الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة إبن خلدون–تيارت–

كلية العلوم الإنسانية و الاجتماعية

قسم:العلوم الإنسانية

تخصص: فلسفة العلوم

مذكرة تخرج لنيل شهادة الماستر في الفلسفة

الموسومة ب:

# النسق الأكسيومي عند ديفيد هيلبرت

من إعداد الطالبة:

نعيمي جازية

إشراف الأستاذ:

حجاج خليل

لجنة المناقشة:

أ.بوعمود أحمد..... رئيسا

أ.حفصة الطاهر..... مناقشا

أ.حجاج خليل ..... مشرفا

**2015/ 2014**

**1436/1435**

# شكر وتقدير

الحمد لله الذي خلق الإنسان و علمه البيان، و خصصه بروائع الإحسان و ميزه بالعقل الغريزي و أتم العرفان. و الصلوات على من وجوده رحمة للعالمين، محمد رسول الملائكة و الثقلين أجمعين ، أفضل مجموع الملائكة و المرسلين ، و على آله وأصحابه الذين بهم طلعت شمس الحق و أشرق وجه الدين ، واضمحل ظلام الباطل ولمع نور اليقين.

بعد إنهاء هذا العمل المتواضع أولا و قبل كل شيء أشكر كل الشكر الأستاذ "حجاج خليل"على مساعدته و نصائحه، الشكر لكل الأساتذة بكلية العلوم الإنسانية والاجتماعية و إلى عمال الإدارة و المكتبة.

كما أتوجه بالشكر الخالص إلى مكتبة الجامعة ب معسكر و إلى كل من ساعدني سواء من قريب أو من بعيد في إنجاز هذا العمل.

" وما توفيقي إلا بالله "

# إهداء

تبعثرت أوراقي ، فأخذت أجمع أشتاتها لأضمنها بكلمات إهداء و محبة ، فوجدت أطيافا جميلة تتراءى أمام ناظري و في مخيلتي ، أناس أفاضل يعجز اللسان عن بيان فضلهم خلال تحصيلي العلمي ، و خاصة والدي الحبيبان العظيمان ، و إخوتي الأعزاء وأساتذة الفضلاء ، و إلى كل من ساعدني ولو بالدعاء.

و من منطلق الوفاء بالعهد و التقدير بالعرفان ، أقدم أول ثمرات حصادي العلمي إلى نبع الحنان رمز الأمان ، إلى اللذين يقفان بجواري و يمداني بعونهما ودعواتهما و يشجعاني على المضي قدما في سبيل البحث و العلم...

إلى اللذين شهد الله لهما بحسن رعايتهما لي ووجوب برهما و الإحسان إليهما ،وتقدير جهودهما...إلى أمي و أبي.فلولا الله أولا و لولاهما ثانيا ما كنت لأكون وما كان عملي هذا ليرى النور.إلى رياض حياتي إخوتي و بالأخص شقيقة قلبي وتوأم روحي "**وفاء**"و الأخ الكبير و الوحيد "ناصر"

إلى أحلى زهرات قطفتها من حديقة الصداقة"فاطمة ، سعدية ، زهرة ، ماما مليكة ، جميلة ، صابرة ، أمال ، نصيرة"و إلى حبيبتي "**هاجر**"

# مـقـدمـــة

# مقدمة

لقد ظهرت الرياضيات لتلبية حاجات الإنسان الضرورية كالقيام بالحسابات في الأعمال التجارية ، و قياس المقادير كالأطوال و المساحات و توقع الأحداث الفلكية ، لهذا كانت شديدة الرتباط بالواقع العملي و الحسي و بالممارسة اليومية للإنسان ، و تعتبر هذه المرحلة الجنينية للرياضيات و نجدها في الحضارات القديمة كالحضارة الفرعونية و البابلية.

و من هذه المرحلة و انطلاقا من الحاجات الثلاثة ، انبثقت الأقسام أو الفروع الثلاثة للرياضيات ، وهي دراسة البنية و الفضاء و المتغيرات فدراسة البنيات أدت إلى ظهور الأعداد ثم أدت الدراسات المعمقة في مجال الأعداد إلى ظهور نظرية الأعداد كنظرية قائمة بذاتها أي علم الكم المنفصل (الجبر) كما تم تطبيق الفكرة الفيزيائية المتمثلة في الشعاع إلى الفضاءات الشعاعية و تمت دراستها في الجبر الخطي و بدراسة الفضاء تأسست ما يعرف (بالهندسة) التي هي علم الكم المتصل . ووضع إقليدس أول نسق استنباطي هندسي، فسميت بذلك الهندسة نسبة إليه (الهندسة الإقليدية) و نظرا لنسقية الهندسة اعتبرت الرياضيات عند اليونان علما نظريا للمعرفة اليقينية لا يرقى إليها الشك.

فكل الأنظمة الهندسية التي تختلف عن النظام الهندسي الإقليدي هي عبارة عن هندسة لا إقليدية.

هذه الأنظمة يقصد بها الهندسات اللاإقليدية و المتمثلة في هندسة ريمان و لوباتشيفسكي، و لكن فيما بعد أضحت تطلق على كل هندسة خالفت هندسة إقليدس في مبادئها. و هذا ما نجده عند

# مقدمة

الرياضي الألماني ديفيد هلبرت الذي أكد فيه أن الهندسة مثل علم الحساب تشترط الإنتقال من عدد صغير من القضايا الأولية البسيطة و هي عبارة عن أكسيومات الهندسة، و هذا ما دفع به إلى دراسة و تحليل هذا النسق.

و قد كان من دواعي بحثنا و اختيارنا لهذا الموضوع أسباب ذاتية و أخرى موضوعية ،الذاتية وهي لم يسبق و أن درس هذا الموضوع من قبل، عدم وجود المراجع الكافية في فلسفة الرياضيات،و إذا ما وجدنا مرجعا فإن المادة العلمية الموجودة فيه نجدها في المراجع الأخرى و هذا ما جعل الطالب يتخوف دائما من مثل هذه المواضيع. و قد توخيت الموضوعية قدر الإمكان في قراءة و تحليل و استنباط الأفكار و النتائج ، معتمدة في ذلك على منهج تاريخي تحليلي.

و بالتالي فإن الإشكالية المحورية في هذا البحث تدور حول النسق الهلبرتي ،و تندرج تحت الإشكالية المحورية الأسئلة الفرعية التالية:

- ما هي أهم المصطلحات الواردة في البحث ؟

- ما هي المسائل التي إهتم بها هلبرت لعرض فلسفته ؟

- وما هو المنهج الذي اتبعه في دراسته لفلسفة الرياضيات ؟

- وما هي أهم الأنساق التي سبقت النسق الهلبرتي ؟

-وكيف ناقش هيلبرت نسقه ؟ و كيف صنف الأكسيومات ؟

و للإجابة على هذه التساؤلات اعتمدت على بعض الدراسات التي سعت إلى توضيح أفكاره ولتحقيق هذا الهدف تم الإعتماد على الخطة التالية:

مقدمة وثلاثة فصول بالإضافة إلى خاتمة شاملة للموضوع.فالفصل الأول بعنوان جينالوجيا المفاهيم وكرونولوجيا الفيلسوف، و هو يضم مبحثين الأول لضبط المفاهيم و الثاني حياة و منهج ديفيد هيلبرت، أما الفصل الثاني بعنوان أنواع الأنساق يشتمل على ثلاثة مباحث فالأول يتمثل في النسق عند إقليدس و الثاني النسق عند لوباتشيفسكي و الثالث النسق عند ريمان أما الفصل الثالث و الأخير بعنوان تجليات النسق الأكسيومي عند ديفيد هيلبرت يشتمل على ثلاثة مباحث فالأول يتمثل في شروط وخصائص البناء الأكسيومي عند هيلبرت والمبحث الثاني يتحدث عن النسق عند هلبرت أما الثالث يتمثل في أكسيومات النسق الهلبرتي .

و في الأخير نأمل أن يكون هذا البحث بداية للبحوث المستقبلية للدراسة و التحليل و تزيل الستار عن جوانب خفية أتتنا سهوا أو تقصيرا.

## الفصل الأول: جينالوجيا المفاهيم وكرونولوجيا الفيلسوف

### المبحث الأول: ضبط المفاهيم

### المبحث الثاني :ديفيد هيلبرت(حياته و منهجه)

## مقدمة الفصل:

يعد هذا الفصل بمثابة مدخل لموضوع بحثنا هذا، إذ خصصنا فيه مبحثين يشتمل كل مبحث على مادة معرفية تعكس موضوع البحث. إذ قدمنا في المبحث الأول مجموعة من المصطلحات الأكثر استخداما في موضوعنا والتي تكون دليل للقارئ في فهم الغموض واستيعاب بعض العبارات الصعبة والمبهمة.

ولهذا فما هي أهم المصطلحات الواردة في البحث؟

وما مفهوم كل واحد على حدى؟

أما المبحث الثاني قدمنا فيه شرح موجز لحياة هلبرت ومنهجه وبتالي:

من هو ديفيد هيلبرت؟ وما هو المنهج الذي إتبعه؟

## المبحث الأول:ضبط المفاهيم.

### تمهيد:

من أجل معالجة أهم الإشكاليات الواردة في بحثنا هذا أردنا تقديم شرح موجز لأهم المصطلحات الفلسفية أكثر استعمالا لتسهيل على القارئ فهم واستيعاب معاني بعض العبارات الغامضة، تمثلت هذه المصطلحات فيما يلي:العدد ، الرياضيات، الهندسة، الجبر، الرمز، الأكسيوماتيك، النسق، المنطق.فما مفهوم كل مصطلح منها؟

## 1-الرياضيات:

"يطلق هذا الاسم على الحساب والجبر والهندسة ونحوها، وموضوعها، والكم، فإذا الكم متصلا كالامتداد سمي العلم الذي يبحث فيه بعلم الهندسة، إذا كان منفصلا كالعدد سمي العلم الذي يبحث فيه بعلم العدد، وهو يشمل الحساب والجبر"[1]

إذن الرياضيات هو علم الكم المتصل وعلم الكم المنفصل ويقصد به الجبر والهندسة.

## 2- العدد:

"يقال العدد جمع أعداد وهو الاسهن عد بمعنى أحصى وأفلى وعند الحسابيين هو الكمية والمقدار وجمع كميات"[2]

"هو الكمية المؤلفة من الوحدات، أو الكمية المؤلفة من نسبة الكثرة إلى الواحد، ويسمى بالكم المنفصل(quanitédixontinue)، لأن كل واحد من أجزائه منفصل عن الأخر دون الاشتراك بينهما، بخلاف الكم المنفصل( quanitécontunue) وهو ما كان بين أجزائه حد

[1]- صليبا جميل: المعجم الفلسفي، دار الكتاب اللبناني، ج2،بيروت، لبنان،(د،ط)، 1982، ص21

[2]- غالب حنا: كتر اللغة العربية، مكتبة لبنان ناشرون، بيروت،لبنان،ط1،2003،ص33.

