République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université IBN KHALDOUN de Tiaret

Faculté des Sciences et des Sciences de l'Ingénieur Département de Génie Mécanique

Mémoire en Vue de l'Obtention du Diplôme de

### MAGISTER EN GÉNIE MÉCANIQUE

**SPECIALITE** : Génie Mécanique **OPTION** : Conversion d'Énergie

Sujet du Mémoire

## *Etude numérique de transfert de chaleur convective mixte dans un canal à paroi inférieure ondulé*

## Présenté par : M<sup>elle</sup> GUITTOUN Halima

Soutenu publiquement le : ... / ... / 2010

Devant le jury composé de :

Mr. BELARBI Habib	Professeur	Université de Tiaret	Président
<b>M</b> r. NEHARI <b>D</b> riss	M. de Conférences	Université de Mostaganem	Examinateur
Mr. ASNOUN Ahmed	M. de Conférences	Université de Tiaret	Examinateur
Mr. BOUZIDANE Ahmed	M. de Conférences	Université de Tiaret	Examinateur
Mr. S-CHEMLOUL NordEddine	M. de Conférences	Université de Tiaret	Rapporteur

Tiaret, 2010.

## Remerciement

Je remercie ALLAH tout puissant qui m'a donnée la force et le courage afin d'attendre mon but.

Je tiens à exprimer mes profonds respects et mes sincères remerciement à Monsieur SAD CHEMLOUL Nord-Eddine, Maître de conférences à l'Université Ibn Khaldoun -Tiaret, pour ses conseils, critiques, sa patience et surtout pour son aide précieuse. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma sincère gratitude.

Je tiens également à remercier Monsieur **B**ELARBI **H**abib, Professeur à l'Université Ibn Khaldoun - Tiaret, qui m'a honoré en acceptant de présider ce jury.

Que Monsieur Driss NEHARI Maître de conférences à l'Université Abed El Hamid Ibn Badis - Mostaganem, trouve ici l'expression de ma reconnaissance pour avoir accepté d'examiner mon travail.

Mes vifs remerciements s'adressent à Monsieur ASNOUN Ahmed Maître de conférences à l'Université Ibn Khaldoun - Tiaret, qui a bien voulus examiner mon travail et participer au jury.

Je remercie Monsieur Ahmed BOZIDANE, Maître de conférences à l'Université Ibn Khaldoun - Tiaret, qui a bien voulus examiner mon travail et participer au jury et aussi pour l'aide qui m'a apporté pour la réalisation du programme MATLAB.

Ce modeste travail de recherche n'aurait pas abouti sans l'apport scientifique considérable fourni par les enseignants du département de génie mécanique qui ont contribué à notre formation lors de l'année théorique du magister, qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

Mes remerciements s'adressent aussi à : Mr. GUEMMOUR et Mr. BOUDJNEH pour leur aide précieuse dans la création de la géométrie ; Mr. BENFARHET, Mr. BOUSSIF et Mr. Azzi, Université des Sciences et de la Technologie d'ORAN, pour la documentation et les conseils qui m'ont données et Mr. CHAÏB pour ses bon conseils.

Je souhaite adresser mes remerciements les plus sincères à Monsieur Saïd MEKROUSSI pour le temps qu'il m'a consacré, ses conseils, la documentation qui m'a fournie et son encouragement et M<sup>elle</sup> BRAHIM pour tout ce qu'elle a fait pour moi.

Enfin, j'adresse mes plus sincères remerciements à tous mes proches et amies, qui m'ont toujours soutenue et encouragée au cours de la réalisation de ce travail.

Merci à tous et à toutes.

À tous ceux que j'aime

ما قلَّ و کفا خیرٌ مما کثر و ألهی

# Nomenclature

# Sommaire

# Introduction générale

# Chapitre I

# Analyse bibliographique et rappel théorique

# Chapitre II

Modélisation de la turbulence

# Chapitre III

**Présentation du Code FLUENT** 

# **Chapitre IV**

**Résultats et Discussion** 

# **Conclusion générale**

# **Bibliographie**

# Liste des figures

## Liste des tableaux

## Liste des figures

### Intitulé

	Intitulé	Page
Figure I.1	Structure de la couche limite dynamique autour d'obstacles bidimensionnels	5
Figure I.2	Nature de l'écoulement suivant le nombre de Reynolds	14
Figure I.3	Développement du profil de vitesse et chute de pression le long d'un canal	16
Figure I.4	Profil de la vitesse près de la paroi	17
Figure II.1	Profile des caractéristiques de la paroi ondulée	39
	Installation du canal et le système de recirculation : (1) coudes, (2) bride,	
Figure II 2	section d'accélération, (3) section d'entrée, (4)-(8) entrées optiques, (9)	30
Figure 11.2	réservoir, (10) contrôle de la fréquence de la pompe, (11) tube en PVC, (12)	57
	diffuseur.	
Figure II.3	système de chauffage de la paroi ondulée.	40
Figure III.1	Discrétisation d'un domaine en volumes élémentaires.	42
Figure III.2	Volume de contrôle à travers lequel se fait l'intégration.	43
Figure III.3	Fluent et Gambit.	45
Figure III.4	Type de maillage utilisé par FLUENT.	47
Figure III.5	Traitement prés des parois dans FLUENT	48
Figure IV.1	Géométrie de la section de mesure.	52
Figure IV.2	Domaine d'étude et conditions aux limites.	53
Figure IV.3	Maillage du domaine d'étude.	55
Figure IV.4	Tracés des résidus dans le cas du modèle $k - \epsilon$ Standard.	57
Figure IV.5	Contour de l'intensité de turbulence	58
Figure IV.6	Positions de calcul	58
Figure IV.7	Profils de vitesse longitudinale.	60
Figure IV.8	Profils du tenseur longitudinal $\overline{u'u'}$ .	62
Figure IV.9	Profils du tenseur transversal $\overline{\mathbf{v'v'}}$	63
Figure IV.10	Profils du tenseur $\overline{\mathbf{u'v'}}$ .	65
Figure IV.11	Profils de vitesse longitudinale.	67
Figure IV.12	Profils du tenseur longitudinal $\overline{u'u'}$ .	68
Figure IV.13	Profils du tenseur transversal $\overline{\mathbf{v'v'}}$ .	70
Figure IV.14	Profils du tenseur $\overline{u'v'}$ .	72
Figure IV.15	Comparaison du profil de vitesse paroi plane-ondulée.	73
Figure IV.16	Contour du profil de la température.	74
Figure IV.17	Profils de température pour la 2 <sup>éme</sup> et <sup>3éme</sup> position.	75
Figure IV.18	Variation du nombre de Nusselt.	76
Figure IV.19	variation du coefficient de frottement.	77
Figure IV.20	Comparaison des profils de vitesse convection mixte-forcée.	78
Figure IV.21	Comparaison du nombre de Nusselt convection mixte-forcée	79

## Liste des tableaux

	Intitulé	Page
Tableau II.1	Valeurs des constantes empiriques du modèle k - 🗆 Standard	31
Tableau II.2	Valeurs des constantes empiriques du modèle RNG k- $\square$	33
Tableau IV.1	Valeurs des différents paramètres de l'équation (IV.3).	54
Tableau IV.2	Taille du maillage.	55
Tableau IV.3	Propriétés thermophysiques de l'eu à 20 °C, l'alumine et l'aluminium.	56
Tableau IV.4	Valeurs des positions et leurs appellations.	58

## Nomenclature

Note : Certains symboles n'apparaissant qu'occasionnellement dans le mémoire et définit dans le corps du texte ne sont pas répertoriés ici.

Symbole	Définition	Unité
a	Amplitude de l'ondulation	[m]
C <sub>f</sub>	Coefficient de frottement	[-]
Ср	Chaleur spécifique massique	$[J/Kg \cdot K]$
h	Coefficient d'échange thermique	$\left[ W/m^{2}\cdot K \right]$
Н	Hauteur du canal	[m]
h <sub>m</sub>	Enthalpie massique	[J/Kg]
k	Énergie cinétique turbulente	$\left[m^2/s^2\right]$
Р	Champ de pression	[Pa]
p'	Champ de fluctuation de pression	[Pa]
$\mathbf{S}_{ij}$	Tenseur de taux de déformations	[Pa]
Т	Champ de température	[K]
ť	Champ fluctuant de température	[K]
t	Temps	[s]
ū	Champ de vitesse = $(u_i, u_j) = (u, v)$	[m/s]
ū'	Champ fluctuant de vitesse = $(u'_i, u'_j) = (u', v')$	[m/s]
Ū	Champ moyen de vitesse = $(U_i, U_j) = (U, V)$	[m/s]
U <sub>e</sub>	Vitesse de l'écoulement externe	[m/s]
u <sub>r</sub>	Vitesse de frottement à la paroi	[m/s]
$u^+$	Vitesse longitudinale adimensionnée ( = $U/u_{\tau}$ )	[-]
X	Coordonnée spatiale	[m]

У	Ordonnée spatiale	[m]
y <sup>+</sup>	Ordonnée adimensionnée ( = $y \cdot u_{\tau} / v$ )	[-]
y <sub>ond</sub>	Fonction de l'ondulation	[m]

### Symboles grecs

α	Coefficient d'expansion thermique	$\left[ {\ }^{\circ }\mathbf{K}^{-1} ight]$
δ	Épaisseur de la couche limite turbulente	[m]
$\boldsymbol{\delta}_t$	Epaisseur de la couche limite thermique	[m]
3	Dissipation de l'énergie cinétique turbulente	$\left[m^2/s^2\right]$
$\lambda_t$	Conductivité thermique	$[W/m \cdot K]$
λ	Longueur d'onde de l'ondulation	[m]
μ	Viscosité dynamique moléculaire	[Pa·s]
$\mu_t$	Viscosité dynamique turbulente	[Pa·s]
ν	Viscosité cinématique	$\left[ m^{2}/s \right]$
Φ	Densité surfacique de flux	$\left[ W/m^{2} \right]$
ф	Variable généralisée	[-]
ρ	Masse volumique	$\left[ Kg/m^{3} \right]$
τ	Contrainte de cisaillement	[Pa]
$\boldsymbol{\tau}_{ij}$	Tenseur de Reynolds $= -\rho \overline{u'_i u'_j}$	$\left[ m^{2}/s \right]$
$\tau_{p}$	Contrainte pariétale	[Pa]

### Nombres adimensionnels

Nombre de Grashof	$Gr = \frac{g \alpha \Delta T L^3}{v^2}$
Nombre de Nusselt	$Nu = \frac{h \cdot L}{\lambda}$
Nombre de Nusselt local	$Nu_x = \frac{h_x \cdot x}{\lambda}$

Nombre de Prandtl	$Pr = \frac{Cp\mu}{\lambda_t}$
Nombre de Rayleigh	$Ra = Gr \cdot Pr$
Nombre de Reynolds	$Re = \frac{U \cdot L}{v}$
Nombre de Reynolds local	$\operatorname{Re}_{x} = \frac{U \cdot x}{v}$
Nombre de Richardson	$Ri = \frac{Gr}{Re^2}$
Nombre de Stanton	$St = \frac{Nu}{Re \cdot Pr}$

### Indices

i, j, k	Direction de projection
'	Composante fluctuante
-	Valeur moyenne

### Abréviations

2D	Bidimensionnel
3D	Tridimensionnel
CFD	Computational Fluid Dynamics
DNS	Direct Numerical Simulation
LES	Large Eddy Simulation
PISO	Pressure-Implicit with Splitting of Operators
PIV	Particle image velocimetry
POD	proper orthogonal decomposition
QUICK	Quadratic Upwind Interpolation for Convection Kinematics
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
RNG	ReNormalization Group method
RSM	Reynolds Stress Model
SIMPLE	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations
SIMPLEC	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Consistent
SST	Shear-stress transport

## **Introduction générale**

Dans la pratique énergétique de nos jours, les énergies renouvelables sont un recours qui s'impose de plus en plus fort. Il est très important de minimiser les pertes de tous les systèmes énergétiques afin d'en améliorer le rendement. Pour l'énergie thermique, on utilise les échangeurs de chaleur, afin de refroidir ou de réchauffer un liquide ou un gaz qu'il est impossible ou difficile de refroidir ou chauffer directement. Ces échangeurs, de leur tour, sont étudiés de prés pour améliorer leurs rendements. Ce qui nous mène à l'amélioration du transfert de chaleur par convection qui est le mode de transfert de chaleur qui domine dans un échangeur de chaleur.

Dans un champ de gravitation, toute différence de température dans un liquide ou un gaz modifie sa densité, un mouvement prend naissance au sein du fluide du fait de la poussée d'Archimède. Ce mouvement de brassage, dans lequel les parties les plus chaudes du fluide ont tendance à s'élever et les parties froides et denses à descendre, s'appelle "**convection**". Le mouvement du fluide peut être **naturel** ou **forcé**. Les mouvements dus uniquement à des différences de température du fluide constituent la convection naturelle. La convection forcée est obtenue en soumettant le fluide à une augmentation de pression. Si les deux modes de convection sont importants, la convection est dite mixte.

La convection mixte dans les tubes a été étudiée analytiquement, numériquement et expérimentalement par de nombreux auteurs. L'étude par simulation numérique est l'étude la plus rependue et ce du au coût qui revient moins cher que l'expérience et en plus l'accès directe aux résultats et en tout point. Actuellement, on trouve plusieurs code industriels à notre porté, qui nous permet la prédiction d'écoulement fluides avec ou sans transfert de chaleur par la résolution des équations de Navier-Stokes grâce aux méthodes des volumes finis, des différences finies ou des éléments finis tell que : FLUENT, CFX-F3D, PHOENICS, STAR-CD, TRIO, ... etc.

L'objectif principal de ce travail est de maîtriser le code commercial "FLUENT" en tant qu'outil de simulation numérique. Pour attendre ce but, nous avons fait une simulation numérique du transfert de chaleur par convection mixte dans un canal à paroi inferieure ondulée. Notons que nous avons utilisé quatre modèles (Standard  $k - \varepsilon$ , RNG  $k - \varepsilon$ ,  $k - \varepsilon$  Realizable et RSM) pour la résolution de l'équation de Navier-Stokes. Enfin, nous confronterons les résultats numériques de simulation obtenue avec des résultats expérimentaux réalisés par Simon Khun **[31]**, afin de voir sa capacité de prédiction du comportement dynamique et thermique.

Notre étude comprend quatre chapitres, le premier chapitre est consacré à l'étude bibliographique sur les travaux antérieurs expérimentaux et numériques en relation avec l'amélioration du transfert de chaleur et un rappel théorique sur la turbulence, le transfert de chaleur et l'analogie de Reynolds qui lie les deux.

Dans le deuxième, nous avons donné les différentes approches de la modélisation de la turbulence. Par la suite, nous avons donné les équations de résolution de la simulation moyennée qui est l'approche que nous allons utiliser dans cette étude, ainsi que les différents modèles de fermeture du système. Enfin, nous avons fait une description du problème posé dans cette étude.

Le troisième chapitre présente la méthode des volumes finis, vu que le code commercial Fluent est basé sur cette méthode. La description détaillée du code, nous a permis d'approcher son fonctionnement qui nous facilitera par la suite de faire une simulation à l'aide de ce code.

Le dernier chapitre présente le domaine d'étude et les démarches prisent lors de la simulation puis une comparaison des résultats obtenus avec ceux tirée de l'expérience de Simon Kuhn [31]. Après la validation du comportement dynamique des résultats obtenus, nous avons fait une analyse du comportement thermique de l'écoulement.

Enfin, cette étude se termine par une conclusion générale qui contient un résumé des résultats obtenus, une discussion des limites de l'étude et des possibilités éventuelles de recherche dans ce domaine.

## **Chapitre I**

## Analyse bibliographique et rappel théorique

### I.1. Introduction

Malgré la grande variété des études expérimentales sur la structure des écoulements turbulents, les mécanismes fondamentaux du phénomène demeurent encore bien imparfaitement élucidés et à l'heure actuelle encore, bien des problèmes restent ouverts, parfois énigmatiques. Cependant la plupart des écoulements rencontrés dans le domaine de la pratique industrielle sont de nature turbulente et beaucoup de phénomènes tels que le transfert de chaleur ou de masse sont si intimement lié au mouvement du fluide que leur étude nécessite le calcul préalable de l'écoulement turbulent. Ainsi, la prédétermination numérique des écoulements turbulents est de première importance pour de nombreuses applications pratiques (industrie, environnement...).

Toute cette littérature scientifique abondante sur les écoulements turbulents et sur leur modélisation numérique, les informations sont généralement disséminées dans de nombreux articles dans les revues scientifiques internationales spécialisées.

### I.2. Revues scientifiques sur l'amélioration du transfert thermique

Tout chercheurs a pour but d'améliorer le transfert thermique dans différentes installations (industrielles...etc.) en générant le moins possible de pertes de charge. On sait que dans la sous-couche conductive, le transfert se fait essentiellement par la conduction, et que dans la sous-couche visqueuse, le transport de quantité de mouvement est moléculaire donc le transfert se fait par convection. Les phénomènes de transport dépendent donc, en plus de la nature de l'écoulement, de la nature du fluide : ils dépendent de la conductivité du fluide et de sa viscosité. Pour une même géométrie, même valeur du nombre de Reynolds, une solution pour améliorer le transfert de chaleur est de changer de fluide. Dans le cas de l'air par exemple, dont le nombre de Prandtl est d'environ 0.7 ; Zukauskas **[67]** a montré que 25% du

gradient de température entre la paroi et l'écoulement du fluide externe est situé dans la sous-couche visqueuse, alors que cette valeur atteint 90% dans le cas de l'huile, qui possède un nombre de Prandtl voisin de 55. Il pense que l'accroissement du nombre de Prandtl augmente la résistance thermique du fluide. Son étude a aussi montré que cette résistance se manifeste pour les gaz dans toute la couche limite turbulente, alors qu'elle se produit seulement dans la sous-couche visqueuse pour les liquides.

Malheureusement, il n'est pas toujours possible de changer de fluide. On est souvent contraint par les conditions d'application concrète ou industrielle du système. Il faut donc réduire au minimum ces sous-couches visqueuses et conductives.

Donc, on a vue d'autres solutions comme l'augmenter de la vitesse de l'écoulement, donc d'amplifier la turbulence, cette solution est l'une des solutions des méthodes actives. En effet, les différentes expressions de l'analogie de Reynolds, qu'on va voir par la suite, montrent que le transfert thermique croît avec le nombre de Reynolds, lorsque ce dernier est important, l'intensité de la turbulence l'est aussi, et la diffusion de quantité de mouvement, mais surtout la diffusion de la chaleur par les quantités turbulentes sont les plus significatives. Zukauskas [39] a trouvé que dans le cas d'une couche limite laminaire, le coefficient d'échange de chaleur h est proportionnel à  $U_e^{0.5}$  lorsque  $U_e$  est la vitesse d'écoulement

Cette solution nécessite un apport extérieur d'énergie. Parmi les méthodes actives, on peut aussi citer la perturbation de l'écoulement en faisant vibrer la plaque, ou l'augmentation du cisaillement à la paroi en mettant la plaque en mouvement pour diminuer la résistance thermique. Cette méthode augmente le coût des opérations et ne sont pas intéressantes pour la performance de la convection.

Par contre, les méthodes passives consistent à modifier la géométrie du système. Deux possibilités sont envisageables d'après Gotovskii [20] :

- Augmenter la surface d'échange : c'est ce qui est pratiqué dans les échangeurs à ailettes. Malheureusement, cela provoque une importante augmentation de la perte de charge, et pour limiter cette augmentation, on est tenté de diminuer la vitesse de l'écoulement, qui pourrait devenir laminaire et atténuer le transfert thermique.
- Augmenter le coefficient de transfert de chaleur en provoquant (ou en intensifiant) la turbulence dans les couches limites de l'écoulement. L'objectif, dans ce cas est de modifier la structure des couches limites, et de faire en sorte que la capacité de diffusion de l'écoulement soit maximale le plus proche possible de la paroi.

La deuxième catégorie des méthodes passives fait l'objet de plusieurs travaux. On remarque que les chercheurs en basaient leurs recherches sur le fait d'accentuer la turbulence de l'écoulement du fluide par l'ajout d'un obstacle ou par l'ondulation des parois.

### I.2.1. Utilisation des obstacles

Les domaines du nucléaire, de l'aéronautique, de l'espace ou de l'électronique voie l'emploi des obstacles comme moyen d'accroissement des échanges thermiques. Dans les échangeurs, l'efficacité de l'obstacle, est un paramètre essentiel dans l'évaluation des coefficients globaux des transferts convectif. L'étude de Tutar et Oguz [64], est une simulation numérique avec l'approche LES (Large Eddy Simulation) d'une plaque plane avec un obstacle collé, voir figure I.1. Cette étude illustre les différentes zones obtenues au voisinage de l'obstacle, les inconvénients de cette méthode sont l'augmentation de la perte de charge et l'établissement en aval des obstacles de poches chaudes.



