

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ IBN KHALDOUN DE TIARET



FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES
DÉPARTEMENT DE GÉNIE CIVIL

Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de Master

Spécialité: Travaux Publics.

Option: Voies et Ouvrage d'Art (V.O.A).

Présenté par :

HAOUARI Fadila

KHEMKHAM Siham

Sujet du mémoire:

**Influence des contraintes résiduelles sur le
comportement des poutres métalliques**

Soutenu publiquement le .../.../2022 devant le jury composé de:

Mr. M. ZIDOUR	Pr	Président
Mr. A. SAOULA	MCA	Rapporteur
Mr. T. HASSAINE DAOUADJI	Pr	Examineur
Mr. T. BENSATTALAH	MCA	Examineur

Promotion: 2021-2022

REMERCIEMENT

Nous remercions tout d'abord le grand Dieu pour l'achèvement de ce mémoire Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à notre encadreur Mr : SAOULA ABDEL KADER pour nous avoir proposé ce sujet. Pour son aide, sa Confiance, sa disponibilité et ces Précieux conseils tout au long de notre travail.

A tous les enseignants du département de Génie civil qui nous ont fait bénéficier de leurs connaissances et leurs compétences.

Aux membres du jury. Pour avoir accepté de prendre part à ce jury ainsi que pour l'intérêt qu'ils portent à ce travail.

DEDICACES

C'est avec un très grand honneur que je dédie ce modeste travail aux Personnes les plus chères au monde.

À la seule personne qui a tout fait pour moi qui a sacrifié sa vie ma chère maman. Bien aimée.

- À ...

- Mon Mari à mes chers enfants à ma petite princesse soundous .

- Mes frères

- tous mes amis de travail (NEDJMA, Ilhem)

- Mon binôme du projet de fin d'étude khemkham siham

- Tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin dans l'accomplissement de ce travail.

- Toute la promotion 2021/2022

HAOUARI FADILA

Résumé:

L'instabilité et le déversement latéral élastique des poutres métalliques laminées, sous différents chargements, avec la prise en compte des contraintes résiduelles qui sont dues aux étapes de fabrications sont examinés dans ce travail. A cet effet, un modèle éléments finis FEM a été développé sous Abaqus afin d'analyser le déversement des poutres en introduisant les contraintes résiduelles selon une répartition approchée par un diagramme auto-équilibré.

Plusieurs poutres simplement appuyées soumises à des charges latérales réparties, concentrées au milieu et à des moments uniformes aux extrémités en variant la longueur de la poutre ont été analysées.

Au moyen de ces exemples numériques, les résultats obtenus à l'aide de notre modèle numérique par éléments finis FEM sont comparés avec ceux obtenus par la formule de l'Eurocode3 EC3. Une étude a été effectuée afin de montrer l'influence de contraintes résiduelles sur la valeur du moment critique de déversement ainsi que le moment résistant sous différents cas de charges.

Mots clés : Poutres laminées, Instabilité, Contraintes résiduelles, Abaqus, l'Eurocode 3.

ملخص:

يتم في هذا العمل فحص عدم الاستقرار والالتواء الجانبي المرن للعوارض المعدنية المغلفة ، تحت أحمال مختلفة ، مع مراعاة الضغوط المتبقية الناتجة عن خطوات التصنيع. تحقيقاً لهذه الغاية ، تم تطوير نموذج عنصر محدود FEM تحت Abaqus من أجل تحليل التواء الجانبي للحزم عن طريق إدخال الضغوط المتبقية وفقاً لتوزيع يقترب من رسم تخطيطي ذاتي التوازن.

تم تحليل العديد من الحزم المدعومة ببساطة التي تعرضت لأحمال جانبية موزعة ، مركزة في اللحظات المتوسطة والموحدة في النهايات عن طريق تغيير طول الحزمة.

من خلال هذه الأمثلة العددية ، تتم مقارنة النتائج التي تم الحصول عليها باستخدام نموذجنا العددي بواسطة العناصر المحدودة FEM مع تلك التي تم الحصول عليها بواسطة صيغة edocoruE3 . تم إجراء دراسة من أجل إظهار تأثير الضغوط المتبقية على قيمة لحظة الالتواء الحرجة وكذلك لحظة المقاومة في حالات الحمل المختلفة.

الكلمات المفتاحية: عوارض مغلفة ، عدم استقرار ، ضغوط متبقية ، Abaqus ، edocoruE 3

Abstract::

The instability and elastic lateral buckling of laminated metal beams, under different loadings, with the consideration of residual stresses that are due to the manufacturing steps are examined in this work. To this end, a finite element model FEM was developed under Abaqus in order to analyze the lateral buckling of the beams by introducing the residual stresses according to a distribution approximated by a self-balancing diagram.

Several simply supported beams subjected to distributed lateral loads, concentrated in the middle and uniform moments at the ends by varying the length of the beam were analyzed.

By means of these numerical examples, the results obtained using our numerical model by finite elements FEM are compared with those obtained by the formula of Eurocode3 EC3. A study was carried out in order to show the influence of residual stresses on the value of the critical buckling moment as well as the resisting moment under different load cases.

Keywords: Laminated beams, Instability, Residual stresses, Abaqus, l'Eurocode 3.

SOMMAIRE

Remerciements	i
Dédicace	iii
Résumés	iv
Sommaire	vi
Liste des figures	ix
Liste des tableaux	xi
Notations	xii
Introduction Générale.....	2

CHAPITRE – I–

Aperçu sur les phénomènes de l'instabilité des structures

I.1 Introduction :.....	05
I.2. L'origine des phénomènes d'instabilité des structures.....	07
I.3.Le flambement :	07
I.3.1. Aspect théorique du flambement :	07
I.3.1.1. Le Flambement simple :.....	07
I.3.1.2. Le Flambement flexion.....	09
I.3.2. Aspect expérimental du flambement :	09
I.3.3. Aspect réglementaire du flambement :	10
I.3.3.1. Vérification selon l'Eurocode 3	10
I.4. Déversement :	13
I.4.1. Aspect expérimental du déversement	13
I.4.2. Aspect théorique du déversement.....	14
I.4.2.1. Section rectangulaire (poutre sans ailes) :.....	14
I.4.2.2. Section en I Symétrique :	15
I.4.3. Aspect réglementaire du déversement :	15
I.4.3.1. Vérification selon l'additif 80 :.....	16
I.4.3.2. Vérification selon l'Eurocode 3 :	16
I.4.4. Les dangers du déversement :	16
I.5. Le Voilement :	16
I.5.1. Aspect expérimental du voilement :	16

I.5.2. Aspect théorique du voilement	17
I.5.3. Aspect réglementaire du voilement :	18
I.5.3.1. Méthodes de calcul	18
I.5.3.2. Vérification des raidisseurs transversaux intermédiaires :.....	18
I.5.3.3. Résistance des âmes aux charges transversales :	18
I.6. Conclusion :	19

CHAPITRE – II–

L’instabilité des poutres a parois minces

Aspect : Analytique et réglementaire

II.1. Introduction :	21
II.2. Étude du flambement:.....	21
II.2.1. Étude analytique du flambement :	21
II.2.1.1. Principe de flambement :	21
II.2.1.2. Théorie linéaire du flambement élastique :	22
II.2.2. La résistance ultime au flambement :	26
II.2.2.1. Principe du flambement par divergence :	26
II.3. Etude de déversement :	28
II.3.1. Principe du déversement	28
II.3.2. Théorie linéaire de déversement élastique :	28
II.3.2.1. Principe de déversement :	28
II.3.2.2. Déversement d'une poutre simple en flexion pure :	29
II.3.2.3. Moment critique de déversement élastique (Méthode approximative)	31
II.3.2.4. Influence des conditions d'appui	33
II.3.2.5. Influence du type de chargement :	34
II.3.3. Résistance ultime au déversement (Étude Normative) :	35
II.3.3.1. Principe linéaire du moment de déversement :	35
II.3.3.2. Le moment critique de déversement selon L’Eurocode 3:	35
II.3.3.3. Calcul simplifié du moment critique de déversement élastique (la norme SIA 161):.....	36
II.4. Conclusion :	38

CHAPITRE – III–

Les contraintes résiduelles

III.1. Introduction :	40
III.2. Les contraintes résiduelles:	40
III.3. Modèles de contraintes résiduelles:	43
III.3.1. Modèle de contraintes résiduelles pour une tôle laminée à chaud:	44
III.3.2. Modèles de contraintes résiduelles pour une tôle oxycoupée	44
III.3.3. Modèles de contraintes résiduelles pour une tôle soudée:	45
III.3.4. Modèles de contraintes résiduelles pour profilés laminés:	46
III.3.5. Modèles de contraintes résiduelles pour profilés soudés:	48
III.4. Influence des contraintes résiduelles sur la résistance:	50
III.5. Mesure des contraintes résiduelles:	51
III.6. Conclusion:	52

CHAPITRE –IV–

Résultats et discussions.

IV.1. Introduction:	54
IV.2. Présentation du logiciel ABAQUS:	54
IV.3. Simulation des contraintes résiduelles:	55
IV.4. Validation du modèle Eléments Finis:	56
IV.5. Moment critique de déversement avec et sans contraintes résiduelles:	57
IV.5.1. Cas d'une poutre soumise à un moment uniforme (flexion pure):	57
IV.5.2. Cas d'une poutre soumise à une charge concentrée au milieu:	59
IV.5.3. Cas d'une poutre soumise à une charge répartie:	61
IV.6. le moment résistant et les contraintes résiduelles:	62
IV.6.1. Cas d'une poutre soumise à un moment uniforme (flexion pure):	62
IV.6.2. Cas d'une poutre soumise à une charge concentrée au milieu:	64
IV.6.3. Cas d'une poutre soumise à une charge répartie:	66
IV.7. Conclusion:	69
Conclusion Générale	70
Références bibliographiques	73

Liste des figures

Figure 1: Illustration de déversement de poutres métalliques d'un pont.	02
Figure I.1 : Les états d'équilibre d'un système mécanique.	06
Figure I.2 : Phénomènes d'instabilité.	06
Figure I.3: Poutre bi-articulée.	08
Figure I.4 : Poutre encastree en pied et articulée entête.	08
Figure I.5 : Poutrelles laminées courantes.	10
Figure 1.6 : Les courbes de flambement donné par χ et $\bar{\lambda}$	11
Figure I.7 : Les facteurs de distribution de rigidité.	12
Figure I.8 : Déversement d'une poutre.	13
Figure I.9 : Une poutre mince (fer plat).	13
Figure I.10 : Une poutre mince sur une charge F.	14
Figure I.11 : Poutre en section rectangulaire	15
Figure I.12: Poutre en section I.	15
Figure I.13 : Une plaque rectangulaire.	17
Figure II.1 : Stabilité de forme d'une barre comprimée.	22
Figure II.2 : Flambement plan d'une barre bi-articulée (bifurcation d'équilibre).	23
Figure II.3 : Longueur de flambement l_k d'une barre comprimée pour différentes conditions d'appuis.	24
Figure II.4 : Allure des courbes de flambement selon les hypothèses effectuées.	26
Figure II.5 : Flambement par divergence de l'équilibre.	27
Figure II.6: Phénomène du déversement.	28
Figure II.7: Comportement d'un élément fléchi.	28
Figure II.8: Translation et rotation d'une section d'un élément de poutre sujet au déversement.	29
Figure II.9: Déversement d'une poutre constituée d'une section en I bi-symétrique, sollicitée en flexion pure.	30
Figure II.10. Conditions d'appui, charges et types de sections transversales.	31
Figure. II.11: Mode de résistance à la torsion de quelques sections.	37
Figure III.1 : Origine des contraintes résiduelles.	41
Figure III.2 : Modèle de contraintes résiduelles dans une tôle laminée	44
Figure III.3: Modèle de contraintes résiduelles dans une tôle oxycoupée (ECCS 1976).	45
Figure III.4: Modèle de contraintes résiduelles dans une tôle soudée au centre (ECCS 1976)..	46

Figure III.5: Modèle de contraintes résiduelles parabolique pour les profilés laminés.....	47
Figure III.6: Distributions des contraintes résiduelles pour profilés laminés.....	48
Figure III.7 : Distributions des contraintes résiduelles pour profilés laminés.....	48
Figure III.8 : Distribution des contraintes résiduelles pour les profilés soudés à semelles oxycoupées	49
Figure III.9 : Distribution des contraintes résiduelles pour les profilés soudés à semelles laminées.....	50
Figure III.10 : Exemple de contraintes résiduelles dans une section comprimée tiré de (Hirt et al. 2006).....	50
Figure IV.1: Vue de maillage en élément Shell de la poutre sous Abaqus.....	54
Figure IV.2: Les contraintes résiduelles: C-Compression, T-Traction.	56
Figure IV.3 : La Forme des contraintes résiduelles retenue dans le modèle numérique..	56
Figure IV.4 : Vue d'une poutre après le déversement.....	58
Figure. IV.5 : Moment critique de déversement sous M	59
Figure IV.6 : Moment critique de déversement sous Q.	60
Figure IV.7 : Moment critique de déversement sous q	61
Figure IV.8 : Moment critique de déversement sous différents cas de chargement	62
Figure IV.9 : facteur de réduction en fonction de l'élanement généralisé (poutre sous M)	63
Figure IV.10 : Moment résistant pour une poutre sous moment uniforme.....	64
Figure IV.11 : facteur de réduction en fonction de l'élanement généralisé (poutre sous Q).....	65
Figure IV.12 : Moment résistant pour une poutre sous charge concentrée.....	66
Figure IV.13 : facteur de réduction en fonction de l'élanement généralisé (poutre sous q).....	67
Figure IV.14 : : Moment résistant pour une poutre sous charge répartie	68

Liste des tableaux

Tableau I.1 : Coefficients de réduction χ .	11
Tableau I.2 : Longueurs de flambements poutres courantes.	12
Tableau II.1 : Conditions aux limites et valeurs approchées des coefficients d'encastrement d'une poutre dont les deux appuis sont identiques.	33
Tableau II.2 : Valeurs des facteurs C_1 , C_2 et C_3 pour $k_\varphi = 1.0$	34
Tableau IV.1 : Comparaison et validation des résultats..	57
Tableau IV.2 : Moment critique de déversement sous M.	58
Tableau IV.3 : Moment critique de déversement sous Q	60
Tableau IV.4 : Moment critique de déversement sous q	61
Tableau IV.5 : Moment résistant (poutre sous moment uniforme).	63
Tableau IV.6 : Moment résistant (poutre sous charge concentrée)	65
Tableau IV.7 : Moment résistant (poutre sous charge répartie)	67

Notations

N : L'effort normal, en générale.

M_0 : Moment fléchissant.

σ_e : Contrainte limite élastique.

σ_K : Contrainte critique d'Euler.

λ : Paramètre d'élanement.

σ_s : Contrainte d'affaissement.

N_c : L'effort de compression.

E : Module d'élasticité.

α : Facteur d'imperfection.

$\bar{\lambda}$: L'élanement réduit.

χ : Coefficient de réduction.

l_k : Longueur de flambement.

l_0 : Longueur nominale.

G : Centre de gravité.

M_f : Moment de flexion maximal pondérée.

d : étant la hauteur d'âme entre semelles.

a : étant l'écartement, entre nus intérieurs, des raidisseurs.

N_I : Charge axiale de compression.

N_{cr} : Charge critique de flambement élastique.

w : Le déformation.

I_y : Moment d'inertie par rapport à l'axe y .

I_z : Moment d'inertie par rapport à l'axe z .

EI : Rigidité constante.

σ_{cr} : Contrainte critique de flambement élastique.

f_y : Limite d'élasticité.

φ : Angle de torsion.

G : Module de cisaillement.

K : Constante de torsion uniforme.

I_w : Constante de gauchissement.

$C1, C2$ et $C3$: Facteurs dépendant du type de chargement et des conditions d'appui.

k_v, k_φ : Coefficients d'encastrement aux appuis.

z_a : Distance entre le centre de cisaillement C et le point d'application de la charge.

z_C : Distance entre le centre de gravité G et le centre de cisaillement C.

l_D : Longueur de déversement (distance entre deux appuis latéraux).

C : Centre de cisaillement.

β : Caractéristique sectorielle de la section.

v : Déplacement latéral du centre de cisaillement.

M_{crD} : Moment critique de déversement élastique.

M_{pl} : Moment de flexion plastique ;

M_D : Résistance ultime au déversement.

σ_{Dv} : la composante de la torsion uniforme.

σ_{Dw} : la composante de la torsion non-uniforme.

M_{cd} : L'efforts de flexion et cisaillement.

V_{cd} : L'efforts de cisaillement.

$V_{o,Rd}$: Résistance de la section perforée à la flexion.

$M_{o,Rd}$: Résistance de la section perforée à l'effort tranchant.

b, t : Largeur et épaisseur de la tôle.

σ_c : contraintes résiduelles de compression.

σ_t : contraintes résiduelles de traction.

α : rapport entre le périmètre de la section et l'aile de la section.

c et t : sont la largeur tendue et l'épaisseur de la tôle.

σ_r : est la limite élastique de l'acier f_y .

A_w : est l'air du cordon de soudure.

$\sum t$: est la somme des épaisseurs de tôle qui se joignent à la soudure.

p : est le facteur d'efficacité qui dépend du procédé.

Introduction générale

1. Introduction :

Les théories sur la stabilité ont été élaborées afin de déterminer les conditions par lesquelles une structure en équilibre, cesse d'être stable. Il est fondamental d'être sûr qu'une structure, légèrement écartée de sa position d'équilibre par des forces, des chocs, des vibrations, des imperfections, des contraintes résiduelles, etc. aura tendance à revenir à sa position initiale dès la suppression de la perturbation, nous avons trois phénomènes d'instabilité :

- Le flambement;
- Le voilement;
- Le déversement.

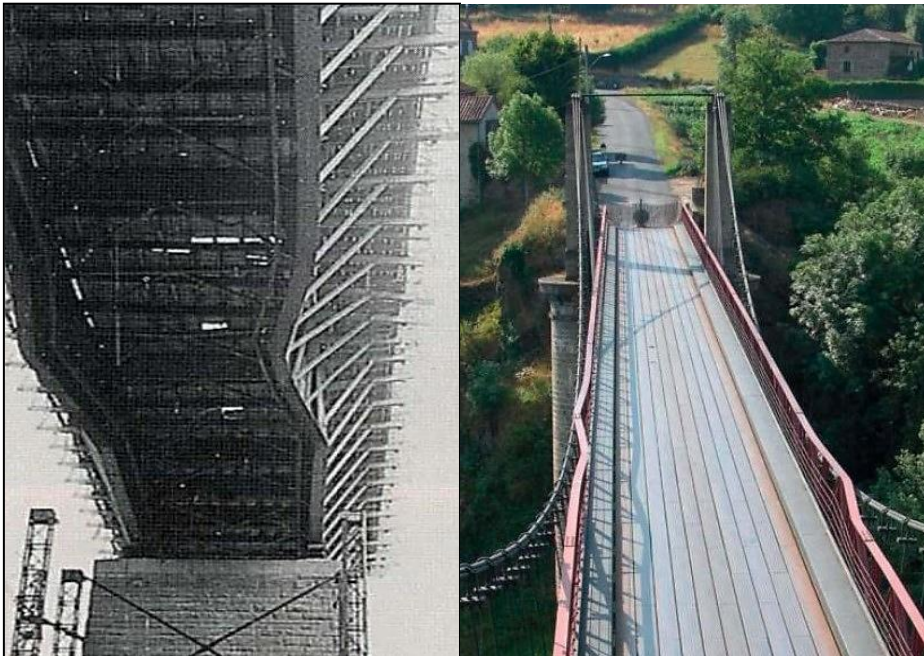


Figure 1: Illustration de déversement de poutres métalliques d'un pont.

Les phénomènes d'instabilité élastique (flambement, déversement, voilement), qui amplifient considérablement les contraintes dans les pièces, et qui sont particulièrement redoutables en construction métalliques, du fait de l'utilisation de pièces de faible épaisseur et de grand élancement.

La fabrication d'une poutre métallique s'effectue à partir d'un acier laminées. Les étapes de fabrication introduisent des imperfections géométriques (déformations géométriques des éléments) et matérielles avec la création de contraintes résiduelles. Les imperfections géométriques sont connues pour constituer des déformées initiales qui modifient le

comportement structural des éléments. L'influence des contraintes résiduelles sur le comportement structural est de créer des plastifications locales précoces qui conduisent à une perte de rigidité et à une réduction de la capacité d'un élément.

D'une manière générale, trois types de contraintes résiduelles sont définis en fonction de la distance et de l'échelle à laquelle ces contraintes sont observées. Le premier type, nommé contraintes résiduelles macroscopiques, se forme entre plusieurs grains d'un matériau. Le second type, appelé micro-contraintes structurelles, s'applique à l'échelle d'un grain ou d'une partie de grain d'un matériau. Le troisième type de contraintes résiduelles concerne le niveau atomique.

L'objectif de ce travail de recherche peut être résumé au développement d'un modèle éléments finis FEM capable d'analyser les phénomènes d'instabilité élastiques des poutres métalliques sous différents cas de chargements et ce avec la prise en compte de l'effet des contraintes résiduelles.

Le mémoire est composé de quatre chapitres, après une introduction générale, le premier chapitre est consacré aux généralités aperçu sur les phénomènes de l'instabilité des structures. Le deuxième chapitre, traite le déversement et flambement des poutres aspect analytique et réglementaire. Le troisième chapitre présente un revu bibliographique sur les contraintes résiduelles. Ensuite le quatrième chapitre exprime les résultats de la simulation par éléments finis sous logiciel Abaqus, où les résultats ont été discutés .

Enfin, on achève ce travail par une conclusion générale portant sur les différents aspects traités dans ce mémoire.

Chapitre – I–

Aperçu sur les phénomènes de l'instabilité des structures.

I.1.Introduction :

L'instabilité des structures : est une branche de mécanique des structures , puis la science du bâtiment , qui traite de l'étude et la modélisation du comportement non linéaire structures liés aux phénomènes de instabilité leurs configurations relatives de équilibre .Le problème de la stabilité est souvent associée à des phénomènes d'effondrement structurel , donc la théorie de la stabilité des structures joue un rôle fondamental dans la ingénierie structurale, aérospatial et nucléaire , et plusieurs problème génie mécanique et géotechnique , de géophysique et la science des matériaux.

Les phénomènes d'instabilité structurelle induite par des actions spéciales charges non – conservateur (produits par exemple vent et en général fluides) sont appelés l'instabilité dynamique ou battement .Pour les structures soumises à des charges (interne et externe) conservatrices, les phénomènes d'instabilité sont également appelés la non linéaire géométrique, comme étant du à la nature générale de la relation non linéaire entre la cinématique déformation des descripteurs internes et les descripteurs externes champ de déplacement que c'est la configuration déformée de l'équilibre.

Bien que de tels phénomènes en théorie peuvent à toute structure, en présence ou en l'absence de non-linéarité physique de la matière dont elles sont constituées, la théorie de la stabilité des structures de référence en vigueur il ya au comportement des structures élastique simplifiée .Ce qui signifie aussi simplifiée une structure pour laquelle les effets de non-linéarité géométrique intervenir avant qu'ils sont très sensibles aux effets de non-linéarité des matériaux, qui sont donc négligeables représentant sa comportement constitutif suite à l'ensemble de modèles élasticité linéaire.

On peut définir la stabilité comme la capacité d'un système physique à revenir à l'équilibre lorsqu'il est perturbé légèrement. Pour un système mécanique, on peut adopter la définition donnée par DIRICHLET: «L'équilibre d'un système mécanique est stable si, lorsque l'on déplace les points du système de leur position d'équilibre d'une quantité infinitésimale et en leur donnant à chacun d'eux une faible vitesse initiale, les déplacements des différents points du système

restent, pendant le déplacement, contenus dans des limites imposées faibles ». Pour un corps élastique, tout comme pour un corps rigide, on peut parler de stabilité ou d'instabilité des positions d'équilibre (figure I.1). Si une fois l'action extérieure disparaît, le système

retournant à sa position initiale, on dit que cette position est stable. Si le system n'y retourne pas, elle est instable.

