وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة ابن خلدون – تيارت-

كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية

قسم: العلوم الإنسانية

فرع فلسفة

مذكرة تخرج لنيل شهادة الماستر في تخصص فلسفة علوم

موسومة بـ:

اليقين الرياضي بين الحدسانية والمنطقانية

(هنري بوانكاريه – برتراند راسل)

إعداد الطالبتين:

- دراعة حنان
- سرغيني نادية

بإشراف الأستاذ:

بوروينة محمد

أعضاء لجنة المناقشة

أ بلخير خديجة..... رئيسة

أ. بوروينة محمد..... مشرفا

أ. راتية حاج..... مناقشا

السنة الجامعية:

1435- 1436هـ الموافق لـ 2014- 2015

شكر وعرفان

اللهم لك الحمد متى ترضى، ولك الحمد إذا رضيت، ولك الحمد بعد الرضا، ولا يحصى ثناء

عليك أنت كما أثنيت على نفسك.

وصلي اللهم وبارك على سيدنا محمد عليه أفضل الصلاة وأزكى التسليم.

نتقدم بالشكر:

إلى الأستاذ المشرف الذي كان لنا نعم الموجه والناصح والذي كان الشعلة التي تنير دربنا حماه الله وحفظه من كل سوء الأستاذ المحترم:"بوروينة محمد"

كما نتقدم بالشكر الجزيل لأعضاء اللجنة المناقشة والذين تقبلوا عناء مناقشة هذا العمل المتواضع.

وأخيرا نشكر كل من ساهم في هذا العمل المتواضع ونخص بالذكر الأستاذ الكريم "شاذلي قادة" وإلى كل أساتذة قسم الفلسفة

الإهداء

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله على إتمام هذا العمل الذي ما كان ليتم دون فضله علينا.

نهدي هذا العمل إلى من قال الله عز وجل في حقهما

وقضى ربك ألا تعبدوا إلا إياه وبالوالدين إحسانا إما يبلغن عندك الكبر أحدهما أو كلاهما فلا

تقُلْ لهما أف ولا تنهرهما وقُلْ لهما قولًا كريما (23) واخفض لهما جناح الذل من الرحمة وقُلْ رب

ارحمهما كما ربياني صغيرا (24) سورة الإسراء إلى نسمة الحب والحنان والتي أحاطتني بأجنحة الرعاية

والاهتمام والتي كانت بدعواتها معي في السراء والضراء أمي الغالية، وإلى رمز الفضل والعطاء أبي العزيز أطال

الله في عمرهما... وإلى الجدتين العزيزتين.

إلى عائلتي الكريمة جوهرة حياتي، إخوتي وأخواتي "أحلام، حمزة، محمد، مراد، خيرة"

إلى خالتي العزيزة "فاطمة".

وإلى صديقتي: "نادية.

وإلى كل من عرفني وشاركني في مشواري الدارسي وإلى كل من وسعهم قلبي ونسيهم قلمي دون

قصد.

حنان

الإهداء

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله على إتمام هذا العمل الذي ما كان ليتم دون فضله علينا.

نهدي هذا العمل إلى من قال الله عز وجل في حقهما

وقضى ربك ألا تعبدوا إلا إياه وبالوالدين إحسانا إما يبلغن عندك الكبر أحدهما أو كلاهما فلا تقُلْ لهما أف ولا تنهرهما وقُلْ لهما قولا كريما (23) واخفض لهما جناح الذل من الرحمة وقُلْ رب ارحمهما كما ربياني صغيرا (24) سورة الإسراء إلى نسمة الحب والحنان والتي أحاطتني بأجنحة الرعاية والاهتمام والتي كانت بدعواتها معي في السراء والضراء أمي الغالية، وإلى رمز الفضل والعطاء أبي العزيز أطال الله في عمرهما...

إلى عائلتي الكريمة جوهرة حياتي، إخوتي وأخواتي "أمين، مصطفى، نجاة، والبرعم الصغير أيوب"

وإلى هبة الرحمن

إلى زوجي العزيز.

وإلى صديقتي: "حنان".

وإلى كل من عرفني وشاركني في مشواري الدارسي وإلى كل من وسعهم قلبي ونسيهم قلمي دون قصد.

نادية

مقدمة

يقال أن المنطق رياضيات في طور الشباب والرياضيات منطق في طور الرجولة، فالمنطلق والرياضيات موضوع واحد بدليل أنه يمكن أن نبدأ بمقدمات تعود إلى المنطق قطعيا لنستخلص منها نتائج تعود إلى الرياضيات، ومن المؤكد أن التطور الذي عرفه المنطق ساهم إلى مدى بعيد في السيرة العلمية لهذا العلم نفسه فأصبح علم المنطق هو العاصم لكل علم من العلوم، إذ لا يمكننا أن نتصور مثلا علم الرياضيات دون أسس منطقية، ومن ذلك تم التوصل إلى إيجاد حل لنظرية المجموعات في الرياضيات الشيء الذي تبين من خلاله أن المنطق قد حظي خطوات عملاقة في التطور العلمي، وعلى هذا الأساس برز اتجاهين رئيسين بنى لكل منهما رأيه على أساس افتراضات هذه النقطة التي أثارت جدلا كبيرا لدى المناطقة المعاصرين حيث انقسموا في معالجتهم لها ونذكر منهما الاتجاه المنطقاني "**Logicisme**" والحدساني "**Intuitionnisme**" ومثلهما كل من بوانكاريه وبراتراند وراسل، وفي الفكر الحديث بعد ان استقلت العلوم شيئا فشيئا عن أمها الفلسفة ظلت تلك الصلة قائمة ولو من طرف واحد، أعني من جهة الفلسفة وحدها التي عنيت في نطاق اهتماماتنا المنطقية بالتعرف إلى مناهج العلوم أو طرائق التفكير التي كفلت للعلوم تقدما مطردا بعيدا عن الفلسفة وطرقها ومنطقها فنشأ بذلك في أحضان الفلسفة فرع من الدراسات المنقطية، غير مسبوق سمي مناهج العلوم "**Methodologie**"، أما الرياضيات فقد سبق إليها الحركة النقدية منذ أوائل القرن الماضي عند الرياضيين أنفسهم وهي مستمرة ليومنا هذا، وفي الحقيقة لا يوجد علم أكثر عراقة في تاريخه من الرياضة، فقد دخلت الرياضة مرحلة اليقين العلمية منذ أقدم المفكرين أمثال طاليس وفيتاغورس وكذلك هندسة الرياضي الإسكندري إقليدس، وبعدها ظهور هندسيون أمثال ريمان ولوبتشفسكي، عندما تبنى هؤلاء الرياضيون إمكان هندسات أخرى عديدة، وكل هذا تبين بتحليل البناء الهندسي التقليدي للوصول إلى أسسه ومسلماته والدفع إلى قيام علم هندسي وثيق، كل هذا الطرح يأخذنا إلى بناء إشكال فلسفي:هل كل القضايا

الرياضية منطقية بحتة أم أنها غير ذلك؟ ثم ما معنى الحدس وهل هو ذو طبيعة تجريبية كما يعرف عند بعض فلاسفة الرياضية؟ وما هي أهم الإشكالات التي بنيت عليها الحقيقة الرياضية؟

تتولد عن هذا الإشكال أسئلة فرعية عديدة هي:

ما الموقف الرياضي الذي أسست عليه منطقانية راسل؟

إذا كان اليقين الرياضي نقطة تضارب بين الحدسانية والمنطقانية فكيف نظر إليه كلا الاتجاهين؟

لكي نستعرض موضوعا معقدا له جوانبه الفنية البحتة اعتمدنا على المنهج التحليلي ومن بين العوامل التي ساعدتنا على تناوله، حب التطبع والاكتشاف والتعمق أكثر في الحقائق الرياضية ولو لجانب قليل إنما ارتأينا، أن نعمل ولو بشكل قليل أن نرفع اللبس وأن نفتح إحدى القضايا الرياضية قصد التعلم، ولنتفهم المغزى والدور الفعال من معالجة هذا الموضوع، بحيث يبدو في حقيقة الأمر أن البحث ليس تاريخا وإنما هو أيضا نقد وتحليل المواقف الفكرية الأساسية.

في الأخير يمكن تلخيص الصعوبات في نقاط ومن أهمها صعوبة التعامل مع المادة العلمية باعتبار الموضوع يحتاج إلى الكثير من التركيز والدقة وكذلك قلة المادة العلمية.

الفصل الأول

المبحث الأول: اليقين الرياضي.

اليقين الرياضي: إن موضع اليقين الرياضي والضرورة الرياضية ليس الحقائق الرياضية بل الحلاقات الرياضية، إذ لا وجود لحائق رياضية دائمة لا تتغير، ولكن هناك علاقات رياضية مثل: إذا كان المكان مقعرًا على شكل السطح الداخلي للاسطوانة، فإننا نستطيع رسم الأعداد لها، تكون موازية لخط معين[1].

اليقين Certitude:

في الصياغة القديمة لهذه المادة، كنا قد سلمنا بالمعنيين المشار إليهما حاليا بـــ أ وب وضرب مثلاً على المنحنى الأول، ورقة باسكال فرح، فرح، يقين، لكن هذا الاستعمال للكلمة أدنته الأكثرية الساحقة من أعضاء الجمعية الحاضرين في جلسة مناقشة وجرى التذكير بأن "بروشار" كان يؤدي أيضا هذه الطريقة في نظر لا يستحق اشتراك النفس، اسم اليقين، إلا إذا كان الشيء المفكر به صحيحًا[2].

اليقين Certitude:

أ- **سيكولوجيا:** طمأنينة النفس لحكم تراه حقا لا ريب فيه، ويقابل الشك وقد يدعي المرء لما في الواقع خطأ.

ب- **منطقيا:** كل معرفة لا تقبل الشك، ومنه حدسي كاليقين ببعض الأوليات، أو استدلالي غير مباشر، يتهيء إليه المرء بعد البرهنة ومنه ذاتي سيلم به المرء، ولا يستطيع نقله إلى غيره، أو موضوعي بفرض نفسه على العقول كاليقين العلمي، وقد يسمى التسليم بأمر ظاهر أو راجح يقينا اقتناعا، أو شبه يقين والعلم اليقيني هو الذي ينكشف فيه المعلوم

1 يحي هويدي، في فلسفة علم المنطقالفلسفة الوضعية المنطقية، مكتبة النهضة المصرية، القاهرة، د.ط، 1972،ص157.

2 جميل صليبا، المعجم الفلسفي بالألفاظ عربي، فرنسي، انجليزي، دار الكتاب اللبنانية، بيروت،ج2، د.ط،1986،ص 162.

انكشافا لا يبقى معه ريبا ولا يقارنه إمكان الخلط والوهم، ولا يتسع القلب لتقدير ذلك بل الأمان من الخطأ ينبغي أن يكون مقارنا باليقين»[1].

اليقين في علم النفس: موقف العقل من حكم يعده صحيحا بلا أدنى، ريب هذا الموقف قد يتعلق إما بحكم يعد بينا بحد ذاته، وإما بحكم مثبوت، أو منظور إليه هكذا في الحالة الأولى يسمى اليقين مباشرًا أو حدسيا وفي الثانية مدوارًا أو نظريًا[2].

- اليقين هو الاعتقاد الجازم المطابق الثابت، الذي لا يزول بتشكيك مشكك، وهو حالة ذهنية تقوم على اطمئنان النفس إلى الشيء مع الاعتقاد انه كذا، وانه لا يمكن أن يكون إلاّ كذا.
- و القين نقيض الشك، وله في الفلسفة المدرسية ثلاث أقسام:

الأول:هو اليقين الواقعي: أو الطبيعي وهو الاعتقاد الجازم المتعلق بموضوعات التجربة، كقولنا السماء ماطرة.

الثاني: هو اليقين العلمي: وهو الاعتقاد الجازم المتعلق بادراك الحقائق البديهية، والحقائق النظرية، فإذا كانت بديهية كالأوليات مثلاً كان اليقين بها حدسيا مباشرًا، وذا كانت نظرية كالحقائق التي يكشف عنها البرهان، كان اليقين بها يقينا استدلاليا، غير مباشر.

الثالث:اليقين الأخلاقي: وهو اقتناع المرء بأنه يستطيع أن يتخذ إزاء ما يعتقد حقيقته قرارًا عمليا موافقا، وأن كان هذا الاقتناع لا يتنافى مع إمكان الخطأ[3].

- و معنى ذلك أن لليقين جانبين إحداهما ذاتي Subjectif، فاليقين الذاتي هو اليقين الذي لا يستطيع صاحبه أن ينقله إلى غيره، والمثال منه شعور المرء بما في نفسه.

و اليقين الموضوعي: هو اليقين المستند إلى أسباب تفرض نفسها إلى جميع العقول والمثال منه اليقين العلمي واليقين المنطقي.

---

1 إبراهيم مذكور، المعجم الفلسفي، الهيئة العامة لشؤون المطابع الأميرية، د.ط، 1403-1983، ص216.

2 أندريه لالاند، موسوعة لالاند الفلسفية، المجلد الأول A-G، منشورات عويدات، بيروت باريس، ط2،2001،ص163.

3 جميل صليبا، مرجع سبق ذكره، ص588.

اليقين Certein:هو المنسوب إلى اليقين وهو صفة للقضية الصحيحة أو البرهان القاطع[1].

اليقينيات: هي القضايا التي يحصل بها التصديق، اليقيني، كالأولويات وغيرها.

و اليقين عند المتصوفة ثلاث أقسام وهي علم اليقين، وعين اليقين، وحق اليقين، فعلم اليقين ما يحصل عن الفكر والنظر، كعلمنا بوجود الماء في البحر، وعين اليقين ما يحصل عن مشاهدة وعيان، كمن مشى ووقف على ساحل البحر، وعاينه، وحق اليقين، ما يحصل عن العلم والمشاهدة، معًا كمن خاض في البحر اغتسال بمائه[2].

أو كمن عرف الحق بالمشاهدة واتحد به.

- و في تعريفات "الجرجاني" اليقين عند أهل الحقيقة «رؤية العيان بقوة الإيمان بالحجاجة والبرهان».
- و قيل المشاهدة العيوب بصفاء القلوب وملاحظة الأسرار بمحافظة الاحكار وقيل طمأنينة القلب على حقيقة الشيء وقيل تحقيق التصديق بالغيب بإزالة كل شك وريب ...و قيل اليقين العلم الحاصل بعد الشك الذي لا يقبل الشك[3].

قال الغزالي:العلم اليقين هو الذي ينكشف فيه المعلوم انكشافا لا يبقى معه ريب، ولا يقارنه إمكان الغلط والوهم، ولا يتسع القلب لتقدير ذلك، بل الأمان من الخطأ ينبغي أن يكون مقارنا لليقين «و كل ما لا اعلمه على هذا الوجه لا أتيقنه هذا النوع من اليقين فهو علم لا ثقة به ولا أمان معه، وكل علم لا أمان معه ليس بعلم يقيني»[4].

1 جميل صليبا، المرجع نفسه، ص588.

2 أندريه لالاند، مرجع سابق، ص264.

3 أندريه لالاند، المرجع نفسه، 265.

4 أطلسDTV الفلسفة، المكتبة الشرقية، تر:جورج كثورة، ط2، 2008،ص447.

المبحث الثاني: الحدسانية.

حدسيةIntni:مذهب يريد المعرفة في صورها المختلفة إلى الحدس ويرى "برغسون" أن الحدس هو السبيل الوحيد لمعرفة المطلق.

اتخذه "هاملتون" وأتباعه من الاسكتلنديين وغيرهم من الأخلاقيين المعاصرين أساسا للأخلاق والاسبتمولوجيا وردوا به على الحسين وأصحابه مذهب المنفعة[1].

المذهب الحدسي أو الحدسي الجديد Neo- Intuitiorisn:

الذي يعتنقه رياضيون من أمثال "بردور"و"فايل"و"هيرتنج" في ألمانيا وجيل أقدم منهم من أمثال "بوانكاريه -Pancaré" وهو مذهب لا يمكن إغفاله رغم أنه رياضي بحت، لأنه مذهب فريق من أجلاء الرياضيين المعاصرين الذي يعنيهم الأمر في كل بحث يدور، حول علمهم الرياضي العريق، ولأنهم يعدون بعلمهم إلى أصول غير منطقية هي الأصول التي كانت من قبل حركة النقد الباطني[2].

التي طردت كل حدس من الرياضة من تقاليد الرياضة في عصور نموها عبر القرون.

و هم في جملتهم يعنون "بالحدس" لا البداهة الديكارتية، وإنما المعنى "الكانطي" للكلمة أي تلك التجربة الحسية أو الذهنية التي يبيحها المكان والزمان وهي التجربة، التي تقابلها وتناظرها التجربة العلمية في العلوم الطبيعية[3].

حدسIntuition:هو الإدراك المباشر لموضوع التفكير وله اثر في العمليات الذهنية المختلفة فليحظ في الإدراك الحسي ويسمى حدسا حسيا Intuition sensible، ويكون أساسا للبرهنة والاستدلال ويسمى حدسا عقليا Intuition notionnelle، فبالحدس ندرك حقائق التجربة كما ندرك الحقائق العقلية، وبه نكشف أمور لا سبيل إلى الكشف عنها من سواه، وهو بهذا أشبه بالرؤية المباشرة والإلهام.

1 إبراهيم مذكور، المعجم الفلسفي، مرجع سابق، ص71.

2 محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت، د.ت، 1969، ص159.

3 إبراهيم مذكور، مرجع سابق، ص71.

عرفه "ابن سينا" وعده وسيلة للكشف عن الحد الأوسط، وعنى به "ديكارت" وعده سبيل الوصول إلى الحقائق البديهية، ويرى "بونكاريه" أن المرء يبرهن بالمنطق ويخترع بالحس[1].

الحدسيةIntnitiornique: مذهب من يرى أن للحدس المكان الأول في تكوين المعرفة ولهذه الحدسية في تاريخ الفلسفة معنيان الأول إطلاقها على المذاهب التي تقرر أن المعرفة تستند إلى الحدس العقلي والثاني إطلاقها على المذاهب التي تقرر أن إدراك الحقائق المادية، ادارك حدسي مباشر لا إدراك ظني.

و نحن من نطلق الحدس على اطلاع النفس المباشر على ما يمثله لها الحس الظاهر، أو الحس الباطن من صورة حسية، أو نفسية على كشف الذهن عن بعض الحقائق وبوحي مفاجئ لا على سبيل القياس ولا على سبيل الاستقراء أو الاستنتاج، ولكن على سبيل المشاهدة التي ينبغي فيها الحق انبلاحا وله أربعة أنواع: «الحدس التجريبي العقلي، الكشفي، الفلسفي، أو الحدس الصوفي »و هو حدس الاشراقيين الذين يزعمون أنهم يرتقون من مشاهدة الصور والأمثال إلى إدراك الحقائق المطلقة[2].

هو الحكم السريع المؤكد، أو التنبؤ الغريزي بالواقع، والعلاقات المجردة قال "هنري بونكاريه":«إن هذا الحس أو هذا الشعور بالنظام الرياضي، يكشف لنا عن العلاقات الخفية »[3].

الحدس في اللغة:الظن والتخمين والتوهم، معاني الكلام الرمي والسرعة في السير والمضي على غير استقامة، أو على غير طريقة مستمرة.

و الحدس الذي اصطلح عليه الفلاسفة القدماء مأخوذ من معنى السرعة في السير، قال "ابن سينا":«الحدس حركة إلى إصابة الحد الأوسط، وبالجملة سرعة الانتقال من معلوم إلى مجهول »، وقال "الجرجاني":«الحدس هو سرعة انتقال الذهن من المبادئ إلى المطالب »، الحدس عند

1 محمد الثابت فندي، مرجع نفسه، ص160.

2 جميل صليبا، ج1، مرجع سابق، ص454.

3 المرجع نفسه،ص 453.

"التهانوي":«الحدس هو تمثيل المبادئ المرتبة في النفس دفعة من غير تصدر واختبار، سواء بعد الطلب أو لا فيحصل المطلوب».

و المطلوب بالحركة وسرعة الانتقال تمثل المعنى في نفس دفعة واحدة في وقت واحد كأنه وحي مفاجئ أو وميض برق.

الحدس عند بعض الاشراقيين:هو ارتقاء النفس الإنسانية إلى المبادئ العالية حتى تصبح مرآة مجلوة، تحاذي شطر الحق فتمتلئ من النور الإلهي الذي يغشاها، من دون أن تنحل فيه انحلالاً تامًا[1].

الحدس عند ليبنيتز: مبني على هذا الأصل الديكارتي والدليل على ذلك قوله الحقائق الأولى التي نعرفها بالحدس نوعان :

حقائق العقل وحقائق الواقع.

الحدس هو الاطلاع المباشر على معنى حاضر بالذهن، من حيث هو ذو حقيقة جزئية مفردة، وهذا المعنى الذي نجده عند "كانط" وفي كتب "نقد العقل المحض" وعند "هاملتون وديوي" يوجب أن تكون الحقيقة الجزئية المفردة إما مثالية، كما في الحدس العقلي الذي يجمع بين التصور الشيء ووجوده، وإما مستفادة من الحساسية بصورة قبلية، كإدراك الزمان والمكان، وإما بعدية كما في الحدس. [2]

هو المعرفة الحاصلة في الذهن دفعة واحدة من غير نظر أو استدلال عقلي، وهذا المعنى الذي اخذ به"شوبنهاور" لا يصدق على تمثيل الأشياء فحسب بل يصدق أيضا على تمثيل علاقتها كتمثيل خوص الأعداد والأشكال الهندسية من جهة ما هي مدركة، إدراكًا مباشرًا، وأكمل صور الحدس عنده الحدس الجمالي الذي قد ينسى فيه الإنسان نفسه في لحظة معينة من الزمان، فلا يدرك إلاّ[3]. حقيقة الشيء الذي يتأمله[4].

