



République algérienne démocratique et populaire  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche  
scientifique



UNIVERSITÉ IBN KHALDOUN  
Faculté des Sciences Appliquées

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

**Doctorat LMD**

**Spécialité : Génie Mécanique**

**Option: Modélisation des Matériaux et Structures**

### **ETUDE NUMERIQUE DE LA CONVECTION MIXTE COUPLEE A UNE RADIATION DANS UNE CAVITE : CAS DES FLUIDES NON-NEWTONIENS**

Présentée par

***Mr : Mohamed Amine BELMILOUD***

**Thèse soutenue le 15 /11/ 2016** Devant le jury composé de :

SAHLI Ahmed	Université Ibn Khaldoun Tiaret	Président
NEHARI Driss	Centre Universitaire Ain Temouchent	Examineur
AMEUR Houari	Centre Universitaire Naama	Examineur
BOUZIDANE Ahmed	Université Ibn Khaldoun Tiaret	Examineur
SAD_CHEMLOUL Nord-eddine	Université Ibn Khaldoun Tiaret	Encadreur

Année universitaire : 2015/2016

# *Dédicace*



*Je dédie ce mémoire  
À mon cher père,  
À ma très chère mère,  
À mes frères et sœurs,  
À mes amis.*



***BELMILOU***  
*Mohamed Amine*

# Remerciement

Après un long parcours, me voilà enfin au terme des études du cycle LMD, c'est pour moi l'occasion d'adresser mes remerciements à tous ceux qui de près ou de loin ont voulu apporter leurs contributions pour l'élaboration de ce mémoire.

Je remercie vivement Monsieur SAHLI Ahmed qui m'a fait l'honneur de présider ce jury. Je remercie également messieurs NEHARI Driss, AMEUR Houari et BOUZIDANE Ahmed, pour leur participation au jury de ce mémoire.

Enfin je veux remercier vivement monsieur SAD CHEMLOUL Nord Eddine pour son aide, ses encouragements et surtout pour son temps précieux qu'il nous a réservé.

Merci à tous!

La convection mixte transverse est étudiée numériquement dans une cavité ventilée avec un flux chaleur uniforme sur la paroi inférieure et les autres parois sont adiabatiques. Le but de cette étude numérique est de voir l'influence du nombre de chicanes sur la variation du nombre de Nusselt moyen. L'écoulement de l'air traverse la cavité en pénétrant par l'ouverture d'entrée située dans la partie inférieure de la paroi verticale gauche et en sortant par l'ouverture de sortie située dans la paroi opposée (la configuration partie inférieure BB, la configuration de la partie supérieure BH). Le nombre de chicane dans cette étude est compris entre 1 et 4. Le modèle mathématique est à deux dimensions, le système est formé de quatre équations aux dérivées partielles : équation de continuité, équations de mouvement et de l'énergie. La résolution de ces équations est faite à l'aide de la méthode des volumes finis. Les champs d'écoulement de l'air sont étudiés par des simulations numériques avec un nombre de Richardson tel que  $1 \leq Ri \leq 10$ , le nombre de Grashof est fixé à  $Gr = 10^4$ , le rapport d'aspect de la cavité est  $A = 2$ , les ouvertures de la hauteur relative  $w = 0,1$  et le nombre de Prandtl  $Pr = 0,71$ . Les résultats montrent que la variation du nombre de Nusselt moyen et la température moyenne dépendent du type de configuration (BB ou BH), et du nombre de chicanes. La convection mixte, qui est représentée par l'interaction entre l'écoulement du fluide avec transfert de chaleur (convection forcée) imposé à l'entrée de la cavité et le flux dû à la flottabilité donné par la source de la chaleur (convection libre), peut être expliquée par le nombre de Nusselt et les contours des lignes de courant et des lignes isothermes.

## Les mots clés :

Convection mixte; cavité ventilée; chicane, adiabatique parois

# Abstract

Transverse mixed convection is studied numerically in a ventilated cavity with uniform heat flux on the bottom wall and the remaining walls are adiabatic. The purpose of this numerical study is to see the influence of the baffle number on the variation of average Nusselt number. An air flow inlet in to the cavity through an opening in the lower part of the left vertical wall and another opening in the opposite wall (i.e., the bottom part BB configuration; the top part BT configuration). The number of baffle in this study is ranged between 1 and 4. The two-dimensional mathematical model includes the system of four equations with partial derivatives of continuity, momentum and energy, solved by the finite volume method. Flow fields are studied by numerical simulations to the air with a Richardson number in the range  $1 \leq Ri \leq 10$ , for the Grashof number is fixed at  $Gr = 10^4$ , aspect ratio of the cavity  $A = 2$ , the height openings  $w = 0.1$  and the number of Prandtl  $Pr = 0.71$ . The results show that the variation of the average Nusselt number and the average temperature depend on the type of configuration (BB or BT), and of the baffle number. The basic nature of the resulting interaction between the forced external air stream and the buoyancy-driven flow by the heat source is explained by the Nusselt number and the patterns of the streamlines and isotherms.

## **Keywords:**

Mixed convection; numerical study; ventilated cavity; adiabatic walls

# *Sommaire*

# Sommaire

	<b>Pages</b>
Dédicace.....	i
Remerciement.....	ii
Résumé.....	iii
Abstract.....	iv
Sommaire.....	v
Liste des figures.....	viii
Liste des tableaux.....	xi
Nomenclature.....	xii
Introduction générale.....	1

## **Chapitre 1 : Revue bibliographique**

1.1	Introduction.....	3
1.2	Notions fondamentales.....	3
1.2.1	Le phénomène de convection.....	3
1.2.2	Loi de la convection.....	4
1.2.3	Nombres adimensionnelles.....	4
1.2.3.1	<i>Nombre de Reynolds</i> .....	4
1.2.3.2	<i>Nombre de Prandtl</i> .....	5
1.2.3.3	<i>Nombre de Grashof</i> .....	5
1.2.3.4	<i>Nombre de Nusselt</i> .....	5
1.2.3.5	<i>Nombre de Richardson</i> .....	6
1.2.4	Régime d'échange convectif et les nombres sans dimension.....	6
1.3	Revue bibliographique.....	7
1.4	Conclusion.....	28

## **Chapitre 2 : Modèle physique et formulation Mathématique**

2.1	Introduction.....	29
2.2	Description du problème considéré.....	29
2.3	Équations du Modèle mathématique.....	31

2.3.1	L'approximation de Boussinesq-Oberbeck.....	31
2.3.2	Hypothèses simplificatrices des équations.....	31
2.3.3	Équations générales en régime laminaire.....	31
2.3.3.1	<i>Equation de conservation de masse</i> .....	32
2.3.3.2	<i>Equation de quantité de mouvement</i> .....	33
2.3.3.3	<i>Equation de conservation de l'énergie</i> .....	34
2.4	Conditions aux limites.....	35
2.5	Les équations gouvernantes adimensionnelles.....	35
2.5.1	Equation de continuité.....	35
2.5.2	Equation de conservation de quantité de mouvement.....	35
2.5.3	Equation de conservation de l'énergie.....	36
2.5.4	Formulation de la fonction de courant- vorticité.....	36
2.6	Nombre de Nusselt moyen.....	36
2.7	Conditions aux limites adimensionnelles.....	37
2.8	Conclusion.....	37

### Chapitre 3 : Méthodes Numériques

3.1	Introduction.....	38
3.1.1	Méthodes des différences finies.....	38
3.1.2	Méthodes des éléments finis.....	38
3.1.3	Méthodes des volumes finis.....	39
3.2	Maillages.....	39
3.3	Structure du code FLUENT.....	40
3.3.1	Les schémas de discrétisation.....	41
3.3.1.1	<i>Schéma de discrétisation centré</i> .....	41
3.3.1.2	<i>Schéma de discrétisation Upwind</i> .....	41
3.3.1.3	<i>Schéma de discrétisation Hybride</i> .....	41
3.3.1.4	<i>Schéma de discrétisation Power Law</i> .....	41
3.3.1.5	<i>Schéma de discrétisation QUICK</i> .....	41
3.3.2	Les choix de couplage la pression avec la vitesse.....	42
3.3.3	Les choix du schéma d'interpolation de la pression.....	42
3.4	Discrétisation des équations de transport.....	43
3.5	Discrétisation de l'équation de conservation de la quantité de mouvement.....	46
3.6	Etapas du calcul numérique.....	49
3.7	Critère de convergence.....	50



---

3.8	Conclusion.....	50
<b>Chapitre 4 : Résultats et Discussions</b>		
4.1	Introduction.....	51
4.2	Géométries et les conditions aux limites.....	51
4.3	Validation.....	52
4.4	Maillage du domaine.....	52
4.5	Procédure de la solution numérique.....	53
4.6	Résultats et discussions.....	54
4.6.1	Les contours de vitesse et les lignes isothermes.....	54
4.6.2	Variation du nombre de Nusselt.....	66
4.6.3	Variation de la température moyenne.....	67
4.6.4	Profils de vitesse au milieu de la cavité.....	68
4.7	Conclusion.....	71
	Conclusion générale.....	72
	Références bibliographiques.....	73
	Annexe A.....	78

# *Liste des figures*

# Liste des figures

<b>Figures</b>	<b>Titres</b>	<b>Pages</b>
Figure 1.1	Les trois modes de transfert de chaleur par convection.....	4
Figure 1.2	Une cavité carrée ventilée avec une source de chaleur sur la paroi latérale (Papanicolaou et Jaluria [3]).....	7
Figure 1.3	Une cavité carrée avec une chicane: cas(a) chicane sur la partie inférieure, cas(b) chicane sur la partie supérieure (Hsu et al [4,5]).....	8
Figure 1.4	Les configurations utilisées : cas (a) Bas - Haut (BH) ; cas(b) Bas - Bas (BB), cas (c) Haut - Haut (HH) et cas (d) Haut - Bas (HB) (Raji et Hasnaoui [6,7]).....	9
Figure 1.5	Une cavité rectangulaire avec des sources de chaleur placées sur une planche: cas (a) et cas (b) pour une source de chaleur, cas (c) pour deux sources de chaleurs (Hsu et Wang [8]).....	10
Figure 1.6	Une cavité carrée avec une source de chaleur localisée sur la paroi gauche (Hsu et Wang [9]).....	10
Figure 1.7	Une cavité ouverte (en forme U) avec une paroi chauffée: cas (a) et cas (b) pour une source de chaleur verticale, cas (c) pour une source de chaleur horizontale (Manca et al [10]).....	11
Figure 1.8	Une cavité carrée avec une chicane en forme d'arc (Tasnim et Collins [11]).....	12
Figure 1.9	Canal vertical ouvert avec chicane soumise à un écoulement avec pulsations (Chang et Shiau [12]).....	12
Figure 1.10	Un canal avec une chicane installée sur la paroi horizontale supérieure (Tsay et al [13]).....	13
Figure 1.11	Un canal attaché par une chicane inclinée (solide et fendue) (Cheng et Tsay [14]).....	13
Figure 1.12	Des canaux poreux asymétriques chauffés avec et sans chicanes (Tzeng et al [15]).....	14
Figure 1.13	Une cavité cubique avec une chicane à trou unique: (a) expérimental, (b) numérique (Li et al [16]).....	15
Figure 1.14	Les deux configurations : (a) cavité ventilée, (b) cavité fermée (Ezzouhri et	16

	al. [17]).....	
Figure 1.15	Mélangeur avec des chicanes en forme de J (Lin et al [18]).....	17
Figure 1.16	Micro-mélangeur plan avec trois chicanes (Chung et al [19]).....	17
Figure 1.17	Une cavité carrée avec des chicanes orthogonales chauffées (Kandaswamy et al [20]).....	18
Figure 1.18	Les quatre formes de configuration dans une cavité rectangulaire (Saha et al [21]).....	19
Figure 1.19	Un échangeur de chaleur avec une chicane en forme hélicoïdal (Lei et al [22]).....	19
Figure 1.20	Une cavité rectangulaire ventilée partitionnée par une chicane (Bahlaoui et al [23]).....	20
Figure 1.21	Un canal rectangulaire tridimensionnel (Nie et al [24]).....	20
Figure 1.22	Une cavité ventilée avec et sans de chicane (Radhakrishnan et al [25]).....	21
Figure 1.23	Un canal carré tridimensionnel comportant des chicanes inclinées (Promvongse et al [26]).....	22
Figure 1.24	Un canal carré équipé par des chicanes (Promvongse et al [27]).....	22
Figure 1.25	Une cavité rectangulaire ventilée avec la variation de la hauteur de la chicane (Bahlaoui et al [28]).....	23
Figure 1.26	Un canal avec des chicanes en forme Z (Sriromreun et al [29]).....	24
Figure 1.27	Un canal carré comportant des obstacles en ligne en forme de V (Promvongse et al [30]).....	25
Figure 1.28	Une cavité carrée contenant une chicane partielle centrale et une chicane orthogonale: (a) gauche ; (b) droite ; (c) les deux directions (Kalidasan et al [31]).....	26
Figure 1.29	Un canal en forme de U avec un écoulement à deux directions: (a) sans chicane; (b) avec chicane (Sharma et al [32]).....	26
Figure 1.30	Un canal en utilisant différents formes de chicanes: (a) expérimentale ; (b) différents types des chicanes. (Nuntadusit et al [33]).....	27
Figure 2.1	Représentation schématique du problème : cas (a) configuration BB ; cas (b) configuration BH.....	30
Figure 2.2	Un élément de volume du domaine fluide.....	32
Figure 3.1	Types de maillage utilisé par "FLUENT.....	40
Figure 3.2	Structure de base du Code FLUENT.....	40
Figure 3.3	Volume de contrôle pour un écoulement bidimensionnel.....	43

Figure 3.4	Volume d'intégration de l'équation de continuité.....	44
Figure 3.5	la fonction $A( Pe )$ pour les différents schémas Patankar, [43].....	46
Figure 3.6	Volume de contrôle autour de point e pour la composante de vitesse u .....	48
Figure 3.7	Volume de contrôle autour de point n pour la composante de vitesse v .....	49
Figure 3.8	principe du calcul numérique.....	50
Figure 4.1	géométrie et les conditions aux limites pour $Nb = 1$ et la configuration BB...	52
Figure 4.2	Le maillage (81X41), pour $Nb = 1$ .....	53
Figure 4.3	Influence du nombre de chicane sur les contours de vitesses pour la configuration BB, $Ri = 1$ , $Gr = 10^4$ .....	56
Figure 4.4	Influence du nombre de chicane sur les contours de vitesses pour la configuration BH, $Ri = 1$ , $Gr = 10^4$ .....	57
Figure 4.5	Influence du nombre de chicane sur les lignes isothermes pour la configuration BB, $Ri = 1$ , $Gr = 10^4$ .....	59
Figure 4.6	Influence du nombre de chicane sur les lignes isothermes pour la configuration BH, $Ri = 1$ , $Gr = 10^4$ .....	60
Figure 4.7	Influence du nombre de Richardson sur les contours de vitesses pour les différents nombre de chicane et pour la configuration BB.....	63
Figure 4.8	Influence du nombre de Richardson sur les lignes isothermes pour les différents nombre de chicane et pour la configuration BB.....	65
Figure 4.9	Influence du nombre de chicane sur le nombre de Nusselt moyenne pour différentes valeurs de $Ri$ : (a) la configuration BH et (b) la configuration BB.	67
Figure 4.10	Influence du nombre de chicane sur la température moyenne pour différentes valeurs de $Ri$ : (a) la configuration BH et (b) la configuration BB .....	68
Figure 4.11	les variations des profils de vitesse $v^+$ en fonction de $x^+$ pour $y^+ = 0,5$ et pour la configuration BB.....	70
Figure 4.12	les variations des profils de vitesse $v^+$ en fonction de $x^+$ pour $y^+ = 0,5$ et pour la configuration BH.....	70
Figure A.1	présentation de l'algorithme SIMPLE.....	78

# *Liste des tableaux*

# Liste des tableaux

<b>Tableaux</b>	<b>Titres</b>	<b>Pages</b>
Tableau 1.1	Les différentes modes et régimes des échanges convectifs (Roy et al [2]). .....	7
Tableau 3.1	Les types de maillage en 2D et 3D.....	39
Tableau 3.2	Expression de la fonction $A( Pe )$ pour les différents schémas Patankar, [43].	46
Tableau 4.1	comparaison entre les résultats de la présente étude et ceux de [21] pour $Re = 100$ et $Ri = 10$ .....	52
Tableau 4.2	Effet de maillage sur les résultats obtenus pour la configuration BH, $Gr = 10^4$ , $Nb = 1$ , $Ri = 1$ .....	53

# *Nomenclature*



# Nomenclature

a	les contributions (convection-diffusion)	[–]
A	rapport d'aspect de la cavité. $L/H$	[–]
b	représente un part du terme source $S_\phi$	[–]
B	hauteur relative de la chicane. $h/H$	[–]
c	les deux directions x et y	[–]
Cp	chaleur spécifique massique	[J/kgK]
dV	volume élémentaire du fluide	[m <sup>3</sup> ]
D	diffusion	[–]
e	largeur de la chicane	[m]
f	fonction continue sur le volume	[–]
F	écoulement convection	[–]
g	accélération de la gravité	[m/s <sup>2</sup> ]
Gr	nombre de Grashof	[–]
h	hauteur de la chicane	[m]
h'	coefficient local d'échange convectif	[W/m <sup>2</sup> K]
$\bar{h}$	coefficient d'échange convectif	[W/m <sup>2</sup> K]
H	hauteur de la cavité	[m]
$\bar{\mathbf{I}}$	tenseur unité	[–]
J	flux total (convection-diffusion)	[–]
L	langueur de la cavité	[m]
m	position d'un élément	[–]
$\vec{n}$	une demie normale vecteur	[–]
Nb	nombre de la chicane	[–]

