# REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE Ministère de L'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université de Tiaret Département de Génie Civil



# En vue d'obtenir le diplôme de Magister

<u>Spécialité :</u> Génie Civil <u>Option :</u> Mécanique des Structures

<u>Présenté par :</u> HARICHE Lazhar Ingénieur d'état de l'Ecole Nationale Polytechnique <u>Soutenue le :</u> 04 juillet 2002

# REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE Ministère de L'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université de Tiaret Département de Génie Civil

# SIMULATION NON LINEAIRE DU COMPORTEMENT DES JOINTS EN RESINE EPOXYDE UTILISES DANS LES STRUCTURES EN BETON ARME RENFORCEES PAR COLLAGE DES PLAQUES D'ACIER

En vue d'obtenir le diplôme de Magister

<u>Spécialité :</u> Génie Civil <u>Option :</u> Mécanique des Structures

<u>Présenté par :</u> HARICHE Lazhar Ingénieur d'état de l'Ecole Nationale Polytechnique <u>Soutenue le :</u> 04 juillet 2002 Directeur de mémoire : M. Mohamed BOUHICHA Membres de jury :

M. Lakhdar AZZOUZ	Maître de Conférences	U. de Laghouat	Président
M. Mohamed BOUHICHA	Maître de Conférences	U. de Laghouat	Rapporteur
M. M Fateh LAKHDARI	Chargé de Cours	U. de Laghouat	Co - Rapporteur
M. N Eddine BOURAHLA	Maître de Conférences	U. de Blida	Examinateur
M Mohamed SAYEHI	Chargé de Cours	U. de Laghouat	Examinateur
M. Boubaker BENCHEIKH	Chargé de Cours	U. de Tiaret	Examinateur



<u>Présenté par :</u> HARICHE Lazhar <u>Soutenue le :</u> 04 Juillet 2002 Université de Tiaret

**ERRATA** :

Page

Ligne

Au lieu

Lire

# REMERCIEMENTS

Le travail présenté dans cette thèse a été réalisé au sein de l'institut de Génie Civil de Tiaret. Il m'est difficile d'exprimer en quelques mots ma profonde reconnaissance envers Monsieur M. BOUHICHA, Maître de Conférences à l'université de Laghouat, qui a assuré la direction scientifique de ce travail de recherche et a pris le temps de me faire profiter avec patience de son expérience et ses connaissances, qu'il trouve ici l'expression de mes sincères remerciements.

Je teins également à remercier Monsieur M. F. LAKHDARI, Chargé de Cours à l'université de Laghouat, qui a contribué par l'efficacité de ses conseils, sa patience et sa disponibilité constante à la réalisation de ce travail.

Monsieur L. AZZOUZ, Maître de Conférences à l'université de Laghouat, m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury. Je tiens à lui témoigner de mes remerciements les plus sincères.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur N. BOURAHLA, Maître de Conférences à l'université de BLIDA, qui malgré ses lourdes charges a accepté d'être examinateur de ce travail et m'a fait profiter de ses précieuses remarques.

Monsieur B. BENCHEIKH, Chargé de Cours à l'université de Tiaret, qui m'a également aidé par ses appréciables conseils, et a accepté d'être examinateur de ce travail je lui adresse mes remerciements les plus sincères.

Je remercie également Monsieur M. SAYEHI, Chargé de Cours à l'université de Laghouat, qui a bien voulu participer à ce jury, a accepte d'être examinateur de ce travail et me faire profiter de son expérience.

Ces remerciements ne sauraient être complets si je n'y incluais pas tous ceux, collègues et amis, qui m'ont apporté leur soutien au cours de ces années de travail. Je citerai en particuliers : T.H. DOUADJI, H. BEKKI, A. KRIM, G.ABADA, M.

AIT AMEUR et K. BOUAKKAZ, enseignants à université de Tiaret.

4

Ma gratitude va également à la personne qui m'a soutenu durant ces années de thèse ma tendre épouse et la mère de mes enfants Fahd Salah-edine et Hichame Dhyia-edine. Qu'il me soit permis aussi d'adresser une pensée particulière à ma famille pour leur affection et leur patience.

# **RESUME**

Il est bien évidant que le coût de réparation d'une structure endommagée est moins de celle de construire une nouvelle structure. A partir de ce principe les chercheurs dans le domaine des pathologies des ouvrages d'art ont développé un nombre important des techniques de réparation des ouvrages d'art. Parmi ces techniques celle de renforcement des structures en béton armé par collage de plaques d'acier à l'aide de la résine époxydique, a fait l'objet de nombreux travaux expérimentaux et théoriques, qui ont prouvé l'efficacité de cette technique et les bonnes caractéristiques de la résine époxyde.

Le présent travail a pour objet la simulation par la méthode des éléments finis de l'essai Pull-out dans le domaine non linéaire à l'aide des éléments d'interface. La répartition des contraintes tangentielles et normales le long du joint ainsi que la charge de la rupture ont été ainsi déterminées numériquement.

Avant la modélisation numérique, un modèle analytique a été développé. Ce modèle a permis de confirmer les observations expérimentales particulièrement l'allure exponentielle des contraintes tangentielles le long du joint de colle. La modélisation linéaire a été utilisé pour justifier le choix des éléments et de la maille, ainsi que la confirmation des résultats expérimentaux. La modélisation non linéaire utilisée a permis de donner des résultats satisfaisants dans l'estimation de la charge de rupture, comme elle a pu souligner le phénomène de concentration des contraintes prés du bord chargé de l'éprouvette. La rupture s'initie dans le béton et pas dans la colle et se propage graduellement le long du joint jusqu'à sa ruine complète. Ensuite une étude paramétrique portant sur l'effet des épaisseurs de la colle et de la plaque, la résistance du béton et la longueur du joint a été entreprise. Il a été constaté que l'effet de l'épaisseur du colle est relativement faible comparé aux autres paramètres.

Par les économies qu'elle rend possibles et la validité des résultats qu'elle donne, une modélisation correcte tenant compte de l'ensemble des paramètres présent, permet de gagner un temps précieux dans la formulation complète du comportement des joints structuraux.

# الملخص

المعروف أن صيانة البناية من التشققات و التصدعات اقل كلفة من إزالة هذه البناية و بناء أخرى جديدة في مكانها. فمن هذا المنطلق ركز الباحثون في هذا المجال على تطوير تقنيات حديثة لصيانة البنايات و الجسور. من أهم هذه التقنيات تقنية إلصاق صفائح معدنية على هياكل الخرسانة المسلحة بواسطة غراء الابوكسيد ( Résine époxyde )، هذه التقنية كانت موضوع عدة أبحاث حديثة من تجارب في المخبر وأعمال نظرية. إن هذا البحث يتضمن تطوير نموذج عددي غير خطي للفواصل الغرائية المستعملة في إصلاح هياكل الخرسانة المسلحة بواسطة صفائح معدنية ملصقة.

قبل أن يتم تطوير النموذج العددي، طورنا نموذج نظري الذي أعطى نتائج مقبولة إلا انه جد محدود الاستعمال. النموذج العددي الخطي أمكننا من تبرير استعمال عناصر النموذج العددي غير خطي. إن النموذج العددي غير خطي أمكننا من تبرير استعمال عناصر النموذج العددي غير خطي. إن النموذج العددي غير خطي أعطى نتائج جيدة مقارنة بتلك المحصل عليها في التجارب المخبرية، حيث أثنوذج العددي غير خطي أعطى نتائج جيدة مقارنة بتلك المحصل عليها في التجارب المخبرية، النموذج العدي غير خطي. إن حيث أثنوذج العددي غير خطي أكل النموذج العددي غير خطي أعطى نتائج جيدة مقارنة بتلك المحصل عليها في التجارب المخبرية، حيث أثبت أن توزيع الاجهادات القص بكيفية اسية. كما انه اثبت أن الاستقاق و التصدع يحصل في الخرسانة و لسيس في الغراء. و أيضا أثبتت ظاهرة تركيز الاجهادات في الحافة التي تطبق بها القوة، و كذا أعطى قوة الانهيار بطريقة مدققة. و أثبتت دراسة تأثير بعض العوامل على النموذج، جاءت التائج مطابقة لتلك المحصل عليها في الموزي مطابقة التي أعطى قوة الانهيار بطريقة مدققة. و أثبتت دراسة تأثير بعض العوامل على النموذج، جاءت التائج مطابقة المائن الموزي العوامل على النموذج الخرسانة، و ليسانة في الموزية مقاق و التصدع يحمل في الخرسانة و لسيس في الغراء. و أيضا أثبتت طاهرة تركيز الاجهادات في الحافة التي تطبق بها القوة، و كذا أعطى قوة الانهيار بطريقة مدققة. و أثبتت دراسة تأثير بعض العوامل على النموذج، جاءت نتائج مطابقة العلى المحصل عليها في المخبر، كسمك الغراء، مقاومة الخرسانة، طول الإلصاق...

إن جدوى المجانسة العددية يكمن في انه يوفر وقتا ثمينا و يمكن في الحصول على معطيات يصعب الحصول عليها عمليا.

# **SUMMARY**

It is well known that the cost of repair of a damaged structure is less than that needed to build a new structure. Parting from this principle researchers in the field of the pathology of damaged concrete developed a number of repair techniques. Among these, the technique of strengthening reinforced concrete structures by bonding steel plates by means of epoxy resin joint, has been the subject of numerous experimental and theoretical studies which confirmed the efficiency of this technique which are mainly due to the very adequate properties of epoxy resin.

The objectif of this present work is the study by the finite element method (F.E.M) the non linear behaviour of the Pull-out test by means of contact elements. The distribution of normal and shear stresses in the joint as well as the failure load of the joint were numerically determined.

An analytical model was developed first, which on the whole confirmed the experimental observations particularly the exponential distribution of shear stress along the joint. A linear model of the test was used first to justify the choice of the element and mesh used. The developed non linear model was satisfactory on the whole as it gave reasonable estimates of the joint failure load. It also revealed the presence of a zone of stress concentration near the loaded part of the joint. Fracture initiates in concrete not in the adhesive and it propagates progressively till complete failure of the joint. A parametric study was then carried out to study the effect of parameters such as plate and adhesive thickness, the concrete strength and the joint length. It seems that the adhesive thickness has less effect than other parameters on the joint failure.

# By the savings which it makes possible and the validity of the results which it gives, a correct modeling taking into account the parameters present, allows to save a precious time in the complete formulation of the behavior of the epoxy structural joints.

# NOTATIONS

$\Delta d$	[mm]	Distance moyenne qui revient à l'interface
$\Delta f$	$[N/mm^3]$	Incrément de force volumique
ΔL	[mm]	Distance entre deux jauges de déformation
ΔΤ	$[N/mm^2]$	Incrément de force surfacique.
$\Delta u_n$	[mm]	Déplacement relatif normal de l'interface.
$\Delta u_t$	[mm]	Déplacement relatif tangentiel de l'interface.
Г	[-]	Frontière du corps élastique
$\Gamma_{i}$	[ ]	Frontière ou surface de contact entre deux corps.
$\Gamma_{\mathrm{T}}$	[-]	Une partie de la frontière du corps élastique sur la quelle on a une force surfacique «T»
$\Gamma_{\rm u}$	[-]	Une partie de la frontière du corps élastique sur la quelle on a un déplacement imposés $\langle u = \bar{u} \rangle$ .
Ω	[-]	Un corps élastique
$\Omega_{\rm e}$	[ ]	Elément réel
$\Omega_{\rm r}$	[ ]	Elément de référence
δU	[]	L'énergie de déformation virtuelle.
δW	[]	Le travail virtuel externe
$\epsilon^{i}$	[ - ] ou [mm]	Déformation de l'interface
<b>{3</b> }	[-]	Vecteur des déformations dans un point
ν	[-]	Coefficient de Poisson
σ	[Mpa]	Contrainte normale
{ <b>σ</b> }	[Mpa]	Vecteur des contrainte
τ	[Mpa]	Contrainte tangentielle
А	[mm <sup>2</sup> ]	L'air de la section
[B]	[ ]	Matrice de déformation pour les éléments massifs.
b	[mm]	Largeur de l'éprouvette de Pull-out
[C]	[ ]	Matrice de comportement ou matrice des propriétés de matériau

[D]	[ ]	Matrice de déformation pour les éléments d'interface
det J	[ ]	Déterminant de la matrice jacobienne
dV	[mm]	Volume élémentaire
E	[Mpa]	Module d'élasticité ou module de Young
$E_2$	[mm]	La moitie de l'épaisseur de l'éprouvette du béton
$E_{b}$	[MPa]	Module de Young du béton
ec	[mm]	Epaisseur de la colle
e <sub>p</sub>	[mm]	Epaisseur de la plaque d'acier
E <sub>p</sub>	[MPa]	Module de Young de la plaque d'acier
E <sub>ryg</sub>	[-]	Rapport des modules de Young des deux milieux
$\{F\}$	[ ]	Vecteur des forces global
«f»	[N/mm <sup>3</sup> ]	Forces volumiques
F	[N]	Force longitudinale locale dans la plaque d'acier
$\mathbf{f}_{cj}$	[MPa]	Résistance à la de compression du béton
$\{F_e\}$	[ ]	Vecteur des forces élémentaires de l'élément
$F_n$	[N]	Force normale dans l'élément d'interface
$\mathbf{F}_{\mathbf{t}}$	[N]	Force tangentielle dans l'élément d'interface
$\mathbf{f}_{tj}$	[MPa]	Résistance à la traction du béton
G <sub>c</sub>	[MPa]	Module de cisaillement de la colle
[J]	[ ]	Matrice jacobienne
[K <sup>i</sup> ]	[ ]	La matrice de comportement de l'interface
K <sub>n</sub>	[N/mm]	Coefficient de raideur du ressort normal de l'élément
		d'interface
K <sub>t</sub>	[N/mm]	Coefficient de raideur du ressort tangente de l'élément
		d'interface
[N]	[ ]	Matrice des fonctions d'interpolations
n <sub>e</sub>	[-]	Nombre total des éléments
$n_g$	[-]	Nombre de nœuds par élément
Ni	[ ]	Fonctions d'interpolations
Р	[N]	Force appliquée sur la plaque
{q}	[]	Le vecteur de chargement sur l'élément comprenant les
		charge surfaciques et volumiques.

[R]	[ ]	Matrice de rigidité globale
[R <sub>e</sub> ]	[ ]	Matrice de rigidité élémentaire de l'élément
R <sub>max</sub>	[N/mm]	Valeur maximal de la matrice de rigidité des éléments massif.
«Т»	$[N/mm^2]$	Forces surfaciques
Tv	[° C]	Température de transition vitreuse
«ū»	[mm]	Déplacement imposés sur $\Gamma_u$
$\{U^e\}$	[ ]	Vecteur de déplacement des nœuds de l'élément
u <sup>i</sup>	[mm]	Déplacements horizontaux des nœuds du corps
$\mathbf{u}^{\mathbf{k}}$	[mm]	Déplacement à l'incrément «k».
$\mathbf{u}_{n}^{i}$	[mm]	Déplacement normal du point «i» de l'interface.
$u_t^{i}$	[mm]	Déplacement tangente du point « i » de l'interface.
V	$[mm^3]$	Volume du corps « $\Omega$ »
vi	[mm]	Déplacements verticaux des nœuds du corps
We	[N.mm]	Travail des forces extérieures.
$\mathbf{W}_{\mathrm{i}}$	[N.mm]	Travail des forces intérieures.
$W_{L}$	[N.mm]	Travail des forces de liaison.

# Indices

b	Béton
c	Colle
n	Normal
p t	Acier Tangentiel

# Exposants

e	Elément
i	Interface
k	Increment

# **LIST DES FIGURES**

- Figure (1-1) : Dispositif de ferraillage avant le coulage du béton pour le gainage d'un poteau. Page 5.
- Figure (1-2) : Gainage pour un poteau circulaire. Page 5.
- Figure (1-3) : Gainage pour un poteau rectangulaire. Page 5.
- Figure (1-4) : Placement du câble de la précontrainte extérieure pour une poutre. Page 7.
- Figure (1-5) : Poutres après essais de flexion à quatre points. Page 9.
- Figure (1-6) : Technique de réparation par des tôle collées à l'aide de la résine époxyde. Page 10.
- Figure (1-7) : Variation du module de Young d'une résine époxyde en fonction de la température. Page 19.
- Figure (2-1) : Schéma d'un corps élastique. Page 26.
- Figure (2-2) : Elément quadrilatère à 4 nœuds. Page 33.
- Figure (2-3) : Elément quadrilatère à 8 nœuds. Page 34.
- Figure (2-4) : Modélisation du contact. Page 36.
- Figure (2-5) : Modes de déformation de l'interface Mode adhésion –. Page 37.
- Figure (2-6) : Modes de déformation de l'interface Mode glissement–. Page 37.
- Figure (2-7) : Modes de déformation de l'interface Mode décollement –. Page 38.
- Figure (2-8) : Discrétisation du domaine. Page 39.
- Figure (2-9) : Elément à 6 nœuds de type Goodman. Page 41.
- Figure (2-10) : Elément à 4 nœuds de type Goodman. Page 42.
- Figure (2-11) : Approche de l'élément d'interface par un élément de référence. Page 42.
- Figure (2-12) : Elément d'interface à 6 nœuds. Page 44.
- Figure (2-13) : Elément d'interface à 4 nœuds. Page 45.
- Figure(2-14) : Elément joint de type ressorts. Page 46.
- Figure (3-1) : Montage expérimental de l'essai Pull out. Page48.
- Figure (3-2) : Disposition des jauges le long des plaques. Page 49.

- Figure (3-3) : Equilibre d'un tronçon « $\Delta$ L » de la plaque. Page 49.
- Figure (3-4) : Distribution de la force F le long du joint en fonction de la force appliquée. Page 51.
- Figure (3-5) : Répartition des contraintes de cisaillement le long du joint en fonction de la force appliquée. Page 51.
- Figure (3-6) : Assemblage de deux plaques d'acier «1» collées sur une éprouvette prismatique en béton «2». Page 52.
- Figure (3-7) : L'allure de déformée de collage de longueur « dx ». Page 53.
- **Figure (3-8)** : La répartition des contraintes tangentielles dans la colle «le graphe théorique donné par l'équation 3-12 et le graphe expérimental » pour une force de 5KN. Page 56.
- Figure (4-1) : Schéma du maillage « avec interfaces ». Page 58.
- Figure (4-2) : Schéma du maillage « sans interface ». Page 58.
- **Figure (4-3)** : Distribution de la force longitudinale le long du joint pour une force appliquée de 5KN : Validation. Page 59.
- Figure (4-4) : Critère de rupture du béton par cisaillement donnée par le B.P.E.L. Page 61.
- Figure (4-5) : Elément typique d'interface. Page 62.
- Figure (4-6) : Une partie de l'interface colle-béton. Page 63.
- Figure (4-7) : Répartition des contraintes tangentielles dans la plaque d'acier le long du joint. Page 65.
- Figure (4-8) : Répartition des contraintes tangentielles dans la colle le long du joint. Page 66.
- Figure (4-9) : Répartition des contraintes tangentielles dans le béton le long du joint. Page 67.
- Figure (4-10) : Contours de contraintes tangentielles dans la structure pour une force de 10KN. Page 67
- Figure (4-11) : Contours de contraintes tangentielles dans la structure pour une force de 15KN. Page 68.
- Figure (4-12) : Contours de contraintes tangentielles dans la structure pour une force 17,5KN. Page 68.
- Figure (4-13) : Répartition des contraintes tangentielles pour une force 17,5KN. Page 69.
- Figure (4-14): Contour des contraintes principales majeures dans la structure pour une force de 10KN. Page 69.
- Figure (4-15) : Contour des contraintes principales majeures dans la structure pour une force

de 15KN. Page 70.

- Figure (4-16) : Contour des contraintes principales majeures dans la structure pour une force de 17,5KN. Page 70.
- **Figure (4-17)** : Orientation et magnitude des contraintes principales majeures dans la structure pour une force de 17,5KN. Page 71.
- Figure (4-18) : Force tangentielle dans les éléments d'interfaces ressorts le long de l'interface acier-colle. Page 71.
- Figure (4-19) : Force tangentielle dans les éléments d'interface ressorts le long de l'interface colle-béton. Page 72.
- Figure (4-20) : Force tangentielle dans les éléments d'interface Pour une force de 17,5KN. Page 72.
- Figure (4-21) : La charge de rupture en fonction de l'épaisseur de la colle. Page 73.
- Figure (4-22) : Effet de l'épaisseur de la colle sur la force tangentielle dans les éléments d'interface colle béton pour une force de 12KN. Page 74.
- Figure (4-23) : La charge de rupture en fonction de l'épaisseur de la plaque. Page 75.
- Figure (4-24) : Effet de l'épaisseur de la plaque sur la force tangentielle dans les éléments d'interface colle-béton pour une force de 12KN. Page 76.
- Figure (4-25) : Effet de l'épaisseur de la plaque sur la contrainte tangentielle dans la colle pour une force de 12KN. Page 76.
- Figure (4-26) : La charge de rupture en fonction de la résistance à la traction du béton. Page 78.
- Figure (4-27) : La charge de rupture normalisée en fonction de la longueur de l'éprouvette du béton normalisée. Page 79.
- Figure (4-28) : La charge de rupture en fonction de la longueur de collage. Page 80.

