

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Ibn Khaldoun – Tiaret
Faculté des Sciences et des Sciences de l'Ingénieur
Département de Génie Mécanique
Laboratoire de Recherche des Technologies Industrielles

MÉMOIRE

Pour obtenir le Diplôme de
Magister

Spécialité : Génie Mécanique
Option : Conversion d'énergie

Thème

Influence du mouvement secondaire du piston
par l'entrefer de lubrification du système chemise-piston
d'un moteur à combustion interne

Présenté par :
Monsieur DEBBIH Senouci

Soutenu le :/...../2008

Devant le Jury :
MM.

HAOUZI Ahmed	Professeur	Université de Tiaret	Président
YOUCEFI Abdelkader	Professeur	Université d'Oran (UST)	Examineur
HEBBAR Ahmed	M. de Conférences	Université de Mostaganem	Examineur
HADDOUCHE Kamel	M. de Conférences	Université de Tiaret	Rapporteur
BEKKOUCHE Bekkaye	Chargé de Cours	Université de Tiaret	Co-Rapporteur

Année universitaire 2007 – 2008

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à :

la mémoire de mes chers parents,

toute la famille,

mes professeurs,

tous mes collègues et amis.

Remerciements

الحمد لله رب العالمين و الصلاة و السلام على أشرف المرسلين، فله يرجع كل شيء و بفضلته و نعمته تتم الصالحات.

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Recherche des Technologies Industrielles de l'Université Ibn Khaldoun à Tiaret, et dirigé par Monsieur HADDOUCHE Kamel à qui j'exprime toute ma profonde reconnaissance et qui m'a témoigné de sa confiance et de son aide scientifique et qui par son expérience, sa compétence, ses conseils avisés et ses encouragements m'a transmis sa passion dans la recherche scientifique.

Je remercie aussi mon Co-encadreur Monsieur BEKKOUCHE Bekkaye pour m'avoir proposé le thème de mon mémoire de Magister, pour son aide et pour la documentation qu'il m'a fournie.

Je suis également très reconnaissant à Monsieur HAOUZI Ahmed, Responsable de notre promotion de post-graduation, pour l'honneur qu'il me fait en présidant le Jury de soutenance de mon mémoire.

Je remercie vivement Messieurs YUCEFI Abdelkader et HEBBAR Ahmed d'avoir accepté d'examiner ce travail ainsi que pour le temps qu'ils ont passé pour évaluer mon manuscrit.

Ma formation, en général, et ma compréhension de la Mécanique en particulier doit beaucoup à ceux qui ont été mes professeurs et instituteurs dont je tiens à les remercier.

Je tiens à remercier mes professeurs de la post-graduation, Messieurs Asnoun A., Sad Chemloul N., Chehbi S., Sassi A., Azzi A., Bouadjelane M. et Benmedjadi A..

J'adresse aussi mes remerciements à Monsieur Guemmour M. B. pour son aide, ses conseils et surtout pour sa patience et son encouragement durant la période de la réalisation de ce travail.

Je tiens à remercier aussi tout le personnel de la Bibliothèque Centrale de l'Université Ibn Khaldoun et surtout celui du Département de Génie Mécanique.

Je n'oublie pas de remercier mes collègues de ma promotion de post-graduation Messieurs Alia M., Athmani H., Belfodil F., Chaib K. et Mostefa K. pour leurs aides et conseils.

Enfin, mes remerciements à tous mes amis qui m'ont de près ou de loin soutenu et encouragé.

ملخص:

يحمل هذا العمل على دراسة تأثير الخلووص العرضي و الانحراف المحوري على الحركة الثانوية للمكبس في محرك ذات الاحتراق بهدف التقليل لظاهرة الطقطة. تم الاحتفاظ بنموذج هيدروديناميكي، حيث تبين حركة المكبس داخل الاسطوانة بخمسة أنماط للتشغيل. حل كل نمط على حدى بواسطة معادلات خاصة بديناميكية و حركية المكبس و التزليق الهيدروديناميكي للتلامس أسطوانة-مكبس. إن نتائج المحاكاة الرقمية المحصل عليها عن طريق برنامج Fortran لخوارزمية مسيرة للتصرف الهيدروديناميكي للمكبس توضح أن مشاور الفيلم المزلق متطابقة مع النتائج المأخوذة بالتجارب لباحثين آخرين. في الخلاصة، أظهر التحليل أن الخلووص العرضي له تأثير مهيم على الحركة الثانوية للمكبس، كاستنتاج ثاني نجد أن الانحراف الإيجابي لمحور المكبس يعطي تجلية أفضل بالنسبة للانحراف السلبي أو المعدوم. اعتبر غالبا الفيلم المزلق بدون تأثير، لكن التحليل الحاضر أظهر أن للفيلم المزلق تأثير على الحركة الثانوية للمكبس و بالتالي على ظاهرة الطقطة.

الكلمات المفتاحية: الحركة الثانوية للمكبس، الانحراف المحوري للمكبس، الطقطة، التزليق الهيدروديناميكي.

Résumé :

Ce travail porte sur l'étude de l'influence du jeu radial et du désaxage de l'axe du piston sur le mouvement secondaire dans un moteur à combustion interne dont le but est de minimiser le phénomène de clappement. Un modèle hydrodynamique a été retenu où le mouvement du piston dans la chemise est décrit par cinq modes de fonctionnement. Chaque mode a été analysé séparément par une écriture des équations relatives à la dynamique et la cinématique du piston, et à la lubrification hydrodynamique du contact chemise-piston.

Les résultats de simulation obtenus à travers une programmation en Fortran de l'algorithme qui régit le comportement hydrodynamique du piston montrent que la prédiction des hauteurs du film lubrifiant est en concordance avec des relevés expérimentaux fournis par d'autres chercheurs. En résumé, l'analyse a révélé que le jeu radial à une importance dominante sur le mouvement secondaire. En seconde constatation, un désaxage positif de l'axe du piston offre de meilleures performances relativement à ceux négatif et nul. Souvent le film lubrifiant était considéré sans influence ; alors, la présente analyse montre que ce dernier affecte le mouvement secondaire et par conséquent le phénomène de clappement.

Mots clés : Mouvement secondaire du piston, Désaxage du piston, Clappement, Lubrification hydrodynamique.

Abstract:

This work concerns the study of the influence of the radial clearance and the pin-offset on the secondary movement in an internal combustion engine where the goal is to minimize the slapping phenomena. A hydrodynamic model was retained where the movement of the piston in the skirt is described by five operating modes. Each mode was analyzed separately by writing the equations relating to the dynamics and the kinematics of the piston, and the hydrodynamic lubrication of the skirt-piston contact.

The simulation results, obtained through programming in Fortran the algorithm which governs the hydrodynamic behavior of the piston, show that the prediction of oil film thickness is in agreement with experimental results provided by other researchers. The analysis revealed that the radial clearance has a dominant importance on the secondary movement. In second observation, a positive pin-offset of the piston offers better performances. Often the oil film was considered without influence; but the present analysis shows that this last affects the secondary movement and by consequence the phenomenon of slapping.

Key words: Piston secondary motion, Piston offset, Slapping, Hydrodynamic lubrication.

a_2	Distance du centre de gravité C_{g6} au bord supérieur de la jupe.
a_x	Accélération du centre de gravité C_{g3} dans la direction X_c .
a_{xCg5}	Accélération du centre de gravité C_{g5} dans la direction X_c .
a_{xS}	Accélération du segment dans la direction X_c .
a_y	Accélération du centre de gravité C_{g3} dans la direction Y_c .
a_{yCg5}	Accélération du centre de gravité C_{g5} dans la direction Y_c .
b_2	Distance du centre de gravité C_{g6} à l'axe du piston.
B	Largeur du film lubrifiant.
BF	Facteur de largeur relatif au film lubrifiant.
d	Diamètre du piston.
d_1	Diamètre de la tête du piston.
D	Diamètre de la chemise.
$\frac{D}{Dt}$	Dérivée particulière.
e	Épaisseur du segment.
f	Désaxage de l'axe de piston.
F_{AD}	Force de contact entre le bord supérieur de la jupe et la chemise du côté poussée.
F_{AG}	Force de contact entre le bord supérieur de la jupe et la chemise du côté contre poussée.
F_B	Force de la bielle.
F_{BD}	Force de contact entre le bord inférieur de la jupe et la chemise du côté poussée.
F_{BG}	Force de contact entre le bord inférieur de la jupe et la chemise du côté contre poussée.
$F_{CRn}, F_{CRno}, F_{CRnu}$	Forces hydrodynamiques dues à la compression par rotation négative du piston selon Z_c .
$F_{CRp}, F_{CRpo}, F_{CRpu}$	Forces hydrodynamiques dues à la compression par rotation positive du piston selon Z_c .
F_{CT}, F_{CTo}, F_{CTu}	Forces hydrodynamiques dues à la compression par translation du piston suivant Y_c .
F_{Fr}	Force de frottement entre le segment et la chemise.
F_G	Force des gaz.
F_{ges}	Force résultante due au frottement et à la pression hydrodynamique.
F_{hyd}	Force hydrodynamique.
F_{Nres}	Force du contact solide chemise-jupe.
F_S	Force des segments.
F_{TT}, F_{TT0}, F_{TTu}	Forces hydrodynamiques dues à la traînée par translation du piston suivant X_c .
h	Hauteur du film lubrifiant.
h_{o0}, h_{u0}	Hauteurs du film lubrifiant au niveau de la partie supérieure de la tête du piston.
h_{o1}, h_{u1}	Hauteurs du film lubrifiant au niveau de la partie supérieure du film lubrifiant.
h_{o2}, h_{u2}	Hauteurs du film lubrifiant au niveau de l'axe de piston.
h_{o3}, h_{u3}	Hauteurs du film lubrifiant au niveau de la partie inférieure du film lubrifiant.

h_{o4}, h_{u4}	Hauteurs du film lubrifiant au niveau de la partie inférieure de la jupe.
h_{o5}, h_{u5}	Hauteurs du film lubrifiant au niveau de la partie supérieure de la jupe.
h_{o6}, h_{u6}	Hauteurs mesurées du film lubrifiant dans la zone de la jupe.
h_{o7}, h_{u7}	Hauteurs mesurées du film lubrifiant dans la zone des segments.
J_A	Moment d'inertie de l'axe de piston.
J_P	Moment d'inertie du piston.
L	Longueur du film lubrifiant.
L_B	Longueur de la bielle.
LF	Facteur de longueur relatif au film lubrifiant.
L_J	Longueur de la jupe.
L_p	Longueur du piston.
m_A	Masse de l'axe de piston.
m_P	Masse du piston.
m_{Pb}	Masse du pied de la bielle.
m_S	Masse des segments.
$M_{CRn}, M_{CRno}, M_{CRnu}$	Moments hydrodynamiques dus à la compression par rotation négative du piston selon Z_c .
$M_{CRp}, M_{CRpo}, M_{CRpu}$	Moments hydrodynamiques dus à la compression par rotation positive du piston selon Z_c .
M_{CT}, M_{CTo}, M_{CTu}	Moments hydrodynamiques dus à la compression par translation du piston suivant Y_c .
M_{Nres}	Moment dû à la force F_{Nres} .
M_{ges}	Moment dû à la force F_{ges} .
M_{hyd}	Moment hydrodynamique.
M_{TT}, M_{TTo}, M_{TTu}	Moments hydrodynamiques dus à la traînée par translation du piston suivant X_c .
p	Pression.
p_{CR}	Pression hydrodynamique due à la compression par rotation du piston selon Z_c .
p_{CRn}	Pression hydrodynamique due à la compression par rotation négative du piston selon Z_c .
p_{CRp}	Pression hydrodynamique due à la compression par rotation positive du piston selon Z_c .
p_{CT}	Pression hydrodynamique due à la compression par translation du piston suivant Y_c .
p_{TT}	Pression hydrodynamique due à la traînée par translation du piston suivant X_c .
r_m	Rayon de la manivelle.
s_1	Distance de la partie supérieure du film lubrifiant à l'axe de piston.
s_2	Distance du centre de gravité C_{g3} au bord supérieur de la jupe.
S_x	Course du centre de gravité C_{g3} suivant l'axe X_c .
S_y	Course du centre de gravité C_{g3} suivant l'axe Y_c .
t	temps.
u, v, w	Vitesses respectives suivant les axes x, y et z .
u_T	Vitesse de translation du piston dans la direction x .
v_T	Vitesse de translation du piston dans la direction y .
V_x	Vitesse du centre de gravité C_{g3} suivant X_c .
V_{xCg5}	Vitesse du centre de gravité C_{g5} suivant X_c .
V_y	Vitesse du centre de gravité C_{g3} suivant Y_c .
V_{yCg5}	Vitesse du centre de gravité C_{g5} suivant Y_c .

α_z	Angle de basculement du piston.
$\dot{\gamma}_{ij}$	Tenseur des vitesses de cisaillement.
η	Viscosité dynamique du lubrifiant.
ρ	Masse volumique du lubrifiant.
β	Coefficient de viscosité du lubrifiant.
τ_{ij}	Tenseur des contraintes de cisaillement.
φ	Angle de rotation du vilebrequin.
φ_0	Angle de rotation du vilebrequin à l'instant t_0 .
φ_1	Angle de rotation du vilebrequin à l'instant t_1 .
φ_2	Angle de rotation du vilebrequin à l'instant t_2 .
ψ	Angle de bielle.
ω	Vitesse angulaire du vilebrequin.
ω_R	Vitesse angulaire de rotation du piston autour de l'axe z.
ω_z	Vitesse angulaire autour de l'axe du l'axe de piston.
ω_{zCg6}	Vitesse angulaire autour de l'axe passant par le centre de gravité Cg_6 .
$\dot{\omega}_z$	Accélération angulaire autour de l'axe du l'axe de piston.
$\dot{\omega}_{zCg6}$	Accélération angulaire autour de l'axe passant par le centre de gravité Cg_6 .
(x, y, z)	Système d'axes lié au film lubrifiant.
(X_c, Y_c, Z_c)	Système d'axes lié à la chemise.
$[Cg_3]$	Se rapportant à un axe passant par le centre de gravité Cg_3 .
$[Cg_5]$	Se rapportant à un axe passant par le centre de gravité Cg_5 .
$[Cg_6]$	Se rapportant à un axe passant par le centre de gravité Cg_6 .

Sommaire

Introduction générale	1
Chapitre I : Système chemise-piston	3
I.1. Description et technologie du système chemise-piston	3
I.1.1. Piston	3
I.1.2. Chemise	5
I.2. Frottements au contact chemise-piston	6
I.2.1. Frottement chemise-segment	7
I.2.2. Frottement chemise-jupe	8
I.3. Mouvement secondaire du piston	9
I.3.1. Travaux antérieurs	9
I.3.2. Cinématique et dynamique du système bielle–manivelle	14
I.3.2.1. Cinématique du système	14
I.3.2.2. Dynamique du système	16
Chapitre II : Mouvement secondaire du piston	20
II.1. Modes de mouvement du piston et hauteurs du film lubrifiant	20
II.2. Lubrification hydrodynamique	24
II.2.1. Equations de Reynolds	24
II.2.2. Forme adimensionnelle de l'équation de Reynolds	29
II.2.3. Forces et moments hydrodynamiques adimensionnels	30
II.3. Modélisation du mouvement secondaire du piston	30
II.3.1. Equations du mouvement secondaire pour chaque mode	31
II.3.2. Détermination des grandeurs relatives au mouvement secondaire	37
Chapitre III : Simulation et interprétations des résultats	
III.1. Algorithme du modèle hydrodynamique du piston	47
III.2. Données relatives à la simulation	54
III.2.1. Données du moteur	56
III.2.2. Caractéristiques géométriques et propriétés rhéologiques du film lubrifiant	58
III.2.3. Méthodes de résolution et organigramme du modèle hydrodynamique	59
III.3. Résultats de simulation et interprétations	61
III.3.1. Influence du désaxage de l'axe de piston	61
III.3.2. Influence du taux de remplissage du film lubrifiant	65
III.3.3. Influence du jeu radial	66
Conclusion générale	71
Bibliographie	

Introduction générale

L'analyse du comportement d'un piston dans la chemise présente, pour tous les types de machines à pistons, un problème fondamental. La cinématique d'un piston est décrite par un mouvement oscillatoire axial dit primaire et un mouvement latéral nommé secondaire qui se compose à son tour d'une rotation ou basculement autour de son axe et d'une translation perpendiculaire à l'axe de la chemise.

Le mouvement secondaire, de faible amplitude ne dépassant pas le jeu radial, a une grande influence sur les performances du système chemise-piston. À la suite du mouvement secondaire du piston, il peut y avoir un cognement de ce dernier sur la chemise ce qui est une source de bruit audible et qui provoque en plus une augmentation de frottement, une production de cavitation par érosion dans le film lubrifiant et un grippage possible du piston contre la chemise. Pour comprendre les phénomènes qui surgissent à l'entrefer chemise-piston des moteurs à combustion interne, il est indispensable de procéder à une analyse de cet ensemble dans laquelle il faut tenir compte d'une multitude de facteurs d'influence. Une description complète de la cinématique du piston et de la répartition de la pression hydrodynamique qui en résulte est très complexe pourtant elle est indispensable dans la description du système.

Le présent travail est une contribution à l'étude de l'influence du jeu radial chemise-piston, du désaxage de l'axe du piston et du film lubrifiant caractérisé par son taux de remplissage sur le mouvement secondaire du piston où le but recherché sera la minimisation du phénomène de claquement sous l'hypothèse des conditions d'une lubrification hydrodynamique.

Le présent mémoire est organisé en trois chapitres.

Dans un premier chapitre, nous allons tout d'abord présenter une description du système chemise-piston ; à savoir, les éléments qui le constituent et leur technologie de conception. Puis, nous évoquerons les frottements qui se manifestent aux contacts chemise-segment et chemise-jupe. Une synthèse bibliographique, concernant les travaux qui ont été menés pour analyser le comportement du système chemise-piston, sera présentée et accompagnée à la fin du chapitre par une écriture des équations relatives à la cinématique et la dynamique du système bielle-manivelle.

Dans le second chapitre, nous allons présenter les différents modes relatifs au mouvement du piston ; pour chacun de ces modes nous exprimerons la position du piston et la hauteur du film lubrifiant. Pour déterminer cette dernière, nous devons faire appel à l'équation de

Reynolds et son adaptation au système chemise-piston étudié. Aussi, une modélisation du mouvement secondaire sera présentée où les équations de mouvement pour chaque mode seront exprimées ainsi que la détermination des grandeurs relatives à ce mouvement.

Des résultats de simulation, suite à une élaboration d'un programme en Fortran, seront exposés dans le troisième chapitre ; ils sont relatifs principalement à la prédiction des hauteurs du film lubrifiant et à une confrontation à des résultats expérimentaux.

Chapitre I

Systeme chemise-piston

I.1. Description et technologie du système chemise-piston	3
I.1.1. Piston	3
I.1.2. Chemise	5
I.2. Frottements au contact chemise-piston	6
I.2.1. Frottement chemise-segment	7
I.2.2. Frottement chemise-jupe	8
I.3. Mouvements du piston	9
I.3.1. Travaux antérieurs	9
I.3.2. Cinématique et dynamique du système bielle-manivelle	14
I.3.2.1. Cinématique du système	14
I.3.2.2. Dynamique du système	16

Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord présenter une description du système chemise-piston ; à savoir, les éléments qui le constituent et leur technologie de conception. Puis, nous évoquerons les frottements qui se manifestent aux contacts chemise-segment et chemise-jupe. Une synthèse bibliographique, concernant les travaux qui ont été menés pour analyser le comportement du système chemise-piston, sera présentée et accompagnée à la fin du chapitre par une écriture des équations relatives à la cinématique et la dynamique du système bielle-manivelle.

I.1. Description et technologie du système chemise-piston :

Le système chemise-piston est constitué principalement de deux éléments qui sont le piston et la chemise. Dans ce qui suit, nous allons décrire séparément chacun de ces éléments ; à savoir : leurs composants, leurs matériaux de fabrication et leurs dimensions.

I.1.1. Piston :

Le piston peut être décomposé en quatre parties principales :

- la tête ou fond qui reçoit les efforts dus aux gaz de combustion ;
- le porte-segments qui, par l'intermédiaire des segments, assure l'étanchéité aux gaz et à l'huile et dissipe une partie des échauffements vers le fluide de refroidissement ;
- le logement de l'axe de piston ou trou d'axe ;
- la jupe, ou partie frottante, dont le rôle est de guider le porte-segments et de dissiper une partie de la chaleur dégagée.

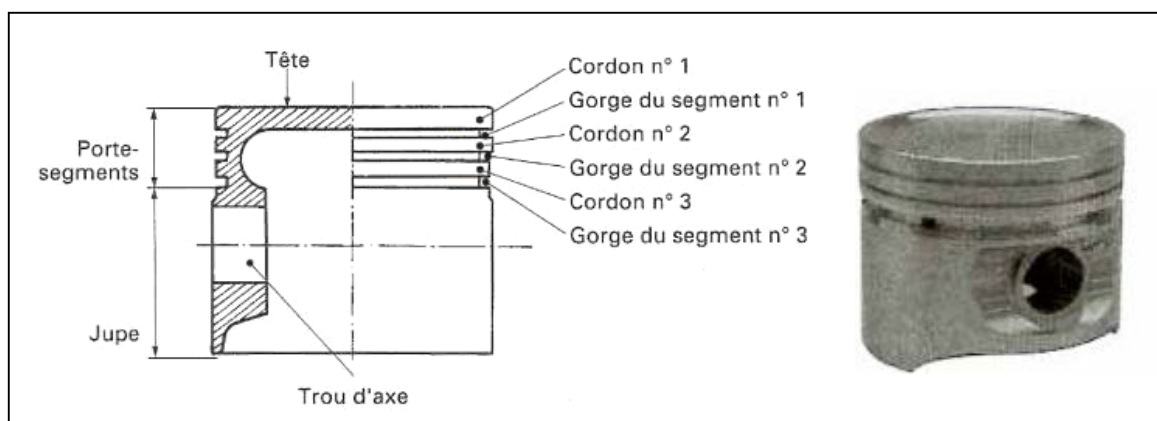


Figure I.1 : Eléments du piston.

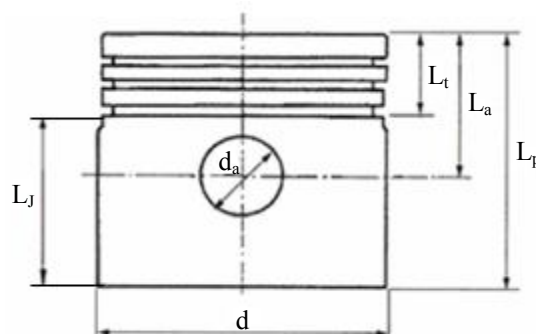
Différents matériaux peuvent être utilisés dans la fabrication des pistons ; le tableau I.1 reporte ces matériaux et leurs principales propriétés mécaniques et thermiques. Il faut noter que la dureté des alliages ferreux ne varie quasiment pas dans la plage de température allant

de 0 à 200 °C, alors que celle des alliages légers diminue de moitié dans le même intervalle. Les pistons en fonte présentent un inconvénient qui est le poids, et ceux en acier ne sont surtout utilisés qu'aux USA. La faible masse volumique et la grande conductivité thermique de l'aluminium en font un matériau privilégié. L'ajout de silicium sur les pistons en aluminium utilisés aujourd'hui permet de réduire le coefficient de dilatation, d'améliorer la conductivité thermique, et d'augmenter la dureté et la résistance à la rupture ; il rend cependant l'usinage très difficile. La température normale de fonctionnement des pistons en alliage léger est de 250 à 350 °C au niveau de la tête et de 150 °C sur la jupe. On peut trouver des dépôts céramiques sur la tête de piston pour améliorer la résistance thermique. Le tableau qui suit reporte les propriétés mécaniques et thermiques des matériaux d'élaboration du piston [1].

	AS 12 UNG	AS 12 UNG renforcé	Fonte GS	Acier austénitique	Acier Cr/Mo
Résistance à la rupture à 350 °C (MPa)	45	100	400	1100	700
Limite de fatigue à 350 °C et 10^7 cycles (MPa)	30	50	200	400	250
Module d'Young à 350 °C (GPa)	55	55	160	190	190
Coefficient de dilatation linéique de 100 °C à 350 °C ($10^{-6} K^{-1}$)	24	20	12	12	13
Conductivité thermique à 100 °C ($Wm^{-1}K^{-1}$)	150	100	35	20	40
Masse volumique (kg/m^3)	2700	2700	7200	7800	7800

Tableau I.1 : Propriétés des matériaux du piston.

L'observation d'un grand nombre de pistons permet de dégager les règles de dimensionnement suivantes [1] :



$d_a \approx 0,26 \text{ à } 0,30 d$	$L_t \approx 0,28 \text{ à } 0,32 d$	$L_a \approx 0,5 d$	$L_p \approx 0,75 \text{ à } 1,10 d$	$L_j > 0,5 d$
--------------------------------------	--------------------------------------	---------------------	--------------------------------------	---------------

Figure I.2 : Dimensionnement du piston.

La forme du piston n'est en outre pas cylindrique à froid afin de garantir un bon appariement

piston/chemise à chaud. Il est en tonneau dans le sens vertical avec une décroissance en tête de l'ordre de 5 dixièmes, et ovale vu de dessus (5 dixièmes d'ovalisation), avec le plus grand diamètre perpendiculaire à l'axe de piston. Le premier cordon doit être le moins haut possible (entre 6 et 10 mm) pour réduire le volume entre ce cordon et la chemise (source d'imbrûlés), mais la hauteur ne peut être trop faible car de hautes températures dans le fond de la première gorge risquent d'entraîner un gommage du segment et d'augmenter l'usure de la chemise. Pour garantir l'adaptabilité, le premier cordon est usiné avec une rugosité très importante.

Le deuxième cordon doit avoir une bonne tenue mécanique car la pression d'appui du premier segment est de l'ordre des pressions de combustion. Il a une hauteur de l'ordre de 3 mm avec des rayons de raccordements en fond de gorge du premier segment pour ne pas créer de concentration excessive de contraintes. Le jeu entre le second cordon et la chemise ne doit pas être trop faible car il est nécessaire d'avoir une bonne différence de pression entre le dessus et le dessous du premier segment. On usine parfois une gorge de détente dans le deuxième cordon pour créer cette différence de pression. Des trous sont généralement usinés en fond du troisième cordon pour assurer le retour de l'huile arrêtée par le troisième segment.

Le premier segment, en partant de la tête de piston, est appelé "coup de feu" ; le second est le segment d'étanchéité, et le troisième est le segment racleur. Les segments sont fréquemment en fonte ou en acier fortement allié ; leurs rôles sont d'assurer l'étanchéité aux gaz et à l'huile de lubrification et d'évacuer la chaleur du piston vers la chemise. Le segment "coup de feu" est soumis à des températures proches de 250 °C. Il est en général revêtu d'une couche de chrome ou de molybdène ; sa hauteur (de 1 à 1,75 mm) tend à diminuer pour réduire son inertie. On rencontre différentes formes de conception du premier segment ; à savoir : rectangulaire, trapézoïdale et AEconoseal. Pour cette dernière conception, le segment est en forme de U à l'intérieur duquel est insérée une lame en acier [1]. Le segment d'étanchéité est généralement de type conique, à bec d'aigle ou à chanfrein de torsion. Le segment racleur peut être à ressort spiroïdal ou à deux rails d'acier ; sa forme globale est rectangulaire, ce qui lui garantit une bonne efficacité pour le raclage de l'huile. Les hauteurs des deuxième et troisième segments sont respectivement de l'ordre de 1,75 et de 3 mm.

I.1.2. Chemise :

La chemise tapisse les cylindres du bloc-moteur ; elle délimite la chambre de combustion et permet le déplacement du piston. Il existe plusieurs types de chemise : intégrée, rapportée ou amovible. La chemise doit se déformer le moins possible pour éviter des consommations d'huile importantes ou même des grippages de piston et avoir un état de surface permettant la

lubrification correcte du piston et des segments sans usure excessive. La figure qui suit reporte les différentes conceptions de chemises.

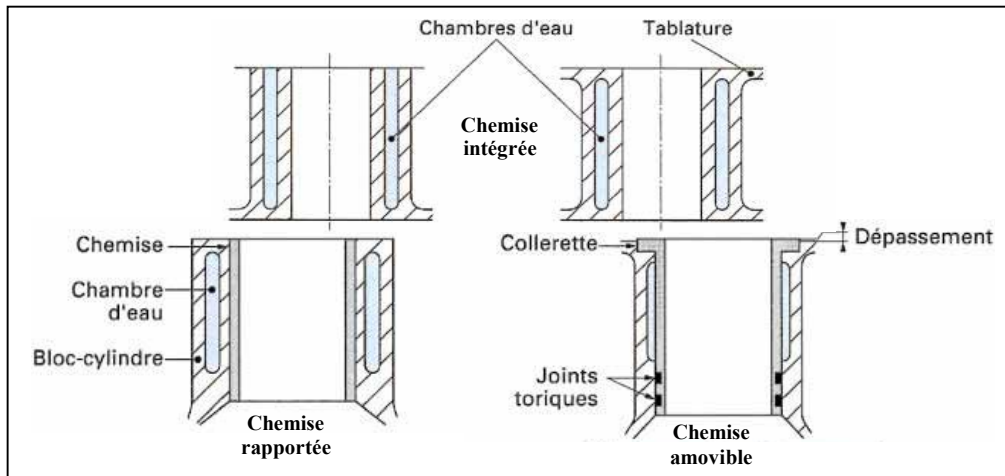


Figure I.3 : Différentes conceptions de chemises.

La chemise intégrée désigne la partie interne du cylindre donc réalisée avec le même matériau que le cylindre. La conception avec ce type de chemise est habituellement réservée à la fonte ; aussi, il existe des carter-cylindres en alliage léger.

La chemise sèche rapportée est rajoutée au cylindre et n'est pas en contact avec l'eau de refroidissement ; on distingue la chemise emmanchée à force qui peut être en fonte (épaisseur de 1,7 à 2 mm ou en tôle roulée d'épaisseur d'environ 1 mm) et celle en fonte insérée à la coulée dans un bloc en aluminium. Cette dernière technique est très utilisée par les Japonais (Honda, Toyota, Daihatsu, ...) et par Volvo (5 et 6 cylindres) ; l'épaisseur des chemises est de 2 à 3 mm.

La chemise humide amovible est en contact avec l'eau de refroidissement dont on distingue les chemises : suspendue, comprimée et celle appuyée au milieu ou en appui intermédiaire.

Pour plus de détails techniques, le lecteur pourrait consulter la référence [1].

I.2. Frottements au contact chemise-piston :

La réduction des frottements au sein de mécanismes tels que des moteurs thermiques constitue encore aujourd'hui un enjeu scientifique et technique. Ce point sensible de la conception demeure crucial dans les technologies de pointe où doivent être associés gain énergétique et fiabilité. En particulier, la conception des moteurs à explosion admet deux voies de développement principales qui sont :

- l'amélioration de la combustion (procédés d'injection du carburant à haute pression dans la chambre de combustion, distribution variable et pilotable électriquement, taux de compression variable, amélioration acoustique du remplissage, ...)

- et la réduction des pertes et notamment des frottements mécaniques.

À noter que les pertes dans un moteur au niveau du contact chemise-piston représente à lui seul 75 % des pertes totales par frottement. Les pertes par frottement provoquent une réduction importante du rendement global. C'est ainsi que nous nous sommes intéressés dans la présente étude à la seconde voie de développement et plus particulièrement au système chemise-piston.

I.2.1. Frottement chemise-segment :

La dissipation d'énergie par frottement au niveau d'un segment résulte de son application sur la chemise avec une pression spécifique (p_{fs}) qui résulte elle-même d'une pression (p_{el}) due à l'élasticité propre du segment et de la pression (p_G) des gaz agissant sur sa face postérieure ; la figure qui suit illustre cette situation.

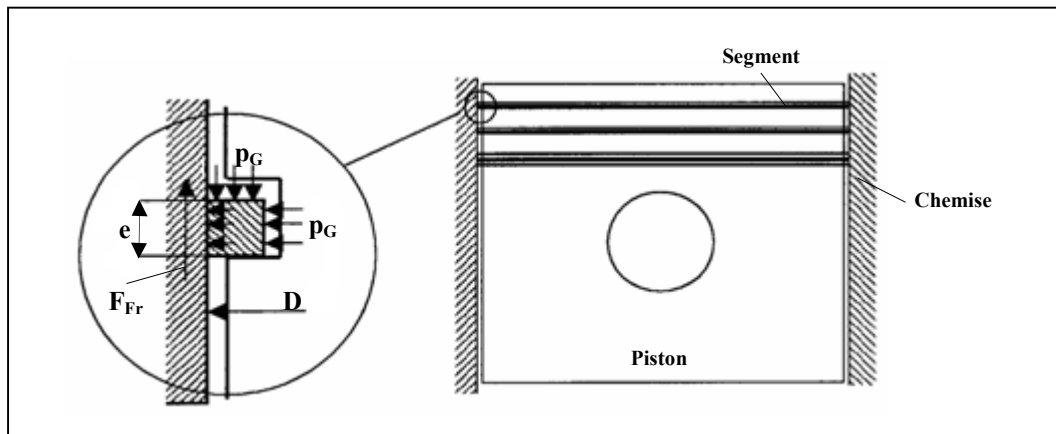


Figure I.4 : Contact chemise-segment.

La force (F_{Fr}) de frottement résultant de l'application du segment sur la chemise par sa pression spécifique sur la surface ($\pi \cdot D \cdot e$) est liée au coefficient de frottement (f_s) qui prévaut au contact segment-chemise comme suit :

$$F_{Fr} = f_s \cdot p_{fs} \cdot \pi \cdot D \cdot e = f_s \cdot (p_G + p_{el}) \cdot \pi \cdot D \cdot e \quad (I-1)$$

Le coefficient de frottement est voisin de 0,20 malgré la présence de lubrifiant à l'interface chemise-segment, ceci est dû aux conditions sévères d'étanchéité que doit assurer le segment et qui impliquent une lubrification réduite au minimum mais suffisante pour maintenir l'usure à un taux acceptable.

Le système chemise-segment fonctionne en régime de lubrification mixte/limite et hydrodynamique selon la position du piston dans la chemise. À noter que, dans certaines conditions limites, ce système fonctionne quasiment à sec puisque l'usure sur la chemise est la plus prononcée au niveau supérieur.