Nu	nombre de Nusselt.	[–]
O	centres de cellules adjacentes	[–]
P	pression	[N/m <sup>2</sup> ]
Pe	nombre de Peclet	[–]
Pr	nombre de Prandtl.	[–]
q	flux de la chaleur	[W/m <sup>2</sup> ]
$\dot{q}$	source de chaleur	[W/m <sup>3</sup> ]
Re	nombre de Reynolds	[–]
Ri	nombre de Richardson.	[–]
S	surface	[m <sup>2</sup> ]
S <sub>φ</sub>	terme de source	[–]
T	température de fluide	[K]
$\bar{\bar{T}}$	tenseur de contrainte	[–]
T <sub>0</sub>	température de référence	[K]
u <sub>i</sub>	vitesse de fluide imposée.	[m/s]
u, v	Les composantes de la vitesse horizontale et verticale.	[m/s]
U	énergie interne	[W]
V	volume de contrôle	[m <sup>3</sup> ]
w	hauteur relative des ouvertures. H/10	[–]
x, y	Coordonnées cartésien.	[m]

**Symboles grecs**

α	Diffusivité thermique.	[m <sup>2</sup> /s]
β	Coefficient de dilatation thermique.	[1/K]
γ	coefficient de viscosité volumique	[Kg/m s]
k <sub>v</sub>	viscosité tourbillonnaire	[m <sup>2</sup> /s]
λ	La conductivité thermique.	[W/m K]

---

$\mu$	viscosité dynamique	[Kg/m s]
$\rho$	masse volumique	[Kg/m <sup>3</sup> ]
$\Gamma$	coefficient de diffusion	[-]
$\Sigma$	milieu continu	[-]
$\Omega$	vorticité	[1/s]
$\Psi$	Fonction de courant	[m <sup>2</sup> /s]
$\nabla$	gradient	[-]
<b>Indices inférieurs</b>		
e, w, n, s	L'interface (est, west, nord, sud)	[-]
i	imposé	[-]
nb	lié aux centres de cellules adjacentes	[-]
moy	valeur moyenne	[-]
<b>Indices supérieur</b>		
+	valeurs adimensionnelles	[-]

*Introduction*  
*Générale*

# Introduction générale

L'étude de la convection mixte dans les cavités a été le foyer de nombreuses études pendant ces deux dernières décennies et cela en raison de multiples applications dans l'ingénierie (refroidissement industrielle, collecteurs d'énergie solaire, construction des bâtiments, refroidissement des boîtes électroniques, .....etc.).

Ce mode de transfert d'énergie (convection) peut être naturel, forcé ou mixte selon le mécanisme du mouvement du fluide. Si le mouvement du fluide est dû uniquement aux différences de température le mode de transfert est appelée *convection naturelle*, et si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur, le processus est alors appelé *convection forcée*. Pour *la convection mixte*, elle se produit pour une vitesse du fluide faible et en présence d'un gradient de température. Les transferts de chaleur et de masse sont alors dus en partie à la convection naturelle et en partie à la convection forcée.

L'objectif du travail entrepris dans le cadre de la préparation de notre thèse de doctorat, concerne l'effet du nombre de chicane sur le transfert de chaleur par convection mixte dans une cavité ventilée à deux dispositions de l'ouverture de sortie (la configuration BB et la configuration BH). La paroi inférieure est chauffée par un flux chaleur constant, les autres parois sont adiabatiques. La simulation est effectuée à l'aide du code de calcul "FLUENT" qui est basé sur la méthode des volumes finis.

Ce travail comporte quatre chapitres, dans le premier chapitre, nous avons présenté une introduction sur la convection, les nombres adimensionnels caractérisant la convection et les différents travaux antérieurs expérimentaux et numériques réalisés dans ce domaine.

Le deuxième chapitre traite la modélisation mathématique du phénomène physique à étudier en l'exprimant sous forme d'équations mathématiques, à savoir l'équation de continuité, les équations de quantité de mouvement, l'équation d'énergie. Les équations de relatives au modèle considéré combinées avec l'approximation de Boussinesq.

Le troisième chapitre traite de la génération du maillage, et de la transformation du domaine physique en modèle mathématique, ainsi que des méthodes numériques. Ce chapitre traite aussi la discrétisation numérique de l'équation générale de transport, l'équation de conservation de quantité de mouvement et présente les définitions des différents schémas de discrétisation et les méthodes algébriques pour la résolution numérique.

L'analyse des effets du nombre de chicane et les deux configurations sur les champs dynamiques et thermiques et la meilleure position de l'ouverture de sortie sur le transfert thermique sont représentées dans le quatrième chapitre qui sera consacré à des simulations numériques des écoulements bidimensionnels de la convection mixte dans une cavité ventilée.

Enfin, cette étude se termine par une conclusion générale

# *Chapitre 1*

## *Revue bibliographique*

# Chapitre 1

## Revue bibliographique

### 1.1 Introduction

Dans ce premier chapitre, nous avons présenté un rappel sur quelques notions fondamentales sur le phénomène convectif et les nombres adimensionnels qui caractérisent ce phénomène, on y trouve aussi une revue bibliographique des travaux expérimentaux et numériques antérieurs entrepris sur la convection mixte.

### 1.2 Notions fondamentales

#### 1.2.1 Le phénomène de convection

La convection est un des trois modes de transfert de chaleur avec la conduction et le rayonnement. Ce mode de transfert de chaleur est rapide, directe et sans support. Le terme de convection fait référence aux transferts de chaleur se produisant entre une surface et un fluide en mouvement lorsque ceux-ci sont à des températures différentes. [1]

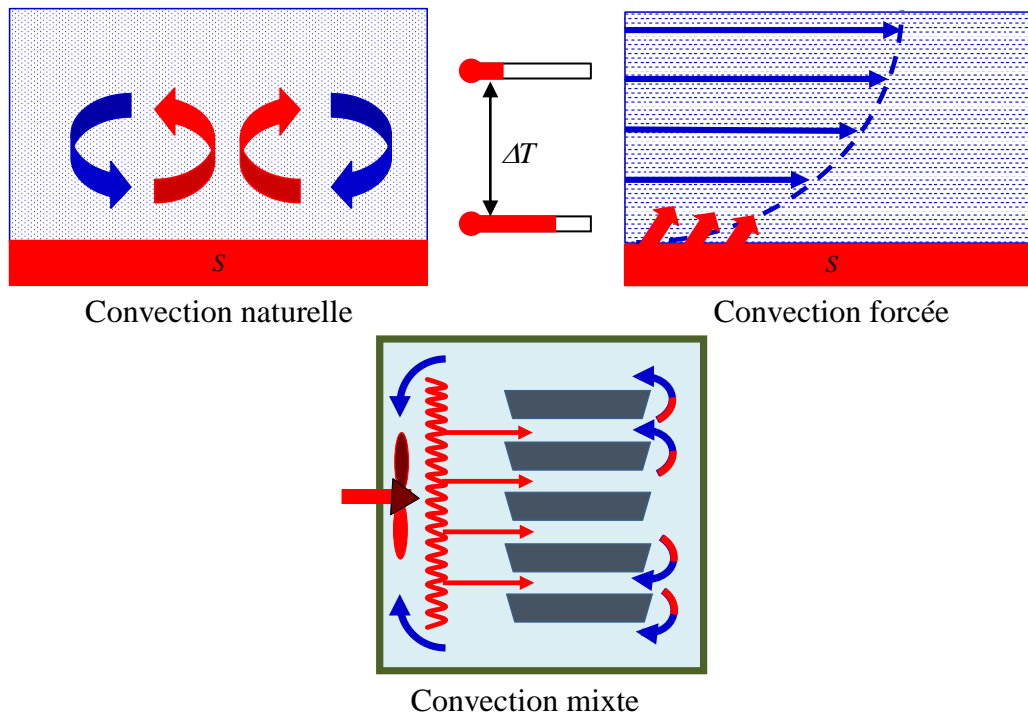
Le transfert thermique par convection est divisé en trois parties suivant la nature de l'écoulement :

- ✚ La convection forcée.
- ✚ La convection libre « naturelle ».
- ✚ La convection mixte.

Si le mouvement de fluide est renforcé par un travail mécanique « artificiel » (ventilation, agitation,...etc.), on parle de la convection forcée, si au contraire le mouvement de fluide n'est dû qu'à des courants thermiques ou à des mouvements ascensionnels d'ébullition, la convection est dite naturelle.

Pour la convection mixte, elle se produit pour une vitesse du fluide faible et en présence d'un gradient de température. Les transferts de chaleur et de masse sont alors dus en partie à la convection naturelle et en partie à la convection forcée.





**Figure 1.1** : Les trois modes de transfert de chaleur par convection

### 1.2.2 Loi de la convection

Soit  $S$  l'aire externe d'un solide que l'on chauffe ou refroidit par la convection, soit  $T_0$  la température du milieu caloporteur et  $T$  la température de surface solide. :

$$d\Phi = h' (T - T_0) dS \quad (1.1)$$

Où  $h'$  : Le coefficient local d'échange de chaleur par convection.

D'après l'équation (1.1), la puissance totale échangée est:

$$\Phi = \bar{h} S (T - T_0) \quad (1.2)$$

Avec  $\bar{h}$  : Le coefficient moyen d'échange de chaleur par convection.

### 1.2.3 Nombres adimensionnelles

La résolution des équations gouvernante adimensionnelle fait apparaître des nombres sans dimensions très utiles dans l'étude de la mécanique des fluides et en particulier dans les phénomènes convectifs.

#### 1.2.3.1 Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds  $Re$  permet de déterminer le régime d'écoulement, laminaire, transitoire ou turbulent. Il est défini comme le rapport entre les forces d'inerties (convection) et les forces visqueuses. Il s'exprime comme suit :

$$\text{Re} = \frac{\rho u_i H}{\mu} \quad (1.3)$$

$\rho$  : La densité du fluide

$u_i$  : La vitesse d'écoulement

$H$  : La hauteur

$\mu$  : La viscosité dynamique

### 1.2.3.2 Nombre de Prandtl

Le nombre de Prandtl  $Pr$  est un nombre sans dimension. Il représente le rapport entre la diffusivité de quantité de mouvement  $\nu$  (ou viscosité cinématique) et la diffusivité thermique  $\alpha$ . Il s'exprime comme suit :

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \quad (1.4)$$

### 1.2.3.3 Nombre de Grashof

Le nombre de Grashof  $Gr$  est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides pour caractériser la convection libre dans un fluide. Il correspond au rapport des forces de gravité sur les forces visqueuses. Il s'exprime comme suit :

$$\text{Gr} = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T H^3}{\mu^2} \quad (1.5)$$

$$\text{Gr} = \frac{\rho^2 g \beta q H^4}{\mu^2 \lambda} \quad (1.6)$$

$\rho$  : La densité du fluide

$g$  : Accélération de la gravité

$\beta$  : Coefficient de dilatation thermique

$\Delta T$  : Gradient de la température

$q$  : Flux de chaleur

$H$  : La hauteur

$\mu$  : La viscosité dynamique

$\lambda$  : Conductivité thermique

### 1.2.3.4 Nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt représente également le rapport entre le transfert de chaleur par convection et celui par conduction, il est donné par :

$$\text{Nu} = \frac{\bar{h} H}{\lambda} \quad (1.7)$$

$\bar{h}$  : Le coefficient moyen d'échange de chaleur par convection.

H : La hauteur caractéristique

$\lambda$  : Conductivité thermique

### 1.2.3.5 Nombre de Richardson

Le nombre de Richardson Ri est un nombre sans dimension utilisé surtout en thermodynamique. Le nombre de Richardson est défini comme le rapport entre le nombre de Grashof et le carré du nombre de Reynolds Re. Ce nombre est en fait le rapport entre l'énergie potentielle gravitationnelle d'une particule du fluide et son énergie cinétique.

$$\text{Ri} = \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \quad (1.8)$$

$$\text{Ri} = \frac{g \beta \Delta T H}{u_i^2} = \frac{g \beta q H^2}{\lambda u_i^2} \quad (1.9)$$

$\rho$  : La densité du fluide

g : Accélération de la gravité

$\beta$  : Coefficient de dilatation thermique

$\Delta T$  : Gradient de la température

q : Flux de chaleur

H : La hauteur

$u_i$  : La vitesse d'écoulement

$\lambda$  : Conductivité thermique

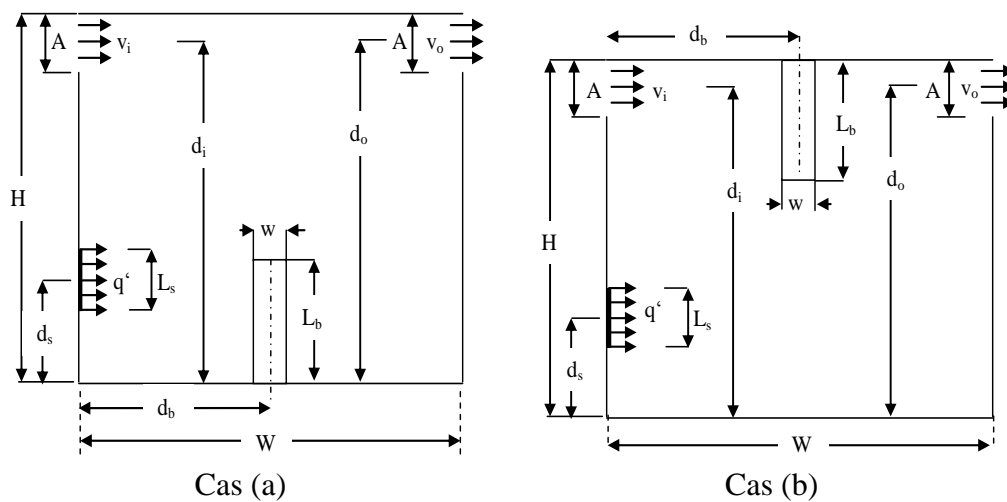
### 1.2.4 Régime d'échange convectif et les nombres sans dimension

Les valeurs critiques du nombre de Richardson Ri sont données dans le tableau ci-dessous pour les plaques horizontales plates. Distinction entre laminaire et turbulent est basée sur nombre de Grashof Gr pour la convection libre et le nombre de Reynolds Re pour la convection forcée. Les différents modes d'échange et les régimes de l'écoulement d'air sont présentés d'après **Roy et al [2]**.

		Mode de la convection	Régime laminaire	Régime turbulent
Critère général	$\text{Ri} = \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} < 0,1$	Convection forcée	$\text{Re} < 5.10^4$	$\text{Re} > 5.10^4$



**Hsu et al [4]**, dans leur étude numérique sur la convection mixte, ont utilisé une cavité carrée comportant par une chicane (*fig.1.3*). Cette étude a montré l'effet de la variation de la largeur, la hauteur, la position de la chicane et les valeurs du flux de chaleur. Les résultats montrent que la chaleur maximale dissipée provenant de la source lorsque l'ouverture de sortie est située à la partie inférieure de la paroi verticale droite. Une meilleure évacuation de la chaleur est également possible quand la source de chaleur est placée près de l'orifice d'entrée du flux froid. Lorsque la valeur du rapport  $Gr/Re^2$  est constante, la valeur du nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds  $Re$ . De même, le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du rapport  $Gr/Re^2$  et lorsque la valeur  $Re$  est constant.

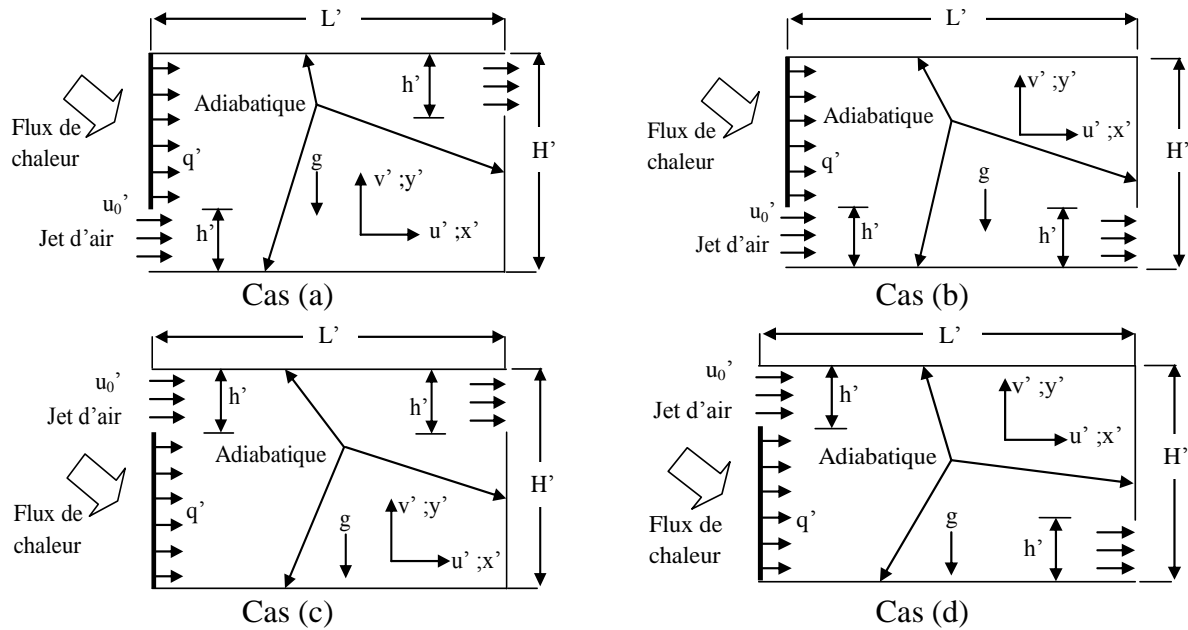


**Figure 1.3 :** Une cavité carrée avec une chicane: cas(a) chicane sur la partie inférieure, cas(b) chicane sur la partie supérieure (Hsu et al [4,5]).