Figure I.1 : Structure de la couche limite dynamique autour d'obstacles bidimensionnels [64].

Il s'agit de l'augmentation du transfert thermique convectif sur une plaque plane, par adjonction d'éléments perturbateurs. De nombreux chercheurs se sont déjà intéressés au sujet, et dans la majorité des cas, les résultats sont présentés sous forme d'une comparaison avec une plaque sans élément perturbateur.

Parmi les premières études expérimentales dans ce domaine, on retrouve les travaux d'Aliaga et autres **[04]**, qui ont effectué des mesure par la thermographie infrarouge sur une plaque a présence des obstacles à flux constant, pour un nombre de Reynolds varie de  $0,5\cdot10^6$  à  $1,5\cdot10^6$ , les résultats montrent que l'écoulement contient des vortex si le rapport entre le pas d'espacement et la hauteur des obstacles prend la valeur de  $\left(\frac{P}{e} = 5\right)$ , et la limite des zones de rattachement quand le rapport atteint la valeur de  $\left(\frac{P}{e} = 12\right)$ . Alors que l'étude expérimentale de Buchlin **[08]**, a été faite pour le transfert de chaleur par convection forcée dans un canal muni de pontets perforés immergées dans la couche limite turbulente, il ce trouve que le

nombre de Reynolds joue un rôle très important dans le coefficient de transfert thermique. La méthode de mesure utilisée est la thermographie infrarouge combinée à la technique stationnaire du feuillet chauffant.

Les inconvénients de l'utilisation des obstacles collés dans l'amélioration du transfert convectif sont : une perte assez importante et la formation des poches chaudes au voisinage de l'obstacle. Ces deux inconvénients ont amené certains chercheurs qui ont proposé des alternatives à ces problèmes. Liou et autres [42], ont réalisé une étude numérique où le régime d'écoulement est turbulent  $Re = 2 \ 10^4$ , en perforant les obstacles, ils ont introduit un coefficient de perméabilité, l'objectif de cette étude est de déterminer la valeur de ce coefficient, pour laquelle les obstacles sont réellement perméables, ils ont trouvé que le meilleur transfert thermique obtenu lorsque le coefficient de perméabilité atteint la valeur  $\beta = 44\%$ , ainsi qu'il y aura une disparition des poches chaudes derrières les obstacles, les résultats sont comparés aux tests expérimentaux obtenus par Chang [12], il est à noter que les obstacles étudiés sont conducteurs de chaleur.

La simulation numérique directe (DNS) a été, dans ce contexte, élaboré par Yakhot et autres **[38]**, l'étude a été mise un écoulement d'air autour d'un cube fixé sur la paroi plane pour déterminé la zone située au voisinage des parois.

Concernant la forme des obstacles Abbassi et autres **[01]**, ont étudié numériquement le transfert par convection forcée d'air dans un canal plan différentiellement chauffé et contenant un obstacle ayant la forme d'un prisme triangulaire. Les résultats montrant que ce type d'obstacle a un effet sur la structure de l'écoulement et le transfert thermique par rapport a un obstacle rectangulaire.

À l'aide du code de calcul "FLUENT", Ooi et autres [49], ont réalisé une étude numérique en 2D et 3D sur deux obstacles rectangulaires collés sur la paroi basé sur le modèle de turbulence  $k - \varepsilon$ , ils ont trouvé que la géométrie et l'espacement entre ces deux obstacles, ont a un effet important sur la viscosité turbulente et le coefficient de transfert thermique.

En utilisant le même code Mekroussi [46], a réalisé une simulation numérique qui porte sur l'amélioration du transfert convectif sur une plaque plane par ajout d'éléments perturbateur. L'objectif est de pouvoir conclure quant à l'utilisation d'obstacles décollés de la paroi en terme d'alternative fiable pour l'amélioration du transfert. le but est de testé l'efficacité du code de calcul industriel "FLUENT" quant à la prédiction des phénomènes convectifs sur plaque plane en présence d'un obstacle, quatre modèles de turbulence utilisés (Standard  $k-\varepsilon$ , RNG  $k-\varepsilon$ ,  $k-\varepsilon$  Realizable et RSM ), pour résoudre les équations de Navier–Stokes. Les résultats obtenus (coté dynamique et thermique) sont comparés aux données expérimentales issus des travaux de Rampanarivo **[53]**.

### I.2.2. Utilisation des ondulations

La forme ondulée des parois est souvent utilisée pour perturber l'écoulement. La forme sinusoïdale a comme effet :

- Atténuation des contraintes thermique agissant sur les parois suite à leurs dilatations différentielles par rapport à la calandre ;
- Amélioration de la convection de part et d'autre des parois, la forme ondulée brise la couche limite formée et permettra le remplacement continuel du fluide prés de la paroi solide ;
- Augmentation de la surface des parois pour une distance considérée ;
- Exploitation des changements alternés des courbes en vue de faciliter la manifestation de mouvement secondaire du fluide ;
- Augmentation des pertes de charge.

De nombreuses études expérimentales et numériques (sur la convection mixte et la forme ondulée) ont été mise en œuvre dans la littérature, on va présenter quelque exemple de ce qui suit.

L'étude expérimentale de Simon Kuhn [31] montre l'influence des ondulations sur la convection mixte. Cette expérience est faite au sein dans un canal à paroi inférieur ondulée chauffé. L'écoulement du fluide est étudié au moyen de la combinaison entre deux techniques (DPIV et PLIF) pour examiner la variation spatiale de la ligne de courant et des composantes de la vitesse normal à la paroi, et évaluer la zone de concentration d'un colorant de traceur injecté dans le fluide. Il a identifié deux structures scalaires dominantes sur le plan vertical. Le premier est induit par la poussée d'Archimède, le second par une combinaison de la poussée d'Archimède et la courbure locale de la paroi. Ainsi les propriétés de transport sont améliorées comparées à la convection mixte dans les parois planes par rapport à la présence des ondulations. Les résultats de cette étude sont pris pour la validation de la partie dynamique de la modélisation du présent travail. Dans une autre étude Simon Kuhn et autre [29], ont examiné l'influence de plusieurs géométries sur la structure des écoulements turbulents. Ils ont appliqué la méthode d'instantané et exécuté le POD au profil de vitesse pour extraire l'information structurale des structures étudiées. Et par la même méthode, Simon Kuhn et autres [30], ont fait montré l'influence de la convection mixte sur la turbulence, le profile de température ainsi que le flux de chaleur. Simon Kuhn ne sait pas contenter de l'étude expérimentale de la convection mixte alors dans **[32]**, il a appliqué la simulation des grandes échelles (LES) avec un modèle de maillage dynamique et en ajoutant la simulation des échelles détachés (DES) basé sur le modèle Spalart-Allmaras. Il a basé son étude sur l'effet de la poussé d'Archimède sur le transfert prés de la paroi et l'organisation de l'écoulement ; cette poussé est prise en considération par l'introduction de la force de Boussinesq dans les équations des moments.

Le même dispositif expérimental utilisé dans les expériences de Kuhn et autre [31], a été utilisé préalablement par Günther et autres [21], dans cette expérience, ils ont utilisé la méthode de mesure LCT et POD pour déterminé la température du fluide prés de paroi ondulée chauffée. Nils Kruse et Philipp Von Rohr [28] ont utilisé la technique de thermométrie d'image de particules Pour la détermination du flux de chaleur d'un écoulement turbulent dans un canal à paroi supérieure plane et à paroi inférieure ondulée chauffée même dispositif que celui de Kuhn et autre [31] et Günther et autres [21]. Des nombres de Reynolds entre 2400 et 20.500 sont considérés. Une décomposition orthogonale appropriée des profils de vitesse et de température indique un accord quantitatif entre le courant ascendant et les structures à grande échelle d'élan.

L'étude d'un écoulement laminaire en régime de convection mixte a fait l'objet de nombreuses recherches expérimentales dans de nombreuses configurations géométriques au cours des dernières décennies du fait de ses nombreuses applications industrielles (capteurs solaires, réacteurs nucléaires, ...). Elles mettent en évidence la complexité de l'instabilité d'un tel écoulement. Saez Manuel [57] a présenté une méthode qu'il a développée pour permettre la réalisation de mesures très proches de la paroi. Sa procédure de correction des mesures est élaborée grâce à une évaluation numérique de l'erreur basée sur une modélisation thermohydraulique. Les mesures en convection forcée ont permis de retrouver les lois de paroi. En convection mixte, les profils moyens de vitesse et température, obtenus avec une sonde à fil chaud simple, montrent nettement l'effet des forces de volume sur le champ de vitesse. Concernant les lois de paroi en convection mixte, une piste proposée consiste à trouver des lois algébriques qui prennent en compte les effets des forces de volume, à partir de la base de données issue de notre expérience en convection mixte. La recherche de l'existence de lois de paroi en situation de convection mixte montre que les représentations des profils adimensionnels de vitesse et de température moyenne peuvent se faire suivant des lois du même type que celles de convection forcée avec des constantes d'intégration qui sont des fonctions linéaires du nombre de Richardson.

Nishimura et autres **[47]** ont examiné la relation entre l'écoulement du fluide et le transfert de masse dans le régime transitoire, et pour clarifier le mécanisme d'instabilité d'écoulement. Les caractéristiques d'écoulement et de transfert de masse dans un tube à paroi ondulée sont étudiées expérimentalement dans la chaîne de nombre de Reynolds de 50 à 1000. On a observé que le flux stationnaire change en écoulement transitoire quand le nombre de Reynolds dépasse environ 160.

Wagner et autres **[65]** ont pris le même dispositif paris par Günther et autres **[21]**, afin de déterminer l'effet de l'ondulation sur l'écoulement, ils ont utilisé un colorant (Rhodamine B).

Dans le cadre de simulation numérique, on trouve l'étude de Al-Amiri et autres **[03]**, qui a été mise en place pour l'analyse de la convection mixte dans une cavité avec paroi inférieure ondulée. Les résultats de ce travail ont montré que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation de l'amplitude de l'ondulation et du nombre de Reynolds. Ils ont montré que le transfert de chaleur optimal est attend pour un petit nombre de Richardson.

Dans le même contexte, Kumar Raja et autres **[34]** ont fait une simulation numérique en deux dimensions pour un régime laminaire d'un jet d'écoulement incompressible. La simulation est faite pour montrer l'effet de convection mixte sur ce jet.

A travers le travail Omara et Abboudi [48], on a présenté une étude du comportement des grandeurs énergétiques (flux pariétal) et dynamiques (vitesse axiale et coefficient de frottement) dans un problème de convection mixte laminaire transitoire descendant dans une conduite cylindrique épaisse. Dans les premiers instants du régime transitoire, on a montré, pour le cas type étudié, que le flux de chaleur pariétal présente des valeurs négatives en amont de la section chauffée qui tendent vers zéro en régime stationnaire. Cette quantité de chaleur transférée à la paroi est diffusée par conduction axiale, donnant lieu à une redistribution du flux de chaleur imposé dans la section de post chauffage entraînant l'élargissement de la cellule de recirculation, confinée au départ dans la section chauffée. L'influence du rapport des diffusivités montre la présence d'un déphasage thermique important entre les trois cas étudiés se traduisant par un ralentissement de l'effet de la convection naturelle durant le régime transitoire.

Des expériences numériques d'un écoulement en aval d'une marche horizontale sont menées en régime laminaire instationnaire par Barrios et autres **[07]**, afin d'étudier les mécanismes thermodynamiques générés par la convection mixte dans un canal bidimensionnel de géométrie fixe. On se propose de quantifier l'influence de divers écarts de température ( $\Delta T$ ) entre la température de la base du canal et la température du fluide entrant.

- 9 -

Les gammes de nombres de Grashof et de Reynolds considérées sont respectivement de  $3,78 \cdot 10^4 \le \text{Gr} \le 2,71 \cdot 10^5$  et  $194,51 \le \text{Re} \le 521,33$ . En analysant l'évolution temporelle de la température, on constate que l'écoulement est stationnaire lorsque  $\Delta T$  est inférieur à 4 K, puis est périodique aux alentours de 5 K. Au-delà de cette valeur, le signal temporel de la température montre un comportement apériodique.

Tmartnhad et autres [63], ont étudié numériquement la convection mixte dans une cavité trapézoïdale dont la paroi horizontale inférieure est chauffée à température constante  $T_C$ , et la paroi supérieure inclinée est maintenue froide à une température  $T_F < T_c$ . La cavité est munie de deux ouvertures d'admission et d'évacuation du jet de ventilation. Les équations régissantes sont résolues à l'aide d'une méthode aux différences finies. Les paramètres de contrôle sont les nombres de Rayleigh ( $Ra = 10^5$ ), de Reynolds ( $10 \le Re \le 1000$ ) et de Prandtl (Pr = 0,72), le rapport de forme ( $R_f = 4$ ), les largeurs des ouvertures d'admission et d'évacuation de l'air sont respectivement  $C_1 = 0,23$  et  $C_2 = 0,38$  pour un angle d'inclinaison  $\phi = 22^\circ$ . Les résultats obtenus, montrent l'existence de solutions multicellulaires dont le nombre de cellules dépend de  $R_f$  et de Re. Le transfert de chaleur en dépend aussi de manière sensible.

Sublon et autres [62], ont utilisé un outil numérique CFD 3D qui a été développé pour modéliser un écoulement de convection mixte à l'intérieur de canaux horizontaux. Le système est constitué de quatre espaces annulaires superposés de longueur 5 m et d'entrefer 5 cm, chaque cylindre interne dégage un flux de chaleur uniforme, l'ensemble est placé à l'intérieur d'une enceinte dont la partie supérieure est à température imposée. Le gradient de température ainsi constitué entraîne un mouvement de convection de l'air. Une maquette très instrumentée a été construite à l'échelle 1 pour valider les calculs de la circulation et des échanges convectifs.

Pour la convection naturelle, Retiel et autres **[55]** ont fait une étude qui montre le comportement des structures d'écoulement et du champ de température dans une cavité demi-cylindrique lorsqu'elle est inclinée en présence d'un gradient de température vertical. On a pu voir que l'inclinaison de la cavité même de faible valeur déstabilise facilement et complètement la structure de l'écoulement et le champ de température. La structure multicellulaire disparaît lorsque la cavité est parfaitement horizontale (2 cellules) pour laisser la place à une structure unicellulaire antisymétrie par rapport au centre de la cavité.

L'objectif du travail de Ould Said et autres [50] est la modélisation du comportement de l'écoulement naturelle convectif d'un fluide visqueux incompressible dans une cavité

confinée en forme de pyramide horizontale chauffée par le bas et refroidie par les parois inclinées supérieures. Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont résolues par le logiciel "Fluent " basé sur la méthode des volumes finis. Des résultats sont obtenus pour plusieurs valeurs du nombre de Rayleigh variant entre  $10^3$  et  $10^6$  pour différentes valeurs du rapport de forme de la pyramide un nombre de Prandtl = 0,7. Ces résultats sont représentés sous forme de champ de température dans la cavité. Le transfert de chaleur à travers les parois est déterminé en analysant la variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh.

Nous citerons, entre outre, Hudson **[23]**, Schiestel et Chauve **[59]** dont le mérite consiste en une approche expérimentale ayant trait, tout aussi bien aux fluides compressibles qu'aux fluides incompressibles, et ce pour diverses géométries dont : la géométrie rectangulaire.

L'écoulement de l'eau dans un canal rectangulaire dans la paroi intérieure était réalisé avec des plaques ondulées de plexiglas détachables, fut l'objet d'une étude expérimentale menée par Hudson et autres [24]. Ainsi sur les 36 ondulations considérées, des mesures furent effectuées au niveau de la  $31^{\text{éme}}$ , en vue d'authentifier le développement d'une totale périodicité de l'écoulement. Rappelons que les paramètres cette expérience sont les suivants : la longueur d'onde ( $\lambda = H$ ) et l'amplitude ( $A_m = 0,05 H$ ), où H est la hauteur moyenne du canal. Signalons tout de même que ce travail s'inscrit dans le registre des rares études aboutissant à des mesures supplémentaires sur le tenseur de Reynolds [56].

Avant de s'intéresser à l'étude de la convection mixte à l'aide de la modélisation  $k - \varepsilon$  bas Reynolds, Bilot (1996) [57] a étudié la possibilité de modifier les lois de paroi dans un code de calcul afin que celles-ci prédisent mieux l'écoulement dans la première maille lorsque celle-ci est soumis à des forces de volume importantes.

C. Maaß et U. Schumann [43] et [44], ont fait une simulation numérique directe (DNS) sur l'écoulement turbulent d'un canal à paroi inférieure ondulée ; qui furent utilisé pour la validation de la partie dynamique de la modélisation du travail effectué par Khaled Chaïb et autres [11], ce dernier a fait une simulation numérique d'un écoulement turbulent avec transfert de chaleur par le code Fluent. Dellil et autres [14], a fait une simulation numérique par le code ANSYS CFX en vue de la compréhension du phénomène d'accroissement du transfert de chaleur à travers la présence d'ondulations sur des parois d'un canal droit.

La simulation numérique directe tridimensionnelle (DNS) de Kurose et autres **[35]**, est appliquée à la couche limite turbulente d'air dans un canal à paroi ondulée, qui imite l'interface de l'air-eau se composant des ondes et bosses de vent, et les effets des bosses avec de diverses directions sur la structure de la turbulence et le frottement à travers une paroi ondulée sont étudié. Les résultats prouvent que les bosses parallèles ayant la même direction comme le vent augmente l'intensité de la turbulence ainsi que le nombre de Reynolds à travers une paroi ondulée.

Le modèle simple traitant numériquement le développement de la couche limite compressible avec un transfert de chaleur, mis en œuvre par Mari et autres **[45]** n'est en fait qu'une éminente inspiration des travaux de Launder et Spalding **[40]**.

En vue d'entamer la résolution des équations de Navier-Stokes Patel et autres [52] ont présenté un nouveau calcul basé sur l'algorithme SIMPLER et le modèle  $k - \varepsilon$  en utilisant le profil de poiseuille (en laminaire) comme conditions initiales.

Le travail de Rebhi et autres **[54]** consiste en l'étude numérique de la convection naturelle laminaire dans une enceinte bidimensionnelle à fond non uniforme (sinusoïdal) chauffé par une température constante et uniforme, les parois verticales sont adiabatiques et la paroi supérieure est maintenue à une température constante. L'influence des paramètres caractéristiques de la topographie de la surface d'échange (fond sinusoïdal), notamment de l'amplitude d'ondulation et le facteur de forme de la cavité, sur le transfert de chaleur et sur la structure de l'écoulement, est mise en évidence. La variation du nombre de Rayleigh a permet l'obtention de plusieurs types d'écoulements et plusieurs bifurcations entre ces écoulements. Les nombres de Nusselt locaux passent par des maximums aux sommets et aux creux et par des minimums entre eux.

### I.3. Rappels et définitions

Bien que l'on ait des théories bien établies en mécanique des fluides, des zones d'ombre persistent toujours, surtout en ce qui concerne les écoulements turbulents. Ceux-ci sont régis par les équations de Navier-Stokes, qui se déduisent des lois newtoniennes dans le contexte de l'hydrodynamique.

#### I.3.1. Équations de Navier-Stokes

En mécanique des fluides, les équations de Navier-Stokes sont des équations aux dérivées partielles non-linéaires qui décrivent le mouvement des fluides dans l'approximation des milieux continus. Elles gouvernent par exemple les mouvements de l'air de l'atmosphère, les courants océaniques, l'écoulement de l'eau dans un tuyau, et de nombreux autres phénomènes d'écoulement de fluides. Elles sont nommées d'après deux physiciens du <u>XIX</u><sup>e</sup> siècle, Claude Navier et George Stokes.

Il existe bien des formes des équations de Navier-Stokes qui dépendent des notations utilisées. Ainsi, il existe plusieurs façons équivalentes d'exprimer les opérateurs différentiels. Nous n'en présenterons que la plus utilisé.

