RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ IBN-KHALDOUN DE TIARET

FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUEES DÉPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE



Pour l'obtention du diplôme de

DOCTORAT 3^{ème} cycle LMD

Domaine : Sciences et Technologie

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Modélisation des matériaux et structures

Présentée par : Melle NEMCHI Amina

Thème

Contribution à l'étude des paliers fluides à patins hydrostatiques en régime laminaire et non laminaire

Devant le Jury :

Nom et prénom	Grade	Lieu d'exercice	Qualité
DAOUADJI Tahar	Pr	Université Ibn Khaldoun Tiaret	Président
BOUZIDANE Ahmed	Pr	Université Ibn Khaldoun Tiaret	Encadreur
ZAHLOUL Hamou	Pr	Université Hassiba Benbouali Chlef	Examinateur
SAHLI Ahmed	Pr	Université Ibn Khaldoun Tiaret	Examinateur
MENDAS Mohamed	MCA	Université Hassiba Benbouali Chlef	Examinateur
KARAS Abdelkader	MCA	Université Ibn Khaldoun Tiaret	Examinateur

Remerciements

En préambule à cette thèse nous remercions ALLAH qui nous a aidé et nous a donné la patience et le courage durant ces longues années d'étude.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mon Directeur de recherche Professeur BOUZIDANE Ahmed ; grâce à lui, j'ai appris cette nouvelle approche et j'ai entamé le chemin de la recherche scientifique. Je le remercie de m'avoir encadré, orienté. Son suivi, ses conseils précieux et pertinents ses discussions, son amabilité et patience ont permis à mon travail d'aboutir. Je lui exprime ma gratitude pour m'avoir guidé dans cette recherche.

Je tiens également à remercier l'ensemble des membres de jury qui ont accepté de prendre de leurs temps pour examiner ce travail et pour l'avoir évalué.

Toute ma reconnaissance aux enseignants du département Génie mécanique, intervenants et toutes les personnes qui par leurs paroles, leurs écrits, leurs conseils et leurs critiques ont guidé mes réflexions.

Je remercie mes très chers parents, qui ont toujours été là pour moi, « Vous avez tout sacrifié pour vos enfants n'épargnant ni santé ni efforts. Vous m'avez donné un magnifique modèle de labeur et de persévérance. Je suis redevable d'une éducation dont je suis fière ».

Je remercie mes frères, ma sœur Hasnaa la prunelle de mes yeux et mon frère Ahmed, pour leur encouragement. Je remercie très spécialement ma tante Fatma qui m'a poussé pour en arriver là où je suis ; sa présence et ses encouragements sont pour moi les piliers fondateurs de ce que je suis et de ce que je fais. Je tiens à remercie également mon oncle Noureddine pour son soutien moral tout au long de mon cursus Je tiens à remercier également mon cousin futur Docteur Nemchi Mokhtar pour son soutien inconditionnel et intellectuel.

Un très grand merci à mon amie Docteur Abed Asma qui a été présente pour moi durant toute mon investiture de doctorat, en m'encourageant.

Mes remerciements s'adressent à mes amis les futurs docteur Aboubakeur, Souad, Mohamed et Sarah qui ont toujours été là pour moi, pour leur amitié, leur soutien inconditionnel et leur encouragement.

Enfin, je remercie tous mes Ami(e)s que j'aime tant Samia ; Fatima ; Kheira, Amel et Sarah Pour leur sincère amitié et confiance, et à qui je dois ma reconnaissance et mon attachement.

À tous ces intervenants, je présente mes remerciements, mon respect et ma gratitude.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à :

A l'homme de ma vie, mon exemple éternel, mon soutien moral, ma source de joie et de bonheur, celui qui s'est toujours sacrifié pour me voir réussir, que dieu te garde pour nous, à toi mon père.

Aux lumières de mes jours, les sources de mes efforts, les flammes de mon cœur, ma vie et mon bonheur ; mes deux mamans que j'adore.

Aux personnes dont j'ai bien aimé la présence dans ce jour. Que dieu leur procure bonne santé et longue vie. À mon frère et ma sœur,

je souhaite toute la réussite dans la vie la joie et le bonheur Aux personnes qui m'ont toujours aidé et encouragé, je dédie ce travail dont le grand plaisir leurs revient en premier lieu pour

leurs conseils, aides, et encouragements, Asma ; Aboubakeur ; Souad ; Mohamed

Je dédie ce travail à la personne qui était toujours à mes côtés, et qui m'a accompagnait durant mon chemin d'études supérieures, mon aimable amie et ma sœur de cœur, Labiba

Nemchi Amina

ملخص

السلوك الديناميكي للعمود المكوّن من مساند هيدروستاتيكية ودوّار صلب/مرن في نظام التدفّق الانسيابي لا يعكس بشكل كاف واقع الظّاهرة الفيزيائية، ويرجع ذلك إلى السلوك غير الخطّي لقوى السلائل ولديناميك الدوّار. يوصى بشدّة بدراسة تأثير أنظمة التدفّق المختلفة (الانسيابي وتايلور والمضطرب) على الأداء السّاكن والدّيناميكي لمسند هيدروستاتيكي، من أجل أخذ الحمل الدّيناميكي العالي والسّر عات العالية بعين الاعتبار. ومع ذلك، لا يز ال سلوك مثل هذه المساند ذات الطّبقة الضّاغة المتناه عير

تقدّم هذه الأطروحة منهجا جديدا حول دراسة حامل مكوّن من أربع مساند هيدروستاتيكية حيث يتمّ حمل القوّة المطبّقة بين مسندين، وذلك في أنظمة مختلفة. أولاً، يتم إجراء دراسة عددية مبنية على النظرية الخطية من أجل دراسة تأثير معامل الانحراف ومعامل الضغط على خصائص حامل مكوّن من أربع مساند هيدروستاتيكية محمّل بين مسندين بسر عات مختلفة التدفق. الطّريقة المستعملة لحلّ معادلة رينولدز هي طريقة الفروق المحدّدة المعتمدة على نظرية التشحيم في تدفّق مضطرب والخاصّة بكونستانتينسكو. وثانيا، يتم در اسة عددية على السلوك الديناميكي لدوار جامد مثبت على محمل هيدروستاتيكي مع أربع منصات هيدروستاتيكية، محملة بين لوحين في نظام تدفق مضطرب. تسمح لنا تأثيرات رينولدز ومعامل الانحراف على الخرصات على المرسلة. الهيدروستاتيكي بدر اسة ومناقشة استجابات عدم الاتزان والقوى المرسلة.

يتم تحليل النتائج العددية التي يتم الحصول عليها ومقارنتها بين ثلاث واربعة محامل مفصصه. في الواقع، تشير النّتائج المتحصّل عليها إلى أنّ طبيعة التدفّق تؤثّر بشكل لافت على خصائص الحامل الهيدر وستاتيكية يتأثر بشدة بنظام التدفق، كما تُعتبر هذه النّتائج مفيدة للمصمّمين.

Résumé

Le comportement dynamique d'une ligne d'arbre composée de paliers à patins hydrostatiques et d'un rotor rigide/flexible en régime d'écoulement laminaire ne reflète pas assez la réalité du phénomène physique, en raison du comportement non-linéaire des forces fluides et de la dynamique de rotors. Une étude sur les effets des différents régimes d'écoulement (laminaire, Taylor et turbulent) sur les performances statiques et dynamiques d'un palier fluide à patins hydrostatiques, s'avère très recommandée, afin de tenir compte des effets de forte charge dynamique et des grandes vitesses. Cependant, à ce jour, le comportement de tels paliers amortisseurs reste mal compris.

Cette thèse de doctorat dispose une nouvelle approche sur l'étude des paliers fluide à quatre patins hydrostatique, chargés entre deux patins dans différents régimes d'écoulement. En premier temps, une étude numérique basée sur la théorie linéaire est effectuée afin d'étudier l'influence du rapport d'excentricité et du rapport de pression sur les performances des caractéristiques d'une configuration plane d'un palier hydrostatique en différent régime d'écoulement. La méthode des différences finies a été utilisée pour résoudre l'équation de Reynolds modifiée basée sur la théorie de lubrification turbulente de Constantinescu. En second temps, une étude numérique concernant le comportement dynamique d'un rotor rigide monté sur un palier hydrostatique à quatre patins hydrostatiques, chargés entre deux patins en régime d'écoulement turbulent est traité. Les effets du nombre de Reynolds et du rapport d'excentricité sur les caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier hydrostatique nous permettent d'étudier et de discuter les réponses de déséquilibre et les forces transmises.

Les résultats numériques obtenus sont analysés et comparés entre des paliers à trois et quatre lobes. En effet, les résultats obtenus montrent que les performances des paliers hydrostatiques à film fluide amortisseur sont fortement influencées par le régime d'écoulement. L'étude devrait être très utile aux concepteurs des paliers fluides à patins hydrostatiques.

Mot clés : Palier hydrostatique à film fluide amortisseur, régime laminaire, régime turbulent, nombre de Reynolds de Poiseuille, rapport de pression, rapport d'excentricité, vitesse d'écrasement, lubrification hydrostatique.

Abstract

The dynamic behavior of a shaft composed of hydrostatic journal bearings and a rotor rigid/flexible in a laminar flow regime does not sufficiently reflect the reality of the physical phenomenon, and that is due to the non-linear behavior of the fluid forces and to the rotors dynamic. A study on the effect of the different flow regimes (laminar, Taylor and turbulent) on the static and dynamic performances of a hydrostatic journal bearing is highly recommended, in order to take into account, the effect of high dynamic load and high speeds. However, to date, the behavior of such squeeze film dampers remains poorly understood.

This research thesis proposes a new approach on the study of hydrostatic squeeze film dampers loaded between pads between two pads in different regimes. Firstly, a numerical study based on the linear theory is carried out in order to study the influence of the eccentricity ratio and the pressure ratio on the performances of the characteristics of a planar configuration of a four-pad hydrostatic squeeze film damper loaded between two pads in different flow regime. The finite difference method was used to solve the Reynolds equation based on Constantinescu's turbulent lubrication theory. Secondly, a numerical study on the dynamic behavior of a rigid rotor mounted on a four-pad hydrostatic squeeze film damper loaded between two pads in the turbulent flow regime is carried out. The effects of Reynolds number and eccentricity ratio on the static and dynamic characteristics of a hydrostatic bearing allow us to study and discuss imbalance responses and transmitted forces.

The numerical results obtained are analyzed and compared between three and four-lobed bearings. In fact, the results obtained show that the journal bearing performances are significantly influenced by the turbulent flow regime. The study is expected to be useful to bearing designer

Keywords: Hydrostatic squeeze film dampers, laminar flow, turbulent regime, Reynolds number of Poiseuille, pressure ratio, eccentricity ratio, squeeze velocity, hydrostatic lubrication

Table des matières

Introduction générale	1
1.1 Introduction	4
1.2 Palier hydrostatique	5
1.2.1Type de paliers	7
1.2.1.1 Palier à butées	7
1.2.1.2 Patins radiaux	9
1.2.1.3 Patins à multi directions	9
1.2.2 Palier hydrostatique à trois patins	
1.2.3 Palier hydrostatique à quatre patins	
1.2.4 Palier hydrostatique à plusieurs patins	
1.3 Palier hydrostatique à film fluide amortisseur	
1.4 Les avantages et les inconvénients d'un palier hydrostatique	
1.5 Configuration d'un palier hydrostatique	
1.6 Modélisation de l'écoulement du fluide dans le palier	
1.6.1 Lubrification d'un palier hydrostatique	
1.6.1.1 Alimentation à débit constant	
1.6.1.2 Alimentation à pression constante	
1.6.2 Ecoulement du fluide à travers des résistances hydrauliques	
1.6.2.1 Résistance hydraulique de type capillaire	
1.6.2.2 Résistance hydraulique de type orifice	
1.7 Régime d'écoulement	
1.7.1 Régime laminaire	
1.7.2 Régime turbulent	
1.8 Objectif de la thèse	
1.9 Conclusion	

2.1. Introduction	32
2.2. Description d'un palier hydrostatique à quatre patins chargés entre deux patins	33
2.2.1 L'épaisseur du film lubrifiant	33
2.2.2 Vitesse d'écrasement	34
2.3. Méthode de calcul pour un palier hydrostatique	35
2.4. Equation de Reynolds	35
2.5. Les coefficients de la turbulence	37
2.5.1. Ecoulement de Couette	37
2.5.2 Ecoulement de Poiseuille	38
2.6. Conditions aux limites	39
2.7. Champ de pression	40
2.7.1 Discrétisation de l'équation de Reynolds	40
2.7.2 Résolution numérique	42
2.7.3 Conditions aux limites	44
2.8. Caractéristiques statiques	44
2.8.1 La charge portante	44
2.8.2 Débit lubrifiant	45
2.8.2.1 Débit lubrifiant sortant de l'alvéole	45
2.8.2.2 Débits de la variation du volume dans l'alvéole	46
2.8.2.3 Débit de la résistance hydraulique	47
2.8.2.4 Calcul de la pression dans l'alvéole	47
2.8.3 La charge et le débit total	48
2.8.3.1 La charge totale	48
2.8.3.2 Le débit total	48
2.9 Caractéristique dynamique	48
2.9.1 Calculs des coefficients dynamiques	49
2.9.2 Les coefficients équivalents	51

2.10. Comportement dynamique du rotor
2.11 Conclusion
3.1. Introduction
3.2 Comparaisons entre le palier hydrostatique à film fluide amortisseur à quatre patins et un palier hybride à trois et à quatre lobes
3.3. Paramètres numériques et analytiques
3.4. Comparaison des résultats numériques et analytiques
 3.4.1Comparaison des résultats numériques et analytiques : raideur directe et rapport de pression concentrique pour différents rapports d'excentricité
3.4.1.2 Résultat et interprétation
3.4.2 Comparaison de la capacité de charge sans dimension entre les résultats numériques et analytiques
3.4.2.1 Résultat et interprétation61
3.5 Conclusion
4.1 Introduction
4.2 Les paramètres numériques
4.3 Organigramme de calcul
4.4 Champ de pression
4.5 Nombre de Reynolds modifié
4.6 L'épaisseur du film71
4.7 L'effet du nombre de Reynolds sur les caractéristiques statiques
4.7.1 La capacité de charge adimensionnelle72
4.8 L'effet du nombre de Reynolds sur les caractéristiques dynamiques73
4.8.1 Le coefficient de la rigidité73
4.8.2 Coefficient d'amortissement direct sans dimensions77
4.9 Dynamique du rotor
4.9.1 Organigramme de calcul

4.9.2 L'amplitude de vibration	
4.9.3 La transmissibilité	
4.10 Conclusion	
Conclusion générale	
Perspectives	
I. Annexe I : Etablissement de l'équation de Reynolds :	
I.1.1 Equation de conservation de masse :	
I.1.2 Equation de Navier-Stocks :	

Liste des figures

Figure 1. 1 Palier hydrostatique circulaire à quatre patins [2]6
Figure1. 2 Aimant d'analyse supporté sur un palier hydrostatique à la base de l'installation
de structure nucléaire du laboratoire SERC Daresbury [7]7
Figure1. 3 Patin circulaire [8]7
Figure1. 4 Patins rectangulaires [8]
Figure1. 5 Patins conique [8]
Figure1. 6 Patins radiaux [8]9
Figure 1. 7 Patins à multi direction [8]9
Figure1. 8 Schématisation d'un palier à trois patins hydrostatiques alimentés par des valves
électrorhéologiques [9]10
Figure 1. 9 Palier hydrostatique à quatre patins alimentés par des résistances hydrauliques de
type capillaire. [23]10
Figure 1. 10 Palier hydrostatique à six poches. [10] 11
Figure1. 11 Schéma d'un film fluide amortisseur SFD [9]12
Figure1. 12 Configurations de paliers hydrostatiques à quatre butées hydrostatiques [12] 13
Figure1. 13 Schéma d'une butée hydrostatique14
Figure1. 14 Alimentation à débit constant
Figure 1. 15 Alimentation à pression constante
Figure1. 16 Résistance hydraulique de type capillaire16
Figure1. 17 Résistance hydraulique de type orifice16
Figure1. 18 Ecoulement laminaire17
Figure1. 19 Ecoulement turbulent
Figure1. 20 Rigidité équivalente pour quatre configurations géométriques A / B [22] 20
Figure1. 21 Rigidité équivalente par rapport au rapport de pression [25]21
Figure1. 22 L'amplitude de vibration et la force transmise versus la vitesse de rotation pour
différentes valeurs du champ électrique [26]
Figure1. 23 Variation de la rigidité équivalente en fonction de la longueur caractéristique
non dimensionnelle Lm pour différentes valeurs de N2 avec $\beta_0 = 0,4$. [27]

Figure1. 24 Comparaison du coefficient de la rigidité adimensionnel entre un palier
hydrostatique à film fluide amortisseur à trois patins et un palier hydrostatique à trois et
quatre patins [28]
Figure1. 25 Géométrie du palier hydride
Figure1. 26 Capacité de charge par rapport au jeu pour les régimes laminaires et turbulents
à différentes vitesses de rotation [40]
Figure1. 27 (a) Schématisation d'un palier hydrostatique à quatre patins chargés entre deux
patins (b) Coupe transversale et détails géométriques d'un patin hydrostatique29
Figure2. 1 (a) Schématisation d'un palier hydrostatique à quatre patins chargés entre deux
patins (b) Coupe transversale et détails géométriques d'un patin hydrostatique. 33

Figure2. 2 Système d'axe	4
Figure 2. 3 Condition aux limites	6
Figure2. 4 Domaine de calcul4	0
Figure2. 5 Description d'un nœud4	1
Figure2. 6 Description d'un quart du domaine d'intégration4	3
Figure2. 7 Débit sortant de l'alvéole	6
Figure2. 8 Schématisation de la raideur et l'amortissement pour une butée hydrostatique.4	9
Figure2. 9 Rotor rigide symétrique avec deux amortisseurs d'un palier hydrostatique à quatr	e
patins identiques chargéss entre les patins5	2
Figure2. 10 Force d'un palier hydrostatique à quatre patins chargés entre les deux patin	IS
dans le cas excentrique	3

Figure4. 1 Organigramme de calcul des caractéristiques statiques et dynamiques en foncti	ion
du régime d'écoulement	66
Figure 4. 2 Organigramme de calcul des caractéristiques statiques et dynamiques en fonct	ion
du rapport de pression	67
Figure 4. 3 Distribution de pression pour différentes vitesses d'écrasement ($Vx = \dot{h}$)	69

Figure4. 4 Distribution de pression pour différents nombres de Reynolds de Poiseuille 69
Figure4. 5 Nombre de Reynolds modifié par rapport au nombre de Reynolds de Poiseuille
pour différentes valeur d'excentricité70
Figure4. 6 Nombre de Reynolds modifié en fonction du rapport de pression pour différents
nombres de Reynolds
Figure4. 7 Épaisseur du film par rapport au rapport de pression pour différents valeurs de
nombre de Reynolds pour une excentricité nulle72
Figure 4. 8 Capacité de charge sans dimension en fonction du rapport de pression pour
différentes valeurs d'excentricité73
Figure4. 9 Coefficient de raideur directe sans dimension en fonction du rapport de pression
pour différentes valeurs de Rp74
Figure 4. 10 Rigidité directe sans dimension en fonction du rapport de pression pour
différentes valeurs d'excentricité75
Figure 4. 11 Rigidité directe sans dimension en fonction du nombre de Reynolds de Poiseuille
pour différentes valeurs d'excentricité
Figure4. 12Rigidité directe sans dimension en fonction du nombre de Reynolds de Poiseuille
pour différentes valeurs de rapport de pression76
Figure4. 13 Coefficient d'amortissement direct sans dimension en fonction du rapport de
pression pour différentes valeurs Rp77
Figure4. 14 Coefficient d'amortissement direct sans dimension en fonction du rapport de
pression pour différentes valeurs d'excentricité78
Figure4. 15 Coefficient d'amortissement direct sans dimension en fonction du nombre de
Reynolds de Poiseuille pour différentes valeurs d'excentricité
Figure4. 16 Amortissement direct sans dimension en fonction du nombre de Reynolds de
Poiseuille pour différentes valeurs du rapport de pression
Figure4.17 Organigramme de calcul de l'amplitude et la force de transmissibilité en fonction
de la vitesse de rotation
Figure4. 18 Amplitude de vibration sans dimension par rapport à la vitesse de rotation pour
différentes valeur de R _p
Figure4. 19 La transmissibilité sans dimension par rapport à la vitesse de rotation

Liste des tableaux

Tableau1.1 Comparaison de la capacité de la charge adimensionnelle dans régime turbulent	t.
	4

Tableau3.	1	Comparaison	de	la	capacité	de	charge	sans	dimension	entre	les	résultats
numérique	s e	et analytiques à	ι βο	= (),58	••••						62

Tableau4. 1 Paramètres de simulation.

