ ألفة الرياضيين بالأعداد و الإبتعاد عن حدس الإتصال الهندسي، وبالتالي المضي قدما في صورنة الرياضيات. ورغم ظهور نقائض عديدة في هذه النظرية، فإن الاهتمام بها ومحاولة معالجتها، قد أدى إلى الإستعانة بالمنطق الصوري كأساس لليقين الرياضي، وبالتالي تأسيس الرياضيات على أسس منطقية.

---

1 - "أرنست زرميلو"(Zermelo)، رياضي ألماني (1871 – 1953) عرف بدوره في تطوير نظرية المجموعات.

2 - فرانكل" (Fraenkel)، رياضي ألماني (1891 – 1965) ، قدم مساهمة أساسية في وضع نظرية المجموعات في قالب موضوعاتي.

3 - "سكولم" (Skolem)، رياضي ومنطقي نرويجي (1887 – 1963)، عرف بأبحاثه في المنطق الرياضي ونظرية المجموعات.

4 - نيومان (Neumann) رياضي أمريكي من أصل مجري (1903 – 1957)

في نهاية القرن 19 م ، انتهت الرياضيات إلى الوقوف عند العدد كأساس ليقينـــها بـــدل حدس الإتصال، مع حركة التحسيب التي اعتبرت العدد كائنا بديهيا لا يحتاج إلى تحليل لمـــا هـــو أبعد منه؛ أي أنها أعطت العدد الصحيح قيمة مطلقة ووجودا أوليا لا يحتاج إلى تعريف كما ادعى الرياضي الألماني "كرونكر"[1]، بأن العدد الصحيح من عند الله[2].

لكن هذه البحوث اللاحقة سرعان ما تخلت عن هذا الطرح الذي يعتبر العـــدد موجـــودا أوليا، وأخذت تبحث عن حدود و أفكار أولية، فكانت البداية نحو التأسيس المنطقي و الرياضـــي لفكرة العدد من ثم الرياضيات ككل. و إن كان "هلبرت" سنة 1904، اعترف بأن علم الحساب لا يمكن تأسيسه على المنطق، إلا أنّه قبل هذا العام وفي مقال "أسس الهندسة"، أكد "هلـــبرت" أنّ المنهج المستعمل للبرهنة على التماسك في أسس الهندسة لا ينطبق على علم الحساب لأنّه أولي ولا يمكن البرهنة على تناقضه، فيقول "هلبرت": "يجب هذه المرة الإعتماد على الطريق المباشر(...) أنا مقتنع بالنجاح(...)إذا ما طبقنا(...)المناهج(...) المعروفة لنظرية الأعـــداد اللاناطقـــة"؛ أي أن المفاهيم المنطقية تفترض المفاهيم الرياضية، و خاصة العدد، ولكن على عكس الرياضيات تستخدم ومن ثم تفترض المنطق، إذن هما واحد، و أن إعادة تعريفهما صوريا بواســـطة أنـــساق الرمـــوز والقواعد وتأسيسها بالعودة إلى نظرية البرهان. وهذا ما يحاول معالجته في الفصل الثاني.

---

[1] - كرونيكر (léopold kronécker) رياضي ومنطقي ألماني، صاحب مقولة "الله هو خالق الأعداد، وما عاداها من صنع الإنسان".

[2] - صلاح أحمد وآخرون، ، المرجع السابق، ص 119.

الفصل الثاني

فالحديث عن علاقة بل تطابق المنطق والرياضيات، يجعلنا نؤكد علاقة الصورنة بالأكسيوماتيكية، على أساس أنّ الأولى هي نقد البراهين والثانية هي نقد المبادئ العامة،كما أن الرموز تلعب دورا كبيرا في عملية الصورنة والأكسمة. فالإجراءات والمواضيع تمثل في نسق من الرموز،

وهذا النسق يسمح بإستنتاج مجموعة من القواعد، دون العودة إلى الحدس الحسي للمواضيع أو إلى القوانين اللازمة عن الفكر،كما أن الرموز لها أهميتها بالنسبة للتعبير عن القواعد المنطقية للبراهين.

فظهور الهندسات اللاإقليدية في القرن 19 م، أثبت أنه يمكن رفض إحدى المصادرات الخاصة بالنظرية الإقليدية دون الوقوع في تناقض، وهذا ما نتج عنه تغير في طريقة و أسلوب البرهنة، فالأكسيوماتيك لم تعد متفقة مع الواقع، والإستنتاجات لم تعد تابعة للحدس المكاني. ولهذا فالموضوع الرياضي لم يعد له علاقة بالواقع، هذا يعني أنه أصبح للرياضيات موضوعا جديدا،موضوعا خاصا بها،و في هذا السياق ظهرت حركة جديدة هدفها تحقيق الدقة في البراهين و تعريف المواضيع بالتحديد، وقد ظهرت هذه الحركة في التحليل[1]، وفي الفروع الأخرى من الرياضيات و هي الحركة الصورية التي تأسست مع ظهور المنهج الأكسيومي فمن نتائج تأسيس الرياضيات على المنطق- هذا الأخير الذي كان كبديل فيما يخص أساس الرياضيات و كيفية تطويرها- ظهور المنطق الرياضي[2] .

إن أهم ما يميز بدايات المنطق الرياضي هو تأسيس نظرية البرهنة المتعلقة بمسألة الأسس، وهي المسألة الناتجة عن تطور التحليل الرياضي ووجود المفارقات في النظرية الأولية للمجموعات، ولحل هذه الإشكالية ظهرت ثلاثة إتجاهات: الأول التيار اللوجيستيقي، والذي يمثله، "بيانو" و"فريجه" و"راسل"، الذين ردوا الرياضيات إلى المنطق، و الثاني الحدساني و يمثله "بروور" و"هيتنغ"، والثالث يتمثل في الحركة الصورية التي أسسها الرياضي الألماني "هلبرت"، هذا الأخير الذي رأى أن الوضعية الناجمة عن الصعوبات في نظرية المجموعات و الإنتقادات الموجهة من طرف

[1] - نشأ هذا العلم كنتيجة لتطور الجبر مع بداية العصر الحديث، نحو مزيد من التجريد والتخلص من الاشكال المكانية وحدسها،ذلك أن المعاني الرياضية كانت ملازمة لمعنى الكم المتصل منذ اليونان.

[2] - حديثا يرادف المنطق الرمزي، وهو مصطلح من إقتراح "لالاند" و"كوتير"ا في المؤتمر الدولي للفلسفة عام 1904، ويطلق كذلك على نظرية كل من "فريجه" و"راسل" القائلة برد الرياضيات إلى المنطق.

الحدسانيين هي غير مقبولة، ولهذا من الضروري و العاجل حل مسألة لاتناقض الرياضيات، وخاصة في علم الحساب ، ولهذا عرض برنامجه الخاص بالصورنة سنة 1904 م ثم سنة 1926 م، هذا البرنامج يقوم بإختزال الرياضيات إلى نسق أكسيومي صوري من حيث اللغة و الإستنتاج، وقبل التطرق إلى البرنامج الصوري ل"هلبرت"، و الإنتقادات التي وجهها إلى التيار اللوجيستيقي، فلا بد من الإشارة إلى التأسيس المنطقي والرياضي لفكرة العدد، و من ثم الرياضيات ككل، فكيف تأسست الرياضيات على المنطق؟

المبحث الأول: تأسيس الرياضيات على المنطق.

يتبين مما سبق ،كيف تم تحسيب الرياضيات والإبتعاد عن حدس الإتصال الهندسي من خلال ردها إلى الأعداد الطبيعية أو الصحيحة، و إرجاع كل شيء في الرياضيات إليها، كما أنّ ظهور نظريات المجموعات قد كان داعما لذلك من جهة ، أنّها نظرية الأعداد ساهمت في ألفة الأعداد دون أشكال الهندسية بالرغم من نقائضها العديدة التي حركت من جديد الأبحاث في أسس الرياضيات نحو المنهج الأكسيومي و محاولة إقامة اليقين الرياضي على ذلك الأساس، و من هنا ظهر ما يعرف بالتيار اللوجيستيقي[1] والذي مفاده أن الرياضيات ترد إلى المنطق و منه فهي امتداد له،فكان من أهم المحاولات تأسيس فكرة الأعداد على أسس أكسيومية، وأهمها أكسيوماتيك "بيانو" للعدد.

أولا: بيانو[2] و تطوير البحث المنطقي:

يظهر ذلك من خلال أعماله التي يمكن تلخيصها في ثلاث مراحل: كانت بدايته رياضية في حساب اللامتناهي في الصغر و المعادلات التفاضلية ،ثم تحول في المرحلة الثانية إلى أسس الرياضيات عندما نشر أعماله في المنطق الرياضي، و البديهيات، في المرحلة الثالثة تحول إلى الدراسات اللّسانية سنة 1903 عندما أبدى رغبته في إيجاد لغة عالمية تجريدية على أساس مفردات الكلمات من اللاتينية و الفرنسية و الإنجليزية و الألمانية.

---

1 – اللوجيستيقا قديما يعني فن الحساب .

2 – جوسيبي بيانو (1858– 1932)، عالم رياضيات ومنطقي ألماني، كانت لديه إهتمامات واسعة بالرياضيات ميدان تخصصه الذي نال فيه شهادة الدكتوراه سنة 1880، وأصبح أستاذا مساعدا بجامعة تورينو 1890م، وفي العالم الموالي بد في نشر أوراقه وكتاباته، ثم عين في 1889 أستاذا محاضرا، وقد توفي بيانو في 20 أفريل 1932م.

من أهم كتاباته "الصيغ الرياضية" (formulaire mathématique) الذي ألفه بالاشتراك مع مجموعة من تلاميذه فيما بين الأعوام (1894 - 1901)؛ حيث يعرض فيه المفاهيم و المسلمات الأساسية في أصول الرياضيات التي اعتمد عليها "راسل" فيما بعد في تدوين "أصول الرياضيات" سنة 1903، "وبراكيبيا ماتيماتيكا" مع "هوايتهيد" عامي (1910 - 1913).

1-أكسيوماتيك العدد و نظرية الأعداد الطبيعية عند بيانو:

من خلال اهتمامه بالمشكلات الرياضية و خاصة الغموض الذي كان يكتنف اللغة العادية و أثره على فقدانها لطابع الدقة و الوضوح التي اكتسبها من خلال خبرته في تدريس حساب التفاضل و التكامل، ساهمت ل"بيانو" بتقديم أهم محاولة لتأسيس العدد و الحساب على أسس أكسيومية.

حيث أثبت أنّ نظرية الأعداد الطبيعية بأكملها يمكن أن تكون مشتقة من ثلاثة مفاهيم أولية و خمس قضايا أولية بالإضافة إلى قضايا المنطق البحث.[1]

-المفاهيم الأولية: (أفكار ابتدائية Primitive Ideas) و هي:الصفر "0"، العدد (Number) و التالي (Successor).

- القضايا الأولية: و هي خمس بديهيات، وقد استعمل في ذلك "بيانو" رموز جديدة في الرياضيات، متأثرا بقراءته لأعمال "بول" و"شرويدر"، و التي لا يمكن فهم أعمال "بيانو" بدونها، فيستعمل مثلا C مقلوبة الإتجاه لنتيجة، وحرف U للفصل، و مقلوبة للوصل ⊓ ، ¯ للنفي ، و ⍰ للدلالة عن الكذب عندما يكون بصدد القضايا، أما عندما ينتقل إلى الأصناف فيستعمل E صغير بمعنى الهوية، و K للصنف، و بإستعمال مثل هذه الرموز يقدم "بيانو" لغة رياضية جديدة توسع و تنفي اللغة السابقة تجمع بين الرياضيات و المنطق، وقد استعمل ذلك في تعريف الأعداد الطبيعية، وتعرف ببديهيات "بيانو". فتشمل على خمس قضايا ابتدائية Primitive (Propositions) و هي:

1- OEN,

1 – مهران محمد ، فلسفة برتراند راسل، دار المعارف، مصر، (د.ط)، 1976، ص 205.

2- aEN→a + EN,

3- OESΛ(VX::(X+GS)) → NcS

4-a, bEN1a+=b+→a=b,

5-aEN→a+≠N

و يمكن كتابتها باللغة العادية، كما هو موضح في الأسفل.[1]

إذا نظرنا في مجموعتي أصول الإشتقاق التي وضعها "بيانو" وجدنا أنه يميز تميزا وضحا بين كل من متسلسلة الأعداد الصحيحة و متسلسلة الأعداد الطبيعية[2]، لكن كيف يمكن إشتقاق نظرية الأعداد الطبيعية من الأصول التي وضعها "بيانو" و اعتبرها بمثابة أصول الإشتقاق؟

البرهان على هذا يسير وفق الخطوات التالية:

بواسطة القضية الأولية رقم (2) و التي تنص على أن:" تالي أي عدد هو عدد" فإن العدد (1) هو تالي الصفر، العدد (2) هو تالي الواحد، العدد (3) هو تالي العدد اثنان، والعدد (ن+1) هو تالي العدد (ن)....إلخ (1).

وبواسطة القضية رقم(3)والتي تنص على أنه:"ليس لعددين نفس التالي"فإنه من الواضح أننا لم نصل في خطوتنا السابقة إلى تالي واحد لعددين.(2)

وبواسطة القضية رقم (4) و التي تنص على أن:"الصفر ليس تالي أي عدد" يتضح لنا أننا في طريقة البرهان رقم (1) لم نصل إلى الصفر كتال لأي عدد(3).

من (1) و (2) و (3) يمكن أن نصل في البرهان إلى ما لا نهاية، وتصبح المتسلسلة على النحو التالي:

0، 1، 2، 3،....،ن، ن+1، ن+2، ...، ∞.[3]

---

1 - 1- الصفر عدد، 2- تالي أي عدد هو عدد، 3-ليس لعددين نفس التالي، 4- الصفر ليس تاليا لأي عدد، 5- أي خاصية من خواص الصفر، خاصية لجمع الأعداد.

2 - تبدأ متسلسلة الأعداد الصحيحة بالأعداد 4،3،2،1...الخ، أما متسلسلة الأعداد الطبيعية، وهو ما يبدأ به الرياضي، فهي 4،3،2،1...ن، ن+1، ن+2، ن+3، ن+4....الخ، ويؤكد "راسل" أن إضافة الصفر هي إضافة حديثة، لأنه لو تسنى للقدماء معرفة أن الصفر عدد لأمكن تطوير الرياضيات إلى أبعد مما هي عليه الآن.(أنظر: راسل بلتراند ،مقدمة للفلسفة الرياضية ،تر: محمد مرسي أحمد، مؤسسة سجل، (د.ط)،1962، ص3.

3 - العلامة "∞" ترمز إلى اللانهاية؛ أي أننا نسير في متسلسلاتنا إلى مالا نهاية له من الأعداد.

لكن هذا البرهان لقي كثيرا من النقد على يد "راسل"، باعتباره موقفا أوليا في الإشتقاق و ليس نهائيا في الرد،لأن الحدود الأولية الثلاث: الصف، العدد، التالي، تقبل عددا لا نهائيــا مــن التفسيرات المختلفة.[1]

ومن جهة أخرى إذا تأملنا قليلا هذه البديهيات الخمس، يمكننا استنتاج بعض الملاحظات الهامــة ببعض المعاني التي يتضمنها هذا الأكسيوماتيك:

-تعريف الأعداد يقوم على مفهوم التالي، فالعدد واحد هو تالي الصفر و العدد اثنين بأنه هو تالي للعدد واحد...

-أن تغير معان الحدود الأولية الثلاثة أو بعضها بمعاني غير متعارف عليها يبقــى الأكــسيوماتيك صحيحا، كتغيير دلالة الصفر للعدد 100 أو العدد للأعداد الزوجية و التالي على التالي الثاني؛ أي الزوجي.

-أما خامس البديهيات فإنها تشير إلى إطراد العمليات الحسابية المختلفة كــالجمع أو الطــرح...، فالعملية التي تصدق على عدد ما أو مجموعة أعداد تصدق على جميع الأعداد، و هو مــا يعــرف بالإستقراء الرياضي كما أسماه "بوانكاريه".[2]

ويمثل عمل "بيانو" هذا الكمال في تحسيب الرياضيات؛ أي رد الرياضيات إلى الحــساب من خلال محاولة إشتقاقها من الأعداد الطبيعية،و بذلك عمق الاتجاه نحو مزيــد مــن التجريــد والصورنة والإبتعاد عن الحدس والحس المشترك؛حيث أصبحت معه الرياضيات تكتــب بــصياغة رمزية أكسيومية، على أساس أفكار وقضايا أولية، تستخدم المنطق كحجة رياضــية،من خــلال تطبيق عدد محدود من القواعد المنطقية.

ففي كتابه "أسس الحساب بمنهج جديد" الصادر 1889 في حجم صــغير حــوالي 29 صفحة، حاول فيه استنتاج اليقين الرياضي من المنطق الخالص غلب عليه الطابع الرمزي المنطقــي الرياضي، أبدع لها جملة من الرموز مثل: $\in$(الإنتماء)، $\cup$ (الجمع المنطقي أو الإتحاد)، $\cap$(النــاتج المنطقي أو التقاطع)، و $\supset$ (المعنى المنطقي أو الإحتواء).

1 - محمد علي ماهر عبد القادر، فلسفة التحليل المعاصر، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، لبنان، (د.ط)، 1985، ص 78.

2 - عابد الجابري محمد، المرجع السابق، ص 87.

وقد كان "بيانو" مدفوعا إلى ذلك بإهتمامه بإدخال المنطق في مجرى الخطاب الرياضـــي؛ أي التعبير عن الرياضيات في شكل منطقي حازم – باعتبار أنّ نظرية الإستنتاج – وسيلة لبلـــوغ الدقة الكاملة في الرياضيات، كما يتضح لدى "بيانو" و جماعته، فقد ابتكروا هذا التدوين الرمزي لكتابة القضايا الرياضية و تحليل و تبرير البراهين الرياضية كما يرى "كاتوراه". [1]

وهذه اللغة الرمزية الدقيقة قد حملها مشروعه الكبير تحت عنوان (Formulaire de Mathématique) الذي يعبر بالرموز عن التعريفات و البراهين و المبرهنات بشكل موسع في الرياضيات، و هو أساسا سلسلة من التقارير كتبها "بيانو" و معاونيه، في خمس طبعات متواليـــة، أولها ظهر في 1895م، و الأخير في 1908م تحت عنوان (Formulario Matimatico) ضم 4200 مبرهنة؛ كتب بلغة عالمية جديدة من إبتكار "بيانو" (دعاها لاتينية دون قواعد سماها (interlingua). [2]

و يكون "بيانو" بهذا قد مهد الطريق لإتجاه تأسيس الرياضيات على المنطق، خاصة مـــن حيث إستعماله لبعض الأفكار و الرموز المنطقية في عرض نسقه، مما جعله نسقا محكما و محققـــا لمتطلبات الدقة، حيث تكشف عقلية "بيانو" عن عبقرية علمية أصيلة، فقد إمتاز بدقـــة تحليلاتـــه الرياضية و المنطقية.

و الواقع أنّ "بيانو" انتهى إلى دراسة المنطق عن طريق الرياضيات التي فحـــص أســـسها ومبادئها محاولا صياغتها بصورة جديدة تتسق و التطورات العلمية و الكشوف الرياضية الحديثة. [3]

لكن الأمور لم تلبث عند هذا الحد من الثقة و اليقين بالعدد، فسرعان ما اتجه البحث في إمكانية اشتقاق العدد نفسه، كما أن الحال مع أكسيوماتيك العدد عند "بيانو"، الـــذي حـــاول اشتقاقه من أفكار و قضايا أولية، مقدما بذلك أول محاولة لتأسيس العدد و من ورائه الرياضيات. لكن نسق "بيانو" رغم دقته فأنه قد تعرض للنقد و الإعتراض من طـــرف كـــل مـــن "فريجـــه" و"راسل"، لأنهم رأوا فيه بعض النقائص منها:

---

1 – بلاشي روبير ، المنطق وتاريخه من أرسطو حتى راسل، تر:د.خليل أحمد خليل، ديوان المطبوعـــات الجامعيـــة، الجزائـــر، (د.ط)، 1980، ص410.

2- BURTON, op.cit, p p 608-609.

3 – محمد علي ماهر عبد القادر ، فلسفة التحليل المعاصر، المرجع السابق، ص 70

-أن نسق "بيانو" لا يستطيع تعريف الصفر و كذلك العدد اللانهائي.

-لا يميز الأفكار الأولية :الصفر، العدد، التالي.

-أن مفاهيمه الثلاث تقبل عددا لا نهائيا من التغيرات المختلفة تحقق البديهيات الخمس.

ورغم أن "بيانو" قد وضع لنا الأفكار و القضايا الإبتدائية التي تساعدنا على اشتقاق الرياضيات بأسرها من المنطق، إلا أنه لم يتمكن من رد الرياضيات إلى المنطق بصفة نهائية [1]، لذلك فمحاولة إقامة العدد على أسس جديدة من خلال إختبار أفكار أولية تختلف عن الأفكار التي اختارها "بيانو"، فكان الإتجاه إلى أفكار أكثر بساطة منها، فقد وجدوا أنّ المنطق يحوي بعض الأفكار الأولية، التي تصلح بأن تكون أفكارا أولية بدلا من العدد، فقامت إثر ذلك محاولة تأسيس الرياضيات على المنطق.من خلال تحويل العدد من كائن رياضي إلى كائن منطقي،و هو الاتجاه الذي تزعم الحركة النقدية في الأبحاث الرياضية نهاية القرن 19م و بداية القرن 20 م، معبرا عن شكل جديد من أشكال الصورانية في الفكر الرياضي المعاصر.

بحيث أضحت الرياضيات بأسرها منطقا، و بات من المعتذر على الذهن التحليلي أن يتبين أين ينتهي المنطق و أين تبدأ الرياضيات.

ثانيا: فريجه[2] و الإتجاه اللوجيستيقي.

تميزت حياته بطابع العزلة و الكآبة الذي فرضه على نفسه، مما انعكس على أسلوبه وطريقة تدريسه و حياته الأكاديمية، بسبب نزوحه التام لإنجاز مشروعه العلمي، كما يؤكد تلميذه "رودولف كارناب" ذلك عام 1914م. [3]

أما بالنسبة لإهتماماته و أعماله، فقد انصبت حول المنطق الرمزي و فلسفة المنطق والرياضيات، كما يتضح ذلك من خلال أهم مؤلفاته و كتاباته و أبحاثه، أشهرها المعروف باسم (Begriffs Schrift) أو "تدوين الأفكار، لغة صورية للفكر تحاكي لغة علم الحساب" الذي

---

1 – محمد علي ماهر عبد القادر، المرجع السابق، ص 79.

2 -"فريدريك جوتلوب فريجه" (1848– 1925)، رياضي وفيلسوف ومنطقي ألماني، ولد في فيزمر(wismar) بألمانيا، التحق بجامعة "بينا" عام 1869، ثم جامعة "بوتنجن" ،حيث درس الرياضيات والفيزياء والكيمياء والفلسفة، وعاد إلى "يينا" ليحصل من جامعتها على الدكتوراه في الرياضيات، أين قضى معظم حياته العملية في تدريس الرياضيات، حتى اعتزاله عام 1917، وتوفي في 26 جويلية

3 – قاسم محمد ،فلاسفة العلم جوتلوب فريجيه،دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، (د.ط)، (د.ت)، ص 14.

يعد أول خطوة قام بها لتحرير المنطق من قيود اللغة في البرهان و الإستنتاج و التعبير عن جميع القضايا المنطقية.

أما بالنسبة لفلسفة المنطق و الرياضيات، فقد أخرجها في كتابه "أسس علم الحساب" سنة 1884م الذي حاول فيه نقد أراء الرياضيين المعاصرين، مبرزا موقفا جديدا من أسس الرياضيات، ممثلة في الحساب تستند إلى الأفكار المنطقية، و في عام 1893م أخرج كتابه الأخير "القوانين الأساسية لعلم الحساب" (Grund Gestez der Arithetik) الذي حاول من خلاله أن يشتق علم الحساب من المنطق.

كما اهتم "فريجه" أيضا بنشر سلسلة مقالات فلسفية تعكس تصوره لفلسفة المنطق واللغة والرياضيات، تميزت بدقة التحليل و عمق الرأي، و من أهمها "الدالة و التصور" 1891م، ثم "التصور والموضوع" 1892م، ليتبعها بمقالة "المعنى و الدلالة".

أما النتيجة التي يمكن الوصول إليها من هذه الأعمال فإنها قد وضعت أسس لعلوم و مباحث جديدة في المنطق وفلسفة اللغة و فلسفة الرياضيات.

2-1- المساهمة في حركة النقد الداخلية و أسس علم الحساب لدى جوتلوب فريجه:

منذ بداية القرن 19 م، شهد الفكر الرياضي تحولا نحو الإهتمام بالأسس والمبادئ التي قام عليها، و لم يكن "فريجه" بعيدا عن هذه الحركة النقدية، فمنذ كتابته الأولى تظهر نزعته النقدية بالنسبة للأراء والمذاهب المعاصرة له، التي كانت تؤسس الرياضيات على أساس العدد، فكانت محاولته المساهمة في حركة التحسيب هذه، لكن بنظرة جديدة و مختلفة.

فمن خلال محاولته لفحص "أسس و قوانين الحساب" وجد أنّ الرياضيات بأسرها تعمل وفق النسق الإستنباطي، وأنّ الحساب أنما هو نسق متطور للمنطق. لأن ّكل قضية حسابية هي بالضرورة قانون منطقي، لهذا اتجه "فريجه" إلى محاولة إقامة المنطق كنسق إستنباطي في المحل الأول وفق أفكار و مفاهيم أساسية تجعل من النسق المنطقي نسقا محكما يفي بأغراض البحث العلمي [1].

ففي كتابه "أسس علم الحساب" تبرز قدرة "فريجه" التحليلية بوضوح عندما يجعل من التساؤل عن عدد نقطة البداية، فراح يدرس بتحليل منطقي إحتمالات تعريف العدد و الأخطاء

1 – محمد علي ماهر عبد القادر ، فلسفة التحليل المعاصر، المرجع السابق، ص 86.

المترتبة على فهم علماء الرياضيات للعدد من حيث مفهومه، لإعتقادهم أنه غير مهم و أنّ الكتب الإبتدائية تغنينا عن التعريف، و لتحقيق هذا الهدف بدأ بمناقشة علمية للآراء الشائعة حول قضايا علم الحساب و طبيعتها، حيث ينتقد أهم المواقف في ذلك العصر فكان يعرض لهذه الآراء والمواقف ثم يبين عدم قدرتها على بيان طبيعة العدد الحقيقة لما يعتريها من قصور و غموض في كثير من الأحيان؛ و أخيرا يتجه إلى تصويبها بنظرة تغلب عليها الترعة المنطقية في تأسيس الرياضيات.

ففي مقدمة هؤلاء يبرز "فريجه" الإعتراض، الذي قام حول التساؤل المتعلق بالعدد، فقد كان الرياضي الألماني "كرونكر" يعتبر من أثار مثل هذا السؤال غير مقبول في الرياضيات لأنه يقع خارجها، حيث ينتهي إلى طرح تيولوجي عندما يقول: "الأعداد الصحيحة تأتينا من عند الله"[1].

و إسنادا إلى هذا، ينتهي"فريجه" إلى الثورة على المفاهيم و التصورات السائدة في الفلسفة و الرياضيات، إلى استعمال أدوات جديدة لمعالجة المشكلات و الإجابة عن الأسئلة العالقة في شكل أسلوب يقوم على التحليل المنطقي و اصطناع الرموز من أجل تحقيق الدقة و الصرامة المفقودة، حتى يتمكن من إصلاح و تصحيح يمكن الرياضيات من القيام على أسس بعيدة عن الغموض و تحقيق الصورنة التي وجدها في المنطق الذي كان على معرفة معمقة به منذ "أرسطو" حتى "بول" و "شرويدر".

فمن خلال ظهور مؤلفه "التصورات"، ظهرت محاولته لإقامة الإتجاه اللوجيستيقي من خلال بناء لغة رمزية منطقية،و قد طورها فيما بعد في "أسس علم الحساب"، حيث حاول أنّ يقدم فيه تعريفا للعدد يقوم على الأفكار المنطقية دون الأفكار الميتافيزيقية التي كانت شائعة في عصره.

لكن السؤال الذي يطرح هو: كيف رد "فريجه" الرياضيات إلى المنطق من خلال نظريته في الأعداد الطبيعية؟، يمكن الوقوف على الإجابة على لهذا السؤال من خلال دراسة "فريجه" للأعداد و ما يتعلق بمعناها و أسسها و تعريفها و براهينه لعلم الحساب.

1 – ثابت الفندي محمد ، فلسفة الرياضية، المرجع السابق، ص115.

2-2- الأسس اللوجيستيقية لنظرية الأعداد:

بعد استبعاد "فريجه" الدراسات السابقة لفكرة العدد؛ في ضوء الأسس و التصورات الميتافيزيقية و غيرها [1]، استند إلى بعض الأفكار المنطقية في صياغته لنظرية الأعداد،و من أهمها المفهوم و المصادق و التصور.

المفهوم وما صدق[2]: بالنسبة لعلاقة العدد بالمفهوم والماصدق، فقد رأى بأنّ تعريف الأعداد يكون بالرجوع على تصورات تجريبية عن طريق استقراء جميع الأفراد التي تدخل فيما صدق شيء ما، مثل قولنا بأن العدد 5 هو العدد الذي ينتمي إلى تصور " قارة " أو ينتمي إلى تصور" أصابع اليد"، يعني التسليم بتصورات تجريبية لا تتسق مع وجود سلسلة الأعداد اللانهائية، لذلك لا بد من التوجه نحو التعريف بالمفهوم أي الخصائص المشتركة التي تكون بفضلها فئة، ولذلك فالعدد يصبح خاصية من خصائص فئة[3].

التصور: فيما يخص علاقة العدد بالتصور، فيمكن فهمها من خلال فهم معنى التصور، ففي أطر تمييزه بين القضايا معتبرا أن التصور هو حد عام موضوع القضية الكلية في مقابل اسم العلم الذي هو موضوع القضية الشخصية أو الحملية[4]. معنى ذلك أن العدد هو عنصر يندرج تحت تصور بما يندرج تحته من أشياء،لأن الأعداد لها وجود واقعي يعد مستحيلا بالنسبة للأشياء.

2-3- تعريف العدد:

إن التصور الذي كان سائدا قبل "فريجه" حول البحث عن تعريف العدد، لم يكن أمرا مقبولا عند علماء الرياضيات، بحجة أنه كانت تعرف به باقي الأعداد، ولكن مع "فريجه" نجده يصر في مقدمة " أسس علم الحساب " على ضرورة ومشروعية التساؤل عن: ما العدد واحد؟ قائلا: "

---

1 - من بين الاتجاهات التي جانبت الصواب في فهم الرياضيات وطبيعة موضوعاتها، ما كان يعبر عنه "هنكل" (Hankel)، الذي اعتقد أن الأعداد مجرد علامات لا معنى لها ترمز إلى أشكال جوفاء بدون مضمون، فيصفهم بالببغاوات، التي تتعلم لفظ الكلمات، إلا أنها لا تفكر ولا تدرك ما يصدر عنها من ترجيح يعبر عن رموز وإشارات.أما الإتجاه الآخر الذي طان يتزعمه "ميل" والذي يرجع المعارف إلى الخبرة الحسية والتجربة، وفي مقدمتها قضايا علم الحساب، فالأعداد عندهم تشير إلى أشياء في الواقع؛ أي صفات للأشياء المحسوسة، لكن هذا الفهم يفقد معناه إذا ما خرجنا إلى مجموعة الأعداد الطبيعية إلى الأعداد الصماء الصحيحة.

2 - هو عدد الأفراد الذين يصدق عليهم اللفظ.

3- بدوي عبد الرحمن، مناهج البحث العلمي، وكالة المطبوعات، الكويت، ط3، 1977، ص 59.

4- فهمي زيدان محمود، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، دار النهضة العربية، 1993، ص 166.

عندما نسأل البعض ما هو العدد واحد أو ماذا يعني الرمز1 "[1]. حيث انتقل "فريجـــه" في تعريفـــه للعدد من التعريف العام للعدد إلى تعريف محدد لكل عدد.[2]

والملاحظ من هذه التعريفات التي تربط العدد بالتصور " غير متطابق مع ذاته"، بأنه تصور منطقي لأنه لا يتضمن أي شيء تحته، وبفضل هذه الصياغة يمكن الاستمرار في تعريف الأعـــداد التالية[3].

هكذا حاول "فريجه" من خلال أبحاثه وكتاباته، تأسيس الرياضيات على أسس مغايرة لمـــا كـــان سائدا؛ فخصّص جل إهتماماته لتأسيس الرياضيات على المنطق؛ من خلال إدراكه للعلاقة الوثيقة بين المنطق والرياضيات، خاصة في " أسس علم الحساب "و"القوانين الأساسية لعلم الحساب "من خلال الإستعانة ببعض الأفكار المنطقية، وتعريف العدد من خلال فكرة الفئة وبعض التـــصورات المنطقية الخالصة.

والحقيقة أن "فريجه" يعتبر حلقة من حلقات التطور في تاريخ المنطق والرياضيات على حد سواء، رغم أن الباحثين من المناطقة والرياضيين لم ينتبهوا إلى عبقريته وأصالته إلا بعد أن كـــشف "راسل" النقاب عن جوانب فكره في الملحق الخاص الذي ذيل به كتابه "أصول الرياضيات"،حيث تناول فكر "فريجه" من حيث المنهج والموضوع ونقاط الأصالة والنسق الإســتنباطي، وتـــصحيحه لبعض المواضع في المنطق الصوري الأرسطي[4]؛ أي أنه ينبغي أن نشير أن معظم البـــاحثين، وهـــم بصدد حركة التأريخ للمنطق الحديث لم يعنوا بفريجه وأبحاثه، الأمر الذي أفضى بالرياضـــيين إلى إهماله؛ لكن بعد أن قدمه "راسل" للمفكرين، وبعد أن نقل "ماكس بلانك"[5] (Max blank) أكثر أعماله من الألمانية إلى الانجليزية، أضحت أعمال فريجه يسيرة إلى حد كبير، ومع هذا فقـــد

---

1 - GOTTLO FREGE, the fondation of Arithmetic, Translated by J.L Austin seconde, revised edition, Harper Brothers, new york, 1960, p p57-58.

2 - بالنسبة للتعريف العام للعدد، فهو يعتبره فئة تضم جميع الفئات المماثلة لفئة معينة؛أما التعريف الخاص، فقد أقامه على أساس تناوله للعدد منطويا تحت تصور معين، متخذا من الصفر نقطة البداية لها: 0 : هو العدد الذي ينتمي إلى التصور:" غير متطابق مع ذاته"، 1: هو العدد الذي ينتمي إلى التصور: "غير متطابق مع 0"، 2: هو العدد الذي ينتمي إلى التصور: غير متطابق مع 0 أو 1"، 3: هو العدد الذي ينتمي إلى التصور: "غير متطابق مع 0 أو مع 2".

3- محمد قاسم محمود، المرجع السابق، ص 63.

4- محمد علي ماهر عبد ، فلسفة التحليل المعاصر، المرجع السابق، ص 81.

5 - "ماكس بلانك": (Mas Karl Enst Ludwig Planck) (1858 -1949)، فيزيائي ألماني تحصل على جائزة نوبل سنة 1918،صاحب نظرية الكوانتم.

تطلب عرض منهج "فريجه" ودراساته، تحليلا وتركيبا ومقارنة، سنوات طويلة كان حصيلتها بحث أصيل للمنطقي الرياضي " "كريستيان ثيل"(christain thiel) [1].

لكن لا بد من الإشارة كذلك، إلى أن "فريجه" في آخر كتاباته حاول إعـــادة النظـــر في أسس علم الحساب، تحت تأثير "راسل" الذي اكتشف وجود تناقض في نسقه، ويتعلـــق الأمـــر بالبديهية الخامسة التي تتضمن تناقضا، عند محاولة الإجابة عن فئة الفئات التي ليـــست عـــضوا في ذاتها، بنعم أو لا؛ فهل تلك الفئات عضوا في ذاتها؟[2] حيث نجده يضيف مصدرا آخر للمعرفة على جانب الإدراك الحسي والمنطق وهو الهندسة، من خلال المقالة الأخيرة له "محاولة جديدة لوضـــع أساس لعلم الحساب" عام 1924، مما يعني بأن المصدر المنطقي للمعرفة مصدر غير خالص، فهـــو لا يكفي وحده.

ثالثا: الطابع المنطقي للرياضيات عند برتراند راسل[3].

تميزت اهتماماته بالمنطق والرياضيات خاصة عندما ألف أهـــم كتبـــه فيهـــا " أصـــول الرياضيات " 1903 و " برانكيبا ماتيماتيكا " بين 1910- 1913 بالاشتراك مع زميله "ألفرد نورث وايتهيد"[4].