مشترك،وعلم العدد هو العلم الرياضي الحض، وينقسم إلى علم الكم المنفصل كالحساب والجبر، وعلم الكم المتصل كعلم الهندسة والحساب واللانهايات."[1]

"إن العدد هو ترسيم مقولة الكم، وهو يتحصل بالتفكير في كثرة متآلفة كأنها وحدة تدرك عناصرها أولا بأفعال متماثلة ومتعاقبة في الفكر."[2]

إذن العدد هو العلم الرياضي الذي يشمل الحساب، الجبروالهندسة.

## 3-الأكسيوماتيك:

"هو منظومة من الأوليات يقوم عليها بناء رياضي معين"[3]، وله معنى وهو النسق الاستنباطي

"هو أن يحوي العلم ذو الطبيعة الصورية، مجموعة محددة من القضايا الأولية(المصادرات)توضع صريحة وواضحة منذ البدء، نسلم بصدقها دون برهان، ونستنبط منها قضايا أخرى هي نظريات ذلك العلم."[4]

إذن الأكسيوماتيك هو مجموعة من المبادئ المتجانسة التي يمكن التمييز بينها.

---

[1]- لالاند أندريه: موسوعة لالاند الفلسفية، تع:خليل أحمد خليل،المجلد1،منشورات عويدات، بيروت، لبنان،ط2،2001، ص61.

[2]- نفسه، ص62.

[3]- الجابري محمد عابد: مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت،ط1،1976، ص 81.

[4]- زيدان محمود فهمي: المنطق الرمزي نشأته وتطوره، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت،1979،ص 231.

## 4-النسق:

"يقصد به لغة ما كان على نظام واحد كلشيء. وفي الفلسفة والعلوم النظرية هو جملة أفكار متآزرة ومرتبطة يدعم بعضها بعضا مثل نسق أرسطو ونسق ديكارت، ويسميان مذهبا."[1]

"هو عبارة عن مجموعة عناصر المتداخلة والمترابطةتشكل كلا موحدا، والمعنى المنطقي للنسق هو عبارة عن مجموعة القضايا المرتبة في نظام معين بعضها مقدمات لا يبرهن عليها في النسق ذاته، والبعض الأخر يكون نتائج مستنبطة من هذه المقدمات."[2]

إذن النسق هو عبارة عن أجزاء محتواة فيما بينها.

## 5- الهندسة:

"كلمة فارسية معربة أصلها (اندازة) أي المقادير ، وتسمى باليونانية (جومطاريا) وهي صناعة المساحة وعلم الهندسة عند القدماء مرادف للعلم الرياضي وعند المحدثين هي فرع من العلم الرياضي"[3]

إذن الهندسة هي فرع من فروع الرياضيات وسميت بالكم المتصل.

---

[1]- إبراهيم مذكور: المعجم الفلسفي، الهيئة العامة لشؤون المطابع الأميرية، القاهرة،1983،ص 59.

[2]- منشاوي الجاليزكريا : المؤثرات المتبادلة بين المنطق والرياضيات النسق نموذجا، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر ، الإسكندرية، ط 1 ،2010،ص 85.

[3]- جميل صليبا: المعجم الفلسفي، ص523،524.

## 6- الجبر:

"فرع من فروع العلوم الرياضية يقوم على إحلال الرموز محل الأعداد المجهولة أو المعلومة نشأهالخوارزمي علما مستقلا وهو علم يبحث في العلاقات الرياضية المحددة ويعبر عنها بالحروف والرموز، وجبر المنطق هو تطبيق الجبر على العلاقات المنطقية."[1]

## 7- الرمز:

"علاقة يتفق عليها لدلالة على شيء أو فكرة ما، ومنه الرموز العددية والرموز الجبرية وتقبل الحقيقة الواقعية.والرمزي نسبة إلى الرمز، ومنه الكتابة الرمزية والتصوير الرمزي."[2]

إذن الرمز هو عبارة عن علامة توضع لدلالة على شيء ما.

## 8- المنطق:

"يقصد به مصطلح نطق الكلام من أبواب الفلسفة يعطي جملة القوانين التي شأنها أن تقوم العقل وتسدد الإنسان نحو طريق الصواب والحق فيما إن يغلط فيه من المعقولات فينتقل الفكر من المقدمات إلى النتائج."[3]

---

[1]- إبراهيم مذكور: المعجم الفلسفي، الهيئة العامة لشؤون المطابع الأميرية، القاهرة،1983، ص 59.

[2]- أندريه لالاند: موسوعة لالاندالفلسفية،المرجع السابق، ص1416.

[3]- مسعود جبران : الرائد معجم ألفبائي في اللغة والإعلام، دار العلم، بيروت، ط3،2005، ص858.

أما من الناحية الإصطلاحية "هو علم يبحث فيه عن الأعراض الذاتية لتصورات والتصديقات من حيث نفعها في الإيصال إلى المجهولات أو عن الأعراض الذاتية للمعولات الثانية، والتي لا يحادى بها أمر في الخرج."[1]

إذن المنطق مجموعة من القواعد والمبادئ تعصم الذهن من الوقوع في الخطأ.

كانت هذه أهم المصطلحات التي يرتكز عليها بحثنا، لما لها من أهمية في الجانب الفلسفي فكان من الضروري إدراجها قصد التوضيح لتكون بمثابة الدليل للقارئ بهدف تسهيل المعاني الواردة في الموضوع.

[1]- فريد جبر، جرار جهامي و آخرون: موسوعة المصطلحات علم المنطق عند العرب، مكتبة ناشرون، لبنان، بيروت، ط1، 1996،ص 802.

## المبحث الثاني: ديفيد هيلبرت (حياته و منهجه)

"ديفيد هيلبرت رياضي ألماني ولد في 23 يناير عام1862 فيكونيغسبرغ أو فيهلاو إقليم بروسيا وحاليا يقال لها زنامينسك،كالينينغراد، روسيا، وهو عالم رياضيات وفيلسوف درس في جامعة كونيغسبرغ جامعة غوتنغن وهو من خرجي جامعة غونيغسبرغ، يعد فيردينوندفون لينمان مشرف الدكتوراه لهذا الفيلسوف"[1]

"وهو زعيم الاتجاه الصوري في المنطق والرياضيات،وهو مؤسس مدرسة جوتنجن الرياضية، وقد رد هيلبرت الهندسة الإقليدية إلى نسق صارم من البديهيات، اتسع ليطول المعرفة كلها بحيث تصاغ على هيئة أكسيوماتية" [2]و"الأعمال التي رسمها هيلبرت سنة 1917 ستواصل بنشاط في غوتينغن خلال العقد الممتد من 1920 إلى 1930" ومن أهم توجهاته الرياضية الهندسة و المعادلات التكاملية"[3]

"وقد إشتهر هيلبرت ب: بديهيات هيلبرت، مسائل هيلبرت، برنامج هيلبرت.كما حدد معالم نظريات الأعداد الجبرية في عمله الذي كتبه عام 1897 والذي كان يحمل عنوان

WAHLBERICHT(تقرير حول الأعداد )، حلل أيضا مسألة مهمة صنعت من طرف عالم الرياضيات إدوارد ويرنيغ عام 1770 والمعروفة بإسم مسألة ويرنيغ.

[1]- فهمي جدعان، حصاد القرن المنجزات العلمية والإنسانية في القرن العشرين، المؤسسة العربية، الأردن، (د ط)، (د ت)، ص: 578.
[2]- نفسه، ص: 578.
[3]- روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من أرسطو حتى راسل، تر: خليل أحمد خليل، المؤسسة الجامعية للدراسيات والنشر والتوزيع، لبنان، (د ط)، (د ت)، ص: 487.

فضل هيلبرت أن يطرح يوم الثامن من عام 1900، أمام المؤتمر الدولي الثاني للرياضيين قائمة من المسائل المعقدة تضم 23 مسألة رياضية من شأنها أن ينمي البحث فيها مختلف جوانب الرياضيات وكذلك كان الحال.فمنذ ذاك التاريخ والرياضيون، كبيرهم و صغيرهم منشغلون بحل تلك المسائل . وقد أدى ذلك في العديد من الحالات إلى إنشاء فروع رياضية جديدة، لأن تلك المسائل كانت مستعصية.وتوفى في 14 فبراير عام 1943 عن عمر يناهز 81 سنة في غوتنغ ب ألمانيا"[1]

"ومن أعماله: هيلبرت يعمل، أساسيات الهندسة، النظرية العامة للمعادلات التكاملية الخطية التي تستند. كما تمثلت أهم إنجازاته في: نظرية الإثبات، المنطق الرياضي والرياضيات وقد سرد هيلبرت 23 مسألة عرفت فيما بعد باسمه ونقتصر في ذكر البعض منها:

هل يمكن إثبات فرضية المستمر أو المتصل التي أتى بها كانتور ؟

هل يمكن ترتيب الأعداد الحقيقية ترتيبا جيدا؟

ماهي أنواع الهندسات التي يكون فيها أقصر طريق بين نقطتين هو القطعة المستقيمة الواصلة بين نقطتين ؟ هل يمكن جعل الفيزياء تبنى على مسلمات ؟

البرهان على فرضية جورج ريمان؟ حول تأسيس نوع من الهندسة وحول الدوال الناطقة وحول وجود معادلة تفاضلية خطية تحقق شروطا معينة. وقد أنهى هيلبرت محاضرته الشهيرة بالفقرة التالية:

[1]- جلال الحاج عبد: تداعيات وانعكاسات الرياضيات، موقع جلال الحاج عبد: .www.jalalelhadjabed

إن الوحدة العضوية للرياضيات متواجدة في طبيعة هذا العلم، ذلك أن الرياضيات هي أساس كل معرفة دقيقة لأية ظاهرة طبيعية ولذا يمكنها أن تؤدي هذه المهمة النبيلة أتمنى أن يأتي لها القرن الجديد (القرن العشرين) بموهوبين متحمسين."[1]

إذن تعتبر هذه أهم النقاط لحياة وأعمال ديفيد هيلبرت أما فيما يخص منهجه فهو يتمثل فما يلي:

"لقد شارك هلبرت سنة 1899 في مؤتمر نسوي حول الرياضيات بموضوع " حول نظرية العدد" وهي المداخلة التي نشرت سنة 1900، عرض من خلاله أراء حول أسس علم الحساب وذلك بعد أن تطرق بالحديث إلى المنهج التكويني والمنهج الأكسيومي والمقارنة بينهما على أساس أن الأول يستخدم في علم الحساب والثاني في الهندسة، ومن خلال هذا حاول الوصول إلى تحديد أيهما أصلح لتأسيس الرياضيات"[2]

وبالتالي فالمنهج الأكسيومي هو عبارة عن مفهوم عام للعدد الحقيقي والذي تم تكوينه من خلال الإمتدادات المتتالية للمفهوم البسيط للعدد وهو منهج منتج ومثمر وخصب ولهذا "فإن هلبرت جعل من المنهج الأكسيومي أساسا لتأسيس علم الحساب ومن قبله فريجه أساسا لتأسيس المنطق ومنه فإن المنهج الأكسيومي لا يسمح فقط بتأسيس الرياضيات ، ولكن بتبرير تطبيقها الشامل في علوم الطبيعة"[3]وبالتالي فإن هلبرت قدم المنهج الأكسيومي عن المنهج التكويني.

[1] -G. Cavailles, méthode of formalisme, essai sur le probleme du fondement des mathématiques , Ed. Hermann , paris, 1981 p 74.
[2] - ibid, p 74.
[3]- موقع المكتبة الدمشقية.