80

Nomenclature

Α	Longueur du patin[m]
A _x	Amplitude vibratoire adimensionnelle suivant X
Ay	Amplitude vibratoire suivant Y
A/B	Rapport de dimension du patin
a/A = b/B	Rapport de dimension de l'alvéole
В	Largeur du patin [m]
C_{pi}	Amortissement par rapport à chaque patin hydrostatique [N.s/m]
d_o	Diamètre d'orifice [m]
eo	Excentricité
F_{pi}	Force hydrostatique pour chaque patin hydrostatique [N]
F_{rx}	Force transmise
G_p	Coefficient de turbulence modifié
h_o	Épaisseur du film à excentricité égale à zéro [m]
h_i	Épaisseur du film relatif à chaque patin [m]
K _{pi}	Coefficient de raideur relatif par rapport pour chaque patin
	hydrostatique [N/m]
P_{ri}	Pression d'alvéole relatif à chaque patin [Pa]
P_{r0}	Pression à excentricité égale à zéro [Pa]
P_s	Pression d'alimentation [Pa]
Q_{oi} , Q_{oxi}	Débit sortant de l'alvéole dans les directions x, y et z respectivement
;Q _{oyi} ;Q _{ozi}	pour chaque patin [m ³ /s]
Q _{ri}	Débit de la variation de volume pour chaque patin $[m^{3}/s]$
$Q_{\nu i}$	Débit d'écoulement relatif pour chaque patin [m ³ /s]
V_{pm}	Vitesse moyenne du fluide [m/s]
R_p	Nombre de Reynolds
R_P^*	Nombre de Reynolds modifié
S_p	Surface du patin [m ²]
S _r	Surface de l'alvéole [m ²]
T _{rx}	Transmissibilité de force suivant X
T _{rz}	Transmissibilité de force suivant Z

u_x, u_y, u_z	Vitesses dans les directions x, y et z respectivement [m/s]
u_{xi} ; u_{zi}	Vitesses de fluide dans les directions x, y et z respectivement pour
	chaque patin [m/s]
Wo	Charge portante pour chaque patin hydrostatique [N]
W_x , W_y	Charge portante dans les directions x et y, respectivement [N]
(x_i, z_i, y_i)	Système des coordonnées utilisé dans l'équation de Reynolds
(x , y, z)	Système des coordonnées utilisé pour décrire le mouvement du
	rotor
(<i>x*</i> , <i>y*</i> , <i>z*</i>)	Référence du système de coordonnées au système de coordonnées
	principal (x, y, z)
$\beta_0 = P_{r0}/P_s$	Rapport de pression à excentricité égale à zéro
β_i	Rapport de pression relatif pour chaque patin
\overline{C}_{eq}	Amortissement directe adimensionnelle $\overline{C}_{eq} = h_0^3 C_{eq} / (\mu S_p)$
ε	Rapport d'excentricité, $\varepsilon = e_0 / h_0; 0 \le \varepsilon \le \sqrt{2}$
\overline{K}_{eq}	Rigidité directe adimensionnelle : $\overline{K}_{eq} = h_0 K_{eq} / (S_p P_s)$
μ	Viscosité [Pa.s]
$\overline{\mathcal{Q}}$	Débit adimensionnelle : $\overline{Q} = Q\mu / (P_s h_0^3)$
\overline{W}	Charge adimensionnelle : $\overline{W} = \overline{W}_x = W_x / (S_p P_s)$

Introduction générale

Les évolutions technologiques des machines tournantes imposent des conditions de fonctionnement de plus en plus élevées et sévères. Le comportement d'une ligne d'arbre composée des paliers et d'un rotor se traduit par des phénomènes dynamiques complexes (vitesse critique, résonance etc.). Ces rotors fonctionnent alors dans leur mode flexible et ils sont subits à des vibrations importantes. La sélection d'un palier doit être effectuée sur une base technique qui prend en compte les caractéristiques du mouvement, l'intensité de la charge, les conditions d'ambiance et de nombreux autres aspects. Les paliers sont des organes de machines utilisés pour guider les arbres en rotation.

Les paliers hydrostatiques font l'objet de recherche de plusieurs chercheurs à cause de leurs meilleures caractéristiques favorisées par les développements technologiques de l'industrie, à savoir le fonctionnement à des vitesses de rotation élevées et supportant des grandes charges statiques et dynamiques.

Ainsi, le comportement de ligne d'arbre doit être considéré avec deux modèles, linéaire et non linéaire. L'étude linéaire, pour laquelle le palier se comporte comme des amortisseurs et des ressorts, s'avère insuffisante lorsque les charges dynamiques deviennent trop importantes.

Au surplus, l'étude d'un film fluide dans un palier hydrostatique se réalise dans divers régimes d'écoulement grâce aux expériences réalisées par Reynolds (1883) lors de l'écoulement d'un fluide dans une conduite. Ces expériences ont montré l'existence de différents régimes qui sont le régime laminaire où les vitesses du fluide sont faibles, transitoire et turbulent où la vitesse d'écoulement est élevée et la viscosité est faible.

La contribution à l'étude des paliers fluides à patins hydrostatiques en régime laminaire et non laminaire est l'objectif de cette étude, à cet effet, Cette thèse de doctorat est scindée en quatre volets :

Dans le premier chapitre de cette étude, nous présentons une étude bibliographique résumant les publications principales et les travaux les plus significatifs concernant le palier étudié suivi par les différentes méthodes de lubrification hydrostatique et arrivant à l'étude de divers régimes d'écoulement.

Dans le deuxième chapitre, nous mettons en exergue un modèle numérique détaillé basé sur la théorie de Constantinescu qui fait l'étude sur les performances des caractéristiques statiques et dynamiques d'une configuration plane d'un palier fluide hydrostatique à quatre patins, chargés entre deux patins en régime laminaire et non laminaire. Ainsi, le comportement dynamique d'une ligne d'arbre rigide monté sur un palier hydrostatique dans divers régimes d'écoulement est analysé.

Le chapitre trois, concerne plus particulièrement la comparaison de deux conceptions analytiques et numériques qui valide l'étude, ainsi que la comparaison entre un palier hydrostatique à film fluide amortisseur à quatre patins, un palier hydrostatique à trois et à quatre lobes.

Dans le chapitre quatre, nous présentons les résultats obtenus par l'étude de l'influence du nombre de Reynolds de Poiseuille ; rapport d'excentricité, le rapport de pression et la vitesse d'écrasement sur les caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier hydrostatique à quatre patins chargés entre deux patins, en régime laminaire et non laminaire.

En définitive, nous estimons approprié de synthétiser, dans une conclusion générale, les résultats obtenus, tout en établissant un lien direct avec nos perspectives dans le domaine en question

Chapitre 1

Etude Bibliographique

Chapitre 1 :

Etude bibliographique

1.1 Introduction

Au cours du premier chapitre, une synthèse bibliographique, des travaux réalisés sur les paliers fluides à patins hydrostatique dans divers régimes d'écoulement, est présentée d'une façon non exhaustive, où ces études montrent que le changement dans le régime d'écoulement influe sur les performances des caractéristiques du palier hydrostatique à film fluide amortisseur

Ce chapitre est divisé en trois parties :

Dans cette première partie, nous illustrons une étude bibliographique détaillée sur le palier hydrostatique.

La lubrification hydrostatique a une large utilisation dans le domaine industriel, cependant une présentation sur les différentes méthodes de lubrification est déterminée dans cette deuxième partie.

La troisième partie comporte les régimes d'écoulements ; on y aborde dans un premier temps le cas du régime laminaire, pour ensuite passer au régime transitoire, arrivant enfin au régime turbulent.

1.2 Palier hydrostatique

Les développements technologiques des machines tournantes nécessitent des conditions de fonctionnement de plus en plus élevées et sévères, ses rotors fonctionnent, alors, dans leur mode flexible et sont soumis à des vibrations.

Les paliers sont des organes de machines utilisés dans le domaine industriel, précisément les machines tournantes telles que : les turbomachines à grande vitesse, les broches de machines-outils, les équipements cryogéniques et les broches de rectification de précision pour guider les arbres en rotation [1]. La sélection d'un palier doit être effectuée sur une base technique qui prend en compte les caractéristiques du mouvement, l'intensité de la charge, les conditions d'ambiance et de nombreux autres aspects. Le palier est constitué d'un arbre et d'un coussinet. Pour minimiser les forces de frottement et rendre le glissement entre ses deux approches plus accessibles, deux vues sont présentées : la première serait d'interposer des éléments roulants (billes), la deuxième serait l'addition d'un fluide qui est introduit sous une pression, autrement dit un film lubrifiant.

L'un des indicateurs les plus significatifs de l'historique des changements de la tribologie, a été l'utilisation de fluides de traitement en tant que lubrifiants dans des systèmes de palier à film fluide. Un palier hydrostatique contient des alvéoles répartis sur des coussinets qui supportent une charge en utilisant un film lubrifiant sous une pression extérieure, afin d'obtenir un film d'huile épais qui assure la séparation entre métal-métal, même à vitesse nulle. Le principe de l'introduction du fluide se fait en divers façons ; soit à débit constant, soit à pression constante à travers une résistance hydraulique. Ils sont, jusqu'à présent, utilisés avec succès dans un grand nombre de machines fonctionnant à faibles vitesses et supportant de fortes charges. Les paliers hydrostatiques fournissent une surface sur laquelle les machines lourdes peuvent être positionnées sans avec précision (Figure 1.2).

Les paliers hydrostatiques (Figure 1.1) ont de meilleures caractéristiques dynamiques que celles des autres configurations hydrodynamiques, en raison de leur grande rigidité, de leur bon amortissement et de leur très longue durée de vie. Le palier hydrostatique offre une meilleure stabilité grâce à sa grande rigidité et un bon amortissement même au franchissement des vitesses critiques.



Figure 1. 1 Palier hydrostatique circulaire à quatre patins [2]

Le premier aboutissement d'un palier hydrostatique était fait par L. D. Gérard en 1865 [3] ; ce dernier utilisait ce type de palier dans une étude de train glissant sur des paliers hydrostatique plats. En 1917, Lord Rayleigh [4], fut le premier à présenter l'analyse d'un système hydrostatique en calculant la charge et le couple de frottement d'une butée hydrostatique axiale. En 1948, Gérard [5], a réalisé des broches utilisant des paliers hydrostatiques dont la raideur, selon la pression d'alimentation, était comprise entre 5.10⁷ et 10⁸. Ces paliers ont été utilisés sur des broches d'aléseuses et de rectifieuses de grande précision. En 1949, Shaw et Mack [6], proposent de calculer les caractéristiques statiques d'un palier hydrostatique en supposant des variations linéaires de la pression dans l'espace inter alvéoles et entre les alvéoles et le bord du palier. En 2007, Bouzidane [12], fait l'étude d'un palier hydrostatique à quatre patins hydrostatiques alimentés par un fluide électrorhéologique, pour contrôler les vibrations des rotors flexibles lors du passage des vitesses critiques.



Figure1. 2 Aimant d'analyse supporté sur un palier hydrostatique à la base de l'installation de structure nucléaire du laboratoire SERC Daresbury [7].

1.2.1Type de paliers

Les paliers hydrostatiques peuvent être classés en fonction de la direction de la charge qu'ils peuvent porter. Ainsi, nous avons :

- Palier à butées.
- Paliers radiaux (paliers lisses).
- Paliers multidirectionnels.

1.2.1.1 Palier à butées

* Patin circulaire opposé

Lorsque la charge peut agir dans deux directions, ou lorsqu'une plus grande rigidité est nécessaire, deux patins circulaires peuvent être assemblés. La figure 1.3 montre le schéma d'un patin circulaire [8].



Figure1. 3 Patin circulaire [8].

Patins rectangulaires

Un certain nombre de formes de patins rectangulaires sont illustrées dans la figure ci-dessous. Si les plaquettes se déplacent à très grande vitesse et ont une inclinaison fixe, leur comportement devient hybride



Figure1. 4 Patins rectangulaires [8].

* Patins coniques

Les patins coniques représentés sur la figure 1.5 nécessitent moins de puissance de pompage.



Figure 1. 5 Patins coniques [8].

1.2.1.2 Patins radiaux

La figure 1.6 montre un patin cylindrique, en supportant des charges dans une seule direction radiale. Dans ce type de patin, si la vitesse de rotation de l'arbre est suffisamment élevée, un champ de pression hydrodynamique se superpose au champ hydrostatique. Ce terme est exploité dans le cas des paliers hybrides.



Figure1. 6 Patins radiaux [8].

1.2.1.3 Patins à multi directions

Les paliers indiqués dans la figure ci-dessous peuvent supporter des charges dans la direction axiale ainsi que celle de la direction radiale.



Figure 1. 7 Patins à multi directions [8].

1.2.2 Palier hydrostatique à trois patins

Plusieurs chercheurs ont travaillé sur un palier hydrostatique à trois patins [9-23-28], parmi eux Abed [9] où la configuration est présentée comme suit :



Figure1. 8 Schématisation d'un palier à trois patins hydrostatiques alimentés par des valves électrorhéologiques [9].

1.2.3 Palier hydrostatique à quatre patins

A ce niveau le palier hydrostatique est composé de quatre patins, plusieurs chercheurs ont fait l'étude sur ce palier [23-27] parmi eux Bouzidane et *al.* [23]



Figure1. 9 Palier hydrostatique à quatre patins alimentés par des résistances hydrauliques de type capillaire. [23].

1.2.4 Palier hydrostatique à plusieurs patins

Parmi les chercheurs qui ont travaillé sur un palier hydrostatique à plusieurs patins, StefanI et *al*.[10] ont mené une enquête numérique qui les amené à des résultats expérimentaux, à l'appui de preuves sur la structure de l'écoulement et la distribution de la pression dans un palier hydrostatique à six poches équidistantes.



Figure 1. 10 Palier hydrostatique à six poches [10].

1.3 Palier hydrostatique à film fluide amortisseur

Un film amorti est une couche de film fluide des éléments lubrifiés, fournissant un amortissement visqueux dans les systèmes mécaniques entre le palier et le logement qui assouplit le support du palier, afin d'augmenter l'efficacité de l'amortissement qui assure une isolation structurelle, qui réduise les amplitudes de la réponse du rotor aux déséquilibres, et dans certains cas, aide à supprimer l'instabilité dynamique.

La figure ci-dessous montre une configuration d'un palier à film fluide amorti, composée d'un logement qui est monté sur la bague extérieure du roulement. Cette dernière, empêche le palier de tourner, au moyen des goupilles libres ou une cage d'écureuil qui fournit un mécanisme élastique. [11]



Figure1. 11 Schéma d'un film fluide amortisseur SFD [9].

1.4 Les avantages et les inconvénients d'un palier hydrostatique

Parmi les avantages d'un palier hydrostatique :

- L'absence d'usure.
- Un coefficient de frottement très faible.
- Une très grande raideur, permettant de conserver un positionnement précis, malgré des fluctuations de charge importantes.
- L'inexistence de concentrations de contraintes car, la pression étant sensiblement constante dans l'alvéole, la charge est supportée par une grande surface.
- Les défauts de forme des surfaces en présence ayant moins d'importance qu'en régime hydrodynamique, car la pression dans l'alvéole est fonction du débit global, c'est-à-dire de la distribution d'épaisseur de film et non pas de l'épaisseur en un point.

Les inconvénients majeurs des dispositifs hydrostatiques sont leur coût, car ils nécessitent une pompe, des filtres, des régulateurs de pression, etc., et leur fiabilité, car le moindre incident dans le système d'alimentation peut entraîner la destruction des surfaces.

1.5 Configuration d'un palier hydrostatique

Il existe plusieurs configurations d'un palier hydrostatique, parmi lesquelles on distingue la configuration à support cylindrique et à support plat.

La configuration à support cylindrique exige un système anti-rotation pour éviter la rotation de l'arbre, tandis que la configuration à support plat est inhérente comme le montre la figure suivante :



Figure 1. 12 Configurations de paliers hydrostatiques à quatre butées hydrostatiques [12].

1.6 Modélisation de l'écoulement du fluide dans le palier

1.6.1 Lubrification d'un palier hydrostatique

La lubrification hydrostatique est parmi les procédés les plus utilisés dans le domaine industriel. La lubrification sous pression externe est actuellement utilisée dans tout le domaine d'ingénierie mécanique, des grandes machines comme : les télescopes, radiotélescopes, grandes antennes radar où la vitesse est en général faible, des machinesoutils [13].