# LIST DES TABLEAUX

- Tableau (1-1) : Classification des liants organiques utilisés en Génie Civil. Page 12
- **Tableau (1-2)** : Analyse chimique de 13 liants formulés pour la réparation du béton par injection.Page 17
- Tableau (1-3) : Les caractéristiques mécaniques de la résine époxyde. Page 19
- **Tableau (3-1)** : Résultats expérimentaux de l'effet de variation de la résistance à la compression.Page 50.
- Tableau (3-2) : Résultats expérimentaux de l'effet de variation de l'épaisseur de la colle. Page 50.
- Tableau (4-1) : Propriétés des matériaux. Page 59.
- Tableau (4-2) : Résultats de l'effet de l'épaisseur de la colle. Page 73.
- Tableau (4-3) : Résultats de l'effet de l'épaisseur de la plaque d'acier. Page 75.
- Tableau (4-4) : Résultats de l'effet de la résistance du béton à la compression. Page 77.
- Tableau (4-5) : Résultats de l'effet de la longueur de l'éprouvette du béton. Page 78.
- Tableau (4-6) : Résultats de l'effet de la longueur de collage. Page 79.

#### AVANT PROPOS :

Il est bien établi que l'un des secteurs vitaux sur lesquels repose toute économie est celui de la construction. Il est également connu qu'une importante proportion des constructions est constituée par celles en béton armé. En effet les excellentes qualités de ce matériau liées aussi bien aux prix de réalisation très concurrentiels qu'aux performances de résistances, maniabilité, durabilité, facilité d'exécution ...etc. l'ont imposé d'une façon qui ne souffre d'aucune discussion.

Cependant et malgré ces qualités de nombreux ouvrages en béton armé manifestent des pathologies de degrés plus ou moins avancés en relation avec les conditions d'utilisation, l'âge, l'environnement ... etc. Ce constat nous amène à parler tout naturellement du problème de la maintenance et des techniques de réparation. En effet et pour illustrer l'importance du sujet, de nombreuses statistiques à travers le monde rapportent que les coûts d'entretien et de réparation des ouvrages et surtout des ouvrages d'art en viennent rapidement à dépasser largement les coûts de construction initiaux.

Il existe de nombreuses techniques de réparation plus ou moins élaborées et qui donnent des résultats disparates compte tenu du fait que le béton ne se prête pas facilement aux travaux de réparation. Parmi les techniques, celles utilisant le collage des plaques sur la face tendue, a connu un essor important au cours de ces dernières décennies. Malgré les nombreux succès enregistrés sur le terrain l'utilisation généralisée de cette technique est freinée par des limitations dues au fait que certains aspects du comportement des joints de renforcement ne sont pas bien connus.

Pour pallier à cette insuffisance, de nombreuses investigations expérimentales, théoriques et, récemment numériques, se sont penchées sur le sujet avec des résultats qui bien qu'ils soient remarquables ne font pas le tour complet du sujet. L'outil informatique a permis par son développement l'élaboration des modèles numériques permettant l'étude du comportement des structures renforcées. La simulation numérique dans le domaine linéaire des essais de pull out [1] a permis de confirmer les observations expérimentales sur le mode de fonctionnement du joint en cisaillement avec l'allure exponentielle des contraintes tangentielles dans le joint, la rupture s'initie dans le béton tendu, la notion de longueur utile ...etc. Cependant, l'une des limitations principales de la simulation linéaire est qu'elle ne correspond pas au comportement réel de la structure renforcée qui est essentiellement non linéaire.

Le présent travail se propose précisément de faire une analyse non linéaire du comportement des joints de résine époxyde utilisés dans les essais pull out[2]. Pour cela, il est indispensable de valider le modèle développé sur le domaine linéaire et non linéaire, ensuite d'entreprendre une étude

paramétrique sur les facteurs pouvant influencer le comportement des joints. Cette analyse s'articule sur les chapitres suivants :

- Chapitre 1 : Recherche bibliographique .
- Chapitre 2 : Présentation de la méthode des éléments finis .
- Chapitre 3 : Dispositif expérimental et modèle Analytique de l'essai pull-out
- Chapitre 4 : Modélisation de l'essai pull-out
- Chapitre 5 : Conclusions et recommandations

### **RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE :**

Dans le premier chapitre une revue bibliographique des techniques de réparations des ouvrages notamment celle utilisant la résine époxyde, soit comme élément de collage, soit comme ajout a été faite. Compte tenu du fait que, d'après les résultats expérimentaux de Charif [2], la rupture est initiée du côté du joint et que la résine joue un rôle important dans la structure que nous analysons, une importante partie de notre recherche (historique, chimie d'époxyde, formation d'époxyde et proprietés....) lui a été consacrée. De plus dans ce chapitre nous avons cité les travaux expérimentaux ainsi que les travaux analytiques et numériques traitant la réparation par collage des plaques d'acier.

#### PRESENTATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS :

Le développement de l'outil informatique a permis à la méthode des éléments finis d'évoluer dans des domaines différents. En effet, elle est devenue la base de la modélisation, et a fait l'objet d'un nombre important de travaux et d'articles.

Le travail que nous nous proposons de faire a pour objet l'élaboration d'un modèle non linière capable de représenter le montage expérimental que nous analysons. Celui ci consiste à étudier le comportement d'une structure plane renforcée par collage de plaque d'acier à l'aide de la résine époxyde, soumise au cisaillement (essai pull out). Le mode d'analyse par la méthode des éléments finis le plus direct est naturellement celui qui repose sur l'utilisation des éléments isoparamétriques à 8 ou à 4 nœuds. Afin d'approcher le plus correctement possible le comportement du joint de colle, des éléments d'interface sont utilisés. Dans cette perspective nous introduisons deux types d'éléments d'interface à savoir type ressort et élément type Goodman.

# DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET MODELE

ANALYTIQUE DE L'ESSAI PULL-OUT :

Dans ce chapitre nous exposons le dispositif expérimental de l'essai pull-out, ainsi que les principaux résultats expérimentaux de Charif [2]. Ensuite nous exposons les étapes entreprises dans l'élaboration d'un modèle analytique permettant d'approcher le comportement de l'essai Pull-out. Finalement, une étude comparative des résultats du modèle analytique avec les résultats expérimentaux a été entreprise afin de permettre la validation du modèle et de cerner ces limitations.

# **MODELISATION DE L'ESSAI PULL-OUT:**

Le but de ce chapitre consiste à élaborer un modèle numérique capable de simuler l'essai pull out. Après la validation du modèle par comparaison avec les résultats expérimentaux, celui-ci sera utilisé pour mener d'abord, une analyse de l'état de contraintes agissant sur la structure renforcée, ensuite une étude paramétrique permettra d'étudier l'effet de la variation de l'épaisseur de la colle et de la plaque sur le comportement du joint.

# **CONCLUSION ET RECOMMANDATION :**

Dans cette partie les résultats du présent travail avec leur interprétations, ainsi que les principales remarques seront présentés. Des conclusions, recommandations et perspectives clôtureront l'exposé.

# <u>1-1 INTRODUCTION :</u>

La croissance et le développement constant du parc automobile national induit un volume de circulation qui nécessite un réseau routier opérationnel de façon permanente. Les ouvrages d'art faisant partie intégrante du réseau, il est de la première nécessité d'en assurer le fonctionnement permanent. Cet objectif, pour être atteint, nécessite un programme national de suivi et de maintenance permettant de détecter et donc de traiter dans les meilleurs délais tout signe pathologique pouvant apparaître[3]. Ceci suppose bien évidemment la maîtrise de techniques de réparation et de renforcement des structures.

Si les méthodes conventionnelles peuvent remédier aux nécessités de premières urgences, il est cependant difficile de se prononcer sur leur durabilité. L'utilisation de la résine époxydique dans la réparation soit comme matériaux soit comme élément structurel (colle de renforcement) [4] s'impose sur le marché mondial comme l'une des techniques les plus performantes du point de vue économie, fiabilité et durabilité. Ce succès consacré par la pratique nécessite, pour être complet, l'élaboration d'une théorie cohérente et rigoureuse éclairant les aspects pas encore maîtrisés du comportement des structures renforcées par cette technique[5].

Afin de souligner l'étendue du domaine de la réparation, la suite de ce chapitre sera consacrée à une revue de divers procédés de réparation. En effet les ingénieurs et les chercheurs dans le domaine de la pathologie et de la réparation des ouvrages d'art ont développé un nombre important de techniques de renforcement et de réparation des éléments en béton armé ; parmi lesquelles il faut citer :

# **1-2 TECHNIQUES DE REPARATION DES OUVRAGE D'ART :**

# 1-2-1 Gainage (Chemisage) :

Cette technique consiste à reconstituer ou à accroître la section d'un élément en service (surtout celle d'un élément travaillant en compression) en le gainant du béton figure(1-1), figure(1-2) et figure(1-3). Il n'est pas nécessaire que l'élément d'origine soit lui-même en béton. Il est donc possible de gainer du béton des sections en acier ou en maçonnerie. Le béton armé de la gaine doit être conforme au critère suivant : les résistances des nouveaux matériaux ne doivent pas être inférieures à celles des anciens matériaux de la structure.



Figure (1-1)] Dispositif de ferraillage avant le coulage du béton

Pour le gainage d'un poteau [5]







Figure (1-3) Gainage d'un poteau rectangulaire [6]

Cette technique est très répandue en Algérie pour la réparation des ouvrages et des structures de bâtiment suite à des dégradations telles que celles causées par des séismes : à titre d'exemple, les réparations effectuées sur des bâtiments endommagés par le séisme de Chlef 1980 [6]. On peut également citer, dans ce cadre, les travaux en Japon de réhabilitation des structures en béton armé suite au séisme de Hyogoken-Nanbu [7] et les travaux de réparation des poteaux en béton armé [8].

# 1-2-2 Injection :

C'est une opération qui consiste à injecter dans les fissures un produit susceptible de créer une liaison mécanique et /ou une étanchéité entre les parties dégradées. Cette technique peut être utilisée pour les éléments en béton armé endommagés dont les fissures sont stables et dont les largeurs sont comprises entre 0,2 mm et 2 mm.

Les travaux d'injection se font en deux étapes :

- 1. Préparation des fissures : par leur nettoyage à l'air comprimé ou à l'eau sous pression.
- Injection des produits : on peut utiliser entre autres : coulis de ciment, silicates, résines polyesters, résines polyuréthannes, résines acryliques et résines époxydiques[9]. Cette dernière sera détaillée dans la section technique de réparation à l'aide de résine époxydique. En Algérie, les coulis de ciment sont les plus utilisés [6].

## 1-2-3 Béton projeté :

Les bétons projetés sont mis en place grâce à l'utilisation d'air comprimé. Les bétons transportés «secs » ou «mouillés » dans une conduite desservent les différentes parties d'un ouvrage à réparer.

## **<u>1-2-4 Précontrainte extérieure :</u>**

Cette technique permet de renforcer l'ouvrage en lui appliquant une force de précontrainte externe dans le but de le ramener à son état de service, figure(1-4). Elle est utilisée pour :

- Les ouvrages en béton armé et en béton précontraint présentant des insuffisances en flexion longitudinale ou à l'effort tranchant.
- b. Les voiles et âmes de poutres présentant des insuffisances à l'effort tranchant ou à la torsion.

- c. Les ouvrages en maçonnerie.
- d. Les pièces tendues en béton armé dont les aciers sont insuffisants ou défaillants.

Les armatures de précontrainte extérieure sont généralement placées dans des conduits de protection. Leurs tracés sont soit rectilignes, soit polygonaux figure(1-4).



Figure (1-4) Placement du câble de la précontrainte extérieure pour une poutre

# 1-3 TECHNIQUES DE REPARATION UTILISANT LA RESINE EPOXYDIQUE :

L'utilisation de la résine époxyde dans l'entretien et le renforcement des ouvrages d'art en béton armé est une pratique courante dans les pays développés, vu les nombreux avantages qu'elle offre, dont le coût n'est pas le moindre[10]. Il est certain que cette technique sera de plus en plus utilisée à travers le monde. La résine époxyde peut être utilisée soit par injection ou bien par collage[11].

# 1-3-1 Colmatage des fissures par injection de la résine époxyde :

Le principe est d'injecter la résine d'époxyde dans les fissures et crevasses des constructions endommagées. Les travaux de réparation des ouvrages par injection de la résine époxyde ont permis de démontrer que la résistance de la résine est plus importante que celle du béton [12]. Les réparations effectuées ont touché les ouvrages suivants [13], [14] :

- 1. Un viaduc en béton armé.
- 2. Des panneaux préfabriqués de bâtiments.
- 3. Un radier d'un réservoir d'eau
- 4. Des éléments préfabriqués de fermes en béton précontraint.
- 5. Des ouvrages en béton dans un milieu marine.
- 6. Des poteaux et des poutres en béton armé

Un autre exemple d'utilisation de cette méthode est celui des travaux de réparation du pont de La Croix Falgarde en béton précontraint, construit par encorbellement [15], qui ont prouvés l'efficacité de la résine époxyde dans la réparation des ouvrages d'arts.

## 1-3-2 Renforcement au cisaillement des poutres en béton

armé par composites collées à l'aide de résine époxyde :

Parmi les techniques de renforcement préconisées, celle utilisant les plaques et lamelles en matériaux composites à base de fibres collées à l'aide d'époxyde offre plusieurs avantages (coût, durabilité et légèreté des matériaux utilisés) dont l'un des plus importants réside dans la possibilité de coller les plaques sur les éléments structuraux en service (sans qu'il soit nécessaire de perturber la circulation). Ceci peut, dans certaines situations, être très économique et très pratique, notamment en milieu urbain où la moindre perturbation du flux de circulation peut s'avérer chaotique. Dans ce domaine, les principaux travaux sur le renforcement au cisaillement des poutres en béton par des plaques composites collées à l'aide de la résine époxyde sont cités dans la référence [16]. Les résultats de cette étude ont montré que cette technique peut améliorer non seulement la résistance au cisaillement, mais aussi la rigidité globale de la poutre en atténuant sensiblement l'étendue de la fissuration diagonale. Il est également constaté que les lamelles inclinées sont plus performantes que les lamelles verticales, figure(1-5).





-a- Poutres avec un espacement de 200 mm des armatures transversales

-b- Poutres avec un espacement de 50 mm des armatures transversales



-c- Même poutres que -a- mais elles sont renforcées au cisaillement par des lamelles verticales collées sur la poutre



-d- Même poutres que -a- mais elles sont renforcées au cisaillement par des lamelles inclinées à 45° et collées sur la poutre

# Figure (1,5) Poutres après essais de flexion à quatre points [16]

1-3-3 Renforcement des structures par la technique

des tôles collées à l'aide de la résine époxyde :

Le renforcement des structures en béton par la technique des tôles collées consiste à pallier aux insuffisances de résistance des éléments en béton par l'utilisation des tôles d'acier collées en surface du béton. Cette technique connue depuis prés de trente cinq ans, a été utilisée dans les cas suivants :

- Les travaux de renforcement de dalles du tablier en béton armé des ponts de l'autoroute TOKYO - NAGOYA au Japon (102 ponts en été renforcés en mars 1981 par cette technique)[17].
- 2. Le renforcement d'un pont en béton précontraint par collage des plaques. Le pont a été construit en 1955 sur le canal de la Nethe à Lier en Belgique[18]. La réparation a été réalisée

par une précontrainte supplémentaire et par des plaques collées qui reprennent les contraintes de traction restantes. Puisque l'ancrage des câbles tend à provoquer des efforts d'éclatement dans l'âme des poutres maîtresses, des plaques collées verticalement ont été utilisées pour reprendre ces efforts.

- 3. Renforcement d'un pont en béton armé a Quinton en Grande-Bretagne par des tôles collées [19]. Les essais de charge effectués sur ce pont ont démontré qu'il avait obtenu les améliorations requises. Les essais effectués au laboratoire de transport et de recherche routière par Raithby [19], ont confirmé l'efficacité à court terme du collage des tôles.
- 4. Les travaux de vérification expérimentale des renforcements par plaques collées d'un pont en béton précontraint, effectués par de Van Gemert [20]. Les performances des éléments renforcés sont nettement meilleures que celles des éléments non renforcés. Les essais de fatigue de leur côté n'ont pas révélé des effets imprévus.
- 5. Des études telles que celle menée par Ladner [21] ont porté sur la technique de renforcement par des tôles collées, figure(1-6). Il a prouvé que les tôles minces et larges ont un comportement plus favorable que des tôles épaisses et étroites. Des essais à la fatigue de poutres en béton armé renforcées ont montré que des ruptures de fatigue dans le joint collé ne se présentent que sous de grandes amplitudes de contraintes. Dans ce cas une fissure de rupture a, le plus souvent, pour point de départ une fissure de flexion dans la poutre en béton armé. Des essais de longue durée sur des poutres en béton armé renforcées ont été aussi effectués et qui ont montré qu'aucun dégât significatif vis à vis de l'état primitif n'est à signaler, même après une durée d'observation de plus de 800 jours.





# **<u>1-4- PRESENTATION DE LA RESINE EPOXYDE :</u>**

# 1-4 -1 Généralités sur les liants organiques :

La fonction principale d'un liant est, comme son nom l'indique, de "rassembler et maintenir réunies des particules généralement solides" [22]. Plus précisément, en Génie Civil, il s'agit de lier entre eux des granulats (béton et mortiers) ou des surfaces minérales, et éventuellement des aciers (collage dit "structural"). Il existe plusieurs manières de lier entre eux des granulats pour assurer la cohésion d'un matériau composite. La première consiste à utiliser des produits d'origine minérale qui, lorsqu'on les fait réagir avec de l'eau, donnent lieu à la création de réseaux cristallins enchevêtrés qui ont en soi une bonne cohésion avec le squelette minéral renforçant la structure, on appelle ces produits liants hydrauliques parce qu'ils nécessitent la présence d'eau pour faire prise. La deuxième consiste à utiliser des produits du type "colles ", c'est - à - dire des composés organiques susceptibles d'une bonne adhésion au squelette minéral. Les propriétés rhéologiques des composés organiques en forme de liquide visqueux sont en particulier très favorable à une bonne tenue de l'ensemble<sup>[23]</sup>. Ces produits sont alors appelés liants organiques car il s'agit essentiellement de composés de la chimie organique. A cette catégorie appartiennent les liants hydrocarbonés utilisés en technique routière tels que les bitumes et les goudrons, ainsi que tous les polymères organiques utilisés dans les assemblages composites. En génie civil on utilise les liants organiques dans trois domaines principaux, Tableau (1-1) :

- a. Pour la réalisation de revêtements routiers (enrobés pour le béton bitumineux, enduits superficiels, couche de base de type grave bitumes)
- b. Pour la réparation d'ouvrages en béton hydraulique : colmatage des fissures, peintures et protections des surfaces, l'assemblage par collage de pièces en béton hydraulique manufacturé, voire même pour la réalisation d'éléments de construction en béton de résine.
- c. pour la protection des aciers par peintures, le marquage routier (signalisation horizontale) et la réalisation d'étanchéité (de tabliers d'ouvrage).



Tableau (1-1) Classification des liants organiques utilisés en Génie Civil [22]

## 1-4 -2 Historique :

Les résines époxydes furent découvertes presque simultanément par le Suisse Castan et l'Américain Greenlee [24]. Les auteurs anglo-saxons désignent ces produits sous le vocable **epoxy resins** pour bien souligner que le groupe époxydique (une atome d'oxygène branché sur deux atomes de carbones consécutifs) constitue leur point commun. La notation abrégée, universellement adoptée, est **EP**.

En 1936, Pierre Castan, qui cherchait un matériau bien adapté aux prothèses dentaires, fit une découverte capitale : l'adjonction d'anhydrides d'acides à des composés époxydes déclenchait une réaction de polyaddition donnant naissance à des plastiques de haute qualité. Aux Etats-Unis, vers 1939 le Dr Greenlee, de la Société Devoe et Reynolds, synthétisa des résines époxydes, de façon analogue à P.Castan, mais en obtenant des masses moléculaires plus élevées. Son invention, concrétisée par le dépôt de plusieurs brevets, était destinée à la préparation de résines époxydes pour revêtements de surface[24]. Il s'agit cependant, de produits performants [25] qui rentrent dans un très grand nombre d'applications, dont certaines sont d'un niveau technique incontestablement élevé :

- a. Industrie aéronautique et automobile (collage de structure et de panneaux);
- b. Industrie électronique moyenne et haute tension (surtout appareillage électronique);
- c. Sport (skis, raquettes, arcs et flèches de compétition, cadres de vélos en carbone ...);
- d. Outillages (modèles à reproduire, maîtres modèles, boîtes à noyaux, etc.....);
- e. Stratifiés et composites (nids d'abeilles, structures triangulaires, arbres de transmission, carrosseries de voitures de sport...);
- f. Revêtements résistant aux agents chimiques, réparation de fissures de barrages, etc...[24]

# 1-4-3 Matériaux polymères :

# 1-4-3-1 Définitions :

On appelle macromolécules les molécules de très hautes masses moléculaires. Cette notion englobe à la fois les polymères et les milieux complexes comme les molécules d'intérêt biologique (A.D.N par exemple) ou encore les constituants lourds des bitumes (asphaltènes) qui peuvent être considérés à certains points de vue comme des macromolécules multiformes.