دون أن ننسى أول أعماله " مقال في أسس الهندسة "، تجلى فيه التأثر بالمثالية، حيث طـــرح فيـــه السؤال الكانطي: كيف كان علم الهندسة ممكنا؟ وانتهى إلى أنه لا يكون ممكنا إذا كان المكـــان وتحدا من التصورات الثلاثة المطروحة المستوية والمحدبة والمقعرة[5]. فالثورة التي قادها "راسل" علـــى الفكر المثالي تؤكد لنا الطابع الذي تميزت به فلسفته في كل مراحلها، خاصة حين اتخذ من المنـــهج

1 – محمد علي ماهر عبد القادر ،فلسفة التحليل المعاصر، المرجع السابق، ص 81

2 - محمد قاسم محمود ، المرجع السابق، ص 111

3 - برتراند أرثر وليام رسل: فيلسوف ومنطقي ورياضي انجليزي، ولد في 28 ماي 1872 في أسرة أرستقراطية تلقى تعليما خاصا في المترل، حيث أظهر نبوغا ملحوظا في الرياضيات، حصل عام 1890 على منحة لدراسة الرياضيات في كلية ترينتي بجامعة كمبريج، التي قضى فيها أسعد أوقاته، حيث توطدت علاقة الرياضية ب"وايتهيد"، والفلسفية ب"جورج مور"، نال جائزة نوبل في الأدب 1950، ظل راسل على آخر حياته ملتزما بتلك القضايا كفيلسوف ومفكر إنساني، توفي في الثاني من فيفري 1970م.

4 - ألفرد نورث وايتهيد (1861-1947)، فيلسوف أمريكي شمالي من أصل انجليزي، ونجد نشاط وايتهيد العلمي الخاص في كتاب"مبادئ الرياضيات"، الذي كتبه بالتعاون مع برتراند راسل.

5 – طريف الخولي يمني ، فلسفة العلم في القرن العشرين، عالم المعرفة، العدد 264، الكويت، 2000، ص 276

العلمي دعامة أساسية لفلسفته التحليلية (Analytical philosophy)، والواقع أن "راسل" حين يتحدث عن مناهج العلم، إنما يعني إستخدام مناهج العلوم الصورية؛ أي الرياضيات والمنطق[1].

1-3- تعريف الرياضيات البحتة:

يظهر الطابع المنطقي للرياضيات كما يتصورها "راسل" من خلال تعريفه للرياضيات البحتة، حيث يقول "راسل": "الرياضيات البحتة هي فئة جميع القضايا التي صورتها "ق" يلزم عنها "ك"، حيث "ق"، "ك" قضيتان تشملان عن متغير واحد أو عدة متغيرات هي بذاتها في القضيتين، علما بأن كلا من "ق"، "ك" لا تشتمل على ثوابت غير الثوابت المنطقية[2]، معنى هذا التعريف أن الرياضيات البحتة أشبه بالقضايا الشرطية التي لا تؤكد شيئا في العالم الخارجي الفيزيقي، كما هو الشأن في قضايا الرياضيات التطبيقية، حيث يتم التعبير عن قضايا تجريبية تتعلق بظواهر كالحركات والسرعة والحرارة...وإنما يتم التأكيد على اللزوم، فالأخذ بالمفهوم يلزم عنه الأخذ بالتالي؛ أي أن قضاياه افتراضية يتضمن فيها الشرط جوابه دون اكتراث لوجود خارجي وتحقق واقعي.

كما سبق وأن ذكر، يكشف ذلك عن الطابع المنطقي للرياضيات كما يتصورها "راسل"، إذ بفضل ذلك يمكن الوصول إلى يقين في الكثير من المسائل التي كانت في الماضي تثير الشكوك كطبيعة العدد واللانهاية، والمكان، والزمان، والحركة، وطبيعة الإستنتاج الرياضي ذاته، عن طريق ردها إلى مشكلات في المنطق البحث.[3]

كما يتبين من خلال هذا التعريف للرياضيات البحتة أن القضايا تتميز بميزتين أساسيتين: الأولى هي أن جميع القضايا تنحل إلى علاقة اللزوم المنطقي، أمّا الثانية في أنها تشمل على متغيرات وثوابت منطقية، وهي ما يبقى ثابتا في قضية مع تغيير جميع مكوناتها، لذلك لا يمكن أنّ ندخل في الرياضة البحتة شيء لا يمكن تعريفه ما عدا الثوابت المنطقية، وعليه لا يمكن أن ندخل في الرياضيات من المقدمات والقضايا التي لا يمكن إثباتها ما عدا التي تعالج الثوابت المنطقية والمتغيرات، وهو ما يجسد الفرق بين الرياضيات البحتة والرياضيات التطبيقية.[4]

---

1 – محمد علي ماهر عبد القادر ، فلسفة التحليل المعاصر، المرجع السابق، ص ص 98-99.

2 – راسل بلتراند ، أصول الرياضيات، ج1، تر: محمد مرسي، المرجع السابق، ص 31.

3 – المرجع نفسه، ص 32.

4 – المرجع نفسه، ص 38.

يفهم من هذا الكلام، أنّ المفاهيم الرياضية يمكن اشتقاقها من البديهيات المنطقية، ويـــدل هذا كذلك على الصلة الوثيقة بين الرياضيات والمنطق التي عمل "راسل" على إثباتها والدفاع عنها في إطار نزعته المنطقية في التأكيد على التطابق بين العلمين وعلى اشتقاق الرياضيات من المنطـــق، وليس هذا فحسب، بل إنها تشير أيضا إلى حل نقائض الرياضة المعاصرة من خـــلال نظريـــة الأ[1] (théorie des type) فأصبح للمذهب اللوجيستيقي وجهان، أولهما رد الرياضة بحذافيرها إلى المنطق الصوري، ثم حل نقائض الرياضة بإقامة نظرية الأنماط.[2]

ولكن السؤال الذي يطرح: هل بالفعل يمكننا الحديث عن أساس للرياضيات بـــالاختزال إلى المنطق؟ فهذا السؤال له علاقة مباشرة بالفصل الأخير (الثامن عشر) من كتاب "مقدمة للفلسفة الرياضية"[3] لراسل، حيث في هذا المبحث يقول:" في الأبواب المتقدمة من هـــذا الكتـــاب بـــدأنا بالأعداد الطبيعية فعرفنا أولا العدد الأصلي، وبينا كيف نعمم التصور عن العدد، ثم حللنا بعد ذلك التصورات الداخلية في هذا التعريف حتى وجدنا أنفسنا نبحث في أساسيات المنطق التي تـــأتي أولا في دراسة تركيبية استنتاجيه.

ففي هذا القول، يؤكد "راسل" أنه إذا ما بحثنا في الرياضيات وجدنا أنفسنا نبحـــث في المنطق، ومن ثم فإن الرياضيات مردها في الأخير للمنطق، وهذا ما يعرف بإتجاه رد الرياضيات إلى المنطق، لأن الأكسيومات التي أشار إليها "راسل" في مؤلفه "مبادئ الرياضيات"، هي عبارة عـــن قضايا منطقية مبرهنة منطقيا، ولكنه لم يستطع أن يحدد خصائص ومميزات القضايا المنطقية فهـــو يرى أنها قضايا تحليلية أو تكرارية، ونقيضها متناقض في ذاته.[4]

1 - كانت نظرية الأنماط وأكسيوم الإختزال عند "راسل" موضوع المقالين "مفارقات المنطق" و" نظرية أنماط المنطقية"، ولحل المفارقات، اعتمد "راسل" على تسلسل الأنماط، من أجل التمييز بين الحدود التي يمكن أن نقول أنها مواضيع قضايا (sujets)، ومحمولات وعلاقات بين حدود القضية وهي عبارة كلها عن تصورات.

2 – ثابت الفندي محمد ، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص 125.

3 – مقدمة للفلسفة الرياضية (Introduction to Mathematical philosophy) وقد دون راسل هذا المؤلف أثناء فترة أرغم علـــى قضائها في السجن لمناهضته ضد الحرب، وسيتعرض فيه راسل نظريات المنطق الرياضي، ونظريات العدد، والمشكلات المتعلقة بأصول الرياضـــيات وأسسها.

4– راسل بلتراند ،مقدمة للفلسفة الرياضية، المرجع السابق، ص 187.

3-2- التعريف المنطقي للعدد:

لم تلق الإجابة عن السؤال المتعلق بما هو العدد؟ كما سبقت الإشارة؛ أي إجابة صحيحة أو مقبولة إلا مع "فريجه" سنة 1884م في أسس علم الحساب، بعيدا عن التصورات الميتافيزيقية أو النفسانية التجريبية، لأنها ترجع العدد إلى عملية العدد التي يرفضها، لأنها عملية معقدة،ولا تـؤدي إلى تعريف الأعداد اللانهائية. لذلك كان مدخل "راسل" لتعريف العدد، مدخلا تحليليا، إن فكرة العدد لا تأتينا إلا بعد أن تسبقها خطوات عقلية أبسط منها، وأن هذه الخطوات العقلية السابقة إنما تقع كلها في مجال المنطق، لذلك فالإنطلاقة الأولى من التفكير الرياضي كخطوة متقدمة تبدأ مـع الأصول الأولى للمنطق.

حيث يقول "راسل" في مقدمة "مدخل في الفلسفة الرياضية": كما أن أيـسر الأجـسام إدراكا هي تلك التي لا تكون شديدة القرب ولا تكون شديدة البعد، وهي تلك أيـضا الـتي لا تكون شديدة الصغر ولا شديدة الكبر، فكذلك أيسر الأفكار العقلية إدراكا هي الـتي لا تكـون شديدة الصغر ولا شديدة الكبر، فكذلك أيسر الأفكار العقلية إدراكا هي التي لا تكون شـديدة التركيب ولا شديدة التبسيط، وهذه الشروط متوافرة في العدد ، فلا هو شديد البساطة ولا هـو شديد التركيب، بحيث يتعذر إدراكه على الناشئ الصغير.

ولذلك يسهل عليه فهمه كنقطة ابتداء يمضي بعدها إلى دراسة التركيبات الرياضية، ثم إذا أراد بعد اكتمال نضجه الرياضي أن يفلسف الرياضة مضى في سيره وراء العدد ليكـشف عـن العناصر البسيطة التي منها يتألف ويتركب،[1]؛ أي أن العدد مألوف بفعل الحياة اليومية، ما يجعلنـا نصل إلى الفهم السهل.

واستنادا إلى ما سبق،يقدم لنا "راسل" تعريفه الرياضي للعدد،والعدد الذي تناوله "راسل" بالتحليل هو العدد المتعين المحدد القيمة مثل (1) أو(3) أو (0)، ذلـك أن الرياضـيين كـانوا يستثنون العدد " 1" من الأعداد ليجعلوه غير قابل للتعريف من أجل أن يعرفوا به بقية الأعـداد، فيكون "2" هو 1+1 مثلا، والعدد "3" هو 2+1 وهكذا، لكن هذه الطريقة التي كانت سـائدة

1 – نقلا عن غالب مصطفى، برتراند راسل، دار مكتبة الهلال، بيروت، 1986،(د.ط)، ص 62-63.

لا تخفي عيوبها من منطلق أنها ليست تنطبق إلا على الأعداد المنتهية دون الأعداد اللانهائية كمجموعة النقط في الخط المستقيم.

لكن التطورات العلمية اللاحقة بفضل جهود "جورج كانتور"، مكنت من تذليل تلك الصعاب، خاصة عندما عالج الأعداد اللانهائية وقربها للفهم؛ فالرياضيون السابقون ل"كانتور"، كانوا لا يعلمون عن طبيعة العدد ما كان قد كشفه الرياضيون المعاصرون، ذلك أنّ وجود المذهب المسمى بالنهاية (finitism)، كان يشكك في القضايا التي تدخل فيها المجموعات لانهائية لأنّه لا يمكن تحقيقها[1]، وقد كان ل"كانتور" الفضل في تخليص الأبحاث الرياضية من الخلط بين الأعداد النهائية والأعداد اللانهائية، على أساس أن الأعداد اللانهائية لا تخضع لما دعاه "بوانكريه" بالاستقراء الرياضي الذي تتضمنه البديهية الخامسة من بديهيات "بيانو"، التي تشير إلى أن العملية التي تصدق على عدد ما أو مجموعة أعداد تصدق على جميع الأعداد.

بالإضافة إلى هذا الجهد الرياضي، مكنت الدراسات القائمة في المنطق الرياضي من تحليل فكرة الجمع وإشارتها.[2]

لذلك يتجه "راسل" لتعريف العدد بفكرة الفئة[4]، (class)، فتحديد معنى العدد يقوم أساسا على أنه فئة الفئات؛ أي أن العدد طريق يضم مجموعات معينة من مجموعات لها عدد معلوم من الحدود.

وما يلاحظ حول هذه التعريفات ابتعاد العدد عن الإشارة إلى العدد أو إلى كائنات رياضية، أصبح العدد إذن كائن منطقي حيث أصبح؛ أي عدد يمكن أن يشير إلى فئة الفئات المتشابهة، ليصبح العدد"1" فئة الفئات، التي تحتوي على عضو واحد، والعدد"2" هو فئة الفئات التي تحتوي على عنصرين، وكذلك يصبح العدد صفر هو فئة كل الفئات الخالية من أي عضو، أما مفهوم العدد فإنه فئة كل الأعداد.

وتعريف العدد بأنه فئة من فئات متشابهة، ينطبق على كل عدد من سلسلة الأعداد بغير استثناء، فهو ينطبق على الصفر كما ينطبق على العدد"1" فالصفر هو الفئة التي تضم مجموعة "1"

1- -راسل بلتراند، أصول الرياضيات، ج1، ص 7.

3- المرجع نفسه، ص 7.

4- غالب مصطفى، برتراند راسل، المرجع السابق، ص 69.

الفئات الفارغة، والفئة الفارغة هي التي ليس لها أفراد، فنجمع أمثال هذه الفئة الفارغة جميعا في فئة واحدة، تكون هذه الفئة الواحدة هي معنى الصفر، وكذلك بالنسبة للعدد "1" فهو فئة كبيرة تضم بين جنباتها مجموعة الفئات ذوات العضو الواحد، والفئة التي تكون ذات عضو واحد، هي تلك التي لا يكون لها إلا مسمى واحد في عالم الأشياء مع إمكان وجود غيره، وإذا توافرت الصفات المميزة له في فرد واحد في عالم الأشياء مع إمكان أن يوجد غيره إذا توافرت الصفات المميزة له في فرد آخر، مثل قولنا "جرم يدور حول الأرض" ونعني بذلك "القمر" جرم يدور حول الأرض، ويمكن إطلاق تلك العبارة على؛ أي جسم آخر يتبين لنا أن هذه صفته، فنجمع كل الفئات ذات العضو الواحد في حزمة واحدة ليكن ذلك معنى العدد"1".[1]

ومن الملفت للانتباه هنا، أن تعريف العدد على هذا النحو، هو في الحقيقة بمثابة تعريف الاسم بالإشارة إلى مسماه، ولشرح ذلك، لنفترض أننا نريد شرح كلمة "أخضر" لطفل صغير، فلو حاولنا أن نحدد معناها بصفات محيرة، علينا تتبع الطرق المتبعة من طرف "كانتور" و"بيانو" في تعريف العدد بطريقة التجريد، أما إذا أخذناه إلى بقعة خضراء وقلنا له: أنظر إلى هذه البقعة، فاللون "الأخضر" معناه الفئة التي تشتمل على جميع الأشياء الملونة بلون شبيه بهذا اللون الذي تراه أمامك، فهذا ما يعنيه "راسل" من تعريفه للعدد، عندما يعرفه بأنه الفئة التي تشتمل جميع الفئات التي تكون شبيهة بفئة معينة، فإذا أردنا أن نعرف معنى العدد "3" فلا بد لنا من النظر في ثالوث من الرجال مجتمعين معا وقلنا أن العدد "3" هو الفئة التي تشمل كل الفئات المغايرة، أو أن تكون هي بعينية.

وبفضل هذا يكون "راسل" قد تمكن من تحويل الأعداد إلى مفاهيم الفئة والشبه والخاصية التي هي مفاهيم منطقية، وهو تعبير عن التعريف الأساسي للأعداد التي ترتد إلى فئة الفئات المتشابهة، فتتحول بذلك الأفكار الرياضية إلى مفاهيم منطقية خالصة.

إنّ تعريف العدد بأنه من فئات، هو تحليل للمدرك الرياضي الأساسي الذي أسست عليه الرياضيات إلى مدركات ليست من الرياضة، بل هي مدركات من علم آخر قريب هو المنطق، لأن "فئة" مدرك من مدركات المنطق الرياضي، وبذلك يكون "راسل" قد واصل الطريق الذي شقه "فريجه" و"بيانو"، في إطار الحركة النقدية التأسيسية للرياضيات المعاصرة على أسس مستمدة

1 – غالب مصطفى، برتراند راسل، المرجع السابق، ص83.

من المنطق، مما يعد من معالم تطور العقل الصوراني الرياضي، وقد ازداد ذلك وضــوحا بعــد أن أحرج "راسل" مع "وايتهيد"كتاب "برانكيبيا ماتيماتيكا "بين 1910- 1913م، بدا فيه بثلاث معرفات، الإثبات والنفي والبدائل، ومنها تمكنا بواسطة التدويل الرمزي من استنباط قواعد المنطق الصوري بأسرها، ثم الرياضيات البحتة بأسرها.

وقد أثبت هذا التناول التحليلي للرياضيات أنها مثل المنطق، قضايا تحليلية فارغة مــن أي مضمون، وأصبح مبرهنا على أن الرياضيات لا تعني إلا اشتقاق النتائج الضرورية التي تلــزم عــن مقدمات معينة، ومقدمات الرياضة البحتة بأسرها ليست إلا قواعد للإستدلال، إنهــا تحــصيلات حاصل، المقدم هو ذاته التالي، وقد كشف ذلك عن الطبيعة التحليلية للرياضيات، بحل الكثير مــن المشكلات كالضرورة المتعاقبة للأنساق الهندسية، التي أصبحت تبنى على قــضايا لا تتــضمن أي محتوى فيزيقي؛ أي على أسس صورانية[1].

3-3- رسالة منطقية فلسفية وحلقة فيينا.

وبهذا تكون اللوجيستيقا قد ظهرت نتيجة إدخال اللغة الرمزية إلى المنطق، والقيام بحساب مماثل لما هو موجود في الجبر، وإذا كان الحديث عن اللوجيستيقا ، حديث عن حلقة فينيــا عــن "راسل"، عن "كارناب"، "نوراث"...الخ، فهو حديث أيضا عن الفلسفة الــتي أثــرت في هــذه المدرسة، إنها فلسفة "فتحنشتين"[2] من خلال كتابه "رسالة منطقية فلسفية"، حيــث لعــب هــذا الكتاب دورا في نشأة حلقة فينا وتميزها عن فلسفة "ماخ" في ألمانيا.

هذا الكتاب هو عبارة عن أبحاث، عن أطروحات عددها ثلاث، وردت فيها سبع قضايا أساســية رقمها "فتحنشتين" بالأعداد الصحيحة: 1، 2،.....7، وكل قضية من هذه القضايا تتكون أيضا من عبارات فرعية رقمها بالأعداد العشرية [3].

وعن منهج الفلسفة يرى "فتحنشتين" أن المنهج الصحيح الفلسفة يكمن في ألا تقول شيئا إلا مما يمكن قوله؛ أي قضايا العلم الطبيعي، كل ما ليس له علاقة بالفلسفة، وبعدها كلما يرغــب

1 – طريف الخولي يمين ، المرجع السابق، ص 219-220.

2 - "لودفيج جوزيف يوهان فتجنشتين" ، ولد 1889 من أسرة نمساوية ينحدر من أصل يهودي، وقد تلقى تعليمه بالمترل حتى الرابعة عشر من عمره، ثم أمضى بذلك ثلاث سنوات في الدراسة في مدرسة لينتز (Lintz)في شمال النمسا.

3 – فتجنشتين لودفيج ، رسالة منطقية فلسفية، تر: عزمي إسلام، المكتبة الأنجلو-مصرية، القاهرة، (د.ط)، 1968، ص 16.

شخص في أن يقول شيئا ميتافيزيقيا، نبرهن له أنه استعمل في عباراته جملة من الإشارات (الألفاظ) خالية من المعنى[1]، وبهذه النتيجة أنهى "فتحنشتين" رسالته، التي كانت نقطة إنطلاقة مدرسة فينـــا، لكن هذا لا يعني أنهم اعتمدوا جميع أفكاره.

ف"فتحنشتين" قد أفرغ المنطق من كل مادة كي يحوله إلى صورة خالصة، وقضايا المنطق التكرارية ليست خالية من المعنى لكن لا محتوى لها، و لم تعد هناك ثوابت بمعناها عند "راسل"، بل أصبحت كل القضايا المنطقية تقول الشيء ذاته؛ أي أنها لا تقول شيئا.[2]

وموقفه من المنطق كان دافعا قويا لإنتقاد فلاسفة الرياضيات لاهتمامهم المفرط بالبحـــث في تصور العدد وأسس الرياضيات كوسيلة ناجحة للخروج من الأزمة التي لحقت بالرياضـــيات، حين أنه كان يجب أخذ الرياضيات كما هي وإن كانت هناك أزمـــة ففـــي عقـــول الرياضـــيين والفلاسفة لا في الرياضيات[3]، وهذا النقد قد وجه ل"راسل" و"فريجه" وكل رياضي سعى لإيجـــاد حل لإشكالية الأسس، ولهذا نستنتج أن "فتحنشتين" أبعدنا عن حل أزمة الرياضيات.

حلقة فيينا[4]: وهي عبارة عن نادي فلسفي نشط في "فينا"، "برلين"، براغ خاصة في المرحلة ما بين 1929 إلى غاية مقتل "موريش شليك" يوم 22 جوان 1936، حيث كانـــت نظريـــة اللغـــة الفتجنشتانية موضوعا للكثير من المقالات والمداخلات في مـــؤتمر بـــراغ، ف"فليـــب فرانـــك"، "راشينباخ"، اهتموا بالمفهوم الرياضي الخاص بالتقابل بين اللغة والواقع،" كارنـــاب" "ونـــوارث" ركزا في مداخلتيهما على المسائل الخاصة بالتركيب والدور الخاص بالفلسفة أو منطق العلم.

وإذا كان "كارناب" قد دافع في البداية على اللوجيستيقا، ملخصا ذلـــك في نقطـــتين: الأولى تتلخص في أن التصورات الخاصة بالرياضيات يمكن أن تشتق من تصورات منطقية بواسطة

1 – فتجنشتين لودفيج ، رسالة منطقية فلسفية، المرجع السابق، ص 163.

2 – يفوت سالم ، درس الابستمولوجيا، دار توبقال للنشر، لمغرب، ط3، 2001، ص 81.

3 – بلاشي روبير ، المرجع السابق، ص 395.

4 - إن حلقة فيينا تضم مجموعة من الرياضيين والمناطقة نذكر منهم: "موريس شليك" (maurie schilk) (1882 -1936-)، "هانس هامن" (Hans Hahn 1964- 1879)، "نوراث" (neurath otto 1945-1882)، "كارناب" (rudolf CARNAP 1891 -1970)، "غودل"، وقد نشرت هذه الحلقة نصا تاريخيا حول التصور العلمي للعالم وهو عبارة عن التعريف بالمهمات الفلسفية العلمية السياسية للتصور العالمي، وقد كانت هذه الحلقة غير معروفة بين"ح ع 1 "و"ح ع 2 "،وقد نشر" كفاييس" مقالا حول هذه الحلقة، فعندما قام بتحليل أعمال المؤتمر الخاص بالحركة الوضعية المنطقية المنعقدة في براغ سنة 1935، وتعد دراسته الأولى في فرنسا، وفيها صاغ ملاحظاته حول هذه الحلقة وكذا أبحاث المنطقي "فتجينشتين".

تعريفات واضحة، بينما الثانية قوانين الرياضيات يمكن أن تشتق من أكسيومات منطقية بواسطة استنتاج منطقي وهذا تأكيد صريح على علاقة المنطق بالرياضيات وهي علاقة تكامل أو تأثير متبادل، لكن بعد 1931 توصل كارناب إلى بعض الملاحظات وهي عبارة عن صعوبات ظهرت أثناء تطبيق هذا الصرح، فأما الصعوبة الأولى تتمثل في استخدام "راسل" و"وايتهيد" لأكسيومات لا يتوفر فيها الوضوح، متى يتم تصنيفها كأكسيومات منطقية، فأكسيوم اللامتناهي، وأكسيوم الاختيار تجرد من هذه الخاصية؛ أي لا يكون من الأكسيومات المنطقية، لأن المنطق لا يهتم إلا بما هو ممكن ولا يمكن أن يبحث ويتساءل من أجل معرفة إذا كان الشيء يوجد أو لا يوجد.

أما الصعوبة الثانية ناتجة عن أكسيوم الإختزال الذي لا يمكن اعتباره بدوره أكسيوما منطقيا، ما دام هاتين الخاصيتين ، فإن كارناب مقتنع بما جاء في الأطروحة اللوجيستيقية حيث الأبحاث التي قام بها دفعته إلى البحث في الدراسة التركيب المنطقي للغات قابلة لأنّ تعبر على إعادة بناء عقلاني للعلم، وهو ما وجه كارناب إلى مفهوم البناء (Ausflar).

وطبعا هذه الدراسة الجديدة لا تعني أبدا تخليه عن اللوجيستيقا، فما يرفضه "كارناب" هو أنّ القضايا المنطقية والرياضية مرتبطة بمعاني الرموز المنطقية، وهي المعاني التي يجب تحديدها مسبقا في القضايا وهذا لن يكون إلا من خلال مجموعة القواعد[1].

وبناءا على القواعد التي قدمها" كارناب"، لم يعد المنطق مجموعة من الأنساق الصورية، لكن مجموعة من التركيبات للأنساق الصورية وعليه مبدأ التسامح للتركيب[2] (primop de teleronce des syntaxes) عند "كارناب" يعني الطابع النسبي للغة، حيث يجوز لكل شخص تأسيس لغة خاصة بشرط أن يستخدمها استخداما منسقا، ومن ثم ليس في وسع المنطق أن ينهي عن استخدام لغة معينة مادامت تلتزم بالقواعد التي وضعها بدقة[3].وهذا ما أشار إليه "إيمانويل كانط" حيث قال: (...) في مختلف اللغات، الفلاسفة يتكلمون نفس اللغة، وكما يقول "فرانس"

[1] - فالترتيب المنطقي عند "كارناب" هو مزود بمجموعة من قواعد:

– قواعد التكوين: التي تراعي الخصائص المنطقية للقضايا بتحديد تركيب ونمط الرموز التي تكونها.

– قواعد التحليل: وهي التي تقوم بحساب الروابط أو العلاقات المنطقية للقضايا: علاقة النتيجة (relation de coséquence)، علاقة التناقض.

[2] - وهو مبدأ وضعه "كارناب" في مقدمة بحثه في المنطق لا يوجد قانون، لكن إمكانات غير محدودة للإختيار من بين هذه القوانين.

3- وهبة مراد ، ا لمرجع السابق، ص194 .

(Aifrance) إننا لانفكر ولا نستدل إلا باستخدام نحو دقيق، ولغة دقيقة، أظن أن أول شعب في العالم هو الذي يمتلك أفضل نحو.

إن هذين القولين يؤكدان على ضرورة بناء الرياضيات على لغة سليمة ودقيقة وعلمية، هذا إن لم نقل استخدام الرياضيات للغة صورية وإن كان هناك من يعارض هذا، وبناءا على ذلك فإن التركيب المنطقي هو جزء من علم الحساب لا العكس كما أكد اللوجيستيقيون، وقد كانت هذه فرصة لفرض صورته الهلبرتية.

مما يعني أن مؤلف " برانيكيبيا ماتيماتيكا "الذي كان هدفه إعادة تأسيس المنطق في نسق صوري، قد فتح مجالا أكبر للبحث في المسائل الرياضية، وهذا ما جعل الكثير من الرياضيين يدرسون نسق برانكيبيا ومن بينهم "هلبرت" الذي أعاد البحث حول مسألة الأسس 1917م، مما جعله ينشر مقالا حول " الفكر الأكسيوماتيكي "، أراد فيه البرهنة على تناسق علم الحساب ولا تناقضه وكذا نظرية المجموعات، ولكن بقي الإشكال مطروحا، ولهذا اعتقد أن المسألة قد تم حلها من خلال أعمال "راسل" و "وايتهيد" في برانكيبيا، فانكب على دراسة الكتاب وبعد سنوات رفض الحل اللوجيستيقي الراسلي لتناسق علم الحساب، وهذا ما جعله في مقال 1923يعرض حلا جديدا.

لكن يبقى أن نؤكد أن كتاب برانكيبيا كان له أثر كبير في إسهاماته الجديدة والمتمثلة في الإجابة على السؤال التالي: كيف استطاع "هلبرت" تجاوز النقائص التي لوحظت على نسق برانكيبيا وكيف برهن على تناسق وتماسك علم الحساب؟، في إطار ما يعرف بالصورية الخالصة عند "هلبرت"، من خلال نظرية الأنماط وبراهين عدم التناقض.

المبحث الثاني: الصورية الخالصة عند هلبرت.

إن "هلبرت" متعدد التخصصات فهو عالم جبر وتحليل، ومختص في علم الحساب والهندسة، لقد إهتم بكل الفروع الرياضية بالإضافة إلى المنطق الرياضي وفلسفة الرياضيات والفيزياء، ففي سنة 1900 إغتنم الفرصة التي منحت له من طرف المؤتمر الدولي للرياضيين في باريس، لعرض 23 مسألة توضع آراءه حول الرياضيات، وقد إختار هذا العدد من المسائل لأنه كان يظن أن الرياضيات تتقدم بحلها، فهي عبارة عن إشارة أو علامة لخصوبة وأهمية واستمرارية علم الرياضيات بصورة عامة، إذ كلما توصل الرياضي إلى حل مسألة، كلما تقدمت الرياضيات خطوة إلى الأمام، وطبعا هذه المسائل بتعبير "هلبرت" تتفاوت في العمق وفي الصعوبة، ولكن يؤكد أنها قابلة للحل وغير مستحيلة، ف"هلبرت" إذن قدم تصورا مستقبليا للرياضيات (استشراف).

أولا: البرنامج الصوري لهلبرت:

وفي محاضرة ألقاها سنة 1904 حول البرهنة على عدم التناقض أكد أنّ: "موضوع الفكرة والشيء الذي يرمز إليه بالإشارة"[1]، وهذا وإن كان يدل على شيء فإنه يدل على أن "هلبرت" أسس برنامجه على الإشارات وهذا ما أكد في موطن آخر بقوله: في البداية كانت الإشارات، إنه القانون .

إنّ برنامج التأسيس للرياضيات كما أشرنا سابقا، حديث عن الصورنة، والحديث عن الصورنة هو حديث عن الإشارات، والحديث عن الإشارات حديثا عن أنساق من رموز وقواعد العمل (règle d’emploi)، القابلة للترجمة إلى النظريات والبراهين الخاصة بالرياضيات، وبهذا تؤدي الصورنة وظيفتين: أولهما عملية تعميم الحركات الصورية والأكسيوماتيكية، وثانيهما هي مبررة بالتفكير في عمل الرياضي، حسب ما جاء في نصوص هلبرت، إذ أنّ هلبرت بيّن أنّ الفكرة يرفق بممارسة الإشارات ، والتي تقوم الصورنة بوضعها في نسق.

مما سبق، نصل إلى أنّ أساس برنامج "هلبرت" يقوم على الإشارات وخاصة التحليلية واستعمال هذه الإشارات محكوم بمجموعة من قواعد حددها الرياضيون، هذه القواعد هي ضمنية،

---

1 -HILBERT , sur les fondements de la logique et de l’Arithimétique , Tr: H: Sinaceur, dans rouillant et F . Rivenc : logique et fondements des mathématique, p 258

كما توجد أيضا قواعد شارحة للأكسيومات النسق، ومن هذا المنطلق اعتبر أن مواضيع نظرية الأعداد هي كإشارات، ف"هلبرت" حول مسألة الأسس من مسألة ابستيمولوجية[1] ففرض تعريفا للعمل الرياضي إلى مسألة رياضية.

فتأسيس الرياضيات، تعني أن نبين أن القوانين المنطقية تعمم من الميدان الأول لعلم الحساب المتناهي على الميدان المثالي للرياضيات اللامتناهية، وهذا إعلان عن ميلاد علم جديد هو ما بعد الرياضيات أو الميتارياضيات[2] (méta-mathématique) والذي هو عبارة عن نظرية في البرهنة تولد عنها المفهوم النهائي[3] (finiste).

وعليه فإنّ، منهج المثل سمح بتثبيت مبادئ البرنامج الصوري، ولهذا سنحاول أن نعرف الأنساق الصورية التي استخدمت في ما بعد الرياضيات ومحاولة تبيان قوة ومتانة النسق الأولي لعلم الحساب.

ونتيجة لما سبق، فإن "هلبرت" لم يضع تعريفات واضحة للمستقيم والنقطة... ولكن تعريفات كانت ضمنية، بمثابة جواهر (entités)[4] ،تميز نسق الأكسيومات، وقد قارن برنامجه بلعبة الشطرنج:

- الرموز هي قطع اللعبة.
- الأكسيومات هي القواعد.
- النظريات هي الأوضاع التي تقرها القواعد.
- وأخيرا الانتقال من نظرية إلى أخرى بسماح من القواعد.

فالرياضيات تتميز عن ما بعد الرياضيات ولتوضيح ذلك يتم الإعتماد على لعبة الشطرنج، إنها تتكون من 64 رقعة، و32 قطعة مصنفة إلى قطع بيضاء وأخرى سوداء تخص اللاعبين، 16 قطعة

[1] - إن مصطلح (Epistémologie)، في اللغة الفرنسية مركب من الكلمة اليونانية (épistème) التي تعني "العلم" أو "المعرفة العلمية"، والمقطع (logie) ، الذي يعين في أصله اليوناني نظرية أو دراسة نقدية؛ وبناءا على هذا فإن لفظ ابستيمولوجيا يعني بحكم أصله الاشتقاقي نظرية العلم او نظرية المعرفة العلمية

[2] - ترجم محمود اليعقوبي مصطلح (méta-mathématique) بالرياضيات الشارحة، و(métalogique) بالمنطق الشارح. (أنظر:بلانشي روبير ، المنطق وتاريخه من أرسطو إلى راسل: تر: محمود اليعقوبي، دار الكتاب الحديث، القاهرة، 2004، ص 400

[3] - (finitisme): وترجمتها إلى النهائية، وتعني إمكانية الإجراء على اللامتناهي باستعمال الوسائل المتناهية والمقصود بها الأكسمة ونظرية البرهان.

[4] - هي حقيقة مجردة لا تدرك إلا بالعقل.

تتكون من 8 جنود(pions)، حصانين(cavalier)، فيلين(fous)، قلعتين (tours)، الملك والملكة.

تكافؤ عبارة صورية مكونة جيدا يعني أنّه لا توجد إلا قطعة واحدة في رقعة واحدة

- الفيلين يوجدان على رقعتين مختلفتين لونا.
- الأكسيوم الوحيد للعب الشطرنج هي الوضعية الأولية للقطع.
- الحركات التي تطبق على القطع، عموديا أو أفقيا بالنسبة للقلعتين أو على شكل "L" بالنسبة للحصانين تكون خاضعة لمجموع من القواعد، وحركة القطع هي مماثلة لإستنتاج أو إشتقاق الرياضي لنظرية من أخرى[1].

يعني ذلك أن الأكسيوم الذي يقوم به "هلبرت" ليس حدسيا، لكن متجانسا مع الأكسيومات الأخرى في النسق الذي يجب أن يكون متناسقا متجانسا، كاملا ولامتناقضا، وهذه السمة الأولى له وهي التي تفرض نظرة شاملة للرياضيات، التي كما أسلفنا الذكر أطلق عليها اسم ما بعد الرياضيات، وهي الخطاب المصور حول الرياضيات أو هي رياضيات الرياضيات تتميز بإستعمال ديناميكي للرموز الموافقة للقواعد وهذا أضفى على برنامجه سمة ثانية هي استخدام الآليات في الإستدلال.

ووجود ما بعد الرياضيات يفترض وجود ميتالغة (métalangue) للحديث عن اللغات التي تعبر عن الأنساق التي تريد تحديد خصائصها[2].