1 جميل صليبا، مرجع سابق، ص454.

2 جميل صليبا، المرجع نفسه، ص455.

3 أندريه لالاند، مرجع سابق، ص52.

4 أندريه لالاند، مرجع سابق، ص52.

الحدس عند هنري برغوسن:هو عرفان من نوع خاص شبيه بعرفان الغريزة ينقلنا إلى باطن الشيء، ويطلعنا على ما فيه[1].

إدراك الحدس : الفلسفة المدرسية Apprehension

كل معرفة الشيء بوصفه فعل فاعل منكب على هذا الشيء

بوجه اخص لدى القديس"توما الايكويني" أولى عمليات العقل الثلاث التي يميزها على هذا النحو.

ب-المعنى الحديث:كل عملية عقلية بسيطة أو مباشرة نفسيا كعملية إدراك أو حكم أو ذاكرة أو تخيل، بوصفها منطبقة الحكم على مضمون متميز عن العملية الإجرائية ذاتها.

في الانجليزية: ضد الحكم على الشيء من الوهلة الأولى.

إن توليف الإدراك عند "كانط" يتحدد بأنه اجتماع الكثرة في الحدس التجريبي[2].

1 جميل صليبا، المرجع نفسه، ص455.

2 أندريه لالاند، مرجع سابق، ص80.

المبحث الثالث:المنطقانية.

المنطق Logic: العلم الذي يبحث في القواعد الصورية للفكر أو نظرية الشروط الواجب توافرها للاستنتاج الصحيح ويشتق لفظة الأوروبية من Logoc وهي نفسها كلمة للغة العربية، وأما لفظتها العربية فهي من النطق بمعنى التلفظ، باعتبارها النطق واللغة مظهرين للتفكير وهو ما نقصده عندما نصف الإنسان بأنه حيوان ناطق، أي مفكر، حيث التفكير هي الصفة الجوهرية التي تميز الإنسان كنوع[1].

هو العلم الذي يدرس الحجج، إن ما يهم المنطق هو الجواب على السؤال هل أن النتيجة تنتج من المقدمات، أي هل انه عندما تكون المقدمات جميعها صادقة، فالنتيجة تكون صادقة أيضاً ؟! إذا كان الجواب نعم فيقال بان الحجة الصحيحة أو أن التفكير الاستدلالي صحيحًا[2].

أول ما يحيل على المصطلح على العقل، إذ يتم عادة الفصل من جهة بين مختلف تجليات العقلية، من عصر لآخر وفي هذا الحقل أو ذاك وضمن هذه الثقافة، أو تلك لإتلاف مظاهر التعقل تبعًا لتباين التوجهات، ومن جهة ثانية بين مفهوم الحقل كملكه[3].

خالصة منفصلة عن استعمالاتها الخاصة أو الظرفية والمتغيرة كما جرى التقليد في الأبحاث والدراسات التي تعني بالمنطق أن تعرض من حيث "هو علم برهان" ويذكر "لالاند" في مصطلحاته الفلسفية بصدد مصطلح Logique «المنطق احد أقسام الفلسفة انه العلم الذي يكون موضوعه تحديد ما هي ما بين جميع العمليات العقلية الهادفة إلى معرفة الحقيقي، تل التي تكون صحيحة وتلك التي لا تكون كذلك »[4].

في اللغّة العربية: مشتقة من النطق أو الكلام، ولا تعني كلمة المنطق هنا مجرد خروج الألفاظ، من فم المتكلم بل وتدل أيضا على ادارك المعاني العقلية الكلية التي يكون الإنسان على وعي بها، في

1 عبد المنعم الحنفي، الموسوعة الفلسفية، دار المعارف، تونس، د.ط، د.س، ص448.

2 أسعد الجنابي، المنطق الرمزي المعاصر، دار الشروق، عمان، د.ط، 2007، ص14.

3 محمد القاري، سميائية المعرفة المنطقية المناهج والتطبيقات، مركز الكتاب للسير، القاهرة، ط1، 2002، ص143.

4 محمد قاري، مرجع نفسه، ص143.

أثناء الكلام فضلاً على دلالتها على النفس الإنسانية، الناطقة بكل ما تنطوي عليه من خصائص مميزة للكائن البشري ومعنى ذلك أن كلمة "المنطق" صفة فريدة من الإنسان الذي يمكنه وحده استخدام اللغة استخداما شعوريا واعيا ومدركا لمعانيها المجردة وعلى ذلك تكون هذه الكلمة مناسبة تماما لان يشتق منها اسم هذا العلم وهو "المنطق" وفي ذلك يقول "التهانوي" احد الباحثين المسلمين وإنما يسمى [1]بالمنطق لان النطق يطق على اللف وعلى إدراك الكليات وعلى النفس الناطقة ولما كان هذا الفن يقوى بالأول ويسلك بالثاني «مسك السداد، ويحصل بسببه كمالات الثالث، اشتق له اسم منه وهو المنطق».

أما كلمة Loggic-Lo gique في اللغة الانجليزية أو ما يناظرها في اللغات الحديثة هي المشتقة من الكلمة اليونانية القديمة لوجس Logos التي تعني العقل أو الكلام[2].

المنطق عند أرسطو: سماه التحليل - انالوطيقا ثم أطلق عله "اسكندر الافروديسي" لفظ "Logica" وسماه الغزالي معيار العلم وعلم الميزان وأطلق عليه مناطقة "بور رويال" فن التفكير.

عند كانط: المنطق الترستندالي هو الذي يكشف عن قوانين التفكير ويحدد شروط التجربة واللامنطقية ما جاء في المنطق.

عند ارسطو:أول من هذب قواعد المنطق، ورتب مسائله وفصوله إلا انه سماه بالتحليل لا بالمنطق، وأول من أطلق اسم المنطق على هذا العلم شرح "أرسطو"، ثم شاع استعماله بعد "اسكندر الافروديسي" وسماه العرب المنطق تارة وعلم الميزان تارة أخرى[3].

عند الفارابي: رئيس العلوم لنفاذ حكمه فيها.

عند ابن سينا: خادم العلوم لأنه آلة لها ووسيلة إليها.

عند الغزالي: معيار العلم وعند فلاسفة "بور رويال" فن التفكير، وإنما يسمى بالمنطق لان الناطق يطلق على اللفظ وعلى ادارك الكليات وعلى النفس الناطقة.

1 الطاهر حداد، في الفلسفة وعلم المنطق التربية وعلم النفس، نوميديا للطباعة والنشر، قسنطينة،د.ط، 2010، ص ص 44-45.

2 الطاهر حداد، المرجع نفسه، ص143.

3 جميل صليبا، مرجع سابق، ص193.

ويطلق اصطلاح المنطق الطبيعي Logic Naturelle على المنطق الابتدائي الذي لم يهذبه العقل، أن نسبة هذا المنطق إلى المنطق الحقيق "كنسبة أدوات العصر الحجري" إلى آلاتنا الدقيقة والمنطق الطبيعي.

عند ارغست كونت: فن الإقناع، وهو يعتمد على روابط العواطف والانفعالات لتيسير التأليف بين الأفكار[1].

المنطق الرياضي: المنطق هو النظرية التي تتعلق بالفكر من حيث انتظامه ومن حيث صحة نتائجه، ينقسم المنطق الصوري الكلاسيكي إلى نظرية ثانوية المفهوم، الحكم والنتيجة وإلى نظرية في المنهج طرق البحث والبرهنة، أما الدراسات المنطقية الحديثة[2]فتتجه أكثر نحو الشكلانية.

كما أن المنطق الرياضي يعني بالحسابات المنطقية التي يجب أن تفهم باعتبارها نظاما من العلاقات الرموز، مع يرتبط بها من قواعد عملانية عدا ذلك فهي من تتطرق إلى أكثر من نظام، وتعالج قضايا أكثر من القيم التي تتناول قيم الحقيقة وتوزعها بين الصح والخطأ[3].

المبادئ المنطقية: يطلق مصطلح المبادئ الأربعة التالية:

1. مبدأ الهويةPrincipe de dentité:و هو قولنا ما هو.
2. مبدأ التناقض Principe de Contradiction: وهو القول أن نقيض الحق باطل.
3. مبدأ الوسط المرفوع Principe du milieu esxcla:هو القول أن القضيتين المتناقضتين لا تصدقان ولا تكذبان معًا.
4. مبدأ القياس Principe du syllogique:مثال ذلك قولنا إذا كانت أ تتخذ ب وكانت ب تتضمن ج فان أ تتضمن ج.

1 جميل صليبا، مرجع نفسه، ص194.

2 أطلس فلسفة atv، تر: جورج كتورة، مرجع سابق، ص13.

3 أطلس الفلسفة، مرجع نفسه، ص13.

المجموع المنطقي لقضيتين أو أكثر، هو القضية التي يحكم فيها بصدق واحدة منها على الأقل[1].

المنطقي Logiqueadj: هو المنسوب إلى المنطق ويطلق على كل ما يطابق قوانين العقل، أو ما يتعلق بموضوعات المنطق تقول القضايا والاستنتاجات المنطقية والمنطقي مرادف للعقلي، إلا أن المحدثين يفرقون بينهما بقولهم يطلق على النطق، أي على اللفظ بالقول، والفهم بالفعل على حين أن العقلي لا يطلق إلا على المنسوب إلى العقل.

المنطقية Logicisme: بوجه عام هي الميل إلى معالجة الأشياء بأسلوب منطقي، والمنطقية بوجه خاص هي الميل إلى اعتبار المنطق مستقلا عن علم النفس، أو الميل إلى رد الظاهر النفسية العقلية إلى المنطق وقد تطلق المنطقية على إرجاع الرياضيات إلى المنطق على غيره من العلوم بالشرف والرتبة.

فالمنطقة إذن هي النزعة التي ترمي إلى إعطاء مكان الصدارة للمنطق في البحث الفلسفي[2].

الوضعية المنطقية:نشرت "دائرة فينا" منشورها الفلسفي أو ما يسمى بـــ "المانيفستو"الذي وضع اتجاهها للناس عام 1929 في كتاب جعلت عنوانه "العالم بنظرة علمية، في دائرة فينا" وتتابعت بعد ذلك مؤلفات أعضائها ومقالاتهم وعرف الناس أن أصحاب هذا الاتجاه يطلقون[3] على أنفسهم اسم "المنطقية الوضعية" وأن منهجهم هو منهج التحليل المنطقي، فهذه الحركة المنطقية من ناحية أنها تتبع التحليل المنطقي منهاجا ووظيفة هذا التحليل قائمة في توضيح جميع معارفنا[4].

المنطقية المطلقةPanlogique: هي القول أن الوجود الواقعي معقول بكامله، وانه يمكن إنشاؤه بالعقل وقوانينه، وقد أطلق "إردمان" هذا اللفظ على مذهب "هيجل" القائل أن الوجود الحقيقي هو الوجود المنطقي أو العقلي، ويمكن إطلاقه أيضا عل مذهب "ليبنيتز" القائل أن العالم المؤلف من الجواهر الروحية البسيطة المسماة بالمونادات Mondes.

1 أندريه لالاند، مرجع سابق، ص164.

2 جميل صليبا، مرجع سابق، ص431.

3 يحي هويدي، في فلسفة علم المنطق الفلسفة الوضعية المنطقية، مكتبة النهضة المصرية، القاهرة، د.ط، 1972، ص157.

4 يحي هويدي، المرجع نفسه، ص157.

الناطقRaisnnable: العاقل أو تقول الإنسان حيوان ناطق، أي ذو قوة في جنابه تمكنه من إدراك الكليات، فالحيوان جنسه، والناطق فضله الذي يميزه عن سائر الحيوانات قال "ليبنيتز" أن معرفة الحقائق الضرورية والأبدية هي التي تميزها عن الحيوانات البسيطة، وتجعلنا نستحوذ على العقل، والعلم ونرتقي إلى معرفة نفوسنا ومعرفة الله هذا بنفس الناطقة أو العقل.

منطقية شاملةPanlogiqne:اسم أطلقه "إردمان" على مذهب هيجل القائل بان وجود الواقعي المنطقي، وانه معتمد من الذهن والجدل العقلي[1].

المنطق جوهر الفلسفة المنطق عند رسل:

يرى "رسل"أن المنطق الحديث هو وحده القادر على أن يمدنا بالأدوار الصالحة والفعالة في معالجة المسائل الفلسفية.

المنطق هو العلم الذي يبحث في صورة الفكر وهو العلم الذي يبحث في صورة كل أنواع المعرفة، حيث يتميز بالشمولية مبدأ عدم التناقض وأهمية قضايا العلاقات وخارجية هذه العلاقات escternality of relertions وكل هذه تشكل الخطوط الأساسية للفلسفة التحليلية حيث كتب "رايل" يقول «هذه الخطوط الأساسية لا تكون مفهومة، إلا للذي درس التطورات الأساسية لمنطقنا».

و مع أن المنطق الحديث يحظى بمكانة هامة عند فلاسفة التحليل عامة وعند "راسل" خاصة، إلا أن هذا الأخير لم يكن يهدف إلى توحيد الفلسفة بالمنطق ولا توحيده بالعلم[2].

1 جميل صليبا، مرجع سابق، ص ص 194-432.

2 يحي هويدي، مرجع سابق، ص12.

الفصل الثاني

المبحث الأول: الحدسانية (بونكاريه)

قدم بونكاريه العديد من الآراء حول تدخلاته الفلسفية ومن هنا اقتراح يؤكد مدى ابتعاد مسلمات الهندسة عن الحدوس والأشكال يقول " بونكاريه ":«إن كل أكسير ماتيك بالمعنى الحديث يصل إلى درجة من التجربة والعموم والبعد عن الأشكال الحدسية، بحيث انه لا يؤخذ معنى إقليديا أو ريمانيا، أو حتى هندسية أو عدديا أو غير ذلك»[1]، بحيث أعطى بونكاريه أيضا نظرية الأنماط المنطقية عنده تصنيفات، نستطيع أن نقول أنها تصنيفات تهكمية، كما كتب عن ما سماه بنظرية التعرجات، ونظرية ولقد كان المألوف حتى بداية القرن الماضي أن كل الدالات متصلة، الدالة من وضع ليبنتز وقصد بها المنحنى الهندسي، الذي يعبر عن علاقات متصلة متتابعة بين كميين متصلين هما "الإحداثيات"و بدأ بالتحليل مرتبطا بالهندسة والاتصال المكاني[2].

ومن خلال دراستنا يقول بونكاريه : إنه يمثل هذا القاموس ويمكن أن نترجم نظريات لوباتشوفسكي وريمان إلى الاقليدية وهذا الاقتراح الذي جاء به هنري بونكاريه يؤكد بأن الهندسة أصبحت مجرد شيء صوري عند الأكسيرماتيين المحدثين، أي بعيدة كل البعد عن الحدس وبهذا يمكن الانتقال إلى الشروط المنطقية والصورية من اجل إقامة نسق أكسيرماتيك وهذا الذي وضحه هنري بونكريه بطريقة الخاصة التي تختلف عما سبق بيانه ولكنها تبين بكل تأكيد كيف أن الأكسيرماتيين الحديث افقد الهندسات معانيها الهندسية المألوفة وذلك باقتراحه في كتابه العلم والفرض تأليف قاموس هندسي يعطي كل المعاني الهندسية الممكنة لكل لفظ، أو حد من الحدود الأولية وللمسلمات المستعملة في كل أكسيرماتيك، وهذا القاموس ييسر ترجمة مسلمات هندسية ما إلى هندسية أخرى، وكذلك القضايا أو النظريات المترتبة عليها، كما يسهل أيضا ترجمة مسلمات هندسية واحدة بالذات إلى هندسات مختلفة ومن أمثلة هذا القاموس عند بونكاريه"المكان جزء من المكان يوجد فوق السطح الأساسي ".

1 محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت، ط1، 1969، ص ص74-75.

2 الاخضر شريط، المنطق الرياضي خلاصة اثر المنطق المعاصر جسور، الجزائر، ط1، 2009، ص ص 52-53.

"السطح... كرة تقطع عموديا للسطح الأساسي "[1].

1- **في طبيعة الاستدلال الرياضي:** من خلال دراستنا توصلنا أنه لا ريب في إمكان العودة إلى البديهيات التي عنها صدرت كل الاستدلالات فإذا رأينا انه لا يمكن ردها إلى مبدأ عدم التناقض، وإذا لم نشا ذلك اعتبارها وقائع تجريبية لا تعلق لها بالضرورة الرياضية، فلنا زيادة على ذلك إمكانية تصنيفها ضمن الأحكام التأليفية، غير أن ذلك لا يعمل الأشكال بل هو يكرسه وحتى ولو لم يعد لحقيقة الأحكام التأليفية القبلية أي سر بالنسبة إلينا[2]، ثم جاء بوانكاريه فقال إن الطابع الرئيسي قوة خالقة من شأنها أن تكرر الفعل حينما تعرف أن من الممكن فعله مرة واحدة[3]، لا يستنكر بوانكاريه ضرورة العودة إلى البديهات، فهي برأيه الأحكام التأليفية القبلية، فبرأينا يبقى الاستدلال الرياضي عاجزا والتي تعتبر جزءا من البديهيات وإذا ما قارنا الاستدلال الرياضي بالقياس الرياضي، فانه يتميز عنه ولا يمكن لنا أن نقلل من شانه لأنه يتميز بالقوة الإبداعية.

فإذا أمكن العقل الإنساني أن يقوم بفعل واحد فإنه يكرره باستمرار بقوة خاصة به، وهذه القوة مركزة في طبيعة وهي بعينها قوة قبلية وليست صادرة عن التجربة والبرهان بالإنابة بالتراجع الذي يعبر عن قوة هو في رأيه بوانكاريه النموذج الحقيق للقضايا بالتركيبة الحقيقية[4]، ومن خلال بحثنا وجدنا أن الاستدلال القياسي سيظل عاجزا عن إضافة أي شيء إلى المعطيات التي وضعناها فيه والتي ترد إلى بعض البديهيات فليس لنا أن نجد في النتائج شيئا سواها، وإذا ما رفضنا قبول تلك النتائج كان علينا التسليم بأن الاستدلال الرياضي يمتلك بالذات ضربا من القوة الإبداعية، وبأنه بالتالي متميز عن القياس المنطقي.

1 محمد ثابت الفندي، المرجع السابق، ص ص74-75.

2 هنري بوانكاريه، العلم والفرضية، تر: حمادي بن جاء الله، مركز الدراسات الوحدة العربية، بيروت، ط1، 2002،ص 79.

3 الأخضر شريط، مرجع سابق، ص56.

4 الأخضر شريط، مرجع نفسه، ص ص 56-57.

إن جميع الأنماط الاستدلالية تلك تحتفظ بطابعها التحليلي، سواء قبلت الرد إلى القياس بالمعنى أم لا، فهي بذلك عاجزة[1].

و لاحظنا من خلال بحثنا انه إذا كانت الرياضة بهذا المعنى أولى وغير مقيدة باي علم أخر حتى ولو كان المنطق نفسه، فلا يبقى من منبع لها غير الحدس الذي يقدم لنا التصورات الرياضية والاستنباطات الرياضية كأمور أصلية مباشرة واضحة في ذاتها[2].

2- **نظريات الفيزياء الحديثة:** من خلال البحوث والدراسات اكتشفنا انه قد أجريت فعلا أبحاثا متعلقة بتأثير حركة الأرض وكانت النتائج سلبية دائما، ولكن المبادرة بإجراء تلك التجارب دالة على أننا لم تكن متأكدين من ذلك المبادرة سلفا، بل كان الاعتقاد السائد الغالب في النظريات أن التفويض لا يكون إلا تقريبا، وانه علينا انتظار ظهور مناهج دقيقة من شأنها أن تقدم نتائج ايجابية[3]، يمكن القول أن منهاج الفيزياء اقتحمت ميدانا جديدا هو ميدان الكيمياء بحيث ولدت الفيزياء الكيمياوية وهي لا تزال طردية العود فإن تعدد النظريات وكثرة الآراء والاتجاهات جعل الفيزياء تندمج في الكيمياء.

يقول بوانكاريه «افترض أن الفيزيائيين اكتشفوا أن بنية المكان الفعلي قد حاد عن الهندسة الإقليدية، فلا بد عندئذ أن يختاروا بين بديلين، إما أن يقبلوا الهندسة اللإقليدية، لاعتبارها وصفا جيدا للمكان الفيزيائي، أو يحتفظوا بالهندسة الإقليدية مع تبني قوانين حديثة تقرر أن كل الأجسام الصلبة تحتمل التقلصات، وإنبساطات معينة »[4].

وكان هذا تبصرا من بوانكاريه غاية في الأهمية، وأخيرا سنحاول أن نشرح ما كان يعنيه بوانكاريه تماما، وتنبأ بوانكاريه بأن الفيزيائيين سوف يختارون دائما طريقا ثابتا، فقال بأنهم سوف يفضلون الاحتفاظ بالهندسة الإقليدية لأنها أكثر بساطة اللإقليدية، وهو لم يعرف بالطبع المكان اللإقليدي

1 هنري بوانكاريه، مصدر نفسه، ص79.

2 محمد ثابت الفندي، مرجع سابق، ص161.

3 هنري بوانكاريه، مرجع نفسه، ص245.

4 رودولف كارنابا، مدخل إلى فلسفة العلوم الأسس الفلسفية الفيزيائية، تر: السيد نفادي، دار الثقافة الجديدة، القاهرة، د.ط، د.س، ص ص 171-172.