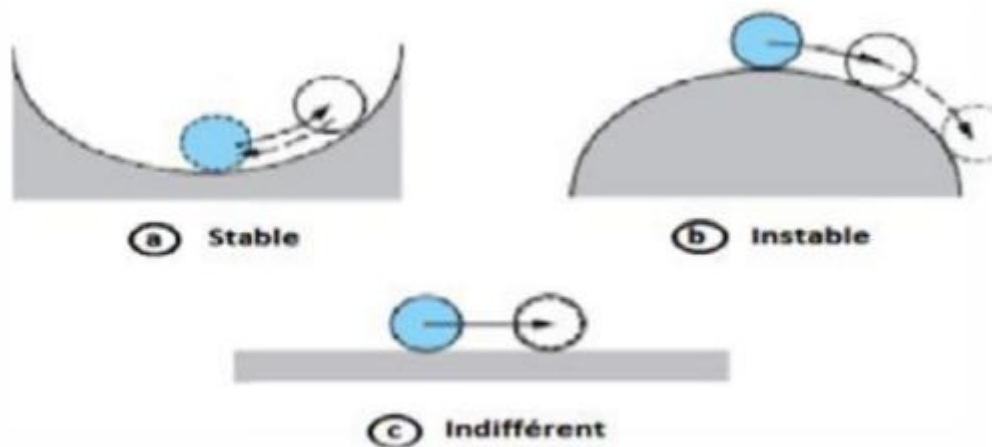


Figure I.1: Les états d'équilibre d'un système mécanique.

L'étude des phénomènes d'instabilité est particulièrement importante en construction métallique, car ils sont très fréquents du fait de l'utilisation des profilés minces et de grand élancement. Les zones comprimées des pièces métalliques (affectées par les grandes déformations) peuvent présenter trois types des phénomènes d'instabilité, (**Fig.I.2**) qui sont :

- Le flambement : phénomène très dangereux, il affecte les poteaux simplement comprimés ainsi que les poteaux comprimés et fléchis,
- Le déversement : moins dangereux, il affecte les semelles comprimées des poutres fléchies
- Le voilement : de moindre importance, il affecte les âmes des poutres fléchies.

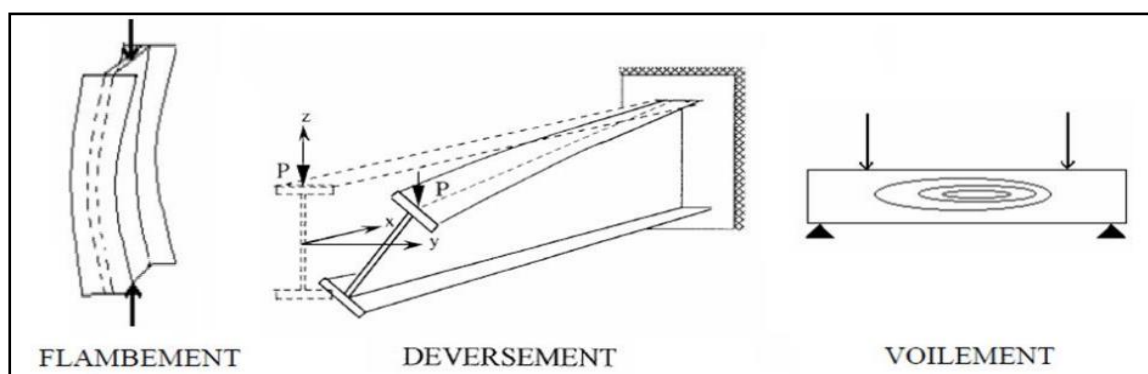


Figure I.2 : Phénomènes d'instabilité

I.2. L'origine des phénomènes d'instabilité des structures :

Le calcul d'une structure exige que, sous toutes les combinaisons d'actions possibles, définies réglementairement, la stabilité statique soit assurée, Tant globalement, au niveau de la structure qu'individuellement au niveau de chaque élément.

Les actions développent diverses sollicitations, qui génèrent des contraintes au sein du matériau et des déformations des éléments. Il s'agit donc, afin de garantir le degré de sécurité souhaité ou souhaitable, de vérifier que les contraintes et les déformations restent en deçà des limites admissibles. Deux cas de figure se présentent :

▪ Le cas des petites déformations :

Tant que l'on reste dans le domaine des petites déformations, on admet que les sollicitations ne varient pas (ou peu) sous l'effet des déformations, ce qui conduit simplement à vérifier que les contraintes restent inférieures à la contrainte de ruine.

▪ Le cas des grandes déformations :

Dans ce cas, les déformations modifient considérablement les sollicitations qui les ont initiées et nécessitent des calculs spécifiques.

Nous nous proposons donc d'examiner successivement les trois principaux phénomènes d'instabilité (flambement, déversement, voilement), sous leurs aspects théoriques, expérimentaux et réglementaires.

I.3. Le flambement :

I.3.1. Aspect théorique du flambement :

I.3.1.1 Le Flambement simple :

A. Poutre bi-articulée:

Le flambement simple affecte les pièces soumises à la compression simple. Son étude est due à EULER. La théorie d'Euler est fondée :

- Sur une poutre droite, bi-articulée à ses extrémités,
- Soumise à un effort normal de compression centré N , appliqué dans l'axe Ox ,
- Dont les dimensions transversales sont faibles en regard de la longueur (grand élancement),

- Dont les inerties sont maximales dans le plan zOx et minimale dans le plan yOx (**Fig.I.3**)
Lorsque N croît, à partir de zéro, l'état d'équilibre rectiligne initial évolue vers un état curviligne fléchi.

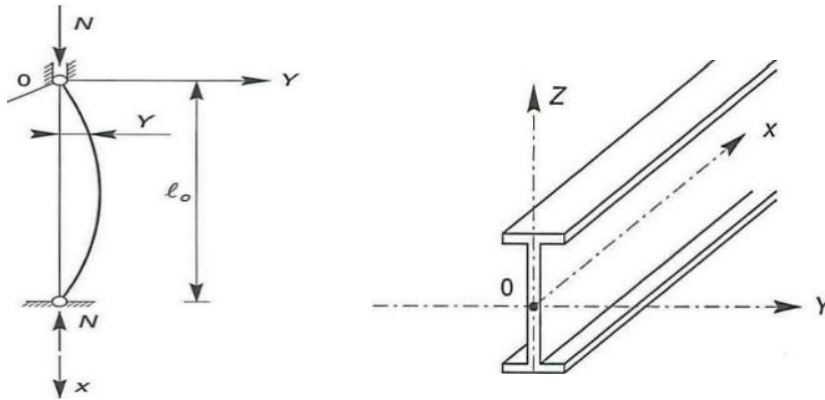


Figure I.3: Poutre bi-articulée

B. Poutre encastree en pied et articulée entête:

La ligne d'action de N tend à se déplacer dans la section d'encastrement et génère une réaction transversale P , la ligne d'action passe par A , (**Fig.I.4**) point d'inflexion de la déformée.

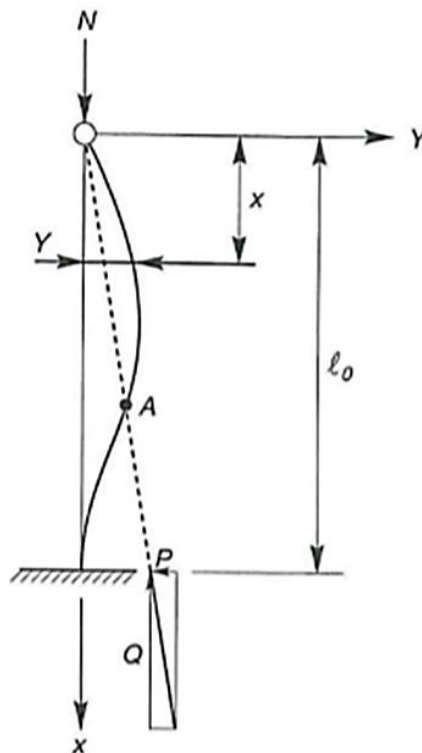


Figure I.4 : Poutre encastree en pied et articulée entête

I.3.1.2. Le Flambement flexion :

Il s'agit, dans ce cas, d'une poutre idéale rectiligne, soumise simultanément à une force normale N et à un moment fléchissant M_0 . En comparaison au flambement simple, il y a dans ce cas une amplification de la déformée et donc des contraintes de flexion et de compression.

Pour des fonctions simples de $M_0(x)$, l'intégration est possible. Considérons les deux cas les plus courants de moments :

- Moment sous charge concentrée transversale,
- Moment sous charge uniformément répartie transversale.

A. Sous charge concentrée q:

Une charge concentrée est une charge qui s'étend sur une distance relativement très courte de la poutre, de sorte que l'on puisse considérer que cette charge agit en un point, sans erreur appréciable. Une colonne de béton supportée par une poutre reposant sur deux poteaux d'acier, est un exemple d'une charge concentrée.

B. Sous charge uniformément répartie q :

Une charge uniformément répartie est une charge qui agit sur une distance considérable de la poutre, et ce de façon uniforme, c'est-à-dire la charge sollicitant par unité de longueur de la poutre est constante. Le poids de la poutre, lui aussi, est une charge uniformément répartie sur toute sa longueur.

I.3.2. Aspect expérimental du flambement :

L'expérimentation en laboratoire, effectuée sur des poutrelles laminées courantes, soumises à des efforts de compression progressivement croissants, montre que la ruine des pièces se manifeste de deux façons différentes, selon l'élancement des pièces.

- Pour les pièces de faible élancement (forte section, faible hauteur, $\lambda < 20$), la ruine se manifeste par l'affaissement des membrures, sous la contrainte σ_e approximativement.
- Pour les pièces de grand élancement ($\lambda > 100$), la ruine intervient pour une contrainte d'affaissement σ_s (inférieure à la limite élastique σ_e et à la contrainte d'Euler $[1]\sigma_k$), pour laquelle on observe une augmentation brutale des déformations, avec l'apparition de zones plastifiées, suivie d'un effondrement. En outre, la courbe contraintes/déformations n'est pas linéaire.

L'affaissement a lieu pour une contrainte σ_s inférieure à σ_k . La contrainte d'Euler représente en fait une borne supérieure, que l'on ne peut atteindre, du fait que la théorie d'Euler [1] prend en compte une barre idéale, parfaitement rectiligne et soumise à un effort de compression N parfaitement centré au centre de gravité de la section et appliqué suivant l'axe moyen, ce qui n'est jamais le cas dans la réalité. En effet :

- 1 - Les pièces, après leur traitement en laminoir et leurs diverses manutentions et transport, ne sont pas rigoureusement rectilignes (défauts de rectitude) ;
- 2 - Leurs inerties ne sont pas constantes (tolérances de laminage) ;
- 3 - Les efforts normaux de compression et les appuis ne sont jamais rigoureusement centrés (défauts de centrage) ;
- 4 - Les poteaux, sur chantier, ne sont jamais parfaitement verticaux (tolérances de montage) ;
- 5 - Enfin, le module d'élasticité E de l'acier n'est pas vraiment constant, du fait des contraintes résiduelles de laminage (défauts d'homogénéité). Ces cinq types de défauts, plus ou moins prononcés, mais réels et inévitables, contribuent à affaiblir les éléments.



Figure I.5 : Poutrelles laminées courantes

I.3.3. Aspect réglementaire du flambement :

La théorie d'Euler établie pour des structures idéales, est très insuffisante, en regard des imperfections de centrage, de rectitude, de verticalité et de la présence de contraintes résiduelles. Il est donc nécessaire de prendre en compte ces imperfections ou leurs effets. Les règlements ont notamment défini un facteur d'imperfection α .

I.3.3.1. Vérification selon l'Eurocode 3 :

A. Flambement simple:

Le risque de flambement n'est à considérer que si $\bar{\lambda} > 0,2$

Pour les éléments à section transversale constante, sollicités en compression axiale constante, la valeur de χ pour l'élançement réduit $\bar{\lambda}$

Le facteur d'imperfection α correspondant à la courbe appropriée de flambement vaut :

Courbure de flambement	a	b	c	d
Facteur d'imperfection α	0,21	0,34	0,49	0,76

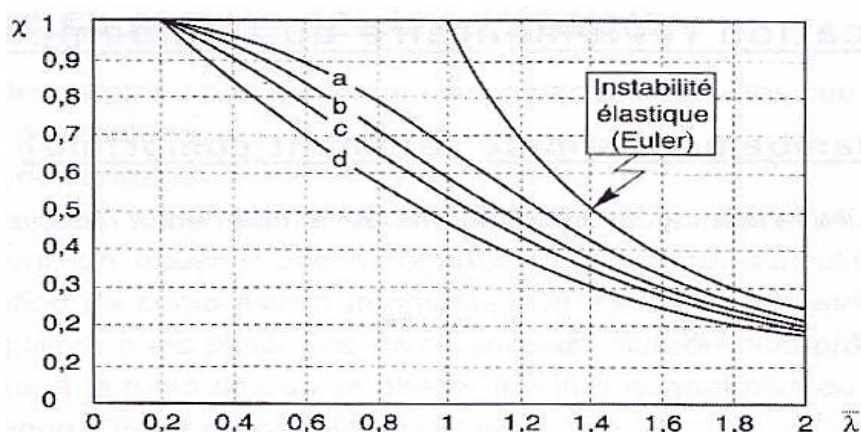


Figure 1.6 : Les courbes de flambement donné par χ et $\bar{\lambda}$

Plus simplement et plus rapidement, le coefficient de réduction χ peut être obtenu en fonction de l'élançement réduit $\bar{\lambda}$, au moyen du tableau suivant :

Tableau I.1 : Coefficients de réduction χ

$\bar{\lambda}$	Coefficients de réduction			
	Valeurs de χ pour la courbe de flambement			
	a	b	c	d
0,2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,3	0,9775	0,9641	0,9491	0,9235
0,4	0,9528	0,9261	0,8973	0,8504
0,5	0,9243	0,8842	0,8430	0,7793
0,6	0,8900	0,8371	0,7854	0,7100
0,7	0,8477	0,7837	0,7247	0,6431
0,8	0,7957	0,7245	0,6622	0,5797
0,9	0,7339	0,6612	0,5998	0,5208
1,0	0,6656	0,5970	0,5399	0,4671
1,1	0,5960	0,5352	0,4842	0,4189
1,2	0,5300	0,4781	0,4338	0,3762
1,3	0,4703	0,4269	0,3888	0,3385
1,4	0,4179	0,3817	0,3492	0,3055
1,5	0,3724	0,3422	0,3145	0,2766
1,6	0,3332	0,3079	0,2842	0,2512
1,7	0,2994	0,2781	0,2577	0,2289
1,8	0,2702	0,2521	0,2345	0,2093
1,9	0,2449	0,2294	0,2141	0,1920
2,0	0,2229	0,2095	0,1962	0,1766
2,1	0,2036	0,1920	0,1803	0,1630
2,2	0,1867	0,1765	0,1662	0,1508
2,3	0,1717	0,1628	0,1537	0,1399
2,4	0,1585	0,1506	0,1425	0,1302
2,5	0,1467	0,1397	0,1325	0,1214
2,6	0,1362	0,1299	0,1234	0,1134
2,7	0,1267	0,1211	0,1153	0,1062
2,8	0,1182	0,1132	0,1079	0,0997
2,9	0,1105	0,1060	0,1012	0,0937
3,0	0,1036	0,0994	0,0951	0,0882

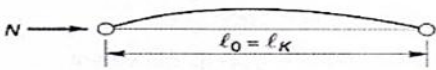
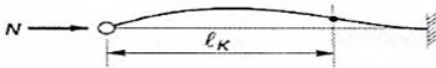

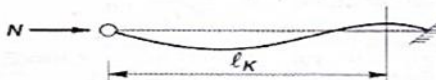



B. Flambement flexion:

Les éléments sollicités simultanément en flexion et en compression axiale, doivent satisfaire à diverses conditions, selon la classe de leur section transversale.

C. Longueurs de flambement:

La longueur de flambement l_k d'un élément peut être déterminée, en fonction de sa longueur nominale l_0 , à partir de l'annexe E de l'Eurocode3.

Tableau I.2 : Longueurs de flambements poutres courantes

Conditions d'appuis	m	ℓ_K
<p>• Sans déplacements des extrémités</p> 	1	ℓ_0
	2	$0,7 \ell_0$
	4	$0,5 \ell_0$
	$1 < m < 2$	$> 0,7 \ell_0$
<p>• Avec liberté de déplacements aux extrémités</p> 	$\frac{1}{4}$	$2 \ell_0$
	1	ℓ_0
	$m < \frac{1}{4}$	$> 2 \ell_0$

Il convient de calculer les facteurs de distribution de rigidité η_1 et η_2 , respectivement en tête et en pied du poteau qui valent:

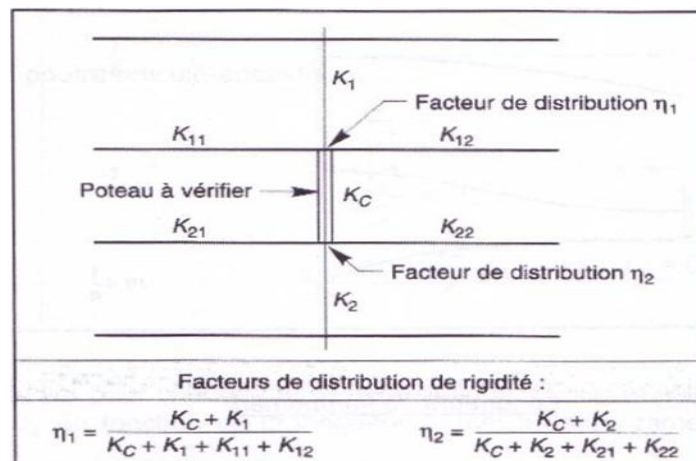


Figure I.7 : Les facteurs de distribution de rigidité.

I.4. Déversement :

Le déversement des pièces fléchies est le second phénomène d'instabilité élastique, après le flambement, avec lequel il présente une analogie certaine. Avant de justifier sa validité sur le plan théorique, nous allons mettre en évidence ce phénomène sur le plan expérimental.

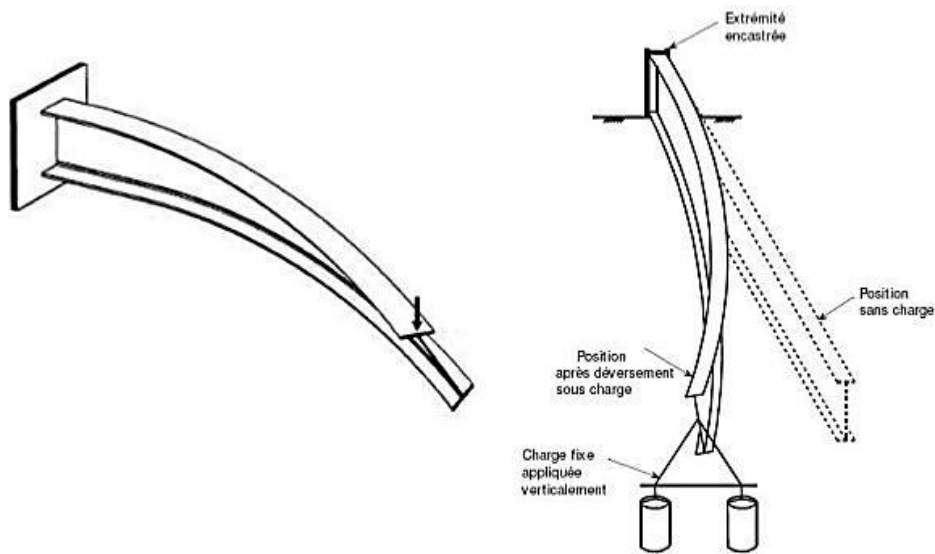


Figure I.8 : Déversement d'une poutre

I.4.1. Aspect expérimental du déversement

Considérons une poutre mince (fer plat), dont les appuis sont encastrés vis-à-vis de la torsion et quelconques vis-à-vis de la flexion.

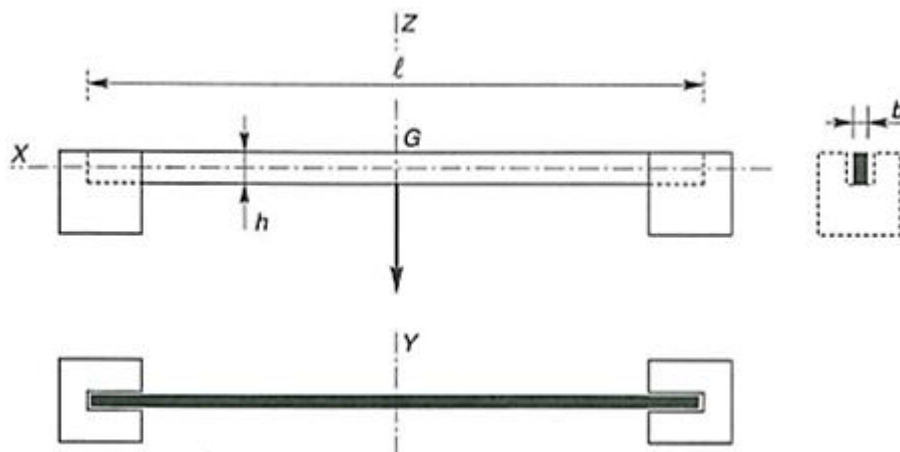


Figure I.9 : Une poutre mince (fer plat)

Appliquons une charge concentrée verticale F en son centre de gravité G . L'essai, réalisé sous presse en laboratoire, montre que la poutre s'effondre brutalement sous une charge F_K (**Fig.I.10**).

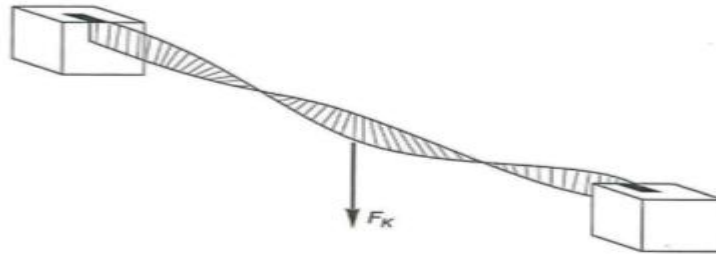


Figure I.10 : Une poutre mince sur une charge F

On constate donc, que pour une faible valeur de la contrainte de flexion, la poutre prend brutalement une flèche latérale, qui provoque la rotation de la poutre et par suite sa ruine, alors que nous sommes encore loin de la limite élastique.

Ce phénomène d'instabilité élastique se produit, d'une façon générale, lorsqu'une poutre fléchie présente une faible inertie à la flexion transversale et à la torsion. La partie supérieure de la poutre, comprimée, flambe latéralement et il existe une valeur critique du moment de flexion (selon le plan de plus grande raideur), comme il existe un effort normal critique provoquant le flambement pour une barre comprimée, pour lequel la poutre fléchit dans le plan de sa plus faible raideur et entre en torsion.

La flexion n'est alors plus plane, mais déviée, et s'accompagne d'une torsion et d'un gauchissement de la section (bi moment)

I.4.2. Aspect théorique du déversement :

I.4.2.1. Section rectangulaire (poutre sans ailes) :

Reprenons la poutre de la figure 10, dont les extrémités sont encastrées vis-à-vis de la torsion et quelconques vis-à-vis de la flexion (verticale et transversale).

Nous avons vu, expérimentalement, que l'application d'un moment de flexion simple vertical M_0 se transformait en une superposition d'un moment de flexion déviée et d'un moment de torsion. Autrement dit, le moment M_0 se projette :

- Sur l'axe des y en flexion transversale,

- Sur l'axe des z en flexion verticale,
- Sur l'axe des x en torsion.

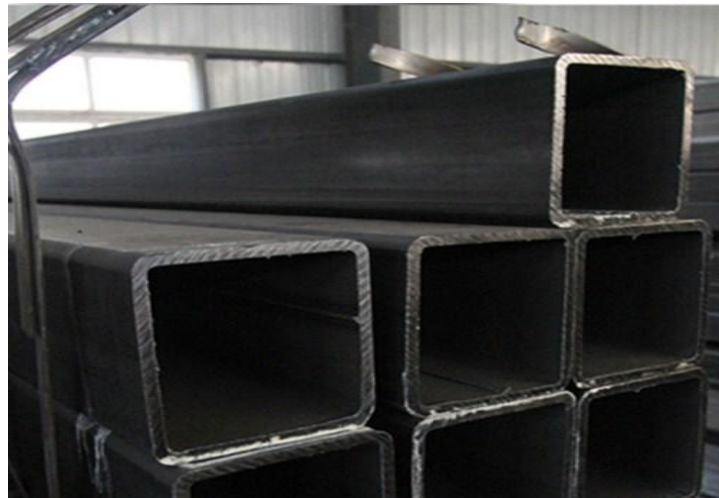


Figure I.11 : Poutre en section rectangulaire

I.4.2.2. Section en I Symétrique :

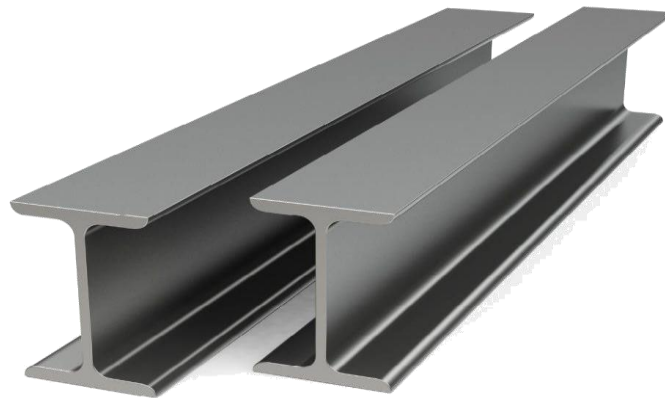


Figure I.12 : Poutre en section I

I.4.3. Aspect réglementaire du déversement :

Les vérifications réglementaires du déversement des pièces fléchies sont définies :

- Par l'additif 80
- Par l'Eurocode 3

I.4.3.1. Vérification selon l'additif 80 :

On doit vérifier que le moment de flexion maximal pondérée M_f dans une pièce, est inférieur au moment ultime de déversement.

