



République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Ibn Khaldoun – Tiaret

Faculté des Sciences appliquées

Département de Génie Mécanique



# THESE

En vue de l'obtention du  
Diplôme de Doctorat en Sciences

**Spécialité** : Génie Mécanique

**Option** : Énergétique

Thème

Simulation numérique des écoulements  
turbulents décollés

Présentée et Soutenue par :

Monsieur CHAIB Khaled

Soutenu publiquement le : 10 / 01 / 2017, devant le jury composé de :

M. A. SAHLI	Professeur (Univ. Ibn Khaldoun)	Président
M. A. BOUZIDANE	Professeur (Univ. Ibn Khaldoun)	Examineur
M. W. OUDAD	MCA (C. U. d'Aïn Témouchent)	Examineur
M. B. ABED	MCA (Univ. Ibn Khaldoun)	Examineur
M. D. NEHARI	Professeur (C. U. d'Aïn Témouchent)	Rapporteur

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

*A la mémoire de ma très chère mère*

# Remerciements

*Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude à mon directeur de thèse, Monsieur NEHARI Driss, Professeur au centre universitaire BELHADJ Bouchaib d'Ain Témouchent, de m'avoir confié ce travail et me faire bénéficier de ses qualités scientifiques et pour les conseils qu'il m'a prodigués.*

*Mes remerciements vont à Monsieur BOUZIDANE Ahmed, Professeur à l'université Ibn Khaldoun de Tiaret, à Monsieur OUDAD Wahid, maître de conférences classe A au centre universitaire BELHADJ Bouchaib d'Ain Témouchent et à Monsieur ABED Belkacem, maître de conférences classe A à l'université Ibn Khaldoun de Tiaret ; qui ont bien voulu rapporter sur mon travail et participer au jury.*

*Mes sincères remerciements à Monsieur SAHLI Ahmed, Professeur à l'université Ibn Khaldoun de Tiaret, pour l'honneur qu'il me fait d'avoir accepté d'expertiser ce travail et présider mon jury de soutenance.*

*Des remerciements chaleureux sont adressés à :*

*Monsieur N SAD CHEMLOUL, maître de conférences classe A à l'université Ibn Khaldoun de Tiaret pour son aide et ses conseils qu'il m'a accordés.*

*Monsieur Ulrich SCHUMANN, Professeur et Directeur de l'Institut de la Physique Atmosphérique (Institute of Atmospheric Physics-Germany) pour les documents mis à ma disposition et pour m'avoir permis d'utiliser ses résultats numériques pour la validation de mes calculs.*

*Monsieur MESSLEM Youcef, Professeur à l'université Ibn Khaldoun de Tiaret et directeur du laboratoire "Génie Electrique et Plasmas", qui a mis à ma disposition le matériel informatique nécessaire pour les simulations numériques.*

*Monsieur GOUICHICHE Abdelmadjid, Maître de conférences classe B et Monsieur SAFA Ahmed, pour leur aide précieuse apportée dans le logiciel MATLAB.*

*Par ailleurs, je suis très reconnaissant envers premièrement ma famille, ma chère femme, tous les amis et collègues qui m'ont régulièrement ou occasionnellement apporté leur aide au cours de ces années.*

*Khaled.*

# **Table des matières**

---

# Table des matières

---

Liste des figures .....	ii
Liste de tableaux .....	vi
Nomenclature .....	viii
Introduction générale .....	2

## Chapitre I : Recherche bibliographique

I.1 Introduction .....	6
I.2 Considérations générales .....	6
I.2.1 Propriétés essentielles .....	6
I.2.1.a Phénomènes instationnaires .....	6
I.2.1.b Phénomènes non-linéaires .....	7
I.2.1.c Phénomènes dissipatifs .....	7
I.2.1.d Phénomènes relevant de la mécanique des milieux continus .....	8
I.2.1.e Phénomènes tridimensionnels et rotationnels .....	8
I.2.1.f Phénomènes diffusifs .....	8
I.2.1.g Phénomènes liés à la nature de l'écoulement .....	8
I.2.1.h Phénomènes imprédictibles .....	8
I.2.2 Simulation numérique des écoulements turbulents (CFD) .....	9
I.2.2.a Simulation Numérique Directe DNS (Direct Numerical Simulation) .....	9
I.2.2.b Simulation à Grandes Échelles LES (Large Eddy Simulation) .....	9
I.2.3.c Modélisation statistique en un point RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) .....	10
I.3 Le décollement .....	11
I.3.1 Situations d'écoulement géophysique .....	13
I.3.2 Applications techniques .....	13

I.4 Etat de l'art des écoulements turbulents sur parois ondulées .....	13
I.4.1 Revue des travaux à caractère expérimental .....	14
I.4.2 Revue des travaux à caractère numérique .....	18

## **Chapitre II : Formulation mathématique et modélisation de la turbulence**

II.1 Généralités sur la turbulence .....	24
II.1.1 Introduction .....	24
II.1.2 Couche limite turbulente .....	26
II.1.2.1 Zone intérieure .....	27
II.1.2.1.a Sous couche visqueuse .....	27
II.1.2.1.b Région logarithmique .....	27
II.1.2.2 Zone extérieure .....	28
II.2 Résolution des équations de Navier Stokes .....	28
II.2.1 Equations de transport .....	28
II.2.2 Fermeture des équations de bilan .....	30
II.3 Modèles statistiques de turbulence .....	30
II.3.2 Le modèle $k - \varepsilon$ Realizable .....	31
II.3.2 Le modèle $k - \omega SST$ (Shear Stress Transport) .....	32
II.3.3 Le modèle aux tensions de Reynolds $RSM$ .....	35
II.3.4 Traitement de paroi .....	36
II.3.4.1 Loi de paroi standard .....	37
II.3.4.1.a Quantité de mouvement .....	37
II.3.4.1.b Energie cinétique turbulente .....	38
II.3.4.1.c Energie thermique .....	38
II.3.4.2 Modèle pariétal à deux zones .....	40

## **Chapitre III : Méthodes numériques et présentation du code ANSYS FLUENT**

III.1 Méthode de résolution - volumes finis .....	42
III.1.1 Introduction .....	42
III.1.2 Formulation basique .....	42
III.1.3 Schémas de discrétisation .....	45
III.1.4 Choix du schéma d'interpolation de la pression .....	46

III.1.5 Choix de la méthode de couplage Pression - Vitesse .....	46
III.1.6 Résolution numérique .....	47
III.1.7 Critère de convergence .....	48
III.1.8 Stabilité numérique .....	48
III.1.9 Erreurs numériques .....	49
III.2 Présentation du code ANSYS FLUENT .....	49
III.2.1 Structure du code ANSYS FLUENT .....	50
III.2.2 Etapes de résolution du problème .....	51

## **Chapitre IV : Procédure de calcul et résultats numériques**

VI.1 Introduction .....	55
IV.2 Domaine de calcul et conditions aux limites .....	56
IV.2.1 Maillage .....	58
IV.2.2 Conditions aux limites .....	60
IV.2.3 Procédure de résolution .....	60
IV.3 Résultats et discussions .....	61
IV.3.1 Validation des modèles de turbulence .....	61
IV.3.2 Evolution de $y^+$ le long des parois du canal .....	61
IV.3.3 Critère de convergence .....	62
IV.3.4 Comparaison entre les Simulations en 2D et 3D .....	62
IV.3.5 Etude de sensibilité au maillage .....	63
IV.4 Analyse de la dynamique de l'écoulement .....	65
IV.4.1 Evolution de la composante longitudinale de la vitesse ( $u$ ) .....	65
IV.4.2 Evolution de la composante transversale de la vitesse ( $v$ ) .....	66
IV.4.3 Evolution de l'énergie cinétique turbulente ( $k$ ) .....	66
IV.4.4 Evolution du tenseur longitudinal de Reynolds ( $\overline{u'u'}$ ) .....	67
IV.4.5 Evolution du tenseur transversal de Reynolds ( $\overline{v'v'}$ ) .....	68
IV.4.6 Evolution du tenseur croisé de Reynolds ( $\overline{u'v'}$ ) .....	69



IV.4.7 Evolution des Coefficients de pression et de frottement ( $C_p$ ), ( $C_f$ ) .....	69
IV.5 Partie thermique .....	72
IV.5.1 Validation du code ANSYS FLUENT .....	72
IV.5.2 Profils de température pour le canal à paroi inférieure ondulée .....	76
IV.5.3 Nombre de Nusselt .....	77
IV.6 Possibilités d'augmentation du nombre de Nusselt .....	79
Conclusions générales et perspectives .....	83
Annexe I .....	86
Annexe II .....	91
Bibliographie .....	95

# **Liste des figures**

---

# Liste des figures

---

## Chapitre I

Figure (I.1)	Enregistrement d'un signal de vitesse turbulent	7
Figure (I.2)	Technique de la simulation numérique directe (DNS)	9
Figure (I.3)	Technique de la simulation à grandes échelles (LES)	10
Figure (I.4)	Technique de la modélisation en un point (RANS)	11
Figure (I.5)	Ecoulement de couche limite et décollement de celle-ci sur une paroi convexe	12
Figure (I.6)	Evolution de zone décollée	12

## Chapitre II

Figure (II.1)	Spectre de l'énergie de la turbulence en fonction du nombre d'onde où l'on distingue les différentes régions de dissipation, transfert de l'énergie des structures et dissipation de celle-ci, [30]	25
Figure (II.2)	Profils de vitesse dans la couche limite turbulente : (a) : Profil de vitesse $U(x, y)$ ; (b) : Profil de vitesse $U/U_\tau$ [19]	26
Figure (II.3)	Traitement de la turbulence au voisinage des parois, [19]	37

## Chapitre III

Figure (III.1)	Volume de contrôle pour un écoulement bidimensionnel	43
Figure (III.2)	Volume d'intégration de l'équation de continuité	44
Figure (III.3)	Maillage structuré et maillage structuré par blocs en deux dimensions	50
Figure (III.4)	Structure de base du Code FLUENT	51

## Chapitre IV

Figure (IV.1)	Vue en perspective du domaine numérique (Maaß et Schumann)	56
Figure (IV.2)	Configurations numériques étudiées (3D) et (2D)	57
Figure (IV.3)	Les différentes positions du calcul	57
Figure (IV.4)	Détail du maillage : (a) : Grille de domaine de calcul ; (b) : Vue rapprochée de la grille de calcul	59
Figure (IV.5)	Evolution de $y^+$ le long des paroi, plane et ondulée (cas du modèle $k - \varepsilon$ Realizable)	61
Figure (IV.6)	Tracé des courbes des résidus (cas du modèle $k - \varepsilon$ Realizable)	62
Figure (IV.7)	Profils de : $(u)$ , $(v)$ et $(k)$ pour les deux cas ( $z=0$ et $z=2$ )	63
Figure (IV.8)	Distribution de $(C_f)$ et $(Nu)$ le long de la paroi ondulée	64
Figure (IV.9)	Profil de vitesse $(u)$ dans la section droite au : (a) divergent ; (b) Creux ; (c) Convergent ; (d) Sommet	65
Figure (IV.10)	Profil de vitesse $(v)$ dans la section droite au : (a) divergent ; (b) Creux ; (c) Convergent ; (d) Sommet	66
Figure (IV.11)	Profil de l'énergie cinétique $(k)$ dans la section droite au : (a) divergent ; (b) Creux ; (c) Convergent ; (d) Sommet	67
Figure (IV.12)	Profil du tenseur longitudinal $(\overline{u'u'})$ dans la section droite au : (a) divergent ; (b) Creux ; (c) Convergent ; (d) Sommet	67 - 68
Figure (IV.13)	Profil du tenseur transversal $(\overline{v'v'})$ dans la section droite au : (a) divergent ; (b) Creux ; (c) Convergent ; (d) Sommet	68
Figure (IV.14)	Profil du tenseur croisé $(\overline{u'v'})$ dans la section droite au : (a) divergent ; (b) Creux ; (c) Convergent ; (d) Sommet	69
Figure (IV.15)	Répartition des coefficients de $(C_p)$ et $(C_f)$ le long de la paroi ondulée	70
Figure (IV.16)	Zone de recirculation près de la paroi ondulée	71
Figure (IV.17)	Longueurs d'établissement dynamique et thermique : (a) le transfert thermique commence à l'entrée de la conduite ; (b) le transfert thermique commence après une section adiabatique	73
Figure (IV.18)	Domaine de calcul : Canal rectangulaire avec paroi plane	73
Figure (IV.19)	Profils des vitesses aux positions : $x/H=21, 23$ et $25$	73
Figure (IV.20)	Profil de vitesse $(u^+)$ en $x/H = 22$	74

Figure (IV.21)	Figure IV.21 : Nombre de Nusselt local : Comparaison entre le modèle (RSM) et la corrélation de Gnielinski	76
Figure (IV.22)	Contour des profils de la température (une ondulation) : (a) Section droite ; (b) Près de la paroi ondulée	77
Figure (IV.23)	Variation du nombre de Nusselt local : (a) domaine d'étude (2D) ; (b) Une seule ondulation	78
Figure (IV.24)	Vue en perspective du domaine numérique (Nakayama et Sakio)	79
Figure (IV.25)	Cas 01 : Arcs convexes	79
Figure (IV.26)	Cas 02 : Arcs concaves	80
Figure (IV.26)	Influence des géométries sur le nombre de Nusselt	80

## Annexe I

Figure (A.1)	Figure A.1 : (a) Caractéristique d'une couche limite ; (b) Distribution de mailles sur un segment	87
Figure (A.2)	Exemple de raffinement de maillage sous FLUENT	87
Figure (A.3)	(a) caractéristique de $Q_{AR}$ ; (b) caractéristique de $Q_{EAS}$	88

# **Liste des Tableaux**

---

# Liste des tableaux

---

## Chapitre I

Tableau (I.1)	Sélection des études expérimentales des écoulements sur les parois ondulées	16
Tableau (I.2)	Sélection des études numériques des écoulements sur les parois ondulées	21

## Chapitre II

Tableau (II.1)	Constantes du modèle $k - \varepsilon$ Realizable	32
Tableau (II.2)	Constantes du modèle $k - \omega$ SST	34
Tableau (II.3)	Constantes du modèle RSM	36

## Chapitre IV

Tableau (IV.1)	Propriétés thermophysiques de l'air à $25^{\circ}\text{C}$ ( $298\text{ K}$ )	60
Tableau (IV.2)	Localisations des points de séparation et de rattachement	71

## Annexe I

Tableau (A.1)	Qualité du maillage en fonction du biais équi-angulaire, $Q_{EAS}$	89
---------------	--	----

# **Nomenclature**



---

# Nomenclature

---

**Note :** Certains symboles n'apparaissant qu'occasionnellement dans la thèse et définis dans le corps du texte ne sont pas répertoriés ici.

<b>Symbole</b>	<b>Définition</b>	<b>Unité</b>
$c_p$	Chaleur spécifique massique à pression constante	$J/Kg \cdot K$
$C_f$	Coefficient de frottement	–
$C_p$	Coefficient de pression	–
$k$	Energie cinétique turbulente	$m^2/s^2$
$P$	Champ de pression	$Pa$
$p'$	Champ de fluctuation de pression	$Pa$
$S_{ij}$	Tenseur de taux de déformations	$Pa$
$T$	Champ de température	$K$
$t$	Temps	$s$
$(u_i, u_j) = (u, v)$	Champ de vitesse	$m/s$
$(u'_i, u'_j) = (u', v')$	Champ fluctuant de vitesse	$m/s$
$(U_i, U_j) = (U, V)$	Champ moyen de vitesse	$m/s$
$u_\tau$	Vitesse de frottement à la paroi	$m/s$
$U^+$	Vitesse longitudinale adimensionnée $= U/u_\tau$	–
$x$	Coordonnée spatiale	$m$
$y$	Ordonnée spatiale	$m$
$y^+$	Ordonnée adimensionnée $= y \cdot u_\tau/\nu$	–

## *Symboles grecques*

<b>Symbole</b>	<b>Définition</b>	<b>Unité</b>
$\delta$	Epaisseur de la couche limite dynamique	$m$
$\varepsilon$	Dissipation de l'énergie cinétique turbulente	$m^2/s^2$
$\lambda$	Conductivité thermique	$W/m \cdot K$
$\mu$	Viscosité dynamique moléculaire	$Pa \cdot s$
$\mu_t$	Viscosité dynamique turbulente	$Pa \cdot s$
$\nu$	Viscosité cinématique	$m^2/s$
$\phi$	Variable généralisée	–
$\rho$	Masse volumique	$Kg/m^3$
$\overline{\rho u'_i u'_j}$	Tenseur de Reynolds	$m^2/s$
$\tau_p$	Contrainte pariétale	$Pa$
$\kappa$	Constante de Von Kármán	$Pa \cdot s$

## *Nombres adimensionnels*

Nombre de Nusselt	$Nu = \frac{h \cdot D}{\lambda}$
Nombre de Prandtl	$Pr = \frac{\nu}{a}$
Nombre de Reynolds	$Re = \frac{U \cdot D}{\nu}$

## *Indices*

<i>eff</i>	effective
<i>réf</i>	Référence
<i>i, j, k</i>	Direction de projection
'	Composante fluctuante
–	Valeur moyenne

## *Abréviations*

AMG :	Algebraic Multigrid
CAD :	Computer Aided Design
CAE :	Computer Aided Engineering
CFD :	Computational Fluid Dynamics.
DNS :	Direct Numerical Simulation.
LES :	Large Eddy Simulation.
QUICK :	Quadratic Upwind Interpolation for Convection Kinematics.
RANS :	Reynolds-Averaged Navier-Stokes.
RSM :	Reynolds Stress Model.
SIMPLE :	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations.

# **Introduction générale**

---

# Introduction générale

---

Les écoulements d'intérêt industriel ou géofluides (rencontrés en météorologie et en océanographie) sont souvent caractérisés par une courbure aérodynamique, décollement et un transport supplémentaire d'un scalaire actif ou passif. Le décollement est une caractéristique des écoulements complexes. La plupart des écoulements turbulents en ingénierie sont dans ce sens, des écoulements complexes.

L'écoulement turbulent sur une paroi ondulée est considéré, comme écoulement décollé type et beaucoup de systèmes d'intérêt d'ingénierie, tels que l'échangeur de chaleur ont des surfaces qui sont souvent ondulées. Par conséquent, il y a beaucoup d'intérêt pour les modèles prédictifs précis pour un écoulement turbulent sur des surfaces ondulées.

Un échangeur de chaleur est un appareil destiné à refroidir ou réchauffer un fluide au moyen d'un autre. Les contraintes du marché relatives au développement de ces échangeurs s'expriment en termes de réduction des coûts d'investissements de fabrication, de gain d'espace et d'amélioration de l'efficacité énergétique. Elles conduisent inévitablement à fabriquer des échangeurs thermiques de plus en plus compacts et à explorer diverses techniques d'intensification des échanges thermiques.

L'échangeur de chaleur constitue un maillon stratégique dans de nombreux secteurs de l'industrie tel que le domaine énergétique où il représente l'élément de base. Cependant de nombreux problèmes de comportement dynamique et thermique ont fait leurs apparitions dont l'importance ne cesse d'augmenter vu les exigences nouvelles en matière de qualité des procédés. En règle générale, un échangeur de chaleur est soumis à un certain nombre de contraintes fonctionnelles conduisant à des gains ou à des diminutions notables des performances énergétiques. Il est donc nécessaire de pouvoir prédire le comportement de ces derniers.

Le secteur des échangeurs thermiques est un secteur mature dont les principales technologies sont maintenant bien maîtrisées, notamment dans le domaine des échangeurs tubulaires et des échangeurs à plaques et joints. Les développements portent surtout sur l'adaptation aux nouvelles technologies.

De création plus récente que les échangeurs tubulaires, les échangeurs à plaques ont subi depuis leur création, des améliorations substantielles. Ils sont formés par l'empilement d'un ensemble de

plaques métalliques embouties, au travers desquelles s'effectue le transfert de chaleur entre deux fluides. S'ils ne peuvent pas toujours être utilisés pour les températures élevées et les fortes pressions, les échangeurs à plaques bénéficient d'avantages tenant notamment à leur meilleur rendement et à leur compacité. Plusieurs technologies sont en concurrence dont la principale voire la plus ancienne, est celle des échangeurs à plaques avec joints. Un joint par plaque assure l'étanchéité de l'échangeur ainsi que la répartition des fluides dans les canaux formés par deux plaques. Ces échangeurs ne peuvent être utilisés que pour des pressions maximales de 30 bars et des températures maximales de 200 degrés Celsius. D'autres technologies plus récentes permettent de remédier aux inconvénients de l'existence de joints, tels que les échangeurs à plaques soudées. Ces derniers sont adaptés à l'utilisation de fluides encrassant, corrosifs, chauds, sous pression et présentant des débits très différents de part et d'autre de la surface d'échange.

Il existe d'autres échangeurs à plaques dont la diffusion est moins importante tels que les échangeurs à spirales et les échangeurs à plaques brasées. Les échangeurs à plaques brasées sont formés de plaques embouties, mais sans joints, qui forment ainsi un appareil compact et résistant aux hautes pressions. Les échangeurs à spirales sont constitués de deux rubans de tôle gaufrée, enroulés et maintenus parallèles et où la circulation du fluide est de type monocanal à courants parallèles ou croisés.

Reste encore les échangeurs à plaques serties qui sont constitués d'un assemblage de tôles planes parallèles entre lesquelles sont disposées des ailettes.

Le souci technologique majeur de ces échangeurs est l'amélioration de l'échange thermique entre les deux fluides tout en générant le moins de pertes de charges possibles ou de les réduire à leur plus bas niveau possible. Ce travail de mémoire s'inscrit dans l'optique de l'amélioration des échanges thermiques avec une réduction des pertes de charges. En effet la résolution des équations de Navier-Stokes permet de simuler les écoulements turbulents de fluide incompressible et de modéliser le transfert de chaleur par convection le long d'une paroi ondulée.

De nos jours, l'étude des écoulements le long des parois non planes reste toujours non résolue de façon analytique, sauf dans des cas simplifiés. Certaines méthodes numériques pourraient donner des résultats acceptables dans des cas bien précis pour de tels écoulements. Plusieurs études expérimentales avec plusieurs stratégies de modélisation du phénomène ont été proposées, surtout dans le cadre des écoulements turbulents ; car ces écoulements de fluides interviennent dans un grand nombre de phénomènes physiques rencontrés dans des procédés industriels.

Ce souci d'efficacité dans les échangeurs a rendu nécessaire l'essai de nombreux dispositifs : ailettes, obstacles divers, rugosités, ondulations... etc. Dans ce contexte, la présente thèse porte sur l'étude du dispositif des parois de formes ondulées. Les performances de ces dernières sont bien

meilleures que celles des parois planes. Les résultats obtenus dans cette étude montrent que la forme ondulée est favorable au transfert de chaleur par la présence des deux effets suivants :

- Un accroissement sensible de la surface d'échange par rapport à une surface plane, qui engendre une augmentation du transfert convectif de part et d'autre de la paroi ondulée.
- Des changements alternés de courbure dans le sens de l'écoulement favorisent la création de mouvements secondaires du fluide qui reste en perpétuelle restructuration d'une courbure à l'autre.

Notre travail est axé sur la simulation numérique d'un écoulement supposé turbulent avec transfert thermique dans un canal dont la paroi supérieure est plane et la paroi inférieure ondulée. La résolution des équations régissant cet écoulement se fait par le biais de trois modèles : ( $k - \varepsilon$  Realizable,  $k - \omega$  SST et RSM) du code ANSYS FLUENT 6.3.26, dont la comparaison des résultats constitue l'objectif essentiel de ce travail.

Cette thèse est composée de quatre chapitres :

Le premier chapitre est une étude bibliographique synthétisant un certain nombre de travaux antérieurs expérimentaux et numériques en relation avec le thème abordé.

La description du modèle mathématique et en particulier les modèles de turbulence utilisés dans nos simulations sont traités dans le second chapitre. Le second chapitre présente la méthode de modélisation de la turbulence dans le code de calcul, Fluent, que nous utilisons pour réaliser les différentes simulations numériques présentées dans ce mémoire. La méthode des volumes finis y est développée ainsi que les différents modèles de turbulence testés dans nos études numériques.

La méthode des volumes finis, la discrétisation des équations et la présentation de la structure du code ANSYS FLUENT 6.3.26. sont exposées au troisième chapitre.

Les résultats des simulations numériques concernant l'analyse de l'écoulement et du transfert thermique sont présentés dans le quatrième chapitre. Les résultats concernant la dynamique sont comparés, respectivement, à ceux de la (DNS) de C. Maaß et U. Schumann et H.S. Yoon et al., elles ont permis de valider les modèles de turbulence et le code commercial utilisés.

Pour finir, une conclusion de ce travail est exposée ainsi des perspectives de cette étude sont proposées.

# Chapitre I

*ÉPICTÈTE / Manuel / Les Stoïciens / Bibliothèque de la  
Pléiade / nrf Gallimard 1962*

*« C'est le fait d'un ignorant d'accuser les autres de  
ses propres échecs ; celui qui a commencé de s'instruire s'en  
accuse soi-même ; celui qui est instruit n'en accuse ni autrui  
ni soi-même. »*

*< Vp.1113 >*

## Recherche bibliographique

I.1 Introduction .....	6
I.2 Considérations générales .....	6
I.2.1 Propriétés essentielles .....	6
I.2.1.a Phénomènes instationnaires .....	6
I.2.1.b Phénomènes non-linéaires .....	7
I.2.1.c Phénomènes dissipatifs .....	7
I.2.1.d Phénomènes relevant de la mécanique des milieux continus .....	8
I.2.1.e Phénomènes tridimensionnels et rotationnels .....	8
I.2.1.f Phénomènes diffusifs .....	8
I.2.1.g Phénomènes liés à la nature de l'écoulement .....	8
I.2.1.h Phénomènes imprédictibles .....	8
I.2.2 Simulation numérique des écoulements turbulents (CFD) .....	9
I.2.2.a Simulation Numérique Directe DNS (Direct Numerical Simulation) .....	9
I.2.2.b Simulation à Grandes Échelles LES (Large Eddy Simulation) .....	9
I.2.3.c Modélisation statistique en un point RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) .....	10
I.3 Le décollement .....	11
I.3.1 Situations d'écoulement géophysique .....	13
I.3.2 Applications techniques .....	13
I.4 Etat de l'art des écoulements turbulents sur parois ondulées .....	13
I.4.1 Revue des travaux à caractère expérimental .....	14
I.4.2 Revue des travaux à caractère numérique .....	18



---

## Recherche bibliographique

---

### I.1 Introduction

Le développement rapide en informatique, principalement au cours des vingt dernières années, a donné une impulsion forte au développement et à la validation des algorithmes pour le calcul des écoulements bidimensionnels (2D) et tridimensionnels (3D). En effet, la mécanique des fluides numérique (MFN), plus souvent désignée par le terme anglais Computational Fluid Dynamics (CFD) est devenue un outil incontournable, très performant pour la prédétermination et la compréhension de certains phénomènes liés à la turbulence. Cette voie trouve de nombreuses applications aussi bien dans l'industrie que dans les recherches fondamentales. Par ailleurs, elle permet d'accéder à certaines configurations et à des zones d'écoulement inaccessibles par la voie expérimentale.

### I.2 Considérations générales

La plupart des écoulements rencontrés dans la pratique industrielle et dans les systèmes naturels, sont turbulents (circulation atmosphérique, aérodynamique externe et interne, hydrodynamique, cinétique chimique, physique des plasmas, génie nucléaire, etc...).

Les grandeurs physiques d'un écoulement turbulent (vitesse, pression...) ne sont pas directement accessibles. Ainsi l'état turbulent n'est connu qu'à travers des grandeurs moyennes et fluctuantes dont on peut toujours extraire quelques propriétés essentielles [32].

#### I.2.1 Propriétés essentielles

##### I.2.1.a Phénomènes instationnaires

Les écoulements turbulents sont fortement irréguliers : température, vitesse, pression et parfois masse volumique sont instationnaires, (figure I.1).

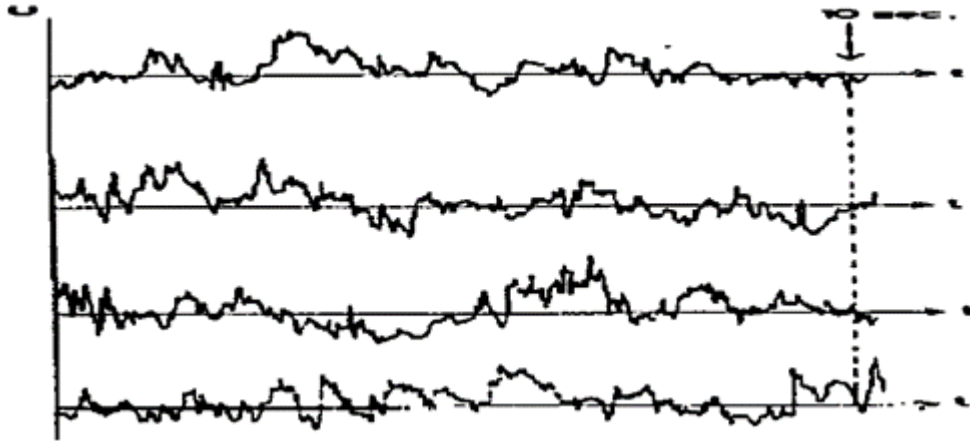


Figure I.1 : Enregistrement d'un signal de vitesse turbulent, [32].

### I.2.1.b Phénomènes non-linéaires

Les équations de Navier-Stokes ont des termes non-linéaires à l'origine de la création d'harmoniques supérieures et inférieures.

- Ce caractère non-linéaire est associé à la coexistence au sein de l'écoulement de mouvements à des échelles (ou à des longueurs d'onde) très différentes.
- L'énergie est transférée entre ces diverses échelles.
- La répartition d'énergie s'effectue depuis les plus grosses structures (grandes longueurs d'onde) jusqu'aux plus petites.
- L'énergie des grosses structures provient quant à elle de l'écoulement moyen.
- La taille des grosses structures est limitée par l'étendue spatiale des phénomènes (dimensions d'un canal, épaisseur de couche limite ...).
- La limite des plus petites structures est liée au caractère dissipatif des écoulements turbulents (échelle de Kolmogorov).

### I.2.1.c Phénomènes dissipatifs

La viscosité du fluide est à l'origine de la dissipation de l'énergie cinétique produite aux grandes longueurs d'onde. Cette énergie cinétique se transforme en énergie interne.

- En l'absence d'apport d'énergie (par gradients de l'écoulement moyen ou par agitation imposée), l'énergie cinétique turbulente décroît rapidement dans le temps.
- Certains écoulements de caractère aléatoire ne présentent pas d'effet dissipatif ; ils ne rentrent pas dans le cas des écoulements turbulents (ondes acoustiques aléatoires par exemple).
- Les écoulements turbulents se rencontrent seulement en fluide visqueux.

### **I.2.1.d Phénomènes relevant de la mécanique des milieux continus**

Dans le cas général, les écoulements turbulents relèvent de la mécanique des milieux continus. Il suffit pour cela de comparer la longueur caractéristique des plus petits phénomènes au libre parcours moyen des molécules. On considère par exemple le cas d'une couche limite à pression et température ambiantes.

- Dimension des plus petites échelles dissipatives (échelle de Kolmogorov) est de l'ordre de  $1/10$  mm, les fluctuations de vitesse sont de l'ordre de 10 % de la vitesse extérieure et leur fréquence maximale est de quelques dizaines de kHz.
- Le libre parcours moyen est par contre de l'ordre de  $10^{-4}$  mm, la vitesse d'agitation thermique est voisine de 500 m/s, la fréquence des collisions est de l'ordre de  $5 \times 10^6$  kHz.  
⇒ On est bien dans le cadre de la M.M.C.

### **I.2.1.e Phénomènes tridimensionnels et rotationnels**

L'écoulement moyen peut être bidimensionnel, voire monodimensionnel, mais il apparaît des fluctuations de vitesse selon les trois directions. De plus le champ de vitesse est rotationnel.

### **I.2.1.f Phénomènes diffusifs**

Les écoulements turbulents ont des propriétés de diffusion qui assurent le mélange de quantité de mouvement, de chaleur et de masse au sein du fluide. Particularité intéressante pour la dispersion des contaminants et le mélange des composants (chimie, combustion).

### **I.2.1.g Phénomènes liés à la nature de l'écoulement**

La turbulence est un phénomène lié à la nature de l'écoulement et non à celle du fluide. Ainsi les écoulements turbulents se rencontrent aussi bien dans les gaz que les liquides.

### **I.2.1.h Phénomènes imprédictibles**

- Mathématiquement, on ne sait pas démontrer l'unicité de la solution des équations de Navier-Stokes.
- De plus le caractère non-linéaire des équations conduit à une amplification des perturbations.
- Dans le cas d'une méthode de calcul supposée parfaite, les conditions initiales doivent être déterminées avec précision.

Cette détermination est impossible compte-tenu des échelles très diverses au sein de l'écoulement.

## I.2.2 Simulation numérique des écoulements turbulents (CFD)

Trois approches sont utilisées actuellement pour les prévisions numériques des écoulements turbulents :

- Simulation numérique directe,
- Simulation à grandes échelles,
- Modélisation statistique en un point.

### I.2.2.a Simulation Numérique Directe DNS (Direct Numerical Simulation)

Cette approche est basée sur la résolution des équations tridimensionnelles instationnaires de Navier-Stokes pour toute la gamme du mouvement turbulent des plus grandes échelles jusqu'aux échelles dissipatives (figure I.2). La (DNS) ne nécessite aucune modélisation, cette approche donne simultanément toutes les échelles spatiales et temporelles du mouvement turbulent. Ces méthodes sont très fiables, mais exigent plus d'espace mémoire et de temps de calcul que les méthodes de simulation des grandes échelles. Cette technique nécessite alors des moyens de calcul très sophistiqués et coûteux.

Les configurations des écoulements actuellement accessibles à ce type d'approche sont encore simples pour des nombres de Reynolds relativement faibles. Elle ne peut donc pas être envisagée pour des applications pratiques.