**خاتمة:**

كانت هذه أهم محتويات الفصل الأول الذي يحمل في طياته حياة الفيلسوف ومنهجه بالإضافة إلى مجموعة المصطلحات التي تعد بمثابة مدخل لبقية الفصول.

## الفصل الثاني: أنواع الأنساق .

### المبحث الأول: النسق عند إقليدس.

### المبحث الثاني: النسق عند لوباتشيفسكي.

### المبحث الثالث: النسق عند ريمان.

## مقدمة الفصل:

يعد هذا الفصل بمثابة تمهيد لأنواع الأنساق،وذلك قبل التطرق إلى النسق عند ديفيد هلبرت، إذ خصصنا فيه ثلاث مباحث كل مبحث يشتمل على مادة معرفية تعكس موضوع البحث، فالمبحث الأول يحتوي على النسق عند إقليدس والثاني النسق عند لوباتشيفسكي أما الثالث فيحتوي على النسق عند ريمان. وذلك بهدف معرفة نوع الهندسة عند كل واحد منهم من حيث مجموع زوايا المثلث، وبالتالي فيما يتمثل النسق عند كل من إقليدس، لوباتشيفسكيوريمان ؟

## المبحث الأول: النسق عند إقليدس.

### تمهيد:

أقام إقليدس مجموعة من الفروض حيث تتوقف عليها هندسته(الهندسة الإقليدية) تمثلت في مجموعة من المبادئ التي يستند عليها في استدلاله وبراهينه وهي ثلاثة مبادئ أساسية البديهية، المسلمة، التعريفات.

فما هي هذه المبادئ ؟

"استفاد إقليدس ( 300ق م) من نظرية أرسطو في أسس الرياضيات، فكان التحليل الأرسطي بمثابة حجر الزاوية في النسق الرياضي الإستنباطي، الذي شيده إقليدس في أصول الهندسة."[1]

أي أن إقليدس أسس هندسته على مجموعة من الفروض يتوقف عليها صدق النظريات والنتائج وقد ميز بين ثلاثة أنواع من المبادئ وتتمثل فيما يلي: البديهيات-المسلمات- التعارف.

1-**البديهية Axiome**:"هي قضية واضحة بذاتها إلى درجة أنه لا يمكن أن نتأدى منها إلى ما هو أبسط منها مثل: الكل أكبر من الجزء- المساويان لثلاث مستويات."[2]

كما نجدها بمعنى أخر وهي:"الأصول الموضوعة أو العلوم المتعارفة وهي العلوم المتعارفة و البديهية، وقد أعطى إقليدس 98 قضية من النوع، نذكر منها: الأشياء المساوية شيء بالذات متساوية فيما بينها-الكل أكبر من الجزء ..." [3] أي أن البديهية هي كل ما هو واضح بذاته لا يقبل جدلا ولا نقاشا ولا يحتاج حجة على وضوحه ومعقوليته كما نجد لها عدة تعريفات مختلفة نذكر منها:

1- " الأشياء المساوية لشيء واحد متساوية .

2- أضعاف الشيء الواحد متساوية .

3- أنصاف الشيء الواحد متساوية.

[1]- بشته عبد القادر: الإبستيمولوجيا، دار الطليعة للطباعة والنشر، بيروت، لبنان،ط 1995،1، ص 67.

[2]- الجابري محمد عابد: مدخل إلى الفلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، لبنان،ط1، 1976،ص 74.

[3]- نفسه، ص 68.

4-المقادير التي ينطبق الواحد منها على الأخر متساوية"[1]

كما نجد لها تعريف أخر وهذا في كتاب الهندسة التفاضلية لنصار حسن عبد العال السلمي وهي تحتوي على تسع مسلمات وهي تتمثل فيما يلي:

1 - "إذا أضيفت كميات متساوية إلى كميات متساوية فإن النتائج تكون متساوية.

2 - الكميات التي تساوي منها كمية أخرى محددة تكون لها متساوية.

3 - إذا طرحت كميات متساوية من كميات متساوية فإن النتائج المتبقيات تكون متساوية.

4 - إذا أضفنا كميات متساوية إلى كميات مختلفة فإن النتائج مختلفة.

5 - الكل أكبر من أي جزء من أجزائه.

6 - إذا الكميات المتساوية تضاعفت Doubled فإن النتائج متساوية.

7 - إذا الكميات المتساوية تناقصتHalvedفإن النتائج متساوية.

8 - الأشياء التي تتطابق Coincide مع شيء أخر تكون متساوية Equal لنفس الشيء.

9 - الخطان المتساوين لا يمكن أن يحددا Encloseأي فراغ"[2]

[1]- ماهر عبد القادر محمد علي : فلسفة العلوم .المشكلات المعرفية، دار المعرفة الجامعية (د، ط)،2000، ص 146.

[2]- نصار حسن عبد العال السلمي: الهندسة التفاضلية ، مكتبة الرشد ناشرون، الرياض، (د،ط) ،2008، ص02.

إذن فإن البديهية هي الشيء الواضح بذاته لا يحتاج إلى برهان.هذا ما قاله"باسكال" " ليس علينا أن نحاول البرهنة على الأمور التي تبلغ بذاتها حدا من الوضع يستحيل معه على المرء أن يجد ما هو أوضح منها ليبرهن به عليها."[1]

2- **المسلمةPostulat**:"هي قضية غير واضحة بذاتها، ولكن الرياضي يطلب منا التسليم بها دون برهان ومع وعد منه بأن سيشيد عليها بنيانا رياضيا متماسكا."[2]

بمعنى التسليم بصدق القضية أي التنازل عن حقنا في طلب البرهان أو الدليل.

كما نجد أيضا:" المسلمات (المصادرات) عند إقليدس يعني بالضبط بالمسلمات أن أشكالا معينة هي أشلاك ممكنة مثل: -مد خط مستقيم بين نقطتين.

-مد خط مستقيم إلى مالا نهاية.

-كل زاوية القائمة متساوية.

-إذ قطع مستقيم مستقيمين آخرين بحيث كان مجموع الزاويتين الداخليتين الموجودتين من جهة واحدة أقل من قائمتين فإن المستقيمين المذكورين أو امتدادهما تتلاقيان."[3]

[1]- بول موى: المنطق وفلسفة العلوم، تر: فؤاد حسن زكريا، دار النهضة، مصر، القاهرة، (د،ط)، (د،ت)، ص115.

[2]- الجابر محمد عابد: مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، ص74

[3]- بشته عبد القادر: الإبستيمولوجيا،المرجع السابق، ص68.

هذه المسلمة تعتبر المسلمة الخامسة والشهيرة أي أن إقليدس إستعمل في براهينه بعض المسلمات التي لم يذكرها ضمن المسلمات الخمس التي سلم بها دون برهان.

كما نجد في كتاب ماهر عبد القادر (فلسفة العلوم) أن المسلمات تتمثل في ثلاث نقاط وهي:

1-"يمكن رسم مستقيم واحد بين نقطتين.

2-يمكن مد مستقيم على أي طول.

1 - يمكن رسم دائرة من أي مركز."[1]

كما نجد أيضا أن المسلمات تحتوي خمس مسلمات أو مصادرات وهي :

1-" يمكن رسم خط مستقيم وحيد بين نقطتين.

2-كل قطعة مستقيمة Finite line أو Segment يمكن مدها لتصبح خط مستقيم ، أي الخط المستقيم إتحاد عدد لا نهائي من القطع المستقيمة.

3-يمكن رسم دائرة مركزها عند أي نقطة ونصف قطرها أي عدد، بمعنى لأي نقطتين مختلفتين a،p يمكن رسم دائرة مركزها p ونصف قطرها هو طول القطعة المستقيمة الواصلة بين p،a.

[1]- ماهر عبد القادر محمد علي: فلسفة العلوم ، المشكلات المعرفية، المرجع السابق، ص147.

4-إذا قطع مستقيم مستقيمين آخرين بحيث تكون زاويتان داخليتان interior angles مجموع قياسهما أقل من قائمتين وعلى جانب واحد من الخط القاطع فإن الخطان يتقاطعان إذا مد على هذا الجانب."[1] وهذه الفرضية سميت الفرضية الخامسة هذه تسمى الهندسة الإقليدية.

3- **التعاريفDefinition**:"هي جملة من الحدود التي لا بد من الأخذ بها غير معرفة حتى نستطيع تعريف الباقي بواسطتها" [2] أي أن التعريفات هي تحديد معنى الشيء وتمييزه عن غيره وذلك لما يتميز به من خصائص.

كما نجد تعريف أخر أو مفهوم وهذا عند إقليدس فقد أعطى 23 تعريف نذكر منها:

-"النقطة ما ليس له بعد

-الخط طول لا عرض له

- المستقيم هو الخط المشابه لنفسه..." [3] وبالتالي فمن خلال التعريف يتم تحديد المفاهيم والتصورات الأولية، التي تشكل المادة الخام للبحث الرياضي.

كما نجد عدة نقاط أخرى لتعاريف نوردها باختصار:

1- "النقطة هي ما ليس له أجزاء .

[1]- محمد محمدقاسم : المدخل إلى فلسفة العلوم، دار المعرفة الجامعية للطبع والنشر والتوزيع، الإسكندرية،(د،ط)، 2006،ص 84.

[2]- الجابري محمد عابد: مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي،ص74.

[3]- بشته عبد القادر: الإبستيمولوجيا ،المرجع السابق، ص67.

2-المنحنى هو طول بلا عرض Breadthless.

3-"الأطراف Extremitiesللخط المستقيم هي نقاط.

4-الخط المستقيم هو منحنى متماثل بالنسبة لكل نقاط.

5-السطح هو شيء له طول وعرض فقط.

6- أطراف السطح هي منحنيات.

7- سطح المستوي هو سطح يقع بالتماثل مع خط مستقيم عليه.

8- الزاوية المستويةPlane Angle هي الميلInclination لكل من خطين في مستوي على الأخر والذي يقطع كل منها ولا يقع على خط مستقيم واحد."[1]

كما نجد نقاط أخرى تخص التعريفات وذلك من خلال كتاب فلسفة العلوم لماهر عبد القادر محمد علي ونذكر منها :-"الخط طول بلا عرض.

- الخطوط هي نهاية السطوح.

-حدي الخط نقطتان.

[1]- نصار حسن عبد العال السلمي: الهندسة التفاضلية، المرجع السابق، ص02.

– المستقيمات المتوازية هي مستقيمات على سطح واحد بعينه بحيث أنها لا تتقابل إذا مدت من الجانبين،... إلى أخره"[1]

لقد شيد إقليدس إذن هندسته على جملة من البديهيات والمسلمات والتعاريف،" وعلى الرغم من أن البديهيات قد اعتبرت دوما مقبولة، لا غبار عليها، وعلى الرغم من أن التعريف قد سكت عنها، لأنه لا يمكن التقدم في البحث دون الانطلاق من حدود معرفة أو غير معرفة تعريفا دقيقا، فإن المسلمات الإقليدية قد بقيت دوما مجالا للشك والتساؤل، خصوصا وإقليدس يطلب التسليم بها دون مطالبته بالبرهان، ودون أن يدعي أنها واضحة بذاتها."[2]

إذن من هذه المجموعات الثلاث من البديهيات ، المسلمات، التعريفات، يستطيع إقليدس أن يبرهن على أي نظرية من نظرياته الهندسية.

