



République Algérienne Démocratique et Populaire

**Ministère de l'enseignement Supérieur et de la
Recherche Scientifique**



Université Ibn Khaldoun Tiaret

Faculté des sciences et de la technologie et sciences de la matière

Département des sciences et de la technologie

Ecole doctorale : Electrotechnique et ses applications

Mémoire

Pour l'obtention du diplôme de :

Magister

Option : *Matériaux Diélectrique et Haute Tension*

Présenté par :

M. BENKHARROUBI Hassen

Ingénieur en Électrotechnique de l'Université Ibn Khaldoun – Tiaret –

Thème

Etude des transitoires dans les systèmes
de mise à la terre

Soutenu devant le Jury composé de :

Dr Y. Meslem	Maitre de conférences A université Ibn Khaldoun Tiaret	Président
Dr A. Smaili	Maitre de conférences A université Ibn Khaldoun Tiaret	Examineur
Dr T. Allaoui	Maitre de conférences A université Ibn Khaldoun Tiaret	Examineur
Dr A. Mimouni	Maitre de conférences A université Ibn Khaldoun Tiaret	Rapporteur

Promotion 2010/2011

Remerciements

Ce travail présenté dans ce mémoire est réalisé au sein de l'université Ibn Khaldoun Tiaret.

Je tiens ici à exprimer mes sincères remerciements à :

Dr A. Mimouni pour m'avoir proposé ce sujet. Je tiens à le remercier tout particulièrement pour le temps qu'il m'a consacré et la patience dont il a fait preuve au cours de ces deux années. Que ces quelques lignes témoignent toute ma reconnaissance.

Dr Y. Meslem de m'avoir fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

Dr A. Smaili et **Dr T. Allaoui** d'avoir accepté de juger ce travail en tant que examinateurs.

Tous les enseignants du département de l'électrotechnique de l'université Ibn khaldoun.

Tous les travailleurs de l'agence de **SONELGAZ** de sougueur : service exploitation Electricité de sougueur, service exploitation Gaz de sougueur et service commerciale de sougueur.

Je tiens à remercier tous mes collègues et mes amis qui m'ont apporté leur soutien moral et leur encouragement au cours de ce travail.

Je garde le meilleur pour la fin à mes parents, qui m'ont entouré de leur affection, fait grandir dans l'envie de comprendre et de découvrir, et qui m'ont toujours fait confiance et m'ont toujours laissé faire ce que je voulais faire; sans leur amour et leur soutien indéfectible tout au long de mon cursus universitaire je n'en serais pas là.

DEDICACES

Ce mémoire de magister, je le dédie particulièrement à :

*Mes très chers parents qui représentent pour moi
l'exemple de sacrifice, fidélité et de l'honnêteté.*

*Ma sœur B.N et Mes frères Toufik, Khaled, Mourad,
Abdallah.*

Toute ma grande famille.

*Mes amis :Bendjazia, Noureddine, Sid ahmed, Mustapha,
Sahraoui niva, Sahraoui ,Khaled, Merouan, Youcef, Sofiane,
Fares, Benaouda, Mohamed, Hakim ,Nounou, Kady, Hmed,
Laarbi, Sobh, Brahim, Saïd, Yacïn,Bachir ,Attallah ,Daïf
,Rachid ,Belkacem, bensaadoun, Tayeb,Oussama, Amina bek*

Tous ceux qui travaillent pour un avenir mieux.

Résumé

Lors d'un défaut à la terre dans un poste ou sur une ligne de transport d'énergie électrique, le courant de défaut cherche à s'écouler dans le sol à travers les électrodes de mise à la terre, ce qui fait monter le potentiel local du sol par rapport à celui d'une terre lointaine. Pour cela et afin de pouvoir faire une conception d'une mise à la terre, plusieurs efforts ont été déployés pour s'approcher le plus possible des conditions réelles de l'installation et de façon à prévoir le comportement de la mise à la terre lors d'un défaut. La géométrie d'une prise de terre et la structure du sol et sa résistivité peuvent influencer beaucoup le comportement de la mise à la terre et le profil de l'élévation du potentiel engendré par le courant qui s'écoule dans le sol.

Dans ce travail, nous ferons usage de calculs par la méthode des différences finies en utilisant le modèle des lignes de transmission pour évaluer les performances des mises à la terre en intégrant plusieurs cas et configurations possibles, dans le souci de se rapprocher des réalités physiques. L'étude que nous avons menée sur les mises à la terre a permis d'obtenir un excellent résultat de calculs de la tension transitoire et l'impédance transitoire, en comparaison avec ceux publiés dans la littérature.

Mots clés : Mise à la terre, électrodes de terre, transitoire, lignes de transmission, électromagnétisme, FDTD, ionisation du sol.

Introduction générale	01
------------------------------------	-----------

Chapitre I. Généralités sur les systèmes de mise à la terre.

Introduction	06
I.1. Définition et but d'une mise à la terre	07
I.2 Conductivité thermique et électrique du sol.....	08
I.2. 1 Structure du globe terrestre	08
I.2.2 Résistivité du sol.....	09
I.2.3 Conduction du courant électrique dans le sol	10
a) La conduction électrolytique.....	10
b) La conduction électronique.....	11
I.2.4 Propriétés thermiques du sol.....	11
a) La chaleur spécifique.....	12
b) La conductivité thermique du sol	12
I.2.5 Utilité de mesure de la résistivité du sol.....	13
I.3 Méthodes de mesure de la résistivité du sol.....	14
I.3.1 Méthode de Wenner	14
I.3.1.1 Principe de mesure.....	14
I.3.2 Méthode de Schlumberger.....	16
I.3.2.1 Principe de mesure	16
I.4 Formules théoriques des Resistances de terres	17
I.5 Mesure de résistance d'une prise de terre existante.....	19
I.5.1 principe de mesure.....	19
I.2.2 Méthode des 62%	21

Introduction générale	01
Chapitre I. Généralités sur les systèmes de mise à la terre.	
Introduction	06
I.1. Définition et but d'une mise à la terre	07
I.2 Conductivité thermique et électrique du sol	08
I.2. 1 Structure du globe terrestre	08
I.2.2 Résistivité du sol	09
I.2.3 Conduction du courant électrique dans le sol	10
a) La conduction électrolytique	10
b) La conduction électronique	11
I.2.4 Propriétés thermiques du sol	11
a) La chaleur spécifique	12
b) La conductivité thermique du sol	12
I.2.5 Utilité de mesure de la résistivité du sol	13
I.3 Méthodes de mesure de la résistivité du sol	14
I.3.1 Méthode de Wenner	14
I.3.1.1 Principe de mesure	14
I.3.2 Méthode de Schlumberger	16
I.3.2.1 Principe de mesure	16
I.4 Formules théoriques des Resistances de terres	17
I.5 Mesure de résistance d'une prise de terre existante	19
I.5.1 principe de mesure	19
I.2.2 Méthode des 62%	21

I.5.3 Nouvelle technique de mesure de la résistance du sol -----	23
I.5.3.1 Formulation mathématique -----	23
I.5.3.2 Principe de mesure-----	25
I.6 Phénomène de couplage -----	26
I.7 Traitement chimique du sol-----	28
I.8 Impédance transitoire -----	29
I.9 Etat de l'art sur la modélisation des systèmes de mise à la terre-----	30
I.9.1 méthodes de modélisation Analytiques et empiriques d'un fil de mise à la terre-----	30
I.9.2 Méthodes numériques de modélisation des Systems de mise à la terre-----	33
I.9.2.1 l'approche de la théorie des circuits -----	33
I.9.2.2 L'approche de la théorie des champs électromagnétique-----	38
I.9.2.3 L'approche hybride -----	40
I.9.2.4 L'approche de la théorie des lignes de transmission -----	41
Conclusion-----	43

Chapitre II. Calcul des paramètres linéiques

Introduction -----	45
II.1 Coefficients d'induction : principes généraux-----	46
II.1.1 Travail dans un déplacement élémentaire-----	46
II.1.3 Expression de flux de B à travers une surface -----	46
II.1.4 Coefficient d'induction mutuelle -----	47
II.2- Coefficient de potentiel pour des structures filaires de longueurs finie -----	48
II.3 Impédance d'une prise de terre-----	49
II.3.1 Notion d'impédance d'une prise de terre-----	49
II.4 Paramètres linéiques d'E.D.Sunde-----	50

II.4.1 Impédance transversale -----	50
II.4.1.1 Elément théorique pour le calcul des prises de terre -----	50
II.4.1.2 Impédance d'un conducteur enterré horizontalement -----	52
II.4.1.3 Impédance d'un conducteur enterré verticalement -----	54
II.4.1.4 Prise en compte de l'interface sol-air-----	54
II.4.1.4.1 Prise de terre sphérique-----	54
II.4.1.4.2 Electrode enterrée horizontalement -----	55
II.4.1.4.3 Electrode enterrée verticalement-----	56
II.4.2 Impédance longitudinale -----	57
II.4.2.1 Impédance d'un conducteur enterré horizontalement-----	57
II.4.2.2 Impédance d'un conducteur enterré verticalement -----	57
II.4.3 Paramètres linéiques mutuelles -----	58
II.4.3.1 Résistances mutuelles -----	58
II.4.3.1.1 Deux électrodes enterrées horizontalement -----	58
II.4.3.1.2 Deux électrodes enterrées verticalement -----	58
II.4.3.2 Inductances mutuelles -----	59
II.5- Formalisme de Yaqing Liu-----	60
II.5. 1 Electrodes enterrées horizontalement -----	60
II.5.1.1 Paramètres transversaux -----	60
II.5.1.2 Paramètres longitudinaux-----	64
II.5.2 Electrodes enterrées verticalement-----	65
II.5.2.1 Paramètres transversaux -----	65
II.5.2.2 Paramètres longitudinaux -----	67
Conclusion -----	69

Chapitre III Modélisation mathématique d'une ligne de transmission par la méthode FDTD

Introduction-----	71
III.1 Modèle simplifié théorie des lignes de transmission -----	72
III.1.1 Le principe de la théorie des lignes-----	72
a) Domaine de validité -----	72
III.1.2 Equations des lignes multifilaires -----	73
a) Première équation -----	73
b) Deuxième équation-----	74
III.2 La méthode des différences finies -----	75
III.2.1 Différence finie en avant -----	75
III.2.2 Différence finie en arrière -----	76
III.2.3 Différence finie centrées-----	76
III.3 Résolution des équations des lignes par la méthode FDTD-----	78
III.3.1 Conditions aux extrémités-----	80
III.3.2 Condition de stabilité-----	81
Conclusion-----	84

Chapitre IV Application

Introduction-----	86
IV.1 Electrode enterrée horizontalement -----	87
IV.1.1 Test A (impulsion rapide) -----	88
a- Tension transitoire-----	88
b- Impédance transitoire -----	91

IV.1.2 Test B (impulsion lente) -----	93
a- Tension transitoire -----	93
b- Impédance transitoire-----	95
IV.2 Electrode enterré verticalement -----	96
IV.2 .1 Test A (impulsion rapide) -----	97
IV.2.2 Test C (impulsion lente) -----	100
a) Répartitions des tensions -----	101
IV.3 Influence des paramètres d'une mise à la terre-----	102
a) Effet de la résistivité du sol sur la tension au point d'injection-----	102
b) Effet de la résistivité du sol sur l'impédance transitoire -----	103
c) Effet de la permittivité relative du sol sur la tension au point d'injection-----	104
d) Effet de la section du conducteur-----	105
e) Effet de la profondeur -----	106
IV.4 Electrode enterrée horizontalement (avec ionisation du sol) -----	107
IV.4.1Test D (impulsion rapide) -----	107
a) Répartition des tensions-----	107
IV.5 Deux électrodes enterrées horizontalement -----	110
IV.5.1 Test E (impulsion rapide) -----	111
a) Tension transitoire au point d'injection-----	112
b) Impédance transitoire-----	113
IV.5.2 Test F (impulsion lente) -----	113
a) Tension transitoire au point d'injection-----	113
IV.6 Effet des paramètres d'une mise à la terre -----	115
a) Effet de la distance entre électrodes-----	115
b) Effet de la résistivité du sol -----	116
c) Effet de la longueur des électrodes-----	116

d) Effet de la section des électrodes-----	117
e) Effet de la profondeur -----	117
IV.7 grille 1x1 enterrée horizontalement -----	118
IV.7.1 Test J -----	119
a) Tension transitoire au point d'injection-----	119
Conclusion-----	121
Conclusion générale -----	122
Références bibliographiques -----	125

Introduction générale

Introduction générale

Lors d'un défaut à la terre dans un poste ou sur une ligne de transport d'énergie, le courant de défaut cherche à s'écouler dans le sol à travers les électrodes de mise à la terre, ce qui fait monter le potentiel local du sol par rapport à celui d'une terre lointaine. Pour cela, depuis l'avènement de l'industrie et la forte demande en énergie électrique, les problèmes liés à la conception de la mise à la terre retiennent l'attention des ingénieurs électriciens et les concepteurs des postes et des lignes de transport d'énergie en haute tension. L'importance de la conception de la mise à la terre des lignes de transport d'énergie et des postes aériens THT ou HT tient de la nécessité :

- de réduire les coûts associés à l'installation des électrodes de terre ;
- de protéger le matériel ;
- d'améliorer la qualité du service et limiter les surtensions dangereuses pour les individus.

Le besoin d'une mise à la terre se fait sentir d'une façon plus aiguë avec l'augmentation de l'importance des systèmes d'alimentation d'énergie, des tensions nominales et de la puissance des courants de court circuit.

Pour une bonne conception des mises à la terre, plusieurs efforts ont été déployés pour s'approcher le plus possible des conditions réelles de l'installation et de façon à prévoir les comportements de la mise à la terre sous différents défauts dans le réseau électrique. Malheureusement, même si l'on maîtrise tout les problèmes de méthodologie de mesure des mises à la terre, ces dernières restent affectées d'une série de problèmes qui entraînent souvent une incertitude considérable lors de l'interprétation des valeurs mesurées.

La reproductibilité des mesures des prises de terre est soumise à des limites incontournables. Cette difficulté de prise en compte du milieu sol avec ses différents propriétés (inhomogène, stratification parallèle et horizontale, non linéaire, anisotrope,...) a conduit les chercheurs à aborder ce problème par calcul mathématique moyennant quelques hypothèses simplificatrices.

Le travail effectué dans ce mémoire de magister, est consacré à la modélisation en régime transitoire des mises à terre les plus rencontrées dans l'industrie du génie électrique (électrodes horizontale, piquet vertical), ainsi que l'interaction entre deux ou plusieurs électrodes.

L'objectif de notre travail est de quantifier :

- La répartition des tensions et des courants lors d'un défaut ;
- L'impédance transitoire ;
- L'interaction entre deux ou plusieurs électrodes de mise à la terre.

Dans le premier chapitre intitulé « généralités sur les systèmes de mise à la terre », nous exposons brièvement les différents formalismes proposés dans la littérature pour la modélisation d'une mise à la terre suite à l'injection d'un courant transitoire, ainsi que les aspects généraux sur les mises à la terre, nous commençons par décrire la prise de terre, sa constitution, son rôle, les techniques de mesures... Aussi nous donnons un bref aperçu sur l'impédance transitoire et le traitement chimique du sol d'une mise à la terre. Puis nous exposons un état de l'art sur la modélisation du comportement transitoire des mises à la terre ainsi que les différentes méthodes numériques utilisées dans la littérature.

Le deuxième chapitre nous le consacrons au calcul des paramètres linéiques des électrodes de terre. Dans ce chapitre nous exposons un ensemble des expressions analytiques proposées par E.D.Sunde, puis celles développées récemment par Y.Liu pour le calcul des paramètres linéiques propres et mutuelles des électrodes enterrées de formes canoniques (électrodes enterrées horizontalement, piquets verticaux).

Dans le troisième chapitre nous donnons un résumé sur la théorie des lignes de transmission et son domaine de validité, ainsi qu'un aperçu mathématique sur la méthode des différences finies que nous utilisons pour la résolution des équations des lignes. Ensuite on passe à l'écriture des équations de télégraphiste avec la méthode FDTD en prenant en compte les conditions aux limites appropriées.

Le dernier chapitre est consacré à quelques applications qui vont nous permettre de confronter les résultats que nous obtenons à ceux publiés dans la littérature. Nous validons nos résultats sur une électrode horizontale ou verticale avec et sans ionisation du sol, interaction entre deux

électrodes et grille 1 x1 lors de l'impact direct d'une onde de foudre. Ensuite nous faisons une étude paramétrique pour voir l'impact des différents paramètres sur le comportement transitoires des mises à la terre.

Enfin, nous terminons notre travail par une conclusion générale.

Chapitre I

Généralités sur les

systemes de mise à la

terre

Introduction

Dans ce chapitre on a commencé par une présentation des mises à la terre et les paramètres dont elles dépendent telles que la résistivité du sol, la conductivité électrique et thermique du sol. Ainsi que les méthodes de mesures et le traitement chimique du sol. Nous donnons un bref aperçu sur le phénomène de couplage et l'impédance transitoire. Puis On a présenté un état de l'art sur la modélisation du comportement transitoire des mises à la terre et les différentes méthodes numériques utilisées dans la littérature.

I.1. Définition et but d'une mise à la terre

Une mise à la terre est un ensemble de conducteurs de différentes formes géométriques, enfouie dans le sol. La figure 1.1 montre les structures des prises de terre fréquemment utilisées, à savoir : fil de terre horizontale, électrode verticale, anneau et grille de mise à la terre, ou une combinaison de ces structures, elle a pour but :

- D'écouler dans le sol les courants de défaut et de foudre à la terre.
- D'assurer et maintenir à tout moment la sécurité des biens et des personnes.
- De maintenir un potentiel de référence.

Pour ces raisons la valeur de la résistance de terre doit être la plus faible possible. La résistance d'une mise à la terre est une somme de trois résistances à savoir :

1. La résistance du métal et celui de la connexion.
2. La résistance de contact de la terre et l'électrode.
3. La résistance de la terre environnante au flux de courant ou la résistivité de la terre qui est souvent le facteur le plus important.

Les électrodes de terre sont généralement constituées d'un bon conducteur (cuivre ou recouvert de cuivre) avec des sections appropriées de sorte que la résistance soit négligeable. L'Institut National des Standards et de la technologie au USA a démontré que la résistance entre l'électrode et la terre environnante est négligeable si l'électrode n'est pas couvert de peinture, graisse ou autre revêtement, et si la terre est bien tassée. Le seul élément qui reste est la résistance de la terre environnante.

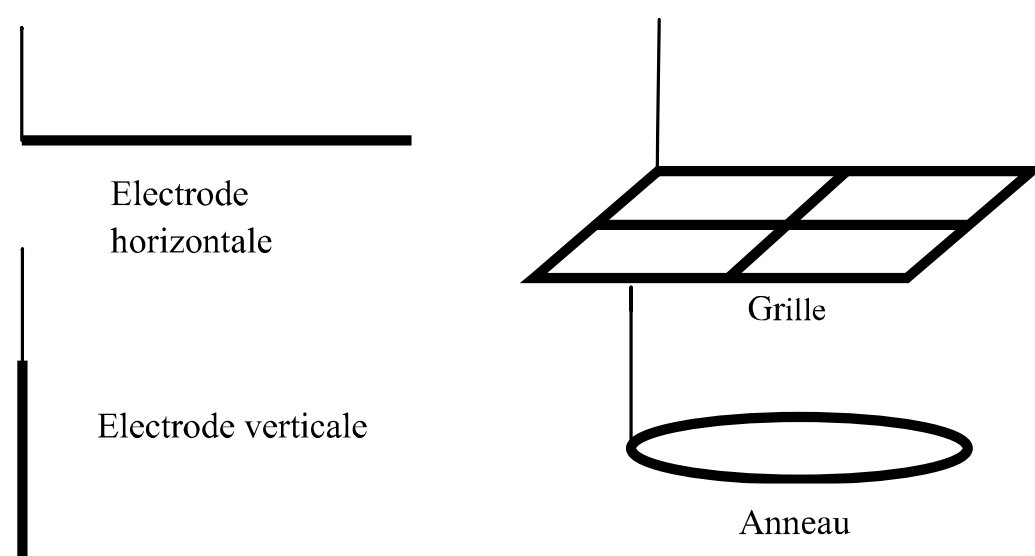


Figure 1.1 Les formes géométrique d'une prise de terre

I.2 Conductivité électrique et thermique du sol

I.2.1 Structure du globe terrestre

Un noyau liquide en ébullition entouré de quatre couches concentriques solides constitue le globe terrestre. Le noyau est situé au centre du globe, entouré de la première couche qui est composée de particules refroidies du noyau, la deuxième couche appelée le manteau, la troisième couche ou la couche extérieure du manteau et la quatrième couche appelée l'écorce terrestre [01]. La figure 1.2 illustre une vue du globe terrestre :

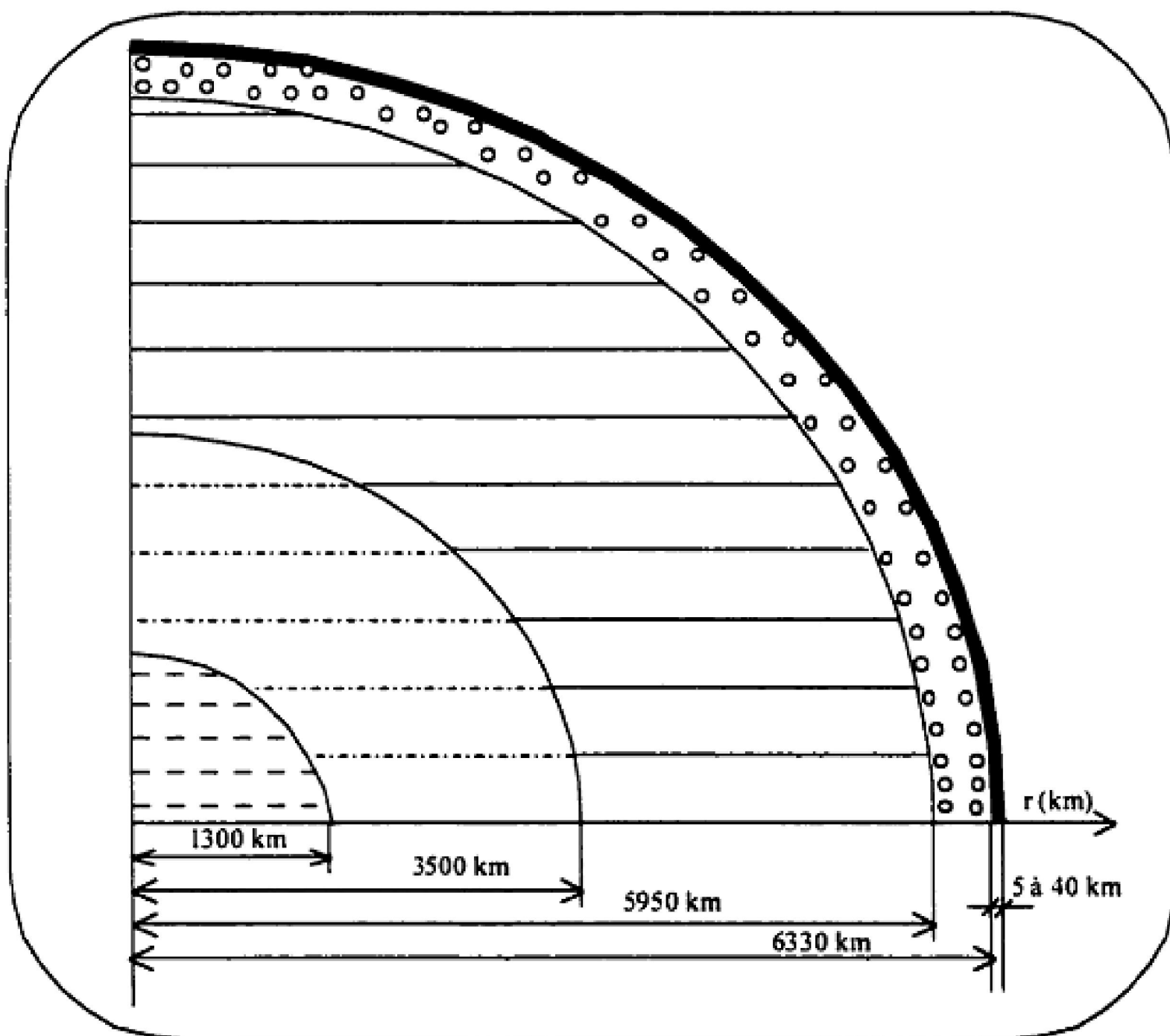


Figure (1.2) Structure du globe terrestre

Le noyau possède un rayon moyen de 1300 km, il est constitué de métaux lourds en liquide et de résistivité se situant entre 10^{-4} et $10^{-3} \Omega\text{m}$. La couche extérieure du noyau s'étend de 1300 à 3500 km du centre de la terre. Elle est constituée de différents métaux à l'état solide et sa résistivité est d'environ $10^{-3} \Omega\text{m}$.

Le manteau s'étend de 3500 à 5950 km du centre de la terre. Il est formé de diverses roches et sa résistivité varie de 10^3 à $10^4 \Omega m$. La partie extérieure du manteau est d'épaisseur d'environ 380 km. Elle est composée des roches de résistivité de l'ordre de $10^6 \Omega m$. L'écorce terrestre est d'épaisseur variant de 5 à 40 km. Elle est constituée de diverses roches dont la résistivité varie sur un large éventail de 10^{-1} jusqu'à $10^8 \Omega m$.

I.2.2 Résistivité du sol

La résistivité du sol est la résistance spécifique du sol. Elle dépend de plusieurs facteurs qui influencent la formation d'électrolytes [02]. Les facteurs principaux sont :

- 1) Le type du sol.
- 2) La dimension des grains.
- 3) La température:

Une augmentation de la température du sol permet à un électrolyte de mieux se dissocier ce qui fait réduire la résistivité du sol. Par contre, une augmentation de la température à $100^\circ C$ cause l'évaporation de l'eau du sol et ainsi une augmentation de la résistivité. Lorsque la température tombe au-dessous de $0^\circ C$ comme le cas des régions froides, la conductivité de l'électrolyte diminue et ainsi un accroissement rapide de la résistivité se produit.

- 4) La porosité.
- 5) Le pourcentage d'eau contenu dans le sol.
- 6) Le pourcentage de sels solubles.
- 7) Le pourcentage d'acide et de bases.

La résistivité de divers types de sol est illustrée au tableau (1.1) :

Tableau 1.1 Résistivité des différents terrains.

<i>Type de sol</i>	<i>Résistivité ρ ($\Omega \cdot m$)</i>	
	<i>Plage</i>	<i>Valeur moyenne</i>
<i>Argile. sol tourbeux, sol organique. Sol végétal, humus. sol marécageux</i>	<i>2 à 200</i>	<i>40</i>
<i>Argile sablonneuse. argile poussiéreuse, sol blanc, marne sablonneuse</i>	<i>30 à 260</i>	<i>100</i>
<i>Sable argileux et poussiéreux, sol blanc composé d'argile sablonneuse</i>	<i>50 à 600</i>	<i>200</i>
<i>Sable. gravier. sol blanc composé de sable et de gravier</i>	<i>50 à 3000</i>	<i>400</i>
<i>Sable et gravier sec au-dessous de 3 m de profondeur</i>	<i>50 à 50000</i>	<i>1000</i>
<i>Sol pierreux</i>	<i>100 à 8000</i>	<i>2000</i>
<i>Sol rocheux</i>	<i>1000 à 20000</i>	<i>10000</i>

I.2.3 Conduction du courant électrique dans le sol

Le courant de conduction dans le sol est un déplacement des charges électriques sous l'effet d'un champ électrique appliqué [02], ce mécanisme dépend de la structure physique et chimique du globe terrestre. Sous l'action d'un courant électrique, tout corps qui est à l'état soluble peut se dissocier en anions et cations est appelé électrolyte. La présence d'eau dans un milieu est une condition essentielle à la conduction électrolytique. La combinaison des sels, des acides et des bases avec l'eau comme par exemple dans les océans et dans les couches de sol humide forment des solutions conductrices. On distingue deux types de conduction dans le sol:

a)- Conduction électrolytique.

Sous l'effet du champ électrique et du courant, les électrolytes sont soumis à l'électrolyse autrement dit. Ils sont décomposés en anions et cations. Les charges négatives sont appelées anions ou ions négatifs. Elles se dirigent vers l'anode et les charges positives sont appelées cations ou ions positifs. Elles se dirigent vers la cathode. Les ions qui atteignent les électrodes

se départissent de leurs charges. Ils se déposent sur ces électrodes ou réagissent chimiquement avec elles. Le déplacement des ions engendre le passage du courant électrique, leur vitesse de déplacement est proportionnelle à l'intensité du champ électrique. Le nombre des particules dissociées ou le nombre des ions varie avec la température, par exemple pour une augmentation de 1°C, le nombre d'ions libérés augmente et la résistivité de l'électrolyte diminue d'environ 2%. Ainsi, le courant électrique augmente avec l'augmentation du champ électrique ou de la température.

b)- Conduction électronique

Elle est assurée par la présence des électrons libres qui sont caractérisés par une grande mobilité et se trouvent sur l'orbite externe de l'atome. Ce type de conduction est rencontré dans les milieux du globe où il y a une concentration des minerais et dépend de l'intensité du champ électrique. En général, les électrons libres sont rares dans les couches extérieures du globe mais quand même une faible conduction est toujours possible à cause de la grande superficie du milieu.

Un autre phénomène qui mérite quelques explications est la décharge électrique. Lorsque l'intensité du champ électrique atteint une valeur critique de 1 à 3 kV/cm, il peut y avoir une formation de décharges électriques dans la partie gazeuse du sol sous forme d'étincelles ou d'arcs électriques selon l'intensité du champ.

I.2.4 Propriétés thermiques du sol

Le courant électrique qui circule dans le sol produit un transfert d'énergie par effet Joule sous forme de chaleur ce qui entraîne une augmentation de la température du milieu [02]. La puissance dissipée dans le sol par unité de volume est représentée comme suit :

Où :

$$p = E \cdot J = \rho \cdot J^2 = \frac{E^2}{\rho} \quad (1.1)$$

E (V/m) : Le champ électrique dans le sol.

J (A. m⁻²) : La densité du courant.

ρ (Ω. m) : La résistivité du sol.

Les caractéristiques spécifiques d'un type de sol qui influencent particulièrement le calcul des mises à la terre sont les suivants :

a)-Chaleur spécifique

γ ($J/m^3 \cdot ^\circ C$) du sol, c'est la quantité de chaleur nécessaire pour augmenter de $1^\circ C$ un volume de $1m^3$ du sol. Cette caractéristique influence d'une façon déterminante la température des prises de terre et du sol environnant lors du passage d'un courant de court-circuit. La valeur de la chaleur spécifique du sol dépend du type du sol et de son contenu d'eau. Le tableau 1.2 présente quelques valeurs.

La chaleur spécifique du sol est habituellement déterminée à l'aide des essais effectués sur des échantillons de sol prélevés à l'emplacement prévue pour l'implantation.

Tableau 1.2 Valeurs de la chaleur spécifique pour différents type de sol.

<i>Type du sol</i>	<i>Chaleur spécifique γ ($J/m^3 \cdot ^\circ C$)</i>		
	<i>Sol sec</i>	<i>Sol saturé d'eau à 50%</i>	<i>Sol saturé d'eau à 100%</i>
<i>sablonneux</i>	<i>1.26</i>	<i>2.13</i>	<i>3.00</i>
<i>Argileux</i>	<i>1.00</i>	<i>2.22</i>	<i>3.43</i>
<i>Humus</i>	<i>0.63</i>	<i>2.16</i>	<i>3.77</i>

b)- Conductivité thermique du sol

Est la quantité d'énergie thermique transportée pendant une seconde sur une distance d'un mètre pour une différence de température égale a $1^\circ C$. Elle dépend du type de sol. Elle augmente avec l'humidité relative dans le sol.

Le tableau 1.3 présente quelques exemples de la conductivité thermique de divers types du sol.

Tableau 1.3 conductivité thermique pour différents type de sol

<i>Type du sol</i>	<i>Conductivité thermique (W/m.°C)</i>	
	<i>Sol sec</i>	<i>Sol saturé d'eau à 100%</i>
<i>Gravier avec sable et limon</i>	<i>0.55</i>	<i>2.55</i>
<i>Sable avec limon et argile</i>	<i>0.43</i>	<i>1.90</i>
<i>Argile avec sable</i>	<i>0.42</i>	<i>1.95</i>
<i>Marne avec sable</i>	<i>0.37</i>	<i>0.88</i>
<i>Marne avec sable très fin</i>	<i>0.33</i>	<i>2.30</i>
<i>Sable</i>	<i>0.27</i>	<i>1.65</i>
<i>Terre noire</i>	<i>0.18</i>	<i>1.13</i>
<i>Terre volcanique</i>	<i>0.13</i>	<i>0.62</i>
<i>Air</i>	<i>0.025</i>	
<i>Neige battue</i>	<i>0.23</i>	
<i>Eau</i>	<i>0.606</i>	
<i>Glace</i>	<i>2.22</i>	

Le transfert de chaleur se produit selon les modes suivants :

- Par conduction : transfert d'énergie thermique résultant du transfert d'énergie cinétique des particules (atomes, électrons, molécules et ions).
- Par convection : transfert de chaleur résultant de l'écoulement d'un fluide.

I.2.5 Utilité de mesure de la résistivité du sol

La mesure de résistivité va permettre :

- De choisir l'emplacement et la forme des prises de terre et des réseaux de terre avant leur construction.
- De prévoir les caractéristiques électriques des prises de terre et réseaux de terre.
- D'optimiser les coûts de construction des prises de terre et réseaux de terre (gain de temps pour obtenir la résistance de terre souhaitée).

Elle est donc utilisée sur un terrain en construction ou pour les bâtiments tertiaires de grande envergure (ou des postes de distribution d'énergie) où il est important de choisir avec exactitude le meilleur emplacement pour les prises de terre.

I.3 Méthodes de mesure de la résistivité du sol [03]

Plusieurs procédés sont utilisés pour déterminer la résistivité des sols. Le plus utilisé est celui des « quatre électrodes » qui se décline en deux méthodes :

- Méthode de WENNER adaptée dans le cas d'une mesure souhaitée à une seule profondeur
- Méthode de SCHLUMBERGER adaptée pour réaliser des mesures à des profondeurs différentes et donc créer des profils géologiques des sols.

I.3.1 Méthode de Wenner

I.3.1.1 Principe de mesure

Selon le schéma de principe présenté sur les figures 1.3 et 1.4, quatre électrodes sont disposées en ligne sur le sol, équidistantes d'une longueur a . Entre les deux électrodes extrêmes (A_1 et A_2), on injecte un courant de mesure I grâce à un générateur. Entre les deux électrodes centrales (B_1 et B_2), on mesure le potentiel ΔV grâce à un voltmètre.

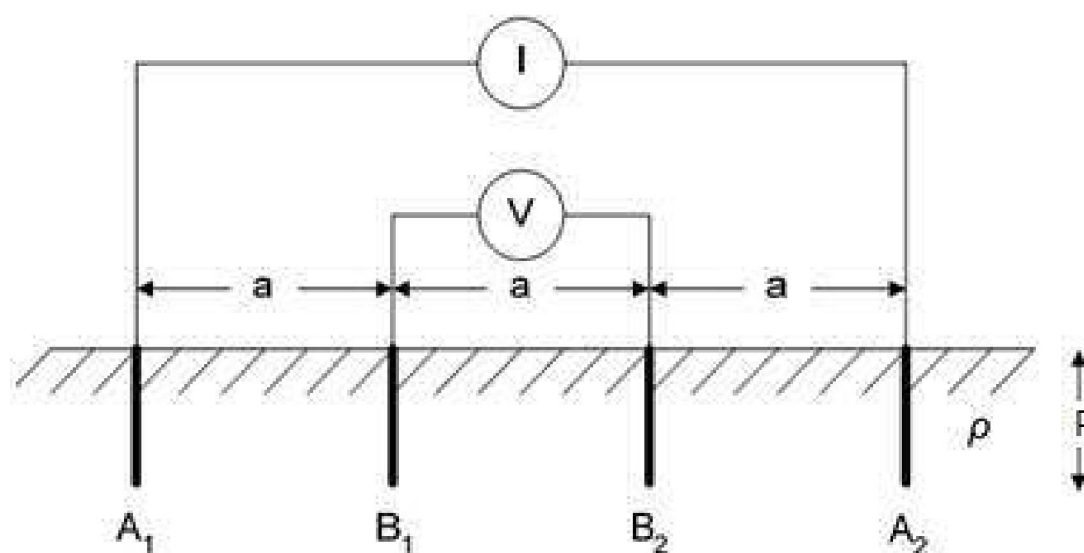


Figure 1.3 Schéma de principe de la méthode de Wenner

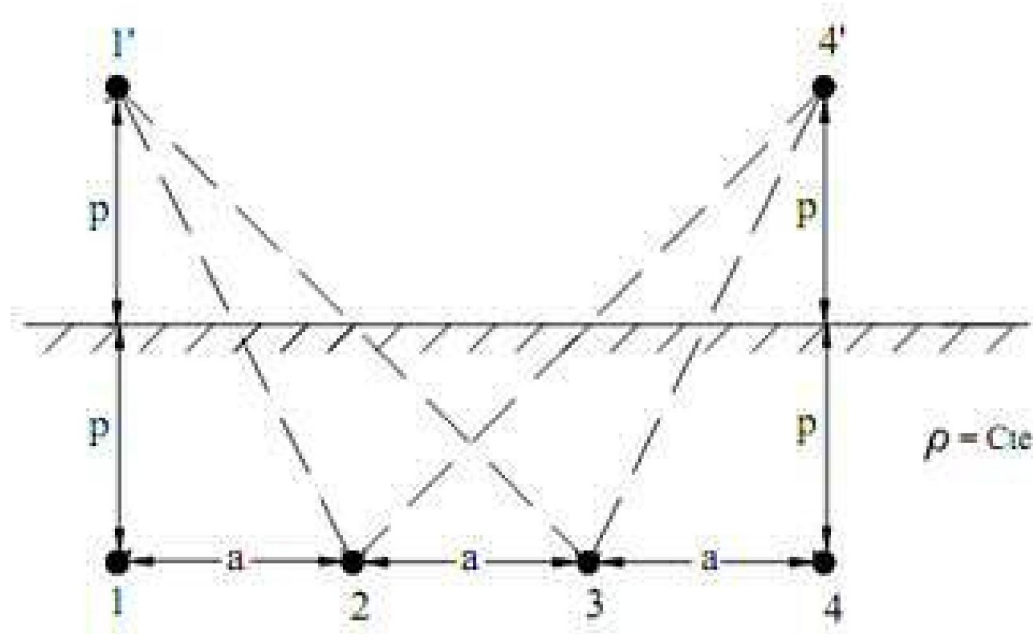


Figure 1.4 Positions des électrodes avec leurs images

La valeur de la résistance R lue sur l'ohmmètre permet de calculer la résistivité :

$$V_3 = \frac{\rho I}{4\pi} \left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{\sqrt{(2a)^2 + (2p)^2}} - \frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + (2p)^2}} \right) \quad (1.2a)$$

$$V_{23} = V_2 - V_3 = \frac{\rho I}{4\pi} \left(\frac{1}{a} + \frac{2}{\sqrt{a^2 + (2p)^2}} - \frac{2}{\sqrt{(2a)^2 + (2p)^2}} \right) \quad (1.2b)$$

$$R = \frac{V_{23}}{I} = \frac{\rho}{4\pi} \left(\frac{1}{a} + \frac{2}{\sqrt{a^2 + (2p)^2}} - \frac{2}{\sqrt{(2a)^2 + (2p)^2}} \right) \quad (1.2c)$$

$$\rho = \frac{4\pi a R}{1 + \frac{2}{\sqrt{a^2 + (2p)^2}} - \frac{2}{\sqrt{(2a)^2 + (2p)^2}}} \quad (1.2d)$$

Si la $p \gg a$

$$\rho = 2\pi a R \quad (1.2e)$$

I.3.2 Méthode de Schlumberger

I.3.2.1 Principe de mesure

La méthode de Schlumberger est basée sur le même principe de mesure. La seule différence se situe au niveau du positionnement des électrodes. Voir figure 1.5:

- La distance entre les 2 piquets extérieurs est $2b+a$.
- La distance entre les 2 piquets intérieurs est a .

La valeur de résistance R lue sur l'ohmmètre permet de calculer la résistivité par les formules suivantes:

$$R = \frac{\rho}{4\pi} \left(\frac{a}{b(a+b)} + \frac{1}{\sqrt{b^2 + (2p)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(a+b)^2 + (2p)^2}} \right) \quad (1.3a)$$

$$\rho = \frac{\pi b(a+b)R}{a} \quad (1.3b)$$

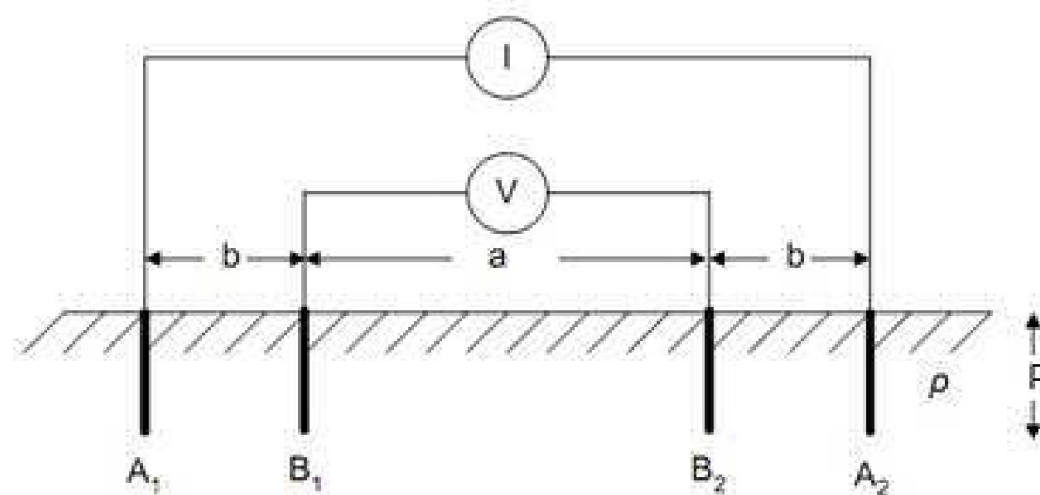


Figure 1.5 Schéma de principe de la méthode de Schlumberger

Cette méthode permet un gain de temps considérable sur le terrain notamment si l'on désire réaliser plusieurs mesures de résistivité et par conséquent créer un profil du terrain. En effet, seules les 2 électrodes extérieures doivent être déplacées contrairement à la méthode de Wenner nécessitant de déplacer les 4 électrodes en même temps. Bien que la méthode de Schlumberger permette de gagner du temps, c'est la méthode de Wenner qui est la plus connue et la plus utilisée. Sa formule mathématique est plus simple. Cependant, de nombreux appareils de mesure comme Chauvin Arnoux intègrent les deux formules de calcul permettant d'obtenir instantanément les valeurs de résistivité par l'une ou l'autre des deux méthodes.

I.4 Formules théoriques des Resistances de terres [04], [05]

Une électrode verticale

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \left(\log \frac{4l}{a} - 1 \right) \quad (1.4)$$

Deux électrodes verticales

$$R = \frac{\rho}{4\pi l} \left(\log \frac{4l}{a} - 1 \right) + \frac{\rho}{4\pi s} \left(1 - \frac{l^2}{3s^2} + \frac{2l^4}{5s^4} \dots \right) \quad (1.5)$$

Une électrode horizontale

$$R = \frac{\rho}{4\pi l} \left(\log \frac{4l}{a} + \log \frac{4l}{s} - 2 + \frac{s}{2l} - \frac{s^2}{16l^2} + \frac{s^4}{512l^4} \dots \right) \quad (1.6)$$

Deux branches à 90 °

$$R = \frac{\rho}{4\pi l} \left(\log \frac{2l}{a} + \log \frac{4l}{s} - 0.2373 + 0.2146 \frac{s}{l} + 0.1035 \frac{s^2}{l^2} - 0.0424 \frac{s^4}{l^4} \dots \right) \quad (1.7)$$

Trois branches à 120°

$$R = \frac{\rho}{6\pi l} \left(\log \frac{2l}{a} + \log \frac{2l}{s} + 1.071 - 0.209 \frac{s}{l} + 0.238 \frac{s^2}{l^2} - 0.054 \frac{s^4}{l^4} \dots \right) \quad (1.8)$$

Quatre branches à 90 degré

$$R = \frac{\rho}{8\pi l} \left(\log \frac{2l}{a} + \log \frac{2l}{s} + 2.912 - 1.071 \frac{s}{l} + 0.645 \frac{s^2}{l^2} - 0.145 \frac{s^4}{l^4} \dots \right) \quad (1.9)$$

Etoile avec 6 bras

$$R = \frac{\rho}{12\pi l} \left(\log \frac{2l}{a} + \log \frac{2l}{s} + 6.851 - 3.128 \frac{s}{l} + 1.758 \frac{s^2}{l^2} - 0.490 \frac{s^4}{l^4} \dots \right) \quad (1.10)$$

Etoile avec 8 bras

$$R = \frac{\rho}{16\pi l} \left(\log \frac{2l}{a} + \log \frac{2l}{s} + 10.98 - 5.51 \frac{s}{l} + 3.26 \frac{s^2}{l^2} - 1.17 \frac{s^4}{l^4} \dots \right) \quad (1.11)$$

Anneau horizontal

$$R = \frac{\rho}{2\pi^2 D} \left(\log \frac{8D}{d} + \log \frac{4D}{s} \right) \quad (1.12)$$

Rail horizontale de section a.b, avec b < a/8

$$R = \frac{\rho}{4\pi l} \left(\log \frac{4l}{a} + \frac{a^2 - \pi ab}{2(a+b)^2} + \log \frac{4l}{s} - 1 + \frac{s}{l} - \frac{s^2}{16 l^2} + \frac{s^4}{512 l^4} \dots \right) \quad (1.13)$$

Disque horizontal

$$R = \frac{\rho}{8a} + \frac{\rho}{4\pi s} \left(1 - \frac{7 a^2}{12 s^2} + \frac{33 a^4}{40 s^4} \dots \right) \quad (1.14)$$

Disque vertical

$$R = \frac{\rho}{8a} + \frac{\rho}{4\pi s} \left(1 + \frac{7 a^2}{24 s^2} + \frac{99 a^4}{320 s^4} \dots \right) \quad (1.15)$$

Grille horizontale

$$R_g = \rho \left[\frac{1}{l_T} + \frac{1}{\sqrt{20A}} \left(1 + \frac{1}{1 + \sqrt{20/A}} \right) \right] \quad (1.16)$$

Plaque horizontale

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \left[\ln \frac{2l^2}{ws} - 1 \right] \quad (1.17)$$

Avec

S : Profondeur.

l : Longueur de l'électrode.

a : Rayon du conducteur.

D : Diamètre de l'anneau.

d : Diamètre du conducteur

A : Surface de la grille.

w : Largeur de la plaque.

l_t : longueur totale du conducteur de la grille.

I.5 Mesure de résistance d'une prise de terre existante

Les mesures de résistivité vues précédemment ne peuvent s'appliquer que dans le cas de construction d'une nouvelle prise de terre : elles permettent de prévoir par avance la valeur de résistance de terre et d'ajuster la construction selon la valeur de terre souhaitée. Dans le cas de prises de terre existantes, la démarche consiste à vérifier que celles-ci répondent correctement aux normes de sécurité en termes de construction et de valeur de résistance. Cependant, de nombreuses mesures peuvent être appliquées selon les caractéristiques de l'installation telles que la possibilité de mettre l'installation hors tension, de déconnecter la prise de terre, d'avoir une prise de terre unique à mesurer ou reliée à d'autres, la précision de la mesure souhaitée, le lieu de l'installation (milieu urbain ou non), etc.

I.5.1 Principe de mesure [06]

Le principe de mesure consiste à faire circuler à l'aide d'un générateur G, un courant alternatif constant à travers la prise auxiliaire H dite « prise d'injection courant », le retour se réalisant par la prise de terre E. On mesure la tension V entre les prises E et le point du sol où le potentiel est nul au moyen d'une autre prise auxiliaire S dite « prise de potentiel 0 V » voir figure 1.6. Le quotient entre la tension ainsi mesurée et le courant constant injecté, donne la résistance recherchée (1.18).

$$R_E = \frac{U_{ES}}{I_{EH}} \quad (1.18)$$

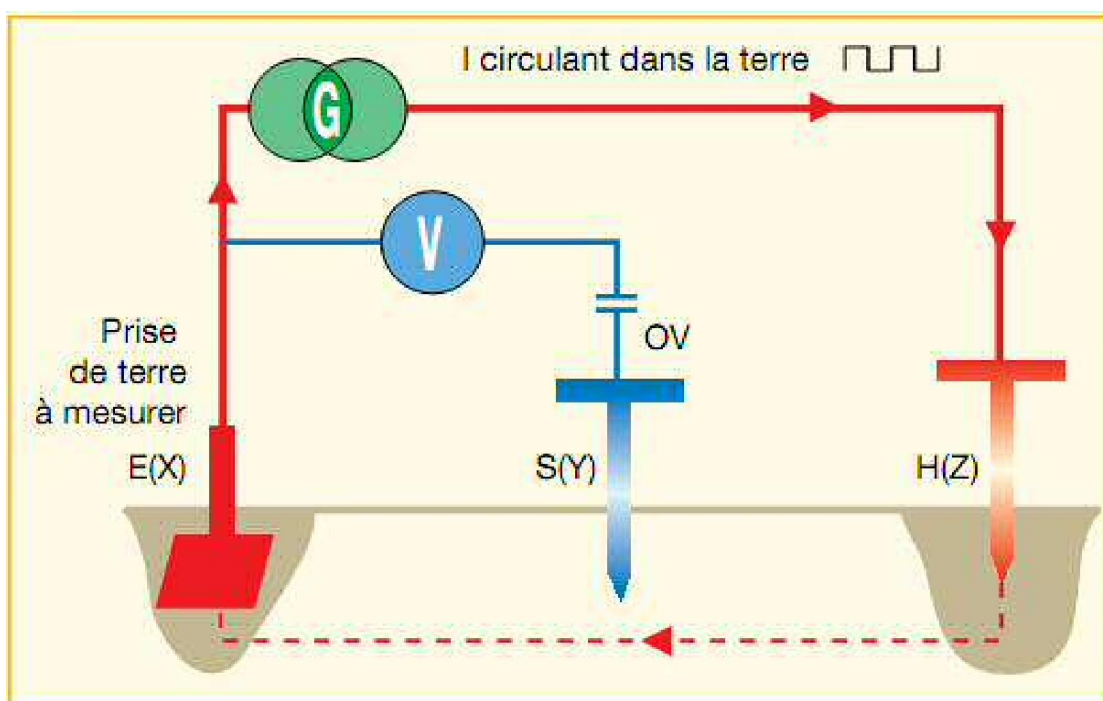


Figure 1.6 Schéma de principe de mesure de résistance d'une terre existante.

Remarque

Sur le plan théorique, on peut réaliser une prise de terre au moyen d'un piquet enfoncé dans le sol. L'écoulement d'un courant de défaut se fera donc d'abord à travers les résistances de contact qui se subdivisent elles même en une multitude de résistances constituées par des intervalles existants entre chacun des constituants du terrain considéré. A une certaine distance de la prise de terre, le nombre des résistances de contact en parallèle tend vers l'infini et constitue une résistance équivalente quasiment nulle figure 1.7. A partir de cette limite, quelle que soit l'intensité du courant de défaut, le potentiel sera nul. La zone de référence qui constitue la réelle mise à la terre est atteinte. Il existe donc autour de chaque prise de terre une zone d'influence dont on ignore la forme et l'étendue.