La formulation différentielle de ces équations est la suivante [06] :

Équation de continuité (ou équation de bilan de la masse) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho \, u_j \right) = 0 \tag{I.1}$$

0. Équation de bilan de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \right]$$
(I.2)

• Équation de bilan de l'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h_m) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_j h_m) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j}\right) + \frac{\partial P}{\partial t} + u_j \frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right]$$
(I.3)

### I.3.2. Écoulements laminaires et turbulents

Un écoulement laminaire est un écoulement de masse liquide ou solide dont les composantes se déplacent parallèlement les unes aux autres. Ainsi les composantes des masses en mouvement, ne se mélangent pas. L'écoulement laminaire régulier, et à bien souvent un comportement stationnaire. Il s'agit en fait d'une solution stable des équations de Navier-Stokes, au sens où si on modifie l'écoulement, il retourne vers la solution laminaire.

La viscosité stabilise et régularise les écoulements de façon générale. Un fluide présentant une viscosité importante s'écoulera de façon laminaire. Un écoulement est caractérisé par son nombre de Reynolds, qui permet de se faire une idée de sa stabilité : quand ce nombre est petit, l'écoulement est laminaire, quand il est grand, l'écoulement est en général instable et turbulent.

La transition entre les écoulements stables et les écoulements instables voire turbulents (chaotiques) est un sujet d'étude important.



Figure 1.2 : Nature de l'écoulement suivant le nombre de Reynolds [06].

L'étude du passage d'un écoulement laminaire à un écoulement turbulent lorsque le nombre de Reynolds augmente, a pu être faite dans certains cas en se basant sur la théorie des systèmes dynamiques (bifurcations). Les instabilités sont directement associées au terme non linéaire inertiel de transport par convection de l'équation de Navier-Stokes. La réponse instationnaire à une excitation stationnaire témoigne du caractère non linéaire de la dynamique des fluides.

- Si Re <1, l'équation est linéaire car les phénomènes diffusifs dominent. L'équation de Navier-Stokes se simplifie et devient l'équation de Stokes.
- Si Re < 200, l'équation est non linéaire car les phénomènes convectifs dominent. Les non linéarités produiront : des effets instationnaires pour un forçage stationnaire, des brisures de symétries par rapport aux conditions aux limites initiales, en autres termes, la turbulence. Ce changement brutal qui s'opère correspond au passage du mode de transport diffusif dominant au mode de transport convectif dominant.</li>

Dans le cours de William K. George **[06]**, la turbulence est décrite comme un état d'écoulement de fluide caractérisé par une vorticité tri dimensionnelle chaotique et aléatoire. La turbulence est toujours synonyme d'écoulement tri dimensionnel et non stationnaire. Quand elle existe, ces effets dominent largement tous les autres phénomènes tels que la dissipation de l'énergie, le mélange, le transfert de chaleur et les frottements.

Comprendre la turbulence a toujours été un chalenge pour les scientifiques et reste à nos jours un thème assez mystérieux sur lequel on ne dispose pas de beaucoup d'informations. Probablement, la seule et unique théorie exploitable qui existe à nos jours est celle initiée par le célèbre chercheur russe Andrei Nikolaevich Kolmogorov **[06]**. Vu le caractère imprévisible de l'écoulement turbulent, Kolmogorov était convaincu dès le début que l'outil mathématique

principal et indispensable pour approcher ce phénomène est sûrement en rapport avec l'étude des statistiques et de la probabilité.

L'approche déterministel quand à elle, fournit une quantité énorme de données ayant une apparence de comportement aléatoire qu'il est impossible de traiter sans un fondement théorique. Le recours à la théorie des statistiques et de la probabilité est donc incontournable pour traiter le désordre apparent ou réel dans les données. C'est pour cela que nous avons proposé au début de ce cours un chapitre de rappels sur les notions de moyennes et de probabilités.

### I.3.3. Couches limites

Nous savons que la viscosité d'un fluide joue seulement un rôle très près de la paroi et ce d'autant plus que le nombre de Reynolds est grand, donc dans une couche très mince, c'est la couche limite. En dehors de celle-ci, le fluide peut être pris comme un fluide parfait, donc sans viscosité, il obéit aux équations d'Euler. Dans un écoulement interne, la couche limite visqueuse s'accroît, de part et d'autre des parois, pour se rejoindre après une certaine distance parcourue qui est la longueur d'établissement. La valeur généralement admise de cette distance est environs de 50 fois le diamètre de la conduite en régime laminaire, White (2001) [22]. A partir de ce point, l'écoulement sera totalement visqueux et entièrement développé figure (I.3).

Donc, il est important que le maillage près de la paroi soit bien traité. En effet, un maillage grossier près de la paroi ne pourra pas capturer le développement de la couche limite et peut conduire à une sous estimation de la longueur d'établissement de l'écoulement.



Figure I.3 : Développement du profil de vitesse et chute de pression le long d'un canal [22].

Pour l'analyse de l'écoulement proche de la paroi, on construit un nombre de Reynolds, Re<sub>y</sub>, basé sur la distance y à la paroi. Rappelons que ce nombre sans dimensions traduit le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité. Ainsi, pour une grande valeur de y (loin de la paroi) les forces d'inertie sont prédominantes, alors qu'en s'approchant de la paroi et avant d'atteindre une valeur nulle Re<sub>y</sub> sera égal à l'unité et ce pour une certaine valeur de y. C'est dans cette région que les forces visqueuses équilibrent les forces d'inerties. La région qui reste en dessous est le siège de fortes contraintes visqueuses, où les forces d'inerties sont pratiquement sans effet figure (**I.4**).


Figure I.4 : Profil de la vitesse près de la paroi [22].

Par un bon raisonnement physique et en utilisant l'analyse dimensionnelle, il fut établit les relations qui vont suivre qui s'accordent avec une grande précision aux résultats expérimentaux d'une large variété d'expériences sur les écoulements turbulents.

#### I.3.3.1. Couche externe

En s'éloignant de la paroi l'écoulement devient moins sensible à la viscosité moléculaire du fluide et ne dépendra plus directement de celle-ci. En fait il fut établit que la déviation de la vitesse de l'écoulement est fonction de la distance à la paroi et de l'épaisseur de la couche limite turbulente [10] :

$$\frac{u_{\max} - u(y)}{u_{\tau}} = \frac{1}{k} \left( \frac{y}{\delta} \right) + A$$
(I.4)

A est une constante

 $\delta$  étant l'épaisseur de la couche limite.

Cette dernière équation est appelée " loi déficitaire" ou encore "loi de sillage". Elle est valable à partir de  $(y^+ = 500)$ .

#### I.3.3.2. Couche interne

#### a) Sous couche visqueuse

Dans cette région, où les cisaillements visqueux dominent, l'échelle appropriée pour la réduction de la vitesse est basée sur la vitesse de frottement  $u_{\tau}$  [22] :

$$u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_{p}}{\rho}} \tag{I.5}$$

avec  $\tau_p$ : contrainte de cisaillement pariétale.

$$\tau_{p} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}$$
(I.6)

Ce terme n'est pas une vitesse d'écoulement et sa désignation comme "vitesse de frottement" n'est due qu'à sa dimension [m/s] S'en déduit alors par analyse dimensionnelle "La loi de paroi" [15] :

$$u^{+} = \frac{u}{u_{\tau}} = f\left(\frac{y u_{\tau}}{v}\right) = f\left(y^{+}\right)$$
(I.7)

Cette relation est applicable jusqu'à une distance adimensionnée de la paroi  $y^+ = 30$ .

A travers une couche très mince proche de la paroi  $(0 \le y^+ \le 5)$ , la contrainte de cisaillement  $\tau$  est à peu près égale à la contrainte pariétale  $\tau_p$ , donc à partir des équations (I.5) et (I.7) nous aurons :

$$\mathbf{u}^{+} = \mathbf{y}^{+} \tag{I.8}$$

#### c) Couche tampon

C'est la couche intermédiaire où se mélange la couche entièrement turbulente et la sous-couche visqueuse. Dans cette région, les contraintes visqueuses ont le même ordre de grandeur que les contraintes turbulentes.

#### d) Couche de la loi Log

Dans cette zone, la vitesse de l'écoulement suit une loi logarithmique, d'où le nom de "couche logarithmique" [10] :

$$u^{+} = \frac{1}{k} \ln y^{+} + B$$
 (I.9)

où k = 0,41 (constante de Von Kármán) et B = 5,5 sont des constantes universelles déterminées expérimentalement, pour tous les écoulements turbulents limités par des parois lisses. En présence de parois rugueuses la valeur de B diminue jusqu'à 5. La loi logarithmique est valable pour :  $(30 \le y^+ \le 500)$ .

En ce qui concerne la vitesse axiale pour les écoulements turbulents dans les canaux à section rectangulaire, l'équation (I.9) donnera :

$$u_{\max} = u_{\tau} \left[ \frac{1}{k} \ln \left( \frac{h u_{\tau}}{2 \nu} \right) + B \right]$$
(I.10)

et la vitesse moyenne de l'écoulement sera :

$$u_{moy} = u_{\tau} \left[ \frac{1}{k} \ln \left( \frac{h u_{\tau}}{2 \nu} \right) + B - \frac{1}{k} \right]$$
(I.11)

#### I.3.3.3. Couches limites dynamique et thermique

Quelque soit le régime d'écoulement, il demeure une sous couche laminaire (couche limite dynamique) dont l'épaisseur est d'autant plus réduite que le nombre de Reynolds est grand. L'épaisseur de cette couche limite varie en fonction de nombreux paramètres : nature de fluide, température, rugosité de la paroi...etc.

L'analogie de Reynolds montre que le gradient thermique est particulièrement important au voisinage de la paroi, c'est-à-dire dans la sous couche laminaire. Quelque soit le régime d'écoulement du fluide, on considère que la résistance thermique est entièrement située dans le film laminaire qui joue le rôle d'isolant thermique (couche limite thermique).

Rappelons que notre étude concerne la convection thermique dans un canal. Elle est donc principalement focalisée sur la manière dont l'énergie calorifique est transférée de la paroi solide vers le fluide. Ce phénomène se produit essentiellement à l'interface solide-fluide, c'est-à-dire dans les couches limites dynamique et thermique.

En plus des hypothèses sur l'influence du terme de gravité sur l'écoulement, ainsi que sur l'incompressibilité du fluide de la faible influence de la température sur ses propriétés physiques, la dernière hypothèse que nous allons faire est de limiter l'étude à un régime stationnaire.

Dans ces conditions, le système d'équation décrivant l'ensemble des phénomènes devient [26] :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{y}} = \mathbf{0} \tag{I.12}$$

$$U\frac{\partial u}{\partial x} + V\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \left( -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \frac{\partial U}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \right] \right)$$
(I.13)

$$\rho c \left( U \frac{\partial \overline{T}}{\partial x} + V \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda \frac{\partial \overline{T}}{\partial x} - \rho c \overline{u't'} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \lambda \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} - \rho c \overline{v't'} \right]$$
(I.14)

On déduit alors, de ces équations, les expressions locales de la contrainte de cisaillement totale et du flux surfacique total à la paroi [46] :

$$\tau_{p} = \underbrace{-\rho \,\overline{u'v'}}_{\text{turbulent}} + \underbrace{\mu \partial_{y} \,U}_{\text{visqueux}} = (\mu + \mu_{t}) \partial_{y} \,U \tag{I.15}$$

$$\Phi = \underbrace{-\rho c \ \overline{v't'}}_{\substack{\text{convection}\\ (\text{turbulente})}} \underbrace{\lambda \partial_y \overline{T}}_{\substack{\text{convection}\\ (\text{visqueuse})}} = -\rho c (a + a_t) \partial_y \overline{T}$$
(I.16)

Les observations concernant les couches limites turbulentes (dynamique ou thermique) montrent qu'elles sont constituées de deux zones : une zone externe qui établit le raccord entre la couche limite et l'écoulement externe, et une zone interne qui est elle-même constituée de deux zones. En fonction de la prédominance de l'un ou l'autre des deux termes constituant les deux grandeurs  $\tau_p$  et  $\Phi$ , on distingue : la sous-couche visqueuse pour la dynamique, et la sous-couche conductive pour la thermique, où les contributions moléculaires (visqueuse et conductive) sont prépondérantes ; ainsi que les zones logarithmiques où les grandeurs turbulentes sont prépondérantes, les transports de quantité de mouvement et d'enthalpie sont alors liés aux mouvements tourbillonnaires qui imposent des fluctuations turbulentes importantes.

#### **I.3.4.** Convection thermique

La convection est un mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes. D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux molécules du fluide adjacentes. L'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces molécules du fluide. Ensuite les molécules vont se mélanger avec d'autres molécules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie. Dans ce cas l'écoulement transporte le fluide et l'énergie est, à présent, emmagasinée dans les molécules du fluide et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement.

La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre et convection forcée. Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus simplement aux différences de température, on dit que la **convection est naturelle** ou libre. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur, le processus est appelé **convection forcée**.

On peut exprimer la quantité de chaleur transmise par convection entre une paroi solide et un fluide au moyen de l'équation (I.17) :

 $\Phi = h S \Delta T$ 

(I.17)

La combinaison du coefficient d'échange de chaleur par convection h, de la longueur caractéristique L, de la conductivité thermique du fluide  $\lambda_t$ , sous la forme  $\frac{h L}{\lambda_t}$  est appelée le Nombre de Nusselt, Nu. Ce nombre est une quantité adimensionnelle. Le nombre de Nusselt peut être interprété physiquement comme étant le rapport du gradient de température dans le fluide en contact immédiat avec la surface sur le gradient de température de référence. En pratique, le nombre de Nusselt est une mesure commode du coefficient d'échange de chaleur par convection car, une fois sa valeur connue, on peut calculer le coefficient d'échange de chaleur par convection d'après la relation :

$$h = \frac{Nu \lambda_t}{L}$$
(I.18)

#### I.3.4.1. Convection forcée

La convection forcée est provoquée par une circulation artificielle (pompe, turbine) d'un fluide. Le transfert est plus rapide que dans le cas de convection naturelle. Voici quelques exemples de convection forcée dans des appareillages : chauffage central avec accélérateur, chauffages électriques avec soufflerie, chauffe-eau solaire et four à convection de cuisinière. Le corps humain a son propre système de convection forcée, la circulation sanguine.

L'analyse dimensionnelle permet de montrer que, en convection forcée, le nombre de Nusselt (permettant de calculer h puis le flux thermique par la formule indiquée ci-dessus) s'exprime en fonction du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl.

- $Nu_x = C Re_x^m Pr^n$ , Nusselt local à une abscisse x ;
- $Nu_L = C Re_L^m Pr^n$ , Nusselt moyen sur une longueur L.

Où C, m et n dépendent des caractéristiques du fluide, de la géométrie et du régime d'écoulement.

L'ingénieur dispose alors d'une série de formules empiriques établies sur des configurations typiques (plaque plane, écoulement autour d'un cylindre ...) afin d'en déduire le coefficient de transfert thermique.

#### I.3.4.2. Convection naturelle

La convection naturelle est un phénomène de la mécanique des fluides, qui se produit lorsqu'une zone change de température et qu'elle se déplace alors verticalement sous l'effet de la poussée d'Archimède. Le changement de température d'un fluide influe en effet sur sa masse volumique, qui se trouve modifiée par rapport à la masse volumique du fluide environnant. De tels déplacements s'appellent des mouvements de convection. Ils sont à l'origine de certains phénomènes océanographiques (courants marins), météorologiques (orages), géologiques (remontées de magma) par exemple.

Le transfert thermique dans une couche de fluide horizontale s'effectue par la conduction thermique et le mouvement du fluide. Quand on commence à imposer un gradient thermique entre les surfaces de la couche, un gradient thermique s'installe. Expérimentalement, on observe qu'au bout d'un certain temps, le fluide se met en mouvement spontanément : c'est le démarrage de la convection. Le nombre de Nusselt est exprimé en fonction du nombre sans dimension appelé nombre de Rayleigh :

$$Ra = \frac{\text{poussée d'Archimède}}{\text{dissipation}} = \frac{\rho g \alpha \Delta T L^3}{\lambda_t \mu}$$
(I.19)

avec :  $\rho$  la masse volumique, g la force de gravité,  $\alpha$  le coefficient d'expansion thermique,  $\Delta T$  la différence de température entre le haut et le bas de la couche et  $\mu$  la viscosité dynamique caractéristique (à noter : ces valeurs peuvent être variables dans le fluide et il est important de vérifier que l'on utilise bien des grandeurs caractéristiques). Le démarrage s'effectue pour un nombre de Rayleigh de 657,5 pour des surfaces libres et 1770 pour les surfaces rigides.

#### I.3.4.3. Convection thermique mixte

Lorsque de la convection naturelle (poussée d'Archimède à cause de la faible dilatabilité du fluide) se superpose à de la convection forcée (écoulement extérieur), la question se pose de savoir si un des deux champs de vitesse peut être négligé ou si les deux doivent être pris en considération.

On peut par exemple estimer le rapport des deux vitesses attendues pour chacun des modes de convection pris isolément, soit  $\sqrt{g\alpha \Delta TL}$  pour la convection naturelle et U<sub>0</sub> pour la convection forcée. On forme ainsi le nombre de Richardson :

$$Ri = \frac{g\alpha \Delta TL}{U_0^2} = \frac{Gr}{Re^2} = \frac{1}{Fr^2}$$
(I.20)

Si Ri >> 1, alors la convection naturelle domine alors que si Ri << 1, c'est la convection forcée qui prévaut.

#### I.4. Le passage de la turbulence au transfert de chaleur

Lorsque les phénomènes moléculaires sont négligeables, et que le nombre de Prandtl turbulent est unitaire, il y a une identité parfaite entre St (qui quantifie le transfert de chaleur) et C<sub>f</sub> (coefficient de frottement définit par : C<sub>f</sub> =  $\frac{\tau_p}{\frac{1}{2} \rho U^2}$ ). Pendant longtemps, cette identité a permis de quantifier le transfert de chaleur à partir de la connaissance du mécanisme de transport de la quantité de mouvement.

Reynolds, en 1874, a été le premier à découvrir cette analogie dans le cas d'une convection laminaire. Ainsi, la première écriture de cette analogie de transport porte son nom : l'analogie de Reynolds. Elle s'exprime par la relation suivante **[60]** :

$$Nu_{x} = \frac{1}{2} C_{f} Re F\left(\frac{x}{L}; Pr\right)$$
(I.21)

Dans le cas d'un écoulement turbulent, l'analogie exprimée par la relation (I.21) ne tient pas compte de la présence des sous-couches visqueuse et conductive.

$$\frac{2 \text{ St}}{C_{f}} = \frac{\lambda + \lambda_{t}}{\mu + \mu_{t}}$$
(I.22)

De nouvelles analogies ont été alors développées pour mieux décrire les phénomènes rencontrées proche de la paroi. On peut citer l'analogie de Prandtl, établie en 1910 **[60]**, qui considère une sous-couche en proche paroi où les phénomènes visqueux sont prépondérants par rapport à ceux liées à la turbulence. Il obtient alors :

$$Nu_{x} = \frac{\frac{1}{2} C_{f} Re_{x} Pr}{1 + \left(\frac{u_{1}}{U_{\infty}}\right) (Pr-1)}$$
(I.23)

Où  $u_l$  représente la vitesse de l'écoulement à la frontière de cette sous-couche.

De même, Von Kàrmàn en 1939 [60], a effectué cette extrapolation en considérant les zones précédemment évoquées dans la couche limite, il trouvait alors :

$$Nu_{x} = \frac{\frac{1}{2} C_{f} Re_{x} Pr}{1+5\sqrt{\frac{1}{2}}C_{f} \left[ (Pr-1) + \ln[1+\frac{5}{6}(Pr-1)] \right]}$$
(I.24)

Ces analogies reposent sur l'hypothèse importante suivante : le nombre de Prandtl turbulent est une constante. Cependant, cette hypothèse n'est pas vérifiée expérimentalement, comme le montrent les expériences effectuées par Antonia et autres **[05]**, ainsi que par Fulachier et Blom, dont les résultats sont relatés dans la publication Antonia et autres **[05]**. Ils montrent en effet que les valeurs de nombre de Prandtl turbulent sont essentiellement comprises entre 0.5 et 1.5 ; et varient suivant les directions longitudinale et transversale par rapport au début de la couche limite.

Certain chercheurs ont alors essayé de trouver une alternative permettant de s'affranchir de cette hypothèse. On peut citer ici les travaux d'El-hayek et autres **[15]**, qui aux équations usuelles de la turbulence, ont ajouté deux autres équations pour décrire les phénomènes thermique. Ces équations sont l'équation de transport de la variance des fluctuations de température (analogue à celle de l'énergie cinétique turbulente) et celle de sa dissipation (analogue à celle de la dissipation de l'énergie cinétique).