La convection mixte transitoire dans une cavité partiellement comportant une chicane (*fig.1.3*), ont étudié numériquement par **How and Hsu [5]**. Les résultats de l'étude montrent que le transfert de chaleur transitoire et la structure de l'écoulement sont fortement dépendants de la hauteur et l'emplacement de la chicane, et en général, soit des valeurs plus élevées de nombre de Reynolds  $Re$  ou les petites valeurs de nombre de Richardson  $Gr/Re^2$ .

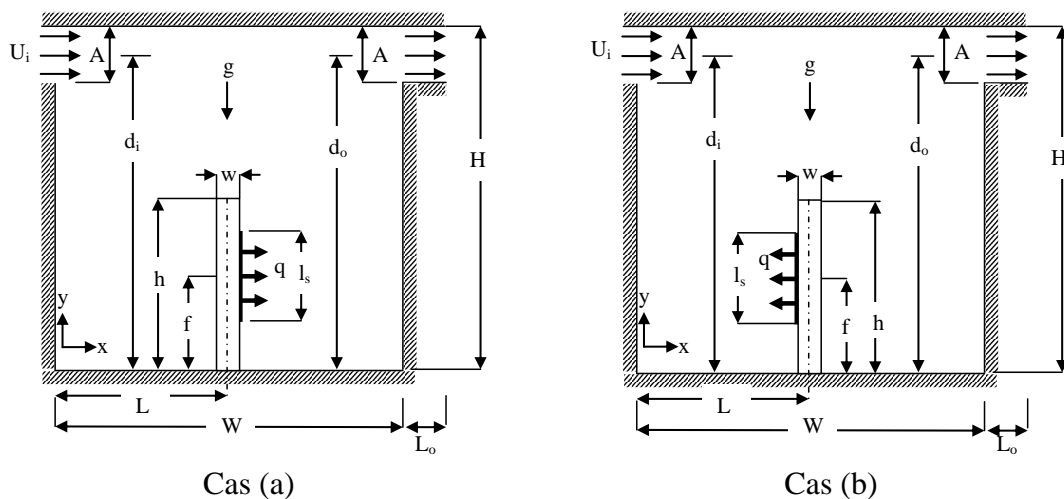
**Raji et Hasnaoui [6,7]**, dans leur étude numérique sur la convection mixte laminaire dans une cavité rectangulaire ventilée, le flux de chaleur est imposé sur la paroi verticale gauche et les autres parois sont maintenues adiabatiques(*fig. 1.4*). Pour des nombres de Rayleigh  $Ra$  entre  $10^3$  et  $5.10^6$ , et des nombres de Reynolds  $Re$  entre 5 et 5000 et un rapport d'ouvertures entrée et sortie  $B = 0,25$ , l'objectif était d'examiner le champ thermique et dynamique afin de proposer des relations de corrélation. L'étude montre que pour une valeur de nombre de Rayleigh  $Ra$  donnée, les températures moyenne et maximale diminuent pour les deux configurations (BT et BB), lorsque le nombre de Reynolds est augment. La configuration TT conduit à des températures

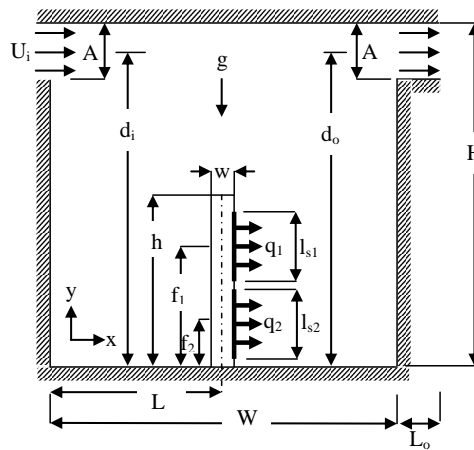
moyennes généralement plus élevées que celles de la configuration TB, avec un écart maximum de 96,45 % obtenu pour  $Ra = 10^6$ .



**Figure 1.4 :** Les configurations utilisées : cas (a) Bas - Haut (BH) ; cas(b) Bas - Bas (BB), cas (c) Haut - Haut (HH) et cas (d) Haut - Bas (HB) (Raji et Hasnaoui [6,7]).

**Hsu et Wang [8]** ont étudié numériquement la convection mixte dans une cavité rectangulaire bidimensionnelle. Les sources de chaleur discrètes sont placées sur une planche (*fig. 1.5*). Les résultats numériques montrent que le nombre de Reynolds  $Re$  et le paramètre de flottabilité  $Gr/Re^2$  affectent les caractéristiques thermiques. L'intégration de la source de chaleur sur la surface droite de la planche, montre indépendante du nombre de Nusselt convectif sur la variation de la position de la source. D'autre part, la source de chaleur est placée sur la surface gauche de la planche, les deux nombres de Nusselt total et convectif dépendent fortement de la variation des positions des deux éléments. Le transfert de la source de chaleur est plus élevé si la conductivité de la planche est plus élevée.

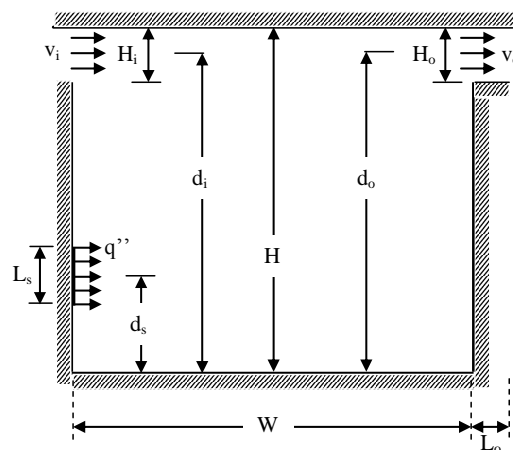




Cas (c)

**Figure 1.5 :** Une cavité rectangulaire avec des sources de chaleur placées sur une planche: cas (a) et cas (b) pour une source de chaleur, cas (c) pour deux sources de chaleurs (Hsu et Wang [8]).

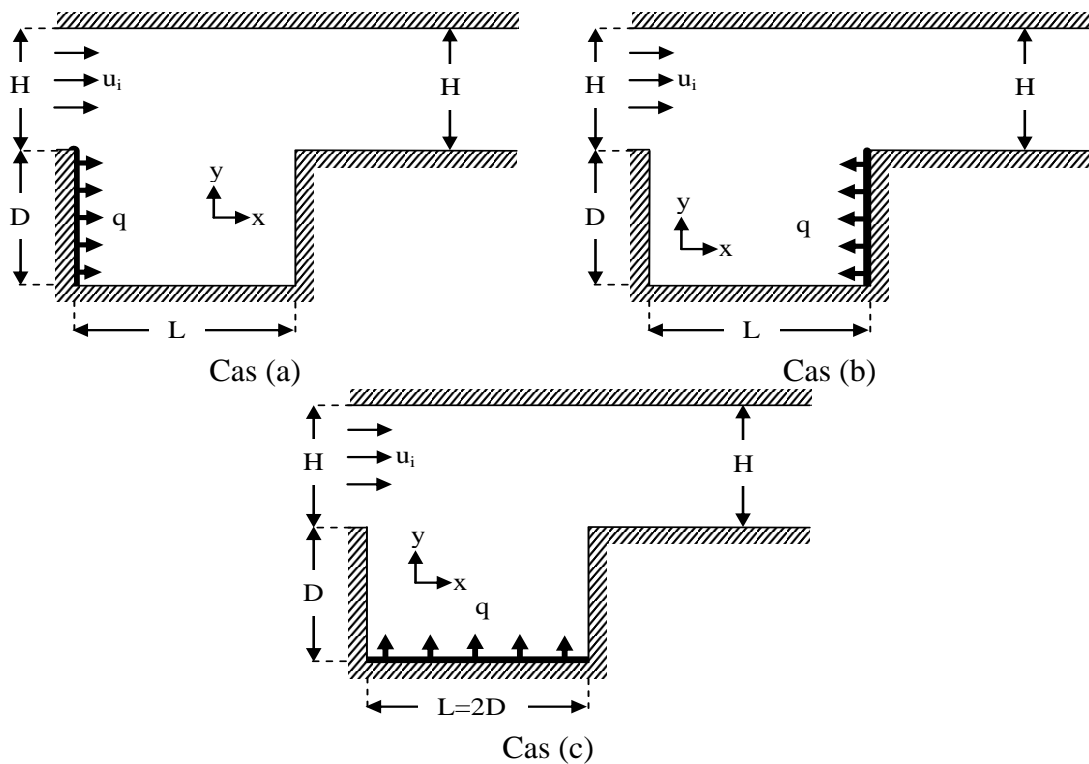
Hsu et Wang [9], pour étudier numériquement la convection mixte laminaire des fluides micropolaires, ont utilisé une cavité carrée avec une source de chaleur localisée sur la paroi gauche (fig. 1.6). Les solutions numériques montrent que l'augmentation de la valeur de Reynolds  $Re$  ou de Grashof  $Gr$  conduit à l'élévation du coefficient de transfert de chaleur. Le coefficient de transfert de chaleur est plus faible pour un fluide micropolaire par rapport à un fluide newtonien. L'effet de la microstructure est très significatif sur les champs thermiques et le champ d'écoulement. La quantité de microrotation dans la cavité augmente lorsque la viscosité tourbillonnaire  $k_v$  augmente.



**Figure 1.6 :** Une cavité carrée avec une source de chaleur localisée sur la paroi gauche (Hsu et Wang [9]).

Manca et al [10] ont utilisé une cavité ouverte (en forme U) avec une paroi chauffée délimitée par une plaque isolée pour étudier numériquement la convection mixte. Les trois modes de chauffage: (a) la paroi chauffée se trouve sur le côté d'entrée; (b) la paroi chauffée se trouve sur le

côté opposée d'écoulement ; (c) la paroi chauffée sur la surface horizontale de la cavité (fig. 1.7). Les résultats de cette étude montrent que les valeurs maximales de température diminuent lorsque le nombre de Reynolds  $Re$  et le nombre de Richardson  $Ri$  augmentent pour les trois configurations. En général, la performance thermique la plus élevée est obtenue pour la configuration (b).



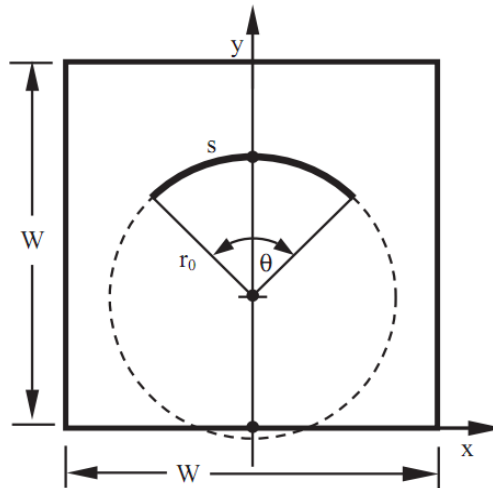
**Figure 1.7 :** Une cavité ouverte (en forme U) avec une paroi chauffée: cas (a) et cas (b) pour une source de chaleur verticale, cas (c) pour une source de chaleur horizontale (Manca et al [10]).

**Tasnim et Collins [11]**, dans leur étude numérique sur le transfert de chaleur laminaire par convection naturelle dans une cavité carrée ont utilisé une chicane en forme d'arc et adiabatique. Les deux parois opposées verticales sont maintenues à des températures constantes mais différentes et les deux parois restantes sont adiabatiques (fig. 1.8). Les résultats de cette étude montrent que le nombre de Rayleigh augmente du champ d'écoulement, cette augmentation est indépendante de la longueur d'arc représentant la forme de la chicane. Le nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude augmente avec l'augmentation de la longueur de l'arc des chicanes.

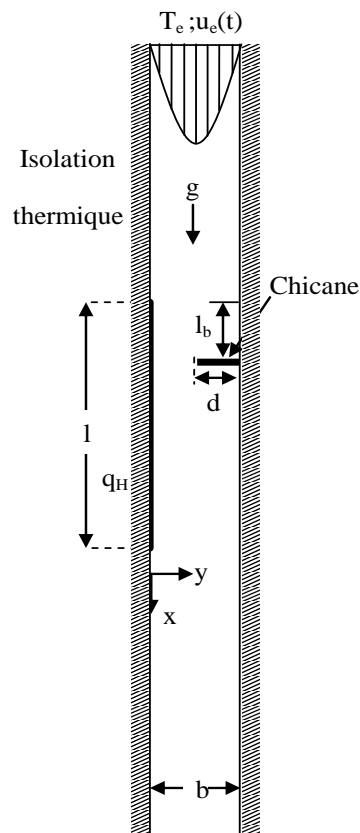
L'étude numérique de l'effet de la chicane horizontale sur les caractéristiques de transfert de chaleur par convection mixte par pulsation dans un canal ouvert vertical (fig. 1.9), a été étudiée par **Chang et Shiau [12]**. L'influence de la fréquence de pulsation, de l'amplitude, du nombre de Prandtl et de la position de la chicane pour différents nombres de Richardson  $Ri$  sont explorées. Les résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur est meilleur lorsqu'on utilise une chicane



et que l'écoulement est pulsé. Le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds, l'amplitude, fréquence de pulsation et du nombre de Prandtl.



**Figure 1.8 :** Une cavité carrée avec une chicane en forme d'arc (Tasnim et Collins [11]).

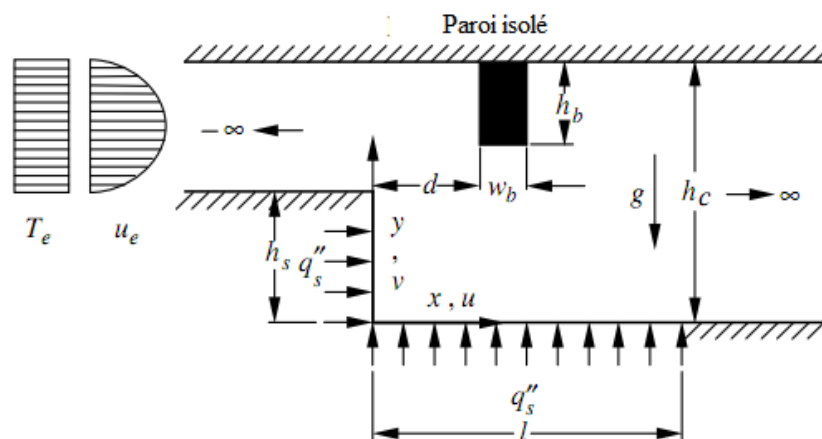


**Figure 1.9 :** Canal vertical ouvert avec chicane soumise à un écoulement avec pulsations (Chang et Shiao [12]).

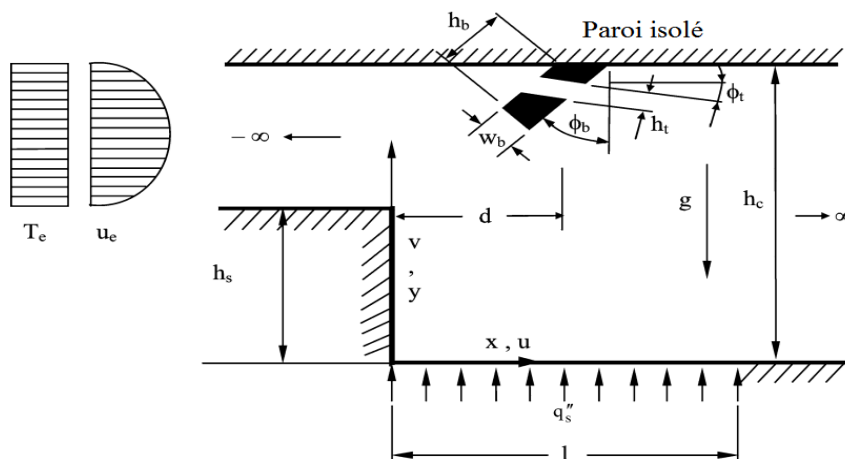
Tsay et al [13] avaient pour objectif dans leur étude d'améliorer le transfert de chaleur dans un canal en installant une chicane sur la paroi horizontale supérieure (fig. 1.10). Les résultats de cette étude montrent que les conditions principales pour l'amélioration du transfert de chaleur varient

avec les conditions découlement et la spécifiée thermique, nécessite une position optimale de l'installation de la chicane. Les effets de la largeur de la chicane sur le transfert de chaleur sont insignifiants avec une différence maximale entre les valeurs du nombre de Nusselt moyen inférieure à 3%.

Les effets de l'installation des chicanes solide et fendu sur la convection mixte dans un canal (fig. 1.11), étudié numériquement par **Cheng et Tsay [14]**. Cette étude montre les effets de la hauteur, de l'inclinaison et de l'installation de chicanes (solide et fendu). Les résultats montrent que la chicane solide provoque la séparation des lignes de courant et entraîne les caractéristiques de transfert de chaleur locales dans la section de chauffée. Cet inconvénient peut être efficacement amélioré lorsque la chicane est fendue. En outre, le nombre de Nusselt moyen dans la section chauffée est amélioré par un maximum de 190 % pour la chicane fendue. Par contre, l'amélioration jusqu' au 230% pour la chicane solide. Concernant la chute de pression à la chicane fendue est plus petite sensiblement que celle à la chicane solide.