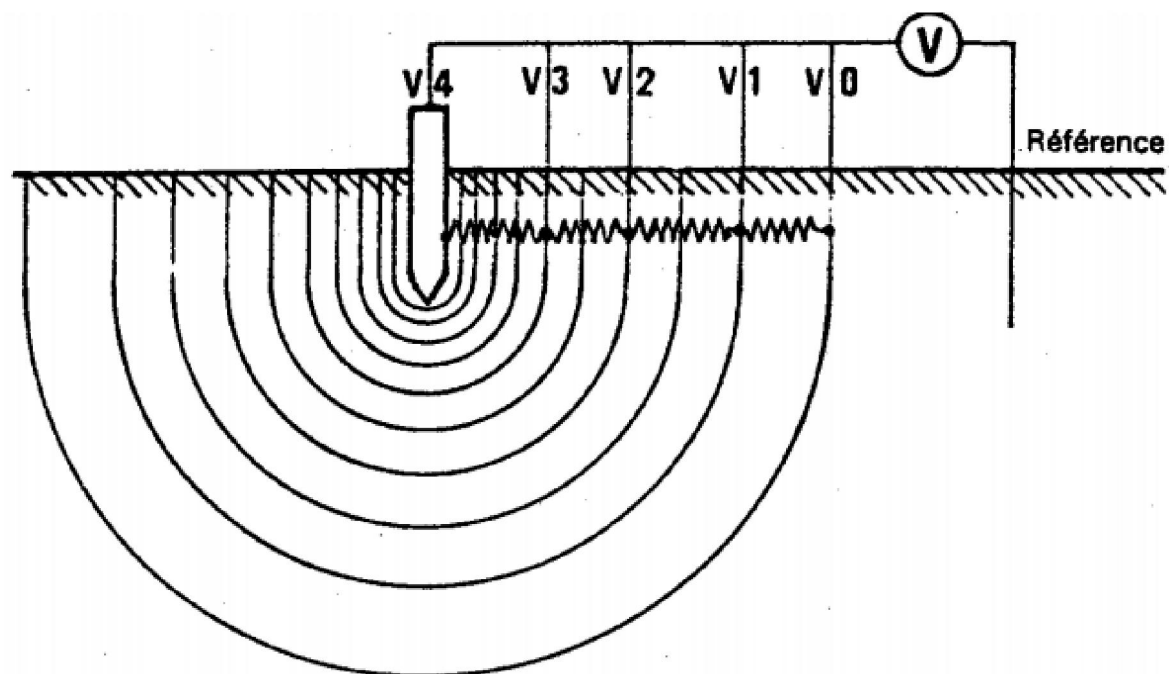


Figure 1.7 Résistance de contact d'une prise de terre

Etant donné la différence de comportement de diffusion de courant électrique selon la résistivité du sol, il est difficile d'être certain d'avoir évité les zones d'influence. La meilleure solution pour valider la mesure est donc de refaire une mesure en déplaçant le piquet S et de s'assurer qu'elle est du même ordre de grandeur que la mesure précédente voir figure 1.8.

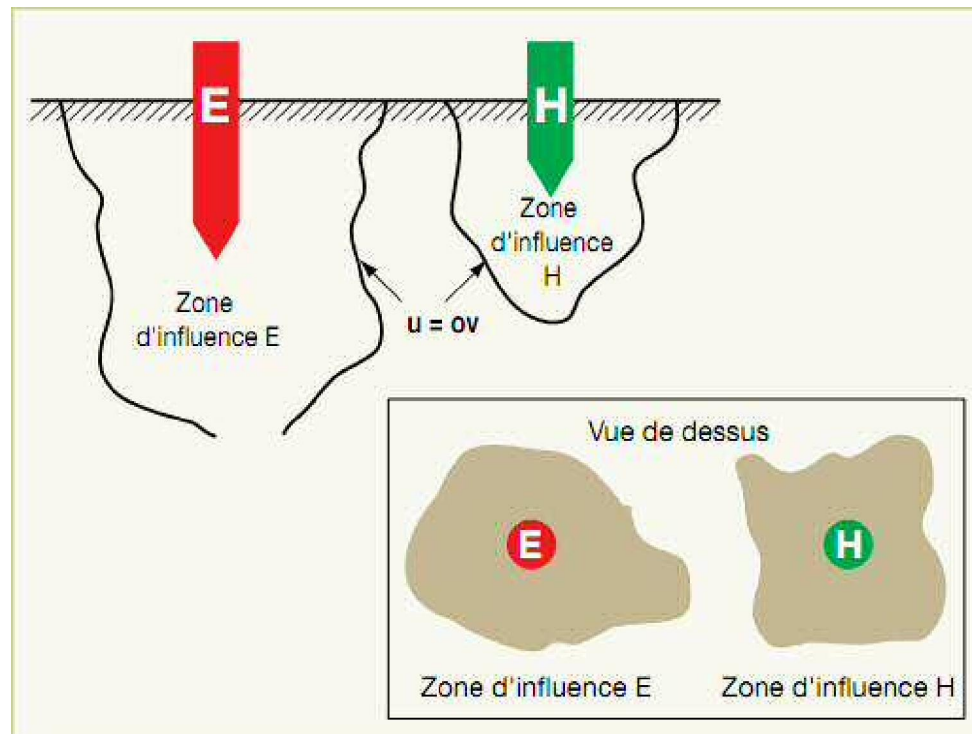


Figure 1.8 Zone d'influence d'une prise de terre

I.5.2 Méthode des 62% [07]

Cette méthode nécessite l'emploi de deux électrodes ou « piquets » auxiliaires pour permettre l'injection de courant et pour la référence potentiel 0V. La position des deux électrodes auxiliaires, par rapport à la prise de terre à mesurer E(X), est déterminante. Pour effectuer une bonne mesure, il faut que la « prise auxiliaire » de référence de potentiel (S) ne soit pas plantée dans les zones d'influence des terres E & H, zones d'influence créées par la circulation du courant. La figure 1.9 représente le schéma de principe de la méthode des 62%.

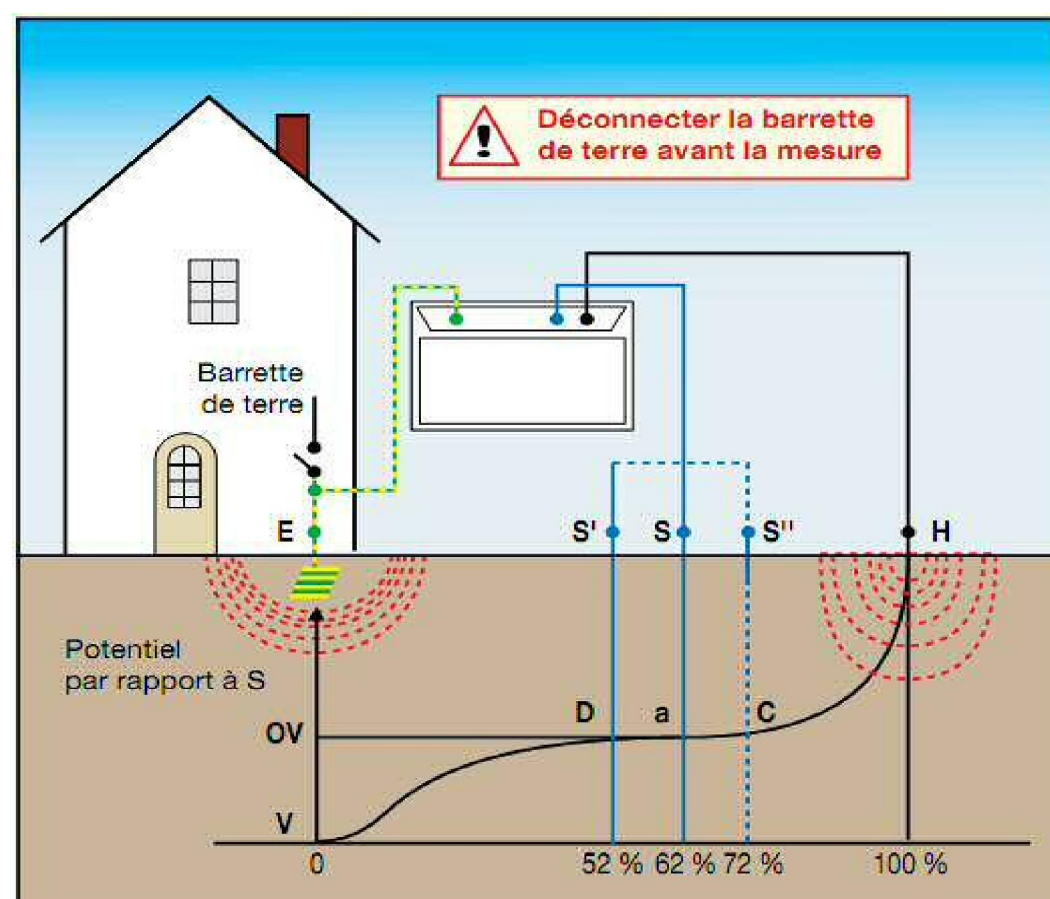


Figure 1.9 Schéma de principe de la méthode des 62%

Les équations ci-dessous montrent que la méthode idéale pour garantir la plus grande précision de mesure consiste à placer le piquet S à 62 % de E sur la droite EH.

La tension au point de référence S à une distance x de E :

$$U_x = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{D-x} \right) \quad (1.19)$$

La tension au point E (a la surface du conducteur)

$$U_0 = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{D-r} \right) \quad (1.20)$$

La différence du potentiel entre E et S :

$$V_0^x = (U_0 - U_x) \quad (1.21)$$

$$V_0^x = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{D-r} - \frac{1}{x} + \frac{1}{D-x} \right) \quad (1.22)$$

Si la distance entre électrodes est grande devant leurs rayons :

$$V_0^x = \frac{\rho I}{2\pi r} \quad (1.23)$$

En comparant les équations (1.22) et (1.23) on constat que :

$$\frac{1}{D-r} - \frac{1}{x} + \frac{1}{D-x} = 0 \quad (1.24)$$

$$x^2 - Dx - D^2 = 0 \quad (1.25)$$

(1.25) implique que :

$$x = \frac{-D \pm \sqrt{D^2 + 4D^2}}{2} = \frac{D}{2}(\sqrt{5} - 1) = 0.618D \quad (1.26)$$

Avec :

D :La distance entre les deux electrodes E et H.

x : La position de l'électrode de potentiel S par rapport a E.

I.5.3 Nouvelle technique de mesure de la résistance du sol

Tout récemment une nouvelle méthode à été introduite, cette méthode de mesure ne nécessite pas l'utilisation des électrodes auxiliaires [08]; le schéma de principe est représenté sur la figure 1.10. L'électrode de terre à mesurer est reliée au conducteur d'aller d'une ligne de transmission. Le conducteur de retour est connecté à un générateur approprié G et l'autre extrémité du conducteur de retour étant ouverte. Le conducteur d'aller et le conducteur de retour avec leurs isolations sont disposés au dessus du sol.

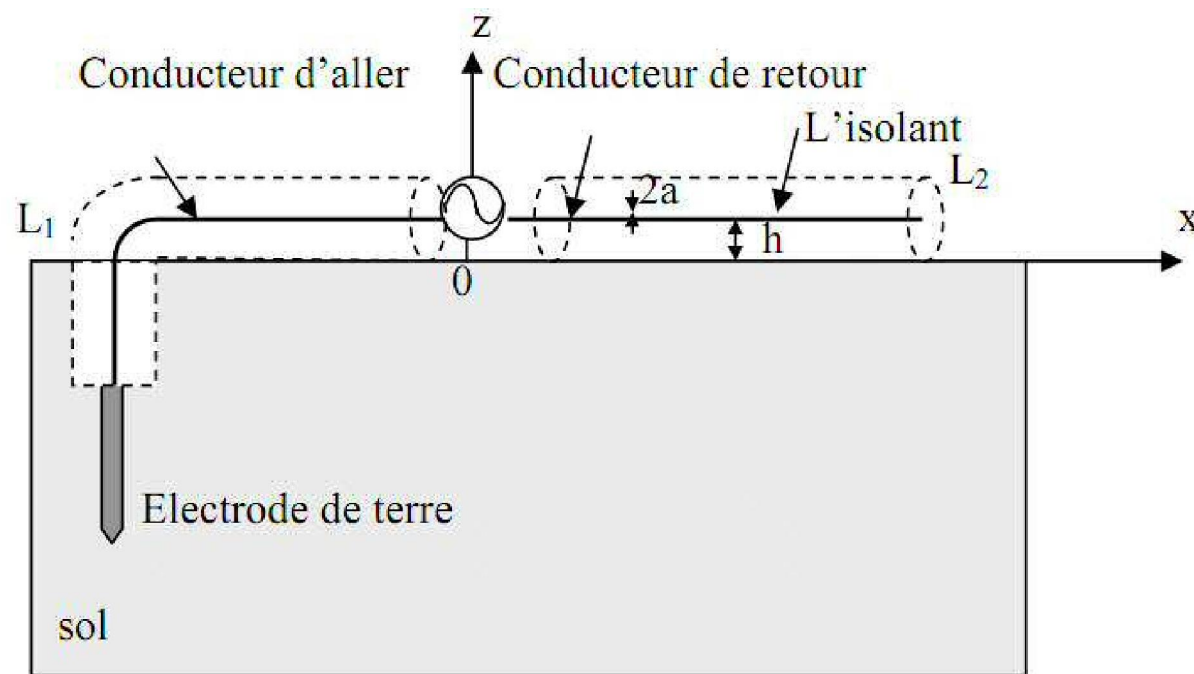


Figure 1.10 Concept du nouveau system de mesure de la résistance du sol

ϵ_1, ϵ_2 : Permittivité de la ligne et le sol.

σ_1, σ_2 : Conductivité de la ligne et le sol.

μ_0 : Perméabilité du vide.

I.5.3.1 Formulation mathématique

La détermination de la résistance d'une électrode de terre est basée sur le modèle des lignes de transmissions. Le schéma équivalent d'un tronçon de ligne de longueur infinitésimale Δx est représenté sur la figure 1.11.

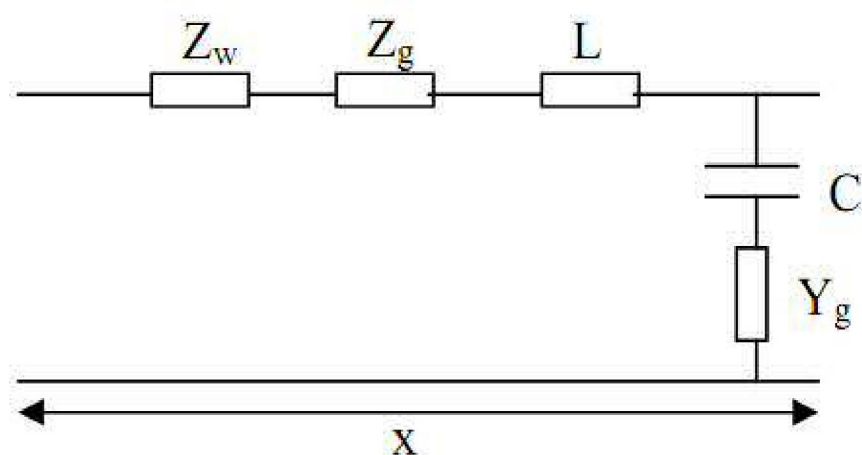


Figure 1.11 Schéma équivalent d'un tronçon de ligne.

Avec :

Z_w : Impédance interne de la ligne.

L, C : Inductance et capacité de la ligne.

Z_g, Y_g : Impédance série et admittance shunt du sol.

-Paramètres de la ligne

L'inductance linéique est donnée par :

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h}{a}\right) \quad (1.27)$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_1}{\ln\left(\frac{2h}{a}\right)} \quad (1.28)$$

L'impédance à la sortie du générateur peut être exprimée sous les conditions suivantes :

$$\gamma_1 L_1 \ll 1 \quad \text{et} \quad \gamma_2 h \ll 1$$

Par :

$$Z(\omega) = R_g + Z_0 \frac{1 + r_R \exp(-2\gamma_1 L_2)}{1 - r_R \exp(-2\gamma_1 L_2)} \quad (1.29)$$

Où

$$Z_0 \frac{1 + r_R \exp(-2\gamma_1 L_2)}{1 - r_R \exp(-2\gamma_1 L_2)}$$

représente l'impédance localisée à l'entrée de la ligne L_2 et Z_c son impédance caractéristique.

$$Z_0 = 60 \ln\left(\frac{2h}{a}\right) \quad (1.30)$$

$$\gamma_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} \quad (1.31)$$

$$\gamma_2 = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_1 + j\omega\epsilon_1)} \quad (1.32)$$

Avec :

R_g : Résistance interne du générateur.

r_R : Facteur de réflexion du conducteur de retour.

L_1 : Longueur du conducteur d'aller.

L_2 : Longueur du conducteur de retour.

λ_1 : Longueur d'onde.

La mesure de $Z(\omega)$ permet de déduire la résistance de l'électrode de terre.

I.5.3.2 Principe de mesure

Le circuit de mesure par cette nouvelle technique est représenté sur la figure 1.12. En renouvelant plusieurs fois la mesure de l'impédance $Z(\omega)$, en changeant à chaque fois la fréquence du signal du générateur, on pourra en déduire le profil de la variation de l'impédance avec la fréquence, l'extrémum de cette impédance correspond à la fréquence de résonance. A cette fréquence de résonance l'impédance à la sortie du générateur est la résistance de l'électrode de terre.

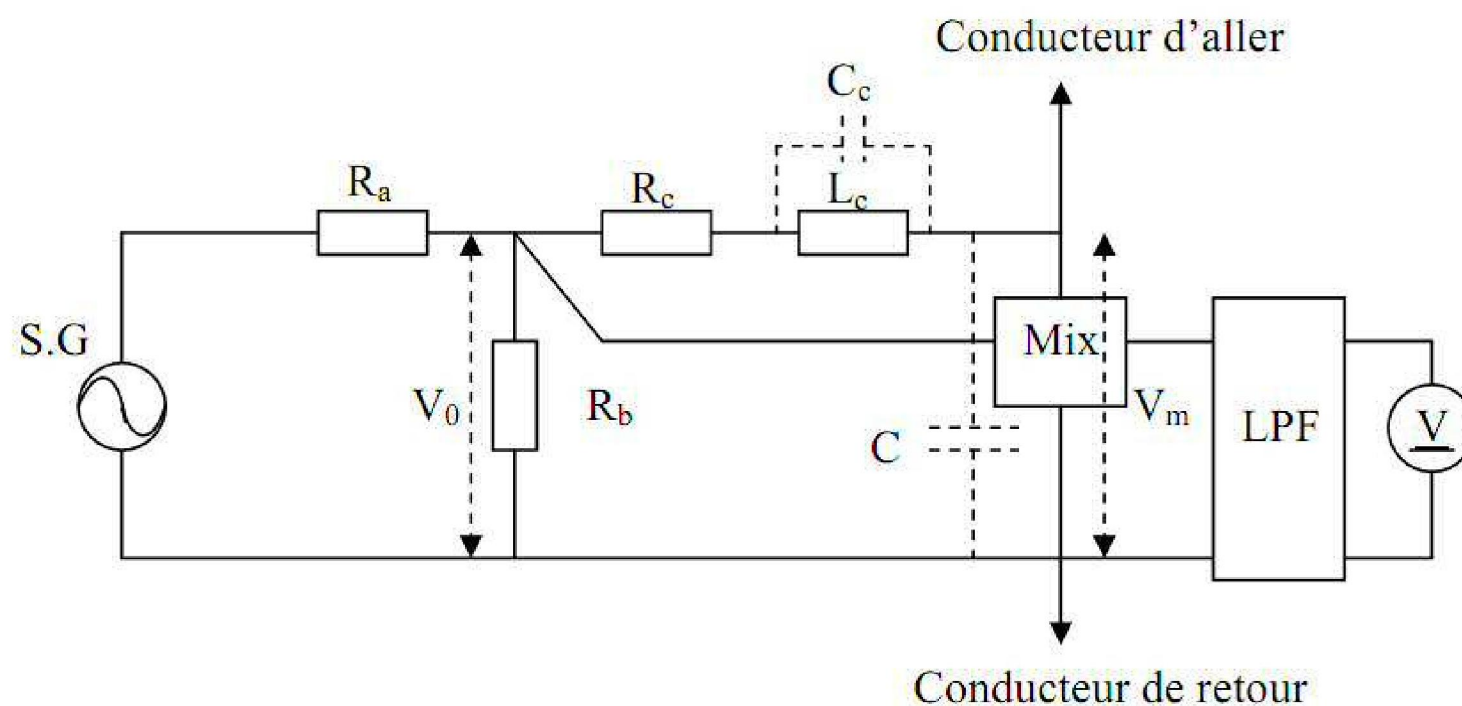


Figure 1.12 Schéma de principe pour la mesure de la résistivité du sol.

I.6 Phénomène de couplage

Si deux ou plusieurs électrodes sont implantées à des distances telles qu'il n'existe pas entre elles une zone de résistance nulle (cas des terres lointaines), il se produira une certaine interpénétration des surfaces équipotentielles. Ces électrodes exerceront les unes sur les autres une influence mutuelle [09]. Les conséquences n'en seront pas identiques selon qu'elles sont reliées entre elles ou qu'elles sont au contraire reliées à des systèmes électriques différents. Les électrodes reliées en parallèles constituent un cas fréquents, chaque fois par exemple que l'implantation d'une seule électrode ne permet pas d'atteindre une résistance suffisamment basse par rapport à la valeur que l'on s'est assignée, on est conduit à en établir deux ou plusieurs que l'on réunit en parallèle jusqu'à l'obtention, s'il se peut de la valeur souhaitée. Supposons que ces électrodes sont toutes identiques et de même résistance individuelle R_1 et si elles étaient parfaitement indépendantes, un ensemble de 2,3,...n électrodes présenteraient une résistance globale R égale à $R_1/2$, $R_1/3$,... R_1/n . Il n'en est jamais ainsi en pratique à cause de l'impossibilité matérielle de les éloigner suffisamment, en raison de l'interpénétration de leurs surfaces équipotentielles, la diffusion des filets de courant dans la zone d'influence commune se trouve plus ou moins gênée et la résistance globale est majorée d'un coefficient $K=nR/R_1$.

Comme l'on peut s'y attendre, cet effet se fait sentir d'autant plus que les piquets sont longs et rapprochés et que la résistivité du sol est grande. En pratique un résultat acceptable n'est obtenu que si la distance entre eux est au moins égale à leur longueur.

Si les électrodes ayant une zone d'influence commune sont reliées à des systèmes électriques différents, elles présenteront entre elles un effet de couplage c'est-à-dire que l'écoulement du courant à travers l'une d'elles, dite alors active provoquera une élévation du potentiel des autres, dites passives. La valeur de ce potentiel sera égale au produit de la résistance de la zone commune par l'intensité du courant écoulé. Pour une résistance donnée entre les prises de terres, ce potentiel sera d'autant plus grand que la résistivité du sol est élevée. Par voie de conséquence, plus la résistivité est faible, moins il est nécessaire d'éloigner les prises entre elles.

Dans les terrains hétérogènes, un sous sol mauvais conducteur augmente le couplage. Il le diminue au contraire si sa résistivité est plus faible que celle des couches supérieures. Ces considérations sont importantes dans la mesure où certaines prises de terre doivent expressément

être distinctes, c'est-à-dire présenter entre elles un couplage nul ou en tout cas très faible. C'est par exemple le cas fréquent pour les prises de terre des parafoudres, éclateurs, neutre et des masses.

Graphiquement, l'effet de couplage peut se représenter sur la figure 1.13 par une étoile à trois branches dont deux extrémités figurent les entrées de deux prises de terre A et B et la troisième branche figure la terre lointaine c'est-à-dire potentiel zéro.

$$R_A = R_a + R_0 \quad (1.33)$$

$$R_B = R_b + R_0 \quad (1.34)$$

C'est donc la résistance commune R_0 qui fixe le potentiel de l'une des prises quand l'autre écoule un courant. Par exemple si A écoule un courant I , B se trouvera portée à un potentiel $R_0 \cdot I$, autrement dit à une fraction $R_0 / (R_a + R_0)$ du potentiel de A. Cette fraction exprime le facteur de couplage K .

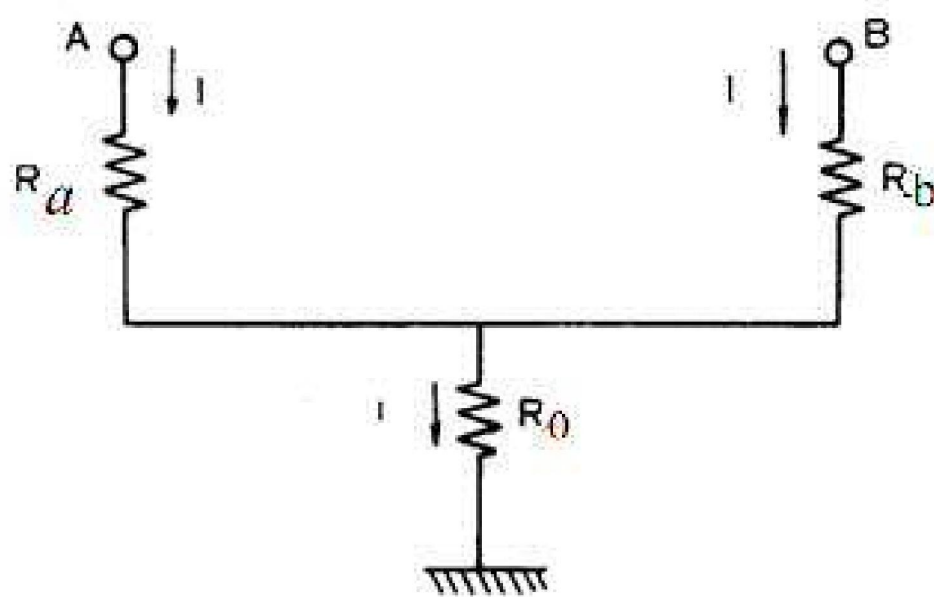


Figure 1.13 Couplage entre deux prises de terre non reliées entre elles

I.7 Traitement chimique du sol

Dans les sols de résistivité élevée il est possible de réaliser des économies parfois très importantes d'électrodes en recourant à l'amélioration chimique du terrain. Cette méthode est d'autant plus efficace que le sol est mauvais conducteur, elle permet dans certains cas de réduire de plus de 2/3 la résistance initiale d'une prise de terre [09].

Le procédé le plus simple et le plus courant est l'imprégnation par des sels. Il consiste à creuser autour de la tête du piquet une petite tranchée circulaire d'environ 1m de diamètre 25 à 30 cm de profondeur remplie de sels puis arrosée à plusieurs reprises pour imprégner suffisamment le terrain voir figure 1.14. On la recouvre ensuite d'une faible couche de terre et l'on fait en sorte d'y canaliser des eaux de ruissellement. Le sel marin a un avantage économique mais peut accélérer la corrosion de l'électrode.

Le sulfate de cuivre est inoffensif pour les électrodes cuivre-acier, mais couteux.

Le sulfate de magnésium, moins couteux, donne de bons résultats.

On doit évidemment prendre garde à la contamination des nappes d'eau aimantant des puits.

Cette méthode n'est pas mauvaise mais elle nécessite l'emploi d'une quantité importante de sels (plusieurs dizaines de kilos) et oblige à la renouveler périodiquement pour compenser l'entraînement par les eaux infiltrées. Cette technique est peut utiliser depuis l'avènement des procédés d'amélioration par gel insoluble.

Le principe consiste à fixer un sel métallique sous la forme d'un gel résultant de la combinaison deux solutions chimiques formant un composé colloïdal stable dans le sol, dont l'efficacité se maintient pendant plusieurs années et est relativement peu influencée par la sécheresse. On imprègne d'abord le sol avec un premier élément (électrolyte) puis avec un second (stabilisant) qui provoque la forme du gel insoluble.

L'opération peut s'effectuer simplement en versant les produits dans une petite cuvette creusée autour de la tête du piquet ou, en cas de besoin, par injection sous pression permettant d'atteindre de plus grande profondeur. Ces produits sont un peu plus couteux que les sels communs, mais la quantité nécessaire est plus faible et la durée efficace est longue.

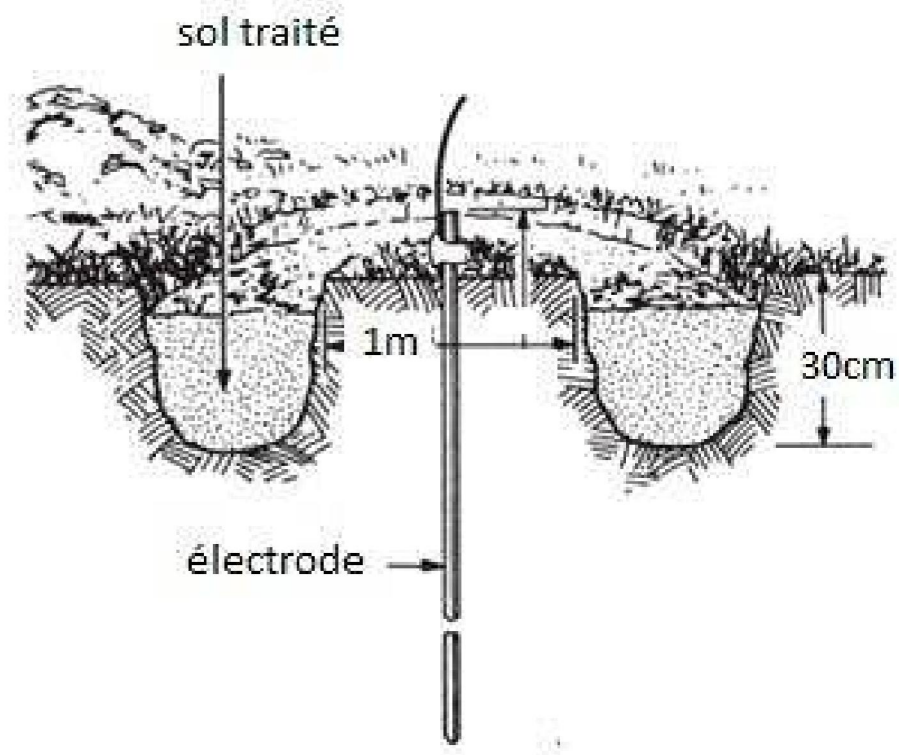


Figure 1.14 Technique de traitement chimique du sol

I.8 Impédance transitoire

Lors d'un court-circuit ou d'un impact de foudre, et avant l'apparition des courants en basse fréquence, des régimes transitoires de très courtes durées prennent naissance. Généralement le contenu spectral des ondes de choc qui en résultent peut s'étendre de quelques kHz jusqu'à 10 MHz.

En basse fréquence, la terre peut être considérée comme résistive et il est alors possible de calculer la résistance des prises de terre en tenant compte de la forme de l'électrode de terre, des conditions d'installation et de la résistivité du sol.

En haute fréquence, l'écoulement des courants de défauts dans le sol donne naissance à des phénomènes physiques qui ne sont pas ceux de la basse fréquence :

- L'effet de peau dans les conducteurs.
- Les courants induits dans le sol sont plus importants.
- Les courants de déplacements ne sont plus négligeables à partir d'un seuil fréquentiel.
- Les phénomènes de propagation.

La notion d'impédance transitoire permet de caractériser quantitativement le comportement d'une prise de terre en régime transitoire d'une manière très commode.

On définit l'impédance transitoire [02] d'une prise de terre comme suit :

$$Z(t) = U(0, t) / I(0, t) \quad (1.35)$$

Avec :

$U(0, t)$: Tension à l'entrée de l'électrode.

$I(0, t)$: Courant injecté à l'entrée de l'électrode.

I.9 Etat de l'art sur la modélisation des systèmes de mise à la terre

I.9.1 méthodes de modélisation Analytiques et empiriques d'un fil de mise à la terre

En 1934 Bewley [10] a été parmi les premiers chercheurs qui ont procédé aux études du comportement transitoire théorique et expérimental des systèmes de mise la terre soumis à un coup de foudre. L'auteur a conclu dans son travail une expression (1.36a) pour le calcul de l'impédance d'un câble de terre au point d'injection. L'expression a été obtenue en considérant le câble de terre, une ligne de transmission longue avec pertes.

$$Z_c(t) = \frac{1}{Gl_c \left\{ 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{8e^{-\delta t}}{(2k-1)^2 2\pi} \left[\cos \omega_k t + \left(\frac{G}{4\omega_k C} - \frac{\omega_k C}{G} \right) \sin \omega_k t \right] \right\}} \quad (1.36a)$$

$$\omega_k = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(2k-1)2\pi^2}{LCl_c^2} - \frac{G^2}{C^2}} \quad (1.36b)$$

$$\delta = \frac{G}{2C} \quad (1.36c)$$

l_c est la longueur du câble de terre. G , L et C sont respectivement la conductance, l'inductance, et la capacité par unité de longueur.

En 1943, Bellaschi et Armingtom [11] ont arrivé à calculer analytiquement la réponse en tension des électrodes de terre au point d'injection pour des impulsions de courant de différentes formes d'ondes. Ils ont donné les expressions de la tension par une série lentement convergente.

Pour une impulsion à échelon unitaire de courant, la tension au point d'injection est donnée par : (1.37a).

$$e(t) = \frac{1}{G_t} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{n^2 \pi^2}{G_t L_t} t} \right] \quad (1.37a)$$

Pour une impulsion de courant double exponentiel $I(t) = I_0(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t})$ la tension au point d'injection est donnée par (1.37b).

$$e(t) = I_0 \left[\frac{\sqrt{\frac{L_t \alpha}{G_t}} e^{-\alpha t}}{\tan \sqrt{G_t L_t} \alpha} - \frac{\sqrt{\frac{L_t \beta}{G_t}} e^{-\beta t}}{\tan \sqrt{G_t L_t} \beta} + \frac{\alpha - \beta}{G_t^2 L_t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 \pi^2 e^{-\frac{n^2 \pi^2}{G_t L_t} t}}{\left(\alpha - \frac{n^2 \pi^2}{G_t L_t} \right) \left(\beta - \frac{n^2 \pi^2}{G_t L_t} \right)} \right] \quad (1.37b)$$

Pour une impulsion de courant avec un front sinusoïdal $I(t) = A(1 - \cos Bt)$, la tension au point d'injection est donnée par (1.37c).

$$e(t) = \frac{A}{G_t} - A \sqrt{\frac{L_t B}{G_t}} \times \frac{\cos \left[Bt + 0.783 - \tan^{-1} \left(\frac{\sin \sqrt{2G_t L_t B}}{\sinh \sqrt{2G_t L_t B}} \right) \right]}{\frac{\sqrt{\sinh^2 \sqrt{2G_t L_t B} + \sin^2 \sqrt{2G_t L_t B}}}{\cosh \sqrt{2G_t L_t B} + \cos \sqrt{2G_t L_t B}}} - \frac{2AG_t B^2 L_t^2}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{n^2 \pi^2}{G_t L_t} t}}{n^2 + \frac{B^2 G_t^2 L_t^2}{\pi^4}} \quad (1.37c)$$

Dans les équations (1.37a), (1.37b) et (1.37c), L_t est l'inductance totale de l'électrode en henry, G_t est la conductance totale en Siemens, I_0 est la valeur de crête du courant injecté. α , β , A et B sont les constantes des différentes forme d'ondes du courant injecté. il est également mentionné dans la référence [11] que pour une électrode longue, la représentation du circuit équivalent avec résistance de terre et inductance distribués et important pour le calcul de l'impédance de l'impulsion.

Une des références les plus importantes dans le domaine des mises à la terre a été écrit par ED Sunde [02] en 1968 qui est aujourd'hui largement utilisée par des ingénieurs pour la résolution des problèmes des mises à la terre. Son approche pour décrire les mises à la terre est basée sur la théorie du champ électromagnétique en utilisant les équations de maxwell. Il a présenté non seulement la résistance statique pour les différentes formes des prises de terre mais

donne aussi une exhaustive théorie sur le comportement inductif des câbles de terre en haute fréquence. ED Sunde est peut être le premier à utilisé le concept des paramètres des lignes de transmissions par unité de longueur dans le domaine fréquentiel pour modéliser le comportement transitoire d'un fil de terre horizontal frappé par une foudre en utilisant les équations de télégraphiste (1.38a) et (1.38b).

$$\frac{dI(x, j\omega)}{dx} = -YV(x, j\omega) \quad (1.38a)$$

$$\frac{dV(x, j\omega)}{dx} = -ZI(x, j\omega) \quad (1.38b)$$

Dans les équations (1-38a) et (1-38b), Z est d'impédance longitudinale du fil par unité longueur, et Y est la l'admission transversale du fil par unité de longueur. Z et Y pour une seule électrode horizontale sont indiqués dans les équations (1.39a) et (1.39b).

$$Y(\Gamma) = \left[Y_i^{-1} + \frac{1}{\pi(\sigma_{sol} + i\omega\epsilon_{sol})} \log \frac{1.12}{\Gamma a} \right]^{-1} \quad (1.39a)$$

$$Z(\Gamma) = Z_s + \frac{i\omega\mu_0}{2\pi} \log \frac{1.85}{a(\gamma^2 + \Gamma^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (1.39b)$$

$$\gamma^2 = \sigma_{sol} + i\omega\epsilon_{sol} \quad (1.39c)$$

$$\Gamma = [Z(\Gamma) Y(\Gamma)]^{\frac{1}{2}} \quad (1.39d)$$

Dans l'équation (1.39a) et (1.39b) Z_s et Y_i sont respectivement l'impédance longitudinale et l'admittance transversale par unité de longueur.

De tout ce qui précède, il est clair que tous les modèles basés sur la théorie des lignes de transmission, sont obtenus analytiquement sous certaines approximations principalement en raison d'absence d'ordinateurs puissants. Par conséquent, ces méthodes et modèles ont été limitées aux systèmes de mise à la terre simple. Pour les systèmes de mise à la terre complexe telle que les grilles, une analyse empirique a été proposée par Gupta et Thapar en 1980 [04].

Dans ces études il observa que pour les grandes grilles, de forme carrée ou rectangulaire, l'effet de l'ionisation du sol est négligeable.

I.9.2 Méthodes numériques de modélisation des Systems de mise à la terre

Dans le début des années quatre-vingt, la puissance de l'ordinateur a augmenté de façon spectaculaire, qui a accélérée la recherche dans tous les domaines scientifiques pour résoudre des problèmes pratiques complexes fondés sur diverses méthodes numériques puissantes. Par conséquent, la modélisation du comportement transitoire des systèmes complexes de mise à la terre soumis à des coups de foudre avait un avenir meilleur en particulier pour les raisons suivantes.

- Les modèles antérieurs citer dans la section précédente repose sur des hypothèses simplificatrices afin d'arriver à des équations simples. Mais en utilisant les méthodes numériques, la plupart des équations complexes peuvent être résolus.
- Les systèmes de mise à la terre complexe peuvent être facilement modélisés vue la grande mémoire et la vitesse des ordinateurs.

Les différentes méthodes utilisées dans la modélisation des Systems de mise à la terre soumis aux coups de foudre, depuis 1980 jusqu'aujourd'hui peuvent être classées comme suit :

- L'approche de la théorie des circuits.
- L'approche de la théorie des champs électromagnétiques.
 - Méthode des moments.
 - Méthode des éléments finis.
- L'approche hybride.
- L'approche de la théorie des lignes de transmissions.

I.9.2.1 l'approche de la théorie des circuits

L'un des modèles souvent utilisés pour modéliser le comportement transitoire des mises à la terre à géométrie complexe est l'approche des circuits. Les principales étapes de cette méthode sont les suivants.

- Diviser la prise de terre en plusieurs segments finis.

- Créer le circuit équivalent localisé pour chaque segment et calculer ses paramètres, tels que l'inductance propre et mutuelle (ΔL), la capacité (ΔC), la conductance (ΔG) et la résistance interne (Δr_e).
- Résoudre les équations nodales du circuit équivalent qui représente le système de mise à la terre entière basée sur les lois de Kirchhoff. Les équations nodales peuvent être représentées sous différentes formes basées sur le circuit équivalent d'une mise à la terre adoptée.

L'approche des circuits pour l'analyse transitoire des systèmes de mise à la terre a été développée pour la première fois par Meliopoulos en 1983 [13]. L'auteur a utilisé les paramètres de chaque segment dans le domaine fréquentiel (ΔL , ΔC , ΔG et Δr_e). Chaque segment du câble de terre a été remplacé par une ligne de transmission avec perte voir figure 1.15a, le circuit équivalent est présenté sur la figure 1.15b.

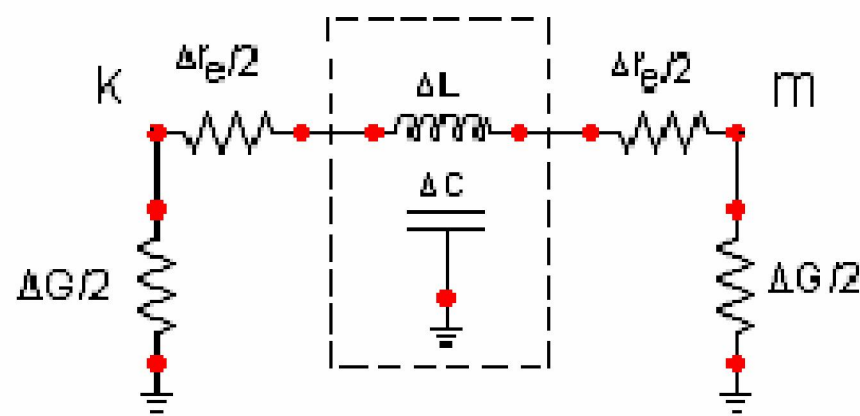


Figure 1.15a Représentation d'un segment de ligne dans l'approche de la théorie des circuits

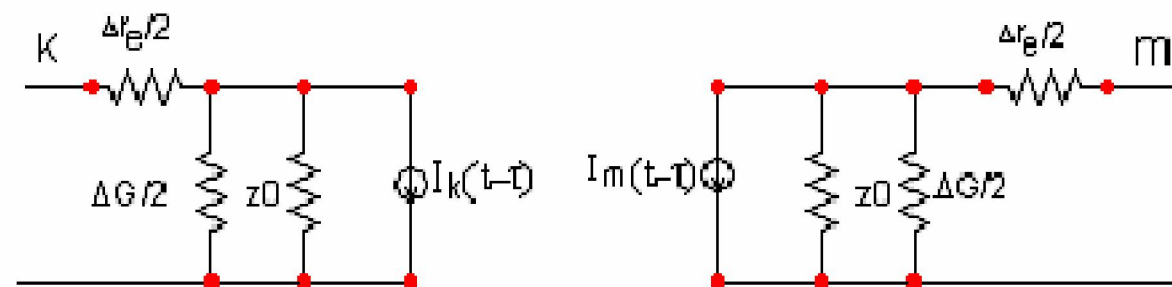


Figure 1.15b Circuit équivalent dans l'approche de la théorie des circuits

L'équation nodale du circuit équivalent est donnée par (1.40)

$$[Y] \cdot [V(t)] = [I_s(t)] + [b(t-\Delta t)] \quad (1.40)$$

[Y] la matrice admittance nodale du circuit équivalent.

[V(t)] le vecteur des tensions dans le temps t des nœuds.

[I_s(t)] le vecteur des courant injectés.

[b(t-Δt)] le vecteur des courants a t-Δt.

Le modèle décrit par Meliopoulos [13] pour le calcul de la réponse transitoire des systèmes de mise a la terre, est compatible avec la méthodologie de l'EMTP (Electromagnetic Transient Analysis Program) [14]. Ainsi, le modèle ci-dessus des systèmes de mise la terre peut être facilement interfacé avec EMTP, ce qui, ajoute un avantage pour étudier les performances transitoires des grands systèmes électriques (sous-station, parafoudres, lignes de transmissions,etc.).

En 1989, Ramamoorthy [15] a développé une approche de circuit simplifié pour une grille de mise à la terre. Dans son approche, le système de mise a la terre est devisé en n segments, chaque segment est représenté par un circuit localisé avec une inductance propre et mutuel (ΔL), conductance de fuite (ΔG), voir figure 1.2.

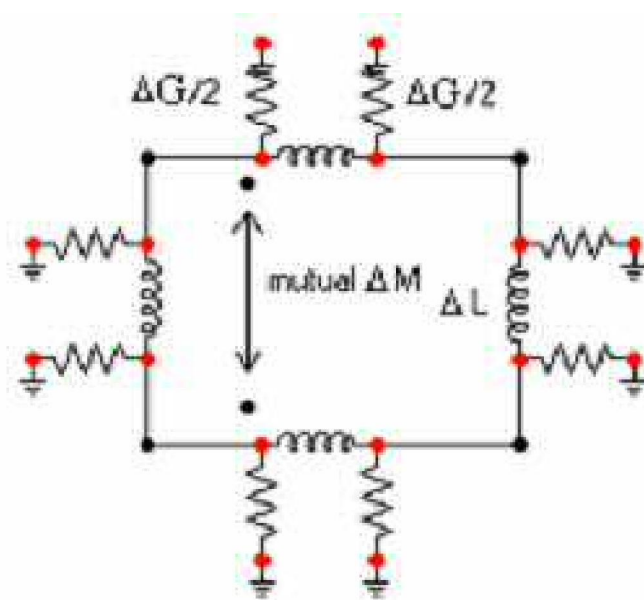


Figure 1.16 Circuit équivalent d'une maille carré d'une grille

L'équation nodale du circuit équivalent du système de mise à la terre est donnée par (1.41)

$$\frac{d[V]}{dt} = [G]^{-1} \left\{ \frac{d[I_s]}{dt} - [L]^{-1}[V] \right\} \quad (1.41)$$

[V] : Vecteur nodal de tension.

[I_s] : Vecteur des courants d'injection nodaux.

[G] : Matrice conductance nodale.

[L] : Matrice inductance nodale.

Même si ce modèle néglige le couplage capacitif, il est encore assez précis pour l'analyse des transitoires des mises à la terre dans les sols à faible résistivité.

En 1999, deux modifications de l'approche du circuit fondée sur les travaux de Meliopoulos [13], [16] ont été publiées par Geri [17] et Otero [18], [19] respectivement. Les deux auteurs ont pris en considération le phénomène d'ionisation du sol dans leur modèle. Au lieu d'une ligne de transmission sans perte combinée avec une conductance de fuite à la terre, qui a été adopté par Meliopoulos, Geri a utilisé un autre circuit équivalent pour représenter chaque segment du fil de terre. Comme le montre la figure 1.17a et 1.17b. L'auteur a utilisé une conductance équivalente parallèle avec une source idéale de courant commandé en tension pour représenter toutes les capacités, les conductances, les résistances et les inductances de chaque branche du circuit. Basée sur cette modification, l'équation nodale (1.41) du système de mise à la terre peut être facilement résolue.

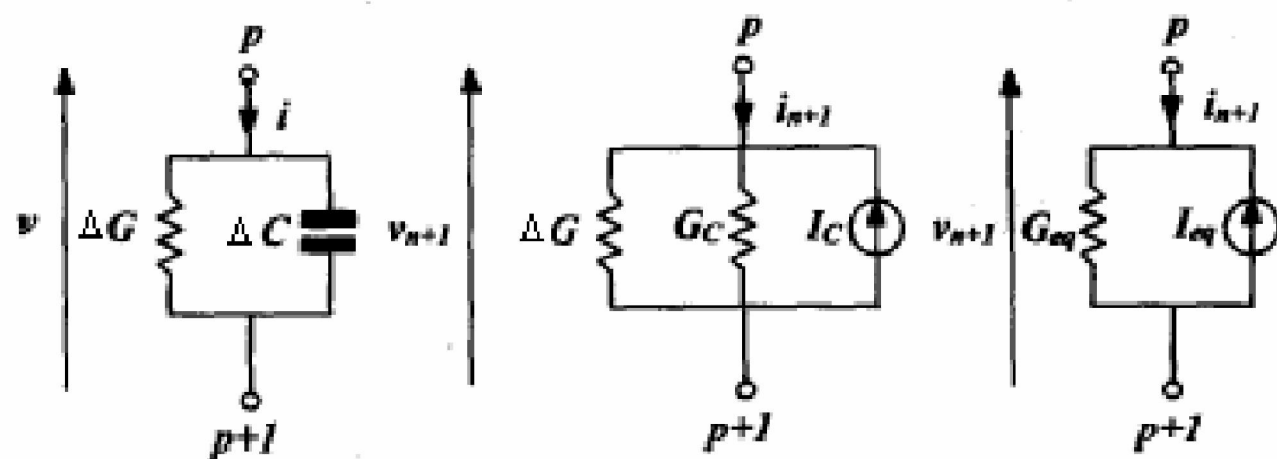


Figure 1.17a Circuit équivalent d'une capacité et conductance de terre dans le modèle de Geri

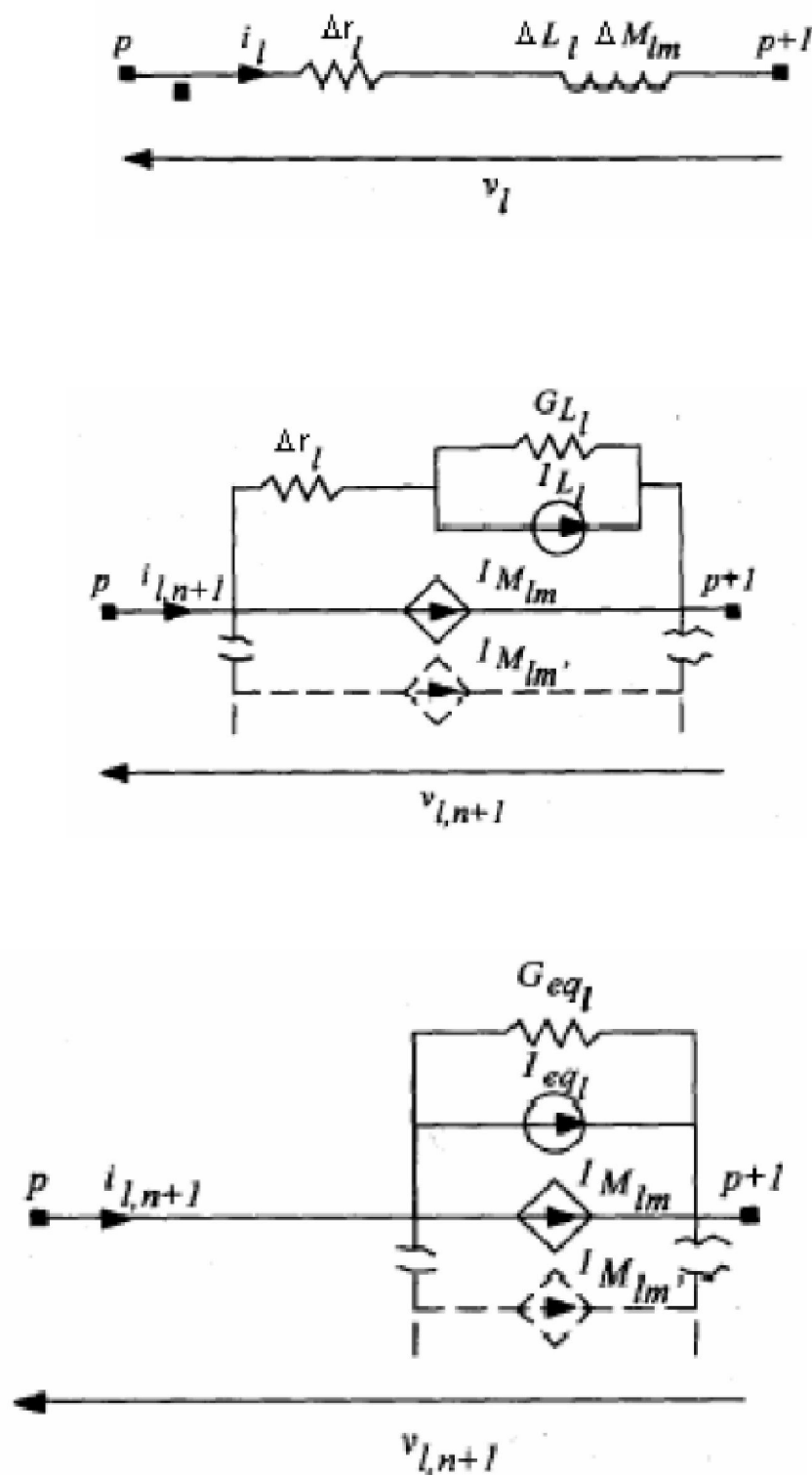


Figure 1.17b Circuit équivalent d'une résistance et inductance d'un segment d'une mise à la terre dans le model de Geri

Le circuit équivalent du système de mise à la terre utilisé par Otero [18], [19] est illustré sur la figure 1.18. L'équation nodale du circuit équivalent est donnée par (1.42). Cette équation a été résolue dans le domaine fréquentiel, qui a été probablement la première tentative pour l'analyse des transitoires des systèmes de mise à la terre dans le domaine fréquentiel basé sur l'approche des circuits.

$$[I_s] = [K]^t \cdot [G] \cdot [K] \cdot [V] + [Y] \cdot [V] \quad (1.42)$$

Avec $[V_{ave}] = [K][V]$

$[I_s]$: Vecteur des courants injecté.