Le nombre de Prandtl définit l'épaisseur de la couche limite thermique, noté  $\delta_t$ , par rapport à celle de la couche limite dynamique  $\delta$ . Dans les applications usuelles, tels que les échangeurs de chaleur et les systèmes de refroidissement de composants électroniques et d'aubes des turbines, les fluides utilisés pour un transfert convective de chaleur ont souvent un nombre de Prandtl voisin de l'unité. Il n'y a donc pas de grandes différences entre les épaisseurs des couches limites thermique et dynamique.

#### I.5. Bilan

Dans ce chapitre, nous avons présenté en premier lieu les divers travaux sur l'amélioration du transfert thermique. Nous avons jugé judicieux de choisir les revues qui parlent sur l'amélioration du transfert de chaleur par la méthode passive, celle de changer la géométrie. L'utilisation des obstacles, qu'ils soient collés ou décollé, et des ondulations perturbent l'écoulement et favorisent le transfert de chaleur. Un petit rappel sur les écoulements laminaires et turbulents s'impose, ainsi que les équations de Navier-Stokes. Et par la suite, les équations du passage de la turbulence vers le transfert de chaleur qui sont montrées par les différentes analogies.

# **Chapitre II**

## Modélisation de la turbulence

#### **II.1. Introduction**

Le développement de la vitesse de calcul et de la capacité mémoire des ordinateurs permet de faire des calculs de plus en plus représentatifs de situations physiques. La simulation numérique de phénomènes physiques (tels que l'écoulement turbulent) est devenue indispensable, aussi bien dans de nombreux laboratoires pour aider au développement de nouveaux modèles, que dans de nombreux secteurs industriels où elle facilite les études et la conception de nouveaux produits, en particulier dans des contextes où la réalisation de maquettes est impossible ou de coût prohibitif. Pour pouvoir modéliser la turbulence, il faut choisir l'une des principales méthodes qui bien sur revient au problème posé et aux moyens disponibles.

#### **II.2. Différentes approches de Modélisation de la turbulence**

Il existe trois principales méthodes de modélisation d'un écoulement turbulent : la simulation numérique directe, dans laquelle on cherche à représenter la totalité des phénomènes physiques, la simulation des grandes échelles, dans laquelle on représente seulement les plus gros tourbillons en fonction du temps, et la simulation moyennée dans laquelle on représente seulement l'écoulement moyen **[36]**.

#### **II.2.1.** La simulation numérique directe (DNS)

La Simulation Numérique Directe (SND, ou DNS acronyme anglais de Direct Numerical Simulation) est une simulation servant à la mécanique des fluides numérique.

Elle permet une approche de la turbulence où toutes les structures tourbillonnaires potentiellement présentes, sont explicitement calculées. Toute l'énergie de la turbulence est donc représentée et on ne se sert pas d'un modèle de tout ou partie du spectre de la turbulence.

Elle est pour l'instant limitée à domaines d'étude de taille modeste (d'autant plus modestes que le nombre de Reynolds du domaine est élevé). Elle est donc de fait cantonnée aux laboratoires de recherche, car trop gourmande en ressources de calcul pour pouvoir traiter des cas d'intérêt industriel. On l'utilise néanmoins de plus en plus dans le monde de la recherche afin d'élucider des mécanismes physiques au sein des écoulements étudiés.

Lorsque le nombre de Reynolds est élevé, l'écart entre les plus grandes échelles dans l'écoulement et les plus petites devient tellement élevé qu'il est impossible de prendre en compte toutes les échelles dans un calcul.

On montre que le nombre de mailles nécessaires pour résoudre toutes les échelles est proportionnel à  $\text{Re}^{\frac{9}{4}}$ . Ainsi pour un nombre de Reynolds de 10000, il faut envisager un nombre de mailles de 10<sup>9</sup> mailles... Aucune modélisation de la turbulence n'est effectuée, on résout toutes les quantités physiques.

En l'état actuel des choses, les plus gros calculs sont justement de l'ordre de 10<sup>3</sup> mailles, et tournent sur des machines de plusieurs centaines de processeurs en parallèle. Ce type de calcul est extrêmement difficile à mettre en œuvre et génère un nombre de données tellement important qu'elles sont très difficiles à utiliser, même dans un cadre de recherche scientifique. Ce type de simulation est donc réserve à des écoulements académiques à des nombres de Reynolds inférieurs à 1000, pour servir d'expérience numérique, souvent utilisées pour la validation des modèles de turbulence **[36]**.

#### II.2.2. La simulation des grandes échelles (LES)

Afin d'augmenter le nombre de Reynolds des simulations numériques, la simulation des grandes échelles (LES pour Large eddy Simulation) ne résout que les échelles de l'écoulement supérieures à une taille de coupure donnée. On suppose qu'en dessous de cette taille, la turbulence est isotrope et que les tourbillons peuvent être modélisés par une viscosité turbulente supplémentaire. Cette approche est apparue dans les années 1970 et permet à l'heure actuelle d'effectuer des calculs relativement réalistes à des nombres de Reynolds entre 1000 et 50000 environ.

En pratique on considère que toutes les échelles qui ont une taille inférieure à la taille locale de la maille sont modélisées. Ainsi on appelle le modèle de turbulence le modèle "de sous-maille". Le nombre de modèles de sous-maille développés depuis les années 70 est très important. Chaque modèle a été développé et validé pour telle ou telle classe d'écoulement, avec chacun des caractéristiques différentes en termes de coût de calcul, de robustesse (non explosion des calculs), de précision (par rapport à des essais), de représentation physique des phénomènes, d'universalité (précision sur plusieurs types d'écoulement) **[36]**.

#### II.2.3. La simulation des équations de Navier-Stokes moyennées (RANS)

Les modèles statistiques cherchent à déterminer un écoulement moyen, au sens de la moyenne statistique. On introduit alors une viscosité turbulente, dont le but est de modéliser l'action des fluctuations sur l'écoulement moyen. Ils sont très utilisés pour les problèmes industriels, dans des codes de simulation d'écoulements fluides en géométries complexes utilisant les éléments finis ou les volumes finis comme schéma de discrétisation des équations. Ils donnent de bons résultats loin des parois. Près des parois ils sont couplés avec des modèles de lois de parois.

Cette approche consiste à ne simuler que l'écoulement moyen en temps. Toutes les fluctuations sont filtrées et on modélise ces fluctuations par l'action d'une viscosité turbulente. Les deux types de moyenne possible sont les suivantes :

 moyenne d'ensemble : on effectue N fois la même expérience (c'est-à-dire le même écoulement dans la même soufflerie) et on moyenne les données obtenues ;

 moyenne temporelle : on effectue une expérience pendant un temps très long et on moyenne les données obtenues.

Si le temps de moyenne est suffisamment long, en principe les moyennes temporelles sont indépendantes du temps. En revanche si le temps de moyenne est court (pas de temps petit devant le phénomène principal), les moyennes temporelles restent dépendantes du temps. Les moyennes d'ensemble peuvent également être dépendantes du temps, par exemple pour un écoulement à une fréquence principale périodique **[36]**.

Lorsque les moyennes temporelles et d'ensemble ne coïncident pas, on dit que le système n'est pas ergodique : lorsque le système évolue lentement par exemple, ou lorsque la moyenne temporelle sera différente en fonction de conditions initiales différentes.

Lorsque les moyennes d'ensemble et les moyennes temporelles sont indépendantes du temps et égales, on dit que le processus est "statistiquement stationnaire".

Dans le paragraphe suivant, on décrit la démarche d'obtention des équations moyennées et les modèles de turbulence associés.

### **II.3. Equations de résolution de la simulation moyennée**

Puisque on a choisi l'approche la simulation des équations de Navier-Stokes moyennées (RANS) dans cette étude, alors le principe est le suivant. On introduit dans les équations de Navier Stokes une décomposition de  $u_i$  en sa moyenne temporelle  $\overline{u_i}$  et sa fluctuation  $u'_i$ .

- 27 -

$$u(t) = \overline{u} + u'(t) \tag{II.1}$$

On utilise les axiomes de Reynolds, qui postulent que pour toute fonction aléatoire  $f(x_i, t), g(x_i, t)$  et pour toute constante n :

$$\overline{\mathbf{f} + \mathbf{g}} = \overline{\mathbf{f}} + \overline{\mathbf{g}} \tag{II.2}$$

$$\overline{\mathbf{n} \cdot \mathbf{f}} = \mathbf{n} \cdot \overline{\mathbf{f}} \tag{II.3}$$

$$\overline{\mathbf{f} \cdot \mathbf{g}} = \overline{\mathbf{f}} \cdot \overline{\mathbf{g}}$$
(II.5)

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}_{i}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}_{i}} \tag{II.6}$$

$$\frac{\overline{\partial f}}{\partial t} = \frac{\partial \overline{f}}{\partial t}$$
(II.7)

Alors on déduit que :  $\overline{f'} = 0$  et

$$\overline{\mathbf{f} \cdot \mathbf{g}} = \overline{\mathbf{f}' \cdot \mathbf{g}'} + \overline{\mathbf{f}} \cdot \overline{\mathbf{g}} \tag{II.8}$$

On rappelle ci-dessous les équations de Navier-Stokes incompressible [06] :

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{u}_{i}}{\partial \mathbf{x}_{i}} = 0\\ \frac{\partial \mathbf{u}_{i}}{\partial \mathbf{t}} + \mathbf{u}_{j} \frac{\partial \mathbf{u}_{i}}{\partial \mathbf{x}_{i}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{x}_{i}} + \mathbf{v} \left( \frac{\partial^{2} \mathbf{u}_{i}}{\partial \mathbf{x}_{j} \partial \mathbf{x}_{j}} \right) \end{cases}$$
(II.9)

Les inconnues du système sont  $u_i(x_i, t)$  et  $p(x_i, t)$ .

On décompose  $u_i(x_i,t) = \overline{u_i}(x_i) + u'(x_i,t)$  et  $p(t) = \overline{p} + p'(t)$ ,

On obtient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \left(\overline{u_{i}} + u_{i}'\right)}{\partial x_{i}} = 0 \\ \frac{\partial \left(\overline{u_{i}} + u_{i}'\right)}{\partial t} + \frac{\partial \left(\overline{u_{j}} + u_{j}'\right)\left(\overline{u_{i}} + u_{i}'\right)}{\partial x_{j}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \left(\overline{p} + p'\right)}{\partial x_{i}} + \nu \left(\frac{\partial^{2} \overline{u_{i}}}{\partial x_{j} \partial x_{j}}\right) + \nu \left(\frac{\partial^{2} u_{j}}{\partial x_{j} \partial x_{j}}\right) \end{cases}$$
(II.10)

Si on applique maintenant l'opérateur moyen à ces équations, en utilisant les axiomes de Reynolds, on obtient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \overline{\mathbf{u}_{i}}}{\partial \mathbf{x}_{i}} = 0\\ \frac{\partial \overline{\mathbf{u}_{i}}}{\partial \mathbf{t}} + \frac{\partial \overline{\mathbf{u}_{j}'\mathbf{u}_{i}'}}{\partial \mathbf{x}_{j}} + \frac{\partial \overline{\mathbf{u}_{j}}\overline{\mathbf{u}_{i}}}{\partial \mathbf{x}_{j}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial \mathbf{x}_{i}} + \nu \left(\frac{\partial^{2} \overline{\mathbf{u}_{i}}}{\partial \mathbf{x}_{j}\partial \mathbf{x}_{j}}\right) \end{cases}$$
(II.11)

On obtient un nouveau terme inconnu :  $\overline{u'_i u'_j}$ . Les équations ne sont pas fermées. On appelle cela le problème de fermeture. On appelle ce terme le tenseur des contraintes de Reynolds  $\tau_{ii} = \overline{u'_i u'_i}$ .

#### II.3.1. Différents modèles de la turbulence

Pour calculer les tensions de Reynolds, deux possibilités sont envisageables. D'une part, les corrélations doubles peuvent être calculées à partir des valeurs moyennes de l'écoulement en faisant appel au concept de viscosité turbulente. Cette première approche est chronologiquement la plus ancienne. D'autre part, on peut obtenir des équations de transport des tensions de Reynolds mais, dans ces nouvelles équations, interviennent des termes de corrélations triples qu'il faut à nouveau modéliser. L'objectif de la modélisation est d'établir des relations ou des équations permettant le calcul du tenseur de Reynolds à partir des caractéristiques de l'écoulement moyen. Ces relations permettent de fermer le système.

Les modèles de fermeture sont des équations qui viennent compléter les équations de Navier-Stokes. Dans notre cas, il s'agit de fermer le modèle global en modélisant le terme de viscosité turbulente et le terme de tensions de Reynolds. "FLUENT" fournit les choix suivants des modèles de turbulence [17] :

- Spalart-Allmaras model.
- $k \varepsilon$  models.
  - $\circ$  Standard k  $\epsilon$  model.
  - $\circ$  Renormalization-groupe (RNG) k- $\epsilon$  model.
  - $\circ$  Realizable k- $\epsilon$  model.
- $k \omega$  models.
  - $\circ$  Standard k- $\omega$  model.
  - Shear-stress transport (SST)  $k \omega$  model.
- $v^2 f$  model.
- Reynolds stress model (RSM).
- Detached eddy simulation (DES) model.
- Large eddy simulation (LES) model.

Il existe aussi des approches dites "au second ordre" (Launder, 1975) dans lesquelles on ne modélise pas le transport de k, mais celui de chaque terme du tenseur de Reynolds  $\tau_{ij} = \overline{u'_i u'_j}$ . A la place de l'équation pour k, il y a 6 équations à résoudre dans ce type de

modèle :  $(\overline{u'^2}, \overline{v'^2}, \overline{w'^2}, \overline{u'v'}, \overline{u'w'}, \overline{v'w'})$ , et toujours l'équation pour  $\varepsilon$ . Dans chaque équation apparaît de nouvelles constantes de calage, qui doivent être fixées par comparaison avec des expériences en soufflerie. Ces modèles sont plus précis, et plus adaptés pour les écoulements fortement anisotropes, c'est-à-dire pour lesquels certaines directions de l'écoulement ne se comportent pas comme les autres, comme par exemple dans un décollement en arrière d'une voiture. Tous ces modèles sont décrits en détails dans Chassaing [13].

#### II.3.2. Modèles utilisés dans cette étude

Pour notre simulation nous avons utilisé les modèles Standard  $k - \varepsilon$ ,  $k - \varepsilon$  Realizable, RNG  $k - \varepsilon$ , et RSM.

#### II.3.2.1. Modèles de viscosité turbulente

Le concept de viscosité turbulente permet d'exprimer les contraintes de Reynolds en fonction des gradients de vitesse moyenne de l'écoulement. Cela revient à conférer aux contraintes turbulentes, grandeurs ayant une origine convective non linéaire, un caractère diffusif de type gradient donc de nature linéaire. L'idée de viscosité turbulente lève le problème de fermeture mais au prix d'entorses à la physique réelle car cette idée ne peut se démontrer [**39**]. Ce concept se traduit par l'hypothèse de Boussinesq qui, pour un fluide dont la masse volumique varie, s'écrit selon la relation suivante.

$$-\rho \overline{u'_{i}u'_{j}} = \mu_{t} \left( \frac{\partial U_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial U_{j}}{\partial x_{i}} \right) - \frac{2}{3} \mu_{t} \frac{\partial U_{1}}{\partial x_{1}} \delta_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}$$
(II.12)

 $\mu_t$  désignant la viscosité dynamique turbulente, et k désigne l'énergie cinétique moyenne du champ fluctuant :

$$k = \frac{1}{2} \left( \overline{u'_i u'_i} \right)$$
(II.13)

Ainsi, la définition de la viscosité turbulente détermine le modèle de turbulence.

#### a) Modèle k - 🗆 Standard

Le modèle  $k - \varepsilon$  est le plus simple des modèles complets dits à deux équations. Ce modèle suppose que le régime de turbulence est pleinement établi dans tout le domaine et que les effets de la viscosité moléculaire sont négligeables par rapport à ceux de la viscosité turbulente (loin des parois).

Il est basé sur l'hypothèse de Boussinesq, à savoir qu'il existe une analogie entre l'action des forces visqueuses et les contraintes de Reynolds dans l'écoulement moyen, soit :

$$-\rho \overline{u_i u_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}$$
(II.14)

Le modèle calcule la viscosité turbulente  $\mu_t$  en faisant intervenir l'énergie cinétique de turbulence k et le taux de dissipation de l'énergie cinétique de turbulence  $\epsilon$  comme suit :

$$\mu_{t} = \rho C_{\mu} \frac{k^{2}}{\varepsilon}$$
(II.15)

Deux équations de transport sont utilisées : une pour l'énergie cinétique de turbulence k et l'autre pour le taux de dissipation de l'énergie cinétique ε.

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho k U) = \operatorname{div}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\operatorname{grad}(k)\right] + 2\mu_t \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_j} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_i} - \rho\epsilon$$
(II.16)

$$\frac{\partial(\rho\epsilon)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\epsilon U) = \operatorname{div}\left[\left(\mu + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{k}}\right)\operatorname{grad}(\epsilon)\right] + 2\mu_{t}\sigma_{1\epsilon}\frac{\epsilon}{k}\frac{\partial\overline{U_{i}}}{\partial X_{j}}\frac{\partial\overline{U_{i}}}{\partial X_{i}} - \sigma_{2\epsilon}\rho\frac{\epsilon^{2}}{k}$$
(II.17)

Les résultats de calcul dépendent fortement de la valeur des constantes empiriques  $C_{\mu}$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_{\epsilon}$ ,  $\sigma_{\epsilon 1}$ ,  $\sigma_{\epsilon 2}$ . Cela constitue une faiblesse de ce modèle, bien que les auteurs admettent le plus souvent les mêmes valeurs.

Les valeurs utilisées par défaut dans le code "FLUENT" sont groupées dans le tableau suivant :

Constantes	Valeurs
$C_{\mu}$	0,09
$\sigma_k$	1,00
$\sigma_{\epsilon}$	1,30
$\sigma_{\epsilon 1}$	1,44
$\sigma_{\epsilon 2}$	1,92

**Tableau II.1 :** Valeurs des constantes empiriques du modèle  $k - \varepsilon$  Standard. [17]

Le modèle  $k-\epsilon$  est très largement utilisé en ingénierie. Il est en effet robuste, économique en temps de calcul et suffisamment précis et validé pour une large gamme d'écoulements turbulents.

Cependant, il donne de mauvais résultats pour une catégorie importante de situations comme les écoulements non confinés, les écoulements tourbillonnants et les écoulements en rotation.

Des modifications ont été apportées à ce modèle standard afin de l'améliorer. Ainsi, ont été proposés le modèle RNG  $k - \varepsilon$  basé sur la théorie du groupe de renormalisation [66] et le modèle  $k - \varepsilon$  Realizable qui s'appuie principalement sur une nouvelle équation en  $\varepsilon$  [58].

#### *b) Modèle RNG k -*

Dans ce modèle, les constantes sont évaluées par des calculs théoriques et non empiriquement. Ce modèle est donc applicable beaucoup plus largement que  $k - \varepsilon$ . En particulier les effets liés aux bas Reynolds sont pris en compte et des comportements de type laminaire peuvent également être prédits [17].

Les écoulements turbulent ont des tourbillons de taille varient entre l'échelle intégrale L et des vortex de taille  $L/Re^{\frac{1}{4}}$  (échelles de Kolmogorov). Il existe d'autres tourbillons de taille inférieure mais leur énergie est faible. La méthode RNG supprime une bande étroite voisine des tourbillons les plus faible en les remplacent par d'autre modes. Une fois débarrassé de cette bande étroite, ce qui permet de réduire notablement les besoins de stockage, on dispose d'un système d'équations de Navier Stokes avec une viscosité effective, des forces et un couplage non linéaire modifiés. En enlevant les tourbillons de petites échelles, le Reynolds effectif est diminué tandis que la viscosité est augmentée. La théorie RNG conduit à une relation utilisée pour déterminer de manière plus précise la viscosité effective et permet une meilleure description des variations des propriétés de transport turbulent avec le Reynolds effectif.