Pour le régime hydrodynamique, ce système peut être assimilé à un palier infiniment long [2] car la hauteur du segment qui représente la largeur du palier est très petite devant la longueur de contact circonférentiel ($\pi.D$). À cet effet, l'équation de Reynolds peut être simplifiée et réduite à l'expression qui suit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 6V_x \frac{\partial h}{\partial x} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (I-2)$$

Si le mouvement secondaire du piston est négligé, cette dernière équation devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 6V_x \frac{\partial h}{\partial x} \quad (I-3)$$

La figure qui suit illustre à titre indicatif la répartition de pression dans le contact chemise-segment en régime hydrodynamique.

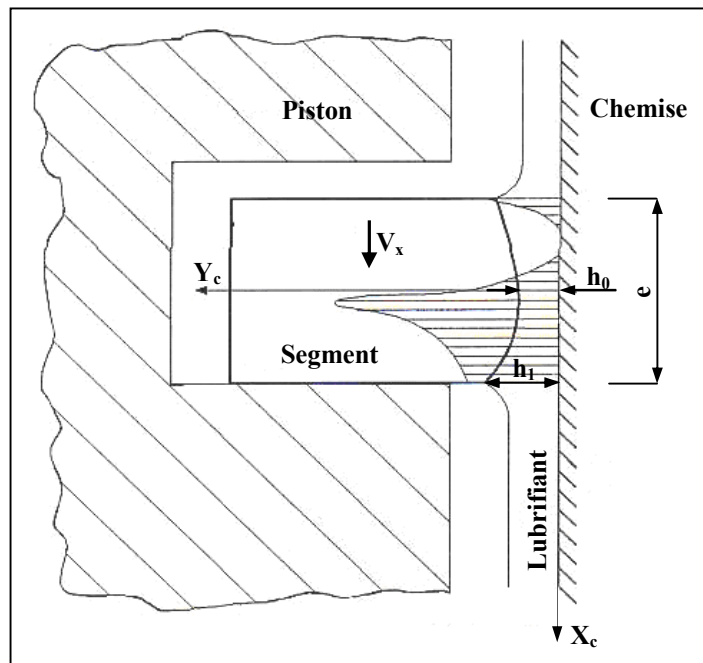


Figure I.5 : Répartition de pression dans le film lubrifiant.

I.2.2. Frottement chemise-jupe :

L'hypothèse de concentricité de l'assemblage chemise-jupe exclut la notion d'une portance hydrodynamique telle que l'établit l'équation de Reynolds mais permet de fournir une approximation raisonnable de la dissipation au sein du film lubrifiant.

L'estimation de l'énergie dissipée par frottement au niveau de la jupe repose sur l'approximation de Petroff du fonctionnement hydrodynamique d'assemblages lubrifiés à géométrie cylindrique [2]. Appliquée à la coulisse cylindrique que constitue la jupe avec la chemise, l'approximation de Petroff permet d'exprimer la contrainte de cisaillement du lubrifiant comme suit :

$$\tau = \frac{2 \cdot \eta \cdot V_x}{j_D} \quad (I-4)$$

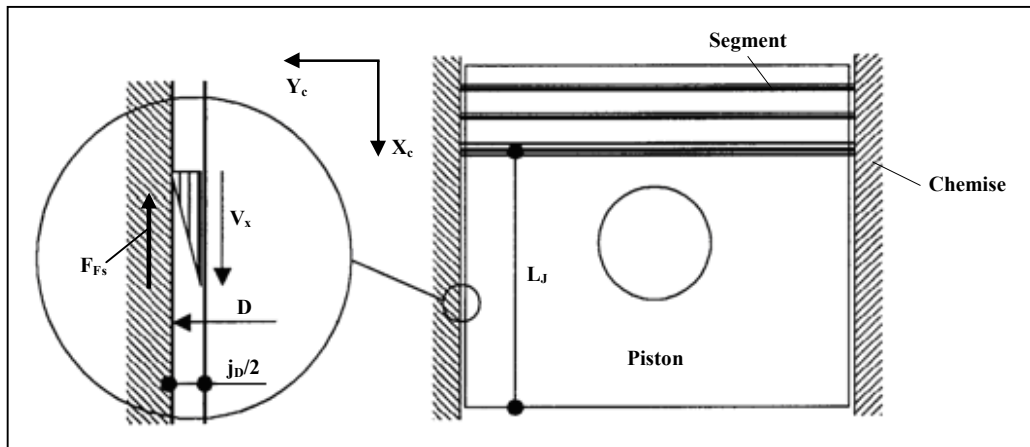


Figure I.6 : Contact chemise-jupe.

L'effort tangentiel de frottement (F_{Fs}) produit par cisaillement sur la surface de contact ($\pi D L_J$) est donnée par :

$$F_{Fs} = \frac{2 \cdot \eta \cdot V_x}{j_D} \pi \cdot D \cdot L_J \quad (I-5)$$

Nous allons décrire dans ce qui suit les mouvements primaire et secondaire du piston.

I.3. Mouvements du piston :

En plus de son propre mouvement alternatif suivant la direction de l'axe de la chemise, le piston mène au cours de son cycle un mouvement appelé mouvement secondaire. Ce dernier se compose d'une translation du piston perpendiculairement à l'axe de la chemise et d'une rotation autour de son axe (axe du piston). Ainsi, il était nécessaire d'établir la théorie du mouvement secondaire et ses facteurs d'influence afin d'analyser le comportement du système chemise-piston.

I.3.1. Travaux antérieurs :

En s'inspirant des études bibliographiques menées dans les références [3] et [4], nous allons dans ce qui suit relater les différents développements relatifs aux mouvements du piston.

C'est au début des années 40 que furent connus les premiers travaux sur la dynamique du piston ; les modèles d'analyse élaborés étaient simplifiés. En 1953, Burell et Butler [5] présentent une étude sur la dynamique du piston pour pouvoir déterminer la position de l'axe du piston qui puisse réduire l'impact du piston contre la paroi de la chemise.

Laws et al. [6] ont étudié le mouvement du piston, comme étant une source de bruit, par une mesure des vibrations ; ces dernières sont causées principalement par la force d'impact et sont analysées dans le but d'atténuer le claquement ou le clappement du piston.

Haddad et Tjan [7] avancent qu'il existe deux types de sources de bruit dans un moteur diesel, un bruit dû à la combustion et un bruit mécaniquement induit. Le premier est le résultat direct du changement rapide des pressions dans les chambres de combustion. Le second se compose des chocs de claquement du piston, du bruit d'engrenages de transmission, des chocs de roulements, du système d'injection de carburant, du train de soupapes, etc. Parmi ces sources, le bruit et la vibration dus au claquement du piston sont la source la plus importante. Quand le choc piston-chemise aura lieu, il se produira une certaine quantité d'énergie cinétique qui sera transmise à la chemise. Cette dernière énergie rayonne sous forme de vibrations et de bruit. À cet effet, Haddad [8] a montré le rapport direct entre un cycle d'énergie cinétique de choc du piston et le niveau du bruit. Lalor et al. [9] ont prouvé que l'énergie cinétique du choc de piston n'est pas le seul paramètre significatif influençant le bruit mécanique. Griffiths et Skorecki [10] ont utilisé la vitesse finale du piston pour calculer l'énergie cinétique due au choc ; ils ont employé cette quantité dans le but de réduire le bruit.

Nakashima et al. [11] ont mené une simulation numérique visant la minimisation de la force d'impact pour réduire le bruit. Ils ont analysé l'effet du désaxage, de changement du jeu radial et de la position du centre de gravité du piston. Ils ont mentionné qu'il est difficile de réduire le bruit d'impact à différentes vitesses du moteur. Dans leur investigation, les auteurs ont déterminé le désaxage et la position du centre de gravité optimaux sous des conditions de pleine charge et grandes vitesses.

Cho et al. [12] ont analysé le mouvement secondaire du piston dans un moteur alternatif à travers le jeu radial entre la chemise et le piston. Dans leur article, les auteurs présentent un modèle analytique qui permet de prédire les forces d'impact et la réponse vibratoire du bloc moteur induite par le claquement du piston et la combustion interne. Le piston, dans son mouvement, est modélisé comme étant un système à trois degrés de liberté. Quand le claquement aura lieu, le point d'impact entre la jupe et la chemise est modélisé comme un système vibratoire à deux degrés de liberté. Les paramètres équivalents tels que la masse, la raideur, la constante d'amortissement du système chemise-piston sont estimés à travers des mesures. Les paramètres sont utilisés pour calculer la force d'impact et estimer le niveau des vibrations. Les résultats de prédiction ont été confrontés à ceux obtenus expérimentalement.

Gerges et al. [13] ont développé un modèle pour déterminer l'évolution de la force d'impact dans le temps. Le modèle tient en compte de l'influence du film lubrifiant sur le

comportement de l'impact ; le film lubrifiant a été considéré comme un facteur important. Cependant, il a été remarqué que la prise en compte des bulles d'air contenus dans le lubrifiant était significative. Trois segments "test" ont été conçus pour étudier ces effets sur le phénomène d'impact. L'évolution de la force d'impact a été déterminée en utilisant la théorie ou l'équation de Reynolds. Les résultats expérimentaux ont montré quand les bulles d'air ne sont pas prises en compte pendant l'impact, la théorie de Reynolds surestime considérablement l'amplitude de l'impact. À travers une analyse dynamique de chaque élément du moteur alternatif à combustion interne, un modèle de huit degrés de liberté a été développé. Le facteur d'amortissement effectif découlant de ce modèle est inversement proportionnel au cube de l'épaisseur du film lubrifiant. En résumé, un modèle dynamique a été proposé où le film lubrifiant, mixé à des bulles d'air, est considéré analogue à un système ayant des ressorts et un amortisseur en série ; l'effet des bulles est incorporé en simulation par un assemblage en série de ressort et d'amortisseur.

Geng et Chen [14] ont développé un modèle non linéaire pour simuler la réponse vibratoire induite par le claquement du piston. Les auteurs ont utilisé une procédure d'intégration numérique pour évaluer raisonnablement la réponse vibratoire et sa corrélation. Orientés par des résultats de simulation, un banc d'essai expérimental a été conçu pour la mesure et le filtrage du signal d'impact pour un moteur Diesel. La confrontation des résultats de simulation et ceux issus de l'expérience ont montré l'efficacité de l'approche pour la prédiction des signaux vibratoires.

Concernant la réduction des frottements mécaniques qui se manifestent au niveau des segments et de la jupe, des modèles furent mis au point. Ces derniers s'appuient principalement sur des analyses expérimentales. En 1943, Forbes et Taylor [15] furent les premiers à développer une méthode pour l'étude du frottement de piston dans un moteur à combustion interne. Aussi, les forces de frottement chemise-piston ont été mesurées dans un moteur en fonctionnement ([16] et [17]). Uras et Paterson [18], en écrivant le bilan des forces appliquées sur le piston, ont pu déterminer les frottements.

L'influence du film lubrifiant dans le système tribologique chemise-piston n'était généralement que très peu appréciée ou évaluée. Les raisons qui étaient souvent avancées pour la négligence des forces hydrodynamiques engendrées dans le film lubrifiant sont la difficulté de la formulation mathématique du problème et les calculs implicites qui y en résultent. Une prise en considération complète des forces hydrodynamiques et leur influence sur le mouvement du piston exige une utilisation de la théorie de la lubrification hydrodynamique, ce qui permet de montrer en particulier l'influence substantielle du film

lubrifiant sur le mouvement secondaire. En outre, l'étude devient plus complexe du fait que non seulement des forces hydrodynamiques qui agissent mais aussi leurs moments correspondants, et que l'alimentation du film lubrifiant ne se fait pas par une orifice ou rainure bien déterminée mais par barbotage. Par ailleurs, le modèle hydrodynamique doit donner la possibilité de prendre en considération d'autres facteurs d'influence comme les forces d'inertie et le frottement.

En 1955, Lewicki [19] fût le premier à mesurer le film lubrifiant entre le piston et la paroi de la chemise. Des modèles qui prennent en considération l'effet de la lubrification sur le mouvement dynamique du piston ont eu lieu au début des années 80. Li et al. [20] ont mené une analyse de la dynamique du piston qui incorpore un modèle de lubrification hydrodynamique de la jupe. La trajectoire du piston et les frottements associés sont calculés comme étant des fonctions de l'angle de rotation du vilebrequin. Leurs résultats montrent que le mouvement du piston et le frottement au niveau de la jupe sont affectés par la position de l'axe du piston. Aussi, il s'est avéré que la dynamique du piston est sensible au jeu chemise-piston et à la viscosité du lubrifiant.

Knoll et Peekin [21] ont développé un modèle hydrodynamique basé sur la résolution de l'équation de Reynolds par la méthode des éléments finis. Dans ce modèle, les forces hydrodynamiques dues au film lubrifiant entre la chemise et la jupe ont été évaluées. Cette étude fournit une base pour l'intégration de l'effet des forces hydrodynamique sur les mouvements primaire et secondaire des pistons.

Jang [22] a analysé les effets du jeu radial du système chemise-piston dus au changement du profil de la jupe sur le mouvement secondaire du piston. Comme la plupart des problèmes tribologiques, les mouvements dus au jeu radial du piston sont très liés à l'impact entre le piston et la chemise. Les paramètres majeurs qui peuvent influencer les performances du système chemise-piston sont le design du piston, le désaxage et l'amplitude du jeu. Dans son étude, l'auteur a performé une compilation des mouvements du piston par un changement des profils de la jupe et du désaxage. Les résultats obtenus montrent que les profils courbés et des désaxages vers le côté de la poussée ont des performances meilleures pour la réduction de l'impact.

Lors d'une analyse hydrodynamique, les surfaces en contact du système chemise-piston sont supposées rigides. En réalité, ces surfaces sont élastiques ; ainsi, les déformations jouent un rôle important dans la dynamique du piston et sa lubrification. À cet effet, Oh et al. [23] ont analysé le problème de la lubrification ElastoHydroDynamique (EHD) de la jupe en utilisant la méthode des éléments finis en 3D. Ils ont conclu que l'analyse EHD et la

considération des déformations thermiques sont les éléments clés pour déterminer la forme dynamique exacte de fonctionnement de la jupe.

Zhu et al. [24, 25] ont développé un modèle mathématique de la jupe en lubrification mixte. Dans leur travail, les auteurs ont pris en compte les effets de profils et de rugosité des surfaces en contact, les déformations élastiques et thermiques de la jupe et de la chemise, et de la lubrification et du frottement. Le modèle développé permet de déterminer la trajectoire du piston, les forces hydrodynamiques et de frottement, et l'épaisseur du film lubrifiant en fonction de l'angle du vilebrequin. Les résultats obtenus montrent que la vitesse, la force de combustion, les propriétés du lubrifiant, la température de fonctionnement, et le jeu radial jouent un rôle important dans la détermination de la dynamique du piston, la lubrification et le frottement du système chemise-piston.

Dursunkaya et al. [26] ont présenté un modèle de lubrification EHD de la jupe des moteurs alternatifs dans le contexte de simulation du mouvement secondaire dynamique du piston. Le problème de dynamique secondaire du piston, de lubrification de la jupe ainsi que le problème de déformation élastique de la jupe ont été résolus simultanément. Les déformations de la jupe sont déterminées en utilisant la méthode des éléments finis. Le modèle développé permet de déterminer le mouvement secondaire du piston et les déformations de la jupe sous différentes conditions de fonctionnement. Les résultats montrent que les déformations radiales maximales peuvent dépasser la limite du jeu radial entre le piston et la chemise et dépend de la charge du moteur. La considération des déformations élastiques de la jupe affecte d'une manière significative les prédictions relatives à la dynamique du piston et du frottement.

Tahar Abbès [3, 27] a développé un code de calcul se basant sur une méthode numérique stable qui permet d'obtenir le mouvement dynamique couplé avec l'effet hydrodynamique et thermomécanique. Le modèle thermomécanique permet de prévoir le jeu nominal radial du moteur en régime stationnaire. L'analyse thermomécanique montre également qu'au cours du fonctionnement du moteur, le piston est influencé en grande partie par l'effet des charges thermiques, l'effet de l'action des charges mécaniques (inertie et pression) étant très réduit. Ainsi seul l'effet thermique est pris en considération pour l'analyse EHD. À l'aide des éléments de réponse apportés par le modèle thermomécanique, le modèle hydrodynamique a été développé. Il montre que le mouvement du piston est influencé par le jeu radial, la forme de la jupe, le désaxage du piston, la vitesse du moteur. L'analyse dynamique du piston montre aussi que la précision du mouvement est liée à l'analyse performante des mouvements hydrodynamiques qui composent le mouvement principal. La complexité du mouvement du piston a été montrée lors de l'analyse du mouvement hydrodynamique de rotation où le piston

est traité comme un système lubrifié 3D. Les excentricités obtenues, sur un cycle moteur, à l'issue de l'exécution du code de calcul, sont conformes au raisonnement introduit dans cette étude et sont validées par les résultats obtenus dans l'étude bibliographique. Ainsi l'analyse thermomécanique combinée avec celle hydrodynamique ont été la clé pour aboutir à la compréhension du comportement dynamique du piston puis le développement du design du piston sur la base de cette analyse.

Balakrishnan et Rahnejat [28] ont développé une méthodologie qui tient en compte de la combinaison de la dynamique du piston et de l'analyse EHD instationnaire. Dans leur travail, ils reportent une analyse isotherme instationnaire des contacts entre la jupe et la chemise. Les résultats de simulation reportent les évolutions de la force hydrodynamique, du déplacement relatif latéral du piston, de son basculement relatif, et des épaisseurs du film lubrifiant aux conditions de poussées maximale et minimale en fonction de l'angle du vilebrequin.

I.3.2. Cinématique et dynamique du système bielle-manivelle :

I.3.2.1. Cinématique du système :

Généralement, l'étude cinématique du système bielle-manivelle considère que les jeux au niveau des trois paliers (vilebrequin, tête de bielle et axe de piston) sont négligeables. La figure qui suit illustre ce système ainsi que les grandeurs géométriques associées pour exprimer les équations relatives à sa cinématique.

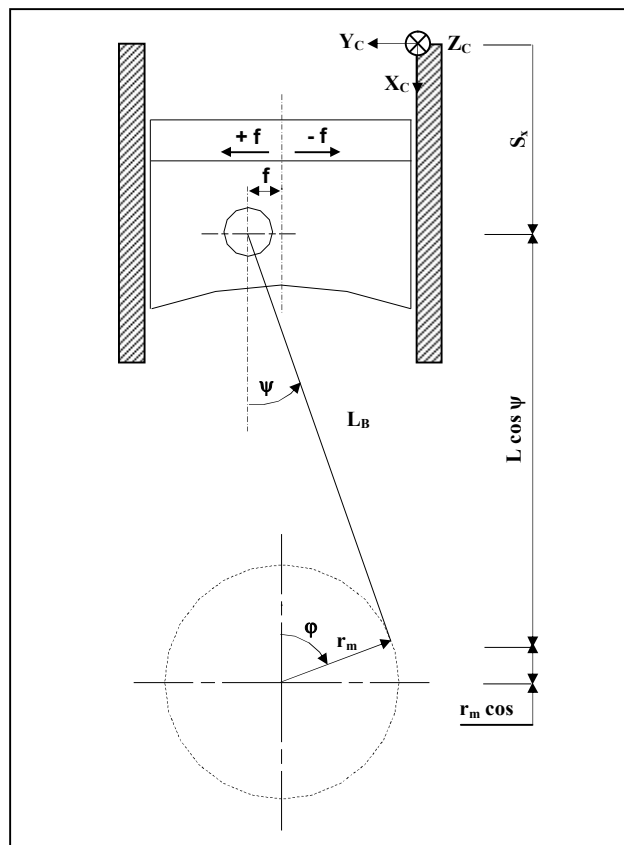


Figure I.7 : Schéma du système bielle-manivelle.

On détermine la position (S_x) du piston dans la direction (X_c) comme une fonction de l'angle de rotation du vilebrequin (φ) ; soit :

$$S_x = r_m \cdot \left(1 + \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - \kappa^2} - \cos \varphi - \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi - 2 \lambda \kappa \sin \varphi - \kappa^2} \right) \quad (\text{I-6})$$

Avec :

$$\lambda = \frac{r_m}{L_B} \quad (\text{I-7})$$

$$\kappa = \frac{f}{L_B} \quad (\text{I-8})$$

On suppose que la position du piston est nulle lorsque l'angle du vilebrequin est nul, c'est à dire lorsque le piston est au Point Mort Haut (PMH). La vitesse et l'accélération du piston se déterminent à partir de la relation (I-6) par une dérivation de (S_x) par rapport au temps. Comme la vitesse de rotation du vilebrequin est prise par hypothèse constante, nous pouvons écrire ce qui suit :

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \text{Cste.} \quad (\text{I-9})$$

$$V_x = \frac{dS_x}{dt} = \frac{dS_x}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \cdot \frac{dS_x}{d\varphi} \quad (\text{I-10})$$

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\omega \cdot \frac{dS_x}{d\varphi} \right) = \omega^2 \cdot \frac{d^2 S_x}{d\varphi^2} \quad (\text{I-11})$$

Pour un développement du premier ordre, on peut écrire : $\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{1}{2}x$ (pour $x \ll 1$) ;

alors, les quantités sous la racine de la formule (I-6) peuvent être simplifiées comme suit :

$$\sqrt{1 - \kappa^2} \approx 1 - \frac{1}{2} \kappa^2 \quad (\text{I-12})$$

Et :

$$\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi - 2 \lambda \kappa \sin \varphi - \kappa^2} = \sqrt{1 - (\lambda \sin \varphi + \kappa)^2} \approx 1 - \frac{1}{2} (\lambda \sin \varphi + \kappa)^2 \quad (\text{I-13})$$

En remplaçant ces deux dernières équations simplifiées dans l'équation (I-6) on trouve :

$$\frac{S_x}{r_m} = 1 - \cos \varphi + \frac{1}{2} \lambda \sin^2(\varphi) + \kappa \sin \varphi \quad (\text{I-14})$$

$$\frac{V_x}{r_m \cdot \omega} = \sin \varphi + \frac{1}{2} \lambda \sin(2\varphi) + \kappa \cos \varphi \quad (\text{I-15})$$

$$\frac{a_x}{r_m \cdot \omega^2} = \cos \varphi + \lambda \cos(2\varphi) - \kappa \sin \varphi \quad (\text{I-16})$$

I.3.2.2. Dynamique du système :

Pour les éléments en mouvement du système bielle-manivelle, il ne s'agit pas d'un seul corps mais d'un ensemble d'éléments ou corps liés entre eux (piston, axe de piston, segments et bielle) et en mouvement relatif les uns par rapport aux autres. Ainsi, la formulation et la résolution de l'équation complète de mouvement, même sous l'hypothèse de corps rigides, se présente comme un problème complexe car les équations de mouvement doivent être établies et résolues pour chacun des éléments du système tout en prenant en considération les forces aux points de contact qui à leur tour dépendent des mouvements relatifs.

Pour simplifier le problème d'une façon acceptable, on utilise les hypothèses suivantes :

- le segment mène le même mouvement primaire que le piston, mais ne participe pas au mouvement secondaire ;
- l'axe de piston mène les mêmes mouvements primaire et secondaire que le piston, il n'y a pas donc de mouvement relatif entre l'axe de piston et le piston ;
- le pied de bielle mène les mêmes mouvements primaire et secondaire que le piston, il n'y a pas donc de mouvement relatif entre l'axe de piston et le pied de bielle.

Afin d'établir les équilibres dynamiques, il est nécessaire de définir les différents centres de gravité. Les schémas de la figure qui suit montrent les coordonnées des différents centres de gravité.

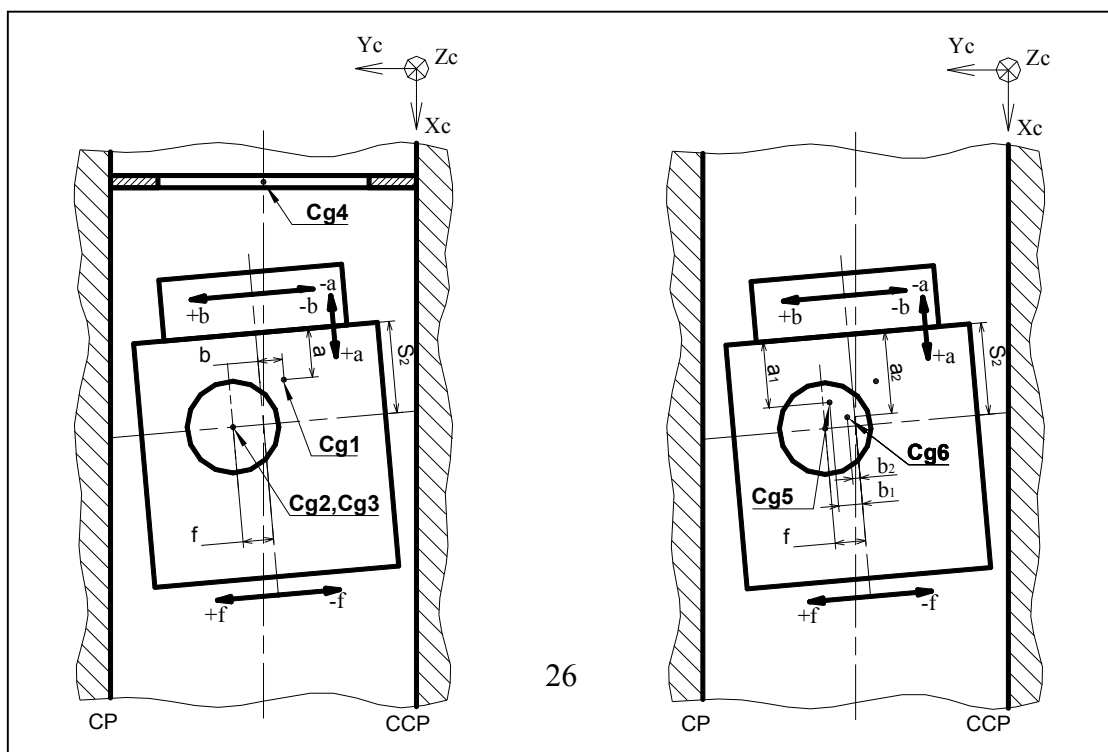


Figure I.8 : Coordonnées des centres de gravité.

- Cg_1 : centre de gravité du piston, de coordonnées a et b ;
- Cg_2 : centre de gravité du pied de la bielle, de coordonnées s_2 et f ;
- Cg_3 : centre de gravité de l'axe du piston, de coordonnées s_2 et f ;
- Cg_4 : centre de gravité du segment ;
- Cg_5 : centre de gravité du système comprenant le piston, l'axe de piston et le pied de bielle, de coordonnées a_1 et b_1 ;
- Cg_6 : centre de gravité du système comprenant le piston et l'axe de piston, de coordonnées a_2 et b_2 .

Les forces et les moments qui doivent être pris en considération pour établir les équations de mouvement, sont les suivants :

- La force de bielle (F_B) : elle agit dans la direction de l'axe de la bielle ; son point d'application se trouve dans l'axe de l'axe de piston.

- La force des gaz (F_G) : on peut supposer qu'elle agit dans l'axe de symétrie du piston.

- La force du segment de piston (F_S) : on suppose que cette dernière agit sur le piston dans la direction de son axe de symétrie de sorte que le bras de levier qui en résulte du déplacement latéral et de l'inclinaison soit négligé.

- La force (F_{Nres}) : c'est la force qu'exerce la chemise sur la jupe du piston à la suite du contact des corps solides et agit exclusivement dans la direction de l'axe (Y_c) ; lorsque le centre de gravité Cg_5 ou Cg_6 sont retenus comme points d'application de la force, il devient nécessaire d'introduire un moment correspondant.

- Le moment (M_{Nres}) : ce moment sera formé soit autour d'un axe passant par Cg_5 ($M_{Nres} [Cg_5]$) soit autour d'un axe passant par Cg_6 ($M_{Nres} [Cg_6]$) selon que la force (F_{res}) s'applique au point Cg_5 ou au point Cg_6 .

- La force (F_{ges}) : cette force englobe l'ensemble des forces portantes dues aux pressions hydrodynamiques et l'ensemble des forces de frottement qui s'exercent sur le piston. Sa direction ne peut être alors spécifiée ; d'où, sa décomposition en deux composantes (F_{gesx} et F_{gesy}). Si on choisit comme son point d'application, le centre de gravité Cg_5 ou le centre de gravité Cg_6 , il sera nécessaire d'introduire un moment correspondant M_{ges} .

- Le moment (M_{ges}) : ce moment se forme soit autour d'un axe passant par le point Cg_5 ($M_{ges} [Cg_5]$) soit autour d'un axe passant par le point Cg_6 ($M_{ges} [Cg_6]$) selon que (F_{ges}) s'applique au point Cg_5 ou au point Cg_6 .

- La force (F_{Fr}) : elle tient compte du frottement entre le segment et la chemise, et elle s'exerce donc sur le centre de gravité Cg_4 dans la direction de l'axe du cylindre.

Les schémas de la figure qui suit montrent les forces et les moments appliqués sur le système : piston, segment, axe de piston et pied de bielle.

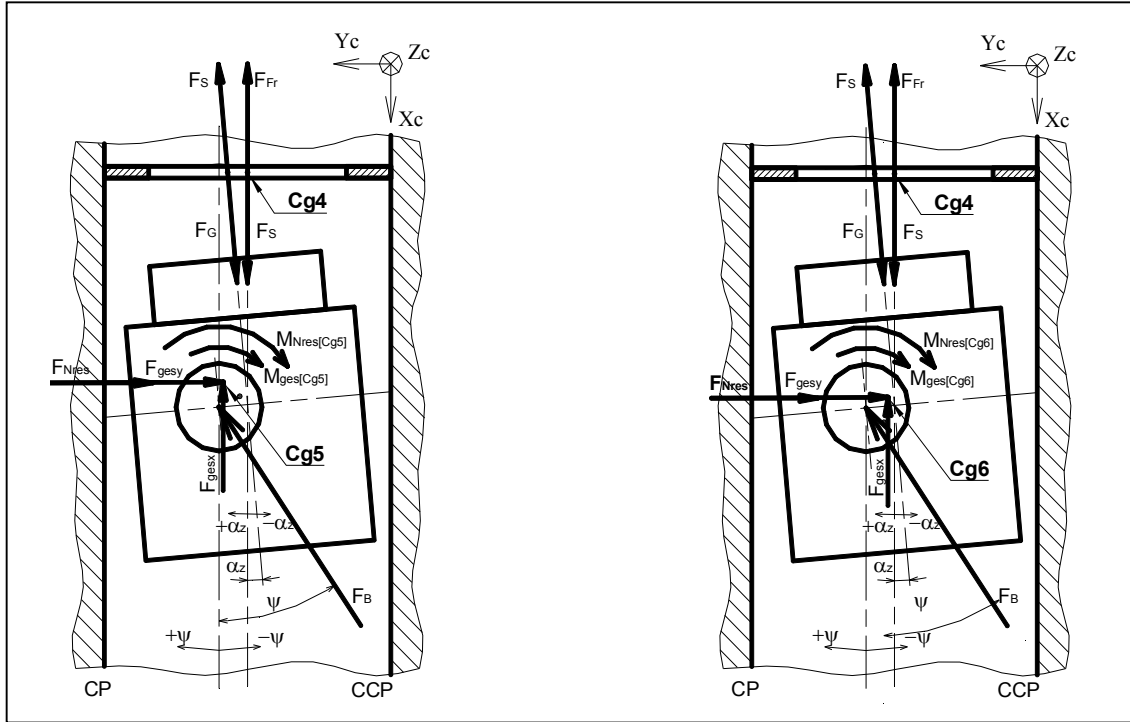


Figure I.9 : Forces et moments exercés sur le piston.

Après avoir défini les différentes forces et moments qui agissent sur le système : piston, axe de piston et pied de bielle, nous allons établir les différents équilibres dynamiques.

- L'équilibre dynamique des forces suivant l'axe (X_c) peut être exprimé par :

$$F_G \cdot \cos \alpha_z - F_B \cdot \cos \psi - F_{gesx} - F_S \cdot \cos \alpha_z = (m_p + m_A + m_{pb}) \cdot a_{x_{Cg5}} \quad (I-17)$$

- La force (F_S) s'obtient de la relation qui suit en considérant que le segment est isolé :

$$F_S - F_{Fr} = m_s \cdot a_{xS} \quad (I-18)$$

- L'équilibre dynamique des forces suivant l'axe (Y_c) est donné par :

$$F_G \cdot \sin \alpha_z - F_B \cdot \sin \psi - F_{gesy} - F_S \cdot \sin \alpha_z - F_{Nres} = (m_p + m_A + m_{pb}) \cdot a_{y_{Cg5}} \quad (I-19)$$

- L'équilibre dynamique des moments autour de l'axe passant par Cg_6 permet d'écrire :

$$F_G \cdot b_2 + F_B \cdot \cos(\psi - \alpha_z) \cdot (f - b_2) - F_B \cdot \sin(\psi - \alpha_z) \cdot (s_2 - a_2) + M_{ges} [Cg_6] + M_{Nres} [Cg_6] - F_S \cdot b_2 = (J_p [Cg_6] + J_A [Cg_6]) \cdot \dot{\omega}_{z_{Cg6}} \quad (I-20)$$

Notons que le mouvement total du système composé du piston, de l'axe de piston et du pied de la bielle est décrit par :

- une translation suivant l'axe (X_c) à la vitesse linéaire ($V_{x_{Cg5}}$),
- une translation suivant l'axe (Y_c) à la vitesse linéaire ($V_{y_{Cg5}}$),
- et une rotation autour de l'axe (Z_c) à la vitesse angulaire ($\omega_{z_{Cg6}}$).

Ces grandeurs cinématiques sont reliées à celles correspondantes à l'axe du piston par les expressions suivantes :

$$V_x = V_{x_{Cg5}} - \omega_z \cdot (f - b_1) \cdot \cos \alpha_z - \omega_z \cdot (s_2 - a_1) \cdot \sin \alpha_z \quad (I-21)$$

$$V_y = V_{y_{Cg5}} - \omega_z \cdot (f - b_1) \cdot \sin \alpha_z + \omega_z \cdot (s_2 - a_1) \cdot \cos \alpha_z \quad (I-22)$$

$$\omega_z = \omega_{z_{Cg6}} \quad (I-23)$$

La figure qui suit illustre les composantes des vitesses aux centres de gravité C_{g3} et C_{g5} .