$[V]$: Vecteur des tensions.

$[K]$: Matrice des constantes.

$[G]$: Matrice des conductances et capacités.

$[Y]$: Matrice des résistances et inductances.

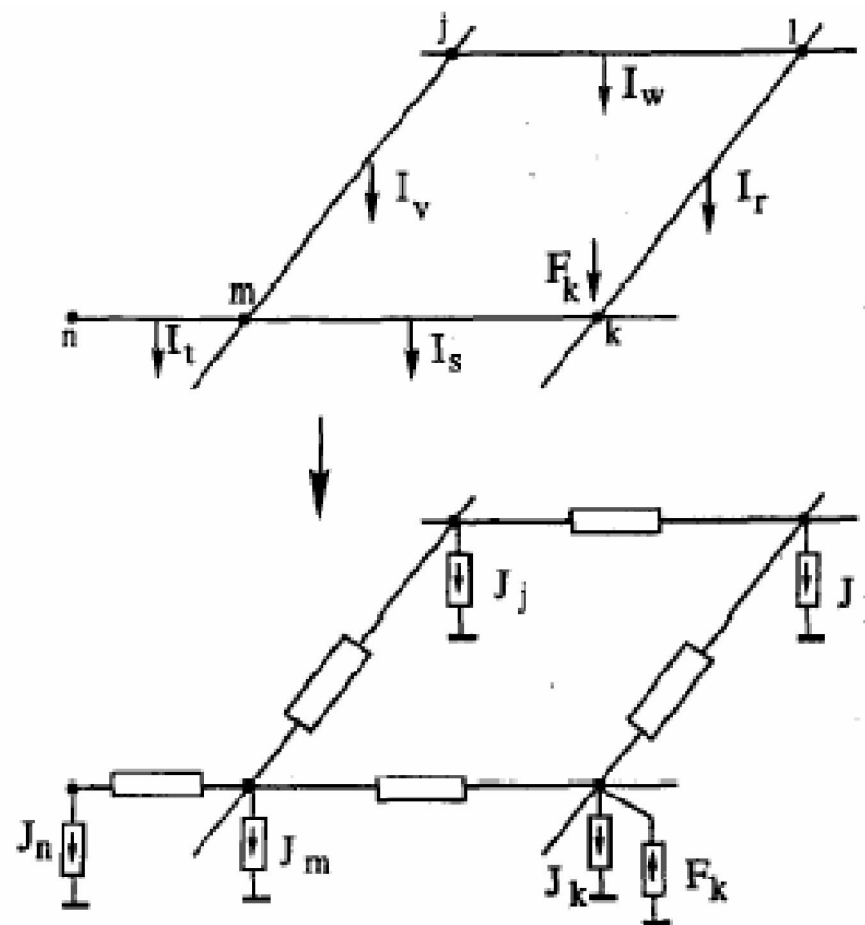


Figure 1.18 Circuit équivalent d'un système de mise à la terre dans le modèle d'Otero

L'Approche des circuits est facile à comprendre dans le sens où le comportement complexe des transitoires des systèmes de mise à la terre est transformée en une simple analyse des transitoires du circuit équivalent. Cette transformation rend le problème plus observable, et permet de intégrer le phénomène d'ionisation du sol et tous les couplages mutuels entre les fils de terre. Le principal inconvénient de cette approche est qu'elle ne peut pas prédire le temps de propagation des ondes.

I.9.2.2 L'approche de la théorie des champs électromagnétique

L'Approche de la théorie du champ électromagnétique est la méthode la plus rigoureuse pour modéliser le comportement transitoire des systèmes de mise à la terre, car elle résout toutes

les équations de Maxwell avec un minimum d'approximations. Cette approche peut être mise en œuvre soit par la méthode des moments (MoM) ou par la Méthode des éléments finis (FEM).

Le modèle des systèmes de mise à la terre basés sur la méthode des moments a été développé en 1990 par Grcev [20], [21]. Cette méthode part de l'intégrale du champ électrique dans les équations Maxwell (1.43a) [22].

$$E^s = \frac{1}{4\pi j\omega\dot{\epsilon}} (\nabla\nabla - \gamma^2) \int_l \dot{t} I_l(\dot{r}) G_n(r, \dot{r}) dl \quad (1.43a)$$

$$G_n(r, \dot{r}) = G_1(r, \dot{r}) + G_i(r, \dot{r}) + G_s(r, \dot{r}) \quad (1.43b)$$

E^s le champ total réfléchi le long de la surface du conducteur.

$\dot{t} I_l(\dot{r})$ Le courant le long du conducteur

$\dot{\epsilon} = \epsilon + \frac{\sigma}{j\omega}$ La permittivité complexe du milieu

$\gamma^2 = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)$ La constante de propagation dans le milieu

$G_n(r, \dot{r})$ La fonction de green total

$G_1(r, \dot{r}) + G_i(r, \dot{r})$ La fonction de green du champ électrique au point r due à l'élément du courant et son image

$G_s(r, \dot{r})$ Le terme de correction due à l'interface air-sol

Conditions au limite est :

$$\dot{t} \cdot (E^i + E^s) = I Z_s \Delta l \quad (1.44)$$

Dans l'équation (1.44), E^i est le champ électrique incident. Z_s est l'impédance interne série du conducteur par unité de longueur, y compris l'effet de peau. Le traitement numérique de l'équation ci-dessus (1.44) est appelée méthode des moments (MoM), qui n'est autre que la transformation de l'équation intégrale en un système d'équations algébriques linéaires à N inconnus, où les inconnues représentent généralement les coefficients des courants. Un exemple de l'expression algébrique linéaire de l'équation (1.44) [22], [23] est donné par :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ Z_{21} & Z_{22} + Z_s \Delta l & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \cdots & Z_{N2} + Z_s \Delta l \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_g \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.45)$$

Dans l'équation (1.45), Z_{mn} est l'impédance mutuelle, I_g est le courant injecté dans le premier segment. Z_{mn} peut être calculée par l'équation (1.46).

$$Z_{mn} = \int_{l_n} F_n^d(l_n) \vec{l}_n \cdot \vec{E}_m dl \quad (1.46)$$

F_n^d : La fonction du courant du segment n.

E_m : Le champ électrique moyen a la surface du segment n du conducteur due au courant du segment m.

L'impédance mutuelle Z_{mn} dépend de la géométrie du système, la fréquence et les caractéristiques du sol. Ce modèle est trop complexe pour être mis en œuvre. En outre, lorsque la structure de la terre est grande, le temps de calcul est très grand. L'approche de champ électromagnétique ne peut pas être facilement modifiée pour inclure la non-linéarité due à l'ionisation des sols.

Une autre approche de champ électromagnétique pour l'analyse transitoire du système de mise à la terre a été développée par Nekhoul [24], [25]. Le modèle commence à partir des Équations de l'énergie électrique ou magnétique en prenant en compte le potentiel vecteur et scalaire dans différents domaines (volumes du système). Il est alors mis en œuvre en utilisant la méthode des éléments finis (FEM) pour les solutions basées sur le Principe physique de la minimisation de l'énergie du système.

I.9.2.3 L'approche hybride

Approche hybride pour l'analyse des transitoires des systèmes de mise à la terre a été initiée par Dawalibi en 1986 [26], [27], et modifiée en 2000 par Andolfato [28]. Le mot «hybride» signifie que cette approche est une combinaison de l'approche du champ électromagnétique et l'approche des circuits. La méthodologie de ce modèle se présente comme suit : Le système de mise à la terre entière doit être divisé en n petits segments. Le champ électrique en un point quelconque est donné par (1.47), qui a été obtenu à partir des équations de Maxwell.

$$\vec{E} = -\text{grad}V - \dot{\vec{A}} \quad (1.47)$$

\vec{A} et V sont respectivement le potentiel vecteur et scalaire le long de chaque segment k .

L'équation (1.47) peut être transformée en (1.48).

$$Z_{sk}I_k + \sum_{i=1}^n (V_{ave_k} - V_{ave_i}) + j\omega \sum_{i=1}^n \int_{l_k} \vec{A}_{ik} dl \quad (1.48)$$

Z_{sk} est l'impédance du segment. V_{ave_k} et V_{ave_i} sont les potentiels des segments k et i . Andolfato[28] explique en détails que dans l'équation (1.48) $V_{ik} = V_{ave_k} - V_{ave_i}$ est due aux couplage capacitifs et par conduction, et $j\omega \int_{l_k} \vec{A}_{ik} dl$ est due au couplage inductive. Donc l'équation (1.48) peut être écrite comme suit :

$$Z_{sk}I_k + \sum_{i=1}^n (C - G)_{ik} I_{\perp ik} + j\omega \sum_{i=1}^n L_{ik} I_i = 0 \quad (1.49)$$

L'équation (1.49) est sous la forme d'équation de circuit électrique. Les composants de L , C et G dans (1.49) ont été évalués par la théorie du champ électromagnétique comme ci-dessous.

$$j\omega L_{ik} = \frac{j\omega}{I_i} \int_{l_k} \vec{A}_{ik} dl \quad (1.50a)$$

$$(C - G)_{ik} = \frac{V_{ik}}{I_{\perp ik}} = \frac{1}{4\pi\dot{\sigma}_{sol}} \int_{l_i} \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl + \zeta \cdot \frac{1}{4\pi\dot{\sigma}_{sol}} \int_{l'_i} \frac{e^{-\gamma r'}}{r'} dl' \quad (1.50b)$$

\vec{A}_{ik} : Le vecteur potentiel au segment k due au courant source au segment i

l_k et l'_k : la longueur du segment k et son image k' .

I_i : le courant le long du segment i .

$I_{\perp ik}$: Le courant dissipé du segment i vers k à travers le sol.

$\dot{\sigma}_{sol} = \sigma_{sol} + j\omega\epsilon_{sol}$: La conductivité complexe du sol.

$\gamma = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_{sol} + j\omega\epsilon_{sol})}$: La constante de propagation.

ζ : Coefficient de réflexion.

L'avantage de l'approche hybride, c'est qu'elle prend en considération l'effet de la fréquence sur les impédances internes série, et sur les composants (L , C et G), ce qui rend l'approche ci-dessus plus précis que l'approche circuit classique, surtout lorsque la fréquence de la source d'injection est élevée.

I.9.2.4 L'approche de la théorie des lignes de transmission

Comme nous l'avons décrit dans (I.9.1) L'approche des lignes de transmission est la première approche qui a été utilisée pour simuler le comportement transitoire d'une mise à la

terre. Verma [29], Mazzetti [30] et Velazquez [31] ont appliqué le concept des lignes de transmissions avec perte sur un fil de terre horizontale. La répartition des courants et tensions le long du fil de terre a été calculées analytiquement dans le domaine temporel après la résolution des équations de télégraphiste (1.51a) et (1.51b) dans le domaine fréquentiel. Le passage du domaine fréquentiel au temporel a été fait par la transformée de Laplace inverse.

$$\frac{\partial V}{\partial x} + L \frac{\partial I}{\partial t} + r_e I = 0 \quad (1.51a)$$

$$\frac{\partial I}{\partial x} + C \frac{\partial V}{\partial t} + GV = 0 \quad (1.51b)$$

Plus tard, en 2003 à partir des équations du télégraphiste (1.51a) et (1.51 b), Lorentzou [32] a calculé la répartition des courants et des tensions le long du fil de terre dans le domaine temporel directement. Menter et Grcev [33] a fait une analyse du comportement des transitoires des mise a la terre en se basant sur les équations des lignes de transmission avec pertes dans le domaine fréquentiel. Où les paramètres longitudinal et transversal de la ligne varient avec la fréquence.

En 2004 yaqing liu [34] a fait une étude sur les transitoires d'une mise a la terre simple et complexe en se basant sur les équations des lignes de transmission non uniforme.

En 2005, Jinliang Lui [35] et al ont publié une étude dans le but d'évaluer la longueur effective du câble lorsqu'il est soumis à une décharge atmosphérique. Dans l'analyse théorique, les auteurs ont adopté une approche fondée sur la théorie des lignes de transmission, et les principaux paramètres calculés à partir d'expressions dérivées par ED Sunde [02].

Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons introduit la notion de mise à la terre, son rôle, les éléments essentiels pour la réalisation d'une bonne prise de terre, etc....

Nous avons par ailleurs donné un bref aperçu sur la résistivité du sol et les différentes méthodes pour la mesurée, ainsi que la notion d'impédance et le phénomène de couplage entre prises de terre. Par la suite on a exposé les différentes méthodes de modélisation et les techniques numériques utilisées. A fin d'avoir une meilleure connaissance sur le comportement transitoire des mises à la terre, il devient intéressant de faire appel à la modélisation.

Calcul des paramètres linéiques

Introduction

Comme nous le verrons dans le troisième chapitre, la modélisation transitoire par la théorie des lignes aussi bien d'une simple électrode que de plusieurs électrodes, nécessite la connaissance des paramètres linéiques propres et mutuels des différentes électrodes de terre.

Dans ce chapitre, nous exposons dans un premier lieu un ensemble d'expressions analytiques proposées par E.D.Sunde [02] permettant de déduire les paramètres linéiques propres et mutuelles des électrodes enterrées de formes canoniques (électrodes enterrées horizontalement, piquets verticaux), puis nous présentons celles développées récemment par Y.Liu [34].

II.1- Coefficients d'induction : principes généraux

II.1.1 Travail dans un déplacement élémentaire

Un circuit parcouru par un courant i et placé dans une induction \vec{B} .

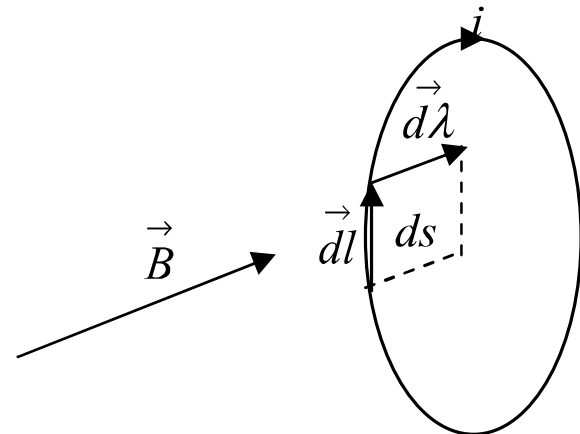


Figure 2.1. Circuit placée dans une induction \vec{B} .

L'élément de la longueur \vec{dl} subit une force :

$$\vec{df} = i \vec{dl} \wedge \vec{B} \quad (2.1)$$

Un déplacement $\vec{d\lambda}$ engendre un travail :

$$d\tau = \vec{d\lambda} (i \vec{dl} \wedge \vec{B}) = i \vec{B} (d\lambda \wedge dl) \quad (2.2)$$

$$d\tau = i \vec{B} ds = id\phi \quad (2.3)$$

Où $d\phi$ est le flux coupé par dl dans le déplacement.

II.1.2 Travail lorsque le circuit est amené de l'infini

Lorsque le circuit est amené de l'infini, le travail des forces magnétiques s'écrit (i étant maintenu constant).

$$\tau = i(\phi - \phi_{\infty}) \quad (2.4)$$

qui devient :

$$\tau = i\phi \quad (2.5)$$

Si l'induction est nulle à l'infini ; ϕ est le flux crée par \vec{B} à travers C dans la position effectivement occupée.

II.1.3 Expression de flux de \vec{B} à travers une surface

Une surface (S) limitée, s'appuyant sur une courbe (C) est placée dans une induction \vec{B} .

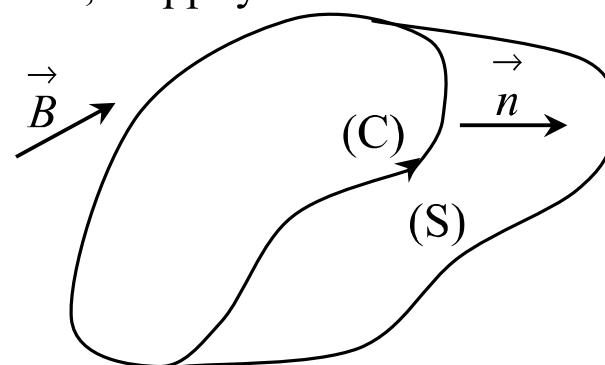


Figure 2.2. Surface limitée placée dans une induction \vec{B} .

Le flux de \vec{B} à travers (S) s'écrit :

$$\phi = \int_s (\vec{n} \cdot \vec{B}) ds = \int_s (\vec{n} \cdot \text{rot } \vec{A}) ds = \int_c \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (2.6)$$

D'où :

$$\phi = \int_c (\vec{n} \cdot \vec{B}) ds = \int_c \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (2.7)$$

Où \vec{A} est le potentiel vecteur.

II.1.4 Coefficient d'induction mutuelle

On considère un ensemble de deux courants i_k et i_j circulant sur les courbes C_k et C_j .

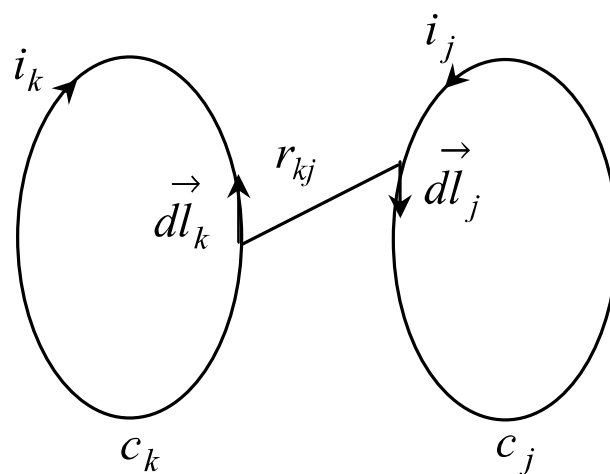


Figure 2.3. Deux circuits parcourus par les courants i_k et i_j .

Appelons ϕ_{kj} le flux que le courant i_k engendre à travers C_j on a :

$$\phi_{kj} = \int_{C_j} \vec{A}_k \cdot d\vec{l}_j = \frac{\mu_0 i_k}{4\pi} \int_{C_k} \int_{C_j} \frac{d\vec{l}_j \cdot d\vec{l}_k}{r_{kj}} \quad (2.8)$$

Relation de la forme :

$$\phi_{kj} = M_{kj} i_k \quad (2.9)$$

Avec (formule de Neumann)

$$M_{kj} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{C_k} \int_{C_j} \frac{d\vec{l}_j \cdot d\vec{l}_k}{r_{kj}} \quad (2.10)$$

Ce résultat montre que :

$$M_{kj} = M_{jk} = \frac{\phi_{kj}}{i_k} = \frac{\phi_{jk}}{i_j} \quad (2.11)$$

C'est le coefficient d'induction mutuelle entre C_k et C_j . La relation s'écrit encore :

$$M_{kj} \cdot i_k \cdot i_j = i_j \cdot \phi_{kj} = i_k \cdot \phi_{jk} \quad (2.12)$$

II.2 Coefficients de potentiel pour des structures filaires de longueurs finies

Afin de déterminer les coefficients de potentiel propre et mutuel des lignes finies parallèles au sol, on commence par calculer le potentiel en un point quelconque P de l'espace dû à une ligne contenant des charges uniformes voir figure 2.4

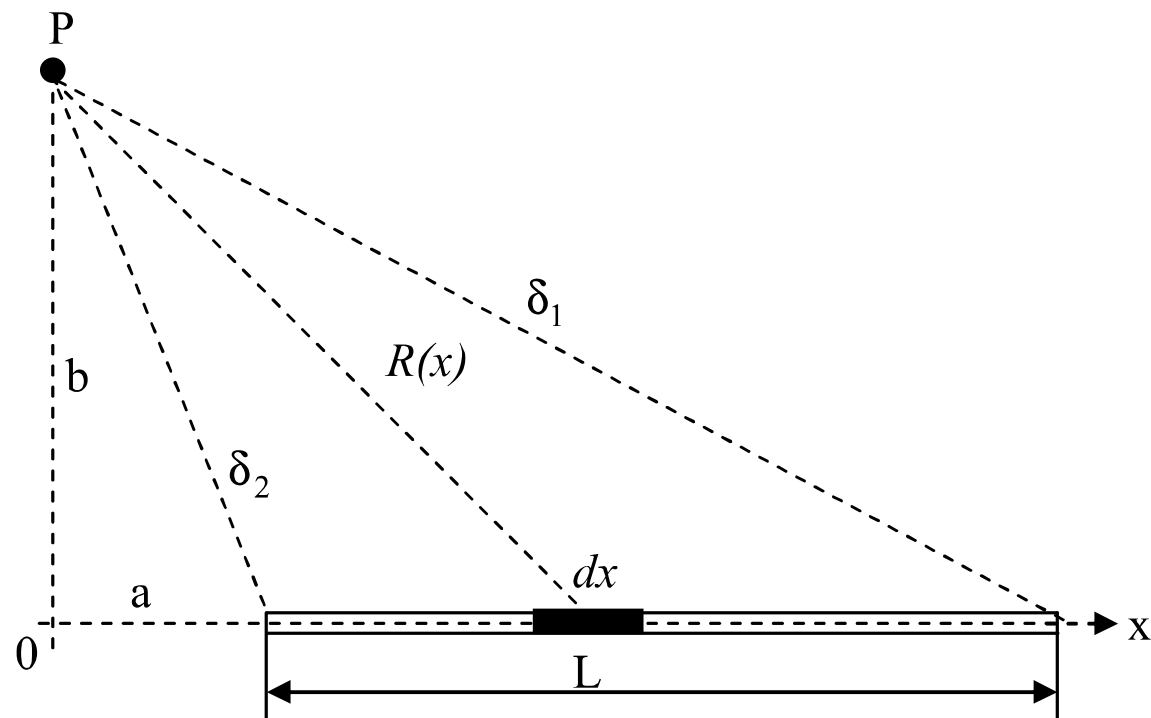


Figure 2.4 . Calcul du potentiel du point P d'une ligne chargée.

Le potentiel v_p au point P s'exprime par :

$$v_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_a^{a+L} \frac{Q}{R(x)} dx = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_a^{a+L} \frac{Q}{\sqrt{b^2 + x^2}} dx \quad (2.13)$$

Où Q est la densité de charge et L est la longueur de la ligne . On intègre l'équation(2.13) et on obtient :

$$v_p = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{a + L + \delta_2}{a + \delta_1} \right] \quad (2.14)$$

Considérons la relation suivante :

$$\frac{a + L + \delta_2}{a + \delta_1} = \frac{\delta_1 + \delta_2 + L}{\delta_1 + \delta_2 - L}$$

On a donc :

$$v_p = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{\delta_1 + \delta_2 + L}{\delta_1 + \delta_2 - L} \right] \quad (2.15)$$

Si l'on tien compte du sol, le potentiel électrique au point P s'écrit :

$$v_p = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{\delta_1 + \delta_2 + L}{\delta_1 + \delta_2 - L} \frac{\delta'_1 + \delta'_2 - L}{\delta'_1 + \delta'_2 + L} \right] \quad (2.16)$$

Où δ'_1 et δ'_2 sont les distances entre les point P et les deux extrémités de l'image de la ligne.

Le concept de coefficient de potentiel, les coefficients pour les conducteurs i et j sont :

$$(\delta_1 = \delta_2 \text{ et } \delta'_1 = \delta'_2)$$

$$P_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{\delta_1'^2 - (L/2)^2}{\delta_1^2 - (L/2)^2} \frac{(\delta_1 + L/2)^2}{(\delta_1' + L/2)^2} \quad (2.17)$$

Où δ_1 et δ'_1 sont respectivement la distance entre le milieu de la ligne i et les deux extrémités de l'image j. Après certaines manipulations algébriques, on obtient :

$$P_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{2h_i}{r_i} \frac{(\delta_1 + L/2)}{(\delta_1' + L/2)} \right] = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln \left(\frac{2h_i}{r_i} \frac{L + \sqrt{L^2 + r_i^2}}{L + \sqrt{L^2 + 4h_i^2}} \right) \right] \quad (2.18)$$

$$P_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{D_{ij}}{d_{ij}} \frac{(\delta_1 + L/2)}{(\delta_1' + L/2)} \right] = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln \left(\frac{D_{ij}}{d_{ij}} \frac{L + \sqrt{L^2 + d_{ij}^2}}{L + \sqrt{L^2 + D_{ij}^2}} \right) \right] \quad (2.19)$$

II.3- Impédance d'une prise de terre

Lorsque la ligne est aérienne, le calcul des paramètres linéiques est bien connu, ce n'est pas le cas pour une électrode enterrée.

Le principal problème concernant la représentation numérique des lignes est celui de la dépendance des paramètres linéiques de la fréquence. Il est évident que les modèles prenant en compte totalement la dépendance des paramètres avec la fréquence et des courants induits dans le conducteur et dans le sol, ainsi que des courants de déplacement dans le sol doivent donner des résultats plus correctes.

Si on considère que les paramètres linéiques sont indépendants de la fréquence, le cas le plus fréquent dans la littérature, nous trouvons différentes formules pour le calcul des paramètres R, L, C et G d'une électrode enterrée. Nous exposons dans ce qui va suivre successivement les expressions des paramètres linéiques proposées par E.D Sunde [2], puis celles développées récemment par Y.Liu [34].

II.3.1 Notion d'impédance d'une prise de terre

Un courant qui pénètre par une prise de terre, commence par s'épanouir autour de celle-ci indistinctement dans toutes les directions, puis chaque filet de courant s'infléchit vers sa zone de

retour. Cette zone est généralement répartie dans toutes les directions jusqu'à une distance considérable vis-à-vis des dimensions de la prise de terre.

Admettant que le trajet de retour fait intervenir la même impédance que si le retour était réparti uniformément dans toutes les directions jusqu'à l'infini. Cela conduit à la notion commode de l'impédance propre d'une prise de terre considérée indépendamment du circuit de retour comme si celui-ci s'effectuant à l'infini.



Figure 2.5. Lignes de courants dans le sol.

II.4 - Paramètres linéiques de E.D.Sunde [02]

II.4.1 Impédance transversale

II.4.1.1 Élément théorique pour le calcul des prises de terre

L'électrode sphérique de rayon a enfouie dans le sol à une profondeur h , traversée par un courant I qui se dissipe uniformément vers la terre à travers la surface latérale de l'électrode, est l'élément de base pour le calcul des prises de terre .

L'application de l'équation de Maxwell-Gauss associée aux lois de l'électricité permet l'évaluation de l'impédance de l'électrode sphérique.

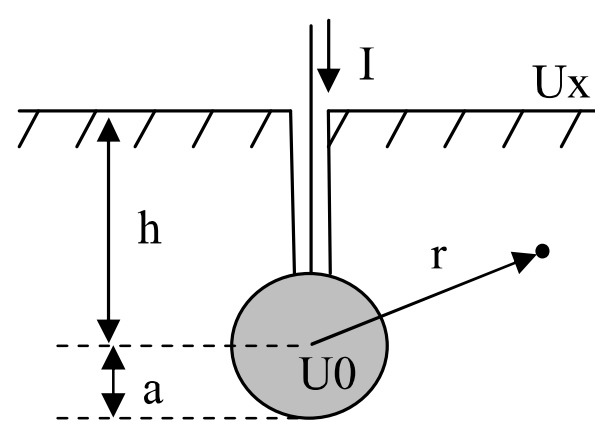


Figure 2.6. Electrode enfouie à une profondeur h très supérieur à son rayon a .

Lorsque h est assez grand devant a on peut supposer que le courant se dissipe uniformément, dans ce cas :

La densité du courant à une distance r du centre de l'électrode est :

$$J(r) = \frac{I}{4\pi r^2} \quad (2.20)$$

Elle est reliée au champ électrique en ce point par :

$$E(r) = \frac{1}{(\sigma + j\omega\epsilon)} \cdot J(r) \quad (2.21)$$

Le potentiel en ce point avec l'infini comme référence est :

$$U(r) = \int_{\infty}^r E(r) dr = \frac{I}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} \cdot \frac{1}{r} \quad (2.22)$$

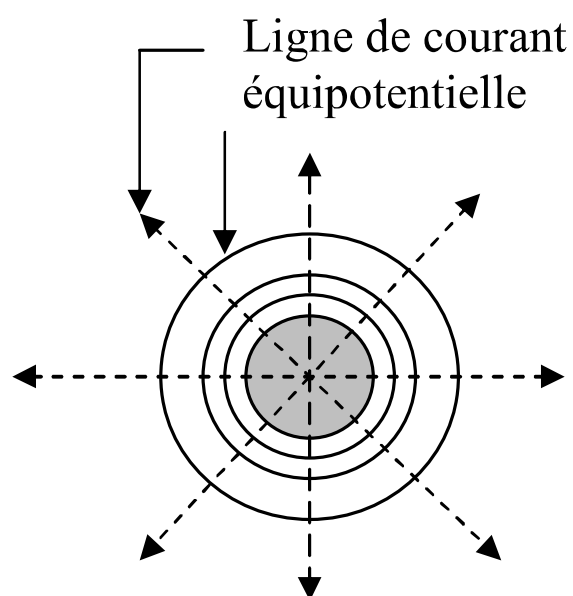


Figure 2.7. Répartition des équipotentiels et des lignes de courant.

L'impédance du volume de terre limité par l'infini et la surface de la sphère de rayon r sera :

$$Z(r) = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} \frac{1}{r} \quad (2.23)$$

Pour $r = a$, nous aurons l'impédance d'une électrode sphérique enfouie à une profondeur assez grande.

$$Z(a) = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} \frac{1}{a} \quad (2.24)$$

Dans le cas général, elle est composée d'une résistance et d'une capacité.

On pose $Z(a) = R(a) + 1/(j\omega C(a))$

- en courant continu et pour les sols relativement conducteurs elle représente une résistance,
- en courants harmoniques et aux sols résistants elle représente une capacité.

Remarque :

Comme nous l'avons déjà signalé, l'électrode sphérique est typique pour l'étude des prises de terre de forme allongée, en considérant qu'un conducteur peut être formé d'un ensemble de petits éléments de forme plus au moins sphérique « chapelet ».

II.4.1.2 Impédance d'un conducteur enterré horizontalement

L'impédance Z d'un conducteur enfoui dans le sol sera déterminée en tenant compte que le milieu est infini et homogène. Le modèle de l'électrode pour calculer son impédance placée dans le sol est illustré en Figure 2.8.

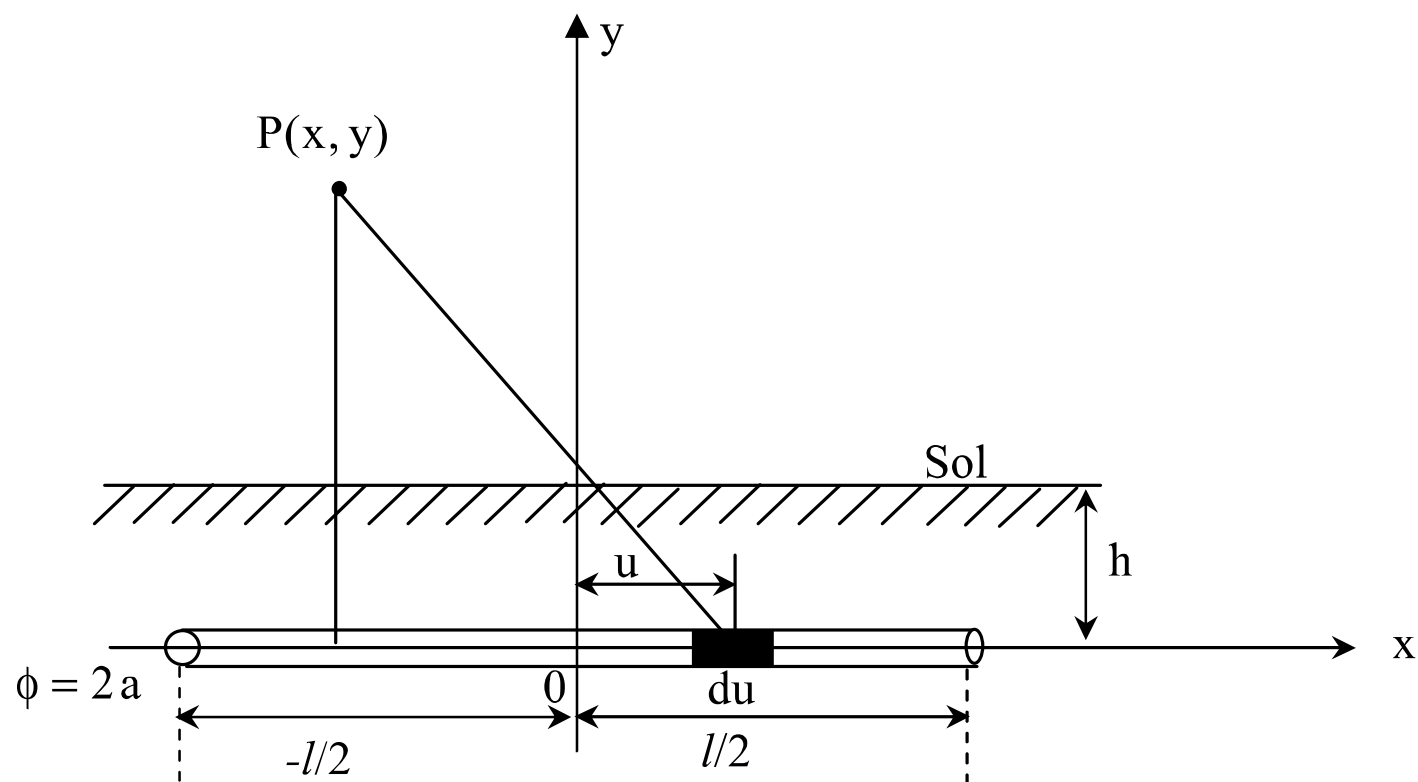


Figure 2.8. Conducteur horizontal dans le sol.

Le courant est injecté au milieu du conducteur. L'élévation du potentiel engendrée par le courant injecté est représentée par V . Considérons le segment du qui se trouve sur l'axe des x à $u = x$, le potentiel en un point $P(x, y)$ engendré par le segment du est :

$$dV(x, y) = \frac{I}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} [(x - u)^2 + y^2]^{-1/2} du \quad (2.25)$$

Le potentiel total engendré par le conducteur au point P sera l'intégrale de toutes les contributions des éléments du :

$$V(x, y) = \frac{I}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{du}{\sqrt{(x - u)^2 + y^2}} \quad (2.26)$$

L'intégrale de l'équation (2.26) nous conduit à l'expression suivante:

$$V(x, y) = \frac{I}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} \ln \frac{\sqrt{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2 + y^2} + \left(x + \frac{l}{2}\right)}{\sqrt{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 + y^2} + \left(x - \frac{l}{2}\right)} \quad (2.27)$$

Le courant de fuite est assumé constant le long du conducteur et le potentiel au milieu du conducteur est égal au double du potentiel à l'extrémité [02]. Pour déterminer l'impédance du conducteur il faut utiliser la valeur moyenne du potentiel qui peut être obtenu en évaluant l'intégrale de $V(x, y)$ entre $-l/2$ et $l/2$ et ensuite le divisant par I .

$$V_{moy} = \frac{I}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)l} \int_{-l/2}^{l/2} \ln \frac{\sqrt{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2 + y^2} + \left(x + \frac{l}{2}\right)}{\sqrt{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 + y^2} + \left(x - \frac{l}{2}\right)} dx \quad (2.28)$$

Le potentiel à la surface du conducteur est déterminé en remplaçant y par a qui représente physiquement le rayon du conducteur dans l'équation (2.28) :

$$x - \frac{l}{2} = u; \quad dx = du$$

$$\text{Pour } x = 0 \quad \text{alors } u = -\frac{l}{2}$$

$$\text{Pour } x = \frac{l}{2} \quad \text{alors } u = 0$$

Le potentiel moyen obtenu est alors comme suit :

$$V_{moy} = \frac{I}{2\pi(\sigma + j\omega\epsilon)l} \left[\ln l \left(\sqrt{1 + \left(\frac{a}{l}\right)^2} + 1 \right) - \ln a - \sqrt{\left(\frac{a}{l}\right)^2 + 1} + \frac{a}{l} \right] \quad (2.29)$$

On divise le potentiel moyen sur le courant totale, on obtient ainsi l'impédance transversale.

$$Z(a) = \frac{1}{2\pi(\sigma + j\omega\epsilon)l} \left[\ln l \left(\sqrt{1 + \left(\frac{a}{l}\right)^2} + 1 \right) - \ln a - \sqrt{\left(\frac{a}{l}\right)^2 + 1} + \frac{a}{l} \right] \quad (2.30)$$

Dans le cas où le rayon de l'électrode est très petit par rapport à sa longueur l'équation (2.30) peut être simplifiée comme suit :

$$Z(a) = \frac{1}{2\pi(\sigma + j\omega\epsilon)l} \left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right] \cong \frac{1}{2\pi(\sigma + j\omega\epsilon)l} \ln\left[\frac{0.74l}{a}\right] \quad (2.31)$$

D'après (2.31) l'admittance Y est :

$$Y = \frac{2\pi(\sigma + j\omega\epsilon)l}{\ln\left[\left(\frac{2l}{a}\right) - 1\right]} \quad (2.32)$$

$$Y = G + j\omega C$$

Les paramètres linéiques transversaux G et C sont :

$$G = \frac{2\pi}{\rho \left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right]} \quad (2.33)$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right]} \quad (2.34)$$

II.4.1.3 Impédance d'un conducteur enterré verticalement

L'électrode étant verticale, il est possible de déterminer son impédance transversale par analogie au cas d'une électrode horizontale. Il suffit de diviser le potentiel moyen (2.28) par deux fois le courant total [02].

Ce qui permet de déduire la conductance et la capacité linéiques G et C :

$$G = \frac{\pi}{\rho \left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right]} \quad (2.35)$$

$$C = \frac{\pi\epsilon}{\left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right]} \quad (2.36)$$

II.4.1.4 Prise en compte de l'interface sol-air

II.4.1.4.1 Prise de terre sphérique

L'électrode sphérique se trouve dans un demi milieu inférieur, homogène, isotrope de conductivité σ , limité par le demi milieu supérieur : air.

A l'opposé d'un conducteur, le diélectrique est un milieu dépourvu de charges susceptibles de se mouvoir librement ; il n'y a donc aucune pénétration des lignes de courant dans le milieu supérieur. La surface air-sol joue le rôle d'un mur magnétique (figure 2.9).

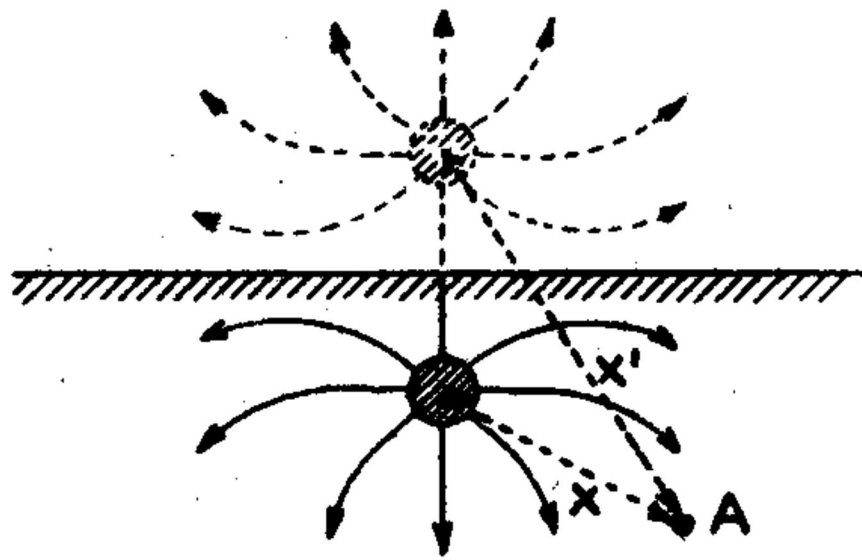


Figure 2.9. Introduction de l'image d'une électrode par rapport au sol.

L'électrode source et l'électrode image écoulent le même courant I. L'impédance totale est :

$$Z = Z(a) + Z(2h)$$

$Z(2h)$: contribution de l'image.

$$Z = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{2h} \right) \quad (2.37)$$

II.4.1.4.2 Electrode enterrée horizontalement

L'impédance de l'image de l'électrode qui se trouve à une distance $2h$ (Figure 2.10) de cette dernière peut être déterminée en utilisant le même développement que pour l'impédance de l'électrode enfouie dans le sol sauf qu'il faut remplacer a par $2h$:

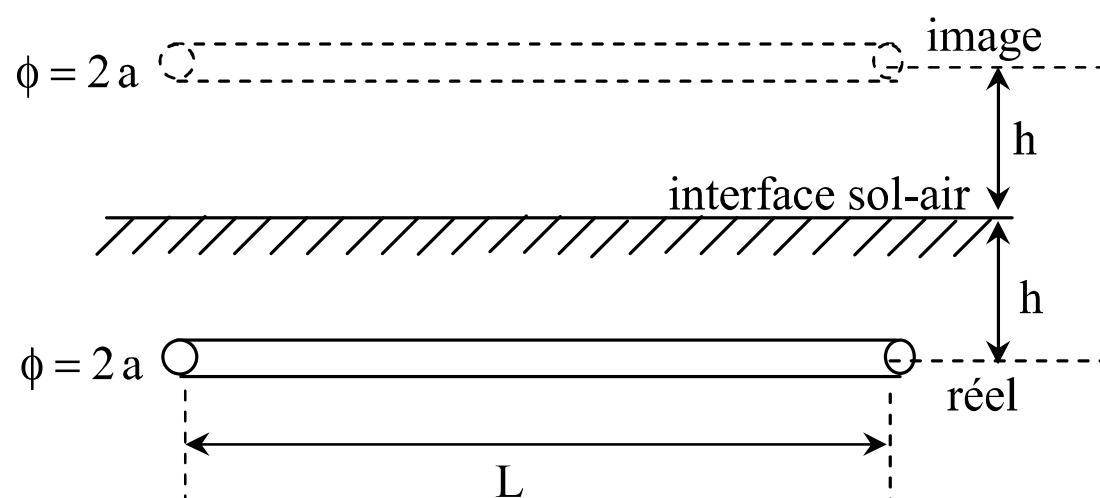


Figure 2.10. Conducteur horizontal et son image.

$$Z(2h) = \frac{1}{2\pi(\sigma + j\omega\epsilon)l} \left[\ln \left(\frac{l}{2h} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{l} \right)^2} \right) \right) + \frac{2h}{l} - \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{l} \right)^2} \right] \quad (2.38)$$

Dans le cas où la distance h est considérée très petite par rapport à la longueur de l'électrode (l'électrode est enfouie très proche de la surface du sol), l'impédance de l'image sera exprimée comme suit :

$$Z(2h) = \frac{1}{2\pi(\sigma + j\omega\epsilon)l} \left[\ln\left(\frac{2l}{2h}\right) - 1 \right] \quad (2.39)$$

L'impédance totale de l'électrode et de son image est donnée par :

$$Z = Z(a) + Z(2h) = \frac{1}{2\pi(\sigma + j\omega\epsilon)l} [2 \ln 2l - \ln 2ha - 2] \quad (2.40)$$

Après les simplifications, l'impédance sera exprimée comme suit:

$$Z = \frac{1}{\pi(\sigma + j\omega\epsilon)l} \left(\ln\left(\frac{2l}{\sqrt{2ha}}\right) - 1 \right) \quad (2.41)$$

Donc les paramètres linéiques G et C sont :

$$G = \frac{\pi}{\rho \left[\ln\left(\frac{2l}{\sqrt{2ha}}\right) - 1 \right]} \quad (2.42)$$

$$C = \frac{\pi\epsilon}{\left[\ln\left(\frac{2l}{\sqrt{2ha}}\right) - 1 \right]} \quad (2.43)$$

II.4.1.4.3 Electrode enterrée verticalement

Par la théorie des images précédemment utilisée, le problème est équivalent à celui d'une électrode cylindrique de longueur double, écoulant un courant double dans un milieu infini de caractéristiques celles du sol.

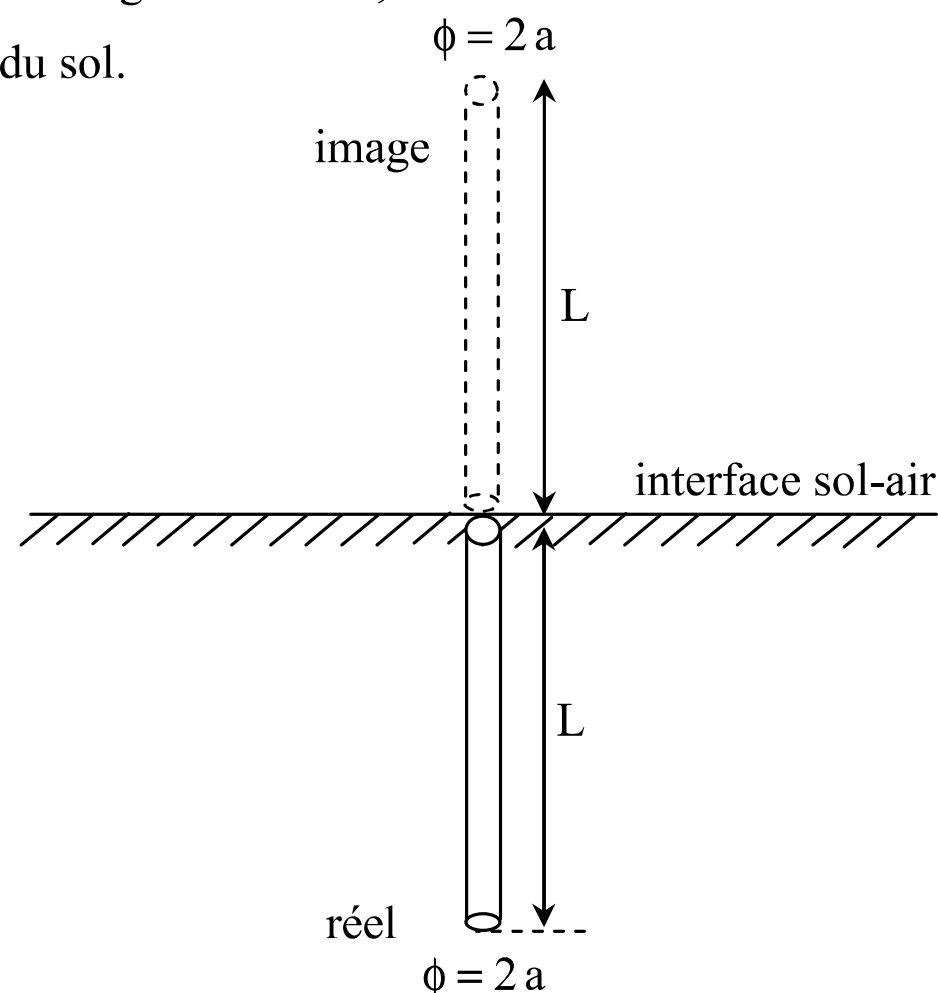


Figure 2.11. Conducteur vertical et son image.

L'impédance sera donc déduite comme suit :

$$Z = \frac{1}{2\pi(\sigma + j\omega\epsilon)l} \left(\ln\left(\frac{4l}{a}\right) - 1 \right) \quad (2.44)$$

La conductance et la capacité linéiques sont :

$$G = \frac{2\pi}{\rho \left[\ln\left(\frac{4l}{a}\right) - 1 \right]} \quad (2.45)$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\left[\ln\left(\frac{4l}{a}\right) - 1 \right]} \quad (2.46)$$

II.4.2 Impédance longitudinale

II.4.2.1 Impédance d'un conducteur enterré horizontalement

L'inductance du conducteur s'obtient en remplaçant dans la formule de calcul de la résistance le facteur $\frac{\rho}{4\pi l}$ par $\frac{\infty l}{4\pi}$ et le courant de fuite par le courant longitudinal qui est

considéré constant le long du conducteur, ainsi nous avons :

$$L = \frac{\infty}{\pi} \left[\ln\left(\frac{2l}{\sqrt{2ah}}\right) - 1 \right] \quad (2.47)$$

La résistance linéique de l'électrode est donnée simplement par l'expression suivante :

$$R = \rho_c \frac{1}{\pi a^2} \quad (2.48)$$

Où : ρ_c est la résistivité du conducteur.

II.4.2.2 Impédance d'un conducteur enterré verticalement

L'inductance et la résistance longitudinales sont [02] :

$$L = \frac{\infty}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{4l}{a}\right) - 1 \right] \quad (2.49)$$

$$R = \rho_c \frac{1}{\pi a^2} \quad (2.50)$$

II.4.3 Paramètres linéiques mutuelles

II.4.3.1 Résistances mutuelles

II.4.3.1.1 Deux électrodes enterrées horizontalement

Pour deux électrodes filiformes enterrées horizontalement, la résistance totale est donnée par [02]:

$$R_2 = \frac{\rho}{\pi l} \left(\ln \frac{2l}{a'} - 1 \right) = \frac{R_1}{2} + R_c \quad (2.51)$$

Où : R_1 résistance de la prise unitaire.

$$a' = \left(\sqrt{2ah} \sqrt{d^2 + d'^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.52)$$

$$d' = \sqrt{4h^2 + d^2} \quad (2.53)$$

R_c : la résistance de couplage (interaction mutuelle).

La résistance linéique mutuelle, R_m entre les deux électrodes est donnée par [03] :

$$R_m = \frac{\rho}{\pi} \left(\ln \frac{2l}{\sqrt{dd'}} - 1 \right) \quad (2.54)$$

avec :

$$R_m \approx 2R_c \quad (2.55)$$

II.4.3.1.2 Deux électrodes enterrées verticalement

Pour deux électrodes filiformes enterrées verticalement et situées à une distance d l'une de l'autre, la résistance totale est donnée par [02]:

-Pour $d \ll l$

$$R_2 = \frac{\rho}{2\pi l} \left(\ln \frac{4l}{a'} \right) = \frac{R_1}{2} + R_c \quad (2.56)$$

Avec : $a' = \sqrt{a.d}$

$$R_1 = \frac{\rho}{2\pi l} \left(\ln \frac{2l}{a} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{a}{2l} \right)^2} \right) + \frac{a}{2l} - \sqrt{1 + \left(\frac{a}{2l} \right)^2} \right) \quad (2.57)$$

R_1 : Résistance du piquet (prise unitaire).

-Pour $a \ll l$

$$R_1 = \frac{1}{G} = \frac{\rho}{2\pi l} \left(\ln \frac{4l}{a} - 1 \right) \quad (2.58)$$

-Pour $d \gg l$

$$R_2 = \frac{\rho}{4\pi l} \left(\ln \frac{4l}{a} - 1 + \frac{l}{d} \right) = \frac{R_1}{2} + R_c \quad (2.59)$$

Où : R_c désigne la résistance de couplage (interaction mutuelle).

La résistance linéique mutuelle R_m , entre les deux piquets est obtenue en remplaçant dans l'expression (2.58) le rayon du piquet par la distance d entre les électrodes.

$$R_m = \frac{\rho}{2\pi} \left(\ln \frac{2l}{d} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{d}{2l} \right)^2} \right) + \frac{d}{2l} - \sqrt{1 + \left(\frac{d}{2l} \right)^2} \right) \quad (2.60)$$

Avec :

$$R_m \approx 2 R_c \quad (2.61)$$

II.4.3.2 Inductances mutuelles

L'inductance linéique mutuelle entre deux électrodes peut être calculée à l'aide du flux d'induit (tension induite) entre deux circuits qui s'exprime par [02] :

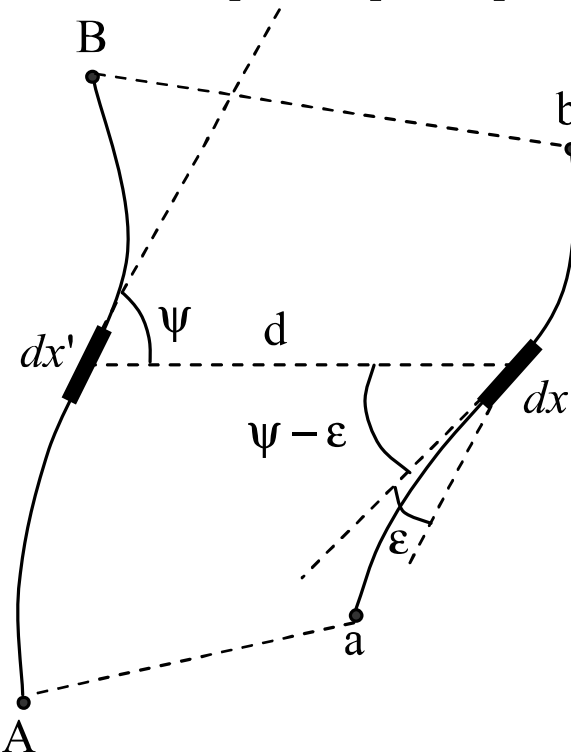


Figure 2.13. Deux segments de conducteurs.

$$L_{ij} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_a^b \int_A^B \frac{\cos \epsilon}{r_{ij}} dx dx' \quad (2.62)$$

Dans le cas où les deux conducteurs sont parallèles ($\epsilon=0$) et de même longueur l :

$$L_{ij} = \frac{\infty}{2\pi} \left[\ln \left(\frac{\sqrt{l^2 + d^2} + l}{d} \right) + \frac{d}{l} - \sqrt{1 + \frac{d^2}{l^2}} \right] \quad (2.63)$$

Lorsque $d \ll l$:

$$L_{ij} = \frac{\infty}{2\pi} \left[\ln \left(\frac{2l}{d} \right) - 1 \right] \quad (2.64)$$

Remarque :

- 1- L'expression (2.64) permet le calcul d'une inductance mutuelle entre deux électrodes enterrées horizontalement ou verticalement.
- 2- Les capacités mutuelles sont généralement très faibles et sont donc négligées lors de la modélisation [02].