La notion de polymère est plus restrictive car elle implique l'existence, dans la macromolécule, d'unités structurales (monomères) répétitives reliées entre elles par des liaisons covalentes. La génération de tout l'édifice structural élémentaire est la caractéristique fondamentale des polymères [22].

Les monomères étant alors définis comme des molécules susceptibles de s'unir entre elles, ou à des molécules d'autres monomères, pour former un polymère. Cependant, il y a lieu de préciser par quel processus se fait cette opération.

# 1-4-3-2 Processus de formation des polymères :

Il existe deux mécanismes principaux de formation des époxydes fondamentalement différents l'un de l'autre : la **polymérisation** proprement dite ou polymérisation en chaîne d'une part et la **polycondensation** d'autre part. Les macromolécules obtenues ont des caractéristiques générales différentes selon le processus mis en jeu.

#### Les réactions de polycondensation :

La croissance des macromolécules est le résultat de réactions chimiques classiques entre les groupement fonctionnels réactifs des monomères. Elles peuvent se produire avec ou sans élimination d'un composé volatil.

Pour qu'un composé chimique soit considéré comme un monomère, au sens de la polycondensation, il faut qu'il comporte au moins deux fonctions réactives. Il ne conduit a un polymère que si, à l'autre bout des molécules symbolisées par : \_\_\_\_\_se trouve au moins une fonction réactive[22].

Prenons l'exemple de la réaction d'un Diiscocyanate sur un diol :

$$\mathbf{O} = \mathbf{C} = \mathbf{N} \xrightarrow{\mathbf{i}} \mathbf{N} = \mathbf{C} = \mathbf{O} + \mathbf{HO} \xrightarrow{\mathbf{p}} \mathbf{OH} \xrightarrow{\boldsymbol{\phi}} \mathbf{O} = \mathbf{C} = \mathbf{N} \xrightarrow{\mathbf{i}} \mathbf{NH} - \mathbf{C} - \mathbf{O} \xrightarrow{\mathbf{p}} \mathbf{OH}$$

$$O$$
Diiscocyanate + Diol  $\longrightarrow$  Oligomère Uréthanne (1<sup>er</sup> terme)

Cet oligomère réagit à son tour sur d'autres molécules de monomères pour donner des oligomères supérieurs tels que :



jusqu'à formation du polymère selon les condition opératoires.

Cette réaction peut être schématisée ainsi :

 $i+p \xrightarrow{\phi} i-p-i-p \xrightarrow{\phi} i-p-i-i-i-p-\dots$ 

## Les réactions de Polymérisation en chaîne :

Elles résultent de la fixation de nombreuses molécules de monomère sur des centres actifs préalablement formés dans le milieu réactionnel, et peuvent conduire à des polymères de masses nettement plus élevées. Le processus cinématique de croissance se présente de manière toute différente : après une réaction d'amorçage où se forment les centres actifs, la réaction de propagation ou de croissance de la macromolécule se développe jusqu'à épuisement des monomères présents ou cessation de réactivité des centres actifs par suite d'éventuelles réactions de terminaison.

Il existe deux catégories de polymères : les thermoplastiques et les thermodurcissables :

#### **1-4-3-3** Les thermoplastiques :

On constate que, lorsque les monomères ont tous une fonctionnalité égale à deux , l'enchaînement résultant de la polycondensation est linéaire ; les polymères obtenus dans ce cas sont solubles dans certains solvants et fusibles (du moins lorsqu'ils ne se décomposent pas avant de se fondre). On les appelle " Thermoplastique " parce que, lorsqu'on les chauffe, ils donnent lieu à un ramollissement réversible, sans transformation chimique. On peut donc les couler à chaud, comme c'est le cas des enduits thermoplastiques utilisés pour le marquage routier[22]. Les propositions précédentes peuvent être aisément transposées au cas de la polymérisation.

En génie civil, les réactions de ce type interviennent essentiellement dans le cas des monomères comportant des doubles liaisons[22]. Si l'on appelle "degré d'insaturation" le nombre de doubles liaisons présentes par molécules de monomère, on peut énoncer la règle suivante : lorsque les monomères ont tous un degré d'insaturation égal à l'unité, l'enchaînement résultant de la

polymérisation est linéaire le polymère est de type thermoplastique ; c'est le cas du styrène monté cidessous :



#### 1-4-3-4 Les thermodurcissables :

Le processus de formation des thermodurcissables est identique à celui décrit auparavant : par polycondensation ou par polymérisation. En contraste aux thermoplastiques la fonctionnalité d'au moins un des monomère des thermodurcissables est supérieure à deux. Les enchaînements se développent donc dans les trois dimensions de l'espace, s'enchevêtrent, et on obtient des polymères hautement insolubles et infusibles. Cependant la polycondensation se fait généralement par étapes, les oligomères formés en début de réaction conservant une viscosité relativement faible. Ensuite cette viscosité croît brusquement donnant naissance à une phase de gélification, c'est à dire l'apparition d'une phase gel qui s'enrichit progressivement [22].

Le temps qui s'écoule entre le moment où l'on mélange les monomères et où apparaît cette gélification est très important du point de vue technologique : c'est la " durée pratique d'utilisation" (D P U) appelée encore vie en pot (traduction littérale de pot-life) ou quelquefois durée d'emploi.

Ici, la transformation consécutive au chauffage du polymère est irréversible puisqu'elle fait intervenir des réactions chimiques n'ayant pu se produire auparavant parce qu'elles étaient gênées par la haute viscosité du milieu réactionnel.

Dans le cas de la polymérisation, dés que l'un des monomères a un degré d'insaturation supérieur à l'unité, on obtient des macromolécules tridimensionnelles, le polymère obtenu est alors du type thermodurcissable. C'est le cas des polyesters utilisés dans les béton de résine[22].

#### <u>1-4 -4 La chimie des époxydes :</u>

Le terme «résine époxyde » employé couramment prête à confusion car il est attribué tantôt aux résines non durcies, les «bases», qui sont caractérisées par la présence de deux cycles époxydes (plus précisément Oxirannes ) par

# molécule et tantôt aux résines durcies par suite de la réaction de ces cycles avec des substances porteuses d'atomes d'hydrogène réactif, les «durcisseurs».

Le terme «système époxyde» ou époxydique est souvent employé pour caractériser l'ensemble base plus durcisseur. Parmi les bases utilisées pour la formulation des liants, la plus employée est l'Ether Diglycidique du Bisphénol A (DGEBA) dont la structure chimique est :



sa plus courante composition est un mélange du monomère (n=0) et des oligomères à n=1 et n=2, qui a une masse moléculaire moyenne de 380 et une viscosité est de l'ordre de 20 000 centipoises soit 20 Pa.s à  $20^{\circ}$ C;

Dans ce cadre on rencontre aussi les compositions suivantes, Tableau (1-2) :

- 1) Le « TGETMP » c'est à dire l'éther triglycidique du triméthylol propane.
- Le « PGEPE » c'est à dire l'éther polyglycidique du phénol formaldéhyde (obtenu par époxydation par l'épichlorhidrine du glycérol d'un oligomère obtenu par polycondensation du phénol sur la formaldéhyde);

Les diluants réactifs, destinés à abaisser la viscosité du milieu (rôle de diluant) tout en s'intégrant par réaction chimique à la macromolécule finale, peuvent être :

- a) l'oxyde de styrène «ox. sty.».
- b) l'éther glycidique d'ortho crésyle ou «OCGE».
- c) le diéther diglycidique du propylène glycol ou « DGEPG ».
- d) L' éther glycidique de butyle « BGE ».

Les durcisseurs sont généralement des polyamines , on rencontre :

- 1. La série des polyéthylènes polyamines représentées par :
  - La DETA ou diéthylènes triamine .

- La TETA ou triéthylène tétramère.
- La PAHA ou pentaéthylène
- 2. l'homologue de la DETA chaînon propylène la « DPTA » ou dipropylène triamine.

# 3. La triméthyl hexaméthylène diamine ou « TMHMD ».

- 4. Les polyamines cyclanaque du type « CHAPA » cyclohexylamino propylamine,
- ou DADMDCHM diamino diméthyldicyclo hexylméthane.,
- 5. Une diamine aromatique, la métaphényléne diamine « MDA »,

Ces durcisseurs aminés sont souvent dilués ou plastifiés par des adjuvants tels que l'huile de pin, le bisphénol A (noté : BA), des huiles aromatiques ou phénoliques, ou encore des résines de coumarone de bas poids moléculaire.

Référence	Partie Base		Partie durcisseur	
du	Constituant	Diluant	Constituant	Diluant en constituant
système	principal	réactif	principal	secondaire
1	TGETMP	Ox. Sty.	TETA	Huile de pin
2	DGEBA	OCGE	СНАРА	-
3	DGEBA		TMHMD	-
4	DGEBA	BGE	DPTA	BA+hyd. arom.
5	PGEPF	-	DETA	BA
6	DGEBA	OCGE	DETA	BA ou résine
				phénolique
7	DGEBA	BGE	TMHMD	-
8	DGEBA	OCGE	DPTA	BA+ coumarone
				+cyclohexanone
9	DGEBA	DGEPG	TMHMD	-
10	DGEBA	DGEPG	TMHMD	Acide PTS
11	DGEBA		РЕНА	-
12	DGEBA	BGE	СНАРА	-
			+DADMDCHM	
13	DGEBA	OCGE	MDA	xylénols

Tableau (1-2)Analyse chimique de 13 liants formulés pour<br/>la réparation du béton par injection [22]

# 1-4-5 Critère de sélection des époxyde :

Afin d'utiliser un produit au lieu d'un autre il faut des critères de sélection des produits :

## 1-4-5-1 Propriétés chimiques :

La première chose qui vient à l'esprit lorsqu'on cherche à identifier un produit inconnu est de le soumettre à une analyse chimique. C'est effectivement la meilleure méthode pour connaître la nature de ce produit et pour éventuellement le reconnaître ultérieurement, au cours d'un contrôle de conformité de livraison [26].

# 1-4-5-2 Propriétés mécanique :

<u>Traction sur Haltères</u>: Cet essai est effectué sur des éprouvettes en forme d'Haltères ISO[22]. Il permet de déterminer simultanément :

- a) La contrainte de rupture en traction directe.
- b) L'allongement à la rupture.
- c) Le module d'élasticité en traction.

<u>Durée pratique d'utilisation (D.P.U)</u>: Les liants organiques utilisés pour la réparation de fissures dans le béton appartiennent à la famille des bi-composants, et plus particulièrement, à celle des liants époxydiques dont la caractéristique de mise en œuvre est que la réticulation commence dés que le mélange des constituants est effectué. L'utilisateur dispose alors d'un délai limité pour mettre en œuvre le matériau : c'est la durée pratique d'utilisation (D.P.U) du produit.

<u>Dureté</u> : Cette caractéristique est commode pour suivre la réticulation d'un bicomposant. Elle est définie par un essai empirique basé sur l'enfoncement d'un pénétreur de forme définie dans le matériau à essayer : la profondeur de pénétration varie en sens inverse de la dureté.

## 1-4-6 Caractéristiques des résines époxydes :

## 1-4-6-1 Caractéristiques mécaniques :

Elles sont rassemblées dans le tableau(1-3). Les résistances en traction, en flexion, en compression ainsi que le module de Young sont très bonnes pour une matière organique. Mais la résistance au choc constitue le point faible. Si on laisse tomber de un mètre de haut sur un sol dur un isolateur fabriqué en résine époxyde, il est bien rare qu'il ne soit pas ébréchée dans le choc.

	Valeur moyenne pour la formule
Caractéristiques	de référence [24]
Contrainte à la rupture en traction	70 à 80 Mpa
Allongement à la rupture en traction	1 à 1,5 %
Contrainte à la rupture en compression	140 à 150 Mpa
Contrainte à la rupture en flexion	110à 130 Mpa
Allongement maximal à la rupture en flexion	1,2 à 1,7 %
Module de Youmg en traction	1000 à 10200 N/mm <sup>2</sup> ou Mpa
Coefficient de Poisson	0,30 à 0.49
Résistance au choc	7 à 10 Kj/m²

Tableau (1-3) Les caractéristiques mécaniques de la résine époxyde [24]

Influence de la température :

Lorsqu'on étudie la variation du module de Young en traction en fonction de la température, on constate d'abord une baisse légère, puis une chute beaucoup plus rapide et enfin un nouveau palier sensiblement parallèle à l'axe des abscisses figure(1-7). Le module ne s'annule jamais (pas de fusion, puisqu'il s'agit d'un thermodurcissable). La baisse, puis la chute, des modules en traction et en cisaillement se produisent à partir d'une température située autour de 120 à 130° C.



# <u>Figure (1-7)</u> Variation du module de Young d'une résine époxyde en fonction de la température [24]

Le module de Young est sensiblement doublé lorsqu'on fait chuter la température de 27°C à une température voisinant le zéro absolu (c'est à dire –273 °C). Une résine époxyde durcie devient donc de plus en plus rigide aux températures négatives, mais ne semble pas être endommagée pour autant.

#### Influence de la charge (Adjuvant)[24] :

La silice, dosées de 60 à 65 % en masse de mélange chargé augmente de 10 à15% la résistance en traction, de 20 à 30 % la résistance en flexion, et de 60 à 70 % la résistance en compression. Par contre la résistance aux choc est deux à trois fois moins bonne. Il est important de souligner que les charges présentent le grand avantage de niveler les résultats : en particulier pour une formule non chargée. En effet les performances d'une pièce réelle de plusieurs kilogrammes sont souvent moins bonnes que celles mesurées sur éprouvettes. L'incorporation d'une charge (telle que la silice) va donner des résultats plus constants, quelle que soit la masse, et plus proches de ceux obtenus en laboratoire sur éprouvette.

## 1-4-6-2 Caractéristiques physiques et thermiques :

#### Masse volumique [24]:

Pour un système non chargé, elle est de l'ordre de  $1,2x10^{-3}$  kg/m<sup>3</sup> et pour un système chargé de 60 à 65 % de silice, elle est de l'ordre de  $1,6x10^{-3}$  kg/m<sup>3</sup> à  $1,7x10^{-3}$  kg/m<sup>3</sup>. Certaines charges comme l'alumine pure de densité supérieure à 4, peuvent conférer au mélange une masse volumique supérieure à 2 kg/dm<sup>3</sup>.

## Température de transition vitreuse : Tv [24]

Désignée par Tv (définition purement mécanique) : elle correspondait à la température à laquelle aura lieu l'amortissement critique. Mais on peut aussi donner d'autres définitions purement thermiques de Tv, puisque elle est directement liée au pourcentage de molécules de résine qui ont réticulé : en le mesurant sur un mélange durci à l'atelier, on saura donc par comparaison avec la valeur maximale trouvée en laboratoire si le durcissement a été fait complètement et correctement. La température de transition Tv est très peut influencé par la charge. Pour le système de référence [24], Tv est compris entre 110 et 125 ° C.

## Capacité thermique [24]:

Elle est de 0,8 kj /(kg-k) pour un système chargé de silice , et environ de 1,2 kj /(kg-k) pour un système non chargé. A noter que les composants principaux de la formule, résine et durcisseur, ont chacun une valeur plus élevée de 2 à 2,5 kj /(kg-k)).

# **Conductivité thermique [24]:**

Pour le système non chargé, elle est d'environ 0,2 w/(k\*m) ce qui est faible, mais heureusement elle est bien améliorée grâce à la silice 0,8 à 0,9 w/(k\*m).

### Réaction au feu [24]:

- Résistance à l'incandescence : pour le système de référence précédemment choisis on obtient
1,6 IR selon la norme ISO 181 et le palier 2b suivant la norme DIN 53 4 5G.

Combustibilité : elle présente un palier compris entre 0 et 60 à l'essai C T M – 20 gaz butane.
 Soulignons qu'il très difficile de faire brûler complètement un objet volumineux en résine époxyde chargée de silice.

- Température de décomposition thermique; elle est supérieure à 300 °C, donc nettement au dessus des températures habituelles d'utilisation des époxydes.

1-4-6-3 Caractéristiques chimiques :

Les résines époxydes ont une excellente stabilité chimique vis à vis de nombreux produits chimiques. La tenue aux bases, aux solvants et à la plupart des acides, à l'exception de certain acides forts, permet d'envisager de nombreuses applications [25].
1-4-6-4 Les applications de la résine époxyde :

Les résines époxydes sont, parmi les matières plastiques, qui ont des emplois les plus diversifiés. On les rencontre dans presque tous les domaines industriels, notamment :

#### a) Adhésifs pour collages simples et adhésifs structuraux, stratifiés et composites.

#### b) Outillages telle que:

- **\*** Les modèles de fonderie.
- **\*** Les boites à noyaux (les moules pour noyaux en sable de fonderie).
- ✤ Les modèles à reproduire.
- Les outils d'emboutissage (poinçons, matrices, guides de poinçon, serreflancs...).
- Les moutons de choc (pour le cintrage d'une aile d'avion ou d'un fuselage).
- Les moules de coulée pour prototypes.
- ✤ Les scellements de fondation de machines-outils ou des conduites forcées.
- ✤ Les gabarits de perçage.
- ✤ Les maîtres-modèles, par exemple de voitures (autrefois réalisés en bois).

#### c) Applications en électronique :

- ✤ Circuits imprimés.
- ✤ Condensateurs.
- ✤ Composants actifs (transistors...) ou passifs (résistances...).
- Petits transformateurs enrobés.
- Microélectronique et vernis photosensibles.
- d) Peintures, vernis et revêtements.
- e) Applications électrique :
  - ✤ Isolateur-supports.
  - Traversées.
  - Corps de disjoncteurs et interrupteurs sous gaz.
  - ✤ Sectionneurs.
  - Transformateurs de mesure.
  - Transformateurs de distribution de puissance moyenne.
  - Stratifiés électriques et divers.

#### **<u>1-5 TRAVAUX EXPERIMENTAUX :</u>**

La revue des travaux expérimentaux portant sur l'utilisation de la résine époxyde comme élément de collage a permis de constater que de nombreuses recherches se sont attachées à étudier divers aspects de cette technique. Parmi ces travaux nous citons :

- Ciesielski [12] et Le Maou [27] qui ont étudié l'efficacité de la technique de collage en utilisant la résine époxyde, et ont mis en évidence les excellentes caractéristiques de résistance des joints de colle à la base de résine époxyde.
- Charif [2] a mené en 1983 une investigation expérimentale sur le comportement des joints de colle des structures renforcées par des plaques d'acier collées à l'aide de résine époxyde. Les résultats les plus remarquables ont permis de montrer que le joint de résine travaille principalement par cisaillement, la rupture s'initie d'abord dans le béton, la répartition des contraintes tangentielles est exponentielle, et, de façon plus générale, que le joint de colle se comporte d'une manière satisfaisante dans le renforcement des structures.
- D'autres recherches telles que celles menés par Wall et Shrive [28], Theillout [29] et [30] ont confirmés ces résultats cités ci-dessus.
- Plus récemment le collage de CFRP (Carbon Fibre Reinforced Polymer) et du FRP (Fibre Reinforced Polymer) par la résine époxyde suscita l'intérêt d'un nombre croissant de chercheurs parmi les quels : Chaallal [16], Spadea [31], Andra [32], Garden et Hollaway [33], Chajes [34], Kam [35], El-Mihilmy [36]. Le principe de cette technique utilise les excellentes caractéristiques des joints de colle dans le remplacement des plaques d'acier par des plaques de CFRP ou FRP dans les travaux de renforcement.

#### **1-6 TRAVAUX ANALYTIQUES ET NUMERIQUES :**

L'objet du présent travail consiste à élaborer un modèle numérique capable de simuler dans le domaine non linéaire le comportement des structures en béton armé endommagées et renforcées par collage de plaque sur les parties tendues. Il est donc naturel de faire le point des recherches dans le thème. A ce titre nous avons passé en revue les travaux les plus récents parmi lesquels nous citons :

- Simulation linéaire du comportement des joints structuraux en résine époxyde par Lakhdari [1].
   Les travaux limités au domaine linéaire ont permis de confirmer dans l'ensemble les observations expérimentales.
- Le travail de Goodman [37] qui a été parmi les premiers à étudier le problème de contact pour la simulation des fissures des roches. A cette fin, un élément de massif spécial formulé de manière à

ce qu'il soit capable de représenter de façon satisfaisante le problème de contact est proposé. Cet élément a été amélioré dans une autre version tenant compte de la rigidité rotationnelle .