Dans tout dispositif hydrostatique, une des deux surfaces en regard est lisse tandis que l'autre comporte une ou plusieurs cavités (ou alvéoles) reliées à un générateur de pression, représenté dans la figure qui suit :



Figure 1. 13 Schéma d'une butée hydrostatique.

Une zone représentée par les portées AB et CD de largeur c où l'épaisseur h du film lubrifiant est mince ; l'évolution de la pression dans cette région est décrite par l'équation de Reynolds ; on suppose que la pression ne varie pas selon l'épaisseur du film.

Une zone *BC* constituée par la cavité où l'épaisseur du film lubrifiant *e* est grande : $h_p/h > 50$ [46] ; dans cette région, la pression est supposée être constante : $P = P_{ri}$; cette hypothèse est très souvent vérifiée expérimentalement.

Les principaux avantages de la lubrification sous pression externe sont un frottement très faible et une usure négligeable, tandis que le seul inconvénient réel réside dans une certaine complexité des circuits d'alimentation.

Les méthodes utilisées pour introduire le fluide à l'intérieur de la butée sont :

1.6.1.1 Alimentation à débit constant

Dans les systèmes à débit constant, on place une pompe à débit constant entre le réservoir et l'alvéole. Ce système est peu employé car, lorsque le mécanisme comporte plusieurs alvéoles (ce qui est pratiquement toujours le cas), il faut soit alimenter chacun d'entre eux par une pompe individuelle, soit utiliser des régulateurs à débit constant. Cette solution, qui assure une grande raideur, est complexe et coûteuse. La figure suivante décrit ce système.



Figure 1. 14 Alimentation à débit constant.

1.6.1.2 Alimentation à pression constante

Dans les mécanismes à pression constante, on place une résistance hydraulique immédiatement en amont de l'alvéole. Le rôle de cette résistance est de créer une perte de charge, c'est-à-dire d'asservir le débit à la chute de pression. Ce système, simple à mettre en œuvre, permet d'alimenter plusieurs alvéoles avec une seule pompe à condition, bien évidemment, que le débit de celle-ci soit suffisant.



Figure 1. 15 Alimentation à pression constante.

1.6.2 Ecoulement du fluide à travers des résistances hydrauliques

Deux types de résistances hydrauliques sont fréquemment utilisées, les résistances capillaires et les résistances orifices

1.6.2.1 Résistance hydraulique de type capillaire

Ce type de résistance est utilisé en régime laminaire, en absence de force d'entrée. Le débit de ce dernier est déterminé comme suit [14]



Figure1. 16 Résistance hydraulique de type capillaire [12].

1.6.2.2 Résistance hydraulique de type orifice

Un orifice est une petite ouverture dans le passage d'écoulement d'huile. Les résistances hydrauliques de type orifice sont fréquemment utilisé en régime non laminaire et le débit est déterminé comme suit :

$$Q_r = \frac{\pi d_0^2 C_d}{4} \left[\frac{2(P_s - P_s)}{\rho} \right]^{1/2}$$
(1.2)



Figure 1. 17 Résistance hydraulique de type orifice.

1.7 Régime d'écoulement

L'expérience réalisée par Osborne Reynolds 1883, pour l'étude de mouvement des particules entre elles dans un écoulement, démontra l'existence des différents types de régimes. De ce fait, la distinction de ces types était faite par le développement des critères étudiés, selon les conditions locales de vitesse et le coefficient de viscosité. Le paramètre qui permet de déterminé le régime d'écoulement est un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds [15].

$$R_p = \frac{\rho V_m D}{\mu} \tag{1.3}$$

Le nombre de Reynolds est limité par un intervalle qui permet de préciser le régime d'écoulement abordé par :

$R_p < 1000$ Régime laminaire

 $1000 < R_p < 2000$ Régime transitoire

$R_p > 2000$ Régime turbulent

En effet, l'écoulement d'un fluide est dit laminaire lorsqu'il est strictement permanent où la vitesse d'écoulement est faible, également lorsque le champ de vitesse évolue de façon continue et ordonnée, en fonction du temps et de l'espace. Dans cet écoulement, les couches fluides glissent les unes sur les autres et il n'y a pas de transfert de particules d'un filet fluide à un autre. En régime permanent, les trajectoires (qui sont alors confondues avec les lignes de courant) ne se coupent jamais au cours de l'écoulement.

Ecoulement laminaire



Figure 1. 18 Ecoulement laminaire.

Par ailleurs, lorsque la vitesse croît, les filets fluides paraissent oscillés et vibrés, puis ils perdent leur identité propre. Dans ce régime, appelé turbulent, les particules oscillent rapidement autour de leur trajectoire.

Ecoulement turbulent



Couche limite

Figure1. 19 Ecoulement turbulent.

1.7.1 Régime laminaire

Le fonctionnement du palier hydrostatique en régime laminaire signifie que le nombre de Reynolds est inférieur à 1000 et que les vitesses sont faibles. En raison de cela, le fluide s'écoule dans la même direction, sans que les filets fluides s'entrecroisent.

De nombreux chercheurs ont étudié les performances d'un palier hydrostatique en régime laminaire, parmi eux :

En 1991, San Adres et *al.* [16], présentent dans leur article une analyse théorique des caractéristiques dynamiques d'un palier hydrostatique en régime laminaire. L'étude considère l'effet de la compressibilité du fluide dans la cavité à des excitations à haute fréquence. Les résultats montrent que la rigidité hydrostatique du palier augmente brusquement et s'accompagne d'une diminution rapide de l'amortissement directe.

En 1992, Bou-Said et *al* [17], ont étudié l'influence du désalignement des paramètres géométriques sur les caractéristiques statiques et dynamiques des paliers hybrides en régime d'écoulement laminaire, une comparaison entre l'étude expérimentale et numérique était faite.

En 1993, Tichy et *al.* [18], ont décrit une analyse théorique pour étudier les performances dynamiques d'un film fluide amortisseur (SFD) appliqué dans le modèle plastique de Bingham, lubrifié par un fluide électrorhéologique en régime laminaire. Il en résulte un écoulement quasi-newtonien et une rigidité du matériau.

En 1998, Sharma et *al.* [19], étudient les performances d'un palier hydrostatique/hybride alimenté par des résistances hydrauliques de type capillaire en régime laminaire pour différentes géométries, la méthode des différences finies est déterminée. Une comparaison des caractéristiques de performance a été effectuée pour déterminer quelle forme de cavité donne les meilleures performances. Les résultats montrent que le palier aux alvéoles carrées est meilleur du point de vue des caractéristiques statiques, car il a la plus grande valeur d'épaisseur du film. Les résultats présentés dans cet article devraient aider les concepteurs de machines-outils à mieux utiliser les formes de renfoncement.

En 2003, Singh N et *al.* [20], décrient une étude théorique concernant la performance d'un système de palier flexible hydrostatique / hybride sous pression externe, en utilisant le limiteur de vanne à membrane comme pour différentes géométries du palier. Le système de palier hydrostatique / hybride a également été étudié vis-à-vis des résistances hydrauliques de type capillaire et orifice à débit constant. Les résultats présentés dans cette étude démontrent que la forme de la cavité et la géométrie affecte sensiblement les performances du palier et que le choix de ce dernier est important.

En 2004, Zahloul et *al.* [21], étudient les caractéristiques dynamiques d'un palier hydrostatique à quatre patins alimentés par des résistances à diaphragme en régime laminaire. Les résultats montrent que le palier hydrostatique présente de bonnes caractéristiques dynamiques et une excellente stabilité en raison de sa rigidité, de son amortissement et de ses termes de couplage croisés.

En 2006, Chen CH et *al.* [22], étudient l'effet des résistances hydrauliques de types capillaire et orifice sur la stabilité d'un palier hybride par la méthode de Routh-Hurwitz. L'équation de Reynolds est résolue par la méthode des différences finies en régime laminaire. Les résultats montrent que dans tous les cas, les paliers avec resistance d'orifice peuvent fournir un seuil de stabilité plus élevé que celui des capillaires pour un rotor rigide soumis à une charge spécifique.

En 2007, Bouzidane et *al.* [23], ont étudié les caractéristiques dynamiques d'un palier hydrostatique à quatre patins alimentés par des résistances diaphragmes en fonction du rapport de pression pour différentes configurations géométriques. Les résultats montrent que le HJB présente de bonnes caractéristiques dynamiques et une excellente stabilité en raison de sa rigidité élevée et de son amortissement sur des termes de couplage nul. Le graphe suivant présente l'étude de la rigidité pour différentes configurations :


Figure 1. 20 Rigidité équivalente pour quatre configurations géométriques A / B [22].

En 2008, Bouzidane et *al.* [24], font l'étude sur le comportement dynamique d'un rotor supporté par un palier hydrostatique à quatre patins, alimentés par des résistances hydrauliques de type capillaire en régime laminaire. Le palier est alimenté par un fluide électrorhéologique négatif, qui est un fluide Newtonien avec une faible viscosité lors de l'application d'un champ électrique. Une modélisation linéaire a été réalisée en utilisant des méthodes numériques pour étudier l'effet des fluides électrorhéologique négatifs, la pression des cavités et le rapport d'excentricité statique sur les caractéristiques dynamiques.

Les résultats montrent que lorsque le rapport de pression et le rapport d'excentricité augmentent, le rapport d'épaisseur du film augmente et par conséquent, l'amortissement équivalent augmente. Cependant, l'amortissement équivalent diminue avec la tension du champ électrique en raison de la réduction de la viscosité.

En 2014, Bouzidane et *al.* [25], présentent une étude théorique sur les caractéristiques de performance dynamiques d'un palier hydrostatique à trois patins à film fluide amortis en régime laminaire. Leur étude montre que le HSFD à trois patins présente de meilleures caractéristiques dynamiques que les paliers hybrides à trois lobes en raison de leur rigidité élevée et de leurs termes de couplage nul. Leurs résultats sont déterminés comme suit :



Figure 1. 21 Rigidité équivalente par rapport au rapport de pression [25].



Figure1. 22 L'amplitude de vibration et la force transmise versus la vitesse de rotation pour différentes valeurs du champ électrique [26].

Les travaux de Abed et *al.* [26], en 2017, font l'objet d'analyse des caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier fluide hydrostatique lubrifié par un fluide électrorhéologique négatif à travers des valves électrorhéologiques. Leur résultat décrit que l'utilisation d'un fluide électrorhéologique négatif a fourni de bonnes caractéristiques dynamiques, autrement dit l'amplitude de vibration et la force transmise ont été contrôlées efficacement par cette technique. Les résultats sont montrés comme suit :

En 2017, Benariba et *al.* [27], s'orientent vers une étude théorique de l'influence du fluide lubrifiant micropolaire sur les caractéristiques statique et dynamique, d'un palier hydrostatique composé de quatre patins alimentés par des résistances de type capillaire. Selon les résultats, le palier hydrostatique fonctionnant avec un lubrifiant micropolaire montre une augmentation de la valeur de la pression à l'intérieur de l'alvéole. Ces résultats suggèrent que l'influence de l'effet micropolaire sur la performance du palier est principalement affectée par le rapport de pression ; par suit la comparaison faite par cette recherche montre que le palier lubrifié par un fluide micropolaire a de bonnes caractéristiques statiques, qu'un fluide Newtonien. Les résultats sont déterminés comme suit :



Figure1. 23 Variation de la rigidité équivalente en fonction de la longueur caractéristique non dimensionnelle Lm pour différentes valeurs de N² avec $\beta_0 = 0,4$ [27].

En 2018, Mahmoud et *al.* [28], développent un modèle numérique afin d'étudier l'effet du rapport d'excentricité et du rapport de pression sur les caractéristiques statiques et dynamiques, d'un palier hydrostatique à film fluide amortisseur à trois patins alimentés par des résistances hydrauliques de type orifice. On a constaté que l'influence du rapport d'excentricité, sur les caractéristiques dynamiques d'un palier hydrostatique à film fluide amortisseur, semble être essentiellement contrôlée par le rapport de pression concentrique. Il a également été constaté que le palier hydrostatique à film fluide amortisseur à trois patins présente une rigidité supérieure à celle des paliers hydrostatiques à trois et à quatre lobes comme le montre la figure suivante :



Figure 1. 24 Comparaison du coefficient de la rigidité adimensionnel entre un palier hydrostatique à film fluide amortisseur à trois patins et un palier hydrostatique à trois et quatre patins [28].

1.7.2 Régime turbulent

Les performances du palier fluide hydrostatique sont grandement affectées par le régime turbulent. En fait, le désir de fonctionner à des vitesses élevées ou à des fluides de traitement à faible viscosité signifie que les paliers à film fluide pourraient fonctionner à des nombres de Reynolds élevés ; c'est-à-dire dans une plage comprise entre (10^3 et 10^5). À ces

nombres de Reynolds, le flux à l'intérieur de l'épaisseur du film est turbulent. Dans certaines applications telles que les paliers utilisés dans les applications cryogéniques, les paliers lisses hybrides à film fluide doivent généralement fonctionner à des vitesses très élevées, ce qui rend le lubrifiant turbulent en raison de la faible viscosité et de la vitesse élevée.

Plusieurs chercheurs ont proposé diverses théories pour analyser les aspects turbulents, appliqués aux paliers. Nous en citons quelques-uns :

En 1969, Taylor C. et *al.* [29], ont étudié théoriquement la lubrification en régime turbulent. Ses travaux ont porté sur une évaluation des méthodes à la disposition du concepteur d'un palier, pour l'examen des conditions d'écoulement turbulent et de l'effet de la turbulence. Une comparaison avec l'étude expérimentale a été faite. Les résultats ont montré que la prédiction des deux théories de lubrification turbulente considérées, était très similaire pour une large gamme de conditions de fonctionnement des paliers. Ce tableau montre la comparaison faite pour la capacité de charge sans dimensions. Les résultats présentés dans le tableau 1.1 décrit que la comparaison des travaux fait par Constantinescu et Ng and Pan sont similaire et en bon accord.

Film thick- ness ratio, h_{in}	Width to length ratio, <i>B/L</i>	Mean Reynolds number											
		1000		2000		5000		10 000		50 000			
		С	N-P										
1	All	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0-0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
1.5	0·5 1·0 1·5 2·0 ∞	0·0308 0·0804 0·1168 0·1399 0·2169	0.0300 0.0763 0.1091 0.1294 0.1959	0.0361 0.0972 0.1448 0.1761 0.2830	0.0374 0.0978 0.1425 0.1710 0.2658	0-0487 0-1375 0-2129 0-2655 0-4546	0.0588 0.1598 0.2399 0.2931 0.4768	0-0657 0-1918 0-3058 0-3892 0-7042	0·0875 0·2424 0·3690 0·4547 0·7552	0·1625 0·5023 0·8459 1·1218 2·2957	0·2786 0·7834 1·2069 1·4994 2·5426		
2.0	0.5 1.0 1.5 2.0 ∞	0.0388 0.0992 0.1431 0.1708 0.2627	0.0376 0.0941 0.1336 0.1580 0.2377	0.0454 0.1198 0.1772 0.2147 0.3425	0.0467 0.1202 0.1741 0.2083 0.3222	0.0610 0.1691 0.2599 0.3229 0.5490	0.0728 0.1946 0.2902 0.3535 0.5712	0-0821 0-2355 0-3727 0-4726 0-8490	0·1080 0·2957 0·4479 0·5506 0·9104	0·2020 0·6150 1·0285 1·3590 2·7605	0·3424 0·9514 1·4588 1·8082 3·0522		
3.0	0·5 1·0 1·5 2·0 ∞	0.0392 0.0960 0.1362 0.1613 0.2442	0.0378 0.0909 0.1272 0.1493 0.2215	0.0456 0.1156 0.1682 0.2023 0.3177	0.0464 0.1153 0.1649 0.1961 0.2998	0.0609 0.1624 0.2457 0.3029 0.5071	0.0711 0.1840 0.2708 0.3278 0.5231	0·0815 0·2254 0·3511 0·4418 0·7815	0·1052 0·2795 0·4186 0·5119 0·8374	0·1988 0·5854 0·9640 1·2639 2·5260	0-3293 0-8910 1-3519 1-6675 2-7870		

C = Constantinescu, N-P = Ng and Pan.

Tableau1.1 Comparaison de la capacité de la charge adimensionnelle dans la	le r	régime
turbulent.		

En 1973, Constantinescu V.N et *al*. [30], ont mis au point une méthode pour déterminer le mouvement dans un film fluide, comprenant des forces d'inertie pour des paliers infiniment long. Sa méthode peut être utilisée pour les écoulements laminaires et turbulents, ainsi que pour les lubrifiants compressibles et incompressibles. Les résultats ont montré que pour les

films stables, les forces d'inertie convectives conduisent essentiellement aux effets de Bernoulli ; alors que pour les films instables, les forces d'inertie peuvent influencer les caractéristiques d'amortissement et de rigidité du palier.

En 1976, Constantinescu V.N et *al.* [31], ont étudié la distribution de la pression dans les paliers, y compris les effets d'inertie, à l'aide de trois méthodes : une équation différentielle de pression simplifiée, une balance de moment globale et une équation d'énergie. Ils ont constaté que les trois méthodes donnaient des résultats comparables pour des rapports d'épaisseur de film faibles et modérés, avec un accord satisfaisant avec les données numériques existantes. Les résultats montraient une augmentation de la pression due à l'inertie, où l'effet de la turbulence est pris en compte en fonction du coefficient de viscosité G_x et G_z .

Les recherches de Chaomleffel et *al*. [32], en 1986, sont basées sur la mesure expérimentale de la distribution de la pression dans les paliers hybrides et sur l'influence des forces d'inertie sur les terrains de la récréation et de la génération de pression pour différentes conditions géométriques et cinématiques. Ces résultats expérimentaux sont comparés à ceux obtenus avec les résultats théoriques et semblent être en bon accord.

En 2006, Frêne et *al.* [33], ont étudié théoriquement les caractéristiques d'un palier hydrodynamique dans l'écoulement turbulent. Leurs résultats ont démontré que l'utilisation de l'équation complète de Navier-stocks est très utile dans le cas des paliers hydrodynamique fonctionnant en régime turbulent de l'écoulement, mais les études paramétriques utilisant cette approche sont difficiles en raison de la durée de calcul qui est très grande.

En 2009, Okabe et *al.* [34], ont développé un modèle analytique d'un palier à patin incliné basé sur l'hypothèse de portage court avec l'effet de turbulence inclus. Les résultats montrent que le modèle de palier à effet d'écoulement turbulent a généré des forces hydrodynamiques supérieures à celle sans cet effet, ce qui souligne l'importance de tenir compte de ce phénomène lors de l'analyse des paliers hydrodynamiques à grande vitesse.