II.5- Formalisme de Yaqing Liu

Lorsqu'un conducteur de longueur finie est enterré dans un sol supposé homogène, le calcul des paramètres linéiques transversaux et longitudinaux proposée par Y.Liu [34] sont réalisés en utilisant la notion de flux d'induit (tension induite) et la théorie des images modifiée (chapitre II, paragraphe II). Ces paramètres sont en fonction des propriétés du sol, et de la géométrie du système.

II.5. 1 Electrodes enterrées horizontalement

II.5.1.1 Paramètres transversaux

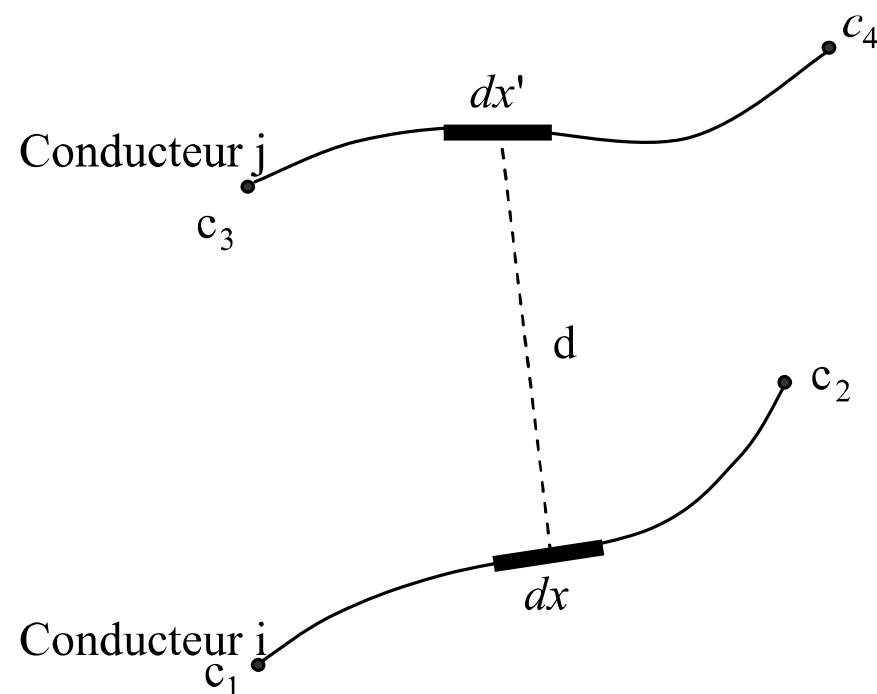


Figure 2.14. Interaction mutuelle entre deux conducteurs i et j.

On suppose que le rayon des conducteurs est très petit et que le courant de fuite le long de l'électrode est constant. La résistance mutuelle entre les deux conducteurs i et j figure 2.14 est donnée par l'expression [34] :

$$R_{ij} = \frac{V_{ij}}{I_{i\perp}} = \frac{\rho_{sol}}{4\pi l_j l_j l_i} \iint \frac{1}{r_{ij}} \vec{dx} \cdot \vec{dx}' + k_{sigma} \frac{\rho_{sol}}{4\pi l_j l_j l_i} \iint \frac{1}{r'_{ij}} \vec{dx} \cdot \vec{dx}' \quad (2.65)$$

Avec :

$$k_{sigma} = (\sigma_{sol} - \sigma_{air}) / (\sigma_{sol} + \sigma_{air}) \quad (2.66)$$

$I_{i\perp}$: le courant de fuite qui s'écoule du segment i au sol.

V_{ij} : le potentiel moyen induit à la surface du segment j dû au courant $I_{i\perp}$ du segment i .

k_{sigma} : le coefficient de réflexion dû aux différentes conductivités de l'air et du sol

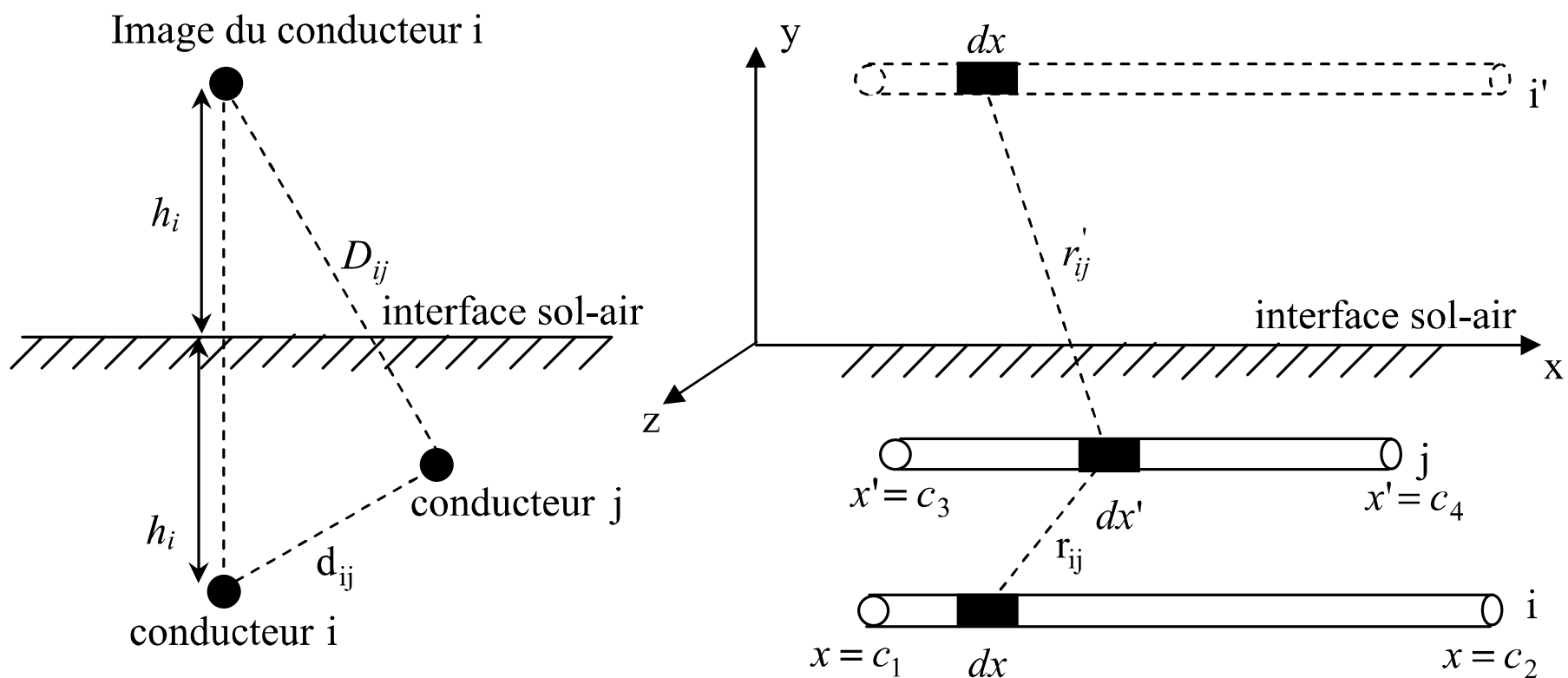


Figure 2.15. Couplage entre deux conducteurs parallèles.

Dans le cas de deux électrodes parallèles (figure 2.15) de longueurs finies respectivement l_i et l_j , l'équation (2.65) devient :

$$R_{ij} = \frac{\rho_{sol}}{4\pi l_j l_j l_i} \iint \frac{1}{r_{ij}} dx dx' + k_{sigma} \frac{\rho_{sol}}{4\pi l_j l_j l_i} \iint \frac{1}{r'_{ij}} dx dx' \quad (2.67)$$

Avec :

$$r_{ij} = \sqrt{d_{ij}^2 + (x - x')^2} \quad (2.68)$$

$$r_{ij}' = \sqrt{D_{ij}^2 + (x - x')^2} \quad (2.69)$$

Après calcul :

$$R_{ij} = \frac{\rho_{sol}}{4\pi l_j} \left(\left\{ - (x - x') \ln \left[(x - x') + \sqrt{(x - x')^2 + d_{ij}^2} \right] + \sqrt{(x - x')^2 + d_{ij}^2} \right\}_{x=c_1}^{x=c_2} \right)_{x'=c_3}^{x'=c_4} +$$

$$\frac{\rho_{sol}}{4\pi l_j} k_{sigma} \left(\left\{ - (x - x') \ln \left[(x - x') + \sqrt{(x - x')^2 + D_{ij}^2} \right] + \sqrt{(x - x')^2 + D_{ij}^2} \right\}_{x=c_1}^{x=c_2} \right)_{x'=c_3}^{x'=c_4} \quad (2.70)$$

On suppose que le conducteur i et le conducteur j sont de même longueur l , en substituant les conditions additionnelles, $c_1 = c_3 = 0$ et, $c_2 = c_4 = l$ dans (2.70), nous obtenons :

$$R_{ij} = \frac{\rho_{sol}}{2\pi} \left\{ \frac{d_{ij} - \sqrt{l^2 + d_{ij}^2}}{l} + \ln \left(\frac{l + \sqrt{l^2 + d_{ij}^2}}{d_{ij}} \right) \right\} +$$

$$\frac{\rho_{sol}}{2\pi} k_{sigma} \left\{ \frac{D_{ij} - \sqrt{l^2 + D_{ij}^2}}{l} + \ln \left(\frac{l + \sqrt{l^2 + D_{ij}^2}}{D_{ij}} \right) \right\} \quad (2.71)$$

La résistance propre du conducteur i s'obtient lorsque $i = j$, en remplaçant d_{ij} et D_{ij} par a (le rayon du conducteur) et $2h$ respectivement, nous obtenons l'expression suivante:

$$R_{ii} = \frac{\rho_{sol}}{2\pi} \left\{ \frac{a - \sqrt{l^2 + a^2}}{l} + \ln \left(\frac{l + \sqrt{l^2 + a^2}}{a} \right) \right\} +$$

$$\frac{\rho_{sol}}{2\pi} k_{sigma} \left\{ \frac{2h - \sqrt{l^2 + (2h)^2}}{l} + \ln \left(\frac{l + \sqrt{l^2 + (2h)^2}}{2h} \right) \right\} \quad (2.72)$$

-Pour $a \ll l$ et $2h \ll l$:

$$R_{ii} = \frac{\rho_{sol}}{2\pi} \left[\ln \left(\frac{2l}{a} \right) - 1 \right] + \frac{\rho_{sol}}{2\pi} k_{sigma} \left[\ln \left(\frac{2l}{2h} \right) - 1 \right] \quad (2.73)$$

$$R_{ij} = \frac{\rho_{sol}}{2\pi} \left[\ln \left(\frac{2l}{d_{ij}} \right) - 1 \right] + \frac{\rho_{sol}}{2\pi} k_{sigma} \left[\ln \left(\frac{2l}{D_{ij}} \right) - 1 \right] \quad (2.74)$$

Les conductances linéiques propres G_{ii} et mutuelles G_{ij} sont données par :

$$G_{ii} = \frac{1}{R_{ii}} = \frac{2\pi}{\rho_{sol} \left(\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right) + \rho_{sol} k_{sigma} \left(\ln\left(\frac{2l}{2h}\right) - 1 \right)} \quad (2.75)$$

$$G_{ij} = \frac{1}{R_{ij}} = \frac{2\pi}{\rho_{sol} \left(\ln\left(\frac{2l}{d_{ij}}\right) - 1 \right) + \rho_{sol} k_{sigma} \left(\ln\left(\frac{2l}{D_{ij}}\right) - 1 \right)} \quad (2.76)$$

Le calcul des capacités linéiques propres et mutuelles passe par le calcul des coefficients de potentiel. Le coefficient de potentiel entre le conducteur i et le conducteur j est comme suit [26] :

$$P_{ij} = \frac{V_{ij}}{q_i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_{sol} l_j} \iint_{l_j l_i} \frac{1}{r_{ij}} dx dx' + \frac{1}{4\pi\epsilon_{sol} l_j} k_{epsilon} \iint_{l_j l_i'} \frac{1}{r_{ij}'} dx dx' \quad (2.77)$$

Avec :

$$k_{epsilon} = (\epsilon_{sol} - \epsilon_{air}) / (\epsilon_{sol} + \epsilon_{air}) \quad (2.78)$$

q_i : Densité de charge, constante le long du segment i .

P_{ij} : Coefficient du potentiel entre deux conducteurs i et j .

$k_{epsilon}$: Coefficient de réflexion dû aux différentes permittivités de l'air et du sol [34].

En faisant le même développement que précédemment pour la conductance G , les coefficient de potentiel P_{ii} et P_{ij} seront:

$$P_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon_{sol}} \left\{ \frac{a - \sqrt{l^2 + a^2}}{l} + \ln\left(\frac{l + \sqrt{l^2 + a^2}}{a}\right) \right\} + \frac{1}{2\pi\epsilon_{sol}} k_{epsilon} \left\{ \frac{2h - \sqrt{l^2 + (2h)^2}}{l} + \ln\left(\frac{l + \sqrt{l^2 + (2h)^2}}{2h}\right) \right\} \quad (2.79)$$

$$P_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon_{sol}} \left\{ \frac{d_{ij} - \sqrt{l^2 + d_{ij}^2}}{l} + \ln\left(\frac{l + \sqrt{l^2 + d_{ij}^2}}{d_{ij}}\right) \right\} + \frac{1}{2\pi\epsilon_{sol}} k_{epsilon} \left\{ \frac{D_{ij} - \sqrt{l^2 + D_{ij}^2}}{l} + \ln\left(\frac{l + \sqrt{l^2 + D_{ij}^2}}{D_{ij}}\right) \right\} \quad (2.80)$$

-Pour $a \ll l$ et $2h \ll l$:

$$P_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon_{sol}} \left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right] + \frac{1}{2\pi\epsilon_{sol}} k_{\epsilonpsilon} \left[\ln\left(\frac{2l}{2h}\right) - 1 \right] \quad (2.81)$$

-Pour $d_{ij} \ll l$ et $D_{ij} \ll l$:

$$P_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon_{sol}} \left[\ln\left(\frac{2l}{d_{ij}}\right) - 1 \right] + \frac{1}{2\pi\epsilon_{sol}} k_{\epsilonpsilon} \left[\ln\left(\frac{2l}{D_{ij}}\right) - 1 \right] \quad (2.82)$$

Les capacités linéiques propres et mutuelles sont :

$$C_{ii} = \frac{1}{P_{ii}} = \frac{2\pi\epsilon_{sol}}{\left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right] + k_{\epsilonpsilon} \left[\ln\left(\frac{2l}{2h}\right) - 1 \right]} \quad (2.83)$$

$$C_{ij} = \frac{1}{P_{ij}} = \frac{2\pi\epsilon_{sol}}{\left[\ln\left(\frac{2l}{d_{ij}}\right) - 1 \right] + k_{\epsilonpsilon} \left[\ln\left(\frac{2l}{D_{ij}}\right) - 1 \right]} \quad (2.84)$$

II.5.1.2 Paramètres longitudinaux

Pour le calcul de l'inductance, l'air et le sol ont la même perméabilité, ainsi l'image dans ce cas n'existe pas [34]. Il découle que la valeur de l'inductance linéique reste inchangée par rapport à une électrode dans un milieu considéré comme homogène.

Les inductances propres et mutuelles peuvent être calculées en utilisant la notion de flux induit [34] :

$$L_{ij} = \frac{V_{ij}}{i_i} = \frac{\infty_0}{4\pi l_j} \iint_{l_j l_i} \frac{1}{r_{ij}} dx dx' \quad (2.85)$$

∞_0 : perméabilité de l'air.

i_i : le courant longitudinal du conducteur i.

Après quelques manipulations mathématiques, l'expression (2.85) de l'inductance mutuelle entre le conducteur i et le conducteur j, s'écrit :

$$L_{ij} = \frac{\infty_0}{4\pi l_j} \left(\left\{ - (x - x') \ln \left[(x - x') + \sqrt{(x - x')^2 + d_{ij}^2} \right] + \sqrt{(x - x')^2 + d_{ij}^2} \right\}_{x=c_1}^{x=c_2} \right)_{x'=c_3}^{x'=c_4} \quad (2.86)$$

Si les deux conducteurs i et j sont de même longueur l , la substitution des conditions $c_1 = c_3 = 0$ et, $c_2 = c_4 = l$ donne l'équation suivante :

$$L_{ij} = \frac{\infty_0}{2\pi} \left[\frac{d_{ij} - \sqrt{l^2 + d_{ij}^2}}{l} + \ln \left(\frac{l + \sqrt{l^2 + d_{ij}^2}}{d_{ij}} \right) \right] \quad (2.87)$$

L'inductance propre du conducteur i s'obtient lorsque $i=j$, en remplaçant la distance d_{ij} par a (le rayon du conducteur):

$$L_{ii} = \frac{\infty_0}{2\pi} \left[\frac{a - \sqrt{l^2 + a^2}}{l} + \ln \left(\frac{l + \sqrt{l^2 + a^2}}{a} \right) \right] \quad (2.88)$$

-Pour $a \ll l$ et $d_{ij} \ll l$:

$$L_{ii} = \frac{\infty_0}{2\pi} \left[\ln \left(\frac{2l}{a} \right) - 1 \right] \quad (2.89)$$

$$L_{ij} = \frac{\infty_0}{2\pi} \left[\ln \left(\frac{2l}{d_{ij}} \right) - 1 \right] \quad (2.90)$$

La résistance longitudinale est donnée par [34] :

$$R = \rho_c \frac{1}{\pi a^2} \quad (2.91)$$

II.5.2 Electrodes enterrées verticalement

II.5.2.1 Paramètres transversaux

Le calcul des éléments de la matrice R_{ij} pour une électrode verticale est identique à celui d'une électrode de longueur double (l'électrode réelle et son image), écoulant un courant double.

En utilisant la notion de tension induite, l'expression (2.92) nous permet de trouver facilement la résistance R_{ij} .

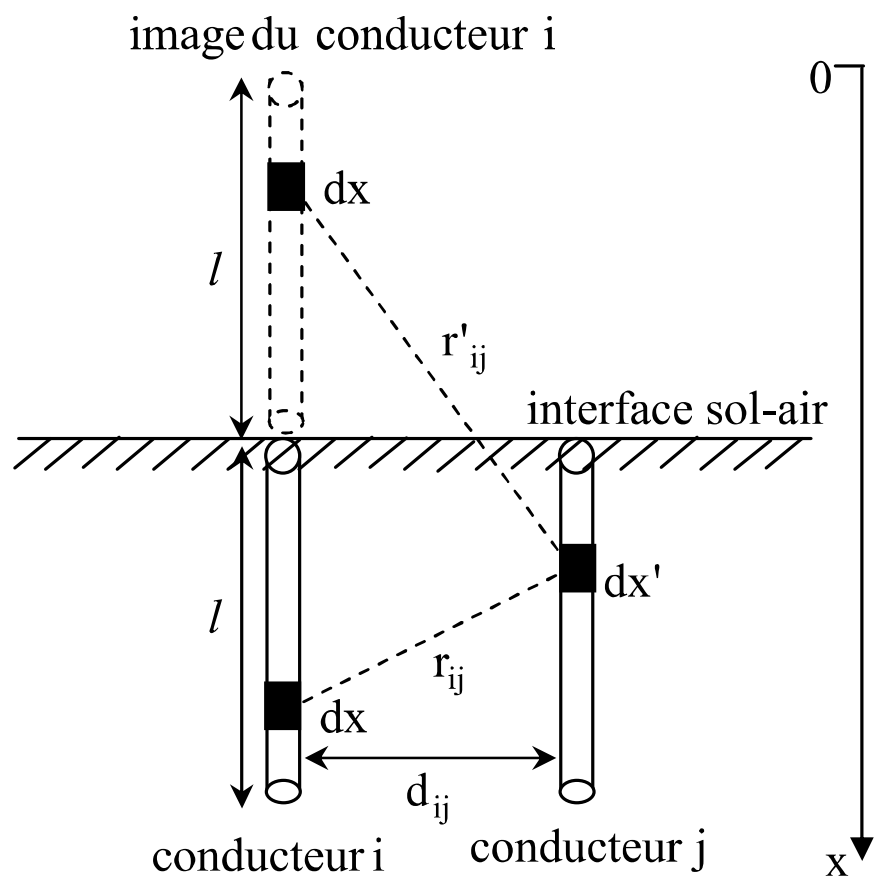


Figure 2.16. Couplage entre deux conducteurs parallèles.

$$R_{ij} = \frac{\rho_{sol}}{4\pi l} \int_{-l}^{2l} \int_{-l}^{2l} \frac{1}{r_{ij}} dx dx' + k_{sigma} \frac{\rho_{sol}}{4\pi l} \int_0^l \int_{-l}^{2l} \frac{1}{r'_{ij}} dx dx' \quad (2.92)$$

Après calcul de l'intégrale (2.92), nous obtenons :

-Pour $d_{ij} \ll l$:

$$R_{ij} = \frac{\rho_{sol}}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{2l}{d_{ij}}\right) - 1 \right] + k_{sigma} \frac{\rho_{sol}}{2\pi} [\ln(4l) - \ln(2l)] \quad (2.93)$$

La résistance propre du conducteur i s'obtient lorsque $i = j$, en remplaçant d_{ij} par a (le rayon du conducteur), nous avons alors l'expression suivante:

$$R_{ii} = \frac{\rho_{sol}}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right] + k_{sigma} \frac{\rho_{sol}}{2\pi} [\ln(4l) - \ln(2l)] \quad (2.94)$$

Les conductances linéiques propre G_{ii} et mutuelle G_{ij} pour les piquets verticaux sont données par :

$$G_{ii} = \frac{2\pi}{\rho_{sol} \left(\left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right] + k_{sigma} [\ln(4l) - \ln(2l)] \right)} \quad (2.95)$$

$$G_{ij} = \frac{2\pi}{\rho_{sol} \left(\left[\ln\left(\frac{2l}{d_{ij}}\right) - 1 \right] + k_{sigma} [\ln(4l) - \ln(2l)] \right)} \quad (2.96)$$

Le calcul des capacités propres et mutuelles est basé sur le calcul du coefficient de potentiel, l'expression (2.97) déduite à partir des tensions induites, permet de déduire les éléments de la matrice C_{ij} pour une électrode verticale.

$$P_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon_{sol}} \int_0^{2l} \int_0^{2l} \frac{1}{r_{ij}} dx dx' + k_{epsilon} \frac{1}{4\pi\epsilon_{sol}} \int_0^l \int_0^{2l} \frac{1}{r'_{ij}} dx dx' \quad (2.97)$$

Les coefficients de potentiel P_{ii} et P_{ij} sont obtenus comme suit :

-Pour $a \ll l$ et $d_{ij} \ll l$:

$$P_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon_{sol}} \left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right] + \frac{1}{2\pi\epsilon_{sol}} k_{epsilon} [\ln(4l) - \ln(2l)] \quad (2.98)$$

$$P_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon_{sol}} \left[\ln\left(\frac{2l}{d_{ij}}\right) - 1 \right] + \frac{1}{2\pi\epsilon_{sol}} k_{epsilon} [\ln(4l) - \ln(2l)] \quad (2.99)$$

Les capacités linéiques propres et mutuelles pour deux électrodes verticales sont :

$$C_{ii} = \frac{1}{P_{ii}} = \frac{2\pi\epsilon_{sol}}{\left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right] + k_{epsilon} [\ln(4l) - \ln(2l)]} \quad (2.100)$$

$$C_{ij} = \frac{1}{P_{ij}} = \frac{2\pi\epsilon_{sol}}{\left[\ln\left(\frac{2l}{d_{ij}}\right) - 1 \right] + k_{epsilon} [\ln(4l) - \ln(2l)]} \quad (2.101)$$

II.5.2.2 Paramètres longitudinaux

En l'absence de l'image et en faisant le même raisonnement que précédemment l'expression (2.103) nous donne l'inductance linéique longitudinale.

$$L_{ij} = \frac{V_{ij}}{i_i} = \frac{\infty_0}{4\pi l_j l_j l_i} \int \int \frac{1}{r_{ij}} dx dx' \quad (2.102)$$

Le calcul de l'intégrale (2.102) donne l'inductance mutuelle L_{ij} :

$$L_{ij} = \frac{\infty_0}{2\pi} \left\{ \frac{d_{ij}}{l} - \sqrt{1 + \left(\frac{d_{ij}}{l}\right)^2} + \ln \frac{l}{d_{ij}} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{d_{ij}}{l}\right)^2} \right) \right\} \quad (2.103)$$

L'inductance propre du conducteur i est :

$$L_{ii} = \frac{\infty_0}{2\pi} \left\{ \frac{a}{l} - \sqrt{1 + \left(\frac{a}{l}\right)^2} + \ln \frac{l}{a} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{a}{l}\right)^2} \right) \right\} \quad (2.104)$$

-Pour $a \ll l$ et $d \ll l$:

Les inductances linéiques propres et mutuelles d'une électrode verticale deviennent :

$$L_{ii} = \frac{\infty_0}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right] \quad (2.105)$$

$$L_{ij} = \frac{\infty_0}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{2l}{d_{ij}}\right) - 1 \right] \quad (2.106)$$

La résistance longitudinale est donnée par :

$$R = \rho_c \frac{1}{\pi a^2} \quad (2.107)$$

Conclusion

Dans la littérature, généralement les travaux de E.D.Sunde sont utilisés pour déduire les expressions des paramètres linéiques d'une électrode enterrée.

Plus récemment Y.Liu [34] a développé d'autres expressions pour le calcul des impédances et admittances des mises à la terre en se basant sur les notions de tension et flux induit et la théorie des images.

Dans ce deuxième chapitre, nous avons exposé les différentes expressions développées par les deux auteurs [02,34].

Chapitre III

Modélisation mathématique d'une ligne de transmission par la méthode FDTD

Introduction

Dans ce chapitre Nous exposons :

Le modèle mathématique d'une électrode enterrée où on donne un aperçu sur la théorie des lignes de transmission et son domaine de validité, ainsi que la résolution des équations de télégraphiste avec la méthode FDTD pour la détermination de la répartition des tensions, courants et l'impédance transitoire.

III.1 Modèle simplifié de la théorie des lignes de transmission

III.1.1 Le principe de la théorie des lignes de transmission

a)-Domaine de validité

La théorie des lignes repose sur deux hypothèses [36]. D'une part, les conducteurs doivent être homogènes. D'autre part, le courant doit se conserver dans une section droite perpendiculaire à la ligne. Ainsi, afin de se placer dans ce cadre, les conditions suivantes doivent être satisfaites :

Les paramètres géométriques et physiques (nature des conducteurs et des diélectriques) doivent rester constants tout au long de la ligne de manière à remplir la condition d'homogénéité. Les lignes de transmissions homogènes sont constituées d'au moins deux conducteurs parallèles à un axe de propagation rectiligne. Les conducteurs appartiennent à deux groupes distincts qui constituent ce que l'on appelle les conducteurs « d'aller » et les conducteurs « de retour ».

Pour que le courant se conserve dans une section droite perpendiculaire à la ligne, il est nécessaire que le temps de propagation du champ électromagnétique entre le groupe des conducteurs « d'aller » et le groupe des conducteurs « de retour » soit négligeable par rapport à la durée la plus faible des phénomènes électromagnétiques observés. Ceci revient à supposer que les dimensions latérales de la ligne sont négligeables devant les autres dimensions du système étudié. Finalement, et c'est une conséquence des équations de Maxwell, ces conditions impliquent que la somme des courants dans la section soit nulle, c'est-à-dire que les courants parcourant les conducteurs « d'aller » sont égaux à ceux qui traversent les conducteurs « de retour ».

Les vecteurs champs électriques et champs magnétiques sont alors supposés se situer dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation. Le mode de propagation le long de la ligne est donc transverse électromagnétique (TEM). Les autres modes de propagation ne sont pas pris en compte par le formalisme de la théorie des lignes. Ils peuvent apparaître lorsque la structure étudiée présente des dimensions transversales qui sont grandes face aux hautes fréquences du spectre d'excitation.

III.1.2 Equations des lignes multifilaires

a)- Première équation

Le mode TEM doit répondre aux équations de Maxwell et, en particulier, à la loi de Faraday (3.1):

$$\overrightarrow{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.1)$$

En appliquant la formule de Stokes (3.2), la forme intégrale de la loi de Faraday est la suivante (3.3):

$$\oint_L \vec{A} \cdot \vec{dl} = \iint_s \overrightarrow{rot} \vec{A} \cdot \vec{n} ds \quad (3.2)$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \iint_s \vec{H} \cdot \vec{ds} \quad (3.3)$$

On aboutit alors, après résolution des équations précédentes à un système de n équations reliant les tensions et les courants.

Ainsi, pour n conducteurs, la première équation des télégraphistes peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\frac{\partial [U(x, t)]}{\partial x} + [R] [I(x, t)] + L \frac{\partial [I(x, t)]}{\partial t} = 0 \quad (3.4)$$

Avec les vecteurs de tension et courant :

$$U(x, t) = \begin{bmatrix} U_1(x, t) \\ U_2(x, t) \\ \vdots \\ U_n(x, t) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad I(x, t) = \begin{bmatrix} I_1(x, t) \\ I_2(x, t) \\ \vdots \\ I_n(x, t) \end{bmatrix}$$

D'où

[L], [R] : Matrices inductance et résistance par unité de longueur.

b)-Deuxième équation

On applique la même démarche que précédemment pour obtenir la deuxième équation des télégraphistes.

Rappelons l'équation de conservation de la charge (3.5) :

$$\text{div}\vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (3.5)$$

En appliquant le théorème d'Ostrogradsky (3.6) à l'équation (3.5), la conservation de la charge peut s'écrire comme suit (3.7) :

$$\iiint_V \text{div}\vec{A} dv = \iint_S \vec{A} \cdot \vec{n} ds \quad (3.6)$$

$$\iint_S \vec{J} \cdot \vec{n} ds + \frac{\partial}{\partial t} Q_{int} = 0 \quad (3.7)$$

La deuxième équation des télégraphistes (3.8) établie pour les n conducteurs s'écrit alors sous la forme matricielle suivante :

$$\frac{\partial [I(x, t)]}{\partial x} + [G] [U(x, t)] + [C] \frac{\partial [U(x, t)]}{\partial t} = 0 \quad (3.8)$$

Où $U(x, t)$ et $I(x, t)$ sont respectivement les vecteurs tensions et courants définis précédemment, et les matrices $[G]$ et $[C]$ représentent respectivement la conductance et la capacité.

Les $(2n)$ équations de la théorie des lignes pour $(n+1)$ conducteurs peuvent s'écrire sous la forme compacte suivante (3.9) :

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} U(x, t) \\ I(x, t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & R \\ G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(x, t) \\ I(x, t) \end{bmatrix} - \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} 0 & L \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(x, t) \\ I(x, t) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

III.2 La méthode des différences finies

La méthode des différences finies est une méthode numérique de résolution des équations différentielles ordinaire ou des équations aux dérivées partielles. Sa formulation est basée sur l'approximation locale au voisinage d'un point donné des fonctions dérivées apparaissant dans les équations différentielles [37]. Les fonctions dérivées sont approchées par des fonctions polynomiales données par le développement en série de Taylor (3.10).

Si $f(x)$ est une fonction, indéfiniment dérivable au voisinage d'un point $x=x_0$ (c'est-à-dire dans un intervalle ouvert contenant le point $x=x_0$), alors cette fonction peut être approchée par une fonction polynomiale écrite sous la forme de série convergente qu'on appelle série de Taylor.

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!}f''(x_0) + \dots + \frac{(x - x_0)^n}{n!}f^n(x_0) + \dots \quad (3.10)$$

Le second membre de l'équation (3.10) est le développement en série de la fonction f au voisinage du point $x=x_0$.

III.2.1 Différence finie en avant

La fonction f est connue aux points x_i (points pivots) du domaine d'analyse. À l'aide de la formule de Taylor (3.10), on développe la fonction $f(x)$ jusqu'à l'ordre 2

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!}f^2(\xi) \quad (3.11)$$

Dont $x_i < \xi < x_i + h$

En résolvant (3.11) pour $f'(x_i)$ on a :

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i + h) - f(x_i)}{h} + O(h) \quad (3.12)$$

Avec $O(h)$ l'erreur de troncation :

$$O(h) = -\frac{h}{2!}f^2(\xi) \quad (3.13)$$

La formule de la dérivée première (3.12) s'écrit en notation indicielle comme suit :

$$f'_k = \frac{f_{k+1} - f_k}{h} + O(h) \quad (3.14)$$

L'utilisation de la méthode de la différence finie exige que le pas h ne peut être égal à 0.

III.2.2 Différence finie en arrière

En changeant h en $-h$ dans l'équation (3.11) on obtient :

$$f(x_i - h) = f(x_i) - hf'(x_i) + \frac{h^2}{2!} f^{(2)}(\xi) \quad (3.15)$$

Avec $x_i - h < \xi < x_i$

En résolvant pour la dérivée première :

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i) - f(x_i - h)}{h} + O(h) \quad (3.16)$$

L'équation (3.16) s'écrit en notation indicielle :

$$f'_k = \frac{f_k - f_{k-1}}{h} + O(h) \quad (3.17)$$

III.2.3 Différence finie centrées

L'élimination de $f(x_i)$ dans les équations (3.18) et (3.19)

$$f(x_i + h) = f(x_i) + hf'(x_i) + \frac{h^2}{2!} f^{(2)}(x_i) + \frac{h^3}{3!} f^{(3)}(x_i) + \frac{h^4}{4!} f^{(4)}(x_i) \quad (3.18)$$

$$f(x_i - h) = f(x_i) - hf'(x_i) + \frac{h^2}{2!} f^{(2)}(x_i) - \frac{h^3}{3!} f^{(3)}(x_i) + \frac{h^4}{4!} f^{(4)}(x_i) \quad (3.19)$$

Nous permet de trouver la dérivée première par un schéma de différence finie centrée (3.20)

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i + h) - f(x_i - h)}{2h} + O(h^2) \quad (3.20)$$

Qui s'écrit en notation indicielle :

$$f'_k = \frac{f_{k+1} - f_{k-1}}{2h} + O(h^2) \quad (3.21)$$

L'erreur est de l'ordre de h^2 . La dérivée première centrée est plus précise que la dérivée première en avant et arrière.

Avec le même raisonnement, on peut trouver les expressions des dérivées secondes :

a)-Différence finie en avant

$$f_k^{(2)} = \frac{f_k - 2f_{k+1} + f_{k+2}}{h^2} + O(h) \quad (3.22)$$

b)-Différence finie en arrière

$$f_k^{(2)} = \frac{f_{k-2} - 2f_{k-1} + f_k}{h^2} + O(h) \quad (3.23)$$

c)-Différence finie centrée

$$f_k^{(2)} = \frac{f_{k-1} - 2f_k + f_{k+1}}{h^2} + O(h^2) \quad (3.24)$$

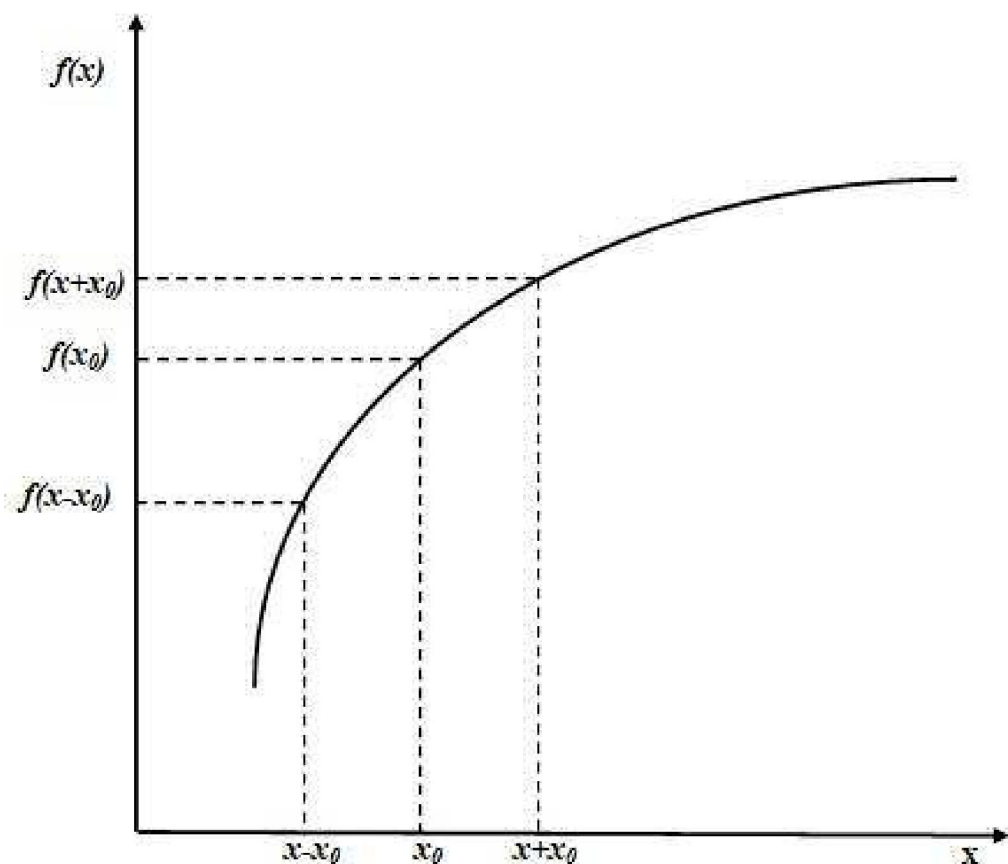


Figure 3.1 Dérivée de la fonction $f(x)$ au point x_0

III.3 Résolution des équations des lignes par la méthode FDTD [36]

La méthode des différences finies permet de résoudre numériquement les équations différentielles des lignes de transmission (3.25) et (3.26) par leur conversion à des équations en différence finie.

Il s'agit tout d'abord de subdiviser alternativement le conducteur en des nœuds de courant et de tension voir figure 3.2, ensuite écrire l'équation du potentiel et de courant à chaque nœud en fonction des autres et en tenant compte des conditions aux extrémités.

Deux nœuds consécutifs d'un même type sont séparés par Δx et Δt , et deux nœuds de type différents sont séparés par $\Delta x/2$ et $\Delta t/2$. Les deux extrémités du conducteur sont définies comme des nœuds de courant.

$$\frac{\partial U(x, t)}{\partial x} + R I(x, t) + L \frac{\partial I(x, t)}{\partial t} = 0 \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial I(x, t)}{\partial x} + G U(x, t) + C \frac{\partial U(x, t)}{\partial t} = 0 \quad (3.26)$$

U et I : Tension et courant de la ligne.

R et L : Résistance et inductance longitudinale par unité de longueur.

C et G : Capacité et conductance transversales par unité de longueur.

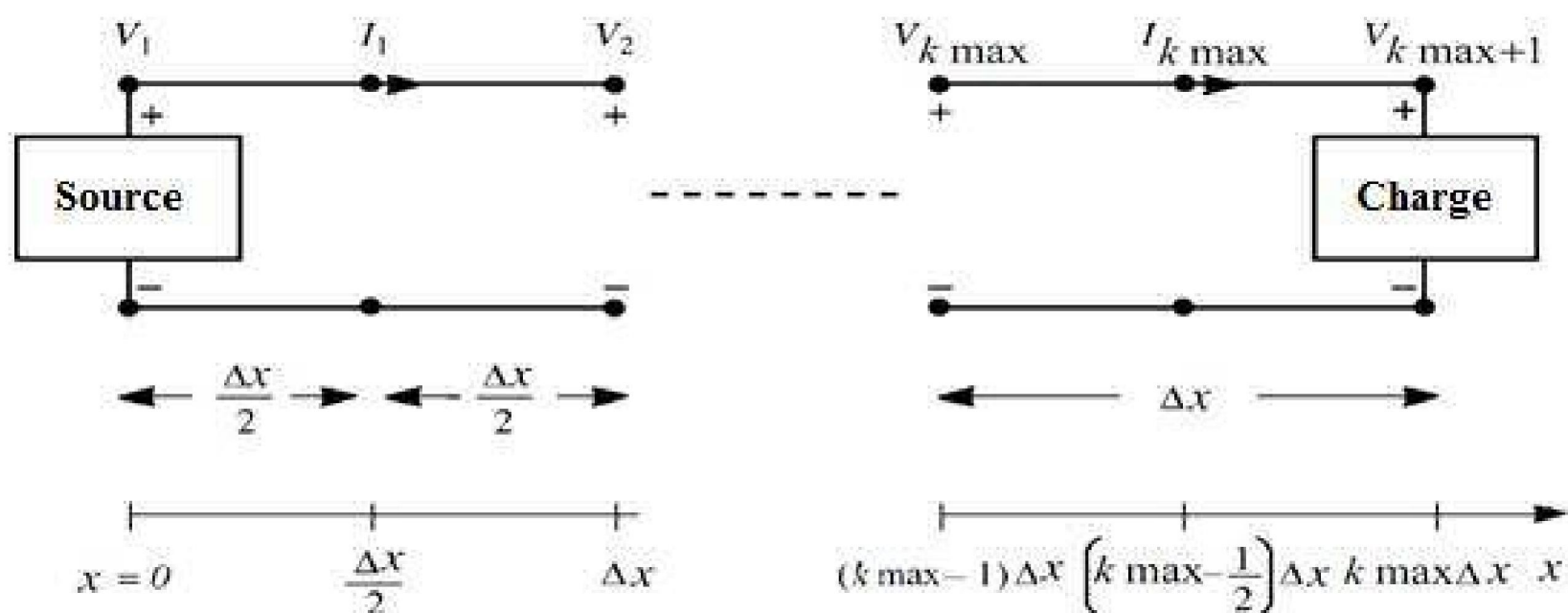


Figure 3.2 Discretisation spatiale d'une électrode

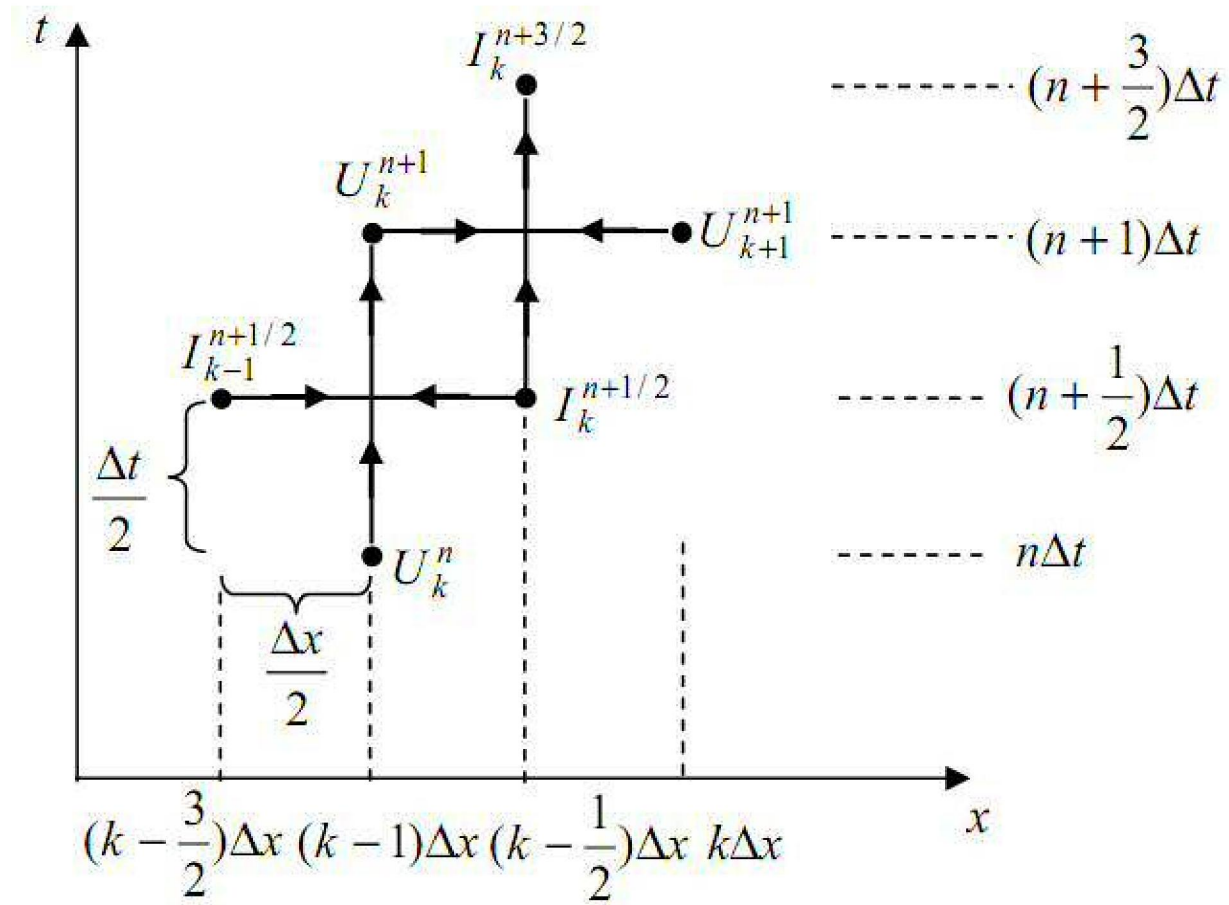


Figure 3.3 Discrétisation spatiotemporelle d'une électrode

La figure 3.3 illustre la discrétisation temporelle et spatiale d'une électrode.

Notation :

$$(I)_k^n = I((k - 1)\Delta x, n\Delta t)$$

$$(U)_k^n = U\left(\left(k - \frac{1}{2}\right)\Delta x, n\Delta t\right)$$

Avec

$$l = (k_{max} - 1)\Delta x$$

$$t_{max} = n_{max} \Delta t$$

Après une discrétisation spatiotemporelle de l'électrode, la représentation du système d'équations (3.25) et (3.26) par la méthode des différences finies à points centrés s'écrit :

$$\frac{U_{k+1}^{n+1} - U_k^n}{\Delta x} + L \frac{I_k^{n+3/2} + I_k^{n+1/2}}{\Delta t} + R \frac{I_k^{n+3/2} + I_k^{n+1/2}}{2} = 0 \quad (3.27)$$

$$\frac{I_k^{n+\frac{1}{2}} - I_{k-1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + C \frac{U_k^{n+1} - U_k^n}{\Delta t} + R \frac{U_k^{n+1} - U_k^n}{2} = 0 \quad (3.28)$$

De (3.27) et (3.27) on peut extraire les équations de tension et courant le long d'une électrode (3.29) et (3.30)

Pour $k=2,3,\dots, k_{\max-1}$

$$U_k^{n+1} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} C + \frac{\Delta x}{2} G \right)^{-1} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} C + \frac{\Delta x}{2} G \right) U_k^n - \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} C + \frac{\Delta x}{2} G \right)^{-1} \left(I_k^{n+\frac{1}{2}} - I_{k-1}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (3.29)$$

Pour $k=1,2,\dots, k_{\max-1}$

$$I_k^{n+\frac{3}{2}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} L + \frac{\Delta x}{2} R \right)^{-1} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} L + \frac{\Delta x}{2} R \right) I_k^{n+\frac{1}{2}} - \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} L + \frac{\Delta x}{2} R \right)^{-1} (U_{k+1}^{n+1} - I_k^{n+1}) \quad (3.30)$$

III.3.1 Conditions aux extrémités

La résolution d'une équation différentielle aux dérivées partielles nécessite l'introduction des conditions aux extrémités bien appropriées. Les figures (3.4) et (3.5) ci-dessous présentent les conditions aux extrémités :

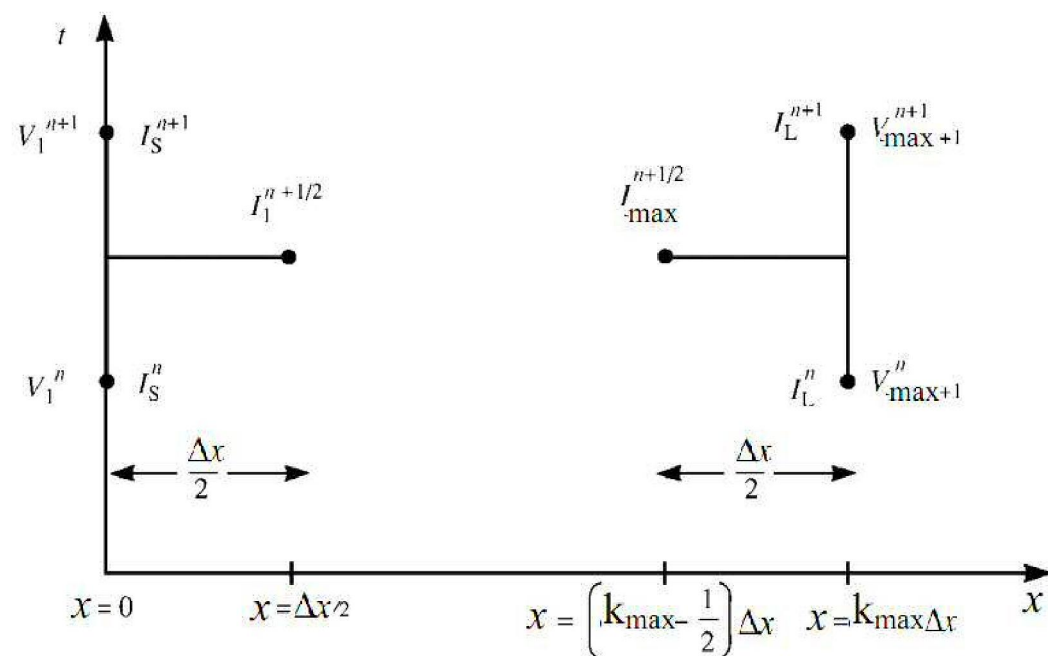


Figure 3.4 Discretisation spatiotemporelle du courant de la source et de la charge

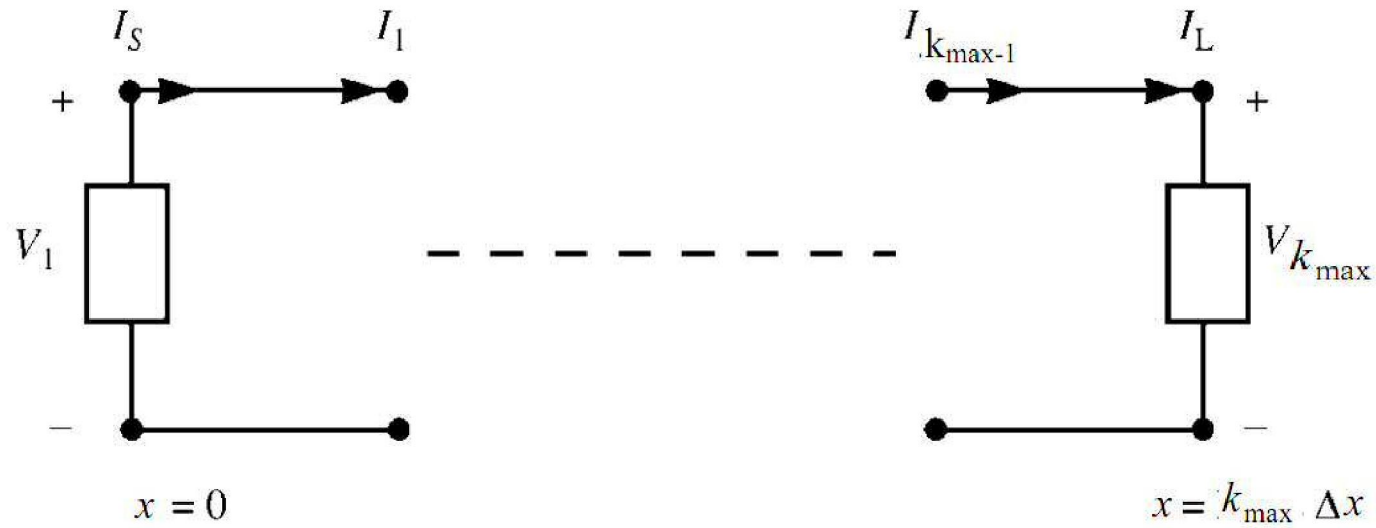


Figure 3.5 Les extrémités d'une électrode

Les équations des lignes de transmission après l'introduction des conditions aux limites s'écrivent :

$$\frac{1}{\Delta x/2} \left[I_1^{n+\frac{1}{2}} - \frac{(I_S^{n+1} + I_S^n)}{2} \right] + \frac{1}{2} G [U_1^{n+1} + U_1^n] + \frac{1}{\Delta t} C [U_1^{n+1} - U_1^n] = 0 \quad (3.31)$$

$$\frac{1}{\Delta x/2} \left[\frac{(I_L^{n+1} + I_L^n)}{2} - I_{k_{max}}^{n+\frac{1}{2}} \right] + \frac{1}{2} G [U_{k_{max}}^{n+1} + U_{k_{max}}^n] + \frac{1}{\Delta t} C [U_{k_{max}}^{n+1} - U_{k_{max}}^n] = 0 \quad (3.32)$$

D'où les tensions aux extrémités de l'électrode (pour $k=1$ et $k=k_{max}$) s'écrivent :

$$U_1^{n+1} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} C + \frac{\Delta x}{2} G \right)^{-1} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} C + \frac{\Delta x}{2} G \right) U_1^{n+1} - 2 \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} C + \frac{\Delta x}{2} G \right)^{-1} I_1^{n+\frac{1}{2}} + \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} C + \frac{\Delta x}{2} G \right)^{-1} [I_S^{n+1} + I_S^n] \quad (3.33)$$

$$U_{k_{max}}^{n+1} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} C + \frac{\Delta x}{2} G \right)^{-1} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} C + \frac{\Delta x}{2} G \right) U_{k_{max}}^{n+1} - 2 \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} C + \frac{\Delta x}{2} G \right)^{-1} I_{k_{max}}^{n+\frac{1}{2}} + \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} C + \frac{\Delta x}{2} G \right)^{-1} [I_L^{n+1} + I_L^n] \quad (3.34)$$

I_S le courant de source et I_L courant de la charge à la 2^{ème} extrémité de l'électrode.