- Le travail de Ghaboussi [38] qui a utilisé un élément de massif avec faible épaisseur pour modéliser les remblais dans les massifs rocheux[37].
- Herrmann [37] a dédoublé les points de contact et a muni chaque élément «élément ressort » de deux ressorts l'un tangentiel et l'autre normal à la direction du contact, contrôlant le glissement et le décollement entre deux milieux en contact [39].
- Les travaux de Barbas et Frank [37] dans lesquels, le programme Rosalie permettant d'analyser les problèmes d'interface dans la mécanique des sols, a été développé.
- Bencheikh [40] a Modélisé le problème d'interaction sol-structure par la méthode des éléments finis moyennant des éléments d'interface. Dans ce travail un module de calcul «Pecjoin» a été développé et intégré dans le code «Pecplas» qui a été ensuite validé sur des différents types d'interface sol-structure.
- La vérification numérique du renforcement d'une voûte avec une contre voûte en béton armé par Theillout [29].
- Les travaux de El-Hadjar [41] portant sur la modélisation du contact entre deux milieux sous chargement cyclique.
- La modélisation par éléments finis du comportement des deux parties de béton durcis collées entre elles entreprise par Wall [28].
- Les travaux de Hamouch et Ahmed [42] pour la modélisation des poutres soumises à la flexion à quatre points renforcée par des plaques collées à l'aide de l'époxyde.

#### **<u>1 - 7 CONCLUSION :</u>**

Dans ce chapitre, nous avons consacré une partie sur les différentes techniques de réparations des structures en béton armé. Ces techniques ont prouvé leurs succès dans la pratique et notamment dans la réparation des ponts routiers. Parmi ces techniques, celles utilisant la résine époxyde. Ce dernier, la résine époxyde, a démontré son efficacité et ces performances dans la réparation des structures en béton armé endommagées, et a été l'objet de plusieurs publications et articles.

Afin de bien connaître la résine époxyde, nous avons vu les principaux travaux portant sur la résine époxyde (Historique, Chimie des époxydes, caractéristiques physiques et mécaniques) et nous avons tiré les conclusions suivantes : la résine époxyde est un polymère tridimensionnel, se présentant généralement en deux composants (d'où leur nom usuel de Bi-composants), une «base» et un

«durcisseur» à mélanger au moment de la mise en œuvre. Le matériau a généralement des bonnes caractéristiques mécaniques sauf que la résistance au choc est relativement faible. Ces caractéristiques sont très sensible à la température. Le matériau a une excellente stabilité chimique vis à vis de nombreux produits chimiques tel que les bases et les acides.

Les travaux expérimentaux sur la technique de renforcement par des plaques collées à l'aide de la résine époxyde ont illustré l'efficacité de cette technique, ainsi que, sa facilité de réalisation sur place sans perturber longtemps l'exploitation de l'ouvrage. Les travaux analytiques et numériques ont connu un développement important ces dernières années, dans l'objectif est de cerner les difficultés et bien comprendre le comportement de ce type de structure.

#### 2-1 INTRODUCTION :

Parmi les domaines qui ont le plus profité du formidable développement de l'outil informatique celui de la mécanique des structures, peut être considéré comme l'un des exemples les plus édifiants [43]. En effet, les limitations des méthodes d'analyse classique, à l'image de celle des forces et des déplacements, sont liées au nombre élevé de systèmes d'équations à résoudre. La profusion de P.C performant d'une part et le développement de la méthode des éléments finis d'autre part ont permis de contourner ces difficultés [44]. La méthode est très bien connue et ne nécessite donc pas des développements importants pour être présentée. Il est possible d'affirmer qu'une grande variété des problèmes complexes peuvent être résolus aisément par des logiciels utilisant la méthode des éléments finis[45].

Le travail que nous présentons relève de la mécanique des milieux continus et il est donc naturel qu'il soit traité par la méthode des éléments finis. Les éléments qui paraissent le plus aptes à représenter les conditions du système étudié sont les éléments quadrilatères à huit (8) nœuds et à quatre (4) nœuds pour la partie béton, colle et plaques, et les éléments d'interface pour représenter les interfaces colle–béton et colle–acier.

#### **2-2 PRINCIPE ET ETAPES DE LA METHODE :**

Le principe de la méthode consiste à effectuer une approximation du milieu continu (à une infinité de degré de liberté) en le remplaçant par un milieu discret constitué par un nombre fini d'éléments reliés correctement entre eux [46]. Dans ce qui suit une description des principales étapes de la méthode est exposée :

- a) Discrétisation du domaine par la représentation du système continu par un système équivalent d'éléments finis reliés aux nœuds de façon appropriée.
- b) Sélection d'une approximation nodale des variables : ceci revient à approcher d'une manière aussi exacte que possible les variables à l'intérieur de chaque élément en fonction des variables aux nœuds. Les fonctions utilisées qui, généralement, sont des polynômes (faciles à intégrer et à dériver) doivent respecter les règles de convergence à savoir :

### Etre complètes

Etre continues à l'intérieur et entre les éléments.

- c) La formulation de la matrice de rigidité en utilisant un principe variationnel. Dans cette étape les charges qui ne sont pas situées sur les nœuds sont remplacées par un système de charges équivalent aux nœuds pour former un vecteur de chargement pour chaque élément.
- d) Assemblage des matrices de rigidité élémentaires pour former la matrice de rigidité globale ainsi que l'assemblage des vecteurs de chargement pour former le vecteur global des charges de la structure entière. Ce qui donne un système d'équations à résoudre.
- e) Solution des équations algébriques pour obtenir les déplacements inconnus.
- f) Evaluation des contraintes dans chaque élément à partir des déplacements obtenus.

#### **2-3 EXPOSE DE LA METHODE :**

#### 2-3-1 Position du problème :

On considère un corps élastique occupant un domaine « $\Omega$ » et dont la frontière « $\Gamma$ ». Ce corps est soumis aux sollicitations suivantes :

- 1) Forces de volume «f » appliqués dans « $\Omega$  »
- 2) Forces de surface « T » appliqués sur «  $\Gamma_T$  »
- 3) Déplacements imposés  $u = \bar{u} \operatorname{sur} \ll \Gamma_u \gg$



Figure (2-1) : Schéma d'un corps élastique

Le but est de rechercher les champs de contraintes et de déplacement du corps « $\Omega$ ».

#### 2-3-2 La discrétisation du domaine :

Le domaine «  $\Omega$  » est divisé en un nombre «  $n_e$  » d'éléments élémentaires. Chaque élément a nombre «  $n_g$  » de nœuds et sur chaque élément on suppose que le champs de déplacement est donné par :

$$u(x,y) = \sum_{i=1}^{ng} N_i(x,y) \cdot u_i$$
 2-1

$$v(x,y) = \sum_{i=1}^{\infty} N_i(x,y) . v_i$$
 2-2

## Avec $u_i$ , $v_i$ les déplacements du nœud « i » de l'élément. $N_i$ la fonction d'interpolation du nœud « i ».

Sous forme matricielle :

$$\begin{cases} u \\ v \end{cases} = [N] \cdot \{ U^e \}$$
 2 - 3

#### [N] : matrice des fonctions d'interpolation :

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & \dots & N_{ng} & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & \dots & 0 & N_{ng} \end{bmatrix}$$
 2 - 4

 $\left\{ U^{e} 
ight\}$  : vecteur de déplacement des nœuds de l'élément « $\Omega_{e}$ »

$$\{U^e\}^T = \{u_1 \quad v_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad \dots \quad u_{ng} \quad v_{ng}\}$$
 2 - 5

Afin de simplifier la définition analytique des éléments de forme complexe, introduisons la notion d'élément de référence qui est un élément de forme très simple, repéré dans un espace de référence, et qui peut être transformé en chaque élément réel  $\Omega_e$  par une transformation géométrique  $\varphi$ .

 $\phi$  : application qui transforme  $\Omega_r$  a  $\ \Omega_e$  elle est sous la forme :

$$x = \sum_{i=1}^{ng} M_i(t, s) x_i$$
 2 - 6

$$y = \sum_{i=1}^{ng} M_i(t,s) y_i$$
 2 - 7

Avec  $x_i$ ,  $y_i$  les coordonnées du nœud « i » .

Puisque l'élément est isoparamétrique, les coordonnées d'un point (x,y) à l'intérieur d'un élément peuvent être aussi exprimées en fonction des coordonnées des nœuds de l'élément, en utilisant les fonctions d'interpolation des variables «i»,  $M_i = N_i$ .

#### 2-3-3 Vecteur de déformation et matrice de déformation :

Les déformations dans un point sont liées aux déplacements par :

$$\{\varepsilon\} = \begin{cases} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{cases} = \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} u \\ v \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \cdot [N] \cdot \{U^{e}\}$$

$$2 - 8$$

On pose :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0\\ 0 & \frac{\partial}{\partial y}\\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \cdot [N] = [B]$$
2 - 9

[*B*] : matrice de déformation

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial N_{ng}}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \dots & 0 & \frac{\partial N_{ng}}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_{ng}}{\partial y} & \frac{\partial N_{ng}}{\partial x} \end{bmatrix}$$

$$2 - 10$$

D'autre part, on sait qu'en appliquant la dérivation par chaîne, on a :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_{i}}{\partial t} = \frac{\partial N_{i}}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial N_{i}}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} \\ \frac{\partial N_{i}}{\partial s} = \frac{\partial N_{i}}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial N_{i}}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial s} \\ \text{soit} \quad \begin{bmatrix} \frac{\partial N_{i}}{\partial t} \\ \frac{\partial N_{i}}{\partial s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_{i}}{\partial x} \\ \frac{\partial N_{i}}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_{i}}{\partial x} \\ \frac{\partial N_{i}}{\partial y} \end{bmatrix} 2 - 12$$

[J] : matrice jacobienne ;

$$\begin{bmatrix} J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{ng} \frac{\partial N_i}{\partial t} x_i & \sum_{i=1}^{ng} \frac{\partial N_i}{\partial t} y_i \\ \sum_{i=1}^{ng} \frac{\partial N_i}{\partial s} x_i & \sum_{i=1}^{ng} \frac{\partial N_i}{\partial s} y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$$
2 - 13

D'ou :

$$\begin{cases} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{cases} = [J]^{-1} \cdot \begin{cases} \frac{\partial N_i}{\partial t} \\ \frac{\partial N_i}{\partial s} \end{cases}$$
 2 - 14

Avec :

$$[J]^{-1} = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{ng} \frac{\partial N_i}{\partial s} y_i - \sum_{i=1}^{ng} \frac{\partial N_i}{\partial t} y_i \\ -\sum_{i=1}^{ng} \frac{\partial N_i}{\partial s} x_i \sum_{i=1}^{ng} \frac{\partial N_i}{\partial t} x_i \end{bmatrix}$$
 2 - 15

$$\det \mathbf{J} = (\mathbf{J}_{11}.\mathbf{J}_{22} - \mathbf{J}_{12}.\mathbf{J}_{21})$$
 **2 - 16**

En utilisant cette approche, on peut obtenir numériquement toutes les dérivées cartésiennes. Cependant la présence du terme detJ dans l'équation (dénominateur) rend l'intégration explicite des expressions (nécessaire pour le calcul des éléments de la matrice de rigidité) difficile. Pour contourner cette difficulté on recourt généralement à l'intégration numérique.

#### 2-3-4 Vecteur de contrainte :

Les contraintes sont liées aux déformations par la loi de Hooke, comme suit :

$$\{\sigma\} := \begin{cases} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{cases} = [C] \{\varepsilon\} = [C] [B] \{U^e\} \end{cases}$$
2 - 17

où [C] est la matrice des propriétés des matériaux qui pour le cas isotrope est donnée par :
 <u>a- Dans le cas de déformations planes :</u>

$$C = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}$$
 2 - 18

b- Dans le cas de contraintes planes :

$$C = \frac{E}{1 - v^2} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - v}{2} \end{bmatrix}$$
 2-19

#### 2-3-5 Matrice de rigidité et vecteur de force :

La matrice de rigidité élémentaire de l'élément est obtenue en appliquant le principe des travaux virtuels qui stipule que pour un déplacement virtuel arbitraire le travail des forces internes est égal au travail effectué par les forces externes.

$$\delta U = \delta W$$
 2 - 20

 $\delta W$  le travail virtuel externe est donné par :

$$\delta W = \int_{V} \delta \{u\}^{t} \{q\} dV = \int_{V} \delta \{N\} \{u\}^{t} \{q\} dV$$
  
..... = 
$$\int_{V} \delta \{u\}^{t} \{n\}^{t} \{q\} dV = \delta \{u\}^{t} \int_{V} [N]^{t} \{q\} dV$$
  
2-21

Avec  $\{q\}$ , le vecteur de chargement sur l'élément comprenant les charges surfaciques et volumiques.

L'énergie de déformation virtuelle  $\delta U$  s'écrit :

$$\delta U = \int_{V} \{\delta \varepsilon\}^{t} \{\sigma\} dV = \int_{V} \delta \left[ \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} \left\{ u^{e} \right\} \right]^{t} \left[ C \\ \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} \left\{ u^{e} \right\} dV \right]^{t}$$
$$\dots = \int_{V} \delta \left\{ u^{e} \right\}^{t} \left[ B \end{bmatrix}^{t} \left[ C \\ \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} \left\{ u^{e} \right\} dV \right]^{t}$$
$$2 - 22$$

$$\delta U = \delta \left\{ u^{e} \right\} \left[ \int_{V} [B] . [C] . [B] dV \right] \left\{ u^{e} \right\}$$

$$2 - 23$$

Egalant les deux expressions il vient :

$$\delta \left\{ u^{e} \right\}^{t} \int_{V} \left[ N \right]^{t} \left\{ q \right\} dV = \delta \left\{ u^{e} \right\}^{t} \left[ \int_{V} \left[ B \right]^{t} \left[ C \right] \left[ B \right] dV \right] \left\{ u^{e} \right\}$$
2 - 24

puisque  $\delta \left| u^e \right|$  est arbitraire cette égalité peut s'écrire :

$$\begin{bmatrix} R \end{bmatrix} \left\{ \mu^{e} \right\} = \left\{ F \right\}_{\text{avec}}$$
$$\begin{bmatrix} R \end{bmatrix} = \int_{V} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^{t} \begin{bmatrix} C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} dV$$
2-25

$$\{F\} = \int_{V} \left[N\right]^{t} \cdot \{q\} dV$$

pour un élément d'épaisseur constante égale à « d » :

$$dV = dx.dy.dz = (detJ.dt.ds).dz$$
 et  $\int dz = d$ 

$$\begin{bmatrix} R \end{bmatrix} = \int_{\Omega e} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} dV = d \int_{\Omega r} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} \det J.dt.ds$$
 2 - 26

$$\{F\} = \int_{\Omega e} [N]^t \cdot \{q\} dV = d \int_{\Omega r} [N]^t \cdot \{q\} \det J \cdot dt ds \qquad 2 - 27$$

avec :  $\Omega_e$  élément réel et  $\Omega_r$  élément de référence.

### Ces expressions sont évaluées en utilisant l'intégration numérique.

Une fois la matrice élémentaire évaluée, ses coefficients sont affectés dans la matrice globale.

$$[R] = \sum_{i \in l=1}^{ne} [R_{iel}]$$
 2 - 28

Cet assemblage est effectué suivant les degrés de liberté globaux de telle manière à respecter le principe de compatibilité au niveau de chaque nœud du système. La condition d'équilibre au niveau du nœud assure que les forces provenant des éléments qui se rencontrent dans le joint sont en équilibre avec les forces externes.

$$\sum_{i=1}^{NEA} \{F\}_{j}^{i} = \sum_{i=1}^{NEA} \{Fe\}_{j}^{i}$$

$$(-)^{i}$$

$$2 - 29$$

$$(Fe)_{j}^{i} = [Re] \{u^{e}\}$$

 $\{F\}_{j}^{l}$ : force externe au nœud « i » provenant de l'élément. NEA : nombre d'éléments attachés au nœud « i ».

Sous une autre forme la condition d'équilibre en chaque nœud « i » s'écrit :

$$F_i = \sum_{e=1}^{ne} F_i^e = F_i^1 + F_i^2 + \dots + F_i^n$$
 2 - 30

 $F_i$  : somme des forces externes au niveau du nœud « i ».

 $F_i^e$ : force au nœud « i » provenant de l'élément « e ».

Bien entendu si un élément donné ne contient pas le nœud « i », la force correspondante est nulle. C'est à dire la sommation ne concerne que les éléments contenant le nœud « i ».

En répétant ce procédé pour tous les nœuds, on obtient la matrice de rigidité et le vecteur de force globaux du système.

$$\{F\}_G = [R]_G \{U\}_G$$
 2 - 31

L'opération suivante consiste à spécifier les conditions aux frontières, c'est à dire le report des valeurs imposées des déplacements d'appuis ou toute autre condition de frontière. Ceci permet en plus d'éviter la singularité de la matrice « R » et de s'assurer que la solution du système est unique.

Après assemblage, on aboutit au système d'équations :

Ce qui donne les valeurs des déplacements de tous les nœuds du corps.

Dans la dernière étape le calcul des contraintes dans chaque élément est effectué. Pour chaque élément on obtient :

$$\{\sigma\} = [C] \{\varepsilon\} = [C] [B] \{U^e\}$$
 2 - 33

#### 2-3-6 Elément quadrilatère à 4 Nœuds :

Les éléments de référence et réel (à 4 nœuds) sont schématisés dans la figure(2-2)



- Elément réel -

- Elément de référence -



Les fonctions d'interpolation de cet élément sont :

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-t)(1-s)$$
 2 - 34

$$N_2 = \frac{1}{4}(1 + t)(1 - s)$$
 2 - 35

$$N_3 = \frac{1}{4}(1+t)(1+s)$$
 2 - 36

$$N_4 = \frac{1}{4}(1-t)(1+s)$$
 2-37

#### 2-3-7 Elément quadrilatère à 8 Nœuds :

L'élément à 8 nœuds est schématisé dans la figure(2-3)



Figure (2-3) : Elément quadrilatère à 8 nœuds

Les fonctions d'interpolation de cet élément sont :

N<sub>1</sub> = 
$$-\frac{1}{4}(1+t+s)(1-t)(1-s)$$
 2 - 38

$$N_2 = \frac{1}{2}(1-t^2)(1-s)$$
 2 - 39

N<sub>3</sub> = 
$$-\frac{1}{4}(1-t+s)(1+t)(1-s)$$
 2 - 40

$$N_4 = \frac{1}{2}(1 - s^2)(1 + t)$$
 2 - 41

N<sub>5</sub> = 
$$-\frac{1}{4}(1-t-s)(1+t)(1+s)$$
 2 - 42

$$N_6 = \frac{1}{2}(1 - t^2)(1 + s)$$
 2 - 43

N<sub>7</sub> = 
$$-\frac{1}{4}(1+t-s)(1-t)(1+s)$$
 2 - 44

$$N_8 = \frac{1}{2}(1-s^2)(1-t)$$
 2 - 45

#### 2-4 MODELISATION DES JOINTS (OU INTERFACES) :

Le renforcement des structures en béton par la technique des plaques d'acier collées consiste à pallier les insuffisances de résistance en traction du béton par plaques d'acier collées sur la surface tendue de structure. Bien que cette technique rencontre de nombreux succès pratiques, plusieurs aspects du comportement structurels des ouvrages ainsi renforcés ne sont pas encore bien compris. L'un des éléments les plus importants de ces structures étant le joint de colle il est donc logique d'attacher un intérêt particulier à ce point. Afin d'analyser le comportement des joints nous introduirons dans l'élaboration de notre modèle non linéaire les éléments d'interface.

En effet les interfaces sont le plus souvent soumises à de fortes sollicitations qui entraînent soit le glissement soit le décollement des parties en contact. Leur comportement est essentiellement non linéaire. Les études proposées par différents auteurs [37], [40], [38] et [47] appartiennent à l'une des deux approches principales suivantes :

\* Approche de type contact : « l'interface n'a pas d'épaisseur », on associe une loi de comportement reliant les contraintes et les déplacements.

\* **Approche de type couche mince :** « l'interface est constituée d'une zone de faible épaisseur », ainsi on adopte des lois de comportement rhéologique propres à ces zones.

Afin de modéliser les interfaces deux types d'éléments seront utilisés : élément joint de type Goodman et élément joint de type ressort, ces deux éléments appartiennent à l'approche type contact.

2-4-1 Comportement de l'interface - type contact - :



Figure (2-4) : Modélisation du contact [40]

Dans le point « M » de la figure(2-4) situé à l'interface de deux corps en contact, on considère les deux points 1 et 2 appartenant respectivement aux corps en contact A et B. Dans le repère local  $(\vec{t}, \vec{n})$  les déplacements et les contraintes de liaisons sont données par :

$$\vec{u}_1 = \begin{cases} u_t^1 & & \\ u_n^1 & & u_2^n = \begin{cases} u_t^2 & & \\ u_n^2 & & et \end{cases} \quad \vec{\sigma} = \begin{cases} \tau \\ \sigma \end{cases}$$

avec :

 $u_t^{1}$ : le déplacement tangente du point « 1 » (corps A)  $u_n^{1}$ : le déplacement normal du point « 1 » (corps A)  $u_t^{2}$ : le déplacement tangente du point « 2 » (corps B)  $u_t^{2}$ : le déplacement normal du point « 2 » (corps B)

 $\sigma$  et  $\tau$  : sont les composantes du vecteur contrainte qui caractérisent l'action

du corps B sur le corps A .