**Figure 1.10 :** Un canal avec une chicane installée sur la paroi horizontale supérieure (Tsay et al [13]).



**Figure 1.11 :** Un canal attaché par une chicane inclinée (solide et fendu) (Cheng et Tsay [14]).

Tzeng et al [15] leur étude portait sur la détermination expérimentale des caractéristiques locales et moyens des transferts de chaleur dans les canaux poreux asymétriques chauffés avec et sans chicane métalliques (fig. 1.12). Les résultats montrent que pour les modes B et D, le transfert de chaleur dans la zone d'entrée est plus petit que celui dans les modes A et C, la première chicane en mode B et D empêche la circulation d'air à proximité de la paroi chauffée. Le transfert de chaleur par convection augmente dans tous les modes lorsque le diamètre entre les chicanes sont diminué. D'autre part, les effets de la distance entre les chicanes est plus fort lorsque le nombre de Reynolds augmente. Le transfert de chaleur est considérablement amélioré en mode D. Dans ce cas, l'augmentation de transfert de chaleur est d'environ 20 à 30% en mode D, de 10 à 20% en mode B et d'environ 0 à 12% en mode C.

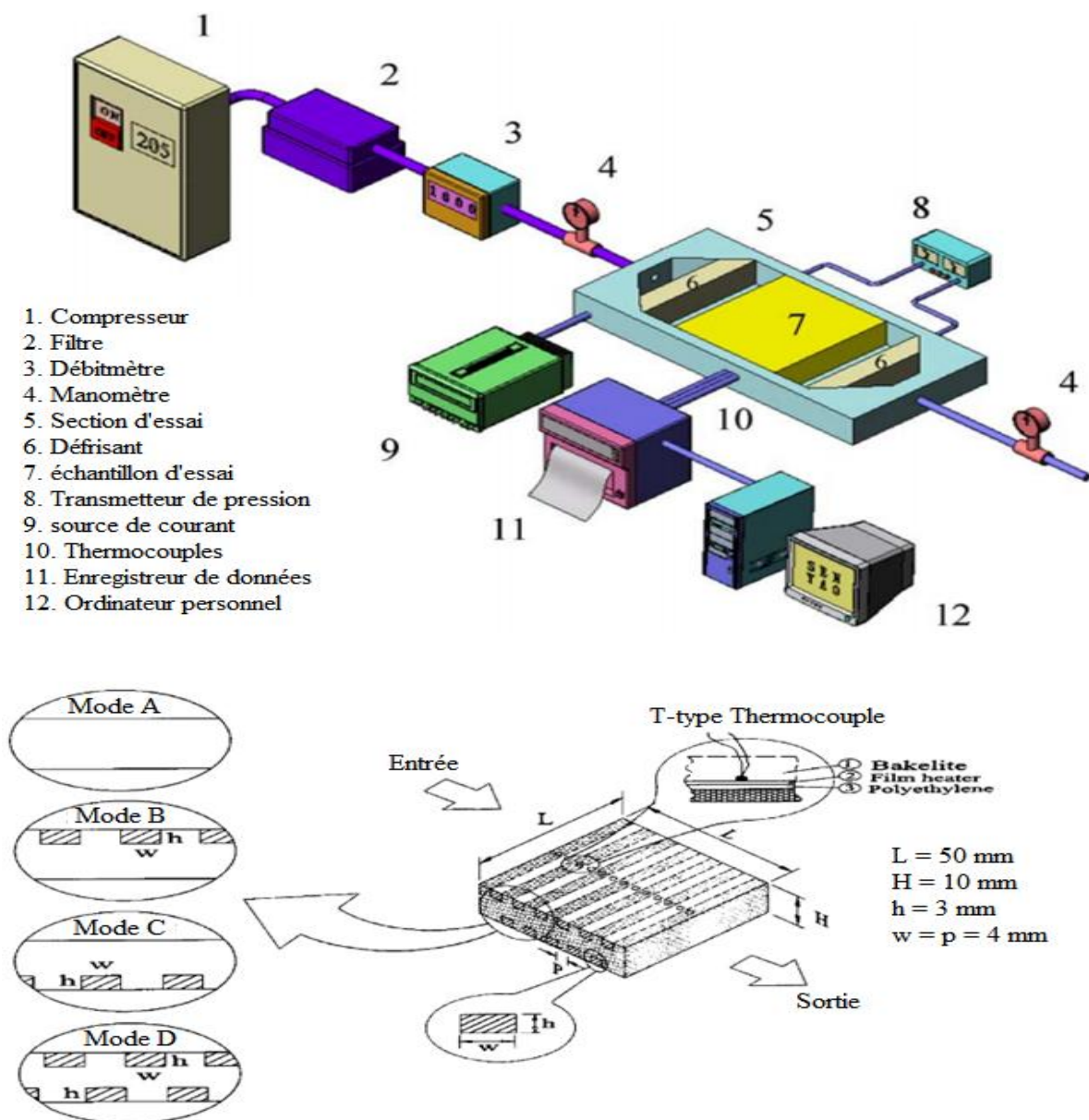
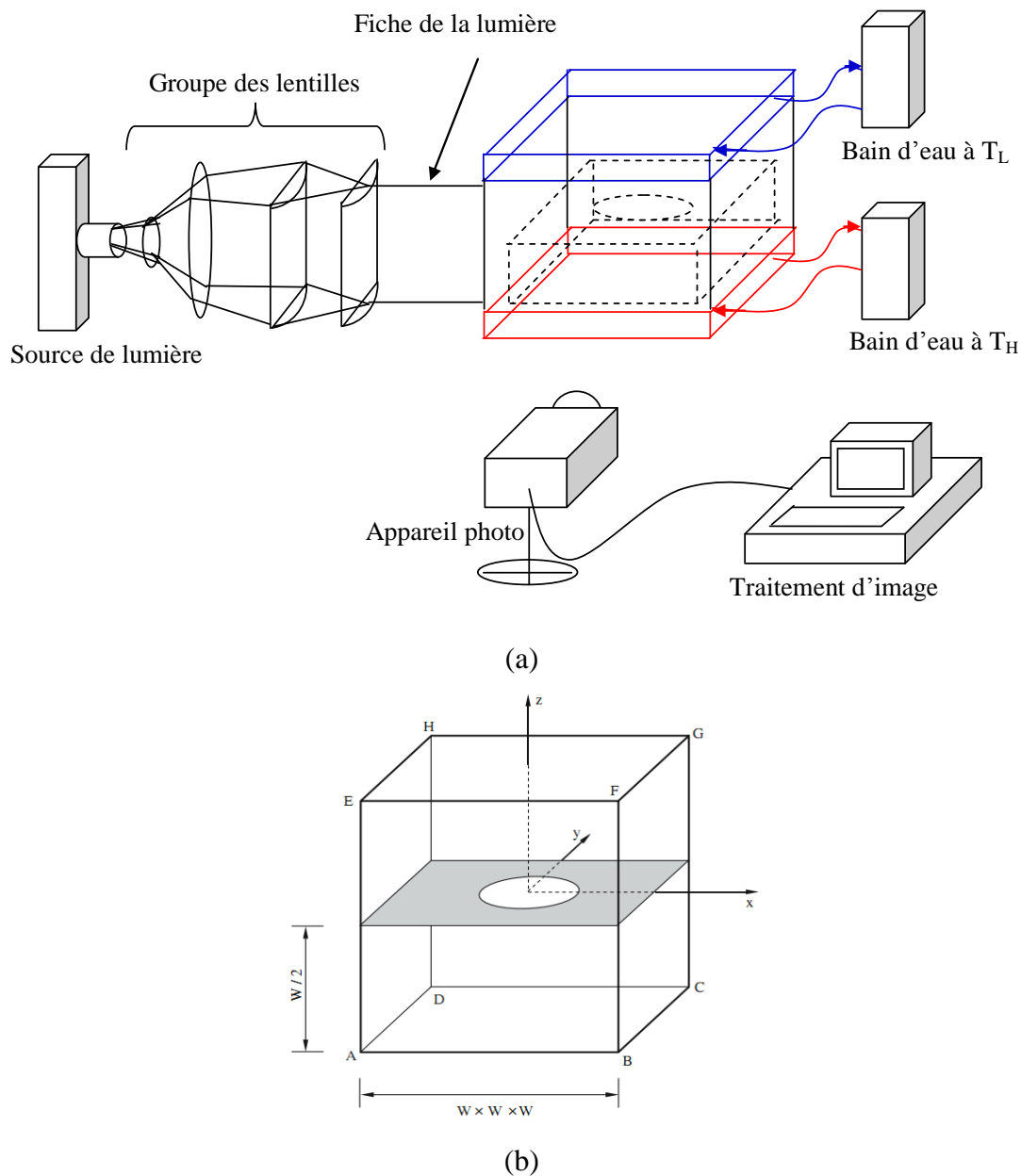


Figure 1.12 : Des canaux poreux asymétriques chauffés avec et sans chicanes (Tzeng et al [15]).

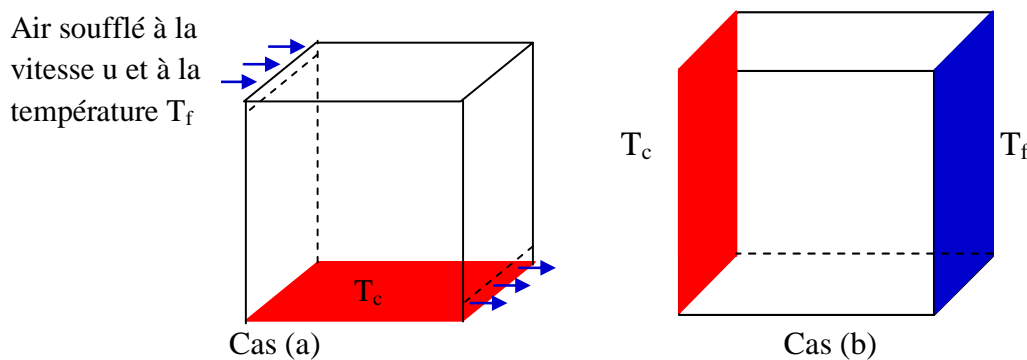
**Li et al [16]** ont étudié expérimentalement et numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité cubique avec une chicane à trou unique à la hauteur médiane (*fig. 1.13*). Les résultats montrent que la structure d'écoulement comprend deux courants à travers l'ouverture de chicane. Le courant ascendant, alimenté par la masse de fluide dans la chambre inférieure, porte une température plus élevée vers la chambre supérieure. De manière correspondante le courant descendant transporte le fluide de température plus basse de la chambre supérieure vers la chambre inférieure. Concernant le modèle numérique, il prend la même allure que celle du champ d'écoulement et du champ thermique. Les résultats numériques coïncident parfaitement avec les résultats de l'expérience.



**Figure 1.13 :** Une cavité cubique avec une chicane à trou unique: (a) expérimental, (b) numérique (Li et al [16])

**Ezzouhri et al [17]** ont simulé numériquement en 2D 3D les écoulements en convection naturelle et mixte dans les cavités anisothermes fermées et ventilées (*fig. 1.14*). Pour la convection naturelle en cavité fermée anisotherme, les résultats 2D de la Simulation des Grandes Structures (SGS) reproduisent correctement ceux de la simulation numérique directe (DNS). Les comparaisons sont encore plus proches en 3D.

Pour la convection mixte en cavité ventilée anisotherme avec soufflage et extraction d'écoulement, les résultats de SGS permettent également de représenter le phénomène d'hystérésis détecté expérimentalement, avec cependant un léger retard pour le rétablissement d'un sens horaire de circulation de l'écoulement en augmentant le nombre de Reynolds  $Re$ .



**Figure 1.14** : Les deux configurations : (a) cavité ventilée, (b) cavité fermée (Ezzouhri et al. [17]).

**Lin et al [18]** ont proposé une nouvelle conception d'un micro-mélangeur passive employant par plusieurs chicanes en forme de J dans le canal pour améliorer le mélange (*fig. 1.15*). Les performances du dispositif de mélange a été étudié expérimentalement et par simulation numérique. Les résultats expérimentaux sont bon accord avec ceux des résultats de simulation. Cependant, les pourcentages de mélange dans les expériences étaient plus petits que celles prédites par les résultats de la simulation, sans doute en raison des différents liquides utilisés pour l'essai, la rugosité de la paroi et les erreurs de fabrication possibles.

**Chung et al [19]** ont étudié numériquement et expérimentalement le processus de mélange dans les chambres de mélange du micro-mélangeur plan avec trois chicanes à hauteur variée (*fig. 1.16*). Les résultats de l'expérience confirment les résultats de simulation qualitativement, concernant la hauteur de la chicane, elle est très importante pour l'amélioration de l'efficacité de mélange du fluide ainsi que le nombre de Reynolds  $Re$ . L'augmentation de la hauteur de chicane et le nombre de Reynolds  $Re$ , d'une part, provoque un meilleur mélange convectif basé sur la recirculation, et d'autre part, elle améliore l'efficacité de mélange grâce à la chicane attachée sur la paroi supérieure.

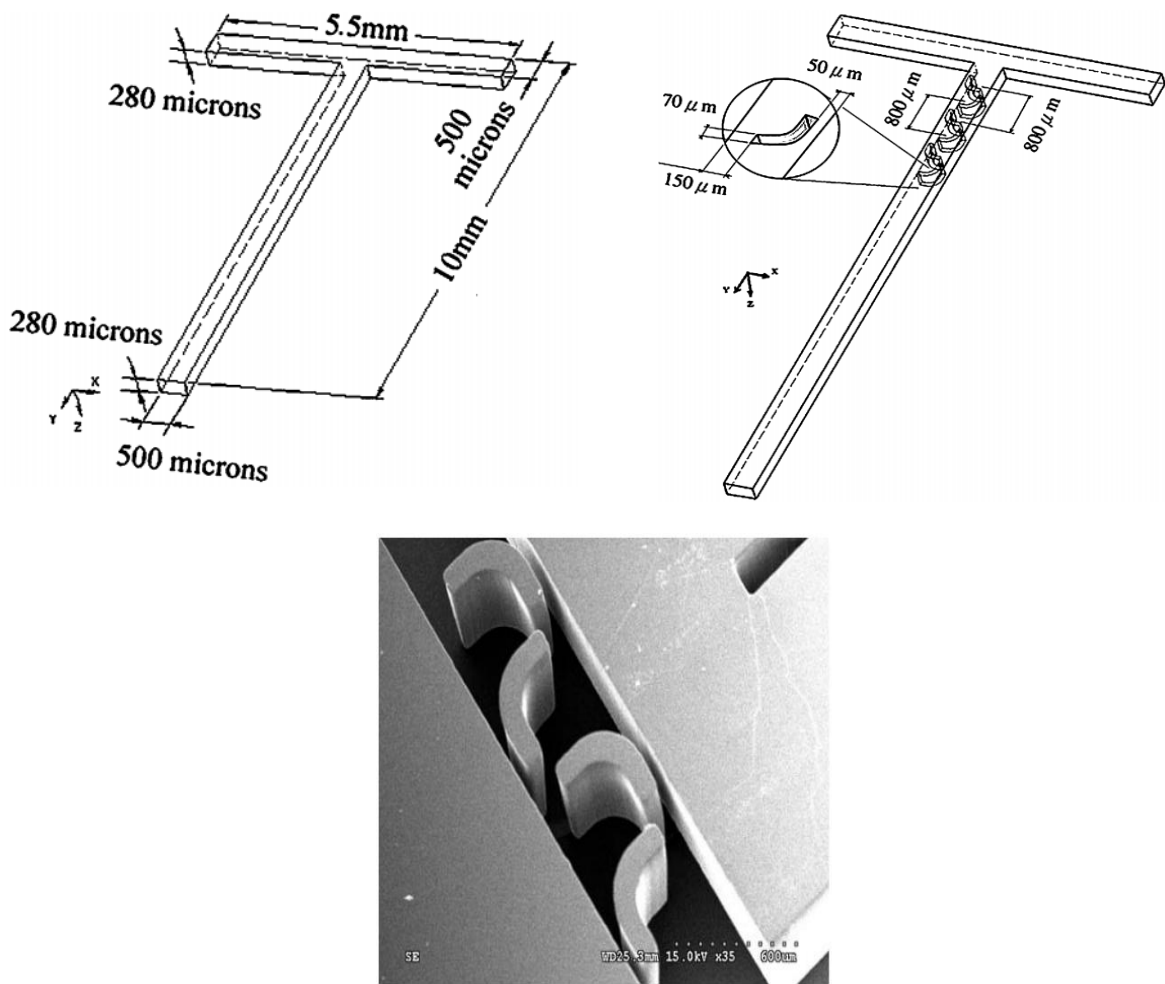


Figure 1.15: Mélangeur avec des chicanes en forme de J (Lin et al [18]).