المعقد الذي سيقترحه إنشتين وبالنسبة لإجراء تعديلات بسيطة في القوانين المتعلقة بالأجسام الصلبة، والإشاعات الضوئية، فقد بنى البوانكاريه أن ذلك ثمين تبريره في حالة الأرض لأنه سيحتفظ بالنسق الابسط لإقليدس ولسخرية القدر، أم تمض إلا سنوات قليلة وكان أنشتاين قد طور عام 1911 نظرية عامة في النسبة والتي تتضمن الهندسة الإقليدية[1].

3- **الهندسات الاقليدية:** يقول بوانكاريه أنه من واجبي أن ألح على بديهيات أخرى تخص الهندسة واغلب المتون تفصح عن ثلاث منها :

- لا يمكن أن يمر من نقطتين إلا مستقيم واحد.
- الخط المستقيم اقصر السبل بين نقطة وأخرى2.
- لا يمكن أن نمرر من نقطة ما إلا موازيا واحد لمستقيم معطى.

ذلك بالضبط ما فعله لوبا تشوفسكي، حيث افترض في البداية ما يلي:

يمكننا أن نرسم من نقطة ما متوازيات عدة مع مستقيم معطى ثم انه ابقي على جميع بديهيات اقليدس الأخرى وهو يستنبط من تلك الفرضيات سلسلة من المبرهنات يستحيل العثور على أي تناقض بينها، ثم انه يبني هندسة لا يقل منطقها المثالي في شيء عن منطق هندسة إقليدس[3]،إن نظرة بوانكاريه غالبا ما يقال عنها أنها نظرة شاملة ركزت على الهندسات وخاصة الإقليدية منها، بحيث أنها أضفت الجديد إلى هذا العلم، وهذا ما فعله لوباتشوفسكي وريمان كلها أمثلة جعل منها بوانكاريه مبدأ في نظريته إلى الهندسة اللإقليدية، كما أن بوانكاريه يؤكد على أن ثمة متون هندسية تبدأ بالتصريح بتلك البديهيات إلا أن هناك تفريق لابد من القيام به، وهذا ما نبه إليه، ومثاله في ذلك أن بعض تلك البديهيات ليست من قضايا هندسية ومثاله في ذلك "أن الكميتين المتساويتين لكمية ثالثة متساويتين في ما بينهما ".

1 رودولف كارناب، مصر نفسه، ص172.

2 هنري بوانكاريه، مصدر سابق، ص115.

3 هنري بوانكاريه، مصدر نفسه، ص115.

المبحث الثاني: المنطقانية (رسل).

يقول رسل: «و منذ أن تخليت عن فلسفتي "كانط" و"هيجل" أخذت ابحث عن حلول للمشكلات الفلسفية مستعينا بالتحليل....»[1].

ويقصد هنا بقوله التحليل والتركيب اتخاذ مبدأ لتفسير كل الموجودات ويرى في التركيب من أهم الوسائل الضرورية للمعالجة فلو نظرنا من الناحية الفلسفية نجد أن فلسفة كانط كان مبدأها الأساسي هو "المطلق"، أما هيجل هو الفكر والتاريخ بوصفه أن التاريخ يمثل العجلة التي يتمسك على محاورها المجتمع وبما أن هذه الفلسفات كانت تنطلق من مرجعية سابقة فإنها لم تستطع التوصل إلى تقديم مثل هذا الرأي بالعضوي، وهي برأيه تنافي الواقع، وبحسب رأيه بأن «العلم الحديث ما دام يقدم لنا صورة جديدة عن الواقع تختلف عن تلك الصورة العضوية التي يقدمها المثاليون، فقد أصبح لزاما على الفلسفة أن تبحث لها عن منهج جديد شبيه بتلك المناهج التي نجدها في العلوم الطبيعية»[2].

1- البناء المنطقي:

إذا حاولنا إعطاء أمثلة توضيحية عن بناءات رسل، إذ لا يمكننا إعطاء مثل هذه الأمثلة دون فرق لقواعد التمييز بين أنواع الكلمات المختلفة، وأي خلط في هذه الأنواع يؤدي إلى "اللامعنى" لأنه يخلط بين نوعين مختلفين من الكلمات تلك التي تدل على أشياء مادية وتلك التي تدل على إجراءات منطقية وهذا المثال لا يختلف عن المثال الذي ضربه "كارناب"، والذي يعبر عن ***خالية من المعنى كما سبق أن ذكرنا«و من الصعوبات التي تواجهها بناءات رسل وهي وصفه للبناءات بأنها **أوهام منطقية logical fictions** »[3] فإذا سلمنا جدلا بالرأي القائل إن إنطولوجيا

1 راسل برتراند، فلسفتي كيف تطورت، تر: عبد الرشيد صادق، مر: زكي نجيب محمود، المكتبة الأنجلو مصرية، القاهرة، ط1، 1960، ص80.

2 جمال حمود، المنعطف اللغوي في الفلسفة المعاصرة،براترند رسل نموذجا، دار الأمان، الرباط، ط1، 2001،ص 76.

3 راسل برتراند، مقدمة للفلسفة الرياضية، تر: محمد مرسي احمد، مر:احمد فؤاد الأهواني، مؤسسة سجل العرب، القاهرة، د.ط، 1980، ص150.

راسل تستجيب للفكرة القائلة أن الوجود هو عدم القابلية للرد، فمعنى هذا أن البناءات المنطقية ما دامت تقبل الرد إلى المعطيات الحسية فإنها ليست موجودة، ولكن هذه النتيجة تخالف فهم إرمسون للوهم المنطقي، حيث يذهب إلى القول: «...القول أن شيئا ما هو بناء منطقي ليس معناه القول..بأي حال من الأحوال...انه خيال رصيد القرن تصادف أن يكون بناءاً»[1].

مما تقدم نرى أن استخدام راسل للبناءات المنطقية، إنما كان يهدف إلى توضيح اللغة عن طريق إزالة البناءات أو الأوهام المنطقية فيها، وهنا يتحدث راسل عن فكرتي الدالة والمتغير وهو إجابة عن الوضع الأنطولوجي للكائنات، المستدلة أو البناءات المنطقية وبهذا يتم استبعاد الرموز الناقصة عن طريق مجموعة التعريف.

و في نفس الوقت نرى أن الإنسان المنتصب القامة هو بناء منطقي ولكنه ليس خيالاو نلاحظ في هذا النص أن "إرسون" يستخدم الخيال بمعنى اللاوجود ونميل إلى الأخذ بهذا الرأي[2]،بحيث يعتبر منهج البناء المنطقي من أهم أدوات التحليل عند راسل، إن لم نقل انه الصورة البارزة التي يظهر بها التحليل فهو على حد تحليل فرتز"إجراء فعلي للتحليل"، حتى أن موريس ويتز، يرادف بين النزعة البنائية عند راسل من ناحية وبين تحليل العبارات الدالة وتحليل الرموز الناقصة، والمبدأ الذي يستغني عن التجريدات و"المنهج المنطقي التحليلي"، من ناحية أخرى مما يدل على الدور الهام الذي يلعبه منهج البناء في فلسفة راسل، ويكفي للدلالة[3]، على تلك الأهمية أن ويتز يذكر أن أكثر من عشرين بناء في الفيزيقا وعلم النفس، وحدهما وهذه البناءات في الواقع تغطي الكثير من الموضوعات الهامة[4]، وفي البرهان بالتراجع يقدم راسل حلا لمسالة الحلقة المفرغة للبرهان بالتراجع، والذي رأى

1 جمال حمود، مرجع سابق، ص ص70-71.

2 جمال حمود، مرجع نفسه، ص71.

3 محمد مهران، فلسفة برتراند راسل، دار المعارف، القاهرة، د.ط، 1988، ط2 1989، ص366.

4 محمد مهران، مرجع نفسه، ص366.

فيه أن هذه المسالة إنما يمكن حلها بالأخذ ببديهية الرد، فيتنافس المتنافسان حول أيهما يستطيع أن يثبت بأدلة علمية إمكانية تهاوي ادلة خصمه بخصوص بديهية الرد هذه والبرهان بالتراجع[1].

1- التحليل المنطقي ونظرية الأنماط:

إذا كان راسل قد اعتبر المنطق هو صميم ماهية الفلسفة فلذلك لأنه فطن إلى أن التحليل هو الكفيل باظهارنا على انه إما تكون المشكلة منطقية، وإما إلا تكون مشكلة فلسفية على الاطلاق، والتحليل المنطقي عند راسل هوعملية، ذهنية نصطلح بها حين نحاول توضيح التصورات والعبارات سواء في مضمار العلم، أو في مضمار الحس المشترك من اجل العمل على إزالة ما فيها من مظاهر الغموض والالتباس، وربما[2]، كان في الامكان الوصول إلى مثل هذه النتيجة عن طريق ترجمة التصورات والعبارات إلى لغة مثالية تكفل لنا الغاية المنشودة وراء التحليل[3]، رأينا كيف عمل "نصل اوكام" وقاعدة البناءات المنطقية على رد قضايا المعرفة إلى مجموعة من الأوليات، نجد كذلك أن راسل عالج مشكلة الشكل المنطقي بحيث نجده على صلة وثيقة باللغة وكما لاحظنا في السابق عند ابتعاد راسل عن فلسفة هيجل وكانط واعتبار أن العلم يقدم الجديد هذا الانقياد الجديد جعل من راسل يرسم بوادر مفهوم الشكل المنطقي كاتجاه إلى تحقيق المنطق الرمزي أو ما يسمى المنطق الرياضي.

2- تحليل القضايا:

يتميز أن جميع قضاياه لها فروض ونتيجة هي تقرير لزوم مادي، والغرض عادة من هذه الصورة فيلتزم عنها وهذا القول يساوي القول بأن الحروف التي تقع في النتيجة هي قضايا، وعلى ذلك تكون عبارة عن دوال قضايا صحيحة، فهذا الحساب التحليلي يدرس علاقة اللزوم الصوري التي

1 الأخضر شريط، مرجع سابق، ص40.

2 زكريا إبراهيم، دراسات في الفلسفة المعاصرة، دار مصر للطباعة، القاهرة، د.ط، د.س، ص 219.

3 زكريا إبراهيم، مرجع نفسه، ص219.

تقوم بين دوال القضايا عندما يلزم عن احدها[1] الأخرى لجميع قيم المتغيرات، وهما هو جدير بالملاحظة انه ولو أن اللزوم لا يمكن تعريفه إلا أن القضية يمكن تعريفها، وكل قضية يلزم عنها، وما هو ليس بقضية يلزم عنه شيء وفيما يختص ببعض هذه القضايا فليس عندنا من سبب لاعتبارها غير قابلة للإثبات إلا أنها بقيت حتى الآن بغير إثبات[2].

النهاية والأعداد اللامنطقية والشكل الهندسي:يعتمد البحث الرياضي في الاتصال اعتمادا كليا على نظرية النهايات وقد ظن الرياضيين وبعض الفلاسفة أن هذه النظرية قد بطلت بظهور الحساب اللانهائي الذي اثبت أن اللانهئيات الصغرى الحقيقية مفروضة قبلا في النهايات، ولكن الرياضيات الحديثة قد بينت قطعا فيما يبدو لنا خطأ مثل هذا الرأي، وبرزت طريقة النهايات أكثر فأكثر باعتبار أنها أساسية [3]أما فيما يخص الشكل المنطقي أن مذهب راسل في اللغة وثيق الصلة بنظرية في الشكل المنطقي أو الصورة المنطقية logical form وهي النظرية التي قاده إليها منذ مطلع حياته الفلسفية، نقده[4] للمثاليين الهيجليين، ودراسته لفلسفة ليبنتز وأبحاثه في المنطق الرياضي أما فيما يخص التحليل المنطقي ونظرية الأنماط وبحيث اعتبر المنطق هو صميم ماهية الفلسفة فلذلك لأنه قد فطن إلى أن التحليل هو الكفيل بإظهارها، [5]أما الدلالة هذا المعنى في نظرنا أساس جميع نظريات الجوهر ومنطلق الموضوع، والمحمول كما انه أساس التقابل بين الأشياء والأفكار وبين الفكر الاستدلالي والإدراك المباشر ولي أن معظم هذه الاتجاهات قلما بحثت بحثا منطقيا[6].

1 راسل برتراند، أصول الرياضيات، تر:محمد مرسي احمد واحمد فؤاد الأهواني، دار المعارف، مصر، ج1، د.ط،د.س، ص45.

2 راسل برتراند، أصول الرياضيات، مصدر سابق، ص45.

3 زكريا إبراهيم، مرجع سابق، ص218.

4 راسل براتراند، أصول الرياضيات، تر:محمد مرسي احمد واحمد فؤاد الأهواني، دار المعارف، مصر،، ج4، ص107.

5 زكريا إبراهيم، مرجع سابق، ص218.

6 راسل برتراند، مصدر نفسه، ص105.

المبحث الثالث:تفسير اليقين الرياضي.

علاقة المنطق المعاصر بالرياضيات علاقة وثيقة جداً، تعود إلى أن المنطق اليوم أصبح يقوم على مجموعة من الطرق والأفكار الرياضية الصورية، مثلما تقوم الرياضيات على مجموعة من الأفكار المنطقية، بحيث أصبح من العسير إيجاد تمييز دقيق وواضح بين المنطق والرياضيات البحتة. هذا التقارب الشديد يسمح بالقول أن المنطق المعاصر أصبح علماً صورياً مستقلاً ليس له علاقة خاصة بالفلسفة تميزه عن باقي العلوم، لأن علاقته بالفلسفة اليوم لا تختلف عن علاقة العلوم الأخرى كالفيزياء والطب بالفلسفة.

المنطق المعاصر وإرتباطه بالرياضيات، أصبح يتمتع بالاستقلالية عن الفلسفة واكتفى المنطق على أن يكون علماً معيارياً، أمراً ليس واضحاً تماماً بالنسبة للذين يدرسون المنطق من زاوية فلسفية، لأن هذه العلاقة الوثيقة بين المنطق والرياضيات لم تكن لسان حال العلاقة بين المنطق القديم والرياضيات، فالمنطق القديم، وبالرغم من احتوائه لبعض الطرق الصورية ذات الطابع الاستدلالي، إلا أنه كان ذو نشأة ميتافيزيقية ومرتبط بغايات فلسفية أبعدته عن المطلب الصوري للرياضيات.أما المنطق المعاصر فقد تحرر من تلك الغايات وأصبح علماً صورياً مستقلاً.

غير أن الرياضيات التي أعادت بناء المنطق الحديث من جديد هي الرياضيات الحديثة، التي تعود إلى القرن التاسع عشر والتي أصبحت بدورها أكثر صورية من الرياضيات القديمة. وتعود صورية الرياضيات الحديثة إلى مجموعة من الخطوات كان من أهمها:

ترك الرياضيات للقضايا التي تتعلق بالفيزياء والأشكال المكانية.

تحول كل الرياضيات إلى مجرد حساب للأعداد[1].

استناد اليقين الرياضي إلى أفكار منطقية، هي التي دفعت بالرياضيات باتجاه الصورية المحضة وهي التي أدت بها دون قصد إلى الالتقاء بالمنطق كأساس ليقينها.

غير أن الأثر الأكثر أهمية بالنسبة للمنطق الناتج عن تلك التطورات تمثل في إقامة المنطق على شكل نسق استنباطي رياضي.

1 برتراند راسل، أصول الرياضيات، ترجمة: محمد مرسي وأحمد فؤاد الاهواني,دار المعارف,القاهرة 1964,ص133

تريد الأطروحة العامة للبحث أن تؤكد أن المنطق المعاصر، لم يعد مرتبطاً بغايات فلسفية كما هو الحال بالنسبة للمنطق القديم.

وأنه أصبح علماً صورياً مستقلاً عن الفلسفة، وأن هذا الاستقلال أتى بمساعدة الرياضيات التي أعادت بناء المنطق على أسس جديدة مختلفة تماماً عن الأسس التي بني عليها المنطق القديم. ويحاول هذا البحث التأكيد على تلك الأطروحة من خلال استجلاء العلاقة بين المنطق الرياضيات عند رسل، ولا سيما نظرية حساب الفئات [1] والأسباب التي دفعت المنطق باتجاه الرياضيات، و دفعت بالرياضيات باتجاه المنطق، بعد أن كانت الرياضيات مهتمة بالحدس المكاني وكان المنطق مهتما بتنظيم الجدل المعرفي والفلسفي الذي يتناول الوجود.

كما سعى إلى الوقوف على دور الرياضيات في إدخال الطرق الاستدلالية والاشتقاقية على المنطق، وما ترتب على ذلك من حصول قطيعة بين المنطق القديم والحديث كان لمنطق رسل دوراً هاماً فيها.

من الذين قالوا بالأساس المكاني الواقعي لليقين الرياضي، هناك الرياضي اليوناني اقليدس اقليدس ، ولذلك كانت مقدمات نسق اقليدس الهندسي مطابقة للواقع و لم تكن مجرد مقدمات افتراضية.

فالهندسة عند اقليدس لم تهتم فقط بالبرهنة على النظريات بالاستناد إلى الأفكار الأولية والمسلمات، وإنما اهتمت أيضا بالمضمون المادي للمقدمات، والذي هو مضمون مطابق للواقع الخارجي[2].

أما الفيلسوف الألماني كانط فقد تابع اقليدس في ربطه للرياضيات بالمكان، مع اختلاف بسيط يتمثل في أن الحدس المكاني special intuition الحدس ذاتي، في حين أنه عند اقليدس حدس واقعي.

والحدس المكاني عند كانط ذاتي، لأن المعرفة بالعالم الخارجي عنده معرفة ذاتية ولذلك فإن كل الرياضيات عند كانط "تبحث في شيء ذاتي نسميه صورة من الحدس" .

ومن هذه الصور هناك المكان والزمان، والزمان مصدر الحساب والمكان مصدر الهندسة، ولا يمكن لأي رياضي أن يجرب على الأشياء إلا في صورتي الزمان والمكان، ولذلك فإن كانط يؤكد

1 د,محمد عابيد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة و تطور الفكر العلمي، مركز دراسات الوحدة العربية,ط1,بيروت 1982

2 د,محمد عابيد الجابري ,نفس المرجع، ص 78,

على ضرورة أن تكون الرياضيات منطبقة على التجربة[1] إن ربط الرياضيات بالحدوس الزمانية والمكانية يعني أن الرياضيات لم تكن صورية ،تهتم باتساق الفكر مع ذاته بقدر ما كانت تهتم بمطابقة الأشكال والنظريات الرياضية للواقع أيضا، ولذلك نجد كانط يقول: **"إن التفكير الرياضي ليس صوريا* بالمعنى الدقيق لأنه يستخدم دائما الحدوس، أي المعرفة الأولية بالزمان والمكان".**

فتفسير كانط لليقين الرياضي يعود إلى الحدس المكاني، ولذلك كانت القضايا المستمدة من ذلك الحدس ضرورة مطلقة، لأنها مطابقة للمكان الوحيد ومعبرة عن خواصه من جهة، ولأنها قبلية مستمدة من عقلنا أو تركيبتنا الذهنية من جهة ثانية.

فالأحكام الرياضية عند كانط قبلية تركيبية، قبلية لأنها ضرورية عقلياً، دحضها أمر مستحيل وتكذيبها يوقعنا في تناقض، وتركيبية لأنها تنطبق على العالم الخارجي وتعمل على إنشاء تراكيب هندسية واقعية جديدة.

والمثال المفضل على الأحكام الرياضية لدى كانط هو الهندسة الاقليدية، فنظريات هذه الهندسة – كالقول مثلا أن مجموع زوايا المثلث تساوي قائمتين – نظريات عقلية تستند إلى حدس مكاني عقلي من جهة، كما أنها نظريات تجريبية يمكن التأكد منها واقعيا من جهة ثانية .

ولذلك فإن مشروع كانط الفلسفي يقوم كله على ضرورة أن لا تتجاوز المقولات القبلية لعقلنا حدود عالم الخبرة.

إذ "ليس للمقولة من استعمال بصدد معرفة الأشياء سوى تطبيقها على موضوعات الخبرة" وإذا تجاوز عقلنا حدود عالم الخبرة فإن ذلك يوقعنا في "التناقضات" التي تؤدي عند كانط إلى القول بالنقيضين عن الموضوع الواحد.

فإذا تحدثنا عن العالم بوصفه "كلية واحدة" ، على سبيل المثال وهو حديث يتجاوز حدود الخبرة، فإن ذلك سيؤدي إلى التساؤل عما إذا كان لهذا العالم بداية في الزمان وحد في المكان، لأن زمان هذا العالم لا يعقل أن يرتد إلى ما لانهاية من حيث نقطة الابتداء، أو يمتد إلى ما لانهاية في المكان.

1 برتراند راسل، أصول الرياضيات,نفس المرجع

* اريك واتكينز، كانط والتفكيرالرياضي الصوري كامبردج: مطبعة جامعة كامبريدج، 2005،ص288

ولكن على النقيض من ذلك نستطيع أن نقول أن العالم ليس له بداية في الزمان و لا حدود في المكان، لأنه لو سلمنا أن للعالم بداية في الزمان، والبداية وجود يسبقها زمن لم يكن فيه شيء يمكن أن نسميه "زمن فارغ"، لكان من المستحيل علينا تصور زمن فارغ لأن هذا الزمن لا يمكن التمييز فيه بين لحظة ولحظة وبغير تتابع اللحظات لا يمكن تصور الزمن.

وكذلك لو سلمنا أن العالم متناه من حيث المكان، فإنه سيكون وراء هذا التناهي "مكان فارغ" ولكان من المستحيل علينا تصور مكان فارغ لأن هذا المكان لا يمكن التمييز فيه بين نقطة ونقطة، وبغير تحديد العلاقات بين النقاط لا يمكن تصور المكان.[1]

هكذا ينتهي كانط إلى أن الأحكام الرياضية قبلية تركيبية بنفس الوقت، ولا يمكن لها أن تكون قبلية فقط لأنها يجب أن ترتبط بعالم الخبرة وتؤطره، فهي الأساس الذي تقوم عليه المعرفة التجريبية.