La simulation numérique directe peut servir de support à l'élaboration des nouveaux modèles de turbulence, Elle est appelée "expérience numérique".

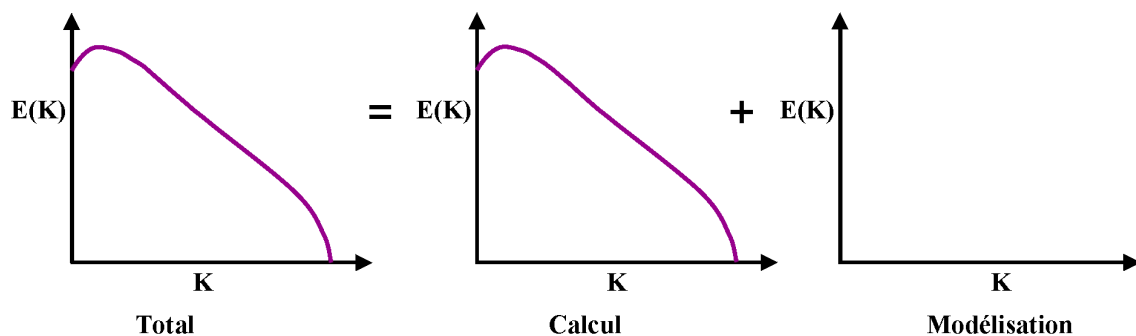


Figure I.2 : Technique de la simulation numérique directe (DNS).

### I.2.2.b Simulation à Grandes Echelles (LES) (Large Eddy Simulation)

La simulation des grandes échelles est une technique très prometteuse pour la prédiction et l'analyse des écoulements turbulents instationnaires.

L'idée de la simulation des grandes échelles (LES) est d'obtenir, par résolution directe des équations de Navier-Stokes, les caractéristiques des grandes échelles de la turbulence, alors que les petites échelles seront prises en compte au moyen d'un modèle statistique appelé modèle sous-

maille (figure I.3). Cette technique est utilisée jusqu'à maintenant avec un certain succès dans des configurations géométriques simples car elle est souvent trop coûteuse en temps de calcul. Ainsi une meilleure compréhension de certains phénomènes aérodynamiques fondamentaux a pu être réalisée grâce à l'application de ce type de modélisation (LES) : éclatement tourbillonnaire (aile delta), transition instationnaire pour les turbomachines, sillages tourbillonnaires, aéroacoustique, aéro-optique, contrôle actif.

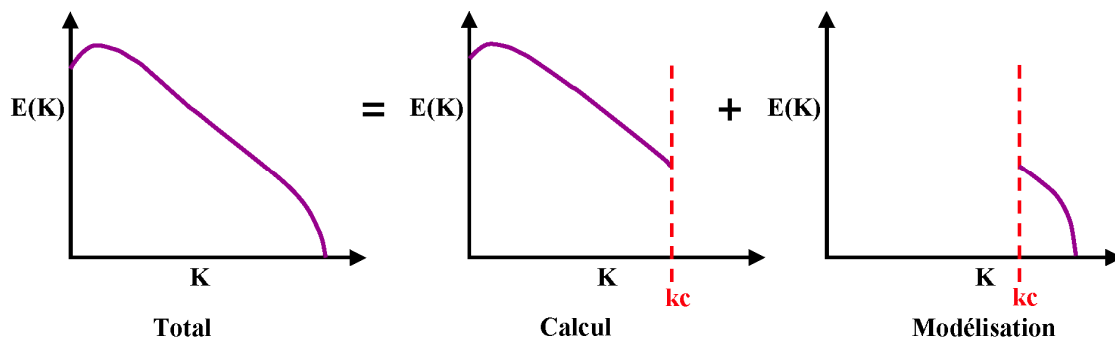


Figure I.3 : Technique de la simulation à grandes échelles (LES).

### I.2.2.c Modélisation statistique en un point (RANS) (Reynolds Averaged Navier-Stokes)

Cette approche est basée sur un traitement statistique des équations de Navier-Stokes, moyennant la décomposition de Reynolds, qui consiste à représenter chaque variable aléatoire en une partie moyenne et une fluctuation. Les valeurs moyennes sont calculées à partir des équations de Navier-Stokes moyennées (RANS) (figure I.4).

Les tensions de Reynolds apparaissent dans les équations de Reynolds moyennées comme des inconnues supplémentaires. Le problème central de l'analyse statistique des écoulements turbulents consiste en la modélisation de ces tensions. En effet, pour résoudre les équations présentant l'écoulement moyen, il faut établir un modèle permettant le calcul des tensions turbulentes à partir des variables de cet écoulement moyen. Ce problème est désigné généralement sous le nom "problème de fermeture".

Il n'y a pas de représentation unique des tensions de Reynolds en fonction de l'écoulement moyen et les hypothèses de fermeture (modèles de turbulence) utilisées en pratique qui sont très variées. Les modèles de turbulence se présentent en général sous forme d'un ensemble d'équations dans lesquelles apparaissent les tensions turbulentes. Cet ensemble d'équations complète les équations dynamiques moyennes et doit permettre la résolution simultanée de toutes les équations du mouvement.

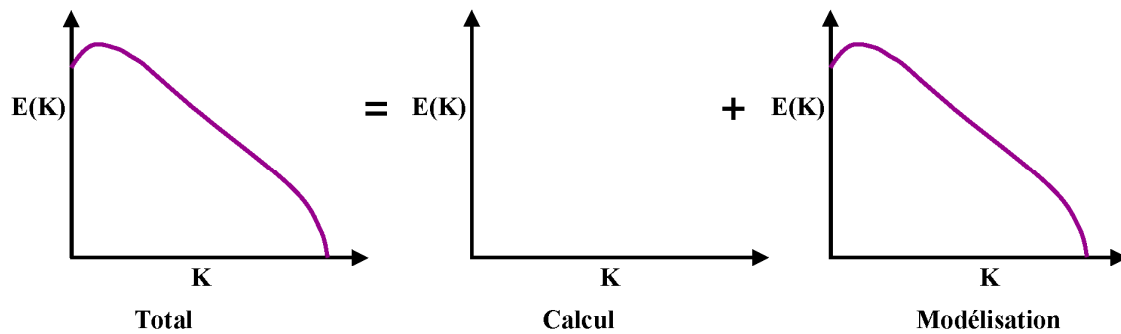


Figure I.4 : Technique de la modélisation en un point (RANS).

En pratique, le choix d'une méthode est conditionné par de nombreux facteurs tels que la facilité de mise en œuvre, coût, performance, degré de généralité et souplesse d'utilisation.

### I.3 Le décollement

Le phénomène de décollement est intimement lié au comportement dynamique de la couche limite. Le décollement intervient lorsque la couche limite se développe en présence d'un gradient de pression adverse, c'est-à-dire dans une situation où la pression augmente dans la direction de l'écoulement. Dans ce cas, la vitesse de l'écoulement externe diminue et les particules fluides subissent une décélération. La décélération est encore plus importante dans la couche limite du fait du transfert de quantité de mouvement par les forces visqueuses. Dans ces conditions, la quantité de mouvement des particules fluides qui se déplacent près de la paroi est diminuée et le fluide perd son inertie et sa capacité à avancer. La quantité de mouvement du fluide diminue graduellement pour compenser le gradient de pression et les forces de frottement pariétales et, en un certain point, la vitesse des particules fluide s'annule, (figure I-5).

Ce décollement se traduit par une inversion de la direction de la force de frottement pariétale et de la vitesse près de la paroi. Le point de décollement est la position où débute le décollement et à partir duquel la théorie de la couche limite n'est plus valable. Le décollement de la couche limite est souvent accompagné d'autres phénomènes caractéristiques d'écoulement complexes comme les zones de recirculation, le recollement de la couche limite, le sillage.

On observe alors la formation d'un sillage et l'approximation de couche limite n'est plus applicable. Le décollement est généralement accompagné par le développement d'instabilités de l'écoulement. Très souvent des tourbillons dans la région décollée. Ainsi, dans le cas d'un cylindre placé dans un écoulement uniforme, on observe pour certaines gammes de valeurs du nombre de Reynolds, un lâchage de tourbillons alternés. Le décollement apparaît dans de nombreux autres cas d'écoulement. Il se produit par exemple dans les conduites fortement divergentes.

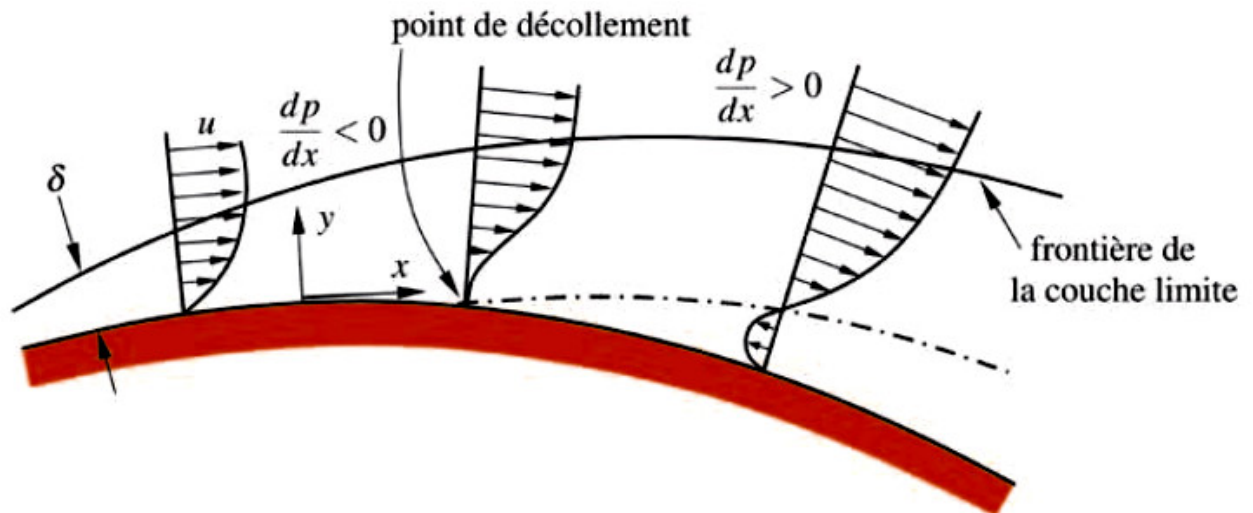


Figure I.5 : Ecoulement de couche limite et décollement de celle-ci sur une paroi convexe, [29].

Selon Bourgois [50], on distingue deux types de décollement :

- Le décollement provoqué par un gradient de pression adverse (figure I.6),
- Le décollement inertiel ou provoqué par une singularité géométrique.

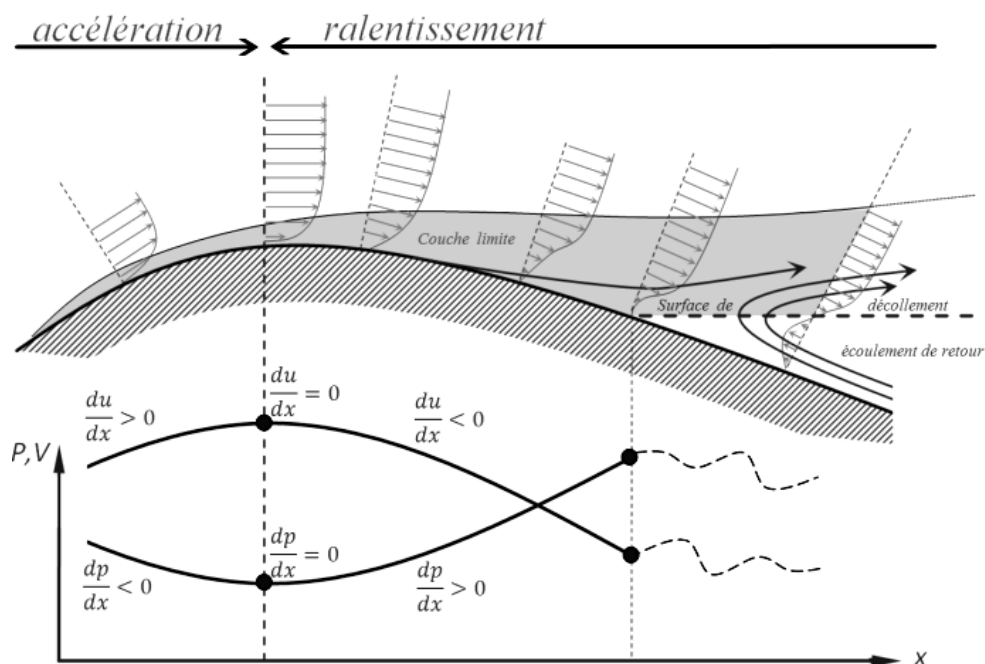


Figure I.6 : Evolution de zone décollée, [50].

L'écoulement turbulent sur une paroi ondulée est considéré comme un écoulement décollé type. L'utilisation de cette forme géométrique est observée particulièrement dans les situations d'écoulement géophysique" : océanographie, météorologie, climatologie, ...etc. et dans les

applications techniques et monde industriel précisément le secteur énergétique : combustion, fours, échangeurs, ...etc.

**I.3.1 Situations d'écoulement géophysique :** Les surfaces ondulées en deux et trois dimensions sont souvent utilisées comme modèle pour des situations géométriques complexes apparaissant dans la nature, comme l'écoulement turbulent sur les collines et les vagues (Belcher et Hunt [04]). Des études numériques traitant le transport des sédiments dans les écoulements turbulents sur des surfaces ondulées ont été effectuées par (Zedler et Street [61] ; Chang et Scotti [09]). Dans ces travaux numériques la complexité de la surface est exprimée sous une forme sinusoïdale en deux dimensions et sa duplication en trois dimensions, où le rapport entre l'amplitude de l'ondulation et sa longueur est égal à 0.1.

Un autre aspect important est l'effet de la complexité de surface sur les processus de transport pertinents se produisant dans la couche limite atmosphérique. Raupach et Finnegan [46] ont étudié l'influence de la topographie sur les variables météorologiques et les interactions surface-atmosphère. Katul et al. [38] ont abordé l'influence des terrains montagneux sur l'échange de dioxyde de carbone (canopée-atmosphère).

**I.3.2 Applications techniques :** Les parois ondulées sont souvent incorporées dans des échangeurs de chaleur pour améliorer le transfert de chaleur de la paroi au fluide (Rush et al. [49] ; Metwally et Manglik [40]). Cette amélioration du transfert de chaleur est attribuée à la formation de structures d'écoulement longitudinal formées par l'interaction du fluide avec les surfaces ondulées.

## I.4 Etat de l'art des écoulements turbulents sur parois ondulées

Une recherche bibliographique a été effectuée pour débiter cette étude qui entre dans le cadre du deuxième axe (§ I.3.2) et qui a pour but l'amélioration du transfert convectif dans les échangeurs de chaleur. Elle permet de prendre connaissance des études antérieures expérimentales et numériques des écoulements turbulents sur les parois ondulées. On trouvera ci-dessous le résumé de cette recherche bibliographique.

Les diverses techniques voire recherches scientifiques, prenant parfois le chemin d'études empiriques ou d'approches numériques, ont toutes mis en relief l'indéniable fait que la technique d'augmentation du transfert de chaleur sur les parois ondulées demeure un paramètre substantiel pour la conception des échangeurs de chaleur compacts.

Bien que les plaques nervurées, disposées en parallèles et faciles à entretenir constituent généralement ces échangeurs, les échangeurs à plaque ondulées sont formés de tôles planes, parallèles, séparées par des ondulations ; facilitant ainsi la circulation des fluides. Les ondulations



en question, dont les parois externes sont habilitées à supporter une pression avoisinant les 30 bars, peuvent assumer le rôle d'ailettes et d'entretoises.

En l'occurrence, on souligne que les plaques ondulées possédant une forme sinusoïdale, obtenue par une succession d'arcs, ont une meilleure performance comparée à celle des parois planes. Ces formes sinusoïdales ont donc pour effet de :

- Limiter les contraintes thermiques agissant sur les parois suite à leurs dilatations différentielles par rapport à la calandre.
- Améliorer l'effet de la convection de part et d'autre de ces plaques.
- Augmenter leur surface pour une distance considérée.
- Exploiter les changements alternés des courbures en vue de faciliter la manifestation de mouvement secondaire du fluide.
- Augmenter les pertes de charge.

Rappelons que cette forme ondulée de la plaque, qui d'une part brise la couche limite formée et d'autre part permet une substitution perpétuelle du fluide à proximité de la paroi solide, ce qui peut avoir comme effet, d'augmenter une occasionnelle et recherchée perte de charge.

En effet, la solution la plus adéquate demeure dans la mise en œuvre d'un processus physique, dont le rôle substantiel serait d'augmenter au maximum le transfert de chaleur tout en ayant comme souci constant d'en minimiser les pertes de charges.

Encore faut-il tenir compte des autres paramètres qui n'en sont pas moins influents, à savoir : la simplicité de la construction, l'usinage et la maintenance, tous indispensables lors de l'élaboration de ces systèmes thermiques.

#### **I.4.1 Revue des travaux à caractère expérimental**

Dans la perspective d'une quantification de l'effet de l'ondulation sur l'intensification de l'échange de chaleur, de nombreux chercheurs se sont attelés à en élaborer des études expérimentales et à en mettre en exergue les sinuosités.

On cite, entre autres, Hudson [33], Chauve et Schiestel [48] dont le mérite consiste en une approche expérimentale ayant trait, tout aussi bien aux fluides compressibles qu'aux fluides incompressibles, et ce pour diverses géométries dont : la géométrie rectangulaire.

Les caractéristiques d'un transfert de chaleur en régime turbulent pour un canal ondulé furent abordées expérimentalement par Saniei et Dini [42]. Ils ont constaté que, sur une distance courte de la crête de chaque ondulation, le minimum du nombre de Nusselt local était placé en aval, tandis que le maximum est situé à l'amont.

De plus, ils ont parvenu à démontrer que, vu le développement périodique entier de l'écoulement, la moyenne du nombre de Nusselt reste constante en aval de la 3<sup>ème</sup> ondulation, après

avoir atteint sa valeur maximale lors de la 2<sup>ème</sup>.

Dans ce contexte, soulignons les œuvres de Hsu et Kennedy [55] qui consistaient en une étude au sein d'une conduite dont les ondulations des parois internes sont sujettes à des écoulements respectifs de deux fluides distincts, à savoir l'eau et l'air. La variation de la section due à l'effet des courbures de la paroi interne et la présence des courants de retour derrière chaque crête sont à l'origine des modifications du profil de vitesse et du transfert thermique comparés à ceux se manifestant d'une conduite lisse.

A son tour Coutanceau [28], a ciblé simultanément deux paramètres étudiés localement, et la quantité de chaleur perdue par la plaque et le coefficient de frottement contre ces parois ; et dont il a proposé de nouvelles relations.

L'écoulement de l'eau dans un canal rectangulaire, dont la paroi intérieure était réalisée avec des plaques ondulées de plexiglas détachables, fut l'objet d'une étude expérimentale menée par Hudson et al. [34]. Ainsi, sur les 36 ondulations considérées, des mesures furent effectuées au niveau de la 31<sup>ème</sup>, en vue d'authentifier le développement d'une totale périodicité de l'écoulement. Rappelons que les paramètres de cette expérience sont les suivants : La longueur d'onde ( $\lambda = H$ ) et l'amplitude ( $A_m = 0.05 H$ ), avec  $H$  est la hauteur moyenne du canal.

Signalons tout de même que ce travail s'inscrit dans le registre des rares études aboutissant à des mesures supplémentaires sur le tenseur de Reynolds [44].

Sur un autre plan, M. P. Chauve [48], s'est proposé une mise en évidence expérimentale des courants de retour instationnaires, par laquelle il a visé leur observation, aussi bien par une visualisation dans l'eau, que par fil chaud dans l'air. Cette étude s'est soldée par une conclusion où l'augmentation du transfert de chaleur induit la diminution des courants de retour instationnaires aux nombres de Reynolds élevés. D'autant plus que, ce phénomène est confirmé par le fait que pour une valeur du nombre de Reynolds de 115000, les lignes de courant suivent manifestement la courbure de la paroi.

Il n'en est pas moins évident que l'enregistrement d'un pic de frottement en amont de chaque crête a fait l'objet de constat des autres chercheurs tels que : S. T. Hsu et J. F. Kennedy [55] ; C B. Thorsness et T J. Hanratty [10].

Pour d'autres études expérimentales voir le tableau (I.1) [15, 54].

Auteur (année)	Installation, fluide	Nombre de Reynolds	$\delta / \lambda$	Quantités mesurées
Motzfeld (1937)	Soufflerie, Air	330000	0.050	$p_w, u$
		330000	0.100	
Zilker et al. (1977)	Canal, Eau	7000	0.013	$u, v, \langle u'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, \langle v'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, -\langle u'v' \rangle$
Zilker et Hanratty (1979)	Canal, Eau	7000	0.031	$u, v, \langle u'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, \langle v'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, -\langle u'v' \rangle$
		6000 - 32000		$\tau_w, \langle \tau_w'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$
		7000	0.050	$u, v, \langle u'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, \langle v'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, -\langle u'v' \rangle$
		7200 - 32000		$\tau_w, \langle \tau_w'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$
		7000	0.125	$u, v, \langle u'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, \langle v'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, -\langle u'v' \rangle$
		7500 - 32000		$\tau_w, \langle \tau_w'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$
		7000	0.200	$u, v, \langle u'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, \langle v'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, -\langle u'v' \rangle$
		24000		$p_w$
Buckles et al. (1984)	Canal, Eau	12000		$u, \langle u'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, S(u), F(u), p_w,$ $\langle p_w'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$
		12000	0.125	$u, \langle u'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, p_w, \langle p_w'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$
Abrams et Hanratty (1985)	Canal, Eau	6000 - 12300	0.014	$\tau_w, \langle \tau_w'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$
		6400	0.031	$u, \langle u'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$
Frederick et Hanratty (1988)	Canal, Eau	38800	0.050	$u$
		48000	0.125	$u, \langle u'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, S(u), F(u), p_w$
Kuzan et al. (1989)	Canal, Eau	48000	0.125	$u, \langle u'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, S(u), F(u), p_w$
		33000	0.125	$u, \langle u'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, S(u), F(u), p_w$

		4100	0.200	$u, \langle u'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, S(u), F(u), p_w$
Gong et al. (1996)	Soufflerie, Air	3800	0.158	$u, v, \langle u'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, \langle v'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, \langle w'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$
Hudson et al. (1996)	Canal, Eau	>3400	0.100	$u, v, \langle u'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}, \langle v'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$ $-\langle u'v' \rangle, p_k$
Nakagawa et Hanratty (2001)	Canal, Eau	46000	0.100	Quantités turbulentes
Günther et Rudolf von Rohr (2002)	PIV, TLC		0.050	Champ d'écoulement
Günther et Rudolf von Rohr (2003)	Canal, Eau			Champ thermique
Nakagawa et al. (2003)	Canal, Eau	46000	0.100	
Nakagawa et Hanratty (2003)	Canal, Eau	46000	0.100	
Kruse et al. (2003)	Canal, Eau	4500	0.100	
Song et Eaton (2004)	Soufflerie, Air	1100 - 20100		
Kruse et al. (2006)	Canal, Eau	4500	0.1 ; 0.2	
Poggi et al. (2007)	Canal, Eau	150000	0.025	
Kuhn et al. (2007)	Canal, Eau	11200	0.1 ; 0.2	
Wagner et al. (2007)	Canal, Eau	2300 - 11200	0.100	
Kuhn et von Rohr. (2008) [53]	Canal, Eau	1000 - 2000	0.1 ; 0.2	Convection mixte
H. Pehlivan (2013) [26]	Canal, Air	2000 - 9000		Transfert thermique

Tableau I.1 : Sélection des études expérimentales des écoulements sur les parois ondulées.

### I.4.2 Revue des travaux à caractère numérique

Diverses publications ayant pour objets, la détermination des caractéristiques thermiques des écoulements sur des plaques ont été élaborées dans le but d'une résolution numérique adéquate des problèmes qui les régissent.

Ainsi l'adoption du modèle  $k-\varepsilon$  de Jones et Launder [60] s'est avéré le moyen le plus approprié pour la confirmation des résultats expérimentaux obtenus.

Quant à la convection thermique sur des parois ondulées d'un générateur de vapeur vertical à une passe, elle fut étudiée numériquement par J. Gosse et R. Schiestel [35] en ayant recours à différentes approches, visant à démontrer l'influence des ondulations de faibles amplitudes sur ces écoulements turbulents.

Une modélisation jalonnée fondamentalement par le principe de la viscosité turbulente et validée à posteriori par expérimentation ; faisant elle-même appel à la notion du Prandtl turbulent, consistant à évaluer des flux de chaleur par l'hypothèse de la diffusivité thermique turbulente, et dont les précurseurs ne sont autres que R. Schiestel et M. P. Chauve [48]. Ces derniers ont donc certifié que les variations de section (alternance partie concave et convexe) sont à l'origine des modifications des valeurs classiques obtenues pour la paroi plane ; justifiant ainsi la présence de mouvements retour derrière chaque crête.

Inspirés par le caractère répétitif du profil de ce type de paroi, E. M. Sparrow [17] formule une approche globale de cet écoulement devenant périodiquement établi loin des extrémités du canal.

La formulation d'une approche générale du traitement numérique des équations de continuité, de quantité de mouvement et de l'énergie régissant ce type d'écoulement fut l'œuvre de Faghri et al. [18] faisant usage des coordonnées non cartésiennes.

Le modèle simple traitant numériquement le développement de la couche limite compressible avec un transfert de chaleur, mis en œuvre par C. Mari et al. [14] n'est en fait qu'une éminente inspiration des travaux de Launder et Spalding [05].

Ainsi, faut-il noter que sur un plan historique, les lois de la paroi ont initialement été établies pour des écoulements turbulents sur des plaques lisses.

Chronologiquement, S. V. Patankar [56] et D. B. Spalding [16] ont insufflé un vent d'innovation sur les méthodes numériques et qui ont désormais préconisé l'adoption de nouvelles stratégies qui offrent justement l'avantage d'éviter le calcul détaillé de la sous couche visqueuse adjacente à la paroi. Celle-ci s'est donc vue assimilée à une zone de cisaillement turbulente où l'on aura introduit les grandeurs moyennées. Ainsi, la méthode numérique sera donc moins coûteuse compte tenu du fait que l'on a préalablement retiré une partie du domaine de calcul notamment la couche limite.

R. Schiestel [47] a utilisé un modèle qui offre la possibilité de déterminer les principales caractéristiques de l'écoulement qui rejoignent celle qui relèvent de l'expérimentale, ce modèle fut adopté communément par plusieurs chercheurs dont ils ont exploité l'avantage qu'il procure en matière de conciliation entre performances et souplesses de mise en œuvre.

Tel qu'a été évoqué précédemment, les lignes de courant suivent parfaitement la courbure des ondulations et les courants de retour diminuent d'intensité derrière chaque crête pour des nombres de Reynolds élevés. Ajouter à cela qu'en amont de chaque ondulation un maximum de frottement sera enregistré.

Comparés à ceux d'une paroi plane, l'énergie cinétique et le taux de dissipation d'une paroi ondulée sont remarquablement supérieurs. On peut constater un pic énergétique qui, aux abords de cette paroi s'intensifie et diffuse dans le noyau turbulent loin de la paroi.

Quant à l'écoulement turbulent stationnaire en deux dimensions utilisant l'approche bi-couche, il fut étudié par V. C. Patel et al. [58] permettant ainsi la résolution des équations de Navier-Stokes ; tout en notant une nette alternance des courbures accompagnée de multiples séparations et ré-attachements.

Entre autres paramètres, l'on notera que le rapport **amplitude d'onde / longueur d'onde** est introduit dès lors où l'étude d'un écoulement au dessus d'une paroi ondulée -laminaire soit-il ou turbulent- s'avère complexe.

En vue d'entamer la résolution des équations de Navier-Stokes, Patel et al. [59] ont présenté un nouveau calcul basé sur l'algorithme SIMPLER et le modèle  $k-\varepsilon$  en utilisant le profil de Poiseuille (en laminaire) comme conditions initiales.

Sur un autre plan, M. C. Richmond et V. C. Patel. [41] se sont intéressés à une étude similaire visant un régime d'écoulement turbulent.

G. Tanda et G. Vittori [22] ont étudié numériquement un écoulement laminaire sur une paroi ondulée en deux dimensions avec l'objectif de voir l'effet de la géométrie et les nombres de Reynolds et Prandtl sur le transfert thermique.

La détermination du taux de transfert thermique pour un écoulement périodique dans une configuration géométrique ondulée fut l'œuvre de Wang et Vanka [23], ces derniers relevèrent qu'en régime permanent, le Nusselt moyen pour un canal ondulé est légèrement plus grand que celui d'un canal à parois parallèles. Tandis que pour un régime transitoire, le transfert de chaleur se voit amélioré de 2.5 fois. Alors qu'en régime transitoire pour un pour un canal à parois parallèles il reste presque constant, le facteur de frottement pour un canal à parois ondulées est 2 fois plus important.

Inspirés par le principe de la viscosité turbulente à deux équations, Dellil et al. [03] ont recouru

à l'utilisation d'un modèle de calcul fondé tout aussi bien sur la méthode des volumes finis que sur la technique de modélisation dite "bi-couche" et ce dans la perspective de calculer l'écoulement turbulent sur une plaque ondulée.

Ce qui se résumait, en fait, à mettre en œuvre une possible combinaison du modèle standard de turbulence  $k - \varepsilon$  pour l'écoulement du noyau externe avec celui à une équation, permettant la résolution près de la paroi. Encore faut-il attester, les avantages substantiels de ce modèle dit "two layers", en vue de jeter une lumière crue sur les paramètres les plus déterminants d'un écoulement turbulent sur une paroi ondulée.

En l'occurrence, les résultats attestent d'une façon assez indéniable les carences et les lacunes de la loi classique de la paroi en matière de prédiction de type d'écoulement similaire, et il fut donc judicieux même indispensable de préconiser l'utilisation de l'intégration direct de la paroi.

Ceci est d'autant plus justifié et argumenté, si on se proposait d'entamer une étude comparative des résultats obtenus pour une paroi ondulée par rapport à ceux d'un canal droit sans ondulations ; et l'on aura inévitablement conclu que le nombre moyen de Nusselt ne cesse de croître jusqu'à atteindre une valeur critique enregistrée justement à l'endroit où l'amplitude d'ondulation est à son maximum. De ce fait, l'on aura abondamment documenté l'impact de l'amplitude d'ondulation aussi bien sur le transfert de chaleur que sur les pertes de charges.

Pour diverses configurations géométriques considérablement compliquées, de nouvelles stratégies de modélisation ont vu le jour ces derniers temps ; et qui se sont caractérisées par leur abandon du modèle de turbulences et donc l'adoption des calculs directs. Et l'on aura indéniablement noté dans bien de cas, la rivalité que vient proposer ce type d'étude, qui offre éminemment l'avantage d'une grande précision, aux études dites expérimentales, dont on a manifestement relevé les limites.

Ainsi, les calculs numériques recourant aux modèles statistiques de turbulence auront trouvé en des données, issues des calculs de la (DNS), un benchmark de validation adéquat.

Par le biais d'une étude numérique, touchant des écoulements stationnaires et instationnaires sur des parois ondulées, Wang et Vanka [23] ont relevé que le taux de transfert de chaleur est sensiblement élevé. Pour la même configuration géométrique abordée, la transition se manifeste pour un nombre de Reynolds avoisinant les 180.

Pour toutes ces considérations, et pour ne citer que celles-ci, nous avons jugé utile, voire judicieux d'opter pour les travaux menés par C. Maaß et U. Schumann [12, 13] et H.S Yoon et al. [27] en vue de la validation de la partie hydrodynamique de la modélisation.

Le tableau I.2 résume les travaux à caractère numérique [15, 54].

Auteur (année)	Méthode	Nombre de Reynolds	$\delta / \lambda$	Quantités mesurées
Markatos (1978)	RANS, $k - \varepsilon$			Transfert de chaleur et de masse
McLean (1983)	RANS, AEV			
Frederick et Hanratty (1988)	RANS, AEV			
Kuzan et al. (1989)	RANS, AEV			
Krettenauer et Schumann (1992)	DNS, LES			Scalaire passive
Dörnbracker et Schumann (1993)	LES, DF			Transfert de chaleur
Maaß et Schumann (1996)	DNS, LES	6760	0.050	
De Angelis et al. (1997)	DNS	2800	0.050	
Cherukat et al. (1998)	DNS	3460	0.100	
Henn et Sykes (1999)	LES	6560 - 20060		
Boersma (2000)	DNS	1750		Ecoulement chargé de particules
Calhoun et Street (2001)	LES	7000	0.050	Cas neutre
Calhoun et al. (2001)	LES		0.050	Cas stratifié
Zedler et Street (2001)	LES		0.050	Ondulations en 2D, transport des sédiments.
	LES		0.050	Ondulation en 3D, transport des sédiments.
Chang et Scotti (2003)	LES	6500	0.050	Transport des sédiments.
Tseng et Ferziger (2004)	LES, VF IBM	2400	0.050	Vortex de Görtlet



Park et al. (2004)	RANS, non-lin $k - \varepsilon - f_{\mu}$	6760	0.050	Transfert de chaleur
Dellil et al. (2004)	RANS, $k - \varepsilon$ , $k - \omega SST$	6760	0.05 ; 0.1	Transfert de chaleur
Choi and Suzuki. (2005)	LES	6760	0.050	Transfert de chaleur, température de la paroi constante
H.S Yoon et al. (2009) [27]	DNS	6760	0.01 ; 0.05	Effet de l'amplitude
Kuhn et al. (2010) [59]	LES	20 - 2000	0.1 ; 0.2	Convection mixte
K.A. Hafez et al. (2011) [39]	RANS, $k - \varepsilon$	6760	0.050	Loi de paroi
Knotek et Jicha (2012) [51]	RANS, $k - \varepsilon$ , $k - \omega$ , $k - \omega SST$	6760	0.050	Modèles de turbulence
A G. Ramgadia et A K. Saha (2013) [02]	LES	2053 - 10000		Transfert de chaleur
O. Errico et E. Stalio (2015) [49]	DNS	18880	0.050	Transfert de chaleur, nombre de Prandtl
J. Wang (2015) [36]	LES	2800	0.050	Transfert de chaleur Effet de la géométrie

Tableau I.2 : Sélection des études numériques des écoulements sur les parois ondulées.