I.4.3.2. Vérification selon l'Eurocode 3 :

Le moment de flexion maximal M_f doit être inférieur au moment ultime de déversement.

I.4.4. Les dangers du déversement :

Dans la pratique, les entreprises et bureaux d'études sont très avertis des dangers du flambement, et chaque pièce comprimée est calculée en conséquence. En revanche, concernant les pièces fléchies, les calculs très souvent se limitent à un simple dimensionnement en flexion (simple ou déviée), sans vérification du risque de déversement.

En fait, les désordres provoqués par le déversement peuvent être légers (poutre déformées bacs acier déchirés), mais également graves (effondrements partiels ou totaux).

I.5. Le voilement :**I.5.1. Aspect expérimental du voilement :**

Si l'on soumet une plaque rectangulaire à une compression uniforme sur deux côtés opposés, parallèlement à son plan moyen, on observe que la plaque, au-delà d'une certaine charge, se déforme transversalement.

Il s'agit du phénomène de voilement, qui se manifeste par des ondulations, qui ne sont pas sans rappeler le phénomène de flambement pour des pièces à une dimension, à la différence près que le voilement se développe plus progressivement, les grandes déformations n'apparaissant pas brutalement et ne conduisant généralement pas à la ruine de la pièce.

Le phénomène de voilement peut également apparaître sous un effort de cisaillement simple. Il est, dans ce cas, attaché à la diagonale comprimée.

Les âmes des poutres utilisées en construction métallique sont généralement minces et donc susceptibles de se voiler sous des efforts de compression ou de cisaillement excessifs. Les essais montrent que les déformations des âmes de poutres par voilement retraduisent non pas par des ondulations régulières (comme pour une plaque mince libre), mais par des cloques

et des boursouflures (zones d'acier plastifiées), localisées dans les zones sur comprimées, comme le montre la figure I.13.

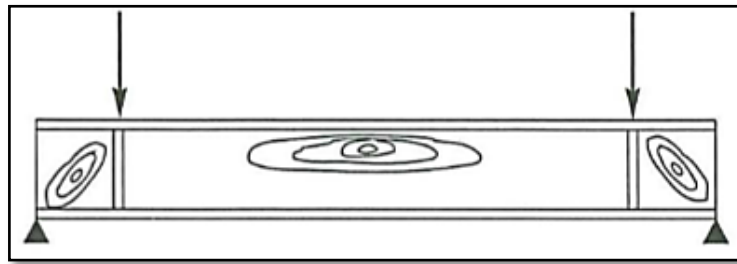


Figure I.13 : Une plaque rectangulaire

Les essais montrent également que les âmes, bien que voilées, résistent encore à des efforts additionnels. Autrement dit, le voilement ne conduit pas à une ruine rapide et brutale des pièces, ce qui en fait un phénomène finalement peu dangereux. Pour éviter le voilement des âmes des poutres, deux moyens sont possibles :

- Soit augmenter l'épaisseur de l'âme,
- Soit disposer des raidisseurs d'âme, judicieusement positionnés. Le choix est dicté, cas par cas, par une comparaison des coûts.

I.5.2. Aspect théorique du voilement :

La théorie du voilement consiste généralement à utiliser la méthode énergétique de Timoshenko, qui détermine une contrainte critique, obtenue dès lors que le travail des forces extérieures appliquées atteint le niveau de potentiel interne de la plaque sollicitée.

L'expérience montre cependant que cette théorie est insuffisante, car les contraintes critiques calculées ne correspondent que rarement aux contraintes de ruine expérimentales.

Cela s'explique, entre autres, par les effets de membrane, à savoir des tractions stabilisatrices générées par les déformations transversales, que la théorie ne prend pas en compte. Nous ne développerons donc pas ici les calculs théoriques du voilement:

- D'une part, en raison de leur longueur et de leur grande complexité,
- D'autre part, parce que les profilés laminés normalisés (IPE, HEA...) sont peu ou pas sensibles au voilement ; leurs âmes étant sur dimensionnées.

En revanche, les âmes des profilés reconstitués soudés sont très sensibles au voilement. Il s'agit des poutres ou caissons d'ouvrages d'art, des parois de réservoirs, de silos...

I.5.3. Aspect réglementaire du voilement :

La résistance au voilement par cisaillement des âmes de poutres est définie au chapitre 5.6. De l'Eurocode 3. Elle dépend du rapport hauteur-épaisseur d/t_w ainsi que de l'espacement des éventuels raidisseurs d'âme intermédiaires.

I.5.3.1. Méthodes de calcul :

- La méthode post- critique simple, qui peut être utilisée dans tous les cas, que les âmes comportent ou non des raidisseurs transversaux intermédiaires, à condition qu'il existe des raidisseurs transversaux aux appuis ;
- La méthode du champ diagonal de traction, qui peut être utilisée lorsque les âmes comportent des raidisseurs transversaux intermédiaires, à condition que :

$$1 \leq a/d \leq 3$$

d ; étant la hauteur d'âme entre semelles ;

a : étant l'écartement, entre nus intérieurs, des raidisseurs ;

Lorsque $a/d > 3$, l'inclinaison du champ diagonal de traction est telle, que cette méthode place très largement en sécurité. La première méthode sera alors préférable.

I.5.3.2. Vérification des raidisseurs transversaux intermédiaires :

Quelle se soit les méthodes utilisée (postcritique simple, champ diagonal de traction), il convient de vérifier la résistance des raidisseurs transversaux.

I.5.3.3. Résistance des âmes aux charges transversales :

La ruine d'une âme non raidie, soumise à des charges transversales, peut survenir selon trois modes :

- Mode 1 : Ecrasement de l'âme, à proximité de la semelle.
- Mode 2 : Enfoncement local de l'âme sous forme de voilement localisé.
- Mode 3 : Voilement de l'âme sur la plus grande partie de sa hauteur.

Quant aux modes d'application des charges transversales, on distingue :

- Soit des charges appliquées sur une semelle et reprises par cisaillement dans l'âme

En ce cas, il faut vérifier les modes de ruine 1 et 2.

- Soit des charges appliquées sur une semelle et transmises, au travers de l'âme, directement à l'autre semelle.

En ce cas, il faut vérifier les modes de ruine 1 et 3.

I.6. Conclusion :

L'objectif de ce chapitre était la présentation des phénomènes d'instabilité des éléments métalliques et plus précisément le déversement, flambement et voilement des poutres métalliques. L'étude de ces phénomènes d'instabilité est principalement importante dans les constructions métalliques, puisque ils sont très fréquents du fait de l'utilisation des profilés minces et de grand élancement. Les différents origines de ces phénomènes d'instabilité des structures ont été aussi présentés.

Aucune information sur le calcul ou l'aspect analytique et réglementaire des poutres métalliques n'a été exposée dans ce chapitre, c'est pourquoi il nous a paru très intéressant de consacrer un chapitre pour présenter les différentes étapes de calcul vis-à-vis ces phénomènes d'instabilité.

Chapitre –II–

Déversement et flambement des poutres aspect analytique et réglementaire

II.1. Introduction :

La construction moderne utilisant le matériau acier est caractérisée dans tous les domaines, notamment en génie civil, par l’emploi de structures minces. Ces structures bénéficient des avancées technologiques et des procédés de fabrication très performants. Ainsi, on arrive à fabriquer des éléments de plus en plus minces avec une résistance beaucoup meilleure. Ce qui conduit à des structures très légères.

Cependant, l’emploi des éléments minces et élancés rend les structures très sensibles aux instabilités de forme. Les instabilités peuvent être globales ou locales. L’instabilité est globale quand l’élément est concerné par l’instabilité sur toute sa longueur. C’est le cas du flambement des colonnes (instabilité par effort normal) ou du déversement des poutres (instabilité par flexion).

L’étude des instabilités consiste à trouver les charges maximales qu’une structure peut supporter sans perte d’équilibre. On parle alors de charges critiques. De nombreux travaux s’intéressent au déversement des poutres. Dans ce chapitre, le flambement et le déversement des poutres à parois minces sont étudiés. Après la description des phénomènes, une étude théorique et réglementaire des charges critiques sera donnée.

II.2. Étude du flambement:

II.2.1. Étude analytique du flambement :

II.2.1.1. Principe de flambement :

La résistance ultime des éléments comprimés est très souvent définie non pas par un critère de résistance en section, mais par un critère de stabilité de forme. Afin d’illustrer en quoi consiste un problème de stabilité de forme, on peut faire une analogie entre le flambement d’une barre bi-articulée parfaitement rectiligne et l’équilibre d’une balle parfaitement sphérique sur une surface sans frottement (Fig. II.1)

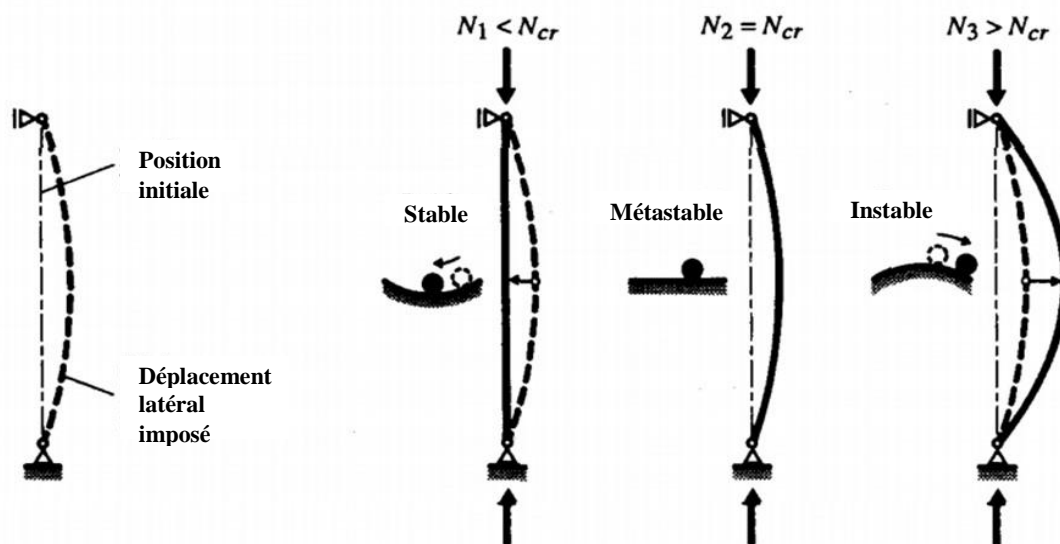


Figure II.1 : Stabilité de forme d’une barre comprimée.

La barre étant soumise à une charge axiale de compression (N_1), supposons qu’on lui impose un petit déplacement latéral, si la barre revient à sa position initiale lorsque la cause de déplacement est supprimée, on dit qu’elle est en équilibre stable. Il existe une charge (N_2), supérieure à (N_1), pour laquelle la barre garde sa position déformée après la suppression de la cause du déplacement latéral, quelle que soit la grandeur de ce dernier, il a alors trouvé un nouvel état d’équilibre et on dit qu’elle est en équilibre métastable ou indifférent. La charge (N_2) est appelée charge critique de flambement élastique N_{cr} . Pour une charge (N_3) supérieure à (N_{cr}), la barre se dérobe si on lui impose un petit déplacement latéral ; la déformation s’accroît et devient inacceptable et le système est alors *instable*.

L’étude de la stabilité d’un système consiste à déterminer la valeur de la charge critique pour laquelle le système est en équilibre métastable. La charge critique dépend de la forme de la barre à l’état métastable, qui est caractérisée par la longueur de flambement (l_k). La théorie développée dans ce chapitre se concentre essentiellement sur la détermination de cette longueur.

II.2.1.2. Théorie linéaire du flambement élastique :

Cette théorie, établie dans ses fondements les plus simples par Euler en 1744, elle ne fait donc ici que l’objet d’un bref rappel pour le flambement plan (ou flambement par flexion) d’une barre droite simplement comprimée. Les principales hypothèses à la base de cette théorie sont :

- Barre prismatique bi articulée parfaitement rectiligne.

- Barre idéale sans imperfections (déformations initiale, contraintes résiduelles, etc...).
- Barre sollicitée en compression pure par une charge parfaitement centrée.
- Matériau infiniment élastique linéaire.
- Déformation par torsion empêchée.

Considérons la barre comprimée de la figure (Fig.II.2). La charge critique N_{cr} est égale à la charge pour laquelle la barre est en équilibre indiffèrent. Pour obtenir cette valeur, on impose une déformation à la barre chargée et l’on écrit son équation d’équilibre dans la position déformée. Cette position représente donc un état d’équilibre possible. La représentation graphique du phénomène est caractérisée par une augmentation de la charge N sans aucune déformation w jusqu’à une valeur de charge $N=N_{cr}$ où le déplacement latéral w comporte un point de bifurcation. L’ensemble des points situés sur les deux tronçons horizontaux de la courbe $N-w$ de la figure (Fig.II.2) représentent également un état d’équilibre possible. Ce phénomène est appelé *flambement par bifurcation*.

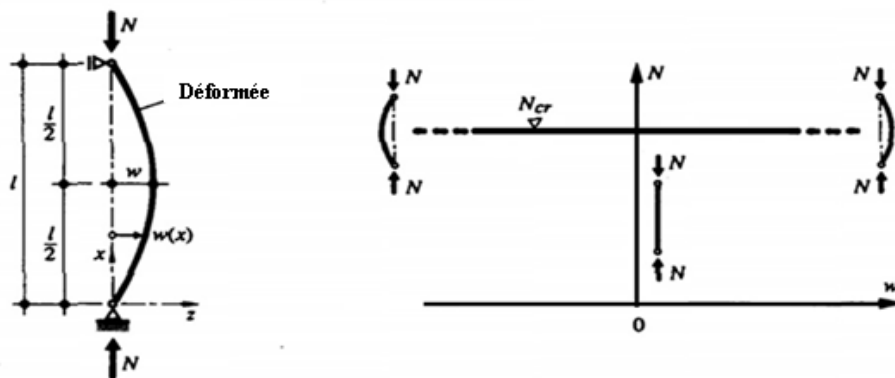


Figure II.2 : Flambement plan d’une barre bi-articulée (bifurcation d’équilibre).

La condition d’équilibre entre les moments extérieurs et intérieurs permet d’écrire les équations différentielles ci-après, suivant le type de flambement :

- Selon l’axe y :

$$EI_y \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + N w(x) = 0 \quad (\text{II.1})$$

- Selon l’axe z :

$$EI_z \frac{d^2 v(x)}{dx^2} + N v(x) = 0 \quad (\text{II.2})$$

Il est nécessaire de préciser la terminologie utilisée pour désigner le type de flambement que nous allons toujours considérer selon un axe. Ainsi, le flambement selon l’axe y dépend de l’inertie I_y , mais correspond à une déformation w dans la direction de l’axe z , donc perpendiculairement à l’axe y .

De même, le flambement selon l’axe z dépend de l’inertie I_z , mais correspond à une déformation v dans la direction de l’axe y , donc perpendiculairement à l’axe z .

En admettant une déformée sinusoïdale et une rigidité EI constante, on obtient par intégration, en introduisant les conditions aux limites pour une barre bi-articulée (à savoir $w=w''=0$ pour $x=0$ et l), la valeur de la charge critique de flambement élastique N_{cr} , ou charge critique d’Euler N_E , donnée par :

$$N_{cr} = N_E = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (\text{II.3})$$

- E : module d'élasticité
- I : moment d'inertie par rapport à l'axe perpendiculaire au plan de déformation
- l : longueur de la barre

Il est important de préciser que la charge critique de flambement correspond en fait à une résistance, et non pas à une sollicitation (même si l’on utilise le terme charge), d’une barre idéale comprimée. Le cas de la barre bi-articulée correspond au cas fondamental de flambement. Il est possible de déduire la charge critique de barres présentant d’autres conditions d’appuis en introduisant la notion de *longueur de flambement* l_k . Celle-ci est égale à la longueur de la barre fictive qui aurait la même charge critique que la barre étudiée ; c’est aussi la distance entre deux points d’inflexion de la déformée (Fig.II.3). D’où l’expression généralisée donnant la valeur de la charge critique de flambement élastique :

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2} \quad (\text{II.4})$$

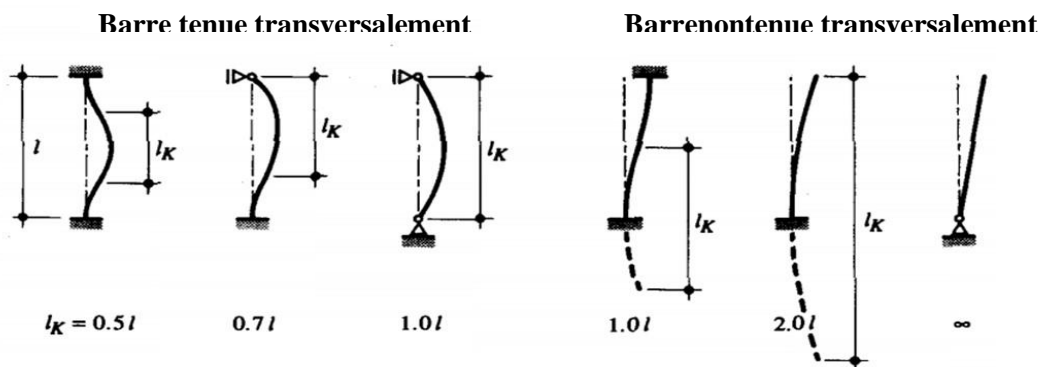


Figure II.3 : Longueur de flambement l_k

d’une barre comprimée pour différentes conditions d’appuis.

La contrainte moyenne de compression, définie comme la *contrainte critique de flambement élastique* vaut alors :

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_k^2} \quad (\text{II.5})$$

- A : aire de la section ;
- i : rayon de la giration de la section de la barre par rapport à l’axe perpendiculaire au plan de déformation ($i = \sqrt{I/A}$)

Avec l’élancement (λ_k) de la barre définie comme étant égale au rapport entre sa longueur de flambement l_k et son rayon de giration i :

$$\lambda_k = \frac{l_k}{i} \quad (\text{II.6})$$

Il faut relever que l’équation (II.5) permet d’exprimer l’élancement (λ_k) en fonction de la charge critique de flambement élastique selon l’expression suivante :

$$\lambda_k = \pi \sqrt{\frac{EA}{N_{cr}}} = \pi \sqrt{\frac{E}{N_{cr}}} \quad (\text{II.7})$$

Si l’on représente (II.5) graphiquement, on obtient la courbe de (σ_{cr}) en fonction de (λ_k) donnée à la figure (Fig.II.4-a), appelée hyperbole d’Euler, qui est la courbe de flambement pour des barres parfaitement rectilignes constituées d’un matériau infiniment élastique linéaire. La courbe de flambement est limitée par la droite horizontale correspondant à la limite d’élasticité f_y (Fig.II.4-b).

Pratiquement, si l’on effectue des essais en employant des barres industrielles, on obtient les courbes de flambement de la figure (Fig.II.4-c). Pour de grands élancements, ces courbes sont très proches de l’hyperbole d’Euler, mais lorsque l’élancement diminue, elles s’en écartent passablement, pour s’approcher de la limite d’élasticité dans le cas de très faibles élancements. On constate que la contrainte de flambement (σ_k) est plus faible que la contrainte critique de flambement élastique (σ_{cr}), obtenue par la théorie élastique. Ceci est dû principalement à l’effet défavorable des contraintes résiduelles et des imperfections géométriques inhérentes à chaque profilé.

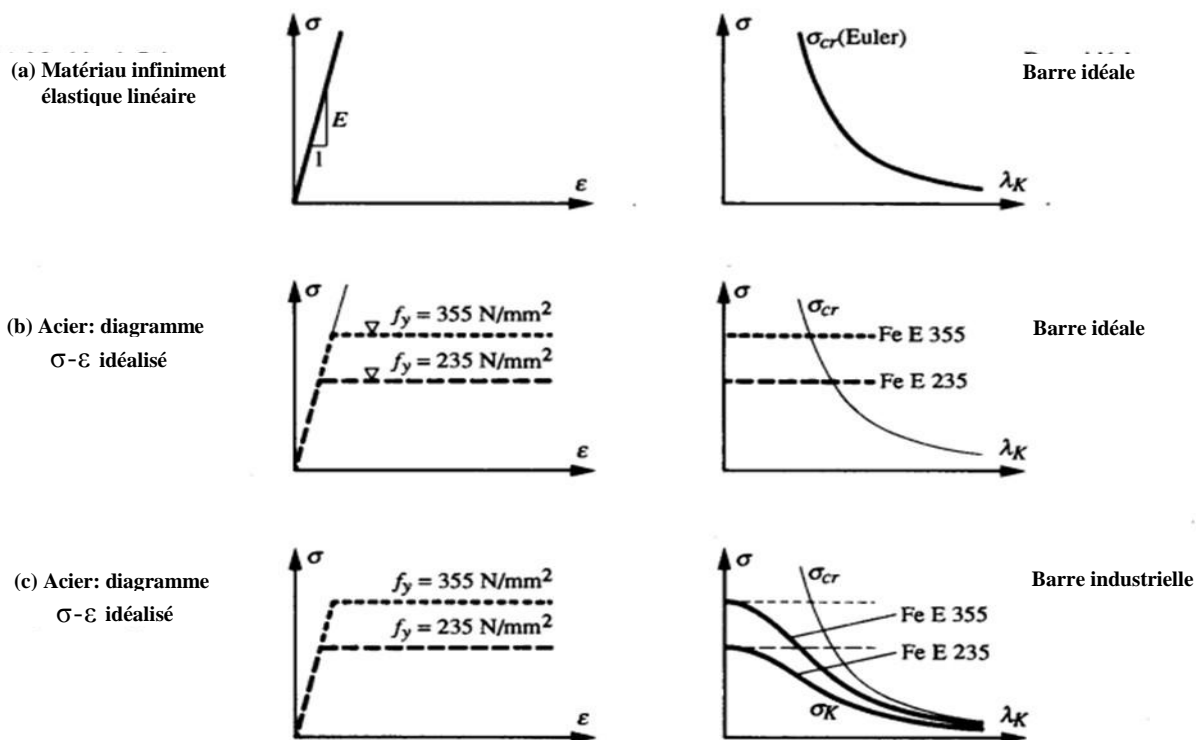


Figure II.4 : Allure des courbes de flambement selon les hypothèses effectuées.

En conclusion, la théorie linéaire du flambement élastique est insuffisante pour déterminer la résistance ultime d’une barre comprimée. Elle montre cependant l’importance de l’élancement (λ_k) sur la valeur de la charge critique (N_{cr}) est inversement proportionnelle au carré de l’élancement (λ_k). Notons enfin que l’emploi d’un acier à haute résistance n’est pas avantageux pour les pièces élancées, car la charge critique n’est pas directement proportionnelle à la limite d’élasticité de l’acier. En fait, pour les grands élancements, le calcul de la charge critique n’est pas un problème de résistance, mais plutôt de déformation (flèche inacceptable), fortement influencé par le module d’élasticité du matériau.

II.2.2. La résistance ultime au flambement :

II.2.2.1. Principe du flambement par divergence :

L’étude classique du phénomène d’instabilité d’une barre comprimée considère une barre idéale, exécutée en un matériau homogène, ayant un axe parfaitement rectiligne et une application centrée de la charge : il s’agit des hypothèses à la base de la théorie linéaire du flambement élastique traité à la section. En réalité, l’axe d’une barre industrielle présente une déformée initiale due aux tolérances d’exécution ; elle n’est de ce ne fait jamais absolument rectiligne et les charges sont appliquées avec un e certaines excentricité w_0 par rapport à l’axe x , comme le montre la figure (Fig.II.5).

La section d’une barre industrielle se différencie également de celle d’une barre idéale par la présence de contraintes résiduelles dues au laminage et au refroidissement de la section. L’ensemble de ces imperfections conduit à des efforts supplémentaires dans la barre (effets du second ordre) et à chaque valeur de la charge N correspond une déformation w non nulle.