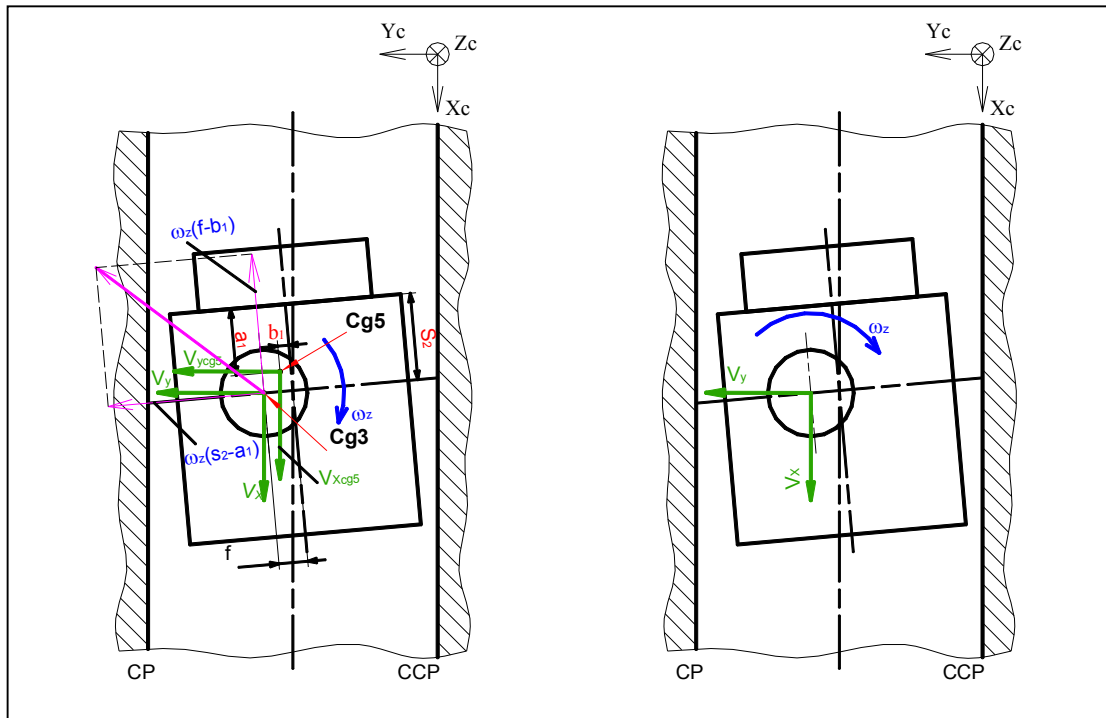


Figure I.10 : Vitesses associées au mouvement du piston.

Les équations (I-21), (I-22) et (I-23) peuvent être dérivées par rapport au temps pour obtenir les accélérations $a_{x_{Cg5}}$, $a_{y_{Cg5}}$ et $\dot{\omega}_{z_{Cg6}}$.

Chapitre II

Mouvement secondaire du piston

II.1. Modes de mouvement du piston et hauteurs du film lubrifiant	20
II.2. Lubrification hydrodynamique	24
II.2.1. Equations de Reynolds	24
II.2.2. Forme adimensionnelle de l'équation de Reynolds	29
II.2.3. Forces et moments hydrodynamiques adimensionnels	30
II.3. Modélisation du mouvement secondaire du piston	30
II.3.1. Equations du mouvement pour chaque mode	31
II.3.2. Détermination des grandeurs relatives au mouvement secondaire	37

Dans ce chapitre, nous allons présenter les différents modes relatifs au mouvement du piston ; pour chacun de ces modes, nous exprimerons la position du piston et la hauteur du film lubrifiant. Pour déterminer cette dernière, nous devons faire appel à l'équation de Reynolds et son adaptation au système chemise-piston. Aussi, la modélisation du mouvement secondaire sera présentée où les équations de mouvement pour chaque mode seront exprimées ainsi que la détermination des grandeurs relatives à ce mouvement.

II.1. Modes de mouvement du piston et hauteurs du film lubrifiant :

Durant le déplacement du piston dans la chemise, on peut distinguer neuf modes de mouvement possibles qui résument les configurations du contact chemise-piston [7] :

- Mode I : Pas de contact entre le piston et la chemise,
- Mode II : Contact entre le bord supérieur du piston et la chemise du côté de la poussée,
- Mode III : Contact entre le bord supérieur du piston et la chemise du côté de la contre-poussée,
- Mode IV : Contact entre le bord inférieur du piston et la chemise du côté de la poussée,
- Mode V : Contact entre le bord inférieur du piston et la chemise du côté de la contre-poussée,
- Mode VI : Cas II et V en même temps,
- Mode VII : Cas III et IV en même temps,
- Mode VIII : Cas II et IV en même temps,
- Mode IX : Cas III et V en même temps.

Les schémas de la figure qui suit illustre les cinq premiers modes de mouvement d'un piston.

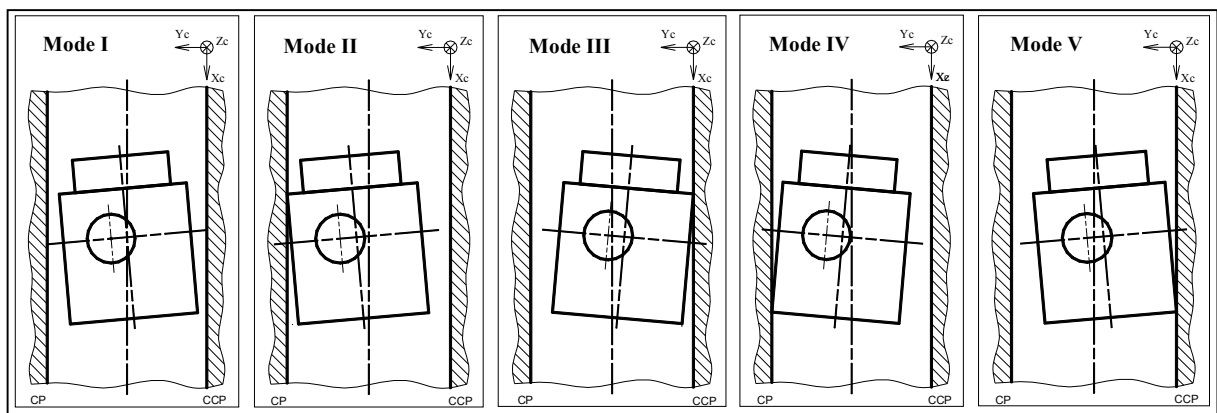


Figure II.1 : Modes de mouvement du piston.

À noter que pour les modes VI, VII, VIII et IX où a lieu un contact entre le piston et la

chemise sur les bords supérieur et inférieur de la jupe en même temps ne seront pas pris en considération dans la présente étude car pratiquement ces derniers n'auront pas lieu [4].

La position relative du piston par rapport à la chemise est décrite par un système de coordonnées cartésiennes fixé à la chemise (système X_c, Y_c, Z_c). Dans ce système de coordonnées, les courses, les vitesses, les accélérations, et les forces sont considérées comme positives dans le sens positif des directions des axes. Les angles, les vitesses angulaires, les accélérations angulaires et les moments ont des signes positifs dans le sens positif de rotation (rotation à droite). La position relative du piston est décrite, dans le plan d'oscillation de la bielle, par les courses S_x et S_y , et l'angle de basculement α_z . La figure qui suit illustre ces courses et l'angle de basculement, la répartition du film dans l'entrefer de lubrification du système chemise-piston, et les grandeurs dimensionnelles relatives au piston.

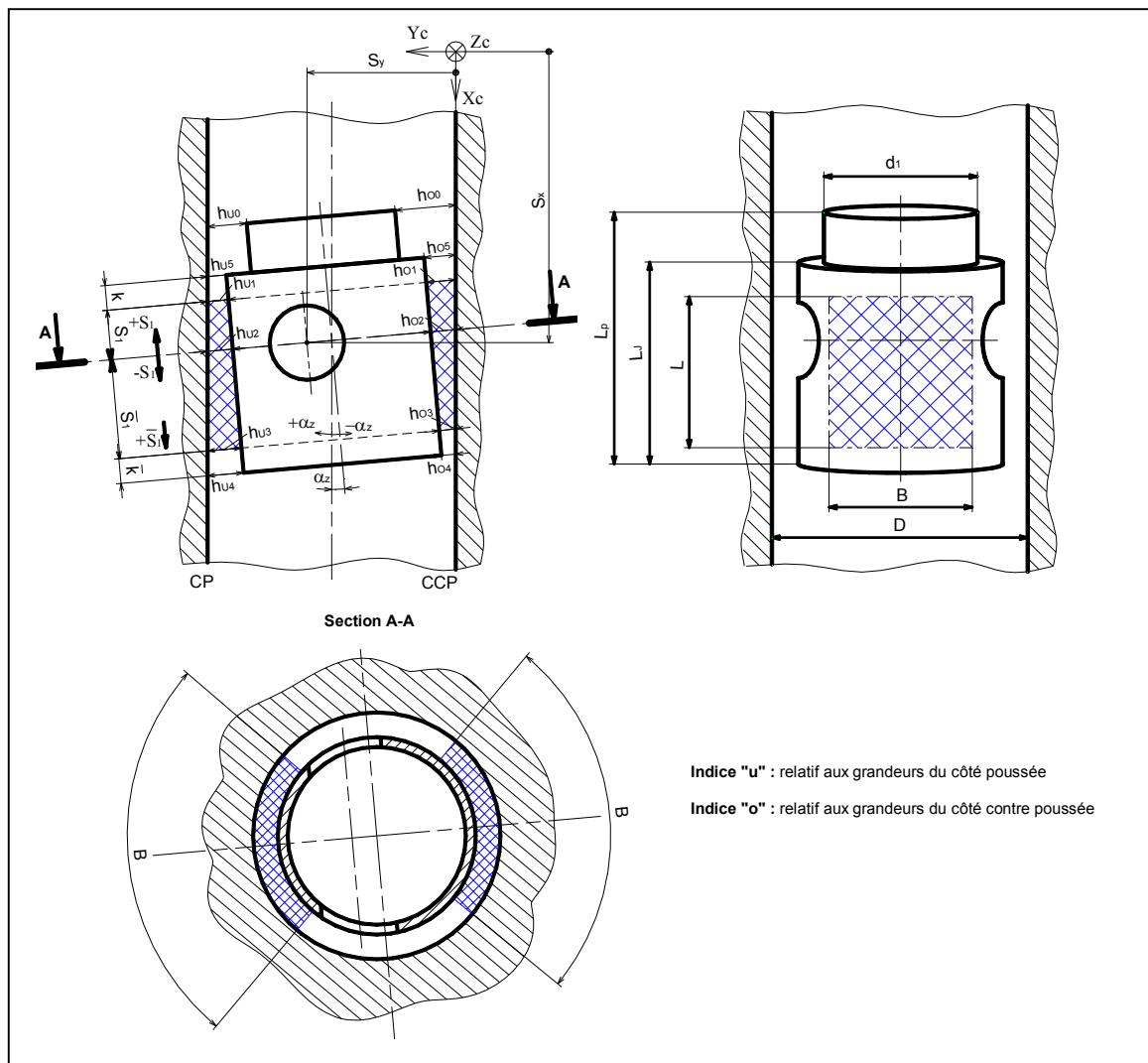


Figure II.2 : Position du piston et répartition du film lubrifiant.

En plus des coordonnées de la position (S_y et α_z), on doit aussi déterminer les distances du piston à la chemise en certains points judicieux et ce aussi bien du côté poussée et du côté contre poussée ; ceci revient à calculer les hauteurs du film lubrifiant (voir figure II.2) :

- (h_{o1} et h_{u1}) au côté ou bord supérieur de la jupe, et (h_{o3} et h_{u3}) au bord inférieur pour la détermination des pressions hydrodynamiques portantes générées dans le film lubrifiant ;

- (h_{o5} et h_{u5}) au bord supérieur de la jupe, et (h_{o4} et h_{u4}) au bord inférieur pour la détermination du mode de mouvement du piston.

On suppose que la variation de la hauteur du film d'huile ne se fait que dans la direction de la longueur de la chemise ; ceci doit avoir lieu différemment entre la partie supérieure et la partie inférieure du film de façon que s_1 et \bar{s}_1 seront représentées indépendamment l'une de l'autre comme des fonctions de l'angle de rotation du vilebrequin exprimées par :

$$s_1 = s_1(\varphi) \quad (\text{II-1})$$

$$\bar{s}_1 = \bar{s}_1(\varphi) \quad (\text{II-2})$$

La longueur du film lubrifiant se détermine par :

$$L = s_1 + \bar{s}_1 \quad (\text{II-3})$$

Les distances k et \bar{k} qui caractérisent l'étalement du film lubrifiant sur la longueur de la jupe se calculent par :

$$k = s_2 - s_1 \quad (\text{II-4})$$

$$\bar{k} = L_j - s_2 - \bar{s}_1 \quad (\text{II-5})$$

La largeur du film lubrifiant est exprimée par :

$$B = \frac{BF}{100} \cdot \pi \cdot \frac{d}{2} \quad (\text{II-6})$$

Où "BF" est un facteur de largeur qui donne en pourcentage la valeur de B par rapport à la moitié du périmètre de la jupe du piston. Ceci traduit que la largeur du film lubrifiant est prise constante.

Nous allons présenter dans ce qui suit les expressions nécessaires au calcul des différentes hauteurs du film lubrifiant pour chaque modes [4].

Mode I :

Le mode I est défini de manière que toutes les hauteurs sont différentes de zéro et qu'elles sont exprimées comme des fonctions de S_y et α_z .

$$h_{o2} = \frac{S_y}{\cos \alpha_z} - \frac{d}{2} - f \quad (\text{II-7})$$

$$h_{u2} = \frac{D}{\cos \alpha_z} - d - h_{o2} \quad (\text{II-8})$$

$$h_{o0} = h_{o2} + \frac{d}{2} - \frac{d_1}{2} - (L_p - L_j + s_2) \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{II-9})$$

$$h_{u0} = h_{u2} + \frac{d}{2} - \frac{d_1}{2} + (L_p - L_j + s_2) \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{II-10})$$

$$h_{o5} = h_{o2} - s_2 \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{II-11})$$

$$h_{u5} = h_{u2} + s_2 \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{II-12})$$

$$h_{o1} = h_{o2} - s_1 \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{II-13})$$

$$h_{u1} = h_{u2} + s_1 \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{II-14})$$

$$h_{o3} = h_{o2} + (L - s_1) \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{II-15})$$

$$h_{u3} = h_{u2} - (L - s_1) \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{II-16})$$

$$h_{o4} = h_{o2} + (L_j - s_2) \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{II-17})$$

$$h_{u4} = h_{u2} - (L_j - s_2) \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{II-18})$$

Les modes de mouvement II à V qui suivent sont définis de manière qu'une des hauteurs est égale à zéro ; les autres hauteurs sont définies par les expressions relatives au mode I.

Mode II :

$$h_{u5} = 0 \quad (\text{II-19})$$

$$S_y = D + s_2 \cdot \sin \alpha_z + \left(f - \frac{d}{2} \right) \cdot \cos \alpha_z \quad (\text{II-20})$$

$$h_{o2} = \frac{D}{\cos \alpha_z} - d + s_2 \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{II-21})$$

$$h_{u2} = -s_2 \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{II-22})$$

Mode III :

$$h_{o5} = 0 \quad (\text{II-23})$$

$$S_y = s_2 \cdot \sin \alpha_z + \left(f + \frac{d}{2} \right) \cdot \cos \alpha_z \quad (\text{II-24})$$

$$h_{o2} = s_2 \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{II-25})$$

$$h_{u2} = \frac{D}{\cos \alpha_z} - d - h_{o2} \quad (\text{II-26})$$

Mode IV :

$$h_{u4} = 0 \quad (\text{II-27})$$

$$S_y = D - (L_J - s_2) \cdot \sin \alpha_z + \left(f - \frac{d}{2} \right) \cdot \cos \alpha_z \quad (\text{II-28})$$

$$h_{o2} = \frac{D}{\cos \alpha_z} - d - (L_J - s_2) \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{II-29})$$

$$h_{u2} = (L_J - s_2) \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{II-30})$$

Mode V :

$$h_{o4} = 0 \quad (\text{II-31})$$

$$S_y = (s_2 - L_J) \cdot \sin \alpha_z + \left(f + \frac{d}{2} \right) \cdot \cos \alpha_z \quad (\text{II-32})$$

$$h_{o2} = (s_2 - L_J) \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{II-33})$$

$$h_{u2} = \frac{D}{\cos \alpha_z} - d - h_{o2} \quad (\text{II-34})$$

Nous allons présenter maintenant les notions relatives à la lubrification hydrodynamique pour pouvoir déterminer les forces et les moments hydrodynamiques dans le film lubrifiant.

II.2. Lubrification hydrodynamique :

II.2.1. Equation de Reynolds :

Les équations générales de la lubrification hydrodynamique par un fluide newtonien prennent différentes formes selon les hypothèses effectuées. Généralement, on exprime une forme simplifiée de ces équations, appelée équation de Reynolds [4, 29, 30]. Cette dernière est déduite principalement des équations de la mécanique des milieux continus appliquées à un fluide newtonien et qui peuvent s'écrire sous la forme suivante :

- la loi de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (\text{II-35})$$

- la loi fondamentale de la dynamique :

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \rho f_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{II-36})$$

- la loi de comportement rhéologique qui, pour un fluide newtonien, peut être écrite :

$$\tau_{ij} = (-p + \beta \cdot \dot{\gamma}_{kk}) \delta_{ij} + 2 \cdot \eta \cdot \dot{\gamma}_{ij} \quad (\text{II-37})$$

La combinaison des équations (II-36) et (II-37) nous fournit les équations de Navier-Stokes.

Pour une viscosité et une masse volumique constantes, ces équations s'écrivent comme suit :

$$\frac{Du}{Dt} = f_x - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II-38})$$

$$\frac{Dv}{Dt} = f_y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\eta}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II-39})$$

$$\frac{Dw}{Dt} = f_z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\eta}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II-40})$$

Ces trois dernières équations peuvent être simplifiées en faisant les suppositions suivantes :

- Les forces d'inertie sont négligeables :

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{Dv}{Dt} = \frac{Dw}{Dt} = 0$$

- Les forces volumiques sont négligeables :

$$f_x = f_y = f_z = 0$$

- La variation de la pression suivant la direction de la hauteur du film est prise nulle :

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

- Seulement les variations des vitesses selon la hauteur du film lubrifiant seront retenues.

Les équations (II-38), (II-39) et (II-40) se simplifient comme suit :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \quad (\text{II-41})$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (\text{II-42})$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \quad (\text{II-43})$$

En supposant que $\partial p / \partial x$ et $\partial p / \partial z$ ne sont pas des fonctions de y , on peut intégrer ces dernières équations ; soient :

$$u = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \cdot y^2 + c_1 \cdot y + c_2 \quad (\text{II-44})$$

$$v = c_3 \cdot y + c_4 \quad (\text{II-45})$$

$$w = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \cdot y^2 + c_5 \cdot y + c_6 \quad (\text{II-46})$$

Les constantes d'intégration se déterminent à partir des conditions aux limites qui suivent :

$$u(y=0) = u_1(x, z) \quad u(y=h) = u_2(x, z) \quad (\text{II-47})$$

$$v(y=0) = v_1(x, z) \quad v(y=h) = v_2(x, z) \quad (\text{II-48})$$

$$w(y=0) = w_1(x, z) \quad w(y=h) = w_2(x, z) \quad (\text{II-49})$$

La figure qui suit illustre les vitesses associées aux surfaces lubrifiées limites. À noter que ces dernières sont représentées dans le système de coordonnées considéré comme des surfaces planes.

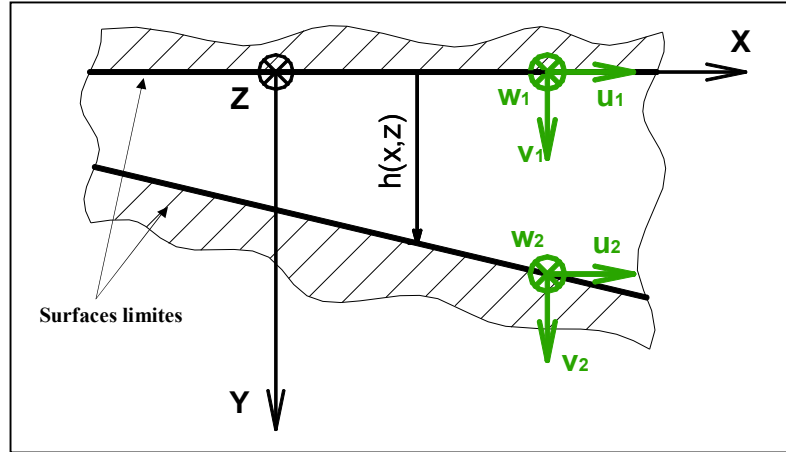


Figure II.3 : Vitesses aux surfaces limites du film lubrifiant.

Après avoir exprimé les constantes d'intégration, les vitesses sont données comme suit :

$$u = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \cdot (y^2 - h(x, z) \cdot y) + \frac{u_2 - u_1}{h(x, z)} \cdot y + u_1 \quad (\text{II-50})$$

$$v = \frac{v_2 - v_1}{h(x, z)} \cdot y + v_1 \quad (\text{II-51})$$

$$w = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \cdot (y^2 - h(x, z) \cdot y) + \frac{w_2 - w_1}{h(x, z)} \cdot y + w_1 \quad (\text{II-52})$$

Où $h(x, z)$ est la hauteur du film lubrifiant.

Les vitesses décrites par ces trois dernières équations seront introduites dans l'équation de la continuité (II-35) puis intégrées de 0 à h suivant y comme suit :

$$\int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dy + \int_0^h \frac{\partial v}{\partial y} \cdot dy + \int_0^h \frac{\partial w}{\partial z} \cdot dy = 0 \quad (\text{II-53})$$

De cette dernière équation, nous pouvons alors obtenir l'équation de Reynolds exprimée par :

$$\frac{1}{12\eta} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \right) \right) = \frac{1}{2} \cdot h \cdot \left(\frac{\partial (u_2 + u_1)}{\partial x} + \frac{\partial (w_1 + w_2)}{\partial z} \right) - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial x} \cdot (u_2 - u_1) + \frac{\partial h}{\partial z} \cdot (w_2 - w_1) \right) + (v_2 + v_1) \quad (\text{II-54})$$

La résolution de cette équation nécessite avant tout la connaissance des conditions aux limites sur les vitesses et la pression ; de plus, on doit établir la fonction de la hauteur du film lubrifiant $h = h(x, z)$.

En vue de l'application de l'équation de Reynolds au contact chemise-piston, la trajectoire décrite par le piston dans son mouvement secondaire peut être assimilée à celle due au mouvement d'un palier à patin. À cet effet, on considère l'existence d'un coin d'huile plan (voir figure II.4) où la hauteur du film lubrifiant peut être exprimée par la relation suivante :

$$h = -\frac{h_1 - h_3}{L} \cdot x + h_1 \quad (\text{II-55})$$

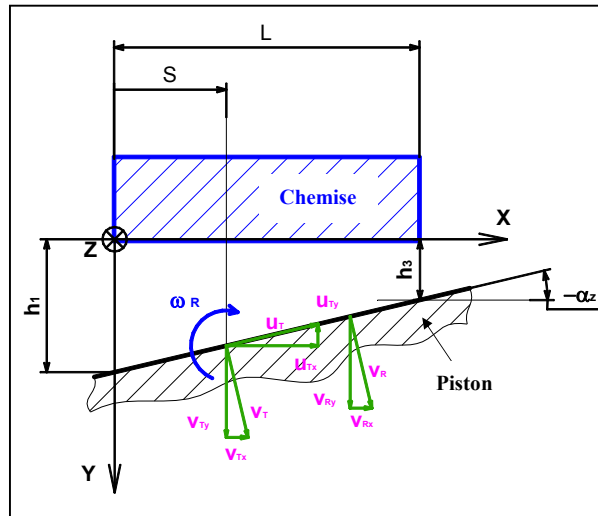


Figure II.4 : Vitesses et hauteurs du film lubrifiant.

Le mouvement relatif du piston par rapport à la chemise est décrit par la translation u_T , la translation v_T et la rotation ω_R . Les composantes résultantes de u_T , v_T et ω_R seront déterminées comme suit :

$$u_{Tx} = u_T \cdot \cos \alpha_z \approx u_T \quad (\text{II-56})$$

$$u_{Ty} = -u_T \cdot \sin \alpha_z \approx -u_T \cdot \tan \alpha_z = -u_T \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{II-57})$$

$$v_{Tx} = -v_T \cdot \sin \alpha_z \approx -v_T \cdot \tan \alpha_z = -v_T \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{II-58})$$

$$v_{Ty} = v_T \cdot \cos \alpha_z \approx v_T \quad (\text{II-59})$$

$$v_{Rx} = -v_R \cdot \sin \alpha_z \approx -\omega_R \cdot (x-s) \cdot \frac{\sin \alpha_z}{\cos \alpha_z} = -\omega_R \cdot (x-s) \cdot \tan \alpha_z = -\omega_R \cdot (x-s) \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{II-60})$$

$$v_{Ry} = v_R \cdot \cos \alpha_z \approx \omega_R \cdot (x-s) \quad (\text{II-61})$$

Les composantes de vitesses relatives aux parois lubrifiées sont :

$$u_1 = 0 \quad , \quad v_1 = 0 \quad , \quad w_1 = 0 \quad (II-62)$$

$$u_2 = u_{Tx} + v_{Tx} + v_{Rx} = u_T - v_T \cdot \frac{\partial h}{\partial x} - \omega_R \cdot (x-s) \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \quad (II-63)$$

$$v_2 = -u_{Ty} + v_{Ty} + v_{Ry} = u_T \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + v_T + \omega_R \cdot (x-s) \quad (II-64)$$

$$w_2 = 0 \quad (II-65)$$

En remplaçant les équations (II-62) à (II-65) dans l'équation (II-54), on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{12\eta} \cdot \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \cdot h^3 \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \cdot h^3 \right) \right] &= \frac{1}{2} \cdot h \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(u_T - \frac{\partial h}{\partial x} \cdot (v_T + \omega_R \cdot (x-s)) \right) \\ &- \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \left(u_T - \frac{\partial h}{\partial x} \cdot (v_T + \omega_R \cdot (x-s)) \right) + \left(u_T \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + v_T + \omega_R \cdot (x-s) \right) \end{aligned} \quad (II-66)$$

Comme la dérivée partielle $(\partial h/\partial x)$ est constante, cette dernière équation devient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{12\eta} \cdot \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \cdot h^3 \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \cdot h^3 \right) \right] &= -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \cdot \omega_R \cdot (1-s) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \cdot u_T + \\ &+ \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \cdot (v_T + \omega_R \cdot (x-s)) + u_T \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + v_T + \omega_R \cdot (x-s) \end{aligned} \quad (II-67)$$

En posant les termes : $-\frac{1}{2} \cdot h \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \cdot \omega_R \cdot (1-s) \approx 0$ et $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \cdot (v_T + \omega_R \cdot (x-s)) \approx 0$, on aura :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\eta} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\eta} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 \cdot u_T \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + 12 \cdot v_T + 12 \cdot \omega_R \cdot (x-s) \quad (II-68)$$

Cette équation peut être décomposée en trois équations qui seront résolues d'une façon indépendante l'une de l'autre ; ces dernières sont exprimées comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\eta} \cdot \frac{\partial p_{TT}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\eta} \cdot \frac{\partial p_{TT}}{\partial z} \right) = 6 \cdot u_T \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \quad (II-69)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\eta} \cdot \frac{\partial p_{CT}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\eta} \cdot \frac{\partial p_{CT}}{\partial z} \right) = 12 \cdot v_T \quad (II-70)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\eta} \cdot \frac{\partial p_{CR}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\eta} \cdot \frac{\partial p_{CR}}{\partial z} \right) = 12 \cdot \omega_R \cdot (x-s) \quad (II-71)$$

Les résolutions des équations (II-69), (II-70) et (II-71) donnent les pressions hydrodynamiques p_{TT} , p_{CT} et p_{CR} . Chacune de ces pressions dépend des dimensions du coin d'huile, de sa position, des conditions aux limites sur les vitesses et la pression ainsi que de la viscosité.

Lorsque la répartition de la pression sera déterminée, les forces portantes et les moments qui en résultent seront calculés par intégration sur la surface totale du contact. La force portante résultante et le moment résultant qui s'exercent sur la surface du contact, seront déterminés pour toutes les trois formes de répartition de pression comme suit :

$$F_{\text{hyd}} = \int_0^L \int_0^B p \, dz \, dx \quad (\text{II-72})$$

$$M_{\text{hyd}} = \int_0^L \int_0^B p \cdot (g - x) \, dz \, dx \quad (\text{II-73})$$

La figure qui suit illustre l'application de la force et du moment résultants des pressions hydrodynamiques.

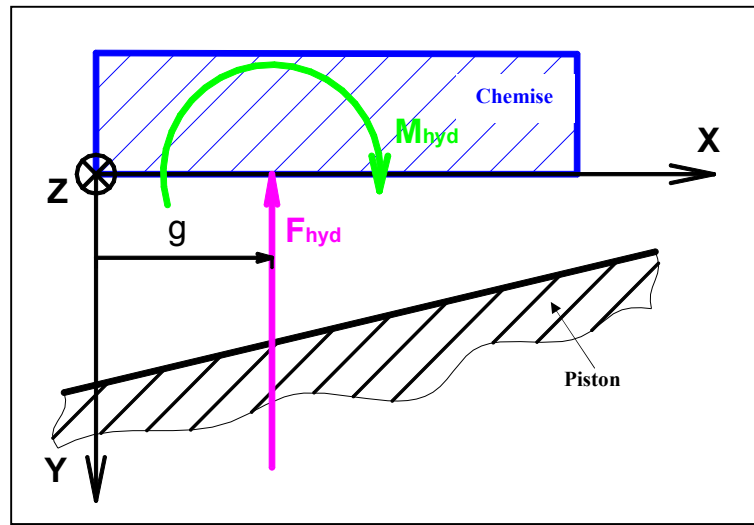


Figure II.5 : Force et moment hydrodynamiques.

Nous allons maintenant exprimer la forme adimensionnelle de l'équation de Reynolds.

II.2.2. Forme adimensionnelle de l'équation de Reynolds :

Pour transformer les équations de Reynolds et la fonction de la hauteur du film lubrifiant sous des formes adimensionnelles, on introduit les grandeurs adimensionnelles suivantes :

$$X = \frac{x}{L}, \quad Z = \frac{z}{B}, \quad H = \frac{h}{h_3}, \quad S = \frac{s}{L} \quad \text{et} \quad m = \frac{h_3}{h_1 - h_3} \quad (\text{II-74})$$

Les équations (II-69), (II-70) et (II-71) peuvent être exprimées sous forme adimensionnelle comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(H^3 \cdot \frac{\partial \tilde{P}_{\text{TT}}}{\partial X} \right) + \frac{L^2}{B^2} \cdot \frac{\partial}{\partial Z} \left(H^3 \cdot \frac{\partial \tilde{P}_{\text{TT}}}{\partial Z} \right) = 6 \cdot \frac{\partial H}{\partial X} \quad (\text{II-75})$$

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(H^3 \cdot \frac{\partial \tilde{P}_{\text{CT}}}{\partial X} \right) + \frac{L^2}{B^2} \cdot \frac{\partial}{\partial Z} \left(H^3 \cdot \frac{\partial \tilde{P}_{\text{CT}}}{\partial Z} \right) = 12 \quad (\text{II-76})$$

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(H^3 \cdot \frac{\partial \tilde{P}_{CR}}{\partial X} \right) + \frac{L^2}{B^2} \cdot \frac{\partial}{\partial Z} \left(H^3 \cdot \frac{\partial \tilde{P}_{CR}}{\partial Z} \right) = 12 \cdot (X - S) \quad (\text{II-77})$$

$$\text{Avec : } \tilde{P}_{TT} = \frac{P_{TT} \cdot h_3^2}{\eta \cdot u_T \cdot L}, \quad \tilde{P}_{CT} = \frac{P_{CT} \cdot h_3^3}{\eta \cdot v_T \cdot L^2}, \quad \tilde{P}_{CR} = \frac{P_{CR} \cdot h_3^3}{\eta \cdot \omega_R \cdot L^3} \quad (\text{II-78})$$

La hauteur du film lubrifiant peut être écrite sous forme adimensionnelle selon :

$$H = -\frac{1}{m} \cdot X + \frac{m+1}{m} \quad (\text{II-79})$$

II.2.3. Forces et moments hydrodynamiques adimensionnels :

Les forces et les moments hydrodynamiques sous forme adimensionnelle seront déterminés par intégration des pressions adimensionnelles. En tenant compte de l'équation (II-78), nous pouvons exprimer les forces hydrodynamiques adimensionnelles comme suit :

$$\tilde{F}_{TT} = \frac{h_3^2}{\eta \cdot u_T \cdot B \cdot L^2} \cdot F_{TT} = \int_0^1 \int_0^1 \tilde{P}_{TT} \, dZ \, dX \quad (\text{II-80})$$

$$\tilde{F}_{CT} = \frac{h_3^3}{\eta \cdot v_T \cdot B \cdot L^3} \cdot F_{CT} = \int_0^1 \int_0^1 \tilde{P}_{CT} \, dZ \, dX \quad (\text{II-81})$$

$$\tilde{F}_{CR} = \frac{h_3^3}{\eta \cdot \omega_R \cdot B \cdot L^4} \cdot F_{CR} = \int_0^1 \int_0^1 \tilde{P}_{CR} \, dZ \, dX \quad (\text{II-82})$$

Les moments hydrodynamiques adimensionnels sont donnés par les expressions qui suivent :

$$\tilde{M}_{TT} = \frac{h_3^2}{\eta \cdot u_T \cdot B \cdot L^3} \cdot M_{TT} = \int_0^1 \int_0^1 \tilde{P}_{TT} \cdot (G - X) \, dZ \, dX \quad (\text{II-83})$$

$$\tilde{M}_{CT} = \frac{h_3^3}{\eta \cdot v_T \cdot B \cdot L^4} \cdot M_{CT} = \int_0^1 \int_0^1 \tilde{P}_{CT} \cdot (G - X) \, dZ \, dX \quad (\text{II-84})$$

$$\tilde{M}_{CR} = \frac{h_3^3}{\eta \cdot \omega_R \cdot B \cdot L^5} \cdot M_{CR} = \int_0^1 \int_0^1 \tilde{P}_{CR} \cdot (G - X) \, dZ \, dX \quad (\text{II-85})$$

$$\text{Avec : } G = \frac{g}{L} \quad (\text{II-86})$$

Nous allons présenter dans le paragraphe qui suit la reformulation des équations relatives à la dynamique du piston et à la lubrification hydrodynamique du système chemise-piston.