III.3.2 Condition de stabilité

La stabilité de la méthode exige que la condition suivante soit respectée :

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{v} \quad (3.35)$$

Où v est la vitesse de phase de l'onde dans le milieu.

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (3.36)$$

$$\Delta x < \frac{\lambda}{10}$$

c : La vitesse de la lumière.

ϵ_r : Permittivité relative du sol.

λ : la longueur d'onde.

Il est alors possible de modéliser la structure grâce à l'algorithme suivant :

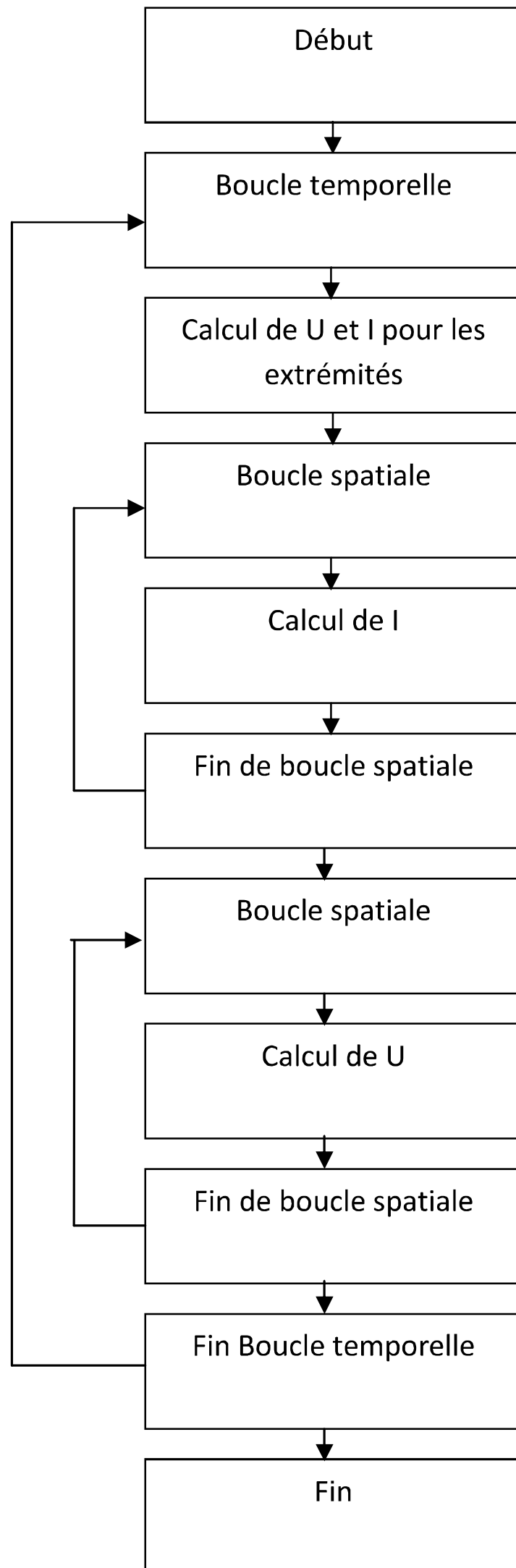


Figure 3.5 Algorithme de la modalisation de l'électrode

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons exposé la théorie des lignes pour traiter le comportement transitoire des mises à la terre avec une résolution par la méthode des différences finies dans le domaine temporel. Ce qui nous a permis d'obtenir des meilleurs résultats avec une méthode numérique qui n'est pas coûteuse en temps et espace mémoire et aussi ça permet d'introduire facilement les phénomènes non linéaire du sol.

Chapitre IV

Application

Introduction

Afin de valider notre code de calcul ainsi développé, nous confrontons nos résultats de simulation à ceux publiés dans la littérature.

Dans ce chapitre, nos applications porteront sur :

- une mise à la terre unitaire (une électrode),
- une mises à la terre multiple (deux électrodes couplées).
- une mise à sous forme d'une grille (1 x 1).

Nous déterminerons les grandeurs électriques (tension et impédance transitoire de la prise de terre) dans le cas d'un générateur d'onde de foudre type bi exponentiel (lente et rapide).

Dans le même chapitre, une étude sur les effets des paramètres d'une mise à la terre (résistivité du sol, profondeur, section du conducteur et permittivité relative du sol) est présentée pour juger les performances de notre modèle.

IV.1 Electrode enterrée horizontalement

Il s'agit d'une électrode rectiligne de rayon a et de longueur l . La géométrie du problème est présentée sur la figure 4.1. L'électrode est alimentée à l'une de ses extrémités par un générateur (onde de foudre) et enterrée à une profondeur h dans un sol de résistivité ρ , linéaire, homogène et isotrope.

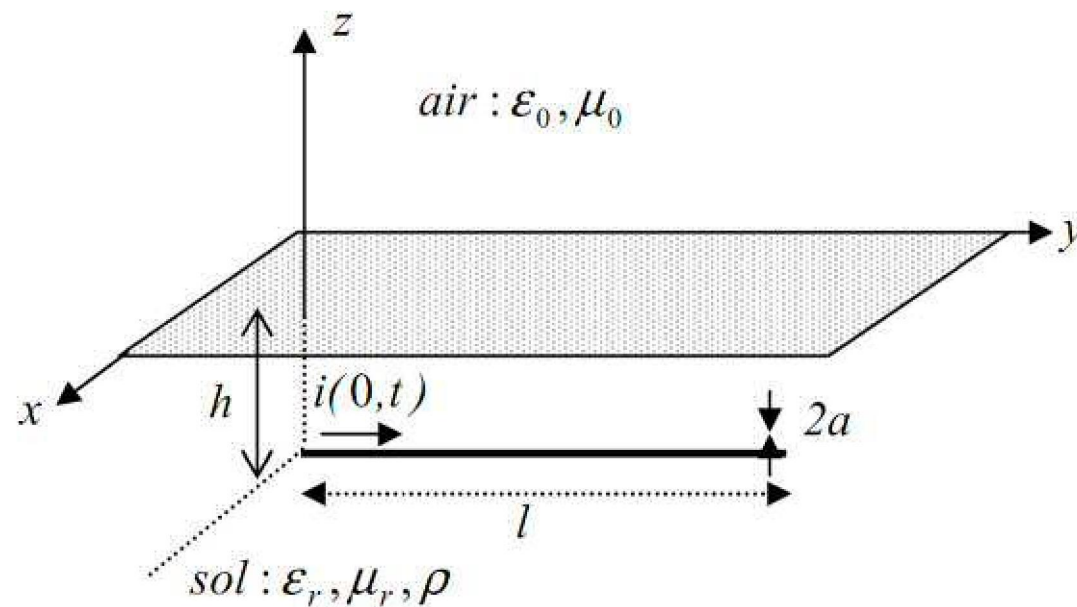


Figure 4.1 Electrode enterrée horizontalement

Tableau 4.1 Données des tests A, B et C

	Onde de courant	Electrode	Sol
Test A	$i(t) = I_0(\exp(-pt) - \exp(-qt))$ $I_0 = 1A$ $p = 27000 s^{-1}$ $q = 5600000 s^{-1}$	$l = 20, 40, 50, 80, 100, 280m$ $a = 4mm$ $h = 0.75m$ $\rho_e = 0.25 \cdot 10^{-6} \Omega m$	$\rho = 1000 \Omega m$ $\epsilon_r = 4 F \cdot m^{-1}$
Test B	$i(t) = I_0(\exp(-pt) - \exp(-qt))$ $I_0 = 1A$ $p = 7924 s^{-1}$ $q = 400109 s^{-1}$	$l = 20, 40, 50, 80, 100, 280m$ $a = 4mm$ $h = 0.75m$ $\rho_e = 0.25 \cdot 10^{-6} \Omega m$	$\rho = 1000 \Omega m$ $\epsilon_r = 4 F \cdot m^{-1}$
Test C	$i(t) = I_0(\exp(-pt) - \exp(-qt))$ $I_0 = 1.55227KA$ $p = 3640 s^{-1}$ $q = 652210 s^{-1}$	$l = 100m$ $a = 1.5mm$ $h = 0.6m$ $\rho_e = 0.25 \cdot 10^{-6} \Omega m$	$\rho = 20 \Omega m$ $\epsilon_r = 80 F \cdot m^{-1}$

Pour cette application nous proposons une confrontation de nos résultats à ceux publiés par Yaqing liu et Vu phan tu [34] et [38]. Les données du problème pour les trois tests (A, B et C) sont regroupées dans le tableau 4.1.

Trois types de tests sont proposés :

- injection d'une impulsion rapide de courant dans un sol relativement résistant (test A).
- injection d'une impulsion lente de courant dans un sol relativement résistant (test B).
- injection d'une impulsion lente de courant dans un sol faiblement résistant (test C).

IV.1.1 Test A (impulsion rapide)

a)- Tension transitoire

Dans ce test l'électrode est soumise à une impulsion de courant rapide du type bi-exponentiel $0.36/26.3\mu\text{s}$ présenté sur la figure 4.2.

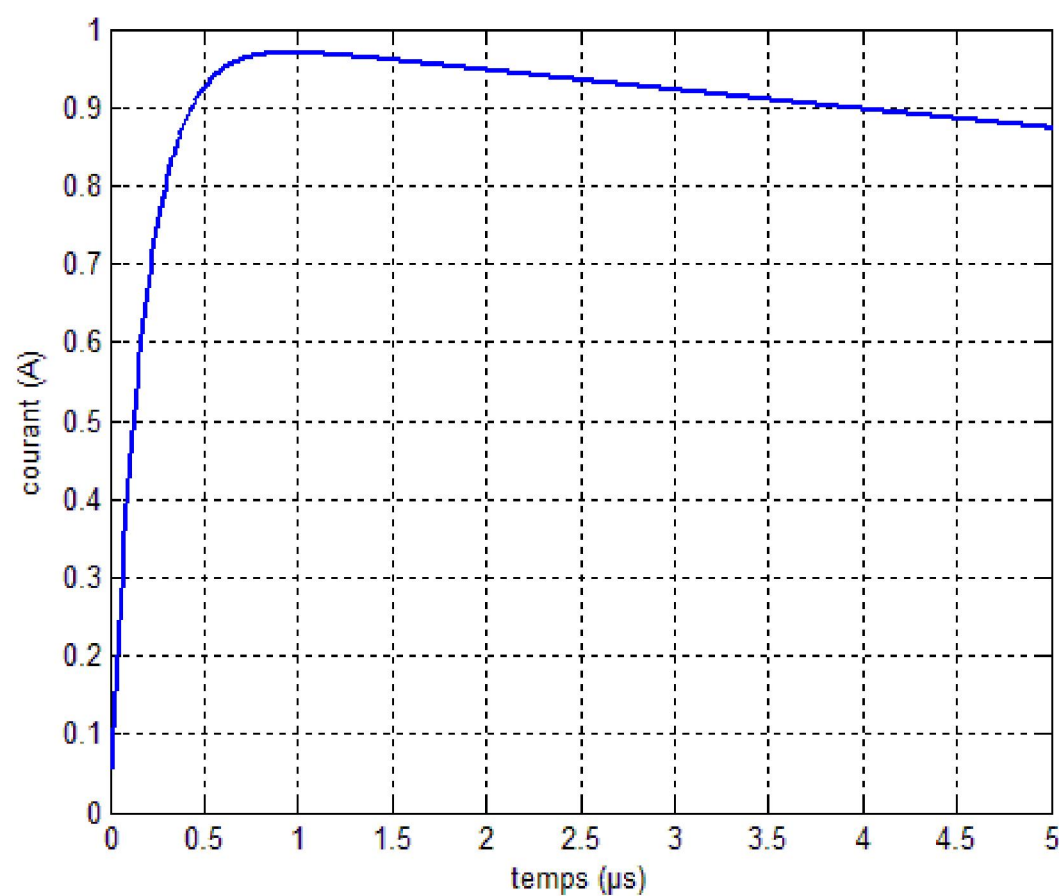


Figure 4.2 Onde de courant bi-exponentielle injecté $0.36/26.3\mu\text{s}$

Les figures 4.3a et 4.3c présentent nos résultats obtenus avec les formalismes d'ED sunde et yaqing liu et la figure 4.3b illustre les résultats publiés par yaqing liu.

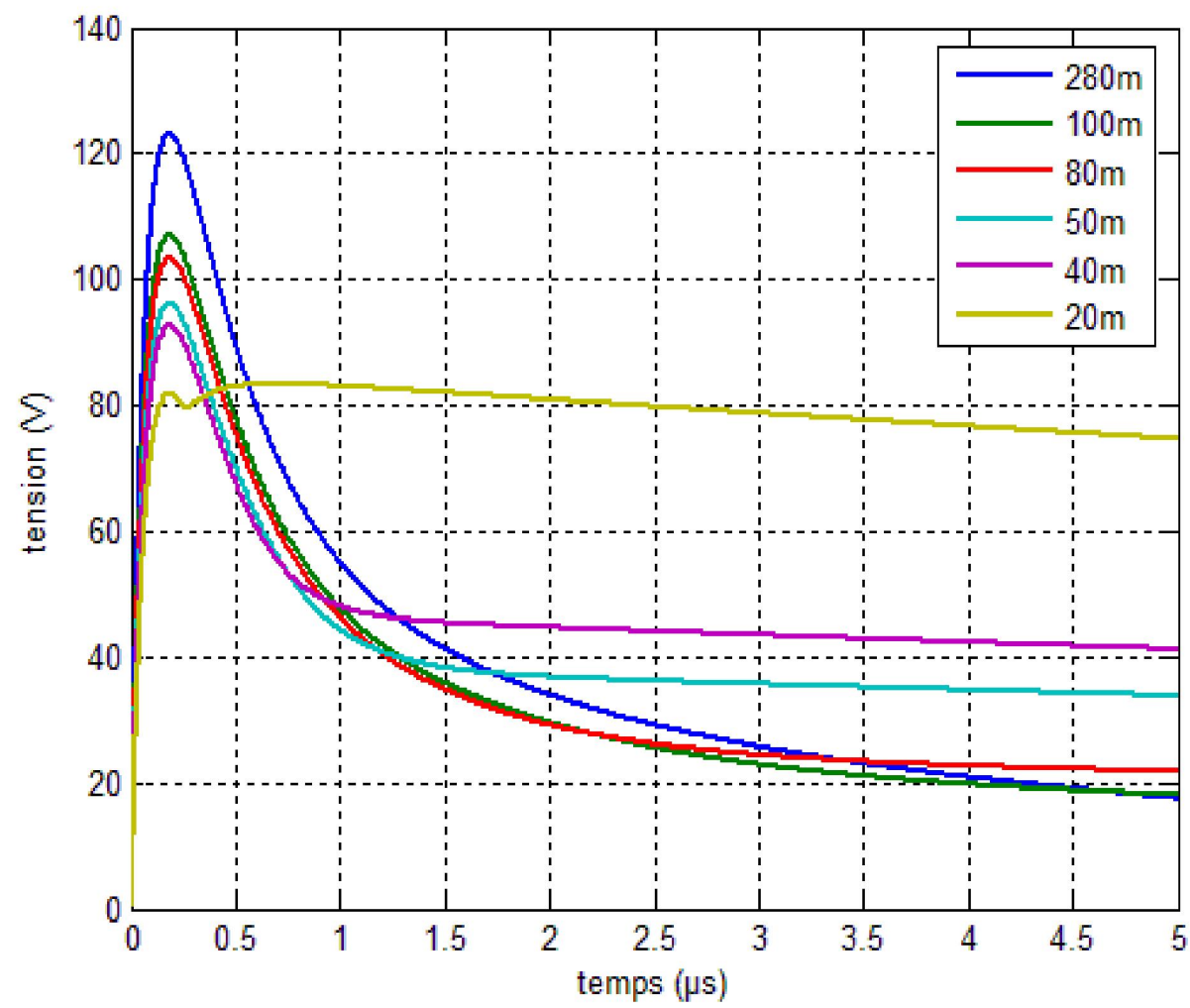


Figure 4.3.a Variation de la tension au point d'injection pour différents longueur de l'électrode

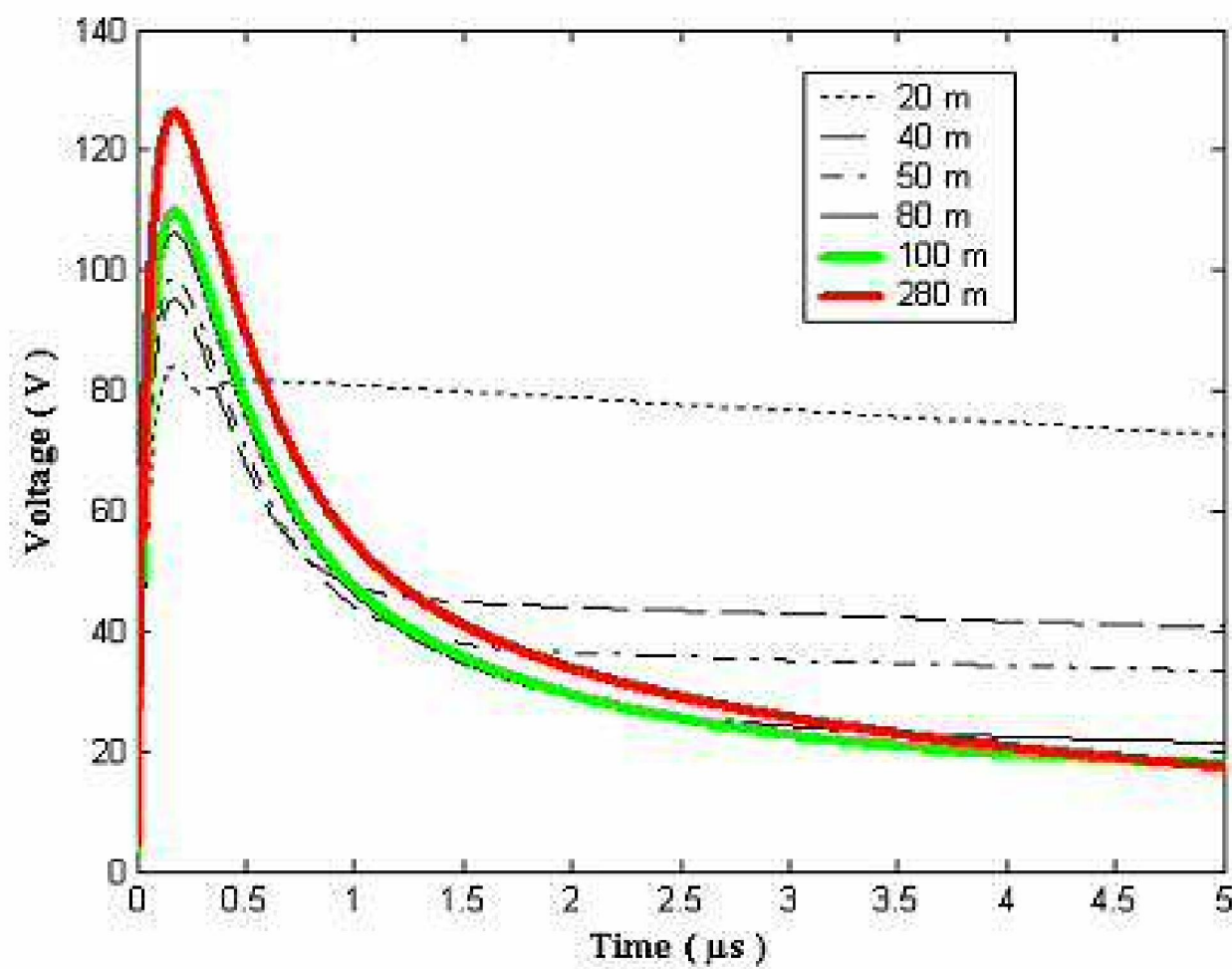


Figure 4.3.b Variation de la tension au point d'injection Pour différentes longueur de l'électrode [34]

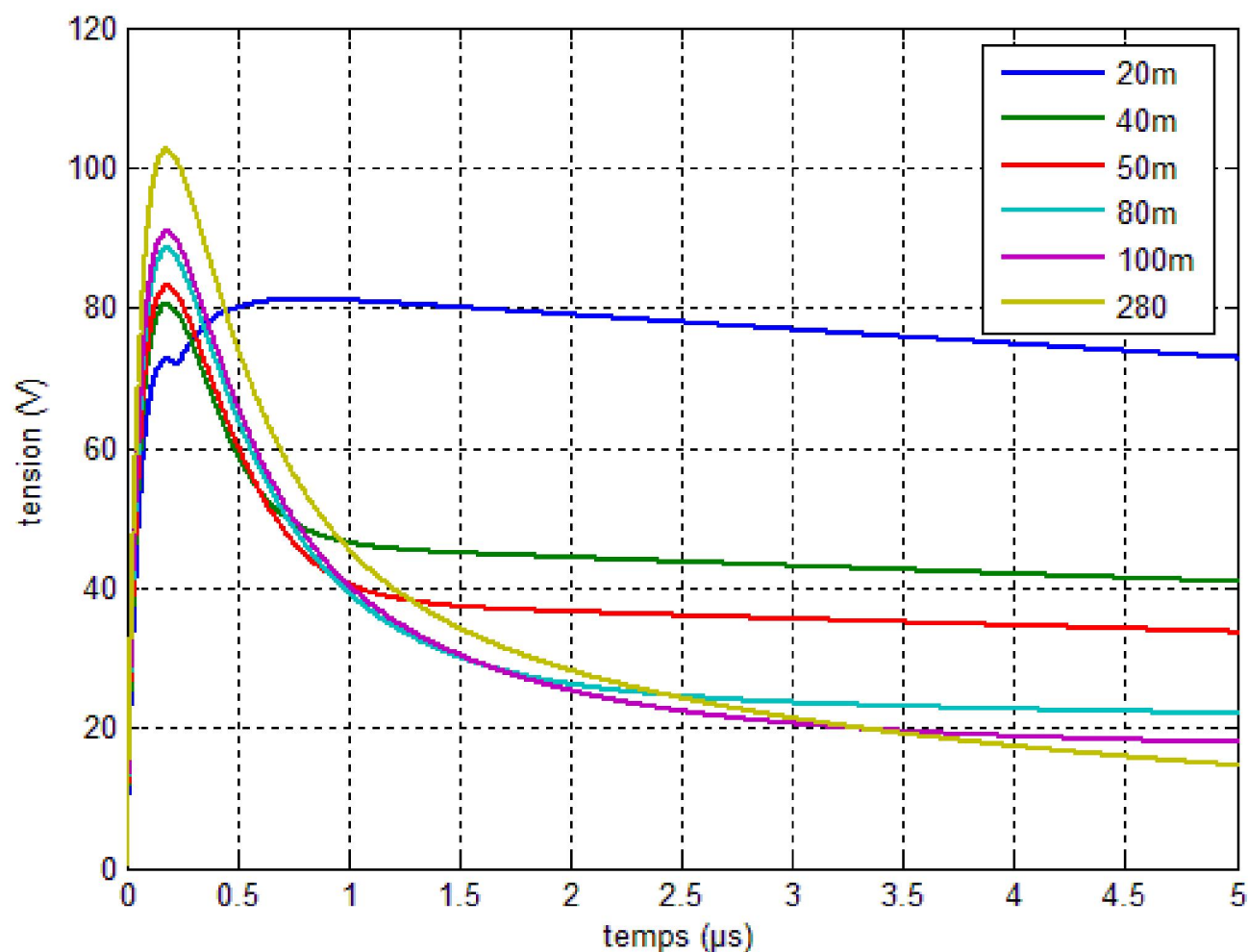


Figure 4.3c Variation de la tension au point d'injection
pour différentes longueur de l'électrode

D'après la confrontation de nos résultats présentés dans figure 4.3a avec ceux publiés par Yaqing Liu [34] voir figure 4.3b, nous observons une bonne concordance des résultats en allure et amplitude. Sachant que dans cette étape nous avons utilisé les expressions des paramètres linéiques et transversaux développées par ED SUNDE [02].

Pour les résultats obtenus dans la figure 4.3c, nous remarquons une diminution de l'amplitude de la tension de 16.24% au point d'injection suite à l'utilisation des expressions des paramètres linéiques longitudinaux et transversaux proposées par Yaqing Liu. Notons que le temps de montée n'a pas changé. Donc d'après ces constatations on peut dire qu'on ne peut pas donner un avis sur la précision des expressions, d'où la nécessité des mesures pour comparer convenablement les deux méthodes de calculs des paramètres.

Les figures 4.3d et 4.3e montrent nos résultats de calcul relatif aux impédances transitoires pour les formalismes d'ED Sunde et Yaqing Liu.

b)- Impédance transitoire

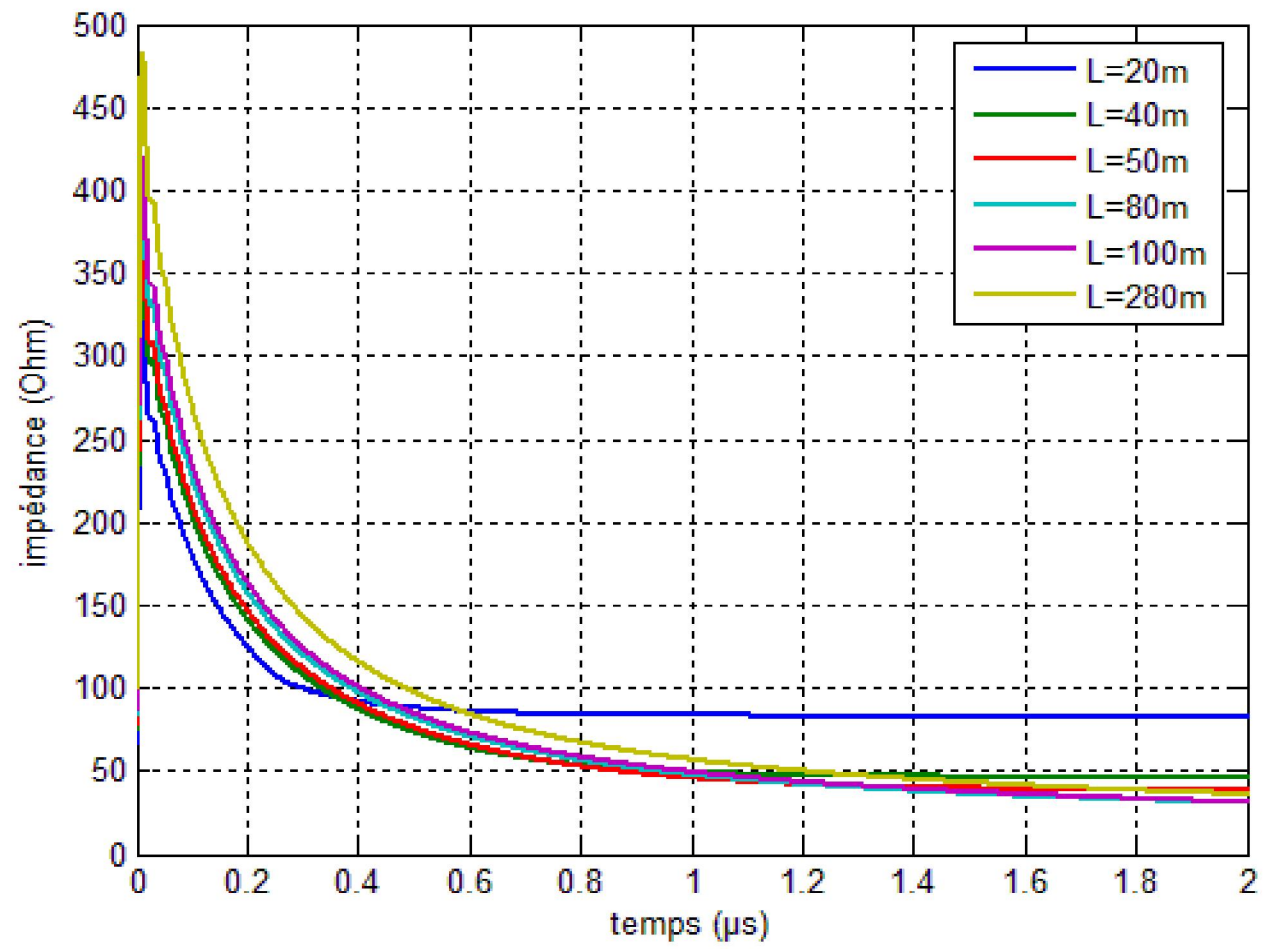


Figure 4.3d Impédance transitoire pour différentes longueur de l'électrode
(Formalisme d'ED sunde)

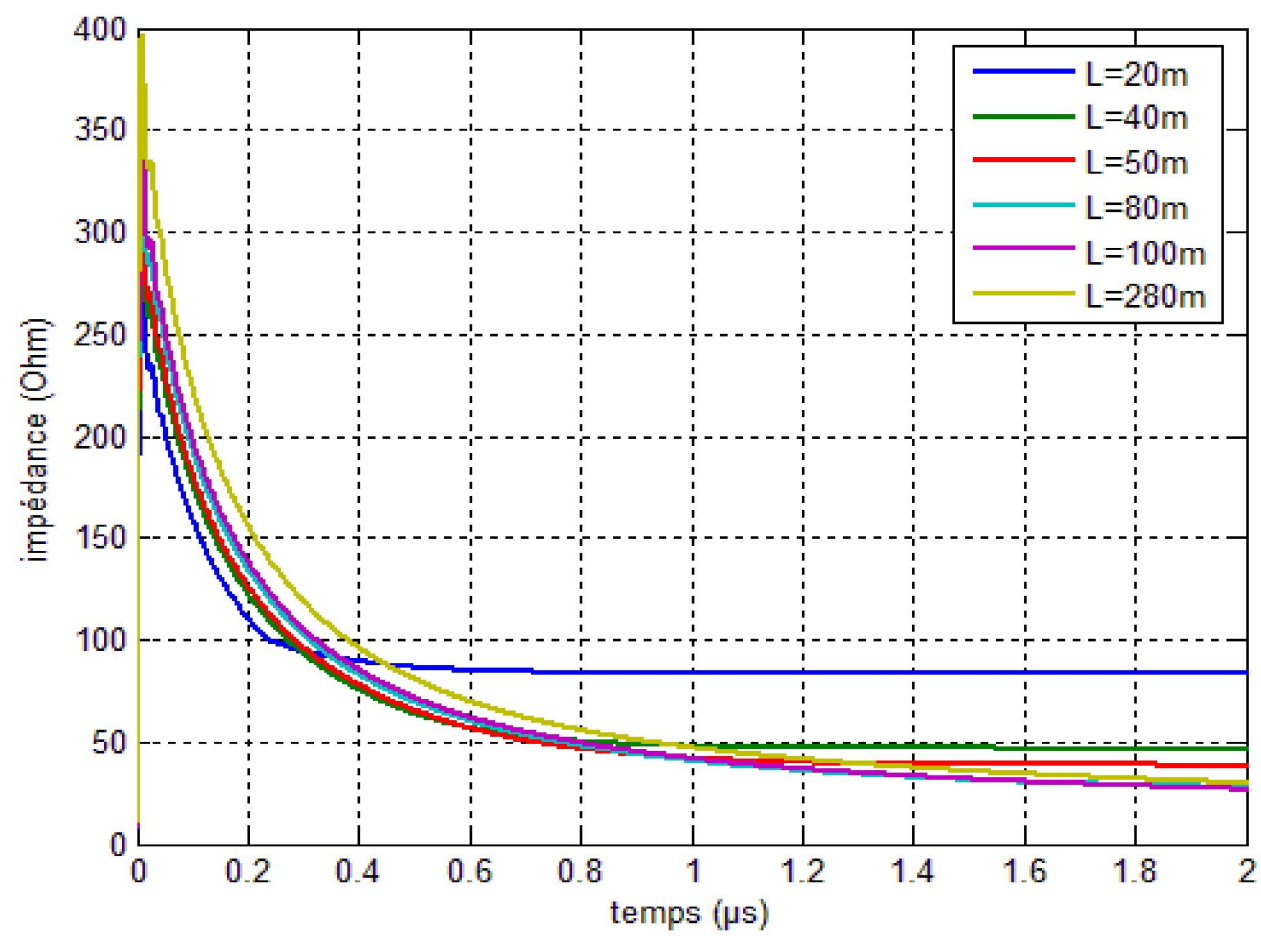


Figure 4.3e Impédance transitoire pour différentes longueur de l'électrode
(Formalisme Yaqing liu)

A fin d'approfondir notre vu sur le comportement transitoire d'une mise à la terre notamment électrode enterré horizontalement. On a jugé utile de tracer deux graphes qui représentent la variation des impédances en fonction du temps pour différentes longueurs de l'électrode figure 4.3d et 4.3e. D'après ces résultats, on voit qu'au début de l'impulsion l'impédance varie brusquement de R_{dc} (résistance statique) jusqu'au maximum en $0.01\mu s$ puis chute pour atteindre une valeur constante, cette valeur est la partie réelle de l'impédance (résistance statique), ce qui confirme la théorie des mises a la terre. Pour cela, on a porté les valeurs des impédances a la fin du transitoire dans un tableau pour les comparées avec les valeurs des résistances calculées analytiquement avec le formalisme de ED Sunde [02] et Yaqing Liu [34].

Tableau 4.2 Comparaison des valeurs des résistances (Analytique et simulé)

Formalisme d'ED Sunde						
	280m	100m	80m	50m	40m	20m
$R_{analytique}$ (Ohm)	8,964	21,824	26,392	39,235	47,269	83,506
$R_{simulé}$ (Ohm)	8,504	19,492	24,613	38,234	46,511	83,178
Erreur relative (%)	5,13	10,69	6,74	2,55	1,60	0,39

Tableau 4.3 Comparaison des valeurs des résistances (Analytique et simulé)

Formalisme de Yaqing liu						
	280m	100m	80m	50m	40m	20m
$R_{analytique}$ (Ohm)	8,964	21,824	26,392	39,235	47,269	83,506
$R_{simulé}$ (Ohm)	8,566	20,218	25,154	38,525	46,726	83,260
Erreur relative(%)	4,44	7,36	4,69	1,81	1,15	0,29

IV.1.2 Test B (impulsion lente)

a)- Tension transitoire

Dans ce teste l'électrode est alimentée par une impulsion de courant lente du type bi-exponentiel 10/100 μ s voir figure 4.4.

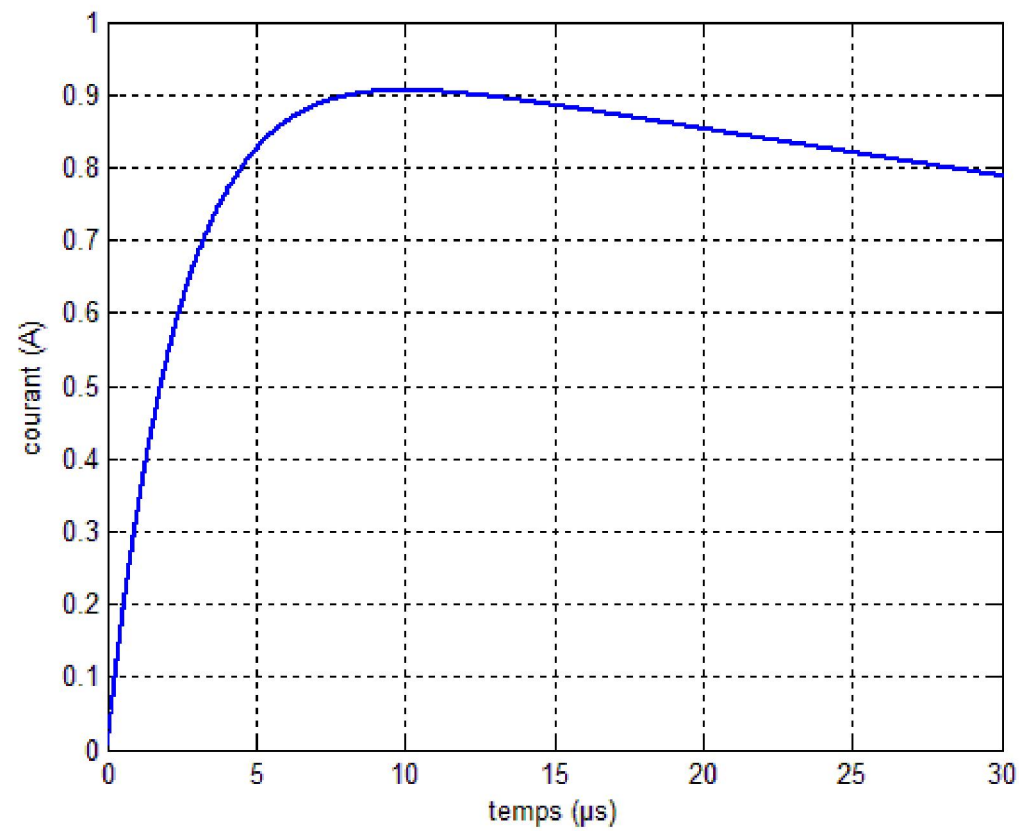


Figure4.4 Onde de courant bi-exponentielle injecté 10/100 μ s

Les figures 4.5a et 4.5d montre nos résultats de calcul de tension transitoire pour les formalismes d'ED sunde et Yaqing liu, et la figure 4.5b présente les résultats publier de yaqing liu

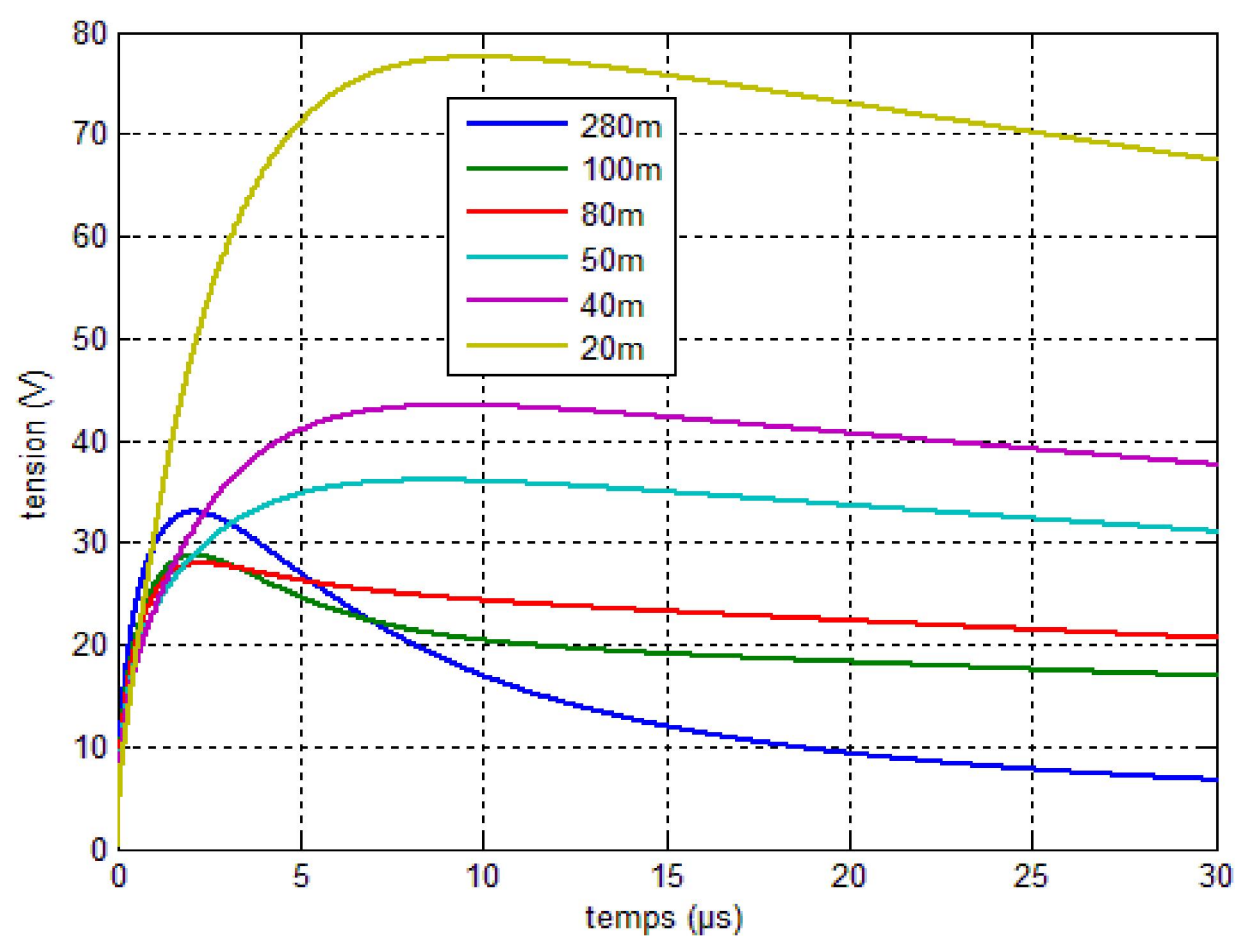


Figure 4.5a
Variation de la tension au point d'injection pour différents points de l'électrode

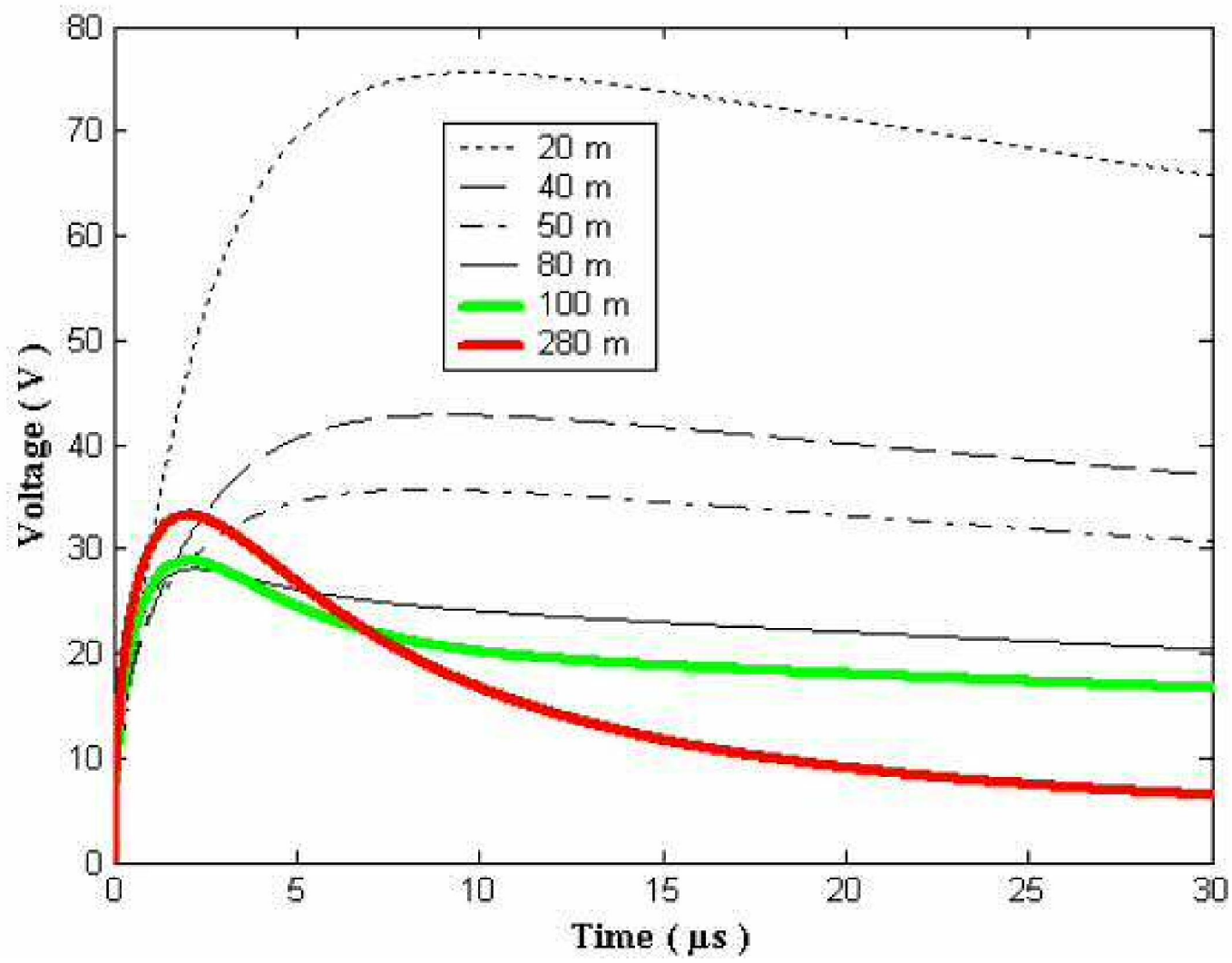


Figure 4.5b Variation de la tension au point d'injection pour différentes longueurs de l'électrode [34]

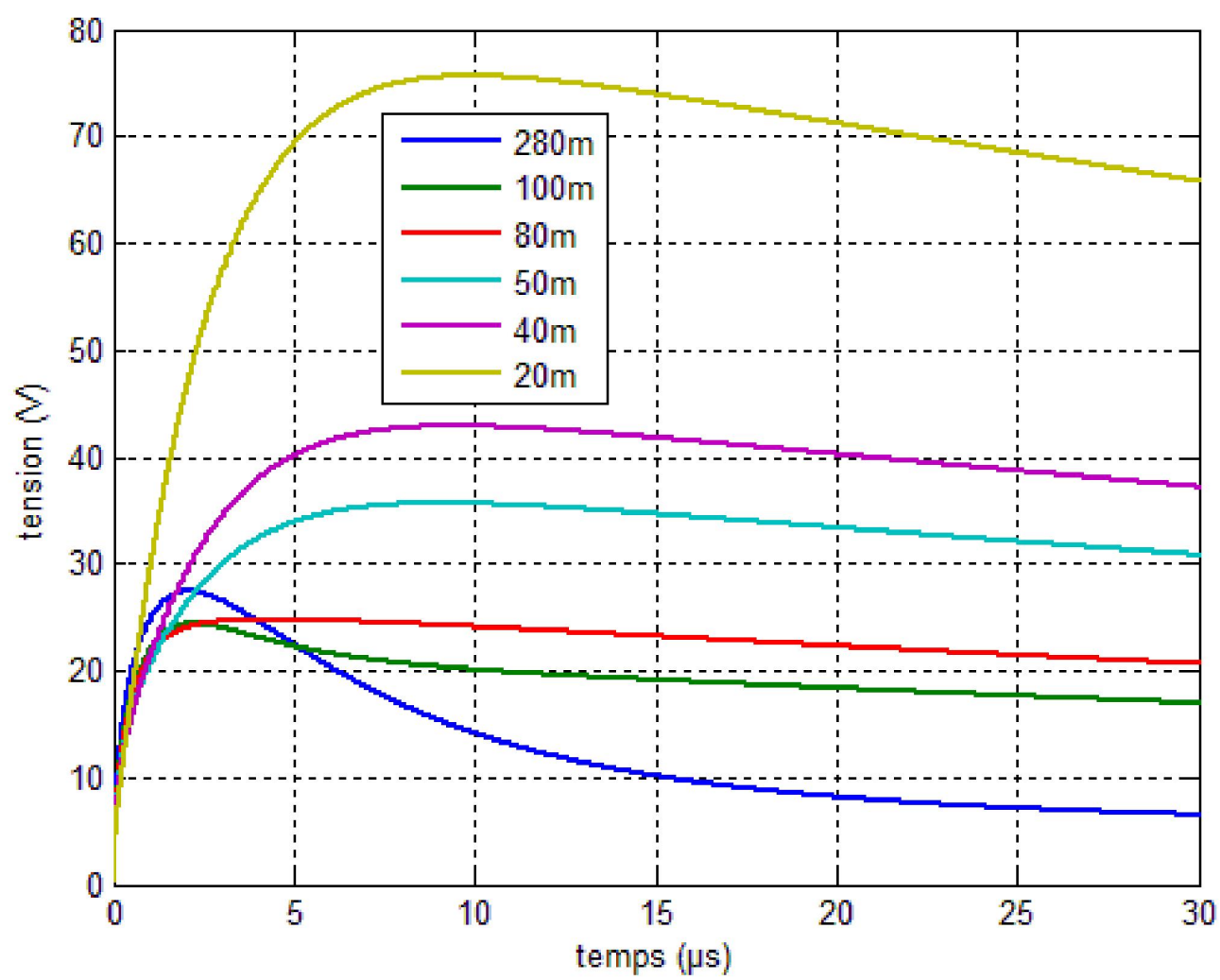


Figure 4.5d Variation de la tension au point d'injection pour différents points de l'électrode

b)- Impédance transitoire

Tableau 4.4 Comparaison des valeurs des résistances (Analytique et simulé)

Formalisme d'ED Sunde						
	280m	100m	80m	50m	40m	20m
Z_{max} (Ohm)	481.694	418.803	405.172	376.463	362.833	320.494
R analytique (Ohm)	8,964	21,824	26,392	39,235	47,269	83,506
R_{simulé} (Ohm)	8,8342	21,2686	25,969	38,998	47,0871	83,391
erreurs relative (%)	1,45	2,54	1,60	0,60	0,38	0,14

Tableau 4.5 Comparaison des valeurs des résistances (Analytique et simulé)

Formalisme de Yaqing liu						
	280m	100m	80m	50m	40m	20m
Z_{max} (Ohm)	406,426	360,510	350,506	329,357	319,275	287,754
R analytique (Ohm)	8,964	21,824	26,392	39,235	47,269	83,506
R simulé	8,832	21,475	26,124	39,082	47,150	83,415
erreurs relative (%)	1,47	1,60	1,01	0,39	0,25	0,11

Les remarques tirés de ce teste (B) figure 4.5a, 4.5c et 4.5b sont les même que ceux du teste (A). D'après la comparaison des valeurs des résistances analytique et simulé portées aux tableaux 4.4 et 4.5, on a constaté la précision du formalisme de Yaqing Liu par rapport a celui d'ED Sunde.