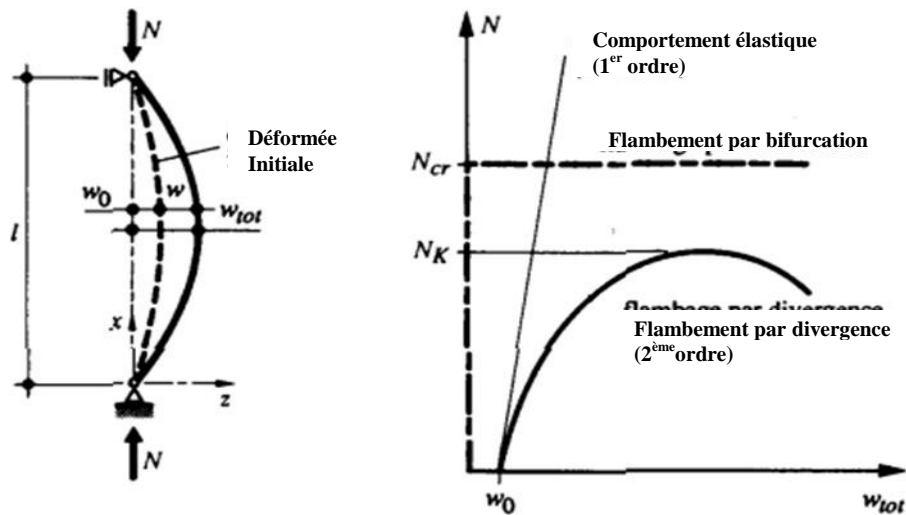


Figure II.5 : Flambement par divergence de l’équilibre.

Lors de la mise en charge de la barre, la courbe charge-déformation commence déjà avec une déformation w_0 , puis elle va s’éloigner de la droite correspondant au comportement élastique (1^{er} ordre) de la barre (Fig.II.5). La déformation w_{tot} devient rapidement excessive, et la résistance ultime au flambement N_k de la barre est alors atteinte lorsque les efforts intérieurs excèdent sa résistance en section. A noter que la résistance ultime au flambement N_k est toujours inférieure à la charge critique de flambement N_{cr} . On parle dans ce cas de flambement par divergence, par opposition flambement par bifurcation.

On peut calculer la valeur de la résistance ultime de flambement N_k à partir des courbes de flambement européenne établies par CECM (Convention Européenne de la Construction Métallique), en tenant compte des différentes imperfections affectant les barres industrielles. Ces imperfections sont de différentes natures comme nous allons voir dans le paragraphe suivant.

II.3. Etude de déversement :

II.3.1. Principe du déversement

Les poutres fléchies sont en général constituées de profilés en I. Comme leur inertie par rapport à l'axe faible z est de beaucoup inférieure à celle relative à l'axe y , cela peut être la cause d'un phénomène d'instabilité appelé déversement. Pour illustrer ce phénomène, prenons le cas de la poutre en porte-à-faux sollicitée à son extrémité par une charge concentrée verticale (Fig.II.6). Si pour une faible charge, elle ne se déforme que perpendiculairement à son axe de forte inertie (verticalement, dans ce cas), la partie comprimée du profilé va se dérober latéralement pour échapper à la compression si l'on augmente la charge: la poutre déverse, ce qui fait subir à chaque section – en plus de la déformation verticale – un mouvement de translation horizontal accompagné d'une rotation autour de son centre de cisaillement.



Figure II.6: Phénomène du déversement.

II.3.2. Théorie linéaire de déversement élastique :

II.3.2.1. Principe de déversement :

D'une façon générale, on peut dire que la résistance ultime d'une poutre fléchie qui déverse est atteinte pour une charge Q_D inférieure à la charge Q_{pl} correspondant à la plastification totale de la section (Fig.II.7). Une fois que le déversement s'est produit, la poutre montre un comportement instable similaire à celui correspondant au flambement par divergence. (Fig.II.5).

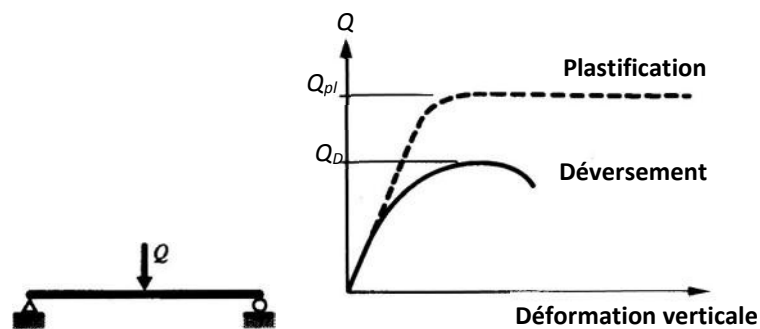


Figure II.7: Comportement d'un élément fléchi.

On pourrait considérer le déversement comme un flambement latéral de la membrure comprimée de la poutre dans le plan horizontal. Cette conception, est cependant simpliste et conservatrice. En effet, supposons que la moitié comprimée de la poutre montrée à la figure (Fig.II.8) flambe latéralement et qu'elle subisse de ce fait un déplacement latéral v , on voit que cette partie ne peut flamber seule. La continuité avec la moitié tendue du profilé exige que les deux parties de la section subissent une rotation d'un même angle φ .

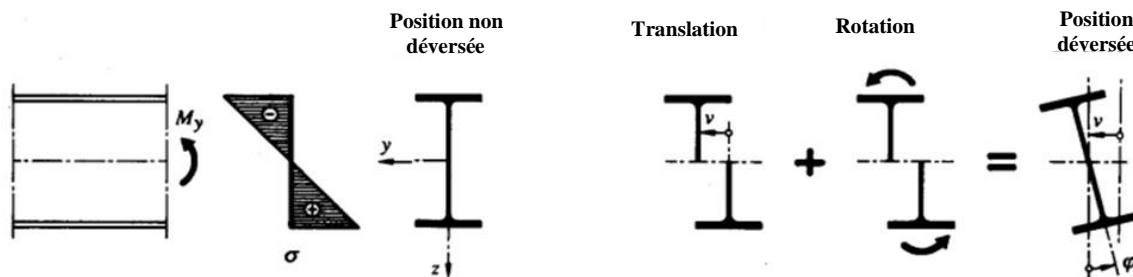


Figure II.8: Translation et rotation d'une section d'un élément de poutre sujet au déversement.

Ce raisonnement simple montre que l'on doit tenir compte, dans l'étude du déversement, non seulement de la rigidité de flexion latérale, mais aussi de la rigidité torsionnelle de la section.

II.3.2.2. Déversement d'une poutre simple en flexion pure :

Considérons le cas fondamental utilisé pour l'étude du déversement, à savoir la poutre simple de la figure (Fig. II.9) sollicitée en flexion pure. En partant de l'état déformé de la barre, on peut calculer la valeur de la charge critique pour laquelle le système est en équilibre métastable. Ce cas fondamental de la poutre simple a été résolu par Timoshenko (1966) en considérant les hypothèses suivantes :

- Barre parfaitement rectiligne de section bi-symétrique constante sur toute sa longueur,
- Barre idéale sans imperfections (déformation initiale, contraintes résiduelles, etc.),
- Section de la barre indéformable,
- Appuis de type «appuis à fourche»,
- Matériau infiniment élastique linéaire,
- Inertiez de la section faible vis-à-vis de l'inertie I_y ,
- Petites déformations ($\sin \varphi = \varphi$, $\cos \varphi = 1$).

Il faut préciser ici qu'un appui à fourche correspond à un appui simple à la flexion où la rotation φ de la section autour de l'axe x ainsi que le déplacement latéral v sont empêchés.

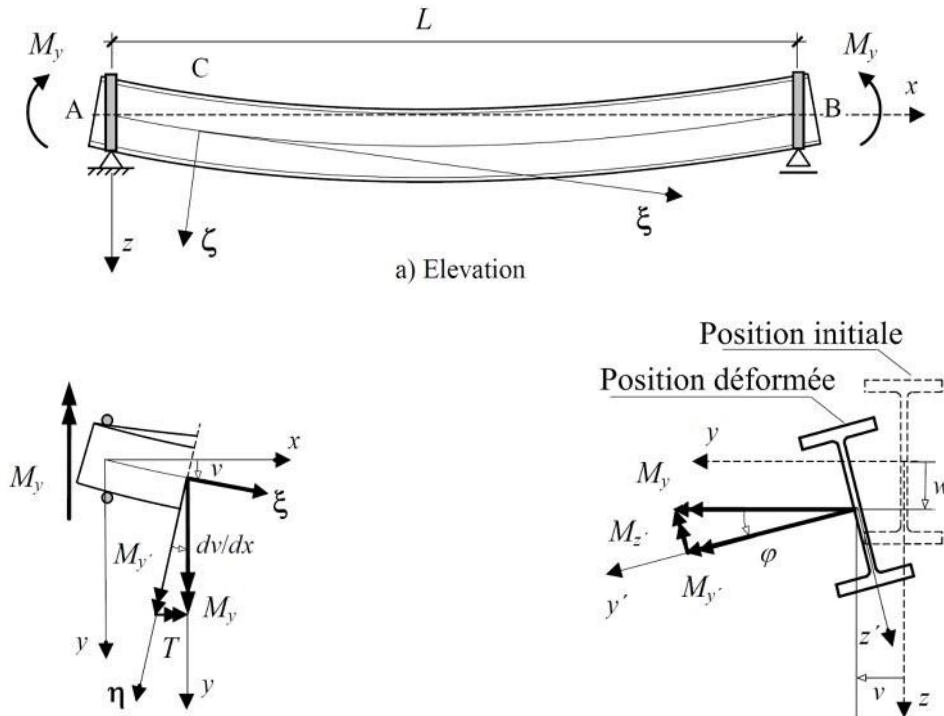


Figure II.9: Déversement d'une poutre constituée d'une section en I bi-symétrique, sollicitée en flexion pure.

On peut dès lors établir les équations différentielles relatives à cette poutre en écrivant les conditions d'équilibre par rapport au système de coordonnées (ξ, η, ζ) à l'état déformé, ce qui représente un système de trois équations à trois inconnues (v, w et φ) :

- Flexion selon l'axe η , en tenant compte du fait que $M\eta = My \cos\varphi \approx My$

$$EI_y \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + My = 0 \quad (\text{II.8})$$

- Flexion selon l'axe ζ , en tenant compte du fait que $M\zeta = My \sin\varphi \approx My$

$$EI_z \frac{d^2 v(x)}{dx^2} + \varphi(x) My = 0 \quad (\text{II.9})$$

- Torsion autour de l'axe ξ , en tenant compte du fait que $T = My \sin \frac{dv}{dx} \approx My \frac{dv}{dx}$

$$EI_w \frac{d^3 \varphi(x)}{dx^3} - GK \frac{d\varphi(x)}{dx} + My \frac{dv(x)}{dx} = 0 \quad (\text{II.10})$$

La relation (II.8) est indépendante des deux suivantes : c'est l'équation d'une barre sollicitée en flexion pure. En dérivant une fois (II.10) et en remplaçant $d^2 v(x)/dx^2$ par sa valeur tirée de (II.9), on obtient l'équation différentielle suivante :

$$EI_w \frac{d^4 \varphi(x)}{dx^4} - GK \frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} - \frac{M_y^2}{EI_z} \varphi(x) = 0 \quad (\text{II.11})$$

Sa solution est du type : $\varphi(x) = A \cosh(\alpha x) + B \sinh(\alpha x) + C \sin(\beta x) + D \cos(\beta x)$.

Pour déterminer les quatre constantes d'intégration, on dispose de quatre conditions aux limites, à savoir : $\varphi = \varphi'' = 0$ pour $x = 0$ et l_D . Le moment critique de déversement élastique M_{crD} , pour lequel le système est en équilibre métastable, se formule finalement de la façon suivante, on remarquera que cette relation est indépendante de la limite d'élasticité f_y de l'acier :

$$M_{crD} = \frac{\pi}{l_D} \sqrt{GKEI_z \left(1 + \frac{\pi^2 EI_w}{l_D^2 GK} \right)} \quad (\text{II.12})$$

- l_D : Longueur de déversement (distance entre deux appuis latéraux empêchant le déversement)
- G : Module de cisaillement ;
- K : Constante de torsion uniforme ;
- GK : Rigidité de torsion ;
- E : Module d'élasticité ;
- I_z : Moment d'inertie par rapport à l'axe z ;
- EI_z : Rigidité de flexion latérale ;
- I_w : Moment d'inertie sectoriel de la section ;
- EI_w : Rigidité de torsion non uniforme

II.3.2.3. Moment critique de déversement élastique (Méthode approximative) :

Le cas particulier de la poutre simple en flexion pure ne se rencontre pratiquement jamais dans une structure. De plus, les appuis d'une poutre sont souvent des encastremets élastiques à la flexion et à la torsion, les charges extérieures ne se réduisent pas à un simple moment de flexion et la section de la barre peut être dissymétrique (Fig.II.9).

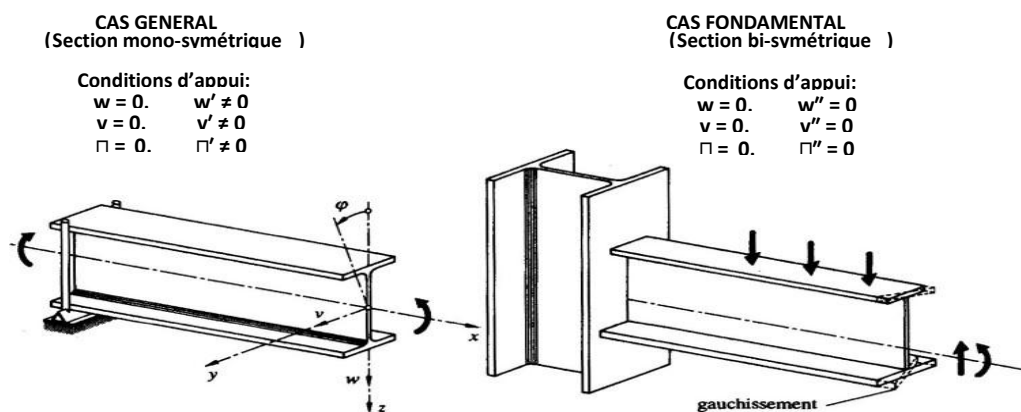


Figure II.10. Conditions d'appui, charges et types de sections transversales.

Plusieurs chercheurs ont étudié le déversement afin de trouver une méthode de calcul plus générale, applicable à de nombreux cas pratiques. Citons parmi eux Clark et Hill ainsi que Djalaly qui ont proposé sur une base empirique la formule généralisée (II.6), qui tient compte de manière plus détaillée du type de chargement de la barre et de ses conditions d'appui. Les hypothèses de calcul sont identiques à celles énoncées dans la théorie de Timoshenko, à la différence près que la section peut être mono-symétrique, qu'elle peut être chargée entre les appuis et que les conditions d'appui sont plus générales :

$$M_{crD} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{k_v k_\varphi l_D^2} \left[\sqrt{(C_2 z_a + C_3 \beta)^2 + \frac{I_w}{I_z} \left(\frac{GK k_\varphi^2 l_D^2}{\pi^2 E I_w} \right)} + (C_2 z_a + C_3 \beta) \right] \quad (\text{II.8})$$

D'où :

- C_1, C_2, C_3 : Facteurs dépendant du type de chargement et des conditions d'appuis
- k_v, k_φ : coefficients d'encastrement aux appuis
- z_a : Distance entre le centre de cisaillement C et le point d'application de la charge (positive si ce dernier est situé entre le centre de cisaillement et la semelle tendue)

avec la caractéristique sectorielle de la section β ($\beta = 0$ pour une section bi-symétrique) définie par :

$$\beta = z_C + \frac{1}{2I_y} \int_A z(y^2 + z^2) dA \quad (\text{II.9})$$

- z_C : Distance entre le centre de gravité G et le centre de cisaillement C (positive si le centre de cisaillement se trouve entre le centre de gravité et la semelle comprimée) .

II.3.2.4. Influence des conditions d'appui :

La valeur du moment critique de déversement élastique donnée par (II.8) dépend des conditions d'appui de la poutre en flexion latérale (déplacement latéral v du centre de cisaillement) et en rotation (angle φ), de même que de la possibilité de gauchissement. Les conditions d'appui en flexion latérale influencent directement le coefficient d'encastrement k_v , tandis que les conditions d'appui en rotation influencent le coefficient d'encastrement k_φ . Pour une poutre simple, on a pour les deux cas extrêmes suivants :

- Cas général de la poutre sur deux appuis à fourche (Fig.II.8) :

$$v = v'' = 0 \text{ d'où } k_v = 1.0$$

$$\varphi = \varphi'' = 0 \text{ d'où } k_\varphi = 1.0$$

- Cas particulier de la poutre parfaitement bi-encastree, avec gauchissement empêché :

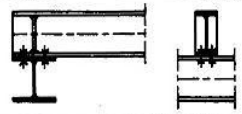
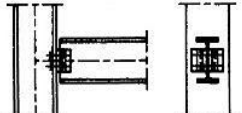
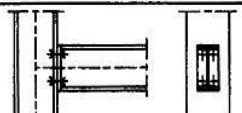
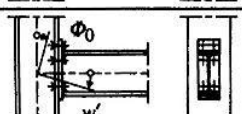
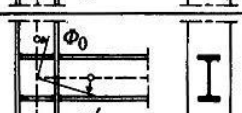
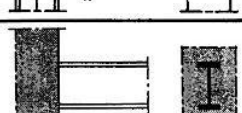
$$v = v'' = 0 \text{ d'où } k_v = 0.5$$

$$\varphi = \varphi'' = 0 \text{ d'où } k_\varphi = 0.5$$

Le tableau (Tableau II.1) donne pour quelques cas concrets d'appuis les conditions aux limites et les coefficients d'encastrement correspondants. Théoriquement, pour chaque poutre présentant des conditions d'appuis différentes, il faudrait intégrer le système d'équations différentielles en tenant compte de ces conditions aux limites. Pratiquement, on peut toutefois admettre pour le dimensionnement les valeurs suivantes des coefficients d'encastrement :

- $k_v = 1.0$ pour tous les cas où les appuis de la poutre n'empêchent pas sa flexion latérale (par exemple les appuis constitués d'une colonne dont on néglige la résistance à la torsion) ;
- $k_v = 0.5$ pour tous les cas où les appuis de la poutre empêchent sa flexion latérale (par exemple les appuis constitués d'un élément rigide à la torsion) ;
- $k_\varphi = 1.0$ dans tous les cas, pour autant que les appuis de la poutre empêchent une rotation des sections d'extrémité.

Tableau II.1 : Conditions aux limites et valeurs approchées des coefficients d'encastrement d'une poutre dont les deux appuis sont identiques.

Schémas des appuis	Conditions aux limites	k_v et k_φ	Remarques
	$w = w_0$ $w'' = 0$ $v = 0$ $v'' = 0$ $\varphi = 0$ $\varphi'' = 0$	$k_v = 1.0$ $k_\varphi = 1.0$	Raidisseurs ou appuis latéraux au niveau de la membrure comprimée nécessaires afin d'empêcher la rotation de la poutre aux appuis (w_0 : déplacement vertical de l'appui).
	$w = 0$ $w'' = 0$ $v = 0$ $v'' = 0$ $\varphi = 0$ $\varphi'' = 0$	$k_v = 1.0$ $k_\varphi = 1.0$	Liaison articulée dans laquelle les cornières doivent être suffisantes pour empêcher la rotation de la poutre aux appuis.
	$w = 0$ $w'' = 0$ $v = 0$ $v'' = 0$ $\varphi = 0$ $\varphi'' = 0$	$k_v = 1.0$ $k_\varphi = 1.0$	Liaison semi-rigide avec gauchissement partiellement empêché par la plaque de tête. On néglige la résistance à la torsion de la colonne.
	$w = 0$ $w' = \Phi_0$ $v = 0$ $v'' = 0$ $\varphi = 0$ $\varphi'' = 0$	$k_v = 1.0$ $k_\varphi = 1.0$	Liaison semi-rigide avec flexion partiellement empêchée ($k_\varphi < 1.0$). On néglige la résistance à la torsion de la colonne (Φ_0 : inclinaison de la colonne).
	$w = 0$ $w' = \Phi_0$ $v = 0$ $v'' = 0$ $\varphi = 0$ $\varphi' = 0$	$k_v = 1.0$ $k_\varphi = 0.5$	Encastrement parfait de la poutre à la torsion, gauchissement empêché par les raidisseurs. On néglige la résistance à la torsion de la colonne (Φ_0 : inclinaison de la colonne).
	$w = 0$ $w' = 0$ $v = 0$ $v' = 0$ $\varphi = 0$ $\varphi' = 0$	$k_v = 0.5$ $k_\varphi = 0.5$	Encastrement parfait de la poutre à la flexion et à la torsion, gauchissement empêché par l'appui que l'on considère comme étant rigide à la torsion.





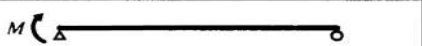
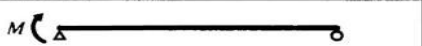
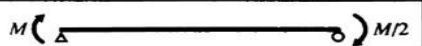
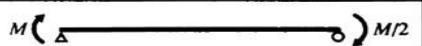
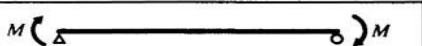
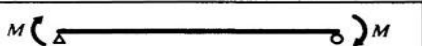

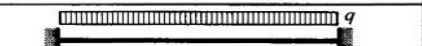
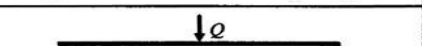
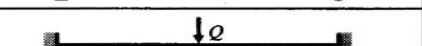
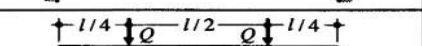
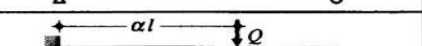
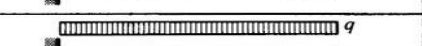
II.3.2.5. Influence du type de chargement :

Le moment critique de déversement élastique M_{crD} est fonction du type de chargement de la poutre et de son système statique (conditions d'appui); pratiquement, on en tient compte par les facteurs C_1 , C_2 et C_3 dans (II.8). Le cas le plus défavorable est celui de la poutre simple sollicitée par un moment de flexion constant. Dans le cas d'un moment linéairement variable ou de charges appliquées entre les appuis, la compression maximale n'est atteinte sur toute la longueur de la poutre que dans une seule section, ce qui se traduit par des facteurs C_1 , C_2 et C_3 plus élevés afin de tenir compte de cet effet favorable.

Le tableau (Tableau II.2) donne les valeurs de ces trois facteurs pour les cas de charges les plus courants et pour les conditions d'appui suivantes : $k_v = 1.0$ (cas usuel), 0.5 et 2.0 (pour la poutre en porte-à-faux) et $k_\varphi = 1.0$ (valeur admise normalement). Pour des systèmes statiques dont les conditions d'appui sont telles que $0.5 < k_v < 1.0$, on peut soit obtenir les facteurs

C_1 , C_2 et C_3 par interpolation, soit choisir $k_v = 1.0$ (méthode conservatrice), les facteurs peuvent être trouvés dans (Boissonnade et al).

Tableau II.2 : Valeurs des facteurs C_1 , C_2 et C_3 pour $k_\varphi = 1.0$

Mode de chargement	$k_v = 1.0$			$k_v = 0.5$			$k_v = 2.0$		
	C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3
 M () M	1.00	①	1.00	1.00	①	1.14			
 M () $M/2$	1.32	①	0.99	1.51	①	2.27			
 M ()	1.88	①	0.94	2.15	①	2.15			
 M () $M/2$	2.70	①	0.68	3.09	①	1.55			
 M () M	2.75	①	0.00	3.15	①	0.00			
 q	1.13	0.46	0.53	0.97	0.30	0.98			
 q	1.28	1.56	0.75	0.71	0.65	1.07			
 q	1.36	0.55	1.73	1.07	0.43	3.06			
 q	1.56	1.27	2.64	0.94	0.71	4.80			
 q	1.05	0.43	1.12	1.01	0.41	1.89			
 q							$\frac{1.28}{\alpha}$	0.43	②
 q							2.05	0.83	②

① Sans influence s'il n'y a pas de charge transversale

② Sans influence pour une section bi-symétrique

II.3.3. Résistance ultime au déversement (Étude Normative) :

II.3.3.1. Principe linéaire du moment de déversement :

La théorie linéaire permettant de calculer le moment critique de déversement élastique, est basée sur le modèle d’instabilité par bifurcation de l’équilibre. En réalité, le moment de flexion maximale que peut reprendre une section est égal au moment plastique M_{pl} . Or, le moment critique de déversement élastique M_{crD} obtenu avec (II.12) dépasse cette valeur critique pour des faibles élancements. De même que pour le flambement, le modèle d’un comportement élastique n’est plus valable dans le domaine de petits élancements ; cela est dû à la mauvaise corrélation du modèle théorique avec le comportement réel de l’élément. Les hypothèses énoncées ne tiennent pas compte, entre autres, de la limite d’élasticité de l’acier et des imperfections des éléments (imperfections géométriques, contraintes résiduelles, etc.). Il est donc nécessaire de définir, de façon analogue au flambement, la résistance ultime au déversement M_D .