En 2010, Nicodemus et *al.* [35], ont étudié les effets de la turbulence et de l'usure sur les performances des paliers hybrides à quatre patins, à résistance hydraulique de type capillaire, pour différentes formes géométriques (*Figure 1.25*). Les résultats ont révélé que l'usure et la turbulence influent significativement sur les performances des caractéristiques statiques en termes de capacité de charge et de débit, ainsi que sur les caractéristiques dynamiques par

l'utilisation de la méthode des éléments finis, afin de résoudre l'équation de Reynolds basé sur la théorie de la lubrification turbulente de Constantinescu. La figure ci-dessous montre les différentes géométries étudiées.



Figure1. 25 Géométrie du palier hybride [35].

En 2010, Shenoy et *al.* [36], ont étudié l'influence de la turbulence sur les caractéristiques de stabilité d'un palier à film fluide réglable en externe. Ils ont démontré que la turbulence et le jeu ont une influence significative sur la stabilité du système dynamique du rotor.

En 2013, Dwivedi et *al.* [37], ont présenté une étude théorique portant sur la performance statique d'un palier hybride à quatre patins dans différents régimes. En outre, Dwivedi et *al.* [38], ont utilisé une méthode numérique pour calculer le paramètre de performance statique et dynamique. L'analyse est effectuée dans le cas d'un rapport d'aspect d'approximation à courte portance, sous différents régimes d'écoulement de fluide, à savoir une condition d'écoulement laminaire, transitoire et turbulent en supposant le palier parfaitement rigide.

En 2013, Ghezali et *al.* [39], étudient l'influence de l'écoulement de régime dans la cavité sur le champ de pression du patin d'un palier hydrostatique, alimenté par des résistances hydrauliques de type orifice. Le modèle de turbulence SST-k ω est appliqué afin d'étudier les effets de l'alimentation en pression, de la viscosité dynamique et de la profondeur des cavités sur le profil de pression du patin hydrostatique, la méthode des volumes finis est utilisée. Une comparaison des résultats numériques et de l'équation de Reynolds à trois dimensions

est réalisée à très grande profondeur. Les résultats montrent de très bons accords entre les méthodes d'équation de type CFD et Reynolds.

Récemment en 2014, Wang et *al.* [40], ont étudié l'influence de la turbulence et des effets thermiques sur les caractéristiques de performance statiques et dynamiques, en utilisant des paliers hybrides lubrifiés à l'eau avec des rainures circonférentielles pour une vitesse élevée. La méthode des différences finies a été utilisée pour résoudre l'équation de Reynolds, basée sur la théorie de lubrification turbulente de Constantinescu. Les résultats indiquent que la turbulence à une grande influence sur les performances du palier, l'augmentation du nombre de Reynolds augmente significativement la capacité de charge et le coefficient de la rigidité. Les résultats sont présentés comme suit :



Figure1. 26 Capacité de charge par rapport au jeu pour les régimes laminaires et turbulents à différentes vitesses de rotation [40].

En 2015, Xu et *al.* [41], font une analyse complète de la pression du film d'huile, de la température du film d'huile, de la capacité de charge, de la rigidité du film d'huile et de l'amortissement des paliers lisses avec différents rapports de désalignement et en considérant de manière appropriée les effets turbulents et thermiques basés sur la résolution de l'équation de Reynolds généralisée et de l'équation de l'énergie. Les résultats indiquent que la turbulence affecte la lubrification des paliers à billes mal alignés lorsque le rapport d'excentricité ou de désalignement est élevé.

En 2016, Mallya et *al.* [42], ont étudié l'influence du régime d'écoulement sur les caractéristiques statiques d'un palier lisse à trois axes désaligné, lubrifié avec de l'eau. Les résultats suggèrent que le changement du régime d'écoulement du lubrifiant de laminaire au turbulent et l'augmentation du désalignement ont amélioré la capacité de charge du palier. Pour les paliers peu chargés, le coefficient de frottement du roulement augmentait avec l'augmentation du nombre de Reynolds.

En 2017, Aboshighiba et *al.* [43], ont décrit l'évolution des configurations de pression des régimes d'écoulements laminaires et turbulents dans les patins, au moyen d'une étude paramétrique transitoire. Les principaux paramètres étudiés sont : la densité du fluide, la viscosité du fluide, la pression d'alimentation et la vitesse de compression. Les résultats de la présente étude, confirment de nombreux modèles déjà mentionnés par d'autres auteurs et ont également montré un comportement différent en termes d'évolution du vortex en fonction des combinaisons de paramètres étudiées.

1.8 Objectif de la thèse

Notre objectif principal dans cette recherche scientifique, est d'étudier l'influence du régime d'écoulement, rapport de pression et le rapport d'excentricité sur les caractéristiques statiques et dynamiques, d'une configuration plane d'un palier hydrostatique à film fluide amortisseur (HSFD) à quatre patins chargés entre deux patins alimentés par des résistances hydrauliques de type orifice. De même, l'effets du régime d'écoulement sur le comportement dynamique d'un rotor rigide ont également été traités. L'équation de Reynolds basée sur la théorie de lubrification turbulente de Constantinescu est considérée dans la présente analyse. La méthode des différences finies est utilisée pour résoudre l'équation de Reynolds modifiée.

L'originalité prétendue de ce travail, apparait dans cette configuration plane d'un palier hydrostatique à film fluide amortisseur à quatre patins chargés entre deux patins dans divers régimes d'écoulement qui est conçue et proposée afin d'augmenter la capacité de charge et la rigidité par rapport à celles étudiées précédemment. Au surplus, les résultats obtenus peuvent être utiles aux concepteurs des paliers hydrostatiques précisément en régime d'écoulement turbulent.



Figure1. 27 (a) Schématisation d'un palier hydrostatique à quatre patins chargés entre deux patins (b) Coupe transversale et détails géométriques d'un patin hydrostatique.

1.9 Conclusion

Dans ce volet, nous avons d'abord énuméré, dans la première branche une étude bibliographique détaillée sur le palier hydrostatique, avec ses différentes configurations, nous avons aussi illustré les avantages et les inconvénients des paliers hydrostatiques.

La deuxième branche de ce chapitre est constituée d'une analyse sur la lubrification hydrostatique d'un palier hydrostatique par un fluide introduit à l'intérieur d'une butée par deux méthodes : soit par une alimentation à pression constante ou une alimentation à débit constatant, à travers des résistances hydrauliques : type capillaire « régime laminaire » et orifice « régime turbulent ».

Ensuit, une synthèse bibliographique sur les différents régimes d'écoulements abordés par plusieurs chercheurs qui travaillent sur les paliers hydrostatiques et les paliers à film fluide amortisseur, en régime d'écoulement laminaire et turbulent, a été mise en évidence.

Enfin, l'objectif de cette thèse est approché à travers la présentation de la configuration plane d'un palier hydrostatique à quatre patins, chargés entre deux patins pour différents régimes d'écoulement.

Chapitre 2

Etude Numérique d'un Palier Hydrostatique à Quatre Patins en Régime Laminaire et Non Laminaire

Chapitre 2 :

Etude numérique d'un palier hydrostatique à quatre patins en régime laminaire et non laminaire

2.1. Introduction

L'axe principal qui compose ce chapitre se base sur le développement mathématique d'un modèle numérique afin d'obtenir les performances d'un palier hydrostatique à quatre patins, chargés entre les deux patins en faisant appel aux nombres de Reynolds de Poiseuille, au champ de pression, au rapport d'excentricité et au rapport de pression dans divers régimes.

Le calcul se réalise par une méthode numérique, précisément la méthode des différences finies afin de résoudre l'équation de Reynolds basée sur la théorie de la lubrification turbulente de Constantinescu, où la théorie est linéaire. Pour la détermination des caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier hydrostatique à quatre patins partant de l'hypothèse que le fluide est incompressible, isotherme et permanent.

Dans la deuxième partie nous présentons une étude numérique concernant le comportement dynamique d'un rotor rigide monté sur un palier hydrostatique à quatre patins, à film fluide amortisseur, chargés entre deux patins en divers régimes d'écoulements. La modélisation linéaire est réalisée en utilisant une méthode numérique afin d'étudier les performances d'un HSFD à quatre patins. Les effets du nombre de Reynolds et du rapport d'excentricité sur les caractéristiques statiques et dynamiques de ce dernier, nous permettent d'étudier et de discuter les amplitudes vibratoires et les forces transmises.

2.2. Description d'un palier hydrostatique à quatre patins chargés entre deux patins

Une configuration conçue d'un rotor rigide horizontal monté sur un palier hydrostatique à quatre patins chargés entre deux patins, incliné avec un angle de π /4, chaque patin est alimenté par le lubrifiant à partir d'une source (Ps) sous pression externe, à travers des résistances hydrauliques de type orifice, afin d'augmenter la capacité de charge est démontrée dans la première partie. La deuxième partie montre une section transversale et des détails géométriques d'un HSFD à quatre patins.



Figure2. 1 (*a*) *Schématisation d'un palier hydrostatique à quatre patins chargés entre deux patins (b) Coupe transversale et détails géométriques d'un patin hydrostatique.*

2.2.1 L'épaisseur du film lubrifiant

 h_0 est l'épaisseur du film dans chaque patin hydrostatique qui est obtenue comme suit :

$$h_1 = h_0 - y^* \tag{2.1}$$

$$h_2 = h_0 - x^* \tag{2.2}$$

$$h_3 = h_0 + y^* \tag{2.3}$$

$$h_4 = h_0 + x^* \tag{2.4}$$

Où x^* et y^* sont les axes inclinés déterminés comme suit

$$\begin{cases} x^* = (x - y)cos(\pi / 4) \\ y^* = (x + y)sin(\pi / 4) \end{cases}$$
(2.5)

Où (x, y) est le repère utilisé pour décrire le mouvement du rotor.

2.2.2 Vitesse d'écrasement

La vitesse d'écrasement $\dot{h}_i \left(\frac{dh_i}{dt}\right)$ pour chaque patin hydrostatique est démontrée

comme suit :

$$\begin{cases} \dot{h}_{1} = -(\dot{x} + \dot{y}) \sin(\pi/4); & \dot{h}_{2} = -(\dot{x} - \dot{y}) \sin(\pi/4) \\ \dot{h}_{3} = (\dot{x} + \dot{y}) \sin(\pi/4); & \dot{h}_{4} = (\dot{x} - \dot{y}) \sin(\pi/4) \end{cases}$$
(2.6)



Figure2. 2 Système d'axes.

Chapitre 2

2.3. Méthode de calcul pour un palier hydrostatique

Afin d'aboutir aux caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier hydrostatique, le calcul de ses derniers se fait par deux méthodes :

- Soit on considère le palier comme un ensemble indissociable, dans ce cas, le calcul est très compliqué et exige des programmes puissants et complexes.
- Soit par la juxtaposition des quatre patins d'un palier hydrostatique, en considérant le patin comme un palier afin de faciliter le calcul des caractéristiques statiques et dynamiques et de réduire les dimensions de calculs qui, par assemblage constituent le palier hydrostatique.

A cet effet, nous allons utiliser la seconde méthode afin de réduire les dimensions de programme de calcul, mais celà impose la connaissance de la pression dans l'alvéole et les pressions aux extrémités libres au niveau de chaque butée à simple effet.

Le calcul des caractéristiques du palier revient donc au calcul des caractéristiques de quatre patins hydrostatiques partielles, dont l'étude est analogue à celle d'une butée hydrostatique à simple effet.

2.4. Equation de Reynolds

La distribution de pression, Pi (x_i , z_i , t) dans l'espace de l'épaisseur du film entre le patin et le grain mobile (Figure 2.1), pour le régime d'écoulement turbulent, peut être gouvernée par l'équation de Reynolds modifiée. Cette équation peut être résolue numériquement en appliquant la méthode des différences finies, ou analytiquement pour des cas spécifiques tels que des paliers infiniment longs ou courts.

Si l'on considère qu'il n'y a pas de glissement entre le fluide et le patin, les conditions aux limites associées à la vitesse seront déterminées comme suit (Figure 2.3) :



Figure 2. 3 Conditions aux limites.

• Sur le patin : $U_{li} = 0$; $V_{li} = 0$ et $W_{li} = 0$ (2.7)

• Sur le grain mobile :
$$U_{2i} = 0$$
; $V_{2i} = h_i$ et $W_{2i} = 0$ (2.8)

Où U_{1i} ; V_{1i} et W_{1i} sont respectivement les vitesses de surface de chaque patins hydrostatiques et U_{2i} ; V_{2i} et W_{2i} sont les vitesses du grain mobile dans la direction x, y et z. Avec ces conditions aux limites et pour un fluide incompressible, isotherme et sans effet d'inertie, l'équation de Reynolds modifiée en régime turbulent pour le flux de Poiseuille peut être obtenue, à partir de la théorie de lubrification de Constantinescu [30, 31, 33, 44], comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(G_p \frac{h_i^3}{\mu} \frac{\partial P_i(x_i, z_i, t)}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial z_i} \left(G_p \frac{h_i^3}{\mu} \frac{\partial P_i(x_i, z_i, t)}{\partial z_i} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial (U_{2i} - U_{1i})h_i}{\partial x_i} + \frac{\partial h_i}{\partial t} + \frac{1}{2} (W_{2i} - W_{1i}) \frac{\partial h_i}{\partial z_i}$$
(2.9)

Supposant que la viscosité μ est constante et qu'aucune vitesse relative en direction x_i et z_i par rapport à chaque patin hydrostatique ($U_{1i} = U_{2i} = W_{1i} = W_{2i} = 0$, les surfaces de ce dernier ne doivent pas avoir ni d'inclinaison et / ou ni de désalignement $\left(\frac{\partial h_i}{\partial x_i} = \frac{\partial h_i}{\partial z_i} = 0\right)$, l'équation de Reynolds modifiée (Equ.2.9) peut être simplifiée comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{h_i^3}{\mu} G_x \; \frac{\partial P_i(x_i, z_i, t)}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial z_i} \left(\frac{h_i^3}{\mu} G_z \; \frac{\partial P_i(x_i, z_i, t)}{\partial z_i} \right) = \frac{\partial h_i}{\partial t}$$
(2.10)

Où:

 $0 \le x_i \le A$ et $0 \le z_i \le B$

 P_i est le champ de pression hydrostatique pour chaque patin ;

 h_i est l'épaisseur du film pour chaque patin hydrostatique ;

 $\frac{\partial h_i}{\partial t} = \dot{h}_i$ est la vitesse d'écrasement pour chaque patin hydrostatique ;

 G_x et G_z sont des coefficients de turbulence modifiés dépendant du nombre de Reynolds de Poiseuille sur la base de la vitesse moyenne du fluide, produite par les gradients de pression hydrostatique ; h_i est l'épaisseur du film par rapport à chaque coussin d'appui hydrostatique (i = 1, 2,3 et 4).

En raison du gradient de pression hydrostatique, le coefficient de turbulence modifié G_x et G_z peut être obtenu comme suit :

$$G_x = G_z = 1/K_p \tag{2.11}$$

2.5. Les coefficients de la turbulence

En fait, la turbulence est un phénomène aléatoire. Les effets de turbulence sont très importants et prédominants par rapport aux effets laminaires dus à l'augmentation de la pression hydrostatique, Les coefficients de la turbulence peuvent être définit en fonction de nombre de Reynolds de l'écoulement.

Dans un palier hydrostatique, il est possible que l'écoulement dû au gradient de pression (écoulement de poiseuille) soit dominant (important) devant celui dû à la vitesse de rotation (écoulement de couette) [14, 44, 45]

2.5.1. Ecoulement de Couette

En un point du film, la détermination du régime d'écoulement se fait en fonction de nombre de Reynolds de couette :

$$R_c = \rho \frac{R_w H}{\mu} \tag{2.12}$$

• Pour un régime laminaire :

$$K_p = 12; \quad si R_c < R_{ci};$$
 (2.13)

• Pour un régime transitoire :

$$R_{ci} < R_c < R_{cs}$$

$$K_x = 12 + \frac{(K_{xm} - 12)(R_c - R_{ci})}{R_{cs} - R_{ci}}$$

$$K_z = 12 + \frac{(K_{zm} - 12)(R_c - R_{ci})}{R_{cs} - R_{ci}}$$
(2.14)

Avec K_{xm} et K_{zm} sont les valeurs des coefficients de viscosité

• Pour un régime turbulent : $R_c > R_{cs}$

$$K_x = 12 + a_x R_c^{bx}$$

 $K_z = 12 + a_z R_c^{bz}$
(2.15)

Avec :

$$a_x = 0.0136; b_x = 0.90$$

 $a_z = 0.0043; b_z = 0.96 \quad pour R_c \langle 30000$ (2.16)

$$R_{cs} = 2R_{ci}$$
 Tandis que $R_{ci} = Min(T_c \sqrt{\frac{R}{C}}.1900)$

2.5.2 Ecoulement de Poiseuille

• Pour le régime laminaire :

$$K_p = 12; si \ R_p < R_{pi}$$
 (2.17)

• Pour le régime transitoire :

$$K_{p} = 12 + \frac{\left(K_{pm} - 12\right)\left(R_{p} - R_{pi}\right)}{R_{ps} - R_{pi}}; si \ R_{pi} < R_{p} < R_{ps} \qquad (2.18)$$

 $O\hat{u}: K_{pm} = a_p R_{ps}^{bq}$

• Pour le régime turbulent :

$$K_{p} = K_{pm} = a_{p} R_{ps}^{bq}; si \quad R_{p} > R_{ps}$$
 (2.19)

Où :

$$R_{pi} = 1000; R_{ps} = 2R_{pi}$$
$$a_p = 0.197, b_q = 0.681$$
$$R_p = \rho \frac{V_{pm}h}{\mu}$$

Où : a_P et b_P sont des coefficients qui dépendent de la valeur du nombre de Reynolds de Poiseuille ; V_{pm} est la vitesse moyenne du fluide et h est l'épaisseur du film. R_P est le nombre de Reynolds de Poiseuille caractérisant l'importance de la vitesse moyenne du fluide, fournie par la pression d'alimentation.

Notez que la variation de la transition du flux laminaire au flux de turbulence a été prise en utilisant l'équation (2.13).

Un palier hydrostatique joue le rôle d'un film fluide amortisseur et puisqu'il n'y a pas de rotation entre la bague extérieure du roulement et son logement, l'écoulement choisi est celui de Poiseuille.

2.6. Conditions aux limites

Dans le but de la résolution de l'équation de Reynolds modifiée (2.10) applicable aux différents régimes d'écoulement, dans un palier hydrostatique, les conditions aux limites sont les suivantes :

- A la limite externe, les pressions nodales sont nulles.
- Les pressions nodales pour le nœud sur la cavité sont constantes et égales à P_{ri} ; puisque la profondeur de la cavité est considérée comme très profonde.