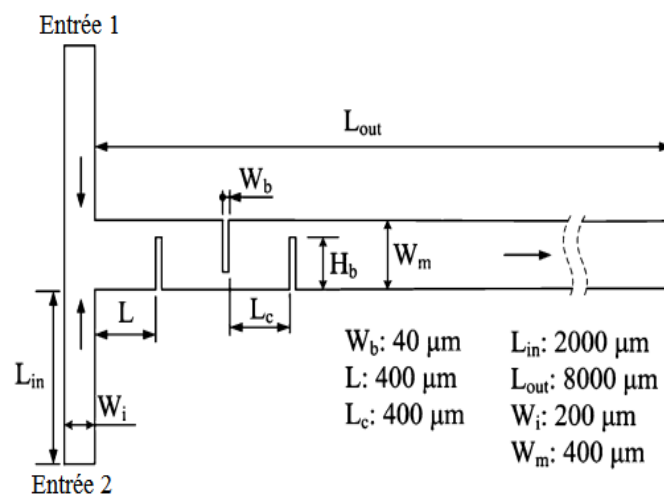
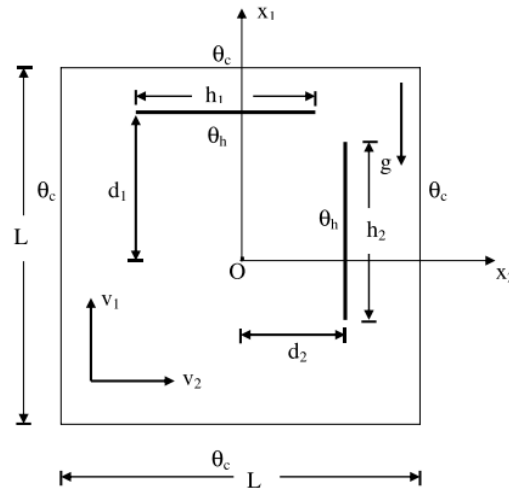


Figure 1.16 : Micro-mélangeur plan avec trois chicanes (Chung et al [19]).

Kandaswamy et al [20] dans leur étude numérique sur l'effet de rapport chicane-cavités sur les caractéristiques de transfert thermique et de l'écoulement du fluide, ont utilisé une cavité carrée avec des chicanes orthogonales chauffées (fig. 1.17). Les résultats montrent que le transfert de

chaleur net peut être amélioré lorsque la longueur de la chicane verticale est plus grande et indépendamment de sa position. D'autre part, une augmentation de la longueur de la chicane horizontale peut favoriser le transfert de chaleur seulement quand elle se trouve en dessous du centre de la cavité. Le mouvement ascendant de la chicane horizontale conduit à un nombre de Nusselt moyen petit.



**Figure 1.17 :** Une cavité carrée avec des chicanes orthogonales chauffées (Kandaswamy et al [20]).

**Saha et al. [21]** ont effectué une analyse numérique sur la convection mixte dans une cavité rectangulaire (*fig. 1.18*). Quatre configurations ayant plusieurs entrées et sorties ont été étudiées pour un nombre de Reynolds à 100 et une gamme de nombre de Richardson entre 0 à 10. Les résultats trouvés montrent que le positionnement des entrées et des sorties a une importance sur la variation du nombre de Nusselt moyen. Les configurations TT et BT ont des performances similaires, tandis que les configurations BB et TB sont de même nature mais un taux de transfert de chaleur moins efficace. En outre, la configuration TB produit un refroidissement plus efficace.

La simulation numérique sur les effets de la variation des angles d'inclinaison des chicanes sur le transfert de la chaleur et de l'écoulement des fluides dans un échangeur de chaleur avec une chicane en forme hélicoïdal (*fig. 1.19*), a été réalisée par **Lei et al [22]**. Les résultats montrent que le nombre de Nusselt moyen du faisceau tubulaire augmente avec l'angle d'inclinaison de la chicane ( $< 30^\circ$ ), et diminue lorsque l'angle d'inclinaison des chicanes augmente ( $> 30^\circ$ ). En outre, La chute de pression diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison de la chicane. Cependant, les effets de l'angle d'inclinaison de la chicane sur la chute de pression sont faibles lorsque l'angle est supérieur à  $40^\circ$ . Les performances de l'échangeur de chaleur et la chute de pression sont bon lorsque l'angle d'inclinaison de la chicane est  $45^\circ$ .

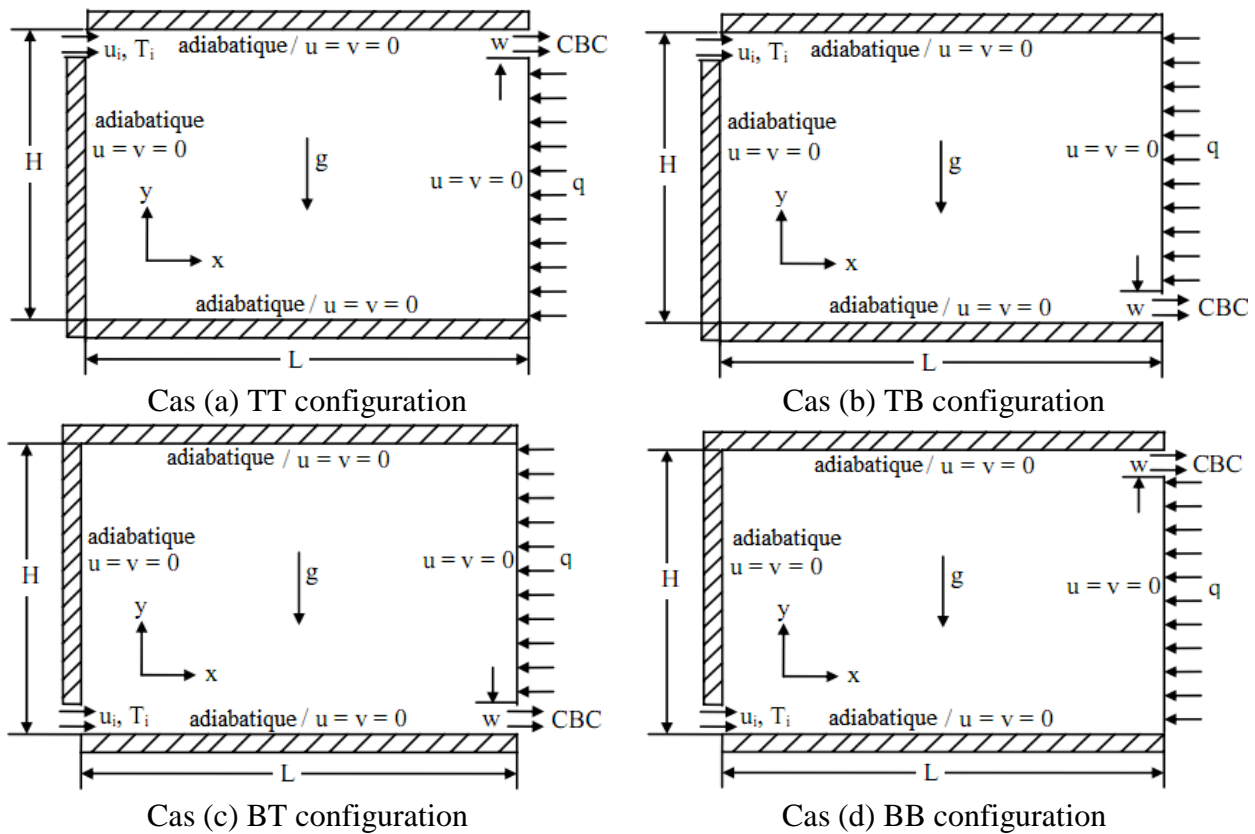


Figure 1.18 : Les quatre formes de configuration dans une cavité rectangulaire (Saha et al [21]).

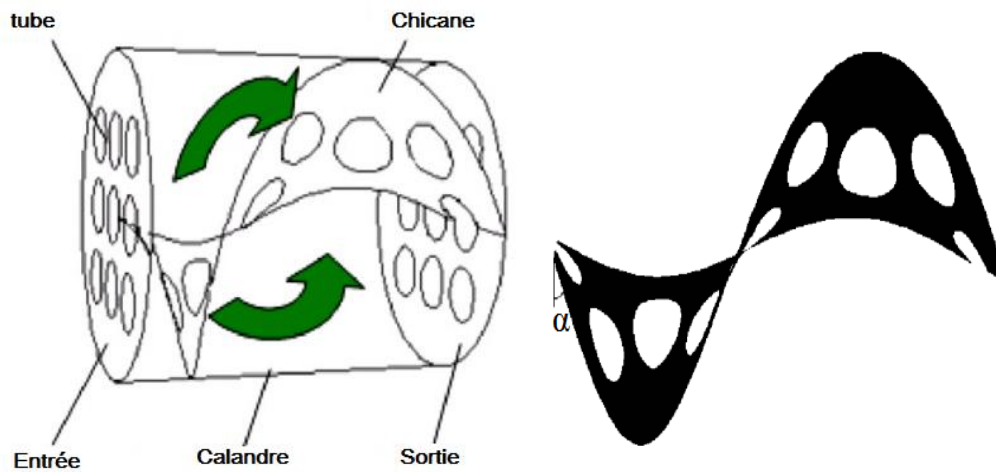
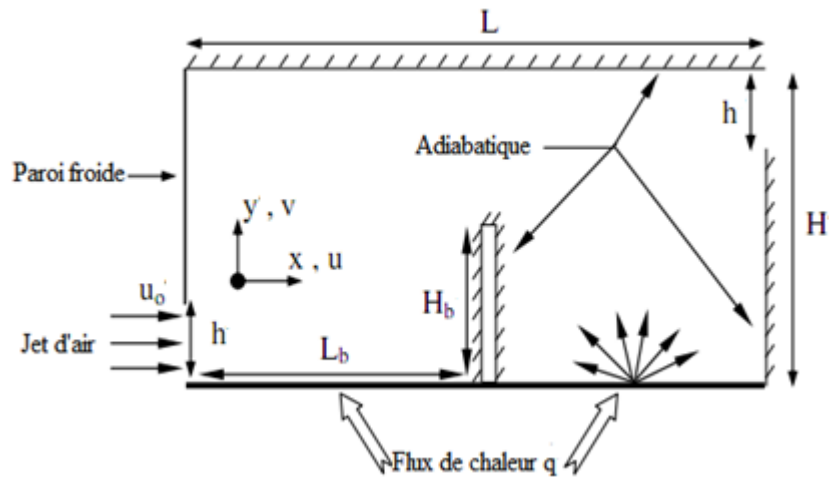


Figure 1.19 : Un échangeur de chaleur avec une chicane en forme hélicoïdal (Lei et al [22]).

Bahlaoui et al [23] ont étudié numériquement la convection mixte combinée avec la radiation des surfaces dans une cavité rectangulaire partitionnée (fig. 1.20). Les résultats de l'étude montrent que l'effet de rayonnement conduit à une meilleure homogénéisation de la température à l'intérieur de la cavité en réduisant l'espace de la zone froide à la zone d'entrée. Ils ont constaté que l'effet de rayonnement permet de réduire la composante de convection et le nombre Nusselt, ces derniers sont favorisés par le nombre de Reynolds  $Re$  et la position de la chicane par rapport à l'entrée. Ces

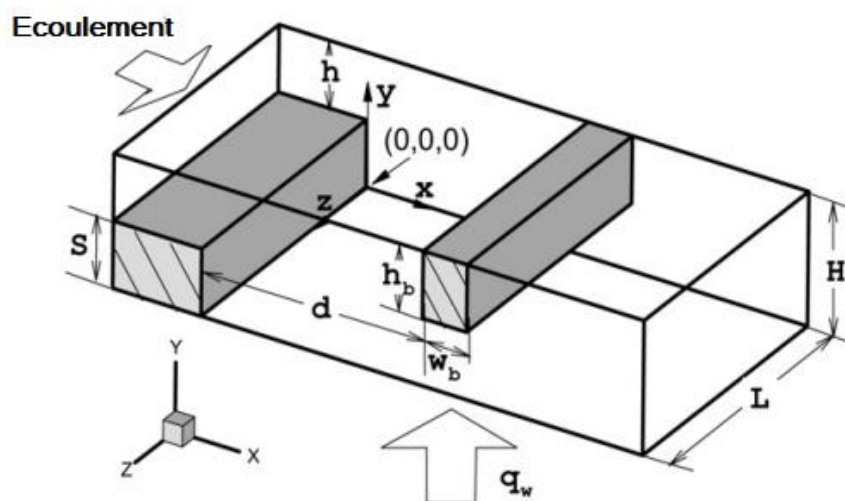


paramètres ont un effet positif sur le transfert de chaleur total.



**Figure 1.20:** Une cavité rectangulaire ventilée partitionnée par une chicane (Bahlaoui et al [23]).

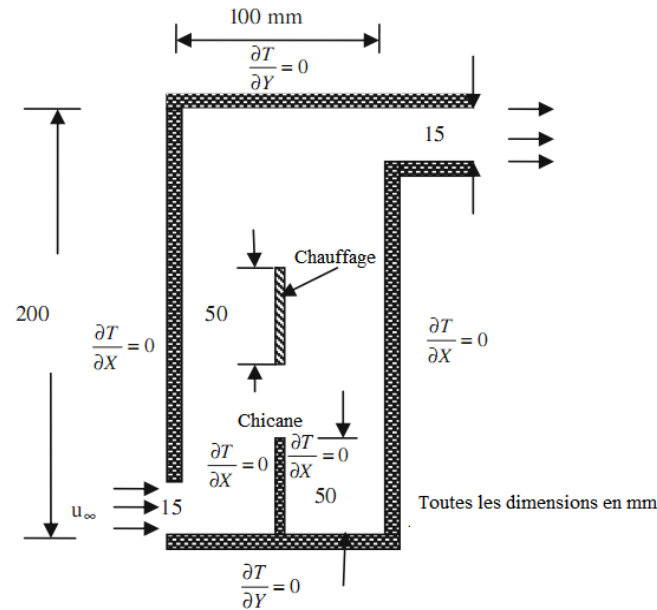
Les effets de la chicane sur la convection forcée laminaire dans un canal rectangulaire tridimensionnel (*fig. 1.21*), a été réalisée par **Nie et al [24]**. Les résultats montrent que l'installation d'une chicane sur la paroi supérieure améliore le transfert de chaleur, en même temps augmente l'ampleur du nombre de Nusselt maximal. Le nombre de Nusselt est amélioré lorsque la circulation du fluide est à la proximité de la paroi latérale, et la position de la chicane déplacée plus loin à l'entrée de la cavité. Le coefficient de frottement à la paroi attachée diminue lorsque la distance entre la chicane et l'entrée augmente.



**Figure 1.21 :** Un canal rectangulaire tridimensionnel (Nie et al [24]).

**Radhakrishnan et al [25]** ont étudié numériquement et expérimentalement la convection mixte à partir d'un élément générateur de la chaleur dans une cavité ventilée avec et sans de chicane (*fig.1.22*). Les simulations numériques sans chicanes montrent que le flux principal dans la chambre est concentré près de la paroi de droite. Quand la chicane est placée au centre de la paroi inférieure,

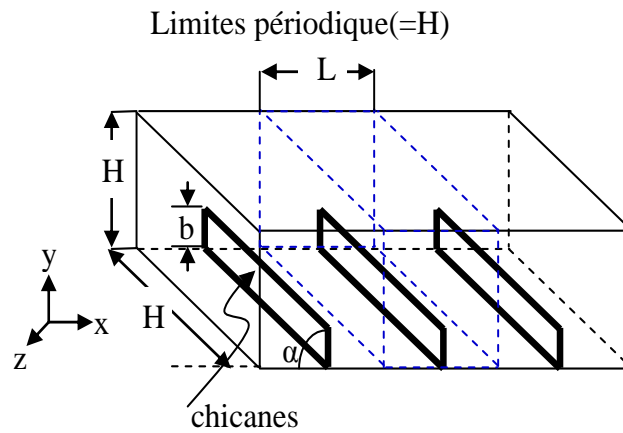
le flux est effectivement détourné vers le générateur de chaleur et améliore la vitesse de refroidissement par rapport au cas sans chicane. D'autre part, l'installation de la chicane sur la paroi droite n'a aucun effet sur la vitesse de refroidissement. Les résultats expérimentaux ont été traités pour évaluer les corrélations utiles pour les températures maximales adimensionnelles et le nombre de Nusselt  $Nu$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  et du nombre de Richardson  $Ri$ .



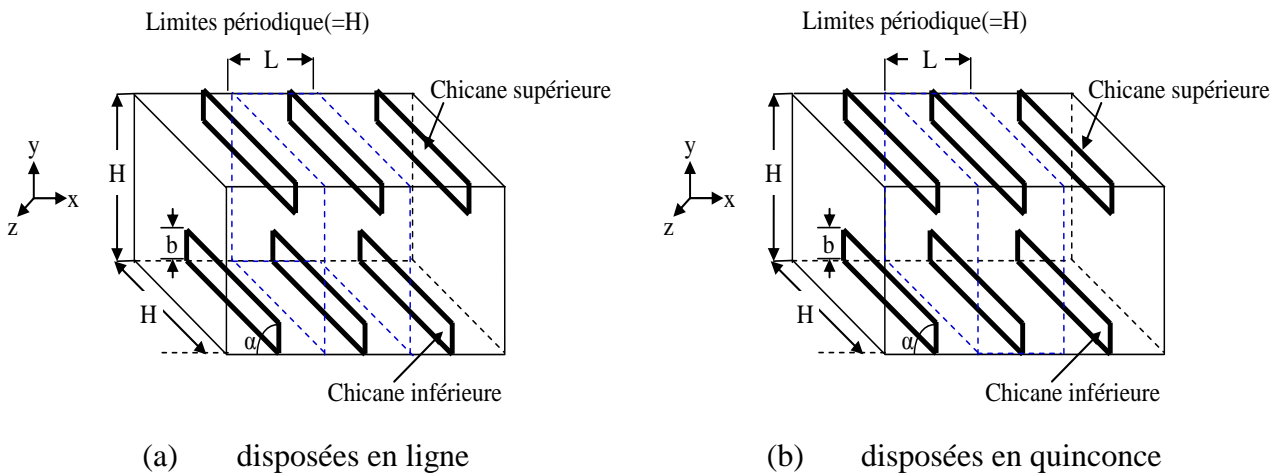
**Figure 1.22 :** Une cavité ventilée avec et sans de chicane (Radhakrishnan et al [25]).