أما رسل B.Russel 1872 - 1970 فإنه يعترض على قول كانط أن الأحكام الرياضية قبلية وتركيبية لأن حديث كانط لم يكن عن الزمان والمكان ذاتهما بل كان عن أشياء في الزمان والمكان، ولذلك لا بد من استبدال هذه الأشياء بالحدود والتصورات المنطقية، لأنه ليس من شأن الرياضيات التحدث عن فيما إذا كانت الأشياء موجودة أم لا.

الاعتراض الثاني الذي يسوقه رسل على كانط ،أن الأخير لم يحاول إقامة اليقين الرياضي على أسس منطقية أو عددية ولذلك فإنه لم يحاول تحسيب الرياضيات arithmatization of mathematics، أي رد العمليات الرياضية إلى الأعداد بوصفها حدوداً أولية لكي يتمكن من تحرير الرياضيات من الحدوس المكانية. [2]

كما أرجع **كارناب** *R.Carnap 1891-1970 الخطأ الذي وقع به كانط إلى عدم تمييز الأخير بين نوعين من الهندسة:

الأول الهندسة الرياضية، والآخر الهندسة الفيزيائية والهندسة الرياضية هي الهندسة النظرية البحتة، التي يمكن إرجاعها إلى مفاهيم منطقية، أما الهندسة الفيزيائية فهي هندسة تجريبية بالفعل.

1 رودلف كارناب,الأسس الفلسفية للفزياء، ترجمة: تفادي,دار الثقافة الجديدة,القاهرة,1990,ص83

2 برتراند راسل ،أصول الرياضيات، نفس المرجع ص 105

غير أن كانط لم يكن يميز بين القبلي العقلي والتركيبي التجريبي تمييزاً يسمح له بإدراك أن الرياضيات قبلية وليست تركيبية دون أن يكون له ذنب في ذلك، طالما أن الهندسة في زمانه كانت تقتصر على الهندسة المطابقة للواقع أو المكان الوحيد المعروف في ذلك الحين.[1]

فالرياضيات بوصفها علم لا يهتم بالمطابقة مع الواقع، بقدر ما يهتم بدراسة العلاقة بين المسلمات والمبرهنات وإقامة الأنساق الاستنباطية، أمر لم يكن قد تبلور بعد.

أما تحرر الرياضيات ولا سيما الهندسة من الأشكال المكانية، فقد أتى نتيجة للتمييز بين الهندسة النظرية البحتة والهندسة الفيزيائية.

وقد ظهر هذا التمييز نتيجة لظهور الهندسات اللااقليدية non – euclidian geometries. التي بينت أن الحدس المكاني، لم يعد يصلح أساساً لليقين الرياضي، على اعتبار أنه أصبح لدينا عدة هندسات لا تستند إلى حدس مكاني واحد.

ويعود ظهور الهندسات اللااقليدية، الكثيرة إلى محاولات الرياضيين لإثبات أن المسلمة الخامسة في نسق اقليدس الهندسي، والتي تقول: "إذا قطع مستقيمان مستقيماً ثالثاً، وصنعا معه زاويتين داخليتين أقل من قائمتين من جهة واحدة يتلاقى المستقيمين المذكورين أو امتدادهما في نفس الجهة المذكورة"، أنها ليست مسلمة واضحة بذاتها وإنما مبرهنة theorem يمكن البرهنة عليها عن طريق المسلمات الأخرى، أو إثبات أنها مستقلة عن المسلمات الأخرى للنسق.

وأنه يمكن البرهنة على مبرهنات اقليدس دون الحاجة إلى الاستعانة بهذه المسلمة.[2]

وقد أقيم البرهان على أن هذه المسلمة مستقلة، و لا تتمتع بالوضوح الذاتي، عن طريق برهان الخلف indirect proof الذي يقوم على وضع مسلمة أخرى تنكر المسلمة الخامسة، ضمن

*رودولف كارناب Rudolf Carnap ، فيلسوف ومنطقي ألماني، يهودي الأصل، وأحد أبرز زعماء الفلسفة التجريبية المنطقية logical empiricism أو الوضعية المنطقية .logical positivism ولد في رونسدورف Ronsdorf بالقرب من بارمن Barmen في ألمانيا، وتوفي في كاليفورنيا

1 د.عابيد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة والتطور الفكر العلمي، ط4، مركز دراسات الوحدة العربية,بيروت,2001 ص134

* جورج فريدريك برنارد ريمان هو عالم رياضيات ألماني ولد في 17 سبتمبر 1826 بريسلنس حذودانن بارغ وتوفي في 20 يوليو1866 من مؤلفاته الهندسة الريمانية

النسق الإقليدي، ثم النظر فيما إذا كانت ستؤدي تلك المسلمات إلى نفس نتائج النسق الإقليدي، فإذا كان ذلك كذلك فإن المسلمة الخامسة غير أولية ومستقلة عن النسق الإقليدي.

أما النتيجة غير المتوقعة الناتجة من اختبارات لوباتشيفسكي، Lopatechewsky وريمان * Reimannوبولياي Bolyaiلمسلمة اقليدس الخامسة، فهي إثبات أنه يمكن الانطلاق من مسلمة مخالفة لمسلمة اقليدس الخامسة، ومرتبطة ببقية مسلمات النسق الإقليدي، والوصول إلى نسق جديد متسق مع نفسه، ومن المحتمل أن يكون صحيحاً بالنسبة للعالم الواقعي ونتيجة ذلك أن المسلمة الخامسة مستقلة عن النسق الإقليدي ويمكن استبدالها بعدد لا متناهي من المسلمات يؤدي إلى عدد لا متناهي من الهندسات.

ولقد توقفنا عند هذه النتيجة مطولاً لأنها ستؤدي إلى تحولات كبيرة في توجهات الهندسة خلال القرن التاسع عشر.

فقد أخذ الرياضيون يتخلون عن البحث التقليدي الهندسي، والذي كان يبحث عن مطابقة النسق الهندسي مع الواقع الخارجي ومدى وضوح مسلماته بذاته، وبدؤوا بالبحث عن مدى اتساق الأنساق الهندسية مع نفسها.

فقد اتضح للرياضيين أنه يمكن أن يكون هناك عدد كبير من الهندسات عن طريق تقديم مجموعة مختلفة من المسلمات، وبالتالي لم يعد يعنى الهندسي سوى بالاتساق بين المسلمات ، وأن يكون النسق الهندسي قادراً على البرهنة على كل المبرهنات الممكنة ضمن النسق. هكذا أصبح علم الهندسة يقوم على الهندسات الممكنة أو المفترضة، و لم يعد يعنى بمدى مطابقة النسق الهندسي للواقع الخارجي.

وهذا يعني أن الهندسة تحولت إلى علم يبحث بالمجردات والافتراضات والشروط المنطقية للاتساق، فقد أصبح لكل هندسة تصورها المتخيل للمكان، و لم تعد تستمد يقينها من الأشكال الهندسية المكانية المرتبطة بالواقع.

ولعل هذه التطورات هي التي دفعت براسل إلى القول:إن الهندسة أصبحت "فرعا من فروع الرياضة البحتة" [1] .

1 برتراند راسل، أصول الرياضيات، نفس المرجع ,ص 115

أي أصبحت علماً استنتاجياً يدرس علاقات اللزوم والاشتقاق بين المسلمات والمبرهنات، بغض النظر عما إذا كان لهذه المسلمات أو المقدمات علاقة بالواقع .

ولذلك نجد راسل يؤكد: "أنه "إذا سمينا بديهيات اقليدس بالاسم آ، وكانت ق أي قضية تلزم عن آ، في الهندسة التي سبقت لوباتشيفسكي ق تكون محكوماً بها، لأن آ كان محكوماً بها، ولكن المشتغل بالهندسة في يومنا هذا لا يحكم إلا بان آ تستلزم ق تاركاً آ، ق ذاتها في شك، وقد تكون عنده مجموعات أخرى من البديهيات آ1، آ2، تستلزم ق1، ق2، على الترتيب، وحينئذ يكون اللزوم وحده منتمياً للهندسة". [1]

ذلك أن استقلال الهندسة عن المكان أفقدها أساس يقينها، وبالتالي كان لا بد من البحث عن أساس جديد تبني عليه الهندسة قضاياها ويكون أساس يقينها.

وقد وجدت الهندسة في البناء المنطقي للنسق الهندسي أساساً جديداً لليقين، فإذا كنا نقبل بالأنساق الهندسية قديماً لأنها متطابقة مع المكان المتاح لنا، فإننا اليوم نقبلها فقط لأنها متسقة منطقياً مع نفسها.

فقد أصبح واضحاً لدى جميع الرياضيين، أن قوة النسق ترتبط بمدى التزامه بالشروط المنطقية للأنساق، وأن هذا الالتزام هو الكفيل بمنح النسق صفة اليقين. ويمكن تحديد الشروط المنطقية للأنساق بالنقاط التالية: [2]

أ .تحويل الكائنات الهندسية – أو أي كائنات رياضية – إلى فئات منطقية logical classes .فالهندسة النظرية البحتة، لم تعد تستخدم ألفاظ النقطة والمستقيم والسطح، وإنما أصبحت تشير إلى هذه الكائنات عن طريق الرموز

أو المتغيرات.

كما أصبحت تشير إلى العلاقات بين الكائنات الهندسية بالثوابت constantsالمنطقية، كاللزوم والعطف والنفي والفصل والتكافؤ.

وهذا يؤدي إلى رفض كل المسلمات والتصورات، التي تستند بداهتها إلى حدس المكان، بحيث تحل معاني الفئات والعلاقات المنطقية بدل المعاني المستمدة من الحدس المكاني.

1 نفس المرجع،ص 116

2 د,عابيد جابري، مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة ,نفس المرجع ,ص136

فمعنى النقطة والمستقيم والسطح لم يعد مستمداً من المعاني المألوفة التي تعود إلى أشكال هندسية لها صلة بالمكان، وإنما تستمد من الفئات المنطقية التي تنتمي إليها النقاط والمستقيمات.

فقد أصبح ينظر للمسلمات كما لو كانت كائنات أو خصائص صورية بحتة، لا صلة لها بعالمنا الواقعي ولا معنى لها، غير ما تحدده العلاقات المنطقية من معنى تقدمه على هيئة مسلمات[1].

إن مسلمات أي نسق هندسي، يمكن اختيارها بشكل حر وبحسب ما تمليه إرادة الهندسي، شريطة أن تختصر المسلمات إلى أقل عدد ممكن بحيث لا يجوز استنتاج مسلمة من مسلمات النسق من أي مسلمة أخرى.

لا يجوز أن تتناقض المسلمات مع بعضها البعض، بحيث لا يمكن للنسق أن يبرهن على قضية ونقيضها بنفس الوقت.

لا بد للنسق أن يكون مكتملا completeness ويستطيع البرهنة على جميع المبرهنات الممكنة في النسق.

هكذا ظهرت عشرات الأنساق الهندسية، بل أصبح لكل هندسي نسقه الخاص الذي يقيمه لحل مشكلة هندسية ما، أو لإقامة مسألة هندسية ما، بحيث أصبحت الأنساق الهندسية هي الطريقة للتفكير الهندسي والرياضي عموماً.

إذ يقوم الهندسي باختيار حدوده الأولية ومسلماته وتعريفاته، ثم يشرع بعد ذلك في اشتقاق المبرهنات من تلك المسلمات والتعريفات[2].

وكذلك تقدم علم الجبر ـــ ولا سيما في القرن التاسع عشر ـــ باتجاه الصورية من خلال تحسيبه.

والمقصود بالتحسيب تحويل النظريات الجبرية والرياضية إلى نظريات في الأعداد، ورد جميع الفروع الرياضية .بما فيها الهندسة إلى أنساق تتناول تلك الأعداد.

أما الغاية من تحويل كل فروع الرياضيات إلى أنساق عددية فهو البحث عن أساس لليقين الرياضي.

فقد وجد الرياضيون تلك الفترة أن الأنساق الحسابية العددية، تتمتع بتسلسل جميل وتماسك بديع جامع يسمح لها بأن تكون الأساس الذي يبنى عليه اليقين الرياضي.

---

1 د.زكي نجيب محمود، المنطق الوضعي، ج2،ط4، مكتبة الأنجلو مصرية,القاهرة1966,ص115

2 د.عابيد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، ط4,مركز دراسات الوحدة العربية,بيروت,2001 ص129

ولعل البحث عن اليقين هو الذي دفع الجبر إلى التخلي عن الأساس الهندسي له فقد كان الجبر يكتسب يقينه من الهندسة، عن طريق تحويل رموزه إلى أشكال هندسية، أو تحويل الحروف إلى أبعاد.

ولذلك فإن العبارات الجبرية كانت تفسر عن طريق الأشكال الهندسية، وبما أن الأشكال الهندسية لم تعد هي الأساس لليقين الهندسي فإنه من الطبيعي أن يتخلى الجبر أيضا عن الأشكال الهندسية كأساس ليقين معادلاته.

يضاف إلى ذلك أن التفكير الجبري بطريقة هندسية كان يخلق مشكلات عديدة للجبر، منها أن الجبر لم يستطع أن يعبر عن العمليات الجبرية والعددية التي لا توجد أشكال هندسية تقابلها.

ولحل مثل هذه المشكلة وغيرها تم تحويل الأشكال الهندسية نفسها إلى أعداد بحيث أصبح يشكل العدد اليقين الأخير، من خلال تحويل الرموز إلى أعداد، بدل أن كانت تحول إلى أشكال هندسية، ثم تطبيق نظريات الحساب والجبر على تلك الأعداد.

هكذا تحول الحساب إلى أساس لكل فروع الرياضيات ،وأصبح على كل فرع رياضي يريد أن يثبت انتسابه إلى الرياضيات القيام برد جميع قضاياه وقوانينه إلى علم الحساب وأصبحت الأعداد "هي حجر الزاوية في تأسيس الرياضيات بما فيها الهندسة".[1]

المنطق والجبر:

النجاح الذي حققه الجبر في امتصاص كل فروع الرياضيات وتحسيبها، دفع جورج بول Boole 1815-1864إلى تطبيق قوانين الجبر على المنطق وحجة بول في ذلك أن قوانين الجبر بالنسبة لديه هي قوانين الفكر بعامة وتنطبق على كل مجالات الفكر البشري، ولذلك يمكن تطبيقها على كل فروع المعرفة بما فيها المنطق .

وقد تمت عملية إدماج المنطق في الجبر من خلال إقامة المنطق على نموذج علم الجبر وتحويل القضايا المنطقية إلى معادلات جبرية، بحيث أصبح المنطق جزءاً من الرياضيات[2].

1 برتراند راسل، مقدمة للفلسفة الرياضية، ترجمة: محمد مرسي احمد,مؤسسة السجل العربي,القاهرة,1962,ص133

2 برتراند راسل، أصول الرياضيات، ترجمة :محمد مرسي و احمد فؤاد الأهواني,دار المعارف ,القاهرة,1964 ,ص 129

وتعود أهمية ذلك الاندماج بين المنطق والجبر، إلى أن بول قد أجرى تحويلاً جذرياً على طريقة فهم المنطق ،سمح بنشوء قطيعة بين التصور الجديد والتصور القديم للمنطق. وتعود هذه القطيعة إلى أن المنطق لم يعد مرتبطاً بغايات فلسفية بل أصبح مرتبطاً بالرياضيات.

ولذلك نجد بول يؤكد أنه لم يعد "من الجائز أن نجمع بين المنطق والغيبيات، بل يجب جمع المنطق والرياضيات" .

أما الخطوات التي قام بها بول من أجل تحويل المنطق إلى جبر فهي:

أ- تحويل القضايا المستخدمة في المنطق إلى معادلات جبرية، تربط بينها علاقة المساواة.

ب- أي جعل علاقة المساواة هي التي تربط بين المقدمات والنتيجة، وهي العلاقة التي سيحولها راسل فيما بعد إلى علاقة لزوم.

ج-تحويل الرموز المنطقية إلى رموز كمية تتقبل فقط قيمتي الصفر والواحد والصفر يشير إلى الفئة الخالية والواحد يشير إلى الفئة الشاملة، أو عالم المقال.

د- تحويل الجمع والضرب في الجبر إلى جمع منطقي وضرب منطقي، وتطبيق العمليات الجبرية من تجميع وتبديل على العمليات المنطقية.

وبنتيجة هذه الخطوات يمكن تحويل القضايا الحملية الأربع في القياس الأرسطي إلى حساب جبري خالص، وذلك على النحو التالي[1]:

ك.م :كل س ع ⇓ س1- ع صفر.

ك.س : لا س ع ⇓ س× ع صفر.

ج.م :بعض س ع ⇓ س× ع ≠صفر.

⇓ج.س : ليس بعض س ع س1- ع ≠ صفر.

غير أن تطبيق بول للعمليات الجبرية على المنطق لاقى بعض الصعوبات التي تمثلت في أن تطبيق قوانين الجبر على المنطق كان تطبيقاً متكلفاً لأن العمليات الجبرية لم تتلاءم كثيراً مع المنطق. فإذا أخذنا –على سبيل المثال- القانون التالي من جبر المنطق وهو "س2 = س" ، أي أن فئة منطقية ولتكن العلماء مثلاً- مضروبة بنفسها تؤدي إلى الفئة نفسها لأن التكرار في المنطق لا طائل منه ومجرد لغو، إن هذا القانون ليس صحيحاً في الجبر العادي لأن "22 لا تساوي 2" ومرد هذا

1 برتراند راسل,نفس المصدر,ص130

الاختلاف أن رموز المنطق فئات وليس مجرد فئات تشير إلى أرقام كما هو حال الجبر العادي. ولذلك يمكن القول أن جبر بول المنطقي لم يستطع التحرر من متعلقات الحساب العددي، وهذا ما أدى إلى زيف بعض قوانين جبر المنطق، وإلى عدم إمكانية تعميم قوانين الجبر على المنطق مع الاحتفاظ بخصوصية العمليات المنطقية[1].

إن مثل تلك الصعوبات التي اعترضت تعميم قوانين الجبر على المنطق – وصعوبات أخرى غيرها- هي التي أدت إلى تراجع أهمية تطبيق الجبر على المنطق.

لأجل إقامة المنطق على أسس رياضية جديدة، وهي التي أوحت لرسل بإمكانية إقامة المنطق على أسس رياضية مختلفة عن طريق بول الجبرية.

غير أن ذلك لا يقلل من أهمية جبر المنطق عند بول، والتي تتمثل في توجيه المنطق باتجاه الرياضيات، وهو توجه طبع كل المحاولات اللاحقة التي حاولت إقامة المنطق على أسس رياضية.

ويبدو أن هذه الأهمية هي التي دفعت بمؤرخ المنطق الكساندر ماكوفليسكي إلى القول: "إن المنطق لم ينفصل عن الفلسفة إلا في عام 1847، تاريخ صدور كتاب التحليل الرياضي للمنطق، للرياضي الإنكليزي جورج بول.

إن عدم نجاح جبر بول في دمج المنطق في الرياضيات من جهة، والشكوك التي أخذت تظهر حول الأعداد بوصفها أساس اليقين في الرياضيات، هي التي دفعت راسل إلى البحث عن نموذج جديد للتفكير في علاقة المنطق بالرياضيات، وإقامة هذه العلاقة على أسس جديدة.

ويختلف نموذج رسل المنطقي عن جبر المنطق عند بول في أن الأول قام بإرجاع المفاهيم الرياضية إلى مفاهيم منطقية أولاً، وأقام المنطق على شكل نسق استنباطي ثانياً[2]، في حين بقي بول في حدود إرجاع المنطق إلى الجبر وتطبيق القوانين الجبرية عليه[3].

أما القضية التي لفتت انتباه راسل إلى إمكانية إقامة العلاقة بين المنطق والرياضيات على أسس جديدة، فهي قضية "تعريف العدد" وتحويله من كائن رياضي إلى كائن منطقي

الأساس المنطقي للرياضيات:

1 د.عابيد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، ط4، مركز دراسات الوحدة العربية,بيروت, ص144

2 د.عابيد الجابري،نفس المرجع،ص144

3 د.عابيد الجابري,نفس المرجع ,ص145

إن البحوث الرياضية التي قنعت بالأعداد كأساس لليقين الرياضي سرعان ما تخلت عن العدد بوصفه موجوداً أولياً، وأخذت تبحث عن الحدود الأولية التي يتشكل منها العدد لكي تؤسس منطقياً ورياضياً لفكرة العدد.

فالرياضيات التي كانت تقف عند العدد بوصفه أساساً لليقين، وكائناً بديهياً بذاته لا يحتاج إلى تحليل لما هو أبعد منه، أخذت تبحث في إمكانية اشتقاق الأعداد من أفكار وثوابت أولية. وقد بدأ الرياضيون باشتقاق الأعداد الطبيعية لأنها أبسط الأعداد. كما تطلبت مسألة اشتقاق العدد من كائنات أولية نسقاً استنباطياً خاصاً بالعدد.

ومن أهم المحاولات التي اشتقت مفهوم العدد الطبيعي من مجموعة من الأفكار الأولية والمسلمات، هناك محاولة الرياضي الإيطالي بيانو .Peano 1855-1932 ويقوم نسق بيانو للأعداد الطبيعية على النحو التالي:

أ. الأفكار الأولية: وهي ثلاثة أفكار

- الصفر
- العدد
- التالي

ب. المسلمات: وهي خمس مسلمات

- الصفر عدد
- التالي لأي عدد عدد
- ليس لعددين نفس التالي
- الصفر ليس تاليا لأي عدد
- إن أي خاصية، عندما تعود إلى عدد ما، فإنها تعود إلى تالي ذلك العدد، وتعود إلى كل الأعداد.