II.3.3.2. Le moment critique de déversement selon L’Eurocode 3:

L’Eurocode 3 dispose de plusieurs méthodes afin de tenir compte du cas de déversement : *un cas général*,

- Un cas ajusté aux profilés laminés ou sections soudées équivalentes,
- Une méthode simplifiée,
- Une méthode générale pouvant être utilisée aussi bien pour le déversement que d’autres cas d’instabilités.

L’organisation « Access Steel », d’après un accord avec les principaux instituts techniques en construction métallique en Europe, a publié un document « Non-Conflicting, Complementary Information » (NCCI) afin de déterminer M_{cr} , basé sur l’équation (II.8):

$$M_{cr,EC} = \frac{C_1 \pi^2 E I_z}{(KL)^2} \left[\sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(KL)^2}{\pi^2} \cdot \frac{G I_t}{E I_z} + (C_2 Z_g)^2} - C_2 Z_g \right] \quad (\text{II.10})$$

D’après cette formule qui a été adoptée par l’Eurocode 3, il est possible de constater que l’EC3 est ouvert à une grande variété de situations par rapport aux autres règlements en vigueur tel que l’AISC (l’Institut Américain de la Construction Métallique). Cependant, l’EC3 est complexe mais essaie de couvrir le plus large éventail de cas possibles, et dispose de bien des manières pour s’ajuster au cas étudié (plusieurs méthodes pour approcher un problème).

II.3.3.3. Calcul simplifié du moment critique de déversement élastique (la norme SIA 161):

Il est possible de recourir à une méthode de calcul simplifiée pour déterminer le moment de déversement (la simplification consiste à ne pas utiliser les coefficients k_v , k_φ , C_1 , C_2 et C_3), à condition que les hypothèses suivantes soient remplies :

- Le système statique est une poutre simple avec appuis à fourche ($v = v'' = 0$ et $\varphi = \varphi'' = 0$);
- La section est bi-symétrique et indéformable ;
- Les charges agissent dans le plan de symétrie de la section et leur point d’application au centre de cisaillement ;

Un tel principe de calcul simplifié est d’ailleurs repris dans la norme SIA 161.

Examinons d’abord le moment critique de déversement élastique M_{crD} donné par le cas fondamental de la poutre simple en flexion pure par (II.12), qui peut s’exprimer, en séparant l’influence de la *torsion uniforme et non- uniforme*, de la façon suivante :

$$M_{cr,EC} = \left[\sqrt{\frac{\pi^2 GK EI_z}{l_D^2} + \frac{\pi^4 EI_w EI_z}{l_D^4}} \right] \quad (\text{II.11})$$

Historiquement, on a en général utilisé la contrainte critique de déversement élastique σ_{crD} , qui est liée au moment critique de déversement élastique M_{crD} de la façon suivante :

$$\sigma_{crD} = \frac{M_{crD}}{\overline{W}_y} \quad (\text{II.12})$$

\overline{W}_y : est le moment de résistance par rapport à la fibre moyenne des ailes.

Avec (II.11), la contrainte critique de déversement élastique σ_{crD} peut donc se formuler ainsi :

$$\sigma_{crD} = \sqrt{\left[\frac{\pi}{l_D \overline{W}_y} \sqrt{GK EI_z} \right]^2 + \left[\frac{\pi^2 E}{l_D^2} \sqrt{\frac{I_w I_z}{\overline{W}_y^2}} \right]^2} \quad (\text{II.13})$$

En définissant les termes entre crochets par la composante de torsion uniforme σ_{Dv} , et, respectivement, non uniforme σ_{Dw} , la contrainte critique de déversement élastique peut donc s’écrire pour une section bi-symétrique sous la forme d’une somme vectorielle de deux composantes, représentant d’une part la résistance en *torsion uniforme (St-Venant)* de la poutre et d’autre part la résistance en *torsion non-uniforme* :

$$\sigma_{crD} = \sqrt{\sigma_{Dv}^2 + \sigma_{Dw}^2}$$

- σ_{Dv} : la composante de la torsion uniforme.
- σ_{Dw} : la composante de la torsion non-uniforme.

En général, une barre sollicitée par un moment de torsion résiste simultanément en torsion uniforme et en torsion non-uniforme ; on dit qu’elle travaille en torsion mixte. Le moment de torsion extérieur est équilibré d’une part par un flux de cisaillement (torsion uniforme), et d’autre part par des contraintes normales associées à des contraintes tangentielles (torsion non-uniforme). La part de ces deux modes de résistance dépend principalement de la géométrie de la section transversale, mais également de la portée et des conditions d’appui.

Lors de calcul de la résistance ultime au déversement d’une poutre, on peut, suivant le cas, négliger l’une des deux résistances à la torsion (Fig. II.10). Un profilé tubulaire résiste essentiellement en torsion uniforme, car la composante de torsion non-uniforme σ_{Dw} peut être négligée. Pour une poutre composée d’âme pleine, dont la longueur de déversement est faible, c’est par contre la composante de torsion uniforme σ_{Dv} qui peut être négligée : la section résiste donc essentiellement en torsion non-uniforme. Un profilé laminé résiste quant à lui en torsion mixte, mais la composante de torsion uniforme (St-Venant) σ_{Dv} est souvent prépondérante, comme le montre la figure (Fig.II.10).

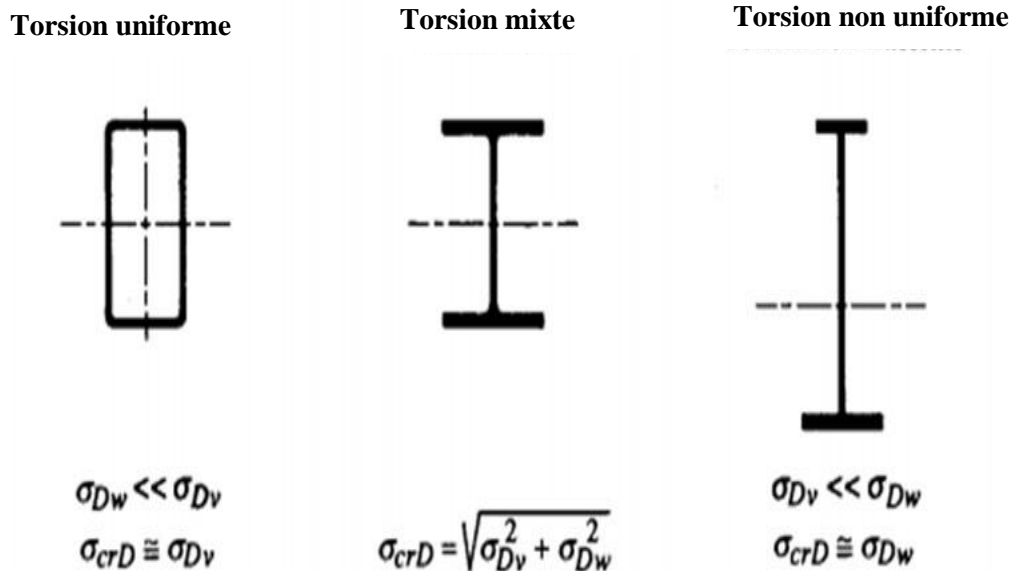


Figure II.11: Mode de résistance à la torsion de quelques sections.

II.4. Conclusion :

L’étude des phénomènes d’instabilité élastique est particulièrement importante en construction métallique, car ils sont très fréquents du fait de l’utilisation d’éléments minces et de grand élancement. A cet effet, nous avons examiné successivement les deux phénomènes d’instabilité (flambement, déversement) sous leurs aspects théoriques ou analytiques et réglementaires.

Dans cette partie, nous avons présenté une analyse analytique et réglementaire du flambement ainsi que de déversement des poutres à parois minces. Beaucoup de paramètres interviennent dans le calcul des charges critiques (charge axiale normal ou moment critique).

Les principaux paramètres intervenants sont la forme de la section transversale (le moment d'inertie par rapport à l’axe faible et les caractéristiques géométriques de torsion. Le point d'application de la charge par rapport au centre de torsion joue un rôle très important dans la résistance au déversement. Les conditions aux limites de la poutre vis à vis de la flexion et du gauchissement interviennent aussi.

Chapitre – III–

Les contraintes résiduelles.

III.1.Introduction :

Les contraintes résiduelles sont présentes dans de nombreux matériaux et pièces après élaboration et traitement. Ces contraintes résiduelles se superposent aux contraintes appliquées lors de leur mise en œuvre. Ce chapitre donne une définition des contraintes résiduelles, quelques éléments sur leur mesure, leur genèse et sur leurs conséquences sur les propriétés du matériau et des pièces.

La fabrication d'une poutre métallique de pont s'effectue à partir de tôles en acier laminées dans lesquelles sont oxycoupées les semelles et l'âme qui sont ensuite assemblées par soudage. Ces étapes de fabrication introduisent des imperfections géométriques (déformations géométriques des éléments) et matérielles avec la création de contraintes résiduelles. Les imperfections géométriques sont connues pour constituer des déformées initiales qui modifient le comportement structural des éléments.

L'influence des contraintes résiduelles sur le comportement structural est de créer des plastifications† locales précoces qui conduisent à une perte de rigidité et à une réduction de la capacité portante d'un élément.

III.2. Les contraintes résiduelles:

Les contraintes résiduelles sont des contraintes situées à l'intérieur des matériaux, même sans forces extérieures et avec des températures constantes et uniformes. Ces contraintes, aussi bien que les contraintes d'exercice, comportent des variations dans la stabilité du système en modifiant à la fois dimension, résistance à la fatigue et à la rupture. Les contraintes résiduelles, qui se développent normalement dans le composant pendant les processus de fabrication et d'usinage, peuvent se combiner avec les charges d'exercice, en accélérant la vitesse d'augmentation des défauts et en portant à la rupture prématurée et souvent catastrophique de la partie.

Les causes qui mènent à la manifestation des contraintes résiduelles sont généralement divisées en trois macro-catégories qui ont en commun des caractéristiques particulières:

- **Contraintes résiduelles d'origine mécanique:** qui créent des déformations plastiques et qui proviennent par exemple dans la construction métallique du dressage à froid, du laminage ou du cintrage d'un profilé.

- **Contraintes résiduelles d'origine thermique:** qui sont dues au refroidissement inégal de l'acier. Par exemple pour un profilé après laminage à chaud, l'extrémité des ailes refroidit plus vite que leur centre puisque la surface exposée à l'air libre pour un même volume est plus grande. le rapport entre le volume et la surface d'exposition permet de comprendre le mécanisme de refroidissement et de prédire de façon qualitative quelles sont les parties en compression et en traction d'un élément qui se refroidit. En règle générale, les parties qui se refroidissent en premier sont à l'état final comprimées et celles qui se refroidissent en dernier sont tendues.
- **Contraintes résiduelles thermomécaniques:** qui sont une combinaison des deux origines précédentes, et qui proviennent des procédés de fabrication qui chauffent un matériau. Dans le cas de la construction métallique il s'agit de l'oxycoupage (coupage par chalumeau) ou soudage des éléments.

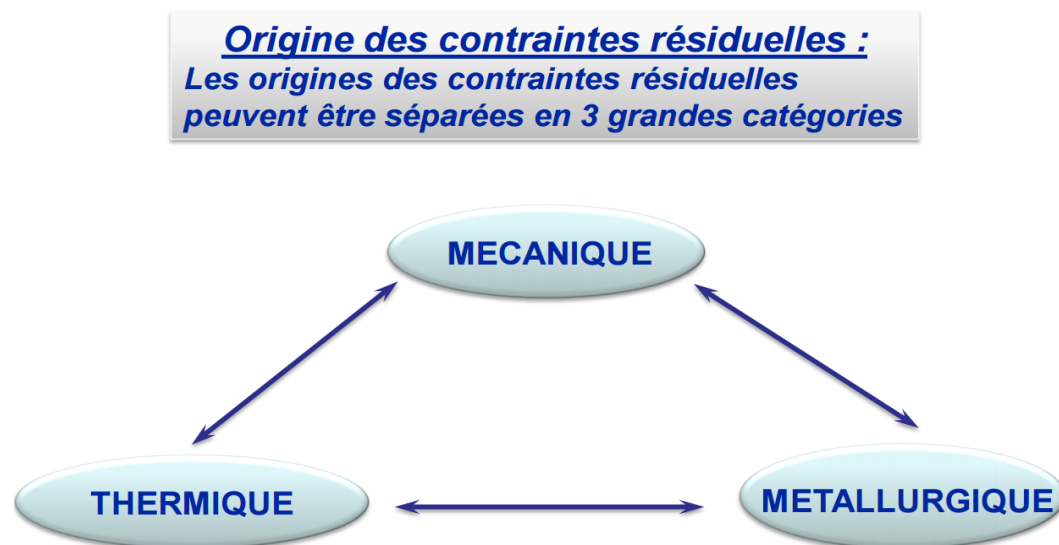


Figure III.1: Origine des contraintes résiduelles.

Dans tous les cas les contraintes résiduelles peuvent être de traction ou de compression; celles de compression sont en certains cas bénéfiques et sont ajoutées intentionnellement dans les composants mécaniques avant d'appliquer les charges d'exercice. Le cas le plus commun est le traitement de grenailage de précontrainte. Dans la pratique, les évènements les plus communs qui comportent des contraintes résiduelles sont:

- Façonnages mécaniques;
- Procès de forgeage et de soudure;
- Non uniformité de la température dans le volume du métal dans les phases de fusion ou de refroidissement;
- Réchauffement des matériaux pendant les traitements thermiques;
- Densité non uniforme du matériel due par exemple aux procédés de trempe des métaux;

L'analyse des contraintes résiduelles assume un rôle important et fondamental dans les phases de projet mécanique, car uniquement à travers le relevé qualitatif et quantitatif de ces forces il est possible de déterminer quels sont les processus les plus indiqués à l'usinage de pièces, quelle est la quantité optimale de matériel à utiliser pour leur réalisation ou quelle est leur forme particulière, de façon à prévoir et éviter de mauvais fonctionnements et ruptures.

Les traitements superficiels de mise en précontrainte ont pour objet d'introduire des contraintes de compression dans les couches superficielles des pièces métalliques sur des épaisseurs pouvant atteindre plusieurs millimètres. Leur objectif principal est d'améliorer la tenue des pièces soumises en service à des sollicitations mécaniques variables dans le temps ou à des conditions de corrosion sous contrainte statique.

Ils sont basés sur l'hétérogénéité de déformation provenant de la localisation d'une source primaire de déformation dans les zones superficielles de la pièce. Le cœur de la pièce qui représente la masse la plus importante s'oppose à la variation dimensionnelle « libre » de la peau générant ainsi un champ auto équilibré de macro contrainte résiduelles. Les sources primaires de déformation sont obtenues par deux types de traitements.

Les traitements mécaniques agissent par déformation plastique des couches superficielles et sont applicables à tous les matériaux présentant un comportement élasto-plastique. Les traitements thermiques et thermochimiques mettent à profit les variations de volume positives engendrées par des transformations de phase à l'état solide ou par des phénomènes de précipitation. Ils n'ont véritablement connu de développement industriel que pour les

alliages ferreux et pour ces matériaux ont l'avantage d'associer une très nette augmentation de dureté à la mise en précontrainte de compression.

La prévision par le calcul des contraintes résiduelles induites par les traitements superficiels fait maintenant partie des logiciels spécialisés développés dans le cadre plus général de la modélisation des procédés de fabrication.

La détermination expérimentale des macros contraintes et des microdéformations est essentiellement réalisée par diffractométrie des rayons X éventuellement complétée par diffractométrie neutronique. La méthode du trou incrémentale est une méthode mécanique également utilisable malgré son caractère obligatoirement destructif.

Enfin, la stabilité des contraintes résiduelles induites par ces traitements doit être prise en compte pour les pièces soumises en service à des sollicitations thermiques ou mécaniques. Il apparaît qu'un des facteurs principaux...

III.3. Modèles de contraintes résiduelles:

Les contraintes résiduelles, parfois aussi appelé contraintes internes, sont des imperfections matérielles qui ont été mise en évidence il y a longtemps déjà (Kalakoutsky 1888) par des mesures sur des cylindres en acier. Depuis lors, de nombreuses études expérimentales et numériques contribuent à l'amélioration de la connaissance sur ces contraintes dans la littérature.

Dans le domaine de la construction métallique, c'est dans les années 1950 et 1960 que la connaissance des contraintes résiduelles s'est fortement développée avec les études portant sur les résistances des colonnes comprimées menées dans un vaste programme de recherche à l'université Lehigh de Pennsylvanie (Beedle and Tall 1960; Gozum and Huber 1955; Thürlimann 1957). Les recherches portent notamment sur les profilés laminés à larges ailes (Huber 1956), sur les tôles soudées (Rao and Tall 1960; Tall 1961), sur les sections soudées (Rao et al. 1964), sur des profilés laminés à chaud (Alpsten 1968), sur des sections soudées avec tôles oxycoupées (Kishima et al. 1969), et sur des sections soudées avec des tôles de fortes épaisseurs (Alpsten and Tall 1970; Bjorhovde et al. 1971). Une synthèse complète des mesures expérimentales est disponible dans (Tebedge and Tall 1974). Ces résultats sont repris, en partie, par la Convention Européenne de la Construction Métallique (CECM ou ECCS en anglais) dans sa publication (ECCS 1976) où sont définies les bases des modèles de contraintes résiduelles en fonction du type d'élément de procédé de fabrication. Plus tard,

d'autres investigations expérimentales ont été menées pour améliorer la connaissance sur les profilés européens de forte épaisseur par (Aschendorff et al. 1983).

III.3.1. Modèle de contraintes résiduelles pour une tôle laminée à chaud:

La distribution des contraintes résiduelles longitudinales moyennes (en faisant la moyenne sur l'épaisseur de la semelle) d'une tôle en acier laminée prend la forme d'une parabole avec une composante de compression dans les bords et de traction au centre. Étant donné que la résultante des contraintes doit être nulle, l'hypothèse d'une distribution parabolique impose que la contrainte de compression σ_c au bord de la tôle doit être égale au double de celle en traction σ_t au centre.

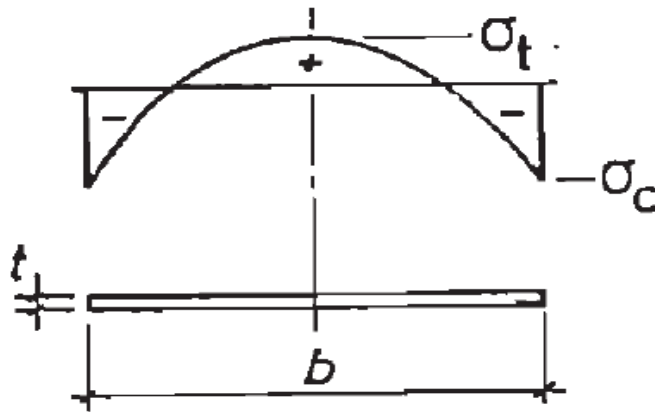


Figure III.2: Modèle de contraintes résiduelles dans une tôle laminée.

Sur la base des mesures expérimentales et des études théoriques (Alpsten 1973) propose une formule permettant de calculer la contrainte de compression σ_c en fonction du rapport b/t et α :

$$\sigma_c = \frac{0,18}{\alpha^{3/2}} \left[\frac{b}{t} \right] \text{ avec: } \alpha = \frac{2(b+t)}{bt} \quad (\text{III.1})$$

b, t : Largeur et épaisseur de la tôle en [mm]

σ_c et σ_t : contraintes résiduelles de compression et de traction en [MN/m²]

α : rapport entre le périmètre de la section et l'aile de la section [mm⁻¹]

III.3.2. Modèles de contraintes résiduelles pour une tôle oxycoupée:

Les modèles simplifiés de contraintes résiduelles pour une tôle oxycoupée sur un bord et sur deux bords montrent que l'action de l'oxycoupage introduit une contrainte résiduelle de traction sur une largeur c et d'intensité valant la limite élastique nommée ici σ_r . Les

contraintes restantes doivent équilibrer la composante de traction de façon à assurer l'équilibre sur la section.

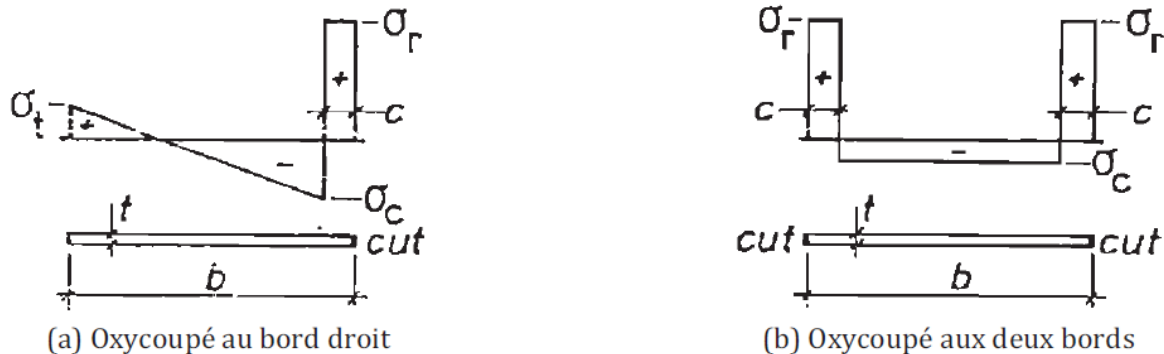


Figure III.3: Modèle de contraintes résiduelles dans une tôle oxycoupée (ECCS 1976).

Les expressions permettant de calculer les composantes de traction σ_t et compression σ_c pour une tôle oxycoupée sur un bord sont données par :

$$\sigma_t = \sigma_r \frac{c(2b+c)}{(b-c)^2} \text{ et } \sigma_c = \sigma_r \frac{c(4b-c)}{(b-c)^2} \quad (\text{III.2})$$

Pour une tôle oxycoupée sur ses deux bords la composante de compression σ_c est donnée par :

$$\sigma_c = \sigma_r \frac{2c}{(b-2c)} \quad (\text{III.3})$$

Si la largeur tendue c est connue, alors les schémas de contraintes sont déterminés. Une formule empirique basée sur des mesures de contraintes résiduelles qui portent sur des tôles minces de 6,3 et 12,7 mm est proposée par (Young and Dwight 1971) :

$$c = c_f = \frac{1100\sqrt{t}}{\sigma_r} \quad (\text{III.4})$$

c et t : sont la largeur tendue et l'épaisseur de la tôle en [mm]

σ_r : est la limite élastique de l'acier f_y en [MN/m²]

III.3.3. Modèles de contraintes résiduelles pour une tôle soudée:

L'effet du soudage est de chauffer localement le matériau et d'introduire lors du refroidissement des contraintes résiduelles de traction au droit de la zone soudée qui s'équilibrent avec des contraintes de compression dans le reste de la tôle. La distribution des contraintes suite à un cordon de soudure effectué au centre d'une tôle est montrée à la figure.

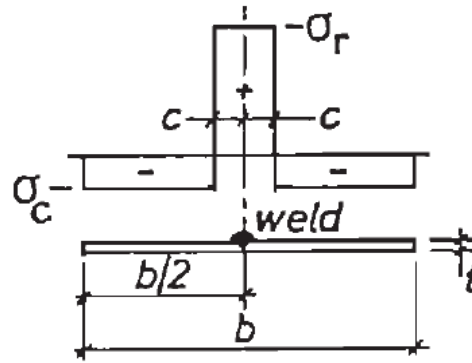


Figure III.4: Modèle de contraintes résiduelles dans une tôle soudée au centre (ECCS 1976).

(Young 1974) propose une formulation pour la valeur de la largeur tendue c dans le cas d'une soudure en une passe, celle-ci dépend de la géométrie des éléments soudés, de la limite élastique et de l'efficacité du procédé:

$$c = c_w = \frac{12000 p A_w}{\sigma_r \sum t} \quad (\text{III.5})$$

A_w : est l'air du cordon de soudure [mm^2]

$\sum t$: est la somme des épaisseurs de tôle qui se joignent à la soudure [mm]

σ_r : est la limite élastique de l'acier f_y en [MN/m^2]

p : est le facteur d'efficacité qui dépend du procédé.