II.3. Modélisation du mouvement secondaire du piston :

Comme l'influence des pressions hydrodynamiques sur le mouvement secondaire se trouve au premier plan, le frottement sera a priori négligé ($F_{Fr} = 0$). À cet effet, la force F_{ges} et

le moment M_{ges} ne seront composés alors que des parties exprimant les grandeurs hydrodynamiques ($F_{ges} = F_{hyd}$ et $M_{ges} = M_{hyd}$) [4].

Puisque l'angle de basculement du piston α_z est très petit, on peut poser pour les équations du mouvement :

$$\sin \alpha_z \approx 0 \quad (II-87)$$

$$\cos \alpha_z \approx 1 \quad (II-88)$$

Ainsi, l'équilibre dynamique (voir équation (I-19)) selon la direction (Y_c) se réduit à :

$$-F_B \cdot \sin \psi - F_{hyd} - F_{Nres} = m_T \cdot a_{yCg5} \quad (II-89)$$

$$\text{Avec : } m_T = m_p + m_A + m_{pb} \quad (II-90)$$

L'équilibre des moments (voir équation (I-20)) permet d'écrire :

$$(F_G - F_S) \cdot b_2 + F_B \cdot ((f - b_2) \cdot \cos \psi - (s_2 - a_2) \cdot \sin \psi) + M_{hyd} [Cg_6] + M_{Nres} [Cg_6] = J_T \cdot \dot{\omega}_{zCg6} \quad (II-91)$$

$$\text{Avec : } J_T = J_p [cg_6] + J_A [cg_6] \quad (II-92)$$

La force F_S sera obtenue de l'équation qui suit (le frottement est négligé) :

$$F_S = m_s \cdot a_{xs} \quad (II-93)$$

De même la vitesse latérale du piston sera réduite à l'expression suivante :

$$V_y = V_{yCg5} + \omega_z \cdot (s_2 - a_1) \quad (II-94)$$

De cette dernière équation, on obtient l'accélération selon l'axe (Y_c) :

$$a_y = a_{yCg5} + \dot{\omega}_z \cdot (s_2 - a_1) = a_{yCg5} + \dot{\omega}_{zCg6} \cdot (s_2 - a_1) \quad (II-96)$$

En tenant compte de cette dernière équation, nous pouvons réécrire les équations (II-89) et (II-91) comme suit :

$$-F_B \cdot \sin \psi - F_{hyd} - F_{Nres} = m_T \cdot (a_y - \dot{\omega}_z \cdot (s_2 - a_1)) \quad (II-97)$$

$$(F_G - m_s \cdot a_{xs}) \cdot b_2 + F_B \cdot ((f - b_2) \cdot \cos \psi - (s_2 - a_2) \cdot \sin \psi) + M_{hyd} [Cg_6] + M_{Nres} [Cg_6] = J_T \cdot \dot{\omega}_z \quad (II-98)$$

Ces dernières équations seront adaptées par la suite à chaque mode de mouvement du piston.

Généralement, dans le calcul des paliers instationnaires à charge radiale, les forces d'inertie de l'arbre sont négligées. Comme on n'est pas sûr que ceci soit aussi valable pour le cas du système chemise-piston, on a considéré pour chaque mode deux versions d'équations de mouvement avec et sans effet d'inertie.

II.3.1. Equations de mouvement pour chaque mode :

- Mode I :

Comme il n'y a pas de contact entre le piston et la chemise, on peut écrire :

$$F_{N_{res}} = 0 \text{ et } M_{N_{res}} = 0 \quad (\text{II-99})$$

Les équations de mouvement (II-97) et (II-98), deviennent :

$$-F_B \cdot \sin \psi - F_{hyd} = m_T \cdot (a_y - \dot{\omega}_z \cdot (s_2 - a_1)) \quad (\text{II-100})$$

$$(F_G - m_S \cdot a_{xS}) \cdot b_2 + F_B \cdot ((f - b_2) \cdot \cos \psi - (s_2 - a_2) \cdot \sin \psi) + M_{hyd}[Cg_6] = J_T \cdot \dot{\omega}_z \quad (\text{II-101})$$

Lorsqu'on néglige les effets d'inertie, on obtient :

$$-F_B \cdot \sin \psi - F_{hyd} = 0 \quad (\text{II-102})$$

$$(F_G - m_S \cdot a_{xS}) \cdot b_2 + F_B \cdot ((f - b_2) \cdot \cos \psi - (s_2 - a_2) \cdot \sin \psi) + M_{hyd}[Cg_6] = 0 \quad (\text{II-103})$$

Comme cette dernière équation représente une relation statique, on peut alors formuler l'équilibre des moments par rapport à un autre axe. Pour cela, l'axe du piston serait très avantageux pour pouvoir annuler le bras de levier dû à la force de bielle ; donc, l'équilibre des moments permet d'écrire :

$$(F_G - m_S \cdot a_{xS}) \cdot f + M_{hyd}[Cg_3] = 0 \quad (\text{II-104})$$

- Mode II :

Pour ce mode (voir figure II.6), il y a contact entre le bord supérieur de la jupe et la chemise du côté poussée ; ainsi, on peut écrire :

$$F_{N_{res}} = F_{AD} \quad (\text{II-105})$$

$$M_{N_{res}}[Cg_6] = F_{AD} \cdot a_2 \cdot \cos \alpha_z + F_{AD} \cdot \left(\frac{d}{2} - b_2 \right) \cdot \sin \alpha_z = F_{AD} \cdot a_2 \quad (\text{II-106})$$

Les équations du mouvement s'écrivent comme suit :

$$-F_B \cdot \sin \psi - F_{hyd} - F_{AD} = m_T \cdot (a_y - \dot{\omega}_z \cdot (s_2 - a_1)) \quad (\text{II-107})$$

$$(F_G - m_S \cdot a_{xS}) \cdot b_2 + F_B \cdot ((f - b_2) \cdot \cos \psi - (s_2 - a_2) \cdot \sin \psi) + M_{hyd}[Cg_6] + F_{AD} \cdot a_2 = J_T \cdot \dot{\omega}_z \quad (\text{II-108})$$

Lorsqu'on néglige les effets d'inertie, on obtient :

$$-F_B \cdot \sin \psi - F_{hyd} - F_{AD} = 0 \quad (\text{II-109})$$

$$(F_G - m_S \cdot a_{xS}) \cdot b_2 + F_B \cdot ((f - b_2) \cdot \cos \psi - (s_2 - a_2) \cdot \sin \psi) + M_{hyd}[Cg_6] + F_{AD} \cdot a_2 = 0 \quad (\text{II-110})$$

De même, en formulant l'équilibre des moments par rapport à l'axe du piston, on peut écrire :

$$(F_G - m_S \cdot a_{xS}) \cdot f + M_{hyd}[Cg_3] + F_{AD} \cdot s_2 = 0 \quad (\text{II-111})$$

L'expression de la vitesse de contact V_{yAD} s'exprime, en fonction des vitesses V_y et ω_z de l'axe de piston, comme suit :

$$V_{yAD} = V_y - \omega_z \cdot s_2 \frac{\cos \left(\arctan \left(\frac{\frac{d}{2} - f}{s_2} \right) - \alpha_z \right)}{\cos \left(\arctan \left(\frac{\frac{d}{2} - f}{s_2} \right) \right)} = V_y - \omega_z \cdot s_2 \frac{\cos(\beta_1 - \alpha_z)}{\cos \beta_1} \quad (\text{II-112})$$

Comme α_z est très petit devant β_1 , il s'ensuit après approximation :

$$V_{yAD} = V_y - \omega_z \cdot s_2 \quad (\text{II-113})$$

Pour ce mode, le point de contact sera automatiquement un point de rotation ; d'où : $V_{yAD} = 0$.

Et par la suite :

$$V_y = \omega_z \cdot s_2 \quad (\text{II-114})$$

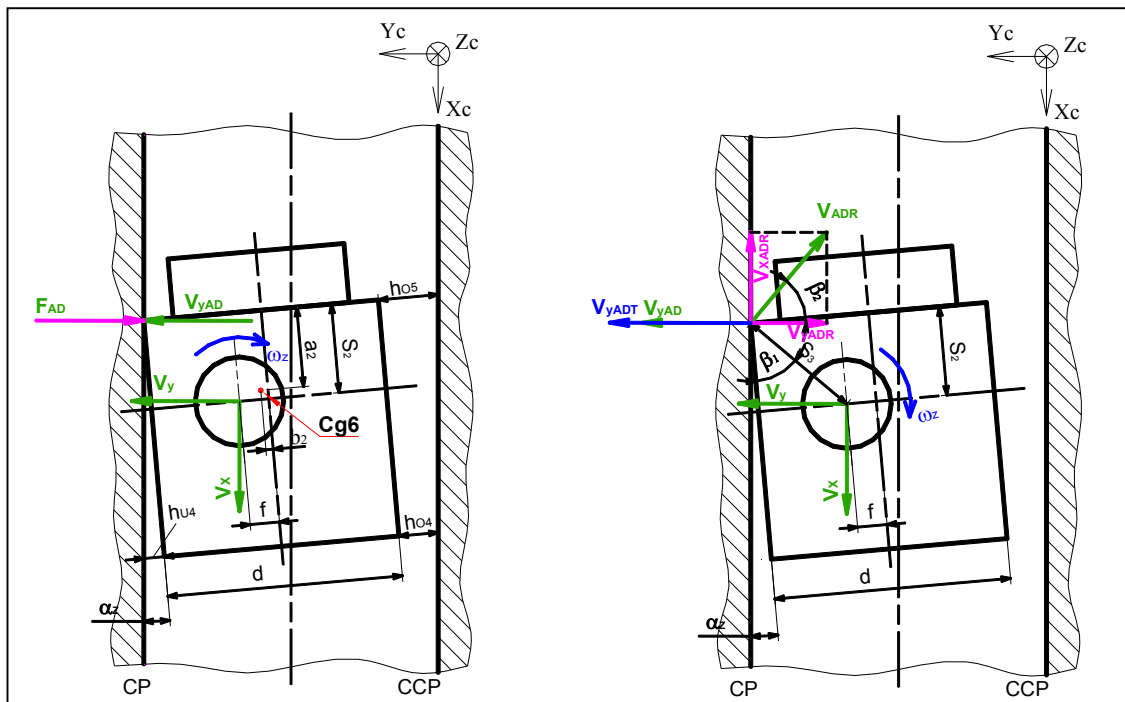


Figure II.6 : Force d'appui et vitesses lors du contact solide en mode II.

- Mode III :

Dans ce cas de configuration (voir figure II.7), il y a contact entre le bord supérieur de la jupe et la chemise du côté contre poussée ; pour cette situation, on peut écrire :

$$F_{N_{res}} = -F_{AG} \quad (\text{II-115})$$

$$M_{N_{res}}[Cg_6] = -F_{AG} \cdot a_2 \cdot \cos \alpha_z + F_{AG} \cdot \left(\frac{d}{2} + b_2 \right) \cdot \sin \alpha_z = -F_{AG} \cdot a_2 \quad (II-116)$$

Les équations du mouvement sont données selon :

$$-F_B \cdot \sin \psi - F_{hyd} + F_{AG} = m_T \cdot (a_y - \dot{\omega}_z \cdot (s_2 - a_1)) \quad (II-117)$$

$$(F_G - m_S \cdot a_{xS}) \cdot b_2 + F_B \cdot ((f - b_2) \cdot \cos \psi - (s_2 - a_2) \cdot \sin \psi) + M_{hyd}[Cg_6] - F_{AG} \cdot a_2 = J_T \cdot \dot{\omega}_z \quad (II-118)$$

Lorsqu'on néglige les effets d'inertie, on obtient :

$$-F_B \cdot \sin \psi - F_{hyd} + F_{AG} = 0 \quad (II-119)$$

$$(F_G - m_S \cdot a_{xS}) \cdot b_2 + F_B \cdot ((f - b_2) \cdot \cos \psi - (s_2 - a_2) \cdot \sin \psi) + M_{hyd}[Cg_6] - F_{AG} \cdot a_2 = 0 \quad (II-120)$$

En établissant l'équilibre statique des moments par rapport à l'axe du piston, on peut écrire :

$$(F_G - m_S \cdot a_{xS}) \cdot f + M_{hyd}[Cg_3] - F_{AG} \cdot s_2 = 0 \quad (II-121)$$

En considérant le même raisonnement que pour le mode II, la vitesse de contact est donnée par :

$$V_{yAG} = -V_y + \omega_z \cdot s_2 \quad (II-122)$$

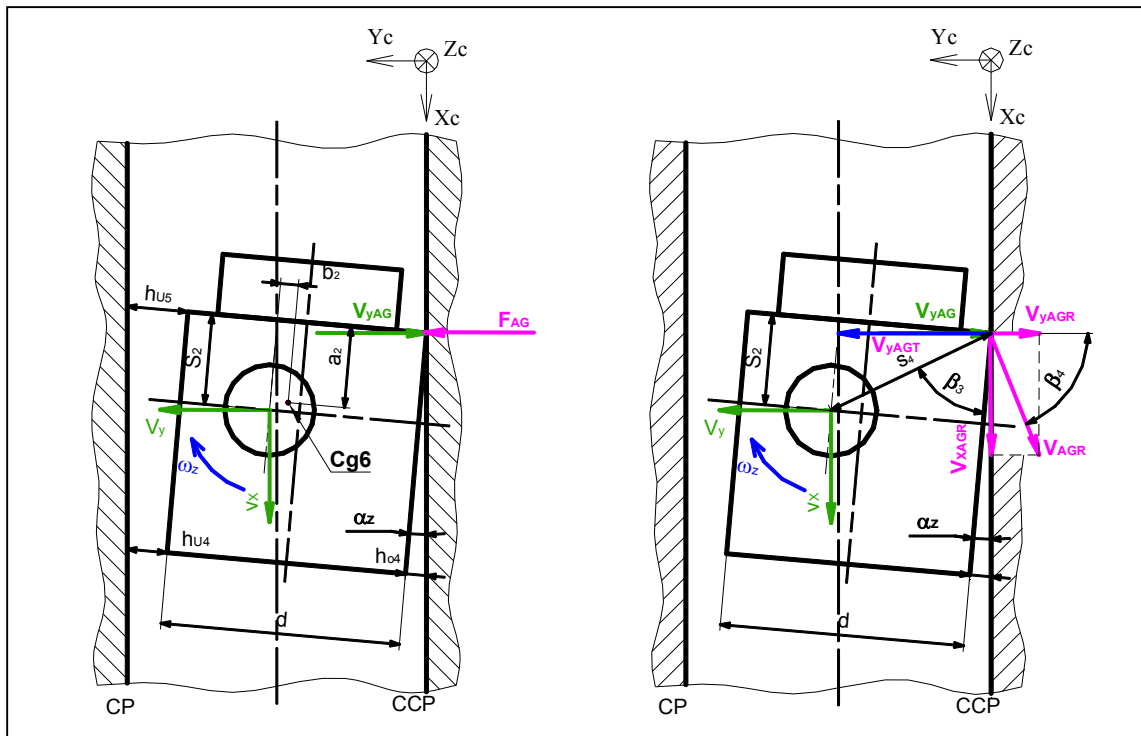


Figure II.7 : Force d'appui et vitesses lors du contact solide en mode III.

De même pour ce mode, le point de contact sera aussi un point de rotation ; ceci permet d'écrire : $V_{yAG} = 0$, et, par conséquent, on obtient :

$$V_y = \omega_z \cdot s_2 \quad (II-123)$$

- Mode IV :

Pour le mode IV, il existe un contact entre le bord inférieur de la jupe et la chemise du côté poussée (voir figure II.8) ; ceci permet d'écrire :

$$F_{N_{res}} = F_{BD} \quad (II-124)$$

$$M_{N_{res}}[Cg_6] = -F_{BD} \cdot (L_J - a_2) \cdot \cos \alpha_z + F_{BD} \cdot \left(\frac{d}{2} - b_2 \right) \cdot \sin \alpha_z = -F_{BD} \cdot (L_J - a_2) \quad (II-125)$$

Les équations du mouvement seront alors :

$$-F_B \cdot \sin \psi - F_{hyd} - F_{BD} = m_T \cdot (a_y - \dot{\omega}_z \cdot (s_2 - a_1)) \quad (II-126)$$

$$(F_G - m_S \cdot a_{xS}) \cdot b_2 + F_B \cdot ((f - b_2) \cdot \cos \psi - (s_2 - a_2) \cdot \sin \psi) + M_{hyd}[Cg_6] - F_{BD} \cdot (L_J - a_2) = J_T \cdot \dot{\omega}_z \quad (II-127)$$

Lorsqu'on néglige les effets d'inertie, on obtient :

$$-F_B \cdot \sin \psi - F_{hyd} - F_{BD} = 0 \quad (II-128)$$

$$(F_G - m_S \cdot a_{xS}) \cdot b_2 + F_B \cdot ((f - b_2) \cdot \cos \psi - (s_2 - a_2) \cdot \sin \psi) + M_{hyd}[Cg_6] - F_{BD} \cdot (L_J - a_2) = 0 \quad (II-129)$$

Lorsqu'on établit l'équilibre statique des moments par rapport à l'axe du piston, on retient :

$$(F_G - m_S \cdot a_{xS}) \cdot f + M_{hyd}[Cg_3] - F_{BD} \cdot (L_J - s_2) = 0 \quad (II-130)$$

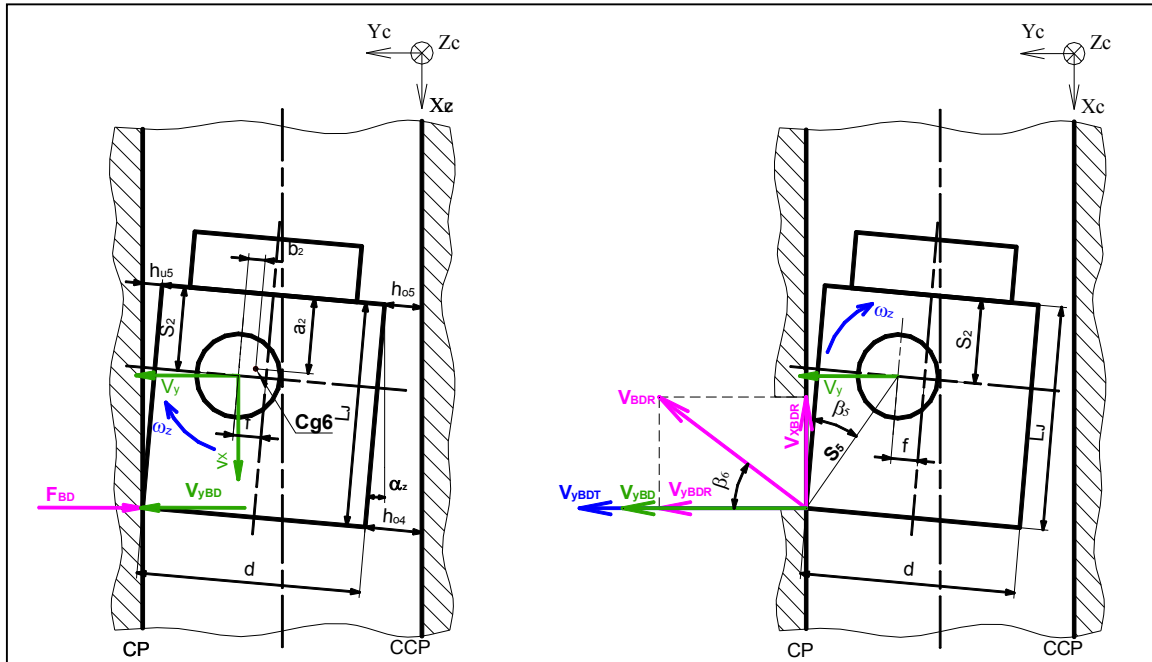


Figure II.8 : Force d'appui et vitesses lors du contact solide en mode IV.

D'après cette figure, l'expression de la vitesse de contact V_{yBD} est donnée par :

$$V_{yBD} = V_y + \omega_z (L_J - s_2) \frac{\cos \left(\arctan \left(\frac{\frac{d}{2} - f}{L_J - s_2} \right) + \alpha_z \right)}{\cos \left(\arctan \left(\frac{\frac{d}{2} - f}{L_J - s_2} \right) \right)} = V_y + \omega_z (L_J - s_2) \frac{\cos(\beta_5 + \alpha_z)}{\cos \beta_5} \quad (\text{II-131})$$

Comme α_z est très petit devant β_5 , il s'ensuit après approximation :

$$V_{yBD} = V_y + \omega_z \cdot (L_J - s_2) \quad (\text{II-132})$$

De même après annulation de la composante $V_{yBD} = 0$, on obtient :

$$V_y = -\omega_z \cdot (L_J - s_2) \quad (\text{II-133})$$

- Mode V :

Pour ce cas (voir figure II.9), on pose :

$$F_{N_{res}} = -F_{BG} \quad (\text{II-134})$$

$$M_{N_{res}}[Cg_6] = F_{BG} \cdot (L_J - a_2) \cdot \cos \alpha_z + F_{BG} \cdot \left(\frac{d}{2} + b_2 \right) \cdot \sin \alpha_z = F_{BG} \cdot (L_J - a_2) \quad (\text{II-135})$$

Les équations du mouvement sont exprimées par :

$$-F_B \cdot \sin \psi - F_{hyd} + F_{BG} = m_T \cdot (a_y - \dot{\omega}_z \cdot (s_2 - a_1)) \quad (\text{II-136})$$

$$(F_G - m_S \cdot a_{xS}) \cdot b_2 + F_B \cdot ((f - b_2) \cdot \cos \psi - (s_2 - a_2) \cdot \sin \psi) + M_{hyd}[Cg_6] + F_{BG} \cdot (L_J - a_2) = J_T \cdot \dot{\omega}_z \quad (\text{II-137})$$

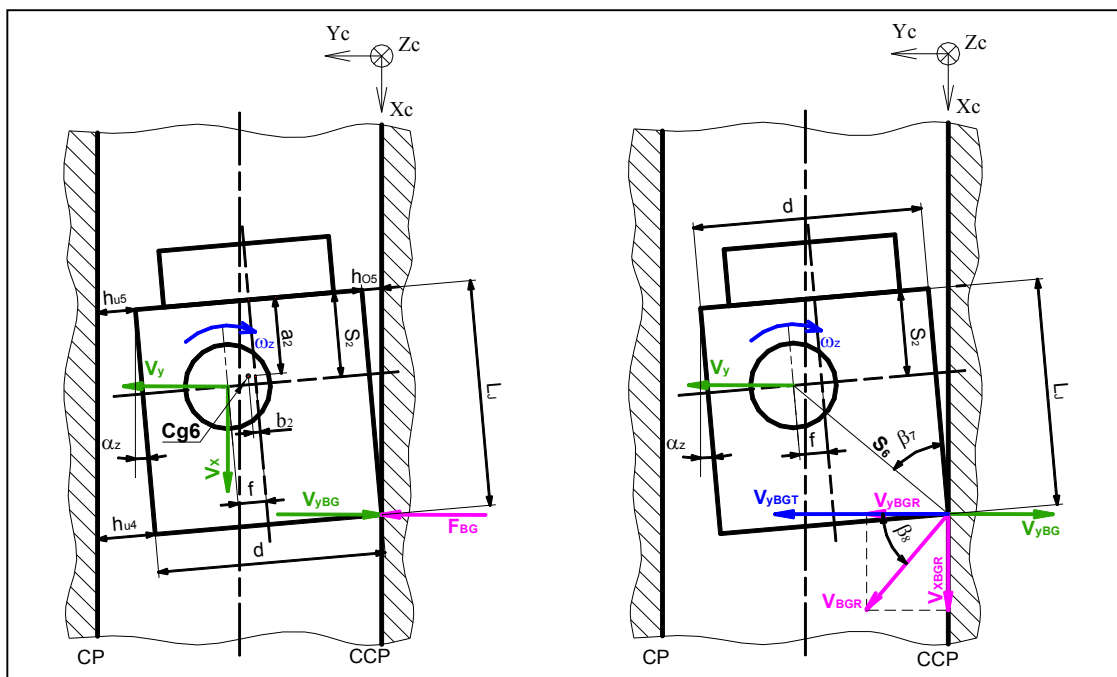


Figure II.9: Force d'appui et vitesses lors du contact solide en mode V.

Si l'effet d'inertie est négligé, on peut écrire :

$$-F_B \cdot \sin \psi - F_{\text{hyd}} + F_{\text{BG}} = 0 \quad (\text{II-138})$$

$$(F_G - m_S \cdot a_{\text{xs}}) \cdot b_2 + F_B \cdot ((f - b_2) \cdot \cos \psi - (s_2 - a_2) \cdot \sin \psi) + M_{\text{hyd}}[\text{Cg}_6] + F_{\text{BG}} \cdot (L_J - a_2) = 0 \quad (\text{II-139})$$

Lorsqu'on reporte l'équilibre statique des moments par rapport à l'axe du piston, on obtient :

$$(F_G - m_S \cdot a_{\text{xs}}) \cdot f + M_{\text{hyd}}[\text{Cg}_3] + F_{\text{BG}} \cdot (L_J - s_2) = 0 \quad (\text{II-140})$$

En considérant le même raisonnement que le mode IV, la vitesse de contact est donnée par :

$$V_{y\text{BG}} = -V_y - \omega_z \cdot (L_J - s_2) \quad (\text{II-141})$$

De même pour ce mode, le point de contact sera automatiquement un point de rotation ($V_{y\text{BG}} = 0$) ; ceci permet d'obtenir :

$$V_y = -\omega_z \cdot (L_J - s_2) \quad (\text{II-142})$$

II.3.2. Détermination des grandeurs relatives au mouvement secondaire :

Comme les forces et les moments hydrodynamiques peuvent agir du côté poussée et du côté contre poussée, nous adoptons deux système d'axes (X_o, Y_o, Z_o) et (X_u, Y_u, Z_u). Le premier est relatif au côté poussée et le second au côté contre poussée. Les vitesses associées au système d'axes (X_o, Y_o, Z_o) sont dénommées u_{T_o}, v_{T_o} et ω_{R_o} ; par contre, celles correspondantes au système d'axes (X_u, Y_u, Z_u) sont u_{T_u}, v_{T_u} et ω_{R_u} . La figure qui suit illustre cette situation.

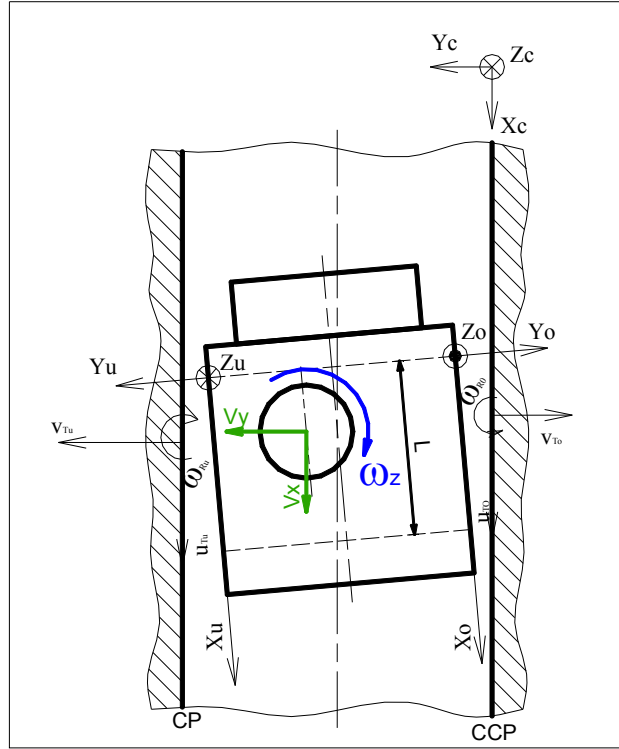


Figure II.10 : Vitesses à effet hydrodynamique du système chemise-piston.

Les vitesses relatives aux côtés poussée et contre poussée se déterminent à partir des vitesses V_x , V_y et ω_z établies dans le système de coordonnées (X_c, Y_c, Z_c) par les relations suivantes :

$$u_{T_o} = -V_x, \quad v_{T_o} = V_y, \quad \omega_{R_o} = \omega_z, \quad u_{T_u} = -V_x, \quad v_{T_u} = -V_y \quad \text{et} \quad \omega_{R_u} = -\omega_z \quad (\text{II-143})$$

La force hydrodynamique résultante F_{hyd} et le moment hydrodynamique résultant M_{hyd} peuvent être composés chacun de huit parties différentes au maximum car dans le film d'huile il y a formation de pression hydrodynamique aussi bien du côté poussée que du côté contre poussée. Ces résultantes peuvent être exprimées ainsi :

$$F_{hyd} = -F_{TTo} + F_{TTu} - F_{CTo} + F_{CTu} - F_{CRpo} + F_{CRpu} - F_{CRno} + F_{CRnu} \quad (\text{II-144})$$

$$M_{hyd} = -M_{TTo} + M_{TTu} - M_{CTo} + M_{CTu} - M_{CRpo} + M_{CRpu} - M_{CRno} + M_{CRnu} \quad (\text{II-145})$$

À noter que la force hydrodynamique F_{CR} est décomposée en deux composantes F_{CRp} et F_{CRn} pour prendre en compte le signe de la vitesse angulaire ω_R ; à savoir :

$$\text{pour } \omega_R > 0 \text{ on a : } \tilde{F}_{CRp} = \frac{h_3^3}{\eta \cdot \omega_R \cdot B \cdot L^4} \cdot F_{CRp} \quad (\text{II-146})$$

$$\text{pour } \omega_R < 0 \text{ on a : } \tilde{F}_{CRn} = \frac{h_3^3}{\eta \cdot \omega_R \cdot B \cdot L^4} \cdot F_{CRn} \quad (\text{II-147})$$

De même, le moment hydrodynamique M_{CR} est décomposée en deux composantes M_{CRp} et M_{CRn} exprimés par :

pour $\omega_R > 0$ on a : $\tilde{M}_{CRp} = \frac{h_3^3}{\eta \cdot \omega_R \cdot B \cdot L^5} \cdot M_{CRp}$ (II-148)

pour $\omega_R < 0$ on a : $\tilde{M}_{CRn} = \frac{h_3^3}{\eta \cdot \omega_R \cdot B \cdot L^5} \cdot M_{CRn}$ (II-149)

La figure qui suit montre la schématisation des ces résultantes.

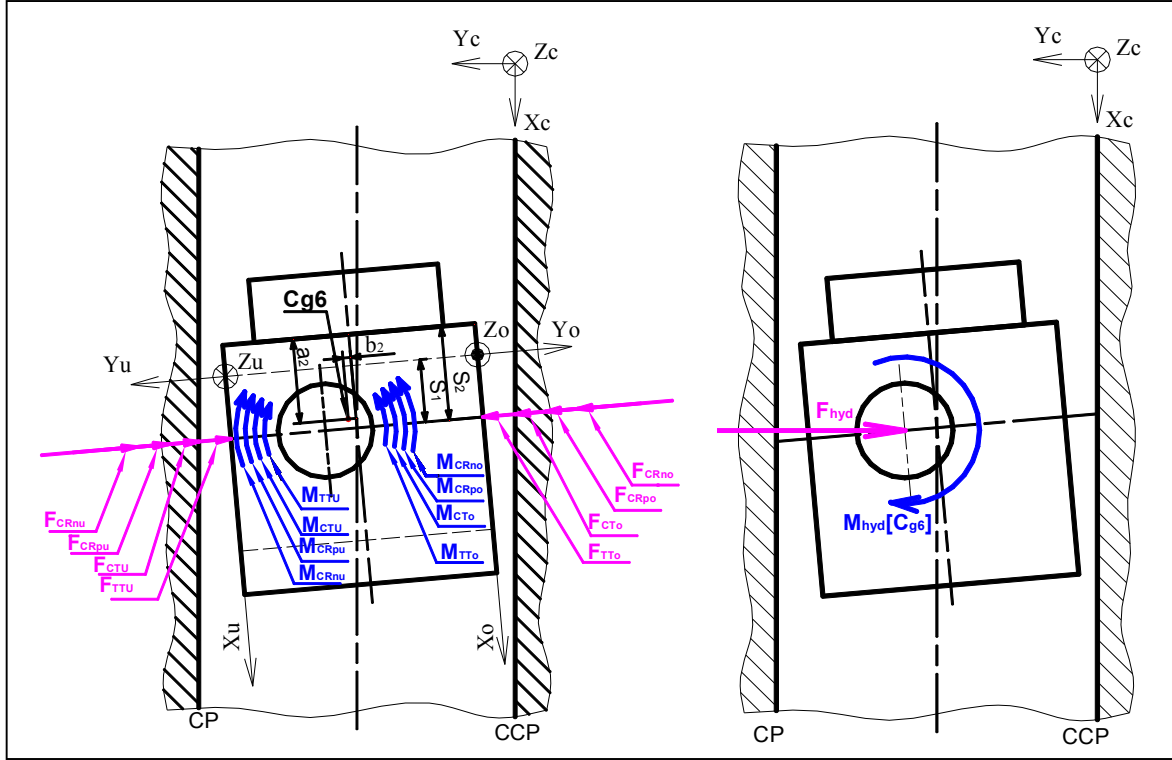


Figure II.11 : Forces et moments hydrodynamiques.