[1] - l'échec de la formalisation des mathématiques , http://W.W.W.usherbrook.ca/cave four/ crmq/résultats 2003

[2] - فحسيب "تاركسي" الذي اهتم بتنسيق وتطوير الميتارياضيات بعد "هلبرت"، عرف الميتالغة بأنها التي تحتوي على عبارات منطقية كافية، مثل: إذا وفق بالإضافة، إلى حدود تسمح بتعريف الرسم البياني، وبواسطة الميتالغة عرف الميتاتصورات (méta concepts) التي تتحكم في صياغة النظرية

ثانيا: نظرية الأنماط عند هلبرت:

2-1- أكسيوم المتصاعد:

لقد اقترح هلبرت إضافة أكسيوم جديد يتجاوز أكسيوم الإختزال[1]، وهذا الأكسيوم أطلق عليه اسم الدالة المنطقية، وقد عبر عنها أيضا الأكسيوم المتصاعد (axiome transfini)[2]، وفي البداية رمز "هلبرت" لهذه الدالة في مقالة:" الأسس المنطقية للرياضيات" الذي نشره 1923 ب: (τ) A أو يبسط الصيغ (A) τ حيث تربط بكل محمول (a) A ذا المتغير a، بشيء محدد هو (A) τ، وقد قدم المثال التالي: إذا كان المحمول هو أن يكون مرتشيا، إذن (A) τ سترمز للإنسان المحدد الموهوب بالإستقامة، حيث إذا ما كشف عن فساده، كان كل الرجال بالضرورة كذلك[3]، وهنا تظهر(A) τ كممثل سلبي للخاصية A، بل إنها تحتوي على الخاصية التي يمثلها، ولكن بنسبة ضعيفة أو أقل من العناصر الأخرى، وكذلك إذا شمل عليها، فكل عنصر آخر من الموضوع (Sujet) ستتوفر فيه حتما.

ولكن في مقال نشره سنة 1925 بعنوان: "حول اللامتناهي" غير "هلبرت" من رمز الأكسيوم المتصاعد من إلى τ إلى ε [4]، ولكن التغيير أو الصيغة الرمزية أصبحت تكتب:

$A(\partial)\longrightarrow A(\varepsilon(A))$ وهذا ما يؤكد على أنه لم يقصد فقط تغيير الرمز وإنما مفهوم الأكسيوم ومحتواه، فلو تمعنا في الصيغتين:

- الصيغة الأولى: $A(\tau(A))\longrightarrow A(\partial)$

- الصيغة الثانية: $A(a)\longrightarrow A(\varepsilon(A))$

لوجدناهما متعاكستين، فالدالة المنطقية ε نعبر عنها كالتالي: إذا كانت لدينا الصيغة التالية A(a) تحتوي على متغير حر a فإن الدالة εالمنطقية تحدد العنصر الذي يحقق A، فالدالة ε تربط الصيغة

---

[1] - يقصد بالاختزال رد الرياضيات وخاصة علم الحساب على المنطق لتفادي الوقوع في الدور.

2 -HILBERT ,les fondements logiques des mathématique, dans Largeault intuitionnisme et théorie de la dèmmonstraion,1923, p131

3 - Ibidem, p137

4-HILBERT : sur l'infini, dans Largeault: Logique mathématique, Armant -colin, Paris, 1972, p235 -

$A(a)$ بالعنصر (A) ε حيث (A) ε)A تكون صادقة إذا كانت $A(a)$ صادقة بالنسبة لبعض عناصر الموضوع a.

و في النسق الصوري الهلبرتي الدالة المنطقية ε تستخدم من أجل:

- يوجد X حيث $A(a)$ تكافئ $A(\varepsilon(A))$

- لكل X، $A(a)$ تكافئ $A(\varepsilon(-A))$

المكمم الكلي: $A(\varepsilon(-A)) \Leftrightarrow (\forall a) A(a)$

المكمم الوجودي: $A(\varepsilon(A)) \Leftrightarrow (\exists a)(A(a))$

وهنا استخدم الإستلزام في اتجاهين، يعني أن هناك تكافؤ بين الصيغتين[1].

2-2- برهان عدم التناقض:

يعبر "هلبرت" عن ارتياحه لتوصله إلى الحساب المنطقي للقضايا فيقول في كتابه (sur l'infini) : لكن سعادتي التي أشعر بها جراء هذا النجاح هو توصلي لهذه الوسيلة الضرورية التي هي الحساب المنطقي(...)، يوجد في الواقع شرط واحد فقط، ولكنه ضروري وبه يرتبط استخدام العناصر المثالية، هو معرفة ضرورة تقديم برهنة لعدم التناقض.

إنّ برهان عدم التناقض يرد إلى معرفة أنّ $1 \neq 1$ لا يمكن الحصول عليه، من خلال الأكسيومات المعتمدة، $1 \neq 1$ غير قابل للبرهان، فكيف تتم البرهنة؟

اعتمد "هلبرت" في البرهنة على العدد الناطق $\sqrt{2}$ فيكفي إذا إثبات استحالة إيجاد رقمين a وb حيث $a^2 = b^2$، ومن ثم البرهنة على استحالة تقديم أي برهان لهذه الصيغة.

ومما سبق، فإن "هلبرت" يرى أنه توصل إلى مفاجئة سعيدة عندما استطاع أن يبرهن على عدم تناقض أكسيومات الحساب.

مع العلم أنه توجد ثلاث مناهج حاولت البرهنة على تناقض النسق، ومن ثم إثبات اتساقها، وهذه المناهج زمنيا كانت سابقة عن نظرية "غودل"، وتتمثل في منهج "أكرمان" (Wilhelm Ackermann 1862 -1957) و"فون نومان"، "هربراندو لو فنهيم"

---

[1] - ليس المقصود بين المكمم الكلي والوجودي ، بل بين طرفي الصيغة الكاملة.

(1962-1878 Léopold lowenheim) و"برســــبرغر" (1904 -1943 mojzers presburger)، وهي المناهج التي كانت امتدادا لمنهج "هلبرت" القائم أساسا على مفهوم النهائي (finitiste)، حيث استطاعت البرهنة على الأنساق الجزئية الــصورية، أنــساق محتواة في علم الحساب دون أكسيوم الإستقراء التام، هذا الأخير الذي تتولد عنــه الكــثير مــن الصعوبات، فالمناهج المتناهية لم تستطع البرهنة على تناسق النسق الصوري[1] الذي يحتوي أكسيوم الإستقراء التام؟

وهذا ما أدى إلى ظهور أبحاث جديدة ودراسات "لغودل" و"غــتزن"(1909-1945 Gerhard Gentzen).

ففي ثلاثينات القرن العشرين، انتقل المنطق من لغة ألمانية نحو اللغة الإنجليزية، فبعد انتشار النازية الألمانية، نوجه مناطقة ورياضيون كثيرون إلى الولايات المتحدة الأمريكية كما هو الــشأن بالنسبة ل"تارسكي"، "جون غون نومان"، و"رودولف كارناب" (1891 -1970 Rudolf Carnap)، حينها شهد تاريخ المنطق انعراجا مهما توج بأعمال الرياضي "غودل".

وقبل الإشارة إلى برهان "غودل" و "قتزن" لا بد من الحديث عن النتائج الــتي حققهــا البرنامج الصوري ل"هلبرت".

نستنتج بناءا على دراسة "هلبرت":

- أنه تم وضع مبادئ برنامجه موضع تساؤل من طرف لاحقيه.
- تمكن أهمية برنامجه في توضيحه لدلالة براهين التماسك؛ أي أنه وضع معنى البرهنة على تناســق النسق، كما وضع معنى البرهنة على عدم التناقض، وهذا ما اعتبره" كريــزل"[2] (kreizel)، أصعب من البرهنة ذاتها، فما يهم إذا ليست نتائج البرهان وإنما رسم آفــاق جديــدة لعلــم الرياضيات.

---

[1] - ظهر نتيجة التفكير حول طبيعة النظريات الإستنتاجي، هو مجموعة من النظريات التي يتم تكوينها بواسطة قواعد تحدد كيفية تحويل متتالية من الرموز إلى متتالية أخرى، والعناصر التي يتم الإعتماد عليها في هذا النسق ليست الكلمات، وإنما الرموز الخالية من كل معنى، والعبارة الرياضية تصبح تتابع بسيط للرموز كأن نكتب 2<3 عوض اثنان أقل من ثلاثة.

[2] - "جورج كاريزل": (George Karaidel) ولد سنة 1923، نمساوي الأصل، تطرق في مقاله إلى برنامج "هلبرت" بالتحليل، وكذا برهنة "غودل" وبيّن الإيجابيات والنقائص عند كل منهما.

- أهمية برنامج "هلبرت" تكمن في اكتشافه أو تأسيسه لعلم رياضي جديد هو الميتارياضيات الذي يعتمد المنهج النهائي (finitism).
- لقد نجح هلبرت في توضيح مسألة أسس الهندسة بصورة تكاد تكون نهائية، بفضل برنامجه الصوري الذي يعد من الإنجازات الكبرى في نهاية القرن 19م وبداية القرن 20م.

2-3- برهان غودل:

من خلال ما قدمه "غودل"، أثبت أن كل نسق صوري يحتوي على الحساب هو غير متناسق ومنه هو غير تام، أما القانون الثاني فهو يثبت أن كل نسق صوريP، إذا كان متماسكا متناسقا، فإن الترجمة الحسابية لهذا التناسق ينتج مثالا عن قضية غير مبرهنة في p، هي إذا "قضية غير تقريرية مكوّنة حيث توصلنا إلى النتيجة المقصودة، لكن لا تنتمي إلى القضايا التي تعود عليها الرياضي[1].

وكنتيجة لما سبق، من المستحيل البرهنة على تناسق النسق الصوري الذي يحتوي على علم الحساب الأولي، بإستخدام الوسائل المتناهية (finitistes) وإلا هذا النسق يجب أن يكون متناقضا[2] ،يجب إذن الإعتماد على وسائل ميتارياضية، حتى نبرر وجود البراهين التي تتجاوز الأقيسة المصورنة في علم الحساب، وبهذا فإن مساهمة "غودل" أفشلت براهين "هلبرت"، ووضعت حدا لأحلامه وآماله على حد تعبير "ديودوني" (Jean Dieudonné 1906-1992)[3]، لكن لم نضع حدودا لتأسيس أنساق صورية جديدة، أو لميتارياضيات علم الأنساق ولا لنظرية البرهان المحققة بالممارسة الحدسية، والدليل على ذلك وجود براهين أخرى، بل استمرار الرياضيين ومواصلتهم في البحث عن براهين على عدم تناقض الأنساق الرياضية.

2-4- برهان الإتساق عند قنزن:

إنّ النتائج التي توصل إليها "غودل"، والتي كانت محل للإنتقادات، لم تضع حدا للأبحاث والدراسات في الميتارياضيات بل على العكس من ذلك، فقد فتحت المجال لأبحاث أخرى، ونذكر

1 - JEAN PIARE BELNA , histoire de la logique, ellipses, paris, 2005, p109

2 - JEAN DIEU DONNE , abrégé d'histoire des mathématiques , op.cit, p461

3- Ibidem, p 461

على سبيل المثال أبحاث الرياضي "قترن" الذي قدم أول برهان على اتساق علم الحساب سنة 1935م، وذلك من خلال مقاله:" حول اتساق علم الحساب الأولي" نشره سنة 1935م.

حيث حدد قترن وعرّف القواعد التي تسمع بتحويل البرهان على قضية إلى برهان على قضية أخرى أكثر بساطة، وهكذا بالإعتماد على قواعد الإختزال يمكن الحصول على برهان على قضية صادقة في علم الحساب المتناهي، وهو ما يعتبر دليلا على اتساق علم الحساب وعدم تناقضه.

ومن الناحية الرياضية، النتيجة التي توصل إليها "قترن" هي عبارة عن تطور للرياضيات عموما ومن ناحية التأسيس لعلم الحساب، وصل إلى أن مناهج علم الحساب الكلاسيكي لا يمكن الوثوق بها كليا، فهي أقل دقّة من الإستقراء المتصاعد المستعمل الذي يفرض وسائل أكثر قوة ودقة من علم الحساب وبهذه الطريقة تدخل اللامتناهي في عملية البحث في منطقة الفكر الفعلي (la zone de la pensée actuel)

وقد أكد "بياجي" أنّ "قترن"، كي يثبت لاتناقض علم الحساب الكلاسيكي، اعتمد على المجموعات المتصاعدة، وبالتالي فقد اعتمد على وسائل أكثر قوة؛ أي تكوين نسق يتجاوز النسق السابق ويضمه في آن واحد، لكن النسق الأعلى هو ذاته يحتاج لمن يبرهن على اتساقه وعدم تناقضه؛ أي بحاجة إلى أنساق من مستوى أعلى من مستواه، وهذا ما يجعل الرياضيات عبارة عن هرم على أساس أن هناك ندرج في الإتساق ولنقل تسلسل، فكل نسق يحتوي على وسائل للبرهنة على النسق الذي تحته وهكذا(...) لهذا قمة الهرم لا يمكن تحديده فيبقى مفتوحا.[1]

وبعد ذلك تأتي محاولة الفرنسي "كفاييس"، هذا الأخير الذي بحث في مسألة أساس الرياضيات عند "بروور"، "هلبرت"، "غودل"، "قنرن" وغيرهم، وهذا من خلال تحليله للأكسمة والصورنة، إلا أنه لم يستطع حل مسألة الأساس بصورة نهائية ، ولكن استطاع أنّ يوضح الإشكال المطروح، وتعتبر هذه الخطوة ايجابية، إن تحليل البرهنة على الإتساق أصعب من البرهنة ذاتها، وعموما أن "كفاييس" لم يكن مقتنعا بالمحاولات التي قام بها الفلاسفة والمناطقة والرياضيون، فاضطر إلى إيجاد دخل خارج الحلول السابقة من خلال الإتجاهات الثلاث التي حاولت التأسيس للرياضيات: اللوجيستيقا، الصورية، الحدسانية، لذلك لا بد من الإجابة عن الإشكال التالي: بعد

1 J .PIAGE, logique et connaissance scientifique , Gallimard , Paris, 1967, p571 .

فشل اللوجيستيقا والصورية، هل يمكن القول أن الحدسانية يمكنها حل المسألة ومن ثم تجاوز الإتجاهين السابقين؟ وهل الحدس والتجربة يشكلان أساسا متينا لتأسيس رياضية قوية؟.

هذا ما سنحاول الإجابة عنه في المبحث الثالث من خلال الطرح الذي قدمته المدرسة الحدسية المعاصرة مع "بروور".

المبحث الثالث: المدرسة الحدسية المعاصرة مع بروور.

كما سبق وأن أشرنا في المدخل الخاص بالفصل الأول، أن أهم ما يميز بدايات المنطق الرياضي هو تأسيس نظرية البرهنة المتعلقة بمسألة الأسس، وهي المسألة الناتجة عن تطور التحليل الرياضي ووجود المفارقات في النظرية الأولى للمجموعات، والبحث عن كيفية حل هذه المفارقات الناجمة عنها، فكان من بين الحلول المقترحة، هو إمكانية بناء الرياضيات على أساس حدسي المعاصرة مع "بروور".

أولا: كانط والصورة الحدسية للرياضيات:

إن الحدسانية[1] (Intuitionnisme) نزعة تعود إلى "كانط"، لا إلى "ديكارت"، صاحب الوضوح والبداهة، وبعد" كانط" نجد" كرونكر"، الذي حمل لواء هذه النزعة بقوله إن الله خلق الأعداد وما عداها فهي من صنع البشر.

إنّ انطلاقة" كانط" الفلسفية والعلمية في حقل العلم الرياضي، لم تتكون لتتجاوز ما أرساه السابقون عليه في ميدان العلم، ورأينا كيف اعتبرت هندسة "إقليدس" بمثابة خلفية علمية لتصور" كانط" حول العلم الرياضي[2]، فقد تأثر" كانط" بهندسة "إقليدس"، ويظهر ذلك واضحا من خلال تداخل أفكارهما، حيث نجد في البرهان الرابع ل"كانط" على حدسية المكان والزمان من حيث لانهائيتهما، وهو ما يطابق مسلمة "إقليدس" التي تقول: يمكن لأي خط مستقيم أن يمتد امتدادا متصلا، فالإمتداد هذا يستوجب اللانهاية في المكان بالإضافة إلى أن المصادرة ليست مشتقة من

---

[1] - مصطلح جديد من أصل بريطاني، استخدم لأول مرة سنة 1950، هناك حدسيون أوائل في فرنسا، من أمثال "بوانكاريه" و"بير" (bair)، ويطلق عليهم أحيانا اسم أشباه حدسيين، وحدسيون جدد في ألمانيا "بروور وايل" (weyl) و"هايتنغ" (heyting).

2 – عابد الجابري محمد ، المرجع السابق، ص 186.

خبرة حسية، فلا يقصد "إقليدس" المكان الطبيعي، وإنما المكان الهندسي اللانهائي، الذي نصل إليه بالخيال والتجريد، وهذا ما أخذ به "كانط" مع وجود بعض الإختلاف.[1]

مما يعني أن المعرفة الرياضية – في نظر كانط – تختلف عن المعرفة الفلسفية، ففي هذه الأخيرة، تكون المعرفة عقلية خالصة؛ أي مبنية على تحليل التصورات، في حين تسند المعرفة الرياضية إلى الحدس القبلي (المكان والزمان) ، مما يجعل مسألة قيام الأحكام التركيبية والقبلية أمرا ممكنا، وبالتالي نتساءل: كيف تكون هذه الأحكام ممكنة في العلم الرياضي؟ والإمكان هنا معناه تفسير وتسويغ وتحليل لمثل هذه الأحكام[2]، ف"كانط" لم يقصد أن يتساءل عن إمكان وجود هذا العلم، فهو يعلم أنه ممكن لأنه قائم فعلا، وإنما يقصد البحث في الشروط الضرورية التي حققت القضية الرياضية الصدق واليقين وكفلت للرياضيات التقدم[3].

ولما كان الحكم التركيبي القبلي يجتمع فيه كل من القبلي الأولي والتركيبي البعدي، وهو الأمر الذي يدفعنا إلى التساؤل عن أساس هذا الإجتماع وإلى ماذا يسند؟ وبالتالي عرض نظرية "كانط" في الزمان والمكان، بحكم أنهما عيان قبلي يتموضع فيه القبلي والتركيبي معا، ولا يمكن أن يكون العقل وحده لأنه عبارة عن تصورات فارغة، وقوالب فكرية خالية من المعنى، ولا التجربة وحدها لأنها متغيرة وعرضية فهي لا تعكس اليقين والكلية والشمول، إذ لا يبق سوى الحدس المحض (المكان والزمان)[4]، وهو ما يستوجب تحليل فكرتي المكان والزمان بإعتبارهما أساس القبلي التركيبي ،ومثل هذا التحليل يسميه "كانط" "الأستطيقا"[5] الترنستدنتالية (Esthétique Transcendontale)

لذلك نجد" كانط" يبدأ بتحليله لفكرتي المكان والزمان، حيث يتجاوز التصور الليبنتزي (مجرد علاقات)، والتصور النيوتوني (المطلق)، حتى يضمن لهما الذات الإنسانية، ولن يتسنى لنا تسويغ مشروعية قيام الرياضيات وبالتحديد تفسير الحكم التركيبي القبلي، وهذا هو مسوغ تقديمنا

1 – فهمي زيدان محمود، كانط وفلسفته النظرية، دار الوفاء لدينا الطباعة والنشر، الإسكندرية،(د.ط) ، 2004، ص 107.

2 - IMMANUEL KANT , premier principes métaphysiques de la science de nature,Tm Chandler et E.D.Chavances, Paris, Felix Alcan. editeur,1891,p 4 .

3 – فهمي زيدان محمود ،كانط وفلسفته النظرية، المرجع السابق، ص 88.

4 – كانط ايمانويل ، نقد العقل المحض، تر: موسى وهبة، مركز الإنماء القومي، بيروت، (د.ط)، (د.ت)، ص62.

5 - لم يستخدم كانط المصطلح بالمعنى المألوف (علم الجمال) وإنما استخدمه بالمعنى الذي يدل عليه اشتقاق الكلمة في اللغة اليونانية لتدل على نظرية القدرة الحسية، أو نظرية الإدراك، (نقلا:عن فهمي زيدان محمود ، كانط وفلسفته النظرية، المرجع السابق، ص 73

لنظرية" كانط" في المكان والزمان قبل نظريته في الرياضيات، فتحليلنا لنظرية" كانط" في المكـــان والزمان، يعكس مدى صلتها بنظريته في الرياضيات، وبالتالي فالعيان القبلي (المكان والزمان) هـــو الذي يؤسس مشروعية قيام العلم الرياضي.[1]

والحكم عند" كانط" يتكون من موضوع ومحمول بينهما رابطة، هـــذه الرابطـــة تتـــرجم في حالتين:

إما أن المحمول "أ" ينتمي إلى الموضوع "ب"، وإما أنه لا ينتمي إليه ويختلف عنه، ففي الحالة الأولى الحكم هو تحليلي عندما يكون المحمول متضمنا في الموضوع، كأن نقول:"كل الأجسام تتمـــدد"، بينما الحكم هو تركيبي عندما لا يكون المحمول متضمنا في الموضوع؛ أي عند تحليلنا للموضوع لا نتوصل إلى المحمول، وهذا حال الأحكام الرياضية فعندما تقول 5+7= 12 أو مجمـــوع زوايـــا المثلث تساوي قائمتين، فالمثلث هو شكل مغلق يشمل ثلاثة أضلاع وثلاث زوايا، يمكـــن تحليـــل تصور المثلث ولكن لا نصل إلى أن مجموع زوايا المثلث يساوي زاويتين قائمتين، كذلك تـــصور الجميع يعبر عن اتحاد عددين 5 و7 فكل من العددين لا يحتوي على العدد 12.

وقد توصل كانط إلى نتيجتين: إنّ معرفة الإنسان لا تتطور، ولا تزيـــد بواســـطة الأحكـــام التحليلية، لكن التصور الذي تم تحليله وتوضيحه أصبح مفهوما بالنسبة للـــذات، وفي الأحكـــام التركيبية يجب أن يكون هناك شيء آخر ما عدا تصور الذات، وليكن (X)، يرتكز عليه الفهـــم لمعرفة أن المحمول غير محتوى في الموضوع.

وعن الأحكام الرياضية يرى" كانط" أنها تركيبية أولية، ففي كتابه "نقد العقل الخالص"، جعل مثل هذه الأحكام ممكنة[2]، وبما أن المحمول غير متضمن في الموضوع فإنّه يجب أن يكون مرتبطـــا بـــه، فنحن نرسم مثلثا، نرسم خطا مارا من خلال أحد زواياه، موازيا للضلع المقابل، ونبين من خـــلال الرسم كيف أنّ الزاويتين تساوي زاوية مستوية، فنحن هنا أمام حكم تركيبي، لأنّ المحمول غـــير متضمن في الموضوع وهي فكرة أولية لأن العلاقة بين الموضوع والمحمول علاقته ضرورية فلا يمكن إنكار صحتها دون وقوع في تناقض، ولهذا نسلم بوجود أحكام تركيبية أولية في الهندسة وكذا في

1 - بن جاء الله حمادي، العلم في الفلسفة، دار التونسية للنشر، تونس، (د.ط)، 1999، ص 189.

2- E.KANT, critique de la raison pure, t1, libraire philosophique de la Ladrange, Paris,2éme edition, 1845, p 28

الحساب[1]، فالأحكام الرياضية حسب "كانط" هي تركيبية أولية ضرورية، وهي أحكـــام تقـــوم كذلك على الحساسية والفهم والمخيلة.

1-1- الحساسية الترنسندنتالية: (Tranzendentalisms)

إنّ المعرفة عند "كانطّ مشروطة بعاملين أساسيين هما الحدس (Anchawing) والفهم (verstand)؛ أي الحس والفكر، فالحس دون مفاهيم فوضى، والمفاهيم دون حدوس جوفـــاء، والخطوة الأولى هي التي تميز المفاهيم عن الحدوس بغرض التحليل والوقوف عنـــد الحـــساسية في جانبها الترنستدنتالي؛ أي في جانبها القبلي، وقد عزلت عن كل المقولات (kategorie) الفهم وأحكامه وتصوراته[2]، فتصبح بدل معطيات حسية (sense date)، غير خاضعة لأطر ومفاهيم قبلية، أما الخطوة الثانية فتتمثل في عزل تلك الحساسية عن الإحساس، فلا يبقى لنا سوى الحـــدس المحض الذي هو مجرد صورة للظاهرات والعلم الذي يبحث في مبادئ الحساسية القبليـــة يـــسميه" كانط" "الإستطيقا الترنسندنتالية" وهو الذي يسمح لنا بالوقوف عند الحدوس الخالصة للحـــدس وهي المكان والزمان.[3]

فعلم الحساب قائم على حدس الزمان بينما الهندسة تقوم على حدس المكان، لذا الأحكام الرياضية مؤسسة على حدس الزمان والمكان، وصدقها يعود إلى الخاصية القبلية للحدسيين. فالرياضيات تم ربطها بالحدوس الزمانية والمكانية، وهذا يعني أن الرياضيات كانـــت تهـــتم بمطابقـــة الأشـــكال والنظريات للواقع، فهو يستخدم الحدوس؛ أي المعرفة الأولية بالزمان والمكان في عملية البناء.

ويتبين لنا من خلال ذلك، أن المكان هو صورة الحس الخارجي الذي على أساسه تتراكم المعطيات الحسية، والزمان على أساسه تتعاقب الأحداث، فهما شرطان ضروريان لكـــل حـــدس حسي[4]، بالإضافة إلى أنهما ذاتيان، وهذا ما يجب إثباته، ومثل هذا الإثبات يـــسميه "كـــانط" في كتابه "نقل العقل المحض" وبالتحديد في قسم " الإستطيقا الترنسندنتالية " "العرض" ويقـــسمه إلى

1- إبراهيم زكرياء، كانط أو الفلسفة النقدية، مكتبة مصر، القاهرة، ط2، 1972، ص67.

2 - جعفر عبد الوهاب، الفيلسوف كانط و الكانطية الجديدة، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، مصر، (د.ط)،2000 ، ص32

3 - كانط إيمانويل ، نقد العقل المحض، المرجع السابق، ص 60.

4- بريهه اميل ،تاريخ الفلسفة في القرن 18م، تر:جورج طرابيشي، دار الطليعة للطباعة والنشر، بيروت، لبنان، ط3، 2004،ص258

قسمين، العرض الميتافيزيقي[1] والعرض الترنسندنتالي[2]، حيث يقول "كـــانط" إني أعـــني بكلمـــة عرض التمثل الواضح ولو على نحو غير مفصل لما تشتمل عليه الفكرة، فالعرض الميتافيزيقي يـــبرر الأولية للمكان والزمان بينما العرض الترنسندنتالي يبين لنا كيف يمكننا فهـــم معـــارف تأليفـــه (تركيبته) قبلية؛ أي مبدأ قادر على تفسير إمكانية قيام أحكام تركيبية قبليـــة، وبالتـــالي تبريـــر مشروعية العلم الرياضي.[3].

من التحليل السابق، نستنتج أن نظرية" كانط" حول المكان والزمان بإعتبارهما عنـــصرين أوليين متقدمين عن كل تجربة بالإضافة إلى أنهما حدسان خالصان، هما الضامن الوحيـــد للـــيقين والكلية، حيث يقول" كانط":" المكان والزمان مصدران معرفيان يمكن أن نستمد منـــهما قبليـــا معارف تأليفية متنوعة، وأنهما يجعلان القضايا التأليفية القبلية ممكنة".[4] وهذا الزعم كذلك ضروري إذا أردنا التسليم بأن القضايا والأحكام التركيبية القبلية ممكنة بحكم أنها تؤسس لمـــشروعية قيـــام العلمي الرياضي.

1-2-مشروعية قيام العلم الرياضي:

ينظر "كانط" إلى العلم الرياضي (الهندسة والحساب)، بإعتباره علما قائما بذاته، أحـــرز تقـــدما ونجاحا كبيرين منذ اليونان، فهو يمتاز بعدة مميزات تفصله عن بقية المعارف الأخـــرى فأحكامـــه تركيبية قبلية، فهي من جهة تضيف شيئا جديدا، وكلية ضرورية من جهة أخرى[5]، وهذا يعني أن هناك تأليفا بين العقل والتجربة في ميدان الرياضيات، حيث يسمح هذا التأليف ببنـــاء مفـــاهيم رياضية، ومثل هذا التأليف هو ما يميز بين عمل الرياضي وعمل الفيلسوف، مما يفـــضي بنـــا إلى

1 - يشمل هذا العرض 4 براهين، حيث يثبت كانط في البرهانين الأولين أن المكان والزمان قبليان أوليان، لأنهما غير تجريبيان مشتقان من التجربة، وفي البرهان الثالث والرابع يثبت أن طابعها حدسي؛ أي حدسان خالصان. (أنظر: محمد فهمي زيدان ، كانط وفلسفته النظرية، المرجع السابق، ص82

2 - المقصود به – فيما يقول كانط – هو شرح لمفهوم المكان والزمان، بوصفهما يمكناننا من فهم إمكان معارف تأليفه قبلية. (أنظر: كانط إيمانويل ،مقدمة لكل ميتافيزيقا مقبلة متبوع بأسس ميتافيزيقا الأخلاق، تر: تازلي اسماعيل حسين ومحمد فتحي الشنيطي، دار موفم للنشر، الجزائر،(د.ط)،1991 ، ص30.

3 -كانط إيمانويل، نقل العقل المحض، المرجع السابق، ص 62.

4 - كانط إيمانويل ،مقدمة لكل ميتافيزيقا مقبلة، المرجع السابق، ص 29.

5 - كرم يوسف ، تاريخ الفلسفة الحديثة، دار المعارف، القاهرة، ط6، 1976، ص 218

التمييز بين منهج العلم الرياضي ومنهج الفلسفة، هذا التمييز الذي يؤسس العلم الرياضي، وكيفية المفاهيم الرياضية، والمنهج الذي تتبعه الرياضيات مما يسمح بتقدمها.

إن المعرفة الرياضية عند "كانط" ترتبط بنظريته في الأحكام، لأن المعرفة عنده تظهر دائما في شكل حكم (Urleil) يعبر عن وجود علاقة بين الموضوع والمحمول، فالحكم هو الفعل العقلي الذي يحتمل الصدق أو الكذب، ولتحليل المسألة نستعرض مختلف الأحكام لنبين في الأخير نوع الحكم الذي تتضمنه القضايا الرياضية، وننظر في خاصيته وطريقة تأليفه.[1]

1- الحكم التحليلي: (Analyse): لا يشير محموله إلى تصور خارج الموضوع كقولنا: "الجسم ممتد" فهو حكم تفسيري؛ متضمن في الموضوع، وهذا النوع من الأحكام يخضع لمبدأ عدم التناقض، يقول "كانط": " وعليه يجب أن نسلم بأن مبدأ عدم التناقض يصبح مبدأ كلي وكاف تماما لكل الأحكام التحليلية[2].

2-الحكم التركيبي: (Synthetish): وهو الذي نشير فيه المحمول إلى شيء جديد عن الموضوع، أي ليس متضمنا فيه، مثال: "الجسم ثقيل"، فالثقل هنا ليس صفة ضرورية وملازمة للأشياء (الأجسام)، فتصور نقيضه ليس محالا.

3-الحكم القبلي:(Apriori) : كل قضية قبلية تكون فكرتها مصحوبة بفكرة الضرورة، بوصفها كلية شمولية تماما، فمعرفة كلية كهذه يجب أن تكون يقينية بذاتها بمعزل عن التجربة والإختبار.

4-الحكم البعدي :(Aposteriori):يطلق على المعرفة المتولدة من التجربة المتعلقة بها[3]، فهو حكم يحتاج إلى الخبرة الحسية لإثبات صدقة أو كذبة؛ أي أن معيار صدقه أو كذبه هو التجربة، ومثال ذلك: مياه البحر المالحة[4].

نستنتج من هذا التحليل السابق للأحكام، أنها تجعل المعرفة إما متولدة من العقل وحده و أن العقل أساس هذه المعرفة كما هو الشأن في الحكم التحليلي والحكم القبلي، وإما متولدة من التجربة مثل الأحكام البعدية والأحكام التركيبية، ولما كانت المعرفة عند "كانط" متولدة من

1 – كانط إيمانويل ، نقل العقل المحض، المرجع السابق، ص 68.

2 – المرجع نفسه، ص29.

3 – كرم يوسف ، تاريخ الفلسفة الحديثة، المرجع السابق، ص 218..

4 – كانط إيمانويل، نقد العقل المحض، المرجع السابق، ص123.

مصدرين أساسيين هما: القدرة على تلقي المعطيات الحسية، وهي الحساسية، والعقل الــذي هــو ملكه التأطير والتنظيم لتلك المعطيات الحسية[1]، فالعلم الرياضي يفترض أحكاما يجتمع فيها العنصر الأولي والتركيبي؛ أي أنه لا يكون قائما على أساس الحكم وحده، ولابإستناده إلى الحكم التركيبي فهو إن اكتفى بالأحكام الأولية أصبح شأنه شأن الفلسفة الدوغمائية، تتخذ من العقل ملكة إنتاج المعرفة والبرهنة عليها في الوقــت نفــسه، ممــا يــؤدي إلى مــا يــسميه "كــانط" بنقــائض العقل المحض (Antonomies)، فالعلم الرياضي بحاجة إلى التجربة بجانب صفة الأوليــة الــتي يتميز بها، إذ تضمن له التركيب (الإنشاء) مما يسمح بقيام الأحكام التركيبية القبلية.[2]

فقضايا الرياضيات تركيبية قبلية، لأنها تستند إلى مقولتي الزمان والمكان القبليين، فهمــا عنصران تركيبيان قبليان للمعرفة، وبهذا يتجاوز "كانط" كل من العقليين والتجريبيين، عندما أكد على إجتماع العقل والحس معا، ووجود أحكام تركيبية قبلية[3]؛ أي توجد قــضايا غــير فارغــة وضرورية ضرورة مطلقة، ومثال ذلك أن (5+ 7= 12) فالجانب التركيبي هو أن (12) ليست متضمنة في كل من (5) و(7)، لأن النتيجة (12) مبتكرة، والعنصر القبلي هو تلــك الــضرورة السابقة على التجربة وغير المستمدة منها؛ أي تلك الشمولية والكلية[4]، حيث يقول "كــانط": إن القضايا الرياضية بصحيح العبارة هي دائما أحكام قبلية وليست تجريبية لأنها مصحوبة بضرورة لا يمكن أن نستمدها من التجربة، وتركيبته؛ أي موسعة لمعرفتنا، حيث يضيف المحمول شيئا جديدا لم يكن من قبل متضمنا في الموضوع يقول "كانط":" ففي العملية الحــسابية (5+7=12) يجــد تخطي هذين المفهومين (5) و(7) والإستعانة بالحس المناسب لإحداهما أي سواء أكــان المكــان بالنسبة للهندسة أو الزمان بالنسبة للحساب.

أما بالنسبة للهندسة: كقولنا " الخط المستقيم أقصر مسافة بين نقطــتين"، فالجانــب التــركيبي (الإنشائي) هو أن القصر ليس شرطا دائما للمستقيم، فقد نجد المستقيم (طويلا) وبالتالي (القصر)

---

1 – لالاند أندريه، المرجع السابق، ص89.

2 – محمد الفلاحي عبد الله ، نقد العقل بين الغزالي وكانط، مجد المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بــيروت، لبنــان، ط1، 2003، ،ص 183.

3 – جماعة من أساتذة السوفيات، موجز تاريخ الفلسفة، تر:توفيق سلوم، دار الفارابي، بيروت، لبنان، ط1، 1989 ، ص 256.

4 – هشام محمد، في النظرية الفلسفية للمعرفة(أفلاطون ، ديكارت، كانط)، إفريقيا للشرق، الدار البيــضاء، المغــرب، (د.ط) 2001،ص ص 148- 149.