Pour les deux tests (A) et (B), les mêmes paramètres on été conservé sauf le courant injecté. Le premier courant passe de 0 à 0.97A en 0.8 μ s en provoquant une tension maximale de 126.38V. Le deuxième courant passe de 0 à 0.91 en 8 μ s en provoquant une tension maximale de 33.26V. D'après ces constatations, on distingue que l'augmentation de la variation du courant par rapport au temps di/dt donne des surtensions en raison de l'existence des inductances propre de l'électrode d'où $U=L di/dt$.

IV.2 Electrode enterré verticalement

Il s'agit d'une électrode rectiligne de rayon a et de longueur l , enfouie verticalement dans un sol de résistivité ρ , linéaire, homogène et isotrope voir figure 4.6, et alimentée par un générateur 'd'onde de foudre'.

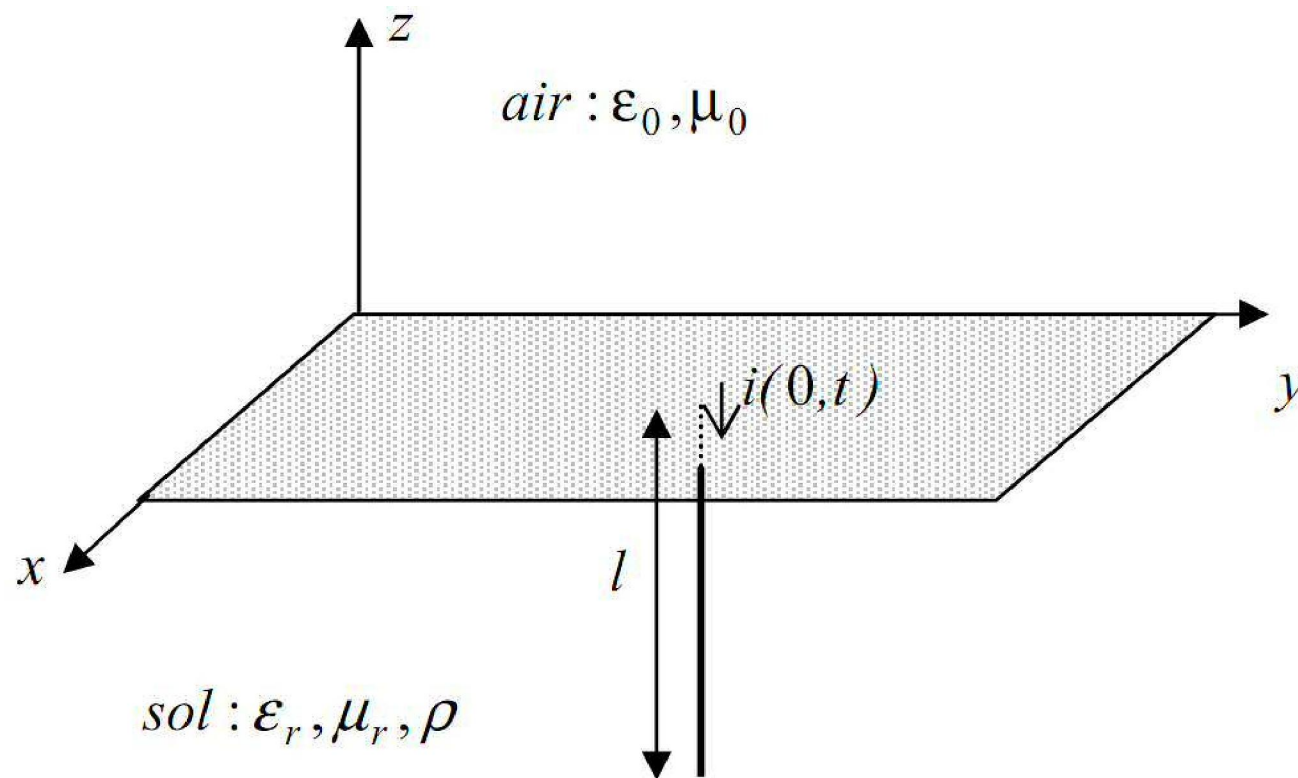


Figure 4.6 Electrode enterré verticalement

Pour cette application, nous reprenons les mêmes générateurs d'onde de foudre pour les différents tests (A) et (B). Les résultats de calcul obtenus pour une électrode verticale sont présentés sur les figures 4.7a et 4.7c, lorsque les paramètres linéiques des électrodes de terre sont calculés à l'aide des expressions proposées par E.D.Sunde [02], et les figures 4.7b et 4.7d lorsque les paramètres linéiques sont calculés à l'aide des expressions d'Y.Liu [34].

IV.2 .1 Teste A (impulsion rapide)

a)-Tension transitoire

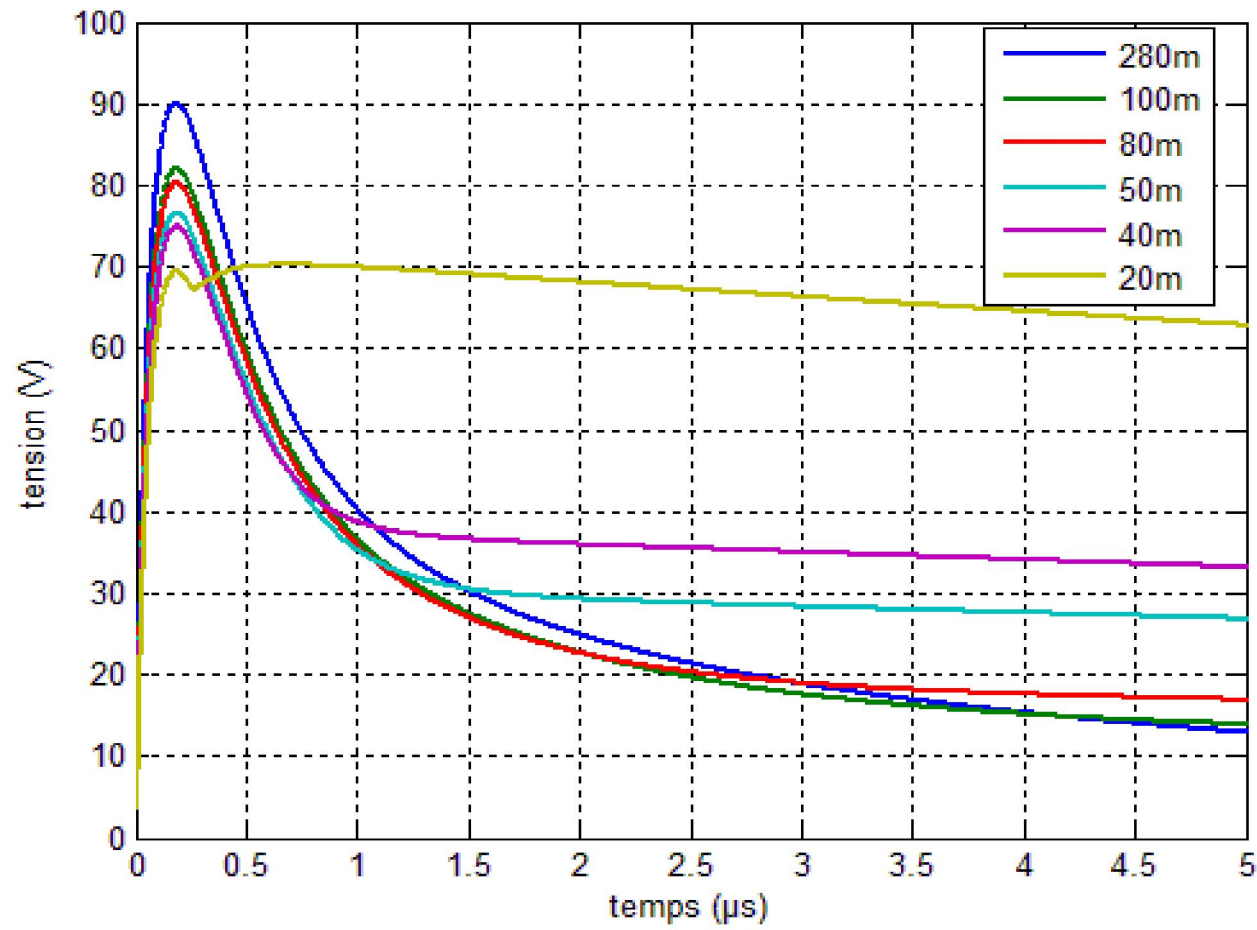


Figure 4.7a Variation de la tension au point d'injection pour différentes longueur de l'électrode

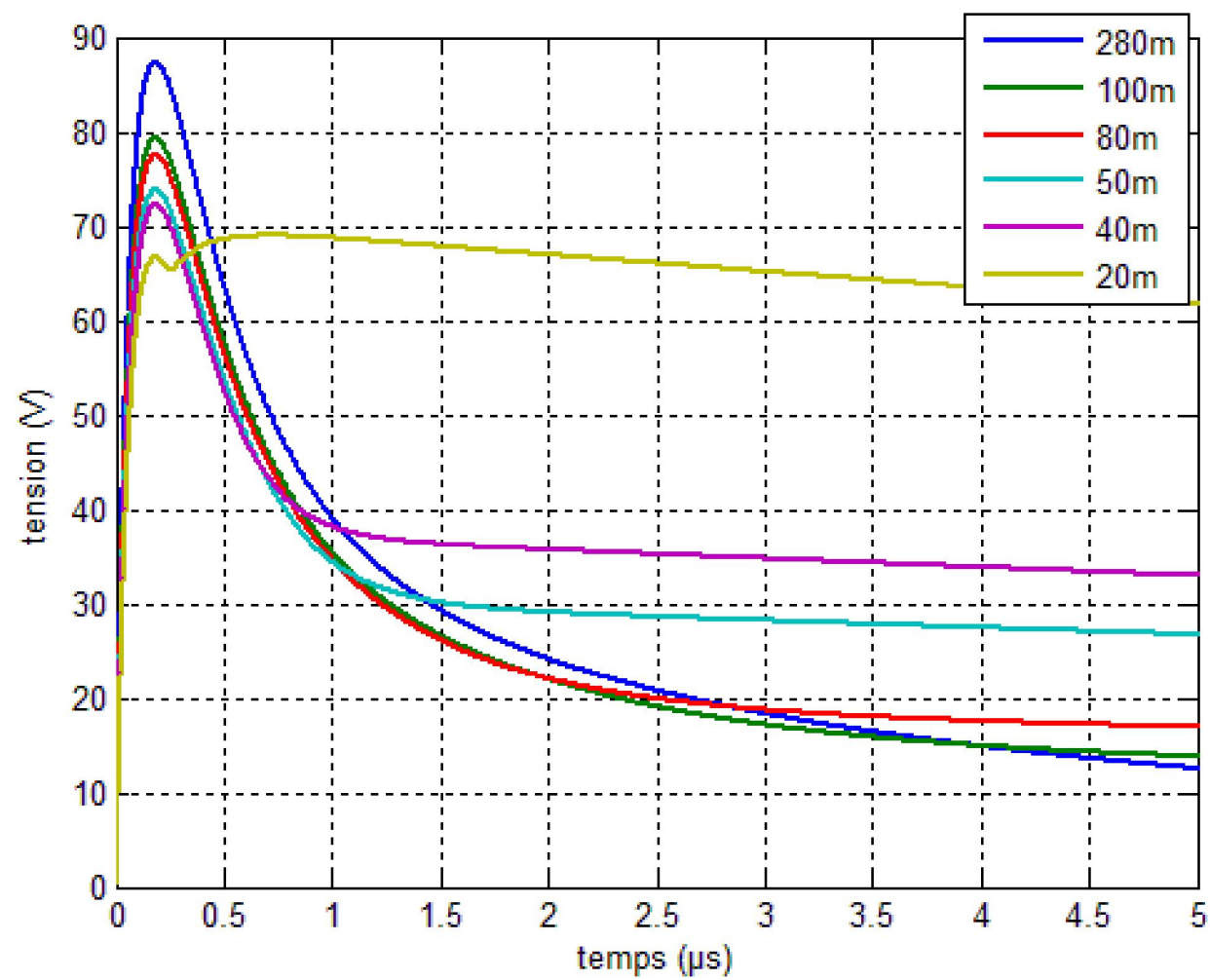


Figure 4.7b Variation de la tension au point d'injection pour différentes longueurs de l'électrode

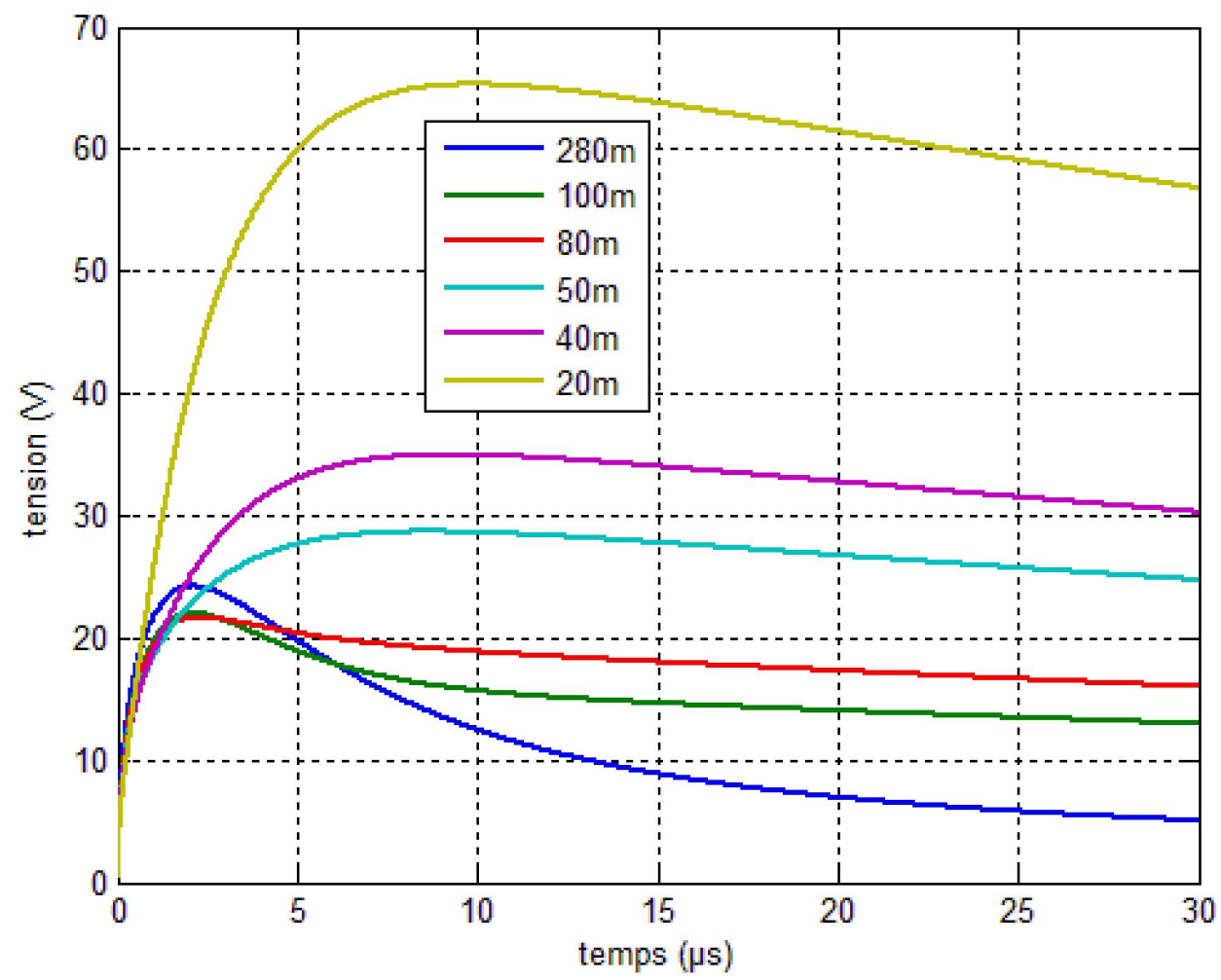


Figure 4.7c Variation de la tension au point d'injection pour différentes longueur de l'électrode

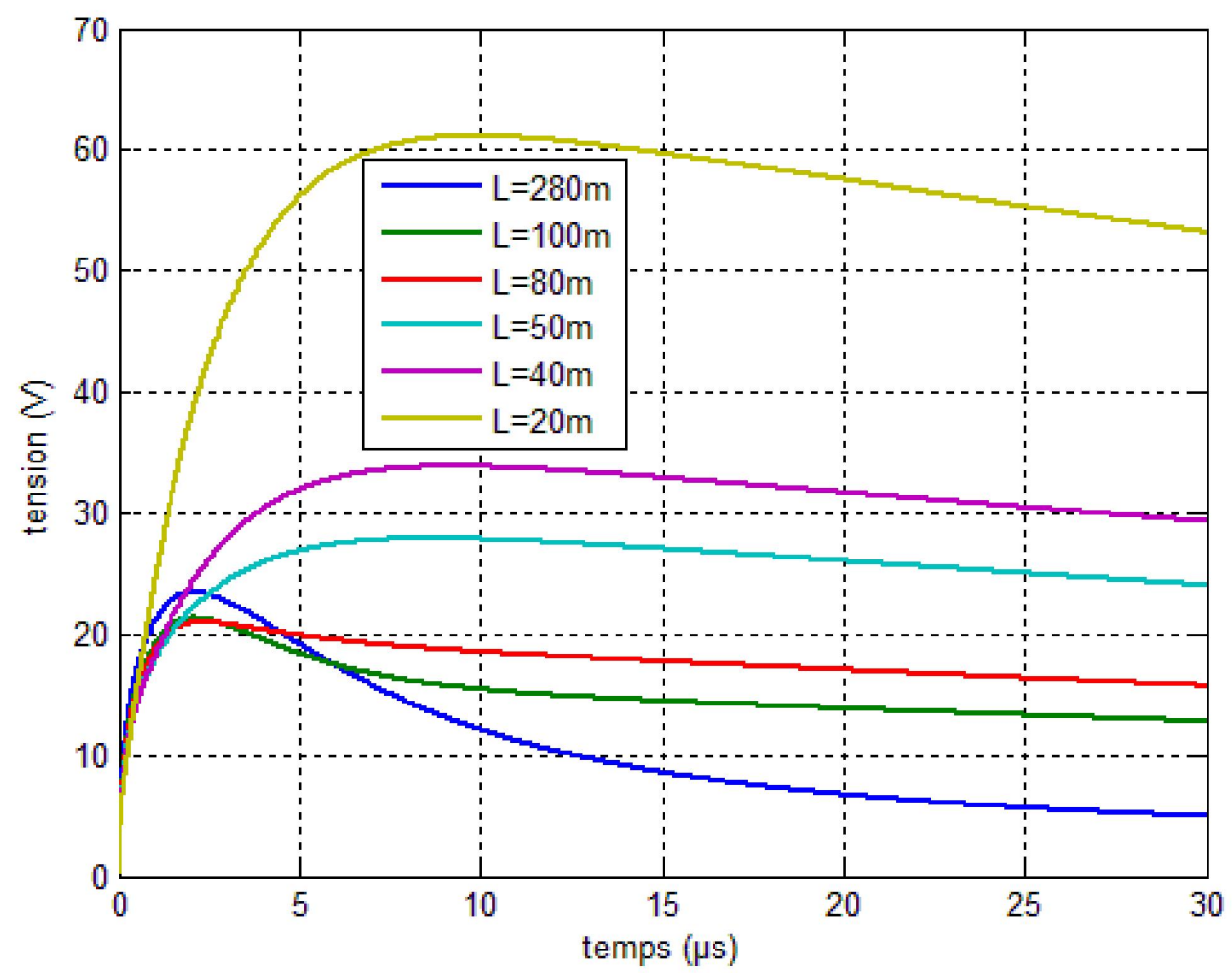


Figure 4.7d Variation de la tension au point d'injection pour différentes longueur de l'électrode

b)- Impédance transitoire

Les figures 4.8a et 4.8b présentent l'impédance transitoire calculée avec les expressions d'ED sunde et Yaquing liu.

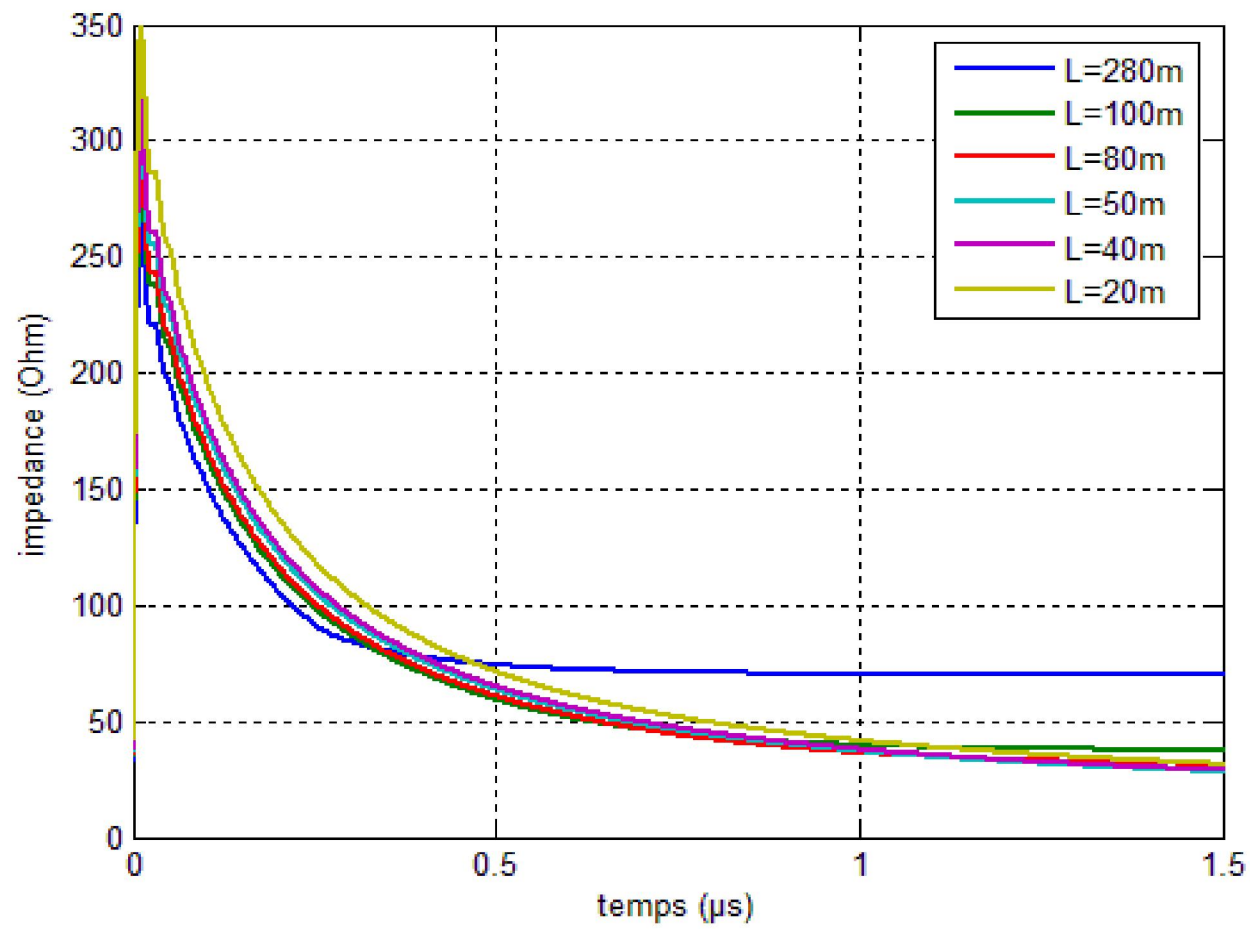


Figure 4.8a Impédance transitoire

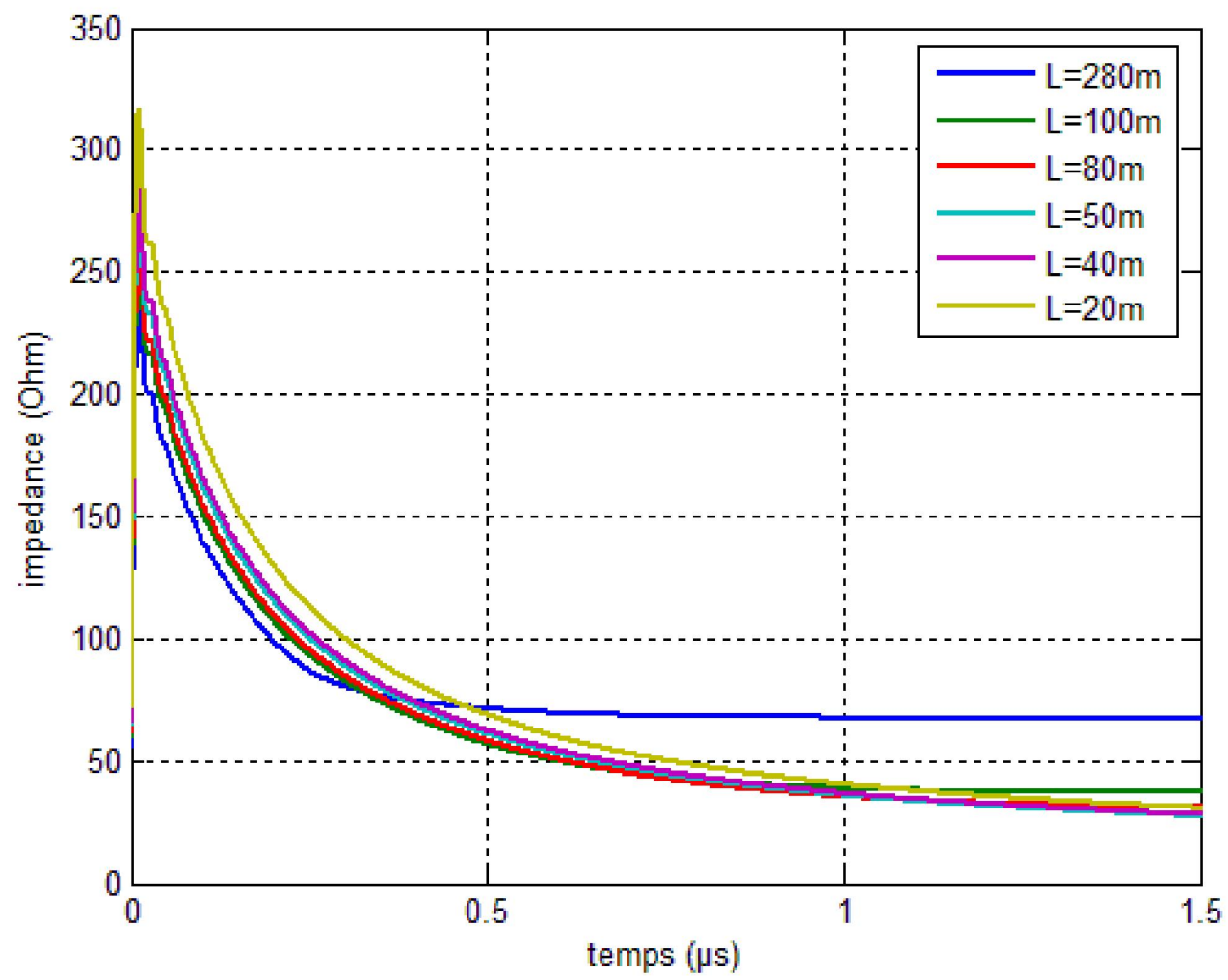


Figure 4.8b Impédance transitoire

Les figures 4.7 et 4.8 obtenues dans cette partie donnent la variation de la tension au point d'injection ainsi que l'impédance transitoire pour les différentes longueurs de l'électrode, ces figures sont identiques en allure à ceux obtenus pour une électrode horizontale, mais avec des amplitudes différentes, ce qui est confirmé par la théorie. Nous retrouvons les mêmes remarques, relatives aux expressions de calcul des paramètres linéiques, que pour le cas d'une électrode horizontale.

IV.2.2 Test C (impulsion lente)

A fin de juger l'exactitude de notre code de calcul, on a proposé une comparaison de nos résultats présenté sur la figure 4.10a, à savoir la répartition des tensions le long d'une électrode enterré horizontalement avec ceux obtenus par Vu phan tu [38] en utilisant le logiciel ATP/EMTP illustré sur la figure 4.10b. Dans ce test une électrode enterrée horizontalement est soumise à une impulsion de courant de foudre bi-exponentielle 3.6/190 μ s voir figure 4.9.

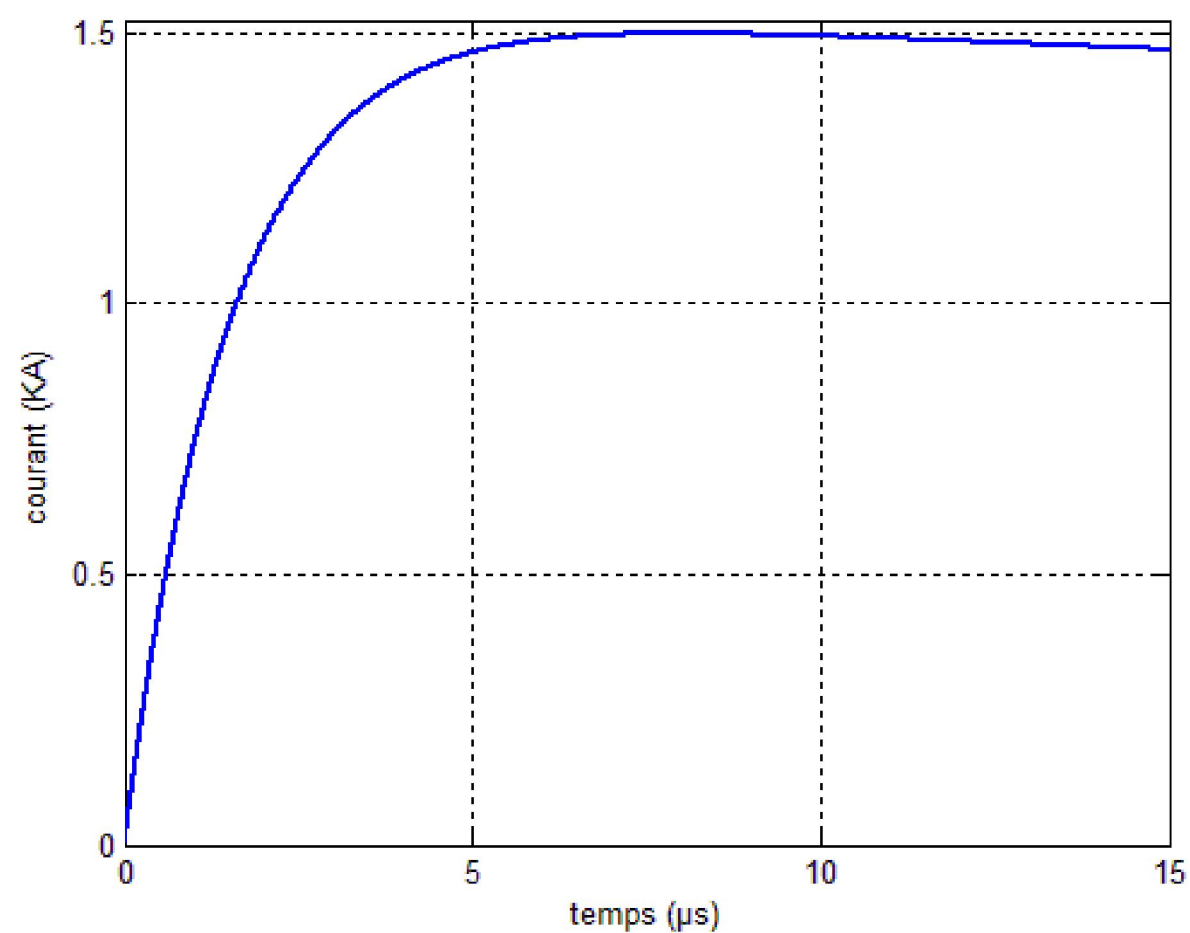


Figure 4.9 Courant de foudre bi-exponentiel injecté 3.6/190 μ s

a)-Répartition des tensions

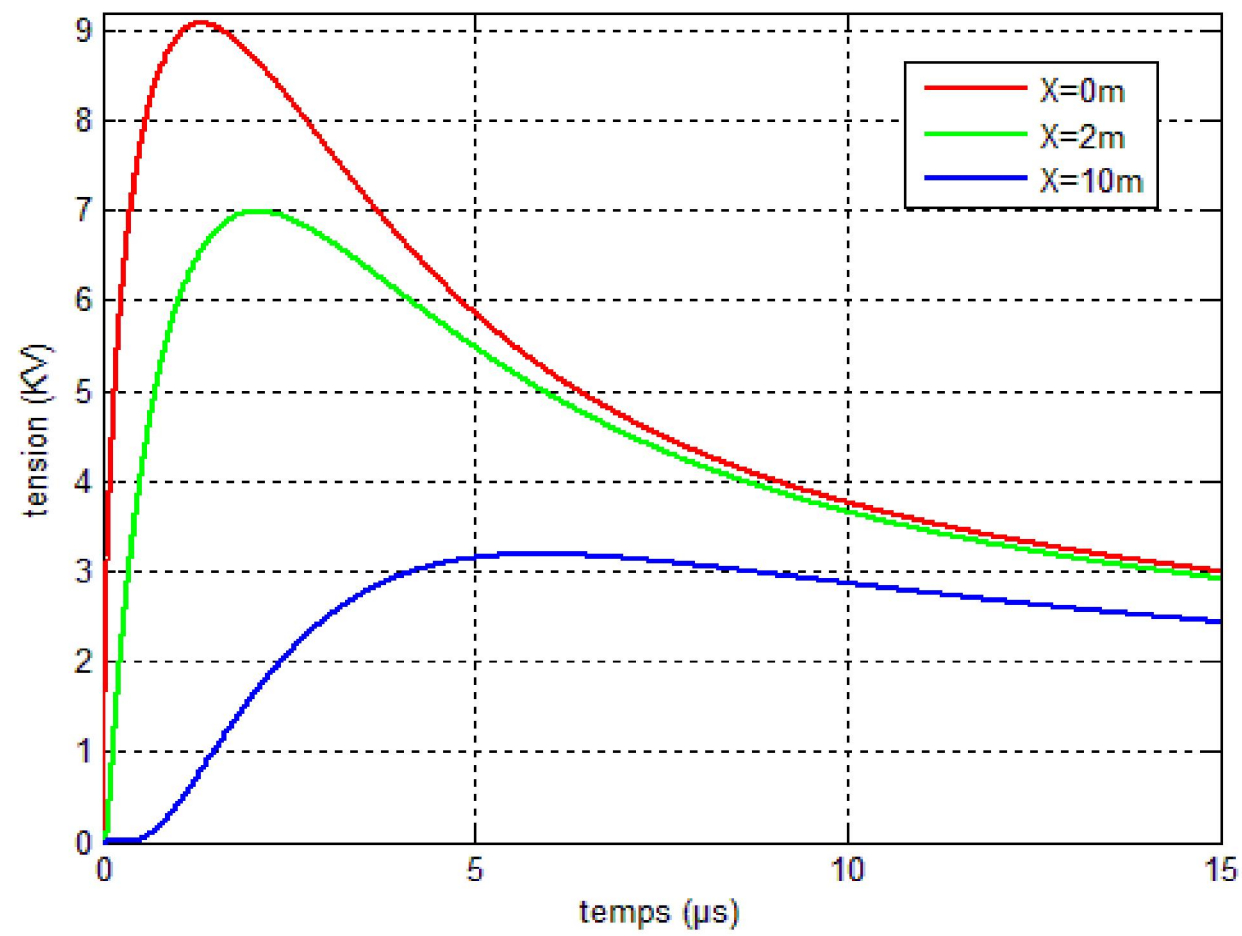


Figure 4.10a Répartition des tensions le long de l'électrode

($l=100\text{m}$, $a=1.5\text{mm}$, $h=0.6\text{m}$, $\rho=20\Omega.\text{m}$, $\epsilon_r=80\text{F}.\text{m}^{-1}$, $I_0=1.55227\text{ KA}$)

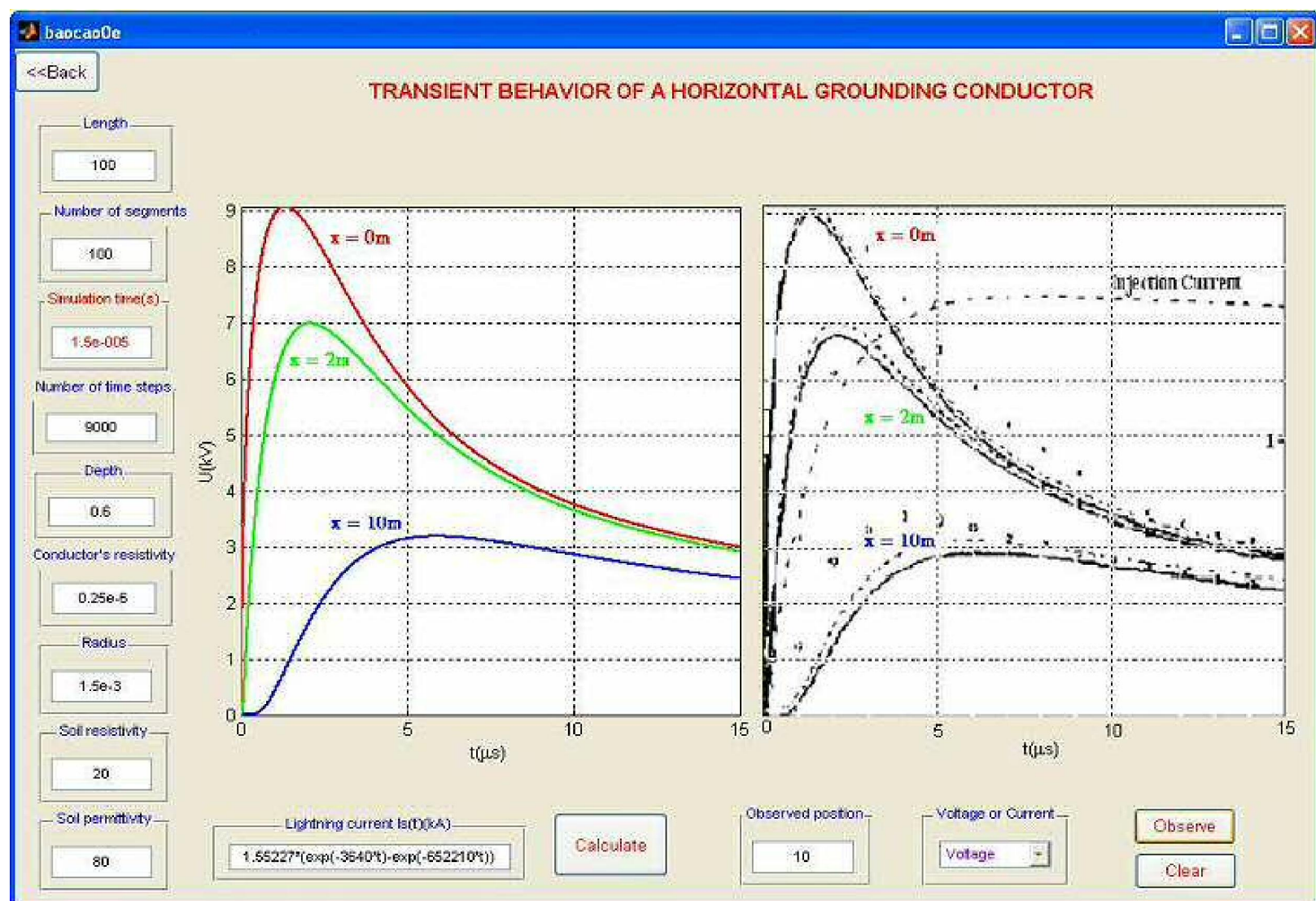


Figure 4.10b Répartitions des tensions le long d'une électrode

obtenu par Vu phan tu [38] en utilisant le logiciel ATP/EMTP

D'après les résultats illustrés sur les figures 4.10a et 4.10b, on peut dire que l'allure et l'amplitude des tensions sont identiques ce qui confirme l'exactitude de nos résultats.

IV.3 Influence des paramètres d'une mise à la terre

A fin de mieux exploiter notre code de calcul, nous avons jugé utile de procéder à une étude où nous faisons varier les paramètres d'une mise à la terre à savoir : La résistivité du sol, la permittivité relative du milieu, la profondeur et le diamètre de l'électrode. En reprenant le même générateur du test A.

a)- Effet de la résistivité du sol sur la tension au point d'injection

A fin d'observer l'impact de la résistivité du sol sur les mises à la terre, on a présenté sur les figures 4.11 et 4.12 la variation du pic de la tension et l'impédance, en fonction de la résistivité du sol.

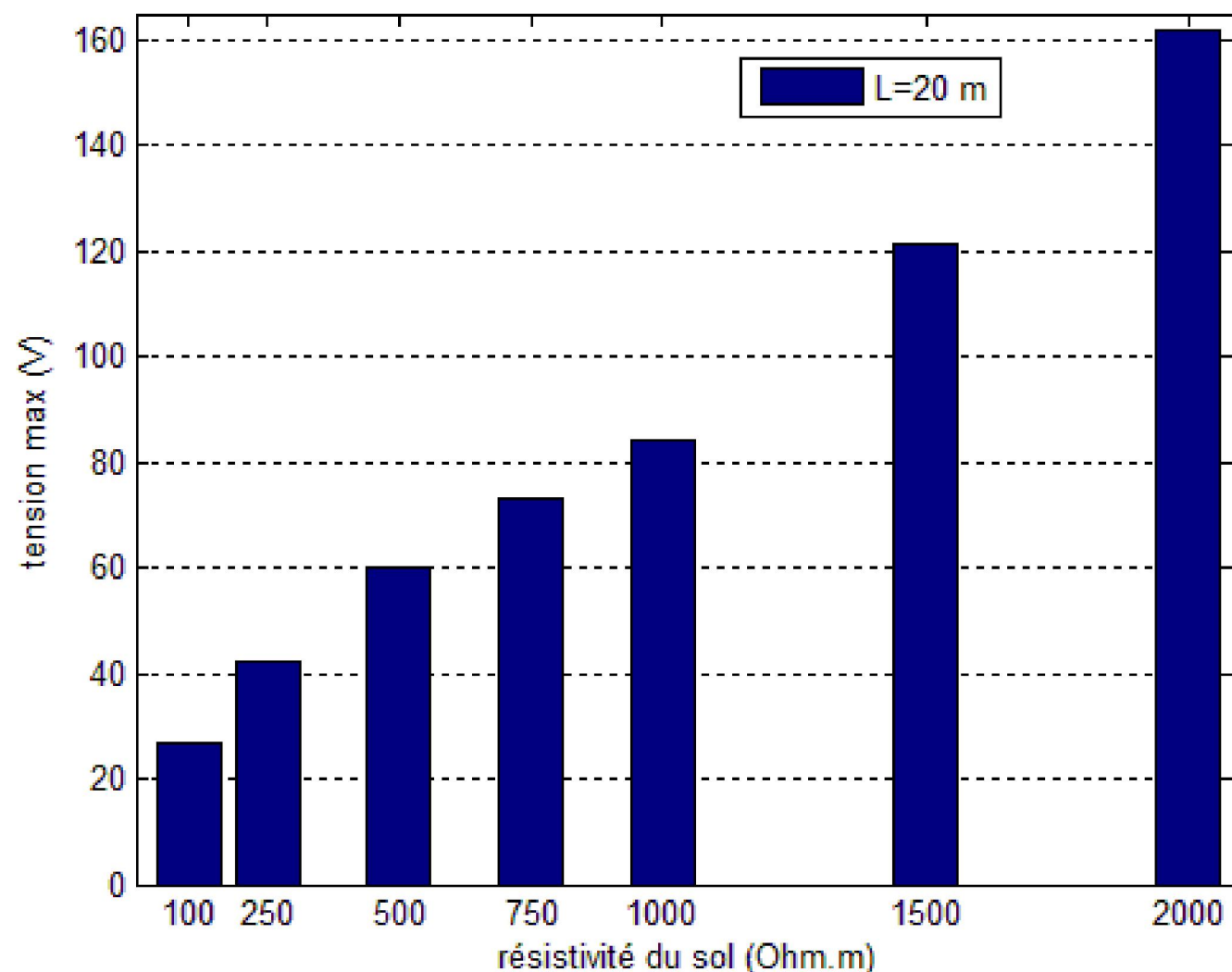


Figure 4.11 Tension maximale au point d'injection en fonction de la résistivité du sol

b)- Effet de la résistivité du sol sur l'impédance transitoire

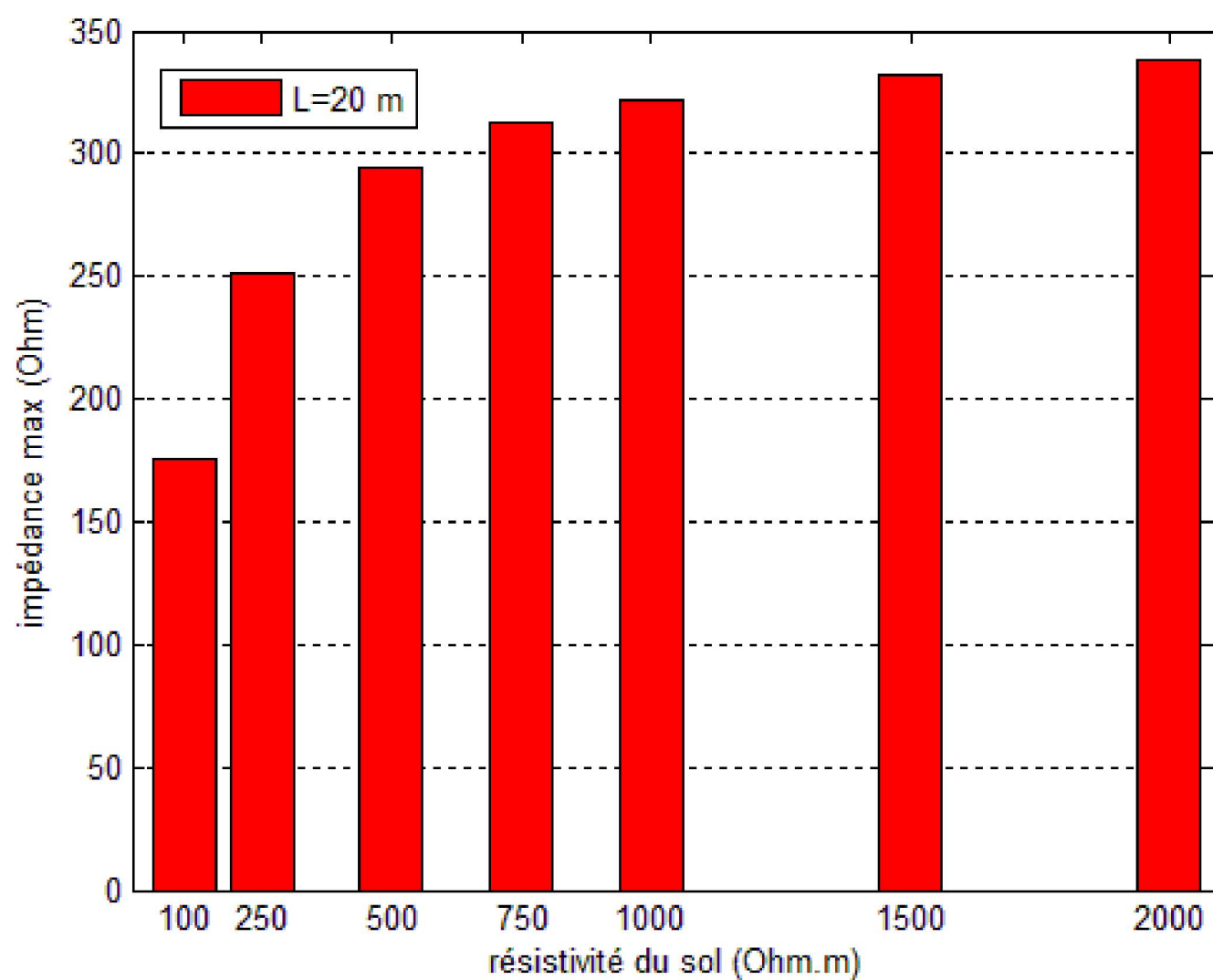


Figure 4.12 Impédance maximale en fonction de la résistivité du sol

Tableau 4.6 Comparaison des valeurs des résistances (simulé et analytique)

Résistivité du sol ($\Omega.m$)	100	250	500	750	1000	1500	2000
$R_{\text{analytique}} (\Omega)$	8,350	20,876	41,753	62,629	83,506	125,259	167,01
$R_{\text{simulé}} (\Omega)$	7,987	20,512	41,392	62,280	83,178	125,003	166,868
Erreurs relative (%)	4,35	1,75	0,87	0,56	0,39	0,20	0,09

Les figure 4.11 et 4.12 présentent clairement l'impact de la résistivité du sol sur la tension et l'impédance, et prouve que les forte valeurs de la résistivité du sol peuvent affecter la qualité des mise à la terre en engendrant des tensions très élevés. Concernant la résistance statique on voie bien que l'erreur entre la résistance simulé et analytique ne dépasse pas 4.35% (tableau 4.6).

c)-Effet de la permittivité relative du sol sur la tension au point d'injection

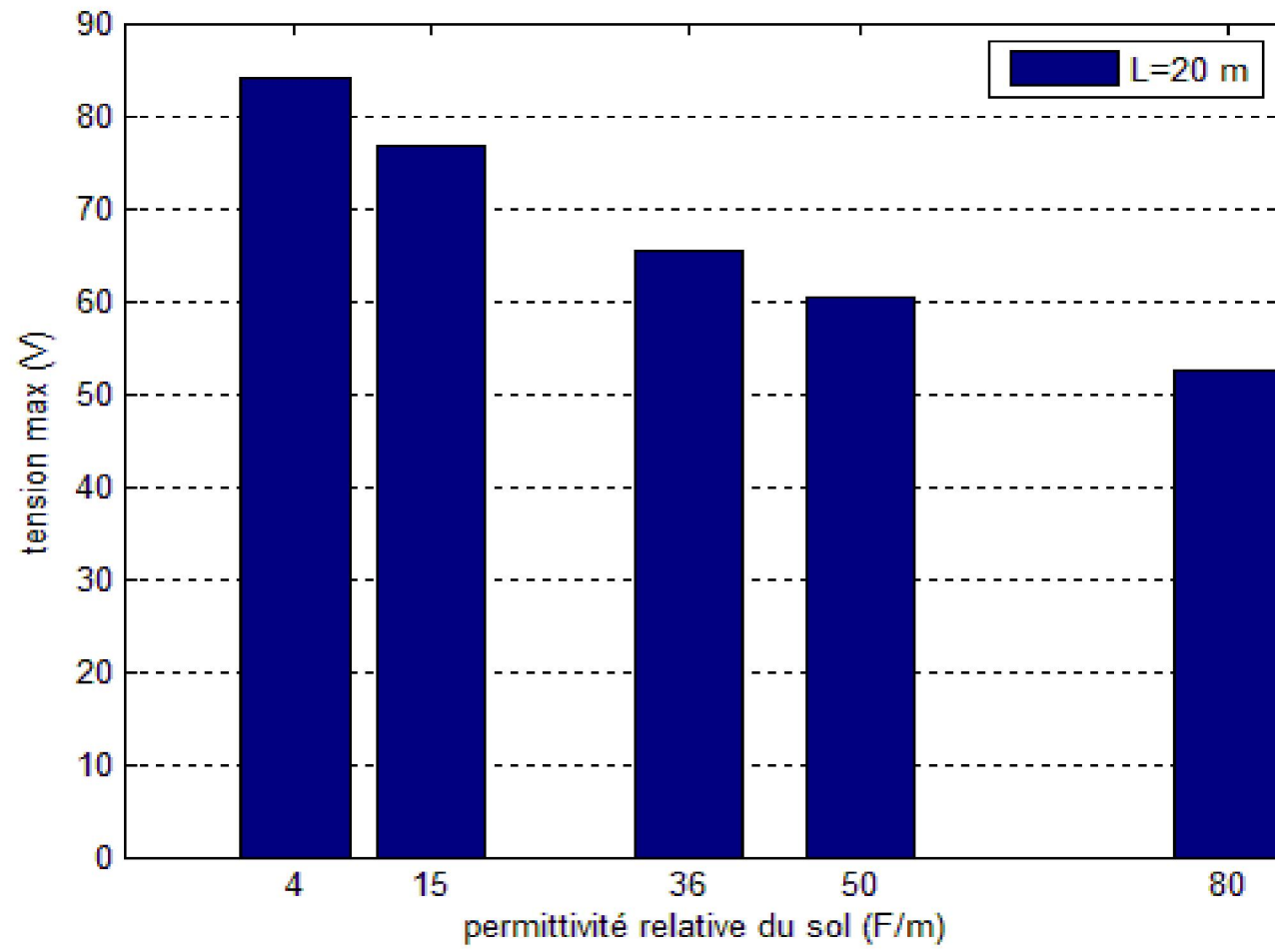


Figure 4.13 Tension maximale au point d'injection en fonction de la permittivité relative du sol