En tenant compte des équations (II-80), (II-81) et (II-82), nous pouvons exprimer les composantes des forces hydrodynamiques comme suit :

$$F_{TT0} = -\frac{\eta \cdot V_x \cdot B \cdot L^2}{h_{03}^2} \cdot \tilde{F}_{TT0}, \quad F_{TTu} = -\frac{\eta \cdot V_x \cdot B \cdot L^2}{h_{u3}^2} \cdot \tilde{F}_{TTu} \quad (II-150)$$

$$F_{CT0} = \frac{\eta \cdot V_y \cdot B \cdot L^3}{h_{03}^3} \cdot \tilde{F}_{CT0}, \quad F_{CTu} = -\frac{\eta \cdot V_y \cdot B \cdot L^3}{h_{u3}^3} \cdot \tilde{F}_{CTu} \quad (II-151)$$

$$F_{CRp0} = \frac{\eta \cdot \omega_z \cdot B \cdot L^4}{h_{03}^3} \cdot \tilde{F}_{CRp0}, \quad F_{CRpu} = -\frac{\eta \cdot \omega_z \cdot B \cdot L^4}{h_{u3}^3} \cdot \tilde{F}_{CRpu} \quad (II-152)$$

$$F_{CRn0} = \frac{\eta \cdot \omega_z \cdot B \cdot L^4}{h_{03}^3} \cdot \tilde{F}_{CRn0}, \quad F_{CRnu} = -\frac{\eta \cdot \omega_z \cdot B \cdot L^4}{h_{u3}^3} \cdot \tilde{F}_{CRnu} \quad (II-153)$$

Des équations (II-83), (II-84) et (II-85), les moments hydrodynamiques peuvent être exprimés comme suit :

$$M_{TT0} = -\frac{\eta \cdot V_x \cdot B \cdot L^3}{h_{03}^2} \cdot \tilde{M}_{TT0}, \quad M_{TTu} = -\frac{\eta \cdot V_x \cdot B \cdot L^3}{h_{u3}^2} \cdot \tilde{M}_{TTu} \quad (\text{II-154})$$

$$M_{CT0} = \frac{\eta \cdot V_y \cdot B \cdot L^4}{h_{03}^3} \cdot \tilde{M}_{CT0}, \quad M_{CTu} = -\frac{\eta \cdot V_y \cdot B \cdot L^4}{h_{u3}^3} \cdot \tilde{M}_{CTu} \quad (\text{II-155})$$

$$M_{CRp0} = \frac{\eta \cdot \omega_z \cdot B \cdot L^5}{h_{03}^3} \cdot \tilde{M}_{CRp0}, \quad M_{CRpu} = -\frac{\eta \cdot \omega_z \cdot B \cdot L^5}{h_{u3}^3} \cdot \tilde{M}_{CRpu} \quad (\text{II-156})$$

$$M_{CRn0} = \frac{\eta \cdot \omega_z \cdot B \cdot L^5}{h_{03}^3} \cdot \tilde{M}_{CRn0}, \quad M_{CRnu} = -\frac{\eta \cdot \omega_z \cdot B \cdot L^5}{h_{u3}^3} \cdot \tilde{M}_{CRnu} \quad (\text{II-157})$$

Nous allons maintenant exprimer pour chaque mode de mouvement les relations qui permettent par la suite de déterminer les grandeurs relatives au mouvement secondaire du piston. Pour chaque mode, nous allons considérer deux cas ; à savoir, la prise en compte de l'effet d'inertie et sa négligence.

- Mode I :

* *Effet d'inertie considéré :*

En remplaçant les équations (II-150) à (II-153) dans l'équation (II-144), puis cette dernière dans l'équation du mouvement (II-100), on obtient :

$$V_x \cdot c_1 + V_y \cdot L \cdot c_2 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_3 + c_7 = \frac{m_T \cdot (a_y - \dot{\omega}_z \cdot (s_2 - a_1))}{\eta \cdot B \cdot L^2} \quad (\text{II-158})$$

Avec :

$$c_1 = -\frac{\tilde{F}_{TT0}}{h_{03}^2} + \frac{\tilde{F}_{TTu}}{h_{u3}^2} \quad (\text{II-159})$$

$$c_2 = \frac{\tilde{F}_{CT0}}{h_{03}^3} + \frac{\tilde{F}_{CTu}}{h_{u3}^3} \quad (\text{II-160})$$

$$c_3 = \frac{\tilde{F}_{CRp0}}{h_{03}^3} + \frac{\tilde{F}_{CRpu}}{h_{u3}^3} + \frac{\tilde{F}_{CRn0}}{h_{03}^3} + \frac{\tilde{F}_{CRnu}}{h_{u3}^3} \quad (\text{II-161})$$

$$c_7 = -\frac{F_B \cdot \sin \psi}{\eta \cdot B \cdot L^2} \quad (\text{II-162})$$

De même, en remplaçant les équations (II-154) à (II-157) dans l'équation (II-144), puis dans l'équation de mouvement (II-101), on obtient :

$$V_x \cdot c_4 + V_y \cdot L \cdot c_5 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_6 + c_8 = \frac{J_T \cdot \dot{\omega}_z}{\eta \cdot B \cdot L^3} \quad (\text{II-163})$$

$$c_4 = \frac{\tilde{M}_{TT0}[Cg_6]}{h_{03}^2} - \frac{\tilde{M}_{TTu}[Cg_6]}{h_{u3}^2} \quad (\text{II-164})$$

$$c_5 = -\frac{\tilde{M}_{CTo}[Cg_6]}{h_{o3}^3} - \frac{\tilde{M}_{CTU}[Cg_6]}{h_{u3}^3} \quad (\text{II-165})$$

$$c_6 = -\frac{\tilde{M}_{CRpo}[Cg_6]}{h_{o3}^3} - \frac{\tilde{M}_{CRpu}[Cg_6]}{h_{u3}^3} - \frac{\tilde{M}_{CRno}[Cg_6]}{h_{o3}^3} - \frac{\tilde{M}_{CRnu}[Cg_6]}{h_{u3}^3} \quad (\text{II-166})$$

$$c_8 = -\frac{(F_G - m_s \cdot a_{xs}) \cdot b_2 + F_B \cdot ((f - b_2) \cdot \cos \psi - (s_2 - a_2) \cdot \sin \psi)}{\eta \cdot B \cdot L^3} \quad (\text{II-167})$$

On considère que les équations (II-158) et (II-163) décrivent des relations pour un angle φ_1 du vilebrequin, et que toutes les grandeurs dépendantes de l'angle φ sont connues pour cet angle.

Pour un temps Δt , qui correspond à une variation $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ de l'angle du vilebrequin, les accélérations peuvent être exprimées comme suit :

$$a_y = \frac{V_y(\varphi_2) - V_y(\varphi_1)}{\Delta t} \quad (\text{II-168})$$

$$\dot{\omega}_z = \frac{\omega_z(\varphi_2) - \omega_z(\varphi_1)}{\Delta t} \quad (\text{II-169})$$

Avec ces deux dernières équations, on obtient à partir des relations (II-158) et (II-163) ce qui suit :

$$\omega_z(\varphi_2) = \frac{\eta \cdot B \cdot L^3 \cdot \Delta t}{J_T} \cdot c_9(\varphi_1) + \omega_z(\varphi_1) \quad (\text{II-170})$$

$$\text{Avec : } c_9(\varphi_1) = V_x(\varphi_1) \cdot c_4(\varphi_1) + V_y(\varphi_1) \cdot L \cdot c_5(\varphi_1) + \omega_z(\varphi_1) \cdot L^2 \cdot c_6(\varphi_1) + c_8(\varphi_1) \quad (\text{II-171})$$

$$V_y(\varphi_2) = \frac{\eta \cdot B \cdot L^2 \cdot \Delta t}{m_T} \cdot c_{10}(\varphi_1) + V_y(\varphi_1) + (\omega_z(\varphi_2) - \omega_z(\varphi_1)) \cdot (s_2 - a_1) \quad (\text{II-172})$$

$$\text{Avec : } c_{10}(\varphi_1) = V_x(\varphi_1) \cdot c_1(\varphi_1) + V_y(\varphi_1) \cdot L \cdot c_2(\varphi_1) + \omega_z(\varphi_1) \cdot L^2 \cdot c_3(\varphi_1) + c_7(\varphi_1) \quad (\text{II-173})$$

Pour une fréquence de rotation constante du moteur (notée n), on peut écrire :

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{6 \cdot n} \quad (\text{II-174})$$

* *Effet d'inertie négligé :*

En négligeant l'effet d'inertie, l'équation (II-158) se réduit à :

$$V_x \cdot c_1 + V_y \cdot L \cdot c_2 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_3 + c_7 = 0 \quad (\text{II-175})$$

Aussi, l'équation (II-163) se réduit à :

$$V_x \cdot c_4^* + V_y \cdot L \cdot c_5^* + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_6^* + c_8^* = 0 \quad (\text{II-176})$$

$$c_4^* = \frac{\tilde{M}_{TTo}[Cg_3]}{h_{o3}^2} - \frac{\tilde{M}_{TTu}[Cg_3]}{h_{u3}^2} \quad (\text{II-177})$$

$$c_5^* = -\frac{\tilde{M}_{CTo}[Cg_3]}{h_{o3}^3} - \frac{\tilde{M}_{CTu}[Cg_3]}{h_{u3}^3} \quad (\text{II-178})$$

$$c_6^* = -\frac{\tilde{M}_{CRpo}[Cg_3]}{h_{o3}^3} - \frac{\tilde{M}_{CRpu}[Cg_3]}{h_{u3}^3} - \frac{\tilde{M}_{CRno}[Cg_3]}{h_{o3}^3} - \frac{\tilde{M}_{CRnu}[Cg_3]}{h_{u3}^3} \quad (\text{II-179})$$

$$c_8^* = -\frac{(F_G - m_S \cdot a_{XS}) \cdot f}{\eta \cdot B \cdot L^3} \quad (\text{II-180})$$

À partir des équations (II-175) et (II-176), on obtient la vitesse angulaire ω_z pour un angle donné φ_1 selon les expressions qui suivent :

$$\omega_z(\varphi_1) = -\frac{V_x(\varphi_1) \cdot c_1(\varphi_1) + V_y(\varphi_1) \cdot L \cdot c_2(\varphi_1) + c_7(\varphi_1)}{L^2 \cdot c_3(\varphi_1)} \quad (\text{II-181})$$

$$\omega_z(\varphi_1) = -\frac{V_x(\varphi_1) \cdot c_4^*(\varphi_1) + V_y(\varphi_1) \cdot L \cdot c_5^*(\varphi_1) + c_8^*(\varphi_1)}{L^2 \cdot c_6^*(\varphi_1)} \quad (\text{II-182})$$

Par égalité de ces deux dernières équations, on peut exprimer la vitesse latérale :

$$V_y(\varphi_1) = \frac{V_x(\varphi_1) \cdot \left[\frac{c_4^*(\varphi_1)}{c_6^*(\varphi_1)} - \frac{c_1(\varphi_1)}{c_3(\varphi_1)} \right] + \frac{c_8^*(\varphi_1)}{c_6^*(\varphi_1)} - \frac{c_7(\varphi_1)}{c_3(\varphi_1)}}{L \cdot \left[\frac{c_2(\varphi_1)}{c_3(\varphi_1)} - \frac{c_5^*(\varphi_1)}{c_6^*(\varphi_1)} \right]} \quad (\text{II-183})$$

Pour le reste des modes, nous allons adopter la même démarche en s'appuyant sur les équations de mouvement formulées au paragraphe II.3.1 et aux relations (II-144) et (II-145).

- **Mode II** :

* *Effet d'inertie considéré :*

$$V_x \cdot c_1 + V_y \cdot L \cdot c_2 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_3 + c_7 - \frac{F_{AD}}{\eta \cdot B \cdot L^2} = \frac{m_T \cdot (a_y - \dot{\omega}_z \cdot (s_2 - a_1))}{\eta \cdot B \cdot L^2} \quad (\text{II-184})$$

$$V_x \cdot c_4 + V_y \cdot L \cdot c_5 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_6 + c_8 + \frac{F_{AD} \cdot a_2}{\eta \cdot B \cdot L^3} = \frac{J_T \cdot \dot{\omega}_z}{\eta \cdot B \cdot L^3} \quad (\text{II-185})$$

$$a_y = \dot{\omega}_z \cdot s_2 \quad (\text{II-186})$$

$$F_{AD} = \eta \cdot B \cdot L^2 \cdot \left(V_x \cdot c_1 + V_y \cdot L \cdot c_2 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_3 + c_7 - \frac{m_T \cdot \dot{\omega}_z \cdot a_1}{\eta \cdot B \cdot L^2} \right) \quad (\text{II-187})$$

$$F_{AD} = -\frac{\eta \cdot B \cdot L^3}{a_2} \cdot \left(V_x \cdot c_4 + V_y \cdot L \cdot c_5 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_6 + c_8 - \frac{J_T \cdot \dot{\omega}_z}{\eta \cdot B \cdot L^3} \right) \quad (\text{II-188})$$

$$\dot{\omega}_z = \frac{\eta \cdot B \cdot L^2 \cdot a_2}{m_T \cdot a_1 \cdot a_2 + J_T} \cdot \left[V_x \cdot \left(c_1 + \frac{L}{a_2} \cdot c_4 \right) + V_y \cdot L \cdot \left(c_2 + \frac{L}{a_2} \cdot c_5 \right) + \right. \\ \left. + \omega_z \cdot L^2 \cdot \left(c_3 + \frac{L}{a_2} \cdot c_6 \right) + c_7 + \frac{L}{a_2} \cdot c_8 \right] \quad (\text{II-189})$$

$$\omega_z(\varphi_2) = \frac{\eta \cdot B \cdot L^2 \cdot a_2 \cdot \Delta t}{m_T \cdot a_1 \cdot a_2 + J_T} \cdot \left[V_x(\varphi_1) \cdot \left(c_1(\varphi_1) + \frac{L}{a_2} \cdot c_4(\varphi_1) \right) + \right. \\ \left. + V_y(\varphi_1) \cdot L \cdot \left(c_2(\varphi_1) + \frac{L}{a_2} \cdot c_5(\varphi_1) \right) + \omega_z(\varphi_1) \cdot L^2 \cdot \left(c_3(\varphi_1) + \frac{L}{a_2} \cdot c_6(\varphi_1) \right) + \right. \\ \left. + c_7(\varphi_1) + \frac{L}{a_2} \cdot c_8(\varphi_1) \right] + \omega_z(\varphi_1) \quad (\text{II-190})$$

$$V_y(\varphi_2) = (\omega_z(\varphi_2) - \omega_z(\varphi_1)) \cdot s_2 + V_y(\varphi_1) \quad (\text{II-191})$$

$$F_{AD}(\varphi_1) = \eta \cdot B \cdot L^2 \cdot \left[V_x(\varphi_1) \cdot c_1(\varphi_1) + V_y(\varphi_1) \cdot L \cdot c_2(\varphi_1) + \right. \\ \left. + \omega_z(\varphi_1) \cdot L^2 \cdot c_3(\varphi_1) + c_7(\varphi_1) \right] - m_T \cdot a_1 \cdot \frac{\omega_z(\varphi_2) - \omega_z(\varphi_1)}{\Delta t} \quad (\text{II-192})$$

* *Effet d'inertie négligé :*

$$V_x \cdot c_1 + V_y \cdot L \cdot c_2 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_3 + c_7 - \frac{F_{AD}}{\eta \cdot B \cdot L^2} = 0 \quad (\text{II-193})$$

$$V_x \cdot c_4^* + V_y \cdot L \cdot c_5^* + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_6^* + c_8^* + \frac{F_{AD} \cdot s_2}{\eta \cdot B \cdot L^3} = 0 \quad (\text{II-194})$$

$$F_{AD} = \eta \cdot B \cdot L^2 \cdot (V_x \cdot c_1 + V_y \cdot L \cdot c_2 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_3 + c_7) \quad (\text{II-195})$$

$$F_{AD} = -\frac{\eta \cdot B \cdot L^3}{s_2} \cdot (V_x \cdot c_4^* + V_y \cdot L \cdot c_5^* + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_6^* + c_8^*) \quad (\text{II-196})$$

$$\omega_z(\varphi_1) = -\frac{V_x(\varphi_1) \cdot \left[c_1(\varphi_1) + \frac{L}{s_2} \cdot c_4^*(\varphi_1) \right] + c_7(\varphi_1) + \frac{L}{s_2} \cdot c_8^*(\varphi_1)}{L \cdot \left[s_2 \cdot c_2(\varphi_1) + L \cdot (c_3(\varphi_1) + c_5^*(\varphi_1)) + L^2 \cdot \frac{c_6^*(\varphi_1)}{s_2} \right]} \quad (\text{II-197})$$

$$V_y(\varphi_1) = \omega_z(\varphi_1) \cdot s_2 \quad (\text{II-198})$$

$$F_{AD}(\varphi_1) = \eta \cdot B \cdot L^2 \cdot [V_x(\varphi_1) \cdot c_1(\varphi_1) + V_y(\varphi_1) \cdot L \cdot c_2(\varphi_1) + \\ + \omega_z(\varphi_1) \cdot L^2 \cdot c_3(\varphi_1) + c_7(\varphi_1)] \quad (\text{II-199})$$

- **Mode III :**

* *Effet d'inertie considéré :*

$$V_x \cdot c_1 + V_y \cdot L \cdot c_2 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_3 + c_7 + \frac{F_{AG}}{\eta \cdot B \cdot L^2} = \frac{m_T \cdot (a_y - \dot{\omega}_z \cdot (s_2 - a_1))}{\eta \cdot B \cdot L^2} \quad (\text{II-200})$$

$$\mathbf{V}_x \cdot \mathbf{c}_4 + \mathbf{V}_y \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{c}_5 + \omega_z \cdot \mathbf{L}^2 \cdot \mathbf{c}_6 + \mathbf{c}_8 - \frac{\mathbf{F}_{AG} \cdot \mathbf{a}_2}{\eta \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{L}^3} = \frac{\mathbf{J}_T \cdot \dot{\omega}_z}{\eta \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{L}^3} \quad (\text{II-201})$$

$$\mathbf{a}_y = \dot{\omega}_z \cdot \mathbf{s}_2 \quad (\text{II-202})$$

$$\mathbf{F}_{AG} = -\eta \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{L}^2 \cdot \left(\mathbf{V}_x \cdot \mathbf{c}_1 + \mathbf{V}_y \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{c}_2 + \omega_z \cdot \mathbf{L}^2 \cdot \mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_7 - \frac{\mathbf{m}_T \cdot \dot{\omega}_z \cdot \mathbf{a}_1}{\eta \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{L}^2} \right) \quad (\text{II-203})$$

$$\mathbf{F}_{AG} = \frac{\eta \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{L}^3}{\mathbf{a}_2} \cdot \left(\mathbf{V}_x \cdot \mathbf{c}_4 + \mathbf{V}_y \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{c}_5 + \omega_z \cdot \mathbf{L}^2 \cdot \mathbf{c}_6 + \mathbf{c}_8 - \frac{\mathbf{J}_T \cdot \dot{\omega}_z}{\eta \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{L}^3} \right) \quad (\text{II-204})$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_z = \frac{\eta \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{L}^2 \cdot \mathbf{a}_2}{\mathbf{m}_T \cdot \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 + \mathbf{J}_T} & \left[\mathbf{V}_x \cdot \left(\mathbf{c}_1 + \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{a}_2} \cdot \mathbf{c}_4 \right) + \mathbf{V}_y \cdot \mathbf{L} \cdot \left(\mathbf{c}_2 + \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{a}_2} \cdot \mathbf{c}_5 \right) + \right. \\ & \left. + \omega_z \cdot \mathbf{L}^2 \cdot \left(\mathbf{c}_3 + \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{a}_2} \cdot \mathbf{c}_6 \right) + \mathbf{c}_7 + \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{a}_2} \cdot \mathbf{c}_8 \right] \end{aligned} \quad (\text{II-205})$$

$$\begin{aligned} \omega_z(\varphi_2) = \frac{\eta \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{L}^2 \cdot \mathbf{a}_2 \cdot \Delta t}{\mathbf{m}_T \cdot \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 + \mathbf{J}_T} & \left[\mathbf{V}_x(\varphi_1) \cdot \left(\mathbf{c}_1(\varphi_1) + \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{a}_2} \cdot \mathbf{c}_4(\varphi_1) \right) + \right. \\ & + \mathbf{V}_y(\varphi_1) \cdot \mathbf{L} \cdot \left(\mathbf{c}_2(\varphi_1) + \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{a}_2} \cdot \mathbf{c}_5(\varphi_1) \right) + \omega_z(\varphi_1) \cdot \mathbf{L}^2 \cdot \left(\mathbf{c}_3(\varphi_1) + \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{a}_2} \cdot \mathbf{c}_6(\varphi_1) \right) \\ & \left. + \mathbf{c}_7(\varphi_1) + \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{a}_2} \cdot \mathbf{c}_8(\varphi_1) \right] + \omega_z(\varphi_1) \end{aligned} \quad (\text{II-206})$$

$$\mathbf{V}_y(\varphi_2) = (\omega_z(\varphi_2) - \omega_z(\varphi_1)) \cdot \mathbf{s}_2 + \mathbf{V}_y(\varphi_1) \quad (\text{II-207})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{AG}(\varphi_1) = -\eta \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{L}^2 \cdot \left[\mathbf{V}_x(\varphi_1) \cdot \mathbf{c}_1(\varphi_1) + \mathbf{V}_y(\varphi_1) \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{c}_2(\varphi_1) + \omega_z(\varphi_1) \cdot \mathbf{L}^2 \cdot \mathbf{c}_3(\varphi_1) + \mathbf{c}_7(\varphi_1) \right] - \\ - \mathbf{m}_T \cdot \mathbf{a}_1 \cdot \frac{\omega_z(\varphi_2) - \omega_z(\varphi_1)}{\Delta t} \end{aligned} \quad (\text{II-208})$$

* *Effet d'inertie négligé :*

$$\mathbf{V}_x \cdot \mathbf{c}_1 + \mathbf{V}_y \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{c}_2 + \omega_z \cdot \mathbf{L}^2 \cdot \mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_7 + \frac{\mathbf{F}_{AG}}{\eta \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{L}^2} = 0 \quad (\text{II-209})$$

$$\mathbf{V}_x \cdot \mathbf{c}_4^* + \mathbf{V}_y \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{c}_5^* + \omega_z \cdot \mathbf{L}^2 \cdot \mathbf{c}_6^* + \mathbf{c}_8^* - \frac{\mathbf{F}_{AG} \cdot \mathbf{s}_2}{\eta \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{L}^3} = 0 \quad (\text{II-210})$$

$$\mathbf{F}_{AG} = -\eta \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{L}^2 \cdot (\mathbf{V}_x \cdot \mathbf{c}_1 + \mathbf{V}_y \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{c}_2 + \omega_z \cdot \mathbf{L}^2 \cdot \mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_7) \quad (\text{II-211})$$

$$\mathbf{F}_{AG} = \frac{\eta \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{L}^3}{\mathbf{s}_2} \cdot (\mathbf{V}_x \cdot \mathbf{c}_4^* + \mathbf{V}_y \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{c}_5^* + \omega_z \cdot \mathbf{L}^2 \cdot \mathbf{c}_6^* + \mathbf{c}_8^*) \quad (\text{II-212})$$

$$\omega_z(\varphi_1) = - \frac{\mathbf{V}_x(\varphi_1) \cdot \left[\mathbf{c}_1(\varphi_1) + \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{s}_2} \cdot \mathbf{c}_4^*(\varphi_1) \right] + \mathbf{c}_7(\varphi_1) + \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{s}_2} \cdot \mathbf{c}_8^*(\varphi_1)}{\mathbf{L} \cdot \left[\mathbf{s}_2 \cdot \mathbf{c}_2(\varphi_1) + \mathbf{L} \cdot (\mathbf{c}_3(\varphi_1) + \mathbf{c}_5^*(\varphi_1)) + \mathbf{L}^2 \cdot \frac{\mathbf{c}_6^*(\varphi_1)}{\mathbf{s}_2} \right]} \quad (\text{II-213})$$

$$F_{AG}(\varphi_1) = -\eta \cdot B \cdot L^2 \cdot [V_x(\varphi_1) \cdot c_1(\varphi_1) + V_y(\varphi_1) \cdot L \cdot c_2(\varphi_1) + \omega_z(\varphi_1) \cdot L^2 \cdot c_3(\varphi_1) + c_7(\varphi_1)] \quad (\text{II-214})$$

- Mode IV :

* *Effet d'inertie considéré :*

$$V_x \cdot c_1 + V_y \cdot L \cdot c_2 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_3 + c_7 - \frac{F_{BD}}{\eta \cdot B \cdot L^2} = \frac{m_T \cdot (a_y - \dot{\omega}_z \cdot (s_2 - a_1))}{\eta \cdot B \cdot L^2} \quad (\text{II-215})$$

$$V_x \cdot c_4 + V_y \cdot L \cdot c_5 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_6 + c_8 - \frac{F_{BD} \cdot (L_J - a_2)}{\eta \cdot B \cdot L^3} = \frac{J_T \cdot \dot{\omega}_z}{\eta \cdot B \cdot L^3} \quad (\text{II-216})$$

$$a_y = -\dot{\omega}_z \cdot (L_J - s_2) \quad (\text{II-217})$$

$$F_{BD} = \eta \cdot B \cdot L^2 \cdot \left(V_x \cdot c_1 + V_y \cdot L \cdot c_2 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_3 + c_7 + \frac{m_T \cdot \dot{\omega}_z \cdot (L_J - a_1)}{\eta \cdot B \cdot L^2} \right) \quad (\text{II-218})$$

$$F_{BD} = \frac{\eta \cdot B \cdot L^3}{L_J - a_2} \cdot \left(V_x \cdot c_4 + V_y \cdot L \cdot c_5 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_6 + c_8 - \frac{J_T \cdot \dot{\omega}_z}{\eta \cdot B \cdot L^3} \right) \quad (\text{II-219})$$

$$\dot{\omega}_z = -\frac{\eta \cdot B \cdot L^2}{m_T \cdot (L_J - a_1) + \frac{J_T}{L_J - a_2}} \cdot \left[V_x \cdot \left(c_1 - \frac{L}{L_J - a_2} \cdot c_4 \right) + V_y \cdot L \cdot \left(c_2 - \frac{L}{L_J - a_2} \cdot c_5 \right) + \omega_z \cdot L^2 \cdot \left(c_3 - \frac{L}{L_J - a_2} \cdot c_6 \right) + c_7 - \frac{L}{L_J - a_2} \cdot c_8 \right] \quad (\text{II-220})$$

$$\omega_z(\varphi_2) = -\frac{\eta \cdot B \cdot L^2 \cdot \Delta t}{m_T \cdot (L_J - a_1) + \frac{J_T}{L_J - a_2}} \cdot \left[V_x(\varphi_1) \cdot \left(c_1(\varphi_1) - \frac{L}{L_J - a_2} \cdot c_4(\varphi_1) \right) + V_y(\varphi_1) \cdot L \cdot \left(c_2(\varphi_1) - \frac{L}{L_J - a_2} \cdot c_5(\varphi_1) \right) + \omega_z(\varphi_1) \cdot L^2 \cdot \left(c_3(\varphi_1) - \frac{L}{L_J - a_2} \cdot c_6(\varphi_1) \right) + c_7(\varphi_1) - \frac{L}{L_J - a_2} \cdot c_8(\varphi_1) \right] + \omega_z(\varphi_1) \quad (\text{II-221})$$

$$V_y(\varphi_2) = -(\omega_z(\varphi_2) - \omega_z(\varphi_1)) \cdot (L_J - s_2) + V_y(\varphi_1) \quad (\text{II-222})$$

$$F_{BD}(\varphi_1) = \eta \cdot B \cdot L^2 \cdot \left[V_x(\varphi_1) \cdot c_1(\varphi_1) + V_y(\varphi_1) \cdot L \cdot c_2(\varphi_1) + \omega_z(\varphi_1) \cdot L^2 \cdot c_3(\varphi_1) + c_7(\varphi_1) \right] + m_T \cdot (L_J - a_1) \cdot \frac{\omega_z(\varphi_2) - \omega_z(\varphi_1)}{\Delta t} \quad (\text{II-223})$$

* *Effet d'inertie négligé :*

$$V_x \cdot c_1 + V_y \cdot L \cdot c_2 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_3 + c_7 - \frac{F_{BD}}{\eta \cdot B \cdot L^2} = 0 \quad (\text{II-224})$$

$$V_x \cdot c_4^* + V_y \cdot L \cdot c_5^* + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_6^* + c_8^* - \frac{F_{BD} \cdot (L_J - s_2)}{\eta \cdot B \cdot L^3} = 0 \quad (\text{II-225})$$

$$F_{BD} = \eta \cdot B \cdot L^2 \cdot (V_x \cdot c_1 + V_y \cdot L \cdot c_2 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_3 + c_7) \quad (\text{II-226})$$

$$F_{BD} = \frac{\eta \cdot B \cdot L^3}{L_J - s_2} \cdot (V_x \cdot c_4^* + V_y \cdot L \cdot c_5^* + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_6^* + c_8^*) \quad (\text{II-227})$$

$$\omega_z(\varphi_1) = \frac{V_x(\varphi_1) \cdot \left[-c_1(\varphi_1) + \frac{L}{L_J - s_2} \cdot c_4^*(\varphi_1) \right] - c_7(\varphi_1) + \frac{L}{L_J - s_2} \cdot c_8^*(\varphi_1)}{L \cdot \left[(s_2 - L_J) \cdot c_2(\varphi_1) + L \cdot (c_3(\varphi_1) + c_5^*(\varphi_1)) + L^2 \cdot \frac{c_6^*(\varphi_1)}{s_2 - L_J} \right]} \quad (\text{II-228})$$

$$V_y(\varphi_1) = -\omega_z(\varphi_1) \cdot (L_J - s_2) \quad (\text{II-229})$$

$$F_{BD}(\varphi_1) = \eta \cdot B \cdot L^2 \cdot [V_x(\varphi_1) \cdot c_1(\varphi_1) + V_y(\varphi_1) \cdot L \cdot c_2(\varphi_1) + \omega_z(\varphi_1) \cdot L^2 \cdot c_3(\varphi_1) + c_7(\varphi_1)] \quad (\text{II-230})$$

- Mode V :

* *Effet d'inertie considéré :*

$$V_x \cdot c_1 + V_y \cdot L \cdot c_2 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_3 + c_7 + \frac{F_{BG}}{\eta \cdot B \cdot L^2} = \frac{m_T \cdot (a_y - \dot{\omega}_z \cdot (s_2 - a_1))}{\eta \cdot B \cdot L^2} \quad (\text{II-231})$$

$$V_x \cdot c_4 + V_y \cdot L \cdot c_5 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_6 + c_8 + \frac{F_{BG} \cdot (L_J - a_2)}{\eta \cdot B \cdot L^3} = \frac{J_T \cdot \dot{\omega}_z}{\eta \cdot B \cdot L^3} \quad (\text{II-232})$$

$$a_y = -\dot{\omega}_z \cdot (L_J - s_2) \quad (\text{II-233})$$

$$F_{BG} = -\eta \cdot B \cdot L^2 \cdot \left(V_x \cdot c_1 + V_y \cdot L \cdot c_2 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_3 + c_7 + \frac{m_T \cdot \dot{\omega}_z \cdot (L_J - a_1)}{\eta \cdot B \cdot L^2} \right) \quad (\text{II-234})$$

$$F_{BG} = -\frac{\eta \cdot B \cdot L^3}{L_J - a_2} \cdot \left(V_x \cdot c_4 + V_y \cdot L \cdot c_5 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_6 + c_8 - \frac{J_T \cdot \dot{\omega}_z}{\eta \cdot B \cdot L^3} \right) \quad (\text{II-235})$$

$$\dot{\omega}_z = -\frac{\eta \cdot B \cdot L^2}{m_T \cdot (L_J - a_1) + \frac{J_T}{L_J - a_2}} \cdot \left[V_x \cdot \left(c_1 - \frac{L}{L_J - a_2} \cdot c_4 \right) + V_y \cdot L \cdot \left(c_2 - \frac{L}{L_J - a_2} \cdot c_5 \right) + \omega_z \cdot L^2 \cdot \left(c_3 - \frac{L}{L_J - a_2} \cdot c_6 \right) + c_7 - \frac{L}{L_J - a_2} \cdot c_8 \right] \quad (\text{II-236})$$

$$\begin{aligned}
\omega_z(\varphi_2) = & -\frac{\eta \cdot B \cdot L^2 \cdot \Delta t}{m_T \cdot (L_J - a_1) + \frac{J_T}{L_J - a_2}} \cdot \left[V_x(\varphi_1) \cdot \left(c_1(\varphi_1) - \frac{L}{L_J - a_2} \cdot c_4(\varphi_1) \right) + \right. \\
& + V_y(\varphi_1) \cdot L \cdot \left(c_2(\varphi_1) - \frac{L}{L_J - a_2} \cdot c_5(\varphi_1) \right) + \\
& \left. + \omega_z(\varphi_1) \cdot L^2 \cdot \left(c_3(\varphi_1) - \frac{L}{L_J - a_2} \cdot c_6(\varphi_1) \right) + c_7(\varphi_1) - \frac{L}{L_J - a_2} \cdot c_8(\varphi_1) \right] + \omega_z(\varphi_1)
\end{aligned} \tag{II-237}$$

$$V_y(\varphi_2) = -[\omega_z(\varphi_2) - \omega_z(\varphi_1)] \cdot (L_J - s_2) + V_y(\varphi_1) \tag{II-238}$$

$$\begin{aligned}
F_{BG}(\varphi_1) = & -\eta \cdot B \cdot L^2 \cdot \left[V_x(\varphi_1) \cdot c_1(\varphi_1) + V_y(\varphi_1) \cdot L \cdot c_2(\varphi_1) + \right. \\
& \left. + \omega_z(\varphi_1) \cdot L^2 \cdot c_3(\varphi_1) + c_7(\varphi_1) \right] + m_T \cdot (L_J - a_1) \cdot \frac{\omega_z(\varphi_2) - \omega_z(\varphi_1)}{\Delta t}
\end{aligned} \tag{II-239}$$

* Effet d'inertie négligé :

$$V_x \cdot c_1 + V_y \cdot L \cdot c_2 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_3 + c_7 + \frac{F_{BG}}{\eta \cdot B \cdot L^2} = 0 \tag{II-240}$$

$$V_x \cdot c_4^* + V_y \cdot L \cdot c_5^* + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_6^* + c_8^* + \frac{F_{BG} \cdot (L_J - s_2)}{\eta \cdot B \cdot L^3} = 0 \tag{II-241}$$

$$F_{BG} = -\eta \cdot B \cdot L^2 \cdot (V_x \cdot c_1 + V_y \cdot L \cdot c_2 + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_3 + c_7) \tag{II-242}$$

$$F_{BG} = -\frac{\eta \cdot B \cdot L^3}{L_J - s_2} \cdot (V_x \cdot c_4^* + V_y \cdot L \cdot c_5^* + \omega_z \cdot L^2 \cdot c_6^* + c_8^*) \tag{II-243}$$

$$\omega_z(\varphi_1) = \frac{V_x(\varphi_1) \cdot \left[-c_1(\varphi_1) + \frac{L}{L_J - s_2} \cdot c_4^*(\varphi_1) \right] - c_7(\varphi_1) + \frac{L}{L_J - s_2} \cdot c_8^*(\varphi_1)}{L \cdot \left[(s_2 - L_J) \cdot c_2(\varphi_1) + L \cdot (c_3(\varphi_1) + c_5^*(\varphi_1)) + L^2 \cdot \frac{c_6^*(\varphi_1)}{s_2 - L_J} \right]} \tag{II-244}$$

$$V_y(\varphi_1) = -\omega_z(\varphi_1) \cdot (L_J - s_2) \tag{II-245}$$

$$\begin{aligned}
F_{BG}(\varphi_1) = & -\eta \cdot B \cdot L^2 \cdot \left[V_x(\varphi_1) \cdot c_1(\varphi_1) + V_y(\varphi_1) \cdot L \cdot c_2(\varphi_1) + \right. \\
& \left. + \omega_z(\varphi_1) \cdot L^2 \cdot c_3(\varphi_1) + c_7(\varphi_1) \right]
\end{aligned} \tag{II-246}$$

Chapitre III

Simulation et interprétation des résultats

III.1. Algorithme du modèle hydrodynamique du piston	47
III.2. Données relatives à la simulation	54
III.2.1. Données du moteur	56
III.2.2. Caractéristiques géométriques et propriétés rhéologiques du film lubrifiant	58
III.2.3. Méthodes de résolution et organigramme du modèle hydrodynamique	59
III.3. Résultats de simulation et interprétations	61
III.3.1. Influence du désaxage de l'axe de piston	61
III.3.2. Influence du taux de remplissage du film lubrifiant	65
III.3.3. Influence du jeu radial	66

Dans ce chapitre, seront exposés des résultats de simulation et leur confrontation à des résultats expérimentaux obtenus par d'autres chercheurs. À cet effet, l'algorithme de résolution sera programmé en langage évolué Fortran. La simulation concerne la détermination des grandeurs cinématiques et hydrodynamiques permettant le calcul de la nouvelle position du piston pour chaque mode à partir de la quelle, on évalue les hauteurs du film lubrifiant. L'influence du désaxage de l'axe de piston, du taux de remplissage du film lubrifiant et du jeu radial sur ces hauteurs sera analysée.