III.3.4. Modèles de contraintes résiduelles pour profilés laminés:

Les profilés laminés forment une catégorie pour laquelle de nombreuses études sur les contraintes résiduelles ont été réalisées. Dans ce qui suit, les deux types principaux de distribution de contraintes résiduelles sont résumés.

Suite aux études théoriques menées par (Alpsten 1972), un premier modèle de contraintes résiduelles pour les profilés laminés de taille moyenne est proposé par (Young 1972) et est repris par (ECCS 1976). Le modèle propose une distribution auto-équilibrée des contraintes moyennes avec une forme parabolique comme illustré à la Figure suivante.

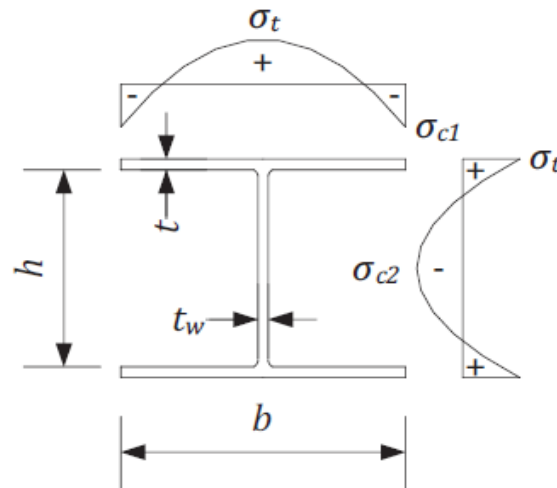


Figure III.5: Modèle de contraintes résiduelles parabolique pour les profilés laminés.

Les valeurs des pics de contraintes sont données par :

$$\sigma_{c1} = 165 \left[1 - \frac{ht_w}{2,4bt} \right] \quad (\text{III.6})$$

$$\sigma_{c2} = 100 \left[1,5 + \frac{ht_w}{2,4bt} \right] \quad (\text{III.7})$$

$$\sigma_t = 100 \left[0,7 + \frac{ht_w}{2bt} \right] \quad (\text{III.8})$$

Suite à des études sur des profilés laminés lourds, (Alpsten 1973) observe que la contrainte de compression au bord de l'aile du profilé σ_{c1} peut atteindre la limite élastique du matériau. Fort de ce constat, il propose des expressions empiriques corrigées selon que les profilés sont légers, moyens ou lourds :

$$\text{Profilés légers: } \sigma_{c1} = 180 \left[\frac{bt_w}{ht} \right] - 53 \text{ [MN/m}^2\text{]} \quad (\text{III.9})$$

$$\text{Profilés moyens: } \sigma_{c1} = 290 \left[\frac{bt_w}{ht} \right] - 58 \text{ [MN/m}^2\text{]} \quad (\text{III.10})$$

$$\text{Profilés légers: } \sigma_{c1} = 456 \left[\frac{bt_w}{ht} \right] - 23 \text{ [MN/m}^2\text{]} \quad (\text{III.11})$$

Plus tard, d'autres modèles de distribution parabolique sont proposés par (Lindner et al. 1998) qui font pour la première fois la distinction entre les petits et grands profilés comme l'illustre la Figure suivante:

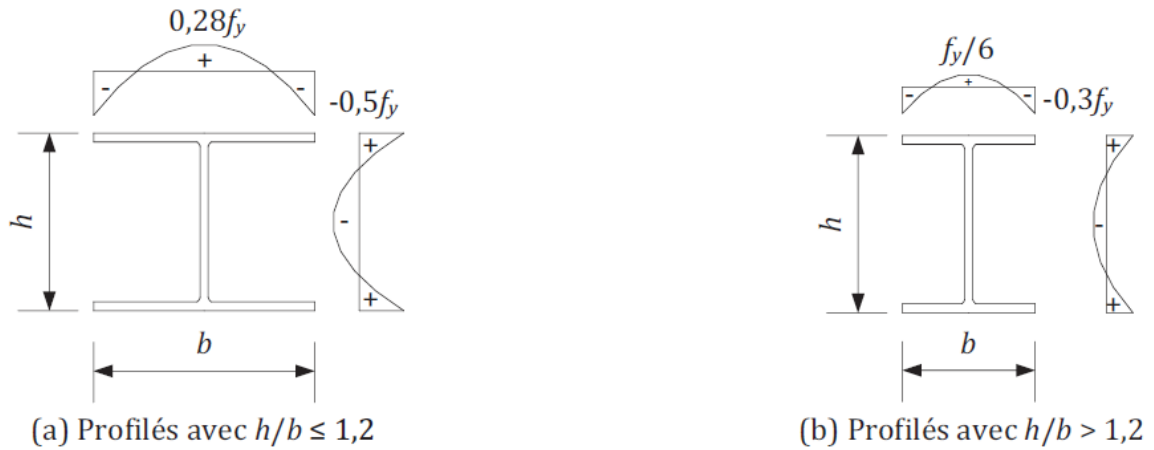


Figure III.6: Distributions des contraintes résiduelles pour profilés laminés proposées par (Lindner et al. 1998).

Il existe également des modèles simplifiés de contraintes résiduelles pour profilés laminés avec une distribution triangulaire auto-équilibrée comme le propose (ECCS 1984) selon la Figure suivante:

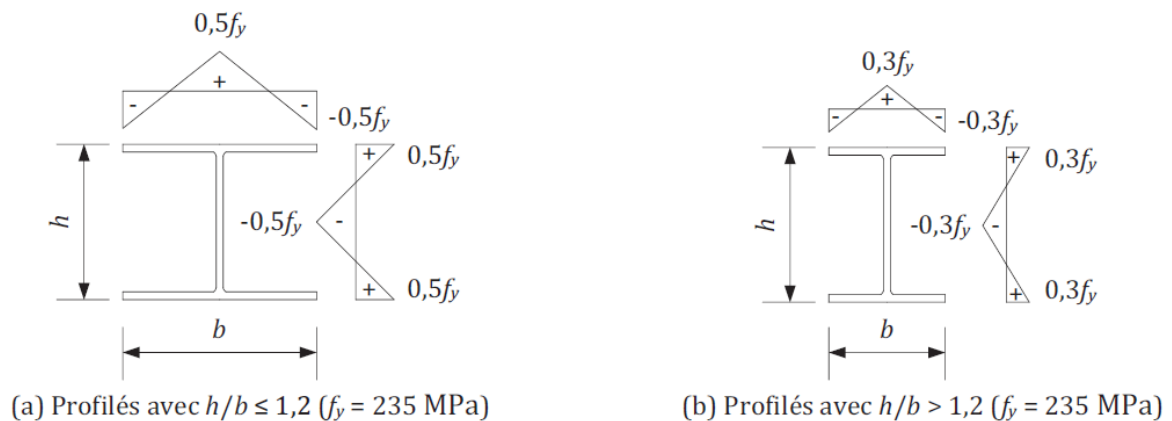


Figure III.7: Distributions des contraintes résiduelles pour profilés laminés selon (ECCS 1984).

III.3.5. Modèles de contraintes résiduelles pour profilés soudés:

Les modèles de contraintes résiduelles existants pour profilés soudés peuvent se regrouper en deux familles. D'une part, les modèles qui correspondent aux semelles oxycoupées et, d'autre part, les modèles qui correspondent aux semelles laminées.

Les modèles pour les semelles oxycoupées se caractérisent par une succession de zone à contrainte constante à savoir : en traction au bord suivi d'une zone intermédiaire comprimée et d'une zone centrale tendue en raison de l'effet de soudage. L'âme présente également

une contrainte de traction constante dans les zones soudées qui est équilibrée par une composante de compression constante sur la hauteur restante. Les largeurs tendues et comprimées ainsi que les valeurs de contraintes résiduelles varient en fonction des modèles.

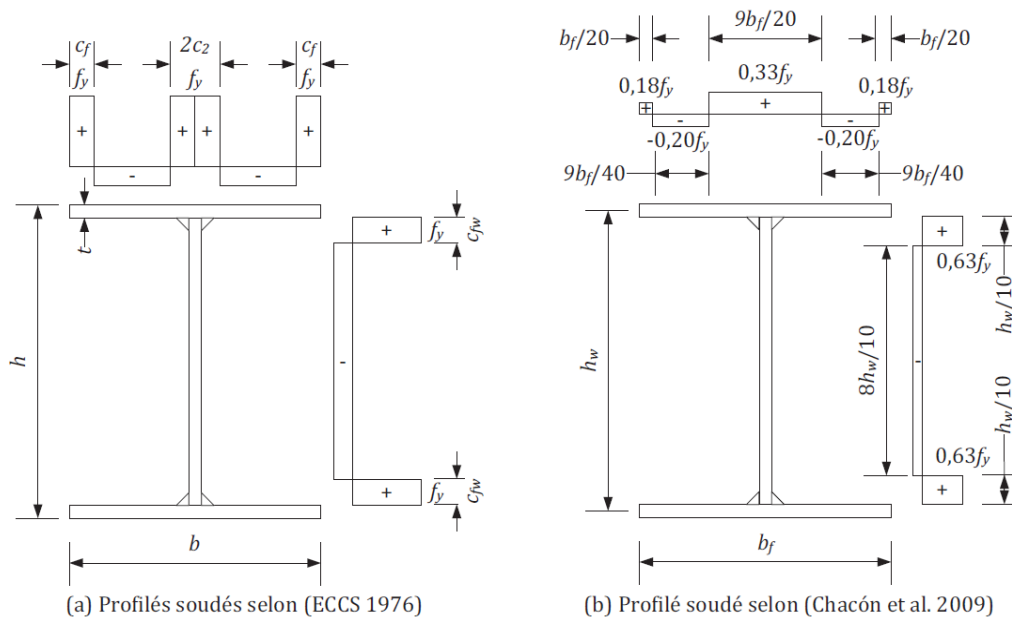


Figure III.8: Distribution des contraintes résiduelles pour les profilés soudés à semelles oxycoupées.

Les modèles pour les semelles laminées sont présentés à la Figure 3.8. Le schéma se caractérise par une zone de traction au droit de la soudure âme-semelle suivi d'une zone comprimée sur la semelle restante pour assurer l'équilibre du système. Le premier modèle qui apparaît dans la littérature est celui de (ECCS 1984) qui est également repris par (BSK 07 2007). Ce modèle propose pour la semelle et l'âme une contrainte résiduelle de traction au droit de la zone soudée égale à f_y qui est équilibrée par une composante en compression dans le reste de la tôle. La transition entre ces deux composantes s'effectue de façon linéaire et constitue la particularité de ce modèle.

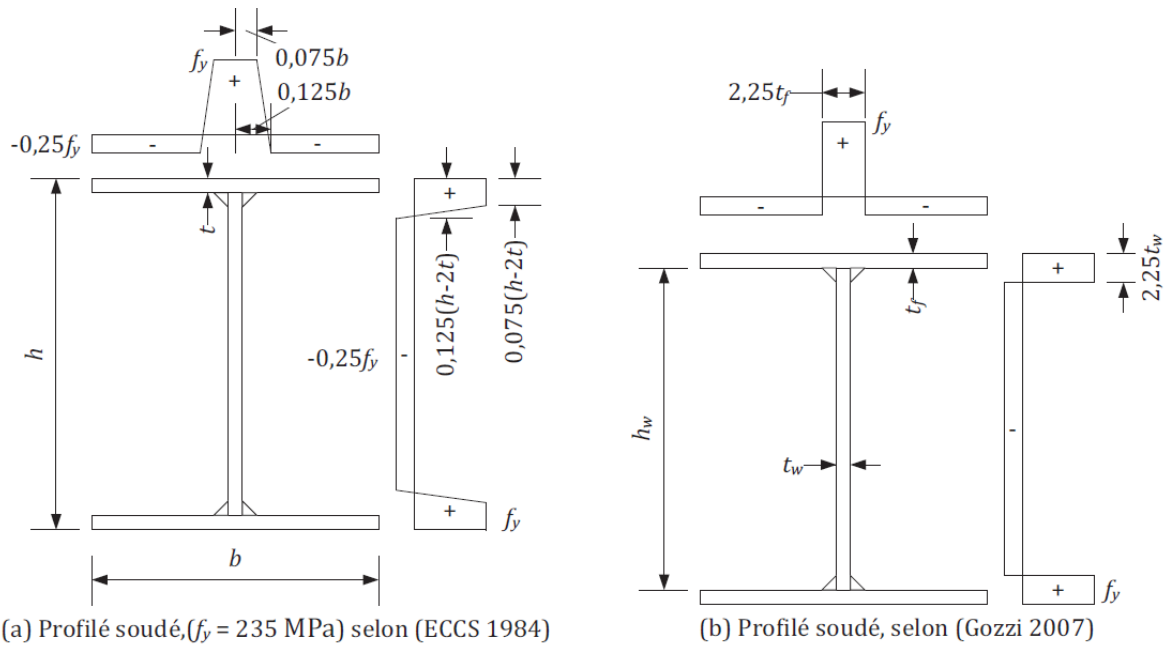


Figure III.9: Distribution des contraintes résiduelles pour les profilés soudés à semelles laminées.

III.4. Influence des contraintes résiduelles sur la résistance:

Afin de comprendre l'influence des contraintes résiduelles sur le comportement des éléments comprimés, un exemple repris de (Hirt et al. 2006) est considéré à la Figure suivante:

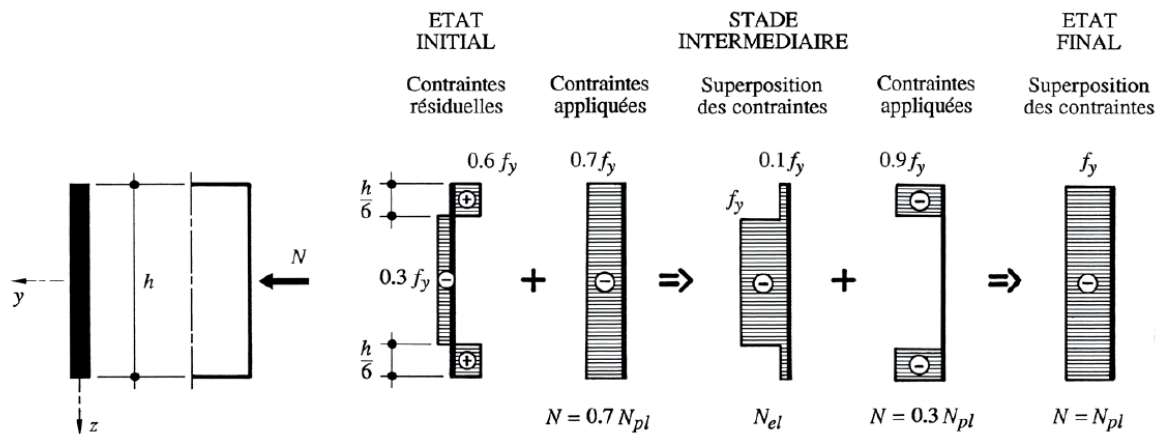


Figure III.10: Exemple de contraintes résiduelles dans une section comprimée tiré.

La Figure III.10 considère une section rectangulaire comprimée avec des contraintes résiduelles du type tôle oxycoupée aux deux bords. Lorsque un effort normal N (respectivement des contraintes normales) est appliqué sur la section, les fibres pour lesquelles les contraintes résiduelles sont de compression atteignent plus rapidement la limite

élastique f_y et se plastifient prématurément. Les fibres ainsi plastifiées voient leur module d'élasticité E devenir nul ce qui se traduit par une perte croissante de la rigidité EA de l'élément.

III.5. Mesure des contraintes résiduelles:

Pour la mesure des contraintes résiduelles, il existe des méthodes destructives et d'autres méthodes non-destructives. Le principe des méthodes destructives est de détruire l'état d'équilibre des contraintes résiduelles par un procédé mécanique pour en mesurer leur intensité et distribution. Les contraintes résiduelles déterminées par des procédés mécaniques sont partiellement ou complètement libérées lorsque la matière est enlevée. Cette relaxation du matériau crée une déformation qui peut être mesurée et utilisée pour en calculer les contraintes. Les différentes méthodes destructives connues sont : le sectionnement, le percement de trous, l'enlèvement de couches.

Le principe des méthodes non-destructives se base sur les relations entre les paramètres physiques ou cristallographiques du matériau pour en déterminer les contraintes résiduelles. Les méthodes par rayon-X et diffraction de neutrons mesurent les déformations de plans atomiques spécifiques pour déterminer l'état de contrainte. La méthode par rayon X est valable pour des résolutions inférieures au mm et s'intéresse aux contraintes résiduelles en surface et jusqu'à 1mm de profondeur.

La méthode par diffraction de neutrons mesure des contraintes résiduelles au sein d'un volume avec une pénétration maximale des ondes jusqu'à une épaisseur de 50 mm pour des résolutions situées autour du millimètre. Les méthodes ultrasoniques reposent sur le principe de la variation de la vitesse des ondes ultrasoniques qui est liée à l'état de contrainte dans la matière. Ce principe est valable jusqu'à une pénétration de 10 mm dans la matière pour des résolutions situées au-dessus d'un millimètre. Les méthodes de mesures magnétiques se basent sur la magnétisation et les déformations élastiques des matériaux ferromagnétiques. Cette méthode est applicable pour des pénétrations de l'ordre de 10 mm avec des résolutions situées entre 1 et 10 mm.

III.6. Conclusion:

La connaissance des contraintes résiduelles est importante car elles influencent le comportement des éléments en acier. En ce qui concerne la résistance d'une section, l'effet de ces contraintes initiales se caractérise par une diminution de la rigidité due à la plastification prématurée des fibres. Cela a une conséquence directe sur un élément en flexion (déversement) ou compression (flambement).

La revue de la littérature sur les contraintes résiduelles montre que les distributions de contraintes dépendent principalement de deux paramètres principaux : le mode de fabrication des profilés, et la géométrie en section. Les méthodes de mesures de contraintes résiduelles sont nombreuses et se classent dans deux catégories: destructives ou non-destructives.

Chapitre –IV–

Résultats et discussions.

IV.1. Introduction:

L'objectif de cette partie est d'étudier l'efficacité d'un modèle éléments finis proposé pour l'analyse de la stabilité des éléments métalliques (déversement) sous différents cas de charges (Moment aux extrémités, charges concentrées, charges réparties) et ce en tenant en compte l'effet des contraintes résiduelles.

Les charges de déversement fournies par la simulation par éléments finis à l'aide du logiciel **ABAQUS (Abaqus 2003)** ont été déterminées. Chaque poutre étudiée est discrétisée en élément Shell S8R5 comme indiqué dans la figure (**Fig.IV.1**).

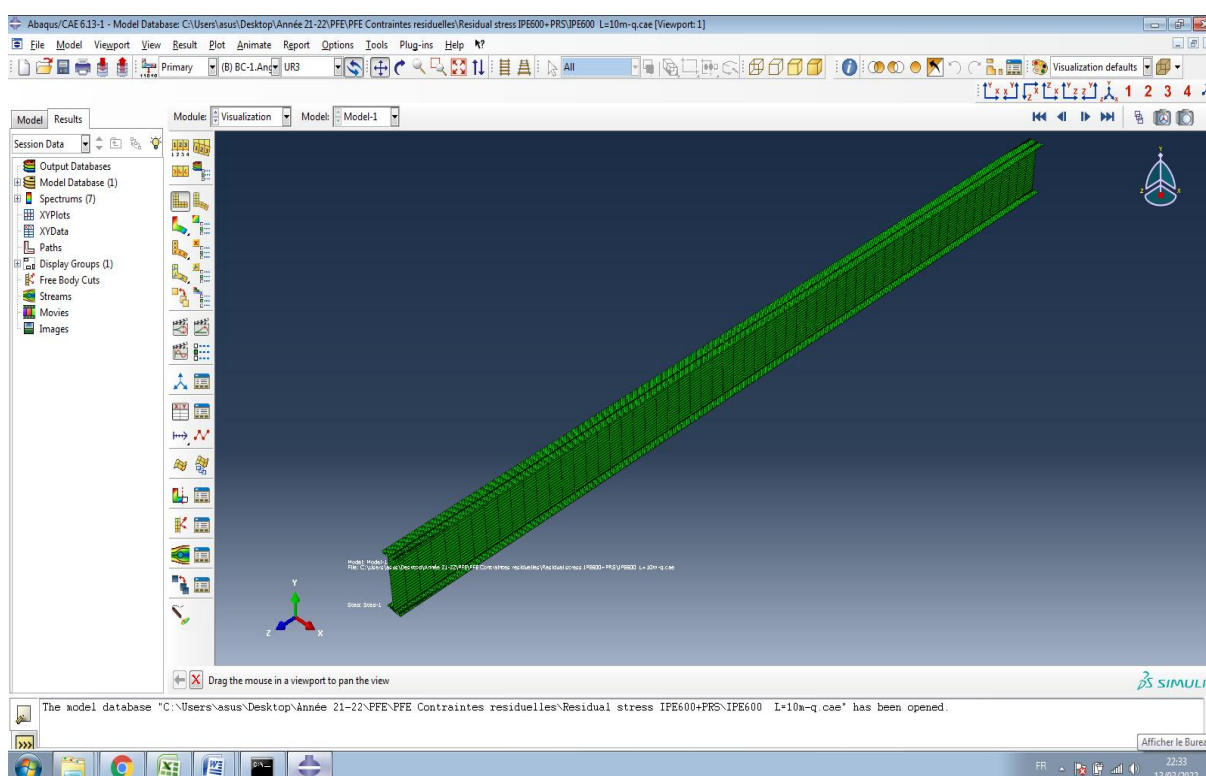


Figure IV.1 : Vue de maillage en élément Shell de la poutre sous Abaqus.

Afin de montrer l'influence des contraintes résiduelles sur le moment critique de déversement sous différents cas de charges, une étude paramétrique a été effectuée.

IV.2. Présentation du logiciel ABAQUS:

La conception et le développement traditionnels passent par des phases de tests physiques et des boucles d'essais-erreurs pour parvenir à un produit satisfaisant. La simulation numérique permet aujourd'hui de réduire ces tests onéreux et chronophages au minimum en évaluant l'impact des changements sur l'objectif poursuivi : un matériau plus

léger permet de diminuer la masse, mais il n'est pas nécessairement capable de supporter le même niveau de contrainte.

Où se trouve d'ailleurs cette contrainte maximale ? Quand le design ou les chargements sont complexes, la simulation numérique est la seule capable de répondre. L'expérience peut aider, mais elle peut aussi donner de mauvaises intuitions, notamment lorsque vous changez de matériau : les efforts ne se propagent pas du tout de la même façon dans un composite que dans un métal, ce que la simulation numérique permet de voir.

Sous réserve d'un modèle approprié, la simulation numérique permet de prévoir le comportement de la nouvelle conception. Toutefois tous les logiciels ne sont pas équivalents.

ABAQUS se distingue par sa capacité à traiter des problèmes multi physiques de façon réaliste notamment en s'appuyant sur 4 points forts reconnus :

- Le traitement du contact, particulièrement facile de mise en données et robuste,
- La modélisation de nombreux comportements matériels permettant de coller aux problématiques industrielles :
 - Plastification et rupture des métaux.
 - Hyper élasticité des élastomères.
 - Forte compressibilité des mousses.
 - Porosité des matériaux géotechniques (sols, roches...).
 - Compressibilité des fluides.
 - Conductivité électrique.
- La capacité à traiter des problèmes de la statique à la dynamique rapide grâce à des méthodes adaptées et incluses dans la solution.
- Le couplage multi physique via des procédures totalement intégrées et des ouvertures vers d'autres codes de calcul.

IV.3. Simulation des contraintes résiduelles:

Après avoir présenté les différents modèles de distribution des contraintes résiduelles sur toute l'épaisseur des semelles et l'âme d'une section transversale des profilés métallique en I, l'étape suivante est le développement de possibilités de modélisation adaptées au traitement numérique, et ce afin de montrer l'influence de ce type de contraintes sur la résistance et la stabilité des éléments métallique.

Une distribution triangulaire comme dans la Figure V.2, avec une valeur maximale de 0,3X235 MPa, pour l'acier S235 a été adopté.

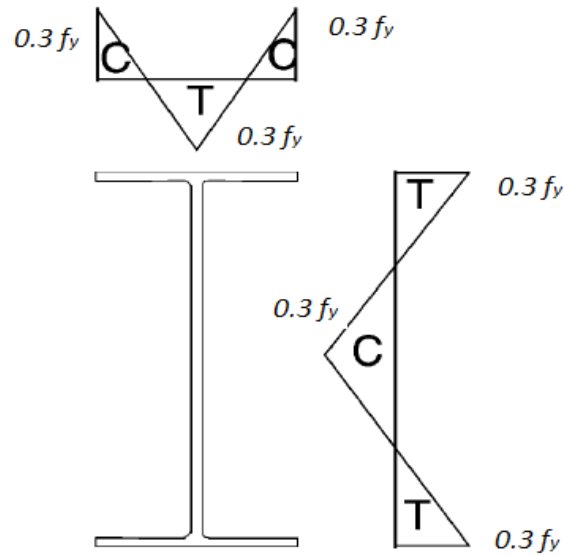


Figure IV.2 : Les contraintes résiduelles: C-Compression, T-Traction.