# Chapitre II

*Joseph JOUBERT / Carnets / nrf Gallimard 1938-1994*

*« Les théories ont causé plus d'expériences que les expériences n'ont causé de théories. On voit par-là de quelle utilité est au progrès des arts ce qui est purement rationnel dans chaque science. »*

*< 4 avril 1800 t.1 p.349 >*

## Formulation mathématique et modélisation de la turbulence

II.1 Généralité sur la turbulence .....	24
II.1.1 Introduction .....	24
II.1.2 Couche limite turbulente .....	26
II.1.2.1 Zone intérieure .....	27
II.1.2.1.a Sous couche visqueuse .....	27
II.1.2.1.b Région logarithmique .....	27
II.1.2.2 Zone extérieure .....	28
II.2 Résolution des équations de Navier Stokes .....	28
II.2.1 Equations de transport .....	28
II.2.2 Fermeture des équations de bilan .....	30
II.3 Modèles statistiques de turbulence .....	30
II.3.1 Le modèle $k - \varepsilon$ Realizable .....	30
II.3.2 Le modèle $k - \omega$ SST (Shear Stress Transport) .....	32
II.3.3 Le modèle aux tensions de Reynolds ( <i>RSM</i> ) .....	35
II.3.4 Traitement de paroi .....	36
II.3.4.1 Loi de paroi standard .....	37
II.3.4.1.a Quantité de mouvement .....	37
II.3.4.1.b Energie cinétique turbulente .....	38
II.3.4.1.c Energie thermique .....	38
II.3.4.2 Modèle pariétal à deux zones .....	40

# Chapitre II

---

## Formulation mathématique et modélisation de la turbulence

---

### II.1 Généralités sur la turbulence

#### II.1.1 Introduction

A l'heure actuelle, il existe un certain nombre de codes de calcul numérique permettant la prédiction d'écoulements fluide et du transfert thermique. Ces outils informatiques offrent aux industriels une solution très intéressante et attractive afin d'étudier les modes de fonctionnement de plusieurs appareils de géométries complexes, en leur permettant l'accès à toutes les quantités scalaires (vitesses, pression, température, ...etc.) en tout point du domaine d'étude, alors que cela reste beaucoup plus difficile en expérimental. Egalement, ces outils permettent de procéder à des études d'optimisation, tout en évitant la construction des prototypes coûteux et en réalisant un gain du temps considérable. Cependant, la pertinence des résultats issus de ces codes commerciaux n'est validée qu'après des confrontations avec des mesures expérimentales.

Dans le cadre de notre travail, les différentes simulations d'écoulement et du transfert thermique, présentées dans les chapitres suivants, sont effectuées à l'aide du code commercial ANSYS FLUENT version 6.3.26.

La turbulence se manifeste dans de nombreux secteurs industriels tel que : l'aéronautique, l'hydraulique, l'énergétique, la thermique et bien d'autres domaines. Elle caractérise, en général, les écoulements de fluides visqueux développant des instabilités lorsque leurs nombres de Reynolds augmentent. Ces écoulements qualifiés de turbulents contiennent des structures tourbillonnaires, de tailles et de durée de vie très variées, qui assurent le transfert d'énergie cinétique des grosses structures vers les structures les plus petites. Ce phénomène est appelé la "**cascade d'énergie**" et il cesse lorsque la taille des petites structures devient très faible et la dissipation de viscosité l'emporte et fait disparaître toute l'énergie cédée. Cela définit l'échelle de Kolmogorov présenté

par le spectre de l'énergie  $E(k)$  (figure II.1).

La principale difficulté de la turbulence est la prédiction des valeurs exactes du champ de vitesse, de pression ou de température à un instant et en un point donné.

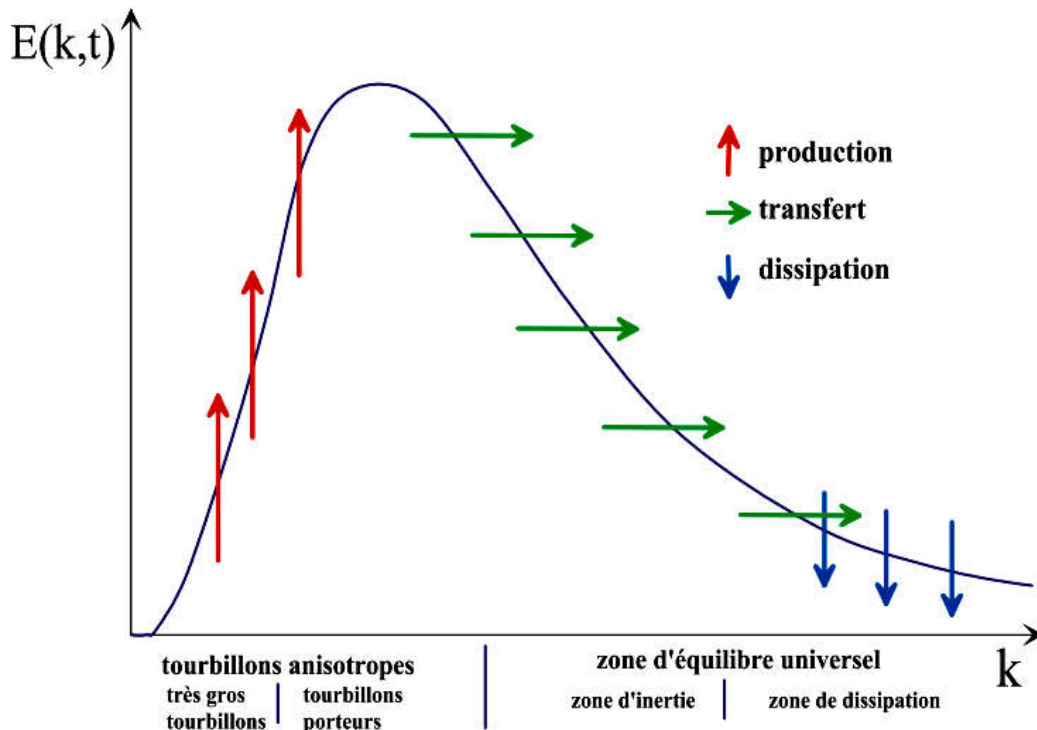


Figure II.1 : Spectre de l'énergie de la turbulence en fonction du nombre d'onde où l'on distingue les différentes régions de dissipation, transfert de l'énergie des structures et dissipation de celle-ci, [30].

En régime turbulent, toute grandeur  $\phi$  est définie par la somme d'une valeur moyenne  $\bar{\phi}$  et d'une fluctuation  $\phi'$  dont la moyenne temporelle sera nulle. Cela est décrit par la décomposition de Reynolds suivante :

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (\text{II.1})$$

Le problème de la turbulence, alors, consiste à comprendre et modéliser l'effet de ces fluctuations sur l'écoulement moyen. En effet, la décomposition de Reynolds introduit des inconnues supplémentaires (tenseur de Reynolds) et on se retrouve avec un système d'équations où le nombre d'inconnues est supérieur au nombre d'équations.

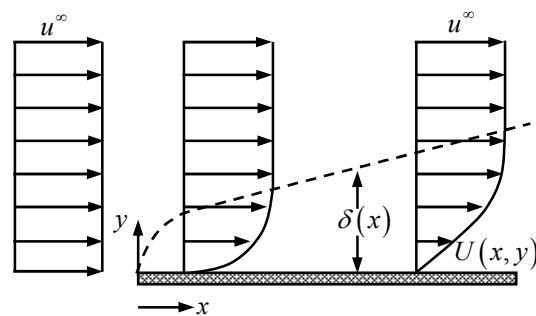
Alors, il faut relier ces inconnues à des grandeurs connues d'où l'utilisation des modèles de turbulence.

Ceci est bien différent du régime laminaire décrit par les équations de Navier-Stokes qui sont parfaitement déterministes et permettent donc de prévoir la solution avec précision.

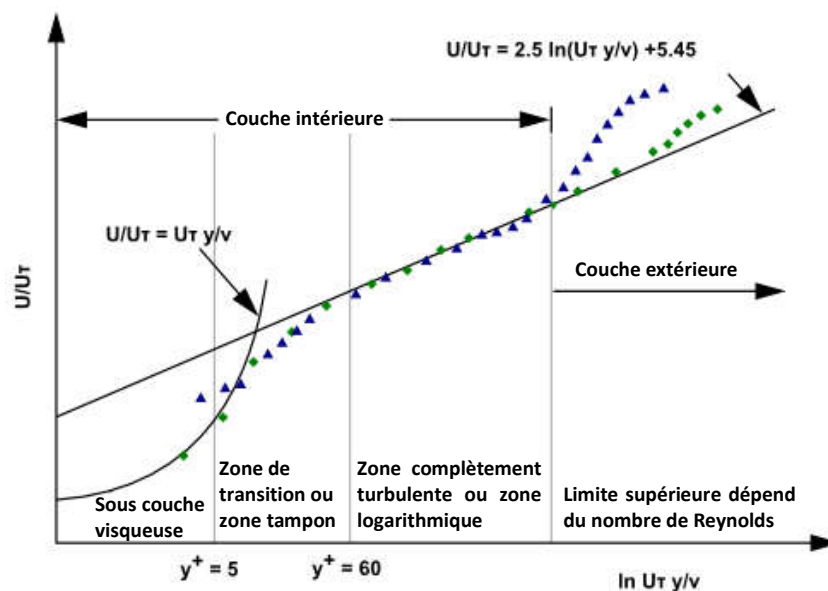
### II.1.2 Couche limite turbulente

Dans une couche limite turbulente bidimensionnelle, on peut distinguer deux zones : une zone intérieure et une zone extérieure (figure II.2 (a)). La zone extérieure relie la couche limite à l'écoulement externe, alors que la zone intérieure est constituée de trois régions (figure II.2 (b)) :

- la sous-couche visqueuse pour la dynamique et sous-couche conductive pour la thermique où les effets visqueux et conductifs sont prépondérants,
- la région logarithmique qui est une zone pleinement turbulente,
- la région intermédiaire appelée également "région tampon" située entre la sous-couche visqueuse et la région logarithmique et caractérisée par des effets moléculaires et turbulents du même ordre de grandeur.



(a) : Profil de vitesse  $U(x, y)$ .



(b) : Profil de vitesse  $U/U_\tau$ , [19].

Figure II.2 : Profils de vitesse dans la couche limite turbulente.

### II.1.2.1 Zone intérieure

#### II.1.2.1.a Sous couche visqueuse

L'échelle de vitesse dans cette région est définie par la vitesse de frottement  $u_\tau$  à la paroi en fonction de la contrainte de frottement pariétale  $\tau_p$ .

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}} \quad (\text{II.2})$$

Les variables adimensionnelles dites "intérieures" s'expriment par les relations suivantes :

- La vitesse à la paroi adimensionnée :  $U^+ = \frac{U}{u_\tau}$ .

et

- L'échelle de longueur adimensionnée :  $y^+ = \frac{yu_\tau}{\nu}$ .

Donc, la loi pariétale de la dynamique de la sous-couche visqueuse pour  $y^+ \leq 5$  prend la forme suivante :

$$U^+ = y^+ \quad (\text{II.3})$$

Par analogie à la dynamique, la température de frottement à la paroi  $T_\tau$  peut s'écrire avec la relation suivante :

$$T_\tau = \frac{\dot{q}_p}{\rho c u_\tau}$$

et sa forme adimensionnée :

$$T^+ = \frac{\bar{T} - T_p}{T_\tau}$$

L'échelle de longueur thermique est définie par :

$$y^{++} = \frac{yu_\tau}{a}$$

Ainsi, la loi pariétale thermique s'exprime par :

$$T^+ = y^{++} \quad (\text{II.4})$$

#### II.1.2.1.b Région logarithmique

Dans cette zone la couche est entièrement turbulente et les valeurs de  $y^+$  sont plus importantes et sont comprises entre  $50 \leq y^+ \leq 500$ . Alors, des lois logarithmiques dynamique et thermique définissant cette région sont utilisées :

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + 5.45 \quad (\text{II.5})$$

$$T^+ = \frac{1}{\kappa'} \ln y^{++} + 5.45 \quad (\text{II.6})$$

$\kappa$  : constante de Von Kármán et  $\kappa'$  son équivalent pour la thermique.

### II.1.2.2 Zone extérieure

Dans une couche limite bidimensionnelle turbulente, la zone extérieure lie la zone intérieure à l'écoulement principal. L'échelle de longueur dans cette zone est l'épaisseur de couche limite  $\delta$ . La vitesse et la température évoluent avec les lois suivantes :

$$\frac{U - U_\infty}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{\delta} \quad (\text{II.7})$$

$$\frac{T - T_\infty}{T_\tau} = \frac{1}{\kappa'} \ln \frac{y}{\delta} \quad (\text{II.8})$$

avec  $U_\infty$  et  $T_\infty$  sont la vitesse et la température loin de la paroi.

## II.2 Résolution des équations de Navier Stokes

### II.2.1 Equations de transport

Nous étudierons, dans ce rapport, l'écoulement de l'air dans des échangeurs de chaleur dans un régime sec avec transfert convectif. Les conditions de fonctionnement de ces échangeurs, nous permettent de considérer l'air comme un fluide newtonien incompressible dont l'écoulement sera décrit par les équations de Navier Stokes (sans termes sources ni forces extérieures) exprimant la conservation de masse (équation II.9) et de quantité de mouvement (équation II.10) et également la conservation de l'énergie (équation II.11).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (\text{II.9})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i u_j) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{II.10})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i (\rho h + p)) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} + u_j (\sigma_{ij}) \right) \quad (\text{II.11})$$

Où  $p$  est la pression statique,  $h$  est l'enthalpie spécifique définie par l'équation II.12 et  $\sigma_{ij}$  est le tenseur des contraintes visqueuses défini par l'équation II.13.

$$h = \int_{T_{ref}}^T c_p dT \quad (II.12)$$

$$\sigma_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (II.13)$$

Pour un écoulement turbulent, un traitement statistique doit être utilisé pour prédire les caractéristiques de la turbulence. Pour cela, la décomposition de Reynolds est considérée pour la vitesse, la pression et l'enthalpie à un instant,  $t$  :

- $u_i = U_i + u'_i(t)$
- $p = P + p'(t)$
- $h = H + h'(t)$

Où

- $U_i, P, H$  : sont les valeurs moyennes de chaque variable considérée.
- $u'_i(t), p'(t), h'(t)$  : sont les valeurs fluctuantes de chaque variable considérée. Alors les équations régissant l'écoulement moyen deviennent :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i) = 0 \quad (II.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i U_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij} - \rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (II.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho H) + \frac{\partial}{\partial x_i} (U_i (\rho H + P)) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial x_i} + U_j (\sigma_{ij})_{eff} \right) \quad (II.16)$$

Où  $\lambda_{eff}$  est la conductivité effective et est égale à la somme de la conductivité moléculaire et de la conductivité turbulente. Elle sera exprimée par la suite selon le modèle de turbulence considérée.

Le terme  $(\rho \overline{u'_i u'_j})$  est appelé "tenseur de Reynolds" (contraintes turbulentes), et représente le transfert de quantité de mouvement par le champ fluctuant. Ce terme traduit l'effet de la turbulence sur l'écoulement moyen et rend le système d'équations ouvert. En effet, l'application de la décomposition de Reynolds aux équations de bilan initiales, introduit une perte d'information relative aux grandeurs fluctuantes et pour pallier ce problème, des équations de fermeture définissant les modèles de turbulence, que nous présentons dans la section II.3, sont alors utilisées.



### II.2.2 Fermeture des équations de bilan

Il existe deux principales catégories de modèles de fermeture des équations de bilan. La première consiste à établir des relations de fermeture, permettant de calculer ces termes de corrélations doubles à partir des grandeurs moyennes. Cette catégorie fait appel à la notion de viscosité turbulente. Le concept de viscosité turbulente permet de relier les composantes du "tenseur de Reynolds" aux gradients du champ moyen de vitesse à travers l'hypothèse de Boussinesq, qui s'exprime par la relation suivante :

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II.17})$$

Où  $\mu_t$  est la viscosité turbulente du fluide,  $\delta_{ij}$  est le tenseur de Kronecker (si  $i = j$ ,  $\delta_{ij} = 1$  ; si  $i \neq j$ ,  $\delta_{ij} = 0$ ) et  $k$  est l'énergie cinétique turbulente,  $k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$ .

Ainsi, la définition de la viscosité turbulente détermine le modèle de turbulence.

La deuxième catégorie consiste à introduire de nouvelles équations de transport pour ces termes de corrélations doubles. Ces nouvelles équations ne ferment pas pour autant le système d'équations car à leur tour, elles introduisent des termes de corrélations triples qu'il faut à nouveau fermer.

### II.3 Modèles statistiques de turbulence

Le logiciel ANSYS FLUENT, propose deux catégories de la modélisation de la turbulence : les méthodes statistiques en un point et la simulation des grandes échelles, (LES). Dans le cadre de ce travail, nous utilisons la première catégorie. Elle est désignée par le sigle "RANS" (Reynolds Averaged Navier-Stokes) et utilise des équations moyennées, complétées par des hypothèses de fermeture convenables afin de résoudre les équations de Navier-Stokes. Cette catégorie est la plus utilisée dans la prédiction des écoulements turbulents industriels. Elle s'avère être robuste et moins gourmandes en temps de calcul par rapport aux méthodes (LES) et (DNS) qui demandent une puissance de calcul très importante.

Dans cette section, nous présentons trois modèles de turbulence proposés par ANSYS FLUENT que nous allons utiliser lors des différentes études de ce rapport. A savoir, les modèles à deux équations  $k - \varepsilon$  Realizable,  $k - \omega$  SST (Shear Stress Transport) et le modèle aux tensions de Reynolds à sept équations, RSM. Le choix de ces trois modèles de turbulence est basé sur la nature des écoulements que nous allons traiter dans cette thèse.

Ainsi, le modèle  $k - \varepsilon$  Realizable a été choisi parmi les modèles  $k - \varepsilon$  implantés dans le code

de calcul ANSYS FLUENT car il prédit mieux que le modèle  $k - \varepsilon$  standard les écoulements décollés, les séparations de couches limites et les recirculations. Quant au modèle  $k - \omega SST$ , il est adaptés aux écoulements complexes (écoulements proche parois, écoulements à cisaillement libre, séparation, ...etc.) et il permet de modéliser distinctement la turbulence à bas nombre de Reynolds et celle à haut nombre de Reynolds. Le modèle  $RSM$  a été également testé car la fermeture du système d'équations de bilan est effectuée à un ordre plus élevé que celui des deux premiers modèles en abandonnant la notion de l'isotropie. Cela nous permettra de vérifier si son utilisation, dans notre cas, apportera de significatives améliorations aux prédictions des modèles à deux équations.

### II.3.1 Le modèle $k - \varepsilon$ Realizable

Le modèle  $k - \varepsilon$  Realizable, a été conçu par T.-H. Shih et al. [57] afin d'améliorer le modèle  $k - \varepsilon$  standard proposé par Launder et Spalding [06] et cela en adoptant :

- Une nouvelle formulation de la viscosité turbulente  $\mu_t$ ,
- Une nouvelle équation du transport, pour le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente  $s$ , dérivée d'une représentation exacte de la vorticité fluctuante.

Ce modèle a été validé pour un grand nombre d'écoulement : écoulements rotationnels, des écoulements à forts gradients de pression adverses et ceux présentant des séparations et des recirculations. Pour tous ces écoulements, la prédiction de l'écoulement par ce modèle s'est révélée sensiblement meilleure que le modèle  $k - \varepsilon$  standard [57].

Le modèle  $k - \varepsilon$  Realizable correspond à la résolution de deux équations de transport, l'une pour l'énergie cinétique de la turbulence  $k$  et l'autre pour la dissipation de cette énergie  $\varepsilon$ . L'équation de l'énergie cinétique  $k$  est définie de la même manière que celle du modèle  $k - \varepsilon$  standard :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (\text{II.18})$$

En revanche, l'équation de  $\varepsilon$  est différente et elle s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \varepsilon u_j) = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S \varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} \\ & + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b + S_\varepsilon \end{aligned} \quad (\text{II.19})$$

avec :

$$C_1 = \max \left[ 0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \quad (\text{II.20})$$

Dans ces équations [25] :  $\mu_t$  est la viscosité turbulente, elle s'exprime par :  $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ , où

$$C_\mu \text{ est variable et définie par } C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}}.$$

- $\sigma_k$  et  $\sigma_\varepsilon$  sont, respectivement, le nombre de Prandtl turbulent pour  $k$  et  $\varepsilon$ .
- $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$  est le module du taux moyen du tenseur de déformation.
- $G_k = -\rho \overline{u'_i u'_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$  représente la génération de l'énergie cinétique turbulente.
- $G_b = \beta g_i \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i}$  correspond à la production de la turbulence due à la gravité, avec  $g_i$  les composantes du vecteur gravitationnel et  $\beta$  le coefficient de dilatation.
- $Y_m$  représente la contribution de la dilatation fluctuante (compressibilité) sur la turbulence.
- $C_2$  et  $C_{1\varepsilon}$  sont des constantes propres au modèle  $k - \varepsilon$  Realizable, données sur le tableau II.1.
- $C_{3\varepsilon}$  contrôle la contribution des forces de pesanteur sur  $\varepsilon$  selon le sens de l'écoulement.
- $S_k$  et  $S_\varepsilon$  sont des termes sources définis par l'utilisateur.
- Pour le transfert convectif, la conductivité thermique effective,  $\lambda_{eff}$ , définie dans l'équation

$$\text{II.16 est calculée par la relation suivante : } \lambda_{eff} = \lambda + \frac{c_p \mu_t}{Pr_t}.$$

Les différentes constantes utilisées dans ce modèle sont présentées dans le tableau II.1 :

$C_{1\varepsilon}$	$C_2$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$Pr_t$	$A_0$
1.44	1.9	1	1.2	0.85	4.04

Tableau II.1 : Constantes du modèle  $k - \varepsilon$  Realizable .

### II.3.2 Le modèle $k - \omega$ SST (Shear Stress Transport)

Le modèle  $k - \omega$  SST présente une alternative au modèle  $k - \omega$  de Wilcox. Il a été conçu par Menter [20] afin de résoudre le problème de la dépendance du modèle  $k - \omega$  Standard aux écoulements libres [20, 32] et plus particulièrement sa grande sensibilité à la valeur du taux de dissipation spécifique  $\omega_f$  à l'extérieur de la couche limite. Menter [20] a montré que grâce à son implémentation, le modèle  $k - \omega$  SST présente des résultats significatifs dans les écoulements à

gradients de pression adverses et qu'il est le seul modèle capable de prédire avec précision les zones de séparation induite par la pression et l'interaction visqueuse-non-visqueuse des écoulements.

La formulation du modèle  $k-\omega$  SST contient deux principales modifications par rapport au modèle  $k-\omega$  Standard. La première modification concerne la définition de la viscosité turbulente  $\mu_t$  qui a été reformulée pour calculer les effets du transport de la principale contrainte turbulente de cisaillement. Cette caractéristique donne, au modèle  $k-\omega$  SST, un avantage en terme de performance par rapport au modèle  $k-\omega$  Standard, voire au modèle  $k-\varepsilon$ . La deuxième modification est l'addition d'un terme de diffusion,  $D_\omega$ , dans l'équation de  $\omega$  et d'une fonction de mélange afin de contrôler le comportement du modèle dans les zones proche paroi et dans le reste de l'écoulement.

– Viscosité turbulente

La nouvelle expression de la viscosité turbulente devient :

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max\left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{a_1\omega}\right]} \quad (\text{II.21})$$

Où  $S$  est la norme du taux de déformation et  $F_2$  est une fonction de mélange qui s'exprime en fonction de  $\omega$  et  $y$  la distance par rapport à la paroi :

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, F_2 = \tanh(\Phi_2^2) \text{ avec } \Phi_2 = \max\left[2\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2\omega}\right] \quad (\text{II.22})$$

– Terme de diffusion transversal

Le modèle  $k-\omega$  SST est basé sur la combinaison du modèle  $k-\omega$  Standard et du modèle  $k-\varepsilon$  Standard, en transformant le modèle  $k-\varepsilon$  Standard en équations basées sur  $k$  et  $\omega$ . Cela conduit à l'introduction d'un terme de diffusion transversal,  $D_\omega$  défini par la relation suivante :

$$D_\omega = 2(1-F_1)\rho\sigma_{\omega,2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (\text{II.23})$$

Avec :

$$F_1 = \tanh(\Phi_1^4) \quad (\text{II.24})$$

$$\Phi_1 = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2\omega}\right), \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2}D_\omega^+ y^2}\right] \quad (\text{II.25})$$

$$D_{\omega}^+ = \max \left[ 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right] \quad (\text{II.26})$$

$D_{\omega}^+$  est la partie positive du terme de diffusion.

Alors, les équations de transport pour le modèle  $k - \omega$  SST deviennent :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tilde{G}_k - Y_k + S_k \quad (\text{II.27})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_{\omega} - Y_{\omega} + D_{\omega} + S_{\omega} \quad (\text{II.28})$$

Où [26]

- $\tilde{G}_k = \min(G_k, 10\rho\beta^*k\omega)$  correspond à la génération de l'énergie cinétique turbulente.
- $G_{\omega} = \frac{\alpha}{V_t} G_k$  correspond à la production de turbulence due à  $\omega$  avec  $\alpha = \frac{\alpha_{\infty}}{\alpha^*} \left( \frac{\alpha_0 + \text{Re}_t/R_{\omega}}{1 + \text{Re}_t/R_{\omega}} \right)$

A la différence du modèle  $k - \omega$  de Wilcox,  $\alpha_{\infty}$  n'est pas constant et donné par la relation

$$\alpha_{\infty} = F_1 \alpha_{\infty,1} + (1-F) \alpha_{\infty,2} \quad \text{avec} \quad \alpha_{\infty,1} = \frac{\beta_{i,1}}{\beta_{\infty}^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,1} \sqrt{\beta_{\infty}^*}} \quad \text{et} \quad \alpha_{\infty,2} = \frac{\beta_{i,2}}{\beta_{\infty}^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,2} \sqrt{\beta_{\infty}^*}}, \quad \text{les}$$

différentes constantes sont données dans le tableau II.2.

- $\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$  et  $\Gamma_{\omega} = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega}}$  représentent la diffusivité effective de  $k$  et de  $\omega$  avec

$$\sigma_k = \frac{1}{F_1/\sigma_{k,1} + (1-F)/\sigma_{k,2}} \quad \text{et} \quad \sigma_{\omega} = \frac{1}{F_1/\sigma_{\omega,1} + (1-F)/\sigma_{\omega,2}}, \quad \text{les différentes constantes sont}$$

données dans le tableau II.2

$Y_k$  et de  $Y_{\omega}$  représentent la dissipation de  $k$  et de  $\omega$ .

$S_k$  et de  $S_{\omega}$  sont des termes source définis par l'utilisateur.

$\alpha_{\infty}^*$	$\alpha_0$	$\sigma_{k,1}$	$\sigma_{k,2}$	$\sigma_{\omega,1}$	$\sigma_{\omega,2}$	$a_1$	$\beta_{i,1}$	$\beta_{i,2}$	$\beta_{\infty}^*$	$\kappa$	$R_k$	$R_{\omega}$
1	1/9	1.176	1	2	1.168	0.31	0.075	0.0828	0.09	0.41	6	2.95

Tableau II.2 : Constantes du modèle  $k - \omega$  SST .

### II.3.3 Le modèle aux tensions de Reynolds *RSM*

Le modèle *RSM* abandonne l'hypothèse de l'isotropie de la viscosité turbulente, il ferme les équations de Navier-Stokes en résolvant l'ensemble des équations de transport des contraintes de Reynolds ( $\overline{u'_i u'_j}$ ) avec une nouvelle équation du taux de dissipation [19]. Cela signifie la résolution de sept équations additionnelles pour un écoulement 3D. Le modèle *RSM* est appréciable pour les écoulements complexes et lorsque ces écoulements sont le résultat de l'anisotropie des tensions de Reynolds, comme pour les écoulements de type cyclones, les écoulements fortement tourbillonnaires au sein des chambres de combustion, les écoulements secondaires induits par les contraintes en canalisation, ...etc. Grâce à l'amélioration de la qualité de la fermeture des équations de bilans, ce modèle a une grande capacité à fournir des prédictions plus précises que les modèles à deux équations mais un coût "temps de calcul" beaucoup plus important.

Les équations de transport des contraintes de Reynolds s'écrivent sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t}(\rho \overline{u'_i u'_j}) + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k \overline{u'_i u'_j})}_{C_{ij}} = & - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \rho \overline{u'_i u'_j u'_k} + p(\delta_{kj} u'_i + \delta_{ik} u'_j) \right]}_{D_{T,ij}} \\
 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \mu \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u'_i u'_j}) \right]}_{D_{L,ij}} - \underbrace{\rho \left( \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)}_{P_{ij}} - \underbrace{\rho \beta (g_i \overline{u'_j \theta} + g_j \overline{u'_i \theta})}_{G_{ij}} & \quad (II.29) \\
 + \underbrace{p \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)}_{\phi_{ij}} - \underbrace{2\mu \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}}_{\varepsilon_{ij}} - \underbrace{2\rho \Omega_k (\overline{u'_j u'_m} \varepsilon_{ikm} + \overline{u'_i u'_m} \varepsilon_{jkm})}_{F_{ij}} + S_u
 \end{aligned}$$

Les différents termes de ces équations correspondent à [19] :

- $C_{ij}$  représente la convection,
- $D_{T,ij}$  représente la diffusion turbulente,
- $D_{L,ij}$  représente la diffusion moléculaire,
- $P_{ij}$  représente la production de la turbulence due aux contraintes,
- $G_{ij}$  représente la production de la turbulence due à la gravité,
- $\varepsilon_{ij}$  représente la déformation due à la pression,
- $P_{ij}$  représente le tenseur de la dissipation,
- $F_{ij}$  représente la production de la turbulence par rotation.

Ainsi, les équations de l'énergie cinétique turbulente  $k$  et le taux de dissipation  $\varepsilon$  s'écrivent comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{2}(P_{ii} + G_{ii}) - \rho \varepsilon (1 + 2M_t^2) + S_k \quad (\text{II.30})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] C_{\varepsilon 1} \frac{1}{2} [P_{ii} + C_{\varepsilon 3} G_{ii}] \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (\text{II.31})$$

Où [25] :

- La viscosité turbulente est calculée comme dans le modèle  $k - \varepsilon$  Standard :

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (\text{II.32})$$

- $M_t$  est le nombre de Mach turbulent, il ne sera pas pris en compte dans nos calculs.

Les différentes constantes utilisées dans le modèle  $RSM$  sont données dans le tableau II.3 :

$C_{1\varepsilon}$	$C_{\varepsilon 2}$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$C_\mu$
1.44	1.92	0.82	1	0.09

Tableau II.3 : Constantes du modèle  $RSM$ .

### II.3.4 Traitement de paroi

Les parois sont les principales sources de la vorticité et de la turbulence. Dans la région très proche de celles-ci, la viscosité réduit les fluctuations de la composante tangentielle de vitesse alors que la turbulence croît rapidement par la production de l'énergie cinétique de la turbulence due aux gradients importants de la vitesse moyenne dans la partie extérieure de la région proche paroi. Alors, la modélisation de la turbulence à ces endroits agit, significativement, sur la précision des solutions numériques.

A ce propos, on note que les modèles de turbulence  $k - \varepsilon$  et  $RSM$ , sont principalement valables pour des écoulements dans les régions éloignées de la paroi. Pour rendre ces modèles appropriés aux écoulements proches parois et à des nombres de Reynolds élevés, des traitements particuliers de la turbulence sont à définir. Alors que, les modèles  $k - \omega$  ont été conçus pour être appliqués, directement, dans toute la zone proche paroi, à condition que le maillage soit suffisamment fin.

Généralement, deux approches sont utilisées pour modéliser la région proche paroi :

- Dans la première approche, la région visqueuse (sous-couche visqueuse et région intermédiaire) n'est pas résolue. Des formules empiriques, appelées lois de parois sont utilisées pour raccorder cette région à la zone logarithmique. L'utilisation de ces fonctions permet d'éviter la modification des modèles de turbulence ( $k - \varepsilon$  et  $RSM$ ) pour prendre en

compte la présence d'une paroi.

- Dans la seconde approche, des modèles pariétaux sont utilisés dans les zones de l'écoulement à bas nombre de Reynolds. Les modèles de turbulence sont modifiés pour permettre la résolution de la région visqueuse avec un maillage approprié jusqu'à la sous-couche visqueuse.

Ces deux approches sont schématisées sur la figure II.3.

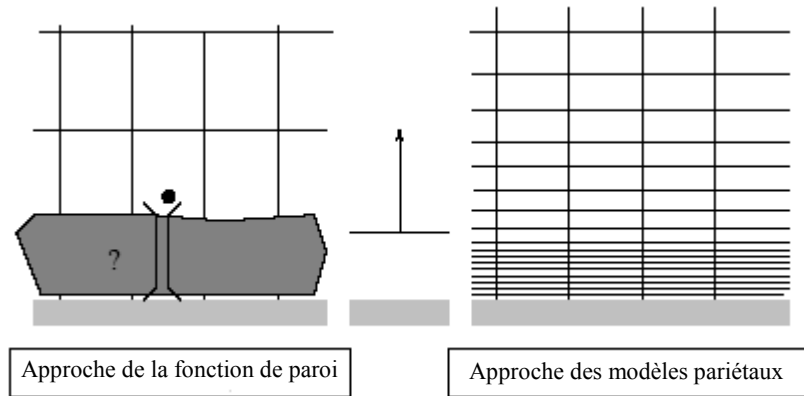


Figure II.3 : Traitement de la turbulence au voisinage des parois, [19].