Par rapport au  $k - \varepsilon$  Standard, la détermination de la viscosité effective est plus élaborée mais RNG utilise aussi les équations de Navier Stokes moyennées :

$$\frac{\partial}{\partial x_{j}} \left( \rho U_{i} U_{j} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x_{i}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[ \mu_{\text{effe}} \left( \frac{\partial U_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial U_{j}}{\partial x_{i}} \right) \right]$$
(II.18)

Les équations de transport pour k et  $\varepsilon$  sont :

$$\frac{\partial}{\partial x_{j}} (\rho U_{i} k) = \mu_{t} S^{2} - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_{i}} \left[ \beta \mu_{effe} \left( \frac{\partial k}{\partial x_{i}} \right) \right]$$
(II.19)

$$\frac{\partial}{\partial x_{j}} \left( \rho U_{i} \varepsilon \right) = \sigma_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \mu_{t} S^{2} - \sigma_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^{2}}{k} - R + \frac{\partial}{\partial x_{i}} \left[ \beta \mu_{effe} \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_{i}} \right) \right]$$
(II.20)

où  $\beta$  est l'inverse du nombre de Prandtl turbulent, tiré de l'expression ci-dessous, qui permet d'inclure les variations de ce nombre avec le nombre de Reynolds :

$$\left|\frac{\beta - 1,3929}{\beta_0 - 1,3929}\right|^{0,6321} \cdot \left|\frac{\beta + 2,3929}{\beta_0 + 2,3929}\right|^{0,6379} = \frac{\mu}{\mu_{\text{eff}}}$$
(II.21)

Avec  $\beta_0 = 1$ . Ce résultat issu de la théorie de RNG permet d'appliquer les équations de transport dans les régions à bas Reynolds, sans avoir recours à des fonctions de paroi. Puisque  $\mu_t$  et  $\beta$  varient continûment avec le nombre de Reynolds turbulent des valeurs moléculaires aux valeurs pleinement turbulentes, les équations de k et  $\epsilon$  incluent une atténuation naturelle dans les zones voisines des parois.

Le taux de déformation R est donné par la relation suivante :

$$R = 2 \mu S_{ij} \frac{\partial u_t}{\partial x_i} \frac{\partial u_t}{\partial x_j}$$
(II.22)

où  $S_{ij}$  est le tenseur des déformations moyennes. Dans le modèle RNG, le taux de déformation prend pour expression :

$$R = \frac{C_{\mu}\eta^{3}\left(1-\frac{\eta}{\eta_{0}}\right)}{1+\gamma\eta^{3}}\frac{\varepsilon^{2}}{k}$$
(II.23)

où  $\eta = \frac{Sk}{\epsilon}$ ,  $\eta_0 = 4,38$ ,  $\gamma = 0,012$  et  $S^2 = 2S_{ij}S_{ij}$ .

La principale amélioration par rapport au  $k - \varepsilon$  Standard provient de R, qui permet une prise en compte plus exacte de certaines anisotropies liées aux variations du Reynolds local. Grâce à une base théorique plus solide que le modèle  $k - \varepsilon$  classique qui conduit notamment à des valeurs typiques un peu différente des coefficients empiriques, le modèle RNG  $k - \varepsilon$ donne de meilleurs résultats dans une grande variété de cas.

Tableau II.2 : Valeurs des constar	ites empiriques	es du modèle RNG	$k - \varepsilon$	[17]
------------------------------------	-----------------	------------------	-------------------	------

Constantes	Valeurs
$\sigma_{\epsilon_1}$	1,42
$\sigma_{\epsilon^2}$	1,68
$C_{\mu}$	0,0845
$\sigma_{\epsilon}$	1,39

#### c) Modèle k- Realizable

Le dernier modèle de la famille  $k - \epsilon$  diffère du modèle standard principalement par deux choses importantes :

- Une nouvelle formulation pour la viscosité turbulente ;
- Une nouvelle équation pour le taux de dissipation ε.

Le terme "Realizable" ou réalisable signifie que le modèle satisfait certaines contraintes mathématiques sur les contraintes de Reynolds, logiques avec la physique des écoulements turbulents. Ainsi, ce modèle prédit avec plus de précision le taux de propagation des jets. Il procure aussi des performances supérieures dans les écoulements impliquant la rotation, les couches limites sous de forts gradients de pression adverses, la séparation et les recirculations.

Là aussi, la viscosité turbulente est calculée à partir de l'équation (II.15), sauf que  $C_{\mu}$ n'est plus constant. Il est fonction de la déformation moyenne, des taux de rotation, de la vitesse angulaire de la rotation du système et des champs de la turbulence (k et  $\varepsilon$ ).

Ces deux derniers modèles de turbulence, ( $k - \varepsilon$  RNG et  $k - \varepsilon$  Realizable), donnent de meilleurs résultats comparés au modèle  $k - \varepsilon$  Standard, vu leurs perfectionnements cités plus haut. Alors que les écoulements impliquant une forte anisotropie des contraintes turbulentes restent le point faible de la famille  $k - \varepsilon$  toute entière.

#### II.3.2.2. Modèle aux tensions de Reynolds (RSM : Reynolds Stress Model)

Le modèle des contraintes de Reynolds ou Reynolds Stress Model (RSM) est un modèle de fermeture du second ordre. Des équations de transport sont alors établies pour les contraintes cinématiques de Reynolds,  $\rho u'_i u'_i$ .

Les équations exactes de transport pour chaque composante du tenseur de Reynolds,  $\rho u'_i u'_i$  peut être écrit comme suit **[08,09]** :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\overline{u_{i}'u_{j}'}\right) + \frac{\partial}{\partial x_{1}}\left(\rho U_{1}\overline{u_{i}'u_{j}'}\right) = -\frac{\partial}{\partial x_{1}}\left[\rho\overline{u_{i}'u_{j}'u_{1}'} + \overline{p'}\left(\delta_{jl}u_{i}' + \delta_{il}u_{j}'\right)\right] + \frac{\partial}{\partial x_{1}}\left(\mu_{t}\frac{\partial\overline{u_{i}'u_{j}'}}{\partial x_{1}}\right) - \frac{\partial}{\partial x_{1}}\left(\frac{\partial\overline{u_{i}'u_{j}'}}{\partial x_{1}}\right) - \frac{\partial}{\partial x_{1}}\left(\frac{\partial\overline{u_{i}'u_$$

Où :  $\Pi = \frac{1}{2} P_{ii}$ ,  $C_3$  et  $C_4$  sont des constantes empiriques dont les valeurs sont :  $C_3 = 1,8$  et  $C_4 = 0,60$ , et  $k = (\overline{u'_i u'_i})/2$ .

Le terme de dissipation est approché par le taux de dissipation isotropique ε :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon$$
(II.26)

 Le terme de diffusion turbulente est modélisé de la même manière que les corrélations doubles pour les modèles de viscosité turbulente. Elles sont calculées en fonction du gradient des corrélations doubles :

$$\mathbf{J}_{ij}^{\mathrm{T}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_{1}} \left( \frac{\boldsymbol{\mu}_{t}}{\boldsymbol{\sigma}_{k}} \frac{\partial \overline{\mathbf{u}_{i}' \mathbf{u}_{j}'}}{\partial \mathbf{x}_{1}} \right)$$
(II.27)

où la viscosité turbulente  $\mu_t$  est calculée à l'aide de la relation (II.15).

Ce modèle est potentiellement le plus général et le plus complet des modèles de turbulence classique.

Les calculs sont satisfaisants pour beaucoup d'écoulements simples et d'autres plus complexes incluant les jets avec impact, les tunnels asymétriques, les écoulements en conduit non circulaire et les écoulements courbes. Mais, il est très coûteux en moyens informatiques.

Ces quatre modèles de turbulence sont les plus utilisés pour la plupart des écoulements turbulents industriels. Ils sont implantés dans la plupart des codes de calculs commerciaux, dont "FLUENT". Mise à part le modèle RNG  $k - \varepsilon$ , les trois autres modèles ont été développés essentiellement pour des écoulements turbulents à nombre de Reynolds élevé. Leur utilisation dans des régions à faible nombre de Reynolds turbulent, comme les régions de proche paroi par exemple, nécessite alors l'emploi de lois de paroi.

De façon plus générale, les modèles statiques sont tous confrontés au problème de non universalité de ce type de fermeture. C'est pourquoi un choix de modèle de turbulence ne peut se faire a priori mais par confrontation avec des résultats théoriques ou expérimentaux.

#### II.4. Traitement de paroi

Lorsque les modèles de turbulence exposés plus haut sont utilisés dans leur formulation initiale (à nombre de Reynolds élevé), un traitement spécifique est nécessaire en proche paroi.

#### II.4.1. Dynamique

Cependant, proche des parois, les effets visqueux ne peuvent plus être négligés et la modélisation basée sur un nombre de Reynolds turbulent n'est plus valable. Pour palier à cette difficulté, on utilise des lois de paroi.

#### II.4.1.1. Lois de paroi

Le code "FLUENT" propose deux types de traitement de paroi : la loi de paroi standard (équilibrée) et la loi de paroi non-équilibrée.

#### a) Lois de paroi standard

C'est un modèle d'intégration connectant les conditions à la paroi et près de la paroi basé sur les profils universels de la couche limite turbulente (loi pariétale et loi logarithmique), ces lois sont fondées sur l'approche proposée par Launder et Spalding **[38]** :

$$U^* = \frac{1}{k} \ln \left( E y^* \right) \tag{II.28}$$

Avec

$$U^{*} \equiv \frac{\left(C_{\mu}\right)^{1/4} \left(k_{p}\right)^{1/2}}{\tau_{p} / \rho} U_{p} \equiv U^{+}$$
$$y^{*} \equiv \frac{\rho \left(C_{\mu}\right)^{1/4} \left(k_{p}\right)^{1/2}}{\mu} y_{p} \equiv y^{+}$$

et

k constante de Von Kármán (= 0,4187);

E constante empirique définissant la rugosité de paroi (= 9,793 pour paroi lisse) ;

U<sub>p</sub> vitesse moyenne à la première cellule fluide P ;

 $k_p$  énergie cinétique turbulente à la première cellule fluide P ;

y<sub>p</sub> distance à la paroi de la première cellule fluide P ;

 $\mu$  viscosité dynamique du fluide ;

 $\tau_{p}$  contrainte de cisaillement à la paroi  $(=\mu (\partial U/\partial y)_{paroi})$ .

La loi logarithmique de la couche limite n'est valide que pour des valeurs de  $y^+ > 30 a 60$ ; dans le code "FLUENT", elle est utilisée lorsque  $y^* > 11,225$ . Dans le cas contraire, la loi pariétale est utilisée :

$$\mathbf{U}^* = \mathbf{y}^* \tag{II.29}$$

L'énergie cinétique turbulente est calculée dans tout le domaine. La condition à la paroi imposée pour k est alors :  $\partial k/\partial y = 0$ . Le calcul de k et de  $\varepsilon$  dans une cellule fluide adjacente à la paroi est effectué avec l'hypothèse d'équilibre local entre les taux production et de dissipation de l'énergie cinétique turbulente. Ainsi, l'équation de transport de  $\varepsilon$  n'est pas résolue dans cette cellule,  $\varepsilon$  est obtenue par la relation :

- 36 -

$$\varepsilon_{p} = \frac{\left(C_{\mu}\right)^{3/4} \left(k_{p}\right)^{3/2}}{k y_{p}}$$
(II.30)

où : k<sub>p</sub> est l'énergie cinétique calculée dans la cellule considérée.

#### b) Lois de paroi non-équilibrée

La particularité de cette loi de paroi réside dans le calcul de k et  $\Box$  dans les cellules adjacentes à la paroi. Contrairement à la loi de paroi standard, l'hypothèse d'équilibre entre les taux de production et de dissipation de l'énergie cinétique turbulente n'est pas effectuée. Les termes de production et de dissipation de l'énergie cinétique turbulente sont reformulés de manière à tenir compte de la sous-couche visqueuse en proche paroi. Ils sont respectivement donnés par :

$$P_{k} = \frac{1}{y_{n}} \int_{0}^{y_{n}} \tau_{t} \frac{\partial U}{\partial y} dy = \frac{1}{k y_{n}} \frac{\tau_{p}^{2}}{\rho (C_{\mu})^{1/4} (k_{p})^{1/2}} \ln \left(\frac{y_{n}}{y_{v}}\right)$$
(II.31)

$$\varepsilon = \frac{1}{y_{n}} \int_{0}^{y_{n}} \varepsilon \, dy = \frac{1}{y_{n}} \left[ \frac{2\nu}{y_{v}} + \frac{k_{p}^{1/2}}{k C_{\mu}^{-3/4}} \ln\left(\frac{y_{n}}{y_{v}}\right) \right] k_{p}$$
(II.32)

Où :  $y_n$  est la hauteur de la cellule adjacente à la paroi, et  $y_v$  est la taille de la sous-couche visqueuse, approchée par  $y_v^* = 11,225$  telle que :

$$\tau_{t} = \begin{cases} 0, & y < y_{v} \\ \tau_{p}, & y > y_{v} \end{cases}; \quad k = \begin{cases} (y/y_{v})^{2} k_{p}, & y < y_{v} \\ k_{p}, & y > y_{v} \end{cases}; \quad \varepsilon = \begin{cases} 2vk/y^{2}, & y < y_{v} \\ k^{3/2}/kC_{\mu}^{-3/4}y, & y > y_{v} \end{cases}$$
(II.33)

#### **II.4.2.** Thermique

Dans tous les cas, les lois pariétale et logarithmique de la couche limite thermique sont utilisées pour le calcul du champ de température dans les cellules adjacentes à la paroi :

$$T^* = \frac{T_p - T_p}{T_\tau} = \Pr_t \left[ \frac{1}{k} \ln\left(E y^*\right) + B \right]$$
(II.34)

avec :

$$T_{\varepsilon} = \frac{\Phi}{\rho C_{P} \left(C_{\mu}\right)^{1/4} \left(k_{P}\right)^{1/2}}$$
$$B = \frac{\pi/4}{\sin(\pi/4)} \cdot \left(\frac{A}{k}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{Pr_{t}}{Pr}\right)^{1/4} \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_{t}} - 1\right)^{1/4}$$

et

A constante de Van Driest (= 26);

 $\Phi$  densité de flux à la paroi ;

- Cp chaleur spécifique du fluide ;
- T<sub>p</sub> température à la première cellule fluide P ;
- $T_p$  température à la paroi.

De la même manière que la loi de paroi standard dynamique, cette loi est utilisée lorsque  $y^* > 11,225 \cdot Pr$ . Dans le cas contraire, la loi pariétale est utilisée :

$$T^* = Pr \cdot y^* \tag{II.35}$$

## II.5. Description du problème

Les résultats de l'étude expérimentale de Simon Kuhn **[31]** a été utilisé pour validé la partie dynamique de la simulation numérique de cette étude qui est faite par le code « FLUENT ». On considère un écoulement d'un fluide incompressible dans un canal à paroi supérieure plane et paroi inférieure ondulée. Cette dernière est sujette à un gradient de température.

Nous avons posé les hypothèses suivantes :

- Ecoulement est turbulent et permanent ;
- Le fluide est incompressible ;
- Les propriétés physiques du fluide sont constantes.

L'étude de cet écoulement s'effectuera sur une ondulation loin de l'entrée et de la sortie pour assurer l'établissement du régime thermique, dynamique et périodique.

La configuration géométrique considérée dans le présent travail est illustrée dans la figure II.1.



Figure II.1 : Profile des caractéristiques de la paroi ondulée [31].

La figure **II.2** représente l'installation expérimentale utilisée par Kuhn **[31]**. Cette dernière se compose d'une partie du teste celle avec la paroi inférieure ondulée précédé par une partie d'établissement de l'écoulement ainsi que des entrée optique pour facilité les mesure par la méthode PIV et d'autres éléments pour la mise en œuvre de l'expérience.



Figure II.2 : Installation du canal et le système de recirculation : (1) coudes, (2) bride, section d'accélération, (3) section d'entrée, (4)-(8) entrées optiques, (9) réservoir, (10) contrôle de la fréquence de la pompe, (11) tube en PVC, (12) diffuseur. [33]

La paroi inférieure ondulée est chauffé par un circuit électrique qui est montré sur le figure qui suit. Le matériau de la paroi ondulée utilisé est l'Alumine qui est un composé chimique qui existe à l'état naturel dans la bauxite, sous forme d'alumine hydratée mélangée avec de l'oxyde de fer. Il est aussi utilisé comme matériau réfractaire (résistant aux très fortes températures).



Figure II.3 : système de chauffage de la paroi ondulée. [27]

## II.6. Bilan

Dans ce chapitre nous avons donné les différentes approches de la modélisation de la turbulence ; il y a trois approches principales. Par la suite, nous avons donné les équations de résolution de la simulation moyennée qui est l'approche que nous allons utiliser dans cette étude, ainsi que les modèles Standard  $k - \varepsilon$ ,  $k - \varepsilon$  Realizable, RNG  $k - \varepsilon$ , et RSM. Enfin, nous avons fait une description du problème posé dans cette étude.

# **Chapitre III**

## **Présentation du Code FLUENT**

#### **III.1. Introduction**

Le calcul numérique a été mené à l'aide du code de calcul "Fluent", qui utilise la méthode des volumes finis. Cette méthode est définie en premier lieu, par la suite le code commercial Fluent est présenté.

## III.2. Méthode des volumes finis

Développée à l'origine par Patankar et Spalding **[51]**, cette méthode des volumes finis, appliquée à la résolution des équations de Navier-Stokes, a connu un essor important au cours des années 80 de part sa facilité de mise en œuvre, sa robustesse numérique et surtout par son rapprochement de la réalité physique. Pour toutes ces raisons, cette méthode est très utilisée dans les calculs numériques. C'est une méthode basée sur la formulation intégrale des équations sur chacune des faces des volumes jointifs, appelés volume de contrôle, entourant chaque nœud d'évaluation.

La méthode des volumes finis se résume-en : la discrétisation du domaine physique en un ensemble de volumes de contrôle et d'effectuer des bilans de masse et de quantité de mouvements sur ces volumes.

Dans son ensemble, la méthode des volumes finis consiste :

 $\rightarrow$  À intégrer les équations de conservation des différentes grandeurs physiques :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \operatorname{div}(\rho U\phi) = \operatorname{div}(\Gamma_{\phi}\operatorname{grad}\phi) + S_{\phi}$$
(III.1)

→ À l'intérieur de petits éléments de volumes, en veillant à ce que le flux d'une grandeur à travers un élément de surface soit le même pour les deux volumes adjacents. Les équations sont mises sous forme linéaire de façon à être résolues par méthode matricielle.

→ À définir à l'intérieur du domaine de calcul une grille de points appelés nœuds. Chaque nœud se trouve entouré par un volume élémentaire sur lequel on va intégrer les équations aux dérivées partielles. Pour deux points voisins, les volumes de contrôle respectifs doivent posséder un côté commun. Il s'ensuit que l'union de tous les volumes de contrôles couvre l'ensemble du domaine de calcul. Cette propriété fondamentale va permettre la mise en évidence des propriétés de conservation des flux de chaleur.



Figure III.1 : Discrétisation d'un domaine en volumes élémentaires.

Si on appelle P le point considéré, les points adjacents seront les points Est, Ouest, Sud, Nord, Dessus (Top), Dessous (Bottom). Il existe deux méthodes pratiques pour placer le réseau de points ou maillage et leurs volumes de contrôle associés :

- $\rightarrow$  faces situées au milieu des points (donc les points ne sont pas au centre des volumes) ;
- $\rightarrow$  points situés au centre du volume (donc les faces ne sont pas au milieu des points).

Ces deux techniques sont identiques dans le cas d'un maillage uniforme. Si nous considérons le cas d'un écoulement axisymétrique et en absence du terme source  $S_{\phi}$ , l'équation s'écrira sous la forme suivante (avec  $\phi = T$ ):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ u \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ v \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] = 0$$
(III.2)

ou encore

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = 0$$
(III.3)

avec :

$$J_{x} = \left[ u \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] \text{ et } J_{y} = \left[ v \phi - \frac{\partial \phi}{\partial y} \right]$$
(III.4)

Nous allons l'intégrer à travers le volume de contrôle et par rapport au temps t. Soit :

$$\int_{s}^{n} \int_{w}^{e} \frac{t_2}{\partial t} \frac{\partial \phi}{\partial t} dt dx dy + \int_{s}^{n} \int_{w}^{e} \frac{t_2}{t_1} \frac{\partial J_x}{\partial x} dx dy dt + \int_{s}^{n} \int_{w}^{e} \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial J_y}{\partial y} dy dx dt = 0$$
(III.5)

Pour intégrer cette équation, on suppose que :

- $\rightarrow$  A un instant donné, la température est uniforme à travers le volume de contrôle.
- $\rightarrow$  Pour un x donné ou un y donné, le flux est uniforme le long de la face.
- $\rightarrow$  On prend un schéma implicite pour assurer une stabilité de ce schéma dans le temps.



Figure III.2 : Volume de contrôle à travers lequel se fait l'intégration.