وبوساطة كل هذه الأفكار الأولية والمسلمات يمكن لأي رياضي أن يقيم سلسلة لا متناهية للأعداد الطبيعية، بحيث تبدأ السلسلة بالصفر ثم تعرف الواحد بأنه تالي للصفر، والعدد 2 بأنه تالي للواحد وبذلك نحصل على أعداد جديدة كلما تقدمنا في السلسلة[1].

1 برتراند راسل، مقدمة للفلسفة الرياضية، ترجمة: محمد مرسي احمد,مؤسسة السجل العربي,القاهرة,1962 ص135

وبالرغم من أن نسق بيانو كان نسقاً محكماً ومحققاً لمتطلبات الدقة الرياضية، إلا أن راسل ومعه فريجة Frege 1848-2519 رفضا ذلك النسق لأنه يميز بين العدد صفر وباقي الأعداد، ولأنه لا يستطيع تعريف العدد اللانهائي ولا يعرف العدد صفر.

ولذلك حاولا إقامة العدد على أسس جديدة واختيار أفكار أولية غير أفكار الصفر والعدد والتالي، وقد وجدا أن هناك بعض الأفكار الأولية المنطقية جديرة بأن تكون أفكار أولية للعدد، وهي أفكار أبسط من الأفكار الأولية في نسق بيانو.

ولقد قامت عملية رد الأعداد إلى مفاهيم منطقية خالصة، على شكل نسق استنباطي، يضع تلك المفاهيم كأفكار أولية، بحيث لا نحتاج في هذا النسق إلا إلى المفاهيم والقواعد المنطقية فقط. فبدلا من رموز بيانو التي كانت تشير إلى كائنات رياضية بحيث:

س تشير إلى صفر

ع تشير إلى عدد

س1 تشير إلى تالي

أصبح بالإمكان تفسير تلك الرموز بطريقة مختلفة، بحيث يمكن أن يشير أي عدد سواء كان صفرا أو 1 أو2 أو 3 ... إلى فئة الفئات class of classes المتشابهة. ليصبح العدد 1 فئة الفئات التي تحتوي على عضو واحد، والعدد 2 فئة الفئات التي تحتوي على عنصرين ... ويصبح العدد صفر فئة الفئات الخالية من أي عضو. أما مفهوم العدد فإنه فئة كل الأعداد وبذلك فإنه فئة من المرتبة الثالثة[1]

ويستخرج رسل مفهوم الفئة من التشابه similarity بحيث تشكل كل مجموعة متشابه فئة. ولذلك فإن كل عدد هو فئة كل الفئات المتشابه الثنائية أو الثلاثية أو الرباعية أو الخماسية ... ، أو هو فئة كل الفئات التي تمتلك خاصية property متشابه.

هكذا تمكن راسل من تحويل الحدود الأولية للعدد من كائنات رياضية إلى كائنات منطقية هي الفئة والشبه.

والفئة والشبه والخاصية ،هي مفاهيم منطقية خالصة أو تراكيب منطقية logical constrac لأنها من ابتكار العقل البشري عندما يحاول تنظيم أشياء العالم في مجموعات.

1 برتراند راسل,نفس المرجع,ص 136

ولذلك فإنه ليس للفئة وجود موضوعي مستقل عن العقل الذي ابتكرها، كما هو حال الأشياء التي تنتظم في فئات، فالفئة "مجرد وسيلة لغوية للتحدث عن مجموعة من الأشياء دون أن تؤلف شيئاً بالإضافة إلى الأشياء" .

وإذا كان تحويل الأعداد إلى كائنات منطقية، أدى إلى أن كل الرياضيات – التي تستمد يقينها من العدد - أصبحت تستند إلى مقدمات منطقية خالصة، بحيث أصبحت الرياضيات جزءاً من المنطق أو نتيجة من نتائجه، فإن الاهتمام بالفئات أدى إلى ظهور نظرية الفئات theory of classesأو حساب الفئات .

ونظرية الفئات هي تجسيد لتداخل المنطق والرياضيات، لأنها نظرية منطقية ورياضية بنفس الوقت، ولذلك فإننا نجد عشرات الصياغات المنطقية والرياضية لحساب الفئات .

أما حساب رسل للفئات فيتألف من:

أ- الحدود الأولية:

الفئة ، الفئة الفارغة null class ، الفئة الشاملة universal class، ثوابت الجمع المنطقي والضرب المنطقي والمساواة والانتماء ...، بالإضافة إلى متغيرات الفئات س، ص، ع ... الخ، ومتغيرات العناصر أ،ب،ج. ...

ب-**التعريفات:** من قبيل

تعريف التضمن : س ع = أ س أ س

تعريف الضرب المنطقي: س *ع= أ س . أ ع

تعريف الجمع المنطقي : س ع = أ س v أ ع[1]

ويعني التعريف الأول أنه إذا كانت لدينا فئتين الأولى متضمنة في الثانية، فإنه إذا وجد عنصر أ ينتمي إلى الفئة الأولى فإنه ينتمي أيضا إلى الفئة الثانية. ويعني التعريف الثاني أن حاصل الضرب المنطقي بين الفئتين س، ع هو كل العناصر التي تنتمي إلى س، ع. ويعني التعريف الثالث أن حاصل الجمع المنطقي بين س و ع يعني أن أ إما أن تنتمي إلى أو إلى ع أو إليهما معاً .

ج-**المسلمات:** من قبيل

1- هناك فئة صفر بحيث س + صفر = س. ***

1 د.عابيد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، ط4 ،مركز دراسات الوحدة العربية,بيروت, ص 147

2- هناك فئة 1 بحيث س × 1 = س

3- س × ع = ع × س

4- س + ع = ع + س

5- س + ع×ص = س+ ع × س + ص

والهدف من هذه المسلمات المساعدة على اشتقاق المبرهنات .

د- قواعد الاستنباط

1- قاعدة الاستبدال :

وهي قاعدة يمكن من خلالها أن نحول صيغة ما إلى صيغة مكافئة لها، بحيث تنتج صيغة جديدة نريد البرهنة عليها، وتتم عملية التحويل هذه من خلال وضع فئة أو معادلة ما مكان فئة أو معادلة في الصيغة الأصلية، بحيث يتم الاستبدال في جميع المواضع التي ترد فيها الفئة أو المعادلة في الصيغة الأصلية، إلى أن نصل إلى صيغة جديدة مكافئة للصيغة الأصلية[1].

إذ يمكن عن طريق هذه القاعدة استبدال الصيغة:

س × ع = ع × س بالصيغة الرياضية 4 ×6 = 6×4

2- قاعدة الاستدلال :

بموجب هذه القاعدة، إذا كان لدينا صيغة ما ولتكن ق وكانت ك تلزم عنها ، كان من الممكن أن نستدل على ك ونحذف ق، أي أن نكتفي بنتيجة اللزوم دون ذكر مقدمة اللزوم، وتشبه هذه القاعدة قاعدة إثبات المقدم في حساب القضايا .

هكذا يكون نسق الفئات جاهزاً للبرهنة على النظريات بنفس الطريقة التي تجري بها عملية البرهنة في الأنساق الهندسية[2].

ونحن تناولنا حساب الفئات لكي نبين أن تحويل الأعداد إلى فئات وتقديم حساب الفئات على شكل نسق استنباطي، شكلا الجسر الذي عبر عليه المنطق إلى الرياضيات.

فقد اتضح أن "سحر الأعداد الذي هو أساس اليقين الرياضي يمكن إرجاعه أو اشتقاقه انطلاقاً من حدود منطقية. فنحن عندما نريد دراسة الرياضيات البحتة فإننا نستطيع أن نرجع كل فروع

1 برتراند راسل، مقدمة للفلسفة الرياضية، ترجمة: محمد مرسي احمد,مؤسسة السجل العربي,القاهرة,1962 ص128

2 برتراند راسل ،نفس المرجع,ص 134

الرياضيات إلى حساب الأعداد، ثم نستطيع أن نرجع حساب الأعداد إلى حساب الفئات، المبني بدوره على حدود أولية منطقية.

وهذا يعني أن كل فروع الرياضيات حققت وحدتها في كل يجمعها أولاً، ويعني ثانياً أن الحدود بين المنطق والرياضيات البحتة أصبحت حدود غير واضحة، لأن "الرياضيات بأكملها أصبحت تقوم على المنطق الرمزي".

إن هذا التقارب الشديد بين المنطق والرياضيات هو الذي سمح لراسل بتعريف الرياضيات البحتة بأنها: باب جميع القضايا التي صورتها ق يلزم عنها ك، حيث ق،ك قضيتان لا تشتملان على ثوابت غير الثوابت المنطقية.

وطالما أن اللزوم هو مفهوم منطقي فإن الرياضيات كلها أصبحت مفهومة منطقياً، أي أصبحت جزءاً من المنطق، وذلك بخلاف جورج بول الذي توصل إلى أن المنطق يشكل جزءاً من الرياضيات.

و لم يقتصر رسل في عملية دمج المنطق والرياضيات مع بعضهما على تقديم حساب الفئات، بل إننا نجده يقيم نظريات منطقية جديدة عن طريق أنساق استنباطية شبيهة بنسق الفئات.

ولذلك نجده يقدم نسقاً خاصاً بحساب القضايا ونسقاً خاصاً بحساب العلاقات. وهي أنساق قربت أكثر بين المنطق والرياضيات، إذ أصبحت الحدود بين المنطق والرياضيات ، ضمن تلك الأنساق حدوداً غير واضحة[1].

هكذا نجد أن المنطق الصوري المعاصر نشأ من "الطريقة البديهية في الهندسة ."أي من الطريقة الاكسيومية أو الأنساق الاستنباطية، ولذلك فإن رسل يعد من أكبر المؤسسين لهذا المنطق باعتباره"أول من صاغ نسقاً منطقياً بدون أي دلالة إلى التعيين .ولأنه أهم من أسس للاندماج بين المنطق والرياضيات البحتة وذلك من خلال:

أ. إرجاع المفاهيم الرياضية إلى مفاهيم منطقية، بحيث أصبح المنطق أساس الرياضيات

ب.إقامة النظريات المنطقية على شكل أنساق استنباطية مستمدة من الطريقة الهندسية.

1 د.عابيد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، ط4 ،مركز دراسات الوحدة العربية,بيروت, ص 149

الفصل الثالث

المبحث الأول: نقاط الاختلاف بين النزعة المنطقية والنزعة الحدسية

من خلال دراستنا لمنطقانية راسل وحدسانية بوانكاريه والمناقشات التي دارت بينهما في مجال الرياضيات، لها أهمية بليغة من الناحية الفلسفية وكانت فلسفة الرياضيات تطرح على تطور بالقدر الذي كانت فيه أسئلة بوانكاريه، تطرح حول البديهية الجديدة التي أتى بها راسل ومن هنا تبينت عدة اختلافات.

بحيث نستطيع القول أن بوانكاريه، كان يرى في العدد هو العدد الكمي الرياضي في حين أن راسل كان يرى في العدد الكمي كيفي، في الوقت نفسه وعلى غرار هدا فان بوانكاريه ركز على أن مبدأ الاستقراء التام هو الاستدلال الرياضي الوحيد.

وبهذا يعترف ضمنيا أن مبدأ الاستقراء التام هو مبدأ رياضي ننتقل فيه من العام إلى الخاص ،لكن راسل يلاحظ على عملية الانتقال هذه من والى ما هي إلا تأكيد لمبدأ الحلقة المفرغة.

و لكي نتحاشى الحلقة المفرغة لا بد من الصياغة الحقيقية لمبادئ البرهان يسميها بوانكاريه الافتراضات، أما راسل فيسميها بديهية الرد[1] ليظهر المنطق مع بيرتراندراسل الذي يدرس الاستدلال من الاستنتاج الصوري فقط، أي انه لا يعود إلى محتوى الصوري فهو تعبير عن صلاحية الاستدلال دون الإشارة إلى الطبيعة المادية ،وبدالك طابق راسل بين المنطق والرياضيات ففي نظره الرياضيات امتداد للمنطق، فمن خلال بحثنا في هدا الموضوع توصلنا إلى أن برهان راسل على أفكاره كانت بطريقتين [2] .

أولا): تحليل الرياضيات تحليلاً منطقياً، وذلك بردها إلى أصول المنطق، ثم تحليل المبادئ المنطقية إلى أقل عدد من الفروض التي تستنبط منها قواعد المنطق.

1 د. عبد الرحمان، مناهج البحث العلمي، وكالة المطبوعات الكويت ،1977 ،ص 57

2د.محمد عابد الجابري،مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، ط4 ،بيروت مركز دراسات الوحدة العربية 2001 ص104

وبهذا التحليل تزول الفوارق بين المنطق والرياضيات [1]، يعتبرلاختلاف بين النزعة الحدسية والنزعة المنطقية قديم قدم المدرستين (الحدسية والمنطقية) ويعد بوانكاريه من ابرز فلاسفة النزعة الحدسية، من خلال رؤيته للرياضيات أنها لا تُشتق من المنطق ،كما ذهب راسل بل تحتاج إلى مادة أي إلى تجربة من نوع خاص هي الحدس التجريبي (بالمفهوم الكانطي).

فهو يعتبر أن المنطق وحده يمدنا باليقين وهو أداة برهان أما الحدس فهو أداة اختراع.

فإذا اعتبرنا الرياضيات لها الصرامة المنطقية، بحيث تعتمد على المنطق في مسائلها وتعطي الوحدة والتناسق، فهذا في نظر الحدسيين وأهمهم هنري بوانكاريه .

فيرى أن للرياضيات خاصية الحدس، فيجب أن تبرهن على هذا الاستدلال الرياضي وهو نوع من الاستقراء.

أطلق بوانكاريه على هذا الاستقراء (**الاستدلال التكراري**)[2]، وكان التعارض بين النزعة المنطقية والحدسية، أن الحدسيين يرون أن الرياضيات لا تشتق من المنطق كما تصورها راسل، بل تحتاج إلى مادة مقابل الصورة (أي تجربة) وليس المقصود بالتجربة هنا (التجربة الحسية المشخصة)، بل تجربة من النوع الحدسي أي رؤية مباشرة.

هذه التجربة تعريفها لا يُعرف لغة لا تتعلم، كما يصفها بوانكاريه

أي يضطر الرياضي عند الكشف عن اللمحة الحدسية إلى استعمال المنطق في البرهنة .

فالحدس هنا يعتمد على معارف رياضية سابقة يشترك فيها (الذاكرة والخيال) فالحدس لا يبدأ من معطيات عينيه وحسب، بل يكتسب الرياضي فاعلية في ظروف أوسع.

1 برتراند.مد راسل ، أصول الرياضيات ، ترجمة: محمد مرسي أحمد ود.أحمد فؤاد الاهواني دار المعارف ج1 ط2 مصر ص104

2الاستدلال يشتمل عادة على الاستنتاج والاستقراء,ولكن برتراند راسل يعتبر الاستقراء إما نوعا من الاستنتاج خفيا,وإما طريقة تجعل التخمينات مقبولة,ولذلك فهو لا يميزبين الاستنتاج والاستقراء.

فعلم الهندسة يصبح مألوف بالكيانات التي يدرسها، ويُكون فكرة تعادل في وضوحها الفكرة عن الأشياء الحقيقة التي يحفل بها العالم الخارجي.[1]

وإذا أردنا أن نفهم منطق الحدسية أكثر فيتلخص في نقطتين أساسية ١- طبيعة الموضوعات الرياضية ٢- المبدأ في المنطق وهو مبدأ الثالث المرفوع)

بحيث، يرى الحدسيون جميعهم القدماء والمنطقية والحدسية أن أساس مشكلة النقائض في الرياضيات هو القول بوجود (مجموعات لا متناهية) ولذلك وجدت هذه النقائض، فلتجنبها يستلزم إعادة فكرة اللانهاية.

أدرك راسل من قبل هذه النقائض في اللانهاية، لكنه قلل من أهميتها خصوصاً بوجود نقائض مماثلة لها في المجموعات المتناهية مثل الرجل الذي يقول إني أكذب.

أما الحدسيون الجدد فأخذوا فكرة التناقض، منطلق معارض للنزعة المنطقية[2]

فالرياضي الذي يعتمد على الحدس في أبحاثه الرياضية لابد أن يشعر بما يشبه الدوران أو الغثيان عندما يطلب منه إدراك اللانهاية، كأنها موضوع قديم تم بناؤه في حين أن اللانهاية لا تقبل التعريف .بمعنى أن يتصور ما يتم بناؤه على أنه شيء مبني فعلاً .

ومن هنا يخرج الحدسيين من مشكلة النقائض وهي التمسك بفكرة (البناء المشيد " فعـــــلاً ") ويرون أن الرياضيات حدسية و(بنـــــاءات ذهنية) والنظرية الرياضية، تُعبر عن حادثة أو ظاهرة محض تجربة أي تشيد بناء معين

فمثلاً في القضية (٢+٢ = ٣+ ١) فيجب أن ننظر إليها بأنها اختزال للقضية التالية (لقد شيدت البناء الذهني الذي تشير إليه ٢+٢، ثم البناء الذهني الذي تشير إليه ١+ ٣ وجدت أنهما تؤديان إلى نفس النتيجة) [3].

1 برتراند راسل ،مقدمة للفلسفة الرياضية،ترجمة: محمد مرسي أحمد,القاهرة,مؤسسة سجل العرب,المجلس الأعلى لرعاية الفنون والأدبة ط1،1962 ص 108

2 د, حمادي بن جاء الله،العلم والفرضية، ط1 ،هنري بوانكاريه,مركز الحدة العربية,2003,ص112

3 د.إبراهيم زكريا ,برغسون, سلسلة نوابع الفكر العربي،ط1 ،دار المعارف,1956 ،ص75

فعند السؤال هل (٢+٢ = ١+٣) قضية قائمة أبداً، أم أنها حقيقة أبدية ..؟

ومن هنا جميع الرياضيين والحدسيين أيضاً متفقون بأن الرياضيات تتناول معنى ما من المعاني (الحقائق الأبدية) ولكن عندما نحاول تحديد هذا المعنى بدقة فإننا نسقط في متاهات والصعوبات الميتافيزيقية، ولنتجنب هذه المتاهات يجب طردها من الرياضيات.

أما سؤال " ماذا تعني البناءات الذهنية ؟ " فنجيب أنها عمليات ذهنية مثل (٢+ ٣) عملية وحركة فكرية تدمج ٢ في ٣ والعددان أيضاً انشاءان ذهنيان

فالحدس للأعداد هنا يقابل الحدس عند كانط (الحساب هو حدس الزمان " التتابع " والهندسة حدس المكان) .

و كما يرى بروو (حدس ثنائي الوحدة)، فالحدسية الجديدة ظاهرة في التفكير الرياضي، أي تجزئة اللحظات إلى أجزاء تختلف عن بعضها من حيث الكيف ويجمعها الزمان في وحدة، مع بقاء انفصالها.

فهذا النوع من الحدس يتم إدراك المتصل والمنفصل، فبواسطته نشأ (الأعداد الترتيبية النهائية) .

فعناصر ثنائية الوحدة يمكن أن ننظر لها كثنائية وحدة جديدة، وهذه العملية يمكن تكرارها إلى مالانهاية[1].

فالحدسية تعتبر المنطق الدرجة الثانية بالنسبة للرياضيات، عكس النزعة المنطقية وهدا ما أكد عليه هايتنغ بحيث يعتبر أن المنطق ليس له أساس كما اعتبر أن مبادئه أكثر تعقيدا وغموضا .

و لذلك حاول هايتنغ تأسيس منطق جديد مستوحى من الرياضيات منطق يرفض (صلاحية المبدأ الثالث المرفوع صلاحية مطلقة) .

ويعبر عن مبدأ عدم التناقض تعبيراً من (القضية الاثباتية) .

مثل / القضية (إني نجحت في إنشاء بناء ذهني) والقضية المناقضة لها (لقد نجحت في إنشاء بناء ذهني آخر) .

1 د,حمادي بن جاء الله ،العلم والفرضية، هنري بوانكاريه, نفس المرجع,ص 113

ولكن التمسك بهذا البناء الثنائي، بافتراض البناء الذهني الأول قائماً يؤدي إلى تناقض .. وبالمثل بالنسبة إلى مبادئ المنطق الأخرى [1] .

إتفق الحدسيون الجدد على مسألة أساسية وهي (رفضهم لصلاحية مبدأ الثالث المرفوع صلاحية مطلقة .

كما معلوم أن نقائض نظرية المجموعات ترجع كلها إلى هذا المبدأ الذي يقرر أن القضية إما صادقة أو كاذبة، ولا مكان لقيمة ثالثة " أي حل ثالث كأن يقال أن القضية صادقة وكاذبة معاً أو فيها بعض الصدق وبعض الكذب) .

هدا ما أكد عليه بروو مؤسس هذا الاتجاه (النزعة الحدسية)، إن تطبيق مبدأ الثالث المرفوع لا يمكن أن يتم دون قيد ولا شرط إلا في ميدان رياضي نهائي ومحدود بوضوح وهذا يعني أن المنطق الكلاسيكي لا يعبر بصدق وفاعلية إلا عن الأمور التي تخص المجموعات المتناهية ولا يذهب إلى أبعد من ذلك.

ويضيف أيضاً :(ليس للمنطق الكلاسيكي من قيمة بالنسبة إلى أجزاء العلوم اللامحدودة لمبدأ الثالث المرفوع ،في مجال دراسة القوانين الطبيعية يستلزم الاعتقاد في الطابع النهائي للعالم وفي نسبية الذرية، ولا يمكن أن يقال أن النقد الذي توجه النزعة الحدسية لمبدأ الثالث المرفوع لا يعني الفيزيائي في شيء كلا (فالمناهج التي يستعملها عند دراسة الطبيعة التي يفترضها نهائية مناهج تقوم على رياضيات المتصل وبالتالي على رياضيات اللامتناهي) [2].