### II.3.4.1 Loi de paroi standard

Dans le code de calcul ANSYS FLUENT [19], la loi de paroi standard (équilibrée) est basée sur le modèle de Launder et Spalding [06] et elle provient des profils universels de la couche limite turbulente bidimensionnelle (loi pariétale et loi logarithmique). Cette loi de paroi fait l'hypothèse d'équilibre entre les phénomènes moléculaires et turbulents entre la zone pariétale et la zone logarithmique de la dynamique ou de la thermique. La production d'énergie cinétique turbulente  $y$  est maximale, ainsi que sa dissipation, qui est due à des effets purement moléculaires. Les formulations de cette loi sont les suivantes :

#### II.3.4.1.a Quantité de mouvement

La loi de paroi de la vitesse moyenne s'exprime par :

$$U^* = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^*) \quad (\text{II.33})$$

$$U^* = \frac{U_P C_\mu^{\frac{1}{4}} k_P^{\frac{1}{2}}}{\tau_\omega / \rho} \quad (\text{II.34})$$

$$U^* = \frac{U_P C_\mu^{\frac{1}{4}} k_P^{\frac{1}{2}}}{\tau_\omega / \rho} \quad (\text{II.35})$$



Où :

- $\kappa$  : constante de Von Kármán égale à 0.42
- $E$  : constante empirique définissant la rugosité de la paroi égale à 9.8 pour une paroi lisse
- $U_p$  : vitesse moyenne dans la première cellule fluide  $P$
- $C_\mu$  : constante de proportionnalité déterminée de manière empirique
- $k_p$  : énergie cinétique turbulente dans la première cellule fluide  $P$
- $y_p$  : distance à la paroi de la première cellule fluide  $P$
- $\tau_p$  : contrainte de cisaillement à la paroi,  $\tau_p = \mu \frac{\partial U_x}{\partial y}$

Cette loi logarithmique est valable pour  $y^* > 30$  à  $60$ . Dans FLUENT [19], elle est utilisée quand  $y^* > 11.225$ .

Quand la première maille est située à  $y^* < 11.225$ , FLUENT applique la loi pariétale de la sous-couche visqueuse :

$$U^* = y^* \quad (\text{II.36})$$

#### II.3.4.1.b Energie cinétique turbulente

L'énergie cinétique turbulente  $k$  est calculée dans tout le domaine. La condition limite à la paroi imposée pour  $k$  est alors :

$$\frac{\partial k}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.37})$$

Le calcul de  $k$  et de  $\varepsilon$  dans une cellule fluide  $P$  adjacente à la paroi est effectué avec l'hypothèse d'équilibre dans la couche limite entre les taux de production et de dissipation de l'énergie cinétique turbulente. Ainsi, l'équation de transport de la dissipation  $\varepsilon$  n'est pas résolue dans cette cellule et  $\varepsilon$  est obtenue par la relation suivante :

$$\varepsilon_p = \frac{C_\mu^{\frac{3}{4}} k_p^{\frac{3}{2}}}{\kappa y_p} \quad (\text{II.38})$$

#### II.3.4.1.c Energie thermique

En appliquant l'analogie de Reynolds entre le transport de la quantité de mouvement et le transfert de l'énergie, on obtient une loi logarithmique similaire pour la température moyenne. Comme pour la loi de la vitesse moyenne pariétale, la loi de la température pariétale appliquée dans FLUENT comprend deux lois différentes :

- une loi linéaire pour la sous-couche thermique conductive où la conduction est importante,
- une loi logarithmique dans la région turbulente où les effets de turbulence prédominent sur

la conduction

La loi de paroi sur la température prend l'expression suivante :

$$T^* = \frac{(T_p - T_p) \rho c_p C_\mu^{\frac{1}{4}} k_p^{\frac{1}{2}}}{q} = \begin{cases} \text{Pr} y^* & \text{si } y^* < y_T^* \\ \text{Pr}_t \left( \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^*) + B \right) & \text{si } y^* > y_T^* \end{cases} \quad (\text{II.39})$$

Où  $B$  est donné par la formule de Jayatilleke [11]

$$B = 9.24 \left[ \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_t} \right)^{\frac{3}{4}} - 1 \right] \left[ 1 + 0.28 e^{-0.007 \text{Pr}/\text{Pr}_t} \right] \quad (\text{II.40})$$

et

- $k_p$  : énergie cinétique turbulente dans la première cellule fluide  $P$
- $q$  : densité de flux thermique
- $T_p$  : température dans la cellule adjacente à la paroi
- $T_p$  : température à la paroi
- $\text{Pr}$  : nombre de Prandtl moléculaire
- $\text{Pr}_t$  : nombre de Prandtl turbulent égal à 0.85 sur la paroi

On note que la loi de paroi standard donne de bonnes prédictions dans la majorité des écoulements proche paroi à des nombres de Reynolds élevés. Mais dans des écoulements à forts gradients de pression proche paroi ou dans des écoulements fortement "non équilibrés", la qualité des prédictions fournies en utilisant cette loi est compromise à cause de l'hypothèse de l'équilibre local. Pour cela, le code de calcul FLUENT propose la loi de paroi "non équilibrée" qui offre une amélioration des résultats dans ces situations. La particularité de cette loi réside dans le calcul de  $k$  et  $\varepsilon$  dans les cellules adjacentes à la paroi. Et contrairement à la loi de paroi standard l'hypothèse de l'équilibre entre les taux de production et de dissipation de l'énergie cinétique turbulente n'est pas effectuée. Pour plus de détail sur la formulation de cette loi, le lecteur peut se référer au chapitre "Modeling turbulence" de la documentation de FLUENT [19].

Bien que ces lois de paroi diminuent d'une manière significative les ressources nécessaires au calcul complet, elles présentent quelques limitations et deviennent moins fiables quand les conditions de l'écoulement s'éloignent des conditions idéales de leurs utilisations. On cite, par exemple, les écoulements à bas nombres de Reynolds (écoulement à très faible vitesse ou à très forte viscosité), des écoulements à forts gradients de pression dus à la séparation de la couche limite, la présence d'une couche limite tridimensionnelle dans la région proche paroi, ...etc. Par conséquent, l'emploi des modèles pariétaux s'impose avec un maillage adéquat dans la région

proche paroi.

### II.3.4.2 Modèle pariétal à deux zones

ANSYS FLUENT propose un modèle de turbulence, "le modèle à deux zones" afin d'avoir une représentation précise d'une couche limite dans une zone pariétale. Dans le modèle à deux zones, l'écoulement est divisé en deux régions : une région visqueuse et une région pleinement turbulente. Contrairement aux lois de parois, le champ des vitesses, dans ce modèle, est intégralement résolu pour toute la sous-couche visqueuse suivant les équations de Navier-Stokes.

Afin de définir la région pariétale où le modèle sera appliqué, une zone de démarcation est calculée en fonction d'un nombre de Reynolds turbulent,  $Re_y$  :

$$Re_y = \frac{\rho y \sqrt{k}}{\mu} \quad (\text{II.41})$$

Où  $y$  est la distance à la paroi de la cellule considérée. Elle est interprétée, sous FLUENT, par la distance plus proche paroi.

Pour  $Re_y > 200$ , l'écoulement est considéré pleinement turbulent et donc les modèles classiques de turbulence sont employés.

Lorsque  $Re_y < 200$ , l'écoulement moyen et la turbulence sont affectés par la paroi. L'équation de transport de  $k$  est résolue en plus des équations de Navier-Stokes moyennées et l'équation de l'énergie. Alors que la viscosité turbulente,  $\mu_t$  et la dissipation de l'énergie cinétique turbulente  $\varepsilon$  sont calculées par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \mu_t &= \rho C_\mu l_\mu \sqrt{k} \\ \varepsilon &= \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon} \end{aligned} \quad (\text{II.42})$$

Où  $l_\mu$  et  $l_\varepsilon$  sont des longueurs d'échelle définies par les relations suivantes [24] :

$$\begin{aligned} l_\mu &= y c_l \left(1 - e^{-Re_y/A_\mu}\right) \\ l_\varepsilon &= y c_l \left(1 - e^{-Re_y/A_\varepsilon}\right) \end{aligned} \quad (\text{II.43})$$

avec :  $c_l = \kappa C_\mu^{-3/4}$ ,  $A_\mu = 70$ ,  $A_\varepsilon = 2c_l$ .

# Chapitre III

*Joseph JOUBERT / Carnets / nrf Gallimard 1938-1994*

*« L'expérience fait l'art, l'inexpérience la fortune.*

*On fait des découvertes en cherchant et des trouvailles par hasard. »*

*< 9 mars 1800 t.1 p.342 >*

## Méthode numérique et présentation du code ANSYS FLUENT

III.1 Méthode de résolution - volumes finis .....	42
III.1.1 Introduction .....	42
III.1.2 Formulation basique .....	42
III.1.3 Schémas de discrétisation .....	45
III.1.4 Choix du schéma d'interpolation de la pression .....	46
III.1.5 Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse .....	46
III.1.6 Résolution numérique .....	47
III.1.7 Critère de convergence .....	48
III.1.8 Stabilité numérique .....	48
III.1.9 Erreurs numériques .....	49
III.2 Présentation du code ANSYS FLUENT .....	49
III.2.1 Structure du code FLUENT .....	50
III.2.1 Etapes de résolution du problème .....	51

# Chapitre III

---

## Méthode numérique et présentation du code ANSYS FLUENT

---

### III.1 Méthode de résolution - volumes finis

#### III.1.1 Introduction

Pour la résolution des équations aux dérivées partielles (EDP), les logiciels actuels utilisent principalement trois méthodes de discrétisation : la méthode des éléments finis, la méthode des différences finis et la méthode des volumes finis. Le code de calcul que nous utilisons propose cette dernière méthode que nous allons décrire dans ce chapitre.

La méthode des volumes finis (MVF) ou "**méthode du volume de contrôle**" provient des travaux de S. Patankar [56]. Son principe est d'appliquer la loi de conservation gouvernant le problème sur un nombre fini de régions d'espace délimités par le maillage du domaine. Ce principe s'interprète par l'égalité de la somme des flux entrant et la somme des flux sortant d'un volume de contrôle.

La MVF procède, d'abord, par la division du domaine de calcul physique en volumes finis discrets à l'aide d'un maillage. Ensuite, les équations aux dérivées partielles sont intégrées sur ces volumes de manière à construire un système d'équations algébriques pour les valeurs discrètes des inconnues et enfin les équations ainsi discrétisées sont linéarisées et les systèmes linéaires sont résolus.

#### III.1.2 Formulation basique

Les équations précédentes peuvent être écrites sous la forme généralisée suivante (Patankar, [63]) :

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad (\text{III.1})$$

ou encore :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V \phi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho W \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + S_\phi \quad (\text{III.2})$$

Considérons le volume de contrôle sur la figure (III.1).

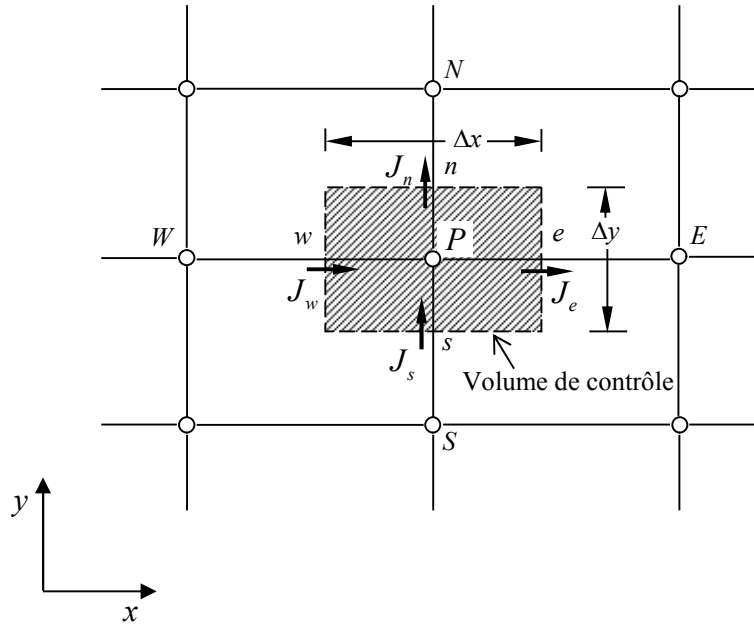


Figure III.1 : Volume de contrôle pour un écoulement bidimensionnel.

L'intégration de l'équation (III.2) sur le volume de contrôle de la figure (III.1) donne :

$$J_e - J_w + J_n - J_s = \iint_V S_\phi dV \quad (\text{III.3})$$

où les indices ( $e, w, n, s$ ), indiquent que les quantités correspondantes sont évaluées aux faces est, ouest, nord et sud du volume de contrôle, respectivement, et les quantités  $J_e, J_w, J_n$  et  $J_s$  sont les flux totaux intégrés sur les faces du volume de contrôle, où leurs expressions sont donnés par :

$$\begin{aligned} J_e &= \int_s^n \left( \rho U \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e dy = \left[ (\rho U)_e \phi_e - \frac{\Gamma_{\phi,e}}{\Delta x_{EP}} (\phi_E - \phi_P) \right] \Delta y_{ns} \\ J_w &= \int_s^n \left( \rho U \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w dy = \left[ (\rho U)_w \phi_w - \frac{\Gamma_{\phi,w}}{\Delta x_{WP}} (\phi_P - \phi_W) \right] \Delta y_{ns} \\ J_n &= \int_w^e \left( \rho V \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n dx = \left[ (\rho V)_n \phi_n - \frac{\Gamma_{\phi,n}}{\Delta x_{NP}} (\phi_N - \phi_P) \right] \Delta x_{ew} \\ J_s &= \int_w^e \left( \rho V \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s dx = \left[ (\rho V)_s \phi_s - \frac{\Gamma_{\phi,s}}{\Delta x_{PS}} (\phi_P - \phi_S) \right] \Delta x_{ew} \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

La tâche la plus difficile dans l'évaluation de  $J_e, J_w, J_n$  et  $J_s$  est celle de l'approximation des quantités  $\phi_e, \phi_w, \phi_n$  et  $\phi_s$ .

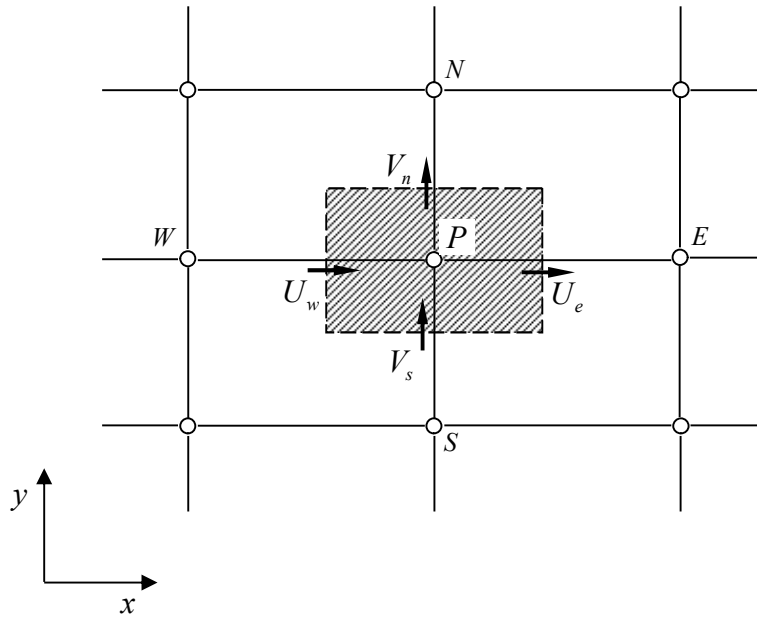


Figure III.2 : Volume d'intégration de l'équation de continuité.

De la même façon, l'intégration de l'équation de continuité sur le volume de contrôle de la figure (III.2) conduit à :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (\text{III.5})$$

où  $F_e$ ,  $F_w$ ,  $F_n$  et  $F_s$  sont les flux de masse de l'écoulement à travers les faces du volume de contrôle définis par :

$$\begin{aligned} F_e &= (\rho U)_e \Delta y_{ns} \\ F_w &= (\rho U)_w \Delta y_{ns} \\ F_n &= (\rho V)_n \Delta y_{ew} \\ F_s &= (\rho V)_s \Delta y_{ew} \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

L'intégration du terme source est obtenue en supposant que  $S_\phi$  est uniforme sur le volume de contrôle.

$$\iint_V S_\phi dV \cong S_U + S_P \phi_P \quad (\text{III.7})$$

Effectuons l'opération  $((\text{III.3}) - (\text{III.5}) \times \phi_P)$  et remplaçons le terme source par son expression (III.7) dans l'équation (III.3), après quelques manipulations, on obtient :

$$(J_w - F_w \phi_P) + (J_n - F_n \phi_P) - (J_s - F_s \phi_P) = S_U + S_P \phi_P \quad (\text{III.8})$$

On utilise de nouvelles notations  $D$  ( $D$  représente la diffusion) définies par :

$$\begin{aligned}
D_e &= \frac{\Gamma_e}{\delta x_e} \Delta y_{ns} \\
D_w &= \frac{\Gamma_w}{\delta x_w} \Delta y_{ns} \\
D_n &= \frac{\Gamma_n}{\delta y_n} \Delta x_{ew} \\
D_s &= \frac{\Gamma_s}{\delta y_s} \Delta x_{ew}
\end{aligned} \tag{III.9}$$

L'équation discrétisée complète peut alors s'écrire sous la forme :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \tag{III.10}$$

Cette équation peut être réarrangée comme suit :

$$a_P \phi_P = \sum_{i=N,S,E,W} a_i \phi_i + b \tag{III.11}$$

où :

$$\begin{aligned}
a_E &= D_e A(|P_e|) + \llbracket -F_e, 0 \rrbracket \\
a_W &= D_w A(|P_w|) + \llbracket F_w, 0 \rrbracket \\
a_N &= D_n A(|P_n|) + \llbracket -F_n, 0 \rrbracket \\
a_S &= D_s A(|P_s|) + \llbracket F_s, 0 \rrbracket \\
a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \\
b &= S_U
\end{aligned} \tag{III.12}$$

$P_i$  est le nombre de Peclet défini pour les différentes faces par :

$$P_e = \frac{F_e}{D_e} \quad ; \quad P_w = \frac{F_w}{D_w} \quad ; \quad P_n = \frac{F_n}{D_n} \quad ; \quad P_s = \frac{F_s}{D_s} \tag{III.13}$$

La fonction  $A(|P|)$  est choisie en fonction du schéma de discrétisation désiré.

### III.1.3 Schémas de discrétisation

Il existe plusieurs schémas de discrétisation dans la littérature qui sont discutés en détail par Patankar [56] et Versteeg et Malalasekera [25]. Sous FLUENT, les variables stockées au centre de la cellule doivent être interpolées aux faces du volume de contrôle. Il est possible de choisir entre différents schémas de discrétisation pour les termes convectifs des équations gouvernantes, alors que les termes visqueux sont automatiquement discrétisés au second ordre pour plus de précision. Il reste que la discrétisation au premier ordre procure une meilleure convergence. Alors que le "Second Order Upwind Scheme" est de rigueur pour les écoulements non alignés au maillage.

Il existe aussi d'autres schémas de discrétisation :

- Le schéma "Power Law" est plus précis que le "First Order Upwind Scheme" pour les



écoulements à très bas nombres de Reynolds ( $< 5$ ). Sinon, il procure en général le même degré de précision.

- Le schéma QUICK (Quadratic Upstream Interpolations for the Convective Kinetics) a été proposé par Leonard [08]. Il procure une meilleure précision que le schéma au second ordre pour les écoulements rotationnels et tourbillonnaires (Swirling) avec un maillage régulier. Le schéma QUICK a des propriétés attrayantes comme par exemple, le fait qu'il ait un ordre de précision élevé et un algorithme simple.

Pour des écoulements complexes, il fournit des résultats précis sans avoir besoin d'affiner le maillage à outrance. Par contre, il peut donner lieu à des résultats numériques non-physiques dépassant la réalité. Un schéma de type QUICK, est utilisé sur ANSYS FLUENT à des maillages quadrilatéral et hexahédral. Il est plus précis lorsqu'il est utilisé sur un maillage structuré aligné avec la direction de l'écoulement.

#### III.1.4 Choix du schéma d'interpolation de la pression

Pour la plupart des cas, le schéma "Standard" est acceptable. Pour des écoulements spécifiques, on peut choisir parmi les options suivantes :

- Le schéma force de volume pondéré "Body-Force-Weighted" est recommandé pour les écoulements impliquant d'importantes forces de volume (ex. convection naturelle à haut nombre de Rayleigh).
- Le schéma "PRESTO!" (PREssure Staggering Option) est approprié pour les écoulements hautement tourbillonnaires, à grande vitesse de rotation ou les écoulements dans des domaines fortement courbés.
- Le schéma au second ordre est à utiliser pour les écoulements compressibles et pour améliorer la précision en écoulements incompressibles.
- Le schéma linéaire "Linear" est disponible comme alternative au cas où les autres options ont des difficultés de convergence ou génèreraient des comportements non physiques.

#### III.1.5 Choix de la méthode de couplage Pression - Vitesse

Si les vitesses sont définies aux nœuds d'un volume de contrôle ordinaire (comme les autres scalaires : pression, température), il est démontré qu'un champ de pression hautement non uniforme agira comme un champ uniforme sur les équations de quantité de mouvement discrétisées [25]. La solution passe par la définition des vitesses sur une grille décalée "Staggered grid" et l'emploi d'algorithmes tels que "SIMPLE" pour résoudre ce lien ou couplage entre la pression et la vitesse. La famille des algorithmes "SIMPLE" est essentiellement une procédure d' "estimation et correction" pour le calcul de la pression sur la "grille décalée" des composantes de la vitesse.

Le code FLUENT propose trois méthodes pour le couplage pression-vitesse (seulement avec la formulation "isolé") :

- Les deux premières, très similaires, sont la méthode "SIMPLE" (Semi-Implicit Method for a Pressure Linked Equations) et la méthode "SIMPLEC" (SIMPLE Consistent). Cette dernière méthode se différencie de la première par le fait qu'on peut lui assigner un facteur de relaxation (correction) de pression proche de 1, ce qui accélère la convergence dans la plupart des cas, mais peut conduire à des instabilités de la solution.
- Méthode "PISO" (Pressure-Implicit with Splitting of Operators) : Cette méthode fait partie des algorithmes de la famille "SIMPLE". Elle est recommandée pour les écoulements instationnaires ou pour les maillages contenant des cellules très obliques "highly skewed".

Nous avons entrepris quelques simulations, avec la méthode "SIMPLEC", qui n'ont montré aucune différence significative par rapport à la méthode "SIMPLE". Donc, pour notre cas, on se limitera à l'utilisation de l'algorithme "SIMPLE" qui est robuste, offrant ainsi plus de garanties pour la convergence de la solution. Le détail de cet algorithme est présenté en annexe II.

### III.1.6 Résolution numérique

Nous avons décrit auparavant les méthodes de discrétisation des équations qui gouvernent l'écoulement turbulent et le transfert thermique qui peuvent se mettre pour la variable  $\phi$  en chaque volume de contrôle élémentaire, sous la forme suivante :

$$a_P \phi_{i,j} = a_E \phi_{i+1,j} + a_W \phi_{i-1,j} + a_N \phi_{i,j+1} + a_S \phi_{i,j-1} + b \quad (\text{III.14})$$

Ce processus conduit à un système d'équations algébrique linéaire qui doit être résolu. La complexité et la dimension de l'ensemble d'équations dépendent du dimensionnement du problème, du nombre de nœuds de la grille et de la méthode de discrétisation. Il y a deux méthodes pour la résolution des équations algébriques linéaires : les méthodes directes et les méthodes indirectes ou itératives. Les exemples simples des méthodes directes sont la règle de Cramer par l'inversion de la matrice et la méthode de Gauss.

Les méthodes itératives sont basées sur une application répétée d'un algorithme relativement simple qui mène à la convergence éventuelle après un -quelquefois grand- nombre de répétitions. Les exemples les plus connus sont de Jacobi et Gauss Seidel, méthodes d'itération point par point. Les méthodes itératives sont plus économiques que les méthodes directes.

FLUENT résout ce système linéaire par la méthode itérative de Gauss-Seidel couplée à une méthode à multi-grille algébrique (AMG) proposée par Hutchinson et Raithby [07].

### III.1.7 Critère de convergence

Si les équations de transport discrétisées (III.11) sont résolues exactement, les deux membres de ces équations seront certainement égaux. Cependant, puisque les équations associées sont non linéaires et couplées et exigent une solution itérative, un déséquilibre ou résidu peuvent exister entre les deux membres de l'équation discrétisée. Le résiduel pour la variable  $\phi$  dans chaque volume de contrôle est défini comme suit :

$$R_\phi = a_P \phi_P - \sum_i a_i \phi_i - S \quad (\text{III.15})$$

Si le calcul converge complètement la valeur de  $R_\phi$  tend vers zéro.

La convergence de la résolution itérative est contrôlée par l'évolution des résidus au cours des itérations ainsi que par l'évolution des valeurs individuelles de chaque variable.

Lors de nos différentes simulations, présentées dans cette thèse, les critères d'arrêt donnés par défaut dans FLUENT ont été changé. Alors, on a utilisé un critère de convergence de  $10^{-6}$  pour toutes les équations au lieu de  $10^{-3}$ .

L'examen de la convergence par les résidus reste insuffisant pour juger la convergence vers une solution stable et unique. Donc, on a ajouté à cela, la vérification des fermetures des bilans massique et thermique. Dans tous nos calculs, l'erreur sur le bilan massique est largement inférieure à 0.1%, et celle calculée pour le bilan thermique ne dépasse pas 0.5%.

Pour avoir plus de précision sur la convergence de la solution finale, on a ajouté à ces méthodes le suivi de l'évolution d'une grandeur scalaire (pression ou température...etc.) en fonction des itérations. Lorsque la valeur de cette quantité scalaire reste constante en un point donné et pour un certain nombre d'itérations (1000 par exemple), et lorsque les bilans massique et thermique sont fermés, on peut considérer que la solution a convergé.

### III.1.8 Stabilité numérique

La sous-relaxation est nécessaire pour assurer la convergence totale des calculs à une solution, parce que les équations sont fortement couplées et non linéaire. Quand des valeurs appropriées de sous-relaxation sont utilisées, de grandes variations des variables sont évitées. En outre, elle donne un moyen pour égaliser les taux de convergence des diverses équations couplées. Donc les deux principales sources d'instabilité dans la solution des équations sont ainsi commandées par la technique de sous-relaxation.

Rappelons ici que dans le code FLUENT la méthode de Gauss-Seidel est contrôlée par un coefficient de sous-relaxation  $\alpha$  :

$$\phi^{(k)} = \phi^{(k-1)} + \alpha \Delta \phi \quad (\text{III.16})$$

où  $(k)$  représente l'avancement des itérations successives, et  $\Delta\phi$  la différence entre les résultats des deux itérations  $(k-1)$  et  $(k)$ .

Le code FLUENT offre les meilleures valeurs des facteurs de relaxation pour une large gamme d'écoulements et permet d'agir sur eux. Néanmoins, si on voit qu'au cours du calcul les résidus commencent à s'amplifier, il est préférable de réduire ces derniers. Par contre, si on observe une convergence très lente mais sûre là, on pourra les augmenter prudemment, surtout le facteur de relaxation lié à l'équation de continuité.

### III.1.9 Erreurs numériques

Bien que la méthode des volumes finis soit utilisée, dans le code de calcul FLUENT, pour satisfaire la loi de conservation dans tout le domaine de contrôle, il existe, cependant, des erreurs numériques liées à la discrétisation du domaine. Dans notre étude numérique nous essayons de limiter ces erreurs en utilisant un schéma de discrétisation QUICK et en cherchant un maillage optimal à travers une étude de sensibilité au maillage que nous présentons dans le chapitre suivant.

## III.2 Présentation du code ANSYS FLUENT

A l'heure actuelle, il existe un certain nombre de codes industriels conviviaux, aux meilleurs performants, permettant la prédiction d'écoulement fluides par la résolution des équations de Navier-Stokes grâce aux méthodes des volumes finis, des différences finies ou des éléments finis (ANSYS CFX, PHOENICS, STAR-CD, TrioCFD). Pour notre travail, nous avons eu recours au code FLUENT, commercialisé par ANSYS, nous disposons de la version 6.3.26.

C'est un code écrit avec le langage de programmation C et utilise pleinement la flexibilité et la puissance offertes par ce langage (allocation de la mémoire dynamique). En outre, il utilise une architecture qui lui permet de s'exécuter en tant que plusieurs processus simultanés sur le même poste de travail ou sur des postes séparés, pour une exécution plus efficace.

Dans ce qui suit, nous nous attardons essentiellement sur les options qu'il propose pour des problèmes tels que le notre. Pour un supplément d'informations sur ses capacités de modélisation, il est conseillé de se référer à la documentation du logiciel [19].

Le logiciel propose de nombreux modèles physiques et schémas numériques avec lesquels l'utilisateur est normalement en mesure de modéliser tous les écoulements fluides, compressibles ou incompressibles, impliquant des phénomènes physiques complexes tels que la turbulence, le transfert thermique, les réactions chimiques, les écoulements multiphasiques ... etc. Toutefois, il existe dans la nature une multitude de comportements physiques différents et il est impossible pour un logiciel de tous les prendre en compte. C'est pourquoi, l'un des avantages de FLUENT réside

dans la possibilité de créer des sous-programmes (macros) en *C* dans le but de spécifier des options trop compliquées pour être prévues par le logiciel. Sur le plan physique, elles permettent par exemple de spécifier des conditions initiales et aux limites, d'ajouter des termes sources à certaines équations, de modifier des lois de comportement au niveau des parois. Sur le plan numérique, elles rendent également possible la spécification d'une grille variant avec le temps, la modification des schémas de résolution, le contrôle et l'optimisation de la convergence au cours des itérations.

Par ailleurs, comme il apparaît difficile de décrire précisément des géométries très complexes en utilisant des maillages orthogonaux, la grande particularité de FLUENT est de reposer sur une structure multi-blocs (figure III.3).

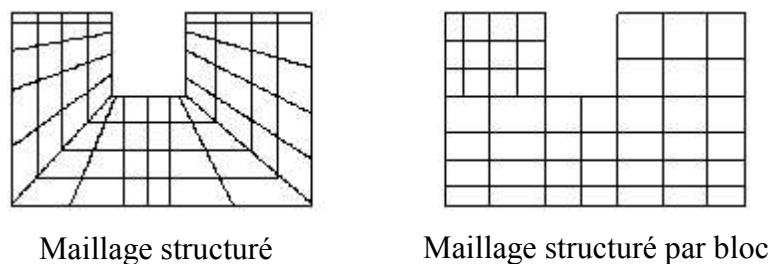


Figure III.3 : Maillage structuré et maillage structuré par blocs en deux dimensions, [21].

### III.2.1 Structure du code ANSYS FLUENT

Pour simuler les écoulements à travers les géométries les plus complexes, ce code intègre trois modules importants :

- **FLUENT** : Solveur, prépare les conditions initiales et aux limites, résout les équations à l'aide des modèles existant à son niveau et visualise les différents résultats à l'écran.
- **GAMBIT** : Préprocesseur pour la préparation de la configuration géométrique et la génération du maillage en 2D et 3D de types structurés, non structurés ainsi que hybrides. Identification des conditions aux limites pour le code FLUENT. L'importation des géométries à partir des logiciels CAD/CAE tels que : AutoCAD, SOLIDWORKS, SIEMENS PLM NX, PTC Creo, et d'autres.
- **TGRID** : Préprocesseur additionnel qui peut produire des maillages volumiques à partir des maillages surfaciques existants importés de GAMBIT ou des logiciels CAD/CAE.

La figure (III.5) représente la structure de base du code FLUENT.

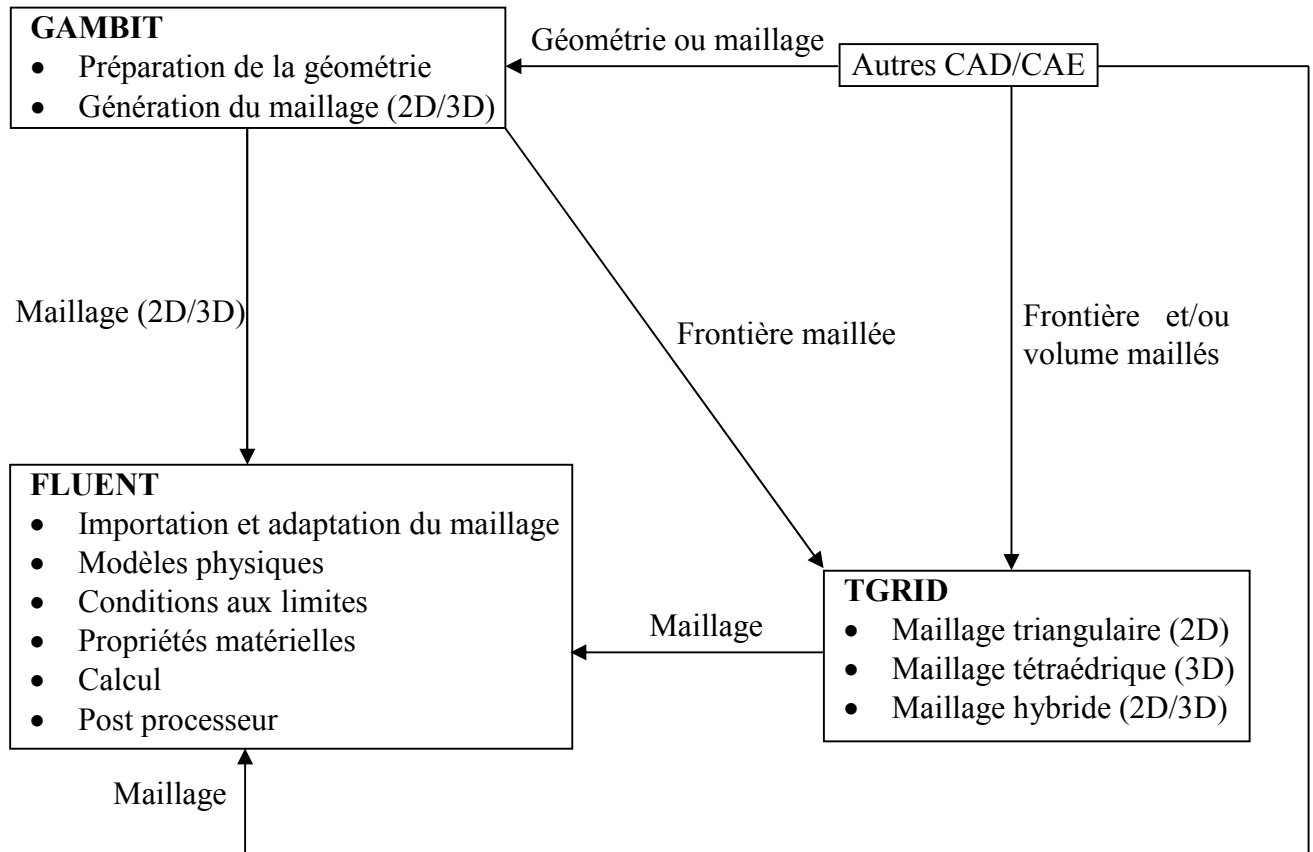


Figure III.4 : Structure de base du Code FLUENT, [19].