De cet état de contrainte  $(\tau, \sigma)$  résulte un état de déplacements relatifs tangentiel et normal ( $\Delta u_t$ ,  $\Delta u_n$ ) caractérisant la cinématique de l'élément d'interface.

$$\Delta u = \begin{cases} \Delta u_t = u_t^2 - u_t^1 \\ \Delta u_n = u_n^2 - u_n^1 \end{cases}$$
2-46

Au cours du chargement, le contact entre les corps A et B peut évoluer. Il suit l'un des trois modes suivants :

#### - Mode adhésion :

Dans ce mode, figure(2-5), il n'y a pas de déplacements relatifs entre les nœuds 1 et 2 on a alors les équations de compatibilité suivantes :



#### Figure (2-5) Modes de déformation de l'interface – Mode adhésion –

Les contraintes de contact sont alors régies par les conditions :

 $\sigma > 0$  (la contrainte normale est de compression)

 $\tau < \overline{\tau}$  (la contrainte de cisaillement est inférieure au seuil de cisaillement «  $\overline{\tau}$  »).

#### - Mode glissement :

Quand la contrainte normale est de compression et la contrainte tangentielle atteint le seuil  $\overline{\tau}$ , il y a un glissement relatif entre les nœuds 1 et 2, dans ce cas on a les conditions schématisées dans la figure(2-6).



#### Figure (2-6) Modes de déformation de l'interface – Mode glissement–

#### - Mode décollement :

Dans le cas où la composante normale  $\sigma$  devient une traction, il y aura un décollement, régie par les conditions montrées dans la figure(2-7) :

$$\int \sigma n < 0$$
 (traction)

 $\Delta u_n > 0 \text{ et } \sigma < 0 \text{ (traction)}$  $\tau = 0$ 



Figure (2-7) Modes de déformation de l'interface – Mode décollement–

#### 2-4-2 Formulation du problème de contact par la méthode des éléments finis :

#### 2-4-2-1 Position du problème :

On considère deux corps en contact, un corps «A» Occupant un domaine  $\Omega A$  de frontière  $\Gamma A$  et un corps «B» occupant un domaine  $\Omega B$  de frontière  $\Gamma B$ . La surface de contact entre les deux corps est  $\Gamma i$ .

Les deux corps sont soumis aux sollicitations et aux conditions suivantes :

- Force de volume fi dans  $\Omega = \Omega A \cup \Omega B$
- Force de surface  $T_i$  le long de  $\Gamma_T = \Gamma_T^A \cup \Gamma_T^B$
- Déplacement imposé Ui=Ui sur  $\Gamma u = = \Gamma_U^A \cup \Gamma_U^B$
- Conditions de contact sur  $\Gamma$ i.

On considère l'espace  $V_t$  des champs de déplacements cinématiquement admissibles. L'application du principe des travaux virtuels donne :

$$\forall v \in V_t : W_e(v) + W_i(v) + W_L(v) = 0$$
 2-47

Avec

We: Travail des forces externes

W<sub>i</sub> : Travail des forces internes

W<sub>L</sub> : Travail des forces de liaison

En remplaçant We, Wi et WL par leurs expressions, nous obtenons l'équation suivante :

$$\int \mathcal{E}_{ij}(v) \cdot \sigma_{ij} \cdot d\Omega - \int f_i \cdot V_i \cdot d\Omega - \int T_i \cdot V_i \cdot d\Gamma + \int \mathcal{E}_i(v) \cdot \sigma_i \cdot d\Gamma_i = 0$$

$$\Omega \qquad \Omega \qquad \Gamma_T \qquad \Gamma_i$$
2-48

où :  $\epsilon_i$  : désigne les déformations ou déplacements relatifs.

 $\sigma_i$ : étant les contraintes ou forces de liaison à l'interface.

#### 2-4-2-2 Discrétisation du domaine $\Omega$ :

On effectue une division du domaine  $\Omega$  en petits éléments  $\Omega$ e, appelés « éléments de base », et l'interface est divisée en éléments  $\Gamma_i^e$  appelés éléments d'interface comme montré dans la figure (2-8).



#### Figure (2-8) Discrétisation du domaine

Les éléments de l'interface sont des éléments d'épaisseur nulle (approche de type contact) et de matériau fictif au quel on associe une loi de comportement reliant les contraintes et les déplacements relatif à l'interface.

On aboutit à l'équation d'équilibre suivante :

$$\int_{\Omega} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^T \cdot \{\sigma\} d\Omega - \int_{\Omega} \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}^T \cdot \{f\} \cdot d\Omega - \int_{\Gamma} \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}^T \cdot \{T\} \cdot d \cdot \Gamma + \int_{\Gamma} \begin{bmatrix} D \end{bmatrix}^T \cdot \{\sigma\}^i \cdot ..d \cdot \Gamma_i = 0$$
2-49

Où : [B] : la matrice de déformation pour les éléments massifs

- [D] : la matrice de déformation pour les éléments d'interface
- [N] : désigne la matrice des fonctions d'interpolation.
- ${f}$  : vecteur de force volumique.
- $\{T\}$  : vecteur de force surfacique sur  $\Gamma_T$
- $\{\sigma\}^{i}$ : vecteur de contrainte dans l'interface.

De façon générale, les lois de comportement des matériaux constituants les corps et l'interface s'écrivent sous forme incrémentale de la manière suivante :

 $\{\sigma\} = [C] . \{\varepsilon\} \text{ pour les corps} \}$  $\{\sigma\}^{i} = [K^{i}] . \{\varepsilon\}^{i} \text{ pour l'interface} \}$ 

[C] et [K<sup>i</sup>] : sont respectivement les matrices de comportement des éléments massifs et des

#### éléments d'interface.

Le système d'équations régissant le problème de contact entre matériaux solides est souvent non linéaire. Par conséquent la méthode incrémentale de résolution des systèmes non linéaires est la plus appropriée à ce type de problèmes.

La méthode incrémentale consiste a discrétiser les sollicitations en petits incréments.

A l'incrément k les sollicitations s'écrivent :

$$\begin{cases} f^{k} = f^{k-1} + \Delta f^{k} \quad \text{sur } \Omega \\ T^{k} = T^{k-1} + \Delta T^{k} \quad \text{sur } \Gamma_{T} \\ U^{k} = U^{k-1} + \Delta U^{k} \quad \text{sur } \Gamma_{U} \end{cases}$$
2-50

Dans ce cas, les déplacements, les contraintes et les déformations à la fin de l'incrément « k » s'expriment par :

$$\begin{cases} u^{k} \} = \{u^{k-1}\} + \{\Delta u^{k}\} \\ \{\sigma^{k} \} = \{\sigma^{k-1}\} + \{\Delta \sigma^{k}\} \\ \{\epsilon^{k} \} = \{\epsilon^{k-1}\} + \{\Delta \epsilon^{k}\} \end{cases}$$
 pour les massifs 2-51

$$\{\sigma^{i\,k}\} = \{\sigma^{i\,k-1}\} + \{\Delta\sigma^{i\,k}\}$$
  
$$\{\epsilon^{i\,k}\} = \{\epsilon^{i\,k-1}\} + \{\Delta\epsilon^{i\,k}\}$$
pour l'interface 2-52

En reportant ces expressions dans l'équation (2-49) on obtient :

$$\int_{\Omega} [B]^{T} \left\{ \Delta \sigma^{k} \right\} d\Omega - \int_{\Omega} [N]^{T} \left\{ \Delta f^{k} \right\} d\Omega - \int_{\Gamma_{T}} [N]^{T} \left\{ \Delta T^{k} \right\} d\Gamma + \int_{\Gamma_{i}} [D]^{T} \left\{ \Delta \sigma^{i.k} \right\} d\Gamma_{i} + \{FR\} = 0$$
2-53

$$\{FR\} = \int_{\Omega} [B]^T \cdot \{\sigma^{k-1}\} d\Omega - \int_{\Omega} [N]^T \{f^{k-1}\} d\Omega - \int_{\Gamma_T} [N]^T \{T^{k-1}\} d\Gamma + \int_{\Gamma_i} [D]^T \cdot \{\sigma^{i,k-1}\} d\Gamma_i$$
2-54

{FR} : Les forces non équilibrées des incréments précédants.

Les lois de comportement des matériaux constituant les corps et l'interface à l'incrément k, s'expriment par :

$$\{\Delta\sigma^k\} = [C] [B] \{\Delta U^k\}$$
,  $\{\Delta\sigma^{i\,k}\} = [K^i] [D] \{\Delta U^k\}$ 

On aboutit à l'équation suivante régissant le système à l'incrément de charge « k » :

$$[\mathbf{R}] \{\Delta \mathbf{U}^{\mathbf{k}}\} = \{\Delta \mathbf{F}^{\mathbf{k}}\}$$
 2-55

Avec

$$\begin{bmatrix} R \end{bmatrix} = \int \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} d\Omega + \int \begin{bmatrix} D \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} K^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} d\Gamma_i$$
 2-56

$$\left\{\Delta F^{k}\right\} = \int_{\Omega} [N]^{T} \left\{\Delta f^{k}\right\} d\Omega - \int_{\Gamma_{T}} [N]^{T} \left\{\Delta T^{k}\right\} d\Gamma + \{FR\}$$
2-57

[R] : étant la matrice de rigidité globale du système y compris l'interface.

Dans notre cas, nous avons utilisé deux types d'éléments joints : élément joint de type Goodman et élément joint de type ressort.

#### 2-4-2-3 Elément joint de type Goodman :

Goodman et al [37] ont proposé pour la simulation des interfaces un élément spécial de longueur L et d'épaisseur nulle. Dans ce cas l'élément joint est constitué de trois doublets de nœuds, montré dans la figure(2-9), pour un élément massif quadrilatère à 8 Nœuds, et de deux doublets de nœuds, montré dans la figure(2-10), pour un élément massif quadrilatère à 4 Nœuds.



Figure (2-9) Elément à 6 nœuds de type Goodman



Figure (2-10) Elément à 4 nœuds de type Goodman

La matrice de rigidité de l'élément de l'interface s'écrit sous la forme :

$$\{F^{i}\} = [K^{i}] \{\Delta u\}$$

$$\{F^{i}\} = [F_{n}]$$

$$et \qquad \{\Delta u\} = \{\Delta u_{t}\}$$

$$\Delta u_{n}\}$$

$$\Delta u_{n}\}$$

 $K^{i}$  est la matrice de comportement de l'élément joint donnée par :

$$\begin{bmatrix} K & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{t} & 0 \\ 0 & K_{n} \end{bmatrix}$$

#### **Formulation :**

Dans ce cas, nous approchons les déplacements relatifs normaux et tangentiels par des polynômes de degré 1 ou 2 (deux ou trois doublets de nœuds par élément). On utilise en outre la méthode d'élément de référence qui permet d'approcher également la géométrie de la ligne de discontinuité, figure(2-11).



Figure (2-11) Approche de l'élément d'interface par un élément de référence

Notons que la représentation choisie est de type isoparamétrique, si bien que les mêmes fonctions de base sont utilisées pour la représentation de la géométrie et des déplacements. Dans ces conditions on a :

$$\begin{cases} \Delta u_n = \sum_{i=1}^{ng} Ni(t) \cdot \Delta u_n^i & \text{et} \\ \Delta u_t = \sum_{i=1}^{ng} Ni(t) \cdot \Delta u_t^i & Y(t) = \sum_{i=1}^{ng} Ni(t) \cdot Y_i \end{cases}$$

 $Ou\ N_i\ \text{sont}\ \text{les}\ \text{fonctions}\ d'interpolation}\ \text{sur}\ l'élément\ de\ \text{référence}\ \ données\ pour\ l'élément\ d'interface\ à\ 6\ nœuds\ par\ :$ 

$N_1 = t(t - 1) / 2$	2-59
$N_2 = 1 - t^2$	2-60
$N_3 = t(t+1)/2$	2-61
$N_4 = t(t+1)/2$	2-62
$N_5 = 1 - t^2$	2-63
$N_6 = t (t - 1) / 2$	2-64

Et pour l'élément d'interface à 4noeuds :

$N_1 = (1 - t) / 2$	2-65	
$N_2 = (t + 1) / 2$	2-66	
$N_3 = (t + 1) / 2$	2-67	
$N_4 = (1 - t) / 2$	2-68	

Le passage du repère local (t,n) au repère global se fait à l'aide de la matrice de rotation [T], donnée par :

 $\begin{bmatrix} T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ 

où  $\theta$  est l'angle du vecteur tangent à la ligne d'interface donné par [40] :

$$\cos\theta = \frac{\partial x}{\partial t} \cdot \frac{1}{\det J_t}$$
 2-69

 $\sin\theta = \frac{\partial Y}{\partial t} \cdot \frac{1}{\det J_t}$  2-70

detJt désigne le jacobien de la transformation, il s'exprime sous la forme suivante :

$$\det \mathbf{J}_{t} = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)^{2} + \left(\frac{\partial Y}{\partial t}\right)^{2}}$$
**2-71**

Les déformations sont données par :

 $\varepsilon = \Delta \mathbf{u}$   $\left\{ \varepsilon^{i} \right\} = \left[ D^{i} \right] \left\{ U^{i} \right\}$ 

d'où :

 $\left\{ \varepsilon^{i}\right\}$  : vecteur de déformation à l'interface

 $\left\{ U^{i}\right\}$  : vecteur de déplacement des nœuds de l'élément

 $[D^i]$ : la matrice de déformation de l'élément.

Avec :

 $C = \cos\theta$ 

et

Pour l'élément d'interface à 6 nœuds de la figure(2-12) :

$$\left\{U^{e}\right\}^{T} = \left\{U_{1} \quad V_{1} \quad U_{2} \quad V_{2} \quad U_{3} \quad V_{3} \quad U_{4} \quad V_{4} \quad U_{5} \quad V_{5} \quad U_{6} \quad V_{6}\right\}$$

$$\begin{bmatrix} D^{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{1}C & N_{1}S & N_{2}C & N_{2}S & N_{3}C & N_{3}S - N_{3}C - N_{3}S - N_{2}C - N_{2}S - N_{1}C - N_{1}S \\ N_{1}S & N_{1}C & N_{2}S & N_{2}C & N_{3}S & N_{3}C - N_{3}S - N_{3}C - N_{2}S - N_{2}C - N_{1}S - N_{1}C \end{bmatrix} 2-72$$



Figure (2-12) Elément d'interface à 6 nœuds

Et pour l'élément d'interface à 4 nœuds de la figure(2-13) on a :

$$\left\{ U^{i} \right\}^{T} = \left\{ U_{1} V_{1} U_{2} V_{2} U_{3} V_{3} U_{4} V_{4} \right\}$$

$$\left[ D^{i} \right] = \left[ \begin{array}{c} N_{1}C & N_{1}S & N_{2}C & N_{2}S - N_{2}C - N_{2}S - N_{1}C - N_{1}S \\ N_{1}S & N_{1}C & N_{2}S & N_{2}C - N_{2}S & N_{2}C - N_{1}S - N_{1}C \end{array} \right]$$

$$2-73$$



Figure (2-13) Elément d'interface à 4 nœuds

La matrice de rigidité élémentaire s'obtient par intégration sur l'élément de référence, de la façon suivante :

$$[Re] = \int_{-1}^{+1} T[D^{i}][K^{i}][D^{i}]J_{t}.dt$$
 2-74

[K<sup>i</sup>]: est la matrice de comportement exprimant les rigidités par unité de longueur de l'élément, elle est donnée par :

$$[\mathbf{K}^{\mathbf{i}}] = \begin{bmatrix} K_n & 0\\ 0 & K_t \end{bmatrix}$$
 2-75

Notons que l'intégrale sur l'élément de référence dans la relation est calculée numériquement par la méthode de Gauss.

#### 2-4-2-4 Elément joint de type ressort :

Herrmann et Barbas puis et Frank et al [37] ont utilisé des éléments de type ressort pour la modélisation de l'interface. Cette approche consiste à associer chaque nœud du corps A avec son double du corps B pour former un élément de contact comme montré dans la figure(2-14).

Dans ce cas les forces de liaison  $F_n$  et  $F_t$  s'expriment par :

 $F_n = k_n \Delta U_n$ 

 $F_t = k_t \Delta U_t$ Avec

 $k_n \ et \ k_t$  représentant les raideurs des ressorts normal et tangentiel.



Figure(2-14) Elément joint de type ressorts

L'élément est donc caractérisé par son orientation et par les rigidités normale et tangentielle des ressorts associés. Pour les éléments de contact qu'on considère comme liés, on impose la continuité des déplacements suivant les axes locaux «t » et «n » [48]. Pour les éléments considérés en état de décollement, on n'impose aucune continuité de déplacements et pour les éléments qui glissent, on impose seulement la continuité des déplacements suivant l'axe «n ».

Frank et Barbas [37] ont proposé pour les forces de ressort la formule suivante :

$$\begin{cases} -F_{t1} \\ -F_{n1} \\ -F_{n2} \\ -F_{t2} \\ -F_{n2} \end{cases} = K \begin{bmatrix} N_t & 0 & -N_t & 0 \\ 0 & N_n & 0 & -N_n \\ -N_t & 0 & N_t & 0 \\ 0 & -N_n & 0 & N_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{t1} \\ U_{n1} \\ U_{t2} \\ U_{n2} \end{bmatrix}$$
 2-76

Où :

Nt = 1 ou 0 suivant que le ressort tangentiel existe ou non. Nn = 1 ou 0 suivant que le ressort normal existe ou non.

K : la rigidité de la pénalisation est prise égale à :  $K = 10^5 E_{ryg} R_{max}$ 

 $E_{ryg}$ : est le rapport des modules de Young des deux milieux ( $\leq 1$ )

R<sub>max</sub> : la valeur du terme maximal de la matrice de rigidité des éléments du massif.

#### **Formulation :**

La formulation de l'élément s'effectue directement en exprimant le travail des forces de liaison dans le repère global du système. Le vecteur de déformation élémentaire est donné par :

$$\left\{ \varepsilon^{i} \right\} = \left[ D^{i} \right] \left\{ U^{i} \right\}$$

et la matrice de rigidité élémentaire est donnée par :

$$[R]_{i}^{e} = [D^{i}]^{T} [K] [D^{i}]$$
2-77

le vecteur de déplacements nodaux  $\{U^i\}$  et la matrice de déformation  $[D^i]$  sont donnés par :

$$\left\{ U^{i} \right\}^{T} = \left\{ U_{1} V_{1} U_{2} V_{2} \right\}$$

$$\left[ D^{i} \right] = \left[ \begin{array}{c} S & -C - SC \\ -C - S & C & S \end{array} \right]$$
2-78

avec  $S = \sin\theta$   $C = \cos\theta$ 

K représente la matrice des raideurs des ressorts. Elle est donnée par :

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_n & 0 \\ 0 & k_t \end{bmatrix}$$
 2-79

#### 2-5 CONCLUSION :

Nous avons, dans ce chapitre, vu premièrement le principe de la méthode des éléments finis, les différentes étapes de calcul et les formules générales pour un élément et un maillage quelconques. Ensuite nous avons passé en revue la formulation des éléments quadrilatéraux à 4 nœuds et à 8 nœuds. Afin de tenir compte du comportement des interfaces et des surfaces en contact nous avons introduit des éléments spéciaux dits « éléments d'interface ». La modélisation des interfaces appartient à l'une des deux approches : approche type couche mince et approche type contact. Dans notre cas, uniquement l'approche type contact a été considérée. A cet effet, deux types d'élément : élément d'interface de type Goodman et élément d'interface de type ressort ont été considérés. Pour les éléments type Goodman deux types d'élément d'interface dépendant de l'élément d'interface type Goodman à 4 nœuds et pour l'élément massif quadrilatère à 8 nœuds on a un élément d'interface type Goodman à 6 nœuds. L'éléments d'interface de type ressort dans tous les cas est un élément à 2 nœuds. Ces éléments permettent de bien suivre le comportement entre les deux milieux, colle-béton ou colle-acier.

#### <u>**3-1 INTRODUCTION :**</u>

Bien que consacrée par de nombreuses réussites expérimentales, la technique de renforcement des structures en béton armé nécessite un choix adéquat des matériaux [49] ; un soin particulier doit être attaché dans la caractérisation de la résine. Des travaux expérimentaux ont été effectués afin de déterminer les caractérisations de la résine époxyde. Parmi ceux-ci les essais dit « pull out » (essais d'arrachement) ont été réalisés.

Dans ce chapitre nous allons présenter dans une première étape les principaux résultats expérimentaux. Dans une deuxième phase un modèle analytique a été développé afin d'étudier le comportement de l'essai pull-out.