هنا شيء جديد عن المستقيم وهو ليس مستمد من مجرد تحليل الموضوع، إنما من الحدس المكـــاني، فالحدس- فيما يقول كانط —وحده الذي يجعل التأليف (التركيب) ممكنا[1]، كذلك نحن لا نـــرى المثلث الحقيقي بأعضائنا الحسية أعني بعيوننا، وإنما نرى المثلث بطريقة تحددها صفات عقولنا، وأنّ ما نسميه المثلث المنظور في لغتنا العادية هو نتيجة التعاون بين المثلث المرسوم وعقولنا.[2]

وهذا يعني أنّ تصورات العلم الرياضي تكون خاضعة في الذهن قبليا وهـــي حاضـــرة في العيان المجرد (المكان والزمان) هو أساس تقدمها، وهذا العيان(المكان والزمان) هو الذي يكـــسب الحكم التركيبي صفة الضرورة واليقين والكلية.[3]

من التحليل السابق نستنتج، أنّ المعرفة الرياضية لها ما يميزها عن المعرفة الفلسفية، وذلـــك من حيث أحكامها التركيبية القبلية وإنشاؤها للمفاهيم الرياضية التي تقف عند مجرد تحليلها كمـــا هو الشأن في المعرفة الفلسفية، مما يجعل منهج العلم الرياضي يختلف عن منهج الفلسفة، وبضرورة التفرقة بين المعرفتين، حتى نبرر مشروعية قيام العلم الرياضي، إن تمييزا مثل هذا، أدى ب"كـــانط" إلى التمييز بين ثلاثة أنواع من الإمكان: الإمكان المنطقي، الإمكان الحدسي والإمكـــان المتعـــالي، بالنسبة للمنطق معناه عدم تناقض مفهوم ما، والإمكان الحدسي يعني أن يوافق ذلك المفهوم حدسا معينا، وهو ما يدرك وفقا لمعطيات الحدس القبلي، والإمكان المتعالي عنصر خارج عـــن المفهـــوم مستقلا أنطولوجيا عن الفكر ذاته.[4]

إن تحليلا مثل هذا يفضي دائما إلى التمييز بين المعرفة الرياضية والمنطق، و"كانط" يجـــد سندا قويا في النظرية العلمية آنذاك، من هندسة إقليدية وفيزياء نيوتونية، فحركية الفلسفة تتـــأثر بحركية العلم ، ولما كان العلم الرياضي قد عرف تطورا خلال أوائل القرن 19م فإن تطورا معينـــا سوف يمس التصورات الفلسفية، بحكم أن الخطاب العلمي يفرز دائما خطابا فلـــسفيا والعكـــس صحيح؛ أي أن هناك علاقة دياليكتيكية بين العلم والفلسفة.

1 - جعفر عبد الوهاب، المرجع السابق، ص 30 - 33.

2-عزيز نظمي سالم محمد، دراسات ومذاهب، مؤسسة شباب الجامعة الإسكندرية، مصر، (د0ط)، 1988، ص424.

3 -كانط إيمانويل، مقدمة لكل ميتافيزيقا مقبلة، المرجع السابق، ص 33.

4 - بن جاب الله حمادي، المرجع السابق، ص 186.

إنّ مثل هذه التحولات العلمية هي ما أدت إلى أزمة الأسس، التي عاشها العلم الرياضي بصفة عامة والفكر الفلسفي الكانطي بصفة خاصة، إلا أنه كان للتجاوز الكانطي دور في حله لمشكلة أسس الرياضيات؛ أي عندما أكد أن أحكام القضايا الرياضية تركيبية قبلية، يجتمع فيها كل من القبلي الأولي والتركيبي البعدي، مع العلم أن" كانط" لم يبين لنا وبالتحديد كيفية الإجتماع بين القبلي والتركيبي، فالحل الكانطي هو محاولة لدمج المحسوس والمعقول، فقد بين الأكسيوماتيك الحديث أن نظرية "كانط" في الرياضيات قد خلطت بين علمين مستقلين في علم واحد (الهندسة)، إذ راعت الطابع الكشفي الإبتكاري الذي تختص به العلوم التجريبية، والطابع اليقيني الذي تتميز به العلوم الصورية[1] .

والمشكلة لم تقف عند كيفية إجتماع القبلي والتركيبي، وإنما امتدت إلى مشكلة كيفية إنطباق الرياضيات على التجربة، ف"كانط" حل هذه المشكلة في حدود الهندسة الإقليدية، هذه الأخيرة التي كانت في آن واحد نظرية وتطبيقية بمعنى أنه "يمكن النظر إليها بوصفها بناءا عقليا أكسيوميا خالصا عزلت حدوده عن معناه الواقعي المشخص، وأصبحت مسألة الصدق فيه مقصورة على مبدأ عدم التناقض، وإما تحققا مشخصا لهذا البناء الأكسيومي نفسه، وذلك عندما نعطي لحدوده وقضاياه معانيها الحسية التجريبية.[2]

مما يعني أنّ المشكلة لم تحل على صعيد الفلسفة الكانطية، وكل ما في الأمر أنها صاغت مشكلة جديدة، ونقصد بذلك الجمع بين القبلي والتركيبي، ف"كانط" لم يوضح لنا وبدقة كيف أن المحمول يكون مضافا إلى الموضوع؛ أي ليس متضمنا فيه، وفي الوقت نفسه ذو علاقة ضرورية كلية معه، "ألا يعني الضروري والكلي تلازم المحمول وتضمنه للموضوع؟"، وإلا لما كان ضروريا[3]؟، وبالتالي ضرورة التشكيك في الحكم التركيبي القبلي، وإعتبار القضايا الرياضية مجرد أحكام تحليلية، شأنها شأن القضايا المنطقية.

إنّ مثل هذا الغموض الذي اكتنف الفلسفة الكانطية تجاه مشكلة كيفية اجتماع التركيبي والقبلي، هي ما ساعدت أكثر على تعميق الهوة بينهما، وأصبح التمييز واضحا بين النظرية

1 – بلانشي روبير، نظرية العلم (الإبستيمولوجيا)، تر: محمود اليعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، (د.ط)، 2004،ص ص 88- 89.

2 – عابد الجابري محمد، المرجع السابق، ص 93.

3 – كرم يوسف، العقل والوجود، دار المعارف، مصر، (د.ط)، 4196، ص 93.

والواقع، كذلك ساهم هذا الغموض في تحديد الخلاف الفلسفي حول أسس الرياضيات وطبيعة أحكامها، وأصبحت نظرية "كانط" في الرياضيات تتجاذب بين معارضين ومؤيدين؛ أي بين النزعة اللوجيستيقية التي أشرنا إليها في المبحث الأول من هذا الفصل والنزعة الحدسية خاصة مع "بروور" و"هيتنغ"، فمع هذين الأخيرين تم إعادة الثقة والإعتبار لنظرية" كانط" فيما يخص الطابع الحدسي للحقائق الرياضية. على هذا الأساس تطرقنا للكانطية، بدافع دراستنا للحدسانية، حيث كنا نهدف من وراء ذلك إيجاد حل للإشكال المطروح، وعلاقة الكانطية بالحدسانية تتمثل في اشتراكهما في الخاصية الحدسية للمعرفة الرياضية.

ثانيا: الإتجاه الحدسي: (**Intuitionnisme**)

يعتبر هذا الإتجاه امتداد لفلسفة "كانط" الرياضية، ومن رواده أيضا: "بوانكاريه" ثم تبعه "بوريل" و"بروور" و"فايل" و"هتينغ" وغيرهم من عارضوا الإتجاه اللوجيستيقي حيث رفضوا فكرة رد الرياضيات إلى المنطق، وإنما أرجعوها إلى فكرة الحدس، والتي هي عند "كانط" أساس قيام الأحكام التركيبية القبلية؛ أي كشرط للقيام العلمي الرياضي.[1]

إن الرياضيات في رأي النزعة الحدسية لا يمكن اختزالها في مجرد مبدأ عدم التناقض، إذ أن تفسيرا مثل هذا، من شأنه أن يحجب عنا حقيقة التأليف (التركيب) الرياضي، والذي مصدره الحدس القبلي – إن استعرنا لغة كانط – حيث يقول "بوانكاريه":" لتشييد الحساب والهندسة أو أي علم آخر،مهما كان لابد من شيء آخر غير المنطق المحض، وهذا الشيء الآخر لا نستطيع التعبير عنه بكلمة أخرى غير كلمة الحدس"[2]؛ أي أن ما يعنيه "بوانكاريه" بهذا القول أن الحدس هو مصدر التأليف في المعرفة الرياضية، وهذا يذكرنا بموقف "كانط" الذي يرى بأن التأليف (الإنشاء) يحدث قبليا في المكان والزمان القبليين؛ فالرياضيات تتوفر على أداة فريدة هي الإستدلال، كما أنها في الوقت ذاته تنتج معارف جديدة لا تتضمنها المقدمات التي ينطلق منها البرهان.

---

1 – فاخوري عادل، المنطق الرياضي، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت، لبنان، ط2، 1988، ص 84.

2 – عزيز نظمي سالم محمد، المنطق الحديث وفلسفة العلوم ومناهج البحث، مؤسسة شباب الجامعة، القاهرة، مصر، (د.ط)، (د.ت)، ص ص60-61.

إنّ كلا من هذا، يعني أن الرياضيات هي التي تتضمن المنطق وليس العكس؛ لأنه لا يمكن رد الرياضيات إلى مجرد تحليل منطقي[1]، مما يدل على أن " الرياضيات مادة غير معينة"، ومن ثمة هي غير صورية تشتق من المنطق الصوري، وإنما تلك التجربة هي نوع خاص هي الحدس الرياضي.

وبهذا يمكن إجمال رأي الترعة الحسية بصدد الموضوع الذي نناقشه في نقطتين أساسيتين: تتعلق الأولى بطبيعة الموضوعات الرياضية، والنقطة الثانية بمبدأ أساسي في المنطق وهو مبدأ عــدم التناقض.[2]

2-1- طبيعة الموضوعات الرياضية:

يرى الحدسيون أن أساس مشكلة التناقض في الرياضيات الحديثة هــو القــول بوجــود مجموعات لا متناهية، أو ما يسمى بنقائض اللانهاية، ولتجنب هذه المشكلة يجب مراعــاة فكــرة اللانهاية، لأن القول بوجود موضوعات مستقلة عن الفكر البشري كلام ليس له معنى.[3]

إن مثل هذا الرأي هو في الحقيقة امتداد لرأي " كانط"؛ الذي عمل على ربط الرياضيات بالعقل البشري، وإلغاء طابعها المتعالي، فالرياضيات عند" كانط" لم تبق في المستوى الإلهــي، لأن نظريته في المكان والزمان – كما أشرنا إلى ذلك – مرتبطة بالذات الإنسانية من حيــث قبليتــها وحدسيتها، ف"كانط" عمل على أنسنة الزمان والمكان حتى يضمن أنسنة الرياضيات[4]؛ أي جعل البناء الرياضي من فعل الذات الإنسانية، حيث يقول هيتنغ:" إن الرياضيات الحدسية بناءات ذهنية، والنظرية الرياضية تعبر عن حادثة أو ظاهرة محض تجريبية"، فالقضية (2+2- 3+1) يجــب أن ينظر إليها بوصفها اختزالا للقضية التالية: لقد شيدت البناء الذهني الذي تشير إليه (2+2) ثم البناء الذهني الذي يشير إليه (3+1)ووجدت أنهما يؤديان نفس النتيجة، أما السؤال:ماذا نعني بالبناءات الذهنية؟فالإجابة ب:(2+3) عملية ذهنية؛ أي حركة فكرية، ندمج (2) في (3)، والعددان (2) و(3) هما أيضا إنشاءان ذهنيان أما إذا أردنا الرجوع إلى أصل حدسنا للأعداد فيجب الرجوع إلى حدسنا للزمان"[5]، وهنا تلتقي هذه الترعة مع" كانط"، فالحساب عنده هو حدس الزمان (التتابع)،

1 – عابد الجابري محمد، المرجع السابق، ص 188.

2 – كانط إيمانويل، نقد العقل المحض، المرجع السابق، ص 49.

3 – عابد الجابري محمد، المرجع السابق، ص 125.

4 – المرجع نفسه،ص 113.

5 – بشتة عبد القادر، الفلسفة والعلم، دار الطليعة للنشر، بيروت، لبنات، ط1، 2002، ص 114 .

والهندسية هي علم المكان ومعروف أن" كانط" يجعل من المكان والزمان صورتين قبليتين كما رأينا سابقا.

فتوضيح مسألة طبيعة الموضوعات الرياضية من حيث ارتباطها وتشكلها في الحدس القبلي (المكان والزمان) يعني – كما يرى كانط – بنائها وتأليفها في الحدس القبلي؛ وهذا يعني من وجهة نظـــر الحدسية رفض رد الرياضيات إلى مبدأ عدم التناقض.[1]

2-2- مبدأ عدم التناقض:

تنظر الترعة الحدسية إلى المنطق على أنه في الدرجة الثانية بالنسبة إلى الرياضيات، حيـــث يقول "هيتنغ": ليس المنطق هو الأساس الذي استند إليه، وكيف يجوز ذلك؟ وهو يحتاج إلى أساس ومبادئ أكثر تعقيدا من مبادئ الرياضيات، وأقل مباشرة من مبادئ الرياضيات نفسها ، ومعـــنى هذا أن الرياضيات لا ترد إلى المنطق – كما قال راسل- وإنما العكس، فالمنطق هـــو بحاجـــة إلى الرياضيات لأنها تعمل على تبسيطه من خلال إعطاء قيمة ثابتة ومضمون معرفي لمتغيراته وقـــضاياه الرمزية[2]، فإرجاع الرياضيات إلى المنطق وبالتحديد إلى مبدأ عدم التناقض، من شأنه أن يوقعنا في حلقة مفرغة (cerclevicieuse) لأننا في هذه الحالة نعمل فقط على إثبات قضايا أو نفيها؛ أي مجرد تحصيل حاصل، فنثبت في النتيجة ما تم إثباته في المقدمات ، وهذا ما لا يفسر لنا الإســـتزادة الرياضية أو الطابع الكشفي الإبتكاري لهذا العلم.[3]

ما يعني أنّ الفرق بين الرياضي والمنطقي هو الفرق بين الحدســـي والـــصوري الـــذهني، فالمفاهيم المنطقية مفاهيم صورية مجرة عن كل مادة، بينما المفاهيم الرياضية تحتوي علـــى عنـــصر تجريبي ؛ أي أنها مفاهيم تقابلها حدوس قبلية، وبالتالي ضرورة فك الإرتبـــاط بـــين الرياضـــيات والمنطق، الذي أنشأ أنصار الترعة اللوجيستيقية، ولعل مرد ذلك إلى التجانس بين منهج الإستدلال في الرياضيات وفي المنطق، حيث يقول "كانط":" فلما كنا نجد أن استدلالات الرياضيين تجـــري كلها وفقا لمبدأ (عدم التناقض)، وهو ما تستوجبه طبيعة اليقين الضروري، اعتقـــدنا أن المبـــادئ الرياضية، تعرف أيضا بفضل مبدأ عدم التناقض، وهو ما أخطأ فيه محللو العقل البشري ،فمبـــدأ

1 – عابد الجابري محمد، المرجع السابق، ص 114.

2 – كانط ايمانويل، نقد العقل المحض، المرجع السابق، ص 348.

3–عابد الجابري محمد، المرجع السابق، ص116.

عدم التناقض لا يمكننا به الخروج من الموضوع على المحمول، وبالتالي كانت المعرفة الرياضية لهـــا خصيصة، وهي أنه يتوجب عليها بادئ ذي بدء أن تستحضر موضوعاتها في الحدس القبلي (المكان والزمان)"[1]، فالإستدلال يتميز عن الحدس بطابعه النظري، ذلك أن الحدس إجمالي وقـــوي، إذ أن الإستدلال تدريجي، فهو حركة فكرية تبدأ من المقدمات إلى النتيجة مع المرور بواســـطة أو عـــدة وسائط.[2]

فالرياضيات ليست صورية، بل تحتوي على مادة تركيبية، ومثل هذا الرأي تعزز أكثـــر بفعل بعض النتائج الإبستيمولوجية، التي أسفرت عنها الفيزياء المعاصرة (الميكروفيزياء) التي تذهب إلى أن الصورية المحضة لا وجود لها وأن كل بناء تجريدي لا بد أن يوجد به راســـب حدســـي، فالفكر البشري لا يقف عند مجرد مفاهيم، بل يعمل بإستمرار على إعطائها تحقيقات مشخـــصة[3]، فليست هناك معرفة تجريبية محضة، ولا معرفة عقلية محضة، ولا يبق إلا اتحادهما لإنـــشاء معرفـــة، ولهذا فالحل الكانطي يأتي في السياق نفسه لحل أزمة الخلاف الفلسفي الذي دار بـــين العقلـــيين والتجريبيين حول مصادر المعرفة وطبيعتها.

ومما سبق، نصل إلى أنّ "بروور" استطاع تطوير رياضيات خالية من المفارقات انطلاقا من التفكير حول النشاط الرياضي، وانتقد الرياضيات الكلاســـيكية، وعوضـــا أن يقـــوم بتعديلـــها وتصحيحها، فإنه أسس رياضيات جديدة أساسها الحدس؛ يؤكد "بروور"كذلك أن الحدس هـــو القاعدة الوحيدة لبناء الرياضيات.

وما يمكن الخروج به كاستنتاج، هو أن أزمة الرياضـــيات بـــشقيها الهندســـة ونظريـــة المجموعات، دفعت الكثير من المفكرين إلى البحث والدراسات من أجل إيجاد حلولها لها، ومـــن ثم بناء رياضيات متينة وقوية فكانت هناك محاولات كثيرة ومن بينهما التي أشـــرنا إليهـــا في هـــذا الفصل، التي اتخذت الحدس كأساس للرياضيات إلا أنه نتجت عنها إشكاليات جديدة، وهذا مـــا شكل دافعا قويا للبحث عن حلول أخرى متفادين بذلك الحدس، ومستعملين مفـــاهيم وطـــرق جديدة مجردة لا مقابل لها في الحدس الحسي أو التجربة الحسية، وهذه الطـــرق المجـــردة فتحـــت

1 – كانط ايمانويل، مقدمة لكل ميتافيزيقا مقبلة، المرجع السابق، ص 40.

2 – بلانشي روبير، الإستدلال، تر: محمود اليعقوبي، دار الكتاب الحديث، القاهرة، الكويت، الجزائر، (د.ط)، 2003، ص 41.

3 – عابد الجابري محمد، المرجع السابق، ص 126.

مجالات جديدة تختلف عن المجالات الحدسية، بل إنها تعد بمثابة تصحيح وتعديل لها، ولهذا فالميادين الجديدة، فرضت معايير صدق تحول دون الرجوع أو العودة إلى الحدس.

هذا ما أدى إلى تشكيل إتجاهين: الأول خاص بالتحليل يهتم بنقد المنطق الذي يؤدي إلى الصورنة، والثاني خاص بالهندسة، يهتم بتحليل المفاهيم والمبادئ ثم يستنتج بعدها مباشرة، ولهذا فهو يؤدي إلى الأكسيوماتيكية، هذان الاتجاهان، الصوري والأكسيوماتيكي تماشيا معا خلال القرن 19م، وتزامنا في الوجود إلى غاية "هلبرت" الذي نجح في التوحيد بينهما في نسقه، في ظل هذا التحول تأسست ثلاث مدارس أساسية بحثت في أسس الرياضيات وهي:

المدرسة البريطانية :ممثلة في المدرسة التحليلية لكمبرج، ومن روادها :"جورج بيكوك" (-1858 1791 Georges peacok)، واسهاماته حول طبيعة الجبر وقانونه، حرر الجبر من كل من تصور كلاسيكي للنظرية الكلاسيكية التي تهدف إلى دراسة المواضيع ذات طبيعة محددة، وأصبح يدرس العلاقات التي يمكن أن تطبق على كل أنواع المواضيع، مستخدما بذلك مجموعة من رموز، ولهذا فهو يعد مؤسس المدرسة الرمزية للرياضيين وكان من أعضائها "جورج بول" (-1864 1815 Georges bool) ودي مورغان (1871- 1806 Auguste de horgone)،أعمال "هاملتون" (1865-1805 william rowan hamilton) حول الأعداد المركبة، والأربعيات[1] (quaternions) سنة 1843م. التحليل الرياضي للمنطق عند "جورج بول".

المدرسة الفرنسية: إذ نجد حوليات الرياضيات النظرية والتطبيقية ل"جرقون" (-1859 1771 Josrph diaz gergonne.) مع أبحاثه حول خصائص الإجراءات العادية كالتبديلية، والتجميعية، والأعداد المركبة.

المدرسة الألمانية: ونذكر من أعضائها: "غوس أوم" (1872-1782 martin ohm) والذي أراد أن يضفي على الجبر نفس اليقين الهندسي. ويأسسه على أسس مماثلة لتلك في الهندسة، كما نجد أيضا "قراسمان"، و"هانكل" و"ديدكند"....

[1] - الأعداد الأربعية بالفرنسية (quateernionsh) أو(nombres super complexes)، هي أعداد صيغتها: a+ib+cj+kd=
حيث: a,b,c اعداد حقيقية، k,j,i أعداد مركبة خيالية، حيث: 1- =i2=j=2k2 ، وسميت أربعية؛ لأنها مركبة من 4 حدود http://villemin.genard.free.fr.

الفَصْلُ الثَّالِثُ

لقد حقق العلم الفيزيائي تطورا ملحوظا في القرن العشرين، حيث أضـاف إلى معارفنـا الكثير من أسرار الطبيعة، فقد قيل أن التقدم الذي حققه هذا العلم في هذا القرن يفوق ما أنجزتـه البشرية في قرون، وقد كان هذا التطور عبر ثلاثة أعمال، فأما العمل الأول كـان سـنة 1900 عندما أعلن "بلانك" عن ميلاد نظرية الكوانتم، العمل الثاني سنة 1905 ويتمثل في اكتـشاف نظرية النسبية الخاصة من طرف "أنشتاين"، وهي النظرية التي أطاحت بالنموذج النيوتوني، بينمـا العمل الثالث كان سنة 1916 وهي السنة التي شهدت توسع مجال نظرية النسبية الخاصـة؛ أي ميلاد نظرية النسبية العامة[1].

أما في الرياضيات فإن الأزمة لا تقل أهمية عن أزمة الفيزياء، فمن بين الإكتشافات الرياضية تأسيس الهندسات اللاإقليدية، واكتشاف نظرية المجموعات عند" كانتور" ،وهي الإكتشافات التي أفضت إلى تطور التحليل والجبر وعلم الحساب والهندسة.

هذه الإنجازات الرياضية غيرت من مسار وملامح العلم الفيزيائي، وعملت على ترسـيخ ملامح الثورة الفيزيائية وجعلها محور نظرية المعرفة العلمية، فحاولت الفيزياء أن تستفيد من مناهج وتصورات الرياضيات من أجل الوصول إلى نتائج دقيقة التي تجعل العلم الفيزيائي بكـل جوانبـه مبادئه، فروضه، قوانينه، نتائجه، وقيمته وموضوعا لها[2]، لأن ما فرضـه الواقـع اليـوم هـو أن الرياضيات أصبحت تمد العلوم الفيزيائية بالتنظيم العقلي للظواهر الطبيعيـة، وأصـبح منـهجها وتصوراتها ونتائجها قوام العلوم الفيزيائية الكلاسيكية والمعاصرة، وبهذا ظهر في الفكـر العلمـي خاصة المعاصر، رياضيات حديثة تعتمد على الأكـسيوماتيك؛ أي الإفتراضـات والمـصادرات، واستعملت في إطار واسع في الفيزياء المعاصرة، حيث وظفت الرياضـيات الجديـدة في صـياغة نظريات هذه الأخيرة. وقد اعتبر "غاستون باشلار" أن الرياضيات منهج للفيزياء المعاصرة، وعـبر عن ذلك في قوله :"أما في العلمي النسبي الجديد، فإن رمزا رياضيا وحيدا ذا غزارة خصبة يـدل على ألف سمة من سمات (واقع) خفي، إن الفكر ها هنا منهاج لتجارب ينبغي تحقيقها"[3].

1 – زبيدة مونية بن ميسي حرم بن عيسى، فلسفة الرياضة عند جان كفاييس، دراسة تحليلية ابستيمولوجية، رسالة مقدمة لنيل شـهادة دكتـوراه العلوم في الفلسفة ، كلية العلوم الإنسانية والإجتماعية، جامعة منتوري قسنطينة، 2007-2008، ص30.

2 – قطب خالد ، العقلانية العلمية، دراسة نقدية ، المكتبة الأكاديمية ، القاهرة ، ط1، 2005، ص43.

3 – باشلار غاستون ، الفكر العلمي الجديد، تر: عادل العوا، مر:عبد الله عبد الدائم، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت، ط4، 1996، ص58 .

وما يمكن قوله هو أن ما ميز المنهج الفيزيائي هو الإعتماد على الرياضيات ومنهجها إلى حد كبير. وهكذا فالفيزياء كانت وصفية لا تعنى بالكيفيات عند اليونان والقـرون الوسـطى، وأصـبحت استقرائية كمية ابتداءا من القرن السابع عشر، ثم استنتاجية في القرن التاسع عشرن قد بلغت الآن مع القرن العشرين مرحلة عالية من التطور، مما مكن من صياغة كثير من قضاياها صياغة رياضية. فالفيزياء اليوم هي فيزياء بنيوية إلى درجة جعلت "غاستون باشلار" يقول :"إن المعرفـة الجديـدة متعذرة بدون سيادة هذه الأداة الرياضية الجديدة"[1]

المبحث الأول: الرياضيات آلة لصياغة القوانين العلمية في الفيزياء الكلاسيكية

إن البحث في الإبستيمولوجيا ميدان خاص من ميادين المعرفة، معناه البحث عن جذور تكون المعارف والمفاهيم في ذلك المجال، ومعناه أيضا الإنطلاق من تلك الجذور للبحث في ميكانزمـات الإنتقال من معرفة أدنى إلى معرفة أخرى اكثر تطورا منها، انطلاقا من هـذا بينـت البحـوث الإبستيمولوجية أن العلوم عرفت تقدما عبر تاريخها، وهذا التطور كان نتيجة تبنيها واسـتخدامها للرياضيات في أصولها والمبادئ التي قامت عليها، ومن هذه العلوم علم الفيزياء، هذا الأخير الـذي عرف عند اليونان "الفيزيقا" أو العلم الطبيعي وعرف بدوره تقدما عبر مراحل تاريخـه، إذ لـيس هدفنا من هذا المبحث هو التطرق لأهم النظريات الفيزيائية الكلاسيكة والمعاصرة، وأهم الأسس والمبادئ التي قامت عليها بقدر ما هدفنا الكشف عن كيف أصبحت الرياضـيات تمـد العلـوم الفيزيائية بالتنظيم العقلي للظواهر الطبيعية، وأصبح منهجها وتصوراتها ونتائجهـا قـوام العلـوم الفيزيائية، لذلك سنقتصر في هذا المبحث على الحديث عن ابستيمولوجيا الفيزياء الكلاسـيكية انطلاقا من عرض فكرة المنهج ودراسة الطبيعة في العصر الحديث، من منظور الثورة الكوبرنيكية، وإبراز مضمونها في ظل تبنيها للرياضيات من حيث استخدام الصيغ الكمية في التعبير عن القوانين العامة.

1 – باشلار غاستون ، الفكر العلمي الجديد، المرجع السابق، ص56.

أولا: فكرة المنهج ودراسة الطبيعة في العصر الحديث وفق قوانين رياضية:

1-1- الثورة الكوبرنيكية:

لقد كانت طلائع الثورة العلمية الأوروبية في الفترة بين (1450 -1705)، حيث نشأت واتصلت ملفات مسيرتها بفضل نظرة خاصة واتجاه محدد في التفكير اعتمده الفلاسفة والعلماء وتمسكوا به.

وبين "أندرو دكسن وايت" (1832-1918) في كتابه "تاريخ النزاع بين العمل واللاهوت"، أن الدين كان واحدا من العوامل التي أضرت ووقفت دون الإسراع في تطوير مسيرته، ذلك ان الشائع في الفكر المسيحي أنّ الدمار آت على الأرض قريبا، وأنّ أرضا وسنوات جديدة ستخلف الأرض التي نعيش فيها، وأن علم الفلك إذا ما قال بغير ذلك باطل كغيره من العلوم الأخرى التي أدانتها الكنيسة ولعنتها. وعبر عن هذا القديس "أوغسطين" (254-430)، حينما رأى سواء كانت الأرض أو السماء، أو كانت في هذا الجانب من السماء، أو ذلك فإن ذلك لا يضر ولا يجدي نفعا[1]، وكانت تعاليم الدين تقول أن السماء قبة صلبة تحيط بالأرض وأن الأجسام السماوية مصابيح معلقة في السماء، وبهذا فإن تركيب الكون عبارة عن مزيج من التعاليم الدينية التي دمجها رجال الدين والكنيسة بنظريات بطليمس[2] الفلكية. فكانت النتيجة آراء حول الكون لم يسمح الآباء المسيحيون بمناقشتها او التشكك في صيغتها.

ووسط هذا التصلب من طرف رجال الدين والكنيسة بزغ عهد جديد في ميدان المعرفة وقعت فيه إصلاحات طفيفة، وعاد فيها الفضل للرياضيات. فظهر "كوبرنيكس نيكولاوس"[3] ،يعد من أشهر العلماء الفلك في القرن الخامس عشر، ومن العلماء القلائل الذين تركوا أعظم الأثر في الحركتين العلمية والفلسفية[4]، من منطلق الثورة التي قادها ضد التصور البطليموسي حيث قدم طرحا جديدا مفاده أن الشمس هي مركز الكون وليست الأرض، وأن الكواكب تدور حول

1 – عبد العمر عبد الله ، ظاهرة العلم الحديث، سلسلة عالم المعرفة ، الكويت، (د. ط)، 1983، ص27.

2 - نظرية "بطليموس" (ptolemy -90م-168م)، هي نسق فلسفي، والتي تقول أن الارض مركز الكون، والأبراج الأخرى تدور حولها.

3 - "كوبرنيكوس نيكولاوس" (coupernius nicolaus-1473-1543)، هو قسيس بولندي وعالم فلك تعلم اللاهوت والرياضيات

4 – البعلبكي منير ، معجم اعلام المورد، دار العلم للملايين، بيروت، ط1992،1، ص371.

الشمس، وهذا الفرض الذي قدمه يفسر حركة الكواكب تفسيرا أكثر مطابقة للأرضاد الفلكية عكس الافتراض السائد.

وهذا ما أورده في كتاب له أسماه"دوران الأبراج السماوية"، عبر فيه عن نظرته الجديدة للكون لكنه ضلّ محرما لا يقرأه كاثوليكي، زمن طويلا حيث قال فيه:"تدور الأرض حول نفسها بحيث يواجه كل مكان على سطحها الشمس ويبعد عنها على التوالي ويرجع السر في تعاقب الليل والنهار إلى هذه الحركة الدائرية وليس إلى تحرك الشمس والنجوم"[1]، والملاحظ أنّ "كوبرنيكوس" جعل الكواكب الأخرى مسارات حول الشمس وعددها سبعة، كما توصل إلى أن الكواكب الأقرب من الشمس تتحرك بسرعة أكبر من الكواكب الأبعد عن الشمس، كما لاحظ أن الأرض تدور مرة كل يوم حول محورها، إضافة إلى دورانها مرة واحدة كل عام حول الشمس، وما كان بإمكانه الوصول إلى هذا لو لم يعتمد لتحقيق هذه النتائج على ملاحظات قائمة على أسس هندسية رياضية، وسط عجز في الآلات الدقيقة[2].

ولكن في ظل المناخ الذي كان سائدا آنذاك، لم يعلن "كوبرنيكوس" عن نظرياته الجديدة، حتى ولو كانت حقيقة ثابتة ونظرية صحيحة من منطلق أن آراء الكنيسة وتعاليم الكتاب المقدس هي دستور الحياة والفكر، وإعلانه لنظريته قد يولد عداءات من طرف الكنيسة[3]. وعبر"بنجيمن نلسن" عن هذا في قوله :"أن الإبداع في الفيزياء أو الفلسفة في الأيام الخالية كان معناه التعرض لخطر الدخول في الصراعات الخطيرة مع السلطات اللاهوتية ولربما تعريض الحياة للخطر دفاعا عن فكرة"[4]. وبهذا واجه "كوبرنيكوس" رجال الدين والكنيسة مما جعله في صراع كبير معهم، وهذا الوضع يثبت السيطرة التي فرضها رجال الكنيسة على العقل الأوربي، الأمر الذي لم يكن عند المسلمين حيث كان الدفع للإبداع مفتوحا ومدعوما على جميع المستويات.

وإضافة إلى الإنتقادات التي تعرض لها "كوبرنيكوس"، فإن هذه التغيرات التي أحدثها لم ترافقها عمليات رياضية معقدة بل تمت باستعمال أساليب رياضية بسيطة غير معقدة[5]. ولكن ما يحسب له

1 – راسل بلتراند ، حكمة الغرب الفلسفة الحديثة والمعاصرة،ج2 ، تر: فؤاد زكريا، سلسلة عالم المعرفة ، الكويت، (د.ط) ، 1983، ص40.
2 – المرجع نفسه، ص41.
3 – العمر عبد الله ، مرجع سابق ،ص 28.
4 – أهاف توبي ، فجر العلم الحديث، تر: محمد غصفور، سلسلة عالم المعرفة، الكويت، ط1، 1997، ص351.
5 – المرجع نفسه، ص347.

هو أن الوصف الفيزيائي للكون الذي جاء به أقرب إلى الحقيقة من نظام "بطليموس" القائم علـــى مركزية الأرض، كما أنه أضاف إلى لعمل الفلك حقائق لم تكن من قبل وكان ما جاء به تمهيـــدا للفلكيين الذين تبعوه من أمثال: "كيبلر" و"جاليليو غاليلي"[1]. ويعتبر بهذا من الأوائل الذين وضعوا للعلم الطبيعي قواعده الأولى من دقة في البحث عن الحقيقة والحماس ودراسة جادة.

وبهذا نجده قد ساهم في إرساء بدايات علم الطبيعة الكلاسيكي وفق أسس رياضية.

1-2- جوهانس[2] كيبلر والتجديد العلمي:

ظهرت معه بوادر التجديد العلمي في الأعوام الأولى من القرن السابع عشر، حيث نشر أبحاثـــه في علم الفلك لشرح نظرية "كوبرنيكوس"، إذ وضعها في صورتها الدقيقة وسنحت له الفرصة مـــع زميله الفكي "تايكو براهي"[3] لملاحظة الكواكب في حركتها، فتوصل إلى أن نظرية "كوبرنيكوس" ،قد حددت الوضع الفلكي للكواكب، لكنها فشلت في تحديد مدارات الحركة. وهذا ما جعـــل "كيبلر" يفكر في الملاحظات التي جمعها، حيث إفترض تفسيرات معينة لوصف تلك الحركة، كما أجرى عمليات متتالية من الإستنباط الرياضي وملاحظات متكررة إلى السماء. وبهذا توصل إلى أن الكواكب ترسم في حركتها مدارات بيضاوية وليست دائرية، عكس ما ذهبت إليه النظريـــات السابقة، وإنطلاقا من هذا وضع قوانينه الثلاثة في علم الفلك[4].

فقوانينه الثلاثة عن حركة الكواكب التي أتت نتيجة سنوات عديدة من الحسابات المضنية، لم تكن سوى نتيجة ثانوية لبحثه الدؤوب عن العلاقات الرياضية، التي يمكن أن توضح حركات الأجسام السماوية ولا سيما الكواكب[5]، مما مكنه على الحصول عن منصب "رياضي إمبراطوري"[6]. وتتمثل القوانين الثلاث ل"كبلر" كما بينها "نيوتن" في كتابه المبادئ الرياضية للفلسفة الطبيعية فيما يلي:

1 – أهاف توبي ، فجر العلم الحديث، لمرجع السابق، ص347.

2 - يعد "جوهانس كبلر" (johannes kepler – 1561-1630)، عالم فلك ورياضيات وبصريات ، الماني يعتبر المؤسس الحقيقي لعلم الفلك الحديث، حيث عاصر غاليليو غاليلي.

3 - "تايكوبراهي"(txcho brahe -1546-1601)، أستاذ كبلر قام بعدة ارصاد فلكية اعتمد عليها كبلر.

4 – راسل بلتراند ، حكمة الغرب، ج 2، المرجع السابق، ص 41.

5 – موتز لويد ، جيفرسن هان ويفر، قصة الفيزياء، تر: طاهر تربيدار ووائل الأتاسي، دار طلاس للدراسات والترجمة والنـــشر، دمـــشق، ط2، 1999، ص41.

6 – المرجع نفسه، ص43.

القانون الأول: ينص على أن مدار الكواكب مدار بيضوي والشمس مركز هذا المدار

القانون الثاني: ينص على أن الخط الواصل بين الشمس والكواكب يكوّن في الفـــراغ مـــساحات هندسية متساوية في أزمنة متساوية.

القانون الثالث: ينص على أن الزمن الذي يقطعه الكوكب لإتمام مداره حول الشمس، متناســـب تناسبا طرديا مع مكعب المسافة بينه وبينهما.

وبهذه القوانين تجاوز "كيبلر" فكرة الدوائر المتقاطعة والمدار الدائري للكواكب والنجوم التي كانت عند "بطليموس" و"كوبرنيكوس"، وجاء بنظرية جديدة لم يسبقه إليها قديما أو حـــديثا، هـــي أن الكوكب لا يدور بشكل دائري، وإنما في شكل بيضوي وبهذا أحـــدث تقـــدما في الدراســـات الطبيعية.