**Promvonge et al [26]**, dans leur étude numérique sur l'écoulement périodique laminaire et le transfert de chaleur, ont utilisé un canal carré tridimensionnel comportant des chicanes inclinées  $45^\circ$  placées sur la paroi inférieure (*fig. 1.23*). Les résultats montrent que l'amélioration est plus élevée en utilisant des chicanes. Cependant, l'augmentation est associée à une perte de pression plus grande allant de 2 à 75 fois au-dessus de celle du canal lisse. L'amélioration du transfert de chaleur est plus significative pour une chicane placée à  $45^\circ$  que celle placée à  $90^\circ$ . La perte de charge pour une chicane placée à  $45^\circ$  est 10 à 25% plus petite que celle d'une chicane placée à  $90^\circ$ .

**Promvonge et al [27]** ont étudié numériquement les caractéristiques d'un écoulement et du transfert de chaleur périodique laminaire dans un canal carré équipé de chicanes verticales  $90^\circ$  et inclinés  $45^\circ$ , disposées en ligne et en quinconce sur deux murs opposés (*fig. 1.24*). L'ordre est amélioré d'environ 150- 850% pour l'utilisation des chicanes  $45^\circ$  avec  $B = 0,05 - 0,3$ . Cependant, l'augmentation du transfert de chaleur est associée à une perte de pression plus grande allant de 2 à 70 fois au-dessus de celle d'un canal lisse. Les chicanes à l'angle d'inclinaison  $45^\circ$  prend des facteurs d'amélioration thermiques plus élevé par rapport les chicanes à l'angle  $90^\circ$ . Pour les angles d'inclinaison des chicanes à  $45^\circ$ , les valeurs du transfert de chaleur sont de l'ordre de 100 à 200% supérieures à celles des chicanes à  $90^\circ$ , et la perte de charge est réduite d'environ 10 à 150%.

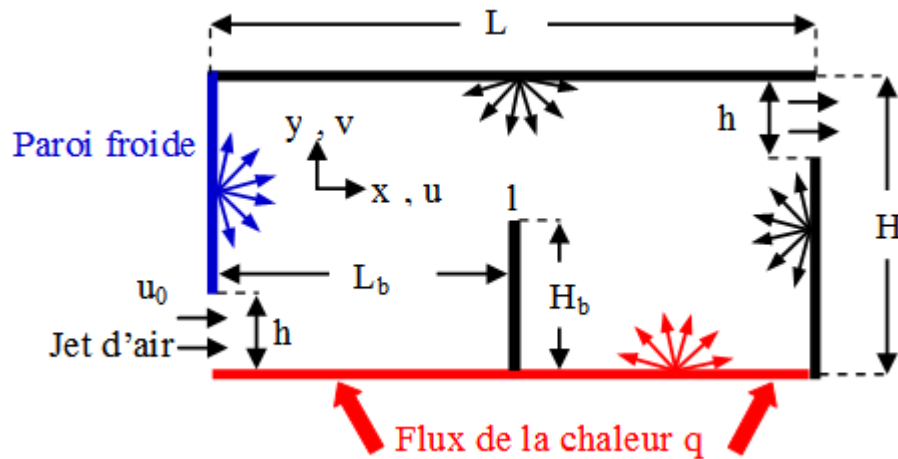


**Figure 1.23 :** Un canal carré tridimensionnel comportant des chicanes inclinées (Promvong et al [26]).



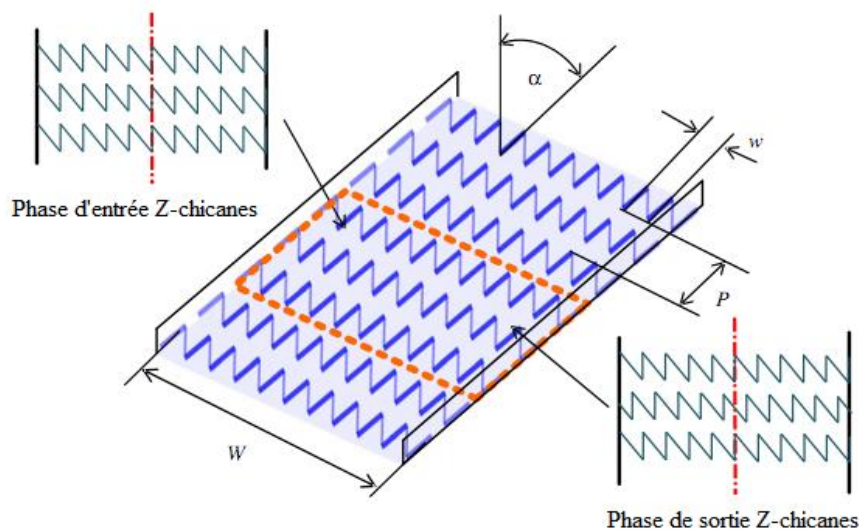
**Figure 1.24 :** Un canal carré équipé par des chicanes (Promvong et al [27]).

**Bahlaoui et al [28]** ont étudié numériquement l'effet de la hauteur de chicane sur la convection mixte combinée avec une radiation des surfaces dans une cavité rectangulaire ventilée (*fig. 1.25*). Les résultats de l'étude montrent que la hauteur relative de chicane  $B$ , contribue à l'augmentation / (diminution) de la composante de transfert de chaleur radiatif / (convectif) au niveau de la paroi chauffée. L'effet de rayonnement conduit à une réduction de la composante de nombre de Nusselt de convection, mais le nombre de Reynolds  $Re$ , prend les deux modes de transfert de chaleur convectif et radiatif. Les paramètres  $Re$  et l'émissivité de la surface sont considérés comme ayant un effet positif sur le transfert de chaleur totale.



**Figure 1.25 :** Une cavité rectangulaire ventilée avec la variation de la hauteur de la chicane (Bahlaoui et al [28]).

**Sriromreun et al [29]** ont examiné le transfert de chaleur et les caractéristiques du frottement de l'écoulement dans un canal avec des chicanes en forme Z (fig. 1.26). Une étude expérimentale et numérique en régime turbulent a été réalisée à cet effet. Le nombre de Nusselt  $Nu$ , le coefficient de frottement et le facteur d'amélioration de performance thermique dépendent de la hauteur de chicane et du nombre de Reynolds  $Re$ . Il est intéressant de noter que le nombre de Nusselt  $Nu$  tend à augmenter avec l'augmentation du nombre de Reynolds  $Re$  et la hauteur de la chicane, mais la phase d'entrée des Z-chicanes est plus performante que celui de la phase de sortie. En outre, la présence des chicanes en forme de Z conduit à une augmentation importante de la perte de frottement par rapport à un canal lisse (sans chicanes). Le facteur d'amélioration de performance thermique des chicanes en forme de Z à phase d'entrée tend à diminuer avec l'augmentation de  $Re$ .



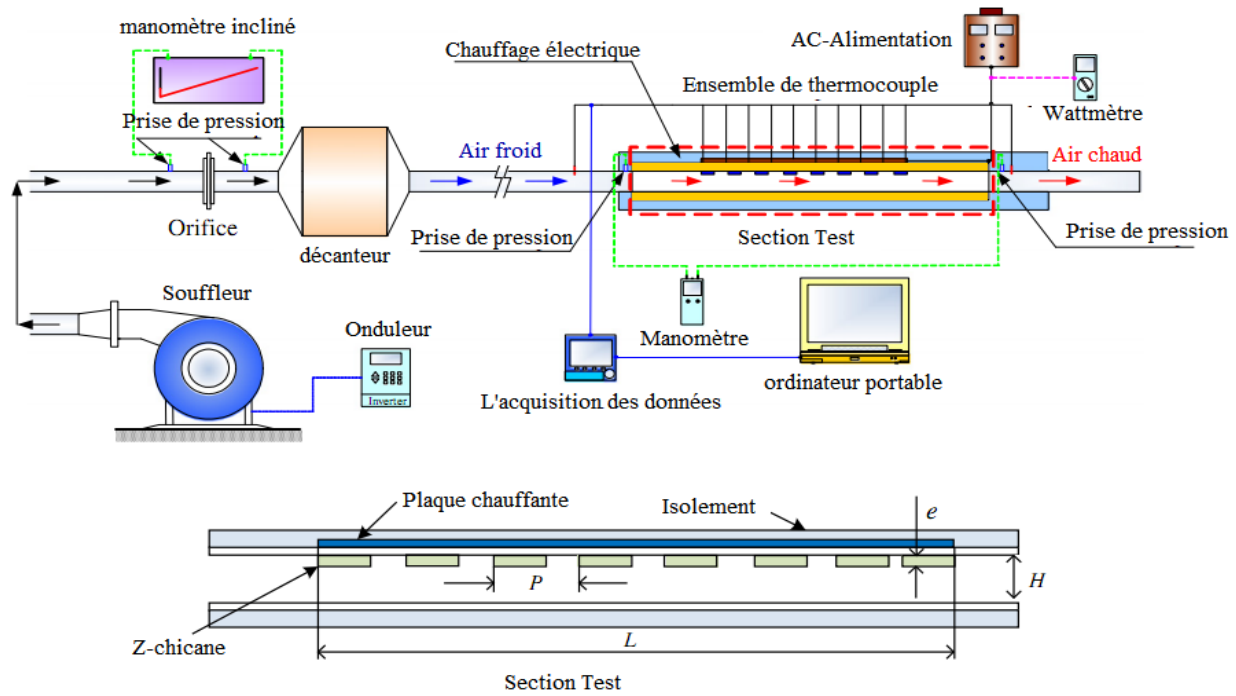
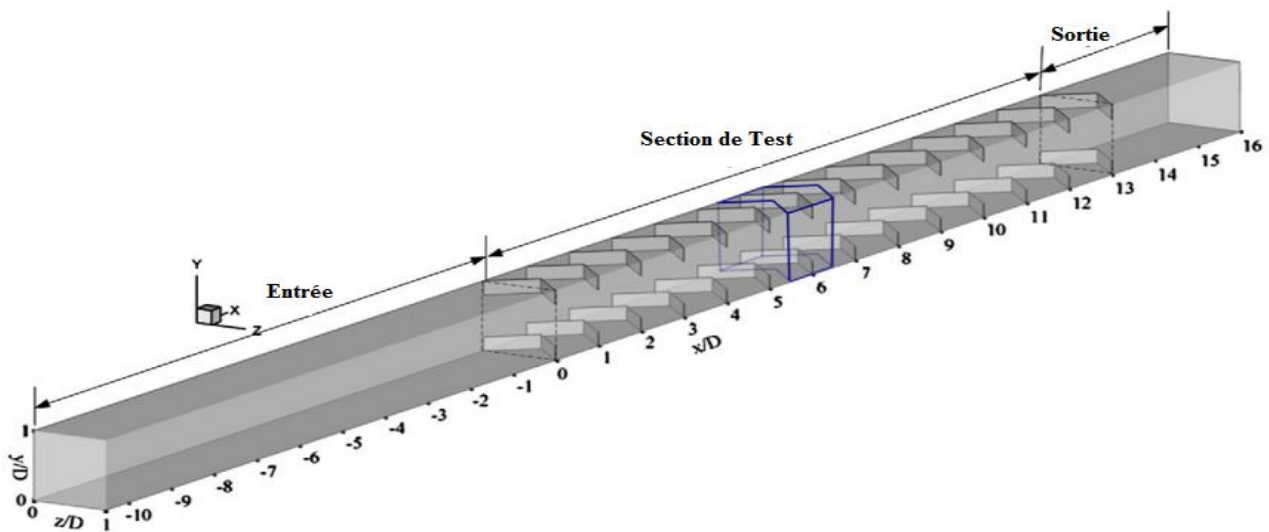
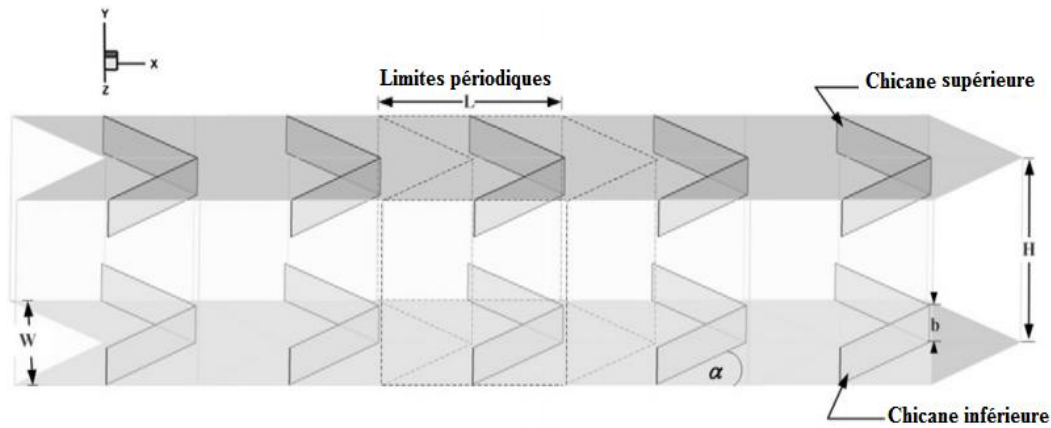


Figure 1.26 : Un canal avec des chicanes en forme Z (Sriromreun et al [29]).

Promvong et al [30] ont étudié numériquement l'écoulement laminaire et les caractéristiques thermiques dans un canal carré comportant plusieurs obstacles en ligne, des chicanes en forme de V à 45°, sur les parois supérieure et inférieure (fig. 1.27). Les résultats trouvés montrent que le transfert de chaleur plus élevé que celui d'un canal lisse (sans chicanes). Cependant, l'amélioration du transfert de chaleur entraîne une augmentation de la perte de charge d'environ 1,1 à 225 fois par rapport à celle d'un canal lisse. Par comparaison aux chicanes inclinées à 45° et disposées en ligne [27], les chicanes en forme de V placées dans un canal fournissent une performance thermique supérieure d'environ 20%.