- L'écoulement du lubrifiant à travers les résistances est égal au débit de sortie du palier lisse.
- La pression négative est mise à zéro pendant le processus itératif pour prendre soin des cavitations de film d'huile.

2.7. Champ de pression

La détermination du champ de pression dans un film mince d'une butée hydrostatique se fait par la résolution de l'équation de Reynolds modifiée à l'aide des méthodes numériques.

La méthode des différences finies est couramment pratiquée grâce à la simplicité et la mise en œuvre, qui consiste à résoudre un système d'équations par la discrétisation et la convergence des schémas numériques.

2.7.1 Discrétisation de l'équation de Reynolds

La méthode des différences finies exige un maillage, qui est un ensemble de points dans le domaine d'intégrations découpées à un certain nombre de rectangles afin de résoudre l'équation de Reynolds. Les variables connus X et Z sont remplacées par des variables discrètes I et J.

Le domaine d'intégration est comme suit :



Figure2. 4 Domaine de calcul.

En utilisant le développement de Taylor, la valeur de la pression P au point des cordonnées I et J prend la fonction de la valeur de la pression, aux points situés au voisinage de ce même point on obtient les relations suivantes :

$$\frac{\partial P_{i}(I,J)}{\partial X} = \frac{P_{i}(I+1,J) - P_{i}(I-1,J)}{2\Delta X}$$

$$\frac{\partial P_{i}(I,J)}{\partial Z} = \frac{P_{i}(I,J+1) - P_{i}(I,J-1)}{2\Delta Z}$$
(2.20)
$$\frac{\partial^{2} P_{i}(I,J)}{\partial X^{2}} = \frac{P_{i}(I+1,J) - P_{i}(I-1,J)}{\Delta X^{2}}$$

$$\frac{\partial^{2} P_{i}(I,J)}{\partial Z^{2}} = \frac{P_{i}(I,J+1) - P_{i}(I,J-1)}{\Delta Z^{2}}$$

Où ΔX et ΔZ sont les distances séparant deux points consécutifs, respectivement suivant X et Z

La description des nœuds est montrée dans la figure suivante :



Figure 2. 5 Description d'un nœud.

Dans le but d'obtenir la formule qui représente chaque nœud dans le domaine d'intégration, les expressions précédentes sont remplacées dans l'équation de Reynolds ; la formule est comme suit :

$$-2\left(\frac{1}{\Delta X^{2}} + \frac{1}{\Delta Z^{2}}\right)P_{i}(I,J) + \frac{1}{\Delta X^{2}}\left(P_{i}(I+1,J) - P_{i}(I-1,J)\right) + \frac{1}{\Delta Z^{2}}\left(P_{i}(I,J+1) - P_{i}(I,J-1)\right) = K_{P}\frac{\mu}{h^{3}}\dot{h_{i}}$$
(2.21)

2.7.2 Résolution numérique

La syntaxe d'équation M3, N3 nécessite une méthode indirecte afin de résoudre le système en raison de sa taille importante et complexe.

D'après la recherche faite sur divers méthodes d'itération et les essais numériques réalisés, on a conclu que la méthode de Gauss Seidel est la plus exacte car elle minimise l'erreur des résultats. Suit à cette étude l'équation aux différences finies s'écrit sous la forme suivante :

$$P_{i}(I,J)^{(K+1)} = (1-\Omega)P_{i}(I,J)^{(K)} + \Omega \begin{bmatrix} AR_{i} + AJ_{i} (P_{i}(I+1,J)^{(K+1)} + P_{i}(I-1,J)^{(K+1)}) + \\ AI_{i} (P_{i}(I,J+1)^{(K+1)} + P_{i}(I,J-1)^{(K+1)}) \end{bmatrix}$$
(2.22)

Où

- Ω est le coefficient de sur-relaxation.
- *AR_i*, *AJ_i* et *AI_i* sont des coefficients des équations aux différences finies obtenus par identifications :

$$AR_{i} = K_{p} \mu \frac{h_{i}}{h_{i}^{3}}$$
$$AJ_{i} = \frac{AA}{\Delta X^{2}} \quad \text{et} \quad AI_{i} = \frac{AA}{\Delta Z^{2}}$$

Avec : $AA = \frac{\Delta X^2 \times \Delta Z^2}{2(\Delta X^2 + \Delta Z^2)}$

• *K* est le nombre d'itérations

Le domaine d'intégration, qui est le quart du palier à cause de la méthode citée précédemment (**2.3**) et grâce à la symétrie par rapport aux axes X et Z, est montré dans la figure 2.6

(2.23)



Figure 2. 6 Description d'un quart du domaine d'intégration

Où :

- *M* et *N* symbolisent les nombres des mailles du domaine suivant X et Z respectivement
- *MP* et *NP* symbolisent les nombres des mailles du domaine d'alimentation (l'alvéole) suivant X et Z respectivement

Le nombre des mailles suivant X et Z est déterminé respectivement comme suit :

- M = KA (MP-1) + 1 et N = KB (NP-1) + 1;
- M1=M-MP+1; M2=M+MP-1 et M3=2M-1;
- N1=N-NP+1; N2=N+NP-1 et N3=2N-1

•
$$\Delta X = \frac{A}{2KA(MP-1)}$$
 et $\Delta Z = \frac{B}{2KB(NP-1)}$ avec $KA = A/a$ et $KB = B/b$

Les phases à suivre dans la méthode de Gauss Seidel avec coefficient de sur-relaxation sont détaillée ci-dessous :

- Choisir au début un ensemble de valeurs P (I, J) qu'on affecte à la variable P (I, J), correspondant aux nœuds de l'intérieur du domaine d'intégration.
- Les valeurs P (I, J) à la frontière sont données par les conditions aux limites
- Après, en reportant les valeurs P(I,J)⁰ dans le second membre de l'équation (2.9) pour tous I = 2, M 1 et J = 2, N 1, on obtient les valeurs P(I,J)¹, l'exposant1 correspond à la première itération;

• On refait la même opération jusqu'à ce que les valeurs P (I, J) ^(K) et P (I, J) ^(K+1) en chaque nœud soient suffisamment voisines et que le système converge, ainsi on arrête le processus itératif si :

$$\left(\frac{P_{i,j}^r - P_{i,j}^{r-1}}{100P_{ri}}\right) = \varepsilon \text{ Avec I=2, M-1, J=2, N-1 et } \varepsilon \text{ est la marge d'erreur tolérée sur la}$$

pression.

2.7.3 Conditions aux limites

Dans le but d'intégrer l'équation de Reynolds, il faut d'abord connaitre la pression dans l'alvéole et les conditions aux limites des pressions sur les parois :

- Pour *I*=1 et *J*=1, $N \Longrightarrow P_i(I, J) = P_0$
- ♦ Pour *J*=1 et I=1, $M \Rightarrow P_i(I, J) = P_0 \text{Où } P_0$ est la pression ambiante.
- Pour $\begin{cases} I \ge M1 \\ J \ge N1 \end{cases}$ $P_i(I, J) = P_{ai}$ Où P_{ai} est la pression d'alvéole.

$$I=M$$
 , $J\in\left]
lap{l}$, $N1
lap{l}$

◆ Pour $\frac{\partial P_i(I,J)}{\partial Z}\Big|_M = 0 \implies P_i(I, J)$ est déterminé par la résolution de l'équation de

Reynolds

Reynolds.

2.8. Caractéristiques statiques

2.8.1 La charge portante

Afin de déterminer la charge portante pour chaque butée hydrostatique, il suffit d'intégrer le champ de pression suivant la surface de la butée :

$$W_{pi} = \int_{S} P_i dS = \int_{0}^{AB} P_i dx dy$$
(2.24)

Où S est la surface de contact et dS est un élément de surface.

L'intégration numérique est un outil indispensable dans l'analyse numérique, les méthodes numériques d'intégration d'une fonction sont nombreuses avec divers techniques du plus simple vers la plus compliqué. La méthode utilisée à ce niveau est celle de Trapèze :

$$W_{pi} = 4 \begin{bmatrix} P_i(I,J) \Delta X \Delta Z + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sum_{I=2}^{M-1} (P_i(I,I) + P_i(I,N)) \end{bmatrix} \Delta X \Delta Z \\ \sum_{J=2}^{N-1} \sum_{I=2}^{M-1} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sum_{J=2}^{N-1} (P_i(1,J) + P_i(M,J)) \end{bmatrix} \Delta X \Delta Z \\ + \frac{1}{4} [P_i(1,1) + P_i(1,N) + P_i(M,I) + P_i(M,N)] \Delta X \Delta Z \end{bmatrix}$$
(2.25)

2.8.2 Débit lubrifiant

2.8.2.1 Débit lubrifiant sortant de l'alvéole

Le débit volumique est utilisé pour les fluides incompressibles, il est donné par le flux du vecteur de vitesse à travers une surface perpendiculaire au film :

$$Q_{si} = Q_{xi}^{-} + Q_{xi}^{+} + Q_{zi}^{-} + Q_{zi}^{+}$$
(2.26)

En raison de symétrie, le débit sortant peut être écrit ainsi :

$$Q_{si} = 2(Q_{xi}^{-} + Q_{zi}^{-})$$
(2.27)

• Suivant l'axe X

$$Q_{Oxi} = \int_{0}^{B} dz_{i} \int_{0}^{h_{i}} u_{xi} dy_{i}; \quad Ou \quad u_{xi} = -\frac{h_{i}^{2}}{\mu K_{p}} \frac{\partial P_{i}}{\partial x_{i}}$$
(2.28)

• Suivant l'axe Z

$$Q_{0zi} = \int_{0}^{A} dx_i \int_{0}^{h_i} u_{zi} dy_i; \quad u_{zi} = -\frac{h_i^2}{\mu K_p} \frac{\partial P_i}{\partial z_i}$$
(2.29)

Où Q_{xi}^- et Q_{zi}^- sont les débits sortant de chaque butée hydrostatique suivant x_i et z_i, leurs calculs sont effectués à partir de l'intégration du champ de pression en utilisant la méthode de Trapèze :

$$Q_{xi}^{-} = \frac{-h_i^3}{K_p \mu} \left[\frac{\Delta Z}{2\Delta X} \left[\left(P_i(M1, N1) - P_i(M1 - 1, N1) \right) + \left(P_i(M1, N) - P_i(M1 - 1, N) \right) \right] \right] + \frac{h_i^3}{K_p \mu} \left[\frac{\Delta Z}{\Delta X} \left[\sum_{J=N1+1}^{N-1} \left(P_i(M1, J) - P_i(M1 - 1, J) \right) \right] \right]$$
(2.30)

$$Q_{zi}^{-} = \frac{-h_i^3}{K_p \mu} \left[\frac{\Delta X}{2\Delta Z} \left[\left(P_i(M1, N1) - P_i(M1, N1 - 1) \right) + \left(P_i(M1, N) - P_i(M, N - 1) \right) \right] \right] + \frac{h_i^3}{K_p \mu} \left[\frac{\Delta X}{\Delta Z} \left[\sum_{J=M1+1}^{M-1} \left(P_i(I, N1) - P_i(I, N1 - 1) \right) \right] \right]$$
(2.31)



Figure 2. 7 Débit sortant de l'alvéole.

2.8.2.2 Débits de la variation du volume dans l'alvéole

Le débit dû à la variation du volume dans l'alvéole relatif à la butée à simple effet est donné par :

$$Q_{vi} = \frac{\partial V_i}{\partial t} \tag{2.32}$$

Avec

 $V_i = S_i \times e_i$ $e_i = h_i + e_a$ Où

Vi Volume de l'alvéole relatif de chaque butée hydrostatique

S_i Surface de l'alvéole.

ei Epaisseur de film de l'alvéole relative à la butée

e^{*a*} Profondeur de l'alvéole

 h_i Epaisseur de film dans la zone de surface de la portée relative à la butée à simple effet. Ainsi :

$$Q_{vi} = S_r \frac{\partial h_i}{\partial t}$$
 Où $Q_{vi} = S_r \dot{h}_i$ (2.33)

2.8.2.3 Débit de la résistance hydraulique

Dans notre étude, la résistance hydraulique utilisée est de type orifice qui est une petite ouverture dans le passage d'écoulement d'huile de diamètre d_0 , l'écoulement à travers un orifice peut être obtenu par la formule :

$$Q_{ri} = \frac{\pi c_d \, d_o^2}{\sqrt{8\rho}} \sqrt{\left(P_s - P_{ri}\right)} \tag{2.34}$$

Avec :

 d_0 Diamètre de l'orifice

 c_d Coefficient de perte de charge de l'orifice

Ps Pression d'alimentation

Pri Pression dans l'alvéole

2.8.2.4 Calcul de la pression dans l'alvéole

La résolution de l'équation de conservation du débit nous permet d'obtenir la pression dans l'alvéole, la formule s'écrit comme suit :

$$Q_{ri} = Q_{si} + Q_{vi}$$
 Où $\frac{\pi c_d d_o^2}{\sqrt{8\rho}} \sqrt{(P_s - P_{ri})} = Q_{si} + Q_{vi}$ (2.35)

2.8.3 La charge et le débit total

2.8.3.1 La charge totale

La capacité de charge d'un palier hydrostatique à quatre patins en coordonnées cartésiennes (O, x, y) est définie comme :

$$\begin{cases} W_x = -((W_{P1} + W_{P2}) - (W_{P3} + W_{P4})) \sin(\pi/4) \\ W_y = -((W_{P1} + W_{P4}) - (W_{P2} + W_{P3})) \sin(\pi/4) \end{cases}$$
(2.36)

2.8.3.2 Le débit total

Le débit total pour un palier hydrostatique est déterminé comme suit :

$$Q_T = \sum_{i=1}^{4} (Q_{si} + Q_{vi})$$
 Où $Q_{si} = Q_{xi} + Q_{zi}$ (2.37)

2.9 Caractéristique dynamique

Afin d'obtenir les caractéristiques dynamiques d'un palier hydrostatique, une étude linéaire est faite par intégration du champ de pression calculé à l'aide de l'équation de Reynolds pour le régime d'écoulement (turbulent) dans le film lubrifiant. L'analyse exacte d'un système rotor-palier est très complexe car elle nécessite la résolution simultanée des équations relatives au mouvement. Cette étude peut cependant être considérablement simplifiée si :

Le rotor est supposé être parfaitement rigide et l'analyse limitée à des petits déplacements au voisinage de la position d'équilibre statique, tandis que la seconde hypothèse correspond à la théorie linéaire est permet l'étude de la stabilité d'un point d'équilibre. Pour cela on doit passez par :

- Une analyse statique permettant de déterminer la position d'équilibre de l'arbre à l'intérieur de la butée sous une charge extérieure ;
- Une analyse dynamique linéarisée pour le mouvement du grain mobile (la ligne d'arbre) au voisinage de la position d'équilibre statique O ;

Cette analyse linéaire, du comportement d'une butée fluide autour de la position d'équilibre statique, permet de modéliser le film lubrifiant par des coefficients de raideur et d'amortissement (figure 2.8).



Figure 2. 8 Schématisation de la raideur et l'amortissement pour une butée hydrostatique.

La détermination de ces coefficients permet de :

- Connaître la stabilité d'un point de fonctionnement (masse critique) ;
- Introduire l'effet du film fluide sur la réponse d'une structure (ligne d'arbre soumis à des sollicitations dynamiques de faible amplitude) ;
- Rechercher les vitesses critiques de la ligne d'arbre.

2.9.1 Calculs des coefficients dynamiques

Le calcul des coefficients dynamiques se fait par la méthode de petit déplacement et vitesse de déplacement. Si nous imposons un petit déplacement x_1 et une petite vitesse x_1^* de déplacement au voisinage de la position d'équilibre statique x et y colinéaire à l'axe (o, x), on peut écrire :

$$W_{p1}\left(x_{0} + x_{1}, y_{0}, x_{1}, y_{1} = 0\right) = W_{p1}\left(x_{0}, y_{0}, 0, 0\right) + x_{1}\left(\frac{\partial W_{p1}}{\partial x_{1}}\right) + x_{1}\left(\frac{\partial W_{p1}}{\partial x_{1}}\right) + \dots$$
(2.38)

En se limitant au premier ordre, la relation obtenue est :

$$W_{p1}\left(x_{0} + x_{1}, y_{0}, x_{1}, y_{1} = 0\right) - W_{p1}\left(x_{0}, y_{0}, 0, 0\right) = -K_{p1}x_{1} - C_{p1}x_{1}$$
(2.39)

Les coefficients K_{p1} et C_{p1} correspondant respectivement à la raideur et à l'amortissement dus à l'existence du film lubrifiant de la butée hydrostatique à simple effet, au voisinage du point d'équilibre

$$K_{p1} = -\left(\frac{\partial W_{p1}}{\partial x_1}\right)_0 \tag{2.40}$$

$$C_{p1} = -\left(\frac{\partial W_{p1}}{\partial x_1}\right)_0 \tag{2.41}$$

Les coefficients dynamiques sont calculés en utilisant la méthode de différentiation numérique où les dérivées partielles sont calculées numériquement. Cette dernière nécessite en premier temps une recherche de la position d'équilibre statique, caractérisé par (x_0, y_0) ,

ensuit le calcul de la dérivée $\left(\frac{\partial W_{p1}}{\partial x_1}\right)_0$ et $\left(\frac{\partial W_{p1}}{\partial x_1}\right)_0$

• Le coefficient de la rigidité :

L'équation est résolue pour la position du centre du grain mobile définie par : $\begin{pmatrix} x_1 = \Delta x_0, y_1 = 0, x_1 = 0, y_1 = 0 \end{pmatrix}$

L'intégration du champ de pression permet de calculer W_{p1} en cette position

$$K_{p1} = -\frac{\partial W_{p1}}{\partial x_1} = -\frac{W_{p1}(x_0 + \Delta x_0, y_0, 0, 0) - W_{p1}(x_0, y_0, 0, 0)}{\Delta x_0}$$
(2.42)

• Le coefficient d'amortissement

L'équation est résolue pour la position du centre du grain mobile définie par :

$$\left(x_1 = \Delta x_0, y_1 = 0, x_1 \neq 0, y_1 = 0\right)$$

L'intégration du champ de pression permet de calculer W_{p1} en cette position

$$C_{p1} = -\frac{\partial W_{p1}}{\partial x_1} = -\frac{W_{p1}\left(x_0 y_0, x_1, 0\right) - W_{p1}\left(x_0, y_0, 0, 0\right)}{\overset{\bullet}{x_1}}$$
(2.43)

2.9.2 Les coefficients équivalents

Les coefficients dynamiques équivalents, de palier du HSFD à quatre pattes, peuvent s'écrire comme suit [45, 46] :

$$\begin{bmatrix} K_P \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{i=4} K_{Pi} \begin{bmatrix} \cos^2(\gamma_i) & -\cos(\gamma_i)\sin(\gamma_i) \\ -\cos(\gamma_i)\sin(\gamma_i) & \sin^2(\gamma_i) \end{bmatrix}$$
(2.44)

$$\begin{bmatrix} C_P \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{i=4} C_{Pi} \begin{bmatrix} \cos^2(\gamma_i) & -\cos(\gamma_i)\sin(\gamma_i) \\ -\cos(\gamma_i)\sin(\gamma_i) & \sin^2(\gamma_i) \end{bmatrix}$$
(2.45)

2.10. Comportement dynamique du rotor

Dans le but de réduire et de contrôler les vibrations du rotor et les forces transmises dans la partie critique, une étude sur le comportement dynamique d'un rotor rigide, avec deux amortisseurs à film de compression hydrostatique à quatre patins identiques chargés entre les deux patins, est représentée. Le système du palier est orienté dans le sens horizontal et tous les composants connexes sont considérés comme rigides.