لكن حسب "هايزنبرغ"[1] أن فروض هؤلاء تعد تقديما وتمهيدا لفروض "كبلر" وقوانينـــه بنظـــرة ابستيمولوجية، وما يجسد ذلك قوله في كتابه "المشاكل الفلسفية للعلوم النووية":"ولعـــل أشـــهر الأمثلة على هذا العمل التكميلي المحدد للعلاقة بين النظرية والتجربة هـــو الإنجـــازات المـــشتركة ل"تايكو براهي" و"كبلر"، فقد كانت الثورة من الملاحظات التي قام بها "تايكو براهي" عن حركة الكواكب، والتي لم يكن" كبلر" لأن يستطيع أن يجمعها بهذه الدقة، كانت هي المادة لعمل هـــذا الأخير"[2]. كما بين أن علم الفلك عرف تطورا من خلال اكتشافات "كبلر" حيث قال:"غير أننـــا سنجد من ناحية أخرى أن اكتشافات "كبلر" قد حدّت اتجاهات التطور في علم الفلـــك خـــلال القرون التالية"[3].

فمن خلال هذه القوانين التي قدمها -كبلر- خاصة القانون الثاني؛ أي أن قانون المساحات الـــذي يشهد على عظم عبقريته وعلى مهاراته الرياضية الرائعة، ف"كبلر" إذا كان عليه أن يمضي في أثناء اكتشافه لهذا القانون إلى ما هو أبعد من أرصاد "براهي"، إذ كـــان عليـــه أن يحـــسب مـــساحة

[1] - "هايزنبرغ فيرنر"(heisenberg werner -1901 -1976)، فيزيائي ألماني، حاز على جائزة نوبل للسلام عام 1932، عل مباحثه في الميكانيكا الكوانتية، ولعبت كتاباته من وجهة النظر الفلسفية دورا رئيسيا في إعادة النظر في مقولة الحتمية من خلال نظريته المشهورة:"علاقات اللايقين"و"مبدأ اللاتعيين".

2 – هايزنبرغ فيرنر ، المشاكل الفلسفية للعلوم النووية ، تر: د.أحمد مستجير، مر: د.محمد عبد المقصود النادي، الهيئة المصرية العامـــة للكتـــاب، القاهرة ، (د.ط)، 1972، ص 14.

3 – المرجع نفسه، ص 14.

القطاعات المختلفة من القطع الناقص، أو أشباه المثلثات التي تحددها الخطوط الواصلة من الشمس إلى الكواكب عند مختلف النقاط على مداره، وهذا عمل كان لا بد أن يؤدي إلى أعمال حسابية وجبرية[1].

وبهذا يكون" كبلر" قد خطى خطوة كبيرة في مجال الدراسات الفيزيائية الفلكية وأسهم في بدايات علم الطبيعة الحديث، الأمر الذي يفتح باب لدعم أبحاث "جاليليو غاليلي" الفيزيائية التي جاءت بعده.

1-3- غاليلي[2] وميلاد الفكر العلمي الجديد:

لقد كان لأبحاث غاليلي في مجال الميكانيكا، أهمية لقطع الصلة بالفكر القديم وتخليه عن مفاهيمه وأساليبه، والإنتقال من الفيزياء العضوية – أي فيزياء العصور الوسطى- إلى الفيزياء الميكانيكية، حيث أحدثت أبحاثه ثورة في الفكر المادي في القرن السابع عشر، مما أوجد أساسا منطقيا صالحا للميكانيكا حتى أواخر القرن التاسع عشر، فنشأ المفهوم الميكانيكي، حيث أصبحت الميكانيكا نموذجا للعلوم الطبيعية ولكافة العلوم الأخرى[3].

عاصر "غاليلي" "فرانسيس بيكون"[4]، وكان كلاهما متفقين على هدف واحد هو الثورة على المنهج العلمي الذي شاع في الفلسفة الإغريقية القديمة – التفسيرات الموروثة عن أرسطو- والفلسفة الأوروبية في العصر الوسيط[5]. لذلك يعتبر مؤسس الطريقة التجريبية لدراسة العلوم الفيزيائية وحد بين الرياضيات والفيزياء، ورأى بأن الكون كتاب مفتوح لغته الرياضيات.

---

1 – موتز لويد ، هان جيفرسن ويفر، المرجع السابق، ص ص45-46.

2 -غاليليو غاليلي"، (galileo galilei -1564-1642) ، اهتم بدراسة العلوم الطبيعية والرياضية ، شغل منصب أستاذ في العلوم الرياضية والطبيعيات بجامعة بيزا ، إخترع الحساب الهندسي ، وكتب في الكم المتصل ، وإعتبر الرياضة أداة الكشف في العلوم التجريبية، فاعتقد أنه لا يمكننا فهم الكتاب العظيم (الكون)، إلا إذا تعلمنا اللغة التي كتب بها هذا الكتاب، يعتبر في رأي كثير من الباحثين واضع أساس العلم التجريبي الحديث"

3 – عوض عادل ، فلسفة العلم في فيزياء أينشتاين، بحث في منطق التفكير العلمي، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، الإسكندرية ، ط 1، 2005، ص16.

4 - "فراسيس بيكون" (francis bacon -1561-1626)، أول من حاول صياغة منهج البحث في العلوم التجريبية، وواضع أول تصنيف للعلوم ، وهو من المتحمسين للمنهج الإستقرائي، وكان ذلك في وقت كانت فيه ميتافيزيقا أفلاطون وأرسطو ومنطقه مصادر الفكر الرئيسية في الجامعات الأوروبية، جاء بالأورغانون الجديد-المنطق الإستقرائي، كبديل للمنطق الصوري الأرسطي.

5 – عبد القادر بشتة ، الإبستيمولوجيا مثال: الفيزياء النيوتونية، دار الطليعة للطباعة والنشر ، بيروت ، ط1 ، 1995، ص 210.

وبهذا يكون "غاليلي" قد أدرك أهمية تطبيق الرياضة على البحث في ظواهر الطبيعة فجعلها العمود الفقري لكل بحث علمي حقيقي، وصرح في عبارات مشهورة أن كتاب الطبيعة قد كتب بلغة رياضية[1]. وبهذا العمل يكون غاليلي إهتم بالكشف عن العلاقات التي تربط بين الظواهر، الشيء الذي كان مهملا من قبل ولكن تصور "غاليلي "كان شأنه شأن نظرية" كوبرنيكوس"، حيث إعتبرت الكنيسة ذلك خطرا يهدد سلطانها، فتصدت لأفكار "غاليلي" وأحدثت ثورة مضادة، حيث إعتبرت كل من يقرأ كتب "غاليلي" و"كوبرنيكوس" ،ملعون ومطارد وأن كل فكرة جديدة هي بدعة مخالفة لتعاليم الدين وكفر، وإلحاد ووصل، الأمر الذي أدى بأحد رجال الكنيسة "دومينيكاني كاسين"(caccini) إلى دعوة مناصري "غاليلي" إلى الإبتعاد عن النظر إلى السماء لأن في ذلك جرما عظيما، وكان يرى أيضا أن علم الهندسة من عمل الشيطان وأن الرياضيات حصيلة الفكر الملحد.

كما دعمه أب مسيحي آخر "هولوريني" (lorini) ،حيث صرح بأن مذهب "غاليلي" كفر وأن في تعاليمه إلحاد وأن جزاءه القتل لا محالة. وألف "غاليلي" كتاب "المحاورة"، ردا عليهم حيث أبطل فيه مزاعم رجال الدين والكنيسة[2]، وعندما نشر "غاليليو" عمله العظيم "حوارات حول النظامين العالميين الرئيسيين"، وهو هجمة علمية على الكون البطلموسي، أمر بإيقاف طبع الكتاب وتقديم "غاليلي" للمحاكمة[3].

وأبرز النقاط التي تجاوز بها فلسفة "أرسطو" الطبيعية الحركة، حيث فسر السقوط بتفسير يختلف تمام عن التفسيرات الأرسطية، بتفسيرات تعتمد على فكرة العجلة؛ أي سرعات الأجسام الساقطة تزيد بمرور الزمن وبطول المسافة المقطوعة، وبدون إرتباط هذه العجلة بالحجم والشكل والكتلة[4]. ويعبر "ستيفن هوكنج" عن هذه الحالة بقوله:"فقد دحرج –أي غاليلي- كرات من أوزان مختلفة أسفل منحدر ممهد(...)، وقد بينت قياساته، أن كل جسم قد زادت سرعته بنفس المعدل، بصرف النظر عن وزنه، فمثلا يمكنك أن تطلق كرة على منحدر ينحدر مترا واحدا لكل

1 - العمر عبد الله ، المرجع السابق، ص ص30-32.

2 - المرجع نفسه، ص ص30-32.

3 - ب. لافلين روبرت ، كون متميز، تر وتق: عزت عامر، المشروع القومي للترجمة، القاهرة، ط1، 2010، ص15.

4 - (أنظر: الخولي يمنى طريف ، فلسفة العلم في القرن العشرين ،عالم المعرفة، الكويت، (د.ط) ، 2000، ص77).

عشرة أمتار تقطعها، وستتحرك الكرة أسفل المنحدر بسرعة تقرب من متر في الثانية بعــد ثانيــة واحدة، ومترين في الثانية بعد ثانيتين، مهما كان ثقل الكرة"[1].

وهذا المثال يبين بجلاء الإختلاف الموجود بين الإعتقاد السابق وتفسيرات "غاليلي"؛ حيث أن أي قوة تأثر في جسم ما تغير من سرعته دائما، وليس فقط تحركه كما كان يعتقد.

وهكذا ظل الميكانيك متعثرا طيلة هذا الوقت من دون أن يتقدم إلى أبعد المناقشات، إلى أن بــدأ "غاليلي" بإخضاعه للإختبارات التجريبية، وبصياغة نظرية رياضية للحركة. مع العلم أن "غاليلي" ثاني عالم بعد" كبلر" يدرك أهمية الرياضيات في تطوير مبادئ الطبيعة وقوانينها، وبدأ هو نفــسه بمهمة تطبيقها في دراسة الظواهر الفيزيائية، محاولا بذلك إثبات أن كل ظاهرة فيزيائية مشتملة على خواص قابلة للقياس يمكن أن تصاغ صياغة رياضية[2].

وبهذا يكون "كبلر" قد نبّه إلى أن صياغة مسألة ما صياغة رياضية يمكن أن تؤدي مــع اســتخدام بعض المعالجات الرياضية، إلى نتائج ما كان من الممكن ملاحظتها مباشرة في الظواهر نفسها، وهذا هو طبعا أساس معظم الإكتشافات الحالية.

ووفق ما جاء به "غاليلي" الحركة نسبية بدليل:"عندما تتحرك "أ" بالنسبة إلى "ب"، فــإن "ب" تتحرك نسبيا إلى "أ"، ولا معنى إذن للقول أن إحداهما تتحرك بينما الأخرى ساكنة[3]، وعلى هــذا الأساس انطلق "غاليلي" من منظومة مرجعية معينة؛ ونعني بها: جملة المرتكزات التي نستند عليهــا لتحديد شيء من الأشياء في المكان أو الزمان أو فيهما معان كمثال لتحديد نقطة ما على غرفة ما أستعمل إحداثيتين هما، الطول والعرض، ومن خلال دراسته كذلك لصفة الأجسام المادية، صنف صفاتها إلى صفات اولية تتصف بالموضوعية والثبات، ومن الصفات الأولية للأجسام عند "غاليلي" العدد، الشكل، والمقدار، والموضوع، والحركة ويمكن التعبير عن هذه الصفات باللغــة الرياضــية

1 ستيفن هوكنج ، تاريخ موجز للزمان ، تر: مصطفى إبراهيم فهمي، الهيئة المصرية العامة للكتاب ، (د.ط) ، 2006، ص25.

2 – موتز لويد ، هان جيفرسن ، المرجع السابق ، ص53.

3 – وبذلك إنتزع غاليلي، الميكانيكا من أسسها الثبوتية التي أرساها أرسطو، حيث إفترض أن كل جسم يبقى ثابتا إلى أن تؤثر فيــه قــوة تجعلــه يتحرك ، فالأفلاك و الأجسام جميعا تتحرك بذاتها وكل تأثير للقوة الخارجية فيها هو تغيير سرعتها أو إتجاهها. (أنظر: الخولي يمنى طريف ، المرجــع السابق ، ص28).

الكمية، بينما الصفات الثانوية نسبية وذاتية ومحسوسة، ومن الصفات الثانويـة اللـون، الطعـم، الرائحة، والتي يصعب قياسها باللغة الرياضية الكمية[1].

وإنطلاقا من القوانين التي وضعها "غاليلي" للحركة، لم ينكر النظريات القديمة في الحركة فحسب، وإنما في تصوره للحركة ركز على أفكار القوة، المقاومة، السرعة، وتغـير السـرعة، وأعطاهـا تعريفات شبيهة بتعريفات الخط والمنحنى والزاوية والأشكال كرموز رياضية وبهذا أعطى للطبيعـة صبغة رياضية، وبهذا تجسدت بداية الفيزياء الميكانيكية في أوضح صورها مع "غـاليلي"، حيـث اكتشف "قانون القصور الذاتي" و "قانون سقوط الأجسام" في مجال جاذبيـة الأرض"[2]. ويعـد "غاليلي" أول من وضع قانون سقوط الأجسام في صورة رياضية محددة وأول من فتح الباب لعلم "الديناميكا" (علم حركة الاجسام المادية) وجعل الميكانيكا علما رياضيا واكتـشف التـسارع[3] وجعل قلب الديناميكا.

ومن خلال تقسيمه للحركات إلى حركات بسيطة وأخرى معقدة، والحركات البسيطة نوعان عنده: حركة الجسم عبر خط مستقيم بسرعة ثابتة، وهذا النوع من الحركة حسبه يسهل حسابه بواسـطة العمليات الرياضية، والحركة حول خط مستقيم مع تثبيت معدل التغيير في السرعة[4].

واستنادا إلى التحليل السابق، دشن "غاليلي" طريقة جديدة في البحث، هي الطريقة التي نقول عنـها اليوم "المنهج التجريبي" ، كما أدرك أهمية تطبيق الرياضيات أثناء البحث في ظواهر الطبيعية فجعـل منها العمود الفقري لكل بحث علمي حقيقي، ويتجلى ذلك من خلال أبحاثه وتجاربه وقوانينه الـتي حرص على التعبير عنها تعبيرا رياضيا، بل أيضا من إدراكه الواعي لأهمية الرياضيات.

وعبر عن أهميتها في قوله:"يجب أن يكتب على غلاف مجموعة مؤلفاتي مايلي:سيدرك القـارئ بواسطة عدد لا يحصى من الأمثلة أهمية الرياضيات وفائدتها في الوصول إلى أحكام في العلوم الطبيعية،

---

1 – غنيمة مصطفى عبد الفتاح ، نحو فلسفة العلوم الطبيعية، النظريات الذرية والكوانتم والنسبية ، سلسلة تبـسيط العلـوم ، القـاهرة ، (د.ط)، (د.ت)، ص40.

2 – عوض عادل ، فلسفة العلم في فيزياء أينشتاين ، المرجع السابق، ص19.

3 - (accelération): معناه زيادة السرعة أو إنخفاضها أو تغيير اتجاهها.

4 – عوض عادل ،فلسفة العلم في فيزياء أينشتاين، المرجع السابق، ص19.

وسيدرك أيضا أن الفلسفة الصحيحة (أي العلم الطبيعي) مستحيلة بدون الإسترشاد بالهندسة"[1]، كما رأى أيضا في إثباته لأهمية الكم الرياضي في دراسة الظواهر الطبيعية، أنه من المستحيل أن نفهم أسرار الكون دون فهم لغة الرياضيات، فالكون حسبه مؤلف تأليفا رياضيا.

وبهذا يظهر بوضوح كيف أنّ "غاليلي" أعطى أهمية كبيرة للرياضيات في دراسته للطبيعة وخاصة الهندسة، وتحديدا الهندسة الإقليدية المستوية ومفاهيمها، والتي ساهمت في دقة دراسته للطبيعة، وأضاف قائلا:"إن كتاب الفلسفة(أي الطبيعة) هو ذلك المفتوح دوما امام أعيننا، ولكن بما أنه مكتوب بحروف غير حروفنا الهجائية، فلا يمكن أن يقرأه كل الناس، إن الحروف التي كتبت بها هذا الكتاب ليست شيئا آخر غير المثلثات، والمربعات والدوائر، والكرات، والمخاريط، وغير ذلك من الأشكال الهندسية التي تمكن من قراءته[2].

وبهذا نهج "غاليلي" منهجا يختلف تماما عن التفكير القديم، حيث ركز اهتماماته على الظاهرة كما هي في الطبيعة باحثا فيها وحدها، ودارسا العلاقات المختلفة القائمة بين أجزائها وبينها وبين ظواهر أخرى، معتمدا على التجربة والإختبار كعاملين، وتوصل إلى صياغة قانون سقوط الأجسام كما يلي:

1-تسقط جميع الأجسام في الفراغ بنفس السرعة مهما كان وزنها وطبيعتها.

2-المسافة التي يقطعها الجسم الساقط متناسبة ومربع الزمن التي يستغرقه للسقوط [3].

وهذه القوانين توصل إليها "غاليلي"، بعد التجربة التي أجراها، (تجربة على سطح مائل)، حيث أخذ يقيس الزمن التي تستغرقه كرة معدنية متدحرجة هابطة المستوى، فإتضح له أن سرعة هبوط جسم متدحرج من مستوى مائل تساوي سرعة سقوط الجسم حرا، من إرتفاع على سطح الأرض[4]، وكان يهدف من هذا الإختبار إلى إيجاد النقاط التي وضع فيها الكرة واستغرق سقوطها على التوالي: ثانية ثم ثانيتين، ثم ثلاث ثواني، وبعد تكرار المحاولة استطاع تحديد النقاط على

---

1 - غاليلي غاليليو ، إكتشافات وأراء غاليليو، تر: كمال محمد سيد ، فتح الله الشيخ، كلمات عربة للترجمة والنشر، القاهرة، ط1، 2010، ص140.

2 - المرجع نفسه، ص149.

3 - جورج جاموف ، قصة الفيزياء ، تر: محمد جمال الدين الفندي، تق: أحمد فؤاد باشا، المركز القومي للترجمة، القاهرة، (د.ط)، 2010، ص95.

4 -عبد القادر بشتة ، الإبستيمولوجيا مثال الفيزياء النيوتونية ، المرجع السابق، ص214.

التوالي[1]: أ1، أ2، أ3، ثم أخذ يقيس المسافات التي تفصل النقاط عن نقطة السقوط (ب)، فوجد أنها عندما يكون زمن السقوط ثانية يساوي 20 سم تكون المسافة (أ2 ب)، زمن السقوط ثانيتين يساوي 80 سم والمسافة (أ3 ب)، زمن ثلاث ثواني يساوي 180سم ونكتب النتائج كالآتي[2]:

أ1ب $=20=20\times1=1\times20$ [2]

أ2 ب$=80=20\times4=20\times2$ [2]

أ 3ب $=180=20\times9=20\times3$ [3]

وهكذا نكون حولنا الظاهرة إلى علاقات رياضية (بنية رياضية)، وأصبح بالإمكان دراسة هذه النسبة بغض نظري عن المعطيات التجريبية، وأصبحت هذه المعادلات الرياضية تبين لنا أنه إذا افترضنا أن جسما ساقط يقطع في ثانية مسافة (م)، فإنه يقطع في ثانية المسافة (م.2^2) وفي ثلاث ثواني المسافة (م .3^2)[3].

وهكذا حول غاليلي سؤال "أرسطو"، من صيغته القائلة: لماذا تسقط الأجسام؟ إلى الصيغة القائلة: كيف تسقط الأجسام؟[4]، وبذلك أحدث قطيعة ابستيمولوجية مع الفكر القديم وهي قطيعة لا يمكن الرجوع بعدها إلى التفكير القديم، يمكننا القول إذن أن خطوات "غاليلي" المنهجية تتلخص في الإنتقال من الملاحظات الكيفية إلى الملاحظات الكمية؛ أي العلاقة الحسابية بين السقوط وزمنه وتلك خاصية أساسية من خواص المنهج التجريبي[5].

إذن تلك هي الخطوات المنهجية التي اتبعها "غاليلي" في تحليله لظاهرة سقوط الأجسام وغيرها، ويمكن تلخيصها في: الملاحظة، التجربة، والقانون، وبهذا يكون قد اعتمد عمليا على منهج تجريبي مع اعتماد الصيغ والبنى الكمية الرياضية، ويظهر بوضوح استعماله للرياضيات في دراسة الطبيعة وظواهرها، الأمر الذي جعله يحقق فعلا قطيعة ابستيمولوجية مع التفكير القديم، ويحدث تحولا ملحوظا في مجال الدراسة الفيزيائية؛ أي دراسة الطبيعة وظواهرها، وقد أكد أن

1 – الجابري محمد عابد ،المرجع السابق، ص251.

2 – المرجع نفسه، ص251.

3 – الجابري محمد عابد ، المرجع السابق، ص251.

4 – بشتة عبد القادر، الإبستيمولوجيا، مثال الفيزياء النيوتونية، ص213.

5 – حسين علي ، فلسفة العلم المعاصر ومفهوم الإحتمال، الدار المصرية السعودية للطباعة والنشر والتوزيع، القاهرة،(د.ط)، 2005، ص55.

المنهج الرياضي في تفسيره لظواهر العالم الطبيعي كثيرا ما يتنافر مع الخبرة الحسية المباشرة، واستشهد على ذلك بنظرية "كوبنيكوس" بعلم الفلك، التي تعد حسبه نصرا للرياضيات على الحواس وبين أن المنهج الرياضي أكثر قوة وصدقا وإحكاما وهو موجود في الإستدلال الواقعي، الأمر الذي جعل "الدكتور عبد الفتاح غنيمة" يقول عنه :"يعد "غاليلي" من رواد العلم الحديث الذين ثاروا على الفلسفة الطبيعية القديمة، وهو أول من أسس علم الطبيعة على أساس تجريبي وأنعش بذلك علوم عصره، حيث اعتمد على مشاهدة الظواهر وتفسيرها بالوصف، إذ اهتم بحركة الأجسام واهتم بوصفها دون البحث عن سبب حدوث الحركة، فإهتمامه كان منصبا عن الإجابة على السؤال، كيف تحدث الحركة؟ وهذا بإعتماده طريقة تجريبية بلغة رياضية تتضمن العدد والمقدار"[1]، وأضاف قائلا في فضل "غاليلي":"إن أهمية غاليليو غاليلي في تاريخ الفلسفة والعلم ترجع إلى أمرين الأول أنه وضع أسس المنهج العلمي التجريبي، ، والثاني إقامة مبادئ علم الميكانيكا. حيث تظهر أهميته في العلوم الطبيعية في استخدامه للمنهج الرياضي وتطبيق الرياضيات في دراسة الطبيعة التجريبية"[2].

ومن جهة أخرى أكد "جون هارمان راندال" في كتابه "تكوين العقل الحديث الجزء الأول، دور بحوث" "غاليلي" الطبيعية التجريبية في تحويل عقائد الناس وإخراجهم من منطق الغايات الأرسطي إلى منطق القوانين التجريبية حيث قال :" أما أن يكون غاليليو وضع خطوط علم التحريك، (أي الديناميك)، فأمر مدهش في حد ذاته، غير أن أثر أعماله في العقائد الإنسانية كان أعظم وأهم، فلقد حول من علم الكمالات والمراتب، والغايات، إلى فكرة قانون كلي في الطبيعة ازدهر حتى أصبح الى الحقيقة الأساسية في الكون الذي نعيش فيه"[3].

ما نلاحظه من أعمال "غاليلي"، أنه بحث في مفاهيم الكتلة والقوة والزمان والحركة بشكل غير منظم، دفعت العالم الإنجليزي "إسحاق نيوتن" إلى محاولة إيجاد علم مستقل ومتكامل للميكانيكا التي جاء بها "غاليلي"، والمفاهيم التي جاء بها أيضا "كوبرنيك" و"تايكو براهي" و "كيبلر"، لكي ينشأ نظرية فيزيائية واحدة صادقة على الأرض وجميع الكواكب الموجودة في

1 – غنيمة عبد الفتاح مصطفى ، المرجع السابق، ص38.

2 – المرجع نفسه، ص 42.

3 – راندل جون هارمان ، تكوين العقل الحديث، ج1، تر: جورج طعمة، دار الثقافة،بيروت ، (د.ط)، 1995، ص353.

الكون، وصالحة في كل زمان ومكان. وفعلا استطاع أن يقيم صرح نظرية جديدة، حتى أصبحت الفيزياء بعده إلى مشارف القرن العشرين، عند الفيزيائيين نوعا من الإختصار أو التكثيف لما كان يعرف بشكل أو بآخر بفرضيات ونماذج الميكانيك الكلاسيكي[1].

المبحث الثاني: نيوتن[2] والرياضيات

أرسى دعائم العلم كما استطاع أن يحقق للفيزياء الكلاسيكية وحدتها، في إطار التصور عام لكون منسجم ومتكامل، مما جعل الكشوف العلمية اللاحقة وإلى غاية أواخر القرن التاسع عشر تبقى في معظمها في دائرة العلم النيوتوني التي قامت عليها الحضارة الغربية الحديثة، حيث ينظر الباحثون إلى كل من "غاليلي" و"نيوتن" بإعتبارهما يمثلان مرحلة وسيطة بين الإستقراء التقليدي والمنهج العلمي المعاصر، حيث وجها جل اهتمامهما لتخليص المناهج والدراسات العلمية من المفاهيم الفلسفية الميتافيزيقية السائدة التي ورثها الفكر الإنساني من ميراث الفكر اليوناني القديم خاصة ميراث فلسفة أرسطو[3]، وكانت غاية بحوثه البحث عن الحقيقة حيث قال:"أفلاطون صديقي أرسطو صديقي لكن الحقيقة هي أكبر صديق"[4]. وهذا يظهر تميزه كمفكر وباحث والوارد أن بحوثه الطبيعية ارتكزت على موضوعات ومسائل هامة وعديدة لكن ما يهمنا هنا هو الإطلاع على استخدام "نيوتن" للرياضيات كصيغ كمية في التعبير عن القوانين العامة، لذلك سنشير بإختصار إلى قوانينه الثلاثة في الحركة وقانون الجذب العام، بالإضافة إلى منهجه العلمي إلى دراسة الطبيعة.

بداية انطلق "نيوتن" من مقولة "غاليلي" المشهورة "كتاب الطبيعة المجيد مكتوب لغة الرياضيات"[5]، وعلى ذلك قام بتفسير القوانين تفسيرا كميا، تجاوزا للتفسيرات الكيفية، والذي

---

1 – مجموعة من الباحثين، قراءات في فلسفة العلوم، تر: ثامر الصفار، الأهالي للطباعة والنشر، دمشق، ط1، 1990، ص74.

2 –"اسحاق نيوتن" (Issac newton -1643-1727)، الرياضي و الفيزيائي الإنجليزي من أبرز وجوه الثورة العلمية في القرن السابع عشر، واحد العباقرة في تاريخ العلم الحديث، بفضله تحقق الإنتقال من المرحلة الوضعية إلى المرحلة الديناميكية في مجال الفيزياء، وكان "نيوتن" من هواة علم الفلك، ونشر كتابه المبادئ الرياضية للفلسفة الطبيعية، حيث سجل فيه نظرياته وأهم بحوثه الطبيعية ومبادئ منهجه في البحث

3 – خالد تريكي ، إشكالية اليقين في العلم المعاصر الفيزياء أنموذجا، مذكرة مقدمة لنيل شهادة الماستر في الفلسفة، تخصص فلسفة العلوم، كلية العلوم الانسانية والاجتماعية، جامعة ابن خلدون،تيارت، (بحث غير منشور)،2014-2015،ص 40.

4 – جيليز رونالد ، فلسفة العلم في القرن العشرين، تر: د.حسين علي، مر وتق: أ.د. إمام عبد الفتاح إمام، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة ، (د.ط)، 2010،ص 56.

5 – الخولي يمنى طريف ، المرجع السابق، ص76.

جذب انتباهه وعمل على تعديله ما استنبطه" كيبلر" من قوانينه جراء دراسته لحركة الكواكـــب، لكن ما يعاب على هذه القوانين ليست بنفس درجة الكمية التي تم تفسيرها عند "نيوتن"، هـــذه القوانين الثلاثة كانت الدافع الملهم ل"نيوتن"، بإستنتاج قانون الجاذبية العام، ليسّد الثغرات الـــتي تخللت نظرية "كيبلر" الفلكية، وسنرجع لهذا القانون بعدما نتفحص قوانين "نيوتن" في الحركـــة، وهذا التقديم ناتج عن أن "نيوتن" استنتج قانون الجاذبية قبلها، لكن لم يصرح بذلك إلا بعد تجسيد القوانين الخاصة بالحركة. وتم نشر هذه القوانين في مؤلفه :"الأسس الرياضية للفلسفة الطبيعية عام 1687"[1]، متأثرا في ذلك بالنسق الإقليدي، المؤسس على المكان المستوي المـــسطح ذو البعـــدين وثلاثة أبعاد؛ أي إذا أردنا أن نحسب موقع السفينة في البحر فإننا نستعمل دوائر العرض وخطوط الطول لتحديد احداثيات موقعها، أما إذا أردنا تحديد موقع الطائرة، فإننا نضيف بعدا ثالثا وهـــو الإرتفاع. لهذا كان ايمان "نيوتن" بالكون ذو الأبعاد الثلاثة الذي تسير حركته بحركة مـــستقيمة متظمة، فلنذهب إلى القوانين الثلاثة للحركة كما تصورها نيوتن والمقصود منها.

1-قانون القصور الذاتي ومنطوقه: أن ظل المتحرك متحركا وأن يظل الساكن ساكنا، إلا إذا أثرت فيه قوة خارجية، والعامل الخارجي الذي يحرك جسما ساكنا يفقد من حركته هو نفسه بمقدار ما أعطى من الحركة للجسم الذي حركه"[2]. ومعنى هذا أن كل الأجسام إمـــا أن تبقـــى ثابتـــة في السكون أو تتحرك بسرعة مستقيمة منتظمة إلا إذا كان هناك عامل خارجي أثر في حركتها بتغيير قوة الجسم المتأثر من حالته، وفقدان الجسم المؤثر في حركته[3].

2-قانون تناسب القوة والسرعة ومنطوقه: "تتناسب القوة الواقعة على جسم ما تناسبا طرديا مع تغيير كمية الحركة التي يحدثها ذلك الجسم في زمن ما، واتجاه هذه القوة هو الإتجاه الذي يتخـــذه هذا التغير في الكمية"[4]، ونعني به ان القوة التي تؤثر في جسم ما تساوي كتلة الجسم في ســـرعته،

1 – الخولي يمنى طريف ، المرجع السابق ، ص79.

2 – (أنظر: غنيمة مصطفى عبد الفتاح ، المرجع السابق، ص47، الخولي ويمنى طريف ، المرجع السابق، ص ص79-80).

3 – مثال: لنفرض أن شخصا كان يجري بسرعة معينة وفجأة إصطدمت قدمه بحجر، فإن قدمه تثبت وكامل الجسم يبقى يسير بنفس السرعة التي كان يسير بها، فتذهب إلى الامام، وهذا هو مبدأ العطالة، النابع من أن الجسم عاطل لوحده ما لم تؤثر فيه فوة ما.

4 – غنيمة مصطفى عبد الفتاح ، المرجع السابق، ص48.

وبهذا فكمية الحركة يتغير مفعولها بتغيير تأثيراتها على الأجسام، فإذا كانت الأجسام ذات كتلــة كبيرة فإن السرعة تكون بطئية وأما إذا كانت الكتلة صغير فالسرعة تصبح كبيرة[1].

3-قانون تساوي الفعل ورد الفعل ومنطوقه: "لكل فعل رد فعل مساوي له في المقدار ومضاد لــه في الإتجاد"[2] ، ومعنى هذا أن التأثير المتبادل بين الجسمين يكون متساويا، بالرغم مــن اخــتلاف اتجاههما،كالمثال الذي أعطاء "نيوتن": إذا استندت إلى قائم مصباح في الشارع مؤثرا عليه بقــوة، فإن قائم المصباح يرتكز أيضا عليك، ويؤثر بنفس القوة ولكن في الإتجاه المضاد[3]. أو كمثال آخر: عندما تنطلق رصاصة من بندقية، يكون اطلاق الرصاصة هو الفعل، وارتداد البندقية إلى الوراء هو الرد[4].

فبعد إن اطلعنا على قوانين الحركة كموضوع من موضوعات علم الطبيعة النيوتوني نتنــاول فيما يلي موضوع آخر أكثر أهمية عند "نيوتن" وهو قانون الجذب العام، فهذا القانون يفسر وجود الحركة في الكون، سواء في الأرض أو في الأجسام السماوية؛ أي هو قانون عام. فالــذي يجعــل الأرض تدور حول الشمس أو الذي يجعل القمر يدور حول الأرض من منظور "نيوتن"، هو مــا يسمى التجاذب بين الأجسام الضخمة وهذا ليس المقصود منه أنه يتعلق فقط بالأجسام الــضخمة بل يعني القانون أي جسمين في العالم.

وفحوى هذا القانون: "تنشأ بين أي كتلتين قوة تجاذب تتناسب طرديا مع حاصر ضرب كتلتيهما وعكسيا مع مربع المسافة بينهما"[5]. بمعنى آخر، أن الجاذبية التي تشد الأجسام تقل كلما ابتعدنا عن مركز الأرض، وتزداد كلما اقتربنا إلى مركزها. فهل هذا يعني أن أي جسم يقذف بــه خـــارج نطاق الأرض سينفلت من جاذبيتها؟ بطبيعة الحال: نعم؛ لأن بعد المسافة بين الكتلتين المتجاذبتين،

1 - مثال: إذا طلب من طفل صغير أن يتسابق مع آخر كبير، في دفع كل واحد منهما على حدة عربته التي لها نفس الكتلة، فهل يكون الــسباق عادلا؟ بطبيعة الحال لا ،لأن الكبير يملك قوة أكبر للدفع والعكس عند الصغير، مما يعني أنه كلما زادت القوة زاد التسارع، علاقة طردية، وكلمــا زادت الكتلة قل التسارع، علاقة عكسية.

2 - عبد القادر بشتة، الإبستيمولوجيا مثال الفيزياء النيوتونية، المرجع السابق، ص48.

3 - غنيمة مصطفى عبد الفتاح ، المرجع السابق، ص48.

4 - وقد جسدت هذه القوانين في قوالب كمية، تتفق ولغة الرياضيات.

5 - نيوتن إسحاق ، رسالة في البصريات، تر: إلياس شمعون، سلسلة الكتب العلمية 4، معهد الإنماء العربي، بــيروت، (د.ن)، (د.ط)، 1987، ص14.

سيقل بمجرد الابتعاد عن بعضها البعض، وبهذا ستبقى الكتلة ثابتة ويتغير وزن الجسم إذا ابتعد عن الكوكب الذي يجذبه[1].

وقد عبر "نيوتن" عن قانون الجذب العام واصفا إياه في كتابه "مبادئ الفلسفة الطبيعيـــة في الجزء الثاني" حيث قال:"إن النظام الكلي الذي نرمز إليه بعد الآن بقانون الجاذبية معـــنى إيجابيـــا واضحا فالعقل يستطيع الإحاطة بهذا النظام، وهو ليس أزليا سريا لأنه من أكثر الأمـــور بداهـــة. وينتج عن ذلك أن الحقيقة الوحيدة التي يمكن لوسائلنا في المعرفة إدراكها- أي المادة والطبيعـــة- وتبدوا لنا كمزيج من الخصائص أحكم انتظامه ويمكن للعلاقات القائمة بينها أن يعبر عنها بلغـــة الرياضيات.

وعلى ضوء القوانين الثلاثة السابقة للحركة، واستنادا إلى القوانين التي قال بهـــا" كبلـــر" صاغ "نيوتن" قانون الجاذبية الذي مكن من حل الكثير من المسائل العلمية وتفسير الكـــثير مـــن الظواهر الطبيعية، مثل المد والجزء وحركة الأسماء السماوية في مداراتها، وحركة المذنبات، إلى غير ذلك من الظواهر الطبيعية، كذلك لم ينس "نيوتن" إثبات أهمية الإستدلال الرياضـــي في منـــهج البحث العلمي، إلى جانب أهمية الملاحظة والفروض وعلى هذا الأساس يمكن ايجاز تصور "نيوتن" للمنهج العلمي في الخطوات التالية:

1-اتخاذ العلية والإطراد مبدأين أساسيين تخضع لهما ظواهر الطبيعة؛

2-الملاحظة والتجربة سبيلنا إلى تحديد خصائص الظاهرات التي تختلف فيما بينها اختلافا كميا؛

3-افتراض فرض يفسر تلك الخصائص؛

4-استخدام الإستدلال الرياضي الذي يمكننا عن طريقه أن نعبر عن تلك الإختلافات تعبيرا يعيننا على تطوير البحث في تلك الخصائص؛

5-إجراء تجارب الدقيقة التي بواسطتها يمكننا تحقيق تلك النتائج الرياضية على حالات عديدة[2].