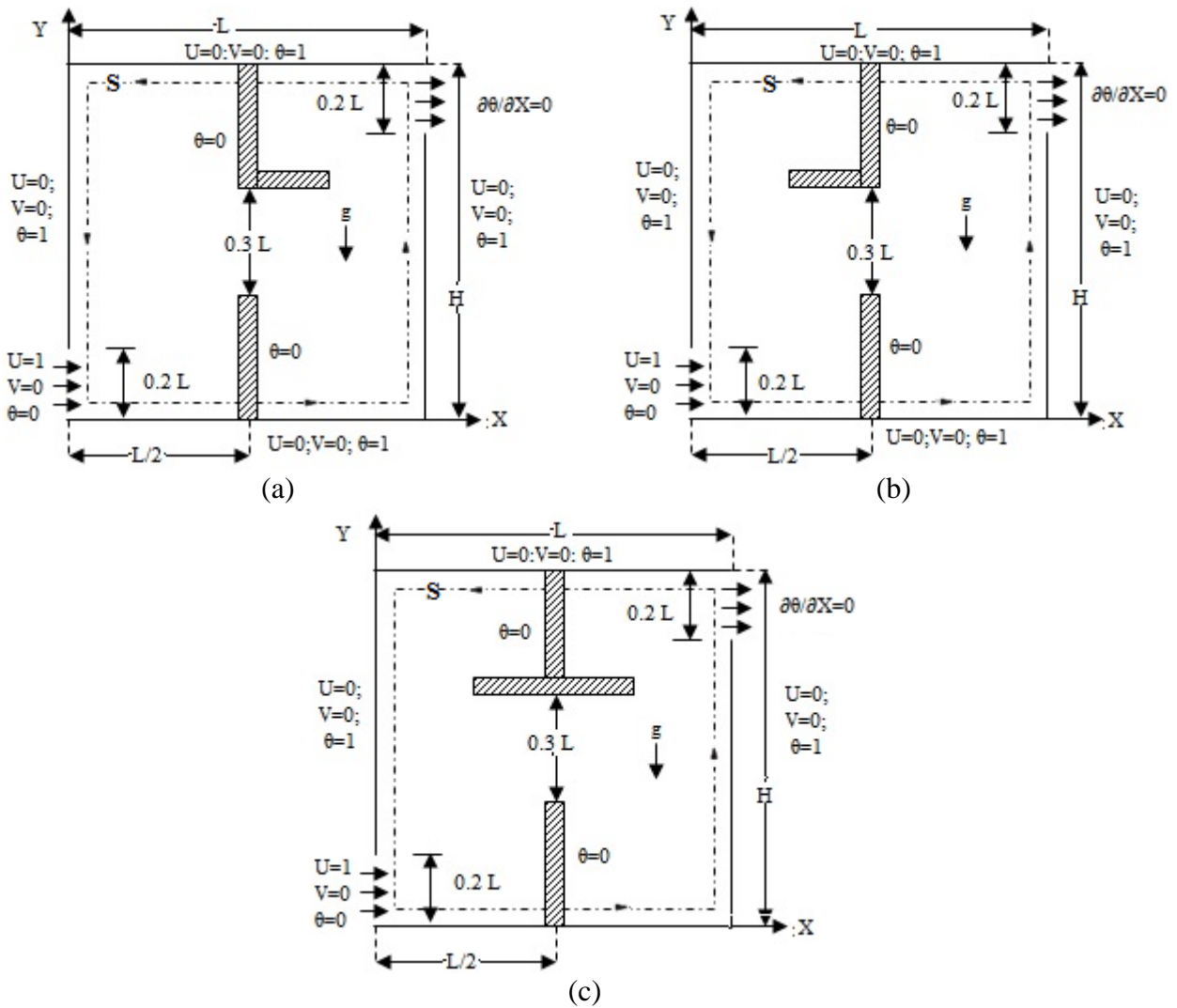




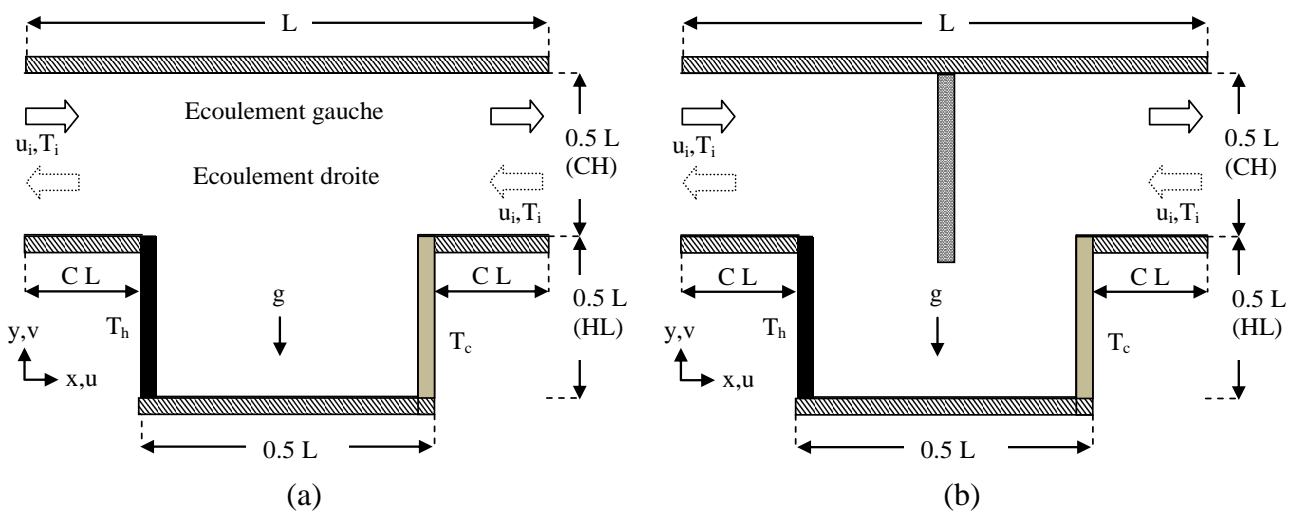
**Figure 1.27 :** Un canal carré comportant des obstacles en ligne en forme de V (Promvonge et al [30]).

**Kalidasan et al [31]** ont réalisé une étude numérique bidimensionnelle du transfert de chaleur par convection mixte dans une cavité carrée contenant une chicane partielle centrale fixé à l'aide chicane orthogonale (*fig. 1.28*). Les résultats montrent que la combinaison de la chicane partielle verticale et de la chicane transversale provoque une influence très importante sur le transfert de chaleur par convection naturelle à l'intérieur de la cavité. Le nombre de Rayleigh augmente de  $Ra = 10^3$  à  $Ra = 10^4$  et provoque une augmentation de la convection forcée, cette dernière crée des cellules de la convection de Rayleigh Bénard à la région inférieure droite de la cavité. La chicane transversale froide accélère le transfert de chaleur à l'intérieur de la cavité, indépendamment de sa position et de sa longueur. Le transfert de chaleur s'intensifie lorsque le nombre de Rayleigh augmente. La conduction domine lorsque  $Ra = 10^3$  par contre lorsque  $Ra \geq 10^4$  c'est la convection qui domine.

**Sharma et al [32]** ont étudié numériquement la convection mixte dans un canal en forme de U avec un écoulement à deux directions (*fig. 1.29*). Les résultats montrent que pour un écoulement externe dans la direction gauche, l'emplacement de la chicane près de la paroi chaude est préférable, lorsque la hauteur de la chicane est  $B > 0,5$ . Dans le cas d'un écoulement imposé dans la direction droite, la chicane située plus proche de paroi froide droite est préférable, lorsque la hauteur de chicane est  $B = 0,5$  et le nombre de Richardson est d'environ 0,1 à 1. D'autre part, la performance est préférable lorsque la chicane plus proche de la paroi chaude gauche et la valeur du nombre de Richardson est  $Ri = 10$ . En général, La hauteur optimale de la chicane devrait être d'environ 0,50 pour obtenir l'amélioration maximale à tout endroit de la chicane (gauche, centre et droite). La puissance de pompage et la chute de pression augmentent avec la hauteur de la chicane.



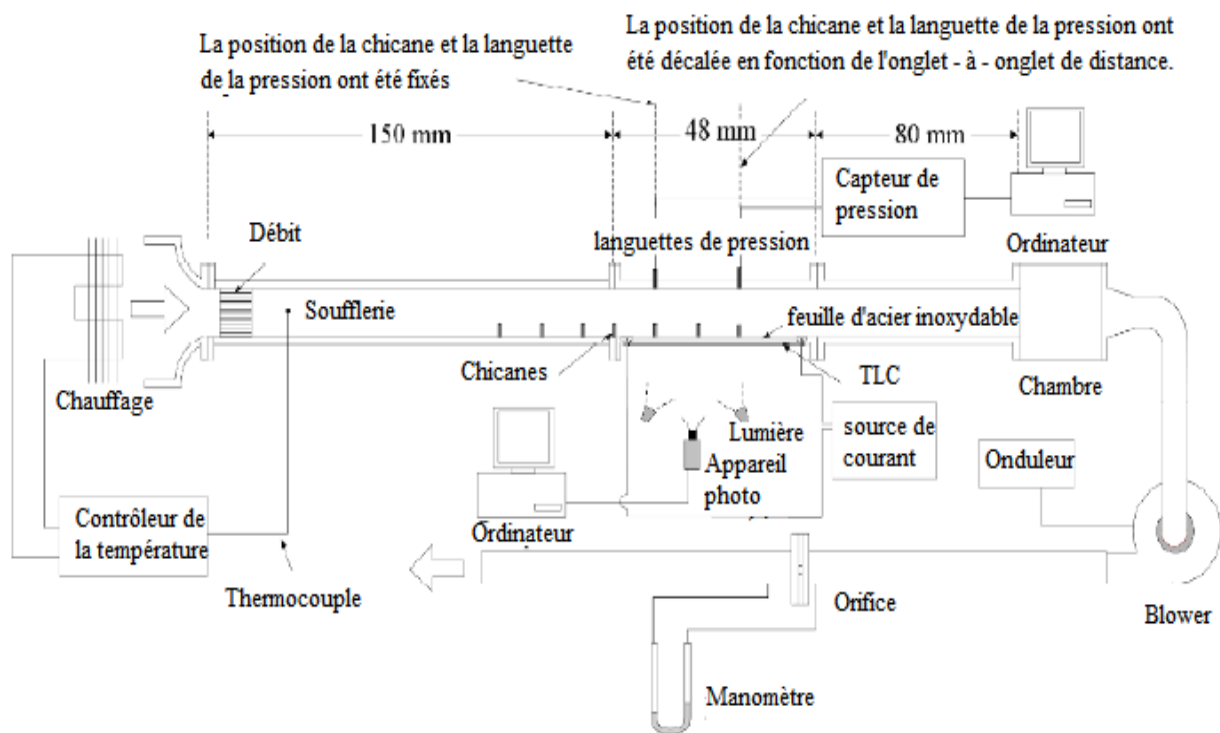
**Figure 1.28 :** Une cavité carrée contenant une chicane partielle centrale et une chicane orthogonale: (a) gauche ; (b) droite ; (c) les deux directions (Kalidasan et al [31]).



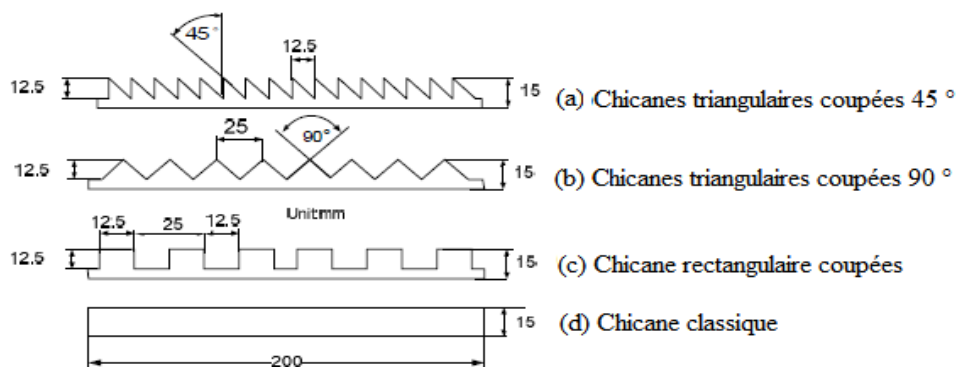
**Figure 1.29 :** Un canal en forme de U avec un écoulement à deux directions: (a) sans chicane; (b) avec chicane (Sharma et al [32]).



Nuntadusit et al [33] ont étudié les caractéristiques de transfert de chaleur expérimentalement de l'écoulement de l'air dans un canal en utilisant différentes formes de chicanes (fig.1.30). Les conclusions ont montré que le facteur d'amélioration thermique de chicane rectangulaire plus élevé pour le rapport entre la distance de séparation des chicanes et la hauteur de chicane égale à 4, 6 et 8 ; ceci est dû au meilleur transfert de chaleur et au faible coefficient de frottement. Pour le cas des chicanes triangle, le transfert de chaleur meilleur comparé avec celui obtenu avec une chicane classique. Les chicanes triangle 90° donnent une amélioration du transfert de la chaleur par rapport des chicanes triangle 45°.



(a)



(b)

**Figure 1.30 :** Un canal en utilisant différentes formes de chicanes: (a) expérimentale ; (b) différents types des chicanes. (Nuntadusit et al [33]).



## **1.4 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté quelques notions fondamentales sur le transfert de la chaleur par convection, ainsi qu'une revue bibliographique des études antérieures numériques et expérimentales qui ont traité mode de transfert.

# *Chapitre 2*

*Modèle physique et  
formulation mathématique*

## Modèle physique et formulation mathématique

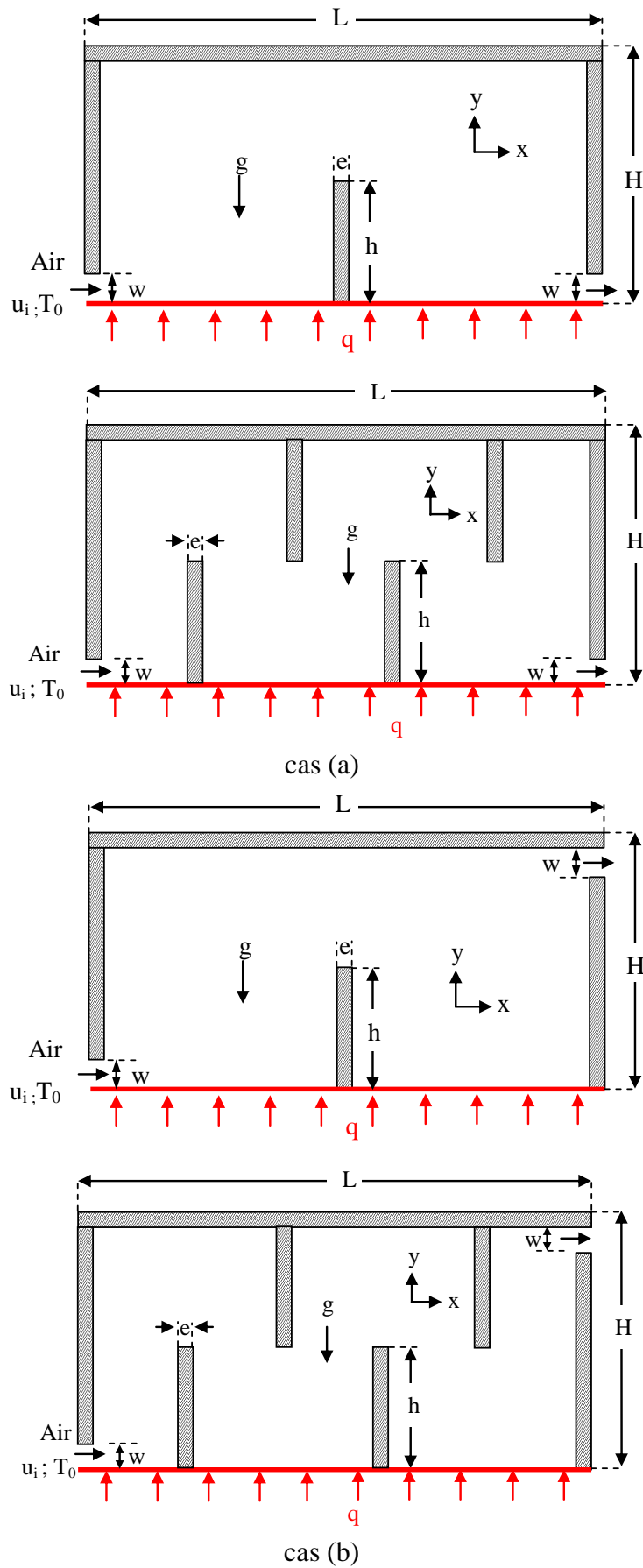
### 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons le modèle physique, les hypothèses simplificatrices et la formulation mathématique des équations régissant le phénomène physique de la convection mixte dans une cavité rectangulaire. Cette simulation numérique traite l'effet du nombre de la chicane ( $Nb$ ) et de la position de l'ouverture de sortie sur le transfert de chaleur convectif dans le cas d'un fluide newtonien « air ». Dans ce chapitre, les équations gouvernantes et les conditions aux limites données sous leur forme adimensionnelle.

### 2.2 Description du problème considéré

Pour la simulation numérique de l'écoulement de fluide dans une cavité avec deux configurations **BB** (entrée par le **Bas** ; sortie par le **Bas**) et la configuration **BH** (entrée par le **Bas** ; sortie par le **Haut**) : nous avons utilisé le code de calcul "FLUENT". La configuration géométrique considérée dans le présent travail est illustrée dans la figure 2.1.

Nous avons considéré une cavité rectangulaire bidimensionnelle avec un rapport d'aspect  $A = 2$  dont la paroi horizontale est chauffée par un flux de chaleur constant et uniforme, les autres parois de cette cavité sont adiabatiques. Le nombre de chicane varie entre 1 et 4 avec un rapport de la hauteur de chicane  $B = h/H = 0,5$ . La hauteur relative des ouvertures  $w = H/10$ . Le nombre de Grashof fixe à  $Gr = 10^4$  et le nombre de Richardson est tel que  $1 \leq Ri \leq 10$ .



**Figure 2.1:** Représentation schématique du problème : cas (a) configuration BB ; cas (b) configuration BH.

## 2.3 Équations du Modèle mathématique

Pour étudier un phénomène physique, on doit le convertir en équations mathématiques pour faciliter l'étude. Les simulations numériques ont été utilisées comme moyen alternatif de la réalité, sachant que le modèle mathématique ou numérique s'illustre par un algorithme.

### 2.3.1 L'approximation de Boussinesq-Oberbeck

L'approximation de **Boussinesq** [34] et **Oberbeck** [35] suggère que les changements de densité dans le fluide peuvent être négligés sauf dans le terme de gravité où  $\rho$  est multiplié par  $\vec{g}$ . Les propriétés thermo-physiques du fluide sont supposées constantes et calculées à la température de référence  $T_0$ , à l'exception de la masse volumique «  $\rho$  » dans ce terme [36].

L'équation d'état pour la masse volumique  $\rho$  en utilisant le développement de Taylor [37] devient:

$$\rho = \rho_0 \left[ 1 - \frac{T - T_0}{T_0} \dots \right] \quad (2.1)$$

En se limitant à un développement du premier ordre :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (2.2)$$

Le coefficient de dilatation isobare du fluide, soit :

$$\beta = -\frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \quad (2.3)$$

Cette approximation de Boussinesq-Oberbeck est appliquée si le nombre de Mach de l'écoulement est petit, et elle est valable lorsque le gradient de la température est inférieur à 30°.

### 2.3.2 Hypothèses simplificatrices des équations

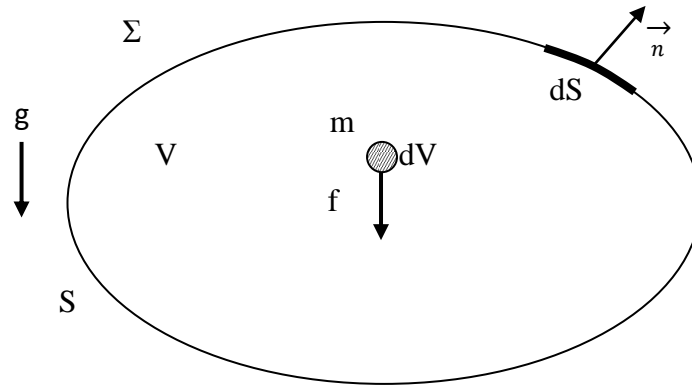
Afin de simplifier l'étude du problème, on considère les approximations suivantes :

- ✚ L'écoulement dans la cavité est bidimensionnel, laminaire et stationnaire.
- ✚ Il n'y a ni source de chaleur ou de masse ni réaction chimique dans la cavité.
- ✚ Les propriétés physiques du fluide sont constantes, à l'exception la masse volumique qui obéit à l'approximation de Boussinesq dans le terme de la poussée d'Archimède.