### III.2.2 Étapes de résolution du problème

La mise en œuvre de la simulation numérique impose de suivre un certain nombre d'étapes détaillées ci-dessous :

#### **GAMBIT :**

1. Créer la configuration géométrique, générer le maillage et définir les conditions aux limites.

#### **FLUENT :**

2. Lancer le solveur approprié pour la modélisation en deux ou trois dimensions,
3. Importer et dimensionner le maillage,
4. Sélectionner les modèles physiques,
5. Définir les propriétés des matériaux,
6. Définir les conditions de calcul,
7. Définir ou modifier les conditions aux limites,
8. Régler les paramètres du solveur,
9. Régler les moniteurs de convergence,
10. Fournir une solution initiale,

11. Calculer et surveiller la solution,
12. Post-Processing :
  - a. Interaction avec le solveur,
  - b. Analyse des résultats : Il s'agit de la partie la plus importante. Il faut vérifier la cohérence physique des résultats obtenus (profils de vitesse et/ou grandeurs globales) en les comparant dans la mesure du possible avec des résultats expérimentaux,
  - c. Exploitations des résultats : Nous disposons à l'issue de la simulation des profils de vitesse, de dissipation d'énergie, de pression...etc.
13. Si nécessaire, raffiner la grille ou faire des révisions au modèle numérique ou physique.

# Chapitre IV

*Joseph JOUBERT / Carnets / nrf Gallimard 1938-1994*

*« Rien de ce qui se prouve n'est évident ; car ce qui est évident se montre et ne peut pas être prouvé. »*

*< 14 juillet 1800 t.1 p.369 >*

## Procédure de calcul et résultats numériques

VI.1 Introduction .....	55
IV.2 Domaine de calcul et conditions aux limites .....	56
IV.2.1 Maillage .....	58
IV.2.2 Conditions aux limites .....	60
IV.2.3 Procédure de résolution .....	60
IV.3 Résultats et discussions .....	61
IV.3.1 Validation des modèles de turbulence .....	61
IV.3.2 Evolution de $y^+$ le long des parois du canal .....	61
IV.3.3 Critère de convergence .....	62
IV.3.4 Comparaison entre les Simulations en 2D et 3D .....	62
IV.3.5 Etude de sensibilité au maillage .....	63
IV.4 Analyse de la dynamique de l'écoulement .....	65
IV.4.1 Evolution de la composante longitudinale de la vitesse ( $u$ ) .....	65
IV.4.2 Evolution de la composante transversale de la vitesse ( $v$ ) .....	66
IV.4.3 Evolution de l'énergie cinétique turbulente ( $k$ ) .....	66
IV.4.4 Evolution du tenseur longitudinal de Reynolds ( $\overline{u'u'}$ ) .....	67
IV.4.5 Evolution du tenseur transversal de Reynolds ( $\overline{v'v'}$ ) .....	68



IV.4.6 Evolution du tenseur croisé de Reynolds ( $\overline{u'v'}$ ) .....	69
IV.4.7 Evolution des Coefficients de pression et de frottement ( $C_p$ ), ( $C_f$ ) .....	69
<b>IV.5 Partie thermique</b> .....	<b>72</b>
IV.5.1 Validation du code ANSYS FLUENT .....	72
IV.5.2 Profils de température pour le canal à paroi inférieure ondulée .....	76
IV.5.3 Nombre de Nusselt .....	77
<b>IV.6 Possibilités d'augmentation du nombre de Nusselt</b> .....	<b>79</b>

---

## Procédure de calcul et résultats numériques

---

### VI.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous analysons les mécanismes de l'écoulement et du transfert thermique se produisant, côté air, dans un canal rectangulaire dont la paroi supérieure est plane et la paroi inférieure est ondulée au moyen de différentes simulations numériques. Cette configuration géométrique est similaire à celle implémentée par C. Maaß et U. Schumann [12], P. Cherukat et al. [45] et H.S. Yoon et al. [27], elle correspond à un modèle simplifié d'un écoulement décollé.

Les écoulements, dans ce type de configuration, sont caractérisés par la formation d'une zone de recirculation, le transfert thermique est étroitement lié à la dynamique de l'écoulement. Ces deux aspects physiques sont examinés exhaustivement dans ce chapitre et cela à travers l'étude de l'effet de la configuration géométrique et l'effet de la vitesse de l'écoulement d'air.

La complexité de l'écoulement, dans la présente configuration, implique l'utilisation d'un modèle de turbulence capable de prédire correctement les différentes variables intervenant dans le calcul du transport de quantité de mouvement et du transfert thermique. Pour ce faire, plusieurs modèles de turbulence sont testés pour une seule amplitude d'ondulation et un seul nombre de Reynolds et ils sont comparés aux résultats des *DNS* de C. Maaß et U. Schumann et H.S. Yoon et al. pour choisir le modèle de turbulence le mieux adapté à cette topologie d'écoulement. Ensuite, la validation de nos résultats numériques se fait en deux étapes. La première étape consiste à comparer nos résultats hydrodynamiques concernant les profils des vitesses, l'énergie cinétique turbulente... etc. avec des mesures fournies par les *DNS* [12, 27] à travers une analyse détaillée de l'influence de l'ondulation sur la structure de l'écoulement. La deuxième étape est une comparaison des résultats thermiques en terme de distribution de nombre de Nusselt ( $Nu$ ) sur les parois plane et ondulée avec une corrélation expérimentale est des travaux antérieurs.

## IV.2 Domaine de calcul et conditions aux limites

Notre choix s'est porté sur l'étude très documentée menée par C. Maaß et U. Schumann [12], et H.S. Yoon et al. [27] pour la validation de la partie hydrodynamique. Les paramètres de la (DNS) sont donnés par la figure suivante :

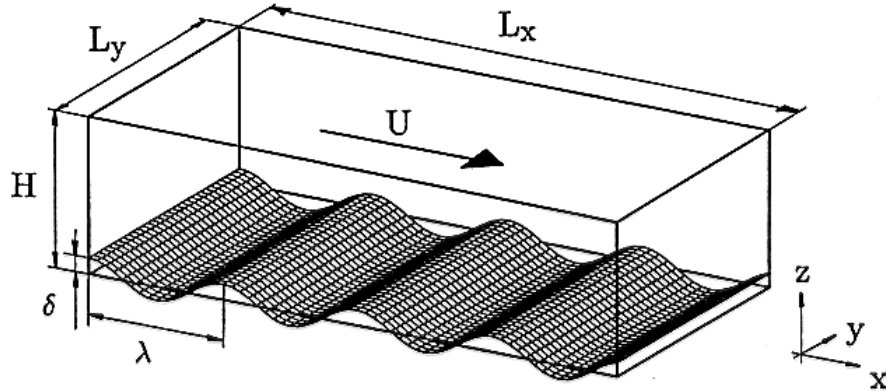


Figure IV.1 : Vue en perspective du domaine numérique (Maaß et Schumann), [12].

avec :

Hauteur du canal $H = 1$	Nombre de mailles $N = 256 \times 128 \times 96$
Largeur du canal $L_y = 2$	Pas temporel $t = 0.003$
Longueur du canal $L_x = 4$	Vitesse moyenne $U = 1$
Amplitude de l'ondulation $\delta = 0.05$	Densité $\rho = 1$
Longueur d'ondulation $\lambda = 1$	Nombre de Reynolds $Re = 6760$

Toutes les variables sont adimensionalisées par rapport à la hauteur du canal, la densité et la vitesse moyenne de l'écoulement. La séparation et le rattachement sont localisés respectivement à  $\frac{x}{\lambda} = 0.142$  et  $0.603$ .

Pour notre calcul nous avons pris un domaine (figure IV.2) composé d'une ondulation (cas 3D) et de quatre ondulations (cas 2D).

Parmi les dix positions sélectionnées par Maaß et Schumann le long d'une ondulation, nous avons choisi quatre, données par la figure IV.3 et repérées par la valeur du rapport  $\frac{x}{\lambda}$ .

L'ondulation de la paroi d'amplitude  $\delta$  et de longueur d'onde  $\lambda$ , est décrite par la fonction suivante :

$$y = \delta \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad (\text{IV.1})$$

Cette fonction a nécessité l'élaboration d'un programme de calcul (Programme Matlab), le fichier data obtenu sera injecté dans GAMBIT.

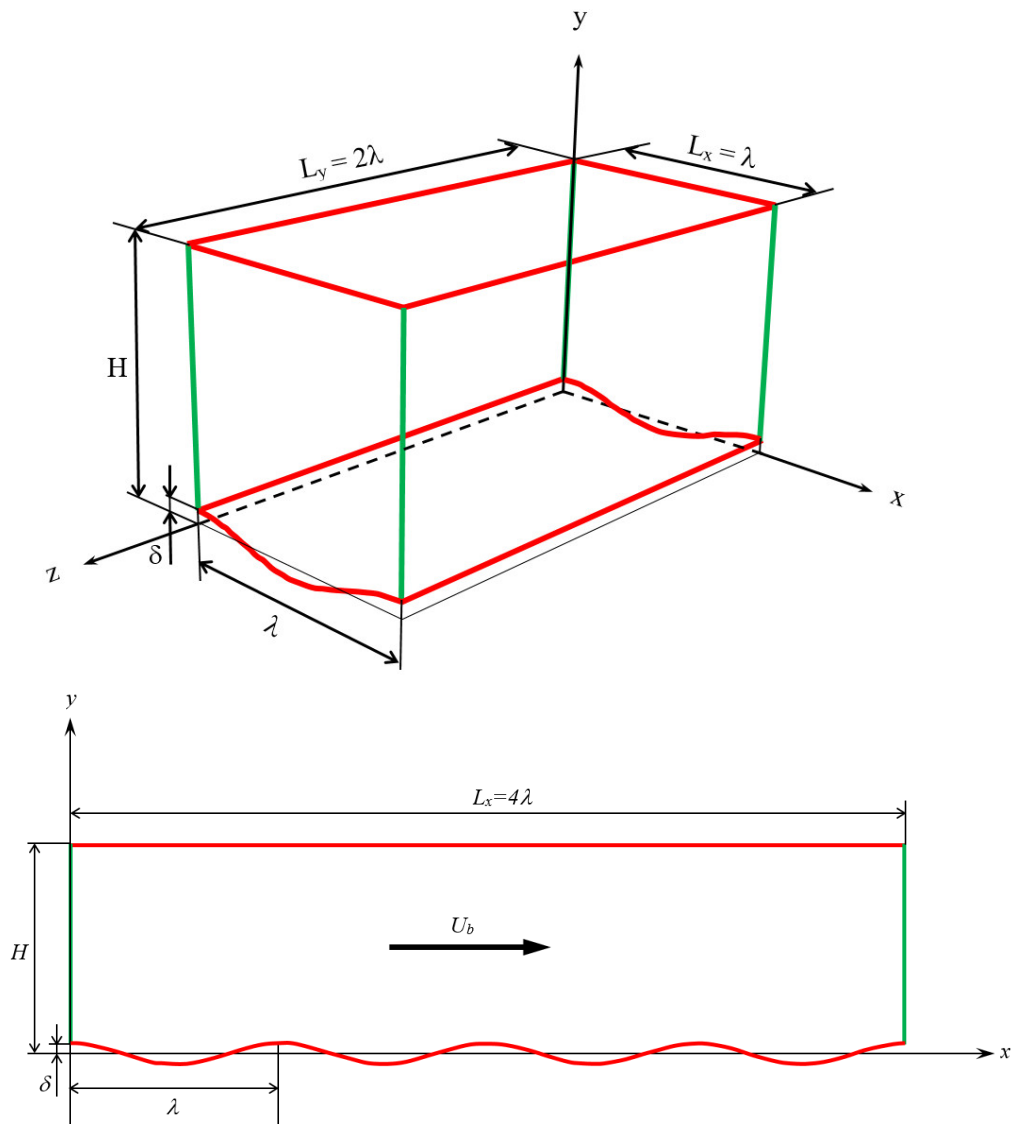


Figure IV.2 : Configurations numériques étudiées (3D) et (2D).

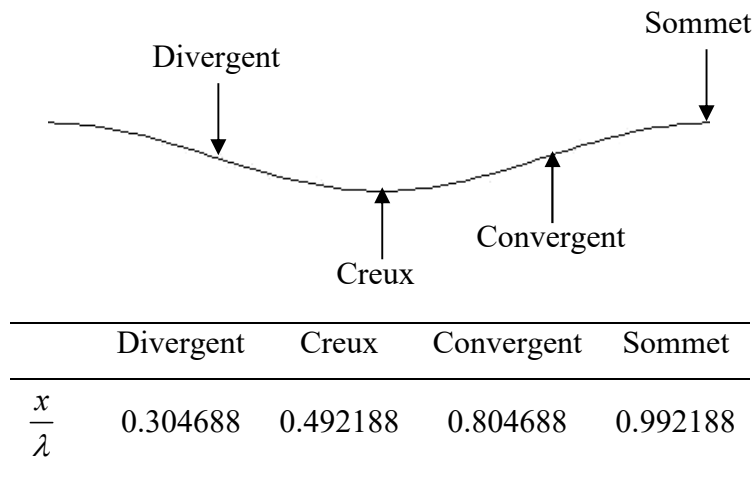


Figure IV.3 : Les différentes positions du calcul.

### IV.2.1 Maillage

Lors de la réalisation du maillage du domaine de calcul, nous avons veillé à respecter plusieurs conditions afin de réaliser un maillage suffisamment fin pour capter les phénomènes physiques régnant près de la paroi ondulée. Ces conditions sont citées dans l'annexe I.

Le maillage du volume contient un maillage structuré. L'intérêt de cette technique est d'utiliser des mailles hexaédriques (3D) et quadrangulaire (2D). Le maillage est bien raffiné près de la paroi car la topologie de notre écoulement demande un maillage spécifique pour capter les grands gradients des variables dynamique et thermique et pour décrire plus précisément les phénomènes physiques qui se développent à cet endroit, en l'occurrence, la zone de recirculation pour la paroi ondulée.

La distribution des mailles suivant la hauteur du canal comporte :

- 96 rangées de maille avec 10 rangées pour la couche limite avec un facteur de 1.1, le maillage près de la paroi doit être très fin, de sorte que la première rangée des cellules adjacentes à la paroi ait idéalement un  $y^+ \approx 1$ , (toutefois, toutes les valeurs de  $y^+ < 5$  sont acceptables). Pour la finesse du maillage nous avons eu recours au site : (<http://www.pointwise.com/yplus/>), ce dernier permet, à partir des valeurs du nombre de Reynolds, de  $y^+$  et d'une longueur caractéristique ( $H$  : hauteur du canal), de calculer la valeur du premier pas qui est 0.002 dans notre cas,
- Pour la longueur, 64 rangées par ondulation,
- et finalement 128 rangées pour la largeur,
- Par conséquent, le maillage du domaine de calcul contient 786432 cellules. Une partie de la grille retenue composée de  $(64 \times 96 \times 128)$  cellules dans le cas 3D est présentée sur la figure (IV.4), avec une vue éclatée illustrant la finesse du maillage près de la paroi ondulée. Une étude de sensibilité au maillage est présentée dans la section (IV.3.5).

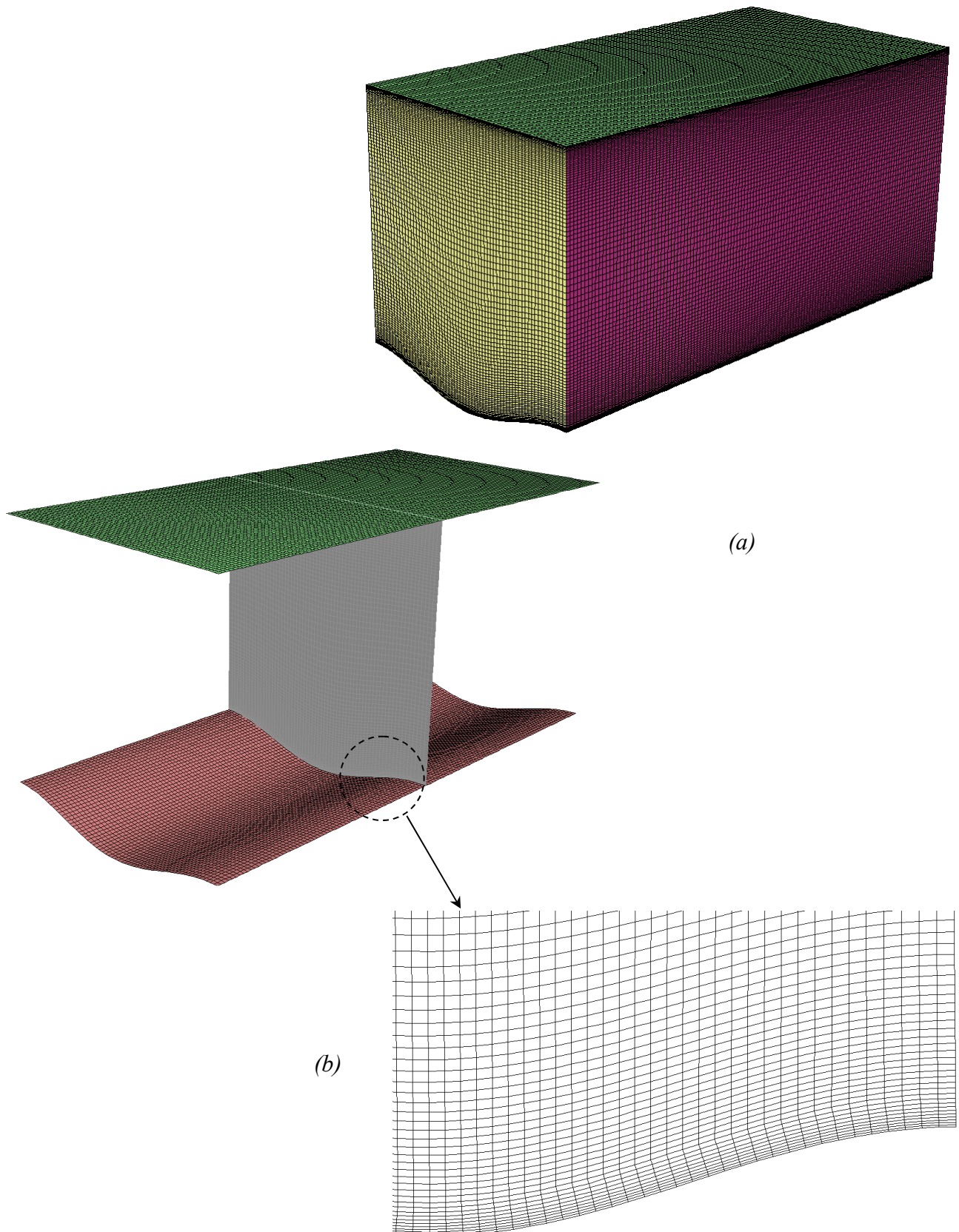


Figure IV.4 : Détail du maillage :

(a) : Grille de domaine de calcul

(b) : Vue rapprochée de la grille de calcul.

### IV.2.2 Conditions aux limites

Le domaine d'analyse et les conditions aux limites du système de la figure (IV.2), sont :

- Un canal rectangulaire dont la paroi inférieure est ondulée et la paroi supérieure est plane. Ces deux parois sont distantes d'une hauteur  $H = 1\text{ m}$ .
- L'amplitude et la longueur d'onde de la paroi inférieure sont respectivement  $\delta = 0.05 H$  et  $\lambda = H$ .
- Dans ces calculs, on s'intéresse à analyser l'écoulement côté air. On considère l'air comme un fluide incompressible avec des propriétés physiques constantes.
- A une température de  $25^\circ\text{C}$  ( $298\text{K}$ ), les propriétés thermophysiques de l'air tirées du site (<http://www.mhtl.uwaterloo.ca/old/onlinetools/airprop/airprop.html>) sont données dans le tableau VI.1.

Masse volumique	Chaleur spécifique	Viscosité dynamique	Conductivité Thermique
$\rho$ ( $\text{Kg}/\text{m}^3$ )	$C_p$ ( $\text{J}/\text{Kg K}$ )	$\mu$ ( $\text{Kg}/\text{m s}$ )	$\lambda_c$ ( $\text{W}/\text{m K}$ )
1.1845	1006.3	$1.8444 \times 10^{-5}$	0.025969

Tableau IV.1 : Propriétés thermophysiques de l'air à  $25^\circ\text{C}$  ( $298\text{K}$ ).

- Le nombre de Reynolds est le même que celui pris dans les calculs de la (DNS) [12], [27] à savoir  $\text{Re} = \frac{U \rho H}{\mu} = 6760$ . Ceci, dans les conditions de notre étude, correspond à une vitesse  $U = 0.1052608\text{ m/s}$  où l'air est considéré toujours comme incompressible.
- La condition de périodicité est appliquée dans le sens longitudinal, avec un débit massique  $Q_m = 0.24936288\text{ kg/s}$  (cas 3D) et  $Q_m = 0.12468144\text{ kg/s}$  (cas 2D).
- La même condition est appliquée dans le sens transversal du canal, pour éliminer l'effet des parois latérales sur l'écoulement.
- Une température de  $340\text{ K}$  est imposée aux deux parois, ondulée et plane, du canal.

### IV.2.3 Procédure de résolution

Les équations de la conservation de la masse et de la quantité de mouvement pour un fluide incompressible à propriétés constantes sont résolues sous FLUENT [19] en régime stationnaire. Le transfert thermique est prédit en résolvant l'équation de l'énergie simultanément. On utilise le solveur "Pressure Based" qui considère une approche itérative en résolvant d'une manière séquentielle les équations de continuité, de quantité de mouvement et de l'énergie. Comme il est

conseillé dans la documentation du code de calcul FLUENT [19], nous utilisons le schéma de discrétisation "QUICK". Le couplage de la pression et de la vitesse est calculé par l'algorithme "SIMPLE". Pour plus de détails, le lecteur peut se référer au chapitre *Using the Solver* de la documentation de FLUENT [19].

## IV.3 Résultats et discussions

### IV.3.1 Validation des modèles de turbulence

Les études numériques nécessitent une justification du modèle utilisé. Il s'agit cependant de tester les modèles largement utilisés dans l'étude des écoulements industriels et ceux qui sont adaptés aux écoulements complexes. Et comme la validation est souvent menée par une confrontation aux résultats des travaux antérieurs, nos résultats seront comparés aux résultats obtenus par "DNS" [12, 27] afin de choisir le modèle qui décrit le mieux les phénomènes physiques dans notre écoulement. Les présentes simulations ont été effectuées à l'aide des trois modèles de turbulence suivants :  $k-\varepsilon$  Realizable,  $k-\omega$  SST est  $RSM$  (présentés dans le chapitre II). Nos calculs sont effectués pour une amplitude de l'ondulation  $\lambda = 0.05$  et à un nombre de Reynolds de l'ordre de 6760.

### IV 3.2 Evolution de $y^+$ le long des parois du canal

La figure IV.5 confirme la finesse du maillage, et ce pour le modèle de prédiction  $k-\varepsilon$  Realizable utilisé.

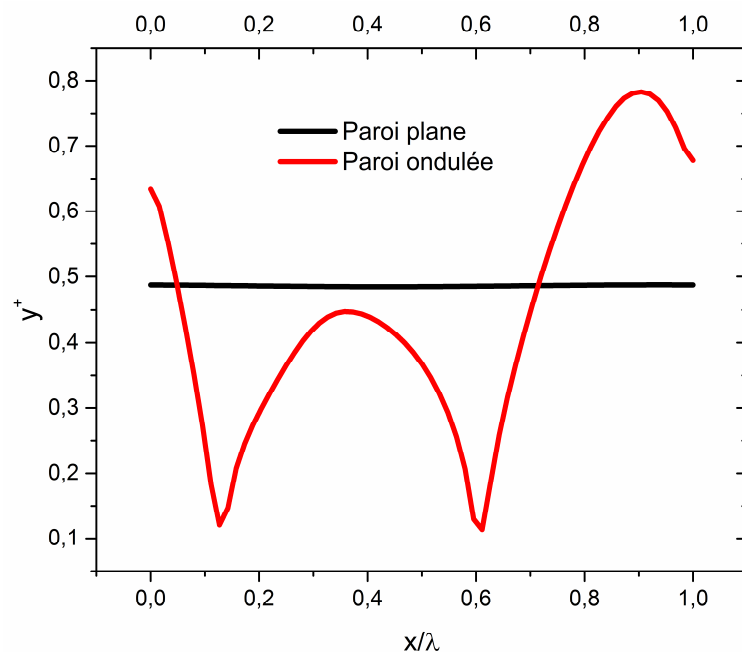


Figure IV.5 : Evolution de  $y^+$  le long des parois, plane et ondulée (cas du modèle  $k-\varepsilon$  Realizable).



### IV.3.3 Critère de convergence

Le code ANSYS FLUENT cessera les itérations dès lors que tous les résidus calculés soient sous la valeur du critère de convergence entré par l'utilisateur. Cette valeur est à fixer selon le degré de précision désiré de la solution approchée par le code de calcul. La figure IV.6 montre la convergence des résidus vers la valeur fixée, soit  $10^{-6}$  pour notre cas.

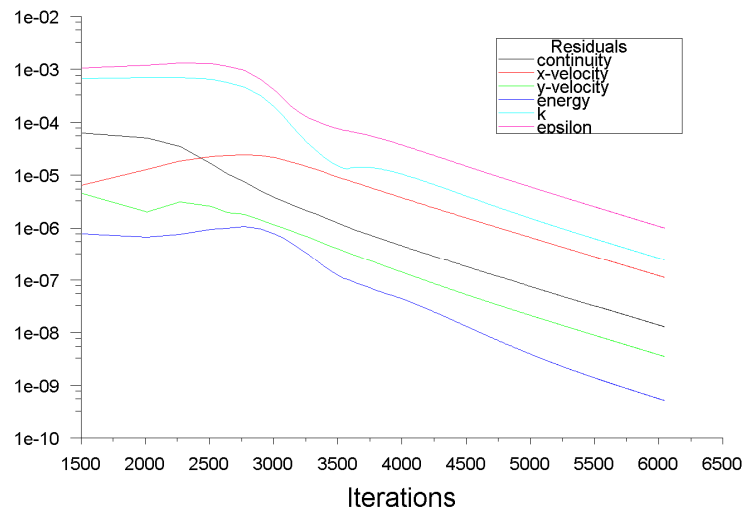


Figure IV.6 : Tracé des courbes des résidus (cas du modèle  $k-\varepsilon$  Realizable).

### IV.3.4 Comparaison entre les Simulations en 2D et 3D

Malgré la montée en puissance des ordinateurs, La simulation des écoulements sur des géométries tridimensionnelles nécessite encore des temps de calcul conséquents.

Les caractéristiques du maillage (i.e., le nombre, la forme et la taille de ses éléments) et la précision numérique des simulations sont deux concepts étroitement liés. De plus, le temps de calcul est proportionnel au nombre d'éléments du maillage : plus il y a d'éléments, plus il faudra de temps pour obtenir un résultat. Raffiner de manière systématique un maillage peut paraître une bonne solution pour accroître la précision des calculs mais implique de disposer de ressources en temps et en mémoire non limitées.

Dans le but d'accélérer les temps de calcul et d'effectuer des calculs précis, nous avons envisagé deux pistes : d'une part la parallélisation du code de calcul et d'autre part le lancement de plusieurs simulations en réduisant la largeur de la géométrie.

Les résultats des simulations, pour différentes valeurs de largeur ( $z=0$ ,  $z=0.5$ ,  $z=1$ ,  $z=2$ ), ont montré une parfaite concordance entre les deux configurations, 2D et 3D. La figure IV.7 représente les profils de vitesse longitudinale, vitesse transversale et énergie cinétique turbulente pour la position creux du modèle  $k-\varepsilon$  Realizable ( $z=0$ ,  $z=2$ ).

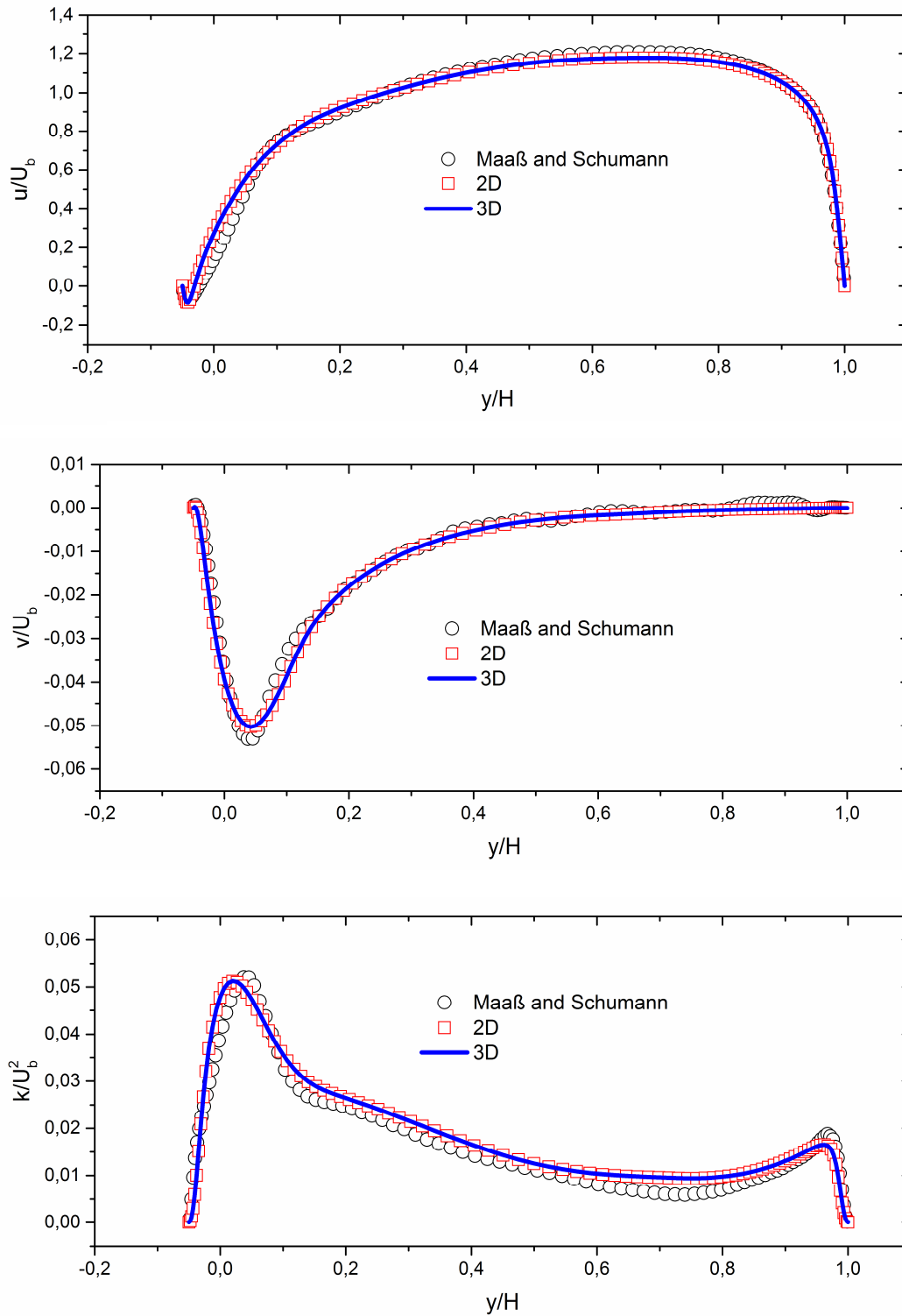


Figure IV.7 : Profils de :  $(u)$ ,  $(v)$  et  $(k)$  pour les deux cas ( $z=0$  et  $z=2$ ).

### IV.3.5 Etude de sensibilité au maillage

Compte tenu des différents critères cités dans le paragraphe (IV.2.1). Nous avons effectué plusieurs séries de calculs avec différents maillages pour vérifier l'indépendance de la solution finale au maillage. Trois maillages ont été testés :  $(34 \times 66)$ ,  $(54 \times 86)$  et  $(64 \times 96)$  mailles, pour

une seule ondulation (configuration 2D), en raffinant spécialement la région près des parois du canal.

Sur la figure VI.8 sont présentées, respectivement, les comparaisons de la distribution du coefficient de frottement, ( $C_f$ ) et le nombre de Nusselt, ( $Nu$ ) le long de la paroi ondulée. On constate que les solutions obtenues pour ( $C_f$ ) et ( $Nu$ ) sont exactement identiques pour les trois maillages.