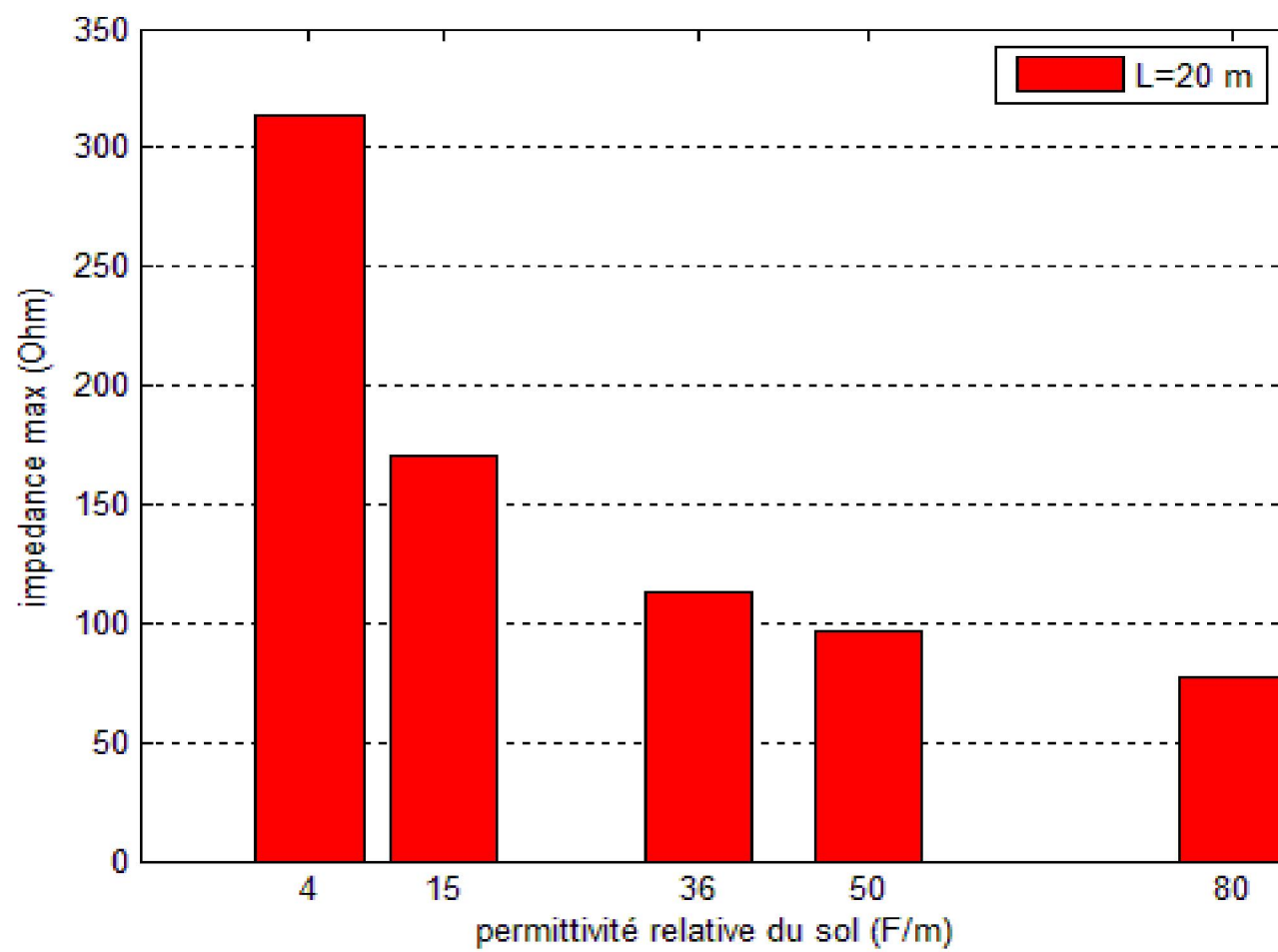


Figure 4.14 Impédance maximale en fonction de la permittivité relative du sol

Tableau 4.7 Chute de tension pour différentes valeurs de la permittivité relative du sol

ϵ_r (F/m)	4	15	36	50	80
Tension max (V)	84,09	76,7	65,5	60,31	52,52
Chute de tension max relative (%)	0	8,78	22,10	28,27	37,54

On constate d'après les résultats des figures 4.13 et 4.14 ainsi que les résultats du tableau 4.7 que la tension est inversement proportionnelle à la permittivité du sol. Plus ϵ_r est grande, plus la tension au point d'injection est petite, avec une chute de tension maximale de 37.54%. Cette chute de tension est due au changement de la valeur de la capacité transversale de l'électrode avec le changement de la permittivité relative du sol, c'est-à-dire quand on augmente ϵ_r la capacité augmente en provoquant un grand écoulement de courant au début de la transitoire ce qui induit une tension faible.

d)-Effet de la section du conducteur

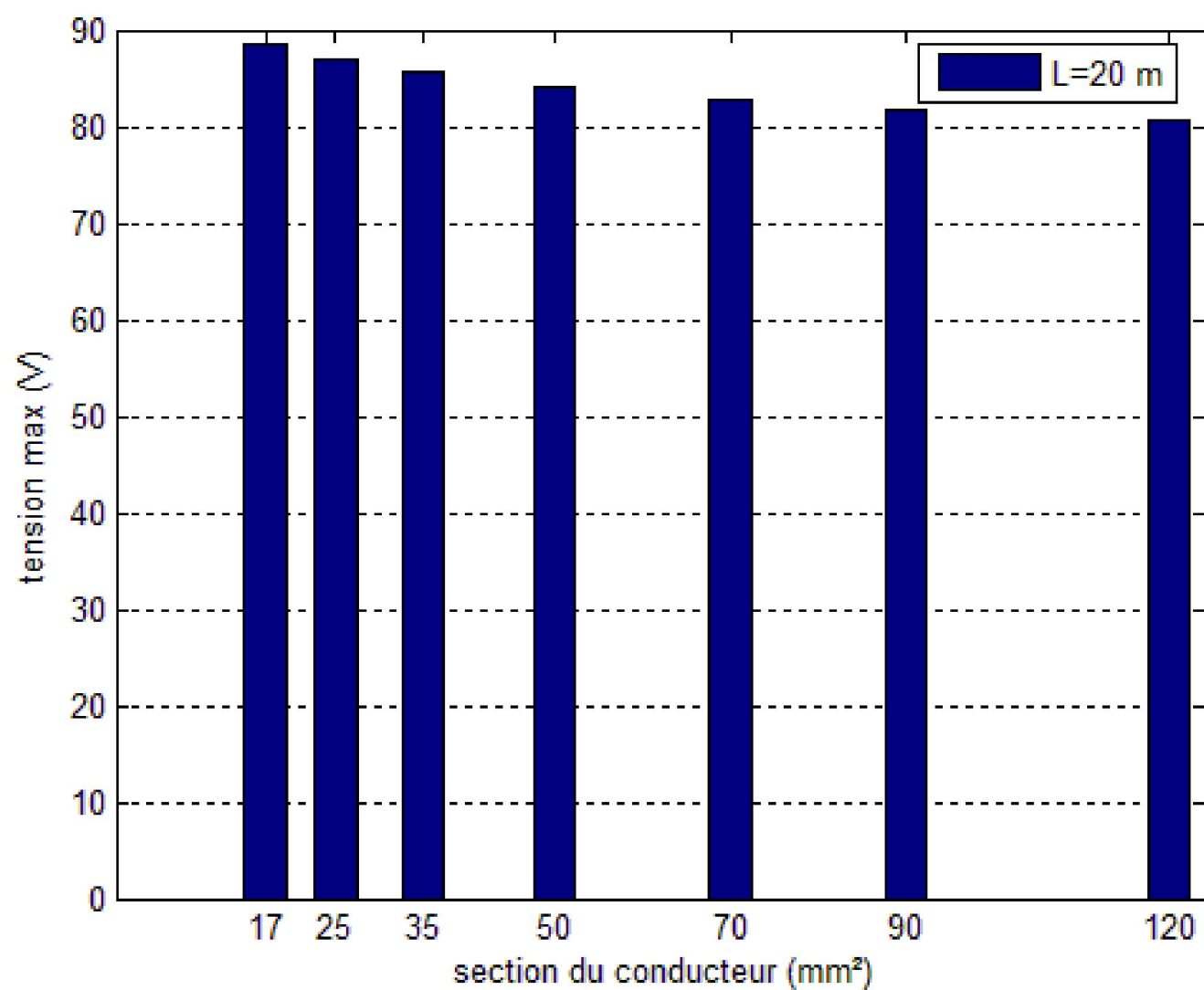


Figure 4.15 Tension maximale au point d'injection en fonction de la section du conducteur

D'après la figure 4.15 la section du conducteur n'a pas un effet significatif sur la tension c'est pour cette raison que lors du dimensionnement de la mise a la terre on ne joue pas sur la section en raison de l'effet négligeable sur la tension et le cout élevé du cuivre.

e)-Effet de la profondeur

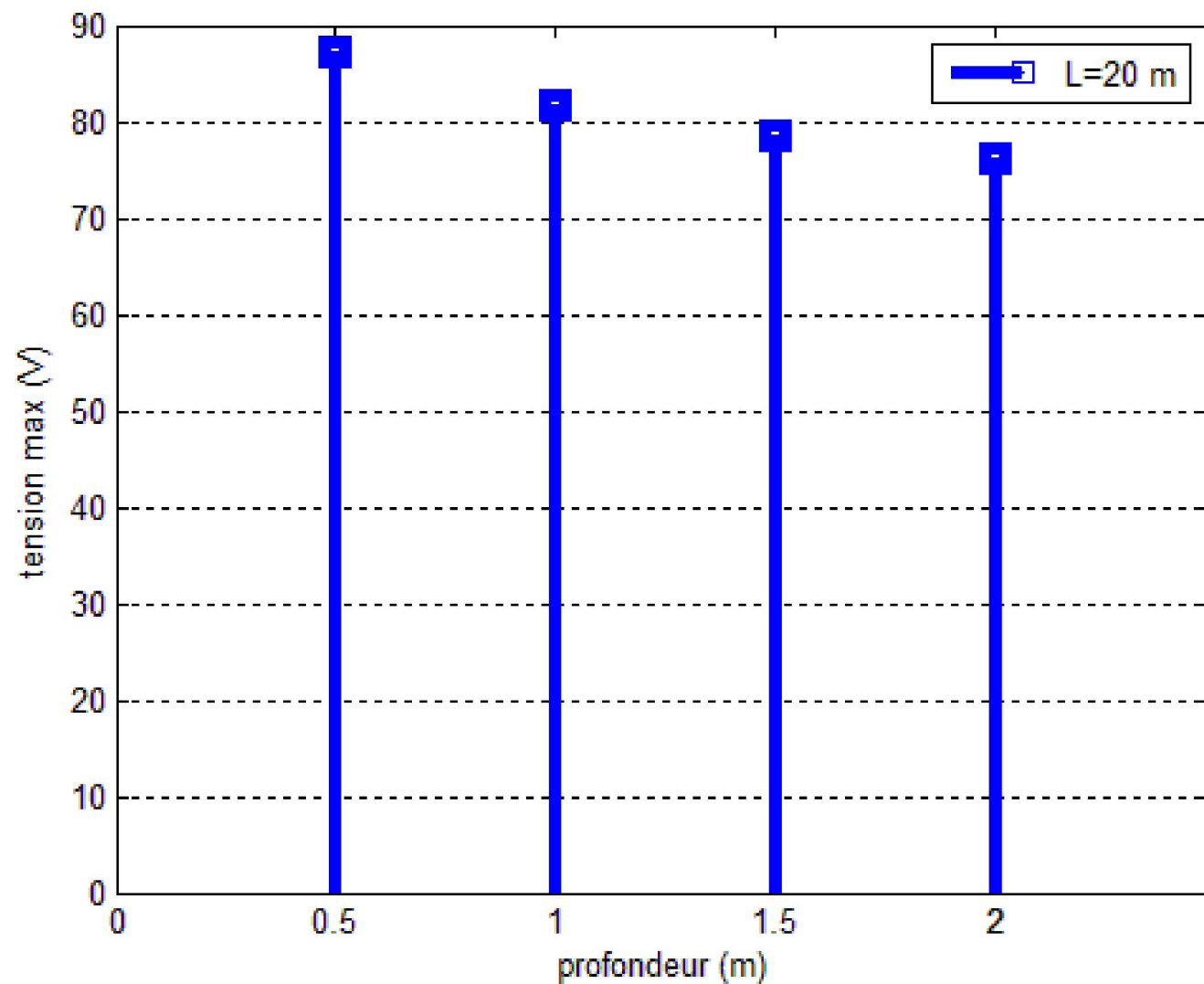


Figure4.16 Tension maximale au point d'injection en fonction de la profondeur

En ce qui concerne la profondeur, elle a un effet négligeable comparé à celui de la résistivité du sol sur la tension au point d'injection. Enterrer une électrode à une grande profondeur permet une grande dissipation du courant au sol mais en pratique on ne peut pas y aller au delà de 1.5 ou 2m de profondeur pour des raisons économiques.

IV.4 Electrode enterrée horizontalement (avec ionisation du sol)

Il s'agit d'une électrode rectiligne de rayon a et de longueur l figure 4.1, alimentée à l'une de ses extrémités par un générateur (onde de foudre), est enterrée à une profondeur h dans un sol de résistivité ρ , linéaire, homogène et isotrope.

Tableau 4.7 données de l'application

	Onde de courant	Electrode	Sol
Test D	$i(t) = I_0 \frac{(exp(-pt) - exp(-qt))}{(exp(-pw) - exp(-qw))}$ $w = \ln\left(\frac{p}{q}\right) / (p - q)$ $I_0 = 10KA$ $p = 1/20\mu s$ $q = 1/4.5\mu s$	$l = 12m$ $a = 7.5mm$ $h = 0.5m$ $\rho_e = 1.7241 \cdot 10^{-8} \Omega m$	$\rho = 100 \Omega m$ $\epsilon_r = 10 F.m^{-1}$ $E_{cr} = 350KV/cm$

IV.4.1 Test D (impulsion rapide)

a)- Répartition des tensions

Dans ce test (D) l'électrode est soumise à une impulsion de courant rapide type bi-exponentiel 4.5/27.4 μs représenté sur la figure 4.17.

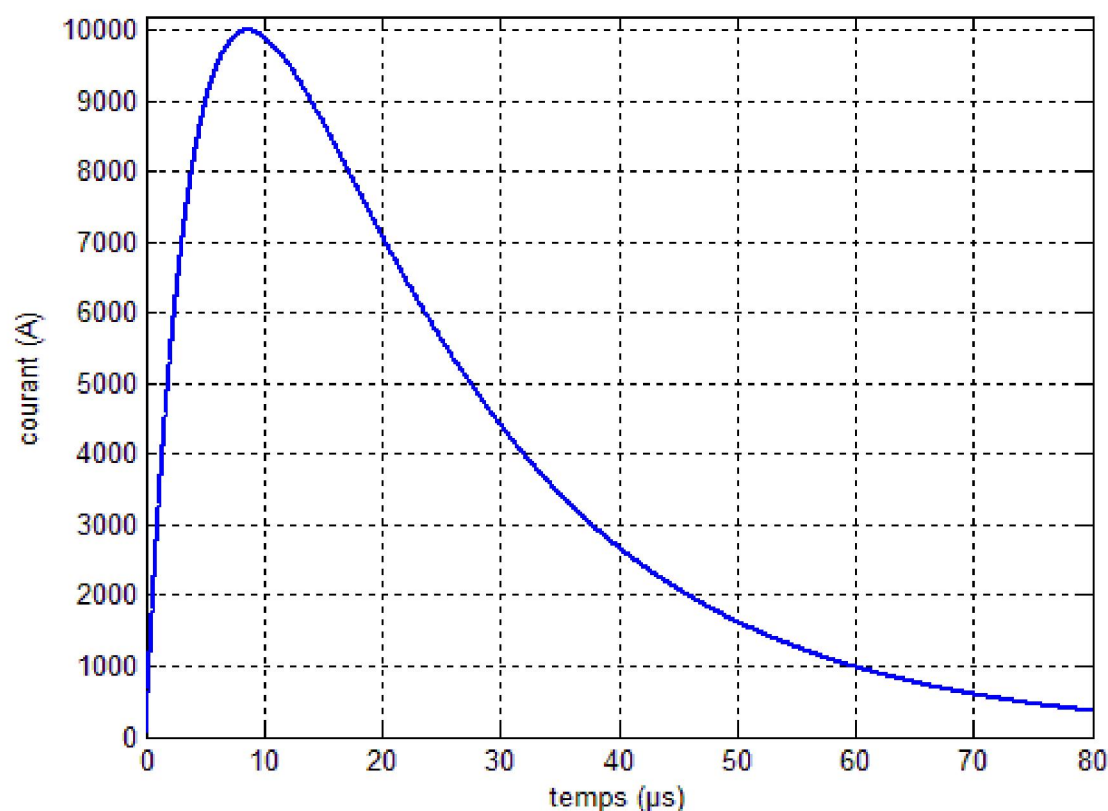


Figure 4.17 une impulsion de courant bi-exponentiel injecté 4.5/27.4 μs

A fin de se rapproché de la réalité, on a introduit dans notre calcul le phénomène d'ionisation du sol. Les résultats obtenus sont illustré sur les figures 4.18a et 4.18b sont comparer avec ceux publier par Daniel S dans la référence [39] voir figure 4.18c.

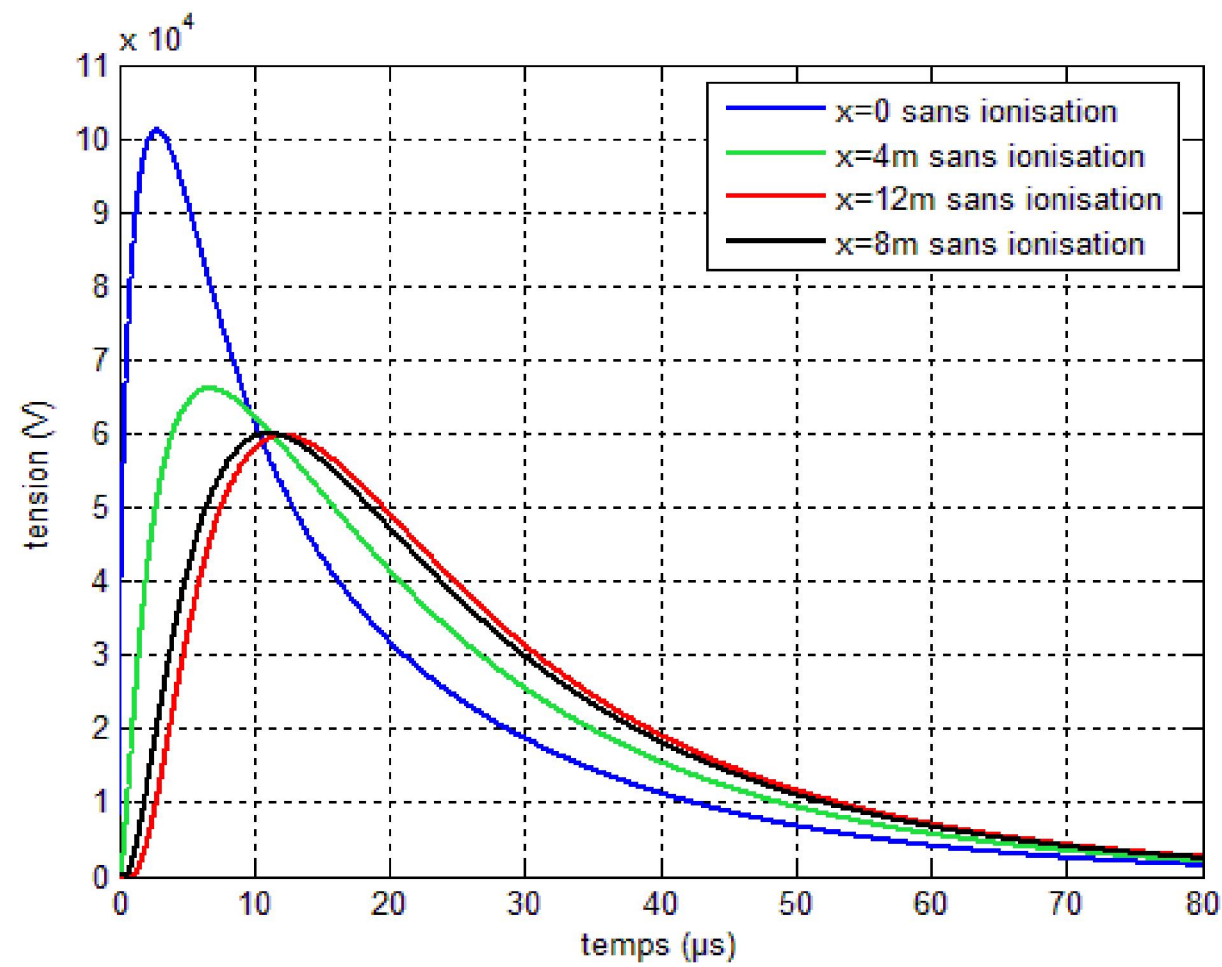


Figure 4.18a Répartition des tensions le long de l'électrode (sans ionisation du sol)

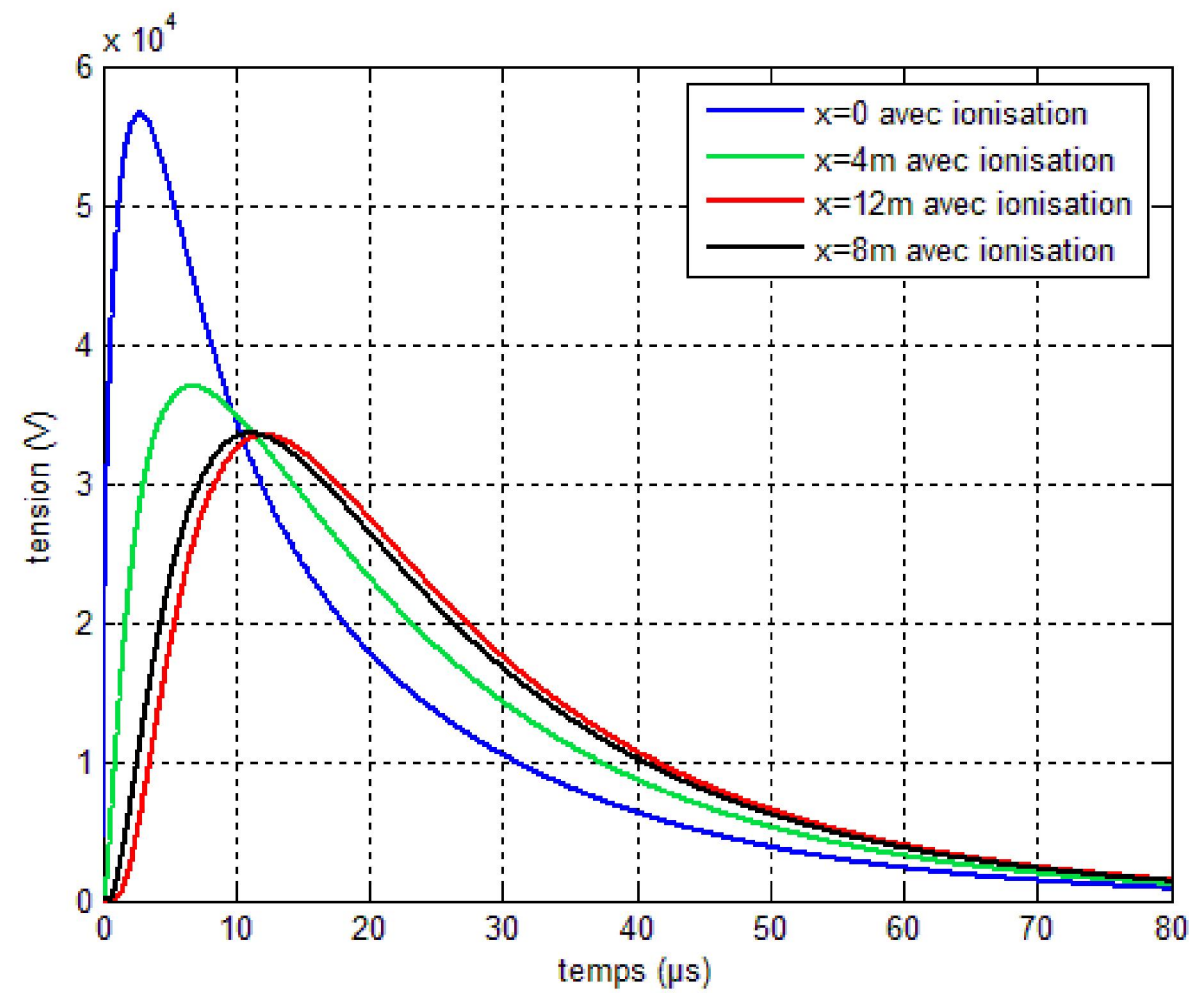


Figure 4.18 b Répartition des tensions le long de l'électrode (avec ionisation du sol)

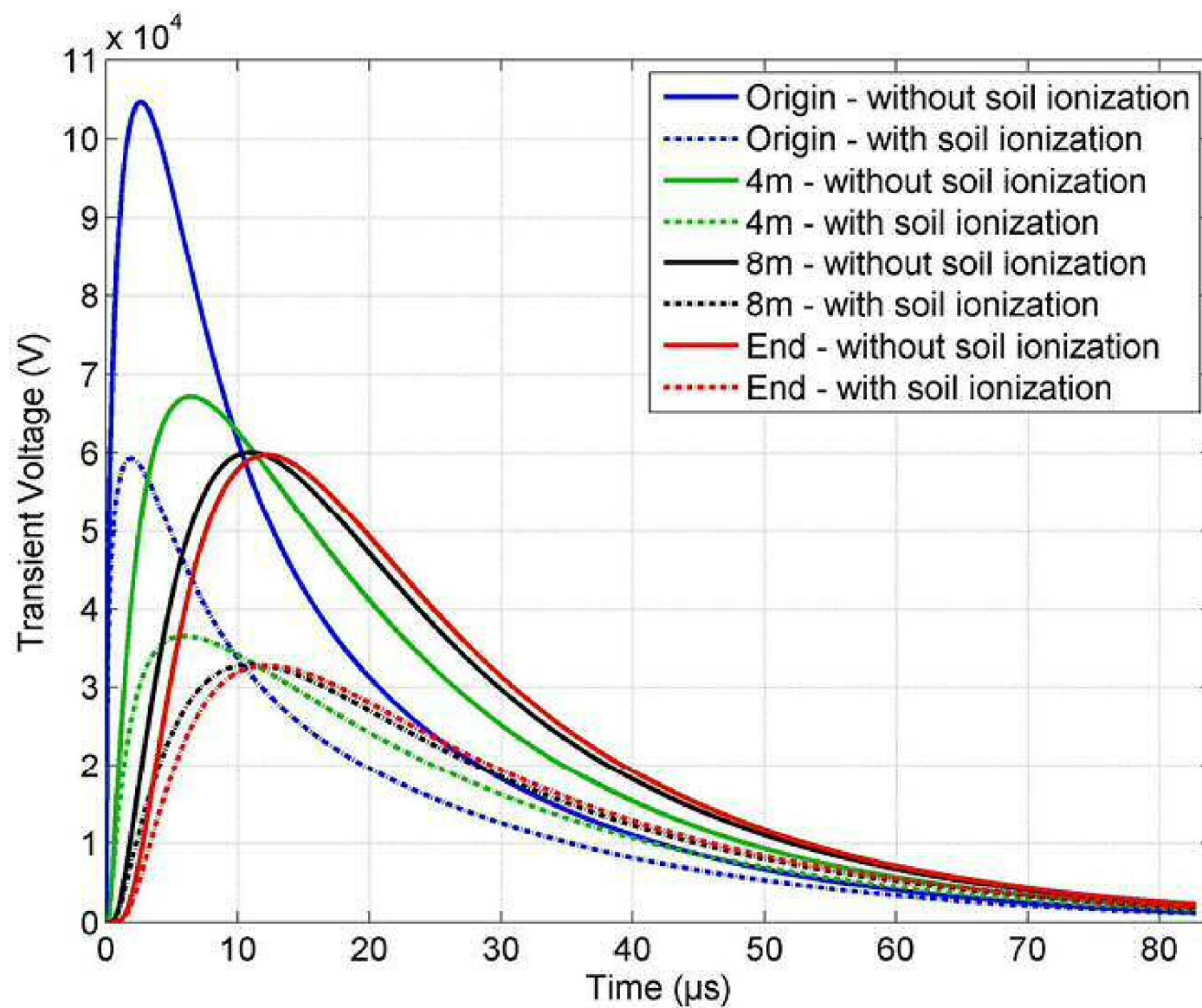


Figure 4.18c Répartition des tensions le long de l'électrode
(Avec et sans ionisation du sol) [39]

Tableau 4.8 Comparaison des tensions maximales

Position sur l'électrode (m)	0	4	8	12
Tension max (sans ionisation) (V)	1,01E+05	6,61E+04	6,00E+04	5,98E+04
Tension max (avec ionisation) (V)	5,65E+04	3,70E+04	3,36E+04	3,34E+04
chute de tension max (V)	44900,00	29110,00	26430,00	26334,00
chute de tension %	55,72	55,94	55,95	55,94

Tableau 4.9 Comparaison des impédances transitoires maximales

Z max (sans ionisation) (Ω)	226,46
Z max (avec ionisation) (Ω)	126,7
Δz en %	44,05

D'après les figures 4.18a 4.18b on voit une bonne concordance des résultats en allure et amplitudes avec ceux publiés par Daniel S [39] et présentés sur la figure 4.18c. On note que les résultats publiés dans la référence [39] ont été faits avec la méthode TLM.

Concernant les résultats collectés aux tableaux 4.8 et 4.9, on remarque que le phénomène d'ionisation du sol a fait baisser la tension transitoire de plus de 50% en raison de l'augmentation du rayon effectif de l'électrode 0.441m qui fait augmenter la surface latérale du conducteur ce qui implique une résistance faible, donc un grand écoulement de courant vers la terre.

IV.5 Deux électrodes enterrées horizontalement

Dans ce paragraphe nous considérons deux électrodes identiques de même longueur l et de rayon a , enterrées horizontalement à une profondeur h dans un sol de résistivité ρ , linéaire homogène et isotrope et situées à une distance d l'une de l'autre. Uniquement l'électrode 1 est alimentée à l'une de ses extrémités par une onde de foudre, ce qui va nous permettre d'analyser l'interaction entre les deux électrodes, la figure 4.19 illustre la géométrie du problème.

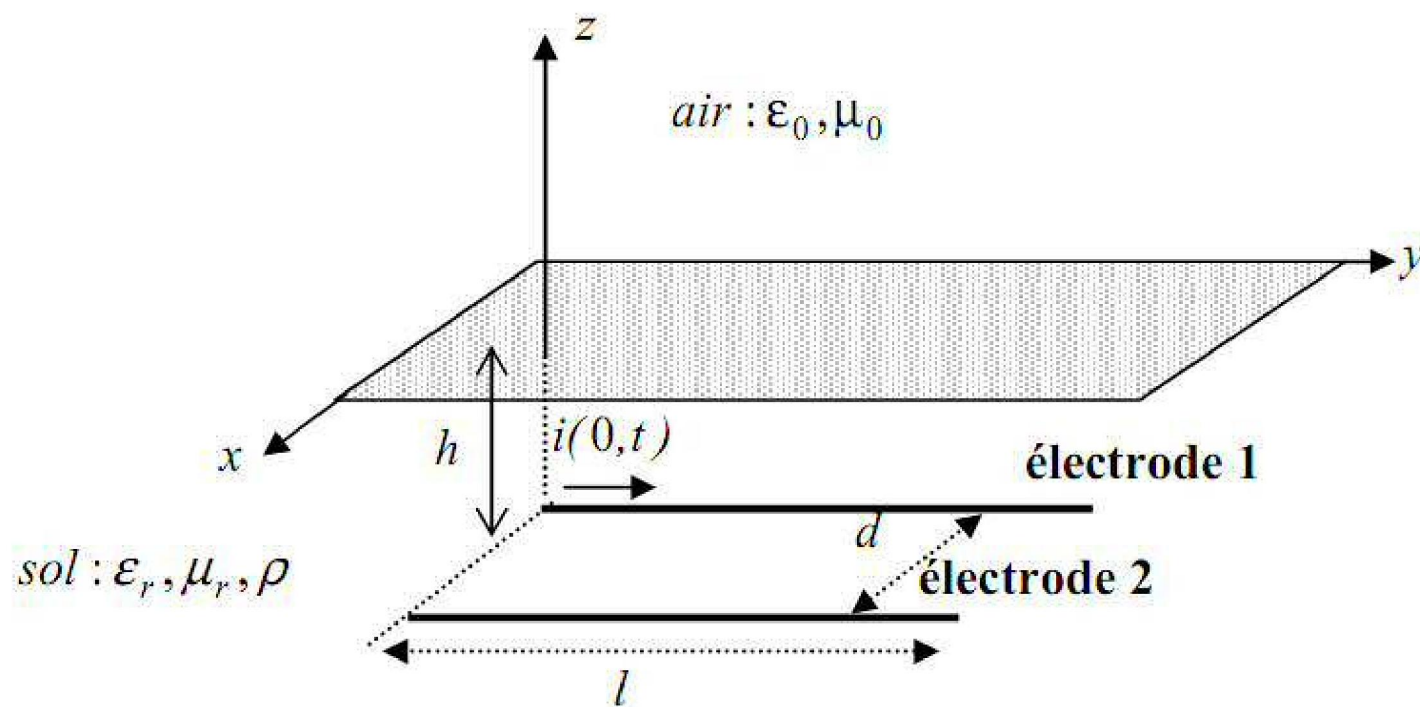


Figure 4.19 Deux électrodes enterrées horizontalement

Pour l'étude de l'interaction entre deux électrodes, nous présentons le tableau 4.10, qui récapitule l'ensemble des données pour deux tests E et F qui sont proposés par M. Lorentzou [40].

Tableau 4.10 Données de l'application

	Onde de courant	Electrode	Sol
Test E	$i(t) = I_0(\exp(-pt) - \exp(-qt))$ $I_0 = 30000A$ $p = 40870 s^{-1}$ $q = 4933216.224 s^{-1}$	$l = 4m$ $a = 5mm$ $h = 0.75m$ $\rho_e = 0.25 \cdot 10^{-6} \Omega m$ $d = 1m$	$\rho = 100 \Omega m$ $\epsilon_r = 10 F \cdot m^{-1}$
Test F	$i(t) = I_0(\exp(-pt) - \exp(-qt))$ $I_0 = 30000A$ $p = 10870.0764 s^{-1}$ $q = 765216.224 s^{-1}$	$l = 4m$ $a = 5mm$ $h = 0.75m$ $\rho_e = 0.25 \cdot 10^{-6} \Omega m$ $d = 1m$	$\rho = 100 \Omega m$ $\epsilon_r = 10 F \cdot m^{-1}$

IV.5.1 Test E (impulsion rapide)

Dans ce test (E), l'électrode 1 est soumise à une impulsion de courant rapide type bi-exponentiel 1.2/20 μs représenté sur la figure 4.20.

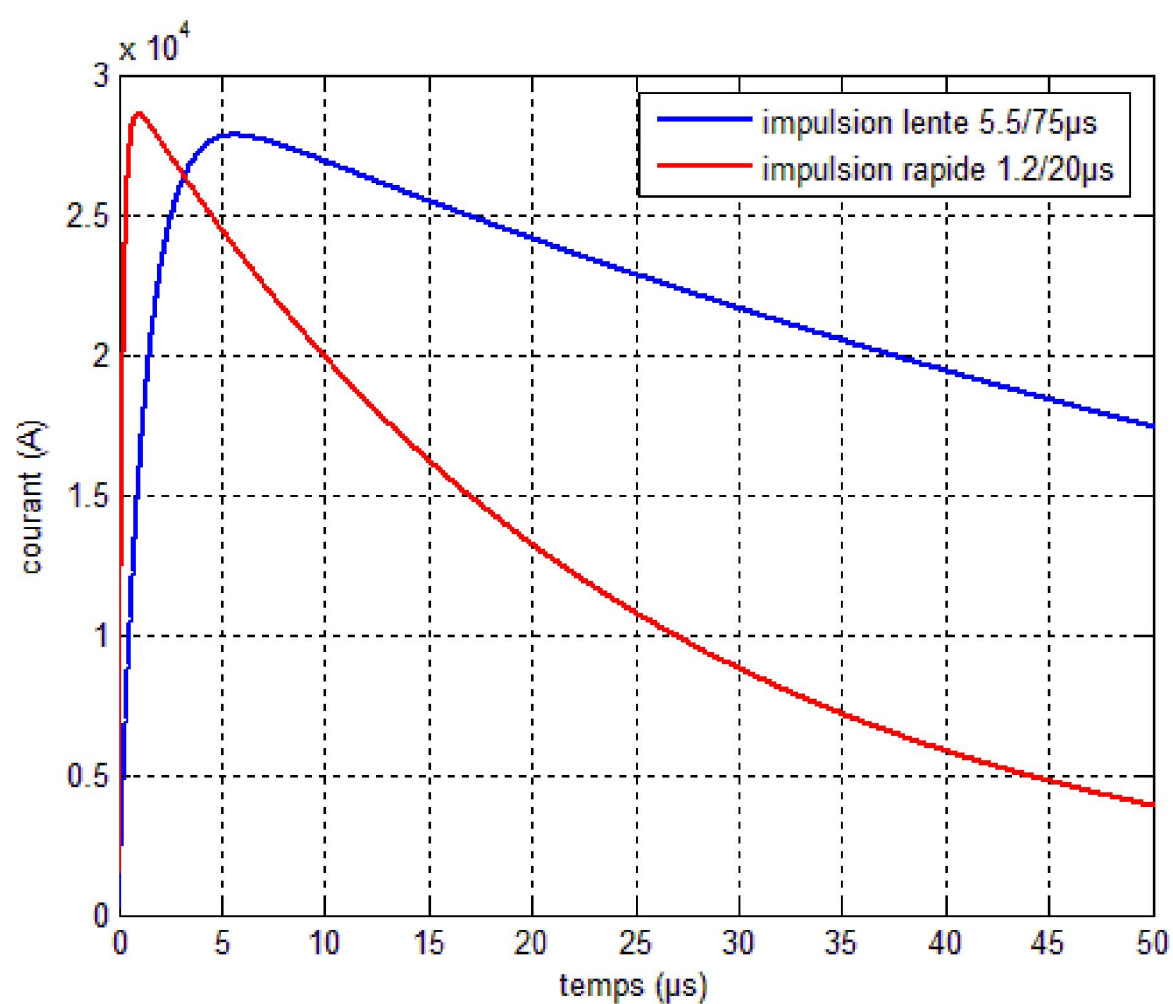


Figure 4.20

Impulsion de courant rapide bi-exponentielle 1.2/20 μs injecté à l'extrémité de l'électrode 1

a)- Tension transitoire au point d'injection

Nous présentons notre résultat de la variation de la tension transitoire au point d'injection de la 1^{ère} électrode (avec et sans couplage) sur la figure 4.21a, et les résultats publiés par M. Iordanzou [40] sur la figure 4.21b.

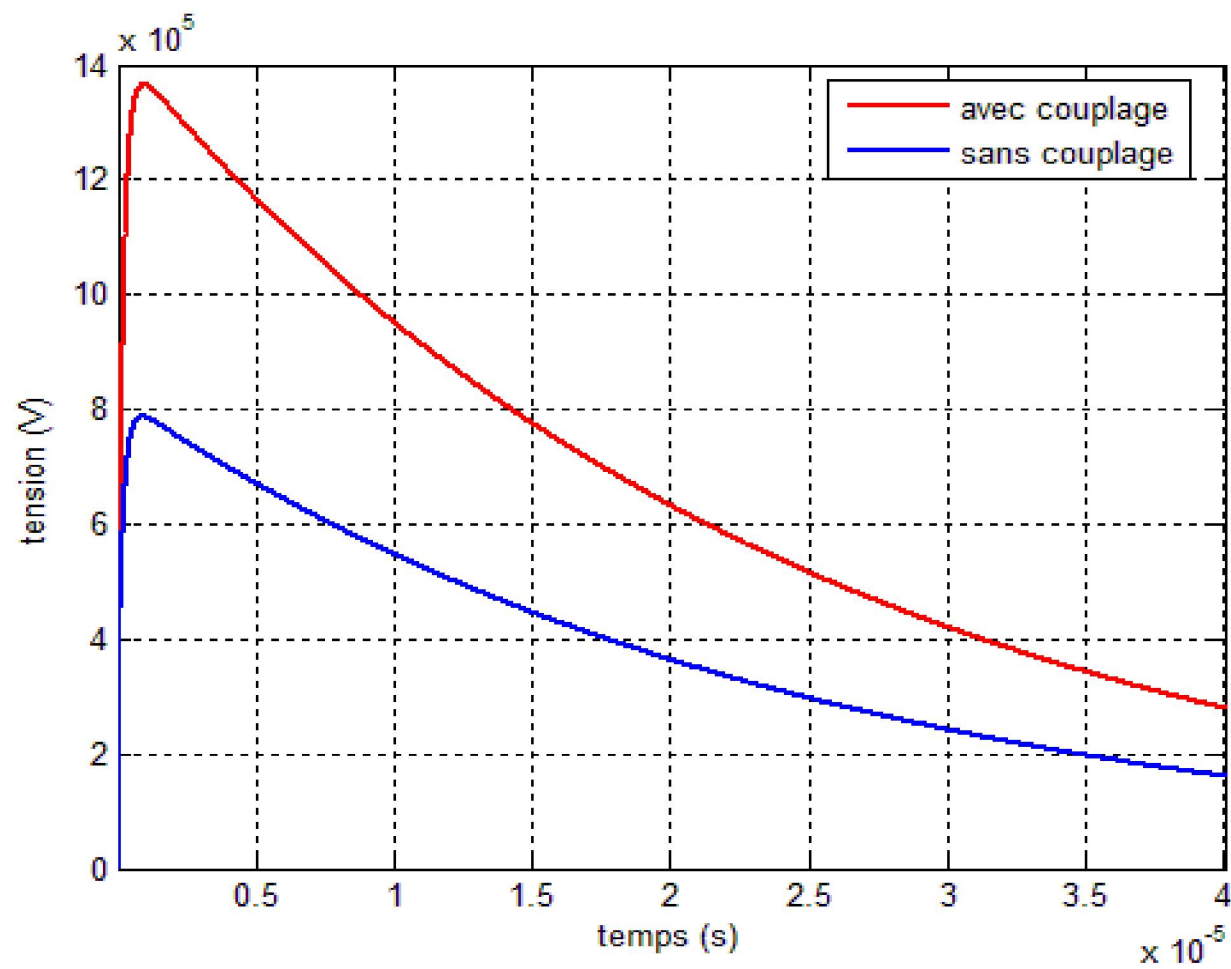


Figure 4.21a Variation de la tension à l'entrée de la première électrode

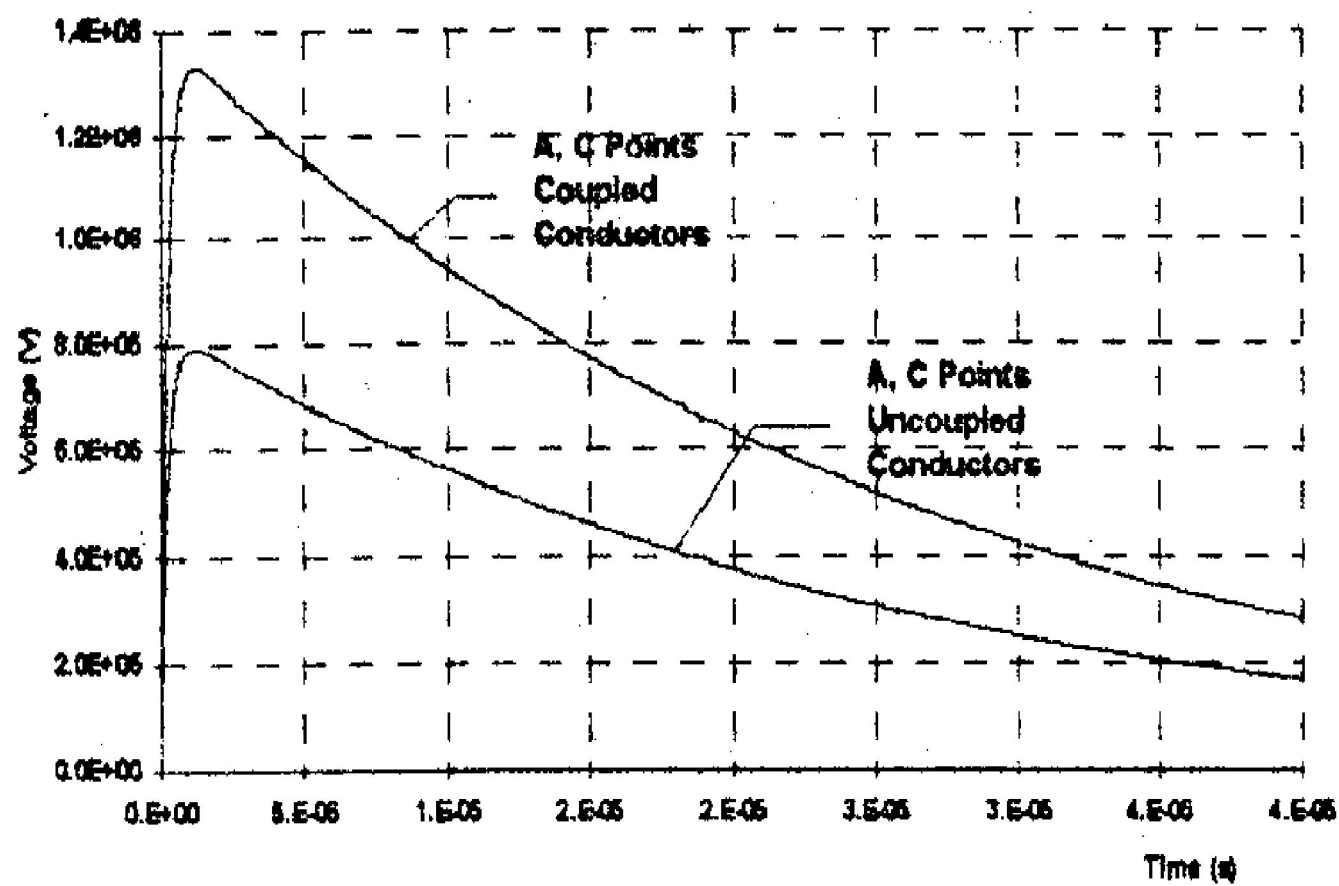


Figure 4.21b Variation de la tension à l'entrée de la première électrode [40]

b)- Impédance transitoire

Pour avoir une bonne vision sur le problème, on a jugé utile d'afficher la variation de l'impédance transitoire (avec et sans couplage) sur la figure 4.22.

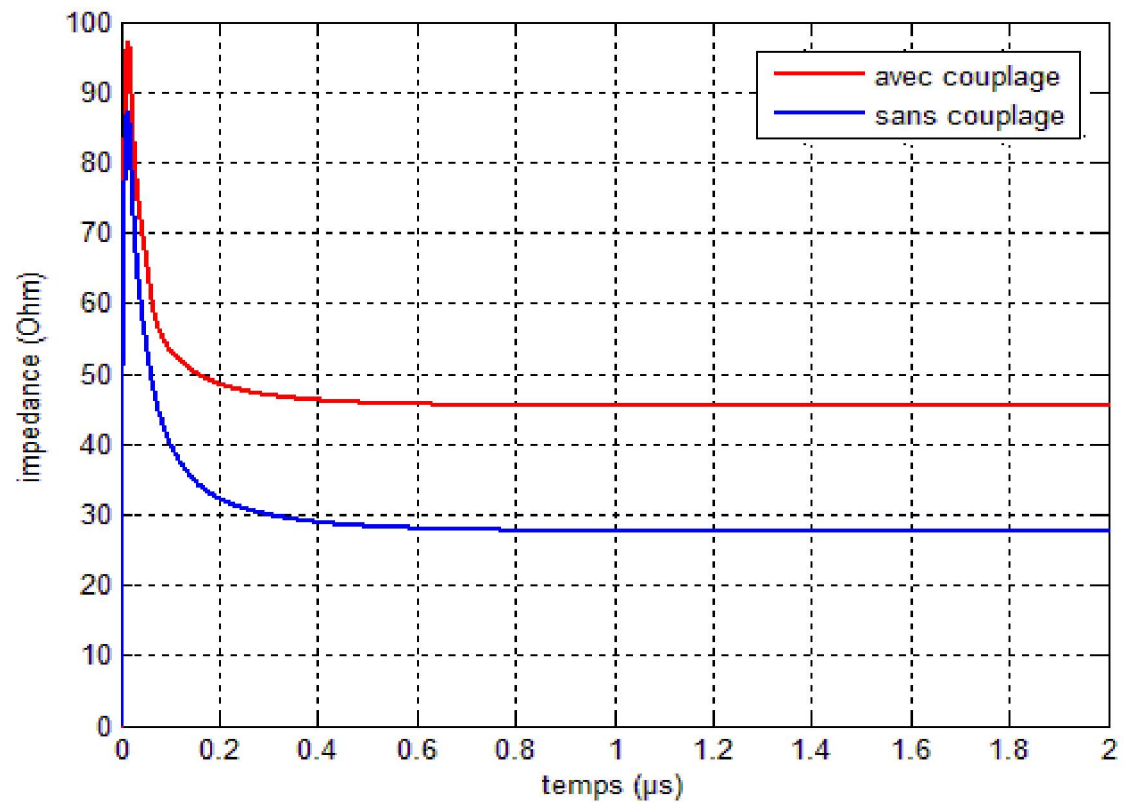


Figure 4.22 Impédance transitoire

IV.5.2 Test F (impulsion lente)

a)-Tension transitoire au point d'injection

Dans ce test (F), l'électrode 1 est soumise à une impulsion de courant lente type bi-exponentiel 5.5/75μs représenté sur la figure 4.20. Nos résultats de calcul et ceux de M.lorentzou sont illustrés sur la figure 4.23a et 4.23b.