[1]– ماهر عبد القادر محمد علي: فلسفة العلوم المشكلات المعرفية، المرجع السابق، ص 146.

[2]– بشته عبد القادر: الإبستومولوجيا،المرجع السابق، ص67.

## المبحث الثاني: النسق عند لوباتشيفسكي.

### تمهيد:

بعد التطرق إلى الهندسة الإقليدية والمتمثلة في المبادئ الثلاث جاء لوباتشيفسكي ووضع هندسة مشابهة لهندسة إقليدس وقام بتطويرها بنفس مستوى الهندسة عند إقليدس.

- فيما تتمثل الهندسة عند لوباتشيفسكي؟

" حتى بداية القرن التاسع عشر لم تنجح أي محاولة لبرهنة مسلمة التوازي، ولكن في العقود الأولى من القرن التاسع عشر ظهر حل لهذه المشكلة على يد نيكولاس إيفانوفيتش لوباتشيفسكي في عام 1829 حيث تمكن من صياغة وبرهنة مسلمة التوازي وأثبت أن مسلمة التوازي مستقلة ولا يمكن أن تعتمد أو تنتج من باقي مسلمات الهندسة التي وضعها إقليدس."[1]

أي أن لوباتشيفسكي وضع هندسة مشابهة لهندسة إقليدس وقام بتطويرها بنفس مستوى الهندسة الإقليدية.

"تم التوصل لبرهان عن مدى توافق هندسة لوباتشيفسكي في نهاية القرن السابع عشر والذي أمكن صياغته كالأتي:

1-مسلمة التوازي ليس من الضروري أن تنتج من المسلمات الأخرى للهندسة.أي أنها مستقلة منطقيا عن باقي المسلمات.

2- المسلمة الخامسة لا تنتج من باقي المسلمات ( بعيدا من الهندسة الإقليدية التي تصلح فيها هذه المسلمة ) بسبب وجود هندسة أخرى تخيلية والتي تفشل في هذه المسلمة."[2]

[1]- نصار حسن عبد العال السلمي: المرجع السابق، ص 07.

[2]- نفسه، ص 07.

بمعنى أن مسلمة التوازي تختلف عن باقي المسلمات ولا تنتج منهم وذلك لوجود هندسة تخيلية أخرى غير الهندسة التخيلية عند لوباتشيفسكي، لأنه لم يكن الوحيد الذي توصل إلى هندسة جديدة غير الهندسة الإقليدية.

وهذه المسلمة التي أثارت كثيرا من التردد والشك تلك المعروفة بمسلمة التوازي والتي تصاغ عادة كما يلي: من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مستقيم واحد فقط موازي للأول.

من خلال هذه المسلمة يبرهن إقليدس على عدة قضايا في بنائه الهندسي خصوصا القضية القائلة:" إن مجموع زوايا المثلث يساوي دوما 180 درجة."[1]

"حاول الرياضيون في مختلف العصور ، اليونان، العرب، وغيرهم، البرهنة على مسلمة التوازي هذه والرجوع بها إلى قضايا أبسط منها ولكنهم جميعا لم يفلحوا، كما أنهم لم يستطيعوا الإستغناء عنها لأن في الإستغناء عنها إنهيار للهندسة الإقليدية كلها."[2]

أي هذه المسلمة (مسلمة التوازي) هذه تعتبر من أهم المسلمات ولا يمكن العمل بدونها.

"إذا كان البحث في هذه المسلمة قد استمر طول العمر الحديث على يد كبار الرياضيين، فإن المحاولة الجزئية حقا هي تلك التي قام بها لوباتشيفسكي ( 1856-1793) لقد أراد هذا العالم الروسي أن يثبت هذه المسلمة (مسلمة التوازي) بواسطة البرهان بالخلف والمعلوم أن البرهان

[1]- غاستونباشلار: الفكر العلمي الجديد، تر: عادل الغوا، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر و التوزيع ، بيروت، لبنان،(د.ط)، 1982،ص 180.

[2]- الجابري محمد عابد: مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة و تطور الفكر العلمي، المرجع السابق، ص 75.

بالخلف يقوم على افتراض عكس القضية، حتى أدى بنا هذا الإفتراض خلال إستنتاج إلى تناقض. وكان ذلك إثبات القضية الأصلية."[1]

أي أن البرهان بالخلف إذا كان لدينا قضية نريد البرهنة على صدقها نقوم بافتراض عكسها أو ما يخالفها ونبرهن عليها، فإذا أثبتت صحة الفرض الثاني كان الأول خاطئا والعكس صحيح.

وبالتالي نقول أن فرضية لوباتشيفسكي" بانحناء معلوم تتواءم مع أي قياس يقل عن 180 درجة ولتنفيذ فرضية معرفة مقدار (مطلق)، مساحة المثلث، بإضافة إلى زواياه."[2]

أي أن زوايا المثلث بحسب لوباتشيفسكي يجب أن تكون أقل من 180 درجة.

" افتراض لوباتشيفسكي إذن، عكس القضية، أنه من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم لا موازي واحد للأول كما يقول أوقليدس، بل موازيات أو أكثر."[3]

أي أن لوباتشيفسكي عكس ريمان في مسلمة التوازي القائلة من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مستقيم واحد فقط موازي للأول، وبالتالي فهو لم يتوصل إلى إثبات صحة مسلمة أوقليدس لقد

[1]- الجابري محمد عابد: مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، المرجع السابق، ص 76.

[2]- كارل بوبر: منطق البحث العلمي:تر، محمد البغدادي، مركز دراسات الوحدة العربية، فرنسا،ط2007،10،ص 172.

[3]- الجابري محمد عابد: نفس المرجع السابق، ص 76.

توصل فعلا إلى نتائج مخالفة لتلك التي توصل إليها أوقليدس."أن زوايا المثلث لا تساوي 180درجة بل أقل من ذلك"[1]أي أن مجموع زوايا المثلث يتجاوز 180 درجة ولا يساويها.

" إن مخالفة نتائجه لنتائج أوقليدس ليس معناه بطلان الفرض الذي انطلق منه، وإنما يعني ذلك فقط أن هناك مقدمات مختلفة أدت إلى نتائج مختلفة وهذا شيء طبيعي تماما، وبالتاي صحة مسلمة أوقليدس هو وقوعه في تناقض منطقي، أي ظهور تناقض داخلي في النظام الجديد الذي كان يشيده انطلاقا من فرضه المذكور وهذا ما لم يحدث."[(3)]

وبالتالي هندسة لوباتشيفسكي تقف مع هندسة أوقليدس ضد للضد أي أمام هندسات متعددة وليس هندسة واحدة.

أما بالنسبة لنظرية لوباتشيفسكي فيمكن أن نأخذ عنها فكرة بالرسم التالي:

ليكن المستقيم(م) والنقطة(أ) خارج هذا المستقيم، لترسم أ،أ' عموديا على المستقيم(أ) نازلا من أ وساقطا على أ لنرسم كذلك أ ع عموديا على أأ' في نقطة أ.

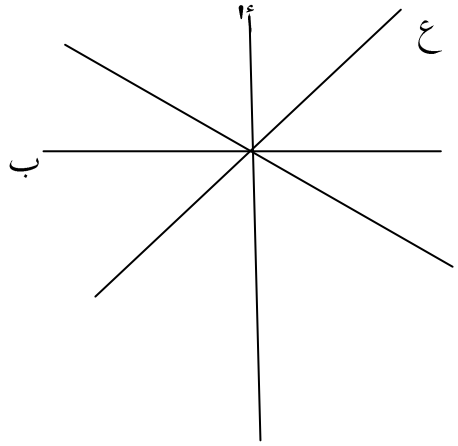
تفترض الهندسة الإوقليدية أن جميع المستقيمات المارة من أ في المستوي(أم) والمتميزة عن المستقيم (ع) تلتقي كلها مع المستقيم(م) أي تقاطع المستقيم الأول، إذن هناك مواز واحد لمستقيم (م) هو المستقيم(ع). أما في هندسة لوباتشيفسكي فإننا نفترض أن المستقيمات المنطلقة من (أ) على

[1]- رودلف كارناب: الأسس الفلسفية للفيزياء ، تر: السيد نفادي ، دار الثقافة الجديدة، القاهرة ، (د.ط)، 1966،ص 160.

[(3)]الجابري محمد عابد: فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة و تطور الفكر العلمي، نفس المرجع السابق، ص 76.

المستوي(أم) تنقسم إلى مجموعتين: مجموعة تقاطع المستقيم(م) ومجموعة لا تقاطعه. وهاتان المجموعتان يفصل بينهما المستقيمان (ب)و(ج) اللذين لا يقاطعان المستقيم(م) وبالتالي يوازيانه، إنهما

المستقيمان المرسومان من(أ) ويوازيان(م)»




"هناك إذن ثلاث إمكانات إما مواز واحد فقط يرسم من نقطة خارج المستقيم، وإما موازيان اثنان أو أكثر يرسمان من نفس النقطة، وإما لا مواز قط، والنتيجة إما أن تكون زوايا المثلث تساوي180 درجة، وإما أن تساوي أقل، وإما أن تساوي أكثر."[1]

" إذ نحن فكرنا قليلا في هذه الإحتمالات وجدنا أن الأمر يتعلق في الحقيقة بنوع تصورنا للمكان، لقد تصور أوقليدس المكان مستويا مسطحا فكانت النتيجة هي هندسته المعروفة (الهندسة المستوية) أما هندسة لوباتشيفسكي فتتصور المكان على شكل مقعر ومعلوم أن زوايا المثلث في هذه الحالة ستكون أضيق من الحالة الأول. أي أقل من 180 درجة، أما هندسة ريمان فتعتبر المكان كروي

[1]- الجابري محمد عابد: فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة و تطور الفكر العلمي، نفس المرجع السابق، ص77.

الشكل، ومعروف أن المثلث المرسوم على الكرة تكون زواياه منفرجة، وبالتالي تساوي أكثر من 180 درجة."[1]

وبالتالي نقول أن نوع الهندسة مع إقليدس ولوباتشيقسكي وريمان مختلفة من حيث عدد المتوازيات، مجموع زوايا المثلث، نسبة محيط الدائرة إلى قطرها ومن حيث قياس درجة الإنحناء.

[1]- نفسه، ص77.

## المبحث الثالث: النسق عند ريمان (1826– 1866)

### تمهيد:

بعد الحديث عن الهندسة الإقليدية والهندسة عند لوباتشيفسكي لا بد لنا من الحديث عن الهندسة عند ريمان وذلك لتوضيح الاختلاف على النظامين السابقين. ومعرفة التطور الذي توصل إليه.

فما هي هندسة ريمان؟

"توصل جورج فريدريك برنارد ريمان Georg FrédrIKhBernhand(1826-1866) في عام 1854 على نتيجة هامة حول موضوع الترابط السابق من هندسة لوباتشيفسكي وهندسة إقليدس وفيها طور المبادئ التحليلية AnalyticalPrincipels للهندسةوأوجد نظام هندسي مختلف عن نظام كل من إقليدس ولوباتشيفسكي والذي أسماه هندسة ريمان"[1]

أي هذه الهندسة لا تقبل قضية إقليدس القائلة بوجود موازي واحد.