---

1 – مثال ذلك: لنفترض أن هناك طائرة تطير بسرعة 200كلم/س ، ورمي بمظلي من وفق إلى أسفل، فإن المظلي سيسير بسرعة الطـــائرة، وفـــق قانون القصور الذاتي (مبدأ العطالة)،وبذلك ستزيد سرعته؛ لأنه يتجه نحو الأسفل بقوة الجاذبية، مما يعني سيسقط بسرعة مضاعفة، لكن بمجـــرد أن يستعمل المظلي مظلته، فانه سينجذب إلى الأعلى، لا لشيء إلا لشيء واحد وهو أن المظلة كانت أكثر جذبا للمظلي وبمرور الوقت ستضعف القوة فتتعادل القوتين، فيترل المظلي بأمان.

2 – خالد تريكي ، المرجع السابق،ص42.

وبهذا يعترف "كوتس" أن منهج "نيوتن" للفلسفة الطبيعية يعتمد على أساس تجريبي ينطلق من أسباب واقعية بغرض بلوغ قوانين عامة، كما يعتمد على التحليل والتركيب كعمليات رياضية، ويراه أفضل أسلوب ومنهج للدراسات الطبيعية.

وما يمكن استخلاصه، هو أنّ الرياضيات في عصر "نيوتن" ارتبطت بكثير من العلوم الطبيعية من حيث إستخدام الصيغ الكمية في التعبير عن القوانين العامة، وكان له فضل كبير في إستخدام الرياضيات في الفيزياء، حيث توصل إلى حساب التفاضل والتكامل. وتأليفه لكتابه "الأسس الرياضية للفلسفة الطبيعية"، تعبيرا عن الدور الجوهري الذي تلعبه الرياضة في منهجه، ويعد علم الحساب ثاني أقدم العلوم الرياضية بعد الهندسة –أي علم قياس الأرض- الذي بني على أساس منطق العلم الإقليدي، وبعدما جاء علم الجبر الذي نظمه "محمد ابن موسى الخوارزمي"، أما حساب التفاضل لم يكن معروفا قبل "نيوتن" حيث اكتشفه هذا الأخير.

وبيّن كرياضي وفي ذات الوقت كفيزيائي أن حساب التفاضل يبحث في المقادير المتغيرة، وإيجاد معادلات تغيرها، كما يبحث حساب التكامل في المسألة العكسية؛ أي إيجاد ذات المقادير المتغيرة إذا علمت معادلات تغيرها، والملاحظ أن المقادير التي تنشأ في الأبحاث الفلكية والطبيعية هي بطبيعتها متغيرة إما في القيمة أو في المكان أو في الشكل أو في السرعة إلى غير ذلك، وكان إختراع "نيوتن" لحساب التكامل والتفاضل من أقوى الوسائل التي زودت العلماء بطريقة الحساب والتعبير عن القوانين الطبيعية ببراعة، ومهدت السبيل لدراسة أسرار الكون[1].

كما لم يتوقف النشاط العلمي عند حدود دراسة الظواهر الطبيعية وتسجيل أسبابها، بل امتد إلى مجال أوسع هو البحث عن القوانين العامة التي تنطبق على عدد أكبر من الظواهر و التنبؤ بحدوثها في المستقبل، وتحقق ذلك بفضل الإستعانة بالعلوم الرياضية وصياغة القوانين الطبيعية بطريقة رمزية، ولقد تم ذلك بصورة واضحة من خلال النظرية الميكانيكية التي وضعها "إسحاق نيوتن"[2]. وقد إعتمد في نظرياته على حساب القيم العددية للظواهر الطبيعية بشكل دقيق، ثم لجأ إلى التجربة بالتأكد ما إذا كانت الطبيعة تقدم لنا الظواهر بنفس الدقة، فهدفه بأن تكون الفرضية

1 – غنيمة عبد الفتاح مصطفى ، المرجع السابق، ص56.

2 – علي حسي ن ، المرجع السابق، ص59.

شاملة ودقيقة ومعبرة أقوى تعبيرا عن وقائع التجربة، وكان يعلق الفرضيات التي لا تتوافق مع معطيات التجربة توافقا تاما.

وعلى أساس المنهج الفرضي الإستنباطي الرياضي أقام "نيوتن" قانون تجاذب الكتل؛ هذا القانون الذي يتخذ صيغة معادلة رياضية بسيطة:

$$^{1}\, Fg = G.M_1.M_2 / D^2$$

كما أكد "نيوتن" العلاقة الوثيقة بين الرياضيات والفلسفة الطبيعية، وأن هذه الفلسفة اعتمدت على إعادة الظواهر الطبيعية إلى القوانين الرياضية، وأوضح هذا في مقدمة كتابه "المبادئ الرياضية للفلسفة الطبيعية" بقوله: إن المعاصرين هم بالنهاية، منذ بعض الوقت قد رفضوا الأشكال الجوهرية والصفات الخفية وذلك لإعادة الظواهر الطبيعية إلى القوانين الرياضية. وقد عرض في هذا الكتاب على أن يساهم في هذا الموضوع وذلك للعناية بالرياضيات لما لها من علاقة مع الفلسفة الطبيعية[2].

والملاحظ أن المبادئ الأساسية لنظرية "نيوتن" الديناميكية، قد صيغت فيما يسمى بقوانين "نيوتن" الثلاث في الحركة، ويرى "ويليام نيل" أن هذه القضايا الثلاثة ليست قوانين بالمعنى المألوف، ولكنها بالأحرى مصادرات أو مسلمات تحدد فكرة تعريف القوة وارتباطها بالحركة، كما أن كل قضية من هذه القضايا لا يمكن اختبارها مباشرة، ولكن النظرية الميكانيكية ككل يمكن التحقق من نتائجها[3]. واستمدت الفيزياء الكلاسيكية مع "نيوتن" قوتها بإختراع المنهج الفرضي الإستنتاجي، وهو المنهج الذي يضع تفسيرا في صورة فرض رياضي يمكن استنباط الوقائع الملاحظة منه، ويسمى أيضا الإستقراء التفسيري ويقوم على أساس الجمع بين المنهج الرياضي واستخدام التجارب، واتخذ "نيوتن" الإثنين معا كمعيار للصواب في بحوثه الفيزيائية.

إضافة إلى هذا قام "نيوتن" بصياغة قوانين "غاليلي" رياضيا إذ لم يكن ممكنا تخيل وجود أعمال "نيوتن" بدون "جاليليو"، فتقريب كل أفكار "نيوتن" الفيزيائية الأساسية والتجارب التي

[1] - - حيث: Ma ترمز إلى كتلة الجسم الأول، M2: ترمز إلى كتلة الجسم الثاني، D: ترمز إلى المسافة الفاصلة بين الجسمين، G: مقدار ثابت يدعى ثابت الجذب العام، FG: ترمز إلى قوة التجاذب بين الجسمين

2 - NEWTON ISAAC, principes mathématiques de la philosophie naturelle, par Feul Madame de la Marquise du Chastellet, Idition Jacques Gabay, Paris, 1990, p…

3 – علي حسين ، المرجع السابق، ص60.

تدعمها تعود في الأصل إلى "غاليلي"،حيث كان هذا الأخير، المدرك الأول أنّ الأجرام لا تحتاج إلى عامل خارجي لتحريكها، كما ضن "أرسطو"، لكنها تتحرك بسرعة ثابتة على مسارات خطوط مستقيمة، إلا إذا أثر عليها مؤثر خارجي، لقد ابتكر "غاليلي" أيضا فكرة سرعة الحركة كمتجه؛ أي كمية لها مقدار واتجاه، وكان أول من حدد عامل تغير الحركة بإعتباره قوة؛ أي الشيئ الذي يغير السرعة بشكل تجميعي من لحظة إلى أخرى، لذلك فإن قيمة السرعة بعد ثانيتين من الآن هي قيمة السرعة الآن، مضاف عليها زيادة صغيرة تعتمد على مقدار القوة[1].

ونجد "نيوتن" قد ابتكر حساب التفاضل و التكامل وهو الإختراع المهم الذي كان مطلوبا لتفسير أرصاد" كبلر"، حول المدارات الكوكبية واستوائها، وشكلها الإهليليجي الكامل مع الشمس في بؤرة واحدة وتسارعها وتباطئها التي تسبب مساحات متساوية من القطع الناقص التي يجب مسحها في أزمنة متساوية، والعلاقة الرياضية المضبوطة بين حجم المدار ودورته وبرموز الحساب استطاع "نيوتن" أن يكتب قوانين "غاليلي" للحركة على هيئة معادلات بسيطة ودقيقة، والتي يمكن حلها للحصول على الوصف الصحيح لحركة الجسم كرد فعل للقوى المؤثرة عليه[2].

وأبرز "هانز رايشنباخ" الدور الكبير الذي لعبه المنهج الرياضي في فيزياء "نيوتن" قائلا:"والواقع أن المنهج الرياضي هو الذي أكسب فيزياء نيوتن قدرتها على التنبؤ وعلى كل من يتحدث عن العلم التجريبي، أن يذكر أن الملاحظة والتجربة لم يتمكنا من بناء العلم الحديث، إلا أنهما اقترنا بالإستنباط الرياضي. فالفيزياء عند نيوتن تختلف اختلاف كبيرا عن صورة العلم الإستقرائي التي رسمها فرانسيس بيكون قبل جيلين من عهد نيوتن، إذ أن أي عالم لم يكن يستطيع لو اقتصر على جمع الوقائع الملاحظة، كما يتمثل في قوائم بيكون أن يكتشف قانون الجاذبية، فالإستنباط الرياضي مقترن بالملاحظة هو الأداة التي تعلل نجاح العلم الحديث[3]،،كما أكد "رايشنباخ"، دور على الرياضيات في فرض الضرورة على الطبيعة، إذ من خلال التعبير الرياضي الكمي عن القوانين الطبيعية تصبح هذه الأخيرة دقيقة ومطلقة، وبهذا فإنها تستمد ضرورتها وإطلاقيتها من الرياضيات. وبين ذلك في قوله :"ولما كان من الممكن التعبير عن القوانين الفيزيائية

1 – ب. لافلين روبرت ، المرجع السابق، ص55.

2 – المرجع نفسه، ص56.

3 – رايشنباخ هانز ، المرجع السابق، ص 125

في صورة معادلات رياضية، فقد بدا كان من الممكن تحويل الــضرورة الفيزيائيــة إلى الــضرورة الرياضية، وينتقل القانون الرياضي إلى الضواهر الفيزيائية، فقوانين الطبيعة لها تركيــب القــوانين الرياضية وضرورها وشمولها"[1].

وسلم "نيوتن" من جهته، أن نجاح نظرياته لم يتوقف على التأييد المستمد من تحقيق نتائجها، لذا ابتدع منهجا رياضيا جديدا، هو حساب التفاضل، غير أنه لم يكتف بهذا النجاح الإستنباطي، بل أراد الوصول إلى دليل كمي مبني على الملاحظة واختبر نتائجه عن طريق القيــام بملاحظــات للقمر وأدرك بنظرته العبقرية المتميزة أن قوة الجاذبية التي تصورها "غاليلي" عن سقوط الأجسام، لها دلالة تتجاوز نطاق الكرة الأرضية، وأن قوة التجاذب هذه تمثل خاصية لكل كتلة، بل وتحــدد مسار الكواكب خلال فضاء الكون، حيث قدر "نيوتن" جاذبية الأرض بالنسبة للقمر، في حــين كان "غاليلي" قد قدرها بالنسبة لجسم على سطح الأرض. والملاحظ أنّ التــصور الكــوبرنيكي بفضل علم الميكانيكا النيوتوني والتعبير الرياضي الكمي أصبح هو التصور الأوحد الــذي يمكــن قبوله.

وما يمكن أن نقوله هو أن الفيزياء النيوتونية تشمل جملة من الفروع، مثل علم الكون وعلم الضوء والميكانيكا، لكن "نيوتن" وحد بين كل هذه الفروع منهجيا، إذ تخضع كلها لمنهج واحد[2]، هو المنهج الفرضي الإستنباطي الإستقرائي الرياضي، كما وحد بينها فجعلها تــستعمل المفــاهيم نفسها والقوانين نفسها، التي تحدد تصوره للطبيعة العامة.

واستنادا إلى هذا الإنجاز الذي حققه "نيوتن"، جعل من بعض المفكرين يتحدثون عن قيمة فيزيائــه في ظل اعتمادها على الرياضيات، ومن هؤلاء نجد "رايشنباخ" الذي رأى أن فيزياء "نيوتن" قدمت خدمات كثيرة للعلم والإنسان، ذلك أن ما قام به يمثل ابداعا في نماذج المنهج العلمــي الحــديث، حيث قال عنه: "لقد كان لدى نيوتن من الشجاعة ما جعله يغامر بتفسير مجرد، ولكن كان لديــه أيضا من الفطنة ما جعله يمتنع عن تصديقه قبل أن يؤيده اختبار قائم على الملاحظة"[3].

1 - رايشنباخ هانز ، المرجع السابق، ص126.

2 - عبد القادر بشتة، المرجع السابق، ص 86.

3 - رايشنباخ هانز ، المرجع السابق، ص98.

وفي نفس الإطار ركز "هايزنبرغ" على قيمة فيزياء "نيوتن" حيث قال:"لقد بنى نيوتن فيزياء سماوية خالية من الإعتباط ومن المعجزات، فيزياء تكتفي بذاتها وتستند على ذاتها دون أن يقع من جراء تلك في حبائل المادية"[1]، وقال أيضا: "أما مذهب نيوتن الذي حرر الطبيعة ليس فقط من ارتباطها بالله، بل وبعلاقتها الوثيقة بالإنسان، فيتضمن عنصرا جديدا وحاسما"[2]. ومن جهته أقر "الدكتور عادل عوض" بدور الفيزياء النيوتونية ومنهجها وقميتها الكبيرة في قوله :"لقيت طريقة نيوتن نجاحا أدى إلى إعتبار أن المنهج التفسيري القائم على قياس ميكانيكي هو وحده القادر على تقديم فهم مقبول، وأن أي أسلوب آخر لتقدير الظواهر علميا هو قاصر ويفتقر "للمفهوم الفيزيائي". وبهذا أخذت التفسيرات القائمة على العمليات الميكانيكية تحل محل التفسيرات القائمة على الفيزياء العضوية التي سيطرت في العصور الوسطى، حيث أخذت الفلسفة الميكانيكية مكان الفلسفة العضوية[3].

وبعيدا على ذلك أكد "ألبرت آنشتاين" أهمية وفائدة فيزياء وميكانيكا "نيوتن"، وهذا نقلا عن ما جاء في كتاب "آنشتين والقضايا الفيزيائية لفيزياء القرن العشرين"لـ: جريبانوف حيث قال:"إن آنشتاين لم ينبذ ميكانيكا "نيوتن" بل وضعها في موضعها المناسب ضمن هيكل المعرفة الفيزيائية، إيمانا منه بأن الإستنتاجات النظرية لميكانيكا ملائمة فقط لجزء محدد من الظواهر"[4].

وما يشد انتباهنا في هذه التفسيرات ما قدمه لابلاس[5] في كتابه "مقالة في الإحتمالات" 1812؛ حيث مجد النظرية الفيزيائية النيوتونية وقال بأن كل ما قدمه من أعمال، تمثل النهاية. واعتقاده هذا نابع من ايمانه الكبير بالحتمية المطلقة[6]، لذا يقول:"يجب أن ننظر إلى الحالة الراهنة للكون كنتيجة لحالته السابقة وكسبب لحالته اللاحق، فلو أن عقلا يمكنه أن يعرف في لحظة من اللحظات، جميع القوى التي تحرك الطبيعة (...) فإنه سيكون قادرا أن يظم في عبارة رياضية

---

1 - هايزنبرغ فيرنر ، المرجع السابق، ص ص 155- 156.

2 - المرجع نفسه، ص 152.

3 - عوض عادل ، المرجع السابق، ص 21.

4 - جريبانوف وآخرون، أينشتاين والقضايا الفلسفية لفيزياء القرن العشرين، تر: تامر الصفار، الأهالي للطباعة والنشر والتوزيع، دمشق، ط1، 1990، ص31.

5 - "لابلاس" (pierre simon de laplace 1799-1827)، صاحب فكرة "الحالة الراهنة للكون نتيجة لحالته السابقة، وسبب لحالته اللاحقة".

6 - قاسم محمد ، كارل بوبر دار المعرفة الجامعية، مصر، (د.ط)، 1986، ص92.

واحدة، حركات أكبر الأجسام في الكون (...) [1]، فالإقرار بمبدأ الحتمية لم يتوقف عند هذا الحد، بل أقر "لابلاس" أيضا أن أي خلل تبيل للعلماء، كإستباق المشتري وزحل في كل مرة يحتل الواحد الآخر، تختلف عن تنبؤات "نيوتن"، فسببه ليس نظام الكون لأن هذا الأخير يصحح نفسه بنفسه عشوائيا، وإنما السبب راجع إلى الذات العارفة. لهذا كان من المدعمين لفكرة تهميش الذات ودورها في العلم[2]، وكذلك من الذين دعموا هذه الأفكار العالم التجريبي الفرنسي" كلود برنارد"، حيث وصل به الإعجاب بالحتمية إلى درجة قوله أن الناكر لها ناكر للعلم[3].

ومجمل القول أن الفيزياء الكلاسيكية، شأنها شأن الرياضيات الكلاسيكية آمنت بالإطلاقية والدقة والصرامة، وغرت أصحابها حتى قالوا ما بقي شيء يقال في الفيزياء إلا أنه حدث شيء لم يكن في الحسبان وهو ظهور مسائل تتناقض والنسق النيوتوني، مما جعل الأنظار تتوجه شيئا فشيئا إلى نموذج يتميز عن سابقه نموذج يجيز الإحتمالية والنسبية وينبذ كل إطلاقية، ولدت ما يعرف بأزمة الفيزياء الكلاسيكية وربما هذا يقودنا مباشرة إلى ما قاله "توماس كوهن"[4]، في مؤلفه "بنية الثورات العلمية" :"تبدأ جميع الأزمات بحالة ضبابية تكتنف النموذج الإرشادي مع ما يتبع ذلك من تفكك في قواعد البحث القياسي"[5]، ويقول في موضع آخر من نفس المؤلف:"كل مشكلة، ينظر إليها العلم القياسي بإعتبارها لعز يمكن النظر إليها من زاوية أخرى بإعتبارها شاهدا مناقضا"[6]، يتبين لنا من هذين القولين، أن أي نموذج علمي يسود عصر من العصور، يعتبر النموذج الذي يرشدنا عامة كما لاحظنا ذلك بين النموذج القديم الذي فرض من طرف "أرسطو" و"بطليموس" والنموذج الحديث، الذي فرض من طرف "نيوتن" و"كبلر" قبله. وحركة الإنتقال من النموذج الأول إلى النموذج الثاني لم تحدث دفعة واحدة، بل بالتدريج وفقا لما طرحته هذه النظريات من أزمات تتناقض مع التصورات التي انطلقت منها، وهي بعبارة" كارل بوبر"[7]،

---

1 - نقلا عن الجابري محمد عابد ، المرجع السابق، ص 394.

2 - الخولي يمنى طريف ، المرجع السابق، ص ص 100-101

3 - المرجع نفسه، ص100.

[1]- توماس كون (kohan tomas 1922-1996)، فيلسوف ومؤرخ أمريكي للعلوم، عرف الشهرة مع كتابه الثورة الكوبرنيكية وبنية الثورات العلمية، ميز بين العلم الإستوائي والعلم الإستثنائي، فالأول يتقدم بالتراكم المعرفي والثاني بالثورة، وقد اتهمه نقاده بالنزعة النسبية واللاعقلانية، ويبقى يمثل مرحلة حاسمة في تطوّر الإبستيمولوجيا في القرن 20م.

5 - كون توماس ، المرجع السابق، ص123.

6 - المرجع نفسه، ص 118.

[4] - (karl R Popper) ،(1902-1995) كاتب فلسفي نمساوي، قام بتقديم أفكار عديدة حول الفارق بين العلم الحقيقي والعلم الكاذب.

النظريات القابلة للتكذيب[1]، والتي تكون أقرب للصدق من غيرها، إذ ظـن أنـصار النمـوذج الفيزيائي النيوتوني السائد أنه النموذج الوحيد ولا يوجد غيره من يستطيع أن يفسر لنـا الكـون بأكمله تفسيرا رياضيا، لكن القابلية للتكذيب[2] البوبرية، تستمر لتكشف عن ثغرات هذا النموذج، وتحدث ألغازا في أوساط معتنقيه، لتجد في النهاية بديلا لحل هذه الألغاز.

فكانت هذه الضربات المتكررة على فكرة الأثير[3]، كإرهاصات لإستنتاج "آنشتاين" نظرية جديدة، تتميز عن النظرية الفيزيائية النيوتونية وهي النظرية النسبية الخاصة والعامة. وبهذا ظهرت بـدايات فيزيائية جديدة هي الفيزياء المعاصرة.

المبحث الثالث: الرياضيات في المنهج الفيزيائي المعاصر

بعد ما تبين من عوائق ابستيمولوجية في معطيات الفيزياء الكلاسيكية عامة، كمـا سـبق وأشرنا أعلاه والفيزياء النيوتونية خاصة، بحكم كونها ركيزة الفيزياء الكلاسيكية بمنطلقاتها الثلاث: المكان، الزمان، والحركة وميكانيكاها العامة القائمة على مبادئ ثابتة. فإن علماء الفيزياء المعاصرة في القرن العشرين أحدثوا ثورة على تلك المبادئ الكلاسيكية، وزعزعوا أسسها بإثـارة شـكوك حول آراء "نيوتن" في الميكانيكيا[4]. وهي التي كانت تلقى قبولا طوال حوالي قرنين من الزمان.

وتمخض عن تلك الثورة ميلاد نظريات جديدة في الفيزياء كالنسبية (relativité) وميكانيكـا الكوانتم (quantum mechanics)، وفيما يلي سنحاول التركيز على أهم الموضوعات التي تناولتها الفيزياء المعاصرة والقوانين التي صيغت من طرف أصحاب هذه النظريات في شكل قوانين كمية رياضية؛ أي أن الفيزياء الجديدة تعد فيزياءا قوامها الرمزية، أي الإرتباط الوثيق بالرياضيات.

1 – قاسم محمد ، المرجع السابق، ص ص 172- 173.

[2] - – القابلية للتكذيب ،وهي خاصية إمبريقية يتصف بها كل نسق علمي، حيث أن بقاء قانون ما قابل للتكذيب يكفي بان يستحوذ على الصفة العلمية على أن يتم تكذيبها، أما التكذيب (Falsification)، هو الحكم على نسق ما بالرفض له منه حيث نحكم على النظرية العلمية بالتكذيب إذا تناقضت التنبؤات المستنبطة منها مع الواقع التجريبي

[3] - فكرة الأثير كما تخيلها علماء القرن التاسع عشر، هي عبارة عن مادة رقيقة تملأ الفضاء الكوني، ويقوم بالعدد من الوظائف أهمها كونه وسطا لإنتقال الموجات الضوئية والكهرومغناطيسية الضوئية.

4 – شعبان السيد حسين ، مشكلات فلسفة معاصرة، (دن)، (د.ط)، 2000، ص34.

أولا: النظرية النسبية لألبرت انشتين[1]

شهدت بداية القرن العشرين انقلابا فيزيائيا خطيرا، دشنته نظرية من أغـــرب النظريـــات العلمية المعاصرة، وأكثرها معادات للبداهة، وثورة على الأفكار والمفاهيم المعهودة المتداولة، وهي نظرية النسبية هذا ما جعلها في بداية الأمر تبدوا نظرية "تافهة" لا تستحق أي اهتمام، فقوبلـــت بالنفور والإستهجان، بالضبط لأنها ترفض المعهود والمألوف، وتترع صفة اليقين عن نتائج الإدراك والملاحظة لتقرنها بالقياس، فلس ثمة معيار واحد ثابت ومطلق نستطيع بفضله تحديد شيء ما مـــن الأشياء، كالتزامن والمسافة والسرعة، لأن جميع هذه يجب أن تحدد بالقياس إلى شـــيء؛ أي تبعـــا لمنظومة إسناد ما.

فبقياسات "ماكس ويل"[2] الدقيقة لسرعة الضوء أدت في النهاية إلى ظهور نظرية "آنشتاين" النسبية في عام 1905، عموما يمكن القول أن النسبية قد ساهمت في كشف التصدع الذي منيـــت بـــه الفيزياء الكلاسيكية، كما ساهمت في علاج هذا التصدع بطرح فروض جديدة[3]، ربما الـــسبب في ذلك يعود إلى أن "آنشتاين" كان مدركا لأهمية الطابع التخيلي للقوانين النظرية، وارتبط هذا عنده بالإعتقاد فيما تتجلى به الرياضيات من بساطة وإتساق رائعين، حيث يقول :"إن الطبيعـــة هـــي تحقيق لأبسط ما يمكن تخيله من أفكار رياضية، إنني على قناعة تامة أنه يمكننا عن طريق تركيبات رياضية بحتة أن نكتشف المفاهيم وكذلك القوانين التي تربط بينها(...)، وتظل الرياضية هي مصدر الإبداع الحقيقي لأن العنصر الخلاق يكمن فيها[4].

ومن بين النتائج التي أفرزتها هذه النظرية النسبية ما يلي:

---

[1] - "ألبرت انشتين"، (A. Einstein)، (1879-1955) وهو فيزيائي وفيلسوف ألماني تجنس بالجنسية السويسرية، ثم بالجنسية الأمريكية نشر عام 1905 حوليات الفيزياء وضمنها أنها مباحثه الأولى في نظرية الكوانتم ونظرية النسبية، وفي عام 1920 نظرية النسبية الخاصة والعامة.

[2] - "ماكسويل جيمس" (Jemes Maxwell)، (1831-1879) فيزيائي اسكتلندي، رأن أنّ الموجات الضوئية تمتد في الأثير كما تمتد الدوائر في الماء وقال أنّ هذا الأثير يتكون من مجالات كهربائية وأخرى مغناطيسية وينقل الإحساسات من مكان للآخر حتى يمتلأ المكان بأنواع كثيرة من الأثير.

3 – خليل ياسين ، مقدمة في الفلسفة المعاصرة دراسة تحليلية ونقدية للاتجاهات العلمية في فلسفة القرن العشرين، دار الشروق للنـــشر والتوزيـــع، ط2، 2010، ص103.

4 – علي حسين ، الأسس الميتافيزيقية للعلم، دار قباء للطباعة والنشر والتوزيع، القاهرة، (د.ط)، 2003، ص99.

أما النتيجة الأولى: أن طول الجسم يتقلص كلما زادت سرعته في اتجاه معـــين إلى أن يـــصل إلى الإنعدام، عندما تصل سرعته سرعة الضوء، فمثلا المشاهد الموجود داخل القطار، يشاهد الأشـــياء الموجودة فيها بنظرة تختلف عن المشاهد الخارج عن القطار، لرؤية هذا المشاهد الأخـــير الأشـــياء بشكل أقصر مما هي عليه في داخلها[1]، وهذا لإختلاف الإحداثيات المرجعية، التي يرجع إليها كل منهما على حدى[2]؛ مما يعني أن الذات العارفة لها الدور الفعال في النظرية الفيزيائية، عكس ما كان يعتقد في الفيزياء السابقة، أن المشاهد لا علاقة له بما يحدث في الطبيعة[3].

وأما النتيجة الثانية: فإنه إذا ما تحرك جسم بالنسبة للمشاهد، فإن كتلة الجسم ســـتزداد ويعتمـــد مقدار الزيادة على السرعة النسبية بين المشاهد والجسم، وإذا قاربت السرعة سرعة الضوء، مالت الكتلة إلى اللانهاية[4]. وقد أثبت العلماء هذه النتيجة في أوائل سنة 1952؛ حيث أعلـــن المختـــبر الوطني "فيبروك هافن"، أنه استطاع أن يسارع البروتون (نواة ذرة الهيدروجين) حـــتى وصـــلت سرعته "95%" من سرعة الضوء والنتيجة زادت كتلة البروتون ثلاث أضعاف[5].

وأما النتيجة الثالثة: فإن الزمن يختلف من مشاهد لآخر، وبذلك فإن الزمن سيتبطئ شيئا فـــشيئا، وتصبح عقارب الساعة أقل بكثير في حركتها من المعتاد عليه، مما يؤدي إلى إختلاف الزمن مـــن منظومة مرجعية إلى أخرى، وهذا كله وفق الإقتراب من سرعة الضوء. فيقول "آنـــشتاين" :"إن الحوادث الآنية بالنسبة إلى طريق السكة الحديدية، ليست آنية بالنسبة للقطار، والعكس بـــالعكس فلكل مجموعة إسناد (مجموعة المنظومات المرجعية) زمنها الخاص، وما لم يعين مجموعة الإسناد التي حددنا بالنسبة لها زمن أي حادثة، فليس هناك أي معنى لهذا التحديد"[6]. كمثال الرجل الذي يمشي

1 – إن ظاهرة الانكماش هذه لا يمكن أن نلاحظها على سطح الأرض، فمهما بلغت أجهزة العلم المعاصر من الدقة، فلا نستطيع علـــى الأقـــل في عصرنا المعاصر، أن نقيس الإنكماش الضئيل الذي تتكمشه الأجسام المتحركة بالسرعات التي نعرفها حاليا، (أنظر: وليد قمحاوي، منتدى الفيزيـــاء التعليمي، بيروت، ط3، (د.ت)، ص95).

2 – المرجع نفسه، ص ص 90-94.

3 – أنشتين و إفلد ليوبولد ، تطور الفيزياء، تر: علي منذر أكاديميا، بيروت، ط1، 19692، ص180.

4 – قمحاوي وليد ، المرجع السابق، ص111.

5 – المرجع نفسه، ص118.

6 – انشتين، نظرية النسبية الخاصة والعامة، تر: رمسيس شحاتة، الهيئة العامة لشؤون المطابع الأميرية، القاهرة، ط15، (د.ت)، ص28.

في القطار فإنه يقطع مسافة معينة في الثانية الواحدة لا تتفق مع المسافة التي يقطعها في زمن مساو للسكة الحديدية[1].

وأما النتيجة الرابعة: فإن "آنشتاين" جعل للطاقة نفس الخصائص الموجودة في الكتلة، واعتبر بذلك أن الطاقة كتلة، وما الطاقة إلا مظهر من مظاهر المادة[2]. وبذلك يتجاوز النظرة النيوتونية، التي تجعل قانوني حفظ الكتلة والطاقة منفصلين ويدمجهما في قانون واحد؛ حيث الطاقة تساوي: حاصل ضرب الكتلة في مربع سرعة الضوء، إذ نجد أن كمية هائلة من الطاقة تتولد من تحويل كمية ضئيلة من المادة[3]، وكان أول إثبات علمي على ذلك في تموز عام 1945 عند تفجير أول قنبلة ذرية في "مكسيكو الجديدة"[4].

استنادا إلى هذه النتائج التي أفرزتها النظرية النسبية، توضح لنا أنّ هذه النظرية لم تبدأ بملاحظات وتجارب وإنما بدأت بمجموعة فروض مصاغة صياغة رياضية، يمكن أن تشتق منها بطريق غير مباشر وقائع تقبل الملاحظة بفضل براهين رياضية معينة. وبالتالي فالنظرية النسبية العامة ترسم صورة خيالية للكون(fiction)، لا بمعنى أن ليس لها أساس في الواقع المحسوس، وإنما بمعنى أن القضايا الأساسية التي صيغت فيها الفروض النظرية قد لا تكون معقولة (Intelligible) ولا مقبولة (plausible)، ولا يمكن فهمها بوقائع الحياة اليومية، لكن يمكننا رغم ذلك تدعيم نتائجها بتجارب[5].

وإذا كان "نيوتن" قد تصور للمكان تصورا إقليديا بينما تصور "آنشتاين" تصور ريمانيا. وبالتالي يكون المتصل المكاني الزماني رباعي الأبعاد منحنى(courbe)، أو كروي الشكل (sphérique). فالكون عند "آنشتاين" كرة ذات ثلاثة أبعاد[6]؛ أي أنّ التصور الآنشتايني للكون تصور ضخمي لدرجة أنه يتسع لبليارات أو تليارات المجرات، ويحوي كل منها مئات

1 – ولتقريب هذه النتيجة اكثر انظر إلى مثال التوأمان لانجوفان التي بينها عابد الجابري في مؤلفه مدخل إلى فلسفة العلوم.

2 – قمحاوي وليد ، المرجع السابق، ص 130.

3 – أنظر: انشتين، المرجع السابق، ص 47. وقمحاوي وليد ، المرجع نفسه، ص ص 130-133.

4 – التفاعلات النووية التي يقوم بها العلماء اليوم، لا تستهلك كل كتلة النواة في توليد الطاقة، وإنما تستهلك ذلك الجزء الضئيل جدا المعروف بطاقة الترابط النووي. (أنظر وليد قمحاوي، المرجع السابق، ص 139.)

5 – زيدان محمود فهمي ، من نظريات العلم المعاصر إلى المواقف الفلسفية، دار النهضة العربية، بيروت، (د.ط)، 1982، ص57.

6 – المرجع نفسه، ص62.

الملايين من النجوم الملتهبة، وكميات هائلة من السدم بها غازات مخلخلة وغبار كوني، وأن شعاعا ضوئيا ينطلق بسرعة 300 ألف كلم في الثانية الكون، سوف يرسم دائرة كونية كبرى ويعود إلى مصدره بعد 200 بليون سنة، بمعيارنا الأرضي، كما أن تأكيدات النسبية العامة بأهمية الهندسة تفتح الطريق أما رؤية جديدة لطبيعة الكون تمدنا بأساس لعلم الكونيات، وهو علم دراسة الكون بأكمله. فهناك أداة رياضية حديثة لفهم الكون وطرح تساؤلات وللإجابة عنها هي النظرية النسبية العامة. كل هذه التغيرات تحدث عنها "آنشتاين" لا يمكن مشاهدتها حسيا لو أمكن القيام بالتجارب المذكورة، بإستثناء ما يتعلق بالزمان في نظره. فالزمن وحده هو الذي يمكن الشعور بإختلافه من مكان لآخر. أما ما يلحق الأطوال من إنكماش، والكتلة من تمدد، فلا يمكن إدراكه حسيا، فالحساب وحده هو الذي يدل على ذلك. والسبب الأساسي في هذه التغيرات من الناحية الحسابية هي العبارة الجبرية التي تدخل في التحويل اللورنزي:

$$\frac{\sqrt{1-ه2}}{ن2}\,^{1}.$$

وإذا تحدثنا عن الزمكان وفق التصور الآنشتايني، الواقع أننا تعودنا في حياتنا ان نفصل بين الزمان والمكان، فنحن نقول مثلا: حدثت الحادثة الفلانية في زمان كذا، وفي مكان كذا، ولا نقول في الزمان المكان. وحينما نتحدث عن المكان نقصد به المسافات التي تفصل بين المدن أو بين البلدان أو بين الأرض وبقية الكواكب والنجوم عامة، وحينما نتحدث عن الزمان نقصد "المسافات" الزمانية التي تفصل بين لحظة وأخرى، وسواء سميت هذه المسافة ثانية أو دقيقة أو ساعة أو سنة عادية أو سنة ضوئية، والملاحظ أننا قد اعتدنا النظر إلى المسافات المكانية مفصولة عن المسافات الزمانية، فلماذا لا ندمج الزمان في المكان ليصبحا إطارا واحدا لتحقيق الأشياء بدل إطارين إثنين هما : الزمان والمكان؟ ذلك ما قال به "ألبرت "آنشتاين" في نظريته النسبية المعممة حيث يتحدث عن الزمكان (الزمان. المكان) وقد قال العالم الروسي "مينوفيسكي" (1964-1909) بنفس الفكرة؛ أي بدمج المكان والزمان في عالم واحد عرف بـ "عالم مينكوفسكي" فمعنى هذا؟

من الصعب علينا تصور هذا العالم "عالم مينكوفسكي" أو زمان "آنشتاين" تصورا حسيا مشخصا لأننا إعتدنا العيش في مكان إقليدي ذو ثلاث أبعاد. إن زمان "آنشتاين" أو عالم

1 - الجابري محمد عابد ، المرجع السابق، ص 348

"مينكوفسكي" عالم رياضي، والمعادلات الرياضية وحدها تثبت امكانية وجوده وتحدد خصائصه، ولتقريب هذا العالم الغريب إلى الأذهان يستعين العلماء بأمثلة خيالية.وبهذا جاءت فكرة الزمكان من "منكوفسكي" كرياضي من خلال توحيده مفهومي الزمان والمكان، وهذا ما جعل "آنشتاين" يقر بأن لولا حسابات "منكوفسكي" الرياضية لضلت النسبية طفلة في مهدها[1].