III.1. Algorithme du modèle hydrodynamique du piston :

Nous allons dans ce qui suit décrire l'algorithme de résolution des équations régissant le modèle hydrodynamique du système chemise-piston [4].

Rappelons que la position du piston dans la chemise est caractérisée par les courses S_x , S_y et l'angle de basculement α_z . Dans un premier temps, on donne des valeurs initiales pour la course S_y et l'angle de basculement α_z . La course S_x , la vitesse V_x et l'accélération a_x peuvent être déterminées respectivement des équations (I-14), (I-15) et (I-16) pour un angle fixé du vilebrequin noté φ_1 .

Les hauteurs du film lubrifiant se calculent par les équations (II-7) à (II-18). Parmi ces dernières, les hauteurs h_{o4} , h_{u4} , h_{o5} et h_{u5} définissent le mode de mouvement du piston ; on peut alors rencontrer les cas suivants :

- Mode I : h_{o4} , h_{u4} , h_{o5} et h_{u5} sont positives.
- Mode II : h_{o4} , h_{u4} et h_{o5} sont positives et h_{u5} est négative.
- Mode III : h_{o4} , h_{u4} et h_{u5} sont positives et h_{o5} est négative.
- Mode IV : h_{o4} , h_{o5} et h_{u5} sont positives et h_{u4} est négative.
- Mode V : h_{u4} , h_{o5} et h_{u5} sont positives et h_{o4} est négative.

À noter qu'une correction sera apportée pour les hauteurs trouvées négatives et qui consiste à annuler ces dernières tout en conservant la valeur de α_z et en recalculant la valeur de S_y et les nouvelles hauteurs pour chaque mode.

Après avoir défini le mode, on procède à la résolution des équations de Reynolds pour les deux parties (côtés poussée et contre poussée) du film lubrifiant afin d'évaluer les forces et les moments hydrodynamiques adimensionnels et ce pour des effets d'inertie, d'une part, considéré et, d'autre part, négligé. Ceci nous amène à la détermination des vitesses relatives au mouvement secondaire $V_y(\varphi_1)$ et $\omega_z(\varphi_1)$. Notons que la pression hydrodynamique peut être créée soit par la traînée du film lubrifiant correspondant au mouvement primaire du

piston, soit par la compression du film lubrifiant due au mouvement secondaire du piston.

Pour éviter un calcul simultané avec ou sans considération de l'effet d'inertie, on procède d'abord au test d'existence d'une solution hydrodynamique sans effet d'inertie :

- si cette solution existe, elle sera utilisée car on octroie une influence dominante au film lubrifiant ;

- si cette solution n'existe pas, on prend en compte l'effet d'inertie.

Pour chaque mode de mouvement, l'existence d'une pression hydrodynamique repose sur les combinaisons suivantes :

- pour le mouvement primaire : les signes de $V_x(\varphi_1)$ et $\alpha_z(\varphi_1)$ déterminent les côtés d'activité de la pression du film lubrifiant.

- pour le mouvement secondaire : les signes de $V_y(\varphi_1)$ et/ou $\omega_z(\varphi_1)$ déterminent les côtés d'activité de la pression du film lubrifiant.

Nous allons dans ce qui suit analyser les combinaisons des signes pour chaque mode.

Mode I :

** Mouvement primaire :*

Puisque $V_x(\varphi_1)$ et $\alpha_z(\varphi_1)$ peuvent être aussi bien positifs, négatifs ou nuls ; on peut alors avoir les cas suivants :

A.1 si $V_x(\varphi_1) > 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) > 0$:

- pression inactive du côté poussée,
- pression active du côté contre poussée.

A.2 si $V_x(\varphi_1) > 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) < 0$:

- pression active du côté poussée,
- pression inactive du côté contre poussée.

A.3 si $V_x(\varphi_1) < 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) > 0$:

- pression active du côté poussée,
- pression inactive du côté contre poussée.

A.4 si $V_x(\varphi_1) < 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) < 0$:

- pression inactive du côté poussée,
- pression active du côté contre poussée.

A.5 $V_x(\varphi_1) = 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) > 0$.

A.6 $V_x(\varphi_1) = 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) < 0$.

A.7 $V_x(\varphi_1) = 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) = 0$.

A.8 $V_x(\varphi_1) > 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) = 0$.

A.9 $V_x(\varphi_1) < 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) = 0$.

Pour les cas A.7 à A.9, il ne se crée pas de pression hydrodynamique car le rapport relatif des hauteurs (m) croît à l'infini d'après la relation (II-74) de manière que l'équation de Reynolds ne puisse plus être résolue.

Afin de réduire le nombre de cas nécessaires en vue de la mise au point d'un programme de simulation, les cas A.5 et A.6 seront assimilés respectivement aux cas A.1 et A.2 tout en attribuant une petite valeur à la vitesse $V_x(\varphi_1)$. Avec ces restrictions, nous retenons que les cas A.1 à A.4.

** Mouvement de translation latéral :*

Pour la compression suite à la translation latérale du piston, on a :

- si $V_y(\varphi_1) > 0$:
 - pression active du côté poussée,
 - pression inactive du côté contre poussée.
- si $V_y(\varphi_1) < 0$:
 - pression inactive du côté poussée,
 - pression active du côté contre poussée.
- si $V_y(\varphi_1) = 0$:
 - pas de pression hydrodynamique.

** Mouvement de rotation :*

Pour la compression suite à la rotation du piston, on a :

- si $\omega_z(\varphi_1) > 0$:
 - pressions active et inactive du côté poussée,
 - pressions active et inactive du côté contre poussée.
- si $\omega_z(\varphi_1) < 0$:
 - pressions active et inactive du côté poussée,
 - pressions active et inactive du côté contre poussée.
- si $\omega_z(\varphi_1) = 0$:
 - pas de pression hydrodynamique.

En tenant compte des signes de $V_y(\varphi_1)$ et $\omega_z(\varphi_1)$, il peut y avoir neuf combinaisons pour les quelles une solution hydrodynamique puisse exister :

- B.1 $V_y(\varphi_1) > 0$ et $\omega_z(\varphi_1) > 0$,
- B.2 $V_y(\varphi_1) > 0$ et $\omega_z(\varphi_1) < 0$,
- B.3 $V_y(\varphi_1) < 0$ et $\omega_z(\varphi_1) > 0$,
- B.4 $V_y(\varphi_1) < 0$ et $\omega_z(\varphi_1) < 0$,
- B.5 $V_y(\varphi_1) = 0$ et $\omega_z(\varphi_1) > 0$,

B.6 $V_y(\varphi_1) = 0$ et $\omega_z(\varphi_1) < 0$,

B.7 $V_y(\varphi_1) = 0$ et $\omega_z(\varphi_1) = 0$,

B.8 $V_y(\varphi_1) > 0$ et $\omega_z(\varphi_1) = 0$,

B.9 $V_y(\varphi_1) < 0$ et $\omega_z(\varphi_1) = 0$.

Afin de réduire le nombre des cas possibles, on considère que les vitesses $V_y(\varphi_1)$ et $\omega_z(\varphi_1)$ ne peuvent pas s'annuler de manière que les cas B.5 à B.9 ne seront pas pris en considération.

Pour les cas B.1 à B.4, les vitesses $V_y(\varphi_1)$ et $\omega_z(\varphi_1)$ seront calculées à l'aide des relations (II-182) et (II-183). La différence entre les différents cas se trouve dans le calcul des coefficients c_1 , c_2 , c_3 , c_4^* , c_5^* et c_6^* qui doivent être modifiés du fait que les forces et les moments adimensionnels résultants des pressions inactives y deviennent nuls.

Si les signes des vitesses calculées sont conformes aux signes des cas retenus ci-dessus, alors une solution hydrodynamique est présente. Si au moins un des deux signes d'une paire des vitesses calculées n'est pas conforme, alors il n'y aura pas de solution hydrodynamique.

En vue de l'existence d'une solution hydrodynamique tout en négligeant l'effet d'inertie, on diffère trois différents cas possibles :

- Il n'existe pas de solution hydrodynamique pour l'angle φ_1 du vilebrequin ;
- Il existe plusieurs solutions hydrodynamiques pour l'angle φ_1 du vilebrequin ;
- Il existe une seule solution hydrodynamique pour l'angle φ_1 du vilebrequin.

Cas 1 : S'il n'existe pas de solution hydrodynamique pour l'angle φ_1 du vilebrequin, il s'ensuit le calcul des vitesses $V_y(\varphi_2)$ et $\omega_z(\varphi_2)$ pour l'angle du vilebrequin $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi$, et ce à l'aide des relations (II-170) et (II-172). Ces équations exigent la détermination des vitesses secondaires $V_y(\varphi_1)$ et $\omega_z(\varphi_1)$.

Si la solution antérieure résulte du cas qui considère l'effet d'inertie pour l'angle $\varphi_0 = \varphi_1 - \Delta\varphi$, les vitesses $V_y(\varphi_1)$ et $\omega_z(\varphi_1)$ seront définies par :

$$V_y(\varphi_1) = V_y(\varphi_0) \quad (\text{III-1})$$

$$\omega_z(\varphi_1) = \omega_z(\varphi_0) \quad (\text{III-2})$$

Comme les accélérations lors du passage de l'angle φ_1 à l'angle φ_2 sont considérées constantes, on détermine les vitesses moyennes par les expressions suivantes :

$$V_{y\text{moy}} = \frac{1}{2} \cdot (V_y(\varphi_1) + V_y(\varphi_2)) \quad (\text{III-3})$$

$$\omega_{z\text{moy}} = \frac{1}{2} \cdot (\omega_z(\varphi_1) + \omega_z(\varphi_2)) \quad (\text{III-4})$$

Il s'ensuit la détermination de la course S_y et l'angle de basculement α_z , pour l'angle $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi$, comme suit :

$$S_y(\varphi_2) = S_y(\varphi_1) + V_{y\text{moy}} \cdot \Delta t \quad (\text{III-5})$$

$$\alpha_z(\varphi_2) = \alpha_z(\varphi_1) + \omega_{z\text{moy}} \cdot \Delta t \quad (\text{III-6})$$

Cas 2 : S'il existe plusieurs solutions hydrodynamiques pour l'angle φ_1 du vilebrequin, on doit alors comparer leurs signes avec la solution obtenue pour l'angle précédent $\varphi_0 = \varphi_1 - \Delta\varphi$ du vilebrequin, bien sûr si cette dernière existerait.

Si elle existe, alors on choisit parmi toutes les solutions celle qui a la même combinaison de signes. Par contre, si elle n'existe pas, on les compare alors avec la solution non hydrodynamique déterminée juste avant. Cette comparaison se fait aussi lorsque la comparaison avec la solution hydrodynamique précédente ne donne pas de résultat. Si une comparaison se fait avec succès, cette solution sera alors définie comme solution hydrodynamique et les vitesses pour l'angle $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi$ seront données par les expressions suivantes :

$$V_{y\text{moy}} = V_y(\varphi_1) \quad (\text{III-7})$$

$$\omega_{z\text{moy}} = \omega_z(\varphi_1) \quad (\text{III-8})$$

La course $S_y(\varphi_2)$ et l'angle de basculement $\alpha_z(\varphi_2)$ seront calculés par les équations (III-5) et (III-6).

Cas 3 : Si dès le début, la solution hydrodynamique pour l'angle φ_1 du vilebrequin est connue, il s'ensuit alors le calcul de la course S_y et l'angle de basculement α_z pour l'angle $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi$ également à l'aide des expressions (III-5) à (III-8).

Nous allons dans ce qui suit décrire la suite de la procédure d'exécution de l'algorithme pour les modes de mouvement II, III, IV et V.

Afin de déterminer, si le mode approprié se maintient pour l'angle φ_1 du vilebrequin ou si le contact des corps solides sera levé, on calcule d'abord les vitesses du mouvement secondaire $V_{y\text{moy}}$ et $\omega_{z\text{moy}}$ comme dans le mode I. De ces dernières, on calcule la vitesse de contact moyenne pour chaque mode. Si la vitesse de contact est inférieure ou égale à zéro, le contact entre solides sera alors levé. Le calcul de la nouvelle position se fait comme dans le mode I avec les vitesses du mouvement secondaire déterminées auparavant. Si la vitesse de contact est supérieure à zéro, le contact entre solides sera maintenu ; les vitesses secondaires et la nouvelle position du piston seront déterminées dans le mode approprié.

En ce qui concerne la formation de la pression hydrodynamique par traînée suite à la translation axiale du piston, on procède de la même manière comme pour le mode I tout en respectant les signes de $V_x(\varphi_1)$. Comme le signe de l'angle $\alpha_z(\varphi_1)$ est connu dès le départ pour chaque mode, on ne distingue que trois cas différents de formation de pression hydrodynamique par traînée :

- Mode II :**
- A.1 $V_x(\varphi_1) > 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) < 0$,
 - A.2 $V_x(\varphi_1) < 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) < 0$,
 - A.3 $V_x(\varphi_1) = 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) < 0$.

- Mode III:**
- A.1 $V_x(\varphi_1) > 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) > 0$,
 - A.2 $V_x(\varphi_1) < 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) > 0$,
 - A.3 $V_x(\varphi_1) = 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) > 0$.

- Mode IV :**
- A.1 $V_x(\varphi_1) > 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) > 0$,
 - A.2 $V_x(\varphi_1) < 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) > 0$,
 - A.3 $V_x(\varphi_1) = 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) > 0$.

- Mode V :**
- A.1 $V_x(\varphi_1) > 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) < 0$,
 - A.2 $V_x(\varphi_1) < 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) < 0$,
 - A.3 $V_x(\varphi_1) = 0$ et $\alpha_z(\varphi_1) < 0$.

Le cas A.3 sera ramené au cas A.1 tout en attribuant une petite valeur positive pour $V_x(\varphi_1)$.

On doit aussi déterminer où et comment doit avoir lieu une pression hydrodynamique par compression aussi bien à la suite de la translation latérale ou de la rotation. Pour les conditions de pressions actives et inactives, on peut se référer aux explications apportées pour le mode I. Si on a une solution hydrodynamique, trois cas possibles de combinaison des signes des vitesses secondaires peuvent se présenter :

Mode II : $V_y(\varphi_1)$ et $\omega_z(\varphi_1)$ ont d'après l'expression (II-114) toujours le même signe.

- B.1 $V_y(\varphi_1) > 0$ et $\omega_z(\varphi_1) > 0$,
- B.2 $V_y(\varphi_1) < 0$ et $\omega_z(\varphi_1) < 0$,
- B.3 $V_y(\varphi_1) = 0$ et $\omega_z(\varphi_1) = 0$.

Mode III : $V_y(\varphi_1)$ et $\omega_z(\varphi_1)$ ont d'après l'expression (II-123) toujours le même signe.

- B.1 $V_y(\varphi_1) > 0$ et $\omega_z(\varphi_1) > 0$,
- B.2 $V_y(\varphi_1) < 0$ et $\omega_z(\varphi_1) < 0$,
- B.3 $V_y(\varphi_1) = 0$ et $\omega_z(\varphi_1) = 0$.

Mode IV : $V_y(\varphi_1)$ et $\omega_z(\varphi_1)$ ont d'après l'expression (II-133) toujours des signes opposés.

$$B.1 \quad V_y(\varphi_1) > 0 \text{ et } \omega_z(\varphi_1) < 0,$$

$$B.2 \quad V_y(\varphi_1) < 0 \text{ et } \omega_z(\varphi_1) > 0,$$

$$B.3 \quad V_y(\varphi_1) = 0 \text{ et } \omega_z(\varphi_1) = 0.$$

Mode V : $V_y(\varphi_1)$ et $\omega_z(\varphi_1)$ ont d'après l'expression (II-142) toujours des signes opposés.

$$B.1 \quad V_y(\varphi_1) > 0 \text{ et } \omega_z(\varphi_1) < 0,$$

$$B.2 \quad V_y(\varphi_1) < 0 \text{ et } \omega_z(\varphi_1) > 0,$$

$$B.3 \quad V_y(\varphi_1) = 0 \text{ et } \omega_z(\varphi_1) = 0.$$

On suppose que les vitesses $V_y(\varphi_1)$ et $\omega_z(\varphi_1)$ ne seront pas nulles de manière que le cas B.3 ne sera pas pris en considération. Pour les cas B.1 et B.2, les vitesses $V_y(\varphi_1)$ et $\omega_z(\varphi_1)$ ainsi que les forces de contact ($F_{AD}(\varphi_1)$, $F_{AG}(\varphi_1)$, $F_{BD}(\varphi_1)$ ou $F_{BG}(\varphi_1)$) seront calculées à l'aide de leurs relations respectives formulées pour chaque mode où les coefficients c_1 , c_2 , c_3 , c_4^* , c_5^* et c_6^* doivent être adaptés selon l'activité et/ou l'inactivité des pressions. On obtient ainsi deux triplets de forces et vitesses :

$$- (V_{y1}, \omega_{z1}, F_{AD1}) \text{ et } (V_{y2}, \omega_{z2}, F_{AD2}) \text{ pour le mode II,}$$

$$- (V_{y1}, \omega_{z1}, F_{AG1}) \text{ et } (V_{y2}, \omega_{z2}, F_{AG2}) \text{ pour le mode III,}$$

$$- (V_{y1}, \omega_{z1}, F_{BD1}) \text{ et } (V_{y2}, \omega_{z2}, F_{BD2}) \text{ pour le mode IV,}$$

$$- (V_{y1}, \omega_{z1}, F_{BG1}) \text{ et } (V_{y2}, \omega_{z2}, F_{BG2}) \text{ pour le mode V.}$$

Lorsque les signes des vitesses calculées sont conformes aux cas retenus ci-dessus et que la force de contact calculée est supérieure ou égale à zéro, il y'a alors une solution hydrodynamique. Lorsque les signes des vitesses calculées sont conformes aux cas retenus ci-dessus et que la force de contact calculée est inférieure à zéro, il y aura une solution hydrodynamique. Du point de vue physique ceci n'est pas possible car la chemise devrait alors retenir le bord du piston.

Lorsque les signes des vitesses calculées ne sont pas conformes aux cas retenus ci-dessus, il n'y aura pas de solution hydrodynamique et ceci indépendamment du signe de la force de contact calculée.

En vue l'existence d'une solution hydrodynamique tout en négligeant l'effet d'inertie, on peut rencontrer trois cas possibles :

- Il n'existe pas de solution hydrodynamique pour l'angle φ_1 du vilebrequin ;

- Il existe deux solutions hydrodynamiques pour l'angle φ_1 du vilebrequin ;
- Il existe une seule solution hydrodynamique pour l'angle φ_1 du vilebrequin.

S'il n'existe pas de solution hydrodynamique pour l'angle φ_1 du vilebrequin, il s'ensuit le calcul des vitesses $V_y(\varphi_2)$ et $\omega_z(\varphi_2)$ pour l'angle du vilebrequin $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi$ avec la détermination de la force de contact.

Les équations déterminant les vitesses $V_y(\varphi_2)$ et $\omega_z(\varphi_2)$, exigent la connaissance des vitesses secondaires $V_y(\varphi_1)$ et $\omega_z(\varphi_1)$. Ces dernières seront connues lorsque la solution pour l'angle $\varphi_0 = \varphi_1 - \Delta\varphi$ est déjà connue pour le cas de la prise en considération de l'effet d'inertie, éventuellement aussi dans un autre mode de mouvement. S'il y a une solution hydrodynamique pour φ_0 éventuellement aussi dans un autre mode de mouvement, alors $V_y(\varphi_1)$ et $\omega_z(\varphi_1)$ seront définies par les expressions (III-1) et (III-2).

Comme les accélérations lors du passage de l'angle φ_1 à l'angle φ_2 , à la suite de la dérivation des relations déterminant les vitesses $V_y(\varphi_2)$ et $\omega_z(\varphi_2)$, sont considérées constantes, les vitesses moyennes s'obtiennent par les expressions (III-3) et (III-4), et les coordonnées de la position pour l'angle $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi$ par les expressions (III-5) et (III-6).

Dans le cas de l'existence simultanée de deux solutions, on considère qu'il n'y a pas de solution hydrodynamique.

S'il existe une seule solution hydrodynamique, les vitesses moyennes seront calculées par les expressions (III-7) et (III-8), et les coordonnées de la nouvelle position par les expressions (III-5) et (III-6).

L'organigramme relatif à l'algorithme du modèle hydrodynamique du piston sera présenté un peu plus loin.

Nous allons maintenant présenter les données nécessaires à la simulation.

III.2. Données relatives à la simulation :

Les résultats de simulation qui seront obtenus suite à l'élaboration d'un programme en langage évolué Fortran seront confrontés aux résultats expérimentaux de Brucker[4]. Ces derniers ont été obtenus sur un moteur de type OM 616 de la société Daimler-Benz. Les résultats expérimentaux sont fournis sous forme d'évolutions des hauteurs du film lubrifiant à des positions bien précises en fonction de l'angle du vilebrequin pour un désaxage nul.

Lors des mesures, les quatre capteurs ne se trouvaient pas sur les bords supérieur et inférieur de la jupe du piston. Pour le bord supérieur, les capteurs sont insérés entre les deux segments de compression ; tandis que, les capteurs inférieurs se trouvent à 19 mm au dessus du bord inférieur de la jupe. Ainsi, on doit introduire pour ces cas particuliers les hauteurs

correspondantes (h_{o6} et h_{o7}) pour le côté contre poussée et (h_{u6} et h_{u7}) pour le côté poussée. La figure qui suit illustre le positionnement des capteurs dans le système chemise-piston.

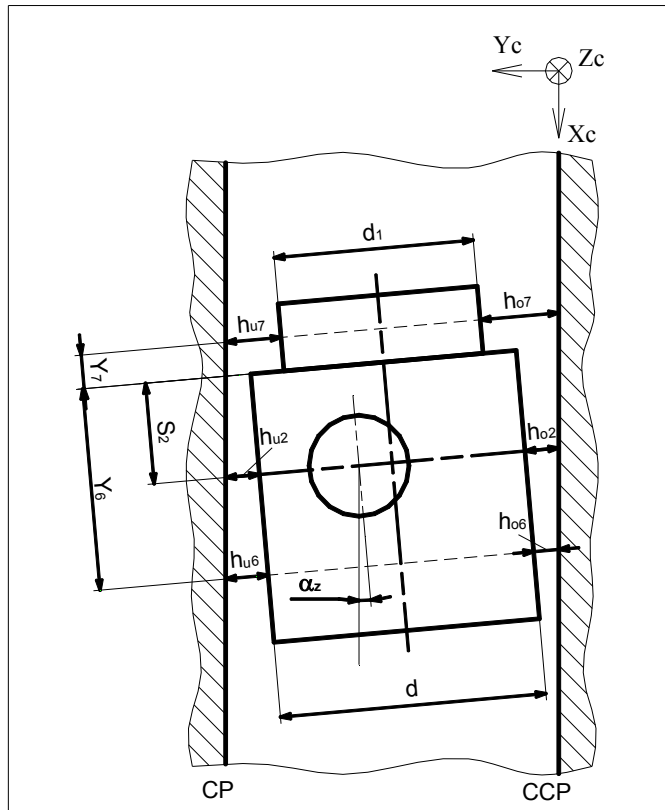


Figure III.1 : Positionnement des capteurs.

La figure qui suit montre l'évolution, en fonction de l'angle du vilebrequin, de la hauteur du film lubrifiant mesurée par les capteurs supérieurs.

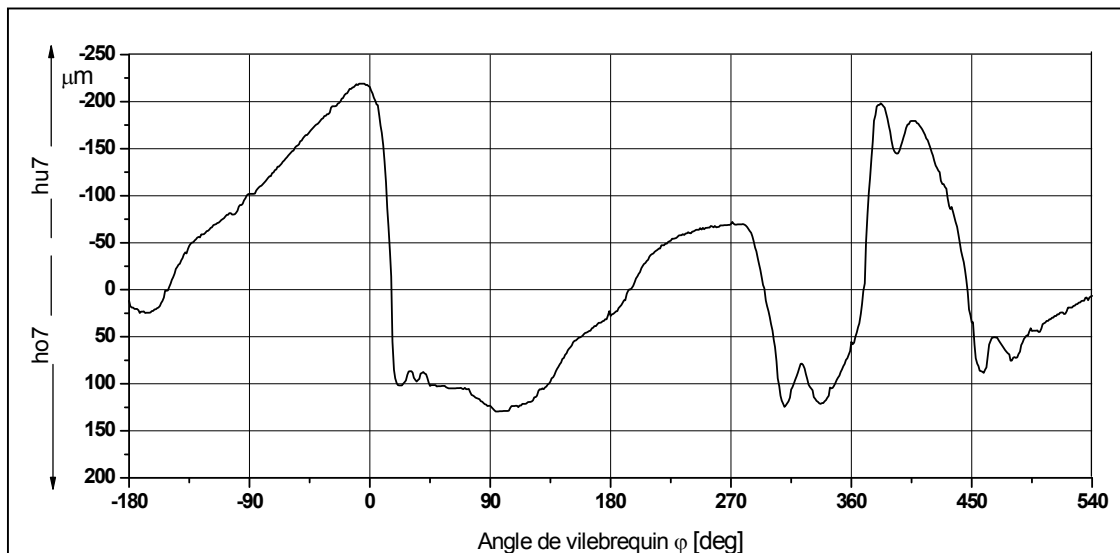


Figure III.2 : Hauteurs mesurées par les capteurs supérieurs [4].

L'évolution, en fonction de l'angle du vilebrequin, de la hauteur du film lubrifiant mesurée par les capteurs inférieurs est donnée par le schéma de la figure qui suit.

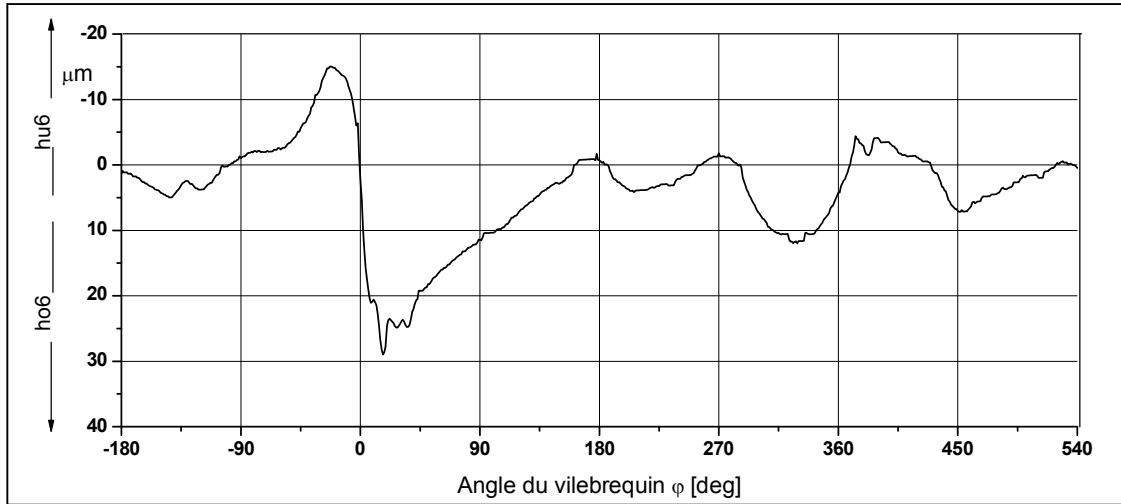


Figure III.3 : Hauteurs mesurées par des capteurs inférieurs [4].

Pour une confrontation des résultats de simulation aux résultats expérimentaux, il faut exprimer les hauteurs h_{o6} , h_{u6} , h_{o7} et h_{u7} . Ces dernières sont liées aux hauteurs h_{o2} et h_{u2} par les expressions qui suivent :

$$h_{o6} = h_{o2} + (Y_6 - s_2) \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{III-9})$$

$$h_{u6} = h_{u2} - (Y_6 - s_2) \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{III-10})$$

$$h_{o7} = h_{o2} + \frac{d}{2} - \frac{d_1}{2} - (Y_7 + s_2) \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{III-11})$$

$$h_{u7} = h_{u2} + \frac{d}{2} - \frac{d_1}{2} + (Y_7 + s_2) \cdot \tan \alpha_z \quad (\text{III-12})$$

À noter que les longueurs Y_6 et Y_7 valent respectivement 30,2 mm et 11,8 mm. Les hauteurs h_{o2} et h_{u2} sont déterminées à partir des positions du piston (S_x , S_y et α_z) calculées pour chaque angle du vilebrequin.

III.2.1. Données du moteur :

L'évolution de la force des gaz, en fonction de l'angle du vilebrequin, se détermine à travers la connaissance de la valeur du diamètre de la chemise, de la course S_x du piston, et des pressions et coefficients polytropiques correspondants au cycle du moteur.

Les pressions et les coefficients polytropiques sont donnés comme suit :

Pression au début de la compression :	$p_{com} = 1 \text{ bar}$
Pression maximale après la transformation isochore :	$p_{max} = 58 \text{ bar}$
Pression constante durant l'échappement :	$p_{ech} = 1,1 \text{ bar}$
Pression constante au cours de l'admission :	$p_{adm} = 1,1 \text{ bar}$
Coefficient polytropique de la compression :	$n_V = 1,3$
Coefficient polytropique de la détente :	$n_E = 1,0$

Ces valeurs ont été prises pour un fonctionnement en pleine charge et une vitesse de rotation du moteur de 2400 tr/min [4].

La figure III.4 montre l'évolution de la force des gaz en fonction de l'angle du vilebrequin.

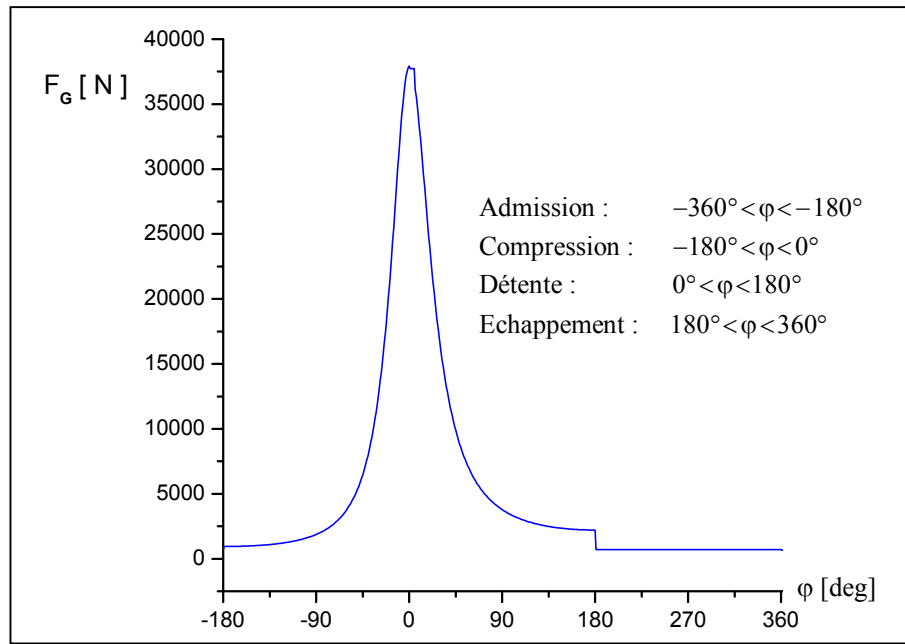


Figure III.4 : Evolution de la force des gaz.

Le tableau qui suit reporte les caractéristiques dimensionnelles et géométriques du système chemise-piston-bielle [4].