#### <u>**3 -2 DISPOSITIF EXPERIMENTAL :**</u>

Puisque le joint de colle travaille essentiellement par cisaillement [50] il convient d'étudier l'adhérence de la résine au béton et à l'acier. Le dispositif représenté sur la figure(3-1) permet de soumettre le joint au cisaillement de la manière suivante :

Une éprouvette en béton (150mm x 60mm x 60mm) convenablement fixée est collée sur les deux faces longitudinales opposées à deux plaques d'acier qui sont mises en tension par la partie mobile du dispositif, de façon à ce que le joint de colle soit soumis au cisaillement.





Une étude expérimentale sur plusieurs échantillons portant sur les deux paramètres, épaisseur de la colle (0,5 à 3mm) et la résistance du béton (25 à 70Mpa) à été effectuée [2].



#### • Jauge de déformation



La charge appliquée « P » est mesurée à l'aide d'un capteur de force. Des jauges de déformation sont placées le long de la plaque à des distances bien choisies figure (3-2), ces déformations permettent de déterminer les forces longitudinales locales « F », de la manière suivante :

3-1

 $F = \varepsilon$  .E. A Avec  $\varepsilon$ : la déformation longitudinale E : module d'élasticité de l'acier

A : aire de la section droite de la plaque.

A partir des efforts longitudinaux dans les plaques, les contraintes de cisaillement dans le joint peuvent être évaluées en étudiant un tronçon de plaque entre deux jauges de déformation. En écrivant l'équilibre de ce tronçon de plaque (figure (3-3) ) la contrainte tangentielle s'obtient par :



<u>Figure (3-3)</u> Equilibre d'un tronçon « $\Delta$ L » de la plaque

#### ΔL : distance entre deux jauges de déformation

- b : largeur de la plaque
- $\tau$  : contrainte de cisaillement moyenne entre deux jauges.

<u>3 -3 RESULTATS EXPERIMENTAUX :</u>

Charif [2] a réalisé deux séries d'essai Pull-out : dans la première série l'effet de la résistance à la compressions du béton, Tableau (3-1), a été étudié, et dans la deuxième série l'effet de l'épaisseur de la colle, Tableau (3-2), a été cerné. Ces essais sont réalises sur un béton d'age de 42 jours et sur un joint d'époxyde d'age de 28 jours.

Epaisseur de la colle = 1.0 mm				
Résistance a la compression du	Contrainte tangentielle	Charge de	Contrainte tangentielle	
béton (mesurée sur un cube)	moyenne à la rupture	rupture	maximale	
(Mpa)	(Mpa) *	(KN)	(Mpa)	
25,1	2,17	19,53	6,0	
44,9	2,52	22,68	6,8	
60,2	2,77	24,93	7,4	
71,3	3,33	29,97	8,3	

Ecart-type maximum (Mpa)	0,21	1,89	0,38

# <u>Tableau (3-1)</u> Résultats expérimentaux de l'effet de variation de la résistance à la compression du béton

Résistance à la compression du béton = 45 Mpa				
Epaisseur de la colle (mm)	Contrainte tangentielle	Charge de	Contrainte tangentielle	
	moyenne à la rupture	rupture	maximale	
	(Mpa) *	(KN)	(Mpa)	
0,5	2,42	21,78	6,9	
1,0	2,52	22,68	6,8	
1,6	2,38	21,42	6,7	
3,0	2,83	25,47	6,9	
Ecart-type maximum (Mpa)	0,17	1,53	0,42	

# Tableau (3-2)Résultats expérimentaux de l'effet de<br/>variation de l'épaisseur de la colle

## Contrainte tangentielle moyenne à la rupture = la charge de rupture/la surface du joint Surface du joint = 60 x 150 mm<sup>2</sup> = 9000 mm<sup>2</sup>

Les figures (3-4) et (3-5) donnent respectivement la distribution de la force longitudinale «F» et de

la contrainte de cisaillement «τ» le long du joint pour chaque valeur de la charge appliquée «P».

Ces résultats sont donnés pour un béton de résistance à la compression égale à 45Mpa et avec une

épaisseur de la colle égale à 1 mm. Les graphes montrent une distribution exponentielle des forces

longitudinales et des contraintes tangentielles le long du joint. La rupture est initiée du côté le plus

sollicité du joint pour une valeur voisine de 60% de la charge de rupture.



<u>Figure (3-5)</u> Répartition des contraintes de cisaillement le long du joint en fonction de la force appliquée

Pour des forts charges, la force longitudinale prés du bord chargé augmente rapidement jusqu'à qu'elle atteigne la valeur de la charge appliquée. Cela signifie qu'aucune force n'est transférée de la plaque au béton dans cette région, ce qui pourrait être le résultat d'une rupture dans le béton ou dans le joint ou dans tous les deux. Pour des faibles charges, la distribution des forces longitudinales locales est exponentielle, mais pour des charges plus grandes, cette distribution tend à s'aplatir prés du bord chargé. La distribution des contraintes tangentielles est exponentielle pour des charges petites, tondis que pour des charges proches de la charge de rupture, les contraintes prés du le bord chargé tendent à s'annuler. La rupture a eu toujours lieu dans le béton soulignent ainsi une meilleur résistance au cisaillement de la résine époxyde que celle du béton. La valeur maximale de la contrainte tangentielle enregistrée varie entre 6,0 et 8,33 MPa selon la classe du béton utilisé. La contrainte moyenne à la rupture, obtenue en faisant le rapport de la force ultime à la surface totale du joint, variait de 2,23 à 3,3 MPa. Ces variations correspondent à des valeurs du facteur de concentration de contrainte égales au rapport de la contrainte maximale à la contrainte moyenne de 2,7 à 2,52 respectivement. La rupture du joint se développe d'une manière graduelle sur une distance faible au début près du bord chargé puis se propage le long du joint avec l'augmentation de la charge jusqu'à la ruine complète de ce dernier. L'examen des éprouvettes montre que la rupture se produit toujours dans la zone de béton voisine du joint. L'adhésif permet donc de réaliser des joints avec des résistances au cisaillement supérieures à celles du béton. La résistance du joint augmente avec la résistance à la compression du béton. Ceci est dû la nature de la rupture qui est contrôlée par le cisaillement du béton. L'épaisseur de la colle n'a pas une grande influence sur la charge de rupture : c'est à dire si l'épaisseur de la colle varie de 0,5 mm à 3,0 mm (une augmentation de 6 fois) la charge de rupture varie de 21,78 KN à 25,47 KN c'est à dire une augmentation inférieur à 4 KN soit de 15%.

#### <u>3-4 – ETUDE ANALYTIQUE :</u>

La figure (3-6) donnée ci-dessous montre un assemblage de deux plaques d'acier collées sur un prisme de béton. Le montage admet un plan de symétrie de trace l'axe « x ». Une analyse des contraintes de cisaillement dans la colle est proposée de la manière suivante :



#### Figure (3-6) : Assemblage de deux plaques d'acier «1» collées sur une éprouvette prismatique en béton «2»

On suppose que les contraintes mises en jeu sont uniquement en fonction de la variable «x». L'allure déformée d'un élément de collage de longueur «dx» est représentée dans la figure(3-7) [51]. Les modules de l'acier et du béton sont notés respectivement « $E_p$ » et « $E_b$ », tandis que le module de cisaillement de la colle est noté par « $G_c$ ».



Figure (3-7) : Allure déformée d'un élément de collage de longueur « dx »

Avec :

e<sub>p</sub> : l'épaisseur de la plaque d'acier

 $2e_2 = e_b$ : l'épaisseur du prisme de béton

e<sub>c</sub> : l'épaisseur de la colle

Le but est de déterminer la répartition des contrainte de cisaillement dans la colle, notées  $\tau_c(x)$ .

Equilibre de l'élément d'acier :

 $d\sigma_p e_p dy + \tau_c dx dy = 0 =$ 

$$\frac{d\sigma_p}{dx}ep + \tau_c = 0$$
 3-3

Equilibre de l'élément de béton :

 $d\sigma_2 e_2 dy - \tau_c dx dy = 0 \implies$ 

$$\frac{d\sigma_2}{dx}e_2 - \tau_c = 0 \qquad 3-4$$

De plus la déformation angulaire ( $\gamma_c$ ) est donnée par la relation géométrique suivante :

$$\gamma_c \approx \frac{u_2 - u_1}{\rho}$$

Soit en utilisant les lois de comportément de l'élasticité linéaire :

$$\gamma_c = \frac{\tau_c}{G_c} \qquad \qquad \frac{du_1}{dx} = \frac{\sigma_p}{E_p} \qquad \qquad \frac{du_2}{dx} = \frac{\sigma_2}{E_b} \qquad \qquad \gamma_c = \frac{\tau_c}{G_c} \approx \frac{u_2 - u_1}{e_c}$$

Par différentiation de  $\tau_c$  on obtient :

$$\frac{e_c}{G_c} \frac{d\tau_c}{dx} = \frac{\sigma_2}{E_b} \frac{\sigma_p}{E_p} \qquad 3-5$$

Les équations (3-3), (3-4) et (3-5) sont utilisées pour déterminer les trois inconnues  $\sigma_p$ ,  $\sigma_2$  et  $\tau_c$ .

De l'équation 3 -3 :  $\frac{1}{Ep} \frac{d\sigma_p}{dx} = -\frac{\tau_c}{e_p Ep}$  **3 - 6** 

De l'équation 3-4 :

$$\frac{1}{Eb}\frac{d\sigma_2}{dx} = \frac{\tau_c}{e_2 Eb}$$
 3-7

En soustrayant l'équation (3-7) de l'équation (3-6) nous obtenons :

$$\frac{1}{Ep} \cdot \frac{d\sigma p}{dx} \cdot - \frac{1}{Eb} \cdot \frac{d\sigma_2}{dx} = -\tau_c \cdot \left(\frac{1}{e_p Ep} \cdot + \frac{1}{e_2 E_b}\right) \qquad 3 - 8$$

En tenant compte de l'équation (3-5) :

$$\frac{d^2}{dx^2} \cdot \left(\frac{e_p}{Ep} - \frac{\sigma_2}{Eb}\right) = \frac{G_c}{e_c} \cdot \left(\frac{1}{e_p Ep} + \frac{1}{e_2 Eb}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_p}{Ep} - \frac{\sigma_2}{Eb}\right) \qquad 3 - 9$$
$$\frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{\sigma_p}{Ep} - \frac{\sigma_2}{Eb}\right) = 0 \qquad 3 - 10$$

avec

$$\lambda^2 = \frac{G_c}{e_c} \left( \frac{1}{e_p E_p} + \frac{1}{e_2 E_b} \right)$$

La solution générale de cette équation différentielle s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\sigma p}{Ep} - \frac{\sigma_2}{Eb} = Ak \cdot ch(\lambda \cdot x) + Bk \cdot sh(\lambda \cdot x)$$
3 - 11

En appliquant les Conditions aux limites on obtient :

- pour x = 0:  $\sigma_p = 0$  et  $\sigma_2 = 0$  (extrémité libre)
- et pour x = 1:  $\sigma_p = \sigma_{p0}$  et  $\sigma_2 = \sigma_{20}$  (1: longueur de l'éprouvette de béton)

avec

 $\sigma_{p0}$  : la contrainte appliqué à l'acier

et  $\sigma_{20}$  : la contrainte appliqué au béton

Les valeurs des constantes sont donc :

Ak=0 et 
$$Bk = \frac{\sigma_{p0}}{Ep \cdot sh(\lambda l)} - \frac{\sigma_{20}}{Eb \cdot sh(\lambda l)}$$

De plus en ajoutant l'équation (3-6) à l'équation (3-7) nous obtenons :

$$\frac{d\sigma_p}{dx}.e_p + \frac{d\sigma_2}{dx}.e_2 = 0$$

d'où :

$$\frac{d\sigma p}{dx} \cdot (\frac{1}{Ep} + \frac{e_p}{e_2 \cdot Eb}) = Bk \cdot \lambda \cdot ch(\lambda x)$$

soit d'après l'équation 3 - 3 :

$$-\tau_{c}\left(\frac{1}{e_{p}Ep}+\frac{1}{e_{2}Eb}\right)=Bk\cdot\lambda ch(\lambda x)$$

$$\tau_{c}=\frac{G_{c}}{e_{c}\lambda}\left\{-\left(\frac{\sigma_{p}0}{Ep.sh(\lambda l)}+\frac{\sigma_{2}0}{Eb.sh(\lambda l)}\right)ch(\lambda x)\right\}$$
3-12

L'équation «3-12» montre que la répartition des contraintes de cisaillement dans la colle est d'une forme exponentielle ce qui confirme le résultat expérimental déjà établi [2]. La figure(3-8) donne respectivement les répartitions des contraintes tangentielles analytique, donnée par l'équation(3-12), et expérimentale pour une charge de 5KN. Les valeurs des contraintes analytiques sont nulles sur une distance de 70 mm du bord non chargé, sur le reste de la longueur du joint (20 mm), il y'a un effet de concentration de contraintes prés du bord chargé, confirmant ainsi les résultats expérimentaux. Les valeurs données par les deux répartitions analytique et expérimentale sont de même ordre de grandeur. La différence entre les deux graphes est due essentiellement au fait que les valeurs du graphe analytique sont calculées dans la colle par contre celles du graphe expérimental sont mesurées dans la plaque d'acier et sont calculées au sens d'une moyenne des contraintes de cisaillement entre deux jauges de déformation consécutives.


#### **3-5 CONCLUSION :**

Dans ce chapitre, et en premier lieu, le dispositif expérimental de l'essai pull-out ainsi que les principaux résultats ont été présentés. Il a été constaté que les distributions des forces longitudinales et des contraintes tangentielles le long de la plaque sont exponentielles, la rupture survient toujours dans le béton. Ceci confirme les excellentes caractéristiques du joint de colle en époxyde, c'est à dire que la résistance au cisaillement de la résine est plus importante que celle du béton. La rupture du joint s'effectue d'une manière graduelle sur la longueur du joint.

Dans la deuxième partie nous avons établie un modèle analytique qui décrit d'une façon satisfaisante le comportement du joint de colle dans l'essai pull-out. Les résultats de ce modèle confirment les observations expérimentales telle que l'allure exponentiel du graphe de la contrainte tangentielle.

#### **4-1 INTRODUCTION :**

Le modèle analytique exposé précédemment dans le chapitre 3 est incapable d'effectuer une étude complète sur le comportement des différentes parties (plaque d'acier, béton et colle) de l'essai pull-out. Pour cela il est indispensable d'étudier le comportement de l'essai pull-out par un modèle numérique en utilisant la méthode des éléments finis. Afin de tenir compte du comportement des interfaces nous avons introduit des éléments spéciaux appelés « éléments d'interface».

Dans une première étape les résultats de la modélisation dans le domaine linéaire sont présentées. Ensuite, dans une deuxième étape, une étude du comportement non linéaire des essais Pull-out a été entreprise. Ceci dans le but de cerner le comportement des matériaux qui est essentiellement non linéaire. Finalement une étude paramétrique sur les différents paramètres influant le comportement des modèles a été réalisée.

# **4-2 MODELISATION DU COMPORTEMENT LINEAIRE DE L'ESSAI :**

#### 4-2-1 Choix de l'élément :

Pour la simulation linéaire des expériences décrites précédemment nous avons utilisé deux types d'élément : élément quadrilatère à 4 nœuds et élément quadrilatère à 8 nœuds. Comme il a été présenté au chapitre 2 (section 2-4) et afin de modéliser les interfaces colle-béton et colleacier, nous avons utilisé des éléments d'interface de type ressort et de type Goodman. Le choix ne sera confirmé que si le modèle élaboré satisfait le test de validation. Le modèle numérique avec différents types d'éléments nous permis d'effectuer une étude comparative entre les types d'éléments utilisés.

#### 4-2-2 Choix de la maille :

Vu le nombre important des données à introduire au fichier des données on a élaboré des programmes, spécifiques à l'essai pull-out, de discrétisation du

domaine avec et sans éléments d'interface. Ces programmes nous ont permis de réaliser un maillage assez fin pour que la convergence des résultats soit bonne et rapide. La maille représentée sur la figure (4-1) a été choisie, pour les deux types d'éléments (4 nœuds et 8 nœuds) avec interfaces. Pour la maille des éléments à 8 nœuds nous avons utilisé des éléments d'interface de type Goodman (élément à 6 nœuds) et pour la maille des éléments à 4 nœuds nous avons utilisé des éléments

d'interface de type ressort (élément à deux nœuds). La maille représentée sur la figure (4-2) a été choisie, pour les deux types d'éléments (4 nœuds et 8 nœuds) sans

interfaces.



Pour le maillage de la figure(4-1) avec interface la topologie est comme suit :

 1061 nœuds et 974 éléments pour le cas d'élément massif à 4 nœuds et élément d'interface de type ressort  2971 nœuds et 972 éléments pour le cas d'élément massif à 8 nœuds et élément d'interface de type Goodman à 6 nœuds.

Pour le maillage de la figure(4-2) sans interface on obtient :

- 939 nœuds et 852 éléments pour le cas des éléments à 4 nœuds
- 2729 nœuds et 852 éléments pour le cas des éléments à 8 nœuds

# 4-2-3 Propriétés des matériaux :

Les propriétés des matériaux sont présentés dans le tableau (3-1) ci-dessous :

matériau	E(Mpa)	ν	Epaisseur (mm)
Acier	200 000	0,3	3
Colle	1 500	0,33	1
Béton	36 320	0,16	30

# Tableau (4-1) propriétés des matériaux

# 4-2-4 Validation du modèle :

La distribution des forces longitudinales dans la plaque d'acier fut prise comme critère de comparaison compte tenu de la manière directe avec laquelle sa valeur est obtenue à partir des résultats expérimentaux. La figure (4-3) montre que les cinq graphes sont superposés sauf pour les deux avant dernier point (c'est à dire les points correspondants aux jauges placer à 130 mm et 140 mm du bord non chargé). La différence maximum entre ces points (expérimentales et numériques) est de l'ordre de 9,6% pour la jauge placée à 130 mm du bord non chargé.



Figure (4-3)Distribution de la force longitudinale le long du joint<br/>pour une force appliquée de 5KN : Validation

En analysant les graphes des résultats numériques de la figure (4-3), nous remarquons que l'utilisation dans notre modèle des éléments quadrilatères à 4 nœuds sans éléments d'interface avec un nombre total des nœuds égal à 939 nous donne des résultats identiques à ceux du modèle utilisant des éléments quadrilatères à 8 nœuds sans éléments d'interface avec un nombre total des nœuds égal à 2729. Donc une augmentation du nombre de degré de liberté par presque 3 fois n'améliore pas les résultats d'une manière significative. Ceci nous permet de confirmer que la maille choisie est adéquate. Ainsi que l'utilisation des éléments quadrilatères à 4 nœuds avec des éléments d'interface de type ressort est appropriée car elle donne les même résultats que celle utilisant des éléments quadrilatères à 8 nœuds avec des éléments d'interface de type Goodman à 6 nœuds.

#### 4-2-5 Principaux résultats de la modélisation linéaire :

D'après la modélisation linéaire du comportement de l'essai pull-out établie par Lakhdari [1], les conclusions suivantes peuvent être tirer :

 Le modèle numérique confirme les résultats établis particulièrement en ce qui concerne la distribution exponentielle de la force longitudinale et la contrainte tangentielle le long du joint et l'existence du facteur de concentration de contraintes. L'existence des contraintes normales a également été prouvée. Etant donné que les contraintes principales ayant des modules égaux, il est possible de conclure que le joint de colle travaille au cisaillement pur.

- Les épaisseurs de la colle et de la plaque d'acier influencent d'une manière comparable les contraintes tangentielles. La distribution tend à s'uniformiser avec l'augmentation de l'épaisseur et la contrainte diminue prés de la charge et augmente à l'extrémité opposée.
- La nature viscoélastique de la colle en plus du fait qu'elle met en évidence la contribution par déformation du joint se traduit par des écarts importants dans la valeur du module d'élasticité. Ceci peut avoir une nette influence sur l'état de contraintes dans le joint, pour laquelle le phénomène de concentration de contrainte qui n'était pas évident pour la valeur initiale de 300 MPa était frappant, surtout pour le béton, sous la valeur de 1875 Mpa. Il est donc recommandé, pour toute étude numérique de s'assurer de la valeur de ce paramètre.

#### **<u>4-3 MODELISATION DU COMPORTEMENT NON LINEAIRE DE L'ESSAI :</u>**

#### 4-3-1 Principe de la modélisation :

Le calcul s'effectue par incrémentation de charge ; où à chaque incrément il faut formuler la matrice de rigidité globale et le vecteur des forces globales et puis faire la résolution du système. Les contraintes dans les éléments et les forces dans les éléments d'interface seront ensuite calculées. Puisque la rupture s'initie au niveau de l'interface colle-béton [50], il est indispensable de tester l'état de l'interface en utilisant un critère de rupture. Si aucun élément de l'interface ne se rompt pas, il faut passer à l'incrément suivant. Dans le cas contraire il faut refaire le calcul jusqu à ce que la rupture se stabilise puis on passe à l'incrément suivant.