"تتخذ هندسة ريمان بدلا من مصادرة إقليدس مصادرة أخرى تقول أنه لا يمكن رسم أي خط مواز لمستقيم، فإن مستقيمين على سطح معين يمكن أن يتقابل ، والواقع أن سطح أية كرة (حين تنظر إليه دون أية إشارة إلى بعد ثالث) يتمثل فيه مجال صالح للتوسع في هندسة ريمان ذات البعدين فعلى مثل هذا السطح تكون الفكرة المناظرة للخط المستقيم في السطح الذي عرفه إقليدس هي دائرة كبيرة وكما أن الخط المستقيم هو أقصر مسافة بين نقطتين على سطح واحد، فكذلك الحال في الكرة، حيث يكون جزء من الدائرة المحصورة بين نقطتين هو أقصر مسافة بين هاتين النقطتين) والواضح أن المستقيم عند ريمان (أعني الدائرة الكبيرة) لا يمكن أن يكون له خط مواز (أي دائرة كبيرة أخرى) من نقطة على "سطح"(كرة) خارجة من هذا المستقيم"[2]

بمعنى هندسة ريمان يكون مجموع زوايا المثلث أكبر من قائمتين أي أن مجموع زوايا المثلث الكروي أكبر بكثير من قائميين.

[1]- نصار حسن عبد العال السلمي: الهندسة التفاضلية، المرجع السابق،ص 09.

[2]- بول موى: المنطق وفلسفة العلوم، تر: فؤاد حسن زكريا،نفس المصدر السابق، ص 145.

" كما وضع ريمان نوعا من النسق الهندسي يتفق مع نسق لوباتشيفسكي في أن المكان الهندسي ليس سطحا مستويا، ولكنه اختلف معه في أن زوايا المثلث الداخلة أكثر من قائمتين دائما ويزداد حجم الزوايا كلما زادت مساحة المثلث."[1]

"كما قال ريمان( Riman) في مقال بعنوان "فرضيات تساعد على تأسيس الهندسة" ألقاه سنة 1845، أن المكان الحقيقي ليس لامتناهيا ولكنه هو لا محدود والمسافة بين نقطتين يمكن أن تصل إلى نهاية قصوى، ولهذا يمكن تأسيس هندسة مماثلة للهندسة الدائرية" [2] من هذه المقدمة فإن ريمان قدم هندسة مخالفة لهندسة إقليدس وكذا لوباتشيفسكي. فهندسته الجديدة كروية أو ما يعرف بالهندسة الناقصة (عكس الدائرية).

ومن مبادئ هندسته :

-"المكان سطح كروي ودرجة الانحناء فيه أكبر من الصفر.

-الخط المستقيم لا يمتد إلا ما لا نهاية، وإنما هو متناه، لأنه دائري.

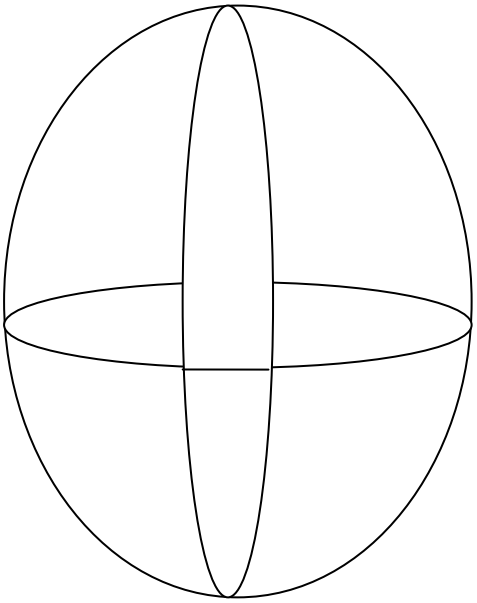
-لا مستقيات متوازية للمستقيم(D).

-مجموع زوايا المثلث أكبر من 180 درجة.

[1]- إبراهيم مصطفى إبراهيم: في فلسفة العلوم، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر ، الإسكندرية، ط1، 2000،ص 87.

[2] -J. Cavaillès:Méthode axiomatique et formalisme , essai sur le problème du fondement des mathématique, paris, 1981,p :61

ونلاحظ من هذه المبادئ، أن ريمان قد أثبت الفرضية الثالثة، والتي قال بها ساكيري وهي أن مجموع زوايا CوD أكبر من 180 درجة، وكما خص المسلمة الثانية الإقليدية التي تنص على أنه يمكن مد



المستقيم إلى ما لا نهاية بالإضافة إلى كونه قد وضع مسلمة نقيضا للمسلة الخاصة وهي الدائرية .

و تتمثلهندسة ريمان فما يلي:

-مجموع زوايا المثلث أكبر من 180 درجة.

-السطح كروي.

-لا مستقيم يمر من M.هو موازي ل(D)."[1]

فقد تعددت إذن الهندسات واختلفت من إقليدس إلى لوباتشيفسكي إلى ريمان.

[1] -J. Cavaillès :Méthode axiomatique et formaliseme, essai sur le problème du fondement des mathématique, paris, 1981,p :62

## الفصل الثالث: تجليات النسق الأكسيومي عند ديفيد هيلبرت

### المبحث الأول: شروط وخصائص البناء الأكسيومي عند هيلبرت

### المبحث الثاني: النسق عند هيلبرت

### المبحث الثالث: أكسيومات النسق الهلبرتي

**مقدمة:**

يعد هذا الفصل بمثابت الأساس لموضوع البحث و المتمثل في النسق الأكسيومي بزعامة الفيلسوف الألماني و الرياضي ديفيد هيلبرت ويحتوي هذا الفصل على ثلاثة مباحث فالأول يتمثل في شروط وخصائص البناء الأكسيومي والمبحث الثاني يحتوي على النسق عند هيلبرت أما المبحث الثالث والأخير فيشتمل على أكسيومات النسق الهلبرتي التي قام من خلالها هلبرت بتصنيف الأكسيومات إلى خمس مجموعات، و بالتالي نطرح التساؤل التالي:

ما هي أهم الشروط و الخصائص التي يجب أن تتوفر في البناء الأكسيومي؟

كيف ناقش هلبرت نسقه؟

وما هي التصنيفات التي وضعها هلبرت للأكسيومات؟

## المبحث الأول:شروط و خصائص البناء الأكسيومي عند هلبرت

### تمهيد:

بعد التطرق إلى أهم الأنساق التي سبقت النسق الأكسيومي عند هيلبرت لا بد لنا من الدخول في الموضوع بداية مع الشروط و الخصائص التي ساهمت في البناء الأكيومي و هي متمثلة في مجموعة من العناصر و بالتالي: ماهي أهم الشروط والخصائص التي يتصف بها البناء الأكسيومي ؟

إشترط هلبرت لإقامة الأكسيوماتيك ثلاثة شروط وتمثلت فيما يلي:

**أولا. شرط الاستقلال:** " أن تكون مسلمات النسق أو أصوله مستقلة عن بعضها البعض، أي أنه لا يجب أن يكون هناك تداخل بين مسلمة وأخرى، وهذا الشرط هام وأساسي."[1]

بمعنى أن تكون المسلمات مستقلة تماما عن بعضها البعض وهذا ما نجده في كتاب محمد ثابت الفندي (فلسفة الرياضيات) والمتمثل في" استقلال كل مسلمة عن أخرى" [2]. وهذا يعني أن كل مسلمة لا تربطها صلة بالمسلمات الأخرى وبالتالي الاستقلال التام لكل مسلمة.

**ثانيا. شرط عدم التناقض:** نقول عنه " عدم تناقض المسلمات" بمعنى المسلمات تكون منفصلة ومستقلة عن بعضها البعض ولكن غير متناقضة، كما يعني هلبرت بهذا الشرط" [3] أن مسلمات

[1] – محمد على عبد المعطي: المنطق ومنهاج البحث العلمي في العلوم الرياضية والطبيعية، دار المعرفة الجامعية للنشر، الإسكندرية، 2004، ص 183.

[2] –الفندي محمد ثابت: فلسفة الرياضيات، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، ط1،1963،ص 76.

[3] – نفسه، ص76.

النسق أو أصوله الأولى يجب أن تكون غير متناقضة فيما بينها، وهذا الشرط هاملأنه لو كانت الأصول الأولى متناقضة فيما بينها لكانت القضايا المستنبطة من هذه الأصول متناقضة أيضا."[1]

إذن يعرف هلبرت شرط عدم التناقض على أنه استحالة استنباط قضية ما تناقض تلك المسلمات

**ثالثا شرط الإشباع:**" يقصد به هلبرت أن الحدود أو الأصول الأولى أو المسلمات يجب أن تكون كافية بحيث تسمح لنا بإجراء كل عمليات الاستنباط في النسق الموضوعة له، وأن المسلمات أو الأصول الموضوعة الأولى يجب أن تكون كافية للاستنباط بحيث لا تزيد ولا تنقص، لأنها لو نقصت لما أمكن لنا إتمام عمليات الاستنباط، ولو زادت لتعطلت بعض الأصول التي لا حاجة لنا إليها."[2] أي أن المسلمات التي يقصد بها هلبرت يجب أن تكون كافية للاستنباط لا تزيد ولا تنقص، لأنها لو زادت أو نقصت تعطلت عملية الاستنباط.

كما سمى هلبرت"شرط الإشباع ب Saturation أي كون عدد المسلمات الخاصة بهندسة ما هو ما يكفي بالضبط لاستنباط نظريات تلك الهندسة بحيث لا يمكن زيادتها أو نقصانها إلا وأدى إلى قضايا هندسة مختلفة."[3]

[1]- محمد علي عبد المعطي، المرجع السابق، ص 183.

[2]- نفسه، ص 184.

[3]- الفندي محمد ثابت، المرجع السابق، ص 76.

إذن فالإشباع هو أقل الشروط خطورة في مناقشات هلبرت وشرط عدم التناقض عنده فهو شرط متضمن في الشرطين الآخرين أي شرط الاستقلال وشرط الإشباع وبهذا الشرط قد تناقض في أقواله من حيث أن ضمن أصوله شرطا منطقيا.

-" وإذا كان هلبرت هو أول من صاغ الهندسة الإقليدية صياغة أكسيومية حديثة واشترط هذه الشروط الثلاثة سبق وذكرناها فإن العالم الرياضي الألماني موريس باش Pasch هو أبو الأكسيوماتيك الحديثة حقا وعلى هذا الأساس يحدد باش الشروط الأساسية التي يجب أن تتوفر في كل بناء علمي استنتاجي (أكسيومي)."[1]

"يطمح إلى أن يتصف بالصرامة الحقيقية، كما يلي:

1-يجب النص صراحة على الحدود الأولية (المفاهيم، الألفاظ) التي تعتزم أن نعرف بها جميع الحدود الأخرى.

2-يجب النص صراحة على القضايا الأولية التي تعتزم أن تبرهن بواسطتها على جميع القضايا الأخرى.

3-يجب أن تكون العلاقات المقامة بين الحدود الأولية علاقات منطقية محض، ويجب أن تبقى هذه العلاقات مستقلة عن المعنى المشخص الذي يمكن إعطائه لتلك الحدود.