Désignation	Variable et valeur
Diamètre de la chemise	$D = 91,00 \text{ mm}$
Volume de l'espace mort	$V_K = 30,05 \text{ cm}^3$
Cylindrée	$V_H = 601,00 \text{ cm}^3$
Course	$S_H = 92,40 \text{ mm}$
Diamètre de la tête du piston	$d_1 = D - 8 (D - d)$
Longueur du piston	$L_P = 81,90 \text{ mm}$
Diamètre de la jupe du piston	$d = D - sp$
Longueur de la jupe du piston	$L_J = 47,00 \text{ mm}$
Désaxage de l'axe du piston	$f = 0,70 \text{ mm}$
Distance de l'axe du piston au bord supérieur du piston	$s_2 = 13,00 \text{ mm}$
Rayon de la manivelle du vilebrequin	$r_m = 46,20 \text{ mm}$
Longueur de bielle	$L_B = 149,00 \text{ mm}$
Coordonnées du centre de gravité Cg_5	$a_1 = 3,00 \text{ mm} \quad b_1 = 0,00 \text{ mm}$
Coordonnées du centre de gravité Cg_6	$a_2 = 0,62 \text{ mm} \quad b_2 = 0,00 \text{ mm}$
Masse du piston	$m_p = 0,705 \text{ kg}$
Masse de l'axe du piston	$m_A = 0,40 \text{ kg}$
Masse du pied de bielle	$m_{pb} = 0,260 \text{ kg}$
Masse du segment	$m_S = 0,103 \text{ kg}$
Moment d'inertie du piston	$J_P [Cg_6] = 7,71 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$
Moment d'inertie de l'axe du piston	$J_A [Cg_6] = 1,06 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$

Tableau III.1. : Données du moteur.

Nous allons maintenant évoquer les hypothèses simplificatrices pour exprimer la force de bielle.

Si on considère le système chemise-piston-bielle sous les hypothèses d'absence de jeu et de frottement, sans forces portantes hydrodynamiques, et si la force des gaz ainsi que la vitesse de rotation du moteur sont connues, on peut donner une valeur approximative à la force de bielle. Pour un fonctionnement sous ces hypothèses, on peut écrire :

- L'angle de basculement : $\alpha_z = 0$,
- Pour le mouvement secondaire de translation : $V_y = 0$,
- Pour le mouvement secondaire de rotation : $\omega_z = 0$,
- La force correspondante à l'effet hydrodynamique et au frottement : $F_{ges} = 0$,
- Pour le moment correspondant à l'effet hydrodynamique et au frottement : $M_{ges} = 0$,
- Pour la force de frottement entre le segment et la chemise : $F_{Fr} = 0$.

En tenant compte de ces simplifications, l'équilibre dynamique simplifié des forces selon l'axe X_c (voir équations (I-17), (I-18) et (I-21)) donne :

$$F_G - F_B \cdot \cos \psi = (m_p + m_A + m_{pb} + m_S) \cdot a_x \quad (\text{III-13})$$

De cette dernière équation, on obtient :

$$F_B = \frac{F_G - (m_p + m_A + m_{pb} + m_S) \cdot a_x}{\cos \psi} \quad (\text{III-14})$$

$$\cos \psi = \cos(\arcsin(-\lambda \cdot \sin \varphi - \kappa)) = (1 - (\lambda \cdot \sin \varphi + \kappa)^2)^{1/2} \quad (\text{III-15})$$

À noter que la force de bielle sera exprimée par l'équation (III-14) lors de la mise en œuvre du programme de simulation. Cette équation peut être adoptée a priori pour réduire le nombre d'inconnues du problème hydrodynamique du piston en dépit des hypothèses simplificatrices.

III.2.2. Caractéristiques géométriques et propriétés rhéologiques du film lubrifiant :

Rappelons que les coordonnées s_1 et \bar{s}_1 caractérisent la longueur du film lubrifiant et sont fonctions de l'angle du vilebrequin φ . La partie supérieure du film, fixée par la coordonnée \bar{s}_1 , doit être sur le bord inférieur de la jupe du piston de manière que \bar{s}_1 dans ce cas particulier soit indépendante de φ ; donc, nous pouvons écrire :

$$\bar{s}_1 = L_J - s_2 \quad (\text{III-16})$$

Avec les valeurs de L_J et s_2 prises du tableau III.1, on trouve : $\bar{s}_1 = 34 \text{ mm}$.

La partie supérieure du film, décrite par la coordonnée s_1 , doit se déplacer sur la jupe du piston vers le bas lorsque le piston se déplace dans la direction du point mort haut et vis versa ; la dépendance de l'angle φ peut être alors considéré linéaire.

La relation entre L et s_1 , s'obtient en remplaçant l'équation (III-16) dans l'équation (II-3), comme suit :

$$L = s_1 + (L_J - s_2) \quad (\text{III-17})$$

Pour le point mort bas, on considère que le bord supérieur du film coïncide avec le bord supérieur de la jupe du piston ; on obtient alors :

$$L_{\max} = L_J \quad (\text{III-18})$$

De l'équation (III-17), on trouve :

$$s_{1\max} = s_2 \quad (\text{III-19})$$

Avec la valeur de s_2 prise du tableau III.1, il s'ensuit : $s_{1\max} = 13,00 \text{ mm}$.

On définit un facteur de longueur LF d'une façon analogue à la définition du facteur de largeur BF exprimé par l'équation (II-6). Ce facteur de longueur donne en pourcentage la grandeur de L par rapport à L_J ; soit :

$$L_{\min} = \frac{LF}{100} \cdot L_J \quad (\text{III-20})$$

Avec ce dernier résultat reporté dans l'équation (III-17), on obtient :

$$s_{1\min} = \left(\frac{LF}{100} - 1 \right) \cdot L_J + s_2 \quad (\text{III-21})$$

Notons que les facteurs de largeur BF et de longueur LF déterminent le taux de remplissage du coin d'huile formé par le jeu entre la jupe du piston et la chemise. Les courbes des hauteurs du film seront déterminées pour différentes combinassions des grandeurs BF, LF et s_p .

Pour les propriétés rhéologiques du film lubrifiant, nous considérons les valeurs suivantes :

- la viscosité dynamique : $\eta = 0,01 \text{ Pa.s}$,
- le coefficient de viscosité : $\beta = 0$.

III.2.3. Méthodes de résolution et organigramme du modèle hydrodynamique :

Rappelons que l'équation de Reynolds est une équation aux dérivées partielles de type elliptique ; les différences finies centrées sont utilisées et la résolution est effectuée par la méthode de sur-relaxation et l'algorithme de Thomas. Cette technique déjà ancienne de mise en œuvre simple permet de résoudre sans difficultés le problème hydrodynamique étudié.

Pour la résolution du problème, l'effet thermique n'est pas pris en considération dans la présente étude. Notons que ce dernier peut affecter, d'une part, les propriétés rhéologiques du lubrifiant et, d'autre part, le jeu radial du système chemise-piston suite à des déformations.

L'organigramme global de résolution du problème hydrodynamique du piston peut être

schématisé par la figure qui suit.

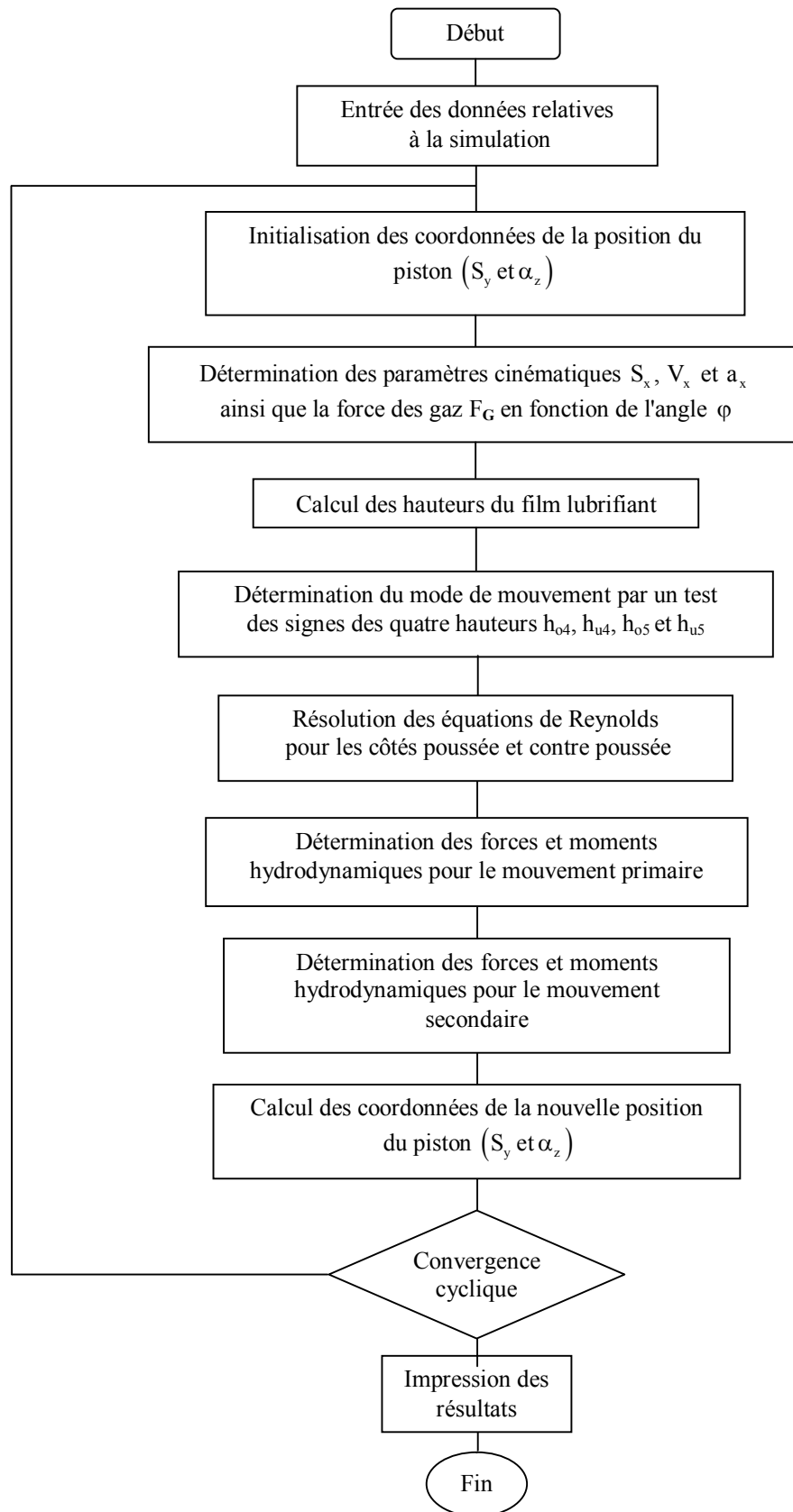


Figure III.5 : Organigramme du modèle hydrodynamique du piston.

Nous allons maintenant présenter les résultats obtenus en simulation et leur interprétation.

III.3. Résultats de simulation et interprétations :

L'organigramme schématisé par la figure III.5 est traduit en langage évolué Fortran Power Station version 4.0. Les valeurs initiales de l'angle du vilebrequin φ et la position initiale du piston déterminée par les grandeurs α_z et S_y sont prises comme suit :

$$\varphi_0 = -180^0, S_y = 45,5 \text{ mm et } \alpha_z = 2.10^{-5} \text{ rad}$$

Notons que le but sera de déterminer, pour chaque pas de l'angle du vilebrequin, les coordonnées α_z et S_y , et, par conséquent, les hauteurs du film lubrifiant h_{06} , h_{u6} , h_{07} et h_{u7} . Ces dernières seront confrontées à celles fournis par l'expérimentation. Aussi, les grandeurs BF et LF seront introduites en considérant différents pourcentages.

Les résultats qui suivent montrent l'influence des trois paramètres sur le mouvement secondaire du piston ; à savoir, le désaxage de l'axe du piston, le taux de remplissage du film d'huile entre la jupe et la chemise et le jeu radial dont le but sera de minimiser le claquement du piston et d'améliorer ses performances.

III.3.1. Influence du désaxage de l'axe de piston :

Tout d'abord, nous allons reporter dans les figures III.6, III.7 et III.8 les résultats qui montrent les évolutions de la course S_x , de la vitesse V_x et de l'accélération a_x du piston pour des désaxages négatif ($\kappa = -0,3$), nul ($\kappa = 0$) et positif ($\kappa = 0,3$). À noter que ces valeurs sont choisies volontairement trop grandes afin de remarquer l'influence du désaxage.

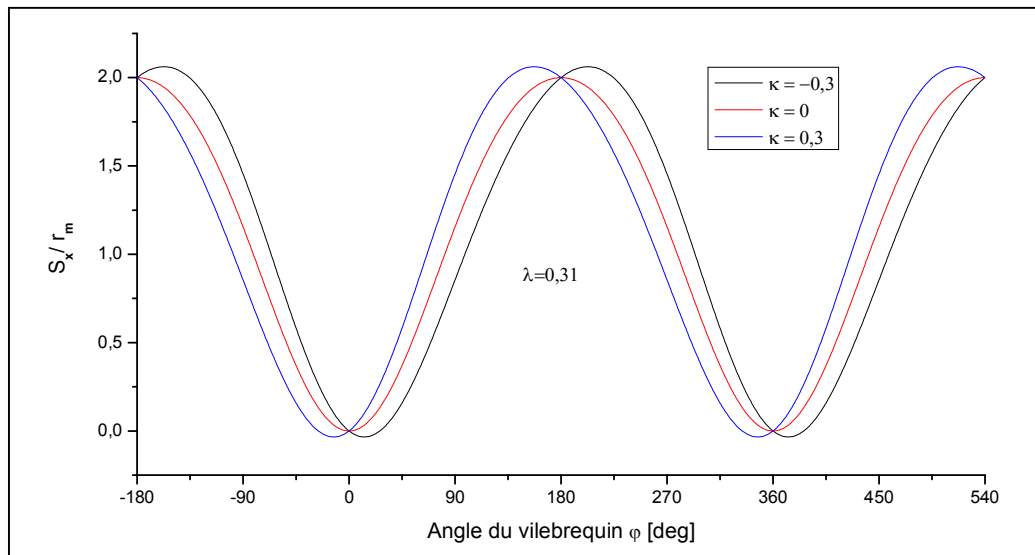


Figure III.6 : Evolution de la course S_x du piston en fonction de φ .

Nous remarquons que les mouvements vers les directions des points morts haut et bas sont influencés par le désaxage. Par exemple, pour des désaxages positif et négatif, le PMH n'est pas atteint pour un angle de 0^0 du vilebrequin et le PMB pour un angle de 180^0 .

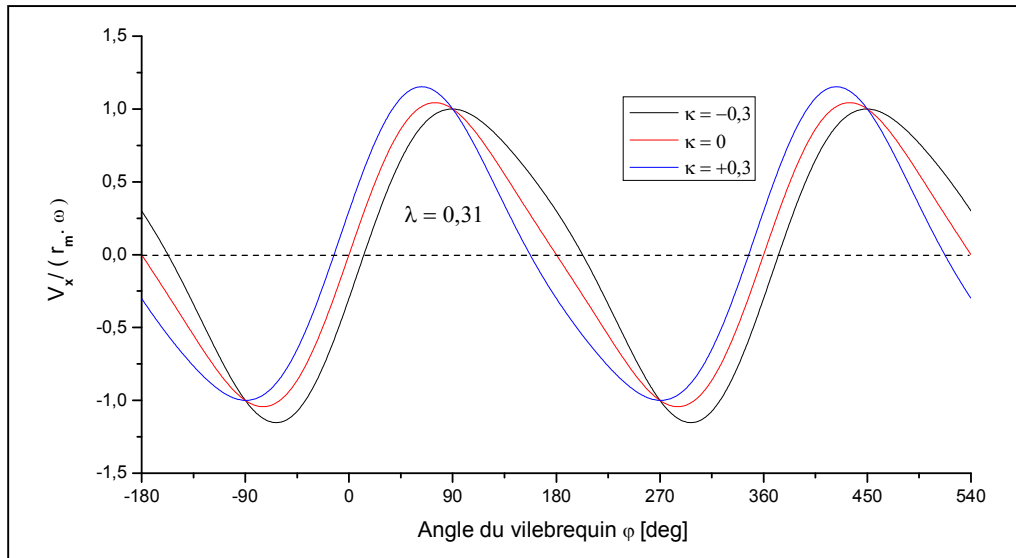


Figure III.7 : Evolution de la vitesse axiale V_x du piston en fonction de φ .

De même, nous remarquons que la vitesse ne s'annule pas aux angles de 0° et 180° pour des désaxages non nuls.

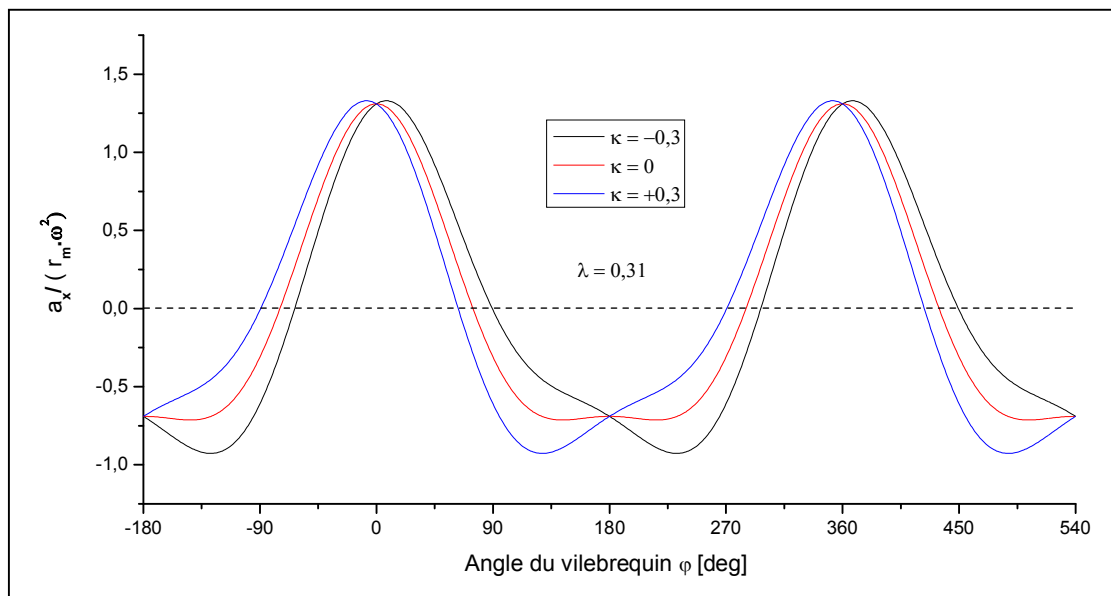


Figure III.8 : Evolution de l'accélération a_x du piston en fonction de φ .

Dans ce qui suit nous allons montrer les résultats d'évolutions des hauteurs en fonction de l'angle du vilebrequin. À noter que l'évolution des hauteurs h_{o7} et h_{u7} correspond à la course transversale parcourue par les capteurs supérieurs ; par contre, celle des hauteurs h_{o6} et h_{u6} est relative à la course transversale parcourue par les capteurs inférieurs.

Dans un premier temps, nous allons confronter les résultats de simulation à ceux issus de l'expérimentation en considérant a priori le jeu radial égal à $200 \mu\text{m}$, les taux de remplissage du film d'huile ayant des valeurs $LF = 90 \%$ et $BF = 30 \%$ et un désaxage nul. Les schémas de la figure qui suit montre cette confrontation.

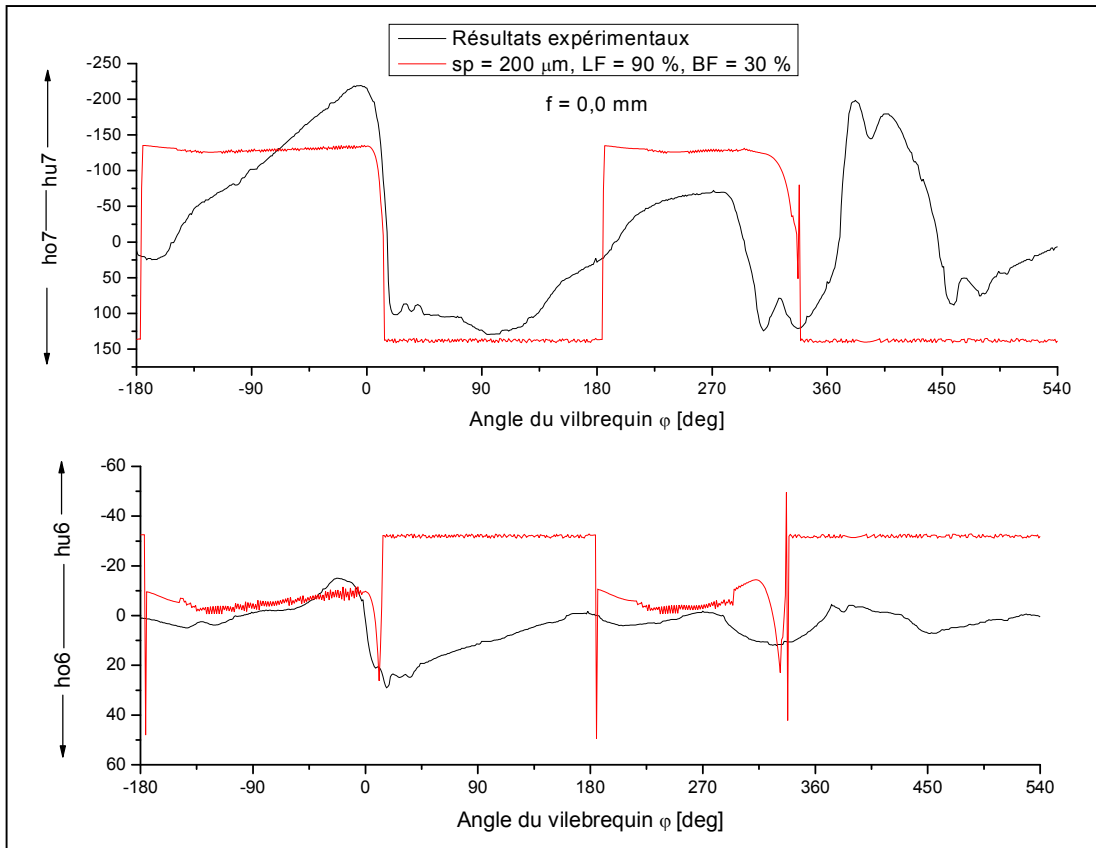
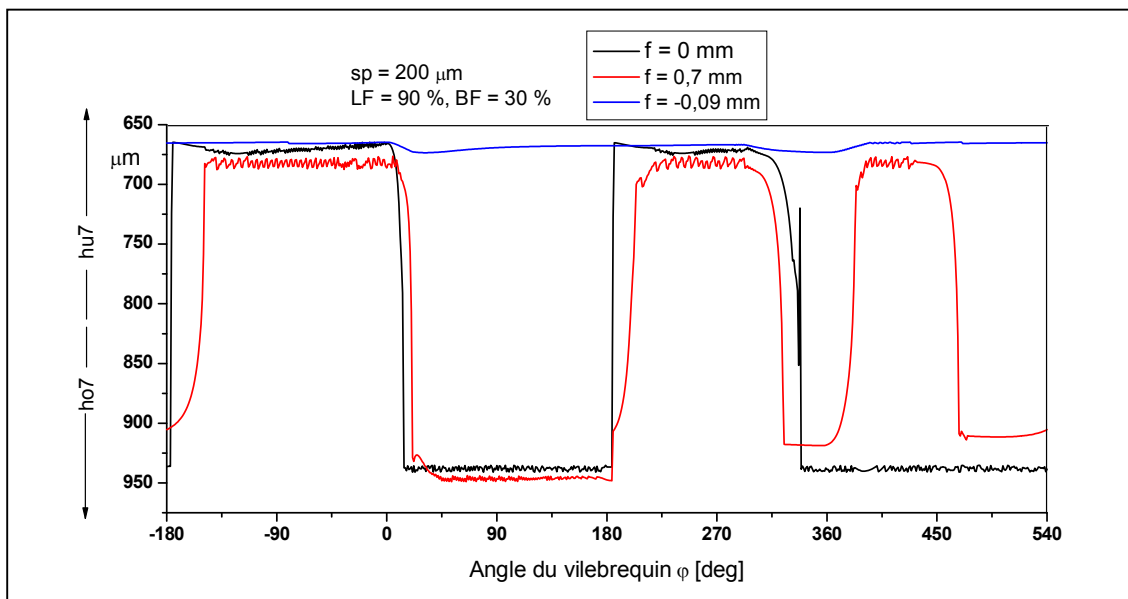


Figure III.9 : Confrontation des résultats de simulation et ceux expérimentaux.

En dépit de toutes les hypothèses avancées pour procéder à la simulation, nous pouvons dégager que les résultats de simulation et ceux issus de l'expérimentation sont qualitativement en concordance.

Pour montrer l'influence du désaxage, nous allons considérer trois valeurs qui sont respectivement $f = 0$ mm, $f = 0,7$ mm et $f = -0,09$ mm. Le jeu radial et le taux de remplissage étant fixés. Les schémas de la figure qui suit montre les évolutions respectives des hauteurs.



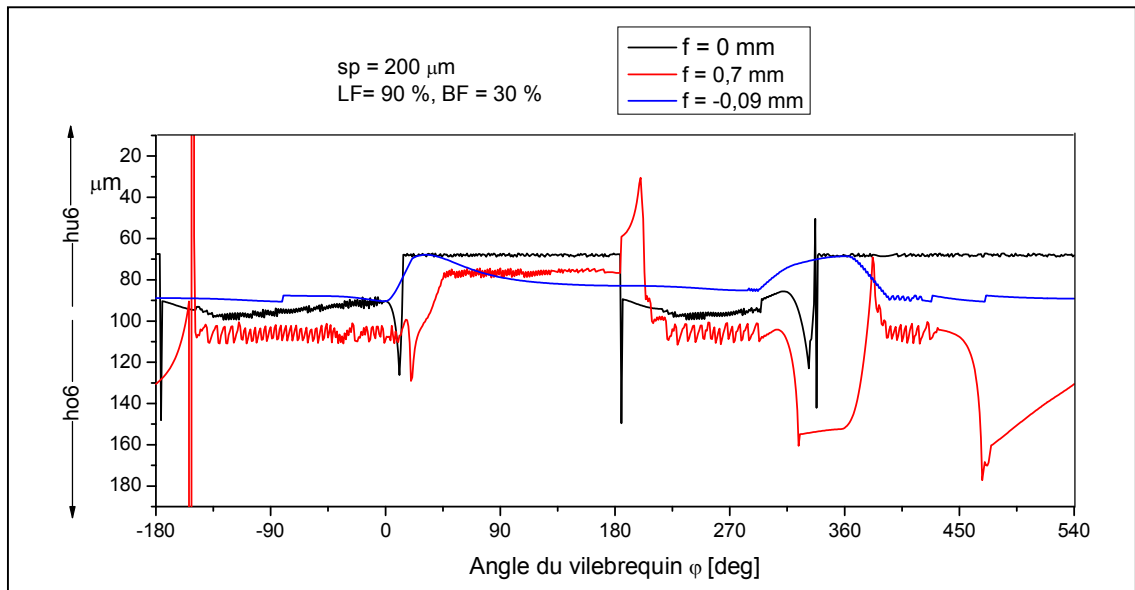


Figure III.10 : Influence du désaxage sur les évolutions des hauteurs.

Un désaxage négatif pousse toujours le piston vers le côté contre poussée ; par contre, un désaxage positif a la tendance d'éloigner le piston de la chemise. Le désaxage positif offre une réduction du phénomène de clappement. La figure qui suit reporte une confrontation des évolutions des hauteurs pour un désaxage nul expérimental et un désaxage positif de 0,7 mm.

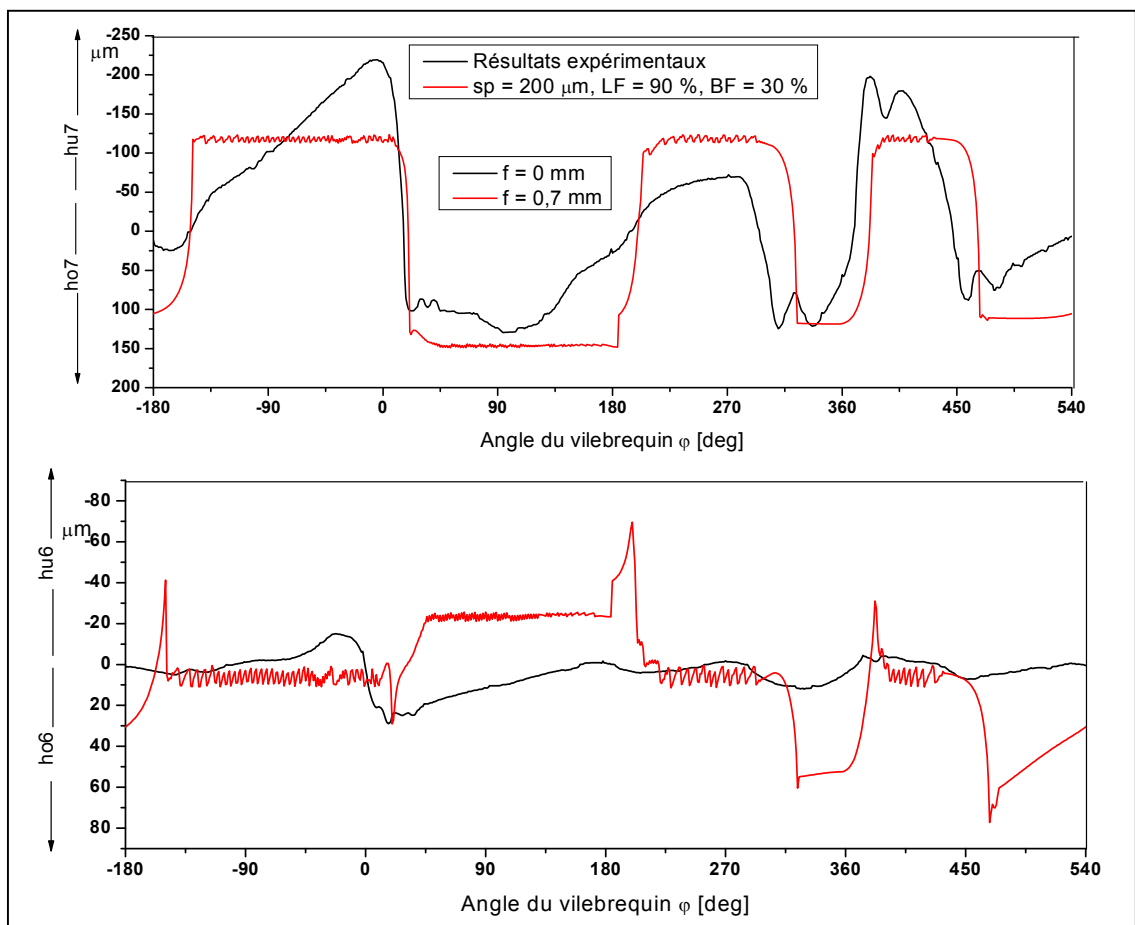


Figure III.11 : Comparaison des résultats de simulation avec ceux expérimentaux pour $f = 0,7$ mm.

Nous allons maintenant fixer le jeu radial et le désaxage à $f = 0,7$ mm ; cette dernière valeur étant optimale relativement aux désaxages nul et négatif. Le taux de remplissage sera modifié pour voir son influence sur la prédiction des hauteurs du film lubrifiant.

III.3.2. Influence du taux de remplissage du film lubrifiant :

Nous considérons différentes combinaisons des facteurs de longueur BF et de largeur LF :

- LF = 70 % et BF = 30 %,
- LF = 70 % et BF = 50 %,
- LF = 90 % et BF = 30 %,
- LF = 90 % et BF = 40 %,
- LF = 90 % et BF = 50 %.

La figure qui suit montre les différentes prédictions des hauteurs pour ces taux de remplissage.

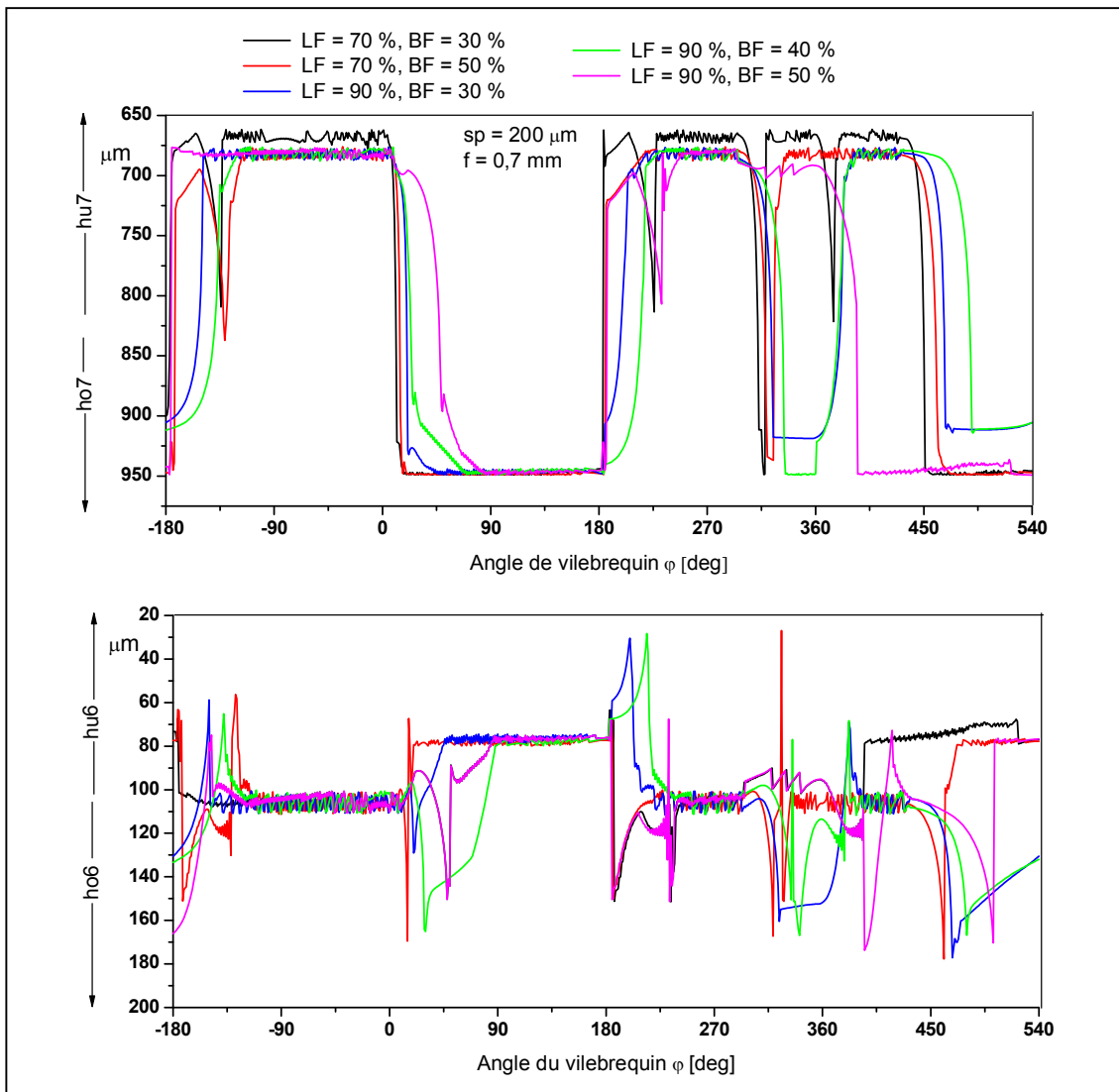


Figure III.12 : Influence du taux de remplissage du film lubrifiant pour $sp = 200 \mu\text{m}$ et $f = 0,7\text{mm}$.