Après intégration, on aboutit à :

$$\left[\left(\phi\right)_{p}-\left(\phi\right)_{p}^{0}\right]\Delta x \,\Delta y+\int_{s}^{n}\left(J_{e}-J_{w}\right)dy \,\Delta t+\int_{w}^{e}\left(J_{n}-J_{s}\right)dx \,\Delta t=0$$
(III.6)

Soit

$$\left[\left(\phi\right)_{p}-\left(\phi\right)_{p}^{0}\right]\frac{\Delta V}{\Delta t}+\left[J_{e}-J_{w}\right]+\left[J_{n}-J_{s}\right]=0$$
(III.7)

avec :

- $\Delta V$  : volume entourant le nœud P ( $\Delta V = \Delta x \Delta y$ );
- $(\phi)_{n}$ : valeur au temps  $t + \Delta t$ ;
- $\left(\phi\right)_{p}^{0}$ : valeur au temps t.

$$J_{e} = \int_{s}^{n} J_{e} dy = \left[ u \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_{e} \Delta y$$
(III.8)

$$J_{w} = \int_{s}^{n} J_{w} dy = \left[ u \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_{w} \Delta y$$
(III.9)

$$J_{n} = \int_{w}^{e} J_{n} dx = \left[ \nu \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right]_{n} \Delta x$$
(III.10)

$$J_{s} = \int_{w}^{e} J_{s} dx = \left[ v \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right]_{s} \Delta x$$
(III.11)

#### **III.3. Code FLUENT**

**Fluent** est un logiciel de modélisation en mécanique des fluides. Ce logiciel est un solveur : il ne comporte pas de mailleur (le maillage doit être réalisé avec un logiciel de maillage, Gambit par exemple, qui est réalisé par le même éditeur). Le paramétrage du modèle se fait par une interface graphique. Il dispose d'une interface de scripts pour automatiser les processus de calcul. L'un des intérêts de ce logiciel de simulation généraliste, est qu'il dispose d'un nombre relativement important de modèles, pouvant faire face à divers aspects de la mécanique des fluides : écoulements diphasiques (miscible, non miscible, cavitation, solidification), turbulence (LES,  $k - \varepsilon$ ,  $k - \omega$ , Reynolds stress...), combustion (pré-mélangé et non pré-mélangé), transport de particules, écoulements en milieux poreux, maillages mobiles et dynamiques avec reconstruction du maillage, entre autres. Fluent est parallélisé et permet de tirer parti de systèmes multiprocesseurs aussi bien au sein d'une seule machine qu'en réseau.

Fluent est intégré dans la suite de logiciels de simulation ANSYS Inc. (NASDAQ : ANSS), la technologie de pointe de la mécanique des fluides numérique (CFD) sera intégrée dans la suite impressionnante ANSYS de solutions de simulation CAE. Depuis plus de vingt ans, Fluent a été le leader dans le développement de logiciel CFD pour simuler les écoulements de fluides et les transferts thermiques ainsi qu'une multitude de phénomènes associés incluant les écoulements turbulents, réactifs, et multiphasiques.

L'apport de la technologie CFD de Fluent au portfolio ANSYS, comprenant les technologies maillage, mécanique des structures, optimisation et multi physiques, complète la gamme d'outils de simulation numérique en ingénierie. Ces potentialités multi physiques permettront l'amélioration des processus de développement de produits, réduiront le cycle de conception et amélioreront l'innovation et la performance.

Les produits logiciel et services ANSYS et Fluent sont utilisés par 97 des sociétés classées dans le top 100 mondial selon le magazine FORTUNE [61].

Fluent a l'avantage d'une interface « facile à utiliser » et un ensemble complet de manuels. Il se compose réellement de la manœuvre principale de deux programmes un générateur de maillage et un solveur (figure III.3).



Figure III.3 : Fluent et Gambit.

### **III.4. Le pré-processeur GAMBIT**

GAMBIT est un logiciel graphique (création de géométrie) et aussi de génération de maillage avec une possibilité d'introduire les conditions aux limites [19]. Le nom du logiciel est tiré de la composition des mots suivant : Geometry And Mesh Building Intelligent Toolkit.

Avec GAMBIT on peut faire :

- La création de la géométrie ou l'importer :
  - En utilisant ACIS possibilités de modélisation solide ;
  - En utilisant STEP, Parasolid, IGES, etc. (dans le menu import).
- La modification de géométrie importée ;
- La création de maillage pour tous les solveurs Fluents (y compris FIDAP et POLYFLOW):

- Maillage de la couche limite (Boundary layers) ;
- Maillage locale (cotes);
- Maillage globale (surface et volume).
- Définir les conditions aux limites :
  - o Identifier la position des frontières (entrées, parois, symétrie);
  - Donner les informations sur ces frontières.
- L'exportation du maillage.

GAMBIT enregistre les fichiers de manière permanente à votre répertoire de travail, comme suit :

- $\rightarrow$  .dbs : toutes les informations sont enregistrées dans ce fichier ;
- $\rightarrow$  .jou : le fichier journal ;
- $\rightarrow$  .trn : le fichier de transcription.

#### III.4.1. Qualité du maillage

Un maillage structuré est généralement composé de mailles quadrilatérales en deux dimensions (2D ou maillage surfacique) et hexaédriques en trois dimensions (3D ou maillage volumique), tandis qu'un maillage non-structuré va être composé de mailles quadrilatérales ou triangulaires en 2D et hexaédriques ou tétraédriques en 3D. Dans un maillage hybride les mailles proches des parois sont des quadrilatères en 2D et des hexaèdres en 3D et les mailles du reste du domaine sont des triangles en 2D et des tétraèdres en 3D. En proche paroi, il est nécessaire d'avoir des mailles les plus petites possibles pour bien modéliser les écoulements à cet endroit, cette particularité est d'autant plus importante en régime turbulent, on l'appelle (l'inflation). En 3D, les mailles qui font les liaisons entre les hexaèdres et les tétraèdres sont des prismes ou des pyramides. La figure III.4 représente les différents types de maillage utilisé par notre code.



Figure III.4 : Type de maillage utilisé par FLUENT. [16]

Avant de poursuivre et de simuler des écoulements avec un maillage, il est nécessaire de s'assurer de sa qualité. Ce dernier joue un rôle important dans la précision et la stabilité du calcul numérique.

Sous "GAMBIT", la mesure de l'obliquité équiangle est normalisée comme suit [16] :

$$\max\left[\frac{q_{\max} - q_e}{180 - q_e}, \frac{q_e - q_{\min}}{q_e}\right]$$
(III.12)

Où :

 $q_{max}$ : le plus grand angle de la face ou de la cellule ;

 $q_{min}$ : le plus petit angle de la face ou de la cellule ;

 $q_e$ : angle d'une face ou cellule parfaitement régulière (60° pour un triangle), (90° pour un carré). Notons que par définition  $0 \le q_e \le 1$ .

Pour que le maillage soit bien précis il est souhaitable de prend en considération la variation de tailles entre deux cellules adjacentes n'excède pas 20%. Le maillage doit être réalisé de sorte à minimiser la diffusion de l'erreur numérique.

#### III.4.2. Traitement prés des parois

Dans le code de calcul "FLUENT", il existe deux approches pour modéliser l'écoulement prés des parois (figure III.5), l'une se base sur des formules semi empirique dites fonction de paroi pour lier la couche complètement turbulente et la paroi sans compte tenir les autres couches, l'autre consiste à raffiner le maillage de tel sorte que la distance entre le premier nœud et la paroi soit inférieur à l'épaisseur de la couche visqueuse.



Figure III.5 : Traitement prés des parois dans FLUENT. [17]

## **III.5.** Le solveur Fluent

Le solveur Fluent prépare les conditions initiales et aux limites et résout les équations à l'aide des modèles existant à son niveau et visualise les différentes résultats à l'écran [19].

Les choix du solveur sont :

- Les Coupled solvers sont recommandés si une forte inter-dépendance existe entre la densité, l'énergie, les moments, et/ou les espèces.
- En général, le solveur Coupled-Implicit est recommandé par rapport au solveur coupled-explicit.
  - Temps nécessaire : Le solveur implicite est 2 fois plus rapide (en gros) ;
  - Mémoire nécessaire : Le solveur implicite nécessite deux fois plus de mémoire que les solveurs coupled-explicit ou segregated (implicit).
- Le solveur Coupled-Explicit doit être utilisé uniquement pour les écoulements instationnaires quand le temps caractéristique du problème est du même ordre que les phénomènes acoustiques.
- Le solveur Segregated (implicit) est préférable dans tous les autres cas.
  - Nécessite moins de mémoire que le solveur coupled-implicit ;
  - o L'approche Segregated offre de la flexibilité dans le traitement de la solution.

### **III.5.1. Discrétisation (Méthodes d'interpolation)**

Les variables (stockées au centre des cellules) doivent être interpolées aux faces des volumes de contrôle [19] :

$$\frac{\left(\rho\phi\right)^{t+\Delta t} - \left(\rho\phi\right)^{t}}{\Delta t} \Delta V + \sum_{\text{faces}} \rho_{f} \phi_{f} V_{f} A_{f} = \sum_{\text{faces}} \Gamma_{f} \left(\nabla\phi\right)_{\perp,f} A_{f} + S_{\phi} \Delta V$$
(III.13)

FLUENT propose de nombreux schéma d'interpolation :

- First-Order Upwind Scheme : Facile à converger mais seulement au premier ordre.
- Power Law Scheme : Plus précis que le premier ordre quand Re<sub>cell</sub>< 5 (typ. Éclt. Bas Reynolds).
- Second-Order Upwind Scheme : Utilise des plus grands 'stencil' pour une précision au 2ème ordre, essentiel avec triangulaires et tétraédriques maillage ou quand l'écoulement n'est pas aligné avec le maillage.
- Quadratic Upwind Interpolation (QUICK): Appliquer avec maillage quadrilatérales et hexaédriques et hybrides (pas aux triangulaires), utile pour les écoulements rotationnelle ou tourbionnaire, précis à l'ordre 3 sur un maillage régulier.

Pour les méthodes d'interpolation pour la pression, des options supplémentaires sont disponibles pour calculer la pression aux faces en utilisant le solveur "segregated" [19]. Les schémas d'interpolation pour les pressions aux faces sont :

- **Standard** : Schéma par défaut ; précision réduite pour les écoulements avec de forts gradient de pression normaux à la surface près des frontières.
- Linear : A utiliser quand les autres options ont des difficultés de convergence ou des comportements non-physiques.
- Second-Order : À utiliser pour les écoulements compressibles; ne pas utiliser dans les matériaux poreux, discontinuités, turbines ou méthodes VOF.
- **Body Force Weighted :** A utiliser quand les forces de gravité sont importantes, e.g., convection naturelle à Ra élevé ou écoulements fortement torbionnaires.
- **PRESTO!:** À utiliser avec les écoulements torbionnaires, les milieux poreux ou les domaines fortement courbés.

#### **III.5.2.** Couplage pression vitesse

Si les vitesses sont définies aux nœuds d'un volume de contrôle ordinaire (comme les autres scalaires: pression, température), il est démontré qu'un champ de pression hautement non uniforme agira comme un champ uniforme sur les équations de quantité de mouvement discrétisées, Versteeg (1995). La solution passe par la définition des vitesses sur une grille décalée "Staggered grid" et l'emploi d'algorithmes tels que "SIMPLE" pour résoudre ce lien ou couplage entre la pression et la vitesse. La famille des algorithmes "SIMPLE" est essentiellement une procédure d' "estimation et correction" pour le calcul de la pression sur la "grille décalée" des composantes de la vitesse.

Le couplage pression-vitesse se réfère à la manière dont la conservation de la masse est prise en compte quand on utilise le « segregated solver » [19]. Trois méthodes possibles :

49

- SIMPLE Schéma par défaut, robuste ;
- SIMPLEC Convergence plus rapide pour les problèmes simples (par exemple des écoulements laminaires sans modèles physiques);
- PISO Utile pour les écoulements instationnaires ou pour les schémas contentant des cellules avec des déviations plus élevé que la moyenne.

L'algorithme choisit dans notre étude est l'algorithme SIMPLE. A l'initialisation du calcul, un champ de pression fixé a priori est introduit dans l'équation de bilan de la quantité de mouvement, permettant de calculer un premier champ de vitesse. La combinaison des équations de bilan de masse et de quantité de mouvement permet ensuite de corriger ces premiers champs de pression et de vitesse.

#### **III.5.3.** Convergence

L'équation de transport de f se présente simplement :

$$a_{p} \phi_{p} + \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} = b_{p}$$
(III.14)

Les coefficients  $a_{p}$ ,  $a_{nb}$  dépendent de la solution. Les coefficients sont mis à jour à chaque itération.

Au début de chaque itération, l'égalité est fausse ; Le décalage est appelé le residual,  $R_p$ , avec :

$$R_{p} = a_{p} \phi_{p} + \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} - b_{p}$$
(III.15)

 $R_p$  doit devenir négligeable au fur et à mesure des itérations. Les résidus que vous suivez sont sommés sur toutes les cellules :

$$R = \sum_{\text{cells}} |R_p|$$
(III.16)

Par défaut, ils sont dimensionnés. Vous pouvez aussi normaliser les résultats.

Les résidus suivis pour le solveur couplé sont basés sur la rms du taux d'évolution temporelle de la variable conservative. Seulement pour les équations couplées ; des équations scalaires supplémentaire utilisent la définition "segregated".

A la convergence :

- Toutes les équations de conservation discrétisées (moments, énergie, etc.) se conforment dans chaque cellule à une tolérance spécifiée.
- La solution ne change plus avec le temps.
- Respect de la conservation de la masse, de l'énergie et des espèces.

## III.6. Bilan

Dans ce chapitre, nous avons présenté la méthode des volumes finies, vu que le code commercial Fluent est basé sur cette méthode. La description détaillée du code, nous a permis d'approcher son fonctionnement qui nous facilitera par la suite de faire une simulation à l'aide de ce code.

# **Chapitre IV**

## **Résultats et Discussion**

#### **IV.1. Introduction**

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats de la simulation numérique pour un modèle à deux dimensions, alors l'objectif principal est de montrer la capacité du code de calcul CFD "FLUENT" à modéliser les écoulements turbulents, et par la suite on compare les résultats dynamiques obtenus par simulation avec ceux de l'expérience de Simon Khun [31]. Après la validation dynamique, on détermine les paramètres thermiques qui seront comparés avec ceux d'un canal à parois planes. Pour la plaque ondulée, nous avons procédé à une comparaison entre la convection forcée et la convection mixte.

#### IV.2. Description de la géométrie et des conditions aux limites

Pour le domaine d'étude nous avons pris la même géométrie et les mêmes dimensions que l'installation expérimentale utilisée par [31]. La figure IV.1 représente la géométrie de la section de mesure.



Figure IV.1 : Géométrie de la section de mesure.

La paroi ondulée est décrite par la fonction :

$$y_{ond} = a \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$
 (IV.1)
Avec :

 $a = 0.05 \lambda$ : l'amplitude de l'ondulation;

 $\lambda = H$  : la longueur d'onde ;

H = 0,03 m: la hauteur du canal.

Pour notre simulation numérique nous avons pris un domaine d'étude qui se compose de 72 ondulations précédées d'une distance égale à 67 fois la longueur d'onde et suivies d'une distance de 4 longueurs d'onde. Le tracé de la fonction **IV.1** dans le Gambit a nécessité l'élaboration d'un programme de calcul Matlab. Les résultats obtenus à partir de ce programme sous la forme d'un fichier data, sont injectés dans le Gambit pour obtenir la géométrie donnée par la figure **IV.2**.

L'expérience [31] avec laquelle notre simulation était basée, consiste à faire circuler de l'eau à 293 K dans une conduite rectangulaire comportant deux parties :

- Une partie pour les mesures formée d'une paroi inférieure ondulée chauffée par un flux constant égale à 1800 W/m<sup>2</sup>, et d'une paroi supérieure plane porté à 293 °K.
- une partie amont formée de deux parois sont planes portées à une température de 293 °K.



Figure IV.2 : Domaine d'étude et conditions aux limites.

#### IV.3. Choix du maillage

Pour le maillage, on doit déterminer le premier pas du maillage de la couche limite y.

#### IV.3.1. Épaisseur de la première maille

Le calcul de l'épaisseur de la première maille, est basé sur des résultats connus concernant le comportement d'une couche limite turbulente. On introduit une distance adimensionnée :

$$y^{+} = \frac{u_{\tau} y}{v}$$
(IV.2)

- 53 -

avec :

У

l'ordonnée de la première maille, c'est cette dimension que nous devons déterminer.

$$u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}}$$
 la vitesse de frottement

 $\boldsymbol{\tau}_p$ 

la contrainte de frottement pariétal. Cette dernière est déterminée à partir de la relation suivante **[26]** :

$$C_{f} = \frac{\tau_{p}}{\frac{1}{2}\rho U_{\infty}^{2}} = \frac{0.0594}{Re_{x}^{\frac{1}{5}}}$$
(IV.3)

Les valeurs des différents paramètres de l'équation (IV.3) sont données par le tableau suivant :

Tableau IV.1 : Valeurs des différents paramètres de l'équation (IV.3).

$U_{\infty} (m/s)$	Re <sub>x</sub>	C <sub>f</sub>	$\tau_{p} (kg/m \cdot s^{2})$	$u_{\tau} (m/s)$	y (m)
0,033	1,415 10 <sup>5</sup>	0,005541	0,003017	0,001736	0,017271

Nous avons procédé à une deuxième détermination de la valeur de y à l'aide d'un calculateur en ligne [25], soit y = 0.0176032 m. Cette valeur est légèrement différente de celle déterminée par l'équation(IV.2).

#### IV.3.2. Maillage du domaine

Pour le maillage du domaine d'étude, nous avons procédé comme suit:

- Couche limite : le maillage de la couche limite qui doit être très fin est fait par « Boundary layer ». On injecte la valeur de l'épaisseur de la première maille (calculée dans le paragraphe IV.3.1) et après plusieurs essais concernant la comparaison entre l'ondulation de la plaque et l'allure du maillage, nous avons opté pour un pas de 1,1. Il faut noter qu'un maillage fin exige une grande capacité du calculateur.
- 2. Maillage des côtés (edge) : nous avons pris trois types de maillage :
  - pour les côtés transversaux nous avons pris un maillage « Bi-exponent » avec un pas de 0,86.
  - pour les côtés horizontaux, deux types de maillage : maillage « exponent » pour la partie amont et aval avec respectivement les pas 0,45 et 0,63. Pour la

partie du calcul numérique (partie avec paroi inférieure ondulée), nous avons opté pour le maillage « Successive Ratio » avec un pas égale à 1.

**3. Maillage de la surface** a été fait par un maillage structuré à éléments quadrilatères qui épouse la forme des ondulations (figure IV.3).



Figure IV.3 : Maillage du domaine d'étude.

La taille du maillage est représenté dans le tableau suivant :

 Tableau IV.2 : Taille du maillage.

nombre de cellules	nombre de faces	nombre de nœuds
364370	733213	368844

#### **IV.4. Simulation numérique**

Avant chaque lancement de simulation, on doit suivre les étapes suivantes :

- Menu « file » : ce menu nous permet de lire le maillage généré par GAMBIT (fichier « .msh »).
- Menu « Grid » Ce menu nous donne les informations sur le type, la taille et l'unité du maillage du domaine d'étude.
- Menu « Define » : ce menu permet de définir :
  - le modèle de calcul : l'équation d'énergie.
  - les modèles de fermeture du système, à savoir les modèles suivants : k-εstandard, k-ε RNG, k-ε réalisable et RSM utilisés dans cette étude. Pour la loi de paroi, nous avons travaillé avec la loi de la paroi (standard wall functions) en tenant compte de l'effet de la poussé d'Archimède qui intervient dans la convection mixte.

 les matériaux et fluides utilisées : Dans cette simulation, toutes les parois du domaine d'étude sont en aluminium sauf la paroi ondulée qui est en alumine, le fluide utilisé est l'eau. Les propriétés thermophysiques de l'eau à 20 °C, de l'alumine et de l'aluminium sont données par le suivant :

Matériaux Propriétés	Eau <b>[32]</b>	Aluminium <b>[18]</b>	Alumine [02]
Masse volumique $\rho (kg/m^3)$	1000	2719	3890
Chaleur spécifique Cp (J/kgK)	4186	871	880
Conductivité thermique $\lambda (W/mK)$	0,597	202,4	35
Viscosité cinématique $\nu (m^2/s)$	10-6	/	/

Tableau IV.3 : Propriétés thermophysiques de l'eu à 20 °C, l'alumine et l'aluminium.