[1]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 82.

4-يجب أن تكون هذه العلاقات هي وحدها التي تتدخل في البرهنة، وذلك باستقلال تام عن معاني الحدود، الشيء الذي يعني الامتناع كليا عن الإشاعة بطريقة ما بالأشكال الهندسية."[(1)]

إذن بالرغم من الشروط التي وضعها ديفيد هلبرت والمتمثلة في (شروط الاستقلال، عدم التناقض، الإشباع.) إلا أننا توصلنا إلى شروط أساسية وهي من وضع الفيلسوف الألماني باش Paschهي التي يجب أن تتوفر في البناء الأكسيومي.

أما فيما يخص بعض الخصائص فهي تتمثل فيما يلي:

-1-"الانغلاق والانفتاح: يقال عن الأكسيوماتيك ما أنه منغلق Saturé عندما لا يكون في الإمكان إضافة أولية مستقلة جديدة إلى أولياته وإلا أدى ذلك إلى إحداث تناقض فيه، ويكون منفتحا Ouvert في الحالة المخالفة، ومن الممكن "فتح" الأكسيوماتيك المغلق بأن تنزع منه إحدى أولياته،وفي هذه الحالة يصبح ضعيفا من حيث التضمن، غنيا من حيث الاستغراق"[1]

"-2- التكافؤ L'équivalence: يكون بناء أكسيومي ما مكافأ لبناء أكسيومي أخر، إذ كان الاختلاف بينهما قائما فقط في الصياغة والتركيب، أي إذا كانا معا مؤسسين على نفس الحدود والقضايا التي تؤخذ في أحدهما على أنها أوليات، وتؤخذ في الأخر على أنها مشتقات." [2] أي أن كل نظامين أكسيوميين يكونا متكافئان إذ كانت كل قضية في الأول يمكن البرهنة عليها في الثاني والعكس.

---

[1]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 82.

[2]- نفسه،ص 86

3- التقابل:Isomorphisme: من iso: نفس أو forme: الشكل أو الصورة.

بما أن الأكسيوماتيك بناء نظري مجرد، فإنه من الممكن إعطاءه تحقيقات مشخصة مختلفة، وتسمى ب"الطرز" فعندما تكون الطرز لا تختلف فيما بينها إلا بتعدد الدلالات المشخصة التي نعطيها للأوليات التي تقوم عليها، وعندما تعود-أي الطرز نفسها- لتتطابق مع بعضها البعض، عندما تهمل تلك الدلالات المشخصة ونقصر اهتمامنا على الجانب الصوري المجرد وحده، فإنها أي طرز تسمى حينئذ بطرز المتقابلة Modéles Isomorphes أي التي لها نفس البنية المنطقية."[1]لنأخذ مثلا الهندسة الأوقليدية : فإذا غيرنا على الأقل إحدى مسلماتها( مسلمة التوازي مثلا) فإننا سنحصل على نظريات أو هندسات مختلفة(هندسة لوباتشيفسكي، هندسة ريمان...) وتسمى هذه الحالة هندسات متجاورة. وإذا أخذنا الآن إحدى الهندسات وصغناها صياغة منطقية مختلفة (صياغة هلبرت أو صياغات أخرى....) فإننا سنحصل على منظومات أكسيومية متكافئة إما إذا أخذنا أحدى هذه المنظومات وطبقناها على التجربة، فإنه من الممكن أن نجدها تحقيقات مختلفة، أي طرزا تقابلية أو متقابلة"[2]

[1]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق،ص86.

[2] -Robert Blanché : L'axiomatique, Inition Philosophique, pars , Presses Universitaires De France ,1790 :P45.

## المبحث الثاني: النسق عند هيلبرت

### تمهيد:

بعد أن تطرقنا إلى أهم الشروط و الخصائص التي ساعدت على البناء الأكسيومي فلا بد من التطرق إلى النسق عند هيلبرت و المتمثل في ثلاث نقاط سوف نتطرق إليها في صلب الموضوع و من هنا نطرح التساؤل التالي: ما هي أهم النقاط التي وضعها هيلبرت في بناء نسقه ؟

-اعتمد هيلبرت في بناء نسقه على ثلاثة عناصر مهمة وتمثلت فيما يلي:

أولا:" أن نظرية هلبرت تبدأ من الأفكار الإبتدائية وهي ذاتها الأفكار التي تبدأ منها نظرية رسل. فيما عدا الرموز التي استحدثها للمتغيرات، فقد وضع هلبرت الرموز ×y..بدلا من p, q...، وكذلك رمز للوصل و التضمن والتكافؤ برموز جديدة، ورمز لنفي القضية بعلامة (-) فوق المتغير ذاته.

ثانيا: أن البديهيات التي حددها هلبرت تستخدم التضمن والفصل على حين أن بديهيات رسل تستخدم فكرة السلب بالإضافة إلى التضمن والفصل.

ثالثا: أن القواعد الأساسية للاستنباط كما هي، لقد عدل هلبرت في شكل الرمزية لكن لم يتمكن من إجراء تعديل على فكرة التضمن التي أودعها راسل وهوايتهد، وبهذا فإن فكرة التضمن تظل كما هي الفكرة المحورية حتى في نسق هلبرت، لقد انصب التعديل إذن على الرمزية و لم يتجاوزها إلى النسق".[1]

كانت هذه أهم النقاط التي تناولها هلبرت في نسقه، كما يتخذ هذا النسق أيضا " رابطي السلب والفصل أي { أساسا له، وهما كما تعلم كافيان لتأدية سائر الروابط المنطقية ولذلك فحساب الصياغة يختص بالتركيب الأتي:

1 الرموز البسيطة : ب ، ج ، د...¬، V، (،)

[1]- ماهر عبدالقادر محمد علي: فلسفة العلوم، المنطق الرياض، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، ج3، 1985، ص: 127.

2 قواعد الصياغة :

صغ1: ⟸ ب

صغ2: Ø ⟸ ¬ Ø

صغ3:Ø، V ⟸(Ø ⟵ V)

أما الحساب الأكسيومي فيحتوي على:

3 المسلمات:

سل1: ب V ب ⟵ ب

سل2: ب ⟵ بV ج

سل3: ب V ج ⟵ جV ب

سل4: (ب ⟵ ج) ⟵ (دVب ⟵د V ج)

4- قواعدالاستدلال: وتتمثل في قاعدة الإبدال وقاعدة الوضع.

5 التعريفات: نستطيع بسبب التلازم بين الروابط، أن تدخل منها على قدر ما نشاء.

والجدير بالذكر أن مسلمات هلبرت مقتنية من كتاب (المبادئالرياضية)لمؤلفيه هوايتهد وراسل. وكان هذا الكتاب يضم خمس مسلمات حذفت منها واحدة[1].

[1]- عادل فاخوري: المنطق الرياضي، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت لبنان، ط2، 1988، ص: 127.

## المبحث الثالث:أكسيومات النسق الهلبرتي.

### تمهيد:

بعد التطرق إلى أهم الشروط والخصائص التي ساعدت على البناء الأكسيومي وكذا النسق عند هلبرت و المتمثل في ثلاث نقاط لابد لنا من التطرق إلى أكسيومات هلبرت التي قسمها إلى خمس مجموعات و بالتالي ما هي أكسيومات النسق الهلبرتي؟

"نشر هلبرت(Hilbert1862-1943) مقالا عنوانه:"أسس الهندسة" سنة 1899 عرض فيه مثالا عن النسق الأكسيومي، وأكد فيه الهندسة مثل علم الحساب تشترط الإنتقال من عدد صغير من القضايا الأولية البسيطة، وهي عبارة عن أكسيومات الهندسة."[1]

### أكسيومات النسق الهلبرتي:

**1-عرض الأكسيومات:** صنف هلبرت مقاله الأكسيوماتيك إلى خمس منظومات:

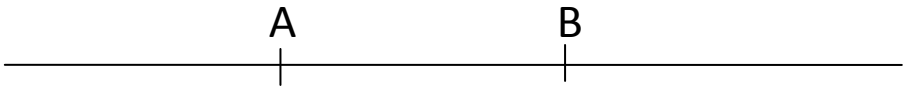
الثلاثي، الترتيب(التوزيع)، الأطوال، التوازي، الاستمرارية.

1 1 - أكسيومات الثلاثي:(Incidence) الانتماء و الاحتواء:

1 2 - ونحدد الروابط بين النقاط و المستقيمات و المستويات وهي:

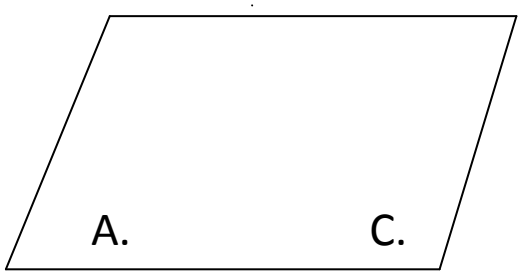
[1] -D.Hilbert :Les Principes Fondamenttaux De La Géométrie Traduction L.Laugel,Gautier,Paris ,1900 ,P 7

1-من نقطتين متمايزتين يمر على الأقل مستقيما ونكتب: α=AB أو α=BA



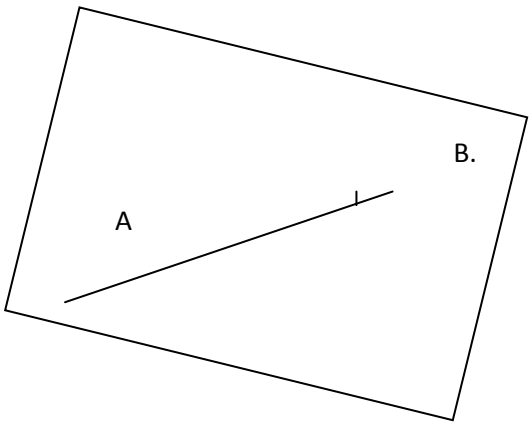

يوجد مستقيم واحد الذي يمر من النقطتين.

2-إذا كانت لدينا ثلاث نقاط ليسوا على إستقامة واحدة يقابل المستوي، والمستوي يحتوي على الأقل على نقطة، فإنa=AB."[1]



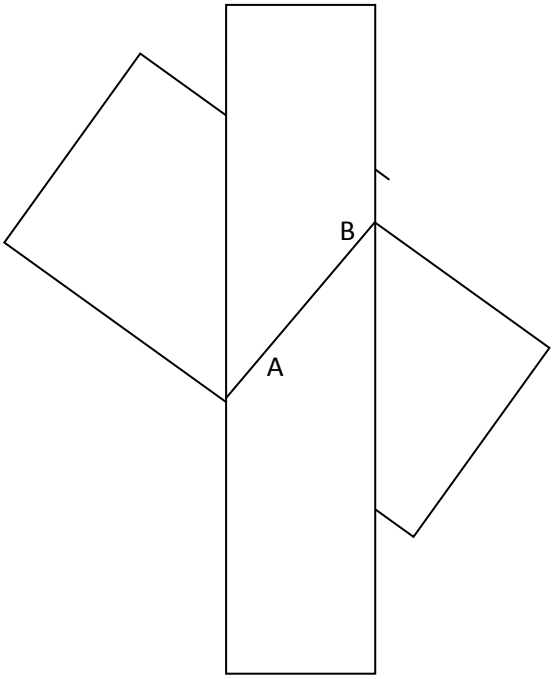

.B

3-إذا كان مستقيم يمر من نقطتين Aو Bفي مستويα، فإن كل النقاط تكون في المستويα.