Compte tenu de ces résultats, on a opté pour le troisième maillage qui comporte 6144 cellules et cela pour obtenir la plus grande précision possible dans nos résultats. Les différents critères du maillage considérés dans cette étude sont conservés lors de toutes les simulations présentées dans cette thèse.

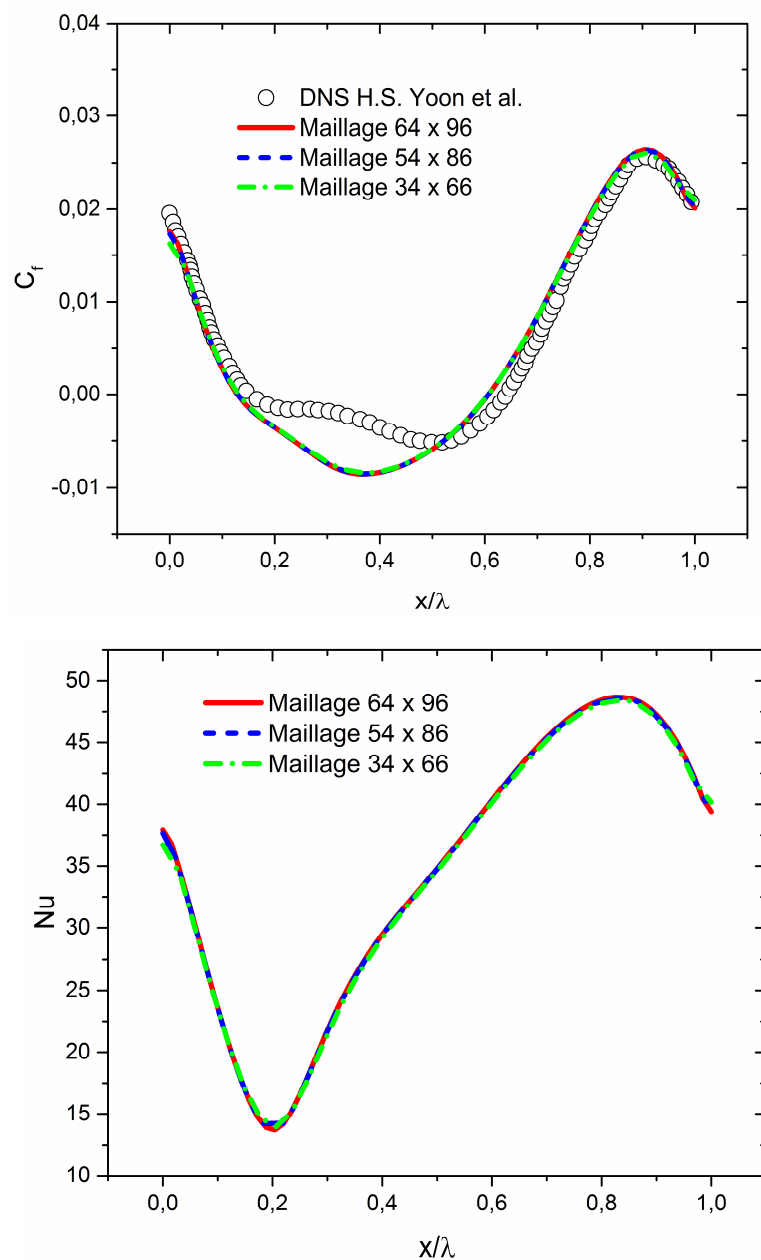


Figure IV.8 : Distribution de ( $C_f$ ) et ( $Nu$ ) le long de la paroi ondulée.

## IV.4 Analyse de la dynamique de l'écoulement

### IV.4.1 Evolution de la composante longitudinale de la vitesse ( $u$ )

La figure IV.9 montre le profil de la composante longitudinale du vecteur vitesse suivant une section droite du canal pour les quatre positions choisies et les trois modèles de turbulence. Les profils de vitesse ont la même allure (presque confondus) et présente une concavité négative pour les deux positions : divergent et creux. Ceci est dû à l'augmentation de la section et de la pression entraînant ainsi un flux de retour.

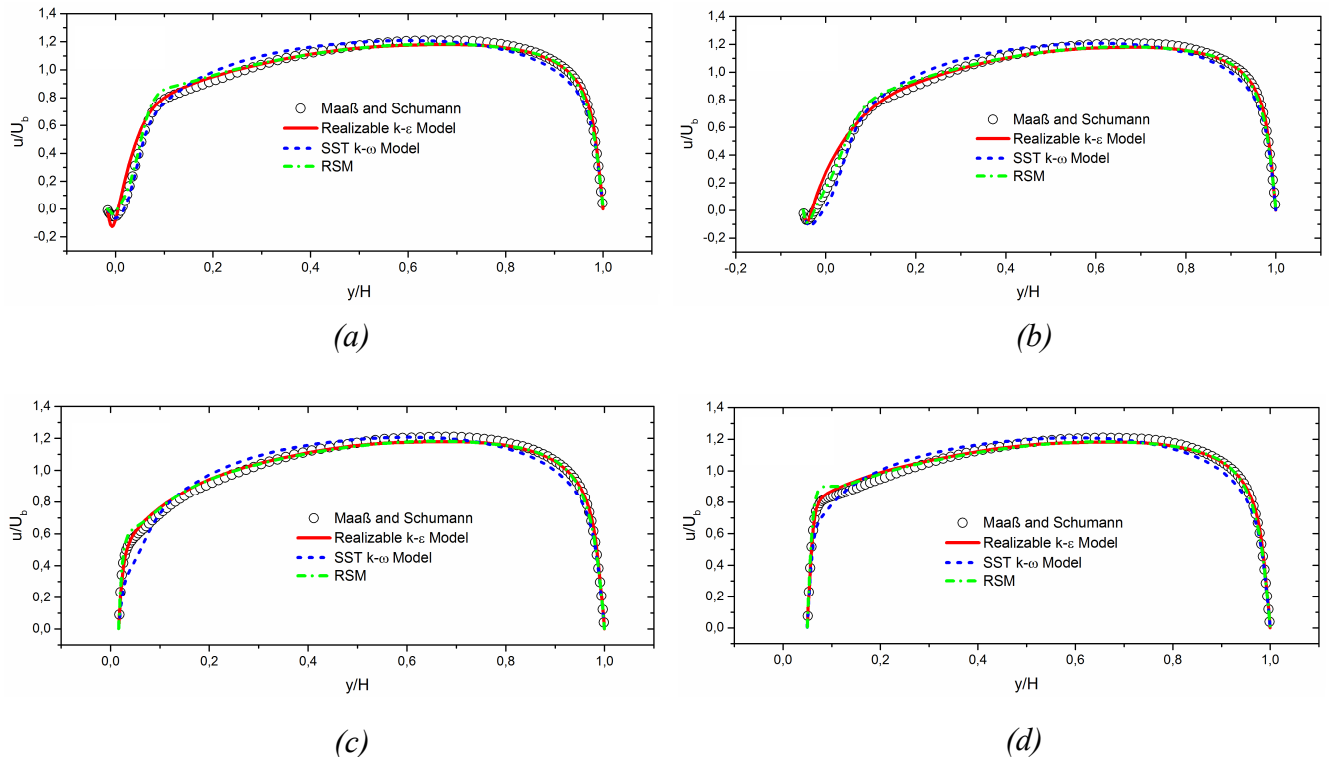


Figure IV.9 : Profil de vitesse ( $u$ ) dans la section droite au :

(a) divergent ; (b) Creux ; (c) Convergent ; (d) Sommet

Près de la paroi ondulée et pour les positions divergent et creux, le modèle  $RSM$  donne des résultats plus proche de ceux de la  $DNS$ . Pour les positions convergent et sommet, nous avons les mêmes résultats que ceux de la  $DNS$  pour les modèles  $k-\varepsilon$  Realizable et  $RSM$ . Ceci montre que le choix de la loi de paroi utilisée est très satisfaisant.

Loin de la paroi ondulée, le modèle  $RSM$  est toujours plus proche des résultats de [12] que les deux autres modèles. On remarque aussi un léger éloignement du modèle  $k-\omega$  SST et  $RSM$ , caractérisé par la déviation du profil de vitesse selon les positions respectives : sommet, divergent, convergent et creux, pour le modèle  $RSM$  et convergent, sommet, creux et divergent pour le modèle  $k-\omega$  SST.

#### IV.4.2 Evolution de la composante transversale de la vitesse ( $v$ )

Cette évolution est donnée par la figure IV.10. Pour les quatre positions, les prédictions numériques par les trois modèles sont en bon accord avec les résultats de la *DNS*, à l'exception de la position divergent (pour le modèle  $k-\varepsilon$  Realizable) et les positions creux et convergent (pour le modèle  $k-\omega$  SST) où un écart très prononcé est remarqué près de la paroi ondulée.

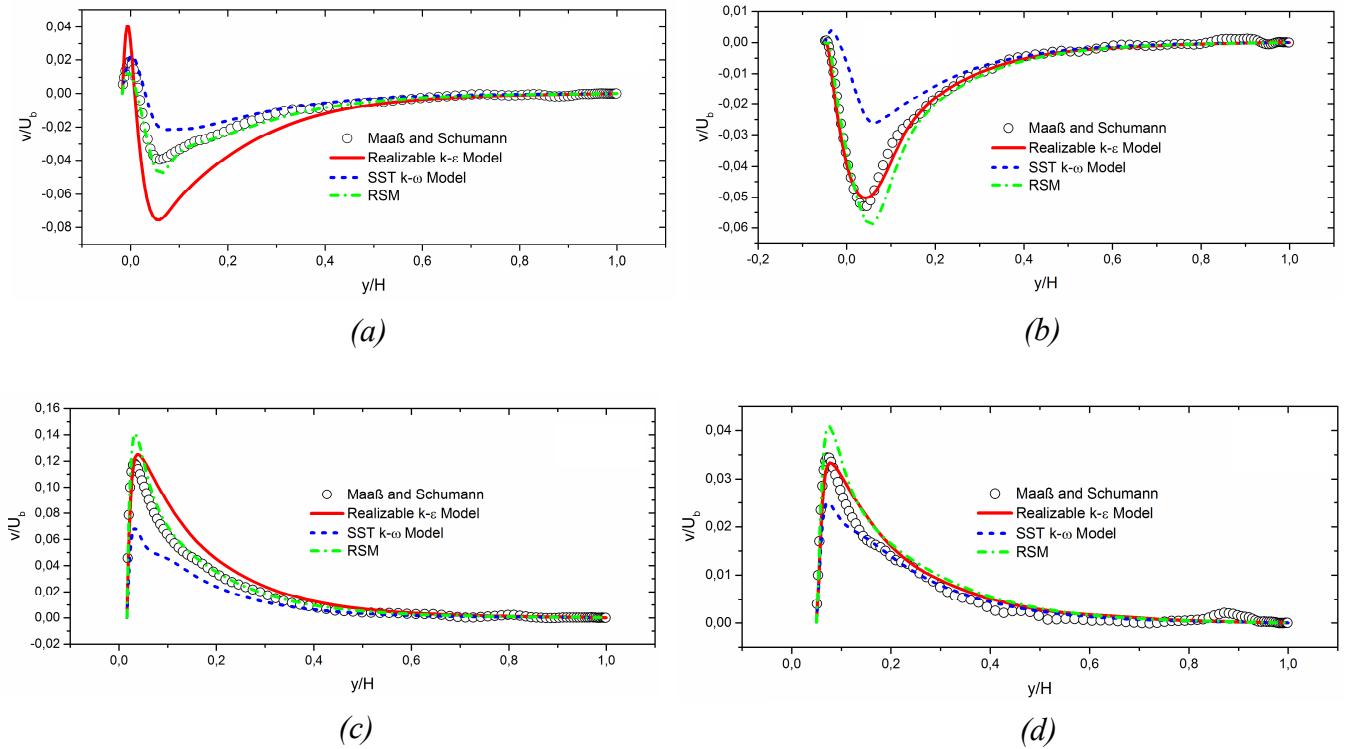


Figure IV.10 : Profil de vitesse ( $v$ ) dans la section droite au :

(a) divergent ; (b) Creux ; (c) Convergent ; (d) Sommet.

#### IV.4.3 Evolution de l'énergie cinétique turbulente ( $k$ )

La figure IV.11 montre la variation de l'énergie cinétique pour les quatre positions. On remarque une bonne concordance entre les modèles  $k-\varepsilon$  Realizable et *RSM* et la *DNS* à l'exception des positions convergent et sommet où une légère déviation apparaît. Par contre, et contrairement aux résultats des profils des vitesses, le modèle  $k-\omega$  SST paraît insuffisant à prédire l'évolution de l'énergie cinétique turbulente. De ces résultats on peut voir que l'énergie cinétique turbulente près de la paroi ondulée est plus grande que celle près de la paroi plane.

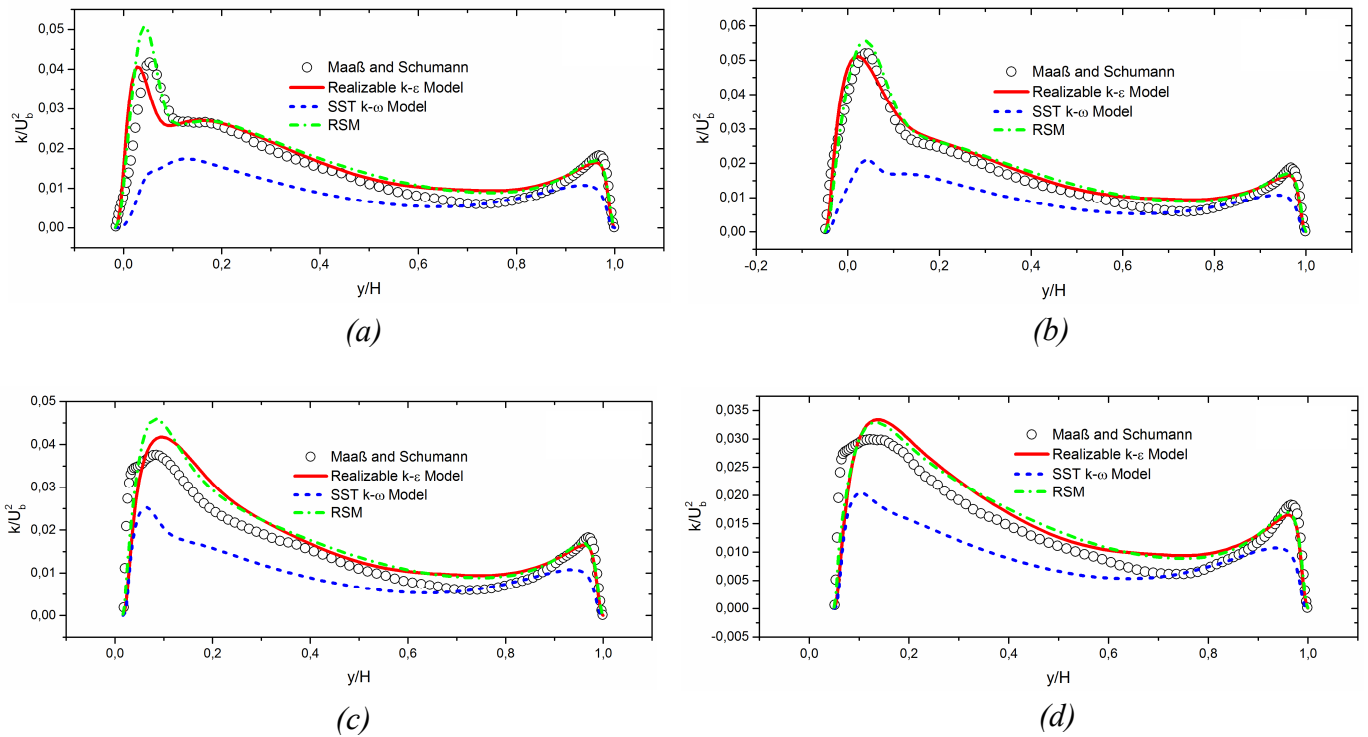
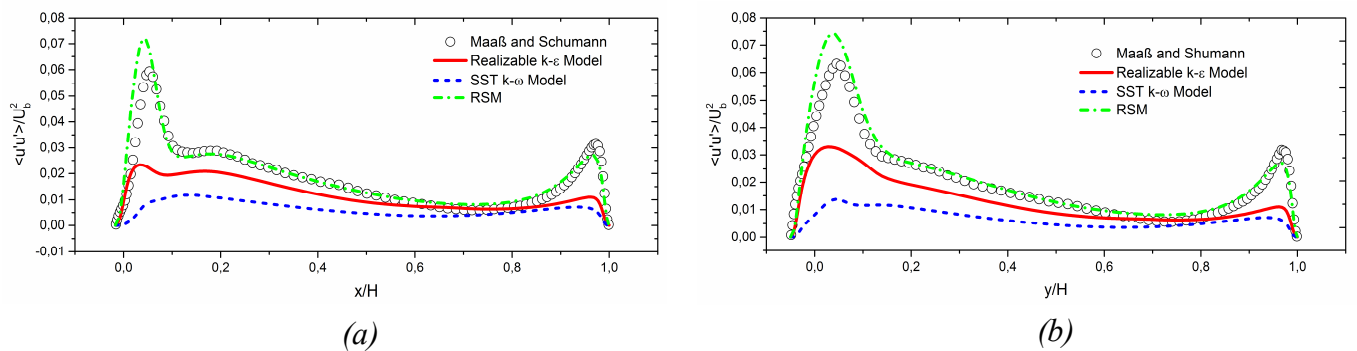


Figure IV.11 : Profil de l'énergie cinétique ( $k$ ) au :

(a) divergent ; (b) Creux ; (c) Convergent ; (d) Sommet.

#### IV.4.4 Evolution du tenseur longitudinal de Reynolds ( $\overline{u'u'}$ )

Pour les quatre positions (figure IV.12, il y a une bonne concordance entre le modèle *RSM* et la *DNS* à l'exception du convergent et du sommet où on remarque une légère déviation. Cependant les résultats du modèle  $k-\varepsilon$  Realizable et ceux en particulier du modèle  $k-\omega$  SST ne se superposent pas parfaitement avec les résultats de la *DNS*.



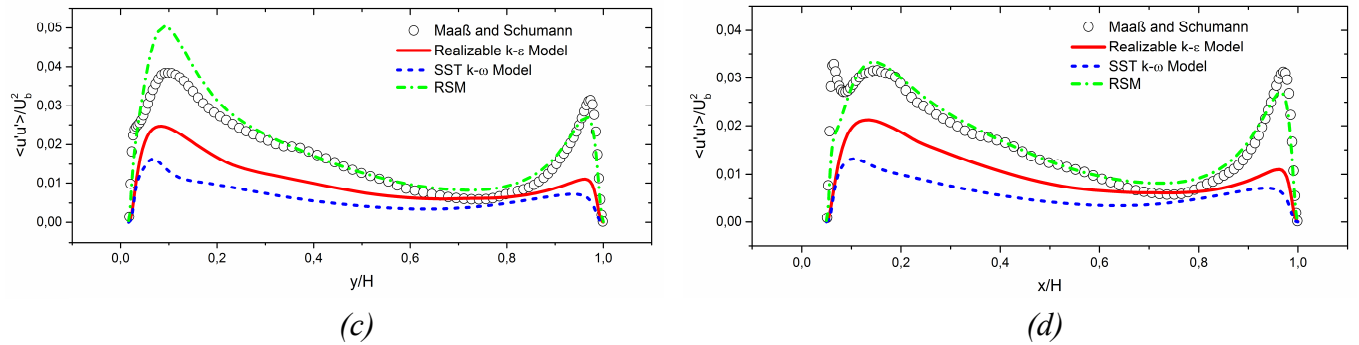


Figure IV.12 : Profil du tenseur longitudinal  $\langle u'u' \rangle$  au :

(a) divergent ; (b) Creux ; (c) Convergent ; (d) Sommet.

#### IV.4.5 Evolution du tenseur transversal de Reynolds $\langle v'v' \rangle$

La figure IV.13, montre que le modèle *RSM* est toujours en bonne concordance avec la *DNS*. Concernant le modèle *k-ω SST* on remarque, à l'exception de la région près de la paroi supérieure plane, que les résultats se superposent parfaitement avec ceux de la *DNS* ; contrairement au modèle *k-ε Realizable* dont les résultats sont très éloignés.

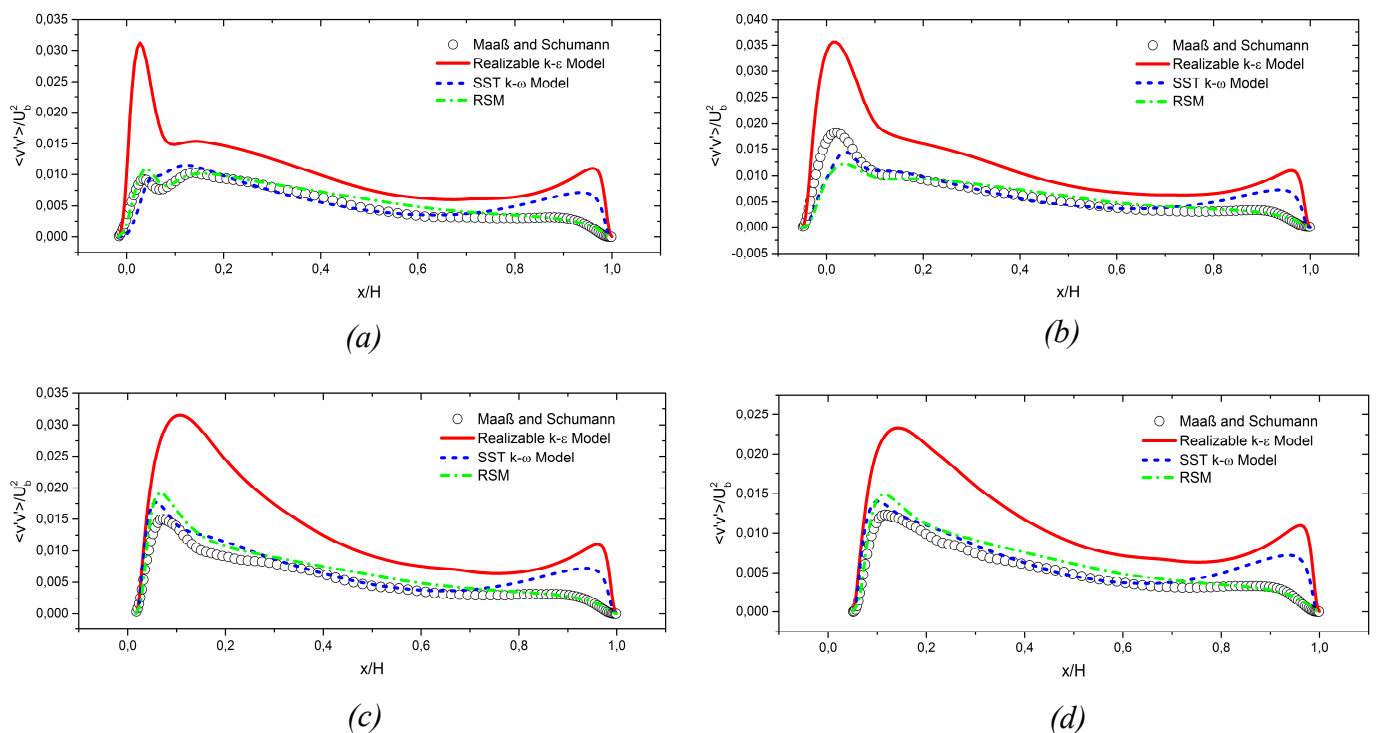


Figure IV.13 : Profil du tenseur transversal  $\langle v'v' \rangle$  au :

(a) divergent ; (b) Creux ; (c) Convergent ; (d) Sommet.

#### IV.4.6 Evolution du tenseur croisé de Reynolds ( $\overline{u'v'}$ )

La figure IV.14 confirme la robustesse du modèle *RSM* à prédire l'évolution du tenseur ( $\overline{u'v'}$ ). Quant au modèle  $k-\varepsilon$  Realizable, on remarque une bonne concordance avec la *DNS* pour les positions divergent, creux et convergent, par contre pour le sommet, les résultats sont éloignés près de la paroi ondulée. L'écart entre les résultats du modèle  $k-\omega$  SST et ceux de la *DNS* est très remarquable et ce pour les quatre positions.

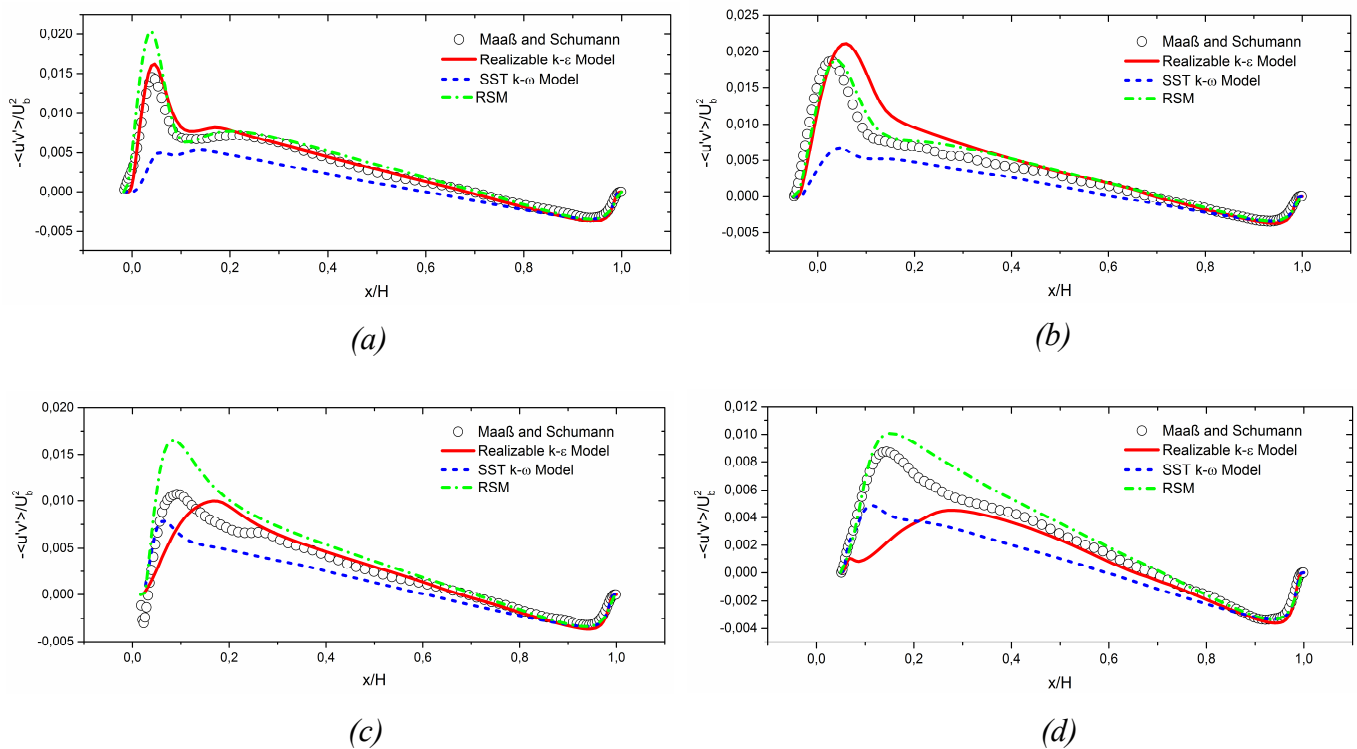


Figure IV.14 : Profil du tenseur croisé ( $\overline{u'v'}$ ) au :

(a) divergent ; (b) Creux ; (c) Convergent ; (d) Sommet.

#### IV.4.7 Evolution des Coefficients de pression et de frottement ( $C_p$ ), ( $C_f$ )

La répartition de ces deux coefficients le long de la paroi ondulée du canal est donnée par la figure IV.15. Le coefficient de pression augmente au creux et décroît au sommet. Quant au coefficient de frottement, c'est l'effet inverse qu'on remarque, une nette diminution dans le creux et une augmentation de sa valeur au sommet. Contrairement au modèle  $k-\varepsilon$  Realizable où l'écart est bien remarqué, la zone de recirculation (figure IV.16) est bien captée par les modèles  $k-\omega$  SST et *RSM*. En dehors de cette zone les résultats du modèle  $k-\varepsilon$  Realizable se superposent parfaitement avec ceux de la *DNS*.



En se basant sur la définition des points de séparation et de rattachement, comme étant les points où la contrainte de cisaillement à la paroi est nulle, le tableau IV.2 montre que les localisations de ces points prédites par les trois modèles *RANS*, sont presque confondues avec celles des *DNS* [12, 27] à l'exception du point de rattachement déterminé par le modèle *k- $\omega$  SST*.

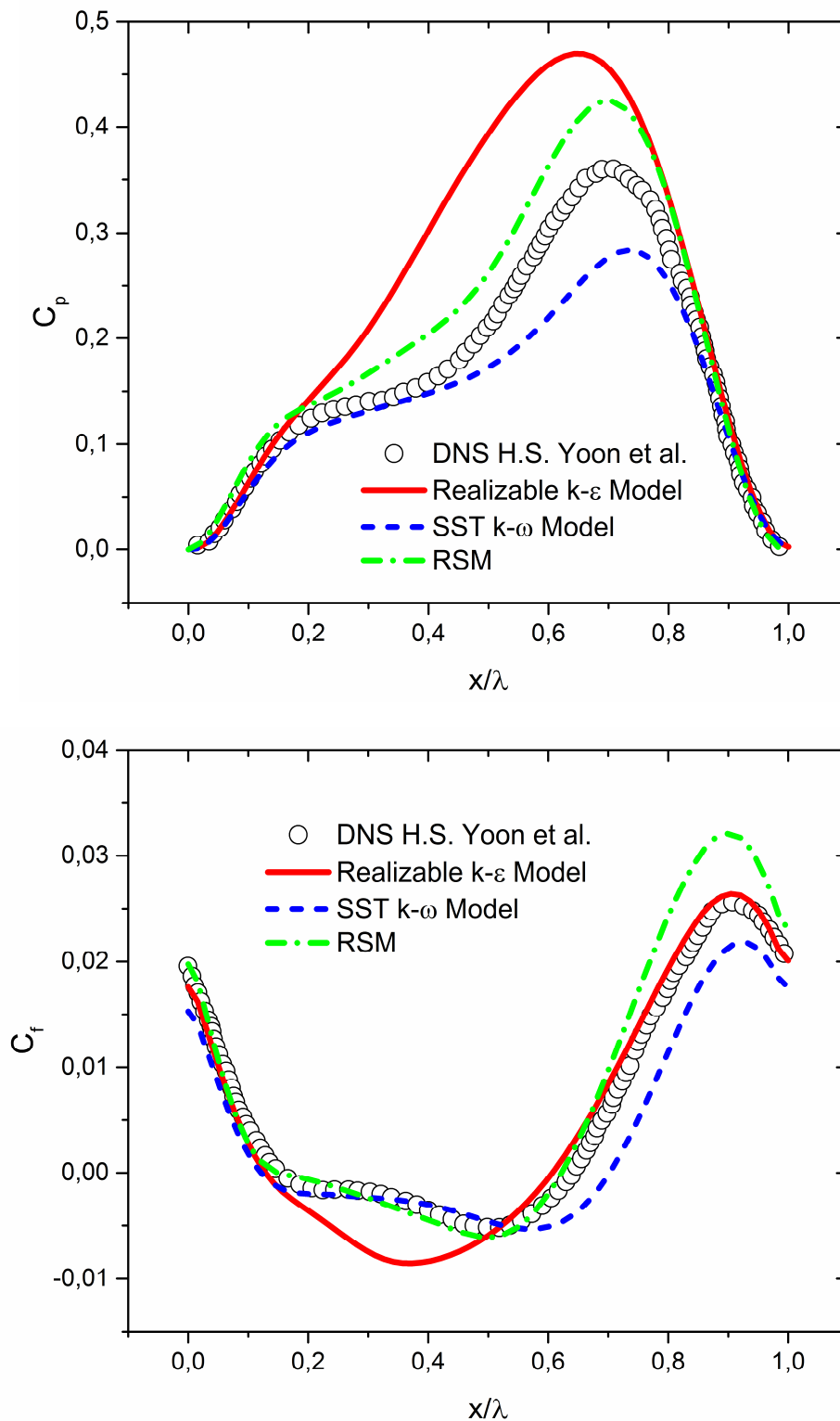


Figure IV.15 : Répartition des coefficients de  $(C_p)$  et  $(C_f)$  le long de la paroi ondulée.

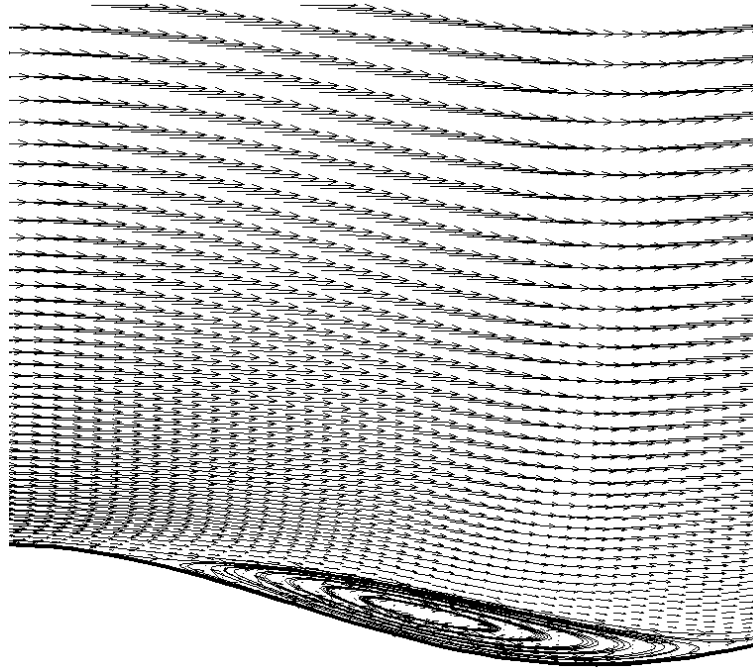


Figure IV.16 : Zone de recirculation près de la paroi ondulée.