Figure2. 9 Rotor rigide symétrique supporté par deux paliers hydrostatiques à quatre patins identiques.

Le mouvement du centre du rotor Gr est considéré comme identique à celui des centres de palier hydrostatique Oj. Ainsi, les mouvements x et y du rotor sont supposés être découplés et il n'y a pas de mouvement de basculement.

Le rotor est déséquilibré avec un centre d'inertie G à distance, e_b , du centre géométrique Oj. Soit (Oj, x, y) un cadre de coordonnées inertiel originaire au centre du logement qui constitue la charge statique.

Les équations du mouvement du rotor peuvent être exprimées en coordonnées cartésiennes comme suit :

$$\begin{cases} M \ddot{x} = F_x + Me_x \,\omega^2 \cos \omega t \\ M \ddot{y} = F_y + Me_y \,\omega^2 \sin \omega t \end{cases}$$
(2.46)

Où, M est la masse du rotor ; e_b est l'excentricité ($e_b = \varepsilon_b h_0$), ε_b est le rapport d'excentricité ; ω est la fréquence d'excitation et Fx, Fy sont les forces hydrostatiques dans les directions x et y respectivement.



Figure2. 10 Force d'un palier hydrostatique à quatre patins chargés entre les deux patins dans le cas excentrique.

Ces forces peuvent être déterminées en utilisant la méthode linéaire comme suit :

$$\begin{cases} F_x = -(C_{eqx}\dot{x} + K_{eqx}x) \\ Fy = -(C_{eqy}\dot{y} + K_{eqy}y) \end{cases}$$
(2.47)

L'amplitude de la réponse vibratoire dans les directions x et y peut être déterminée comme suit :

$$\begin{cases} |X| = \frac{Me_x \omega^2 / K_{eqx}}{\sqrt{\left(l - r_x^2\right)^2 + \left(2\varsigma_x r_x\right)^2}}; r_x = \frac{\omega}{\omega_{nx}}; \varsigma_x = \frac{C_{eqx}}{2\sqrt{MK_{eqx}}} \\ |Y| = \frac{Me_y \omega^2 / K_{eqy}}{\sqrt{\left(l - r_y^2\right)^2 + \left(2\varsigma_y r_y\right)^2}}; r_y = \frac{\omega}{\omega_{ny}}; \varsigma_y = \frac{C_{eqy}}{2\sqrt{MK_{eqy}}} \end{cases}$$
(2.48)

$$\begin{cases} |X| = \frac{\varepsilon_b h_0 r_x^2}{\sqrt{\left(1 - r_x^2\right)^2 + \left(2 \zeta_x r_x\right)^2}}; r_x = \frac{\omega}{\omega_{nx}}; \zeta_x = \frac{C_{eqx}}{2\sqrt{MK_{eqx}}} \\ |Y| = \frac{\varepsilon_b h_0 r_y^2}{\sqrt{\left(1 - r_y^2\right)^2 + \left(2 \zeta_y r_y\right)^2}}; r_y = \frac{\omega}{\omega_{ny}}; \zeta_y = \frac{C_{eqy}}{2\sqrt{MK_{eqy}}} \end{cases}$$

L'amplitude des vibrations A peut être obtenue par la relation suivante :

 $A = \sqrt{X^{2} + Y^{2}}$ Alors que, l'amplitude adimensionnelle est déterminée comme suit : $\begin{cases}
A_{x} = \frac{|X|}{h_{0}} \\
A_{y} = \frac{|Y|}{h_{0}}
\end{cases}$ (2.49)

La transmissibilité due à un balourd dans les directions x et y peut être définie comme suit:

$$\begin{cases} \left| T_{rx} \right| = \sqrt{\frac{1 + \left(2 \varsigma_x r_x\right)^2}{\left(1 - r_x^2\right)^2 + \left(2 \varsigma_x r_x\right)^2}} \\ \left| T_{ry} \right| = \sqrt{\frac{1 + \left(2 \varsigma_y r_y\right)^2}{\left(1 - r_y^2\right)^2 + \left(2 \varsigma_y r_y\right)^2}} \end{cases}$$
(2.50)

Les forces transmises peuvent être déterminées comme suit :

$$\begin{cases} F_{Tx} = M.e_b.\omega^2 T_{rx} \\ F_{Ty} = M.e_b.\omega^2 T_{ry} \end{cases}$$
(2.51)

2.11 Conclusion

Le présent travail dans ce chapitre a pour but de développer le modèle mathématique, afin d'obtenir les caractéristiques statiques telles que la charge et le débit lubrifiant et les caractéristiques dynamiques telles que le coefficient de rigidité et le coefficient d'amortissement d'un palier hydrostatique à quatre patins chargés entre deux patins en régime d'écoulement laminaire et non laminaire

A l'aide des performances déterminées, en premier temps, une étude est faite à ce niveau, pour détailler le calcul du comportement dynamique d'un rotor rigide sur un palier hydrostatique à quatre patins à film fluide amortisseur chargés entre deux patins en régime d'écoulement turbulent, pour la raison de contrôler l'amplitude et la force transmise.

Chapitre 3

Comparaison et Validation du Modèle Numérique d'un Palier Hydrostatique à Quatre Patins Chargés Entre deux Patins
Chapitre 3 :

Comparaison et validation du modèle numérique d'un palier hydrostatique à quatre patins chargés entre deux patins

3.1. Introduction

Cette thèse de doctorat, consiste à développer une configuration plane d'un palier hydrostatique à quatre patins chargés entre deux patins en régime laminaire et non laminaire.

Dans ce chapitre, nous pensons valider et de comparer les résultats obtenus. Tout d'abord, une comparaison entre un palier hydrostatique à film fluide amortisseur à quatre patins et des paliers hybrides à trois et à quatre lobes [47] est réalisée. La comparaison est obtenue en calculant le rapport de rigidité sans dimension en fonction du rapport de pression concentrique à des rapports d'excentricité nulle.

Ensuit, une validation entre les résultats numériques et ceux obtenus analytiquement d'un palier hydrostatique à quatre patins chargés entre deux patins est faite.

3.2 Comparaisons entre le palier hydrostatique à film fluide amortisseur à quatre patins et un palier hybride à trois et à quatre lobes

Afin de comprendre les avantages de la nouvelle configuration du palier hydrostatique à quatre patins chargés entre deux patins, une comparaison est étudiée ci-dessous.

La figure 3.1 montre la comparaison d'un palier hydrostatique à film fluide amortisseur à quatre patins et des paliers hybrides à trois et à quatre lobes [47] obtenue en calculant le rapport de la rigidité sans dimensions, en fonction du rapport de pression concentrique à des rapports d'excentricités nulles.

Comme le montre la figure (3.1), le palier hydrostatique à quatre patins, présente une rigidité supérieure à celle des paliers hybrides à trois et à quatre lobes [47], en particulier

lorsque le rapport de pression est inférieur à 0,90. Ceci signifie que le palier hydrostatique possède une excellente stabilité par rapport au palier hybride.

Il convient de noter que la rigidité directe adimensionnelle des paliers lisses hybrides à trois et à quatre lobes [47] est définie comme suit : $\overline{K_{eq}} = KC / (S_p P_s)$

Notons que le palier hybride est supposé avoir une rigidité inférieure par rapport aux paliers hydrostatiques. Il convient aussi de noter que les paliers hybrides à trois et à quatre lobes [47] présentent les mêmes spécifications que les paliers HSFD définis comme suit : L/D = A/B = 1 jeu radial C= h_0 ; zone d'appui: $S_p = L x D = A x B$ où: L symbolise la longueur du palier, D symbolise le diamètre de l'alvéole.



Figure3. 1 Comparaison d'un palier HSFD à quatre patins et de palier hybrides à quatre et trois lobes [47].

3.3. Paramètres numériques et analytiques

Dans le but de valider le modèle étudié ; une comparaison entre les résultats numériques et analytiques est déterminée. Les caractéristiques, calculés et présentées à cette

étape, sont respectivement le coefficient de la rigidité et la capacité de la charge où leurs méthodes de calculs sont présentées dans le chapitre 2 et les caractéristiques du palier sont comme suit :

• Pour le coefficient de la rigidité :

Paramètres	A/B	<i>a</i> / <i>A</i> = <i>b</i> / <i>B</i>	a_f	d_0	μ	P_s	ρ
Valeurs	1	0.5	0.53	0.78 mm	0.000215Pa.s	92 Bar	915kg/m ³

Où $S_p = A \ge B$ et la surface de l'alvéole et $\beta_0 = P_{r0} / P_s$ est le rapport de pression.

• Pour la capacité de la charge :

Paramètres	A/B	a/A = b/B	d_0	μ	P_s	ρ
Valeurs	1	0.5	0.82 mm	0.000215Pa.s	92 Bar	$915 kg/m^3$

Le rapport de la rigidité directe sans dimension et la capacité de la charge sans dimension sont présentés respectivement comme suit :

• Rigidité directe sans dimension :
$$\overline{K_{eq}} = \overline{K_{xx}}\Big|_{(x=e_0;y=0)} = \overline{K_{yy}}\Big|_{(x=0;y=e_0)} = h_0 K_{eq} / (S_p P_s)$$

• Capacité de charge sans dimension : $\overline{W} = \sqrt{W_x^2 + W_y^2} / (S_p P_s)$

3.4. Comparaison des résultats numériques et analytiques

Jusqu'à cette étape, notre recherche nous a conduits à la validation du travail réalisé d'une part ; l'étude se base sur la comparaison entre les résultats numérique du coefficient de la rigidité, qui sont obtenus en utilisant la méthode de calcul dans le chapitre précédent et la méthode analytique où le modèle de ce dernier est obtenu à l'aide des relations présentées par Rippel [48]. La résistance hydraulique utilisée est de type orifice. D'autre part, la comparaison entre le modèle numérique et analytique se fait sur la capacité de charge où le modèle analytique est d'un palier hydrostatique infiniment long.

3.4.1Comparaison des résultats numériques et analytiques : raideur directe et rapport de pression concentrique pour différents rapports d'excentricité

Pour vérifier la validité du modèle numérique et du programme informatique développé, les résultats calculés ont été comparés aux résultats analytiques. La figure montre la comparaison en calculant le rapport de rigidité. L'adéquation de la grille des différences finies est déterminée après plusieurs tests

3.4.1.1Calcul de coefficient de raideur par la méthode analytique

Le coefficient de la raideur relative à chaque butée hydrostatique est déterminé comme suit [46,48] :

Pour une résistance capillaire :

$$K_{pi} = \frac{3W_{pi}}{h_0} (1 - \beta)$$
(3.1)

Pour une résistance orifice :

$$K_{pi} = \frac{6W_{pi}}{h_0} \left(\frac{1 - \beta_0}{2 - \beta_0}\right)$$
(3.2)

Avec $W_{pi} = a_f S_p \beta_0 P_s$ est la charge portante ;

Dans notre cas, la résistance hydraulique utilisée est de type orifice.

3.4.1.2 Résultat et interprétation

La figure (3.2) montre que les résultats numériques simulés de la présente étude se sont en bon accord à ceux obtenus à partir des résultats analytiques, en utilisant les mêmes hypothèses que celles présentées précédemment. Notez que les coefficients de rigidité relatifs à chaque patin hydrostatique peuvent être obtenus analytiquement,



Figure3. 2 Comparaison des résultats numériques et analytiques : Coefficient de raideur directe et rapport de pression concentrique pour différents rapports d'excentricité.

3.4.2 Comparaison de la capacité de charge sans dimension entre les résultats numériques et analytiques

Afin de vérifier la validation de la solution numérique, une comparaison de la capacité de charge sans dimension entre les résultats numériques et analytiques obtenus à partir des équations (2.24), pour un palier hydrostatique infiniment long, est présentée dans le tableau 3.1. La distribution de pression et des forces hydrostatiques peuvent être obtenues à partir d'une solution analytique. Par conséquent, l'équation de Reynolds se réduit à :

$$\frac{\partial}{\partial z_i} \left(\frac{h_i^3}{\mu} G_z \frac{\partial P_i(x_i, z_i, t)}{\partial z_i} \right) = \frac{\partial h_i}{\partial t}$$
(3.3)

Ainsi, la force hydrostatique obtenue par solution analytique est déterminée comme suit :

$$F_{pi} = \int_{S_i} P_i(z_i, y_i, t) \, ds_i = \iint P_i(z_i, y_i, t) \, dz_i$$
(3.4)

60

Il faut remarquer que la force hydrostatique de la garniture d'appui hydrostatique obtenue par la solution analytique est déterminée, après l'intégration comme suit :

$$F_{pi} = P_{ri} S_i K_w - \left(\mu \dot{h}_i A B_L^3 K_p / 6 h_i^3\right)$$
(3.5)

Où, la pression de l'alvéole P_{ri} peut être obtenue comme suit :

$$P_{ri} = \frac{P_s + \left(K_P B_L^2 K_Q - S_{ri}\right) \dot{h}_i \mu / K_c}{1 + 2 K_Q h_i^3 / K_c}$$
(3.6)

Où K_c le coefficient capillaire $K_c = \pi R^4/8 l_c$; R renvoie au rayon capillaire ; l_c la longueur capillaire ; $K_Q = A/K_p B_L$ le coefficient de débit, S_n renvoie à la surface du palier hydrostatique infiniment longue. K_w renvoie au coefficient de force hydrostatique exprimée comme suit : $K_w = 1 - (B_L/B)$ et B_L renvoie à la longueur portante : $B_L = (B-b)/2$.

On notera que la pression de l'alvéole P_{ri} est déterminée analytiquement en résolvant l'équation de continuité d'écoulement pour chaque patin hydrostatique compensé par une résistance capillaire (Eq 1.1.)

3.4.2.1 Résultat et interprétation

Le tableau 3.1 montre la variation de la capacité de charge adimensionnelle pour différentes valeurs de nombres de Reynolds. Néanmoins, pour toute valeur de rapport d'excentricité, la capacité de charge sans dimension reste nettement décroissante avec l'augmentation du nombre de Reynolds, principalement en raison d'une augmentation de la pression à l'intérieur de l'alvéole, ce qui conduit à une augmentation du taux de compression, qui entraîne, à son tour, une diminution de la capacité de charge sans dimension. En effet, les écarts maximums d'environ 3,4% sont notés pour un nombre de Reynolds égal à 4500 à un taux d'excentricité minimum de 0,2, et le minimum est observé pour un cas laminaire à un taux d'excentricité maximum de 0,6. Comme le montre le tableau 3.1, les résultats numériques obtenus à partir de la présente étude concordent très bien avec ceux obtenus à partir des résultats analytiques. Par conséquent, la procédure numérique est considérée comme offrant un haut niveau de précision.

Nombre de Revnolds		Laminaire	1500	2500	3500	4500
1101101		Luntitudi e	1000	2000	2200	1200
	Méthode numérique	0.212	0.197	0.148	0.128	0.113
<i>ε</i> =0.2	Méthode analytique	0.214	0.200	0.152	0.131	0.117
	Erreur (%)	1.3	1.5	2.4	3.0	3.4
	Méthode numérique	0.413	0.384	0.293	0.255	0.228
<i>ε</i> =0.4	Méthode analytique	0.416	0.387	0.297	0.259	0.232
	Erreur (%)	0.6	0.8	1.2	1.4	1.7
	Méthode numérique	0.583	0.542	0.419	0.368	0.332
<i>ɛ</i> =0.6	Méthode analytique	0.586	0.545	0.423	0.372	0.336
	Erreur (%)	0.4	0.5	0.8	0.9	1.1

 \overline{W} (W/SP_s) *Pour* A/B=6 ; *a*/A=1 ; b/B=0.5 ; *Ps*= 92 Bar, μ = 2.15 10⁻⁴ Pa.s et \dot{h} =10⁻³m/s

Tableau3. 1 Comparaison de la capacité de charge sans dimension entre les résultats numériques et analytiques à $\beta_0 = 0,58$.

3.5 Conclusion

Au terme de ce chapitre, nous sommes enclins à comparer les résultats numériques et analytiques, afin de valider le travail effectué par deux méthodes, l'une est présentée par Rippel et l'autre par la méthode du palier hydrostatique infiniment long.

Les résultats obtenus dans cette partie montrent que :

- La configuration d'un palier hydrostatique étudié a une rigidité plus élevée que celle d'un palier hybride à trois et à quatre lobes.
- Les résultats numériques obtenus par la présente étude correspondent très bien à ceux obtenus à partir des résultats analytiques.

Chapitre 4

Résultats et Interprétations

Chapitre 4 :

Résultats et interprétations

4.1 Introduction

Les performances d'un palier hydrostatique à film fluide amortisseur à quatre patins (HSFD) chargés entre les deux patins dans des conditions d'écoulement turbulent n'ont pas encore été étudiées.

C'est dans ce cadre, que le présent chapitre aborde les résultats obtenus de l'étude réalisée précédemment au niveau du chapitre 2 du modèle mathématique, qui traite l'influence du nombre de Reynolds de Poiseuille, du champ de pression, du rapport d'excentricité et du rapport de pression sur les caractéristiques statiques et dynamiques du palier hydrostatique en régime laminaire et non laminaire, où la validation du modèle numérique était effectuée dans le chapitre3. Par ailleurs, les résultats des amplitudes vibratoires et les forces transmises sont montrés.

Les résultats obtenus sont présentés et interprétés comme suit.