Et de poser les conditions aux limites qui sont les suivantes :

- Le domaine défini par le fluide utilisé.
- La vitesse d'entrée du domaine (velocity inlet) : l'écoulement de l'eau dans le canal est longitudinal avec une vitesse moyenne égale à 0,033 m/s et une température de 20 °C.
- Le diamètre hydraulique défini par la relation :

$$D_{h} = \frac{4 S_{m}}{P_{m}}$$
(IV.4)

Avec :  $S_m$  la section mouillée et  $P_m$  pm le périmètre mouillé.

Pour la hauteur du canal H = 0,03 m, D<sub>h</sub> = 0,0554 m.

- l'intensité de turbulence donnée dans le cas général par la relation [09]

$$I = 0.16 (Re_{\rm D})^{-\frac{1}{8}}$$
(IV.5)

Où :  $\text{Re}_{\text{D}}$  est le nombre de Reynolds déterminé à partir du diamètre hydraulique et de la vitesse moyenne ; pour une valeur de U<sub>m</sub> = 0,033 m/s , l'intensité de turbulence est de I = 6,257%.

- Les parois de la section amont et la section avale d'épaisseur 0.006 m sont portées à la température 293 °K.
- Pour la section de mesure, la paroi supérieure d'épaisseur 0.007 m est à une température de 293 °K. et la paroi inférieure (ondulée) dont l'épaisseur est de 45 μm est chauffée par un flux constant égale à 1800 W/m<sup>2</sup>;
- La sortie du domaine (outflow) est prise arbitrairement

• Menu « Solve » : Dans cette étape, on doit :

- Définir le schéma numérique de discrétisation et d'interpolation.
- Définir le critère de convergence qui est pris par défaut égale à 10<sup>-3</sup>. Cette valeur étant généralement insuffisante pour assurer une bonne convergence, nous avons opté dans notre cas pour une valeur de 10<sup>-6</sup>.
- Initialiser tous les paramètres et toutes les conditions aux limites de l'entrée du domaine d'étude définis précédemment. ceci revient à considérer les valeurs de ces paramètres et de ces conditions aux limites comme valeurs initiales pour démarrer la simulation.

La figure IV.4 montre l'évolution de la courbe de résidus (critère de convergence) en fonction du nombre d'itérations, dans le cas du modèle  $k - \varepsilon$  Standard en régime stationnaire. La convergence est atteinte lorsque les critères de convergence des différentes propriétés auront une valeur égale à 10<sup>-6</sup>.



**Figure IV.4 :** *Tracés des résidus dans le cas du modèle*  $k - \varepsilon$  *Standard.* 

#### IV.5. Périodicité de l'écoulement

La figure IV.5 qui représente les contours de l'intensité de turbulence pris entre la  $16^{\text{éme}}$  et la dernière ondulation, montre que l'écoulement devient périodique à partir de la  $16^{\text{éme}}$  ondulation. Ce résultat est différent de la périodicité dans l'expérimental de **[31]**, qui a affirmé que l'écoulement devient turbulent juste après la  $50^{\text{éme}}$  ondulation.



Figure IV.5 : Contour de l'intensité de turbulence entre la 16<sup>éme</sup> et 72<sup>éme</sup> ondulation.

Dans cette étude, cinq positions de l'ondulation ont été choisies pour la simulation, come le montre la figure IV.6.



Figure IV.6 : Positions de calcul.

Les valeurs et les appellations relatives à chaque position sont présentées dans le tableau suivant :

Position	1	2	3	4	5
$\frac{x}{H}$	0	0,25	0,5	0,75	1
	Sommet	Convergent	Creux	Divergent	Sommet

**Tableau IV.4**: Valeurs des positions et leurs appellations.

#### **IV.6.** Validation dynamique

Avant d'entamer le comportement thermique, une validation dynamique de l'écoulement s'impose. Pour cette validation dynamique, nous avons comparé les résultats numériques aux résultats expérimentaux de Simon Khun [31] pour les deux cas de la paroi ondulée, non chauffée et chauffée.

#### IV.6.1. Validation dynamique du canal non chauffé

Dans ce cas, les parois étant toutes à la même température 293 °K, il n'y a aucun transfert de chaleur.

#### IV.6.1.1. Évolution de la composante longitudinale de la vitesse

La figure IV.7 montre le profil adimensionnel de la composante longitudinale du vecteur vitesse le long d'une section droite du canal pour les cinq positions choisies. Ces profils de vitesse sont déterminés pour les quatre modèles de turbulence utilisées. On remarque que ces profils ont sont parfaitement superposés et ont la même allure que le profil expérimental et ce pour toutes les positions.

Pour la troisième position "creux", le profil de vitesse présente une concavité négative présente une concavité négative. Ceci est dû à l'augmentation de la section et donc de la pression entrainant ainsi un flux de retour. Notons que dans la position deux "convergent" et la position quatre "divergent", il y a apparition du flux de retour mais de moindre importance devant celui de la troisième position.

Près de la paroi ondulée et pour les cinq positions, les modèles donnent des résultats plus proche de ceux l'expérimental. Ceci montre que le choix de la loi de paroi utilisée est très satisfaisant et la structure générale d'une couche limite turbulente semble être correctement prédite.

Loin de la paroi ondulée, et pour une valeur de y/H comprise entre 0,1 et 0,9, le profil expérimental s'éloigne de ceux des modèles utilisés. Pour y/H = 0,6, cet écart est maximum et vaut 0,28. Nous pensons que ceci est dû aux erreurs de mesure du profil de vitesses par la méthode PIV (Particle image velocimetry) qui ne peuvent être prises en considération dans les modèles utilisés dans la simulation.



**Figure IV.7** : *Profils de vitesse longitudinale* ( $Re_x = 1,415710^5$ ,  $a = 0,05 \lambda$ ).

#### IV.6.1.2. Évolution du tenseur de Reynolds longitudinal

Cette évolution, donnée par la figure **IV.8** et pour les cinq positions, montre que les profiles ont la même allure avec un écart. Pour les modèles  $k - \varepsilon$  standard et  $k - \varepsilon$  RNG qui présentent un écart plus important que celui des deux autres modèles, on remarque une superposition parfaite des profils du tenseur et ce pour toutes les positions.

Pour une valeur y/H >0,5, les résultats du modèle RSM sont proches de ceux de l'expérimental par rapport aux résultats des autres modèles. Par contre pour une valeur de y/H < 0,5, les résultats de l'expérimental s'éloignent des résultats du modèle RSM et s'approchent de ceux des autres modèles.

Notons que les écarts entre les modèles peuvent être dus aux équations de base formant chaque modèle. Quant à l'écart entre les modèles et l'expérimental, nous pensons que ceci peut être du aux erreurs des mesures expérimentales qui ne peuvent être prédites par la simulation.



**Figure IV.8 :** *Profils du tenseur longitudinal*  $\overline{u'u'}$  ( $Re_x = 1,415710^5$ ,  $a = 0,05 \lambda$ ).

#### IV.6.1.3. Evolution du tenseur de Reynolds transversal

Dans ce cas et comme le montre la figure IV.9, l'écart entre les résultats tirés des modèles et ceux de l'expérimental est plus important. Le seul modèle proche de l'expérimental est le modèle RSM. On remarque une superposition parfaite des résultats des modèles  $k - \varepsilon$  standard et  $k - \varepsilon$  RNG et ce pour toutes les positions.

#### **Chapitre IV**

Les résultats expérimentaux montrent que ce tenseur est constant le long d'une section droite, par contre des résultats tirés des modèles on remarque ce tenseur présente une variation et ce prés de la paroi.



**Figure IV.9** : Profils du tenseur transversal  $\overline{v'v'}$  ( $Re_x = 1,415710^5$ ,  $a = 0,05 \lambda$ ).

#### IV.6.1.4. Evolution du tenseur de Reynolds mixte

La figure IV.10, montre que les courbes des modèles ont une allure proche de l'expérimentale. Les résultats du modèle RSM sont plus proche de l'expérimental que ceux tirés des autres modèles et ce pour toutes les positions. Le modèle RSM représente donc bien l'expérimental pour une valeur de y/H < 0,5. Pour y/H > 0,5, le tenseur  $\overline{u'v'}$  demeure presque constant expérimentalement, et varie selon le modèle.

Concernant les modèles k epsilon standard,  $k - \varepsilon$  RNG et k epsilon les remarques faites sur le tenseur de Reynolds transversale peuvent être faites sur le tenseur de Reynolds mixte.



**Figure IV.10** : Profils du tenseur  $\overline{u'v'}$  ( $Re_x = 1,415710^5$ ,  $a = 0,05 \lambda$ ).

### IV.6.2. Validation dynamique du canal chauffé IV.6.2.1. Évolution de la composante longitudinale de la vitesse

La figure IV.11 montre le profil adimensionnel de la composante longitudinale du vecteur vitesse dans le cas chauffé pour les cinq positions choisies et les quatre modèles de turbulence utilisés. Les profils de vitesse des modèles ont la même allure que ceux de l'expérimental.

On remarque que prés de la paroi supérieure l'écart entre les modèles et l'expérimental est plus grand que celui du cas de la plaque non chauffée. Prés de la paroi inférieure, on peut dire que le profil expérimental est bien représenté par ceux des modèles.

L'écart entre le profil expérimental et les profils tirés des modèles reste le même que celui du cas de la paroi non chauffée. De même, on remarque un changement de la valeur de y/H correspondant à l'écart maximale, soit y/H = 0,4.

Cet écart entre l'expérimental et les modèles peut être justifié par la variation des propriétés optiques de l'eau quand elle est chauffée. En effet, cette variation des propriétés augmente l'incertitude de mesure de la méthode PIV.



**Figure IV.11 :** *Profils de vitesse longitudinale (* $Re_x = 1,415710^5$ , a = 0,05  $\lambda$ ).

#### IV.6.2.2. Évolution du tenseur de Reynolds longitudinal

La figure IV.12 montre que les profils ont la même allure avec toujours un écart entre les modèles et, les modèles et l'expérimental, à l'exception des deux modèles  $k - \varepsilon$  standard et  $k - \varepsilon$  RNG parfaitement superposés.

Pour une valeur y/H >0,7, les résultats du modèle RSM sont proches de ceux de l'expérimental par rapport aux résultats des autres modèles. Par contre pour une valeur de

y/H < 0,7, les résultats de l'expérimental s'éloignent des résultats du modèle RSM et s'approchent de ceux des autres modèles.

Prés de la paroi supérieure, les résultats expérimentaux sont bien représentés par les modèles RSM et  $k-\epsilon$  realizable.



**Figure IV.12** : Profils du tenseur longitudinal  $\overline{u'u'}$  ( $Re_x = 1,415710^5$ ,  $a = 0,05 \lambda$ ).

#### IV.6.2.3. Evolution du tenseur de Reynolds transversal

Pour la figure IV.13, on remarque que les profiles des modèles ont une allure assez proche de l'expérimentale. A partir de la valeur y/H = 0,18 jusqu'à 0,8, Les quatre modèles se superposent et ce pour toutes les positions. Prés de la paroi supérieure, les résultats expérimentaux des profiles sont proches des résultats tirés à partir des modèles  $k-\varepsilon$ realizable et RSM. En effet, ces deux modèles font apparaître le flux de retour présent dans le profil expérimental.



#### IV.6.2.4. Evolution du tenseur de Reynolds mixte

La figure IV.14, montre que les profiles tirés des modèles ont une allure proche de l'expérimentale. Les résultats du modèle RSM, comme pour le cas de la plaque non chauffée, sont plus proche de l'expérimental que ceux tirés des autres modèles et ce pour toutes les positions. Le modèle RSM représente donc bien l'expérimental pour une valeur de

y/H < 0,55. Pour y/H > 0,55, le tenseur  $\overline{u'v'}$  demeure presque constant expérimentalement, et varie selon le modèle.

Concernant les modèles  $k-\epsilon$  standard,  $k-\epsilon$  RNG et  $k-\epsilon$  realizable les remarques faites sur le tenseur de Reynolds transversale peuvent être faites sur le tenseur de Reynolds mixte.

Prés des parois les modèles RSM et  $k-\epsilon$  realizable représentent mal les résultats expérimentaux. En effet, ces deux modèles font apparaître le flux de retour inexistant dans le profil expérimental.



D'une façon générale, pour les profils de vitesse, on peut dire que les modèles choisis représentent l'expérimental dans une bonne partie de la section droite du canal. Pour le tenseur de Reynolds, seul le modèle RSM peut le représenter et ce vu que ce modèle tient compte du tenseur de Reynolds. On peut donc dire que notre simulation est validée du point de vue dynamique ce qui nous permet d'entamer la partie thermique.

#### **IV.7. Partie thermique**

Dans cette partie, nous avons étudié l'influence de l'ondulation sur le transfert de chaleur mixte en comparant les propriétés thermiques déterminées dans une paroi plane et dans une paroi ondulée. Nous avons également procédé à une comparaison entre la convection mixte et la convection forcée dans le cas d'une paroi ondulée pour les mêmes conditions aux limites. La seule modification était d'imposer le même flux de chaleur à la paroi inférieure (ondulée) et à la paroi supérieure (plane) de la section de mesure.

Dans cette partie, seuls les résultats de la position x/H = 0.5 sont présentés. Les résultats des autres positions sont similaires à ceux de la position x/H = 0.5.

Avant d'entamer cette partie, nous avons jugés utile de comparer les profils de vitesse longitudinale obtenus pour une paroi plane et pour une paroi ondulée. La figure IV.15 montre que pour y/h > 0,6, et pour y/h = 0 les deux profils sont confondus. Pour 0 < y/h < 0,6, le profil de vitesse obtenu pour la plaque ondulée est légèrement inférieur à celui obtenu pour une plaque plane. Ceci est du à l'augmentation de la section au niveau de la position creux entraînant ainsi une légère diminution de la vitesse de l'écoulement et une présence du flux de retour.



**Figure IV.15** : Comparaison du profil de vitesse paroi plane-ondulée ( $Re_x = 1,415710^5$ ,  $a = 0,05 \lambda$ ).

#### IV.7.1. Contours et profiles de température

Les contours de température (figure IV.16) obtenus dans le cas d'une paroi plane et d'une paroi ondulée montre clairement l'effet de l'ondulation sur le transfert de chaleur. En effet, pour la même position x/H, on remarque que par rapport à la paroi plane, la paroi ondulée entraîne l'augmentation de la température du fluide le long de la section droite. Dans le cas de la paroi ondulée, la température du fluide loin de la paroi est distribuée d'une façon plus uniforme (même couleur) par rapport au cas d'une paroi plane (différentes couleurs).

Cette augmentation de température est assez significative dans l'espace compris entre les positions convergent et creux.

Loin de la paroi ondulée, la température est presque constante (représentée par une seule couleur). Par contre pour la paroi plane, la température varie (représentée par différentes couleurs), et demeure inférieure à celle de la paroi ondulée.



**Figure IV.16** : Contour de la température ( $Re_x = 1,415710^5$ ,  $a = 0,05 \lambda$ ).

La figure IV.17 présente une comparaison des profils de température obtenus pour une paroi ondulée et une paroi plane pour les différentes positions x/H=0.25 et x/H=0.75. On remarque que loin des parois de la section de mesure, le profil de température obtenu pour la paroi ondulée reste toujours au dessus de celui de la paroi plane. Prés de la paroi supérieure, les profils de température sont confondus. Prés de la paroi ondulée, et pour la position x/H=0.25, le profil de température obtenu pour la plaque ondulée est au dessus de celui obtenu pour la plaque plane.



**Figure IV.17** : Profils de température pour la  $2^{\acute{eme}}$  et  ${}^{3\acute{eme}}$  position ( $Re_x = 1,415710^5$ ,  $a = 0,05 \lambda$ ).

#### IV.7.2. Distribution du nombre de Nusselt

La figure **IV.18** montre la variation du nombre de Nusselt le long de la paroi inférieure (ondulée) du canal comparée à celle d'une paroi plane. On remarque en moyenne une augmentation nette du nombre de Nusselt au niveau des ondulations. Le nombre de Nusselt diminue entre les positions divergent et creux puis augmente jusqu'à atteindre sa valeur maximum à la position "convergent" pour diminuer de nouveau.

Globalement la paroi ondulée entraine une augmentation du nombre de Nusselt et des pertes de charges, mais favorise la diffusion et donc un mélange turbulent.



**Figure IV.18** : Variation du nombre de Nusselt ( $Re_x = 1,415710^5$ ,  $a = 0,05 \lambda$ ).

#### IV.7.3. L'influence de l'ondulation sur le coefficient de frottement

Dans le cas de la paroi ondulée (figure IV.19), le coefficient de frottement atteint sa valeur maximale entre les positions "convergent" et "sommet" et tend vers zéro aux points x/H = 0,201 et x/H = 0,63; mais dans le cas d'une paroi plane le coefficient demeure constant  $C_f = 0,2477$ .



**Figure IV.19** : variation du coefficient de frottement ( $Re_x = 1,415710^5$ ,  $a = 0,05 \lambda$ ).

#### IV.8. Comparaison entre la convection mixte et la convection forcée

#### IV.8.1. Profil de vitesse

La figure **IV.20** montre une comparaison entre le profil de vitesse longitudinale dans le creux de l'ondulation entre convection mixte et la convection forcée. Pour cette comparaison, nous avons simulé le transfert de chaleur par convection forcée dans le même canal et en imposant le même flux constant à la paroi plane.

On remarque que, loin des deux parois, le profil de la vitesse longitudinal (figure IV.20.a) dans la convection mixte est moins important que celui de la convection forcée. Prés des parois, les deux profils sont confondus. Cette diminution de vitesse est due aux forces de volume qui entrent en action dans le cas de la convection mixte et qui gênent l'écoulement. Ceci est confirmé par la figure IV.20.b qui présente le profil de la vitesse transversale de la section droite du canal. En effet, de y/H=-0,04979 (paroi) à y/H=0,07366, on remarque que la vitesse transversale (en valeur absolue) dans le cas de la convection mixte est supérieure à celle de la convection forcée. Cette vitesse qui favorise l'écoulement transversal dans le cas de la convection mixte, est influencée par la poussé d'Archimède.



**Figure IV.20** : Comparaison des profils de vitesse convection mixte-forcée ( $Re_x = 1,415710^5$ ,  $a = 0,05 \lambda$ ).

#### IV.8.2. Nombre de Nusselt

Dans la figure IV.21, donne une comparaison entre le nombre de Nusselt de la convection mixte avec celui de la convection forcée. On remarque le nombre de Nusselt est plus important dans la convection mixte, ce qui entraîne un bon transfert de chaleur. Cette augmentation est due à la présence de la convection naturelle combinée à la convection forcée.

La valeur du nombre de Richardson tirée à partir de l'équation **I.22** (chapitre I) est 1,6, donc la convection naturelle qui gère le transfert de chaleur.



Figure IV.21 : Comparaison du nombre de Nusselt convection mixte-forcée ( $Re_x = 1,415710^5$ ,  $a = 0,05 \lambda$ ).

#### IV.9. Bilan

Dans ce chapitre, nous avons présenté le domaine d'étude et les démarches prisent lors de la simulation puis nous avons comparé ses résultats aves ceux tirée de l'expérience de Simon Kuhn [31]. Après la validation du comportement dynamique des résultats obtenus, nous avons fait une comparaison entre le comportement thermique de la convection mixte dans un canal à paroi inférieure ondulée et un canal à paroi inférieure plane. Nous avons fait une deuxième comparaison, celle de la convection mixte avec la convection forcée.

# **Conclusion générale et perspectives**

Le travail abordé dans cette étude a permis d'étudier la simulation numérique de la convection mixte dans un canal à paroi inférieure ondulée à l'aide du code commercial FLUENT.

Avant de passer à la simulation numérique, nous avons jugé nécessaire de donner un rappel théorique sur les écoulements turbulents et les couches limites dynamiques et thermiques ainsi que les méthodes numériques utilisés pour la modélisation des problèmes des écoulements turbulents.

Rappelons que l'objectif final de ce travail est de maîtriser le code FLUENT et de voir sa capacité de prédiction du comportement dynamique et thermique d'un écoulement. Ce code de calcul utilise la méthode des volumes finis et procède plusieurs modèles de turbulence. Dans cette étude, nous avons utilisé quatre modèles : Standard  $k - \varepsilon$ , RNG  $k - \varepsilon$ ,  $k - \varepsilon$  Realizable et RSM.

Pour mieux cerner ce problème et après la validation dynamique des résultats obtenus, il était utile de présenter une étude numérique sur une paroi plane dans le but de comparer les résultats du champ thermique et dynamique obtenus avec ceux de la paroi ondulée. Ce souci montre que les performances de ces plaques ondulées sont bien meilleures que celles des parois planes. Ce changement de forme est bien bénéfique pour le transfert de chaleur par convection mixte. Les effets de cette amélioration sont observés à travers le nombre de Nusselt de la plaque ondulée qui augmente par rapport à celui d'une paroi plane.