ولقد أتاحت نظرية البعد الرابع ل"آنشتاين" ، أن يختصر معادلات النسبية في صيغة مركزة، حيث أن الفيزياء الكلاسيكية كانت تعتبر الزمان مستقلا عن المكان؛ أي عن مجموعة الإسناد، بينما النسبية تجعل المكان مربوطا بالزمان. وعبر عن ذلك "آنشتاين" بقوله:"وفي الواقع يعتبر الزمن في نظر الميكانيكا الكلاسيكية مطلقا بمعنى أنه مستقل عن موضوع مجموعة الإسناد وحالتها من الحركة ونرى تعبيرا عن هذا في المعادلة الأخيرة من التحويل الغاليلي ز=ز' ، والنحو الرباعي الأبعاد في تصور العالم هو الموضع الطبيعي في نظرية النسبية، حيث تجرد هذه النظرية الزمن من إستقلاله. ويظهر هذا في المعادلة الرابعة:

$$ز' = \frac{ز - \frac{ع}{2} \times س}{\sqrt{1 \frac{ع^2}{ح^2}}} \;.^{2}$$

وبيّن "آينشتاين" من خلال المعادلة الرابعة عن مبدأ إرتباط الزمان بالمكان بلغة رياضية، وهذا مستعينا برياضيات "ميكوفيسكي"، وما يمكن أن نقوله أنه اتضح من خلال ما سبق، أن العالم متصل رباعي الأبعاد، كما أن الرياضيات أثبتت ذلك، وبهذا نخلص إلى أن جديد العقلانية الأنشتاينية في نظرتها، لم تحصر وظيفة النظرية الفيزيائية في الوصف كما قال الوضعيون، لأن الواقع المدروس لم يعد قابلا للملاحظة العيانية والمباشرة، لذلك لم تعد تنحصر مهمة الباحث في المشاهدة بل مهمته هي رد الظاهرة المدروسة إلى بناءات وإفتراضات عقلية من حيث تحويل الواقع الحسي إلى واقع رمزي عبارة عن أرقام، معادلات، بيانات. وهو ما يفيد سيادة النزعة الرمزية الرياضية بدل النزعة التجريبية الحسية؛ أي أن وظيفة النظرية الفيزيائية هي تفسيرية تأملية تنطلق من بناء نموذج إفتراضي صوري يفسر حدوث الظاهرة كما فعل "ألبرت نشتاين" في النظرية النسبية.

1 - كاكو ميشيو ، كون انشتين كيف غيرت رؤى ألبرت أنشتين من إدراكنا للزمان والمكان، تر: شهاب ياسين، كلمات عربية للترجمة والنشر، القاهرة، ط1، 2011، ص60.

2 - آنشتاين ألبرت ، المرجع السابق، ص106.

حيث أثبت وجود وحدة داخل النظرية لأنه بدون الإنسجام والتناسق تفقد النظرية قيمتها المنطقية فالنظرية الصحيحة تألف كلا منطقيا، فإذا ثبت أن نتيجة واحدة خاطئة وجب التخلي عن هـــذه النظرية، هكذا تصبح النظرية الصحيحة هي الخالية من التناقض والمسنودة بواسطة عملية إستدلالية صرفة، هذا ما يجعل النظرية الفيزيائية وإن كانت تدرس الواقع الفيزيائي كواقع حـــسب تـــصبح أقرب إلى النظرية الرياضية تتوافق مع المنهج الأكسيومي الفرضي، وهذا مـــا أكـــده "آنـــشتاين" بقوله:"إنني أصبحت أبحث عن مصدر الحقيقة المعتمد في البساطة الرياضية، إن القـــضية بـــسيطة منطقيا ليست بالضرورة صحيحة فيزيائيا، لكن القضية صحيحة فيزيائيا لابد أن تكـــون بـــسيطة منطقيا"[1].

ومن ثمة كان ظهور العقلانية المعاصرة كرؤية جديدة تحـــاول اســـتيعاب مظـــاهر الجـــدة والتغيرات الجديدة في الفيزياء المعاصرة، مع رفض تصلب وقصور الإتجاه الوضعي التجريبي، هـــذه الرؤية العقلانية المفتوحة تهدف إلى إحلال ذهنية جديدة تكون مرنة مفتوحة تستفيد من التحولات في مجال الرياضيات وخاصة الهندسات الفراغية، والمنهج الأكسيومي في الرياضيات لبلورة منـــهجا جديدا للتعامل مع القضايا الفيزيائية بمنطق جديد، ويكون هذا المنهج قائمـــا علـــى الإفتـــراض والإستنباط الرياضي والتفسير، وقوانين هذه النظريات الفيزيائية تصاغ صياغة رياضية صورية، ولا شك أن هذا راجع إلى أن الرياضيات أصبت اليوم تمد العلوم الفيزيائية بالتنظيم العقلي للظـــواهر الطبيعية، وأصبح منهجها وتصوراتها ونتائجها قوام العلوم الفيزيائية المعاصرة، حيث تمتاز بلغتـــها الرمزية المستخدمة لتوضيح المعاني التي هي غالبا ما تكون غامضة في اللغة المألوفة.

ونجد النظريات الفيزيائية المعاصرة اليوم – النظرية النسبية- ليست سوى بناء نسقي رياضي يحوي رموزا بينها علاقات تساغ في معادلات رياضية، وينظر علماء الفيزياء المعاصرة إلى هذه اللغة الرياضية على أنها مرشد لفهمنا للعالم، لا لأنها تعبر عن حقيقته.

وفي هذا إعتبر "رودولف كارناب" أن إعتماد "آنشتاين" على الرياضيات وتحديـــدا الهندســـة اللاإقليدية، أكسب النظرية النسبية بساطة جعلتها تحضى بقبول الكثيرين حيث قال :"لا يسعنا إلا أن نوافق آنشتاين على أننا إذا تبنينا الهندسة اللاإقليدية، فإننا نفوز في الحقيقة بالبساطة المنـــشودة

1 – آنشتاين ألبرت ، المرجع السابق، ص63.

(...)، وتصبح قوانين الفيزياء بسيطة للغاية"[1]. وعبر "آنشتاين" عن الدور الفاعل للرياضيات في إعداد النظرية النسبية وهذا بلسان "ميشيو كاكو" حيث قال :"أقر أنشتين بأنه لولا حسابات ميكوفسكي الرياضية لظلت النسبية طفلة في مهدها"[2].

ثانيا: نظرية الكوانتم عند ماكس بلانك وعلاقات الارتياب لدى هايزنبرغ

لن نتعرض هنا لنظرية الكوانتم بالتفصيل[3]، لأن هدفنا من هذا العنصر لأن نعرض اهم الجوانب الرياضية لهذه النظرية.

إنه بإكتشاف نظرية الكوانتم مع "ماكس بلاك"، حدثت ثورة في علم الفيزياء تتعدى نتائجها علم الفيزياء نفسه، حيث جلبت هذه النظرية معها تغييرا عميقا في أسس الفيزياء، إذ أن مناسبتين قد جدتا فأجبرتا الفيزياء على التخلي عن واقعيتها الساذجة في تصور الذرة كجسيم صغير مادي في منتهى الدقة. لكن بظهور نظرية الكوانتم، أصبح بالإمكان معرفة أن الخصائص التي كانت تبدوا خاصة بالجسيمات فالملاحظة تعني دائما عملية فيزيائية، وما نلاحظه إذن ليس الجسيم نفسه، بل هو لا يعدوا أن يكون تأثير العملية فينا أو في آلات القياس التي نستخدمها، وبالتالي فالجسيم كالإلكترون مثلا له حساسية أخرى، وهي تأثره بالقياسات التي نجريها عليها بدرجة لا يمكن إهمالها وإعتبارها ضئيلة[4].

وفي عام 1900 بدأ "ماكس بلانك" (Max Planc)من تلك الحقيقة البسيطة المعروفة وهي احمرار القضيب المعدني ثم تحوله إلى اللون البرتقالي، فالأصفر، فالأبيض المتوهج، وإكتشف أن هناك علاقة رياضية بين الطاقة التي يشيعها المعدن الساخن وطول أو ذبذبة الموجة الضوئية التي تنبعث منه. وإفترض في بادئ الأمر أن الذرات أو الجزئيات المعدنية لا تشعي إشعاعا متصلا، بل تشع إشعاعا متقطعا يخرج في نبضات منفصلة، ثم يمكننا بعد ذلك رياضيا أن نسمح لحجم هذه

1 - كارناب رودولف ، المرجع السابق، ص192.

2 - كاكو ميشيو ، المرجع السابق، ص 60

3 - لمزيد من التفصيل حول هذه النظرية .(ينظر: محمود فهمي زيدان من نظريات العلم المعاصر إلى المواقف الفلسفية، وينظر كذلك مصطفى عبد الفتاح غنيمة، نحو فلسفة العلوم الطبيعية، النظريات الذرية والكوانتم والنسبية).

4 - رابح عيسو ، الأبعاد الميتافيزيقية في الفيزياء المعاصرة من النظرية النسبية إلى النظرية الوترية، مذكرة مقدمة لنيل شهادة الماجستير في الفلسفة، كلية العلوم الإنسانية والإجتماعية، قسم الفلسفة، جامعة الجزائر، 2008-2009، ص56.

النبضات المنفصلة أن يصغر شيئا فشيئا، حتى تلتئم ويبدوا تدفق الطاقة مستمرا[1]. كانت نتيجة هذه العلمية الرياضية الجديدة غير متوقعة، فقد وجد "بلانك" أنه إذا أجرينا الحسابات في نهايتها، فلن تكون النتيجة أفضل حظا من نتائج النظريات السابقة.

وبعد ذلك تمكن "بلانك" من التوصل إلى إيجاد العلاقة الحسابية بين الطاقة التي يشعها المعدن الساخن وطول أو ذبذبة الموجة الضوئية التي تنبعث منه، فوجد أن الطاقة المشعة مقسومة على الذبذبة تساوي دائما كم ثابت هذا الكم أسماه "ثابت بلانك" والمعادلة التالية تبين العلاقة بين الطاقة والذبذبة:

الطاقة = هـ.ن[2]، وقد وجد أن "ثابت بلانك" مقدار صغير جدا يبلغ نحو: 6.626 .10 $^{-27}$، ويعد هذا الثابت أهم المقادير الأساسية في الكون، ففي أية عملية إشعاع نجد أن مقدار الطاقة المنبعثة مقسوما على الذبذبة يعطينا مقدارا ثابتا هو "ثابت بلانك"[3]. وهذا الثابت لا يمكن تفسير مقداره ،كما لا يمكن تفسير سرعة الضوء فهو كغيره من الثوابت الكونية عبارة عن حقيقة رياضية لا يمكن تفسيرها.

ومن جهة أخرى فإن فيزياء الكم (la physique du quointa) قد إرتبط تطورها إرتباطا وثيقا بعلم حساب المصفوفات (la calcule matricielle)، وبحساب التكاملات والمعادلات التكاملية (les èquation intégrales). هذا العلم المتعلق بالمفهوم اللامستمر لحركة الجزيئات والإشعاعات أستعمل ولمدة طويلة المفاهيم الكلاسيكية المعرفة في الرياضيات، لكنه عرف ثورة عارمة وتطور كبير بفضل العالم بوهر (Bohr)، الذي أدخل على فيزياء الكم المبدأ الرياضي الهام المسمى مبدا العلاقات (le principe de correspondance) بتوظيفه لبعض النظريات الرياضيات المعروفة في علم الميكانيك التحليلية (la mécanique analytique) والتي كانت مجهولة لدى فيزياء تلك الفترة[4].

1 – ماثيوز بي. تي. ، مقدمة في ميكانيكا الكم، تر: أسامة زيد إبراهيم ناجي، الدار الدولية للنشر والتوزيع، القاهرة، (د.ط، د.ت)، ص18.

2 - حيث "هـ" مقدار ثابت و "ن" هي ذبذبة الإشعاع.

3 – أ.سوكولوف، أ.تيرنوف، ف.جوكوفيسكي، الميكانيكا الكوانتية، تر: د.حسين سليمان، دار مير، موسكو، ص9.

4 – أومنيس رولان ، فلسفة الكوانتم، فهم العلم المعاصر وتأويله، تر: د.أحمد فؤاد باشا، الأستاذ، أ.يمنى طريف الخولي، سلسلة عالم المعرفة، العدد 350، الكويت، 2008، ص236.

كما أن فيزياء الكم أصبحت توصف بالجديدة (la nouvelle physique du quanta)، بفضل الأبحاث التي أجراها "فريد هويل" في التكاملات، وفي كيفية حسابها والتي أعطت لفيزياء الكم الجديدة الوسائل النظرية الصلبة الكافية لجعلها تطبق في ميادين مختلفة، وبين أهمية هذا الدور "نيلز بوهر" في قوله:"أما الأمر الذي عبرت عنه في نهاية المقال بأن يثبت التحليل الرياضي مقدرته على مساعدة الفيزيائيين مرة أخرى في التغلب على مصاعبهم، فقد تحقق بدرجة أبعد من كل التوقعات، و لم يكن مقدرا للجبر التجريبي فقط أن يؤدي دورا حاسم في صياغة ميكانيكا الكم "لهايزنبرغ"، ولكن طبقت نظرية المعادلات التفاضلية – الأكثر أهمية بين وسائل الفيزياء الكلاسيكية- في الحال بعد ذلك مباشرة وبقوة على المشاكل الذرية"[1]. أما نظرية المجموعات (la théorie des ensembles)، فلقد أصبحت لدى الفيزيائيين المعاصرين مرادفا لعلم الميكانيك الموجية (mécanique ondulatoire)، حيث فهمت بفضلها الجمل الذرية متعددة المكونات بالإعتماد على دوال الأمواج (les fonctions d'ondes).

نأتي الآن إلى آخر حلقة في نظرية الكوانتا وهو "مبدأ اللايقين" ويعرف بمبدأ اللاتعيين أو مبدأ اللاتحديد أو اللامحققية وكلها تؤدي نفس المعنى[2]، حيث دعم هذا الميلاد الجديد والتطور العظيم لنظرية الكوانتم في عام 1925، بمبدأين أساسيين بوجه الخصوص: نمطها الإحصائي وعلاقة اللايقين (هذين المبدأين مرتبطين فيما بينهما). والنمط الثاني يطرح الحجة الأساسية لبداية اللاحتمية وصالحة في مجال علاقة اللايقين "لهايزنبرغ"، فطبقا لهذه العلاقة يستحيل القياس وتحديد اللانهائي لموضع وسرعة الجزء الكوانتي[3].

اكتشف "هايزنبرغ" مبدأ اللايقين، وكانت قوته تكمن في قدرته على التعبير عن التخمينات الفيزيائية بلغة رياضية دقيقة، لأنها قاعدة نبعت من الشكلية (الصورة) الرياضية لميكانيكا الكوانتم، وكان لها فائدة عميقة في إيضاح معنى الشكلية[4].

1 – بوهر نيلس ، النظرية الذرية ووصف الطبيعة، ج1، تر: أحمد عبد الله السماحي، وفتح الله الشيخ، كلمات عربية للترجمة والنشر، القاهرة، (د.ط)، 2009، ص18.

2 – خالد تريكي ، مرجع سابق، ص66.

3 – عيسو رابح، مرجع سابق، ص83.

4 – باجلز هينز ، رموز الكون، تر: محمد عبد البيومي، الدار الدولية للنشر والتوزيع، القاهرة، ط2، 1989، ص105.

يؤدي مبدأ اللايقين إلى نشوء ظاهرة مدهشة تعرف بإسم ظاهرة "المرور في نفق الكـــم" ، فـــإذا اطلقت رصاصة من البلاستيك صوب حائط إسمنتي سمكه 10 أقدام، فإن الفيزيـــاء الكلاســـيكية تأكد ما تنبئك به غريزتك، سترتد الرصاصة إليك. والسبب في ذلك ببساطة أن الطلقة لا تملـــك الطاقة الكافية من خلال هذا العائق الهائل، غير أنه على مستوى الجـــسيمات الأساســـية، فـــإن ميكانيكا الكوانتم تبين بما لا يدع مجالا للشك ،أن دوال الموجة – أي الموجـــات الإحتماليـــة- للجسيمات المكونة للرصاصة تملك قطعا صغيرة جدا ستخترق هذا الحائط. وبقي ذاك أن هنـــاك فرصة ضئيلة أن تخترق الرصاصة بالفعل الحائط لتندفع من الجانب الآخر. كيف يحدث ذلـــك؟، يرجع السبب مرة أخرى إلى مبدأ اللايقين ل"هايزنبرغ"[1]. فاللامحققية ليست أمرا ذاتيا، وإنما هـــي حقيقة موضوعية تتعلق بطبيعة الجسيمات الميكروسكوبية وبنيتها المعقدة[2].

إستنادا إلى هذا، إخترع "هايزنبرغ" ميكانيكا المصفوفات (matrice) التي تمثل فيها الخـــواص الفيزيائية للجسيم، كالطاقة وكمية الحركة (السرعة) والمكان والزمان كأدوات رياضـــية تـــسمى المصفوفات التي هي تعميم لفكرة الأعداد البسيطة. والأعداد البسيطة تخـــضع لقـــانون الـــضرب التبادلي، وهو أن نتيجة ضرب الأعداد لا تعتمد على ترتيبها مثل : 3.6 = 6. 3 = 18، ولكن ضرب المصفوفات يمكن أن يعتمد على الترتيب، فعلى سبيل المثال إذا كانت "أ"، "ب" مصفوفتين فإن "أ. ب" لا تساوي "ب أ" .

كان ما أوضحه "هايزنبرغ" هو أنه إذا مثل مصفوفتين خاصيتين فيزيائيتين مختلفتين بجـــسيم، كالمصفوفة "س" لموضع الجسيم (الإلكترون) والمصفوفة "سر" لكمية حركته (سرعته)، كان لهاتين المصفوفتين خاصية أن س . سر لا تساوي سر .س، فليس من الممكن قياس تكلتا الخاصيتين آنيـــا (أي في اللحظة نفسها) بدقة عالية محددة تحكميا. ولإيضاح ذلك تخيل أنني أنشأت جهاز القيـــاس موضع وسرعة الإلكترون، يتكون مقياس القراءة من مجموعتين من الأرقام إحداهما تظهر "السرعة" والأخرى "الموضع"، وفي كل مرة أضغط على مفتاح الجهاز، فإنه يقيس في نفس الوقت الـــسرعة والموضع ويظهر مقياس القراءة عددين طويلين. ولنقل أن القياسات ولتكن الأولى قـــد أعطـــت عددين كافيين لإقناعي بأن دقة القياس عالية. وعلى أي حال فلتكوين فكـــرة عـــن الخطـــأ أو

1 – جيرين برايان ، الكون الأنيق، تر: فتح الله الشيخ، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، ط1، 2005، ص ص 135 -136.

2 – مطلب محمد عبد اللطيف ، الفلسفة والفيزياء، ج2، الموسوعة الصغيرة، دار الحرية للطباعة، بغداد، (د.ط)، 1985، ص99.

اللامحققية (الإرتياب) في العلاقة الأولى، قررت أن أعيد القياس وضغطت على مفتاح الجهاز مرة أخرى فتظهر فيه مرة أخرى عددان أحدهما للسرعة والآخر لموضع الإلكترون، إلا أنها يختلفان عن القياس الأول[1].

ونعيد القياس لعدة مرات يمكننا الحصول على عدد كبير من القياسات، عندئذ يمكننا حساب الإرتياب في قراءات السرعة والموضع للإلكترون بطريقة حساب المتوسط الإحصائي لكل قراءات القياس، بحيث تكون الكمية التي يرمز لها بالرمز "Δس" هي إنتشار أو لامحققية قياسات الموضع حول قيمة متوسطة، وبالمثل "سر Δ" إلا إذا أجري عدد كبير من القياسات. إن ما تحققه علاقة اللامحققية التي وضعها "هايزنبرغ" هي إنشاء جهاز لا يتحقق فيه المطلب التالي فيما يتعلق بقيمتي اللامحققية المحسوبتين على النحو السابق لمجموعة كبيرة من القياسات: فيجب أن يكون حاصل ضرب Δس . سر Δ أكبر من "ثابت بلانك" أو مساويا له. وهذا يمكن التعبير عنه بالعلاقة[2]:

Δس × Δ سر ≤ ثـــا

ولهذا السبب نستعمل ثنائية الموجة – الجسيمية- ليس في نظرية الإشعاع وإنما في المادة نفسها[3].

وتوجد علاقة لامحققية مماثلة بين اللامحققية في الطاقة Δ ط لجسيم واللامحققية في الزمن المنقضي:

Δز = Δط . Δز ≤ ثـــا

وقد استنتج "هايزنبرغ" هاتين الصيغتين من نظرية الكوانتم الجديدة مباشرة.

ولفهم ما تعني هاتين الصيغتين ضمنيا، لنفترض أننا نحاول قياس موضع الإلكترون بدقة عالية تختار تحكميا، وهذا يعني عدم تيقنا من موضع الإلكترون يساوي صفرا، Δ س =0؛ أي أننا نعلم تماما موضعه ولكن علاقة اللامحققية (الإرتياب) "لهايزنبرغ"، تقول بأن حاصل ضرب اللامحقيقة في الموضع في السرعة يجب أن يكون أكبر من كمية محددة هي "ثابت بلانك". ولكن إذا كانت Δ س =0 فإن

1 - رابح عيسو، المرجع السابق، ص 84.
2 - باجلس هينر، المرجع السابق، ص ص 106- 107.
3 - رابح عيسو، المرجع السابق، ص 85.

" Δ سر" يجب أن تكون لا نهائية؛ أي أن اللامحققية في معرفة سرعة الجسيم لا نهائية وبـــالعكس، إذا علمنا تماما أن الإلكترون في حالة سكون فإن Δ سر =0، وعلى ذلك فـــإن اللامحققيـــة في معرفة موضعه تساوي قيمة لا نهائية؛ أي لا توجد لدينا فكرة عن موضع الجسيم [1].

وبهذا كن أسلوب "هايزنبرغ" هو إستخدام الرياضيات لإستخلاص معنى النظرية الجديدة، بمعنى أن معرفتنا للعالم المادي مصاغة في صيغ رياضية مجردة، تبعدنا عن المألوف عن المادة، وتقربنـــا مـــن وجود ذهني، فالنظريات العلمية المعاصرة ليست سوى بناء نسقي رياضي يحـــوي رمـــوزا بينـــها علاقات تساق في معادلات رياضية.

وإذا شئنا أن نعرف على وجه التحديد إلى أي درجة فسرت الفيزياء الذرية على أنها دعم للمذهب العقلي من خلال تبنيها للرياضيات، فنعود إلى قول الفيلسوف الألماني المعاصر "ألفيس فـــترر":إن هذا العالم المادي، الذي تحدث فيه أحداث تلقائية وحرة (...)،هذا العالم لا يمكن أن يكون عالمـــا ميتا، وإذا شئنا أن نضع نصا بشأن جوهره فإننا نقول إن هذا العـــالم هـــو عـــالم أرواح أوليـــة، والعلاقات التي تربط بين هذه الأرواح يحددها بعض القواعد المستقاة من عالم الأرواح، ويمكن أن تصاغ هذه القواعد صياغة رياضية، أو بعبارة أخرى هذا العالم هو عالم أرواح سفلى، يمكن التعبير عن العلاقات المتبادلة بينها بشكل رياضي(...)" [2].

لقد ورد في كتاب "حدود العلم" (the limitation of science) لمؤلفه "ج.و.ن سوليفان" بأن فيزياء القرن العشرين قد أعادت إلى الكون دور الروح "العقل"، ويدعي ســـوليفان أننا في نظرية الكوانتم لا نحتاج إلى معرفة طبيعة الأشياء التي نناقشها ولكننا نحتاج فقط إلى معرفة بنيتها الرياضية وهي في واقع الأمر ما نعرفه[3].

1 - باجلس هينر ، المرجع السابق، ص ص 107- 108.

2 - فرانك فيليب ، فلسفة العلم، تر: علي علي ناصف، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، بيروت، ط1، 1983، ص290.

3 - المرجع نفسه، ص 293 -294.

فمهمة الفيزياء تقوم على كشف أنماط الظواهر الطبيعية لكي يحاول بعدئذ مواءمتها مع مخططات (صيغ) رياضية بسيطة. أما السؤال: لماذا توجد أنماط الظواهر؟ ولماذا تكون مثل هذه الصيغ الرياضية ممكنة؟ فهذا خارج عن مجالات البحث الفيزيائي، لأنه يدخل في مجال الميتافيزياء[1].

ويقول "فيجنر" أيضا:"إن ميكانيكا الكوانتم ليست مهمتها أن تصف واقعا ما، بصرف النظر عما يعنيه هذا المصطلح، وإنما تقتصر فقط على تكوين روابط إحصائية بين الملاحظات المتتالية"[2]؛ أي أن تصورات العلماء عن الذرة والإلكترون والموجات والحوادث لا تشير إلى موجودات فيزيائية تقبل الإدراك الحسي، ولكن تعبر عنها بصيغ رياضية بحتة تبلغ حدا بعيدا من التجريد.

ما يمكن الخروج به كاستنتاج من هذا الفصل، هو أننا نجد أن النظريات الفيزيائية المعاصرة اليوم ليست سوى بناء نسقي رياضي يحوي رموزا بينها علاقات تصاغ في شكل معادلات رياضية[3]؛ أي أن نظريات الفيزياء المعاصرة إرتكزت على الرياضيات في بنائها، وبالصيغ الرياضية ثم فهم العديد من الظواهر الطبيعية في العالم الماكرو-فيزيائي والعالم الميكرو-فيزيائي.

ويتجلى ذلك في كون التركيب الجزيئي للمادة يعتمد وبشكل كبير على الإحتمالات والإحصاء، وذلك لصعوبة التحكم بشكل مطلق في الظواهر المادية التي تعتمد أساسا على تصادم وتزاحم جزيئات المادة، وتعود هذه الصعوبة لكون الخواص المشاهدة هي نتاج لحركات "لا متجانسة" لعدد هائل من جزيئات المادة.

إن هذا الفرع من الرياضيات — الإحتمالات والإحصاء- الذي بدأ في الأصل كنظرية لألعاب الحظ، بقي كذلك خلال القرنين السابع عشر والثامن عشر بعيدا عن الأبحاث الكلاسيكية المعروفة شهد توسعا كبيرا بإزدهار تطبيقاته على عدة مفاهيم فيزيائية معاصرة منها حركة الإلكترونات، الحرارة وغيرها، هذه المفاهيم التي اتّضحت أكثر للعلماء عندما أعتبرت نجاحا لحركة وتصادم جزيئات المادة في كل حالاتها، هذا ما حتم على المختصين اللجوء لعلمي الإحتمالات والإحصاء كأداة للتعرف على الأسرار الدقيقة للمادة، وهذا ما أكده "روبير بلانشي" في قوله:" وبعد ذلك

1 – ديفيس بول ، الله والعقل والكون، تر: سعد الدين خرفان ووائل بشير الأتاسي، دار علاء الدين للنشر والتوزيع والترجمة، دمشق، ط4، 2005، ص27.

2 – تريمان سام ، من الذرة إلى الكوارك، تر: أحمد فؤاد باشا، عالم المعرفة، العدد 327، الكويت 2006، ص259.

3 – بلانشي روبير ، الإستقراء العلمي والقواعد الطبيعية، تر: د.محمود يعقوبي، دار الكتاب الحديث، الجزائر، (د.ط)، 2003، ص108.

تكاثرت التفسيرات الإحصائية في الفيزياء، وأصبحت نظرية حركة الغازات بعد تعميمهـــا مجـــرد حالة خاصة لميكانيكا احصائية"[1].

و لم يستفد عمل الفيزياء المعاصر من الإحتمالات والإحصاء الرياضي فحسب، بـــل وضـــع مفاهيم رياضية حديثة أخرى كمفاهيم المجال، الفضاء، الحقل بالإعتماد على الحساب الموتري le (calcule tensoriele)، أضف إلى هذا إستفاد علم الفيزياء من المفاهيم الرياضية المجـــردة مثـــل مفهـــوم الفـــضاءات المتعـــددة الأبعـــاد [1]. les concept des espaces (polydimentionnels)،

وبفضاءات "ريمان" المعممة لإستعمال الإحداثيات المنحنية تم التأسيس الـــدقيق للفـــضاء المتـــري المستمر بأبعاد كيفية، ولقد تمكن "ألبرت آنشتاين" من البرهان وبلورة أشهر النظريات العلميـــة في الفيزياء المعاصرة، وهي النظرية النسبية المعممة التي تهتم خصوصا بالدراسة والتحكم في الحركات المتسارعة، إذ أنه وفقا للنظرية تكسب الكتلة المادية المناطق المجاورة لها في الفضاء الـــزمني إنحنـــاء يكون موضعيا مساحة منحنية ذات أربعة أبعاد، ولقد فرضت هذه النظريـــة علـــى الفيزيـــائيين، الإستعمال المكثف لفضاءات متعددة الأبعاد[2].

استنادا إل هذا، تكون العلوم الفيزيائية قد حقّقت قفزة نوعية بفضل اســـتعارتها للعلاقـــات الكمية الرياضية، في صياغة القانون العلمي، ما أكسبها نوعا من الـــصورية، فأصـــبحت الـــصيغ الرياضية قوام القوانين العلمية كصيغ عقلية، و لم يقتصر هذا التأثر بالرياضيات على الفيزياء فقط.
"لأنّ من المميزات الأساسية في الفترة المفتوحة من طرف الثورة العلمية في القرن السابع عشر، أن يحتل تربيض العلوم موقعا متقدما، ذلك أنّ العلوم الفيزيائية، البيولوجيا والطب قـــد أدمجـــت في الرياضيات في عملية تطوّرها. بالموازاة مع ذلك فقد وجدت المسائل المرتبطة بالظواهر الإنـــسانية والإجتماعية عناصر أجوبة لها باللجوء إلى الرياضيات"، معنى هذا أنّ اللجوء إلى اللغات الرياضية يكون من أجل تقعيد نظرية أو بناء نموذج.

1 - بلانشي روبير ، الإستقراء العلمي والقواعد الطبيعية، المرجع السابق، ص122.
1 – رابح عيسو ، المرجع السابق ،ص355.
2 - المرجع نفسه ، ص355.
3- بوبكر بوخريسة ، علوم الإنسان بين الهوية والسؤال تحليل ابستيمولوجي في المفاهيم، البراديجمات والنظريات، ديوان المطبوعات الجامعية، بـــن عكنون، الجزائر، (د.ط)، 2013، ص 147.

خَاتِمَة

إنّ الفكرة المركزية التي قامت عليها فصول هذا البحث ومباحثه هي إشكالية الصورانية في الرياضيات المعاصرة، وهي ظاهرة ترتبط بخصائص الفكر الرياضي عامة والمعاصر على وجه الخصوص، في تطوره وإعادة تأسيسه عقب حركة النقد الذاتي بداية القرن التاسع عشر.

حيث بيّنت المعطيات التي تمّ تناولها بالتحليل والتأمل جملة من النتائج التي بيّنت أنّ هذه الظاهرة ليست جديدة عن هذا العلم العتيد ، لقت برزت منذ أن حوّل اليونان هذا العلم من طابعه العملي إلى الطابع النظري المجرّد بفضل أعمال "فيتاغورس" و"إقليدس"، لكن الأمر إختلف في العصر الحديث ليبرز في أشكال متعددة، واكبت حركة فلسفية رياضية، قادها رياضيون فلاسفة ومناطقة رياضيون، لإعادة النظر في أسس الرياضيات ومبادئها، ومحاولة جعلها تقوم على أساس واحد متين، مكن من الخروج بجملة من النتائج التي نوردها كما يلي:

إنفصلت الرياضيات عن الإرتباط بالواقع وقضاياه لصالح فروض استنتاجية لا يهم انطباقها مع الواقع، ثم الرجوع بالرياضيات إلى العدد كأساس ليقينها فيما عرف بالتحسيب، الذي انتهى به المطاف إلى تأسيس نظرية المجموعات ودراسة أسس الرياضيات، وتكوين النظرية المجردة بإنتاج المفارقات التي تبدو أنها إعترضت على وحدة الرياضيات، وأدّت بالضرورة إلى أزمة الرياضيات، ولهذا إهتم الرياضي بملاحظة العلاقات التي توحد النظريات الرياضية بنظرية المجموعات، وهذا تأكيده على تأثيرها في كل الرياضيات، مما يعني أنّ مسألة نظرية المجموعات هي مسألة أساس الرياضيات وهي النظرية الكانتورية في الأعداد المتصاعدة التي أعجب بها "هلبرت" ووصفها بالوردة (rose) وتمام العقل الرياضي، فهي إحدى الإكتشافات الرائعة للنّشاط العقلاني الخالص، ولهذا نجده يؤكد على مقولته:"لايجب أن نطرد من الجنة التي أسسها لنا "كانتور"، فظهور نظرية المجموعات على يد "كانتور" في العقد الأخير من القرن الماضي كان حلقة مهمة من حلقات تطور الرياضيات، التي ميّزت القرن التاسع عشر، فنظرية المجموعات تشكل دعامة هذه الدقة، فأصبحت الأساس المتين الذي يقوم عليه الصرح الرياضي، ولهذا فتح المجال أمام الأبحاث في نظرية المجموعات، حيث إهتم الرياضيون بالبحث في أكسمة نظرية المجموعات، فهم إذن ورثة "كانتور" من بينهم "ديدكند"، "بيانو"، "فريجه"، "راسل" و"هلبرت" الذين رفضوا الخروج من

الجنّة التي أسسها "كانتور" على حد تعبير "هلبرت" في محاضرة ألقاها سنة 1925:"لا أحد يمكنه أن يطردنا من الجنة التي إكتشفها "كانتور"، فهؤلاء أكدوا على أنّ مبدأ عدم التناقض هو معيار كاف للوجود الرياضي، كما أثبتوا أيضا أنّ الأكسمة الدقيقة تدحض كل المفارقات الناشئة عن نظرية المجموعات.

لتصبح الرياضيات مؤسسة على مفاهيم أولية مستمدة من المنطق مع اللوجيستقيين ليس فيها شيئ غير المنطق. ليتشكل من خلال تلك المجهودات العقل الصوري الرياضي، في إنفصال قضاياه عن الواقع والحدس الحسي، ثمّ ليعاد كل البناء الرياضي إلى الحساب ممثلا في العدد الصحيح، وأخيرا اتجه إلى تأسيسه على المنطق محاولا تجاوز نقائض الرياضيات، يعكس ذلك أيضا طبيعة الرياضيات كعلم صوراني غير مستقى من الواقع الحسي؛ أي نظام صوري رمزي مستقل بقضاياه وأسئلته ومقوماته عما هو خارجي، ويعكس ذلك أيضا القيمة الصورية للرياضيات المعاصرة مقارنة بمراحلها السابقة، وقد ارتبط ذلك بفلسفات الرياضيات في القرن العشرين، التي اهتمت بأساسيات هذا العلم، واهتم الرياضيون بإستخدام المنطق والمنهج الأكسيومي، للتّخلص من المشكلات التي طرحتها التناقضات ولتطوير العلم الرياضي أيضا.

ذلك أنّ صورنّة الرياضيات كانت مدفوعة في الأصل بمشاكل الرياضيات في القرن التاسع عشر التي انتجت فلسفة الرياضيات بإتجاهاتها المتعددة الحدسية واللوجيستيقية والأكسيومية، أدّت في القرن العشرين إلى تطوير المنطق الرياضي كفرع علمي مستقل، له إشكالياته الخاصة ومفاهيمه كذلك وقد ساهم ذلك في تطوير المفاهيم والبنى المجردّة والطرق الأكسيومية في مختلف فروع الرياضيات من هندسة وتحليل وأعداد...إلخ

في نهاية القرن التاسع عشرّ، تمّ أكسمة الهندسة نتيجة ظهور هندسات لاإقليدية، حيث تمّ فيها نفي حقيقة المسلمة الخامسة الخاصة بالتوازي، ولهذا لم تعد الأكسيومات لها علاقة بالحدس الواقعي، بالواضح بل بتناسقها مع الأكسيومات الأخرى، وبناءا على ذلك تمّ التأكيد على تناسق وقوّة ولاتناقض النسق، وهذا مايميّز برنامج "هلبرت"، الذي يفترض نظرة شاملة للرياضيات من خلال الميتارياضيات والتي هي عبارة عن خطاب مصورّن حول الرياضيات؛ إنّها رياضيات الرياضيات، فالإستنتاج مصورّن والحجج مصورنّة، وهذا يعني تأسيس متتاليات متناهية من الرموز المكونّة حسب عدد متناه من القواعد، فتصبح ذاتها كائنات رياضية ثمّ تتحول إلى موضوع لنظرية

أخرى بالأدلّة الصوريّة وهي التي تسمى بالميتارياضيات؛ هذه الأخيرة مبنية على مبادئ وطرق ذات طابع تركيبي أولي أو كما قال "هلبرت" متناه، فحسب رأيه المناهج المتناهية تصبح في مستوى مابعد النظرية (ميتالغة) تسمح بالتحقق المباشر للاتناقض النظرية وخاصة علم الحساب.