4.2 Les paramètres numériques

Les paramètres numériques appliqués pour le calcul sont présenté comme suit :

- La longueur du patin de roulement, A = B, est de 0,096 m ;
- Le rapport des dimensions des évidents, a / A = b / B, est de 0,5 ;
- L'alimentation en pression P_s est de 9,2 MPa ;
- Le diamètre de l'orifice est de 0,78 mm et le coefficient de décharge C_d est de 0,6.
- La viscosité est de 0,000215 Pa.s ;
- La densité du lubrifiant est de 915 kg / m³.

L'effet du différent régime d'écoulement, sur les caractéristiques de performance d'un palier hydrostatique, est déterminé en utilisant une méthode linéaire. Les paramètres numériques appliqués pour le calcul sont présentés dans le tableau 4.1. Notons que le rapport d'excentricité, le rapport de pression et le nombre de Reynolds modifié sont définis respectivement comme suit : $\varepsilon = e_0 / h_0$; $\beta_0 = P_{r0} / P_s$; $R_p^* = R_p . h_0 / A$ où h_0 est l'épaisseur du film au niveau de la position centrale du palier hydrostatique.

Sachant que la capacité de la charge sans dimension, le débit sans dimension, la raideur directe sans dimension et l'amortissement direct sans dimension sont présentés respectivement comme suit :

• Capacité de charge sans dimension :

$$\overline{W} = \sqrt{W_x^2 + W_y^2} / (S_p P_s) \text{ Zone d'incidence : } Sp = A \times B.$$
(4.1)

• Débit sans dimension :

$$\overline{Q} = Q \,\mu / \left(P_s h_0^3 \right) \tag{4.2}$$

• Rigidité directe sans dimension :

$$\overline{K_{eq}} = \overline{K_{xx}}\Big|_{(x=e_0; y=0)} = \overline{K_{yy}}\Big|_{(x=0; y=e_0)} = h_0 K_{eq} / (S_p P_s)$$
(4.3)

• Amortissement direct sans dimension :

$$\overline{C_{eq}} = \overline{C_{xx}}\Big|_{(x=e_0; y=0)} = \overline{C_{yy}}\Big|_{(x=0; y=e_0)} = h_0^3 C_{eq} / (\mu S_p)$$
(4.4)

4.3 Organigramme de calcul

L'organigramme de calcul schématisé dans les figures 4.1 et 4.2 reprend l'influence du rapport de pression, du rapport d'excentricité et du nombre de Reynolds de Poiseuille sur l'épaisseur du film, les caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier hydrostatique à quatre patins chargés entre deux patins alimentés par des résistances hydrauliques de type orifice.



Figure4. 1 Organigramme de calcul des caractéristiques statiques et dynamiques en fonction du régime d'écoulement.



Figure4. 2 Organigramme de calcul des caractéristiques statiques et dynamiques en fonction du rapport de pression.

La distribution de pression est calculée numériquement en utilisant une méthode itérative, qui est celle de Gauss-Seidel avec les conditions aux limites suivantes :

À la limite externe, les pressions nodales sont mises à zéro, les pressions nodales pour chaque nœud sont constantes et égales à P_{ri} et la pression négative est mise à zéro pendant le processus interactif pour prendre soin des cavitations de film d'huile.

L'épaisseur du film et le champ de pression sont obtenus à partir de la résolution de l'équation de continuité d'écoulement (eq.2.35) en utilisant une méthode itérative. Notez que les tolérances de convergence de ces calculs ont été définies comme suit : sur la pression : $(P_{i,j}^r - P_{i,j}^{r-1}/100 P_{ri})_{max} = 5.10^{-2}$ sur l'épaisseur du film : $\varepsilon_h = 10^{-6}$ sur la pression d'encastrement : $\varepsilon_{pri} = 10^{-6}$ De petites perturbations de la position de l'arbre à la position d'équilibre de l'arbre sont utilisées pour déterminer les caractéristiques dynamiques. Les valeurs de perturbations utilisées sont les suivantes : petit déplacement : $\Delta x = 0.05h_0$ Petite vitesse : $\Delta \dot{x} = 0.2 P_s h_0^3/\mu S_p$

4.4 Champ de pression

Les figures 4.3et 4.4 présentent la variation de la distribution de pression pour différentes valeurs de nombres de Reynolds de Poiseuille et la vitesse d'écrasement pour un rapport de pression égal à 0,58 et un rapport d'excentricité égal à 0,2.

La figure 4.3 indique que la diminution de la vitesse d'écrasement augmente la pression hydrostatique, en particulier dans l'alvéole. Ces courbes montrent que la distribution de pression couvre toute la zone du patin du palier, sans aucune concentration de pression.

L'influence du nombre de Reynolds de Poiseuille sur la pression est montrée sur la figure 4.4 Cette courbe montre que la pression hydrostatique devient plus évidente lorsque le nombre de Reynolds augmente. Comme mentionné sur la figure, la condition du régime d'écoulement a une grande influence sur la distribution de la pression hydrostatique.





Figure 4. 4 Distribution de pression pour différents nombres de Reynolds de Poiseuille.

4.5 Nombre de Reynolds modifié

Mentionnez que le nombre de Reynolds de Poiseuille modifié défini comme le rapport des forces d'inertie aux forces visqueuses. Il faut noter que lorsque le nombre de Reynolds modifié est de l'ordre de 1, les forces d'inertie sont du même ordre de grandeur que les forces visqueuses [46]. De plus, l'inertie du lubrifiant peut avoir un effet significatif sur les performances du palier si le nombre de Reynolds modifié est supérieur à un.

La figure 4.5 montre l'effet du nombre de Reynolds de Poiseuille et du rapport d'excentricité sur le nombre de Reynolds modifié R_p^* pour un rapport de pression égal à 0,58. Cette figure montre qu'il n'y a pas d'effet du rapport d'excentricité sur le nombre de Reynolds modifié R_p^* . Cependant, le nombre de Reynolds modifiée augmente linéairement avec l'augmentation du nombre de Reynolds de Poiseuille où la valeur est inférieure à 1 ce qui signifie que l'effet d'inertie est négligeable.



Figure4. 5 Nombre de Reynolds modifié par rapport au nombre de Reynolds de Poiseuille pour différentes valeur d'excentricité.

En outre, La figure 4.6 montre la variation du nombre de Reynolds modifié en fonction du rapport de pression concentrique pour différentes valeurs de R_p, à l'excentricité nulle. Comme on le voit sur la figure 4.6, l'augmentation du nombre de Reynolds jusqu'à 4500 indique que le nombre de Reynolds modifié est inférieur à un. Cela signifie que les forces d'inertie peuvent être considérées comme négligeables, par conséquent, l'hypothèse d'un fluide sans inertie est justifiée. Par ailleurs, on peut également observer que le nombre de Reynolds modifié augmente avec une augmentation du nombre de Reynolds. D'autre part, le nombre de Reynolds modifié diminue avec une augmentation du taux de pression en raison de la diminution de l'épaisseur du film, comme le montre la figure.



Figure4. 6 Nombre de Reynolds modifié en fonction du rapport de pression pour différents nombres de Reynolds.

4.6 L'épaisseur du film

La variation de l'épaisseur du film par rapport au rapport de pression concentrique pour différentes valeurs de R_p à l'excentricité nulle est présentée dans la figure 4.7. On peut remarquer à partir de cette figure qu'il n'y a pas d'effet du nombre de Reynolds sur l'épaisseur du film due à la vitesse d'écrasement qui est nulle. D'autre part, cette figure indique que l'épaisseur du film diminue avec une augmentation du rapport de pression concentrique. Il faut

noter que ces résultats sont similaires à ceux obtenus dans la littérature appliquée en régime d'écoulement laminaire [23-47]



Figure4. 7 Épaisseur du film par rapport au rapport de pression pour différentes valeurs de nombre de Reynolds pour une excentricité nulle.

4.7 L'effet du nombre de Reynolds sur les caractéristiques statiques

4.7.1 La capacité de charge adimensionnelle

Les résultats, auxquels on a abouti dans cette partie, étudient l'influence du nombre de Reynolds de Poiseuille, rapport d'excentricité et le rapport de pression sur la capacité de charge sans dimension. Comme on le voit sur la Figure 4.8 la capacité de charge sans dimension présente une valeur optimale par rapport au rapport de pression.

L'influence du rapport d'excentricité et du rapport de pression sur la capacité de charge statique sans dimension pour un nombre de Reynolds de 2500 et une vitesse d'écrasement nulle est présentée dans la figure 4.8. Cette figure montre que l'augmentation du rapport d'excentricité augmente la capacité de charge statique sans dimension. Cette augmentation peut s'expliquer par l'augmentation des forces hydrostatiques due à l'augmentation de la pression de la cavité.

Chapitre 4

En outre, on peut également observer que la valeur optimale de la capacité de charge statique sans dimension diminue avec une augmentation du rapport d'excentricité.



Figure4. 8 Capacité de charge sans dimension en fonction du rapport de pression pour différentes valeurs d'excentricité.

4.8 L'effet du nombre de Reynolds sur les caractéristiques dynamiques

4.8.1 Le coefficient de la rigidité

L'influence du nombre de Reynolds de Poiseuille, du rapport d'excentricité et du rapport de pression sur la rigidité directe sans dimension sont déterminés dans la figure 4.9-10. Ses résultats montrent que la rigidité directe sans dimension présente une valeur optimale par rapport au rapport de pression. La figure 4.9 montre l'effet du nombre de Reynolds de Poiseuille et du rapport de pression sur la rigidité directe sans dimension pour un rapport d'excentricité de 0,2. Cette figure démontre qu'il n'y a pas d'effet des nombres de Reynolds sur la rigidité directe sans dimension, car la pression de la cavité n'est pas affectée par l'augmentation du nombre de Reynolds. Les résultats numériques déterminés par le calcul de la rigidité en fonction du rapport de pression pour un écoulement turbulent sont identiques à ceux obtenus, en utilisant une méthode d'analyse appliquée pour le régime d'écoulement laminaire présenté dans la figure 3.1 (chapitre3) en raison de la vitesse d'écrasement nulle.



Figure4. 9 Coefficient de raideur directe sans dimension en fonction du rapport de pression pour différentes valeurs de Rp.

Les effets du rapport d'excentricité et du rapport de pression sur la rigidité directe sans dimension, pour un nombre de Reynolds de 2500, sont illustrés dans la Figure 4.10. Comme prévu, cette courbe présente les mêmes résultats obtenus à partir des résultats d'analyse présentés dans la figure 3.2 (chapitre3) parce qu'il n'y a pas d'effet du nombre de Reynolds sur la rigidité, comme on le voit dans la figure 4.9. Le rapport de pression relatif aux valeurs optimales de raideur directe sans dimension diminue avec une augmentation du rapport d'excentricité. En outre, il convient également de noter que la rigidité directe sans dimension diminue avec une augmentation du rapport d'excentricité lorsque le rapport de pression est supérieur à 0,4. Cependant, lorsque le rapport de pression est inférieur à 0,2, la rigidité directe sans dimension augmente avec une augmentation du rapport d'excentricité.



Figure4. 10 Coefficient de raideur directe sans dimension en fonction du rapport de pression pour différentes valeurs d'excentricité.



Figure4. 11 Rigidité directe sans dimension en fonction du nombre de Reynolds de Poiseuille pour différentes valeurs d'excentricité.

L'effet du rapport d'excentricité et des nombres de Reynolds de Poiseuille sur la rigidité sans dimension est illustré à la figure 4.11. Cette figure démontre qu'il n'y a pas d'effet des nombres de Reynolds sur la rigidité sans dimension. D'autre part, cette figure montre que l'augmentation du rapport d'excentricité de 0,2 à 0,5 diminue la rigidité sans dimension due à la diminution de l'épaisseur du film. La même conclusion a été trouvée dans le livre Tribology (Frêne et al. 1997).

La figure 4.12 montre l'effet du nombre de Reynolds de Poiseuille et du rapport de pression sur la rigidité sans dimension pour un rapport d'excentricité de 0,2. Cette courbe indique que les nombres de Poiseuille Reynolds n'ont pas d'effet sur la rigidité sans dimension, car la pression dans l'alvéole n'est pas affectée par l'augmentation du nombre de Reynolds. La courbe montre également que la rigidité sans dimension augmente lorsque le rapport de pression augmente de 0,4 à 0,5. Alors que dans les valeurs de 0,6 à 0,7, la rigidité sans dimension diminue.



Figure4. 12Rigidité directe sans dimension en fonction du nombre de Reynolds de Poiseuille pour différentes valeurs de rapport de pression.

4.8.2 Coefficient d'amortissement direct sans dimensions

L'influence du nombre de Reynolds de Poiseuille, du rapport d'excentricité et du rapport de pression sur l'amortissement direct sans dimension est présentée dans les Figures 4.13-14. La figure4.13 montre les effets du nombre de Reynolds et du rapport de pression sur l'amortissement direct sans dimension, pour un rapport d'excentricité de 0,2. Cette figure indique que l'amortissement direct sans dimension augmente avec une augmentation des nombres de Reynolds, due à l'augmentation des forces hydrostatiques, comme le montre la Figure 4.8. Cette augmentation est devenue plus significative lorsque le nombre de Reynolds est supérieur à 2500 (en régime turbulent). On peut également observer que l'amortissement direct sans dimension diminue légèrement avec une augmentation du rapport de pression, notamment en régime turbulent. Cependant, dans les régimes de transition laminaire ($R_p < 1500$), il n'y a pas d'effet du rapport de pression sur l'amortissement direct sans dimension.



Figure4. 13 Coefficient d'amortissement direct sans dimension en fonction du rapport de pression pour différentes valeurs Rp.

La figure 4.14 montre l'influence du rapport d'excentricité et du rapport de pression sur l'amortissement direct sans dimension, pour un nombre de Reynolds de 2500. Cette figure montre que l'augmentation du rapport d'excentricité augmente l'amortissement direct sans dimension, notamment, lorsque le rapport d'excentricité est moins de 0,4. Cette augmentation peut s'expliquer par l'augmentation des forces hydrostatiques, comme le montre la figure 4.8. En revanche, l'amortissement direct sans dimension diminue avec l'augmentation du rapport de pression dû à la diminution de l'épaisseur du film.



Figure4. 14 Coefficient d'amortissement direct sans dimension en fonction du rapport de pression pour différentes valeurs d'excentricité.

L'effet du rapport d'excentricité et des nombres de Reynolds de Poiseuille, sur l'amortissement direct sans dimension pour un rapport de pression de 0,58, est présenté dans la figure 4.15. Cette courbe indique que l'augmentation du rapport d'excentricité de 0,2 à 0,5 augmente l'amortissement sans dimension dû à l'augmentation de la charge statique, également dû à l'augmentation de la pression de la cavité provoquée par la diminution de l'épaisseur du film. Dans la première zone, à savoir la partie laminaire, l'amortissement sans dimension est constant pour différents rapports d'excentricité, tandis que, dans la deuxième et la troisième partie, l'amortissement sans dimension augmente avec l'augmentation des nombres de Reynolds de Poiseuille pour différents rapports d'excentricité.



Figure4. 15 Coefficient d'amortissement direct sans dimension en fonction du nombre de Reynolds de Poiseuille pour différentes valeurs d'excentricité.

La figure 4.16 montre l'influence du rapport de pression et des nombres de Poiseuille Reynolds pour un rapport d'excentricité de 0,2. Cette figure montre que l'augmentation du rapport de pression de 0,4 à 0,7 augmente légèrement l'amortissement sans dimension. En partie laminaire, l'amortissement sans dimension reste constant dans cette zone, mais dans les parties à transistors et turbulentes, l'amortissement sans dimension augmente avec l'augmentation du nombre de Poiseuille Reynolds



Figure4. 16 Amortissement direct sans dimension en fonction du nombre de Reynolds de Poiseuille pour différentes valeurs du rapport de pression.

4.9 Dynamique du rotor

Dans cette section, l'effet du régime d'écoulement turbulent sur le comportement dynamique d'un rotor rigide d'un palier hydrostatique à film fluide amortisseur à quatre patins, chargés entre les deux patins, est étudié et discuté pour une valeur de rapport de pression de 0.58 et un rapport d'excentricité de 0.2 sur l'axe vertical et nul sur l'axe horizontal. Le tableau 4.1 montre les paramètres numériques appliqués.

	$\beta_0 = 0.58 \Longrightarrow h_0 = 244.156 \mu m$; $M = 14 Kg$					
	M=14	$Kg \Rightarrow \varepsilon_x = 0.2$	$\varepsilon_y = 0.0$			
	(Ax	e vertical)	(Axe horizontal)			
R_p	K_{eqx} (N/m)	C_{eqx} (N.S/m)	K_{eqy} (N/m)	C_{eqy} (N.S/m)		
500	0.108.108	0.220.104	0.294.10 ⁷	0.182.104		
1500	$0.108.10^8$	0.415.104	0.294.107	$0.299.10^4$		
2500	$0.108.10^8$	0.128.10 ⁵	$0.294.10^{7}$	$0.839.10^4$		
3500	$0.108.10^8$	$0.179.10^{5}$	$0.294.10^{7}$	$0.116.10^5$		
4500	$0.108.10^8$	$0.224.10^{5}$	$0.294.10^{7}$	$0.144.10^5$		

Tableau4. 1 Paramètres de simulation.





Figure4.17 Organigramme de calcul de l'amplitude et la force de transmissibilité en fonction de la vitesse de rotation.

4.9.2 L'amplitude de vibration

L'influence du nombre de Reynolds de Poiseuille et de la vitesse de rotation sur l'amplitude de vibration sans dimension verticale et horizontale est présentée à la figure 4.18. Ces courbes montrent que l'augmentation du nombre de Reynolds de Poiseuille diminue l'amplitude vibratoire, notamment près de la vitesse critique due à l'augmentation du taux d'amortissement. Il convient de noter que l'amplitude vibratoire vertical est légèrement importante, par rapport à l'horizontal due à l'augmentation de l'amortissement causée par l'augmentation de l'excentricité résultant de l'effet de la charge statique (masse du rotor). De plus, les résultats révèlent que le nombre de Reynolds n'a aucun effet sur l'amplitude vibratoire sans dimensions dans les zones rigides et flexibles.





Figure4. 18 Amplitude de vibration sans dimension par rapport à la vitesse de rotation pour différentes valeurs de R_p .

4.9.3 La transmissibilité

La figure 4.19 montre l'influence du nombre de Reynolds de Poiseuille et de la vitesse de rotation sur la transmissibilité verticale et horizontale, respectivement pour $\varepsilon_x = 0.2$ et $\varepsilon_y = 0.0$.

Ces courbes indiquent que près des vitesses critiques, l'augmentation du nombre de Reynolds de Poiseuille diminue la transmissibilité de la force due à l'augmentation du taux d'amortissement.