Dans les calculs numériques, cette répartition des contraintes résiduelles a été approchée par le diagramme auto-équilibré de la figure V.3.

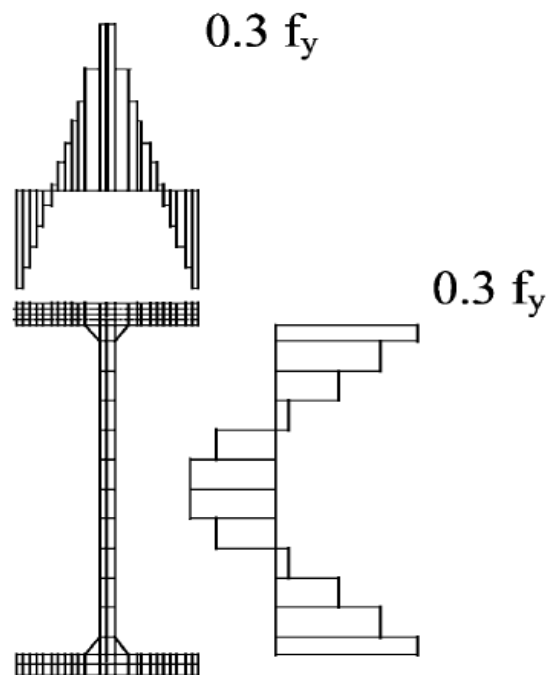


Figure IV.3 : La Forme des contraintes résiduelles retenue dans le modèle numérique.

IV.4. Validation du modèle Eléments Finis:

Dans le cadre de ce travail, et afin de valider notre modèle sous le logiciel ABAQUS, les résultats numériques obtenus concernant les charges critiques de déversement des poutres sont été confrontés avec les résultats numériques de l'Eurocode 3.

Tableau IV.1 : Comparaison et validation des résultats.

<i>L(m)</i>	<i>Cas de charge</i>	<i>Modèle Présent</i>	<i>Formule EC3</i>	(1)/(2)	$\Delta\%$
		$M_{cr,EF}$ (KN.m) (1)	$M_{cr,EC3}$ (KN.m) (2)		
L=4,00m	Moment uniforme (M)	1103,02	1115,29	0,99	1,10
	Charge Concentrée au milieu (Q)	883,29	881,82	1,00	0,17
	Charge Repartie (q)	779,00	849,38	0,92	8,29
L=10,00m	Moment uniforme (M)	271,31	275,85	0,98	1,65
	Charge Concentrée au milieu (Q)	267,00	261,12	1,02	2,25
	Charge Repartie (q)	235,44	240,37	0,98	2,05

$$\text{Avec } \Delta = \left| \frac{(1)-(2)}{(2)} \right| \%$$

Les valeurs données dans le tableau IV.1 révèlent une concordance entre les résultats obtenus avec notre modèle ainsi que ceux obtenus par la formule de l'Eurocode 3, avec un taux maximal d'erreur absolu de 8.29%. Ceci confirme l'adéquation du modèle de l'élément fini développé pour le moment critique de déversement de poutres sous différents cas de chargement.

IV.5. Moment critique de déversement avec et sans contraintes résiduelles:

Pour l'étude de déversement, nous avons considéré une poutre à base d'un profilé IPE600.

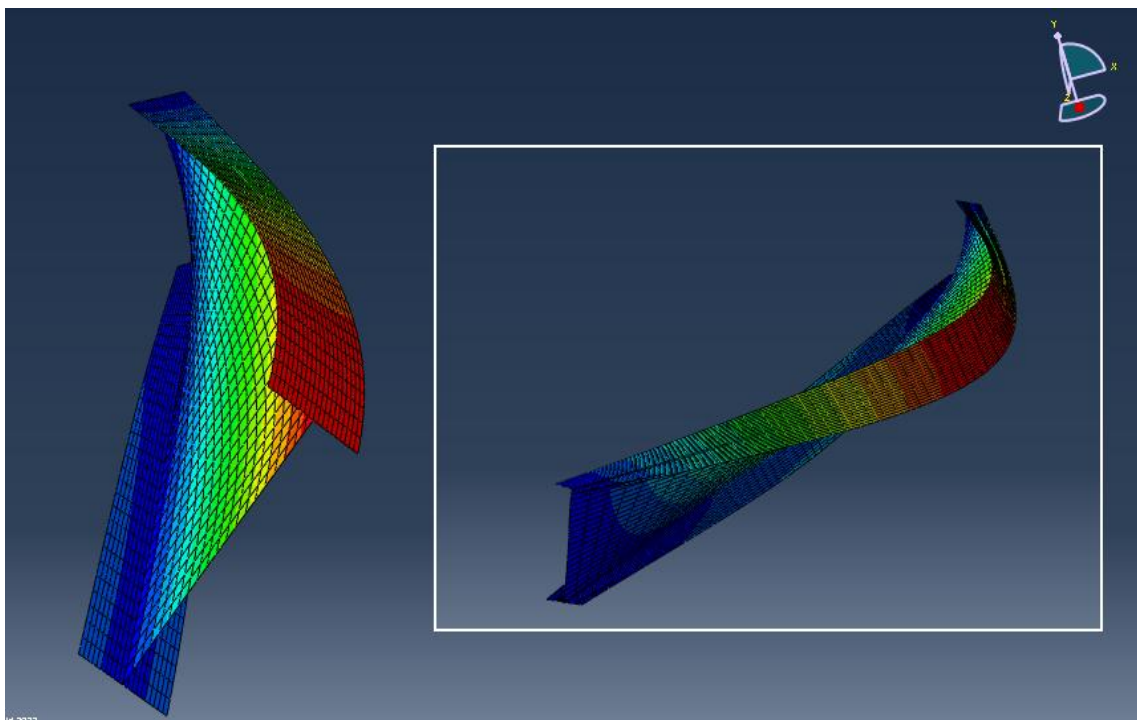
IV.5.1. Cas d'une poutre soumise à un moment uniforme (flexion pure):

Dans le cas d'une poutre simplement appuyée soumise à un moment uniforme (flexion pure), les résultats du moment critique de déversement avec et sans contraintes résiduelles sont présentés dans le tableau suivant:

Tableau IV.2 : Moment critique de déversement sous M (KN.m) avec $f_y=235\text{MPa}$

Caractéristiques du profilé	L (m)	Moment critique (sous M) $M_{cr,EF}$ (KN.m)				
		Modèle Présent sans contraintes résiduelles (1)	Modèle Présent avec contraintes résiduelles (2)	Formule EC3 (3)	Δ_1 %	Δ_2 %
IPE600 $f_y=235\text{MPa}$	4,00	1103,02	1088,58	1115,29	1,31	2,39
	6,00	565,11	555,00	571,84	1,79	2,94
	8,00	368,06	359,33	373,46	2,37	3,78
	10,00	271,31	263,69	275,85	2,81	4,41
	12,00	214,93	208,24	218,80	3,11	4,83

$$\text{Avec } \Delta_1 = \left| \frac{(1)-(2)}{(1)} \right| \% \quad \Delta_2 = \left| \frac{(2)-(3)}{(3)} \right| \%$$

**Figure IV.4:** Vue d'une poutre après le déversement.

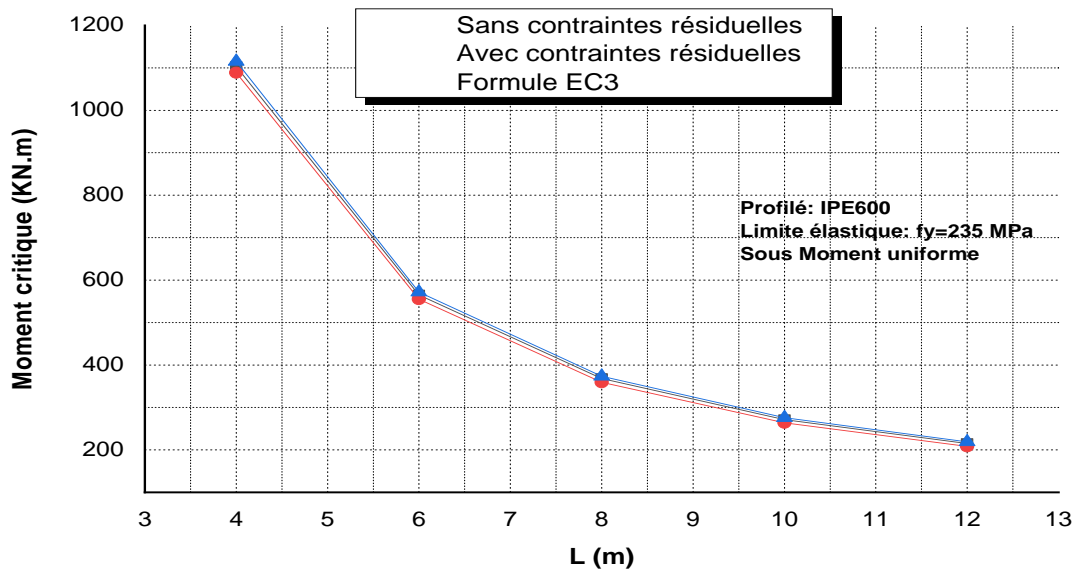


Figure IV.5 : Moment critique de déversement sous M (KN.m)

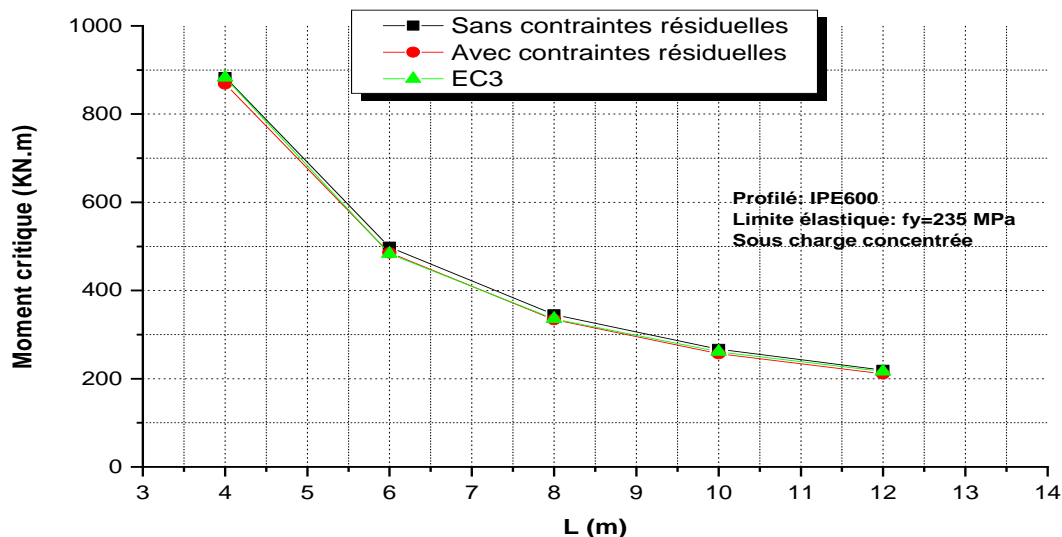
A partir du graphe (figure IV.5) et le Tableau IV.2, on peut distinguer que les résultats obtenus par notre modèle éléments finis sont très proches à ceux offerts par la formule EC3. Les résultats montrent clairement que la prise en compte des contraintes résiduelles affecte les valeurs du moment critique de déversement d'une poutre simplement appuyée sous moment uniforme (aux extrémités). Cependant, la diminution est de l'ordre de 1,31% par rapport à la valeur du modèle sans contraintes résiduelles (2,39% par rapport à la valeur de EC3) pour une poutre de 4,00m, et de l'ordre de 3,11% (4,83% par rapport à la valeur de EC3) pour une poutre de 12,00m. On remarque également que quand la longueur de la poutre augmente, l'influence des contraintes résiduelles sur le moment critique augmente.

IV.5.2. Cas d'une poutre soumise à une charge concentrée au milieu:

Dans le cas d'une poutre simplement appuyée soumise à une charge concentrée au milieu, les résultats du moment critique de déversement sont cités dans le tableau suivant:

Tableau IV.3 : Moment critique de déversement sous Q (KN.m) avec $f_y=235\text{MPa}$

Caractéristiques du profilé	L (m)	Moment critique (sous Q) $M_{cr,EF}$ (KN.m)				
		Modèle Présent sans contraintes résiduelles (1)	Modèle Présent avec contraintes résiduelles (2)	Formule EC3 (3)	$\Delta_1\%$	$\Delta_2\%$
IPE600 $f_y=235\text{MPa}$	4,00	883,29	868,34	882,81	1,69	1,64
	6,00	498,66	485,53	483,47	2,63	0,43
	8,00	345,37	333,94	335,67	3,31	0,52
	10,00	267,00	257,01	261,12	3,74	1,57
	12,00	219,70	210,88	216,12	4,01	2,42

**Figure IV.6** : Moment critique de déversement sous Q (KN.m)

D'après les courbes de la figure IV.6 et le Tableau IV.3, il est à remarquer qu'un résultat comparable est obtenu entre la formule de l'Eurocode 3 et la solution numérique utilisant l'élément fini (ABAQUS) pour le modèle sans contraintes résiduelles. Similairement au cas de la poutre sous moment uniforme, la prise en compte des contraintes résiduelles affecte les valeurs du moment critique de déversement d'une poutre simplement appuyée sous charge concentrée au milieu. Néanmoins, la diminution est de l'ordre de 1,69% par rapport à la valeur du modèle sans contraintes résiduelles (1,64% par rapport à la valeur de EC3) pour une poutre de 4,00m, et de l'ordre de 4,01% (2,42% par rapport à la valeur de

EC3) pour une poutre de 12,00m. On peut commenter que la diminution du moment critique sera remarquable pour des poutres élancée.

IV.5.3. Cas d'une poutre soumise à une charge répartie:

Dans le cas d'une poutre simplement appuyée soumise à une charge uniformément répartie q, les résultats du moment critique de déversement sont les suivants:

Tableau IV.4 : Moment critique de déversement sous q (KN.m) avec fy=235MPa

Caractéristiques du profilé	L (m)	Moment critique (sous q) $M_{cr,EF}$ (KN.m)				
		Modèle Présent sans contraintes résiduelles (1)	Modèle Présent avec contraintes résiduelles (2)	Formule EC3 (3)	$\Delta_1\%$	$\Delta_2\%$
IPE600 fy=235MPa	4,00	779,00	767,58	849,38	1,47	9,63
	6,00	443,88	432,69	457,88	2,52	5,50
	8,00	306,12	296,32	313,11	3,20	5,36
	10,00	235,44	226,88	240,37	3,64	5,61
	12,00	192,83	185,29	196,75	3,91	5,82

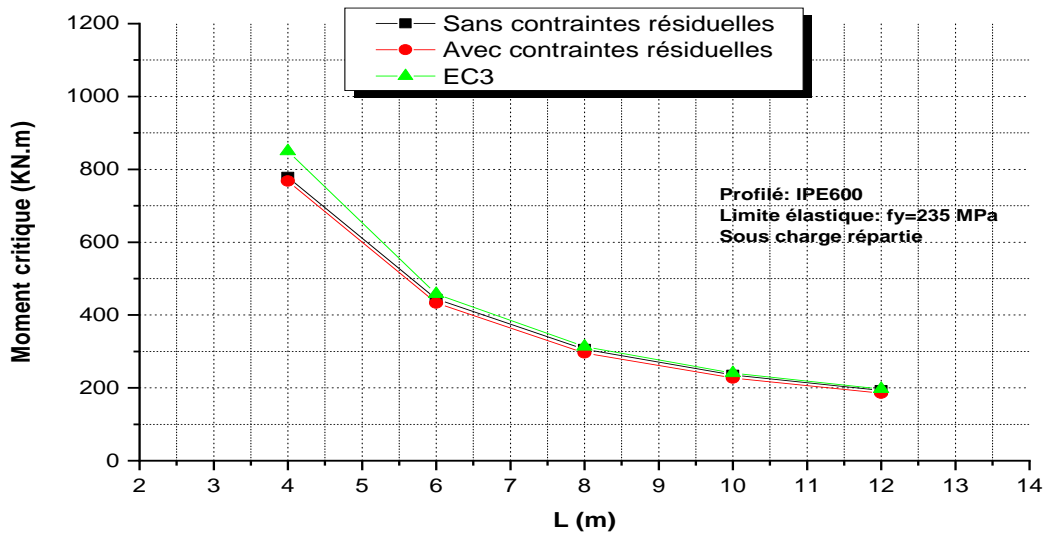


Figure IV.7 : Moment critique de déversement sous q (KN.m)

Selon les courbes de la figure IV.7 et le tableau IV.4, la comparaison montre une divergence entre les résultats obtenus numériquement par éléments finis pour les deux modèles avec et sans contraintes résiduelles. De même pour les cas précédents, la prise en compte des contraintes résiduelles affecte les valeurs du moment critique de déversement

d'une poutre simplement appuyée sous charge uniformément répartie. Cependant, la diminution est de l'ordre de 1,47% par rapport à la valeur du modèle sans contraintes résiduelles (9,63% par rapport à la valeur de EC3) pour une poutre de 4,00m, et de l'ordre de 3,91% (5,82% par rapport à la valeur de EC3) pour une poutre de 12,00m. La remarque qui concerne la réduction le moment critique de déversement avec l'augmentation de la longueur de la poutre reste valable pour ce cas de chargement.

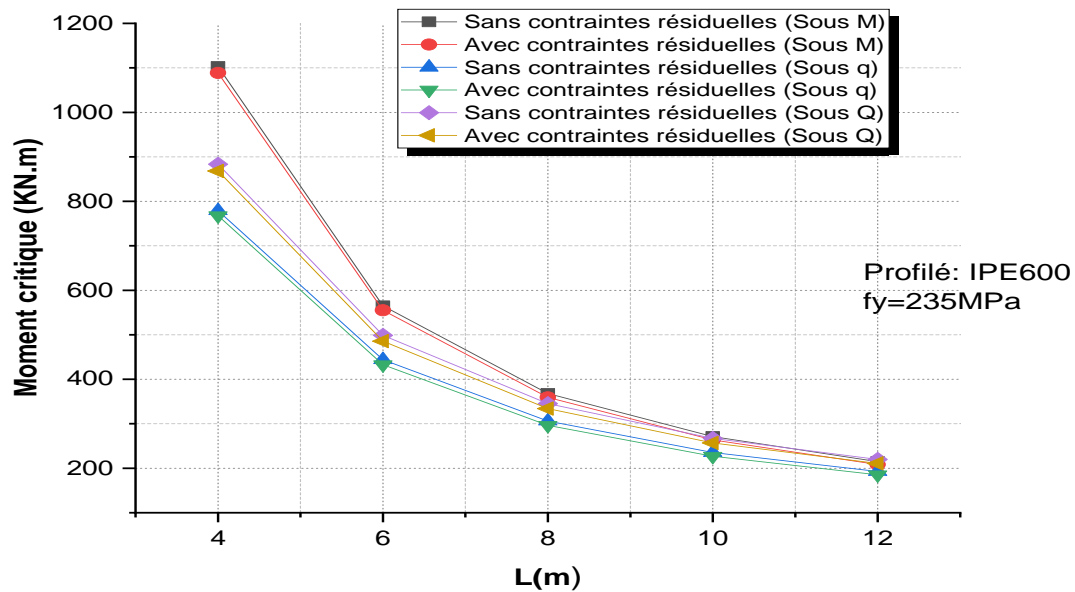


Figure IV.8 : Moment critique de déversement sous différents cas de chargement (KN.m)

IV.6. le moment résistant et les contraintes résiduelles:

IV.6.1. Cas d'une poutre soumise à un moment uniforme (flexion pure):

Dans le cas d'une poutre simplement appuyée soumise à des moments aux extrémités (flexion pure), les résultats du moment résistant avec et sans contraintes résiduelles sont présentés dans le tableau suivant:

Tableau IV.5 : Moment résistant (poutre sous moment uniforme) avec $f_y=235\text{MPa}$

Caractéristiques du profilé	L (m)	Moment critique (sous M) $M_{bRd} (KN.m)$				
		Modèle Présent sans contraintes résiduelles (1)	Modèle Présent avec contraintes résiduelles (2)	Formule EC3 (3)	$\Delta_1\%$	$\Delta_2\%$
IPE600 $f_y=235\text{MPa}$	4,00	528,01	525,50	530,11	0,48	0,87
	6,00	377,10	372,71	380,00	1,16	1,92
	8,00	277,04	271,87	280,20	1,87	2,97
	10,00	216,15	211,01	219,19	2,38	3,73
	12,00	176,96	172,12	179,74	2,74	4,24

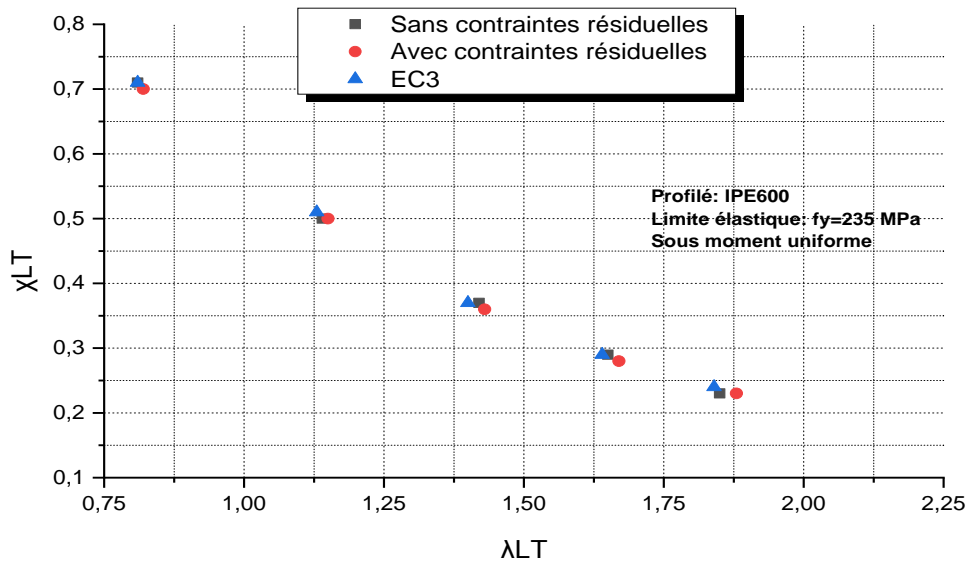


Figure IV.9 : facteur de réduction en fonction de l'élancement généralisé (poutre sous M)

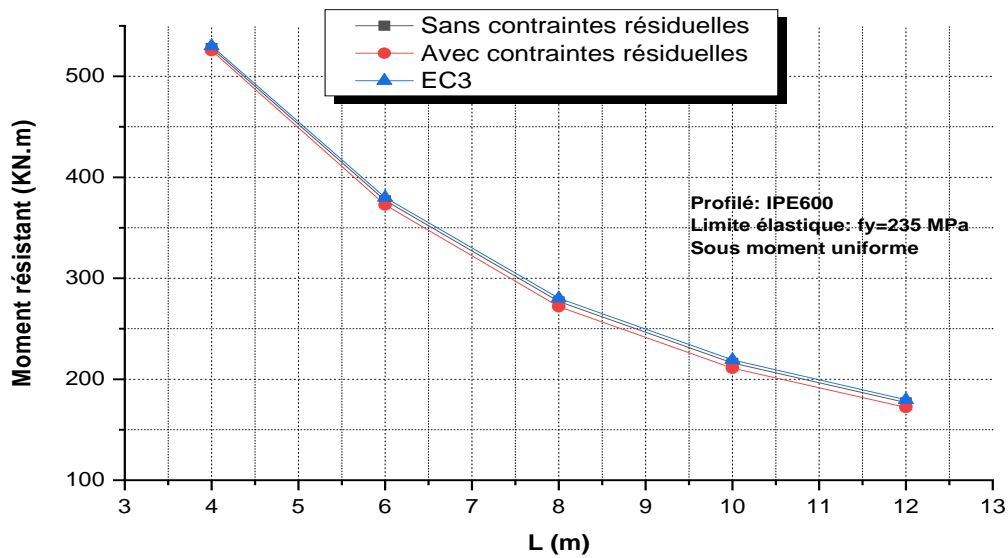


Figure IV.10: Moment résistant pour une poutre sous moment uniforme (KN.m)

A partir du graphe (figure IV.10) et le Tableau IV.5 , les résultats en terme du moment résistant obtenus par notre modèle éléments finis sans contraintes résiduelles sont très proches à ceux offerts par EC3. Les résultats montrent clairement que la prise en compte des contraintes résiduelles affecte les valeurs du moment résistant d'une poutre simplement appuyée sous moment uniforme (aux extrémités). Cependant, la diminution par rapport à la valeur du modèle sans contraintes résiduelles varie de 0,48% jusqu'à 2,74%, tandis que la diminution par rapport à EC3 est entre 0,87% et 4,24% pour des longueurs comprises entre 4,00 et 12,00m. On remarque encore que l'influence des contraintes résiduelles sur le moment résistant est très remarquable pour des poutres élancées notamment par rapport aux valeurs obtenues par les formules de EC3.