# 4-3-2 Critère de rupture :

D'après les résultats expérimentaux [2], la rupture s'initie au niveau de l'interface colle-béton. Donc le modèle doit incorporer un critère de rupture du béton par cisaillement afin d'espérer d'avoir des résultats proches de ceux trouvés

expérimentalement. Le critère utilisé lords de cette étude est basé sur celui du B.P.E.L [52,53] comme montré dans la figure(4-4).





Le critère s'énonce comme suit :

$$\tau^2 = \operatorname{ftj} (\sigma + \operatorname{ftj})$$
 - ftj  $\leq \sigma \leq 0.4 \operatorname{fcj}$  4 - 1

#### avec :

- ftj : la résistance à la traction du béton
- fcj : la résistance à la compression du béton
- $\tau$  : contrainte de cisaillement dans le béton.
- $\sigma$ : contrainte normale dans le béton ( $\sigma$ >0 compression,  $\sigma$ <0 traction).

# 4-3-3 Choix de l'élément et de la maille :

Nous avons constaté d'après la modélisation linéaire (section 4-2) que les deux types d'élément planaire (4 nœuds avec élément joint de type ressort et 8 nœuds avec élément joint de type Goodman) donnent les même résultats numériques, donc afin de modéliser le comportement non linéaire nous avons opté pour l'élément quadrilatère à 4 nœuds avec des éléments d'interface type ressort.

Le maillage adopté est de même topologie que celui utilisé dans la modélisation linéaire (section 4-2-2) avec : 1061 nœuds et 974 éléments (massifs et interfaces), figure(4-2).

#### 4-3-4 Procédure de calcul :

L'état de rupture à l'interface colle-béton a été appréhendé moyennant le changement des raideurs de l'élément ressort modélisant cette interface. Il est utile de rappeler à ce stade la liaison entre forces et déplacements de ces éléments d'interface (voir section 2-4-2-2) schématisé dans la figure(4-5).



Figure(4-5) Elément typique d'interface

$$\begin{vmatrix} F_{n1} \\ F_{t1} \\ F_{t1} \\ F_{n2} \\ F_{t2} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} K_n & 0 & -K_n & 0 \\ 0 & K_t & 0 & -K_t \\ -K_n & 0 & K_n & 0 \\ 0 & -K_t & 0 & K_t \end{vmatrix} \begin{vmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \\ U_{t2} \end{vmatrix}$$
 4-2

$$K_n = K_t = 10^5 E_{ryg} R_{max}$$
 (voir section 2-4 -2-2)

Pour chaque incrément de charge le programme nous permet de déterminer les forces tangentielles et normales dans les éléments ressorts. Ensuite, une vérification de l'état de contraintes développées au niveau de l'interface est effectuée suivant ce qui suit figure(4-6) :

- on calcule les contraintes normales et tangentielles dans les interfaces :

 $\tau = F_t / (\Delta d^* b)$ 

 $\sigma = F_n / (\Delta d^* b)$ 

Béton



Figure (4-6) Une partie de l'interface colle-béton

#### avec :

 $\tau$ : contrainte tangentielle dans l'élément d'interface

 $\sigma$ : contrainte normale dans l'élément d'interface

Ft: force tangentielle dans l'élément d'interface

# F<sub>n</sub>: force normale dans l'élément d'interface

b : épaisseur de l'éprouvette, pour notre cas b = 60 mm.

# **∆d : la distance moyenne qui revient à l'interface (la distance entre deux éléments d'interface successives)**

Les contraintes (σ,τ) ainsi obtenues sont comparées à celles données par le critère de rupture.
On a essentiellement deux cas :

\* <u>1<sup>ere</sup> cas</u>: Si  $\sigma < 0$  (traction), on compare  $\tau \le \tau = \sqrt{ftj (\sigma + ftj)}$ 

si  $\tau > \tau$  on est en présence d'un glissement et par conséquent Kt = 0

si  $\sigma > \overline{\sigma}$  =ftj on est en présence d'un décollement et par conséquent Kt = Kn = 0.

\* 
$$2^{\text{ème}}$$
 cas : Si  $\sigma > 0$  (compression), on compare  $\tau \le \tau = \sqrt{\text{ftj}(\sigma + \text{ftj})}$ 

si  $\tau > \tau$  on est en présence d'un glissement et par conséquent Kt = 0

Il est à noter que dans les cas étudiés, la contrainte normale de compression calculée dans les interfaces a été toujours inférieure à 0,4fcj ce qui justifie l'utilisation du critère modifié du BPEL. L'incrémentation a été poursuivie jusqu'à rupture de l'ensemble des éléments d'interface. La charge de rupture obtenue au dernier incrément a été considérée comme étant la charge de rupture du joint.

# 4-3-5 validation du modèle :

Pour la validation du modèle les caractéristiques des matériaux utilisées dans la modélisation linéaire ont été conservées (Tableau(4-1)). Le pas d'incrémentation a été pris égal à 0,5 KN. La charge de rupture obtenue a été de 22,5 KN, résultat assez proche du résultat expérimental qui est égale à 22,68KN  $\pm$  1,89KN donnant ainsi un écart acceptable de 4%.

#### 4-3-6 Résultats numérique :

Dans ce qui suit une analyse des contraintes du modèle utilisé lors de la validation sera présentée. A ce stade, il est utile d'indiquer que les contraintes montrées dans les figures qui suivent ont été calculées au milieu des éléments. Ce choix est dicté par le souci d'éviter des effets parasites résultant de la présence des différents matériaux dans le modèle. D'autres parts, deux méthodes ont été utilisées pour obtenir les contraintes au milieu des éléments : moyenne des contraintes dans les points de Gauss et le calcul de la contrainte au milieu de l'élément. Les deux méthodes ont donné des résultats identiques dénotant ainsi la fidélité de la maille utilisée.

#### Contrainte tangentielle dans la plaque d'acier :

La figure(4-7) donnant la distribution des contraintes tangentielles le long de la plaque (mesurées au niveau de l'interface plaque-colle côté plaque) montre une allure exponentielle du graphe pour des valeurs inférieures à la charge de rupture. Ce résultat est en parfait accord avec les observations expérimentales et confirme ceux obtenues par l'analyse linéaire. Pour des charges voisinantes la charge de la rupture, la distribution des contraintes est marquée par une chute très nette de ces dernières dans la plaque qui s'annulent sur une distance d'environ 20mm pour un charge de 20KN. Ceci permet de supposer une rupture localisée à ce niveau.



**<u>Figure (4-7)</u>** Répartition des contraintes tangentielles dans la plaque d'acier le long du joint

# Contrainte tangentielle dans la colle :

La figure(4-8) montre la distribution des contraintes tangentielles dans la colle, mesurées au milieu des éléments de la colle, pour des différentes charges appliquées. On constate que pour des charges suffisamment éloignées de la charge de rupture l'allure des graphes est exponentielle. Pour des charges proches de la charge de rupture l'allure des graphes reste toujours exponentielle sauf qu'à

l'extrémité chargée des joints une chute des contraintes tangentielles est enregistrée. Cette chute est due essentiellement à la propagation de la rupture qui

s'initie dans cette partie (10mm à partir du coté chargé pour une charge de

17,5KN et 60mm à partir du coté chargé pour 20KN), ce qui confirme les observations expérimentales concernant une rupture graduelle du joint.



**<u>Figure (4-8)</u>** Répartition des contraintes tangentielles dans la colle le long du joint

#### Contrainte tangentielle dans le béton :

La figure(4-9) donnant la distribution des contraintes tangentielles dans le béton (mesurées au niveau des éléments inférieurs de l'éprouvette du béton, c'est à dire du côte de l'interface colle-béton) montre une allure exponentielle du graphe pour les valeurs inférieures à la charge de rupture. En s'approchant de la charge de rupture les contraintes tangentielles prés du bord chargé deviennent nulles (sur 10mm pour une charge de 17,5 KN et sur 60mm pour une charge de 20KN à partir du bord chargé). Cela signifie qu'aucune force n'est transférée de la plaque au béton sur cette distance. Ce résultat est en parfait accord avec les observations expérimentales de Charif [2].



# dans le béton le long du joint

# Contraintes tangentielles dans la structure :

Les figures (4-10), (4-11) et (4-12) montrent les contours de contraintes tangentielles dans la structure de l'essai Pull-out. Le premier constat à tirer de ces figures est le phénomène de concentration de contraintes qui est clairement montré. En effet, la zone des contraintes relativement élevées semble concerner uniquement une petite zone, 30mm de longueur, du joint située prés du bord chargé. Dans le sens de la profondeur, la zone interface colle-béton semble être la plus sollicité. Le même constat concernant le phénomène de concentration des contraintes est à noter aussi dans ce sens ; Au fur et à mesure que la charge augmente, le joint commence à subir une rupture localisée graduelle, cette rupture est traduite par le déplacement de la zone de concentration des contraintes de l'extrémité du bord chargé vers l'intérieur du joint. Ce déplacement semble être accompagné par un agrandissement de la zone de concentration de contrainte qui occupe 50mm de la longueur du joint. Les contraintes tangentielles dans la zone située entre le bord chargé et la zone de concentration de contrainte tendent vers

zéro.

85



**Figure (4-12)** Contours de contraintes tangentielles dans la structure pour une force de 17,5KN

Comparaison des contraintes tangentielles :

Pour nous permettre d'effectuer une comparaison des contraintes tangentielles agissantes dans les matériaux formant l'essai Pull-out, la figure(4-13) présente la distribution des contraintes tangentielles dans les trois matériaux (plaque d'acier, colle et béton) le long du joint pour une charge appliquée de 17,5KN. Nous constatons que les allures des contraintes tangentielles dans le béton et dans la colle sont presque identiques avec un léger décalage prés des bords de l'échantillon. En contraste, Les contraintes enregistrées au niveau de la plaque

sont inférieures à celle de la colle et du béton. Ceci souligne, peut être, les différentes natures de sollicitations s'exerçant sur les différents matériaux. Alors que la colle et le béton sont soumis principalement au cisaillement, la plaque est de son côté soumise à une traction. Les allures des trois graphes sont identiques où on constate que les contraintes s'annulent sur la zone située prés du bord chargé.



# Contraintes principales majeures dans la structure :

Les figures(4-14) (4-15) et (4-16) présentent les contours des contraintes principales majeures dans la structure étudiée pour différents niveaux de chargement. On constate, comme dans le cas des contraintes de cisaillement, un phénomène de concentration des contraintes prés du bord chargé. Les valeurs maximales de ces contraintes sont appliqués au niveau de la plaque. L'augmentation de la charge appliquée semble augmenter l'étendue de la zone de concentration des contraintes avant la rupture du joint. Juste après que la fissuration du joint s'initie, cette zone tend a se propager le long du joint avec une augmentation des contraintes notamment pour les éléments de la plaque. Ceci dénote que le mécanisme de transfert des forces entre la plaque et le béton ne fonctionne plus dans les zones situées prés du bord chargé.



dans la structure Pour une force de 17,5KN.

L'examen minitieu de l'orientation et de la magnitude des contraintes principales majeures présentées dans la figure (4-17) montre clairement le mode de sollicitation et du fonctionnement de chacun des matériaux formant le joint. On constate que la plaque travaille principalement par traction directe surtout prés du bord chargé tandis que le joint colle-béton travaille essentiellement en cisaillement. Ceci confirme l'explication donnée auparavant sur la différence trouvée dans les contraintes de cisaillement des différents matériaux .



**Figure (4-17)** Orientation et magnitude des contraintes principales majeures dans la structure pour une force de 17,5KN.

# Force tangentielle dans les éléments d'interface acier-colle et colle-béton :

Les distributions des Forces tangentielles dans les éléments d'interfaces ressorts le long de l'interface acier-colle (Figure (4-18)) et colle-béton (Figure (4-19) ont une l'allure exponentielle. Les graphes ont des valeurs nulles prés du bord chargé (10mm à partire du coté chargé pour une charge de 17,5KN et 60mm à partir du coté chargé pour une charge de 20KN). Ceci est du principalement au fait que dans cette zone les éléments d'interfaces sont décollés. La concentration des forces prés du bord chargé se déplace vers le bord non chargé avec la croissance de la charge appliquée (en fonction de l'évolution de la rupture).



**<u>Figure (4-18)</u>** Force tangentielle dans les éléments d'interface ressorts le long de l'interface acier-colle



**Figure (4-19)** Force tangentielle dans les éléments d'interface ressorts le long de l'interface colle-béton

# Comparaison entre les Forces tangentielles dans les éléments des interfaces acier-colle et colle-béton :

Les distributions des forces tangentielles dans les éléments d'interface ressorts le long de l'interface acier-colle et colle-béton schématisées dans la Figure (4-20) indiquent que les forces sont identiques pour tous les points. Sur une distance de 20mm du bord chargé, des force tangentielles dans les éléments d'interface s'annulent suite à la rupture du joint dans cette région. La coïncidence des deux graphes souligne que le joint en résine époxyde assure avec une grande fidélité la transmission de la charge entre les deux interfaces.



**Figure (4-20)** Force tangentielle dans les éléments d'interfaces Pour une force de 17,5KN

# 4-3-7 Etude paramétrique :

# Effet de l'épaisseur de la colle :

Pour étudier l'effet de l'épaisseur de la colle sur la charge de rupture nous avons utilisé les même données que celles prises lors de la validation du modèle (caractéristiques des matériaux, maillage et les conditions aux limites), sauf que l'épaisseur de la colle a été variée. L'épaisseur de la plaque d'acier est gardée constante, égale à 3mm. Les résultats sont donnés dans le Tableau (4-2).

Epaisseur de	La charge de rupture	La charge de	Erreur
la colle (mm)	Expérimentale (Mpa)	rupture	%
		Numérique	
		(Mpa)	
0,5	$21,78 \pm 1,53$	21,0	5%
1,0	$22,68 \pm 1,53$	22,5	4%
1,6	$21,42 \pm 1,53$	23,0	6,6%
2,0	/	25,0	/
3,0	$25,47 \pm 1,53$	27,5	7,5%



On constate que le modèle numérique reproduit les résultats expérimentaux avec une précision raisonnable. L'augmentation de l'épaisseur de joint de colle ne semble pas augmenter d'une manière importante la capacité portante du joint. En effet une augmentation de 500% (de 0,5 à 3,0 mm) de l'épaisseur de la colle semble engendrer uniquement une croissance de l'ordre de 17% dans la capacité portante.

Ceci est en accord avec la notion d'épaisseur optimum suggérée par certains chercheurs [2]. Ceci est aussi conforté par l'examen de la figure (4-22) donnant la distribution des forces tangentielles dans l'interface colle-béton. On remarque que la différence entre la valeur maximale des forces tangentielles enregistrées pour les différentes épaisseurs de la colle utilisées semble s'atténuer dès qu'on dépasse 2mm

d'épaisseur. La distribution des forces tangentielles le long du joint tend à s'uniformiser lorsque l'épaisseur de la plaque augmente. L'effet de maillage du joint de colle (nombre d'éléments discrétisant l'épaisseur de la colle) ne semble pas avoir un effet notable sur la charge de rupture. En effet, les charge de

rupture trouvées pour une épaisseur de colle égale à 3,0mm ne change pratiquement pas lorsque le nombre des éléments le long de l'épaisseur de la colle

a augmenté de 1 à 2 ou à 3.

92



Figure (4-22) Effet de l'épaisseur de la colle sur la force tangentielle dans les éléments d'interface colle béton pour une force de 12KN

Effet de l'épaisseur de la plaque :

Le modèle de validation utilisé auparavant a été conservé sauf que l'épaisseur de la plaque d'acier a été variée de 2 à 8mm. L'épaisseur de la colle est gardée constante, égale à 1mm. Les résultats trouvés sont donnés dans le Tableau

(4	-3).
· ·	

Epaisseur de la plaque	La charge de rupture
(mm)	Numérique (Mpa)
2,0	18,0
3,0	22,5
4,0	28,0
5,0	30,5
6,0	38,0
7,0	42,5
8,0	47,0

Tableau (4-3) Résultats de l'effet de l'épaisseur de la plaque d'acier



Figure (4-23) Charge de rupture en fonction de l'épaisseur de la plaque

Le premier constat à tirer des résultats numériques est que l'effet de la variation de l'épaisseur de la colle sur la charge de rupture avec celui de la variation de l'épaisseur de la plaque ne sont pas comparables, comme stipulé dans [1]. En effet, une augmentation de 300% de l'épaisseur de la plaque engendre une amélioration notable (161%) dans la charge de rupture. Ceci est aussi clairement montré par la simple comparaison des pentes des droites de corrélation donnant la charge de rupture en fonction des épaisseurs respectives de la colle et de la plaque.

La figure (4-24) présentant la répartition des efforts tangentiels dans l'interface

colle-béton pour différentes épaisseurs de la plaque, montre que l'allure des graphes est exponentielle avec un aplatissement pour les cas des plaques épaisses. La valeur maximale enregistrée prés du bord chargé diminue lorsque l'épaisseur

de la plaque augmente. Ce qui se traduit par un retardement du début de la

rupture du joint. L'effet de l'épaisseur de la plaque sur la variation de la contrainte tangentielle dans la colle est indiqué dans la figure (4-25). On remarque que la contrainte tangentielle dans la colle diminue prés du bord chargé, suite à la

diminution de la contrainte dans la plaque, lorsque l'épaisseur de la plaque augmente. Comme indiqué dans les résultats de la simulation linéaire [1], pour

94

l'extrémité non chargée, la contrainte tangentielle dans la colle varie en sens inverse avec l'épaisseur de la plaque, ce qui résulte à une distribution plus ou moins uniforme de l'allure des contraintes lorsque l'épaisseur de la colle augmente.



<u>Figure (4-24)</u> Effet de l'épaisseur de la plaque sur la force tangentielle dans les éléments d'interface colle béton pour une force de 12KN



# **Figure (4-25)** Effet de l'épaisseur de la plaque sur la contrainte tangentielle dans la colle pour une force de 12KN

# Effet de la résistance du béton à la compression :

Charif [2] a effectué une étude sur l'effet de la résistance du béton à la compression sur le comportement du modèle expérimental. Pour avoir une idée sur l'influence de la résistance du béton sur la charge de rupture donnée par le modèle numérique, nous avons utilisé les même données que celles prises auparavant (caractéristiques des matériaux, maillage et les conditions aux limites). L'épaisseur de la plaque est de 3mm et celle de la colle est de 1mm. La résistance du béton à la compression a été variée de 21 à 57 Mpa. Le module d'élasticité du béton ( $\mathbf{E}_b$ ) ainsi que la résistance à la traction ( $\mathbf{f}$ tj), intervenants dans le critère de rupture, sont en fonction de la résistance du béton à la compression ( $\mathbf{f}$ cj).

D'après le BPEL [52] :

$$ftj = 0.6 + 0.06 fcj$$
 (en MPa)  
 $E_b = 11000 \text{ x } fcj^{1/3}$  (en MPa)

Les résultats trouvés sont présentes dans le tableau(4-4). Nous constatons aussi ici que le modèle permet de reproduire avec une grande fidélité les résultats expérimentaux (erreur maximal de 5,6%). La charge de rupture augmente proportionnellement avec la résistance à la traction du béton, figure(4-26). Cependant une augmentation de la résistance à la compression par 174% n'a engendré qu'une augmentation de 63% dans la charge de rupture. Ceci est du au fait que l'augmentation de la résistance à la traction du béton ne suit pas la même tendance que la résistance à la compression.

R <sub>cube</sub> (Mpa)	<b>f</b> cj (Mpa)	<b>f</b> tj (Mpa)	Module d'élasticité E <sub>b</sub> (Mpa)	La charge de rupture Expérimentale (KN)	La charge de rupture Numérique (KN)	Erreur %
25,1	20,8	1,848	30251,5	$19,53 \pm 1,89$	19,0	5,5%
44,9	35,92	2,755	36300,0	$22,68 \pm 1,89$	22,5	4%
60,2	48,16	3,49	40021,0	$24,93 \pm 1,89$	26,0	5,6%
71,3	57,04	4,022	42343,4	$29,97 \pm 1,89$	31,0	4,5 %

Tableau (4-4) Résultats de l'effet de la résistance du béton à la compression



**Figure (4-26)** Charge de rupture en fonction de la résistance à la traction du béton

# Effet de la longueur de l'éprouvette du béton :

Pour voire l'influence de la longueur de l'éprouvette du béton sur la charge de rupture, la longueur de l'éprouvette du modèle de validation à été variée de 100mm à 250mm. Le principe de maillage de ces nouveaux modèles a été le même que celui utilisé dans le de validation (même dimension des éléments). Les résultats trouvés sont consignés dans le Tableau (4-5).

Longueur de l'éprouvette	La charge de rupture Numérique (KN)	% d'augmentation de la charge
du béton (mm)		
100	17,5	-
120	19,5	11%
150	22,5	28% (15%)

180	24,0	37% (6%)
200	26,5	51% (10%)
230	27,0	54% (2%)
250	28.0	60% (3.7%)
	,	

() : augmentation par rapport à la valeur précédente

#### Tableau (4-5) Résultats de l'effet de la longueur de l'éprouvette du béton

L'examen des résultats numériques, figure(4-27) montre que la charge de rupture, en générale, augmente avec la longueur du joint. Cependant, cette augmentation semble s'attenuer dés que la longueur du joint dépasse les 200mm dénotant ainsi l'existence, peut être, d'une longueur optimale des joints.