إن المبدأ الذي تنطلق منه النزعة الحدسية، هو أن جميع أنواع اللامتناهي تفلت من هذا المبدأ فهو لا يصلح فيها ولكنه يحتفظ بصلاحيته بالنسبة إلى المقادير المتناهية.

قد يكون هناك أنواع من اللامتناهي لا يؤدي فيها مبدأ الثالث المرفوع، إلى تناقض ولكن ذلك لا يعني أن هذا المبدأ صالح للتطبيق فيها ما دمنا لم نستفيد ولا يمكن أن نستفيد.

---

1 د,محمد عابيد الجابري،مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي،ط4 ،مركز دراسات الوحدة العربية بيروت 2001،ص115

2 محمد عابيد الجابري,نفس المرجع,ص116

وكدالك من خلال تحليلاتنا نرى أن بوانكاريه الطابع الرئيسي الذي يقوم عليه البرهان في الرياضيات هو البرهان بالإنابة (التراجع)، هو يقوم على أساس أن في العقل الإنساني قوة خالقة من شانها أن تكرر الفعل حينما تعرف أن من الممكن فعله مرة واحدة،وفي رأي بوانكاريه النموذج الحقيقي للقضايا بالتركيبية الحقيقة [1].

ومن خلال تفسير بوانكاريه لطبيعة البرهان بالتراجع فتحت شهية خصومه وعلى رأسهم راسل الذي رأى في هدا التفسير بأنه التفسير سيكولوجي،ومن هده الجهة ينتقد راسل بوانكاريه على أساس انه رأى أن خصمه يؤسس لطبيعة العقل وكيف أنها من أصل نفسي (ميتافيزيقي)، وهو الشيء الذي لم يهضمه راسل ومن خلال دراستنا ا كد راسل كثيرا على انه لابد من الابتعاد عن أي تعليل لا يستند إلى صدق أو كدب القضية 'لان هدا سيجعل من العلم كله ظني حسب اعتقاده راسل[2].

ومن هنا يمكن القول أن الاختلافات التي كانت بين المنهجين المنطقي والحدسي أدت إلى تطورات على مستوى فلسفة العلوم، وخاصة في مجال علم الرياضيات وعلى المخصوص المنهج الرياضي ،و نستطيع القول انه تطور تطورا لم يشهده من قبل'وبدالك أصبح البرهان الرياضي هو الاستدلال المنتج الخصب.

1 د. عبد الرحمان ،مناهج البحث العلمي، الكويت وكالة المطبوعات،1977 ،ص57

2 بول موي ،المنطق وفلسفة العلوم، ترجمة: فؤاد زكرياء،د ت ،ص56

المبحث الثاني: دراسة العلاقة بين المنطقية والحدسية

تعتبر العلاقة بين النزعتين المنطقية والحدسية محل النزاع، خاصة في القرن التاسع عشر نشأ في أهمية الحدس في الرياضي.

فإذا اعتبرنا الرياضيات لها الصرامة المنطقية بحيث تعتمد على المنطق في مسائلها وتعطي الوحدة والتناسق، فهذا في نظر الحدسيين وأهمهم هنري بوانكاريه لا يكفي .

فيرى أن للرياضيات خاصية الحدس، فيجب أن تبرهن على هذا الاستدلال الرياضي وهو نوع من الاستقراء.[1]

أطلق بوانكاريه على هذا الاستقراء (الاستدلال التكراري) وكان التعارض بين النزعة المنطقانية والحدسية، أن الحدسيين يرون أن الرياضيات لا تشتق من المنطق كما تصورها راسل، بل تحتاج إلى مادة مقابل الصورة (أي تجربة) وليس المقصود بالتجربة هنا (التجربة الحسية المشخصة) بل تجربة من النوع الحدسي أي رؤية مباشرة.

هذه التجربة تعريفها لا يُعرف لغة لا تتعلم، كما يصفها بوانكاريه

أي يضطر الرياضي عند الكشف عن اللمحة الحدسية إلى استعمال المنطق في البرهنة، فالحدس هنا يعتمد على معارف رياضية سابقة يشترك فيها (الذاكرة والخيال).

فالحدس لا يبدأ من معطيات عينية وحسب، بل يكتسب الرياضي فاعلية في ظروف أوسع.

فعلم الهندسة يصبح مألوف بالكيانات التي يدرسها، ويُكون فكرة تعادل في وضوحها الفكرة عن الأشياء الحقيقة التي يحفل بها العالم الخارجي[2] .

و إذا أردنا أن نفهم منطق الحدسية أكثر فيتلخص في نقطتين أساسية:

-طبيعة الموضوعات الرياضية المبدأ في المنطق وهو مبدأ الثالث المرفوع، نبدأ بالنقطة الأولى وهي:

1 د. محمد عابد الجابري ،مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلماني،ط4، مركز دراسات الوحدة العربية ،2001،ص68

2 هنري بوانكاريه، العلم والفرضية، ترجمة: حمادي جاب الله، المنظمة العربية للترجمة، بيروت،2002، ص102

طبيعة الموضوعات الرياضية :

يرى الحدسيون جميعهم القدماء والمنطقية والحدسية، أن أساس مشكلة النقائض في الرياضيات هو القول بوجود (مجموعات لا متناهية) ،و لذلك وجدت هذه النقائض فلتجنبها يستلزم اعادة فكرة اللانهاية[1].

أدرك راسل من قبل هذه النقائض في اللانهاية، لكنه قلل من أهميتها خصوصاً بوجود نقائض مماثلة لها في المجموعات المتناهية مثل (الرجل الذي يقول إني أكذب)[2] .

أما الحدسيون الجدد، فأخذوا فكرة التناقض منطلق معارض للنزعة المنطقية

فالرياضي الذي يعتمد على الحدس في أبحاثه الرياضية لابد أن يشعر بما يشبه الدوران أو الغثيان عندما يطلب منه إدراك اللانهاية ، وكأنها موضوع قديم تم بناؤه، في حين أن اللانهاية لا تقبل التعريف بمعنى أن يتصور ما يتم بناؤه على أنه شيء مبني.

ومن هنا يخرج الحدسيين من مشكلة النقائض، وهي التمسك بفكرة (البناء المشيد " فعـــــلاً) ويرون أن الرياضيات حدسية و بنـــــاءات ذهنية، والنظرية الرياضية تعبر عن حادثة أو ظاهرة محض تجربة أي تشيد بناء معين.

فمثلاً في القضية (٢+٢ = ٣+ ١) فيجب أن ننظر إليها بأنها اختزال للقضية التالية (لقد شيدت البناء الذهني الذي تشير إليه ٢+٢، ثم البناء الذهني الذي تشير إليه ١+ ٣ ووجدت أنهما تؤديان إلى نفس النتيجة) .

فعند السؤال هل (٢+٢ = ١+٣) قضية قائمة أبداً، أم أنها حقيقة أبدية[3]

هنا جميع الرياضيين والحدسيين أيضاً متفقون بأن الرياضيات تتناول معنى ما من المعاني (الحقائق الأبدية)

1 هنري بوانكاريه ، العلم والفرضية ، المصدر نفسه، ص77

2برتراند راسل،تاريخ الفلسفة الغربية،ط3، الفلسفة الحديثة، ترجمة محمد فتحي الشنيطي، المكتبة المصرية، 1977،ص92

3 د. محمد عابد الجابري ،مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلماني،ط4، مركز دراسات الوحدة العربية ،2001،ص69

ولكن عندما نحاول تحديد هذا المعنى بدقة فإننا نسقط في متاهات والصعوبات الميتافيزيقية .[1]

لنتجنب هذه المتاهات يجب طردها من الرياضيات كما يرى بروو (حدس ثنائي الوحدة) فالحدسية الجديدة ظاهرة في التفكير الرياضي أي تجزئة اللحظات إلى أجزاء تختلف عن بعضها من حيث الكيف ويجمعها الزمان في وحدة، مع بقاء انفصالها .

فهذا النوع من الحدس يتم إدراك المتصل والمنفصل، فبواسطته نشأ (الأعداد الترتيبية النهائية) فعناصر ثنائية الوحدة يمكن أن ننظر لها كثنائية وحدة جديدة، وهذه العملية يمكن تكرارها إلى مالانهاية ومن خلال دراستنا للنزعتين ظهر [2]

وبالتالي فإن انجاز الوحدة بين المنطقية والحدسية في الرياضيات حققته النزعة الاكسيومية.

إذ لم تكن المبادئ الرياضية واضحة تمام الوضوح في أذهان الرياضيين وخاصةً الحدسيين، الذين اتخذوا المنهج الذهني لقد اعتبروها بمثابة صور فكرية لوقائع تجريبية فبقيت ذات صلة بالحوادث التجريبية، ولم يكن يشك أحد في صلة الرياضيات بالتجربة (المقصود بالتجربة الذهنية وليست الحسية على الرغم من غموض هذه الصلة وصعوبة الكشف عن حدودها وحقيقتها).

و لكن الشيء المؤكد هو انطباق الرياضيات على الحوادث التجريبية ساعدت في تقدم العلوم الأخرى. ميكانيك – فيزياء – فلك ....الخ وهذا الشيء الوحيد الواضح في أذهان الرياضيين فكانوا يخطون خطوات في هذا البرهان دون أن يلتفتوا إلى المبادئ التي يرتكزون عليها البحث صدقها ونوعية هذا الصدق.[3]

تغيرت هذه النظرة منذ بداية النصف الثاني من القرن التاسع عشر، وذلك عندما ظهرت مفاهيم وكائنات رياضية لا تتفق مع الواقع التجريبي ولا الحدس الحسي (كالأعداد التخيلية والدوال

1 د. محمد عابد الجابري ،مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلماني، نفس المرجع ،2001،ص70

2 د. محمد ثابت الفندي ، فلسفة الرياضة ،ط1 دار النهضة العربية،1969 ،ص158

3 د. محمد عابد الجابري ،مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلماني،ط4، مركز دراسات الوحدة العربية ،2001،ص111

المنفصلة،بالإضافة إلى مسلمة التوازي في هندسة إقليدس المسلمة التي بعثت القلق والشك منذ قرون طويلة)[1].

لذلك قامت حركة رياضية تركز على مراجعة مبادئ البرهان الرياضي في مدى صدقها ،و إعادة صياغة المنهج الرياضي صياغة منطقية حسب (المنهج الاكسيومي) .

لنسأل أولاً :

هل أصبحت الحقيقة الرياضية التي لا تعلوها حقيقة أخرى عبارة عن الحقيقة (الملائمة) ؟

للإجابة نأخذ المثال الأبسط والأشهر في الرياضيات (هندسة إقليدس)، حتى نفهم معنى الملائمة هنا بشكل أوسع مع وجود مثالين لها ذات الأهم في الرياضيات (نظرية المجموعات – أزمة الأسس).

لقد ميز في هندسته بين ثلاث أنواع من المبادئ : البديهيات – المسلمات – التعاريف.

البديهية : وهي قضية واضحة بذاتها إلى درجة أنه لا يمكن تبسيطها إلى ما هو أبسط.

المسلمة : وهي قضية واضحة بذاتها ،ولكن يطلب من الرياضي التسليم بها بدون برهان بشرط تشييد عليها بناء رياضي متماسك، فهي مجرد مطلب وليس هناك ما يبررها سوى كون التسليم بها يساعد على تشييد بناء رياضي متماسك.

التعاريف : وهي جملة من الحدود التي لابد من الأخذ بها غير معرفة حتى نستطيع تعريف الباقي بواسطتها[2]، فكما أننا لا نستطيع الرجوع بالبرهان إلى ما لانهاية له بل لابد من الوقوف عند قضايا معينة نعتبرها بديهيات أو مسلمات، فكذلك لا يمكن الرجوع بالتعاريف إلى ما لا نهاية له بل لابد من الوقوف عند حدود معينة نقبلها دون تعريف لنتمكن من تعريف الباقي بواسطتها .

إذا شيد إقليدس هندسته على هذه المبادئ فالبديهيات بقيت دوماً مقبولة، والتعاريف سكت عنها لأنه لا يمكن التقدم في البحث دون الانطلاق من حدود لا معرفة .

1 د. محمد عابد الجابري ،مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلماني،ط4، نفس المرجع،2001،ص113

2 د. محمد ثابت الفندي ، فلسفة الرياضة ،ط1 ،دار النهضة العربية،1969 ،ص160

إلا أن المسلمات بقيت دوماً مجالاً للشك والقلق، خاصةً أن إقليدس يطلب التسليم بها دون مطالبته بالبرهان ودون أن يدعي أنها واضحة بذاتها[1].

و المسلمة التي أثارت الشك هي مسلمة التوازي، وتنص على (من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مستقيم واحد فقط موازي له) وعلى هذه المسلمة برهن إقليدس عدة قضايا في بنائه الهندسي.

حاول الرياضيون من العصر اليوناني إلى العصر الحديث، برهنة هذه المسلمة وجميعاً لم يفلحوا كما أنهم لم يستطيعوا الاستغناء عنها لان في الاستغناء عنها انهيار كامل للهندسة الاقليدية[2].

في محاولة جريئة قام بها "لوباتشيفسكي " في إثبات هذه المسلمة بواسطة البرهان بالخلف، والمعلوم أن البرهان بالخلف يقوم على افتراض عكس القضية حتى إذا أدى بنا هذا الافتراض، خلال الاستنتاج إلى تناقض كان ذلك إثباتا للقضية الأصلية .

افترض **لوباتشيفسكي*** عكس القضية، فتوصل إلى عدد من النظريات الهندسية دون أن يوقعه ذلك في تناقض ما أي دون أن يؤدي إلى بطلان فرضه.

و بالتالي لم يتوصل إلى إثبات صحة مسلمة إقليدس، ولكن توصل فعلاً إلى نتائج مخالفة لتلك التي توصل لها إقليدس[3] .

من هنا كان استنتاج منهج جديد، وهو أن هناك مقدمات مختلفة أدت إلى نتائج مختلفة وهذا شيء طبيعي جداً ولكن الشيء الأساسي الذي كان من شأنه أن يثبت بطلان فرضه ،و بالتالي صحة مسلمة إقليدس هو وقوعه في تناقض منطقي أي ظهور تناقض داخلي في النظام الجديد الذي كان يشيده انطلاقاً من فرضه المذكور وهذا لم يحدث.

---

1 د. محمد ثابت الفندي ، فلسفة الرياضة ،ط1، نفس المرجع،ص165

2 د .محمد عابد الجابري،مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلماني،ط4، مركز دراسات الوحدة العربية ،2001،ص115

* لوباتشيفسكي نيكولاي ايقانوفيش رياضي روسي اكتشف هندسة اقليدية جديدة نشرها في كتابه الهندسة الخالية 1894.1856

3 د. محمد عابد الجابري ،نفس المرجع،2001،ص ص116-117

إذا مسلمة إقليدس مسلمة مستقلة تماماً عن المسلمات الأخرى، وبالتالي فإن أي نظام يشيد على عكسها يمتلك نفس المقدار من المشروعية الذي يمتلكه النظام المشيد عليه.

هذا ما جعل هندسة لوباتشيفسكي تقف على الأقل مع هندسة إقليدس موقف الند للند، وهكذا نصبح أمام هندسات متعددة لا أمام هندسة واحده، وعلى هذا المنهج شيد ريمان هندسته فيما بعد.[1]

و يبدو واضحاً أن التساؤل عما إذا كانت هذه الهندسة أو تلك هي الصحيحة تساؤل لا معنى له. ذلك لأن الجواب يتطلب البحث عما إذا كانت الأوليات التي تبنى عليها هندسة من الهندسات أحكاماً تركيبية أولية كما يعتقد كانط.

أما في نظر بوانكاريه : فإن الأوليات الهندسية ليست أحكاماً تركيبية أولية ولا حوادث تجريبية بل هي مجرد موضوعات أي قضايا نتفق عليها[2] .

لقد أصبحت الحقيقة الرياضية فكرة ملائمة في بداية هذا القرن، حيث جعلوا الأساس الرياضي العلمي معيار للحقيقة.

لكن فكرة الملائمة انتقدت نقداً شديداً بعد نظرية النسبية العامة، لاينشتاين إذ قال (إذا كانت الهندسة الاقليدية هي أكثر ملائمة بالنسبة إلى ما ألفناه واعتدناه في هذا العالم الذي نعيش فيه فإنها غير ملائمة لعوالم أخرى).

نستنتج من هذا كله تغيير نظرة الرياضيين إلى المبادئ التي يعتمدون عليها في نظرياتهم، حيث أصبح التمييز في مبادئ البرهان الرياضي بين المسلمات والبديهيات أمر ثانوي فتؤخذ جميعها كمجرد فرض أو منطلق افتراضي، دون تأكيد لصدقها أو البرهنة عليها[3].

1 برتراند راسل، تاريخ الفلسفة الغربية، ط3، الفلسفة الحديثة، ترجمة محمد فتحي الشنيطي، المكتبة المصرية، 1977،ص119

2 هنري بوانكاريه، العلم والفرضية، ترجمة: حمادي جاب الله، المنظمة العربية للترجمة، بيروت، 2002،ص99

3 د. محمد عابد الجابري ،مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلماني،ط4، مركز دراسات الوحدة العربية ،2001،ص115

حيث كانت البداهة تتصف بـــ البداهة العقلية وتؤخذ كقضية تحليلية تفرض نفسها على العقل فرضاً، في حين أن المسلمة لا تتصف بمثل هذه الدرجة من البداهة والوضوح إذ يمكن تصور نقيض لها .

أصبحت البديهية قضية تركيبية، وهي ليست واحدة عند الجميع بل تختلف بإختلاف ميادين البحث، فمثلاً في الرياضيات الحديثة القضية القائلة الكل أكبر من الجزء قد أعتيدت دوماً انها قضية بديهية ولكنها ليست صحيحة إلا في ميدان المجموعات المتناهية وبالتالي هي ليست قضية تحليلية بل نتيجة مواصفة واتفاق[1] .

إذن : البديهية على المسلمة في الرياضيات مجرد فرض، يتم قبوله على أساس اختيار واع لا على أساس صبغته الخاصة والمهم في القضية أن يشيد على أساسها برهان رياضي، في البناء فيصبح من الممكن تنوع النظريات بتنوع اختيار المبادئ .

الاختيار لطبيعة المبادئ يتم بشكل اعتباطي " تحكمي" ويخضع لشروط هذا التصور الجديد لطبيعة المبادئ انعكس أثره على البرهان الرياضي.

فقديماً كان ينظر للبرهان أنه يؤدي إلى نتائج ضرورية أي (بما أن هذه المبادئ صحيحة صحة مطلقة فإن القضايا التي تنتج عنها صحيحة مطلقة)، وهو القياس الضروري عند أرسطو .

أما اليوم فإن البرهان الرياضي يشير فقط إلى (أنه إذا وضعنا هذه المبادئ أساساً للاستنتاج، فهذه هي النتائج الصورية التي تترتب عنها أي أن الضرورة في البرهان، لم تعد تخص القضايا المبدئية نفسها بل الرابطة التي تجمع بينها في النسق الاستدلالي) [2] .

وكل نظرية رياضية أكسيومية تنطلق من (أن الحدود الأولية التي تأخذها بدون تعريف لأنها ستكون وسيلة وأداة لتعريف باقي الحدود وأن المسلمات أو القضايا الأولية تعتبر هي الأخرى صحيحة بالتعريف فقط، وهي قضايا بواسطتها نبرهن على القضايا الأخرى) .

1 د. محمد عابد الجابري ،مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلماني،ط4، نفس المرجع ،2001،ص116

2 د .محمد عابد الجابري ،مصدر نفسه ،ص117

يحدث هنا مشكلتين أساسيتان في النسق ،و هما (الأسبقية والتصريح بالقضية)[1].

أما الأسبقية فهي تتعلق بالألفاظ والقواعد المنطقية والحسابية، التي ترتكز عليها وإلا أصبح التفكير مستحيلاً مثل:(واو العطف، التعريف، كلمة كل وبعض ... الخ) وهي ألفاظ منطقية تبين العلاقة بين الحدود والقضايا بالإضافة إلى قاعدة التعدي المتضمن (إذا كانت أ تتضمن ب، وب تتضمن جـــ، فإن أ تتضمن جـــ) .

أما مشكلة التصريح بها ليس من الضروري التصريح بها دفعة واحدة بجميع الحدود والقضايا الأولية، والإعلان عنها تدريجياً أي عند الحاجة شريطة أن يتم ذلك قبل الإتيان بالنتائج التي يراد استخلاصها منها.

و يمكن القول أن الأوليات التي تقوم عليها النظرية، ليست قابلة لأن توصف بالصدق أو الكذب، لأنها تشتمل على متغيرات غير محددة هي (اللامعرفات) وقضايا غير مبرهن عليها، وعندما تعطي لهذه المتغيرات قيمة ما أي تحويلها إلى ثوابت، عندئذ تصبح المسلمات صادقة أو كاذبة (صدقها أو كذبها متعلق بالثوابت) [2].

وهذا لا يعني أن مشكلة التعريف يمكن حلها نهائياً، المسألة هنا أكثر تعقيد لان التعريف بالسياق يتطلب أن تكون عناصر السياق معرفة ما عدا المجهول منها فلابد من معرفات تستسقي اللامعرفات منها المعنى.

أما بخصوص عدم تناقض الأوليات، فإن المسألة أكثر صعوبة فقد يقال بالتجربة ولكن ليس من الضروري أن يكون البناء الرياضي قابلاً للتجربة دوماً، فمثلاً هندسة ريمان كانت غير قابلة للتطبيق على العالم الواقعي حتى جاء اينشتاين بنسبية وبرهن على أنها أكثر ملائمة من الهندسة الاقليدية.