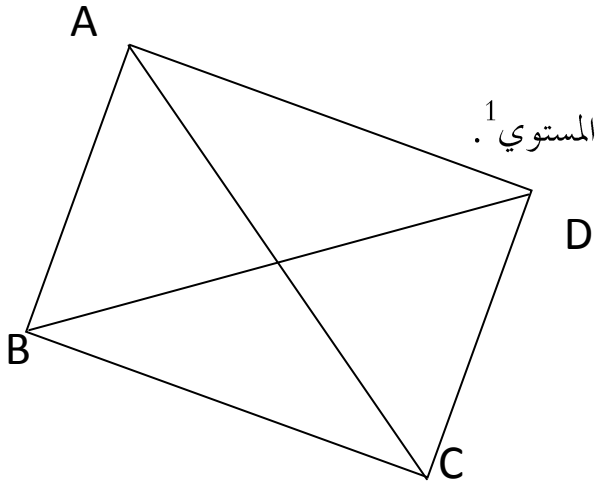

[1] -D.Hilbert :Les Principes Fondamenttaux De La Géométrie Traduction L.Laugel,Gautier,Paris ,1900 ,P 7

4-مستوياتαوβ لهما النقطة مشتركة، فلهما على الأقل نقطة إشتراك أخرى B.




في كل مستوى، توجد على الأقل 03 نقاط غير مؤسسة

على المستقيم.

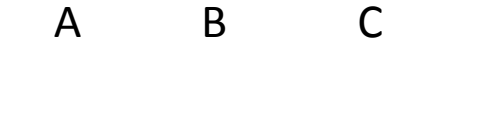



5-توجد على الأقل أربع نقاط لا تكون في نفس المستوي[1].

[1] -D.hilbert : Les principes fondamentaux de la geométrie traduction L.Laugel,gautier,villes,paris,1900p07.

**أكسيومات الترتيب(التوزيع):**

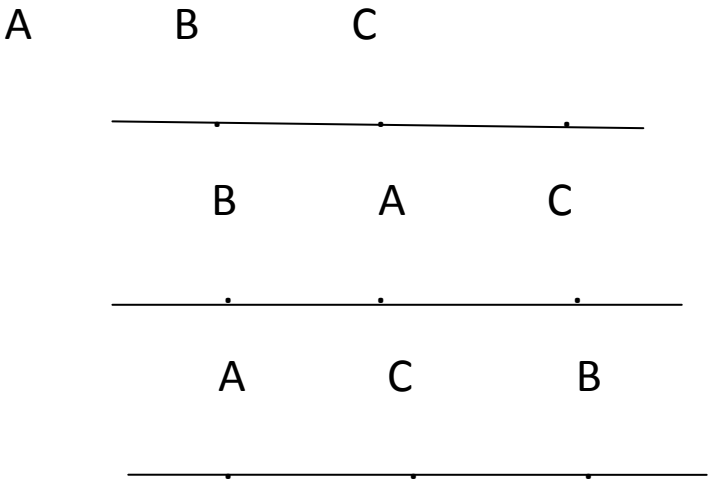
1-إذا كانت Bنقطة بين(AوC)،وA.B.C ثلاث نقاط من نفس المستقيم فإن B بين(AوC).




2- إذا كان لدينا نقطتان AوCمن مستقيم، توجد على الأقل نقطة بين( AوC) وعلى الأقل Dحيث Cتكون بين(AوD).




3-إذا كان لدينا ثلاث نقاط على مستقيم، فتوجد نقطة واحدة بين الإثنين المتبقيتين: لإذا كانت لدينا A.B.C فقد تكونAبين(BوC)،أوBبين(A.C) أو بين(A.B)[1].




[1] Ibid, p 08

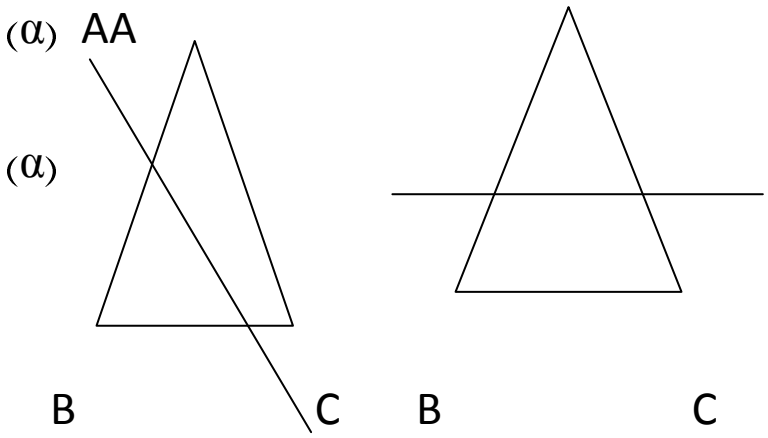
4-إذا كانت لدينا أربع نقاط A.B.C.Dمن مستقيم يمكن أن توزع حيث: Bبين(AوC) وأيضا بين (AوD) وCبين(AوD)، أيضا بين(BوD).

A B C D

وقد ربط هذا الأكسيوم بالتعريف التالي:

الجزء المكون من نقطتين AوB على مستقيم يسمى قطعة، ورمزه ABأو BA والنقاط التي توزع بينAوB هي نقاط القطعة AB أو داخل القطعة AB، والنقاط الأخرى للمستقيم αهي خارج القطعةAB والنقاطBA هي أطراف القطعة AB.

5-إذا كانت A.B.Cمثلثا، وإذا كان المستقيم(α) يقسم الضلعAB بينA وB، فإن هذا المستقيم يقسمACأو CB.[1]




[1] -Hilbert :Lespeinsipesfondametaux de la traduction, laugel, gautier.Ville, paris, 1900.p08.

فهذه الأكسيومات تعرف الترتيب الخطي، الأكسيوم(4) يعرف الترتيب في المستوي، ونلاحظ أن هلبرت قد اعتمد على الأكسيوم الذي أضافه باش، وبفضل الترتيب والتوزيع تمكن رسم المستقيمات والمستويات، تعريف الزوايا (زوج، المستقيمين)، أكسيومات التساوي.

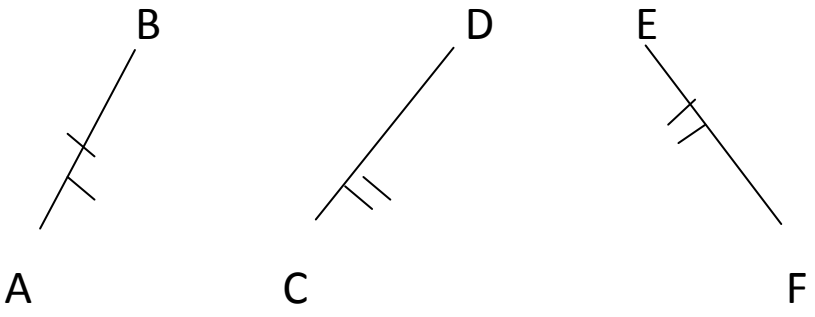
## 6-أكسيوم التقايس(Congruence):

وهي الأكسيومات التي يطلق عليها أيضا اسم الأصول المتقايسة وتتمثل في:

1-إذا كانت Aو B على مستقيم، و'A على مستقيم أخر، يمكن أن نحدد على المستقيم الثاني ومن نفس جهة'B،B حيث :AB='A'B.[1]

2-إذا كانت قطعتان متقاطعتان متقايستين مع قطعة ثالثة، فهي متقايسة فيما بينها: AB=CD

CD=EF=>AB=EF




[1] Ibid, p 08.

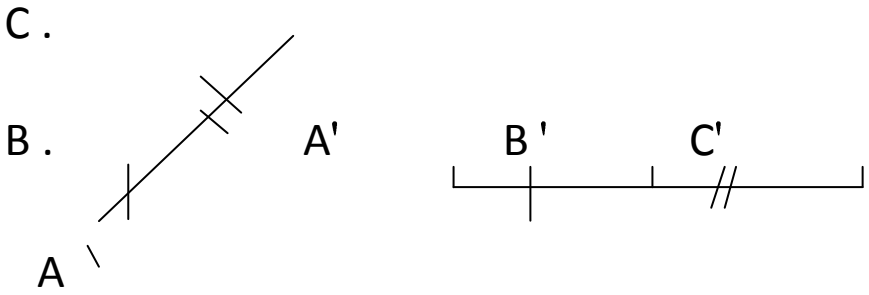
3-وإذا كانت ABوBC قطعتين دون نقاط مشتركة وعلى نفس المستقيم، وإذا كانت لدينا

ABوBC على مستقيم أخر: وإذا كانت: B'A='AB

C'B='BC

C'A'=AC

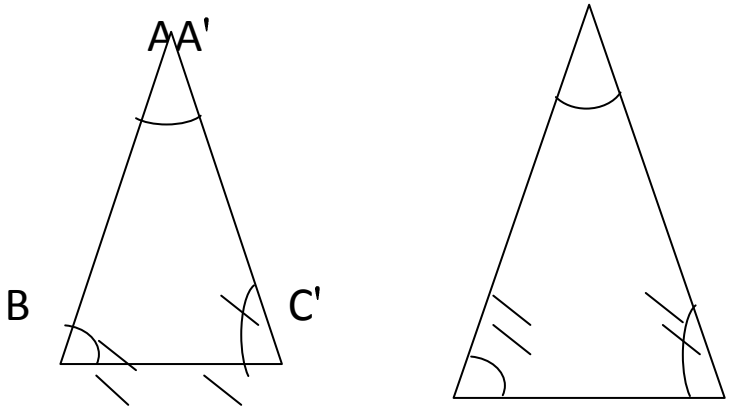
إذن:AC='C'A




4-إذا كانت الزاوية (a،b)، يمكن تكوين على مستقيمα'، ومن نفس الجهة بالنسبة لα، الزاوية ('b،a')، حيث (a,b)=(‘a,b’).

5-ا كان المثلثان، ABCوA'B'Cحيث (AC)=('A'C)

('A'B)=(AB)،('A'C)=(AC) إذن: (BA ,BC)و('C'A،'C'B)=(CA ,AB)('C'B'،A'B)



## 6-أكسيوماتيك التوازي:

في مستوي(α) يحتوي على مستقيم(a) والنقطة(A) خارجة عن α، يوجد مستقيم واحد فقط(△) يمر بaولا يقطع (α)وهي المسلمة الخامسة اللقليدية، ولهذا فهو أكسيوم مستوي(Planaire)

## 7-أكسيوم أرخميدس:

إذا كانت A1 هي بين (A.B)، و A2بين(A3.A1)، A3بين(A2.A4).... ولدينا:

(A.A1)=(A1.A2)

(A1.A2)=(A2.A3)=(A3.A3)...