**<u>Figure (4-27)</u>** Charge de rupture normalisée en fonction de la longueur de l'éprouvette du béton normalisée

Plusieurs chercheurs [2] ont traité la notion de la longueur utile du joint qui est la longueur de collage au-dessous de la quelle on a une chute de la charge de rupture. Cette longueur a un rôle important dans la pratique, notamment du point de vu économique, pour la réparation des ouvrages d'arts. Pour déterminer cette longueur de collage numériquement, nous avons utilisé les même données que celles prises lors de la validation du modèle (caractéristiques des matériaux, maillage, les conditions aux limites, l'épaisseur de la plaque égale à 3mm et celle de la colle à 1mm), la longueur du joint de colle par contre a été variée de 150mm à 90mm. Les résultats trouvés sont montrés dans le Tableau(4-6).

Longueur de collage	La charge de rupture Numérique (KN)
(mm)	
150	22,5
140	22,5
130	22,0
120	22,0
110	20,5
100	19,0
90	15,5

Tableau (4-6) Résultats de l'effet de la longueur de collage



Figure (4-28) La charge de rupture en fonction de la longueur de collage

On constate d'après les résultats, figure (4-26), que la charge maximale obtenue ne change pas à partir d'une longueur de collage comprise entre 110 et 120mm. Ceci ce traduit par une longueur utile du joint comprise entre 75% et 80% de la longueur réelle du joint cette valeure est supérieure à la valeure de 2/3 préconisée par Charif [2].

#### **4-4 CONCLUSION :**

De ce qui précède dans ce chapitre on peut tirer les conclusions suivantes :

La méthode des éléments finis permet d'analyser d'une manière correcte une structure composée de plusieurs matériaux (composites). Il est indispensable de bien connaître les caractéristiques des matériaux, ainsi que les conditions réelles de l'essai (conditions d'appuis, les charges appliquer...). Pour espérer d'avoir des résultats numériques concordants.

L'utilisation des différents types d'élément nous a permis de développer un modèle numérique aussi fidèle que possible au modèle réel. Les éléments d'interface introduits dans notre analyse, de représenter la transition entre les

# différents matériaux, ont une grande importance dans les structures composites tel que la notre.

La modélisation dans le domaine linéaire élastique a une grande importance principalement pour des indication sur l'allure des contraintes, le phénomène de concentration des contraintes au niveau du bord chargé et l'effet des différents paramètres régissant le modèle.

L'utilisation de deux types d'élément massifs (quadrilatère à 4 nœuds et quadrilatère à 8 nœuds) et deux types d'éléments d'interface (type ressort et type Goodman) pour la validation de notre modèle dans le domaine linéaire, indique que les résultats sont identiques pour les différents types d'éléments (4 nœuds sans éléments d'interface, 8 nœuds sans éléments d'interface, 4 nœuds avec des éléments interfaces de type ressort et 8 nœuds avec éléments d'interface de type Goodman). Ceci justifie notre choix pour le type d'élément et la maille choisie.

La modélisation non linéaire donne des résultats satisfaisants, notamment pour la charge de rupture ainsi que l'évolution de la rupture le long du joint. Elle nous a permis de bien visualiser le phénomène de concentration des contraintes prés du bord chargé. L'étude paramétrique confirme les résultats observés expérimentalement, particulièrement pour l'effet de l'épaisseur de la colle et l'effet de la résistance du béton à la compression. La notion de la longueur utile du joint a été également démontrée. Contrairement au valeurs préconisées dans la littérature, cette longueur est trouvée comprise entre 75% à 80% de la longueur réelle du joint. Il semble que la charge de rupture du joint dépend principalement de l'épaisseur de la plaque suivie de la résistance du béton. L'épaisseur de la colle ne semble pas avoir relativement un effet très important.

#### **1 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS :**

Le présent travail consiste à simuler le comportement non linéaire des joints de résine époxyde utilisés dans les structures renforcées par collage de plaque. Un modèle numérique basé sur la méthode des élément finis a été développé pour modéliser l'essai d'arrachement (pull–out test). Puisque une structure renforcée et constituée par trois matériaux différents (béton , colle et acier) des éléments d'interface ont été utilisés pour modéliser la transition entre les matériaux existants.

La modélisation de l'essai pull-out dans le domaine linéaire a permis de confirmer les observations expérimentales [2]. De plus la modélisation dans le domaine linéaire a permis de justifier les éléments et la maille utilisés.

La modélisation non linéaire donne des résultats satisfaisants, notamment ceux liés à l'allure exponentielle de la distribution des contraintes tangentielles, la charge de rupture ainsi que l'évolution de la rupture le long de l'interface colle-béton, confirmant ainsi les observations expérimentales [2]. Cette modélisation permet de mettre en évidence le phénomène de concentration des contraintes prés du bord chargé de l'éprouvette. L'étude paramétrique permet de confirmer les résultats expérimentaux, principalement pour l'épaisseur de la colle et la résistance du béton à la compression. Le modèle donne des résultats intéressants concernent la longueur de collage (la longueur utile de collage) ce qui confirme les résultats des chercheur [2] sur la notion de la longueur utile.

L'analyse présente montre qu'il est possible de simuler le comportement des joints et de prédire les risques de rupture par le suivi de l'évolution de l'état de contraintes à l'interface colle-béton. Les réparations des ouvrages à l'aide de la résine époxyde prouve une grande efficacité dans le domaine des pathologies des ouvrages d'arts.

#### **<u>2 PERSPECTIVES :</u>**

Pour que notre étude soit complète il est intéressant de simuler l'essai flexionnel avec le model non linéaire et d'étudier le phénomène de décollement des plaques, ainsi que l'évolution de la rupture dans ce cas. Afin d'étudier les caractéristiques des matériaux locaux il est nécessaire d'entamer des essais expérimentaux avec des matériaux locaux, dans le but de généraliser l'utilisation de cette technique et pour déterminer les caractéristiques des matériaux locaux. La validation du modèle sur des ouvrage renforcé par cette technique, pour en voir réellement l'efficacité de cette technique est très intéressante. L'évolution des techniques de réparations des structures a permis d'introduire des matériaux nouveaux et efficaces tel que les matériaux composites, donc il serait attrayant d'étudier ses matériaux par notre modèle.

# **REFERANCES BIBLIOGRAPHIQUES**

# [1] Lakhdari M. F (1998)

« Analyse Linéaire par simulation numérique du comportement des joints structuraux en résine époxyde », Thèse de Magister, Ecole National Polytechnique d'Alger,

# [2] A. Charif (1983)

"Structural behaviour of reinforced concrete beams strengthened by epoxy bonded steel plates", Ph. D. Thesis, Sheffieled university, 385 pages, Angle Terre, 1983.

# [3] M. Boutamine et al (1998)

« Pathologie et réparation des ouvrages d'art » , Journées de Formation sur les ouvrages d'art, E.N.T.P. Alger, Juillet 1998, pp 1-53.

# [4] Gamski K. (1981)

« Condition d'efficacité des liants epoxyde dans la réparation ou le renforcement d'une structure en béton », Colloque international sur la gestion des ouvrages d'art, Bruxelles-Paris 13-17 Avril 1981, vol. 2, pp 441-445.

# [5] Paillere A.M. et Rizoulieres J. (1981)

« Critères d'efficacité des produits de réparation des ouvrages en béton », Colloque international sur la gestion des ouvrages d'art, Bruxelles – Paris 13-17 Avril 1981, vol. 2, pp 479-484.

# [6] M. Belazougui et al (1992)

« Catalogue des Méthodes de Réparation et de Renforcement des ouvrages », C.G.S., 1992, 93 pages.

# [7] Hiroshi .F , Shunsuke S (2000)

"Japanese seismic rehabilitation of concrete buildings after the Hyogoken – Nanbu earthquake". Cement & Concrete Composites ; vol 22 (2000) ; pp 59-79.

# [8] K. Fukuyama , Y. Higashibata , et Y. Miyauchi (2000)

"Studies on repair and strengthening methods of damaged reinforced concrete columns"; Cement & Concrete Composites, vol. 22, 2000, pp 81-88.

# [9] Cheong H.K. et MacAlevey N. (2000)

"Experimental behaviour of jacketed reinforced concrete beams", ASCE Journal of Structural Engineering, Juin 2000, pp 692-698.

[10] El-Hawary M. et Rahal K. N.(2000)

"Experimental investigation of shear strength of resin – modifier reinforced concrete"; Cement and Concrete Technology in the 2000, Second International Symposium, 6-10 Sept. 2000, Istanbul, Turkey.

# [11] G. Hemond (1992)

« Utilisation in situ des polymères liquide dans le génie civil »; Techniques de l'Ingénieur traité Construction, 1992, vol. C 5 435, pp 1-8.

# [12] J. Ciesielski (1967)

« Renforcement des constructions endommagées en béton armé par injections de résines d'époxyde » ; Build. Sci. Vol. 2, pp 133-146.

# [13] El-Hawary M., Al-Khaiat H. et Fereig S. (2000)

"Performance of epoxy-repaired concrete in a marine environment", Cement and Concrete Research, Fev 2000, pp 259-265.

# [14] Karayannis C.G., Chalioris C.E. et Sideris K.K. (1998)

"Effectiveness of RC beam-column connection repair using epoxy resin injections", Journal of Earthquake Engineering, Avril 1998, pp 217-239.

# [15] R. Chadourne, J. Chatelain et D. Poineau (1981)

«Réparation du pont de La Croix Falgrde en béton précontraint, construit par encorbellement.», Colloque international sur la gestion des ouvrages d'art, Bruxelles – Paris 13-17 Avril 1981, vol. 1, pp 369-376.

# [16] Chaallal O., Nollet M. J et Perraton D. (1997)

« Renforcement au cisaillement de poutres en béton armé par des lamelles composites collées à l'aide de résine époxy » ; Bulletin des L.P.C N° 212 Nov Déc 1997 ; pp 87-93

# [17] Delatte N.J., Williamson M.S. et Fowler D.W. (2000)

"Bond strength development with maturity of high-early-strength bonded concrete overlays", ACI Materials Journal, Mars - Avril 2000, pp 201-206.

# [18] De Buck J. et Van Essche T. (1981)

« Renforcement d'un pont en béton précontraint par plaques collées », Colloque international sur la gestion des ouvrages d'art, Bruxelles – Paris 13-17 Avril 1981, vol. 2, pp 423-430.

# [19] Raithby K.D. (1981)

"Strengthening of concrete bridge decks with epoxy-bonded steel plates", Colloque international sur la gestion des ouvrages d'art, Bruxelles – Paris 13-17 Avril 1981, vol. 2, pp 489-493.

# [20] Van Gemert D.A (1981)

« Vérification expérimentale des renforcements par plaques collées d'un pont en béton précontraint », Colloque international sur la gestion des ouvrages d'art, Bruxelles–Paris 13-17 Avril 1981, vol. 2, pp 515-521.

# [21] Ladner M. (1981)

"Post-constructional strengthening of existing reinforced concrete structures with glued-on steel plating", Colloque international sur la gestion des ouvrages d'art, Bruxelles–Paris 13-17 Avril 1981, vol. 2, pp 453-458.

# [22] Mouton Y. (1979)

« Réparation des Structures en béton fissurées par injection de liants époxydiques », Rapport de recherche LPC N° 86, 103 pages, Juin 1979.

# [23] Saccani A. et Magnaghi V. (1999)

"Durability of epoxy resin-based materials for the repair of damaged cementitious

composites", Cement and Concrete Research, Jav 1999, pp 95-97.

# [24] Bardonnet P. (1992)

«Résines époxydes composants et propriétés », Techniques de l'Ingénieur traité Plastiques, 1992, vol. A 3465, pp 1-16.

# [25] Bardonnet P. (1992)

« Résines époxydes mise en oeuvre et applications », Techniques de l'Ingénieur Traité Plastiques, 1992, vol. A 3 466, pp 1-16.

# [26] Borreill J. (1983)

« Etude de la réticulation isotherme, en présence et en absence d'eau, de quelques liants époxydiques utilisés pour la réparation des bétons hydrauliques »; Rapport de recherche LPC N° 124, Sept 1983.

# [27] F. Le Maou (1998)

« Essai de traction uni axiale L'utilisation des silanes fonctionnalisés dans le cas du collage sur béton humide; Bulletin des L.P.C N° 215, 1998 ; pp 83-85.

# [28] J. S. Wall et N.G. Shrive (1988)

"Factors affecting bond between new and old concrete"; Aci Material Journal, N°: 85 M15, 1988 ; pp 117-125.

# [29] J. N Theillout, B. Godar, P. Debernardi et M. Miolane (1983)

« Vérification par un modèle numérique du renforcement d'une voûte par une contre voûte en béton armé »; Bulletin des L.P.C N° 127, Sept-Oct 1983 ; pp 5-13.

# [30] J. N. Theillout (1990)

«Le renforcement des structures par la technique des tôles collées, étude du fonctionnement» ; Bulletin des L.P.C N° 169, Sept-Oct 1990 ; pp 91-107.

# [31] G. Spadea, F. Bencardino et R. N. Swamy (2000)

"Strengthening through bonded external reinforcement design for extending durable service life; Cement and Concrete Technology in the 2000, Second International Symposium, 6-10 Sept. 2000, Istanbul, Turkey.

# [32] H. P. Andra, Y. Basli et M. Maier (2000)

"Prestressing of Externally Bonded CFRP Strips for Post Strengthening and Structural Repair of RC Structures"; Cement and Concrete Technology in the 2000, Second International Symposium, 6-10 Sept. 2000, Istanbul, Turkey.

# [33] H.N. Garden et L.C. Hollaway (1998)

"An experimental study of the failure modes of reinforced concrete beams strengthened with prestressed carbon composite plates.", Composite Part B 29B, 1998, pp 411-424.

# [34] M. J. Chajes et al (1996)

"Bond and force transfer of composite material plates bonded to concrete"; ACI Structural Journal, vol. 93, N° 2, 1996, pp 208-217.

# [35] T. Y. Kam T.Y., K.H. Chu et Y.C. Tsai (1998)

"Fatigue of cracked plates repaired with single-sided composite patches "; AIAA Journal, vol. 36, N°. 4, 1998, pp 645-650.

#### [36] El-Mihilmy M.T. et Tedesco J.W. (2000)

"Analysis of reinforced concrete beams strengthened with FRP laminates", ASCE Journal of Structural Engineering, Juin 2000, pp 684–690.

#### [37] Barbas A. et Frank R. (1982)

« Utilisation de la Méthode des Eléments Finis en Mécanique des Soles dans le domaine de l'Elastoplasticité », Rapporte de recherche LPC N° : 116, Sept 1982, pp 72-127.

#### [38] Desai C. S. (1982)

« Soil-structure interaction and simulation problèmes », chapter 7, Finite élément in geomechanics ,pp . 209- 250.

#### [39] Courard L. (2000)

"Parametric study for the creation of the interface between concrete and repair products", Materials and Structures, Jav-Fev 2000, pp 65-71.

#### [40] Ben cheikh .B (1991)

« Interaction sols – structures : Modélisation et résolution numérique », Thèse de Doctorat, Université de Sciences et Techniques de Lille, Oct 1991.

[41] El-Hajjar Z. et Reynouard J. M. (1989)
« Modélisation du contact entre milieux sous chargement cyclique »; Annales de l'I.T.B.T.P., N° 471, Janvier 1989, pp 56-60.

#### [42] Hamoush sa, Ahmed sa (1990)

"Debonding of steel-strengthened concrete beams", Journal structural engineering (Newyork, N.,Y.) vol. 116, N 2, pp 356–371.

#### [43] J. L. Batoz, G. Dhatt (1993)

« Modélisation des structures par élément finis », vol. 1 et 2, 1993, Hermes paris

#### [44] Zienkiewicz O. C. et Taylor R.L.(1991)

"The Finite Element Method", volume 2, 4<sup>èmè</sup> edition, Mc Graw – Hill, London.

#### [45] G. Dhatt et G. Touzot (1984)

« Une présentation de la méthode des éléments finis », 1984, Maloine S. A. Editeur, Paris.

#### [46] Zienkiewicz O. C. (1973)

« La Méthode des Eléments Finis appliquée à l'art de l'ingénieur », 1973, Ediscience Paris.

#### [47] M. G. Katona (1983)

"A Simple contact–Friction interface Elément with applications to Buried culverts", Int. Jour. For Num. Meth. In Geom., vol 7, pp 371-384.

#### [48] Leonard R. H (1978)

"Finite Element Analysis of Contact Problems", Journal of the engineering mechanics division, vol.104 N°.EM5, Oct 1978, pp 1043-1057.

# [49] Lakhdari M. F., Charif A., Bali A. et Bouhicha M. (1999)

«Décollement des plaques utilisées dans le renforcement des pièces en béton armé » ; Séminaire National de Génie Civil – Université de Biskra.

# [50] A. Charif (1986)

« Consolidation des structures par collage d'armatures », Journale of Technology, N° 1, 1986, pp 61-80.

#### [51] **D. Gay (1997)**

« Matériaux composites », 4<sup>èmè</sup> Edition, 1997, Hermés Paris.

# [52] **D.T.U** (1992)

« B.P.E.L91 Règle techniques de calcul de béton précontraint aux états limites », Edition EYROLLES, Paris 1992.

# [53] R. Chaussin, A. Fuentes, R. Lacroix et J. Perchat (1986)

« La précontrainte » Presse de E.N.P.C, Paris, 1986, pp 272-295
## **TABLE DES MATIERES**

Notations		 	•••••	 	 	 . i
Liste des Figur	es	 		 	 	 v
Liste des Table	eaux	 •••••		 	 	 viii

•	1
•	

### CHAPITRE : 1

## **RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE**

1-1 Introduction	4		
1-2 Techniques de réparation des ouvrages d'arts			
1-2-1 Gainage (Chemisage)	4		
1-2-2 Injection	6		
1-2-3 Béton projeté	6		
1-2-4 Précontrainte extérieure	6		
1-3 Les techniques de réparation utilisant la résine époxydique	7		
1-3-1 Colmatage des fissures par injection de la résine époxyde	7		
1-3-2 Renforcement au cisaillement des poutres en béton armé			
par composites collées à l'aide de résine époxyde	8		
1-3-3 Renforcement des structures par la techniques			
des tôles collées à l'aide de la résine époxyde	9		
1-4 Présentation de la résine époxyde	11		
1-4-1 Généralités sur les liants organiques	11		
1-4-2 Historique	12		
1-4-3 Matériaux polymères	13		
1-4-4 La chimie des époxydes	15		
1-4-5 Critère de sélection des époxydes	18		
1-4-6 Caractéristiques des résines époxydes	18		
1-5 Travaux expérimentaux	22		
1-6 Travaux analytiques et numériques	. 23		
1-7 Conclusion	. 24		

## **CHAPITRE : 2 METHODE DES ELEMENTS FINIS**

2-1 Introduction	25
2-2 Principe et étapes de la méthode	25
2-3 Exposé de la méthode	26
2-3-1 Position du problème	26
2-3-2 La discrétisation du domaine	27
2-3-3 Vecteur de déformation et matrice de déformation	28
2-3-4 Vecteur de contrainte	30
2-3-5 Matrice de rigidité et vecteur de force	30
2-3-6 Elément quadrilatère à 4 nœuds	33
2-3-7 Elément quadrilatère à 8 nœuds	34
2-4 Modélisation des joints (ou interfaces)	35
2-4-1 Comportement de l'interface –type contact-	36
2-4-2 Formulation du problème de contact par la M.E.F	38
2-5 Conclusion	47

#### CHAPITRE : 3

# DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET MODELE

## ANALYTIQUE DE L'ESSAI PULL - OUT

3-1 Introduction		48
3-2 Dispositif expérir	nental	48
3-3 Résultats expérim	nentaux	50
3-4 Etude théorique		52
3-5 Conclusion		56

#### CHAPITRE : 4

#### **MODELISATION DE L'ESSAI PULL – OUT**

4-1 Introduction		57
4-2 Modélisation du comportement l	linéaire de l'essai	57
4-2-1 Choix de l'élément		57
4-2-2 Choix de la maille		57

4-2-3 Propriétés des matériaux	59
4-2-4 Validation du modèle	59
4-2-5 Principaux résultats de la modélisation linéaire	60
4-3 Modélisation du comportement non linéaire de l'essai	61
4-3-1 Principe de la modélisation	61
4-3-2 Critère de rupture	61
4-3-3 Choix de l'élément et de la maille	62
4-3-4 Procédure de calcul	62
4-3-5 Validation du modèle	64
4-3-6 Résultats numériques	64
4-3-7 Etude paramétriques	73
4-4 Conclusion	80

CONCLUSIONS ET RECOMMANDAT	IONS	82
Références Bibliographiques		84