لكن هناك طريقة يمكن اتخاذها معيار لعدم التناقض وهي مستوحاة من طريقة تستعمل للتأكد من استقلال الأوليات تتلخص في:

1 برتراند راسل،تاريخ الفلسفة الغربية، ط3، الفلسفة الحديثة، ترجمة محمد فتحي الشنيطي، المكتبة المصرية، 1977،ص127

2 برتراند راسل،مصدر نفسه،ص ص127-128

البرهنة على نظرية ما وعلى عكسها داخل البناء الاكسيومي، فكلما كان ممكناً كان هذا البناء يشتمل على الأقل على أوليتين متناقضة، وليس من السهل تطبيقه دوماً ولكن هذا المعيار وحده الصالح لمعرفة ما إذا كانت الأوليات متناقضة أو لا داخل هذا البناء وهي ما تزال إحدى الصعوبات الأساسية المعلقة .[1]

يبقى المنهج الاكسيومي، طريقة مبتدعة في التفكير وهو أسلوب في الاستنتاج أيضا، يعتبر قديم مثل التفكير المنطقي نفسه ولكن الجديد هو صياغة منهجية مقننه له أصول وقواعد.

و لقد تعرض لنقد شديد بأنه قد يفيد حقاً في تنظيم المعارف الموجودة، ولكنه لا يساعد على اكتشاف حقائق جديدة وكان يرى بعض الرياضيين أنه مجرد شطحات فكرية أو مجرد، لعبة شطرنج خصوصاً أنه يغفل المبدأ الأساسي لمعاني الحدود والقضايا ويهتم بالعلاقات منطقياً بينها.

أما اليوم فهو قائم وواضح المعالم وبرهنت النظرية الاكسيومية ،على فاعليتها في العلوم الأخرى التجريبية ،و بهذا تحولت أنظار الرياضيين من الكائنات الرياضية إلى البنيات الرياضية[2] .

1 د محمد عابد الجابري ، مصدر سابق،ص122

2 د محمد عابد الجابري ،مصدر نفسه ،ص123

المبحث الثالث: المذاهب المعاصرة في أسس الرياضة

منذ بداية القرن العشرين هناك ثلاثة تيارات هامة تتنازع حول الأبحاث المعاصرة في أسس الرياضيات ويأتي في مقدمتها المذهب اللوجستيقي،إلا أن الخلاف حول هذا المذهب أدى بظهور المذهبين الآخرين كردود فعل عليه وهما المذهب الأكسيومتيكي بزعامة **دفيد هلبرتً** والذهب الحدسي الجديد بزعامة **بروور.**

المذهب اللوجستيقي:

المذهب اللوجستيقي والذي أخذ اسم **(الفلسفة العلمية)** عند **بيتراند راسل** وبهذا المعنى ،لأنه حين أراد أن يسهم في الحركة الفكرية المعاصرة حول أسس الرياضيات اصطنع لنفسه آلة رياضية دقيقة لتحليل المسائل المعروضة عليه هي المنطق الرياضي (لوجستيقا) وهو المنطق الذي تسلح بسلاح الرياضيات نفسها ،اي التسلح بأدق الرموز وبالعلميات الحسابية المختلفة ،حتى أصبح قادرا على التعبير عن قضايا الرياضيات بلغة المنطق و تحليل أسسها التي انتهت إليها في المذهب الحسابي وردها إلى حدود المنطق وقضاياه ،فأثبت بذلك المذهب اللوجستيقي نظريته الأساسية بطريقة علمية بحتة لا أثر للفلسفة فيها وهي أن الرياضيات ليست إلا فرعا من المنطق الصوري .[1]

هذه هي الفلسفة العلمية التي دعا إليها **بيتراند راسل** في كتابه **مباذئ الرياضيات** وتسمى بالمذهب اللوجستيقي أو النظرية اللوجستيقية [2]في أسس الرياضيات وسميت بالنظرية اللوجستيقية إلى شيء أبعد من مجرد المنطق،بأن الرياضيات ليس فيها شيء غير عناصر المنطق الصوري وأنها تشتق منه كفرع له في نسق علمي واحد وكذلك حل نقائص الرياضيات المعاصرة أدى إلى قيام نظرية أخرى سماها **راسل** نظرية الأنماط،وهذان الوجهان للمذهب اللوجستيقي رد الرياضيات

1 د محمد ثابت الفندي ، مرجع سابق،ص123

2برتراند راسل،تاريخ الفلسفة الغربية، ط3، الفلسفة الحديثة، ترجمة محمد فتحي الشنيطي، المكتبة المصرية، 1977،ص146

ً ديفد هلبرتً شيخ الرياضين في المانيا حتى قبل الحرب الثانية اول من كمل و اتم اكسيوماتيك هندسة اقليدس في كتابه المسمى اصول الهندسة

ً بروورً مؤسس للمذهب الحدسي الجديد 124\159

بحذافيرها إلى المنطق الصوري وحل نقائص الرياضيات ولقد عرفت هذه النظرية خطوات نستخلصها كالأتي.[1]

الخطوة الأولى نخصصها للمحة التاريخية الذي انتقل فيه المنطق الصوري من علم لغوي إلى علم رياضي .

لفظ لوجستيقا معروف عند القدماء للدلالة على الجداول يجد فيها الحاسبون نتائج العمليات الحسابية،أما في القرن التاسع عشر فقد كان الاسم الشائع هو جبر المنطق والذي حقق فيه جبريو المنطق في علمهم تحويل الإستنبطات إلى حساب وبذلك قدموا الأدلة الفنية لتحليل الأنساق العلمية تحليلا منطقيا وهذا ما استفادت منه المدرسة اللوجستيقية.

ولفهم المذهب اللوجستيقي هناك مرحلتان :[2]

المرحلة الأولى:فهم أصول النظرية المنطقية

نتطرق سريعا إلى هيكل المنطق الرمزي الذي يستند إليه المذهب اللوجستيقي،نلجأ إلى ما عرضه بيتراند راسل لتصوره الصوري أو المنطقي للرياضة والذي يرجع بالرياضة إلى التركيب (الحسي) فيقول راسل في تعريفه لتصوره المنطقي لقضايا الرياضة"إن الرياضيات الخالصة هي مجموعة القضايا التي صورتها دائما من نوع ل تتضمن م حيث ل و م قضيتان تشملان على متغير يبقى بعينه في القضيتين بحيث لا تشمل القضيتان على ثوابت غير ثوابت المنطق."[3]

كما نذهب إلى تعريف آخر للرياضة الخالصة يقول فيه راسل(الرياضة الخالصة هي العلم الذي لا نعرف فيه عم نتحدث،بحيث لا نعرف إذا كان ما نقوله صادقا لأن صدق القضايا يكون بصدق الفرضيات).[4]

1 برتراند راسل، مصدر سابق،ص153

2د محمد ثابت الفندي ، مرجع سابق ،ص125

3 برتراند راسل، مصدر سابق،ص162

4 برتراند راسل، مصدر نفسه،ص84

المرحلة الثانية:اشتقاق الرياضة من المنطق

إن كل فرع من فروع الرياضيات توجد قواعد عملية لاشتقاق النظريات من المسلمات وهناك قاعدتان:

القاعدة الأولى: قاعدة التعويض

وهي قاعدة تقول يمكن في أية صيغة من المنطق أن يعوض عن رمز فيها مثل **ل** حيثما وجد بصيغة أخرى تعادله صدقا أو كذبا،يمكن التعويض عن **ل** بالصيغة نفسها

(ل1 _ل)1 _ (ل1 _ل)[1]

القاعدة الثانية : قاعدة الاستنتاج

وهي قاعدة مستعملة في العلوم الرمزية و إن لم يكن مصرح بها،إذا علمت أن **أ** وكذلك **أ"ب** من قوانين المنطق،فإنك تستطيع ثبوت **ب** بمفردها كقانون أيضا.

الخطوة الثانية نشير فيه إلى أنواع الحساب المنطقي مع تخطيط لهيكل الحساب الذي يستند إليه البنيان اللوجستيقي كله.

الخطوة الثالثة نبين فيه طريقة اشتقاق الرياضة البحتة من المنطق الصوري وهو أساس الموضوع في الفلسفة الرياضية.

المذهب الأكسيوماتيكي

جاء هذا المذهب رد فعل مباشر على المذهب اللوجستيقي من إمام الرياضة المعاصرة **دفيد هلبرت** وهو لا يرى أن الرياضة فرع من المنطق و مشتقة منه كما انتهى إليه اللوجستيقيون و إنما يرى أن المنطق والرياضة كلاهما متوازيين من نبع واحد ،نبعا عن صورية خالصة هي الأساس المشترك والبعيد لهما معا ولذلك نقول كي تستقيم الرياضة و المنطق معا كعلمين استنباطيين وثيقين يجب الذهاب إلى ما هو ابعد من حدودهما ومسلمتهما الأولية،وذلك بقبول حدود ومسلمات أولية أخرى خالية من كل معنى في الرياضة أو المنطق لأنها مجرد رموز نضعها وضعا ومن ثم هي صورية

1 د محمد ثابت الفندي ، مرجع سابق ،ص131

بحتة لا تتضمن معنى ما ،وهذه الحدود و المسلمات التي لا هي إلى الرياضة ولا غلى المنطق هي التي تسمى (**الأكسيوماتيك**) التي تشتق منه بالتوازي في آن واحد الرياضة و المنطق منفصلين وعليه سنتطرق إلى الإتجاه الأكسيوماتيكي[1]

الأكسمة في الهندسة

إن لاتجاه المتمثل في المنهج الأكسيوماتيكي تطور في حقل الهندسة و"الاكسيوماتيكية ليست برهانا ولكن نمطا لعرض العلوم الدقيقة مبنية على قضايا دون برهان ومصاغة صوريا ، إن فعل الأكسمة يعني وضع مجموعة من مبادئ تكون قاعدة متناسقة وكافية للاستنتاج بالنسبة لكل قضايا النظرية،إنها تشترط مستوى معينا من اللغة ،و هذا يعني انه لا يمكن أكسمة المعرفة ذات عبارات واسعة و غير محددة ،فالأكسمة هي نمط لتعريف التصورات تعريفا دقيقا،و تقوم بدراسة الرياضيات بعمق من خلال التقنيات المستعملة فيها و عبر مراحل تطورها ،و الحديث عن الاكسمة يردنا إلى هندسة إقليدس[2]

. أولا- النسق الإقليدي والأكسمة:

لقد ظلت الرياضيات خلال قرون طويلة نموذج اليقين، ولقد كانت الهندسة في الشكل الذي أعطاه إياها " أبو الرياضيات الحديثة والذي كان يونانيا من القرن 3 ق.م وهو إقليدس نموذجا لكل نظرية استنباطية، اعتمد فيها على مجموعة من الأكسيومات ولهذا يعتبر أول من وضع الحجر الأساس للمنهج الأكسيومي في كتابه "الأصول " وهو الكتاب الذي ظل منذ ذلك الوقت وحتى القرن الماضي (ق 19) أساسا للدراسات الهندسية[3].

1 د محمد ثابت الفندي ، مرجع سابق،ص132

2 حسن شعبان،النزعة العقلانية في فلسفة العلم المعاصر،ط1،منشأة المعارف، الإسكندرية، 1998.ص126

3 حسن شعبان،مرجع نفسه، ص132

فإقليدس هو أول من اقترح بناءا منطقيا وأكسيوميا للرياضيات عامة والهندسة خاصة، ولهذا حاول بناء هذه الهندسة انطلاقا من مجموعة من القضايا كانت أصل البرهان، وميز في هذه المجموعات بين التعريفات، والبديهيات والمسلمات[1]

أكسيوم إقليدس :

إن الأصول الإقليدية هي نظرية المقادير الهندسية، المقادير المعرفة انطلاقا من معطيات تجريبية في الإشكالية الإقليدية لا تتمثل في تأسيس الهندسة قبليا، لكن في وضع أو تكوين آلة استنتاجية تسمح باكتشاف الحقائق الهندسية انطلاقا من معطيات أولية ، هذه المعطيات الأولية هي التعريفات، المسلمات والأكسيومات (البديهيات)

النسق الأكسيومي عند هلبرت :[2]

نشر هلبرت (1862-1943 مقالا بعنوان: "أسس الهندسة" سنة 1899، عرض فيه مثالا عن النسق الأكسيومي، وأكد فيه، الهندسة مثل علم الحساب تشترط الانتقال من عدد صغير من القضايا الأولية البسيطة، وهي عبارة عن أكسيومات الهندسة

تحليل الاكسيومات :هلبرت

بنى نسقه بالاعتماد على ثلاثة مفاهيم لا معرفة: النقطة، المستقيم، المستوى، كما استخدم أيضا بعض الروابط كـ: تنتمي، بين، تساوي، على

فالمجموعة الأولى من الأكسيومات نجد فيها كلمة "على" نقطة على مستقيم ،كما أن هذه المجموعة تحتوي على أكسيومين 1 ,2 بالنسبة للنقاط والمستقيمات،فهما أكسيومان لهما علاقة بالهندسة المستوية، هما مستويان من المجموعة 1 بينما الأكسيومات 4-3 نسميها الأكسيومات الفضائية .[3]

1 د محمد ثابت الفندي ، مرجع سابق،ص137

2 محمد ثابت الفندي، مرجع سابق ، ص 45

3 د محمد ثابت الفندي ، مرجع سابق ،ص112

المجموعة الثانية تحدد الترتيب بين النقاط باستخدام العلاقة بين، وتسمح بتوزيع النقاط على المستقيمات.

المجموعة الثالثة مكونة من الأكسيومات بنيت على أساس علاقة التقايس، سواء الخاصة بالقطع أو الزوايا.

وضمنيا التقايس يتضمن الحديث عن المقدار والطول، المجموعة الرابعة هي المسلمة الخامسة الإقليدية[1].

شروط وخصائص الأكسيومات:

يرى هلبرت أن الأكسيومات يجب أن يتوفر فيها شرطان

-لا تناقض المقدمات فيما بينها، أي أنه من غير الممكن استنتاج قضية من برهنة منطقية تناقض أحد الأكسيومات[2].

-استقلالية الأكسيومات بعضها عن بعض، وهذا ما يعني أنه من غير ممكن استنتاج أكسيوم من الأكسيومات الأخرى بواسطة البرهان، ويرى هلبرت أن أكسيومات المجموعة1 و2 هي أساس أكسيومات المجموعات الأخرى، ولهذا يكفي البرهنة على أن أكسيومات مستقلة هي 3،4،5 المجموعات[3].

فالأكسيومات التي وضعها هلبرت غايتها تعريف المواضيع من خلال وصف علاقاتها، وذكر الخصائص المميزة لها. ولهذا فإن الأكسمة هلبرت تميزت بخاصيتين- :

اعتمدت على نفس مبدأ الصورنة، على أساس أن القيام بهذه العملية يعني تعريف الإجراءات التي تطبق على المواضيع المجردة، من خلال تثبيت نسق من الرموز وقواعد العمل، فالنقطة والمستقيم والمستوى هي عبارة عن رموز تدل على المواضيع والعلاقات.

1 د محمد ثابت الفندي ، مرجع سابق ،ص 141

2 خالد قطب، العقلانية العلمية دراسة نقدية،المكتبة الأكاديمية،القاهرة،ط1 ،2005،ص137

3 محمد ثابت الفندي، مرجع سابق ،ص89

ونفس الشيء بالنسبة للأكسمة فهي تقوم على تعريف العلاقات الخاصة بالمواضيع المجردة من خلال تثبيت نسق الرموز وقواعد العمل[1]

في الأكسمة، الهندسة منفصلة عن تجربة المكان، إذ تقوم بتجريد المفاهيم من المحتوى الحدسي، ولهذا فطبيعة المواضيع أو العلاقات هي غير محددة.

وحسب هلبرت أكسيومات المجموعة الأولى هي فقط التي منحت للنسق خاصية ثلاثية الأبعاد أما إذا تم حذف هذه الأكسيومات، والإبقاء على الأخرى دون تغيير، فإنه يتم الحصول على هندسة مستوية ولهذا نلخص إلى أن هلبرت وضع مجموعة من الأكسيومات ثم ميز بين[2] الأكسيومات المستوية أو الخطية وهي أكسيومات المجموعات,2،3،4،5 والأكسيوم 1 ،2 من 1، والأكسيومات الفضائية هي أكسيومات 3-4 من المجموعة1

المنهج الأكسيومي:

تطرقنا فيما سبق إلى الاتجاه الصوري و الأكسيومي،و أثناء الحديث عن أسس الهندسة استنتجنا أن المنهج الاكسيومي لا يجب أن يحصر في المجال الهندسي بل يجب أن يعمم على كل المجالات الرياضية وهذا ما أكده كفاييس بقوله امتداد مجال تطبيق المنهج كما تم توضيح الاتجاه الصوري، ووجود الاتجاهين معا دفع هلبرت إلى التوحيد بينهما في منهج واحد[3].

أولا- ضرورة المنهج الأكسيومي إن المنهج الذي نريد الحديث عنه لا يخص مشكلة محددة وإنما هو منهج التفكير الرياضي، فما هذا المنهج الخاص بالفكر الرياضي؟ هل الرياضي بحاجة إليه؟إنه المنهج الأكسيومي الذي حاول في البداية تجنب البداهة والوضوح، الحدس

1برتراند راسل،مصدر سابق،ص149

2 د محمد ثابت الفندي ، مرجع سابق ،ص 146

3 محمد عابد الجابري،مصدر سابق، ص123

والتعريفـــات الســـاذجة، رفض إذن العودة إليها عن طريق وضع تصورات أولية وأكسيومات ينطلق منها الرياضي[1].

وإذا ما تحدثنا عن الأكسيوماتيكية، مباشرة نتطرق إلى هلبرت إذ المـــنهج الأكســـيومي ابتداء منه، أصبح الطريق الأسهل لمعالجة ودراسة المســـائل الرياضـــية ففـــي ســـنة 1899شارك هلبرت في مؤتمر سنوي حول الرياضيات بموضوع**"حول نظريـــة العـــدد[2] "** وهي المداخلة التي نشرت سنة 1900 ، عرض من خلالـــه آراءه حـــول أســـس علـــم الحساب، وذلك بعد أن تطرق بالحديث إلى المنهج التكويني والمنهج الأكســـيومي والمقارنـــة بينهما على أساس أن الأول يستخدم في علم الحساب، والثاني يستخدم في الهندســـة، محـــاولا الوصول من خلال هذه المقارنة إلى تحديد أيهما أصلح لتأسيس الرياضيات، حسب هلبرت المنهج التكويني يقوم أساسا على توسيع مفهوم العدد، فالأعـــداد الســـالبة تعرف من خلال تطبيق مبدأ تعميم طرح الأعداد الموجبة الأعداد الناطقـــة تعرف بتطبيق مبدأ تعميم القسمة على الأعداد الموجبة والسالبة، والأعداد الحقيقية هي عبـــارة عن تقطعات بين الأعداد الناطقة، فهو إذن منهج يهتم أساسا بتكوين أكبر قـــدر ممكـــن مـــن الأعداد بالاعتماد على الأعداد التي تم تكوينها، ولذا فإن المنهج الأكسيومي هو عبـــارة عـــن مفهوم عام للعدد الحقيقي والذي تم تكوينه من خلال الامتدادات المتتاليـــة للمفهـــوم البســـيط للعدد أما المنهج الأكسيومي فهو يعرف الأعداد من خلال العلاقات التي تعتمدها، وهـــو يقـــوم أساسا على إيجاد مجموعة من الأشياء، من المواضيع تطبق عليها مجموعة مـــن العلاقـــات التي يعرفها في أكسيومات معينة فهو إذن عبارة عن نســـق مـــن المواضـــيع بينهـــا علاقات حددت بالأكسيومات ،وفي هذا الإطار هلبرت لم يكن راضيا عن مـــنهج التقطعـــات لأنه يفترض مجموعة الأعداد الناطقة لتعريف العدد الحقيقي، ولهـــذا فهـــو يفضـــل التعريـــف تعريفا أكسيوميا للعدد الحقيقي بالأكسيوم يحدد ويميز التصور، ولهذا

1 د محمد ثابت الفندي ، مرجع سابق ،ص 151

2 محمد ثابت الفندي، مرجع سابق ، ص121

نستنتج مما سبق أن المنهج الأكسيومي هو أفضل وأولى من المنهج التكويني ويقر هلبرت هذا الحكم، لسببين.[1]

المنهج التكويني سبب الكثير من الصعوبات المنطقية إذ أن وجوده " ارتبط بحدوث الكثير من التناقضات المنطقية

بينما المنهج الأكسيومي خال من هذه الأخطاء، ومن الصعوبات ولا يمكن التشكيك في مصداقيته،فمن أجل تأسيس نظرية ما وإثبات مجموعة من مفاهيم لها علاقة بالنظرية، يكفي تأسيس نسق من الأكسيومات[2]،مع التأكيد بأنها تحقق الخصائص المنطقية اللازمة حتى تكون بمعزل عن التناقض، إن المنهج الأكسيومي هو منهج منتج ومثمر وخصب، فضلا عن كونه يؤسس علم الحساب، لأن النظرية ممثلة بنسق من العلاقات يمكن أن تظهر في مجالات أخرى كالفيزياء ولذا فإن **هلبرت** جعل من المنهج الأكسيومي أساسا لتأسيس علم[3] الحساب، ومن قبله **فريجه** أساسا لتأسيس المنطق، **ديدكند** و**كانتور** جعلاه أساسا لنظرية المجموعات، ونلمس موقف كفاييس من هلبرت من خلال قوله" رأيي أنه رغم القيمة البيداغوجية والكشفية للمنهج التكويني، المنهج الأكسيومي هو الأفضل بالنسبة لتمثيل نهائي ودعم منطقي لمحتوى معرفتنا "[4]

ويدعم كفاييس موقفه بنظرية الأعداد الحقيقية التي تجنبت صعوبات وجود نسق من الأعداد الحقيقية وبصورة عامة المجموعات اللامتناهية، وهي الصعوبات التي تتكون باعتماد المنهج التكويني، وإذا كان هلبرت قد عرف العلاقات بين الأشياء من خلال الأكسيومات، فإن كفاييس قد ترجم تلك العلاقات بالإجراءات، حيث يرى أن الأكسيومات عبارة عن إجراءات،عن أفعال يقول" إنه من خلال الحكم المسبق الواقعي نهتم بالأشياء، ولكن ما يهم هو

1 محمد عابد الجابري، مصدر نفسه ص128

2 محمد ثابت الفندي، مرجع سابق ، ص 132

3 د محمد ثابت الفندي ، مرجع سابق ،ص164

4 J. Cavaillès : La philosophie mathématique, Hermann, Paris, *1981. 2. J*

تتابع وتسلسل إثباتاتنا هو ما يحكم ويدير هذا التسلسل، هو معرفة النشاط الفكري ."[1]

وفضلا و يرى **كفاييس** أن النظرية هي عبارة عن تأسيس هيكل من التصورات يسمح بترتيب الأحداث، وتأسيس هذا الهيكل يتم من خلال بعض النظريات تكفي لكي تستنتج منها منطقيا ما تبقى من النظريات وهذا يعني أن الرياضي ينطلق من بعض النظريات، ثم يستنتج بقية النظريات وقد تكون رياضية، أو لها علاقة بعلوم أخرى كالميكانيكا والفيزياء، ومنه فإن المنهج الأكسيومي لا يسمح فقط بتأسيس الرياضيات، ولكن بتبرير تطبيقها الشامل في علوم الطبيعة، وكل ما يكون موضوعا للفكر ، فحسب العلمي هو مرتبط مباشرة بالمنهج الأكسيومي ومنه فهو ينتمي إلى الرياضيات **هلبرت** إن الصرح العلمي أو لنقل الخاص بالعلوم والذي رسم وبني بالاعتماد على المنهج الأكسيوماتيكي تظهر الرياضيات فيه كموجه رئيسي فلها إذن دور فعال في بناء هذا الصرح ويعزز **كفاييس** رأي **هلبرت** حيث يرى أن الرياضيات الأكسيوماتيكية توصلنا إلى تكوين ماهية الفكرالعلمي ، ولهذا فهو بطريقة غير مباشرة جعل من المنهج الأكسيومي وسيلة للتوحيد بين العلوم، وهذا إن دل على شيء فإنما يدل على نجاح المنهج الأكسيومي في سنواته الأخيرة[2] .