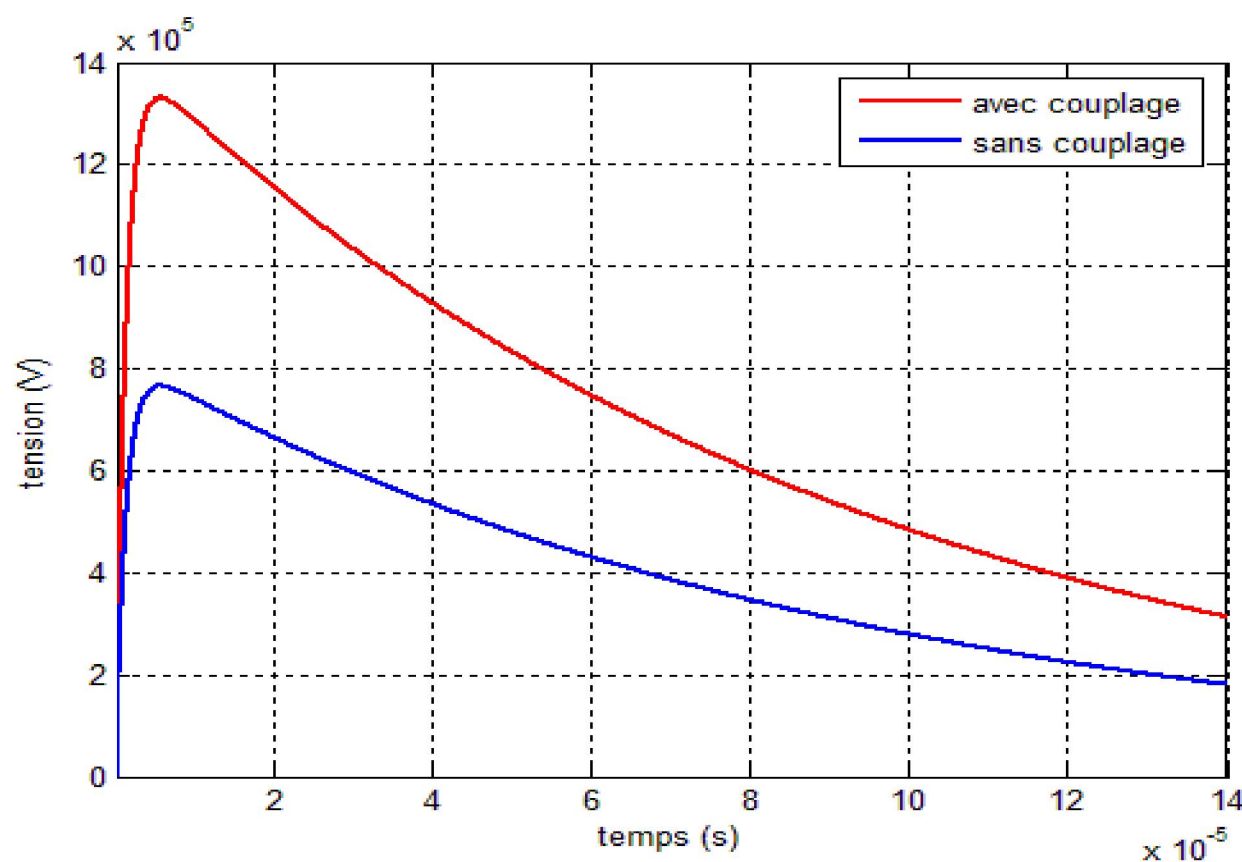


Figure 4.23a Variation de la tension à l'entrée de la première électrode

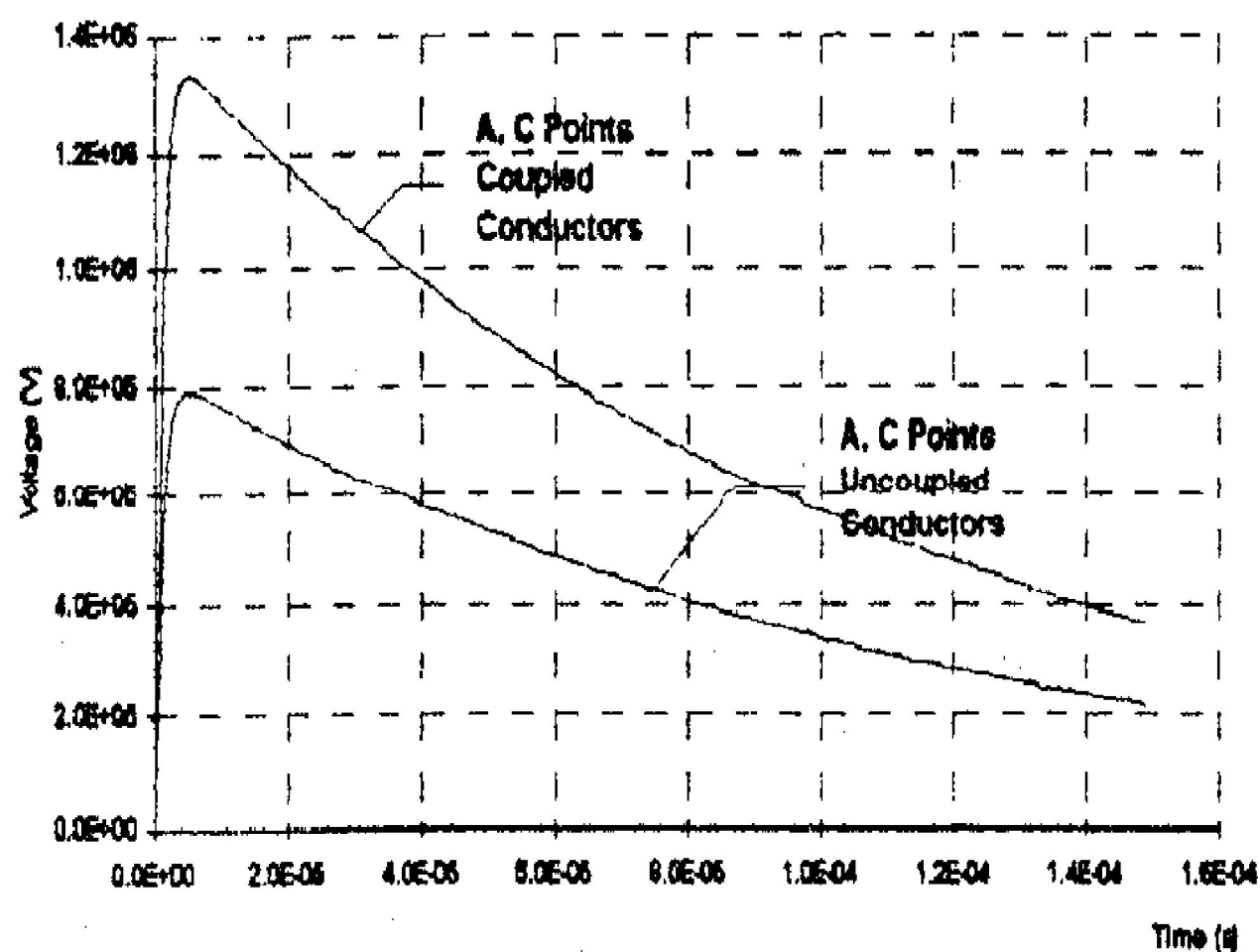


Figure 4.23b Variation de la tension à l'entrée de la première électrode [40]

D'après les figure 4.21a, 4.21b, 4.23a et 4.23b on voit clairement la concordance des résultats des tensions au point d'injection que se soit pour l'impulsion de courant rapide ou lente ce qui confirme l'exactitude de notre code de calcul avec la méthode FDTD .

On remarque aussi que la présence d'une autre électrode au voisinage, à une distance de 1m fait augmenter l'impédance de la mise à la terre de 87 à 98 Ω au début de la transitoire voir figure 4.22 ce qui augmente la tension transitoire au point d'injection de 0.8 à 13.5MV.

IV.6 Effet des paramètres d'une mise à la terre

Afin de mieux valider notre modèle, nous avons jugé utile de procéder à une étude paramétrique ou nous faisons varier la distance entre électrodes, la longueur des électrodes la section des électrodes, la profondeur et la résistivité du sol.

En reprenant les mêmes données du test E.

a)-Effet de la distance entre électrodes

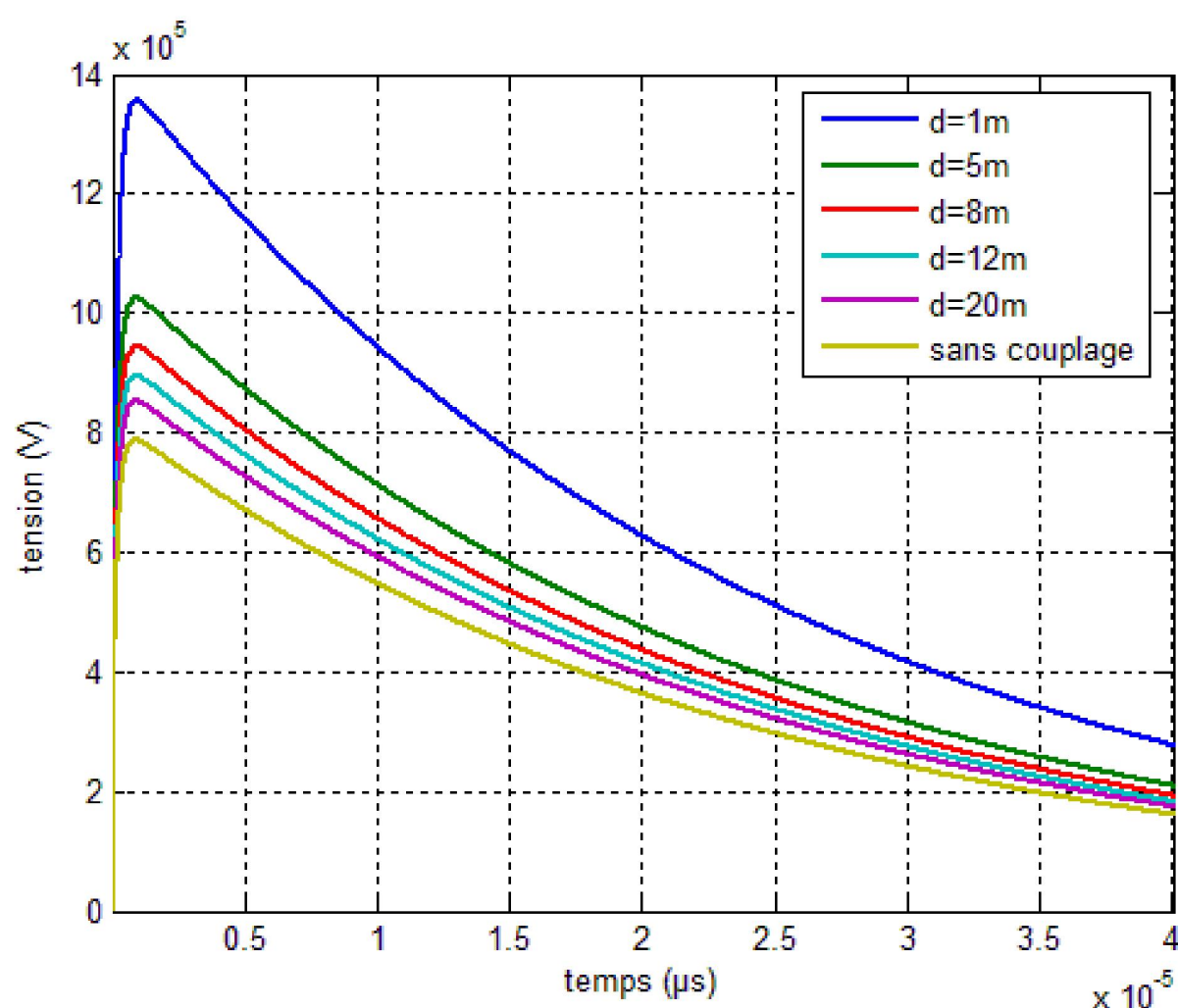


Figure 4.24 Variation de la tension au point d'injection pour différentes distances inter électrodes

D'après ces résultats, on voit très bien que le couplage entre électrodes affecte les mises à la terre, c'est-à-dire plus en augmentant la distance inter électrodes plus la tension baisse donc la tension est inversement proportionnelle à la distance.

b)-Effet de la résistivité du sol

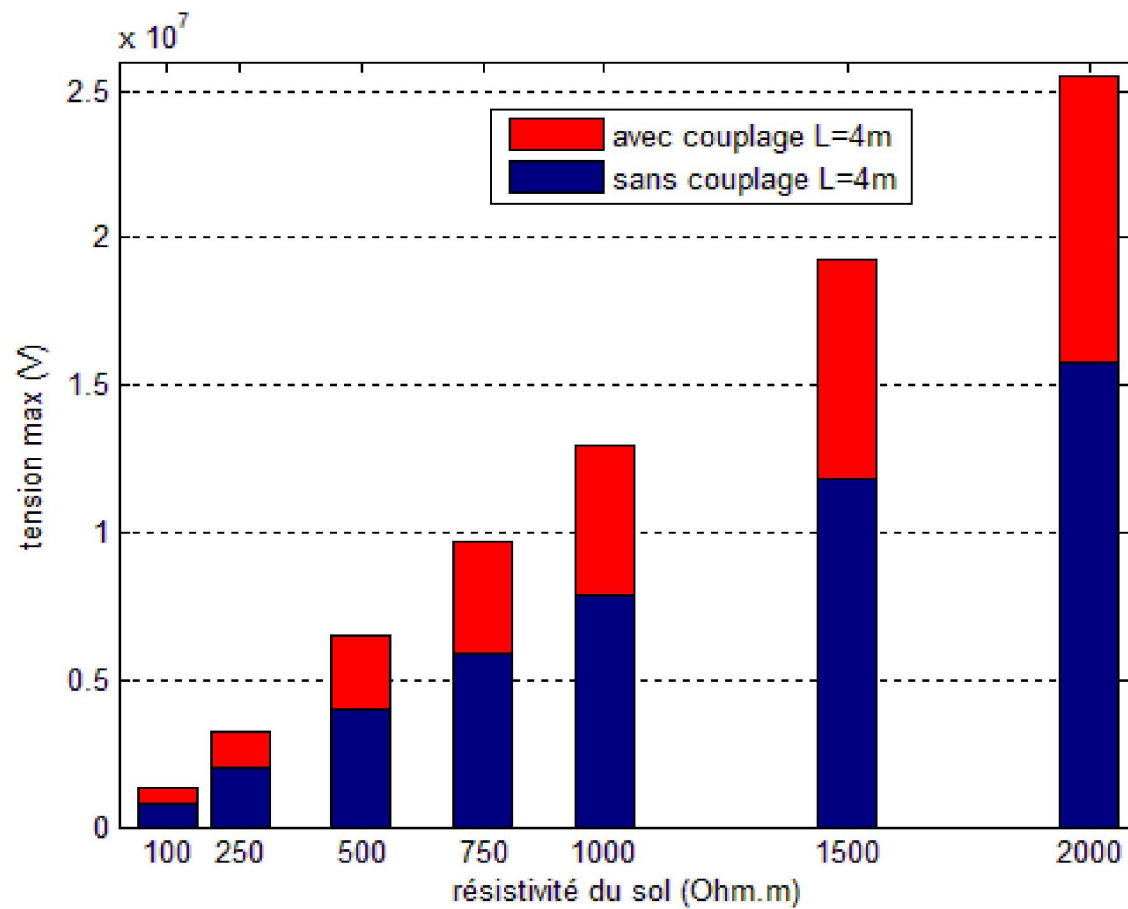


Figure 4.25 Tension transitoire maximale avec différentes valeur de la résistivité du sol

D'après la figure 4.25 on constat que l'impact de la résistivité du sol sur la tension est grand et surtout s'il s'agit des électrodes couplées. Des fortes valeurs de la résistivité du sol peuvent engendrer une élévation dangereuse du potentiel.

c)-Effet de la longueur des électrodes

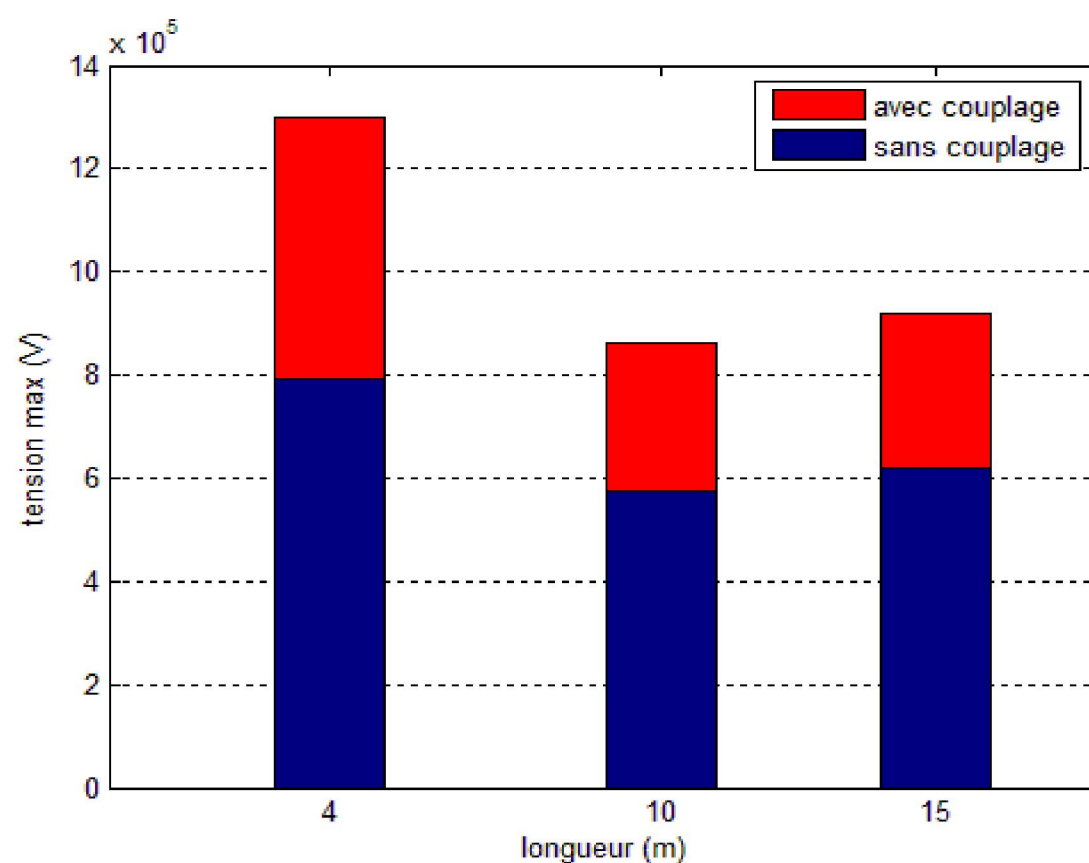


Figure 4.26 Tension maximale pour différentes longueurs des électrodes

En ce qui concerne les résultats illustré sur la figure 4.26 on remarque bien que la longueur des électrodes a un bon effet sur les mises à la terre.

d)-Effet de la section des électrodes

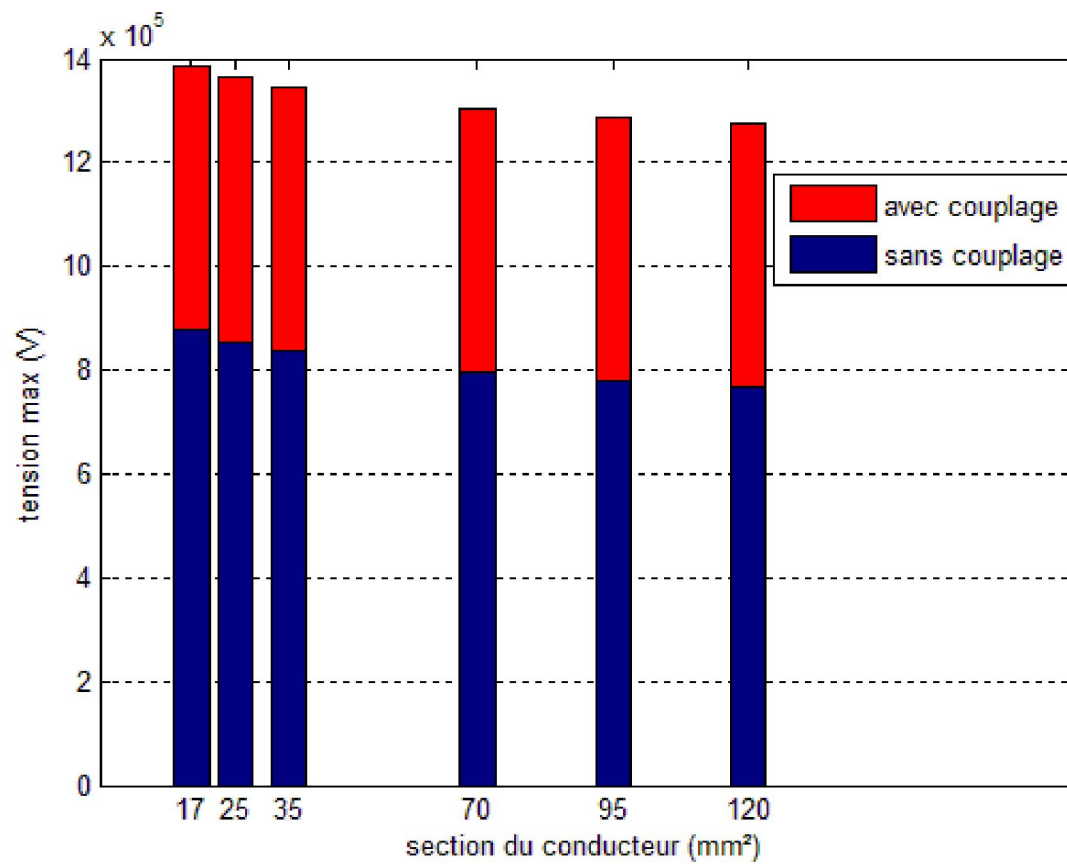


Figure 4.27 Tension maximale pour différents sections des électrodes

On constat de la figure 4.27 que la section des électrodes a un effet minime sur les transitoires des mises à la terre, donc on peut considérer que l'augmentation de la section n'est pas une solution adéquate pour lutter contre les surtensions engendrer par le passage des courants de foudre.

e)-Effet de la profondeur

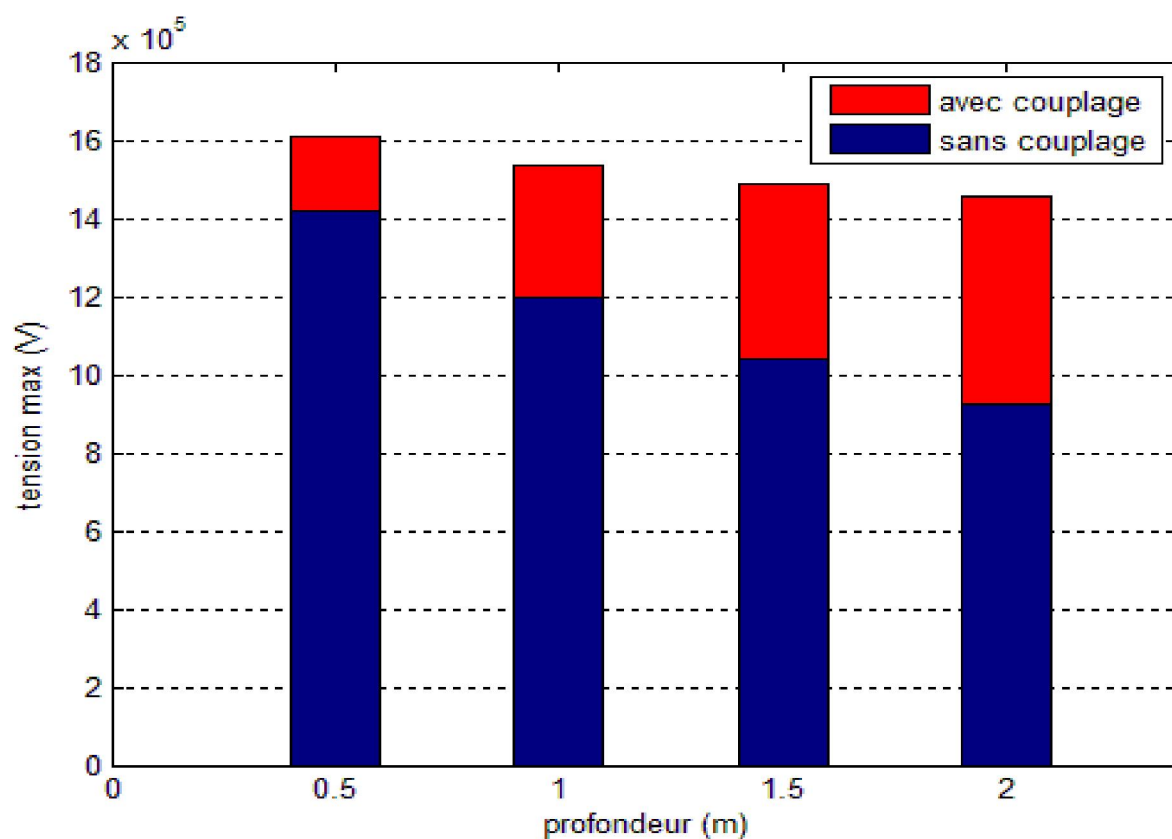


Figure 4.28 Tension maximale en fonction de la profondeur

D'après la figure 4.28 on remarque qu'on peut jouer sur la profondeur pour avoir une bonne prise de terre mais on est limité par le cout élevé des travaux pour aller au delà de 2m de profondeur.

Pour cette étude paramétrique nous retrouvons les mêmes remarques que pour une seule électrode mais avec des amplitudes différentes amplitude différentes.

IV.7 Grille 1x1 enterrée horizontalement

Il s'agit d'une grille de rayon a et de longueur $4 \times l$ voir figure 4.1, alimentée à l'un de ses coins par un générateur (onde de foudre) et enterrée à une profondeur h dans un sol de résistivité ρ , linéaire, homogène et isotrope.

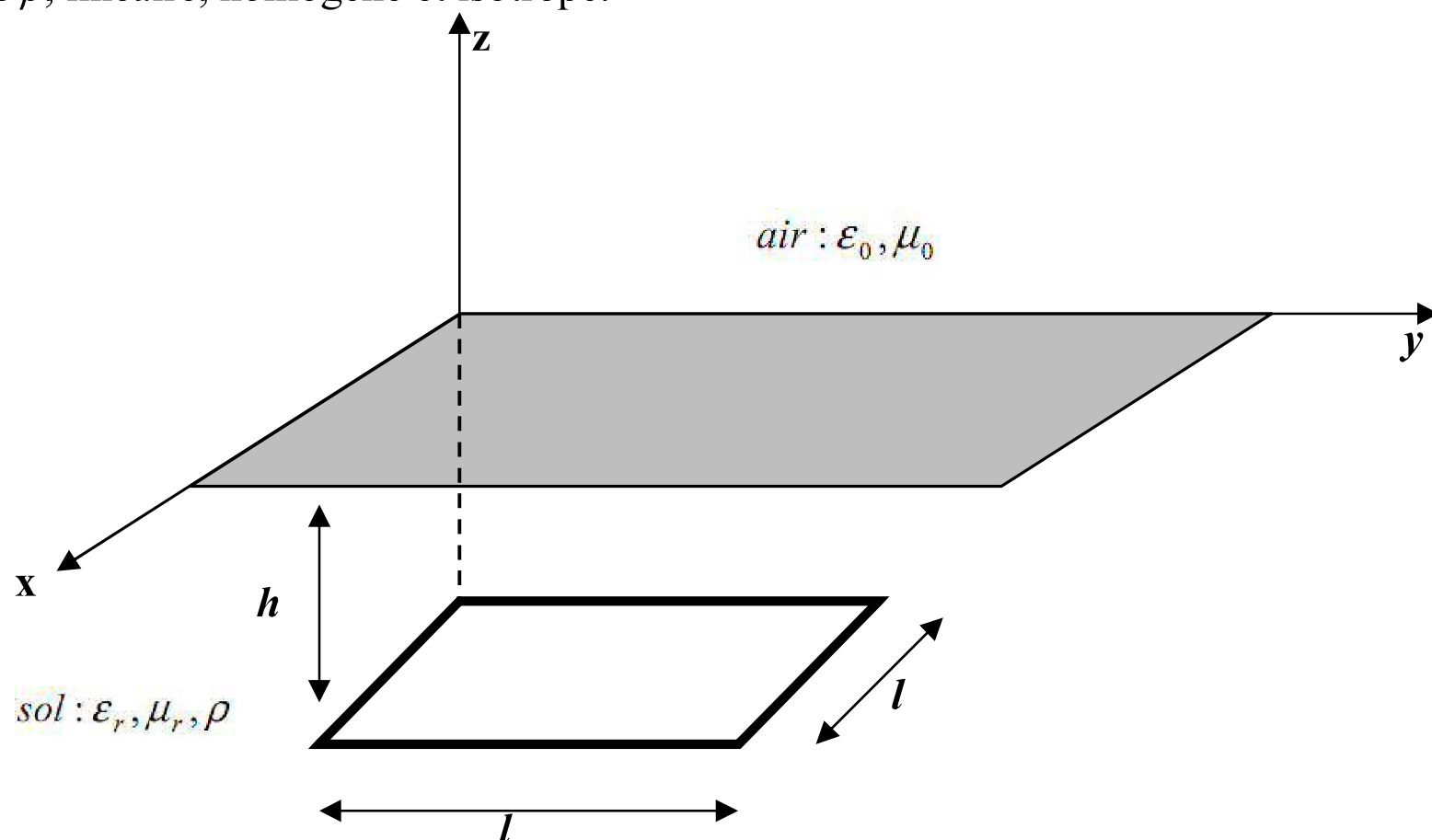


Figure 4.29 Grille 1x1 enterrée horizontalement

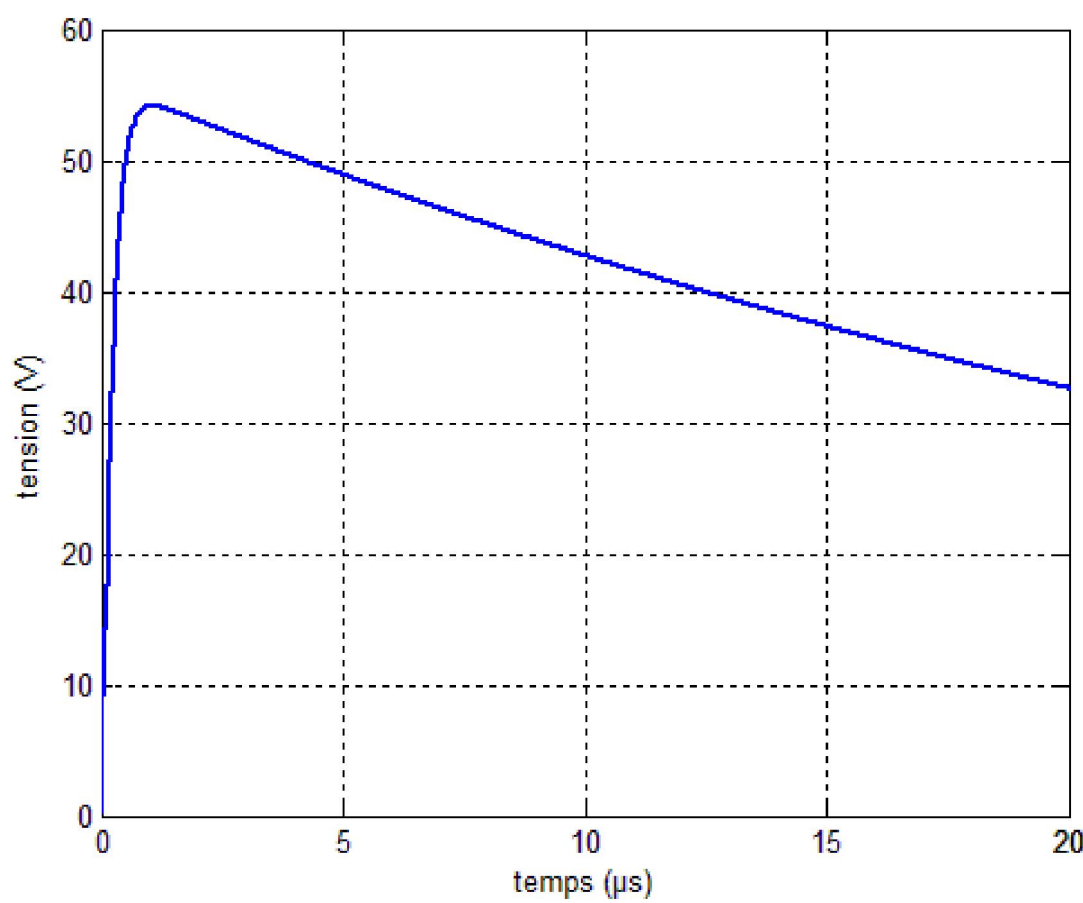
Tableau 4.11 Tableau des données du test J

	Onde de courant	grille 1x1	Sol
Test J	$i(t) = I_0(\exp(-pt) - \exp(-qt))$ $I_0 = 1A$ $p = 27000 s^{-1}$ $q = 5600000 s^{-1}$	$S = 10 \times 10 m^2$ $l = 10m$ $a = 7mm$ $h = 0.5m$ $\rho_e = 0.25 \cdot 10^{-6} \Omega m$	$\rho = 1000 \Omega m$ $\epsilon_r = 9 F.m^{-1}$

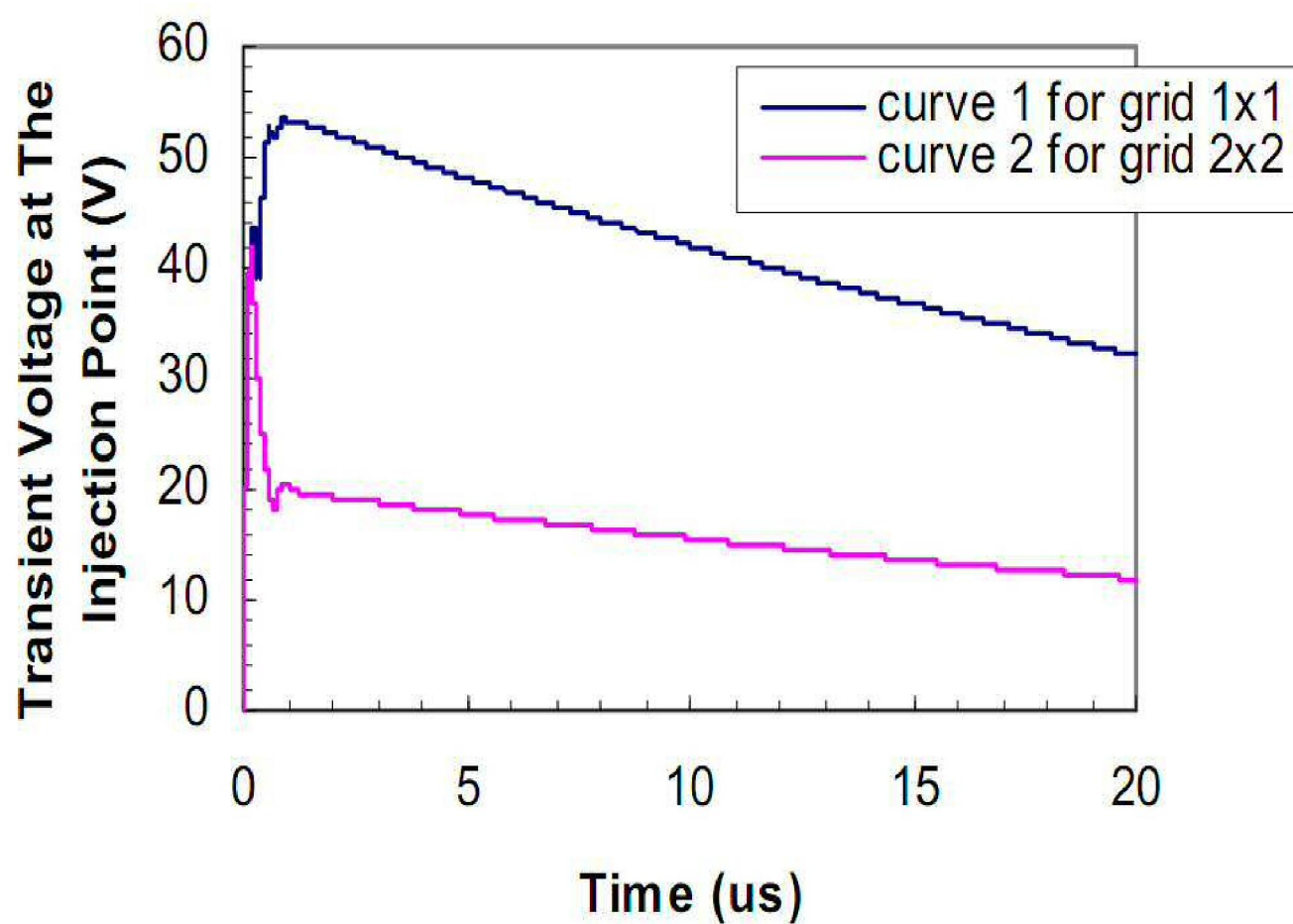
IV.7.1 Test J

a)-Tension transitoire au point d'injection

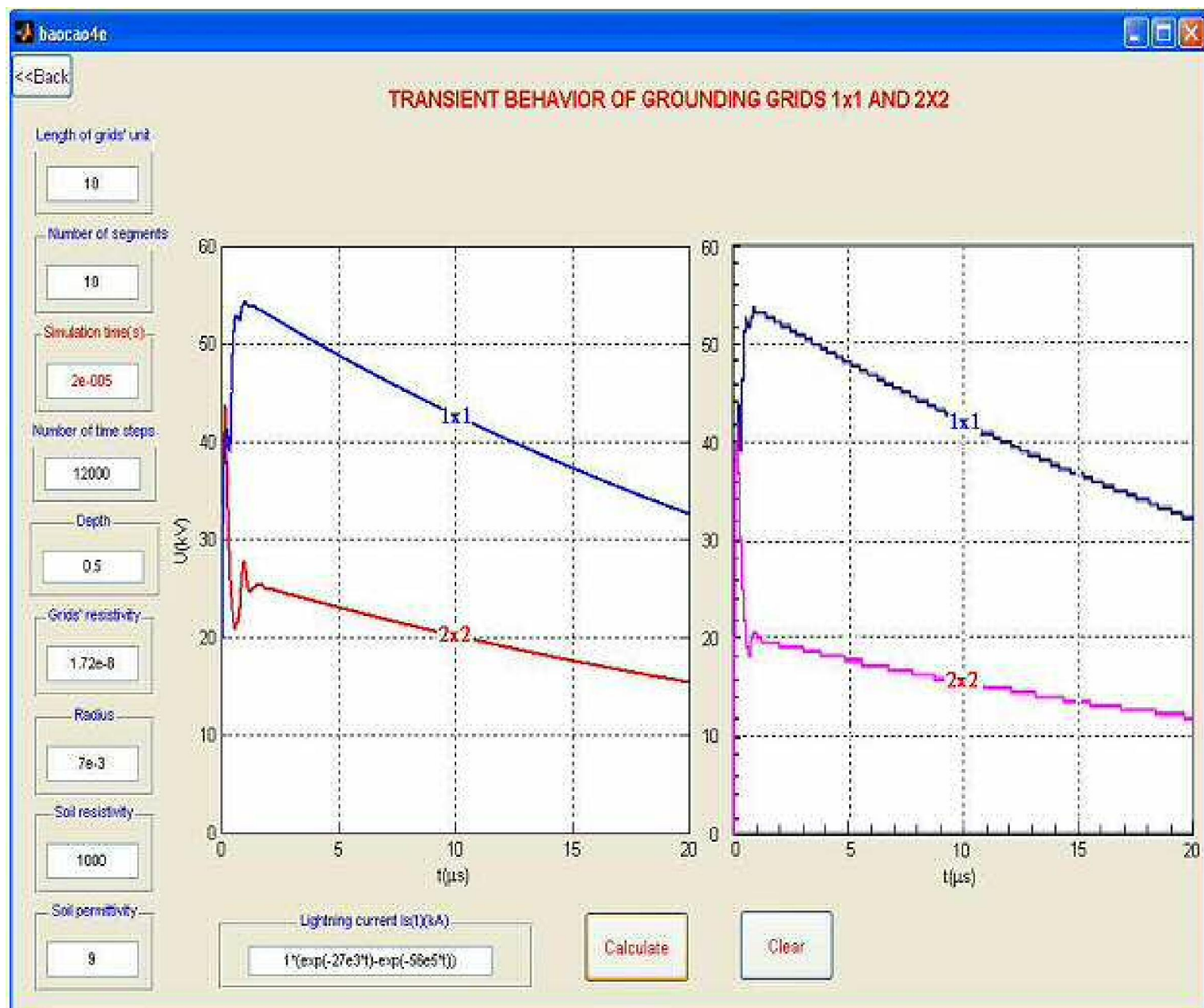
Dans ce test (J), la grille 1 x 1 est soumise à une impulsion de courant rapide du type bi-exponentiel 0.36/26.3 μ s. A fin de valider notre code de calcul, on a présenté sur les figures 4.30,4.31 et 4.32 nos résultats et ceux publier par yaqing liu et Vu phan tu [34], [38].



4.30 Tension transitoire au point d'injection



4.31 Tension transitoire au point d'injection [34]



4.32 Tension transitoire au point d'injection obtenu par Vu phan tu en utilisant le logiciel ATP/EMTP [38]

On comparant les résultats des figures 4.30, 4.31, 4.32, on remarque une excellente concordance des résultats en allure et amplitude avec ceux publiés à [26] et [38].

Conclusion

De ces résultats de calcul que nous avons obtenus à savoir :

- la tension transitoire,
- la répartition des tensions transitoires,
- l'impédance transitoire,
- l'effet des paramètres d'une mise à la terre,
- l'effet du phénomène de l'ionisation du sol.

Il ressort clairement que notre méthodologie donne des très bons résultats en allure et en amplitude en comparaison avec les résultats publiés dans la littérature.

Cela nous conduit à affirmer que notre méthode de calcul développée permet une analyse du comportement d'une mise à la terre en régime transitoire.

La résolution directe des équations des lignes en multifilaire par la méthode des différences finies (FDTD) avec des conditions aux extrémités appropriées offre l'avantage de traiter une prise de terre unique, électrodes couplées et grille, avec une meilleure précision. Ainsi que la possibilité d'introduire les phénomènes non linéaires tels que le phénomène de l'ionisation du sol.

Conclusion générale

Conclusion générale

Dans ce mémoire de magister nous avons présenté une description générale sur la nature, rôle, et principe de mesure de la résistance des mises à la terre. On a montré les différentes couches du sol et leurs caractéristiques en donnant quelques explications sur la conductivité électrique et thermique du sol ainsi que la notion d'impédance transitoire et le couplage entre prises de terre.

Ensuite on a exposé les méthodes de calcul des paramètres longitudinaux et transversaux propre et mutuels d'une ou plusieurs électrodes enterrées, en prenant en compte l'interface air – sol à savoir : G, C, L qui vont par la suite être introduits dans les équations de télégraphistes.

Après nous avons entamé l'étape de modélisation d'une électrode où on a donné un aperçu sur la théorie des lignes de transmission et son domaine de validité, ainsi que la résolution des équations de télégraphistes avec la méthode FDTD qui a été bien expliqué.

La théorie des lignes de transmission et la technique numérique des différences finies (FDTD) permettent :

- La détermination de la répartition des tensions, courant et l'impédance transitoire aussi bien pour le cas d'une seule électrode que pour le cas de deux électrodes, pour un sol linéaire, homogène et isotrope.
- De gagner le temps et l'espace mémoire par rapport à d'autre méthode telle que la théorie des antennes avec la méthode des éléments finies.
- D'introduire facilement les phénomènes non linéaires (ionisation du sol, effet de peau...etc.).

Notre étude permet une analyse directe en temporel, et une mise en œuvre simplifiée. La confrontation de nos résultats avec ceux publiés dans la littérature, nous permet d'affirmer que le modèle et la méthodologie que nous utilisons offre l'avantage de traiter une prise de terre unique ainsi que la prise en compte de l'interaction entre électrodes, et conduit à des résultats plus acceptables comparativement à ceux publiés (calculs et mesures) par d'autres auteurs.

Les résultats obtenus nous encouragent à approfondir nos études et affranchir le domaine de la compatibilité électromagnétique qui demeure parmi les domaines les plus difficiles de l'électricité. Puisque nous avons arrivé à calculer la répartition des tensions et des courants le

long d'une électrode enterrée, on propose comme perspective le calcul du champ électromagnétique rayonné par une prise de terre de différentes formes frappé par une foudre.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

- [01] Semaan Georges, évaluation de l'effet de la mer et du contrepoids sur le profil de la tension d'un système de mise à la terre d'une ligne de transport d'énergie à haute tension dans un sol résistif, MONTEAL, 2001.
- [02] E. D. Sunde, "Earth conduction effects in transmission systems", Copyright 1949 by Bell Telephone Laboratories, Incorporated.
- [03] Livia Maria de Rezende Raggi Projeto de malhas de aterramento contribuição ao cálculo da estratificação do solo, Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG .2009.
- [04] Dwight, H. B. "Calculation of Resistance to Ground. AIEE Transactions," vol. 55, Dec. 1936, pp. 1319–1328
- [05] Elya B. Joffe Kai-Sang, grounds for grounding a circuit-to-System Handbook 2010 Published by John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey
- [06] Guide de la mesure de terre 906210209 - 05-2010 - Ed. 1
- [07] Military handbook grounding, bonding, and shielding for electronic equipments and facilities Volume 1 of 2 volumes basic theory.
- [08] K.Mrakawa et al "Earthing Resistance Measurement Technique without Using Auxiliary Electrodes", Congrès International IEEE-EMC'2003, Istanbul-Turquie, 11-16 Mai 2003.
- [09] les mise a la terre sonelgaz janvier 2003.
- [10] Alexander Barros Lima, "Metodo para calculo da impedancia de malhas de aterramento de torres de linhas de transmissão", UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica – CPDEE, 2010.
- [11] P. L. Bellaschi, "impulse and 60-cycle characteristics of driven grounds, part III effect of lead in ground installation", AIEE Transactions, vol. 62, pp. 334-345, 1943.
- [12] B. G. Gupta and B. Thapar, "Impulse impedance of grounding grids", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-99, pp. 2357-2362, Nov./Dec. 1980.
- [13] A. P. Meliopoulos and M. G. Moharam, "Transient analysis of grounding systems", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, No.2, pp. 389-399, 1983.
- [14] W. Long, D. Cotcher, D. Ruiu, P. Adam, S. Lee and R. Adapa, "EMTP- a powerful tool for analyzing power system transients", IEEE Trans. Computer Application in Power, pp. 36-41, July, 1990.
- [15] M. Ramamoorthy, M. M. Babu Narayanan, S. Parameswaran et al., "Transient performance of grounding grids", IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 4, pp. 2053-2059, October 1989.

- [16] A. D. Papalexopoulos and A. P. Meliopoulos, "Frequency dependent characteristics of grounding systems", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 2, pp. 1073-1081, October 1987.
- [17] A. Geri, "Behaviour of grounding systems excited by high impulse currents: the model and its validation", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 14, No. 3, pp. 1008 -1017, July 1999.
- [18] A. F. Otero, J. Cidras and J. L. del Alamo, "Frequency-dependent grounding system calculation by means of a conventional nodal analysis technique", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 14, No. 3, pp. 873-878, July, 1999
- [19] J. Cidras, A. F. Otero and C. Garrido, "Nodal frequency analysis of grounding systems considering the soil ionization effect", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 15, No.1, pp. 103-107, Jan. 2000.
- [20] L. Grcev and F. Dawalibi, "An electromagnetic model for transients in grounding system", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 5, pp. 1773-1781, November 1990.
- [21] L. D. Grcev, "Computer analysis of transient voltages in large grounding systems", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 11, pp. 815-823, April 1996.
- [22] R. F. Harrington, "Field computation by moment of methods", New York, Macmillan, 1968.
- [23] J. H. Richmond, "Radiation and scattering by thin wire structures in a homogeneous conducting medium", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, Vol. 22, pp.365, March, 1974.
- [24] B. Nekhoul, C. Cuerin, P. Labie, G. Meunier and R. Feuillet, "A finite element method for calculating the electromagnetic fields generated by substation grounding systems", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 31, No. 3, pp. 2150-2153, May, 1995
- [25] B. Nekhoul, P. Labie, F. X. Zgainski and G. Meunier, "Calculating the impedance of a grounding system", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 32, No. 3, pp. 1509-1512, May, 1996
- [26] F. Dawalibi, " Electromagnetic fields generated by overhead and buried short conductors, part I- single conductor", *IEEE Trans. On Power Delivery*, Vol. PWRD-1, No. 4, 1986, p. 105-111
- [27] F. Dawalibi, " Electromagnetic fields generated by overhead and buried short conductors, part II- ground networks", *IEEE Trans. On Power Delivery*, Vol. PWRD-1, No. 4, 1986, p. 112-119
- [28] R. Andolfato, L. Bernardi and L. Fellin, " Aerial and grounding system analysis by the shifting complex images method", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 15, No. 3, pp. 1001-1009, July 2000.

- [29] R. Verma and D. Mukhedkar, “ Impulse to impedance of buried ground wires”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-99, No. 5, pp. 2003-2007, Sep./Oct., 1980.
- [30] C. Mazzetti and G. M. Veca, ”Impulse behaviour of grounding electrodes”, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, No. 9, pp. 3148-3156, 1983.
- [31] R. Velazquez and D. Mukhedkar, ”Analytical modelling of grounding electrodes transient behavior”, IEEE Trans. On Power Apparatus and System, Vol. PAS-103, No. 6, pp. 1314-1322, 1984
- [32] M. I. Lorentzou, N. D. Hatzargyriou, B. C. Papadias, “Time Domain Analysis of grounding electrodes impulse response”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 18, No.2, pp. 517-524, April, 2003
- [33] F.Menter, L.Greev: "EMTP-Based Model for Grounding System Analysis", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 9, October 1994, pp.1838-1847.
- [34] Yaqing .Liu, “Transient Response of Grounding Systems Caused by Lightning: Modelling and Experiments”, ACTA UNIVERSITATIS UPSALIENSIS UPPSALA, 2004
- [35]. HE, J. et al. Effective length of counterpoise wire under lightning current. IEEE Transactions on power delivery, v. 20, n. 2, p. 1585-1591, abr. 2005.
- [36] C. R. Paul, “Analysis of multiconductor transmission lines”, copyright © 1994 by John Wiley & Sons, Inc.,
- [37]Tahar abbes miloud ,méthodes numériques tomel,office des publications universitaires 2007.
- [38]Vu Phan Tu, finite difference method and atp/emtp for selected emc problem in power systems: modeling of grounding systems transients , International Symposium on Electrical & Electronics Engineering 2007.
- [39] Daniel S. Gazzana, Comparative Analysis of EMC Methodologies Applied on Transients Studies of Impulsive Grounding Systems, 978-1-4244-5697-0/10/ ©2010 IEEE.
- [40] M. Lorentzou, Investigation of the effect of mutual coupling of grounding conductors 0-7803-3879-0 /98 IEEE.

ملخص

أثناء حدوث قصر في الدارة مع الأرض في محطات التحويل أوفي خطوط نقل الطاقة الكهربائية يسعى التيار الكهربائي لتدفق إلى الأرض من خلال أقطاب التأريض مما يسبب ارتفاع كمون الأرض الموضوعي. لهذا عدة جهود بذلت لتصميم أنظمة تأريض قريبة قدر الإمكان من الظروف الفعلية مما يتيح توقع سلوكها في حال حدوث خلل كهربائي. في هذا العمل أجريت الحسابات بواسطة طريقة الفرق المحدود باستخدام نموذج خطوط النقل الكهربائية لتقييم نظام التأريض من خلال دمج عدة حالات ممكنة من أجل الاقتراب من الواقع المادي. أسفرت الدراسة التي أجريناها على أنظمة التأريض عن نتائج ممتازة لحساب الجهد والممانعة الانتقاليين ، مقارنة مع تلك التي نشرت في المجالات العلمية.

كلمات مفتاحيه :التأريض، قضبان التأريض، انتقالية، خطوط نقل الكهرباء، الكهرومغناطيسية، طريقة الفرق المحدود، تأين التربة.

Résumé

Lors d'un défaut à la terre dans un poste ou sur une ligne de transport d'énergie électrique, le courant de défaut cherche à s'écouler dans le sol à travers les électrodes de mise à la terre, ce qui fait monter le potentiel local du sol par rapport à celui d'une terre lointaine. Pour cela et A fin de pouvoir faire une conception d'une mise à la terre, plusieurs efforts ont été déployés pour s'approcher le plus possible des conditions réelles de l'installation et de façon à prévoir le comportement de la mise à la terre lors d'un défaut. La géométrie d'une prise de terre et la structure du sol et sa résistivité peuvent influencer beaucoup le comportement de la mise à la terre et le profil de l'élévation du potentiel engendré par le courant qui s'écoule dans le sol.

Dans ce travail, nous ferons usage de calculs par la méthode des différences finies en utilisant le modèle des lignes de transmission pour évaluer les performances des mises à la terre en intégrant plusieurs cas et configurations possibles, dans le souci de se rapprocher des réalités physiques. L'étude que nous avons menée sur les mises à la terre a permis d'obtenir un excellent résultat de calculs de la tension transitoire et l'impédance transitoire, en comparaison avec ceux publiés dans la littérature.

Mots clés : Mise à la terre, électrodes de terre, transitoire, lignes de transmission, électromagnétisme, méthode FDTD, ionisation du sol.