إلا أنّ هذا لم يمنع من تصدع برنامجه وتعرضه للفشل من خلال قانون عدم التمام ل"غودل" الخاص بعلم الحساب سنة 1931، والذي مع "غنتزن" و"برنايز" أعادوا النظر في المقصود من البرهنة، ومن جهة أخرى ماينتج عن تعميم المناهج المتناهية الهلبرتية، وهذا ما أدى إلى التطرق إلى الحدسانية، هذه المدرسة التي عرفت بنقدها للمناهج وأسس التحليل الرياضي والنظرية الكلاسيكية للمجموعات، وكذا نقد التعاريف التي لا يمكن التّحقق من صدقها بواسطة الأشياء المنتمية لمجموعة الأشياء التي تعرفها، بالإضافة إلى نقد قوانين الوجود منها مبدأ الثالث المرفوع.

إضافة إلى ذلك، أصبحت اللغة الرياضية البحتة هي اللغة الوحيدة في البحث، وليست تلك القواعد التي كان ينصح بها "فرانسيس بيكون" و"جون ستيوارت ميل"، مما يعني أنّ المنهج العلمي للفيزياء من أهم خصائصه هو أنّ الإستدلال الرياضي واللغة الرياضية التي أصبحت أداة تسير جنبا إلى جنب مع الملاحظة والتجربة، وأكد ذلك "هانز رايشنباخ" في قوله:"والملاحظ أن إستخدام المنهج الإستنباطي لايقتصر على الرياضيات البحتة والمنطق، بل يستخدم في العلوم التجريبية أيضا". حيث يساهم هذا المنهج في إختيار الفروض التجريبية، وبخاصة إذا كانت هذه الفروض نظرية، كالفروض الخاصة بالجاذبية العامة والفروض الذّرية، ومن ثمة فإنه إذا كانت توجد علوم إستنباطية بحتة، إلا أنّه لاوجود لعلوم إستقرائية خالصة(...)". إنطلاقا من هذا أصبحت الرياضيات اليوم تمد العلوم الفيزيائية بالتنظيم العقلي للظواهر الطبيعية، وأصبح منهجها وتصوراتها و نتائجها قوام العلوم الفيزيائية خاصة المعاصرة، وهذا مايوضحه "برانشفيك" بقوله:"إنّ الفيزياء لا تطبق الرياضيات بل تحتويها"، من منطلق أنها تمتاز بلغتها الرمزية المستخدمة لتوضيح المعاني التي هي غالبا ماتكون غامضة في اللغة المألوفة، فقد تكون للكلمة في لغة الحديث الجاري أكثر من معنى حسب ورودها في العبارة، أما اللغة الرياضية فهي محددّة تحديدا دقيقا، ولعل هذا هو السبب الذي جعل من الرياضيات العلم الدقيق، وأكسبها طوال تاريخها إحترام جميع المفكرين علماء وفلاسفة على وجه أصبحت معه مثالا يحتذى به في كل تفكير يقيني.

وفي الأخير يمكن القول، أنّ هذه الإشكالية التي عبّرت عنها الصورانّية في الرياضيات المعاصرة، تبرز بجلاء تحقق فكرة المعرفة الصورانية بواسطة الرياضيات التي كانت تتحدد تاريخيا بإعتبارها صورانّية.

كما أنّ هذه الإشكالية كان لها تأثيرها الكبير في تطوّر الرياضيات، وبقية فروع المعرفة الأخرى، سواء العلمية منها أو الفلسفية خاصة، والدليل على ذلك أنّ الشكل الثاني الصورانّية في الرياضيات المعاصرة، والذي تجلّى في تأسيس الرياضيات على المنطق الذي بلغ ذروته مع أصحاب "برانكيبيا ماتيماتيكا" والتي مثلّت أعظم الجهود في هذا المجال، بفعل تأثيره الواسع وبفضل جهود أنصاره وخصومه معا، إنّ هذا التطور الذي شهده العقل الصوراني الرياضي في القرن العشرين، كشف عن خصوبته وفاعليته، فليست الصورانية إبتعادا عن الواقع وقضاياه، وإن كانت كذلك أثناء عملية تطور هذا العقل وهذا العلم الرياضي، إلا أنّ ذلك لا يعني أنّ الرياضي لايعرف عمّا يتحدث أو أنّ ما يتحدث عنه صحيحا أم لا كما قال "راسل":"إنه في لحظات التطور و التقدم دائما ما تكون النتائج غير واضحة المعالم في ذاتها، إلا أنّه سرعان ما تتكشف الحقائق في فترات لاحقة"، فما نحن عليه اليوم من تطوّر في مجال الإعلام الآلي والكمبيوتر وإستعمالاته الكبرى، لم يكن ليتأتى لولا تشكلات العقل الصورانّي الرياضي المعاصر، الذي اتجّه إلى الإنفصال عن قضايا الواقع والإتصال المكاني، الذي كانت تحكمه قديما، ليتجه إلى الحساب والمنطق ويحلق في سماء اللامتناهي ويوغل في ذلك كثيرا، وينتج كما هائلا من المعارف الرياضية، ولعل من أهمها المساهمة في تطوير المنطق الرياضي بأدواته ومفاهيمه الجديدة، لكنه سرعان ما عاد مع نظرية اللإكتمال ليكتشف أنّه عليه أنّ لا يحلق كثيرا في البعد عن قضايا الواقع، لأنّه كان مدفوعا بها حتى في تحليقاته تلك، إذ عليه أنّ يمتحن أفكاره وتصوراته دوما من أجل اليقين.

قائمة المصادر والمراجع

1. -بلتراند راسل، أصول الرياضيات، ج1، تر:محمد مرسي أحمـــد وفـــؤاد الأهـــواني، دار المعارف، القاهرة، (د.ط)، 1964.
2. -بلتراند راسل، أصول الرياضيات، ج3، تر:محمد مرسي احمد وفؤاد الأهواني، دار المعارف، مصر، ط2، (د.ت).
3. -بلتراند راسل، فلسفتي كيف تطورت، تر:عبد الرشيد الصادق، مكتبة الأنجلـــو-مـــصرية، مصر، (د.ط)، 1963.
4. -بلتراند راسل، مقدمة للفلسفة الرياضية، تر:محمد مرسي أحمد، مؤسسة ســـجل العـــرب، (د.ط)، 1962.
5. -بلتراند راسل، حكمة الغرب الفلسفة الحديثة والمعاصرة، ج2، تر:فؤاد زكريا، سلسلة عالم المعرفة، الكويت، (د.ط)، 1983.
6. -روبير بلانشي، الأكسيوماتيك، تر:محمود اليعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعيـــة، الجزائـــر، (د.ط)، 2004.
7. -روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من أرسطو حتى راسل، تر:خليل أحمـــد خليـــل، ديـــوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، (د.ط)، 1980.
8. -روبير بلانشي، الإستدلال، تر:محمود اليعقوبي، دار الكتاب الحديث، القاهرة، الكويـــت، الجزائر، (د.ط)، 2003.
9. -محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت، (د.ط)، 1969.
10. -محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، دار النهضة العربية، بيروت، ط1، 1972.

11. -Henrè poincarè ,dernière pensèes ,Ernest Flammarion, paris1913.
12. -Hilbert, sur les fondements de la logique et de l'arithmètique ,tr H.Sinaceur, dons Rouilhan et F.Rivenc, logique et fondements des mathèmatique ,1905.
13. -Hilbert, les fondements logique des mathèmatique, dans largeault intuitionnisme et thèorie de la dèmonstration ,1923.

14. -Hilbert sur l'infini 1926, dans largeault ,logique mathèmatique Armant Colin, paris ,1972ة

15. -J.Pierre Belna,histoire de la logique,ellipses,paris,2005

16. -j.piage ,logique et connaissance scientifique, Gallimard ,paris 1967.ة

17. -Newton issac, principes mathèmatique de la philosophie naturelle, tr Marquise du chàtelet Jacques Gabay, paris ,1990.

18. -Philip Davis,Ruben herch ,l'univers mathèmatique, tr Lucien chambadal,Gautier-villars ,1986.

19. -Gottlo frege, the fondations of arithmetic,tr j.

20. l.Austin, secondrivisededition Harper Brothers, new york,1960.

21. -M.burton,history of mathèmatics, An Introduction ,sixth edition, the MCGraw-hill companiers ,USA ,2007.

22. -Morris kline ,mathèmatical thought from ancient to modern times ,volume 3,new york, exford university ,press ,1972.

23. -أ.سوكولوف، أ.تيرنوف، ف.جوكوفسكي، الميكانيكا الكوانتية، تر:د.حسين سليمان، دار مير، موسو، (د.ط)، (د.ت).

24. -ابن سينا،

25. -أحمد سليم سعيدان، مقدمة لتاريخ الفكر العلمي في الإسلام، عالم المعرفة، الكويت، (د.ط)، 1988.

26. -إسحاق نيوتن، رسالة في البصريات، تر: إلياس شمعون، سلسلة الكتب العلمية4، معهد الإنماء العربي، بيروت، (د.ط)، 1987.

27. -أميرة حلمي مطر، الفلسفة اليونانية تاريخها ومشكلاتها، دار المعارف، مصر، (د.ط)، 1988.

28. -ايمانويل كانط، نقد العقل الخالص، تر:موسى وهبة، مركز الإنماء القومي، بيروت، لبنان، (د.ط)، 1988.

29. -إيمانويل كانط، مقدمة لكل ميتافيزيقا مقبلة متبوع بأسس ميتافيزيقا الأخلاق، تر:تـــازلي إسماعيل حسين، محمد فتحي الشنيطي، دار موفم للنشر والتوزيع، الجزائر، (د.ط)، 1991.
30. -إيمانويل كانط، نقد العقل المحض، تر:موسى وهبة، مركز الإنمـــاء القـــومي، بـــيروت، (د.ط)، (د.ت).
31. -إيميل بريهه، تاريخ الفلسفة في القرن الثامن عشر، تر:جورج طرابيـــشي، دار الطليعـــة للطباعة والنشر، بيروت، لبنان، ط3، 2004
32. -آينشتاين، تطور الفيزياء، تر:علي منذر، أكاديميا، بيروت، ط1، 1992.
33. -آينشتاين، نظرية النسبية الخاصة والعامة، تر:رمسيس شحاته، الهيئة العامة لشؤون المطابع الأميرية، القاهرة، ط15، (د.ت).
34. -برايان جرين، الكون الأنيق، تر:فتح الله الشيخ، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، ط1، 2005.
35. -بشتة عبد القادر، العلم والفلسفة، دار الطليعة للنشر، بيروت، لبنات، ط2، 2002.
36. -بشتة عبد القادر، الإبستيمولوجيا مثـــال الفيزيـــاء النيوتونيـــة، دارالطليعـــة للطباعـــة والنشروالتوزيع، بيروت، ط1، 1995.
37. -بول ديفيس، الله والعقل والكون، تر:سعد الدين خرفان، وائل بشيرالأتاسي، دار عـــلاء الدين للنشر والتوزيع والترجمة، دمشق، ط4، 2005.
38. -بي.تي ماثيور، مقدمة في ميكانيكا الكم، تر:أسامة زيد إبراهيم ناجي، الـــدار الدوليـــة للنشروالتوزيع، القاهرة، (د.ط)، (د.ت).
39. -توماس كون، بنية الثورات العلمية، تر:ماهر عبد القادر محمد علي، ج5، دار النهـــضة العربية، بيروت، لبنان، (د.ط)، 1977.
40. -توماس كون، بنية الثورات العلمية، تر:شوقي جلال، عالم المعرفة، الكويـــت، (د.ط)، (د.ت).
41. -توبي أهاف، فجر العلم الحديث، تر:محمد غصفور، سلسلة عالم المعرفة، الكويت، ط1، 1997.

42. -جاليليو جاليلي، إكتشافات وأراء جاليلي، تر:كمال محمد سيد وفتح الله الشيخ، كلمات عربية للترجمة والنشر، القاهرة، ط1، 2010.

43. -جاموف جورج، قصة الفيزياء، تر:محمد جمال الدين الفندي، تق:أحمد فؤاد باشا، المركز القومي للترجمة، القاهرة، (د.ط)، 2010.

44. -جريبانوف وآخرون، آينشتاينو القضايا الفلسفية لفيزياء القرن العشرين، تر:تامر الصفار، الأهالي للطباعة والنشروالتوزيع، دمشق، ط1، 1990.

45. -جماعة من أساتذة السوفيات، موجز تاريخ الفلسفة، تر:توفيق سلوم، دار الفارابي، بيروت، لبنان، ط1، 1989.

46. -جورج سارطون، تاريخ العلم، ج4، تر:مجموعة من العلماء، إبراهيم البيومي ومذكوروزملائه، دار المعارف، مصر، ط1، 1970.

47. -جون هارمان راندل، تكوين العقل الحديث، ج1، تر:جورج طعمة، دار الثقافة بيروت، (د.ط)، 1995.

48. -حسين علي، فلسفة العلم المعاصر ومفهوم الإحتمال، الدار المصرية السعودية للطباعة والنشروالتوزيع، القاهرة، (د.ط)، 2005.

49. -حسين علي، الأسس الميتافيزيقية للعلم، دار قباء للطباعة والنشر والتوزيع، القاهرة، (د.ط)، 2003.

50. -خالد قطب، العقلانية العلمية دراسة نقدية، المكتبة الأكاديمية، القاهرة، ط1، 2005.

51. -روبرت لافلين، كون متميز، تروتق:عزت عامر، المشروق القومي للترجمة، القاهرة، ط1، 2010.

52. -روبنسون جروف، راسل، تر:إمام عبد الفتاح إمام، المجلس الأعلى للثقافة، القاهرة، ط1، 2005.

53. -روبير بلانشي، نظرية العلم(الإبستيمولوجيا)تر:محمود اليعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، (د.ط)، 2004.

54. -روبير بلانشي، الإستقراء العلمي والقواعد الطبيعية، تر:د.محمود اليعقوبي، دار الكتاب الحديث، الجزائر، (د.ط)، 2003.

55. -رودولف كارناب، الأسس الفلسفية للفيزياء، تر:السيد نفادي، دار الثقافة الجديدة، القاهرة، (د.ط)، 2003.

56. -رولان أمنيس، فلسفة الكوانتم فهم العلم المعاصر وتأويله، تر:د.أحمد فؤاد باشا، أ.د.يمنى طريف الخولي، سلسلة عالم المعرفة، الكويت، العدد 350، 2008.

57. -رونالد جيليز، فلسفة العلم في القرن العشرين، تر:حيسن علي، مروتق:أ.د.إمام عبد الفتاح إمام، الهيئة المصرية العامة للكتاب، (د.ط)، 2010.

58. -زكرياء إبراهيم، كانط او الفلسفة النقدية، مكتبة مصر، القاهرة، ط2، 1972.

59. -السيد حسين شعبان، مشكلات فلسفة معاصرة، (د.ن)، (د.ط)، 2000.

60. -سام تريمان، من الذرة إلى الكوارك، تر:أحمد فؤاد باشا، عالم المعرفة، الكويت، العدد 327، 2006.

61. -سالم يفوت، درس الإبستيمولوجيا، دار توبقال للنشر، المغرب، ط3، 2001.

62. -صادق جلال العظم، دراسات في الفلسفة الغربية الحديثة، دار العودة بيروت، ط3، 1979.

63. -طاهر وعزيز، المناهج الفلسفية، المركز الثقافي، بيروت، لبنان، ط1، 1990.

64. -عادل عوض، فلسفة العلم في فيزياء آينشتاين بحث في منطق التفكير العلمي، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، الإسكندرية، ط1، 2005.

65. -عادل فاخوري، المنطق الرياضي، المؤسسات الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت، لبنان، ط2، 1988.

66. -عبد الرحمن بدوي، مناهج البحث العلمي، وكالة المطبوعات، الكويت، ط3، 1977.

67. -عبد السلام بن عبد العالي ومحمد سبيلا، نصوص المعرفة العلمية، دار توبقال للنشر، الدار البيضاء، المغرب الأقصى، ط2، 1996.

68. -عبد الله العمر، ظاهرة العلم الحديث، سلسلة عالم المعرفة، الكويت، (د.ط)، 1983.

69. -عبد الله محمد الفلاحي، نقد العقل بين الغزالي وكانط، مجد المؤسسة الجامعية للدراسات والنشروالتوزيع، بيروت، لبنان، ط1، 2003.

70. -عبد الوهاب جعفر، الفيلسوف كانط والكانطيـــة الجديـــدة، دار المعرفـــة الجامعيـــة، الإسكندرية، مصر، (د.ط)، 2000.

71. -غاستون باشلار، الفكر العلمي الجديد، تر:عادل العوا، مر:عبد الله عبد الدائم، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت، ط4، 1996.

72. -فيليب فرانك، فلسفة العلم، تر:علي علي ناصف، المؤسسة الجامعية للدراسات والنـــشر والتوزيع، بيروت، ط1، 1983.

73. -فيرنر هايزنبرغ، المشاكل الفلسفية للعلوم النووية، تر:د.أحمد مستجير، مر:د.محمد عبـــد المقصود النادي، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، (د.ط)، 1972.

74. -لودفيج فتجنشتين، رسالة منطقية فلسفية، تر:عزمي إسلام، مكتبة الأنجلـــو-مـــصرية، القاهرة، (د.ط)، 1968.

75. -لويد موتز، جيفرسنهان، قصة الفيزياء، تر:طاهر تربـــداروائل الأتاســـي، دار طـــلاس للدراسات والترجمة والنشر، دمشق، ط2، 1999

76. -ماهر عبد القادر محمد علي، فلسفة العلوم(المشكلات المعرفية)، دار النهـــضة العربيـــة، بيروت، (د.ط)، 1984.

77. -ماهر عبد القادر محمد علي، فلسفة التحليل المعاصر، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، لبنان، (د.ط)، 1985.

78. -مجموعة من الباحثين، قراءات في فلسفة العلوم، تر:تامر الصفار، الأهالي للطباعة والنشر، دمشق، ط1، 1990.

79. -محمد ثابت الفندي، فلسفة العلوم ومناهجها، دارالمعرفة الجامعية، الإسكندرية، (د.ط)، 1996.

80. -محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم تطور الفكر العلمي والعقلانية المعاصـــرة، ج1، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، ط6، 2006.

81. -محمد عزمي نظمي سالم، المنطق الحديث وفلسفة العلوم ومناهج البحث، مؤسسة شباب الجامعة، القاهرة، مصر، (د.ط)، (د.ت).

82. -محمد عزمي نظمي سالم، دراسات ومذاهب، مؤسسة شباب الجامعة، الإسكندرية، مصر، (د.ط)، 1988

83. -محمد عبد اللطيف مطلب، الفلسفة والفيزياء، ج2، المؤسسة الصغيرة دار الحرية للطباعة، بغداد، (د.ط)، 1985.

84. -محمد قاسم، كارل بوبر، المعرفة الجامعية، مصر، (د.ط)، 1986.

85. -محمد محمود قاسم، فلاسفة العلم جوتلوب فريجه، دار المعرفة الجامعية، مصر، (د.ط)، (د.ت).

86. -محمد مهران، فلسفة بلتراند راسل، دار المعارف، مصر، (د.ط)، 1976.

87. -محمد هشام، في النظرية الفلسفية للمعرفة(أفلاطون، ديكارت، كانط)، إفريقيا للشرق الدار البيضاء، المغرب، (د.ط)، 2001.

88. -محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، دار النهضة العربية، بيروت، (د.ط)، 1979.

89. -محمود فهمي زيدان، كانط وفلسفته النظرية، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، الإسكندرية، (د.ط)، 2004.

90. -محمود فهمي زيدان، الإستقراء والمنهج العلمي، دار الجامعات المصرية، مصر، (د.ط)، 1977.

91. -محمود فهمي زيدان، من نظريات العلم المعاصر إلى المواقف الفلسفية، دار النهضة العربية، (د.ط)، 1982.

92. -مصطفى عبد الفتاح غنيمة، نحو فلسفة العلوم الطبيعية النظريات الذرية الكوانتم والنسبية، سلسلة تبسيط العلوم، ؟؟

93. -مصطفى غالب، بلتراند راسل، دار مكتبة الهلال، بيروت، (د.ط)، 1986.

94. -ميشيو كاكو، كون أينشتاين كيف غيرت رؤى ألبرت أينشتاين من إدراكنا للزمان والمكان، تر:شهاب ياسين، كلمات عربية للترجمة والنشر، القاهرة، ط2، 2011.

95. -نجيب بلدي، دروس في تاريخ الفلسفة، دار توبقال للنشر، المغرب، ط1، 1987.

96. -نيلس بوهر، النظرية الذرية ووصف الطبيعة، ج1، تر:أحمد عبد الله السماحي وفتح الله الشيخ، كلمات عربية للترجمة والنشر، القاهرة، (د.ط)، 2009.

97. -هانز رايشنباخ، نشأة الفلسفة العلمية، تر:فؤاد زكرياء، دار الوفاء، الإسكندرية، ط1، 2007.

98. -هوكنج ستيفن، تاريخ موجز للزمان، تر:مصطفى إبراهيم فهمي، الهيئة المصرية العامة للكتاب، (د.ط)، 2006.

99. -هيغل، محاضرات حول تاريخ الفلسفة، تر:هولدين وسامسون، (د.ن)، لندن، (د.ط)، 1892.

100. -هنري بوانكاريه، العلم والفرضية، تر:حمادي بن جاب الله، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، ط1، 2002.

101. -هينر باجلز، رموز الكون، تر:محمد عبد الله البيومي، الدار الدولية للنشر والتوزيع، القاهرة، ط2، 1989.

102. -وليد قمحاوي، منتدى الفيزياء التعليمي، بيروت، ط3، (د.ت).

103. -ياسين خليل، مقدمة في الفلسفة المعاصرة، دراسة تحليلية ونقدية للإتجاهات العلمية في فلسفة القرن العشرين، دار الشروق للنشر والتوزيع، ط2، 2011.

104. -يمنى طريف الخولي، فلسفة العلم في القرن العشرين، عالم المعرفة الكويت، 264، 2000.

105. -يوسف كرم، تاريخ الفلسفة الحديثة، دار المعارف، القاهرة، ط6، 1976.

106. -يوسف كرم، العقل والوجود، دار المعارف، مصر، (د.ط)، 1964.

107. -Aristote,physique,tr:stevens,J.vrin,1999.

108. -Euclide,les èlements,tr:Bernard vitrac,puf,paris.

109. -G.Bachelard,le nouvel esprit scientifique,nag/èdition,1990.

110. -I.Kant,première principes mèthaphysiques de la science de nature,Tmch Andler et E.D .chevances,Filex Alcan,Editeur,paris,1891.

111. -I.kant,critique de la raison pure,t1,libraire philosophique de la ladrange,2ème èdition,paris,1845.

112. -إبراهيم مذكور، المعجم الفلسفي، الهيئة العامة لشؤون المطابع الأميرية، القاهرة، (د.ط)، 1983.

113. -جلال الدين سعيد، معجم المصطلحات والشواهد الفلسفية، دار الجنوب للنشر، تونس، (د.ط)، 2004.

114. -جميل صليبا، المعجم الفلسفي، ج1، دار الكتاب اللبنـــاني، بـــيروت، لبنـــان، (د.ط)، 1982.

115. -صلاح أحمد وآخرون، معجم الرياضيات المعاصرة، مؤسسة الرسالة، ط2، 1986.

116. -مراد وهبة، المعجم الفلسفي، دار قباء الحديثة للنشر والتوزيع، القاهرة، (د.ط)، 2007.

117. -منير البعلبكي، معجم أعلام المورد، دار العلم للملايين، بيروت، ط1، 1992.

118. -أندريه لالاند، موسوعة لالاند الفلسفية، تع: أحمد خليل، المجلد الأولA-G، منشورات عويدات، لبنان، باريس، ط2، 2001.

119. -الدكتوراه:

120. -زبيدة مونية بن ميسي حرم بن عيسى، فلسفة الرياضة عند جان كفاييس-دراسة تحليلية إبستيمولوجية-رسالة مقدمة لنيل شهادة دكتـــوراه العلـــوم في الفلـــسفة، إشـــراف الاســـتاذ الدكتور:الزواوي بغورة، كلية العلوم الإنسانية والإجتماعية، جامعة منتوري قسنطينة، (بحث غير منشور)، 2007-2008.

121. -عيسو رابح، الأبعاد الميتافيزيائية في الفيزياء المعاصرة من النظريـــة النـــسبية إلى النظريـــة الوترية، مذكرة مقدمة لنيل شهادة الماجستير في الفلسفة، إشراف الاستاذ:د.سعيدي حمودة، كلية العلوم الإنسانية والعلوم الإجتماعية، جامعة الجزائر، (بحث غير منشور)، 2008-2009.
122. -الماستر:
123. -تريكي خالد، إشكالية اليقين في العلم المعاصر الفيزياء أنموذجا، مذكرة مقدمـــة لنيـــل شهادة الماستر في الفلسفة تخصص فلسفة العلوم، إشراف الأستاذ:بوعمود أحمد، كليـــة العلـــوم الإنسانية والعلوم الإجتماعية، جامعة إبن خلدون، تيارت، (بحث غير مشور)، 2014-2015.

124. -صفوان عويرة، المجموعة الموسوعة العربية، العلوم البحتة، الرياضيات والفلك، المجلد 17، متـــاح علـــى: http://w.w.w.arab-ency.com/index,php,module=pn Encyclopedia et func=display-term et id=9729 et m=1.

125. L'echec de la formalisation des mathèmatique:
126. Htttp://w.w.w.Usherbook-ca/cave four/crsnq/resultats 2003

ملحق المصطلحات

ملحق المصطلحات:

1-التصور: concept

تصور الشيء: تخيله وتصور له الشيء صارت له عنده صورة[1]. ففعل التصور (la conception) عملية عقلية يقوم بها الذهن بإدراك المعاني المجردة وتكوينها؛ أي حضور الصورة في الذهن، بمعنى إدراك الماهية.

والتصور بالمعنى المنطقي العام المجرد، هو الفعل الذي يرى العقل بواسطته الشيء[2].

وقد عرف أرسطو التصور في كتابه "العبارة" بأنه:"ما من شانه أن يحمل على أكثر من واحد".

يفهم من هذا التعريف الأرسطي ان التصور هو المعنى العام المجرد، فإذا نظرت إلى المعنى من جهة شموله أي من جهة ما يصدق عليه دلّ على مجموع أفراد الجنس (genre) وإذا نظرت إليه من جهة تضمنه دلّ على التصور الذهني (conception).

مثال ذلك: إن إدراك معنى الإنسان من حيث هو جنس يدل على مجموع غير معين من الأفراد المندرجين فيه، ولكنه من حيث هو تصور ذهني يدل علة مجموع الصفات المشتركة بين جميع الناس.

عند ابن سينا: "هو العمل الأول ويكتسب بالحد وما يجري مجراه مثل تصورنا ماهية الإنسان"[3]، يفهم من هذه التعريفات أن التصور:

هو الماهية المجردة عن المادة المشخصة وعن الأعراض الملازمة للمادة كالمقدار واللون والصوت والرائحة والحرارة والبرودة.

1-1 التصورية: conceptualisme نظرية في الفلسفة المدرسية القروسطية ترتبط أساسا باسمي أبيلار وأوكام، حيث ينكر أصحاب هذا المذهب أن تكون الكليات les universaux أي المعاني الكلية موجودة في الواقع الطبيعي، مثلما أقر بذلك الواقعيون، أو أنها مجرد أسماء كما قال أصحاب المذهب الاسمي، بل هي في اعتقادهم صورة مجردة موجودة في العقل[4].

---

1 - جميل صليبا، المعجم الفلسفي، ج1، دار الكتاب اللبناني، بيروت، لبنان، (د.ط)، 1982، ص281.

2 - جلال الدين سعيد، معجم المصطلحات والشواهد الفلسفية، دار الجنوب للنشر، تونس، (دط)، 2004، ص107.

3 - ابن سينا، النجاة

4 - جلال الدين سعيد، المرجع السابق، ص ص107-108

وللتصور في الفلسفة الحديثة عدة معان، فهو يدل أولا على كل عمل فكري منطبق على الـــشيء وهو يدل ثانيا على فعل العقل المضاد للتخيل وهو يدل ثالثا على الفعل الذي به ندرك المعـــاني أو نألفها[1].

وبهذا يمكن ان نميز في الفلسفة الحديثة بين نوعين من التصورات: التصورات القبليـــة أو الخالـــصة وهي التي تتأتى من التجربة مثل تصور الوحدة والكثرة عند كانط[2]، أي التصور القبلي او التصور المحظ هو التصور المتقدم على التجربة، والتصورات البعدية او التجريبية وهي مفاهيم عامة تحـــدد أصنافا طبيعية أو اصطناعية من الأشياء كتصور اللذة أو تصور فكر[3]. معنى هـــذا ان التـــصورات البعدية هي المعاني العامة المستمدة من التجربة، كتصور معنى الإنسان، أو معنى الحيوان، او معـــنى النبات.

اما الصورية قابلت بين الرياضيات الحداسية التي تقوم على المتناهي والرياضيات الصورية التي تقوم على المتناهي، واعتبرت الرياضيات الحقيقية هي التي تقوم على اللامتناهي، وهي تختزل إلى أنساق من الإشارات وقواعد التركيب والتي من خلالها يمكن استنتاج مجموعة صيغ متتالية.

2-التجريد: abstraction

لغة: التعرية وسلّ السيف من غمده، ونزع الاغصان من الشجر، وفي اللغات الافرنجيـــة اللفـــظ مأخوذ من اللفظ اللاتيني abstrahere ويعني الانتزاع[4]. وهو المعنى الوارد عند إبن سينا، حيث يقول:" إنتزاع النفس الكليات المفردة عن الجزئيات على سبيل تجريد لمعانيها عن المادة وعن علائق المادة ولواحقها"[5].

ومثال ذلك : أنني أستطيع أن اجرد محيط الدائرة عن سطحها، فأنزر إلى محيطها تارة وإلى سطحها تارة أخرى، مع أن لكل دائرة مصورة بالذهن محيطا وسطحا لا ينفكان عنها.

---

1 - جميل صليبا ، المرجع السابق، ص 281.

2 - جلال الدين السعيد، ، المرجع السابق، ص 107.

3 - المرجع نفسه، ص107.

4 - مراد وهبة، المرجع السابق، ص167.

5 - إ'بن سينا، مرجع سابق، ص 182.

أما في الاستعمال المتداول هي العلوم التي تستخدم أرفع التدريجات (ميتافيزيقا، منطق، رياضيات...الخ) [1]، إلا أن هذا المفهوم ياخذ معنى آخر عند السيكولوجيين، حيث يعني عزل صفة او علاقة عزلا ذهنيا وقصر الاعتبار عليها، في حين ان كلمة تجريد من الناحية المنطقية الصورية: تعني عملية ذهنية يسير فيها الذهن من الجزئيات والأفراد إلى الكليات والأصناف[2].

ويطلق المجرد على الفكرة الحاصلة عن طريق التجريد وعلى اللفظ المعبر عنها، والفكرة المجردة هي التي تنطبق على ماهية منظور إليها بحد ذاتها[3]، وتكون الفكرة أكثر تجريدا كلما كانت أكثر اتساعا من فكرة أخرى؛ أي كلما كان ما صدقها أوسع من ما صدق فكرة أخرى[4]. وقولنا بالتجريد، مقابل لقولنا بالتشخيص الحسي.

1 - أندريه لالاند، موسوعة لالا ند الفلسفية، تع: احمد خليل، المجلد الأولA-G منشورات عويدات، بيروت، باريس، ط2، 2001، ص12.

2 - إبراهيم مذكور، المعجم الفلسفي، الهيئة العامة لشؤون المطابع الأميرية، القاهرة، (د.ط)، 1983، ص39.

3 - جلال الدين سعيد، المرجع السابق، ص96.

4 - المرجع نفسه، ص97.

الفهارس

فهرس الأشكال:

.

فهرس المصطلحات

تتضمن هذه القائمة أهم المصطلحات الواردة في هذا البحث، حسب ترتيبها الأبجدي في فصول البحث الثلاث ومباحثه مترجمة إلى المصطلح الفرنسي.

باللغة العربية	باللغة الأجنبية–الفرنسية–
الإتصال	Continuité
الإختزال	Réduction
الأربعيات	Quaternions
الأعداد الطبيعية	Nombres naturels
الأعداد الصماء –اللاناطقة–	Nombres irrationnels
استنتاجي	Déductive
أعداد مرتبة	Nombres ordinales
أعداد أساسية	Nombre cardinale
أعداد متناهية	Nombres finie
أعداد لا متناهية	Nombres transfinie
الأعداد العشرية	Nombres décimales
الإستقراء	Induction
الإنتماء	Apparition
الإحتواء	Inclusion
انعكاسية	Réflexive
الأعداد الحقيقية	Nombres réels
الأستاطيقا المتعالية	Esthétique transcendantel
أكسمة	Axiomatisation
أكسيوم اللامتناهي	Axiome de l'infinie
أكسيوم المتصاعد	Axiome transfini
برهان بالخلف	Démonstration par absurde

Axiomes	البديهيات
Abstraction	التجريد
Analyse	التحليل
Synthèse	التركيب
Définitions	التعاريف
Parallèle	التوازي
Arithmétisation	التحسيب
Commutatif	التبديل
Distributive	التوزيع
Successeur	التالي
Similarité	التشابه
Mathématisation	الترييض
Saturation	التشبع
Paraboliques	التكافئية
Coupure	التقاطع
Concept	التصور
Algèbre	جبر
Intuition / intuitionnisme	الحدس/الحدسانية
Aigu	حادّة
Calcul ontifinisimale	حساب اللامتناهي في الصغر
Calcul différentiel	حساب التفاضل
Calcul intégral	حساب التكامل
Propre	الخالصة
Fonctions continues	دالة متصلة
Fonctions discontinue	دالة منفصلة

Mathématique pures	الرياضيات البحتة
Mathématique concrètes	الرياضيات التطبيقية
Quadrilatère	رباعي
Le réseau de référence	شبكة مرجعية
Formalle	صورانّيةّ
Formalisme	الصورية
La formalisation	الصورنّة
Formules	الصيغ
Nécessité	الضرورة
System intuitif	الطابع الحدسي
Nombrement	العدّ
Nombres ordinal	العدد الترتيبي
Arithmétique	علم الحساب
Hypothèse	فرضية
Espace	فضاء
Propositions empiriques	القضايا الفيزيائية
Droite	قائمة
Propositions primitives	قضايا أولية
Proposition conditionnel	القضية الشرطية
Règles de formation	قواعد التكوين
Amplication	اللّزوم
L'infini	اللامتناهي
L'infini actuel	اللامتناهي الفعلي
L'infini en puissance	اللامتناهي بالقوة
Indéfini	اللامحدود

Logistique	اللوجيستيقا
Logique	المنطق
Méthode	المنهج
Principes	المبادئ
Postulats	المسلمات
Obtus	منفرجة
Curve	المنحنى
Sens	المعنى
Extension	الماصدق
Concept	المفهوم
Nombres primitif	مفاهيم أولية
Variante	المتغيرات
Principe de tolérance des syntaxes	مبدأ التسامح للتركيب
Suites	المتتاليات
Série	متسلسلات
Continu	المتصل
Transubjective	المتعالية
Les ensembles infinis	المجموعات اللامتناهية
Equations	المعادلات
Antinomies	المفارقات
Discontinu	المنفصل
Métalangue /méta mathématique	ميتالغة/ ميتارياضيات
Théorie	نظرية
Théorie des nombres	نظرية الأعداد

Théories des équations	نظرية الدوال
Théorie du limite	نظرية الحد
Théorie des ensembles	نظرية المجموعات
Paradoxes	نقائض
Négations	النفي
Elliptiques	الناقصية
La systématisation	النسقية
Géométries euclidiennes	الهندسات الإقليدية
Géométries non euclidiennes	الهندسات اللااقليدية
Géométrie projective	الهندسة الإسقاطية
Géométrie du situation	هندسة الوضع
Géométrie analytique	الهندسة التحليلية
Géométries hyperbolique	الهندسة الزائدية
Géométries descriptive	الهندسة الوصفية
Conjonction	وصل
Certitude	اليقين

فهرس المحتويات

فهرس المحتويات

الفصل الثاني: النسق الصوري وتطبيقاته في العلوم التجريدية