	DNS [17]	DNS [33]	$k - \varepsilon$ Realizable	$k - \omega$ SST	RSM
<b>Séparation</b> ( $x/H$ )	0.142	0.14	0.1288	0.1216	0.1501
<b>Rattachement</b> ( $x/H$ )	0.603	0.62	0.6068	0.7023	0.6220

Tableau IV.2 : Localisations des points de séparation et de rattachement.

## IV.5 Partie thermique

Les résultats obtenus avec le modèle aux tensions de Reynolds (*RSM*) dans la partie dynamique sont les plus proches de ceux de la *DNS*, nous avons donc opté pour ce modèle de fermeture quant à la prédiction du comportement thermique caractérisé par la variation du nombre de Nusselt.

### IV.5.1 Validation du code ANSYS FLUENT

Nous allons dans cette partie modéliser l'écoulement turbulent et le transfert de chaleur de la configuration d'un canal rectangulaire pour valider le code commercial ANSYS FLUENT. Ainsi, cette première partie est consacrée à la vérification des résultats obtenus par nos simulations par rapport à des corrélations empiriques.

Selon [29], on distingue différentes zones en fonction de la longueur de la conduite (figure IV.17 a). Dans la zone proche de l'entrée, le profil de vitesse transversal dépend des conditions à l'entrée de la conduite et évolue avec la distance  $x$ . Plus loin dans la conduite, le régime est dit établi du fait que le profil de vitesse ne varie plus dans le sens de la longueur de la conduite. On appelle longueur d'entrée ou d'établissement dynamique,  $L_h$ , la distance depuis l'entrée de la conduite à partir de laquelle commence le régime établi (bien qu'en réalité la transition entre les deux zones ne soit pas aussi nette).

En régime turbulent, les longueurs d'entrée sont relativement courtes, typiquement :

$$10 \leq \frac{L_h}{D} \leq 60.$$

On trouve également dans la littérature l'expression suivante :

$$\frac{L_h}{D} \simeq 4,4 \text{ Re}_D^{1/6} \quad (\text{IV.2})$$

A cet effet et avec un nombre de Reynolds  $\text{Re} = 6760$ , le domaine de calcul s'étend sur une longueur  $L$  égale à 25 fois la hauteur du canal  $H$  (figure IV.18).

Pour vérifier que le régime turbulent est établi, nous avons pris trois profils de vitesse longitudinales à différentes positions ( $\frac{x}{H} = 21$ ,  $\frac{x}{H} = 23$  et  $\frac{x}{H} = 25$ ) comme le montre la figure IV.19. On voit bien que les trois profils sont parfaitement superposés.

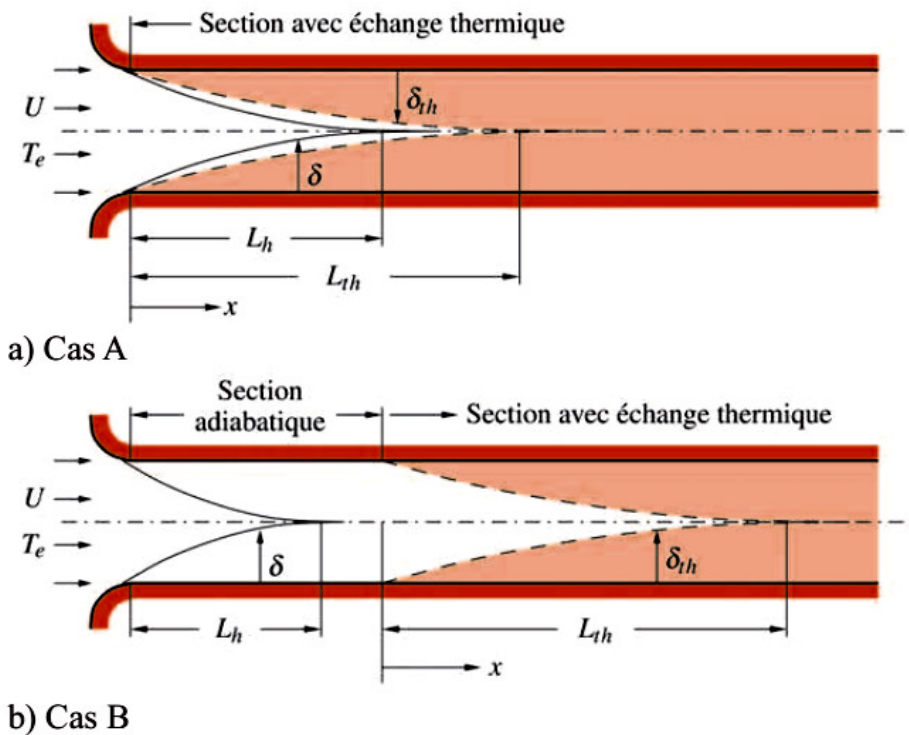


Figure IV.17 : Longueurs d'établissement dynamique et thermique :  
 (a) le transfert thermique commence à l'entrée de la conduite,  
 (b) le transfert thermique commence après une section adiabatique, [29].

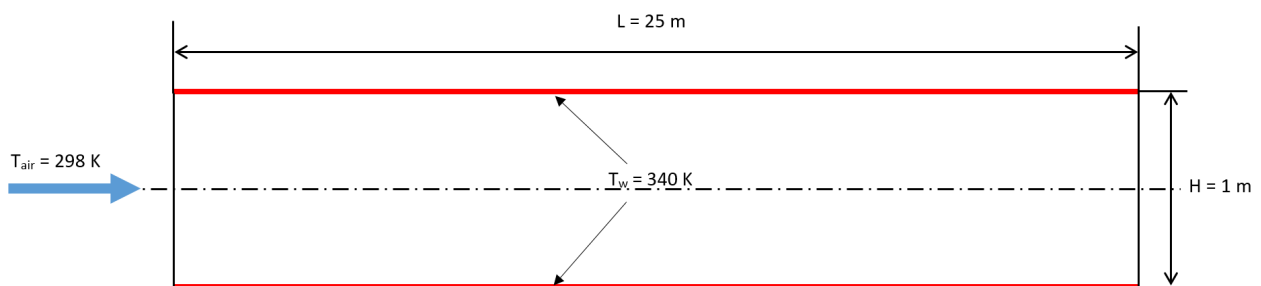


Figure IV.18 : Domaine de calcul : Canal rectangulaire avec paroi plane.

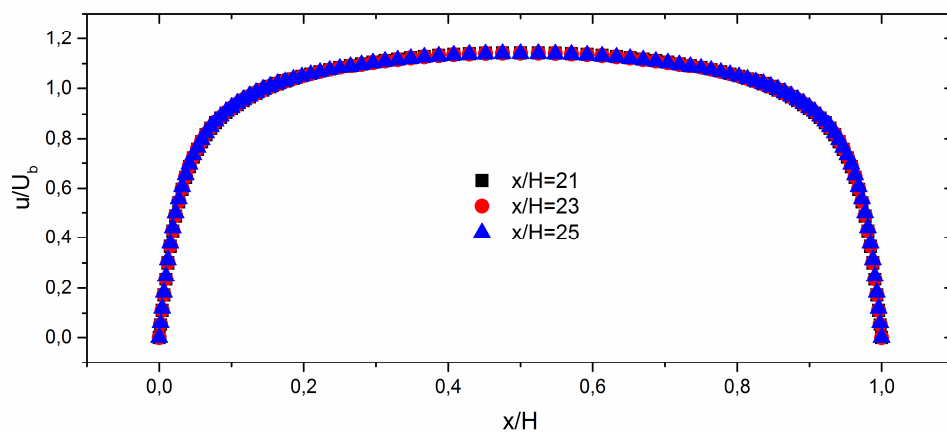


Figure IV.19 : Profils des vitesses aux positions :  $x/H=21$ ,  $23$  et  $25$ .

Les prévisions du modèle de turbulence *RSM* pour le profil de vitesse adimensionnelle  $u^+$  en fonction de  $y^+$ , sont presque confondues avec les lois universelles dans les régions : pariétale, logarithmique et à l'extrémité de la couche limite (figure IV.20). Ceci montre le bon choix de la loi de paroi utilisée

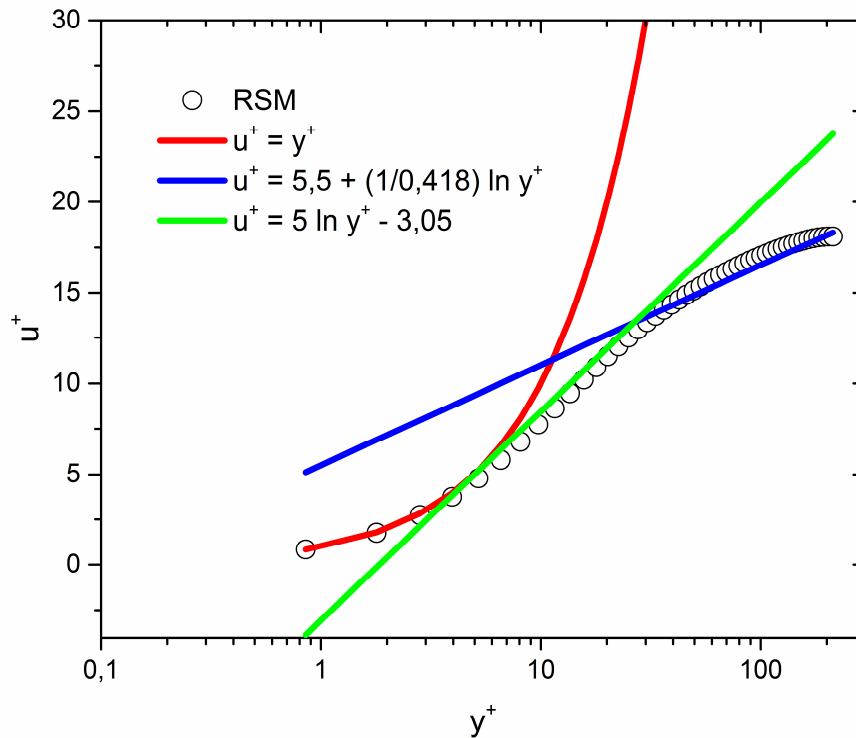


Figure IV.20 : Profil de vitesse ( $u^+$ ) en  $x/H = 22$ .

La validation du champ thermique est effectuée à partir de la corrélation de Gnielinski [29] donnant nombre de Nusselt

Il existe quelques corrélations historiques pour un écoulement turbulent en régime établi dans une conduite lisse. La corrélation de Colburn [29] a été obtenue à partir de l'analogie de Reynolds – Colburn et de la relation empirique  $f = 0,184 Re_D Pr^{1/3}$ . Elle s'écrit :

$$Nu = (f/8) Re_D Pr^{1/3} = 0,023 Re_D^{4/5} Pr^{1/3} \quad (IV.3)$$

Elle est valable pour  $Pr \geq 0,5$  et  $2 \cdot 10^4 < Re_D < 10^6$ . Une corrélation légèrement différente, attribuée à Dittus et Boelter [35] (mais modifiée depuis) s'écrit :

$$Nu = 0,023 Re_D^{4/5} Pr^n \quad (IV.4)$$

où  $n = 0,4$  pour un chauffage et  $n = 0,3$  pour un refroidissement du fluide. Cette corrélation est valable pour  $0,7 \leq Pr \leq 160$ ,  $Re_D \geq 10^4$  et  $L/D \geq 60$ .

Cependant, les corrélations précédentes conduisent à des incertitudes importantes, d'environ

25%, dans le domaine  $0,7 < \text{Pr} < 100$ . Une corrélation plus précise pour une conduite hydrauliquement lisse est proposée par Petukhov [35], puis légèrement modifiée par Gnielinski [35] :

$$\text{Nu} = \frac{(f/8)\text{Re}_D \text{Pr}}{1,07 + 12,7\sqrt{(f/8)}(\text{Pr}^{2/3} - 1)} \quad (\text{IV.5})$$

où  $f = (0,78 \ln \text{Re}_D - 1,5)^{-2}$  est le coefficient de frottement pour une conduite lisse d'après l'expression explicite de Konakov [29]. L'incertitude est de 5 à 6% pour  $0,5 < \text{Pr} < 140$ ,  $10^4 < \text{Re}_D < 10^6$  et de 10% pour  $0,5 < \text{Pr} < 2000$ .

Plus tard, Gnielinski a montré que le domaine de validité peut s'étendre jusqu'au nombre de Reynolds de transition, en modifiant légèrement l'équation (IV.5) :

$$\text{Nu} = \frac{(f/8)(\text{Re}_D - 1000)\text{Pr}}{1 + 12,7\sqrt{(f/8)}(\text{Pr}^{2/3} - 1)} \quad (\text{IV.6})$$

où  $f = (0,790 \ln \text{Re}_D - 1,64)^{-2}$ . Cette corrélation est valable pour  $0,5 \leq \text{Pr} \leq 2000$  et  $2300 \leq \text{Re}_D \leq 5 \cdot 10^6$ .

**Remarque :** Le nombre de Nusselt dans une conduite non-cylindrique est obtenu en remplaçant le diamètre  $D$  par le diamètre hydraulique  $D_h$  défini par  $D_h = \frac{4A_c}{p}$  (où  $A_c$  est l'aire de la section du tube et  $p$  est le périmètre mouillé) dans les définitions des nombres adimensionnels  $\text{Re}_D$  et  $\text{Nu}$ , et en utilisant les corrélations relatives à la conduite cylindrique. Dans notre cas (2D),  $D_h = H$ .

La figure IV.21, montre une comparaison entre les résultats de la variation du nombre de Nusselt local le long de la paroi plane et la corrélation de Gnielinski. On constate qu'ils sont complètement confondus (un écart de 1%), ce qui confirme la robustesse du modèle *RSM* quant à la prédiction du champ thermique.

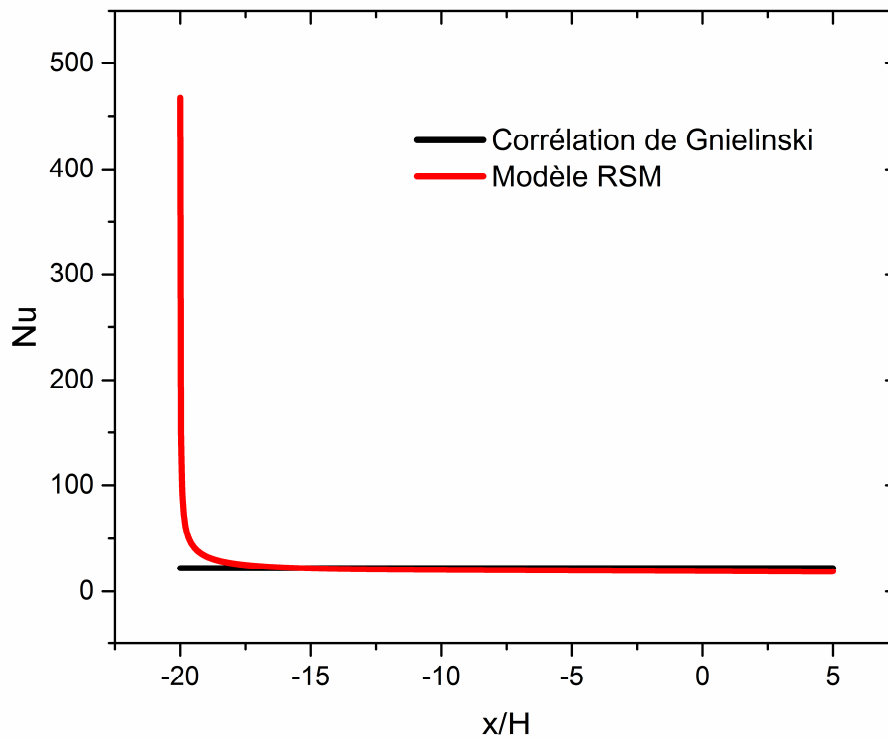


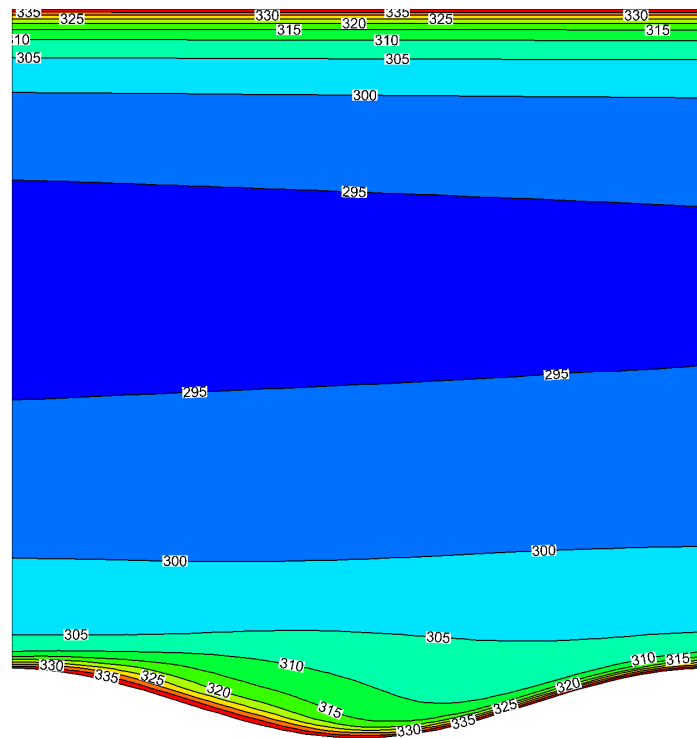
Figure IV.21 : Nombre de Nusselt local :

Comparaison entre le modèle RSM et la corrélation de Gnielinski.

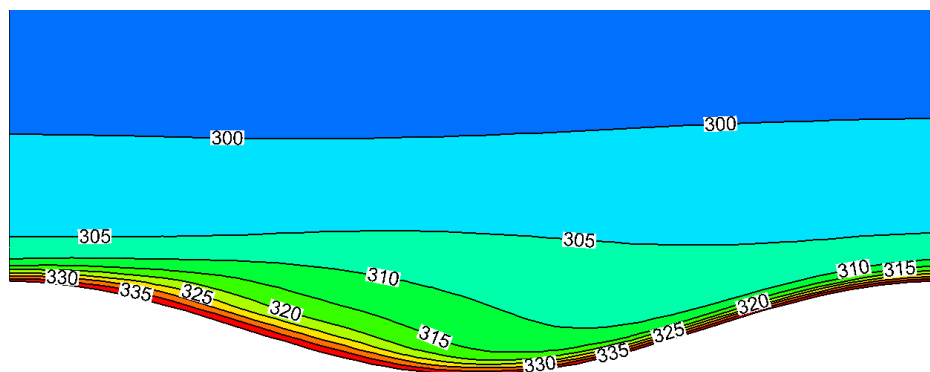
#### IV.5.2 Profils de température pour le canal à paroi inférieure ondulée

La figure IV.22.a, représente le contour des profils de température. On remarque dans la figure IV.22.b, que ces profils suivent parfaitement la géométrie de l'écoulement près de la paroi avec un aplatissement et un tassement de la couche limite thermique. Il résulte un contact serré entre la paroi et le fluide, ce qui entraîne un bon transfert thermique.

Nous remarquons également que les contours de la température qui sont représentés par des droites dans le cas d'une paroi plane, sont complètement déformés dans la zone de recirculation ; la couche limite est par conséquent brisée, créant ainsi les tourbillons.



(a)



(b)

Figure IV.22 : Contour des profils de la température (une ondulation) :

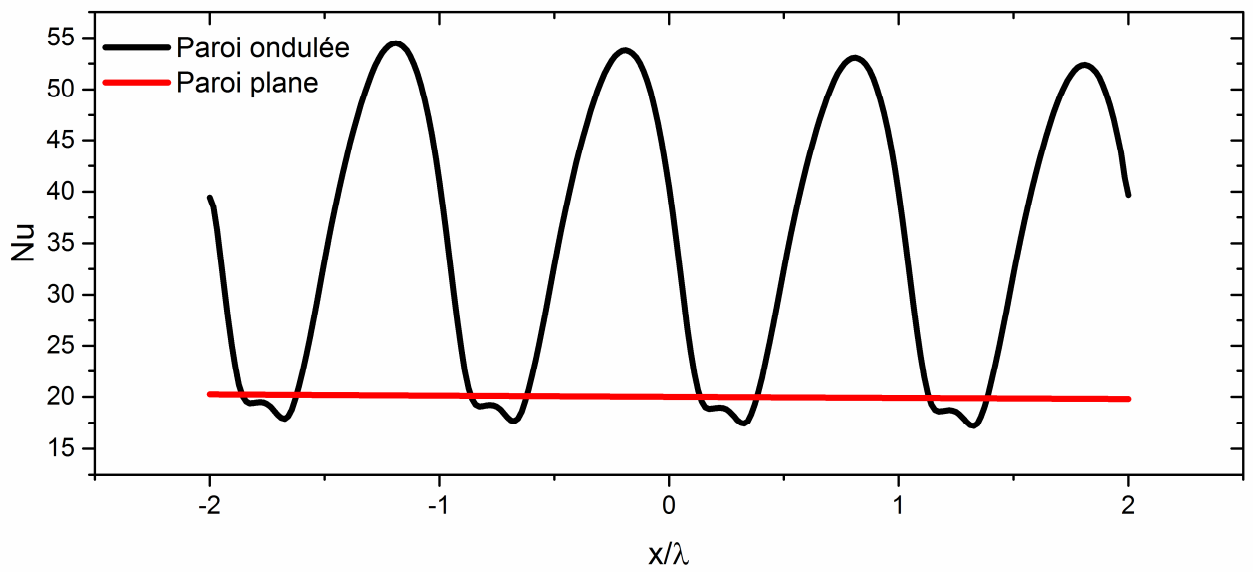
(a) Section droite ; (b) Près de la paroi ondulée.

### IV.5.3 Nombre de Nusselt

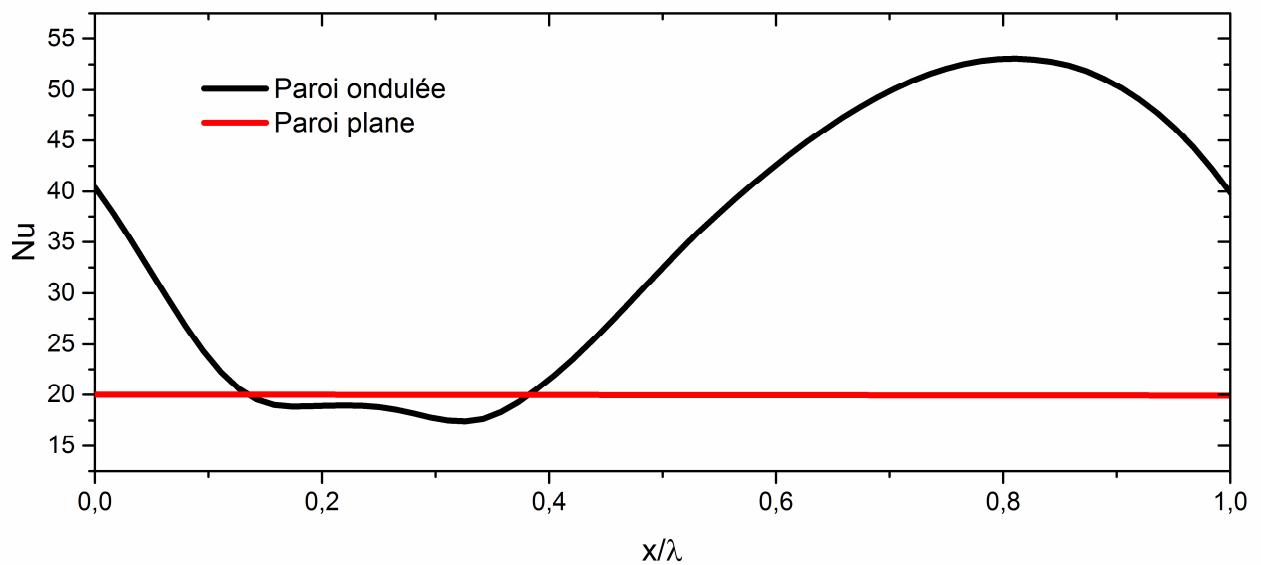
La figure IV.23.a, montre la variation du nombre de Nusselt local le long de la paroi ondulée du canal comparée à celle de la paroi plane. On remarque en moyenne une augmentation nette du nombre de Nusselt au niveau des ondulations. Une partie de cette comparaison (pour une seule ondulation) est présentée dans la figure IV.23.b, où on remarque que la variation du nombre de Nusselt est constante et indépendante du régime d'écoulement pour la paroi plane. Pour la paroi ondulée le nombre de Nusselt diminue entre les positions divergent et creux puis augmente jusqu'à



atteindre sa valeur maximum au convergent pour diminuer de nouveau.



(a)



(b)

Figure IV.23 : Variation du nombre de Nusselt local :

(a) domaine d'étude (2D) ; (b) Une seule ondulation.

Globalement la paroi ondulée entraîne une augmentation du nombre de Nusselt et des pertes de charges, mais favorise la diffusion et donc un mélange turbulent.

## IV.6 Possibilités d'augmentation du nombre de Nusselt

L'étude bibliographique traitée dans le premier chapitre a montré que le transfert de chaleur croît avec le nombre de Reynolds ou avec la modification de la géométrie du système. Cette dernière, nous a amené à proposer trois nouvelles géométries :

- la première, inspirée du travail de A. Nakayama et K. Sakio [01], consiste à rendre la paroi ondulée rugueuse en créant une double ondulation (figure IV.24).
- la deuxième est une proposition originale. Elle consiste à modifier la fonction de l'ondulation (équation IV.1) pour avoir une suite d'arcs convexes (figure IV.25).
- la troisième est obtenue en faisant pivoter verticalement la deuxième configuration, afin d'avoir des arcs concaves (la figure IV.26).

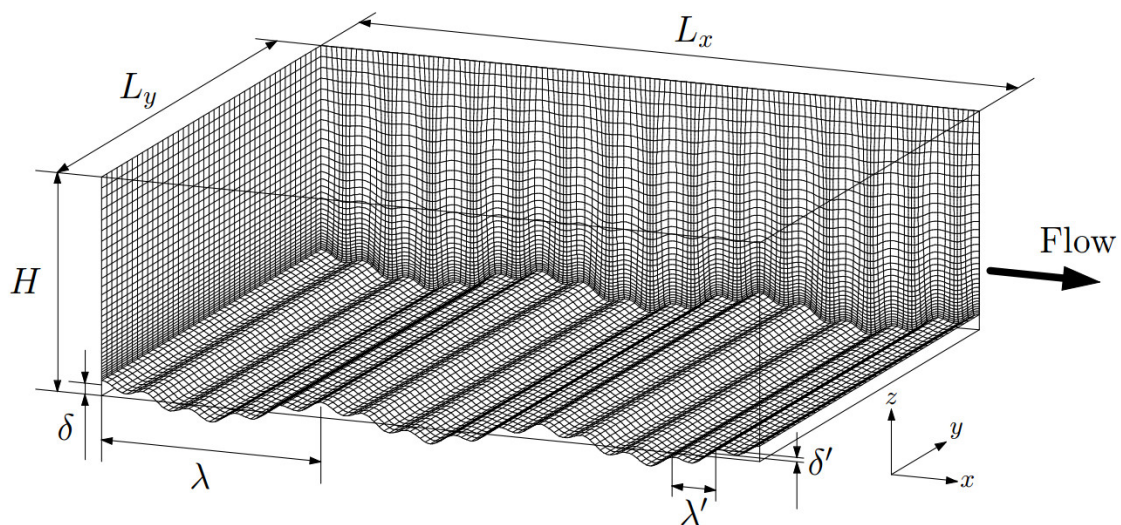


Figure IV.24 : Vue en perspective du domaine numérique (Nakayama et Sakio), [01].

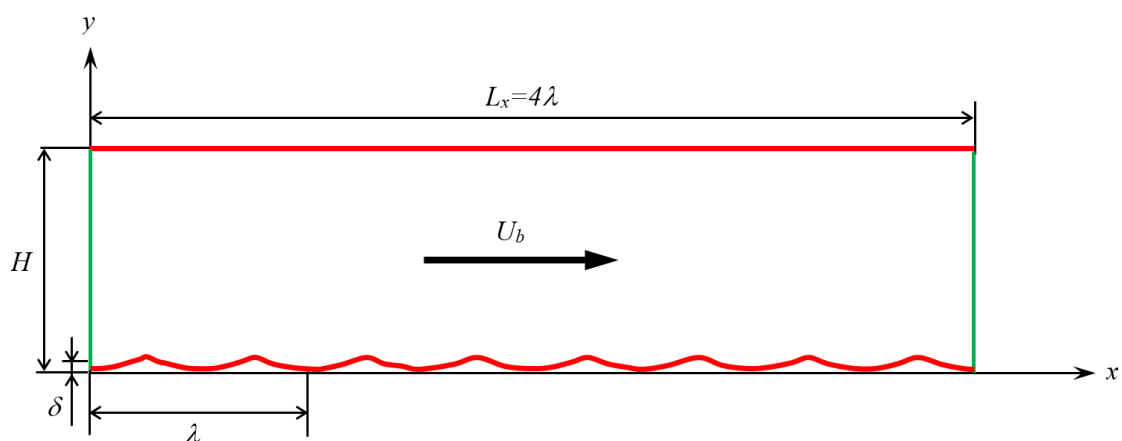


Figure IV.25 : Cas 01 : Arcs convexes.

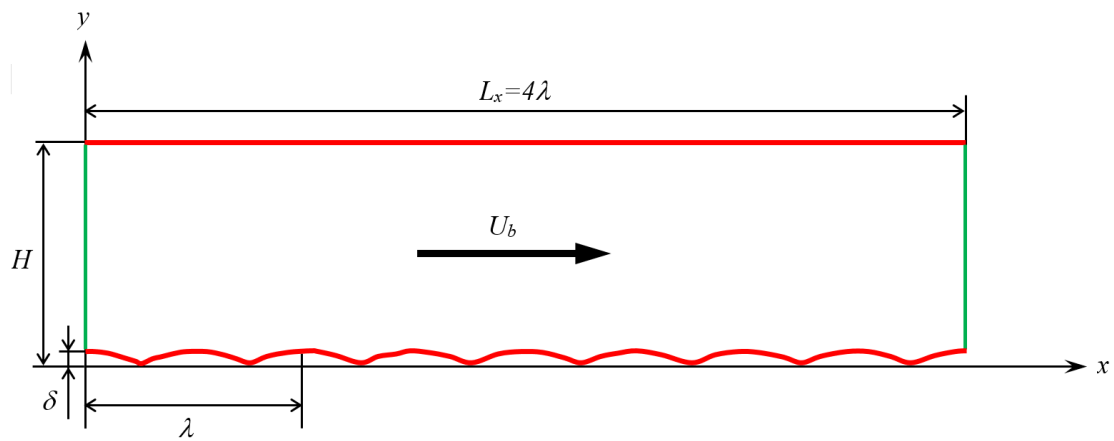


Figure IV.26 : Cas 02 : Arcs concaves.

Afin de voir l'effet de la géométrie, nous avons gardé les mêmes conditions aux limites pour ces nouvelles géométries avec des grilles de calcul composées de  $(512 \times 96)$  cellules pour la première proposition et de  $(256 \times 96)$  cellules pour les deux autres.

La figure IV.27 présente une comparaison des variations du nombre de Nusselt pour les différentes configurations.

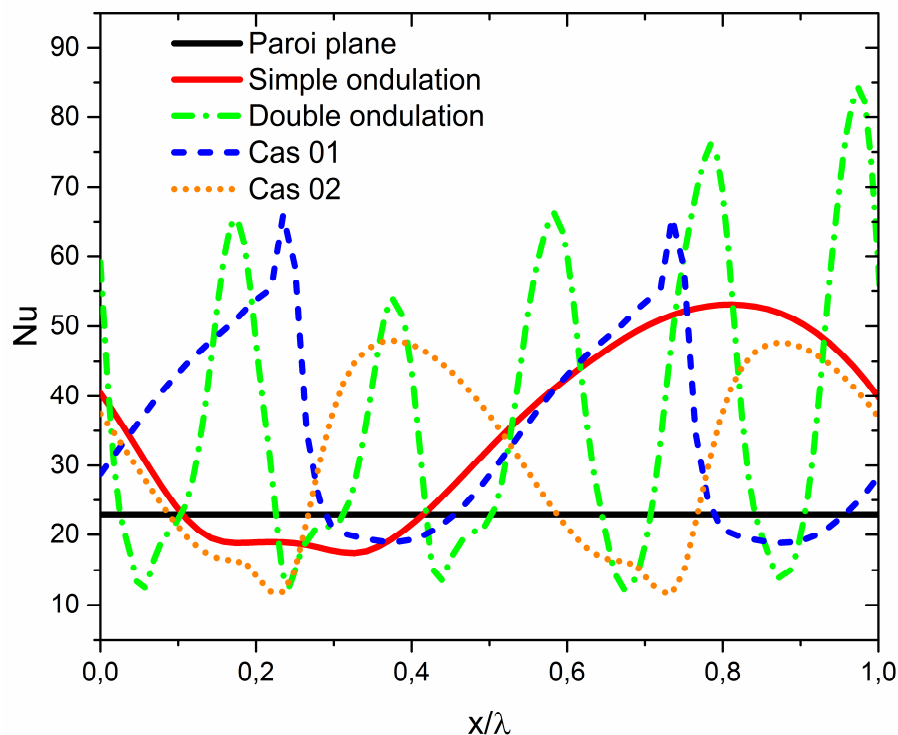


Figure IV.27 : Influence des géométries sur le nombre de Nusselt.