يوجد عدد طبيعي n حيثb يكون بينAn-1وAn

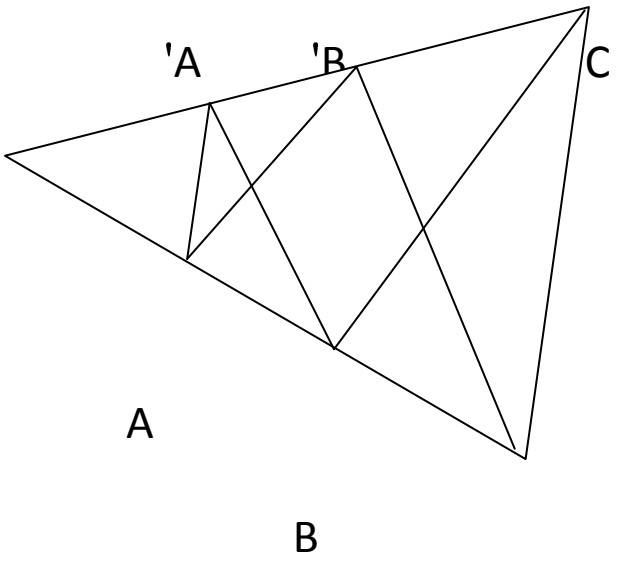
A ——— A1 — A2 — A3 — A4 — A5 — A6 — A7 — B

وهذا الأكسيوم أعلن عنه لأول مرة Stols،وأعاده باش كأكسيوم IVو هلبرتكأكسيوم IIوهو خاص بالتواصل والاستمرارية[1].

[1] Ibid, p08

وهذا ما عبر عنه باسكال بالصيغة التالية.

إذ كان لدينا : ABCو'A'B'C مثلثين، وإذا كان C'B و 'CA متوازيين على التوالي مع 'BCو'CA، إذن 'BA موازي ل'A'B.[1]




o

[1] - Hilbert :Lespeinsipesfondametaux de la traduction, laugel, gautier.Ville, paris, 1900.p08..09

# خـــاتـــمـــة

# خـاتـمة

المعروف عن هلبرت أنه أحد أقطاب علماء الرياضيات في هذا العصر ، و أنه بلا شك انطلق في بناء لغته المنطقية من اعتبارات رياضية مضافا إليها في عالم الرياضيات. فبعد التحليل و البحث نخلص إلى أهم النتائج نوردها فيما يلي :

حيث قام الرياضي الألماني ديفيد هيلبرت زعيم الإتجاه الصوري في المنطق و الرياضيات بعرض 23مسألة توضح أراء حول الرياضيات، و قد اختار هذا العدد من المسائل لأنه كان يظن أن الرياضيات تتقدم بحلها و طبعها. هذه المسائل تتفاوت في العمق و في الصعوبة كما أكد أنها قابلة للحل و غير مستحيلة ، و رأى أن المنطق و الرياضيات متزامنان و أن العلمين مؤسسان على تجربة الإشارة فالمنطق يقوم على البناء في الحدس مثله مثل الرياضيات.كما انتهج هلبرت المنهج الأكسيومي و أصبح الطريق الأسهل لمعالجة و دراسة المسائل الرياضية حيث تطرق بالحديث عن المنهج التكويني و الأكسيومي و قام بالمقارنة بينهما على أساس أن الأول يستخدم في علم الحساب و الثاني يستخدم في الهندسة، كما توصل إلى تحديد أيهما أصلح لتأسيس الرياضيات، فالتكويني يسبب الصعوبات المنطقية أما الأكسيومي فهو خال من الأخطاء و الصعوبات و لا يمكن التشكيك في مصداقيته فهو منهج منتج و خصب.

كما تطرقنا إلى أهم الأنساق التي سبقت النسق الهلبرت و تمثلت أولا في الهندسة الإقليدية (إقليدس) الذي وضع مجموعة من المفاهيم (البديهيات، التعريفات، المصادرات) و هي ذات طابع تجريبي و انطلاقا منها برهن على قضية هندسية .ثانيا و تمثلت في الهندسة اللاإقليدية(ريمان

# خـاتـمة

ولوباتشيفيسكي) فكل الأنظمة الهندسية التي تختلف عن النظام الهندسي الإقليدي هي عبارة عن هندسة لاإقليدية ، حيث قام لوباتشيفيسكي بوضع هندسة مشابهة لهندسة إقليدس و قام بتطويرها بنفس مستوى الهندسة الإقليدية بتصوره للمكان على شكل مقعر أما بالنسبة لريمان فقد وضع نوعا من النسق الهندسي يتفق مع نسق لوباتشيفيسكي في أن المكان الهندسي ليس سطحا مستويا، ولكنه اختلف معه في أن زوايا المثلث أكثر من قائمتين و بالتالي فقد اختلفت الهندسات من إقليدس إلى لوباتشيفيسكي إلى ريمان.

كما استخلصنا أن هيلبرت قد بنى نسقه بالإعتماد على ثلاثة مفاهيم لا معرفة و تمثلت في النقطة، المستقيم، المستوي. كما استخدم بعض الروابط ك: تنتمي، بين، تساوي، على. و هذا ما وضحه في تقسيمه للأكسيومات إلى خمس مجموعات و أثبت أن المنهج الأكسيوماتيكي لا يطبق على الهندسة فقط بل على الأعداد أيضا.

و بتوفيق من الله عز وجل نكون قد أنهينا بحثنا و المتمثل في النسق الأكسيومي عند ديفيد هيلبرت، و كلنا نأمل ألا تكون هذه الخاتمة نهاية بل بداية و منطلقا لأبحاث و دراسات أخرى في هذا المجال.

# قائمة المصادر والمراجع

**المصادر بالغة الأجنبية:**

1-David hilbert.ph.d : Les peinsipes fondamentaux de la traduction, laugel, gautier.Ville, paris, 1900.

2-j cavaillés : méthode axiomatique et formalisme, essai sur le probleme du fondement des mathématiques , Ed. Hermann , paris, 1981.

3-Robert blanché :L'axiomatique,imitation philosophique, paris, presses universitaires de France, 1970.

**قائمة المراجع:**

1. إبراهيم مصطفى إبراهيم: في فلسفة العلوم، دار الوفاء لدنيا الطباعة و النشر ، الإسكندرية ،ط1،2000

2. بول موى : المنطق و فلسفة العلوم، تر: فؤاد زكريا ، دار نهضة مصر ، القاهرة ،(د.ط)، (د.ت).

3. الجابري محمد عابد: مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة و تطور الفكر العلمي، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت،ط1، 1976.

4. روبير بلانشي: المنطق و تاريخه من أرسطو حتى راسل، تر: خليل أحمد خليل، المؤسسة الجامعية للدراسات و النشر و التوزيع، لبنان ، (د.ط)، (د.ت).

5. رودلف كارناب: الأسس الفلسفية للفيزياء ، تر: السيد نفادي، دار الثقافة الجديدة، القاهرة، (د.ط)، 1966.

6. زكاريا منشاوي الجالى: المؤثرات المتبادلة بين المنطق و الرياضيات ، النسق نموذجا، دار الوفاء لدنيا الطباعة و النشر، الإسكندرية، ط1، 2010.

7. عادل فاخوري: المنطق الرياضي، المؤسسة الجامعية للدراسات و النشر و التوزيع ، بيروت ، لبنان،ط2، 1988.

8. عبد القادر بشته: الإبستيمولوجيا، دار الطليعة للطباعة و النشر، بيروت، لبنان، ط1، 1995.

9. غاستون باشلار: الفكر العلمي الجديد، تر: عادل الغوا ، المؤسسة الجامعية للدراسات و النشر و التوزيع ، بيروت ، لبنان، 1982.

10. فهمي جدعان: حصاد قرن المنجزات العلمية و الإنسانية في القرن العشرين ، المؤسسة العربية، الأردن،(د.ط)،1981.

11. كارل بوبر: منطق البحث العلمي، تر: محمد البغدادي ، مركز دراسات الوحدة العربية، فرنسا ، ط1 ، 2007.

12. ماهر عبد القادر محمد علي: فلسفة العلوم ، المنطق الرياضي ،دار النهضة العربية للطباعة و النشر ، بيروت ، ج3، 1985.

13. ماهر عبد القادر محمد علي: فلسفة العلوم المشكلات المعرفية، دار المعرفة الجامعية ،(د.ط)، (د.ت).

14. محمد ثابت الفندي: فلسفة الرياضة ، دار النهضة العربية للطباعة و النشر، بيروت، ط 1، 1969.

15. محمد علي عبد المعطي: المنطق و مناهج البحث العلمي في العلوم الرياضية و الطبيعية، دار المعرفة الجامعية للنشر،الإسكندرية،ط2، 2004.

16. محمد محمد قاسم: المدخل إلى فلسفة العلوم، ددار المعرفة الجامعية للطبع و النشر و التوزيع، الإسكندرية، 2006.

17. محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي نشأته و تطوره، دار النهضة العربية للطباعة و النشر، بيروت،(د.ط)، 1979.

18. نصار حسن عبد العال السلمي: الهندسة التفاضلية، مكتبة الرشد ناشرون، الرياض،(د.ط)، 2008.

19. ياسين خليل: محاضرات في المنطق الرياضي، دار الوفاء لدنيا الطباعة و النشر، الإسكندرية، ط1، 2007.

**الموسوعات:**

1-أندريه لالاند: موسوعة لالاند الفلسفية، تع: خليل أحمد خليل، المجلد 1، منشورات عويدات ، بيروت، لبنان ، ط2، 2001.

2-فريد جبر، جرار جهامي و أخرون: موسوعة المصطلحات علم المنطق عند العرب، مكتبة ناشرون، لبنان، ط1996،1.

**المعاجم:**

1-إبراهيم مذكور: المعجم الفلسفي، الهيئة العامة للشؤون المطابع الأميرية، القاهرة،(د.ط)، 1983.

2-جميل صليبا: المعجم الفلسفي، دار الكتاب البناني، بيروت، لبنان ، ج2، 1982.

3- مسعود جبران: الرائد معجم ألفبائي في اللغة و الإعلام، دار العلم، بيروت، ط3، 2005.

**مواقع الأنترنت:**

1-جلال الحاج عبد: تداعيات و إنعكسات الرياضيات

موقع جلال الحاج عبد.

www.jalalalhajabed.com

2-المكتبة الدمشقية.

# فهرس الموضوعات

# فهرس الموضوعات

شكر وتقدير

إهداء

مقدمة.....أ

**الفصل الأول: جينالوجيا المفاهيم و كرونولوجيا الفيلسوف**

**المبحث الأول:** ضبط المفاهيم.....03

**المبحث الثاني:** ديفيد هيلبرت(حياته ومنهجه).....09

**الفصل الثاني: أنواع الأنساق**

**المبحث الأول:** النسق عند إقليدس.....15

**المبحث الثاني:** النسق عند لوباتشيفسكي.....23

**المبحث الثالث:**النسق عند ريمان.....30

**الفصل الثالث:تجليات النسق الأكسيومي عند ديفيد هيلبرت**

**المبحث الأول:** شروط و خصائص البناء الأكسيومي عند هيلبرت.....36

**المبحث الثاني:** النسق عند هيلبرت.....41

**المبحث الثالث:** أكسيومات النسق الهلبرتي.....44

خاتمة.....54

قائمة المصادر و المراجع.....57