IV.6.2. Cas d'une poutre soumise à une charge concentrée au milieu:

Pour le cas d'une poutre simplement appuyée soumise à une charge appliquée au milieu de la poutre, les résultats du moment résistant avec et sans contraintes résiduelles sont présentés dans le tableau suivant:

Tableau IV.6 : Moment résistant (poutre sous charge concentrée) avec $f_y=235\text{MPa}$

Caractéristiques du profilé	L (m)	Moment critique (sous Q) $M_{bRd} (KN.m)$				
		Modèle Présent sans contraintes résiduelles (1)	Modèle Présent avec contraintes résiduelles (2)	Formule EC3 (3)	$\Delta_1\%$	$\Delta_2\%$
IPE600 $f_y=235\text{MPa}$	4,00	482,52	478,77	482,40	0,78	0,75
	6,00	346,79	340,41	339,39	1,84	0,30
	8,00	263,47	256,48	257,54	2,65	0,41
	10,00	213,25	206,47	209,27	3,18	1,34
	12,00	180,38	174,04	177,81	3,51	2,12

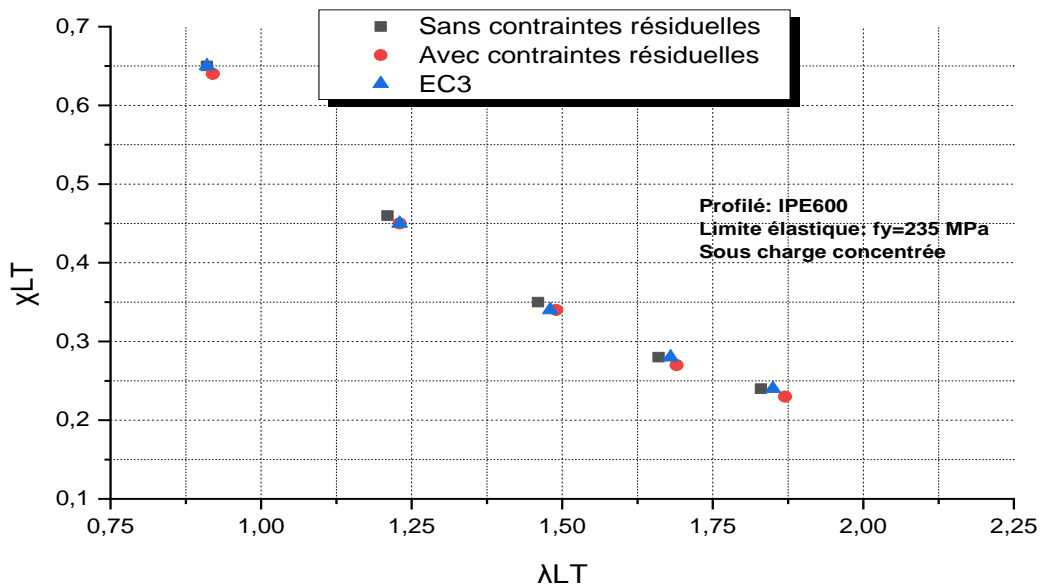


Figure IV.11 : facteur de réduction en fonction de l'élançement généralisé (poutre sous Q)

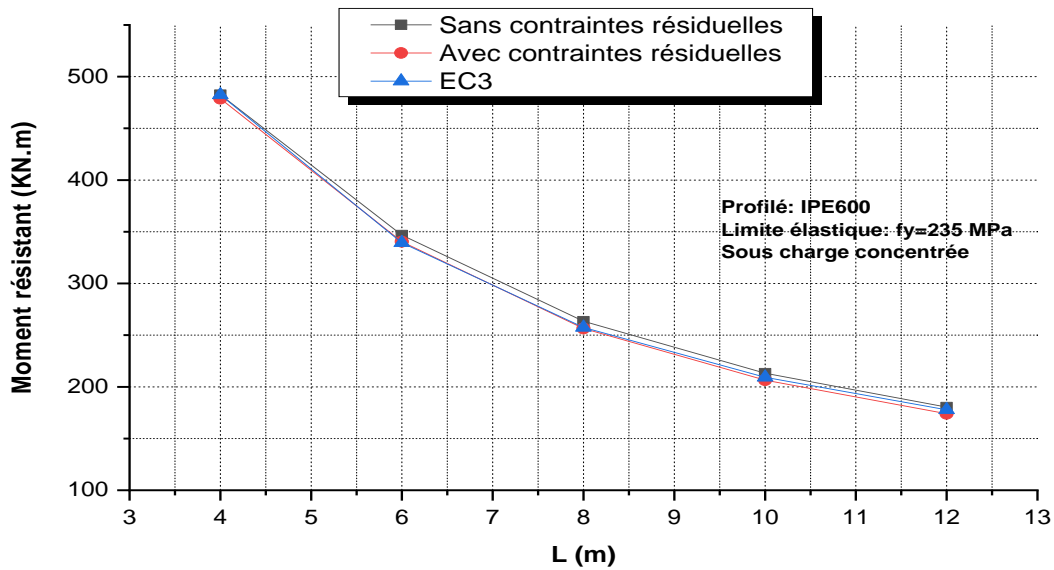


Figure IV.12 : Moment résistant pour une poutre sous charge concentrée (KN.m)

La figure IV.12 et le Tableau IV.6 montrent que le moment résistant obtenu par notre modèle éléments finis sans contraintes résiduelles est très proche de ceux offerts par EC3. Cependant, ces résultats confirment que les formules du règlement EC3 ne tiennent pas en compte l'effet des contraintes résiduelles. Les résultats montrent nettement que la prise en compte des contraintes résiduelles affecte les valeurs du moment résistant d'une poutre simplement appuyée sous charge concentrée au milieu. La diminution par rapport à la valeur du modèle sans contraintes résiduelles varie de 0,78% jusqu'à 3,51%, tandis que la diminution par rapport à EC3 est entre 0,75% et 2,12% pour des différentes longueurs. L'influence des contraintes résiduelles sur le moment résistant est importante pour des poutres élancées par rapport aux valeurs obtenues par le modèle sans contraintes résiduelles.

IV.6.3. Cas d'une poutre soumise à une charge répartie:

Pour une poutre simplement appuyée soumise à une charge répartie le long de la poutre, les résultats du moment résistant avec et sans contraintes résiduelles sont présentés dans le tableau suivant:

Tableau IV.7 : Moment résistant (poutre sous charge répartie) avec $f_y=235\text{MPa}$

Caractéristiques du profilé	L (m)	Moment critique (sous q) $M_{bRd} (KN.m)$				
		Modèle Présent sans contraintes résiduelles (1)	Modèle Présent avec contraintes résiduelles (2)	Formule EC3 (3)	$\Delta_1\%$	$\Delta_2\%$
IPE600 $f_y=235\text{MPa}$	4,00	454,20	450,78	473,87	0,75	4,87
	6,00	319,23	313,30	326,51	1,86	4,05
	8,00	238,98	232,66	243,44	2,64	4,43
	10,00	191,53	185,49	194,99	3,15	4,87
	12,00	160,85	155,25	163,74	3,48	5,19

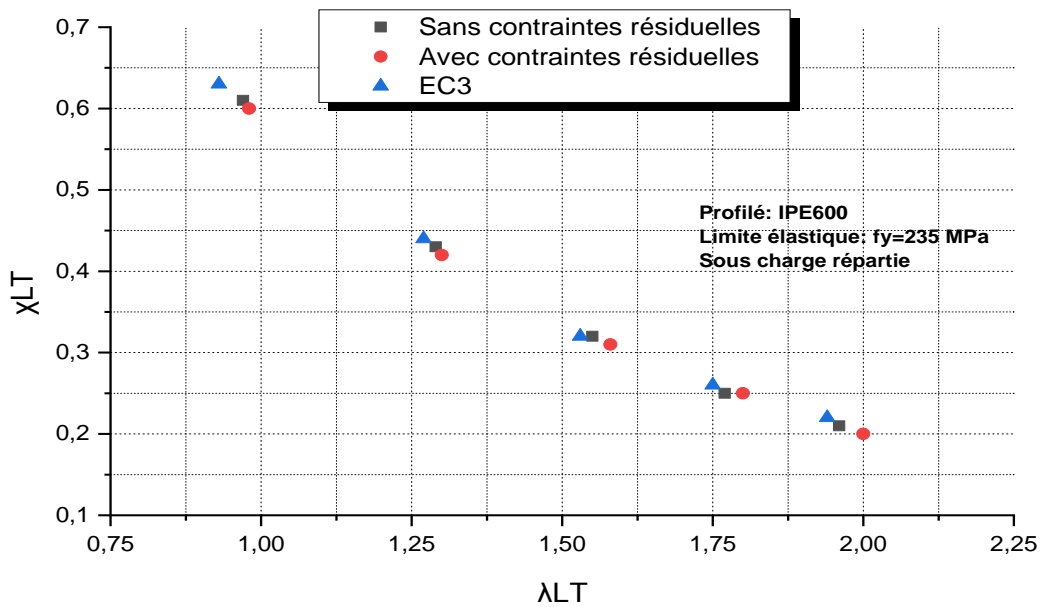


Figure IV.13 : facteur de réduction en fonction de l'élançement généralisé (poutre sous q)

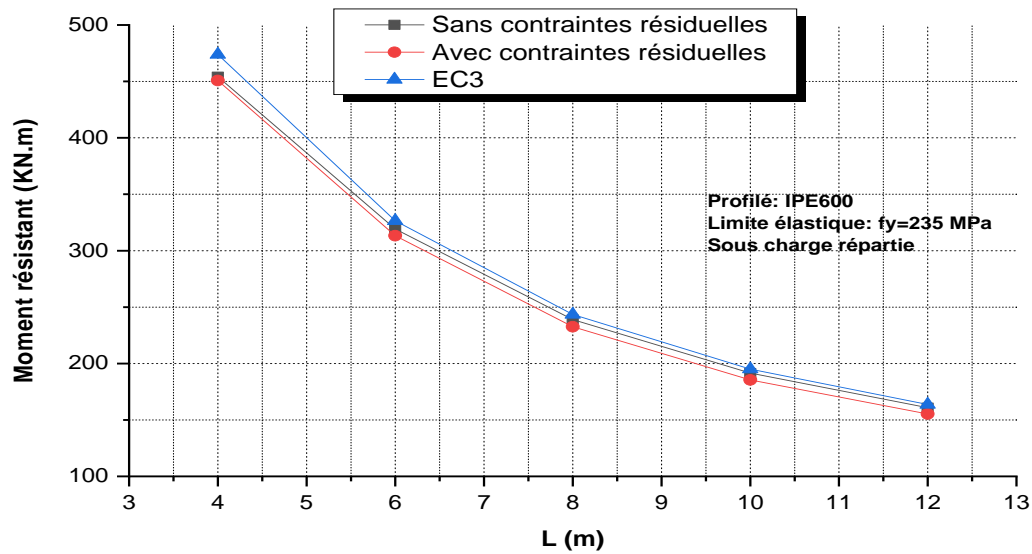


Figure IV.14 : Moment résistant pour une poutre sous charge répartie (KN.m)

La figure IV.14 et le Tableau IV.7 présentent les résultats du moment résistant d'une poutre simplement appuyée soumise à des charges réparties. la même remarque peut être prononcée concernant la concordance des valeurs du modèle sans contraintes résiduelles et celles de EC3, ce qui confirme la non prise de l'effet de ce type de contrainte par ce règlement. La réduction par rapport à la valeur du modèle sans contraintes résiduelles varie de 0,75% jusqu'à 3,48%, alors que la diminution par rapport à EC3 qui est remarquable, elle est entre 4,87% et 5,19% pour des longueurs comprises entre 4,00 et 12,00m.

IV.7.Conclusion:

Cette partie présente et discute les résultats de l'analyse de déversement ainsi que le moment résistant des poutres métalliques où l'acier est d'une nuance S235, avec et sans la prise en compte des contraintes résiduelles. Une étude comparative a été effectuée afin de valider et d'évaluer la performance du modèle proposée.

Cette étude a porté sur une analyse de déversement de plusieurs poutres simplement appuyées soumises à un moment uniforme, à des charges latérales concentrées, ainsi que des charges réparties appliqués au niveau de la semelle supérieure.

Généralement, et au moyen de ces exemples numériques, les résultats obtenus à l'aide de notre modèle numérique sans contraintes résiduelles par éléments finis sont en bon accord avec ceux obtenus par la formule de l'Eurocode3 EC3. Cependant, ces résultats confirme que le règlement EC3 ne tient pas en compte l'effet des contraintes résiduelles. Ces résultats montrent aussi que les contraintes résiduelles influent sur le moment critique de déversement et par conséquence sur le moment résistant.

Conclusion générale & perspectives.

1- Conclusion générale:

La fabrication de plaques laminées, suivi de l'utilisation de fer puis de l'acier, la construction métallique s'est dotée des moyens nécessaires pour fabriquer des poutres avec des sections optimisées pour la construction des bâtiments et des ponts. Ces sections peuvent avoir des formes standardisées comme les profilés laminés en I, L, tubulaires, et U largement utilisés dans le bâtiment, ou des formes sur mesures comme les profilés composés-soudés en caisson ou à âme pleine (en forme de I) plus adaptées pour les ponts.

Dans le monde de la construction, les structures sont réalisées à partir de plusieurs pièces assemblées entre elles dont elles épousent des formes différentes afin de résister aux charges extérieures. L'acier, utilisé pour les poutres métalliques, permet aux architectes et aux concepteurs de répondre aisément à ces exigences tout en combinant des modes de construction légers et rapides avec la qualité, la fonctionnalité et l'esthétique de l'ouvrage.

Un état de contrainte existant dans un échantillon de matériaux sans application d'actions extérieures est appelé état de contrainte interne ou résiduelle. Ainsi tout système de contrainte résiduelle est auto-équilibré et les résultantes des efforts intérieurs sont nulles. Les contraintes résiduelles sont créées dans les éléments en acier lors des procédés de fabrication. Il est ainsi possible de distinguer trois origines :

- Les origines mécaniques;
- Les origines thermiques qui;
- Les origines thermomécaniques;

Au cours de ce travail, un nouvel modèle éléments finis FEM a été adoptée pour analyser la stabilité et le comportement des poutres métalliques avec et sans la prise en compte des contraintes résiduelles. Cette étude a porté sur une analyse de déversement de plusieurs poutres simplement appuyées où l'acier est d'une nuance S235 soumises aux moments uniformes (aux extrémités), à des charges latérales réparties et à des charges concentrées au milieu. Une étude comparative a été effectuée afin de valider et d'évaluer la performance du modèle proposée.

A partir de ce qui 'a été obtenu comme résultats, on peut conclure que:

- Les résultats obtenus par la simulation par éléments finis utilisant le logiciel ABAQUS à sont en bon accord avec ceux obtenus par la formule de l'Eurocode

- 3, ce qui confirme l'adéquation du modèle de l'élément fini développé pour le moment critique de déversement de poutres sous différents cas de chargement;
- les résultats de notre modèle numérique sans contraintes résiduelles par éléments finis sont en bon accord avec ceux obtenus par la formule de l'Eurocode3 EC3;
 - Le règlement EC3 ne tient pas en compte l'effet des contraintes résiduelles. Ces résultats montrent aussi que les contraintes résiduelles influent sur le moment critique de déversement et par conséquent sur le moment résistant;
 - L'introduction des contraintes résiduelles mène à une réduction du moment critique de déversement et du moment résistant;
 - L'augmentation de la longueur de la poutre provoque une diminution du moment critique de déversement et ce pour les différents cas de charges.

2- Perspectives:

Dans notre étude, nous avons traité l'instabilité des poutres métalliques avec et sans la prise en compte des contraintes résiduelles, où un nouvel modèle éléments finis FEM a été adoptée afin d'analyser l'effet de ce type de contraintes sur le déversement des poutres. Néanmoins, d'autres travaux postérieurs de recherche peuvent avoir lieu à savoir:

- Étude de l'instabilité des poutres avec la prise en compte des contraintes résiduelles pour d'autres limites élastiques f_y ;
- Détermination de l'influence des contraintes résiduelles, des imperfections géométriques et de la forme de la section sur la résistance au déversement;
- La mise au point d'un modèle numérique capable de simuler le comportement des poutre reconstituée soudée PRS en proposant une forme de distribution des contraintes résiduelles sur toute l'épaisseur de la section.

Références Bibliographiques

Références Bibliographiques

- [1] **Le théorème d'Euler**, Contrainte critique due à la compression, Calcul des structures métalliques selon l'Eurocode 3, sixième tirage 2005, éditions Eyrolles.
- [2] **l'Eurocode3**, « Calculer des structures en acier » a été adopté par la Comité européen de normalisation (CEN) en 1992 et a été classé Norme provisoire pour une durée de 3 années (1993 à 1996).
- [3] Additif 80, Règles de calcul des constructions en acier. Construction Métallique, N°1, 1981.
- [4] **Timoshenko S.P**, Théorie de la stabilité élastique. Dunod, 1966.
- [5] **Hirt M.A., Bez R., Nussbaumer A. (2006)**, Construction Métallique, Notions Fondamentales et Méthodes de Dimensionnement, Traité de Génie Civil, vol.10, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne.
- [6] **ECCS (2010)**, Design of steel structures, Eurocode 3: Design of steel structures: Part 1-1 – General rules and rules for buildings 1st Edition, European Convention for Constructional Steelwork, Ernst & Sohn. 2010.
- [7] **Clark J. W, Hill H. N. (1960)**, Lateral Buckling of Beams, Proceedings ASCE, Journal of the Structural Division, Vol 86, no. ST7, 1960.
- [8] **Djalaly H. (1974)**, La théorie du second-ordre de la stabilité élastique des barres à parois minces et profil ouvert et son application. Annales de l'ITBTP, N° 171, Sept. 1974, pp. 130-162.
- [9] **Boissonnade N., Greiner R., Jaspard J.P, Lindner J. (2006)**, Design rules in EN 1993-1-1 for member stability, ECCS Technical Committee 8: Structural Stability, P119, European Convention for Constructional Steelwork, Brussels.
- [10] **Bureau A. (2006)**, NCCI: Elastic critical moment for lateral torsional buckling. Paris CTICM, 2006.
- [11] **AISC (2005)**, Specification for Structural Steel Buildings, 13th Ed. Chicago:

- American Institute of Steel Construction, 2005.
- [12] **Saint-Venant A. J. C. B. (1847)**, Mémoire sur la torsion des prismes et sur la forme affectée par leurs sections transversales primitivement planes. Comptes rendus, Vol. 24, 1847, pp. 485-488.
- [13] **ACB® beams are fabricated based on** the exclusive use of hot rolled sections. A double cut-out is made in the web by flame cutting. The two obtained T-sections are shifted and rewelded leading to an increase in height.
- [14] **Angelina™** beams offer a new architectural dimension within an environmentally friendly approach. With their sinusoidal web openings, they elegantly combine function with flexibility, integrating technical installations and optimising the weight/height or load/weight ratio.
- [15] **Eurocode4**, L'Eurocode 4 concerne uniquement les exigences de résistance, d'aptitude au service, de durabilité et de résistance au feu des structures mixtes.
- [16] **D. E. KERDAL, D.A. NETHERCOT**, « Failure modes of castellated beams », Journal of constructional steel research, vol.4, pp.295-315, 1984.
- [17] **S. DEMIRDJIAN**, « Stability of Castellated Beam Webs », thèse de masters, McGill University, Montreal, 1999.
- [18] **K.D. TSAVDARIDIS**, « Structural Performance of perforated steel beams with novel web openings and with partial concrete encasement », Thèse de doctorat, School of Engineering and Mathematical Sciences City University London, 2010.
- [19] **M.U. HUSAIN, W.G. SPEIRS**, « Failure of castellated beams due to rupture of welded joints », Acier-Stahl-Steel, No. 1, 1971.
- [20] **M.D. ALTIFILLISCH, B.R. COOKE, A.A. TOPRAC**, « An investigation of open web expanded beams », Welding Research Council Bulletin, Series No.47. pp. 77s-88s, 1957.
- [21] **A.A. TOPRAC, B.R. COOKE**, « An experimental investigation of open-web beams ». Welding Research Council Bulletin, New York. Series No.47, pp 1 –10, 1959.

- [22] **A.N. SHERBOURNE**, «The plastic behavior of castellated beams », Proc. 2nd Commonwealth Welding Conference. Inst. Of Welding, No. C2, London. pp 1-5, 1966.
- [23] **R.G. REDWOOD**, « Analyse et dimensionnement des poutres ayant des ouvertures dans les âmes », Revue Construction métallique, n°3, pp.15-27,1978.
- [24] **K.F. CHUNG, TCH. LIU, ACH KO**, « Investigation on Vierendeel Mechanism in steel beams with circular web openings », Journal of Constructional Steel Research, vol.5, pp.467-490, 2001.
- [25] **K.F. CHUNG, TCH. LIU, ACH KO**, « Steel beams with large web openings of various shapes and sizes: an empirical design method using a generalized moment shear interaction curve », Journal of Constructional Steel Research, vol.59, pp. 1177-1200, 2003.
- [26] **BAZILE, J. TEXIER**, « Essais de poutres ajourées (Tests on castellated beams) », Constr. Métallique, Paris, France, Vol.3, pp 12-25, 1968.
- [27] **S. Durif et al**, “Modèle mécanique pour les poutres à larges ouvertures d’âmes de section variable” XXIXe Rencontres Universitaires de Génie Civil. Tlemcen, 29 au 31 Mai 2011.
- [28] **SAFIR** SAFIR est un logiciel de calculs numériques, non linéaire, basé sur la méthode des éléments finis (MEF).
- [29] **S. Durif**, “Comportement mécanique des poutres cellulaires à ouvertures sinusoïdales développement d’un modèle analytique adapté -”. Laboratoire : Institut Pascal, Clermont Ferrand, France, Thèse de doctorat, 2012.
- [30] **K.D. Tsavdaridis and C. D’Mello**. “Vierendeel Bending Study of Perforated Steel Beams with Various Novel Web Opening Shapes, through Non-linear Finite Element Analyses” Journal of Structural Engineering, 138 (10). 1214-1230.2012.
- [31] **P. Panedpojaman et T. Rongram** “Buckling analysis for web post of cellular beams” The 10th International PSU Engineering Conference, May 14-15, 2012.

- [32] **F. ERDAL et M. POLAT SAKA**, “Ultimate load carrying capacity of optimally designed cellular beams”, *Journal of Constructional Steel Research* 80 (2013)355–368, 2013.
- [33] **P. Panedpojaman and T. Rongram** “Design Equations for Vierendeel Bending of Steel Beams with Circular Web Openings” *Proceedings of the World Congress on Engineering 2014 Vol II, WCE 2014, July 2 - 4, 2014, London, U.K.*
- [34] **P.D. Pachpor et al**, “analysis and design of cellular beam and its verification” *International Conference on Applied Computing, Computer Science, and Computer*.
- [35] **British Standards Institution BS5950**: « Structural use of steelwork in building », Part3 Section 3.1: Code of practice for design of composite beams, 1990.
- [36] **A.S. Shaikh et H.R. Aher**, “Structural Design of Circular Cross-Section Beam” *International Journal on Recent Technologies in Mechanical and Electrical Engineering (IJRMEE)* Volume: 2 Issue: 7. July 2015.
- [37] **K. KUCHTA et M. MAŚLAK**. “Failure modes determining the resistance and the stability of steel cellular beams” *Journal of Civil Engineering, Environment and Architecture*. pp 263-280, 2015.
- [38] **S. Saju et M. George**. “Buckling Analysis of Cellular Beams” *International Journal of Engineering Development and Research*. Volume 3, Issue 4. 2015.
- [39] **S. A. Patil et P. D. Kumbhar**. “STUDY OF CASTELLATED BEAM USING STIFFENERS: A REVIEW” *International Journal of Research in Engineering and Technology*. Volume: 04 Issue: 11, Nov-2015.
- [40] **Raphaël THIÉBAUD**. “Résistance au déversement des poutres métalliques de pont”. Thèse pour l'obtention du grade de docteur Es sciences. ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE, 2014.