الإستنتاج

نصل إلى أن الأكسمة هي نشاط فكري يتم داخل الرياضيات ذاتها الإجراءات الرياضية فهي تقوم بعزل وتصفية الطرق التي تكون مركز النظرية، ومن خلال هذا العمل تشارك في تطور وامتداد الرياضيات، وكون الرياضيات تفكر في ذاتها وبتعبير آخر من العوامل الأساسية التي ساعدت أحد محركات تطور الرياضيات ، إنها إذن أحد سياقات التطور، أحد أنماط الفكر الرياضي ولا يمكن التخلي عنها.

المذهب الحدسي الجديد (الحدسي المعاصر)

1 د محمد ثابت الفندي ، مرجع سابق ،ص166

2 د محمد ثابت الفندي، المرجع نفسه،ص 167

الرياضيات في نظر **بروور** :الحدسانية نزعة تعود إلى **كانط** لا إلى **ديكارت** صاحب الوضوح والبداهة، وبعد **كانط** نجد **كرونوكر** الذي حمل لواء هذه النزعة بمقولته" إن الله خلق الأعداد وما عداها فهي من صنع البشر"، **بوانكري** الذي جعل الاستقراء الناقص أساسا لتطور الرياضيات[1] وكذا إسهامات **لوبسغ**، ثم تطورت على يد **بروور** الذي يعتبر مؤسس الحركة الحدسانية ،التي اهتمت منذ بداية القرن 20 بوضع حلول لمسألة الأسس التي طرحت على الفلاسفة والرياضيين نتيجة اكتشاف مفارقات نظرية المجموعات لقد أراد **بروور** أن يؤسس لرياضيات قوية من خلال أن الرياضيات تمثل الجزء الدقيق للفكر الإنساني،النشاط الفكري للإنسان هو عقلي خالص الرياضيات هي اختراع حر، مستقل عن التجربة فأما أن الرياضيات تمثل الجزء الدقيق للفكر،فهذا يعني عدم رد□ها إلى الفلسفة أو المنطق، وهذا ما يؤكده **هايتنغ** بقوله[2]: " ليس المنطق هو الأساس الذي استندت إليها الرياضيات، وكيف يجوز ذلك، وهو بدوره يحتاج إلى أساس فمبادئه أكثر تعقيدا، وأقل مباشرة ووضوح من مبادئ الرياضيات نفسها إن المنطق هو جزء من الرياضيات

و لا يمكن النظر إليه على أنه أساس لها فالرياضيات إذن هي نشاط عقلي خالص، مرتبط بالحدس (وهنا يتفق مع كانط)، نشاط مستقل عن التجربة وهذا يعني أن المواضيع الرياضية غير مستقلة عن الفكر.

ففي بداية أبحاثه، أراد **بروور** أن يبين تطور النشاط الإنساني منذ البدء وهذا من خلال مقال: الرياضيات، العلم، اللغة" نشره سنة 1928، أكد من خلاله أن الرياضيات، العلم، و اللغة تمثل الوظائف الأساسية للنوع الإنساني،حيث من خلالها الإنسان يسيطر على الطبيعة ويحافظ على

1 هنري بوانكري، العلم والفرض، ترجمة حمادي جاب الله، المنظمة العربية للترجمة، بيروت، 2002،ص128.

2 بوخينسكي،تاريخ الفلسفة المعاصرة في أوروبا،ط2،ترجمة: محمد عبد الكريم الوافي، مكتبة الفرجاني، ليبيا،دت،ص107

نظامه هذه الوظائف مصدرها ثلاث صور تجسد آثار ونتائج إرادة الحياة للكائن الحي العاقل وهي:[1]

1_ التفكير الرياضي، التجريد الرياضي، وفرض الإرادة من خلال الأصوات.

2-مراحل النشاط الرياضي :النشاط الرياضي كفعل إرادي اختياري لخدمة غريزة المحافظة على النوع الإنساني،يمر بثلاث مراحل أو يأخذ ثلاث حالات[2]:

أ_الحالة المؤقتة :ففي هذه المرحلة الحاضر المباشر ينقسم ،والإحساس الذي يملأ الحاضر يؤدي إلى نشأة إحساس جديد، فالإحساس الأول يتحول إلى ماضي، فهو إذن ينفصل عن الأنا وينتقل إلى عالم التمثيل الحدسي،والجديد هو الذي يملأ الحاضر وهذا ما يؤدي إلى تأسيس الزوج (Dyade)، الذي ينقسم بدوره فيتحول إلى عنصر لزوج جديد،وهذا ما يكو□ن ثلاثيا (triade)، الثلاثي يتحول إلى عنصر وهكذا إلى أن تصل إلى مضاعف معقد، فظاهرة القسمة تتكاثر وتولد متتاليات مؤقتة ذات تضاعف متزايد [3].

ب - الحالة السببية :وتكون في ناحيتين · :من جهة، الظواهر المؤقتة لنفس التضاعف هي معروفة ومجردة من كل خاصية كيفية،فأساسها المشترك يكون"العدد"،فهو حدس أساسي للرياضيات الحدسانية ، والمواضيع الرياضية تنشئ بواسطة سلسلة من الأفعال البسيطة انطلاقا من الأعداد ومنه من الزوج من جهة أخرى، فإن الحالة السببية تؤدي إلى تكوين الأشياء من خلال تعريف لبعض الاحساسات المركبة، فالأشياء هي جواهر مستقرة نسبيا، من خلالها الإنسان يبحث لاكتشاف دوائر النظام الأكثر دقة والأكثر امتدادا، ومن هذه الجهود تنشأ علوم الطبيعة.

ج- الحالة الاجتماعية :وفيها تظهر اللغة عندما تتطور الجماعات الإنسانية فالمواضيع والأشياء أو الأعداد الناتجة عن الحالة السببية،يتم التعبير عنها بإشارات سمعية أو بصرية تمثل قاعدة لتكوين وتأسيس اللغة، فهي الوسيلة التي تساعد الذاكرة وللتواصل بين الناس إذن ومما سبق فإن النشاط

1 د. محمد ثابت الفندي ، مرجع سابق ،ص 169

2 د. محمد ثابت الفندي ، مرجع سابق ، ص119

3 د. محمد ثابت الفندي ،أسس المنطق، نفس المرجع ، ص126

الفكري للإنسان مر بثلاث حالات: المؤقتة والسببية اللتان أدتا إلى تأسيس الرياضيات وعلوم الطبيعة ،و الحالة الاجتماعية التي تولدت عنها تأسيس اللغة. لقد جعل **بروور** حدس الزوج (Dyade)أو ثنائية الوحدة ظاهرة أساسية في التفكير الرياضي[1]، فتجزئة لحظات الحياة إلى أجزاء مختلفة كيفا ومجتمعة في الزمان مما يجعلها وحدة واحدة مع بقائها منفصلة، إنها حدس ثنائية الوحدة وبواسطتها يتم إدراك الأعداد المنفصلة وانتشار الحدس والبناءات الرياضية هي أفعال داخلية مستقلة عن عالم الأشياء، التي تم تأسيسه بالعمل السببي والاجتماعي ولهذا فالرياضيات مجالها داخلي عقلي خالص، ويجب أن تتطور بكل حرية في الداخل.يقول **بروور:"** إن الحدسانية عرفت في الرياضيات نشاطا عقلانيا مستقلا داخلا في البناء، الذي وجد عبارة لغوية أكثر فعالية وقابلة للتطبيق على العالم الخارجي، لكن مع ذلك لا في مصدرها ولا في ماهية منهجها يوجد ما له علاقة بالخارجي .[2]

أما اللغة كوسيلة لتنشيط الذاكرة، وللتواصل مع الآخر في المجتمع، فإن بروور يؤكد أيضا أنها وسيلة لترجمة ما يجول في الفكر الداخلي، فهي إذن التعبير عن الفكر الداخلي عن بناء وتتابع الأفعال انطلاقا من حدس الوحدة الثنائية أو الزوج.فاللغة إذن خاصة بالنشاط الفكري للإنسان الاجتماعي إلا أنه لا يجب الوثوق بها لأنها، غير تامة غير دقيقة وغامضة ومهما كانت اللغة وبالرغم من اللامبالاة وسوء الفهم تبقى موجودة وعدم الثقة في اللغة ناتج عن خطأ في وظيفة المنطق، فبالنسبة للمنطق فهو لغة تكاد تكون تامة بالنسبة لأنساق الأشياء المتناهية فمبادئ الهوية عدم التناقض الثالث المرفوع،[3] القياس ،تسمح باستنتاج قضية من قضية أخرى بطريقة آلية، وذلك بتجريد القضايا من محتواها والاحتفاظ بالصورة فقط. ونظرا لأن القضايا تعبر عن إجراءات حسية على الأنساق المتناهية فإن التجربة ستقرر نتيجة الاستنتاج، لكن هل يمكن تطبيق هذه المبادئ على الأنساق اللامتناهية؟ يجيب بروور أن اللغة الرياضية وخاصة المنطقية، لا يمكنها أبدا من خلال

1 د. محمد ثابت الفندي، مرجع سابق،ص 171

2 د. محمد ثابت الفندي ، المرجع نفسه، ص172

3 محمد عابد الجابري، مصدر سابق، ص144

وسائلها الخاصة اكتشاف جواهر رياضية ولا استنتاج أي حالة للأشياء الرياضية إن المنطق ليس إلا تجمعا لرسومات تمثل تسلسل القضايا التي تطابق تسلسل الحقائق المبرهن عليها وهذه الرسومات لا قيمة لها في عملية البرهنة فقد عرض برووور المنطق النظري كتطبيق للرياضيات على اللغة الرياضية ذاتها التي اعتبرت لمدة طويلة لغة البرهنة المنطقية، وأخذت مؤخرا مع ظهور**"اللوجستيقا"** صورة عامة لكن الرياضيات مختلفة كليا عن لغتها،هي تسبق كل نشاط للاختراع العقلي حيث العودة إلى اللغة لا تنتمي إلى نشاطها فاللغة لا يمكن أن تكون بأي حال من الأحوال سوى وسيلة غير تامة .[1]

وعلى هذا الأساس ننهي هذا التيار الحدسي الجديد مع **بوانكاريه** أنه لا يمكن التوفيق بين المذاهب المتصارعة حول الأبحاث الخاصة بأسس الرياضة بحيث لا يمكن التوفيق بين منطقيين وتجريبيين.[2]

1 د محمد ثابت الفندي ، مرجع سابق ،ص 172

2 هنري بوانكاريه، مصدر سابق، ص139

الخاتمة

الخاتمة:

من خلال دراستنا لموضوع المنطقانية الحدسانية في الرياضيات، نستخلص أن التعاون بين الفلسفة والرياضيات الكشف عن المنهج الرياضي باعتباره استنباطي، هنا كانت الاختلافات بين القدماء والمحدثين في قيمة قضايا هدا النسق وهده النقطة أثارت جدلا كبيرا لدى المناطقة المعاصرين الدين انقسموا إلى اتجاه منطقاني و حدساني وصوراني وبنائي، و كان بينهم حوار غير منقطع النضر لاسيما منه هنري بوانكاريه و بيتراند راسل فهدا الأخير الذي اعتمد على بديهية الرد، تلك البديهية التي لا يقوم أي برهان إلا عليها للبرهنة على أطروحته أما بوانكاريه فاستخدم البرهان بالتراجع أهم ما يمكن أن يوضح أطروحته لتأتي النزعة الأكسيومية، و تتجاوز هده الاختلافات بفضل الأبحاث الأكسيومية التي أدت إلى قيام مبحثين جديدين بل علمين جديدين، هما ما بعد الرياضيات وما بعد المنطق وهدا أصبحت الصياغة الأكسيومية معتمدة لدى معظم الرياضيين ويعتبر مسرح الأبحاث المعاصرة في الأسس الرياضية تتنازع مند بداية القرن العشرين، كبداية مع المذهب اللوجيستيقي الذي أثار جدلا كبيرا مما ولد ردود فعل المذهبين الأكسيوماتيكي والحدسي الجديد.

في ضل جميع هده الصراعات فلا سبيل للتوفيق بين المنطقانين و الحدسانين، كما سماهم ويليام جيمس دوي العقول الرقيقة ودوي العقول الخشنة كما لا يمكننا إنكار ما توصلت إليه جميع تلك الصراعات من تطورات بارزة في مجال الرياضيات، من خلال اللغة الرمزية في استخدام الرموز الرياضية أو المنطقية فأصبحت لغة الفيزياء ولغة الكيمياء و لغة الرياضيات .

قائمة المصادر والمراجع

قائمة المصادر والمراجع

المصادر

1. بتراند راسل ،مقدمة للفلسفة الرياضية،،ترجمة محمد مرسي أحمد،القاهرة،مؤسسة سجل العرب،المجلس الأعلى لرعاية الفنون والأدبية، ط1، 1962.
2. بتراند راسل أصول الرياضيات، ترجمة محمد مرسي وأحمد فؤاد الاهواني،دار المعارف،القاهرة 1964.
3. برتراند راسل ، أصول الرياضيات ، ترجمة محمد مرسي أحمد ود.أحمد فؤاد الاهواني دار المعارف، مصر ،ج1 ط2 .
4. برتراند راسل ، أصول الرياضيات، ترمحمد مرسي احمد واحمد فؤاد الأهواني، دار المعارف، مصر، ج4
5. برتراند راسل، تاريخ الفلسفة الغربية،،ط3، الفلسفة الحديثة، ترجمة محمد فتحي الشنيطي، المكتبة المصرية، 1977
6. برتراند راسل، فلسفتي كيف تطورت،ط2، ترجمة عبد الرشيد الصادق، مكتبة الأنجلو مصرية، مصر، 1963
7. بيتراند راسل مقدمة للفلسفة الرياضية ترجمة محمد مرسي احمد،مؤسسة السجل العربي،القاهرة،1962.
8. راسل برتراند، فلسفتي كيف تطورت، تر عبد الرشيد صادق، مر زكي نجيب محمود، المكتبة الأنجلو مصرية، القاهرة، ط1، 1960.
9. راسل برتراند، مقدمة للفلسفة الرياضية، تر محمد مرسي احمد، مراحمد فؤاد الأهواني، مؤسسة سجل العرب، القاهرة، د.ط، 1980.
10. رودولف كارنابا، مدخل إلى فلسفة العلوم الأسس الفلسفية الفيزيائية، تر السيد نفادي، دار الثقافة الجديدة، القاهرة، د.ط، 2007.

11. عابيد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة والتطور الفكر العلمي، ط4 ،مركز دراسات الوحدة العربية،بيروت،2001.

12. محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور العقل العلمي،ط5، مركز دراسات الوحدة العربية، لبنان، 2002.

13. محمد عابيد الجابري مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة و تطور الفكر العلمي مركز دراسات الوحدة العربية،ط1،بيروت 1982.

14. هنري بوانكاريه، العلم والفرضية، تر حمادي بن جاء الله، مركز الدراسات الوحدة العربية، بيروت، ط1، 2002 .

المراجع

15. إبراهيم زكريا ،برغسون،،سلسلة نوابع الفكر العربي،ط1 دار المعارف،1956

16. الأخضر شريط، المنطق الرياضي خلاصة اثر المنطق المعاصر، جسور، الجزائر، ط1، 2009.

17. أسعد الجنابي، المنطق الرمزي المعاصر، دار الشروق، عمان، د.ط، 2007.

18. بوخينسكي،تاريخ الفلسفة المعاصرة في أوروبا،ط2،ترجمة محمد عبد الكريم الوافي، مكتبة الفرجاني، ليبيا.

19. بول موي ،المنطق وفلسفة العلوم، ترجمة فؤاد زكرياء.

20. جمال حمود، المنطق اللغوي في الفلسفة المعاصرة،براترند رسل نموذجا، دار الأمان، الرباط، ط1، 2001.

21. حسن شعبان،النزعة العقلانية في فلسفة العلم المعاصر،ط1،منشأة المعارف، الإسكندرية، 1998.

22. خالد قطب، العقلانية العلمية دراسة نقدية،،المكتبة الأكاديمية،القاهرة،ط1 ،2005.

23. زكريا إبراهيم، دراسات في الفلسفة المعاصرة، دار مصر للطباعة، القاهرة.

24. زكي نجيب محمود المنطق الوضعي، ج2،ط4، مكتبة الأنجلو مصرية،القاهرة1966.

25. الطاهر حداد، في الفلسفة وعلم المنطق التربية وعلم النفس، نوميديا للطباعة والنشر، قسنطينة،د.ط، 2010.

26. عبد الرحمان،مناهج البحث العلمي، الكويت وكالة المطبوعات،1977.

27. محمد القاري، سميائية المعرفة المنطقية المناهج والتطبيقات، مركز الكتاب للسير، القاهرة، ط1، 2002.

28. محمد ثابت الفندي ،أسس المنطق، جامعة كامبردج.

29. محمد ثابت الفندي،فلسفة العلوم و مناهجها، ط1، دار المعرفة الجامعية،الإسكندرية.

30. محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت، د.ت، 1969.

31. محمد مهران، فلسفة برتراند راسل، دار المعارف، القاهرة، ط1، 1977، ط2 1979.

32. يحي هويدي، في فلسفة علم المنطق الفلسفة الوضعية المنطقية، مكتبة النهضة المصرية، القاهرة، د.ط، 1972.

المعاجم والموسوعات

33. عبد المنعم الحنفي، الموسوعة الفلسفية، دار المعارف، تونس

34. جميل صليبا، المعجم الفلسفي بالألفاظ عربي، فرنسي، انجليزي، دار الكتاب اللبنانية، بيروت، ج2، د.ط،1986

35. أندريه لالاند، موسوعة لالاند الفلسفية، المجلد الأول A-G، منشورات عويدات، بيروت باريس، ط2001،2

36. أطلس الفلسفة، ترجورج كثورة، المكتبة الشرقية،، ط2، 2007

37. إبراهيم مذكور، المعجم الفلسفي، الهيئة العامة لشؤون المطابع الأميرية، د.ط، 1403-1983

المراجع بالغة الأجنتية

38. J. Cavaillès, La philosophie mathématique, Hermann، Paris, 1981,2, J

الفهرس

الفهرس

المحتويات	الصفحة
شكر و عرفان	
مقدمة.....	أ-ب
الفصل الأول:كرونولوجيا المفاهيم.....	15-04
المبحث الأول: اليقين الرياضي.....	06-04
المبحث الثاني: الحدسانية.....	10-07
المبحث الثالث: المنطيقانية.....	15-11
الفصل الثاني: الرؤية الحدسية و المنطقية لليقين.....	40-17
المبحث الأول: الحدسانية (بوانكاريه).....	20-17
المبحث الثاني: المنطقانية (راسل).....	24-21
المبحث الثالث: تفسير اليقين الرياضي.....	40-25
الفصل الثالث: التصور الحدسي و المنطقي للرياضيات.....	70-40
المبحث الأول: نقاط الاختلاف بين النزعة المنطقية والنزعة الحدسية.....	47-42
المبحث الثاني: دراسة العلاقة بين المنطقية و الحدسية	56-48
المبحث الثالث: المذاهب المعاصر في أسس الرياضة.....	70-57
الخاتمة.....	72
قائمة المصادر والمراجع.....	77-74
الفهرس.....	79