On remarque une nette augmentation du nombre de Nusselt dans les nouvelles configurations par rapport à la simple ondulation. Cette dernière est le siège de la plus longue zone de recirculation

due au décollement de la couche limite de la paroi, qui est un phénomène physique néfaste. Ceci montre que ces configurations ont permis de briser cette zone et par conséquent de minimiser sa longueur.

# **Conclusions générales et perspectives**

---

# Conclusions générales et perspectives

---

## Conclusions générales

La présente étude est basée sur la modélisation et la simulation numérique d'un écoulement turbulent décollé avec transfert de chaleur sur une paroi ondulée.

La démarche abordée dans cette étude a été :

- d'une part, d'étudier numériquement la topologie de l'écoulement et le transfert thermique dans un canal dont la paroi supérieure est plane et la paroi inférieure ondulée ; afin de comprendre les différents mécanismes physiques y régnant. La comparaison des résultats obtenus (côté hydrodynamique) des trois modèles de turbulence ( $k - \varepsilon$  Realizable,  $k - \omega$  SST et  $RSM$ ) du code commercial ANSYS FLUENT 6.3.26 a montré que les trois modèles sont proches en moyenne de ceux de la  $DNS$  [12, 27]. Cependant le modèle ( $RSM$ ), malgré sa mise en œuvre très délicate (nécessite plus de temps de calcul et d'espace mémoire), est préférable pour avoir une meilleure représentation du tenseur de Reynolds, il est en meilleur accord avec la  $DNS$  que les deux autres modèles basés sur la notion d'isotropie de la turbulence qui constitue une des principales limitations des modèles à deux équations.
- d'autre part, de proposer une amélioration des échanges thermiques dans ce type de configurations. Cette proposition consiste à modifier la géométrie du système ; trois cas sont donc testés : le premier inspiré du travail de [01], le deuxième et le troisième cas sont des propositions originales.

## **Perspectives**

La simulation numérique des écoulements turbulents (CFD) devenue un outil incontournable très performant pour la prédétermination et la compréhension de certains phénomènes liés à la turbulence et qui permet d'accéder à certaines configurations et à des zones d'écoulement inaccessibles par la voie expérimentale, nous a permis d'envisager des possibilités pour augmenter le nombre de Nusselt.

Les résultats de ces essais ont montré que le nombre de Nusselt croît avec la surface d'échange. Cependant ces résultats thermiques doivent être validés par une étude expérimentale ou par l'utilisation d'une autre approche de simulation numérique plus élaborée telle que la simulation des grandes échelles (LES). Cette dernière constituera une perspective intéressante afin de mieux prendre en compte le caractère des mouvements secondaires influant sur le transfert convectif. Rappelons qu'une telle perspective exige des moyens de calcul très sophistiqués et coûteux.

Egalement, les résultats thermiques doivent être appuyés par les évolutions du coefficient de frottement et du coefficient de pression afin de chercher et choisir la configuration optimale permettant de minimiser les pertes de charge tout en assurant un gain de chaleur.

# **Annexe I**



---

## La génération du maillage du domaine de calcul

---

Le maillage est une représentation discrète du domaine de calcul divisant ce dernier en un nombre fini de cellules. Les différentes configurations présentées dans ce travail sont maillées à l'aide du logiciel ANSYS GAMBIT version 2.4.6 [21]. Ce "mailleur" nous offre un large choix de création de géométrie et de génération de maillage. Le raffinement du maillage dans les zones sensibles des phénomènes étudiés est réalisé soit par la fonction "create boundary layer" qui consiste à définir une taille,  $a$ , de la première maille proche de la paroi, un rapport de grossissement  $b/a$  et un nombre de rangées désirées selon une profondeur  $D$ . La figure I.1 (a) schématise brièvement le principe de cette méthode. Le maillage peut être aussi effectué par la fonction "Mesh edge" où la distribution des mailles sur les entités désirées est réalisée en définissant la distance entre les nœuds ou leurs nombres. La distribution de ces nœuds sur les segments sera gérée par un rapport de longueur des intervalles,  $R = \frac{l_i + 1}{l_i}$  avec  $l_i$  la longueur d'un intervalle et  $l_i + 1$  celle du suivant (figure I.1 (b)). Ainsi, la finesse et la qualité du maillage sont bien maîtrisées avant d'effectuer les calculs dans FLUENT. Toutefois, le raffinement du maillage reste aussi possible sur ce dernier logiciel. FLUENT offre un certain nombre de fonctions pour modifier le maillage en divisant la taille de chacune des mailles par deux dans chaque direction  $(x, y, z)$ . Le menu "Adaptation de maillage" propose des raffinements basés sur les paramètres géométriques (raffinement de volume, de surface et de frontières) ou sur les résultats de la solution numérique (champs de pression ou de température). Les figures I.2 (a) et I.2 (b) illustrent un exemple du raffinement pour des cellules en 2D et 3D respectivement. Pour plus de détails le lecteur peut se référer à la documentation de FLUENT [25]. Lors de la réalisation des divers maillages des

géométries étudiées dans ce travail, nous avons veillé à respecter les conditions suivantes :

- Pour les trois modèles de turbulence utilisés, le traitement de la turbulence en proche paroi nécessite la vérification du critère  $1 \leq y^+ \leq 5$ . Cela correspond au calcul de la distance  $y_0$  de la première maille par rapport à la paroi pour satisfaire cette condition.

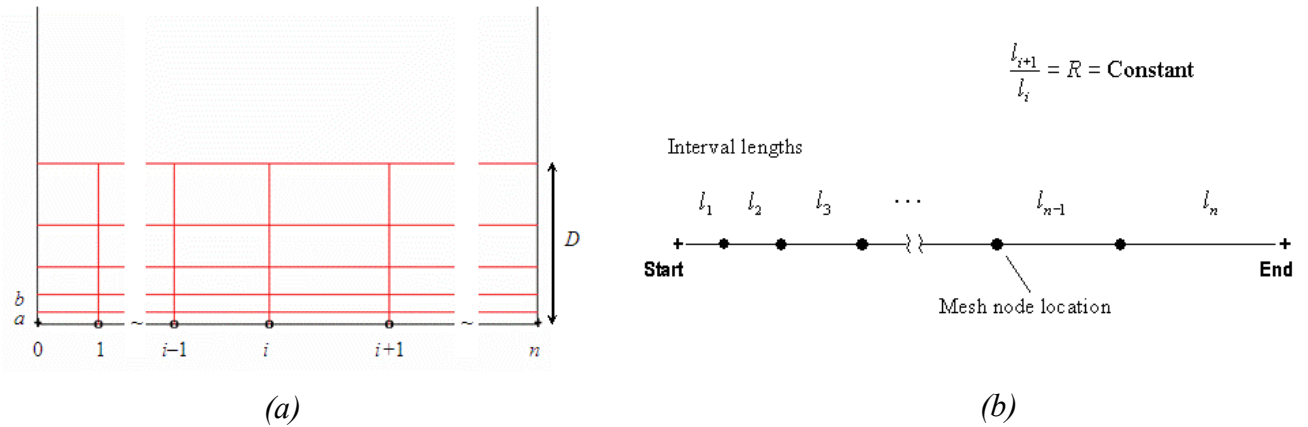


Figure A.1 : (a) Caractéristique d'une couche limite,  
(b) Distribution de mailles sur un segment.

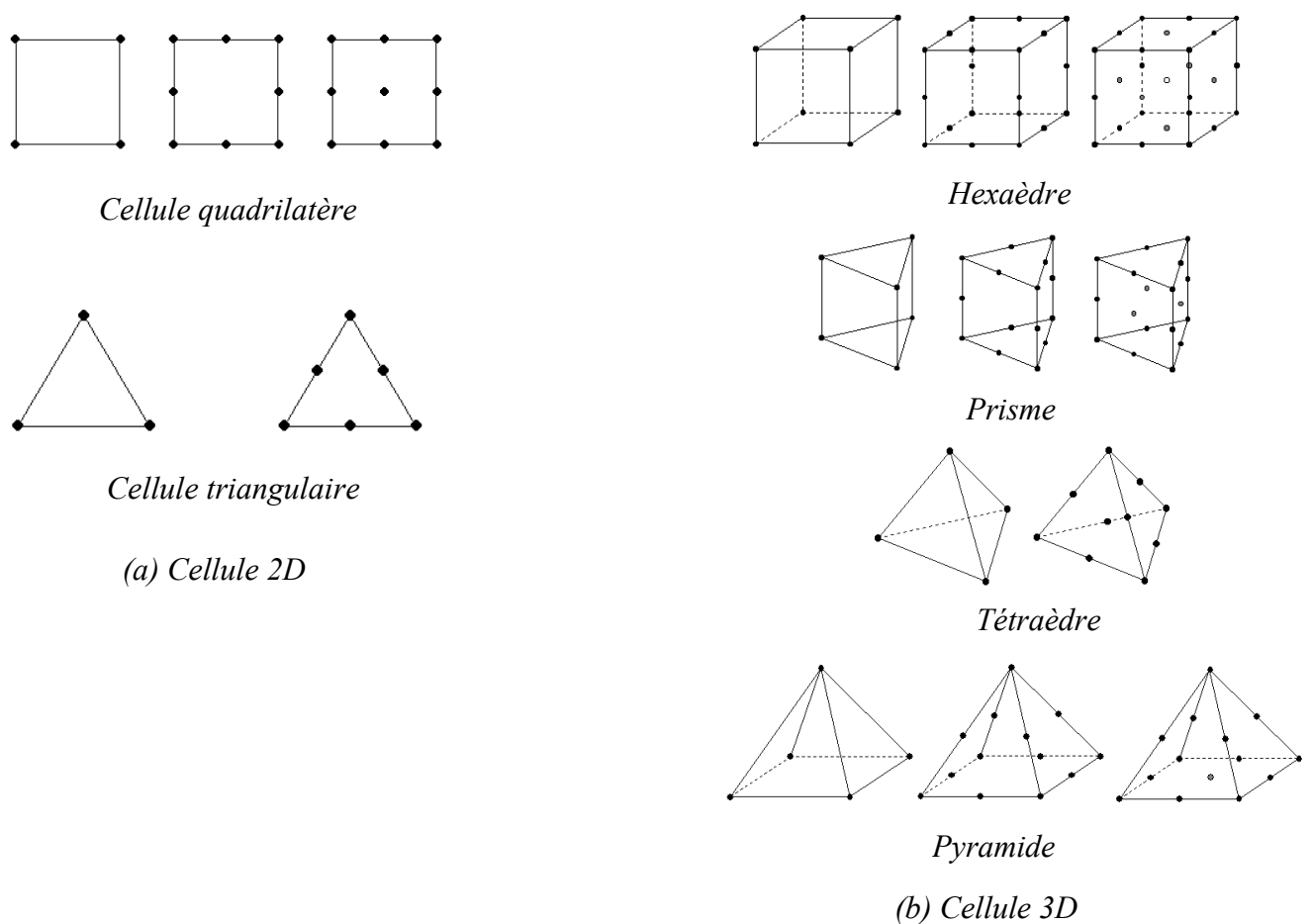


Figure A.2 : Exemple de raffinement de maillage sous FLUENT.

- La qualité du maillage a été contrôlée par deux critères : le rapport d'aspect,  $Q_{AR}$ , (Aspect ratio) et le biais "équi-angulaire",  $Q_{EAS}$  (Equi-angle skew). Le premier est la mesure de l'étirement d'une cellule. Pour des cellules quadrilatères et hexaédriques, il s'exprime par la relation suivante :

$$Q_{AR} = \frac{\max [e_1, e_2 \dots e_n]}{\min [e_1, e_2 \dots e_n]} \quad (I.1)$$

Où  $e_i$  est la longueur moyenne des segments dans la même direction ( $i$ ) (figure I.3(a)) et  $n$  est le nombre de toutes les directions associées à une cellule. Pour une cellule quadrilatère  $n = 2$  et pour une cellule hexaédrique  $n = 3$ .  $Q_{AR} = 1$  décrit une maille équilatérale et en général, on peut considérer que des mailles d'une bonne qualité ont un  $Q_{AR} \leq 5$ . Le deuxième critère  $Q_{EAS}$ , caractérise le défaut d'une maille par rapport à une maille "idéale" dont les angles seraient tous égaux. Ce critère correspond à la valeur maximale obtenue par l'expression suivante :

$$Q_{EAS} = \max \left\{ \frac{\theta_{\max} - \theta_e}{180 - \theta_e}, \frac{\theta_e - \theta_{\min}}{\theta_e} \right\} \quad (I.2)$$

où  $\theta_{\max}$  et  $\theta_{\min}$  sont, respectivement, les angles maximum et minimum sur la face d'une cellule (figure A.3(b)).  $\theta_e$  est un angle caractéristique qui est égale à  $60^\circ$  si la maille est triangulaire ou tétraédrique, et à  $90^\circ$  si la cellule est quadrilatère ou hexaédrique. Le tableau A.1 donne des indications sur la qualité du maillage en fonction des valeurs de  $Q_{EAS}$ .

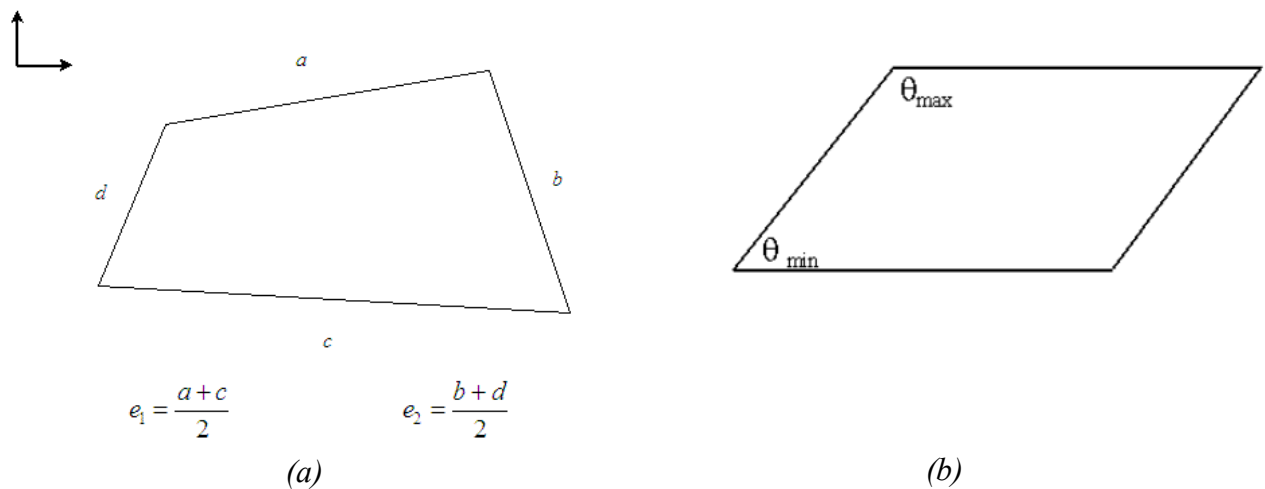


Figure A.3 : (a) caractéristique de  $Q_{AR}$  ; (b) caractéristique de  $Q_{EAS}$ .

$Q_{EAS}$	Qualité de maillage
$Q_{EAS} = 0$	Équilatéral (parfait)
$0 \leq Q_{EAS} \leq 0.25$	Excellent
$0.25 \leq Q_{EAS} \leq 0.5$	Bon
$0.5 \leq Q_{EAS} \leq 0.75$	Correct
$0.75 \leq Q_{EAS} \leq 0.9$	Médiocre
$0.9 \leq Q_{EAS} \leq 1$	Très médiocre
$Q_{EAS} = 1$	Dégénéré

Tableau A.1 : Qualité du maillage en fonction du biais équi-angulaire,  $Q_{EAS}$ .

Nous avons remarqué que le non-respect de ce critère mène à des solutions non physiques et parfois à des solutions numériques instables.

# **Annexe II**

---

## Algorithme SIMPLE

---

### II.1 Algorithme SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equation)

On se donne un champ de pression estimé au départ,  $P^*$ , par la suite on calcule le champ de vitesse  $(U^*, V^*)$ . Ce champ ne peut satisfaire l'équation de continuité, la pression  $P^*$  nécessite ainsi d'être corrigée et par conséquent  $(U^*, V^*)$  de manière à ce que l'équation de continuité soit vérifiée. Ceci étant l'objet de l'algorithme SIMPLE.

Les équations discrétisées pour les deux composantes de vitesse  $U$  et  $V$  sont données selon l'équation (§ III.11) par :

$$a_e U_e = \sum_i a_i U_i + A_e (P_P - P_E) + b \quad (\text{II.1})$$

$$a_n V_n = \sum_i a_i V_i + A_n (P_P - P_N) + b \quad (\text{II.2})$$

Pour un champ de vitesse  $(U^*, V^*)$  résultant d'un champ de pression  $P^*$  les équations (II.1) et (II.2) s'écrivent :

$$a_e U_e^* = \sum_i a_i U_i^* + A_e (P_P^* - P_E^*) + b \quad (\text{II.3})$$

$$a_n V_n^* = \sum_i a_i V_i^* + A_n (P_P^* - P_N^*) + b \quad (\text{II.4})$$

### II.2 Equation de correction de la vitesse

Soit  $P'$  la correction de pression. D'où, les composantes des corrections de  $U$  et  $V$  sont  $U'$  et  $V'$ . Ainsi, les champs corrigés de pression et de vitesse peuvent s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} P &= P^* + P' & (a) \\ U &= U^* + U' & (b) \\ V &= V^* + V' & (c) \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

Nous pouvons alors déduire les équations pour  $U'$  et  $V'$  en faisant la différence entre (II.1) et (II.2) et entre (II.3) et (II.4) :

$$a_e U'_e = \sum_i a_i U'_i + A_e (P'_P - P'_E) + b \quad (\text{II.6})$$

$$a_n V'_n = \sum_i a_i V'_i + A_n (P'_P - P'_N) + b \quad (\text{II.7})$$

En négligeant, dans le second membre, les termes qui sont aux nœuds voisins. On obtient :

$$U'_e = d_e (P'_P - P'_E) \quad (\text{II.8})$$

$$V'_n = d_n (P'_P - P'_N) \quad (\text{II.9})$$

$$d_i \equiv \frac{A_i}{a_i} \quad (i = e, w, n, s) \quad (\text{II.10})$$

On remplace (II.8) et (II.9) dans (II.5.b) et (II.5.c), respectivement, les valeurs corrigées des composantes de vitesse sont :

$$U_e = U_e^* + d_e (P'_P - P'_E) \quad (\text{II.11})$$

$$V_n = V_n^* + d_n (P'_P - P'_N) \quad (\text{II.12})$$

### III.6.2.2 Equation de correction de la pression

L'équation de continuité intégrée (§ III.5) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\left[ (\rho U)_e - (\rho U)_w \right] \Delta y + \left[ (\rho V)_n - (\rho V)_s \right] \Delta x = 0 \quad (\text{II.13})$$

En remplaçant  $U_e$ ,  $U_w$ ,  $V_n$ ,  $V_s$  par leurs expressions correspondantes (II.11) et (II.12), on aboutit à l'équation de correction de la pression :

$$a_p P'_P = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad (\text{II.14})$$

avec :

$$\left. \begin{aligned} a_E &= \rho d_e \Delta y \\ a_W &= \rho d_w \Delta y \\ a_N &= \rho d_n \Delta x \\ a_S &= \rho d_s \Delta x \\ a_p &= a_E + a_W + a_N + a_S \\ b &= \left[ (\rho U^*)_w - (\rho U^*)_e \right] \Delta y + \left[ (\rho V^*)_s - (\rho V^*)_n \right] \Delta x \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.15})$$

On remarque que le terme  $b$  dans l'équation de la pression, n'est autre que l'équation de continuité discrétisée à un signe moins près. Si  $b$  est nul, le champ  $(U^*, V^*)$  vérifie la conservation de la masse.

Résumons les différentes étapes de l'algorithme SIMPLE :

1. Estimation d'un champ de pression  $P^*$ .
2. Résolution des équations de quantité de mouvement pour obtenir  $U^*$  et  $V^*$ .
3. Correction de la pression  $P'$  on considérant la solution de l'équation de poisson ( $P = P^* + P'$ ).
4. Correction corrélative des vitesses à partir des équations du mouvement linéarisées ( $U = U^* + U'$  et  $V = V^* + V'$ ).
5. Résolution des autres équations ( $W, K, \varepsilon, T, \dots$ ).
6. Retour à l'étape 2 jusqu'à convergence.

Notons ici qu'on a négligé le terme  $\sum_i a_i U'_i$ . Normalement, ce terme doit s'annuler lors de la convergence. C'est-à-dire que cette omission n'influe pas sur le résultat final, mais elle fausse un peu le résultat temporaire. C'est d'ailleurs la seule simplification faite dans l'algorithme SIMPLE. Elle a été corrigée par Van Doormal et Raithby [37] qui ont apporté une amélioration à l'algorithme SIMPLE, qu'ils ont renommé algorithme SIMPLEC (SIMPLE-Consistent).



# **Bibliographie**

---

# BIBLIOGRAPHIE

---

- [01] **A. Nakayama et K. Sakio.** Simulation of Flows Over Wavy Rough Boundaries. *Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs*, pp.313-324, 2002.
- [02] **A G. Ramgadia et A K. Saha.** Three-dimensional numerical study of turbulent flow and heat transfer in a wavy-walled duct. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 67, pp 98-117, 2013.
- [03] **A. Z. Dellil et al.** Turbulent flow and convective heat transfer in a wavy wall channel. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 40, pp. 793-799, 2004.
- [04] **Belcher. S. E. et Hunt. J. R. C.** Turbulent flow over waves and hills. *Annu. Rev. Fluid Mech*, Vol. 30: pp. 507-538, 1998.
- [05] **B. E. Launder et D. B. Spalding.** Mathematical models of turbulence. *Academic Press*, London and N-Y. 1972.
- [06] **B. E. Launder et D.B. Spalding.** The numerical computation of turbulent flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 3 (2), pp. 269-289. 1974
- [07] **B. R. Hutchinson et G. D. Raithby.** A multigrid method based on the additive correction strategy. *Numerical Heat Transfer*, Vol. 9, pp 511-537, 1986.
- [08] **B. P. Leonard.** A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation. *Computational Method Applied in Mechanical Engineering*, Vol. 19, pp. 59-98, 1979.
- [09] **Chang. Y. S. et Scotti. A.** Entrainment and suspension of sediments into a turbulent flow over ripples, *J. Turbulence*, Vol. 4, pp. 1-22, 2003.
- [10] **C B. Thorsness et T J. Hanratty.** Mass transfer between a flowing fluid and a solid wavy surface. *AIChE Journal*, Vol. 25 (4) pp. 686-698, 1979.
- [11] **C. L. V. Jayatilleke.** The influence of Prandtl number and surface roughness on the resistance of the laminar sublayer to momentum and heat transfer. *Progress in Heat and Mass Transfer*, Vol. 1, pp. 193-330, Pergamon Press Ltd., London. 1969.
- [12] **C. Maaß et U. Schumann.** Direct numerical simulation of separated turbulent flow over a wavy boundary. *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, Vol. 52, pp. 227-241, 1996.

- [13] **C. Maaß et U. Schumann.** Numerical simulation of turbulent flow over a wavy boundary. *Kluwer Academic Press*, Dordrecht, pp. 287-297, 1994.
- [14] **C. Mari et al.** Méthode de calcul de la couche limite turbulente compressible avec transfert de chaleur. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 19, pp. 893-899, 1975.
- [15] **C. Wagner.** Transport phenomena in complex turbulent flows: Numerical and experimental methods. (Doctoral Thesis), *Eidgenössische Technische Hochschule Zurich*, Suisse. 2007.
- [16] **D. B. Spalding.** A novel finite difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives. *Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 4, 1972.
- [17] **E. M. Sparrow et A.T. Pratta.** Numerical solution for laminar flow and heat transfer in a periodically converging-diverging tube, with experimental confirmation transfer. *Numerical Heat transfer*, Vol. 6, pp. 441-461, 1983.
- [18] **Faghri et al.** Finite-difference solutions of convection-diffusion problems in irregular domains using a nonorthogonal coordinate transformation, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 7, pp 183-209, 1984.
- [19] **Fluent User's guide.** Version 6.3.26. *Fluent. Incorporated*, 2006.
- [20] **F. R. Menter.** Two equation Eddy-Viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, Vol. 32 (8), pp 1598-1605, 1994.
- [21] **Gambit User's guide.** Version 2.4.6. *Fluent. Incorporated*, 2007.
- [22] **G. Tanda, G. Vittori.** Fluid flow and heat transfer in a two-dimensional wavy channel. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 31, pp. 411-418. 1996.
- [23] **G. Wang et S. P. Vanka.** Convective Heat Transfer in Periodic Wavy Passages. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, N° 17, pp. 3219-3230, 1995.
- [24] **H. C. Chen et V. C. Patel.** Near-wall turbulence models for complex flows including separation. *AIAA Journal*, Vol. 26(6), pp. 641-648, 1988.
- [25] **H. K. Versteeg et W. Malalasekera.** An introduction to Computational Fluid Dynamics- the finite volume method. *Second edition, Pearson Education Limited*, 2007.
- [26] **H. Pehlivan.** Experimental investigation of convection heat transfer in converging diverging wall channels. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 66 (7), pp 128-138, 2013.
- [27] **H. S. Yoon et al.** Effect of wave amplitude on turbulent flow in a wavy channel by direct numerical simulation. *Ocean Engineering Journal*, Vol 36, pp. 697-707, 2009.
- [28] **Jean Coutanceau.** Convection Naturelle turbulente sur une plaque verticale isotherme, transition, échange de chaleur et frottement pariétal. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 12, pp. 753-769, 1969.

- [29] **Jean-François Sacadura.** Transferts thermiques - Initiation et approfondissement (1<sup>ère</sup> édition) *Lavoisier TEC & DOC*. 2015.
- [30] **Jean-Paul Caltagirone.** Physique des écoulements continus. Springer, 2013.
- [31] **Jean-philippe Boin.** Turbulence (cours) 2<sup>ème</sup> année de l'ENSIB, 2001/2002
- [32] **J. C. Kok.** Resolving dependence on free-stream values for  $k - \omega$  turbulence model. *Report of National Aerospace laboratory, Fluid Dynamics*, NLR-TP-99295, pp 1-20, July 1999.
- [33] **J. D. Hudson.** The effect of a wavy boundary on turbulent flow. *PhD thesis, Dept. Chemical Engineering, University of Illinois, Urbana*. 1993.
- [34] **J. D. Hudson et al.** Turbulent production in flow over wavy wall. *Experiments in Fluids*, Vol.20, pp. 257-265, 1996.
- [35] **J. Gosse et R. Schiestel.** Convection dans les tubes ondulés. *Revue Générale de thermique*, N° 172, Avril 1976.
- [36] **J. Wang.** Flow and heat transfer characteristics in a channel having furrowed wall based on sinusoidal wave. *Korean Journal of Chemical Engineering*, Vol. 32 (11), pp 2187-2203, 2015.
- [37] **J. P. Van Doormaal et G. D. Raithby.** Enhancements of the simple method for predicting incompressible fluid flows. *Numerical Heat Transfer*, Vol. 7, pp. 147-163, 1984
- [38] **Katul. G. G. et al.** The influence of hilly terrain on canopy-atmosphere carbon dioxide exchange. *Boundary-Layer Meteorology*, Vol. 118: pp. 189-216, 2006.
- [39] **K.A. Hafez et al.** Numerical investigation of the fully developed turbulent flow over a moving wavy wall using  $k - \varepsilon$  turbulence model. *Alexandria Engineering Journal*, Vol 50, pp. 145-162, 2011.
- [40] **Metwally. H. M. et Manglik. R. M.** Enhanced heat transfer due to curvature-induced lateral vortices in laminar flows in sinusoidal corrugated-plate channels. *Int. J. Heat Mass Transfer* Vol. 47, pp. 2283-2292. 2004.
- [41] **M. C. Richmond et V. C. Patel.** Convex and concave surface curvatures effects in wall bounded turbulent flow. *AIAA Journal*, Vol. 29, pp. 895-902, 1991.
- [42] **N. Saniei et S. Dini.** Heat transfer characteristics in a wavy walled channel. *Journal of Heat Transfer-Transactions of ASME*, Vol. 115, pp. 788-792, 1993.
- [43] **O. Errico et E Stalio.** Direct numerical simulation of low-Prandtl number turbulent convection above a wavy wall. *Journal of Nuclear Engineering and Design*, Vol 290, pp 87-98, Août 2015.

- [44] **O. Reynolds.** On the dynamical theory of incompressible viscous fluid and the determination of the criterion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. A*, Vol. 186, pp. 123-164. 1895.
- [45] **P. Cherukat et al.** Direct numerical simulation of a fully developed turbulent flow over a wavy wall. *Theor. Comput. Fluid Dyn*, Vol. 11, pp 109-134, 1998.
- [46] **Raupach. M. R. et Finnigan. J. J.** The influence of topography on meteorological variables and surface-atmosphere interactions. *J. Hydrology* Vol. 190, pp. 182-213, 1997.
- [47] **R. Schiestel.** Les écoulements turbulents - Modélisation et simulation. (2<sup>ème</sup> édition). *Hermes*. 1998.
- [48] **R. Schiestel et M. P. Chauve.** Influence d'ondulation de faible amplitude sur une convection turbulente en conduite axisymétrique. *Communication au 5<sup>ème</sup> congrès français de mécanique*. Marseille, France. 1982.
- [49] **Rush. Et al.** An experimental study of flow and heat transfer in sinusoidal wavy passages. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 1541-1553. 1999.
- [50] **S. Bourgois.** Etude expérimentale du décollement sur profils d'aile : analyse et contrôle. Thèse de Doctorat. *Université de Poitiers*, France. 2006.
- [51] **S. Knotek et M. Jícha.** Simulation of flow over a wavy solid surface: comparison of turbulence models. *EPJ Web of Conferences*, 25, 01040, 2012.
- [52] **S. Kuhn et P H von Rohr.** Experimental investigation of mixed convective flow over a wavy wall. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29. (1), pp 94-106, 2008.
- [53] **S. Kuhn.** Large eddy simulations of wall heat transfer and coherent structures in mixed convection over a wavy wall. *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49 (7), pp 1209-1226, 2010.
- [54] **S. Kuhn.** Transport mechanisms in mixed convective flow over complex surfaces. (Doctoral Thesis), *Eidgenossische Technische Hochschule Zurich*, Suisse. 2008.
- [55] **S. T. Hsu et J. F. Kennedy.** Turbulent flow in wavy pipes. *Journal of Fluid Mechanic*, Vol. 47, pp. 481-502, 1971.
- [56] **S. V. Patankar.** Numerical heat transfer and fluid flow. *Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences*, Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
- [57] **T.-H. Shih et al.** A new  $k - \varepsilon$  Eddy-Viscosity model for high Reynolds number turbulent flows-model development and validation. *Computer Fluids*, Vol. 24 (3), pp 227-238, 1995.
- [58] **V. C. Patel et al.** Turbulent Flow in a Channel With a Wavy Wall. *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 113, pp. 579-586, 1991.
- [59] **V. C. Patel et al.** Turbulence models for near wall and low Reynolds number flows: A review. *AIAA Journal*, Vol. 23, pp. 1308-1319, 1985.

- [60] **W. P. Jones et B. E. Launder.** The Prediction of laminarisation with a two-equation turbulence model. *Inter Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 310-314, 1972.
- [61] **Zedler. E. A. et Street. R. L.** Large-eddy simulation of sediment transport: Currents over ripples, *J. Hydraulic Eng.*, Vol. 127: pp. 444-452, 2001.

## ملخص

يعتبر الجريان المضطرب أو المائل فوق جدار متموج جريانا منفصلا. يلاحظ استعمال هذا الشكل الهندسي بالأخص في حالات الجريان الجيوفيزيائي و في القطاع الطاقوي حيث يتم ادراج الجدران المتموجة في المبادلات الحرارية. تتعلق هذه الدراسة بالتمذجة الرقمية بواسطة برنامج المعالجة (ANSYS FLUENT 6.3.26) لجريان مضطرب، للتحقق من تأثير التموجات على التبادل الحراري. النتائج المتحصل عليها من الناحية الهيدروديناميكية و الحرارية تتفق بشكل جيد مع نتائج الأبحاث السابقة.

بالإضافة إلى ذلك، تم تحقيق تقنية لتكثيف التبادل الحراري عن طريق تغيير التشكيل الهندسي.

**المفاتيح:** جريان منفصل، اضطراب أو مؤر، جدار متموج، تبادل حراري، حركات الموائع الحسابية (ح م ح).

## Résumé

L'écoulement turbulent sur une paroi ondulée est un écoulement décollé type. L'utilisation de cette forme géométrique est observée particulièrement dans les situations d'écoulement géophysique et dans le secteur énergétique, où les parois ondulées sont souvent incorporées dans des échangeurs de chaleur.

Cette étude concerne la modélisation numérique, par le code de calcul commercial ANSYS FLUENT 6.3.26, d'un écoulement turbulent afin d'investiguer l'influence des ondulations sur le transfert thermique. Les résultats obtenus du point de vue hydrodynamique et thermique sont en bon accord avec ceux issus de la littérature.

En outre, une technique d'intensification des échanges thermiques en modifiant la configuration géométrique a été réalisée.

**Mots clés :** Ecoulement Décollé, turbulence, paroi ondulée, transfert thermique, Mécanique des Fluides Numérique (MFN).

## Abstract

The turbulent flow over wavy wall is a separated flow types. The use of this geometric shape is particularly observed in geophysical flow situations and in the energy sector where the wavy walls are often incorporated in heat exchangers.

This study concerns the numerical modeling (by the commercial ANSYS FLUENT CFD code 6.3.26) of a turbulent flow over wavy wall, in order to investigate its influence on the heat transfer. The obtained hydrodynamic and thermal results are in good agreement with those from the literature.

Furthermore, an increasing technique of heat exchange by modifying the geometric configuration was realized.

Moreover, an increasing technique of heat exchange by modifying the geometric configuration.

**Keywords:** Separated flow, turbulence, wavy wall, heat transfer, Computational fluid dynamics (CFD).