Et pour voir l'influence de la convection mixte sur l'écoulement et l'apport qu'elle fournie au transfert de chaleur, il a fallu faire une comparaison des profils de la vitesse longitudinale et transversale de la convection mixte avec ceux d'une convection forcée ainsi que le nombre de Nusselt. Cette comparaison nous a montré que la convection mixte gène l'écoulement par la présence des forces de volumes (poussée d'Archimède) et que le nombre de Nusselt est plus important dans la convection mixte. Cette augmentation est due à la présence de la convection naturelle combinée à la convection forcée.

Le présent travaille m'a permis d'apprendre un code de simulation qui me sera utile dans des études futures. En espérant que le développement des performances des codes de modélisation et celles des calculateurs, nous permettra d'élargir le domaine d'étude.

## **Références bibliographiques**

- [01] Abbassi H., Turki S. and Ben Nasrallah S. "Numerical investigation of forced convectionin a plane channel with a built-in triangular prism". International Journal of Thermal Science, Vol. 40, pp 649–658, 2001.
- [02] Accuratus corporation : "http://www.accuratus.com/alumox.html", Site web consulté, Mars 2010.
- [03] Al-Amiri A., Khanafer K., Bull J. et Pop I. "Effect of sinusoidal wavy bottom surface on mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity". International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 50, pp 1771–1780, 2007.
- [04] Aliaga D. A., Lamb J. P. and Klein D. E. "Convection heat transfer distributions over plates with square ribs from infrared thermography measurements". International journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 37, pp 363-374, 1994.
- [05] Antonia R. A, Danh H. Q. et Prabhu A. "Response of a turbulent boundary layer to a step change in surface heat flux", Journal of Fluid Mechanic, Vol. 3 (part 1), pp. 153-177, 1977.
- [06] AZZI A. « Cours : Modélisation de la turbulence ». Université Oran, 2007.
- [07] Barrios H., Viazzo S., Rey C. et Poncet S. « Simulation numérique d'un écoulement de convection mixte en aval d'une marche ». Communication à la 14èmes Journées Internationales de Thermique, Djerba, Tunisie, 2009.
- **[08] Buchelin J. M.** "Convective heat transfer in a channel with perforated ribs". International Journal of Thermal Sciences, Vol. 41, pp 332-340, **2002**.
- [09] CFD Online. "An online center for Computational Fluid Dynamics" :http://www.cfdonline.com/Wiki/Turbulence\_intensity, Site web consulté, Mars 2010.
- [10] Chaib K. « Étude numérique du transfert convectif au sein d'une couche limite turbulente sur une paroi ondulée ». Mémoire de magister, Université Ibn Khaldoun-Tiaret, 2006.

- [11] Chaib K. Mekroussi S. et Sad Chemloul N-E. « Simulation numérique du transfert convectif dans une couche limite turbulente : cas d'une paroi ondulée ». Laboratoire de Recherche des Technologies Industrielles, Université Ibn Khaldoun-Tiaret, 2006.
- [12] Chang Y. "Experimental analysis of turbulent flows in a rectangular duct with repeated square-rib pairs", Master thesis, NTHU, Taiwan, ROC, 1990.
- [13] Chassaing P. « Turbulence en mécanique des fluides », Cépadues Editions, 2000.
- [14] Dellil A. Z., Azzi A., Jubran B. A. "Turbulent flow and convective heat transfert in a wavy wall channel", International Journal of Heat and Mass Transfert, Vol. 40, pp. 793-799, 2004.
- [15] El Hayek M., « Transfert de chaleur par convection en régime turbulent: Aspects physiques et numériques ». Thése de doctorat européen en sciences appliquées, Faculté Polytechnique de Mons, Mons, Belgique, 1997.
- [16] Fluent Incorporated. "Gambit 2.2 User's Guide, Modeling Guide". Chapitre 4, 2005.
- [17] Fluent Incorporated. « Fluent 6.2 User's Guide, Modeling turbulence ». Volume 2, Chapitre 11, 2005.
- [18] Fluent V6.3.26. "Fluent database", Fluent Inc Copyright 2006.
- [19] Fluent user services center, "www.fluentusers.com". "Introduction Gambits notes", Gambit v2.1, 2003.
- [20] Gotovskii M. A. "Enhancement of convective heat transfert and self-organisation of vortex structures". Thermal Engineering, Vol. 42 (3), pp. 241-246, 1995.
- [21] Günther A. et von Rohr Ph. R. "Structure of the temperature field in a flow over heated waves". Experiments in Fluids, Vol. 33, pp 920–930, 2002.
- [22] Hamami A. « Simulation de l'écoulement dans un minicanal », Mémoire de magister, université de BATNA, Faculté des Sciences de l'Ingénieur Département de Mécanique, 2005.
- [23] Hudson J. D. "*The effect of a wavy boundary on turbulent flow*". PhD theses, Dept. chemical engineering, university of Illinois, Urbana, 1993.
- [24] Hudson J. D, Dykhon L. et Hanratty T. "Turbulent production in flow over wavy wall", Experiments in Fluids, Vol. 20, pp. 257-265, 1996.
- [25] Jones B. "Viscous Grid Spacing Calculator": http://geolab.larc.nasa.gov/APPS/YPlus/. Site web consulté, Mars 2010.
- [26] Keith F. et Berger S.A. *"Fluid mechanics, Mechanical Engineering Handbook"*. Edition Frank.Kreith, Boca Raton : CRC press. LLC, **1999**.

- [27] Kruse N. "Isothermal and Non-Isothermal Turbulent Flow over Solid Waves: Transport and Structure", thèse de doctorat, Université Technique de Zurich, 2005.
- [28] Kruse N. et Von Rohr P. R. "Structure of turbulent heat flux in a flow over a heated wavy wall", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 49, pp. 3514-3529, 2006.
- [29] Kuhn S. Wagner C. et Von Rohr P. R. "Influence of wavy surfaces on coherent structures in a turbulent flow", Exp Fluids, Vol. 43, pp. 251-259, 2007.
- [30] Kuhn S. et Von Rohr Ph. R. "Experimental study of heat flux in mixed convective flow over solid waves". Exp Fluids, Vol. 44, pp 973–984, 2008.
- [31] Kuhn S. et Von Rohr P. R. "*Experimental investigation of mixed convective flow over a wavy wall*", International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 29, pp. 94-106, **2008**.
- [32] Kuhn S., Kenjere S. et Von Rohr P. R. "Large eddy simulations of wall heat transfer and coherent structures in mixed convection over a wavy wall". International Journal Thermal Sciences, doi:10.1016/j.ijthermalsci.2010.01.017, 2010.
- [33] Kuhn S. "*Transport Mechanisms in Mixed Convective Flow over Complex Surfaces*", thèse de doctorat, Université Technique de Zurich, 2008.
- [34] Kumar Raja K., Kumar Das M. et Rajesh Kanna P. "Numerical study of mixed convection in a two-dimensional laminar incompressible offset jet flow". International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 52, pp 1023–1035, 2009.
- [35] Kurose R. Imashiro T. et Komori S. "*The effects of swell on turbulence over wavy walls*". International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 29, pp 774–782, **2008**.
- [36] Laetita D. « Introduction à la simulation numérique des écoulements turbulents ».
   ENSTA-3ème année, cours B2-2: Modélisation de la turbulence, un défi pour l'industrie, Promotion, 2006.
- [37] Launder B. E. "Second-moment closure: Present . . . and future?" International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 10 (4), pp. 282-300, 1989.
- [38] Launder B. E. et Spalding D. B. "*The numerical computation of turbulent flows*". Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 3, p. 269-289, 1974.
- [39] Launder B. E., Reece G. J., and Rodi W. "Progress in the development of a Reynolds-Stress Turbulence closure". Journal of Fluid Mechanic, Vol. 68 (part 3):537-566, 1975.
- [40] Launder B. E. et Spalding D. B. "Mathematical models of turbulence", Academic press, London and N-Y. 1997.
- [41] Lesieur M. "*Turbulence in fluids*". Dordrecht: Kluwer academic publishers, 412p, 1990.

- [42] Liou T. M., Chen S. H., and Shih K. C. "Numerical simulation of turbulent flow field and heat transfer in a two-dimensional channel with periodic slit ribs". International journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 45, pp 4493-4505, 2002.
- [43] Maaß C. et Schumann. U. "Numerical simulation of turbulent flow over a wavy boundry", Kluwer Academic Press, Dordrecht, pp. 287-297, 1994.
- [44] Maaß C. et Schumann. U. "Direct numerical simulation of separated turbulent flow over a wavy boundry", Notes on Numerical Fluid Mechanics, vol. 52, pp. 227-241, 1996.
- [45] Mari. C, Jeandel. D. et Mathieu. J. « Méthode de calcul de la couche limite turbulente compressible avec transfert de chaleur », International Journal of Heat and Mass Transfert, vol. 19, pp. 893- 899, 1975.
- [46] Mekroussi S., « Simulation du transfert convectif dans une couche limite turbulente en présence d'obstacle décollé de la paroi », Mémoire de magister, Université Ibn Khaldoun-Tiaret, 2007.
- [47] Nishimura T., Bian. Y. N., Matsumoto Y. and Kunitsugu. K. "Fluid flow and mass transfer characteristics in a sinusoidal wavy- walled tube at moderate Reynolds numbers for steady flow". Internatinal Journal of Heat and Mass transfer, vol. 39, pp. 239-248, 2003.
- [48] Omara A.et Abboudi S. « Etude de la convection mixte transitoire descendante dans une conduite verticale épaisse ». Communication à la 12èmes Journées Internationales de Thermique, Tanger, Maroc, 2005.
- [49] Ooi A., Iaccarino G., P. Durbin A., and Behnia M. "Reynolds averaged simulation of flow and heat transfer in ribbed ducts". International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 23, pp 750–757, 2002.
- [50] Ould Said B., Retiel N. « Etude numérique de la convection naturelle dans une cavité pyramide ». Communication à la 13èmes Journées Internationales de Thermique, Albi, France, 2007.
- [51] Patankar.S. et Spalding.D. "A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three dimensional paraolic flows", Int .J. Heat Mass Transfer, Vol. 15, pp 1787-806, 1972.
- [52] Patel V. C. Rodi W. et Scheuerer G. "Turbulence models for near wall and low Reynolds number flows", A review. AIAA Journal, vol. 23, pp. 1308-1319, 1985.
- [53] Rampanarivo F. « Étude du transfert convectif au sein d'une couche limite turbulente perturbée par un obstacle décollé de la paroi ». Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, France, 2000.

- [54] Rebhi M., Belkacem A. et Touhami A. « Simulation numérique de la convection naturelle dans une cavité à fond sinusoïdal », communication au 12éme Journées Internationales de thermique, Tanger, Maroc, 2005.
- [55] Retiel N., Khiat M. A.et Bouguerra El-H. « Effet de l'inclinaison sur la convection naturelle Dans une cavité demi-cylindrique ». Communication à la 12èmes Journées Internationales de Thermique, Tanger, Maroc, 2005.
- [56] Reynolds O. "On the dynamical theory of incompressible viscous fluid and the determination of the criterion". Philosophical Transactions of the Royal Society of London. A, vol.186, pp. 123- 164. 1895.
- [57] Saez M. « contribution a l'étude expérimentale de la convection mixte », Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier Grenoble 1 sciences & géographie, 1998.
- [58] Schild P. G., Thjelflaat P. O. and Aiulfi D. "Guidelines for CFD modelling of atria". ASHRAE Trans, Vol.101 (Part 2), p. 1311-1332, 1995.
- [59] Schiestel R. et Chauve M. P. « influence d'ondulation de faible amplitude sur une convection turbulente en conduite axisymétrique », communication au 5éme congrès français de mécanique. Marseille, 1982.
- [60] Schlichting H., "Boundarynlayer theory", Seventh edition, McGraw-Hill, 1979.
- [61] Site officiel du code fluent : « *http://www.fluent.fr/* » Site web consulté, Mars 2010.
- [62] Sublon J., DURET B. et Favre-Marinet M. « Convection mixte en espace annulaire horizontal, étude théorique et validation expérimentale ». Congrès Français de Thermique, SFT 2007, Île des Embiez, 2007.
- [63] Tmartnhad I., Najam M., El Alami M., Sehaqui R. et Penot F. « Convection mixte dans une cavité trapézoïdale chauffée par le bas ». Communication à la 12èmes Journées Internationales de Thermique, Tanger, Maroc, 2005.
- [64] Tutar M. and G. Oguz. "Large eddy simulation of wind flow around parallel buildings with varying configurations". Fluid Dynamics Research, Vol. 31, pp 289-315, 2002.
- [65] Wagner C., Kuhn S. et Von Rohr Ph. R. "Scalar transport from a point source in flows over wavy walls", Exp Fluids, Vol. 43, pp 261–271, 2007.
- [66] Yakhot V. et Orszag S. A. "Renormalization Group Analysis of Turbulence: 1. Basic Theory". Journal Scientific Computing, Vol. 4, p. 139-158, 1986.
- [67] Zukauskas A., "Enhancement of forced convection heat transfert in a wavy wall channel", International Journal of Heat and Mass Transfert (Suppl. 1), Vol. 37, pp. 207-212, 1994.

هذا العمل يقدم المحاكاة الرقمية للتدفق مضطرب لتبادل الحراري المختلط على طول قناة مموجة الجدار السفلي. قدمنا في بادئ الأمر الجانب النظري للتدفق المضطرب الذي كان أساس المحاكاة الرقمية. يتم إجراء المحاكاة الرقمية بواسطة البرنامج " Fluent " الذي يستند في حساباته على طريقة الحجوم التامة. لحل معادلات Navier - Stokes اختيارنا النماذج التالية: (Standard *k* - *ε*, RNG *k* - *ε*, *k* - *ε* Realizable et RSM) . وكان علينا التحقق من صحة دينامكية النتائج التي تم الحصول عليها من المحاكاة .مقارنتها مع نتائج تجربة Simon Kuhn ، ثم الشروع في تحليل السلوك الحراري. الهدف النهائي من هذه الأطروحة هو التحكم في البرنامج " Fluent " ومعوفة قدرته على التنبؤ بالسلوك الدينامكي و الحراري لتدفق ما. المحاول عليها من ألحاكاة .مقارنتها مع نتائج تجربة Simon Kuhn ، ثم الشروع في تحليل السلوك الحراري الهدف النهائي من هذه الأطروحة هو التحكم في البرنامج " Fluent " ومعوفة قدرته على التنبؤ بالسلوك الدينامكي و الحراري لتدفق ما.

كلمات البحث : التبادل الحراري المختلط، الجدار المموج، الاضطراب ، طريقة الحجوم التامة، نماذج الاضطراب.

#### Résume

Ce travail présente une simulation numérique d'un écoulement turbulent d'une convection mixte le long d'une paroi ondulée. On a présenté la théorie de la modélisation de la turbulence pour ensuite pouvoir faire une simulation numérique basé sur cette théorie. La simulation numérique est faite par le code Fluent qui est basé sur la méthode des volumes finis, nous avons choisie les modèles de fermeture des équations de bilan qui suit : k- $\Box$  standard, k- $\Box$  RNG, k- $\Box$  réalisable et RSM. Il a fallu passer par une validation dynamique des résultats obtenus à partir de la simulation avec ceux de l'expérience de Simon Kuhn, pour ensuite passer à l'analyse du comportement thermique. L'objectif final de ce travail est de maîtriser le code Fluent et de voir sa capacité à prédire le comportement dynamique et thermique d'un écoulement.

La comparaison des résultats prédits d'une paroi ondulée avec ceux d'une paroi plane montre que le transfert de chaleur convectif mixte augmente en la présence de l'ondulation. Nous avons vu aussi que les forces de volume gène l'écoulement.

**Mots clés :** transfert convective mixte, paroi ondulée, turbulence, méthode des volumes finis, modèles de turbulence.

#### Abstract

This work presents a numerical simulation of a turbulent mixed convection along a wavy wall. We presented the theory of turbulence modeling and then to make a numerical simulation based on this theory. Numerical simulation is made by the Fluent code that is based on the finite volume method. We chose the following models: k- $\Box$  standard, k- $\Box$  RNG, k- $\Box$  realizable and RSM. We had to go through a dynamic validation of the results obtained from the simulation with those of the experience of Simon Khun, then proceeding to analyze the thermal behavior. The final objective of this work is to control the Fluent code and see its ability to predict the dynamic and thermal behavior of flow.

Comparison of predicted results of a wavy wall with those of a plane wall shows that the mixed convective heat transfer increases in the presence of waves. We also saw that the buoyancy effect decelerate the flow.

**Keywords:** Mixed convection transfer, wavy wall, turbulence, finite volume method, models of turbulence.

# Sommaire

Remerciement	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
Nomenclature	
Introduction générale	01
Chapitre I : Analyse bibliographique et rappel théorique	
I.1. Introduction	03
I.2. Revues scientifiques sur l'amélioration du transfert thermique	
I.2.1. Utilisation des obstacles	05
I.2.2. Utilisation des ondulations	07
I.3. Rappels et définitions	12
I.3.1. Équations de Navier-Stokes	12
I.3.2. Écoulements laminaires et turbulents	13
I.3.3. Couches limites	15
I.3.3.1. Couche externe	17
I.3.3.2. Couche interne	17
I.3.3.3. Couches limites dynamique et thermique	19
I.3.4. Convection thermique	20
I.3.4.1. Convection forcée	21
I.3.4.2. Convection naturelle	21
I.3.4.3. Convection thermique mixte	22
I.4. Le passage de la turbulence au transfert de chaleur	22
I.5. Bilan	24
Charitan II. Maddhathan dala tambadan a	

## Chapitre II : Modélisation de la turbulence

II.1. Introduction	25
II.2. Différentes approches de Modélisation de la turbulence	25
II.2.1. La simulation numérique directe (DNS)	25
II.2.2. La simulation des grandes échelles (LES)	26
II.2.3. La simulation des équations de Navier-Stokes moyennées	27
--	----
II.3. Equations de résolution de la simulation moyennée	27
II.3.1. Différents modèles de la turbulence	29
II.3.2. Modèles utilisés dans cette étude	30
II.3.2.1. Modèles de viscosité turbulente	30
II.3.2.2. Modèle aux tensions de Reynolds (RSM)	34
II.4. Traitement de paroi	35
II.4.1. Dynamique	35
II.4.1.1. Lois de paroi	36
II.4.2. Thermique	37
II.5. Description du problème	38
II.6. Bilan	40

## **Chapitre III : Présentation du code Fluent**

III.1. Introduction	41
III.2. Méthode des volumes finis	41
III.3. Code FLUENT	44
III.4. Le préprocesseur GAMBIT	45
III.4.1. Qualité du maillage	46
III.4.2. Traitement prés des parois	47
III.5. Le solveur Fluent	48
III.5.1. Discrétisation (Méthodes d'interpolation)	48
III.5.2. Couplage pression vitesse	49
III.5.3. Convergence	50
III.6. Bilan	51

## Chapitre IV : Résultats et discussion

IV.1. Introduction	
IV.2. Description de la géométrie et des conditions aux limites	52
IV.3. Choix du maillage	
IV.3.1. Épaisseur de la première maille	53
IV.3.2. Maillage du domaine	54
IV.4. Simulation numérique	55
IV.5. Périodicité de l'écoulement	57

IV.6. Validation dynamique	58
IV.6.1. Validation dynamique du canal non chauffé	59
IV.6.1.1. Évolution de la composante longitudinale de la vitesse	59
IV.6.1.2. Évolution du tenseur de Reynolds longitudinal	60
IV.6.1.3. Evolution du tenseur de Reynolds transversal	62
IV.6.1.4. Evolution du tenseur de Reynolds mixte	64
IV.6.2. Validation dynamique du canal chauffé	65
IV.6.2.1. Évolution de la composante longitudinale de la vitesse	65
IV.6.2.2. Évolution du tenseur de Reynolds longitudinal	67
IV.6.2.3. Evolution du tenseur de Reynolds transversal	69
IV.6.2.4. Evolution du tenseur de Reynolds mixte	70
IV.7. Partie thermique	73
IV.7.1. Contours et profiles de température	74
IV.7.2. Distribution du nombre de Nusselt	75
IV.7.3. L'influence de l'ondulation sur le coefficient de frottement	76
IV.8. Comparaison entre la convection mixte et la convection forcée	77
IV.8.1. Profil de vitesse	77
IV.8.2. Nombre de Nusselt	78
IV.9. Bilan	79
Conclusion générale et perspectives	80
Références bibliographiques	

## Résumé