Nous constatons que l'influence des taux de remplissage est relativement faible car la différence entre les différentes prédictions n'est pas importante à l'exception du taux de remplissage (LF = 70 % et BF = 30 %). Néanmoins, un taux de remplissage plus élevé offre un éloignement du piston de la chemise.

III.3.3. Influence du jeu radial :

Pour mettre en évidence l'influence du jeu radial, nous avons fixé le taux de remplissage du film lubrifiant à des valeurs LF = 70 % et BF = 30 % et le désaxage à la valeur $f = 0,7$ mm. Nous considérons pour les jeux radiaux les valeurs qui suivent : $sp = 200 \mu\text{m}$, $sp = 180 \mu\text{m}$, $sp = 160 \mu\text{m}$ et $sp = 140 \mu\text{m}$. Les schémas de la figure qui suit reportent les hauteurs prédites.

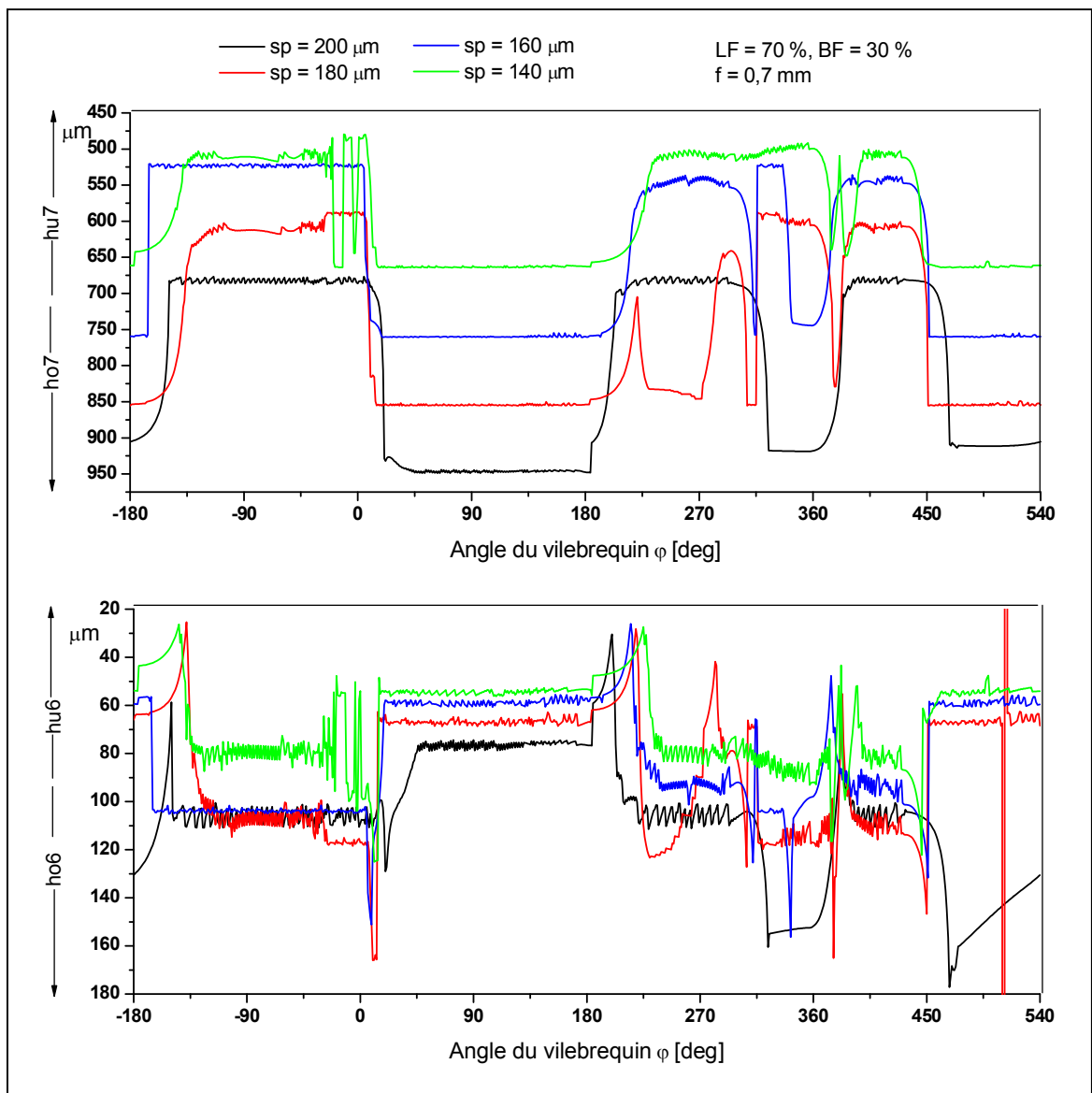


Figure III.13 : Influence du jeu radial sur les évolutions des hauteurs.

Ces derniers résultats montrent que le jeu radial a une influence remarquable sur la prédiction des hauteurs du film lubrifiant. Lorsque le jeu prend des valeurs grandes, le piston a tendance

de s'éloigner plus de la chemise.

Arrivés à ce stade, nous avons analysé l'influence séparément du désaxage, du taux de remplissage du film lubrifiant et du jeu radial. Rappelons qu'un désaxage optimal correspond à une valeur de 0,7 mm. Un taux de remplissage du film lubrifiant, caractérisé par les grandeurs LF et BF, et un jeu radial importants offrent un éloignement du piston de la chemise.

Pour pouvoir obtenir des prédictions ayant un rapprochement des résultats issus de l'expérimentation, il est judicieux d'analyser les combinaisons qui correspondent au choix du taux de remplissage et du jeu radial. À cet effet, nous considérons des valeurs réduites du jeu radial et un taux de remplissage plausible.

Les figures III-14, III-15 et III-16 montrent une comparaison des hauteurs prédites et celles issues de l'expérimentation pour différents jeux radiaux et taux de remplissage.

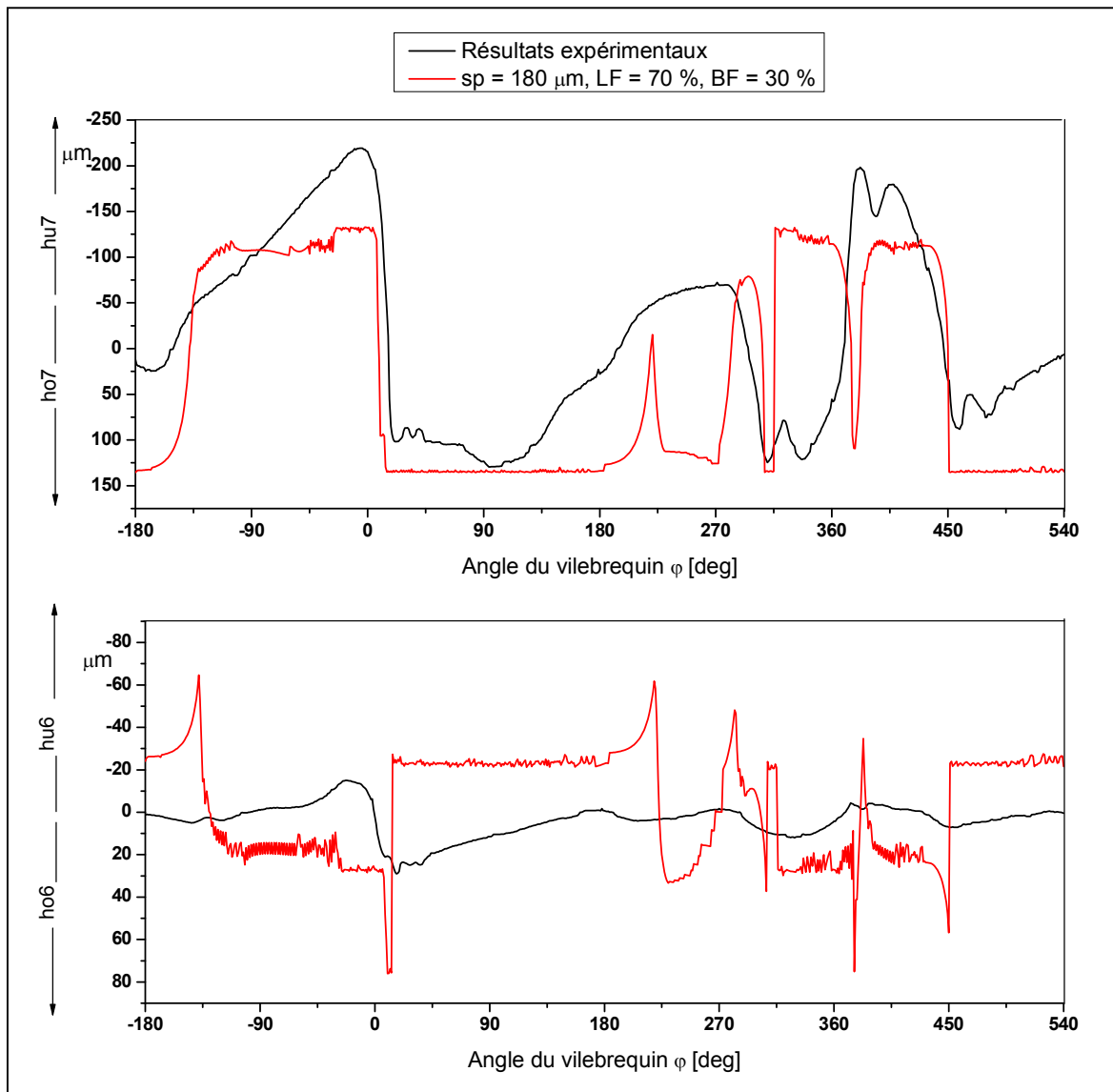


Figure III.14 : Comparaison des hauteurs prédites et mesurées (sp = 180 μm , LF = 70 % et BF = 30 %).

À noter que le désaxage est nul pour les hauteurs mesurées ou issues de l'expérimentation ; ainsi, le but sera de déterminer les valeurs du jeu radial et du taux de remplissage qui permettent une corrélation adéquate entre les hauteurs prédites et celles mesurées.

La comparaison qualitative peut être effectuée mais la confrontation quantitative peut être acceptée dans les limites où la différence entre les hauteurs prédites et celles mesurées n'est pas grande. Ceci est valable sous l'hypothèse qu'un désaxage nul et un désaxage positif présentent les mêmes profils d'évolution mais avec un décalage très faible entre les valeurs estimées.

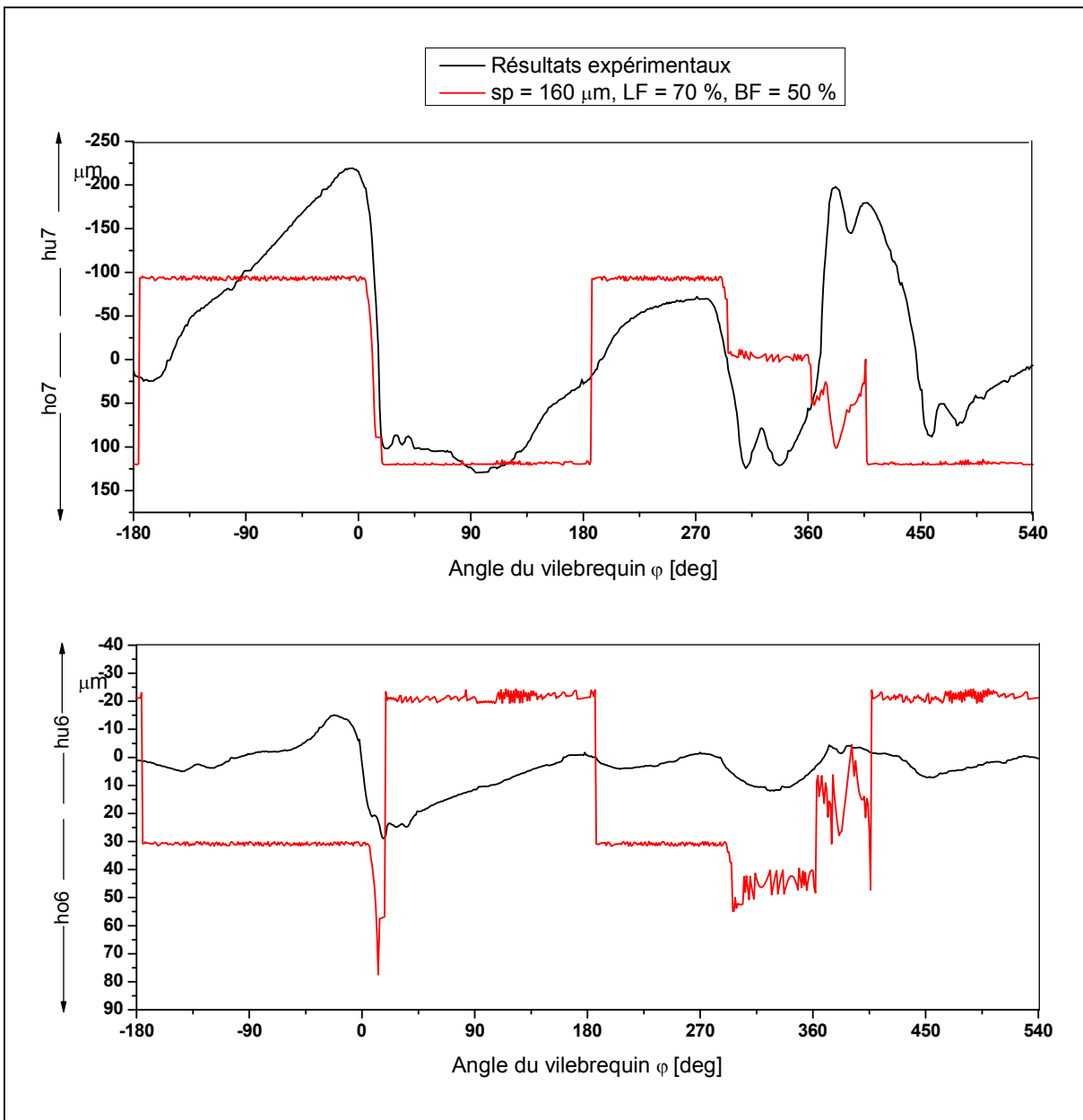


Figure III.15 : Comparaison des hauteurs prédites et mesurées (sp = 160 μm , LF = 70 % et BF = 50 %).

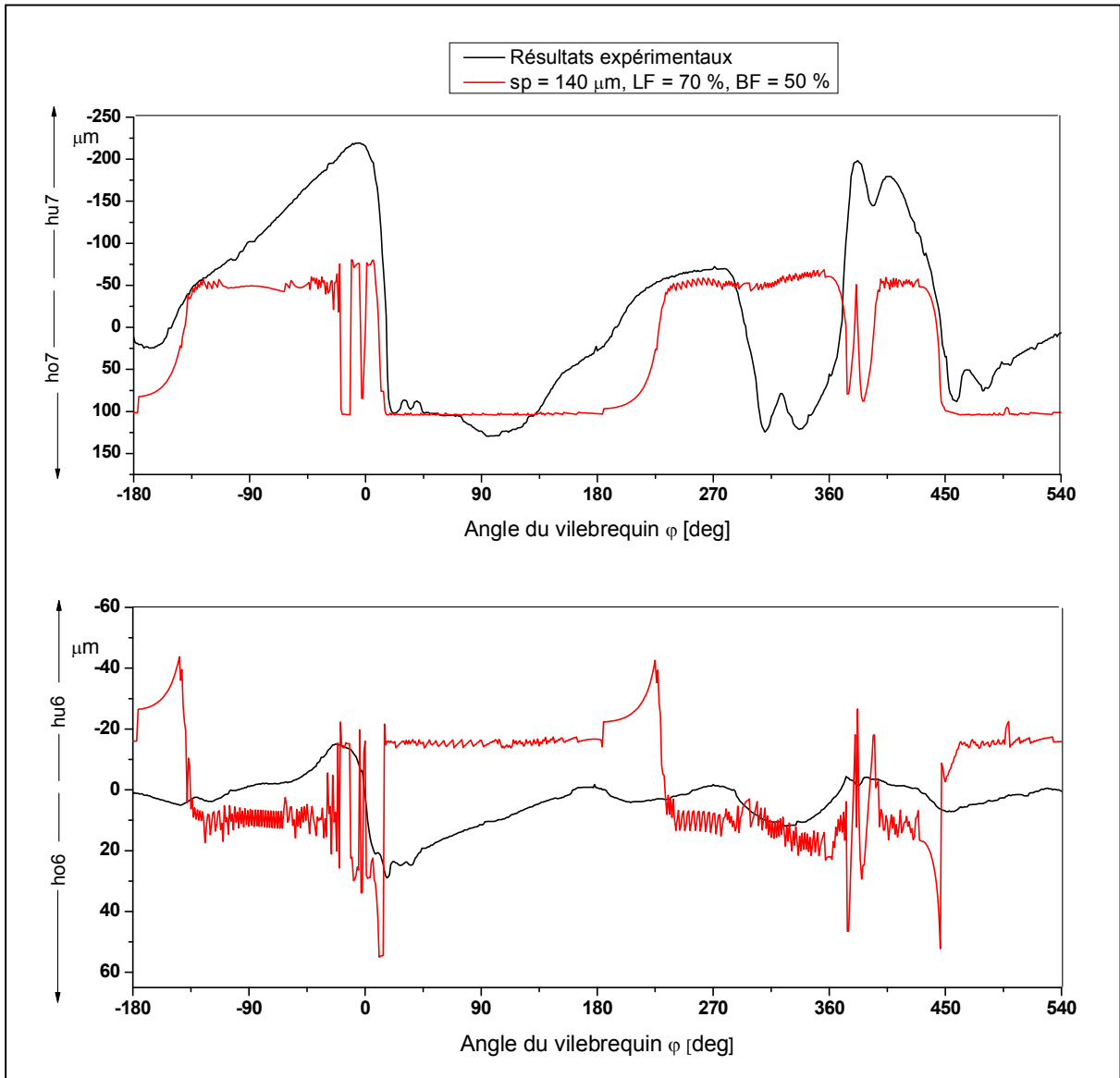


Figure III.16 : Comparaison des hauteurs prédites et mesurées ($sp = 140 \mu\text{m}$, $LF = 70 \%$ et $BF = 50 \%$).

On peut admettre que l'accord qualitatif et quantitatif est assez bon pour des grands jeux radiaux en ce qui concerne les hauteurs relatives aux capteurs supérieurs. Pour les hauteurs correspondantes aux capteurs inférieurs, cet accord n'est atteint que pour des petites valeurs du jeu radial.

C'est la raison pour la quelle les calculs ont été poursuivis en réduisant le jeu, et ce n'est qu'avec un jeu radial de $100 \mu\text{m}$ et un taux de remplissage apparaissant probable, ayant un facteur de longueur $LF = 70 \%$ et un facteur de largeur $BF = 50 \%$, que les résultats sont satisfaisants. À cet effet, la figure qui suit reporte les prédictions des hauteurs pour des jeux radiaux extrêmes soient $200 \mu\text{m}$ et $100 \mu\text{m}$ et pour des taux de remplissage fixés à $LF = 70 \%$ et $BF = 30 \%$ ou $BF = 50 \%$. Les hauteurs prédites sont aussi confrontées à celles issues de l'expérimentation.

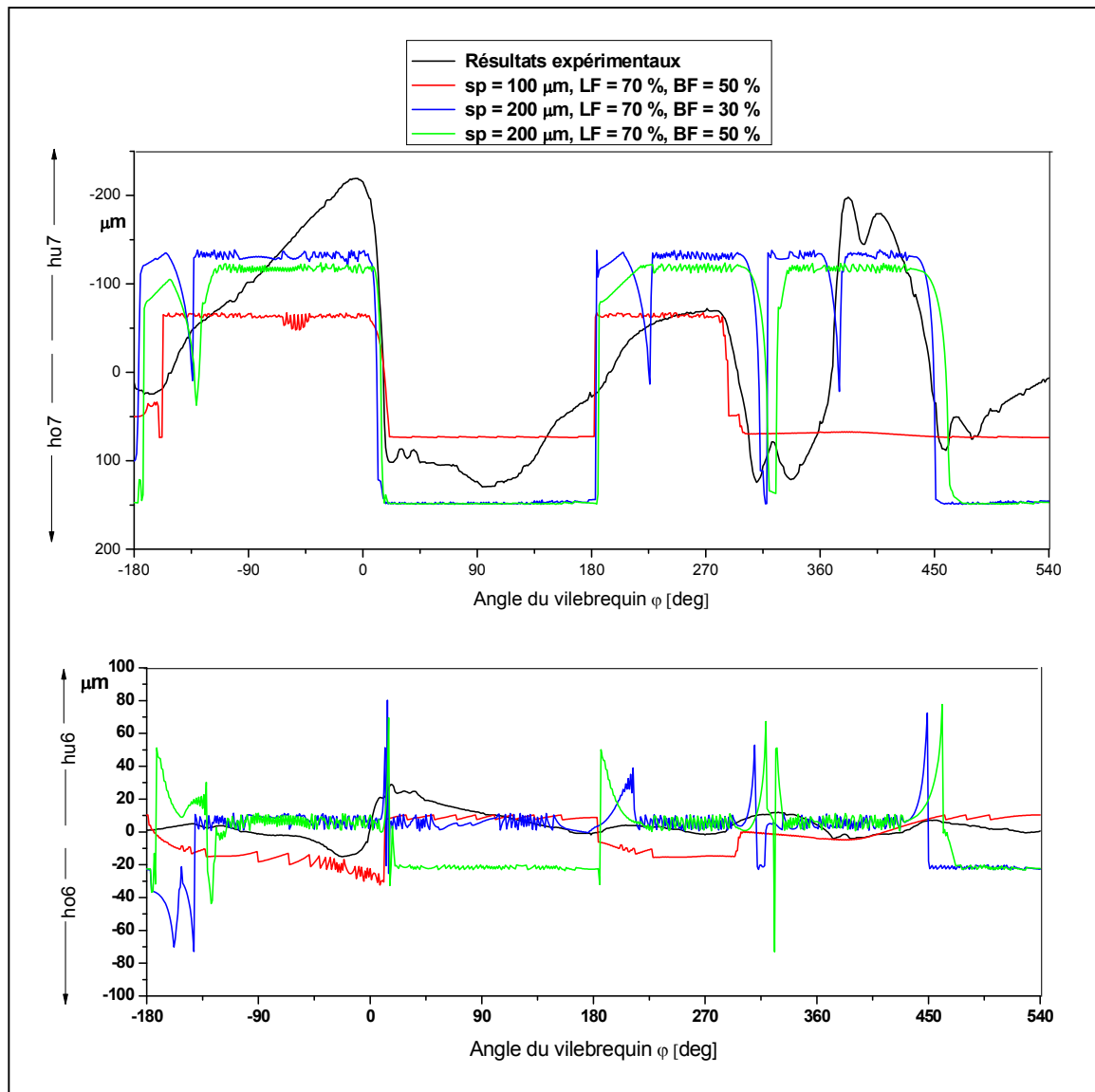


Figure III.17 : Comparaison des résultats calculés avec ceux expérimentaux.

Pour un jeu radial de 100 μm , les hauteurs prédites correspondantes aux capteurs inférieurs se concordent mieux des points de vue qualitatif et quantitatif avec les hauteurs mesurées. Pour les hauteurs prédites et relatives aux capteurs supérieurs, on remarque que les résultats obtenus sont sous estimés dans les phases de compression et d'admission.

Pour un jeu radial de 200 μm , les hauteurs prédites correspondantes aux capteurs inférieurs se concordent mieux du point de vue qualitatif avec les hauteurs mesurées. Pour les hauteurs prédites et relatives aux capteurs supérieurs, on remarque que les résultats obtenus se concordent mieux des points de vue qualitatif et quantitatif avec les hauteurs mesurées.

En conclusion, un jeu radial de 100 μm et un taux de remplissage ayant des facteurs $\text{LF} = 70 \%$ et $\text{BF} = 50 \%$, offrent de meilleures prédictions des hauteurs du film lubrifiant au niveau de la jupe.

Conclusion générale

Le but de ce travail est de donner un attribut à l'influence du jeu radial entre le piston et la chemise, du désaxage de l'axe de piston et du taux de remplissage du film lubrifiant sur le mouvement secondaire.

Pour une optimisation du fonctionnement des moteurs à combustion interne, la minimisation de l'usure et des pertes d'énergie par frottement se trouve au premier plan. Le système chemise-piston a une part dominante dans la perte de puissance ou du rendement à la suite des frottements. La diminution de l'usure des surfaces en contact du système chemise-piston laisse conclure que ce système doit fonctionner principalement en régime hydrodynamique. Ainsi, il s'avère intéressant de connaître la hauteur du film lubrifiant aux conditions de charge maximale et une quantification des pressions et des moments hydrodynamiques générés.

Dans la présente contribution, un modèle hydrodynamique prédictif du comportement du piston a été retenu. Ce dernier décrit le fonctionnement du système chemise-piston par cinq modes. Chaque mode a été analysé séparément par une écriture des équations relatives à la dynamique et la cinématique du piston, et à la lubrification hydrodynamique du contact chemise-piston.

En simulation, nous avons procédé à l'analyse de l'influence de trois désaxages (positif, nul et négatif), de la variation du taux de remplissage du film lubrifiant caractérisé par ses facteurs de longueur et de largeur, et du changement de la valeur du jeu radial sur l'évaluation des hauteurs du film lubrifiant. Les résultats de simulation obtenus à travers une programmation en Fortran de l'algorithme qui régit le comportement hydrodynamique du piston montrent que la prédiction des hauteurs du film lubrifiant est en concordance avec des relevés expérimentaux fournis par d'autres chercheurs. En résumé, l'analyse a révélé que le jeu radial a une importance dominante sur l'estimation des hauteurs du film lubrifiant. En seconde constatation, un désaxage positif de l'axe du piston offre de meilleures performances relativement à ceux négatif et nul. Souvent le film lubrifiant était considéré sans influence ; alors, la présente analyse montre que ce dernier affecte le mouvement secondaire et, par conséquent, le phénomène de clappement.

À noter que certaines hypothèses simplificatrices sont avérées nécessaires pour la résolution du problème étudié. Par exemple, la force de bielle a été exprimée par une formulation simplifiée lors de la mise en œuvre du programme de simulation. Cette formulation a été adoptée a priori pour réduire le nombre d'inconnues du problème hydrodynamique du piston.

Aussi, pour la résolution du problème hydrodynamique, l'effet thermique n'est pas pris en considération alors qu'il peut affecter, d'une part, les propriétés rhéologiques du lubrifiant et, d'autre part, le jeu radial du système chemise-piston suite à des déformations élastiques. De plus, le frottement chemise-segment a été considéré nul mais il peut être évalué d'une manière grossière en connaissant le coefficient de frottement dû au contact.

Donc, en dépit, de ces hypothèses simplificatrices, le modèle hydrodynamique du piston qui a fait l'objet de la présente étude a permis néanmoins d'analyser les facteurs qui influencent le mouvement secondaire du piston et de déceler l'importance de chacun d'eux.

Perspectives :

Nous souhaitons que le modèle hydrodynamique utilisé dans la présente étude intègre les effets thermiques et prend en compte d'autres paramètres tels que le design de la jupe et la rugosité des surfaces en contact.

Bibliographie

-
- [1] **C. Clos**, "Technologie des moteurs alternatifs à combustion interne", Techniques de l'Ingénieur, traité Génie mécanique, B 2 800, pp. 1-35.
- [2] **G. W. Stachowiak & A. W. Batchelor**, "Engineering Tribology", Butterworth-Heinemann, 2000.
- [3] **Tahar Abbès**, "Etude d'un piston de moteur à combustion interne sous chargement dynamique", Thèse de Doctorat d'Etat, UST-Oran, 2005.
- [4] **B. Bekkouche**, Rapport de recherche, Laboratoire de Recherche des Technologies Industrielles, Université Ibn Khaldoun - Tiaret, 2004.
- [5] **G. Burrell & G. Butler**, "A study in applied physics: Locating the piston pin to minimize piston slap", General Motors Engineering Journal, 38, Nov.-Dec., pp. 38-43, 1953.
- [6] **A. M. Laws, D. A. Parker & B. Turner**, "Piston movement as a source of engine noise", FISITA Conference, Paper 1/6, pp. 1/29-1/37, 1972.
- [7] **S. D. Haddad & K.-T. Tjan**, "An analytical study of offset piston and crankshaft designs and the effect of oil film on piston slap excitation in a Diesel engine", Mech. Mach. Theory, Vol. 30, No. 2, pp. 271-284, Elsevier Science Ltd, 1995.
- [8] **S. D. Haddad**, "Advanced Diesel engineering and operation", chap. 7, Ellis Horwood / Wiley, July 1988.
- [9] **N. Lalor, E. C. Grover & T. Priede**, "Engine noise due to mechanical impacts at pistons and bearings", SAE 800402, Congress and Exposition Cobo Hall, Detroit, Feb. 25-29, 1980.
- [10] **W. H. Griffiths & J. Skorecki**, "Some aspects of vibration on a single cylinder Diesel engine", J. of Sound and Vibration, I(4), pp. 345-364, 1964.
- [11] **K. Nakashima, Y. Yajima & K. Suzuki**, "Approach to minimization of piston slap force for noise reduction - investigation of piston slap force by numerical simulation", Society of Automotive Engineers of Japan (JSAE), Inc. and Elsevier Science, 1999.
- [12] **S.-H. Cho, S.-T. Ahn & Y.-H. Kim**, "A simple model to estimate the impact force induced by piston slap", Journal of Sound and Vibration, 255(2), pp. 229-242, Elsevier Science Ltd, 2002.
- [13] **S. N. Y. Gerges, J. C. De Luca & N. Lalor**, "The influence of cylinder lubrication on piston slap", Journal of Sound and Vibration, 257(3), pp. 527-557, Elsevier Science Ltd, 2002.
- [14] **Z. Geng & J. Chen**, "Investigation into piston-slap-induced vibration for engine condition simulation and monitoring", Journal of Sound and Vibration, Elsevier Science Ltd, 2004.
- [15] **J. E. Forbes & E. S. Taylor**, "A method for studying piston friction", NACA Wartime Report W-37, 1943.
- [16] **S. Furuhashi & M. Takiguchi**, "Measurement of piston friction force in actual operating Diesel engine", SAE paper 790855, 1979.
- [17] **M. Takiguchi, K. Machida & S. Furuhashi**, "Piston friction force of small high speed gasoline engine", Presented at the STLE/ASME, Tribology Conference, San Antonio, TX. Oct. 5-8, ASME Preprint No. 87-Tribo-30, 1987.

- [18] **H. M. Uras & D. J. Patterson**, "Measurement of piston and ring assembly friction - Instantaneous IMEP Method", SAE Trans., Vol. 92, pp. 1-14, 1983.
- [19] **W. Lewicki**, "Some physical aspects of lubrication in rolling bearings and gears Engineer", 200, pp. 176-212, 1955.
- [20] **D. F. Li, S. M. Rohde & H. A. Ezzat**, "An automotive piston lubrication model", ASLE Trans., Vol. 26, pp. 151-160, Feb. 1983.
- [21] **G. D. Knoll & H. J. Peekin**, "Hydrodynamic lubrication of piston skirts", Trans. of the ASME, Vol. 104, pp. 504-509, Oct. 1982.
- [22] **S. Jang**, "Analysis of the effects of bore clearance due to skirt profile changes on the piston secondary movements", KSTLE International Journal, Vol. 3, No. 2, December 2002.
- [23] **K. P. Oh, C. H. Li & P. K. Goenka**, "Elastohydrodynamic lubrication of piston skirts", Journal of Tribology, Trans. of ASME, Vol. 109, pp. 356-362, April 1987.
- [24] **D. Zhu, H. S. Cheng, T. Arai & K. Hamai**, "A numerical analysis for piston skirts in mixed lubrication -Part I: Basic modeling", ASME Journal of Tribology, Vol. 114, pp. 553-562, July 1992.
- [25] **D. Zhu, Y.-Z. Hu, H. S. Cheng, T. Arai & K. Hamai**, "A numerical analysis for piston skirts in mixed lubrication -Part II: Deformation considerations", ASME Journal of Tribology, Vol. 115, pp. 125-133, January 1993.
- [26] **Z. Dursunkaya, R. Keribar & V. Ganapathy**, "A model of piston secondary motion and elastohydrodynamic skirt lubrication", J. of Tribology, Trans. of ASME, Vol. 116, pp. 777-785, 1994.
- [27] **M. Tahar Abbès, P. Maspeyrot, A. Bounif & J. Frêne**, "Un modèle hydrodynamique de jupe de piston de moteur à combustion interne", 17^{ème} Congrès Français de Mécanique, Troyes, Septembre 2005.
- [28] **S. Balakrishnan & H. Rahnejat**, "Isothermal transient analysis of piston skirt-to-cylinder wall contacts under combined axial, lateral and titling motion", Journal of Physics D: Applied Physics, 38, pp. 787-799, 2005.
- [29] **J. Frêne, D. Nicolas, B. Degueurce, D. Berthe & M. Godet**, "Lubrification hydrodynamique : Paliers et Butées", Editions Eyrolles, Direction des Etudes EDF, 1990.
- [30] **J.-L. Ligier**, "Lubrification des paliers moteurs", Editions Technip, 1997.