Il faut noter que dans la zone rigide, les nombres de Reynolds de Poiseuille n'ont aucun effet sur la transmissibilité. Cependant, sur la zone flexible, la transmissibilité augmente avec une augmentation du nombre de Reynolds de Poiseuille due à l'augmentation du taux d'amortissement. Par contre, ces figures montrent que la transmissibilité verticale est légèrement plus importante que celle horizontale due à l'augmentation du taux d'amortissement, comme le montre le tableau 4.1.



Figure4. 19 La transmissibilité sans dimension par rapport à la vitesse de rotation.

4.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté et interprété les résultats du modèle numérique étudié, afin de mettre au clair les performances d'un palier hydrostatique à quatre patins, chargés entre deux patins. Les caractéristiques statiques et dynamiques de ce dernier, dans différents régimes d'écoulement et pour divers rapports de pression et d'excentricité, permettent de déterminer l'amplitude vibratoire et les transmissibilités.

Les résultats obtenus ont permis de constater que les conditions de divers régimes d'écoulement influent considérablement sur les performances d'un palier hydrostatique et assure de bonnes caractéristiques. En outre, la nouvelle configuration de ce palier, en régime turbulent, est adéquate pour contrôler les vibrations du rotor et la transmissibilité causées par le déséquilibre du rotor. Les résultats présentés dans ce travail peuvent être utiles aux concepteurs de palier.

Conclusion générale

Cette thèse de doctorat dispose une nouvelle approche des paliers fluide à quatre patins hydrostatique, chargés entre deux patins dans différents régimes d'écoulement qui fera l'objectif principal de cette étude. Un modèle numérique a été développé pour étudier l'influence du nombre de Reynolds de Poiseuille, du rapport d'excentricité et du rapport de pression sur les performances des caractéristiques d'un HSFD à quatre patins à travers des résistances hydrauliques de type orifice. En outre, l'étude, sur l'amplitude vibratoire et les forces transmises, est proposée pour contrôler les vibrations du rotor et les forces transmises par les paliers, causées par le déséquilibre du rotor.

Les résultats de la simulation numérique obtenus peuvent être résumés comme suit :

- Au niveau de la comparaison effectuée et pour un rapport d'excentricité nul, le palier hydrostatique à film fluide amortisseur à quatre patins chargés entre les patins présente une rigidité supérieure à celle des paliers hydrostatiques à trois et quatre lobes présentés dans la référence [47], en l'occurrence lorsque le rapport de pression est inférieur à 0,90 ;
- Les paliers hydrostatiques, fonctionnant dans des conditions d'écoulement turbulent, présentent des valeurs de capacité de charge inférieures à celles des paliers fonctionnant dans des conditions d'écoulement laminaire et transitoire.
- Les conditions du régime d'écoulement ont une grande influence sur la répartition de la pression, en particulier dans l'alvéole. Il faut noter que la pression hydrostatique devient plus évidente lorsque le nombre de Reynolds augmente ;
- Du point de vue de la pression de la cavité, il a été observé que l'écoulement turbulent fournit la plus grande valeur de pression de la cavité par rapport à l'écoulement laminaire ;
- Une augmentation du nombre de Reynolds de Poiseuille et du rapport d'excentricité entraîne une augmentation significative de la capacité de charge sans dimension due à l'augmentation de la pression dans la cavité.
- Il convient de noter que la capacité de charge sans dimension et la rigidité directe sans dimension ont une valeur optimale par rapport au rapport de pression ;
- Une augmentation du rapport d'excentricité entraîne une diminution du rapport de pression correspondant aux valeurs optimales de la rigidité directe sans dimension.

Cependant, le nombre de Reynolds n'a pas d'effet sur la rigidité directe sans dimension, car la pression de la cavité n'est pas affectée par l'augmentation du nombre de Reynolds ;

- La rigidité directe sans dimension des paliers fluide à film fluide amortisseur n'est pas affectée par les conditions du régime. Cependant, les conditions de régime ont une influence significative sur l'amortissement sans dimension, en particulier lorsque le rapport d'excentricité augmente.
- L'amortissement direct sans dimension augmente avec une augmentation du nombre de Reynolds et du rapport d'excentricité en raison de l'augmentation de la capacité de charge.
- Il faut noter que près des vitesses critiques, l'augmentation du nombre de Reynolds de Poiseuille diminue l'amplitude des vibrations sans dimension et la transmissibilité de la force due à l'augmentation du taux d'amortissement ;
- Les résultats, de la réponse au déséquilibre et de la transmissibilité, montrent que le comportement dynamique est influencé de manière significative par le régime d'écoulement turbulent ;

Cette étude montre que la nouvelle configuration permet de supporté une charge supérieure par rapport à celle étudiée précédemment. Ainsi, ces résultats aident les concepteurs des paliers et facilitent leur tâche.

Perspectives

Au terme de cette recherche, il convient de dire que nous ne prétendons nullement avoir épuisé le thème abordé, en revanche nous espérons que ce modeste travail fraierait un chemin d'innovation dans le domaine de la tribologie. En clair, il s'agira en perspectives, de faire l'étude non linéaire d'un palier hydrostatique à quatre patins chargés entre les deux patins dans divers régimes d'écoulement et l'utilisation d'un fluide micro polaire en régime turbulent, fera l'objet d'analyse dans nos futures recherches. Réalisation d'un banc d'essai tenant compte l'effet du divers régime d'écoulements sur les performances d'un palier hydrostatique à quatre patins.

Références bibliographiques

- Allaire, P. E., & Flack, R. D. (1981). Design of journal bearings for rotating machinery. In *Proceedings of the 10th Turbomachinery Symposium*. Texas A&M University. Turbomachinery Laboratories.
- [2] Sharma, S. C., Phalle, V. M., & Jain, S. C. (2011). Performance analysis of a multirecess capillary compensated conical hydrostatic journal bearing. *Tribology International*, 44(5), 617-626.
- [3] Larousse, P. (1867). *Grand dictionnaire universel du XIXe siècle*. Larousse.
- [4] Rayleigh, L. (1917). VIII. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 34(200), 94-98.
- [5] Gerard, P. (1949). Le palier fluide. Societe des Ingenieurs Civils de France, Memoires, 102, 106-122.
- [6] Shaw, M. C., & Macks, E. F. (1949). Analysis and lubrication of bearings. McGraw-Hill Book Co.
- [7] Rowe, W. B. (1989). Advances in hydrostatic and hybrid bearing technology. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Mechanical Engineering Science, 203(4), 225-242.
- [8] Bassani, R., & Piccigallo, B. (1992). Hydrostatic lubrication (Vol. 22). *Elsevier*.
- [9] ABED, A. (2017). Etude du comportement statique et dynamique de paliers fluides à patins hydrostatiques intelligents (Thèse de Doctorat, Hamou ZAHLOUL, Ahmed BOUZIDANE).
- [10] Moldovan, S. I., Braun, M. J., & Balasoiu, A. M. (2013). A three-dimensional parametric study and numerical/experimental flow visualization of a six-pocket hydrostatic journal bearing. *Tribology Transactions*, 56(1), 1-26.
- [11] Zeidan, F. Y., Andres, L. S., & Vance, J. M. (1996). Design And Application Of Squeeze Film Dampers In Rotating Machinery. In *Proceedings of the 25th Turbomachinery Symposium*. Texas A&M University. Turbomachinery Laboratories.

- [12] Bouzidane, A. (2007). *Conception d'un palier hydrostatique intelligent pour contrôler les vibrations de rotors* (Doctoral dissertation, École de technologie supérieure).
- [13] Nicolas, D. (1995). Butées et paliers hydrostatiques. Ed. Techniques Ingénieur.
- [14] Mohamed Ali, A. (1994). Contribution à l'étude des paliers hybrides: prise en compte de la compressibilité du fluide dans les alvéoles (Doctoral dissertation, Poitiers).
- [15] LALLEMAND, A. (2015). Écoulement des fluides-Dynamique des fluides réels.
- [16] San Andres, L. A. (1991). Effects of fluid compressibility on the dynamic response of hydrostatic journal bearings. *Wear*, 146(2), 269-283.
- [17] SAID, B. (1985). La lubrification à basse pression par la méthode des éléments finis.Application aux paliers (Doctoral dissertation, Thèse de doctorat, INSA de Lyon).
- [18] Tichy, J. A. (1993). Behavior of a squeeze film damper with an electrorheological fluid. *Tribology transactions*, 36(1), 127-133.
- [19] Sharma, S. C., Sinhasan, R., Jain, S. C., Singh, N., & Singh, S. K. (1998). Performance of hydrostatic/hybrid journal bearings with unconventional recess geometries. *Tribology transactions*, 41(3), 375-381.
- [20] Singh, N., Sharma, S. C., Jain, S. C., & Reddy, S. S. (2004). Performance of membrane compensated multirecess hydrostatic/hybrid flexible journal bearing system considering various recess shapes. *Tribology International*, 37(1), 11-24.
- [21] Zahloul, H., Bouzidane, A., & Bonneau, O. (2004, December). Static characteristics of a rectangular four-pad hydrostatic thrust bearing. In *International mechanical engineering conference, Kuwait* (pp. 460-71).
- [22] Chen, C. H., Kang, Y., Chang, Y. P., Wang, Y. P., & Lee, H. H. (2006). Influence of restrictor on stability of the rigid rotor–hybrid bearing system. *Journal of Sound and Vibration*, 297(3-5), 635-648.
- [23] Bouzidane, A., & Thomas, M. (2007). Equivalent stiffness and damping investigation of a hydrostatic journal bearing. *Tribology transactions*, 50(2), 257-267.
- [24] Bouzidane, A., & Thomas, M. (2008). An electrorheological hydrostatic journal bearing for controlling rotor vibration. *Computers & structures*, 86(3-5), 463-472.

- [25] Bouzidane, A., Ghezali, F., & Thomas, M. (2014). Performance characteristics of an orifice compensated three-pad hydrostatic squeeze film dampers.
- [26] Abed, A., Bouzidane, A., Thomas, M., & Zahloul, H. (2017). Performance characteristics of a three-pad hydrostatic squeeze film damper compensated with new electrorheological valve restrictors. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 231(7), 889-899.
- [27] Benariba, A., Bouzidane, A., Thomas, M., & Guilbault, R. (2018). Numerical analysis of a rigid rotor mounted on four-pad hydrostatic squeeze film damper lubricated with micropolar lubricant. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 232(5), 513-524.
- [28] Hammou, M., Bouzidane, A., Thomas, M., Benariba, A., & Bouzit, M. (2018). Static and dynamic characteristics of an orifice compensated three-pad hydrostatic squeeze film damper. *Industrial Lubrication and Tribology*, 70(6), 1078-1085.
- [29] Taylor, C. M. (1969, September). Paper 6: Turbulent lubrication theory applied to fluid film bearing design. In *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Conference Proceedings*(Vol. 184, No. 12, pp. 40-47). Sage UK: London, England: SAGE Publications.
- [30] Constantinescu, V. N. (1973). On the influence of inertia forces in hydrostatic turbulent lubrication. *Revue Roumaine des Sciences Techniques, Serie de Mecanique Appliquee, 18*(2), 283-310.
- [31] Constantinescu, V. N., & Galetuse, S. (1976). Pressure drop due to inertia forces in step bearings. *Journal of Lubrication Technology*, 98(1), 167-174.
- [32] Chaomleffel, J. P., & Nicolas, D. (1986). Experimental investigation of hybrid journal bearings. *Tribology International*, 19(5), 253-259.
- [33] Frêne, J., Arghir, M., & Constantinescu, V. (2006). Combined thin-film and Navier– Stokes analysis in high Reynolds number lubrication. *Tribology international*, 39(8), 734-747.

- [34] Okabe, E. P., & Cavalca, K. L. (2009). Rotordynamic analysis of systems with a nonlinear model of tilting pad bearings including turbulence effects. *Nonlinear Dynamics*, 57(4), 481-495.
- [35] Nicodemus, E. R., & Sharma, S. C. (2010). A study of worn hybrid journal bearing system with different recess shapes under turbulent regime. *Journal of tribology*, 132(4), 041704.
- [36] Shenoy, B. S., & Pai, R. (2010). Stability characteristics of an externally adjustable fluid film bearing in the laminar and turbulent regimes. *Tribology International*, 43(9), 1751-1759.
- [37] Dwivedi, V. K., Chand, S., & Pandey, K. N. (2013). Effect of different flow regime on the static and dynamic performance parameter of hydrodynamic bearing. *Procedia Engineering*, 51, 520-528.
- [38] Dwivedi, V. K., Chand, S., & Pandey, K. N. (2013). Effect of number and size of recess on the performance of hybrid (hydrostatic/hydrodynamic) journal bearing. *Procedia Engineering*, 51, 810-817.
- [39] Ghezali, F., Bouzidane, A., & Thomas, M. (2017). 3D Numerical investigation of pressure field of an orifice compensated hydrostatic bearing. *Mechanics & Industry*, 18(1), 101.
- [40] Wang, L., Pei, S., Xiong, X., & Xu, H. (2014). Investigation of the combined influence of turbulence and thermal effects on the performance of water-lubricated hybrid bearings with circumferential grooves and stepped recesses. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 228(1), 53-68.
- [41] Xu, G., Zhou, J., Geng, H., Lu, M., Yang, L., & Yu, L. (2015). Research on the static and dynamic characteristics of misaligned journal bearing considering the turbulent and thermohydrodynamic effects. *Journal of Tribology*, 137(2), 024504.
- [42] Mallya, R., Shenoy, S. B., & Pai, R. (2017). Static characteristics of misaligned multiple axial groove water-lubricated bearing in the turbulent regime. *Proceedings of*
the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 231(3), 385-398.

- [43] Aboshighiba, H., Bouzidane, A., Thomas, M., Ghezali, F., Nemchi, A., & Abed, A. (2017). Pressure distribution in orifice-compensated turbulent hydrostatic bearing with fluid inertia effects using numerical simulations via Navier-Stokes. *Tribology-Materials, Surfaces & Interfaces, 11*(1), 19-29.
- [44] Frêne, J. (1974). Régimes d'écoulement non laminaire en films minces: application aux paliers lisses (Doctoral dissertation).
- [45] Constantinescu, V. N., Nica, A., Pascovici, M. D., Ceptureanu, G., & Nedelcu, S. (1985). *Sliding bearings*. Allerton Press. Incorporated.
- [46] Frene, J., Nicolas, D., Degueurce, B., Berthe, D., & Godet, M. (1997). Hydrodynamic lubrication: bearings and thrust bearings(Vol. 33). Elsevier.
- [47] Ghosh, M. K., & Satish, M. R. (2003). Rotordynamic characteristics of multilobe hybrid bearings with short sills-part I. *Tribology International*, 36(8), 625-632.
- [48] Rippel, H. C. (1969). Cast bronze hydrostatic bearing design manual. INCRA REP.

ANNEXE I

I. Annexe I : Etablissement de l'équation de Reynolds :

I.1.1 Equation de conservation de masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho u_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho u_z}{\partial z} = 0 \qquad \text{Avec } \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \qquad (I.1)$$

I.1.2 Equation de Navier-Stocks :

Dans le but de déterminer l'équation de Reynolds, l'équation de Navier Stocks, qui décrit le mouvement du fluide Newtonien, peut être simplifiée comme suit [Frene et *al*] :

Suivant X:
$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u_x}{\partial y} \right)$$
 et suivant Z: $\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)$ (I.2)

Où:
$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x}$$
 (I.3)

Par première et deuxième intégration :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} y + C_1 \tag{I.4}$$

$$u_x = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} y^2 + C_1 y + C_2 \tag{I.5}$$

Dans la butée hydrostatique, si l'on suppose qu'il n'existe pas de glissement entre le fluide et les parois, et pour un fluide isotherme, incompressible et sans effet d'inertie les conditions aux limites associées au champ de vitesse sont les suivantes

Sur le grain mobile (y = hi):

$$u_{2i} = 0 \qquad \qquad v_{2i} = \overset{\bullet}{h} \qquad \qquad w_{2i} = 0$$

Sur le patin (y = 0):

$$u_{1i} = 0$$
 $v_{1i} = 0$ $w_{1i} = 0$



Figure 1.1Condition aux limites.

$$u_x(y=0) = 0 \implies C_2 = 0 \tag{I.6}$$

$$u_{x}(y=h) = U \quad \Rightarrow \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} h^{2} + C_{1}h = U \qquad \Rightarrow C_{1} = \frac{U}{h} - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x}h \tag{I.7}$$

$$u_x = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} y^2 + \frac{U}{h} y - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} hy$$
(I.8)

$$u_x = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} (y^2 - hy) + \frac{U}{h} y$$
(I.9)

Par l'intégration les vitesses d'écoulement seront déterminées comme suit :

Suivant X:
$$u_{xi} = -\frac{h_i^2}{\mu K_p} \frac{\partial P_i}{\partial x_i}$$
 et suivant Z: $u_{zi} = -\frac{h_i^2}{\mu K_p} \frac{\partial P_i}{\partial z_i}$ (I.10)

Par l'intégration des vitesses d'écoulement dans l'équation de la conservation de masse, l'équation de Reynolds modifiée en régime turbulent pour le flux de Poiseuille peut être obtenue, à partir de la théorie de lubrification de Constantinscu

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_{i}} \left(\mathbf{G}_{p} \frac{\mathbf{h}_{i}^{3}}{\mu} \frac{\partial \mathbf{P}_{i}(\mathbf{x}_{i}, \mathbf{z}_{i}, \mathbf{t})}{\partial \mathbf{x}_{i}} \right) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}_{i}} \left(\mathbf{G}_{p} \frac{\mathbf{h}_{i}^{3}}{\mu} \frac{\partial \mathbf{P}_{i}(\mathbf{x}_{i}, \mathbf{z}_{i}, \mathbf{t})}{\partial \mathbf{z}_{i}} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial \left(U_{2i} - U_{1i} \right) h_{i}}{\partial \mathbf{x}_{i}} + \frac{\partial h_{i}}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(W_{2i} - W_{1i} \right) \frac{\partial h_{i}}{\partial \mathbf{z}_{i}} \quad (\mathbf{I}.11)$$

Supposant qu'il n'y a aucune vitesse relative en direction X et Z et les surfaces ne doivent pas avoir de désalignement donc l'équation de Reynolds modifiée

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{h_i^3}{\mu} G_x \frac{\partial P_i(x_i, z_i, t)}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial z_i} \left(\frac{h_i^3}{\mu} G_z \frac{\partial P_i(x_i, z_i, t)}{\partial z_i} \right) = \frac{\partial h_i}{\partial t}$$
(I.12)

Avec

$$G_x = G_z = 1/K_p \tag{I.13}$$