### 2.3.3 Équations générales en régime laminaire

Les équations exprimant les phénomènes d'écoulements sont principalement celles dérivées des lois physiques de conservation de masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Soit  $V$  un

domaine de volume de contrôle et de surface  $S$ , pris dans le milieu continu  $\Sigma$ , que l'on étudie dans la Figure 2.2. Soit  $m$  la position d'un élément de volume élémentaire du fluide  $dV$  appartenant à  $V$ . Soit  $f$  une fonction définie et continue sur  $V$ , désignant une grandeur intensive



**Figure 2.2 :** Un élément de volume du domaine fluide.

### 2.3.3.1 Equation de conservation de masse

L'équation de conservation de la masse, aussi communément appelée équation de continuité, est obtenue en écrivant le bilan global de masse de fluide à l'intérieur d'un volume fixe. Elle s'exprime de manière globale par la relation (2.4 et 2.5), dans laquelle  $V$  représente le volume considéré et  $S$  la surface englobant ce même volume. L'équation locale de continuité (2.10) se déduit alors directement. [38]

$$m = \int_V \rho \, dV = m(t) \quad (2.4)$$

$$\text{Un flux } \phi_s \text{ de la grandeur extensive à travers } S : \phi_s = \int_S \rho \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS$$

$$dm = \frac{\partial m}{\partial t} dt = -\phi_s dt \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \, dV = - \int_S \rho \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS \quad (2.6)$$

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} \, dV + \int_S \rho \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS = 0 \quad (2.7)$$

On permet de transformer les intégrales sur  $S$  en intégrales sur  $V$ , l'équation (2.7) devient :

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} \, dV + \int_V \operatorname{div}(\rho \vec{V}) \, dV = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.9)$$

D'après les hypothèses simplificatrices l'équation de continuité s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.10)$$

### 2.3.3.2 Equation de quantité de mouvement

Le principe de conservation de la quantité de mouvement permet d'établir les relations entre les caractéristiques du fluide et son mouvement. La quantité de mouvement du fluide contenu dans un volume de contrôle  $V$  est:

$$\int_V \rho \vec{V} \, dV \quad (2.11)$$

On va appliquer la deuxième loi de Newton, aussi appelée loi fondamentale de la dynamique pour étudier la variation de la quantité de mouvement. D'après cette loi fondamentale, la dérivée partielle de la quantité de mouvement du fluide contenu dans  $V$  au cours du temps est égale à la somme des forces extérieures qui lui sont appliquées:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \vec{V} \, dV = \int_V \vec{f} \, dV + \int_S \vec{T} \, dS \quad (2.12)$$

On remplace le composante  $\vec{f}$  par  $\rho \vec{g}$  donc  $\vec{f} = -\rho \vec{g}_z$  et remplacé  $\vec{T}$  par  $\vec{T} \cdot \vec{n}$  on obtient

$$\vec{T} = -P\vec{I} + \eta \text{div} \vec{V} \cdot \vec{I} + 2\mu \vec{D} \quad (2.13)$$

Où  $\vec{I}$  est la tenseur unité, de composantes  $\delta_{ij}$  ( $\delta_{ii} = 1, \delta_{ij} = 0$  pour  $i \neq j$ )

$$\vec{D} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \quad (2.14)$$

Le coefficient de viscosité de cisaillement pur (ou viscosité dynamique) est noté  $\mu$  et  $\gamma$  le coefficient de viscosité volumique. L'hypothèse de Newton-Stokes, valable pour les liquides et les gaz mono atomiques, conduit à  $\gamma = -\frac{2}{3}\mu$  selon **Bird et al [39]**.

Pour établir les équations de Navier-Stokes. Dans le cas où  $\mu = \text{cste}$ , si on transforme l'intégrale de surface en une intégrale de volume, l'équation (2.9) on écrit comme suite:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\rho \vec{g} - \vec{\nabla} P + (\gamma + \mu) \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (2.15)$$

Pour le cas d'un fluide, ou mélange de fluide, incompressible:  $\frac{d\rho}{dt} = 0 \Rightarrow \nabla \vec{V} = 0$ . On obtient la forme suivante de l'équation de Navier-Stokes que nous utiliserons dans la suite de ce travail:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{V}) = \rho \vec{g} - \vec{\nabla}P + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (2.16)$$

Les équations de Navier Stokes pour un fluide newtonien incompressible et stationnaire et pour le cas d'une convection mixte en 2D s'écrivent comme suite :

Équation de quantité de mouvement suivant l'axe (x) :

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.17)$$

Équation de quantité de mouvement suivant l'axe (y) :

$$\rho \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho \beta g (T - T_0) \quad (2.18)$$

### 2.3.3.3 Equation de conservation de l'énergie

L'équation de la conservation d'énergie est obtenue à partir du premier principe de la thermodynamique, soit :

$$Q = \frac{dU}{dt} \quad (2.19)$$

La chaleur produite (ou consommée) dans le volume  $V$  doit être ajouté au flux de chaleur totale en  $S$  pour obtenir le taux global de plus de chaleur à  $V$  :

$$Q = -\int_S \lambda \nabla T \cdot \vec{n} \, dS + \int_V \dot{q} \, dV \quad (2.20)$$

Le taux d'augmentation de l'énergie du volume  $V$  est

$$\frac{dU}{dt} = \int_V \rho C_p \frac{dT}{dt} \, dV \quad (2.21)$$

$$\int_V \rho C_p \frac{dT}{dt} \, dV = \int_S \lambda \nabla T \cdot \vec{n} \, dS + \int_V \dot{q} \, dV \quad (2.22)$$

On permet de transformer les intégrales sur  $S$  en intégrales sur  $V$ , l'équation (2.22) devient :

$$\int_V \rho C_p \frac{dT}{dt} \, dV = \int_V \nabla (\lambda \nabla T) \, dV + \int_V \dot{q} \, dV \quad (2.23)$$



$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = \lambda \nabla^2 T + \dot{q} \quad (2.24)$$

D'après les hypothèses simplificatrices, on néglige la source de chaleur  $\dot{q}$  :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = \lambda \nabla^2 T \quad (2.25)$$

Où

$$\frac{d}{dt} = u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial t} \quad (2.26)$$

$$\rho C_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.27)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.28)$$

## 2.4 Conditions aux limites

$$\text{+} \quad \text{A la paroi horizontale inférieure chaude : } u = 0; \quad v = 0; \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = q \quad (2.29)$$

$$\text{+} \quad \text{Aux parois adiabatiques : } u = 0; \quad v = 0; \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial c} = 0 \quad (2.30)$$

$$\text{+} \quad \text{A l'entrée de la cavité : } u = u_i; \quad v = 0; \quad T = T_0 \quad (2.31)$$

## 2.5 Les équations gouvernantes adimensionnelles

Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, peuvent être exprimées sous forme adimensionnelle en réalisant les substitutions suivantes :

$$x^+, y^+ = \frac{x, y}{H}; \quad u^+, v^+ = \frac{u, v}{u_i}; \quad P^+ = \frac{P}{\rho u_i^2}; \quad T^+ = \frac{\lambda(T - T_0)}{qH}; \quad T_0^+ = \frac{\lambda T_0}{qH} \quad (2.32)$$

Les équations gouvernantes adimensionnelles de la convection mixte s'écrivent comme suit :

### 2.5.1 Equation de continuité

$$\frac{\partial u^+}{\partial x^+} + \frac{\partial v^+}{\partial y^+} = 0 \quad (2.33)$$

### 2.5.2 Equation de conservation de quantité de mouvement

Équation de quantité de mouvement suivant l'axe (x) :

$$u^+ \frac{\partial u^+}{\partial x^+} + v^+ \frac{\partial u^+}{\partial y^+} = -\frac{\partial P^+}{\partial x^+} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 u^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 u^+}{\partial y^{+2}} \right) \quad (2.34)$$

Équation de quantité de mouvement suivant l'axe (y) :

$$u^+ \frac{\partial v^+}{\partial x^+} + v^+ \frac{\partial v^+}{\partial y^+} = -\frac{\partial P^+}{\partial y^+} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 v^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 v^+}{\partial y^{+2}} \right) + \text{RiT}^+ \quad (2.35)$$

### 2.5.3 Equation de conservation de l'énergie

$$u^+ \frac{\partial T^+}{\partial x^+} + v^+ \frac{\partial T^+}{\partial y^+} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left( \frac{\partial^2 T^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 T^+}{\partial y^{+2}} \right) \quad (2.36)$$

Avec :

$$\text{Re} : \text{Nombre de Reynolds ; } \text{Re} = \frac{\rho u_i H}{\mu}$$

$$\text{Ri} : \text{Nombre de Richardson; } \text{Ri} = \frac{g \beta q H^2}{u_i^2 \lambda}$$

$$\text{Pr} : \text{Nombre de Prandtl ; } \text{Pr} = \frac{\mu C_p}{\lambda}$$

### 2.5.4 Formulation de la fonction de courant- vorticité

L'introduction des variables, fonction de courant  $\Psi^+$  et vorticité  $\Omega^+$ , a pour objectif de simplifier l'équation de la quantité mouvement suivant x et y en éliminant le gradient de pression.

$$\frac{\partial}{\partial x^+} \left\{ \begin{array}{l} u^+ \frac{\partial v^+}{\partial x^+} + v^+ \frac{\partial v^+}{\partial y^+} = -\frac{\partial P^+}{\partial y^+} \\ + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 v^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 v^+}{\partial y^{+2}} \right) + \text{RiT}^+ \end{array} \right\} \left\{ -\frac{\partial}{\partial y^+} \left\{ \begin{array}{l} u^+ \frac{\partial u^+}{\partial x^+} + v^+ \frac{\partial u^+}{\partial y^+} = -\frac{\partial P^+}{\partial x^+} \\ + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 u^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 u^+}{\partial y^{+2}} \right) \end{array} \right\} \right\} \quad (2.37)$$

$$\text{Avec } \Omega^+ = \frac{\partial v^+}{\partial x^+} - \frac{\partial u^+}{\partial y^+} \text{ et } -\Omega^+ = \frac{\partial^2 \Psi^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 \Psi^+}{\partial y^{+2}}$$

$$u^+ \frac{\partial \Omega^+}{\partial x^+} + v^+ \frac{\partial \Omega^+}{\partial y^+} = \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 \Omega^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 \Omega^+}{\partial y^{+2}} \right) + \text{Ri} \frac{\partial T^+}{\partial x^+} \quad (2.38)$$

## 2.6 Nombre de Nusselt moyen :

Le calcul de nombre de Nusselt moyen, est donné par l'équation :

$$\text{Nu}_{\text{moy}} = \frac{1}{L} \int_0^L \text{Nu} \, dx \quad (2.39)$$

Ou sous forme adimensionnelle par :

$$\text{Nu}_{\text{moy}} = \frac{1}{A} \int_0^A -\frac{1}{T^+} \frac{\partial T^+}{\partial y^+} \, dx^+ \quad (2.40)$$

## 2.7 Conditions aux limites adimensionnelles

Tenant compte les équations (2.10), (2.17) et (2.18) s'écrivent :

$$\text{+} \text{ A la paroi horizontale inférieure chaude : } u^+ = 0; v^+ = 0; -\frac{\partial T^+}{\partial y^+} = 1 \quad (2.41)$$

$$\text{+} \text{ Aux parois adiabatiques : } u^+ = 0; v^+ = 0; -\frac{\partial T^+}{\partial c^+} = 0 \quad (2.42)$$

$$\text{+} \text{ A l'entrée de la cavité : } u^+ = 1; v^+ = 0; T^+ = 0 \quad (2.43)$$

$c^+$  : Les deux directions  $x$  et  $y$

## 2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, sont présentées les équations gouvernant la convection mixte et les conditions aux limites appliquées aux différentes parois de la cavité ; ces équations et ces conditions aux limites sont prises sous leur forme dimensionnelle et adimensionnelle. Les différents nombres adimensionnels apparaissent dans les équations gouvernantes.

# *Chapitre 3*

## *Méthodes numériques*

## Méthodes numériques

### 3.1 Introduction

Dans la réalité, les systèmes et phénomènes physiques les plus intéressants sont aussi les plus complexes à étudier. Ils sont souvent régis par un grand nombre de paramètres non-linéaires interagissant entre eux (la modélisation de la pollution atmosphérique, la turbulence des fluides et es écoulements dans les conduites ...). Les modèles mathématiques sont déterminées d'après le phénomène physique. Ces modèles utilisent très souvent des systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) non-linéaires dont on ne connaît pas de solutions analytiques en général. Il faut alors résoudre le problème numériquement en transformant les équations continues de la physique en un problème discret sur un certain domaine de calcul (le maillage). Pour la discrétisation de ce problème, on utilise des méthodes numériques qui sont disponibles dans la littérature, il existe trois grandes familles de méthode :

- ✚ Méthodes des différences finies (MDF).
- ✚ Méthodes des éléments finis (MEF).
- ✚ Méthodes des volumes finis (MVF).

#### 3.1.1 Méthodes des différences finies

La méthode des différences finies consiste à approximer les dérivées des équations différentielles au moyen des développements de Taylor. Les fonctions dérivées sont approchées par plusieurs types de schémas aux différences fines (différences finies en avant, en arrière et centrées). La précision des résultats varie d'un schéma à un autre selon la troncature utilisée [40]. Concernant les avantages de cette méthode, on peut dire qu'elle est d'une grande simplicité d'écriture et de faible coût de calcul. D'autre part, les inconvénients indiquent que le principe de conservation n'est pas assuré après la discrétisation [41].

#### 3.1.2 Méthodes des éléments finis

Dans la méthode des éléments finis, on utilise des fonctions linéaires ou quadratiques sur chaque élément, pour décrire la variation locale de l'inconnue  $\phi$ . Les équations différentielles sont exactement vérifiées par la solution exacte. En remplaçant l'approximation de  $\phi$  dans les équations

différentielles, on constate que ces-dernières ne vérifient pas exactement, et un résidu est défini dans ce cas pour mesurer l'erreur. Le résidu est minimisé en le multipliant par une fonction de pondération et en l'intégrant. Le résultat de l'intégration est un ensemble d'équations algébriques pour les coefficients des fonctions d'approximation [41]. Cette méthode est particulièrement bien adaptée aux problèmes d'équilibre, elle permet de traiter des géométries complexes contrairement aux différences finies mais elle demande un grand coût de temps de calcul et de mémoire.

### 3.1.3 Méthodes des volumes finis

La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations différentielles aux dérivées partielles sur des volumes de contrôle entourant chaque point du maillage. Ces méthodes, ont été parmi les premières à atteindre un stade de développement avancé pour les calculs d'écoulements stationnaires et instationnaires. Elles ont permis une prise en compte complète des effets de non linéarité et de compressibilité ainsi que les effets de viscosité à l'aide des équations de Navier-Stokes, et de turbulence. [41]

Les méthodes aux volumes finis ont supplanté les méthodes classiques basées sur les différences finies dans le traitement des problèmes complexes notamment tridimensionnels. [41]

## 3.2 Maillages

Les différents types de maillage utilisés pour mailler des structures par le logiciel de « GAMBIT » sont :

- ✚ Maillage structuré.
- ✚ Maillage non-structuré.
- ✚ Maillage hybride.

Maillage	Bidimensionnel 2D	Tridimensionnel 3D
Structuré	Mailles quadratiques	Mailles hexaédriques
non-structuré	Mailles triangulaires	Mailles tétraédriques
Hybride	les mailles proches des parois sont des quadrilatères, le reste du domaine sont des triangles	les mailles proches des parois sont hexaèdres, le reste du domaine sont des tétraèdres

**Tableau 3.1** : Les types de maillage en 2D et 3D.

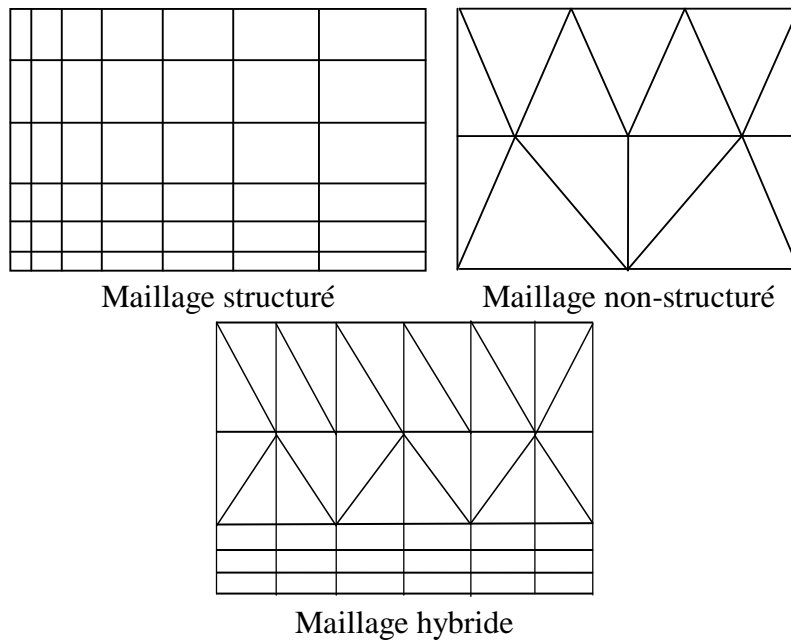


Figure 3.1 : Types de maillage utilisé par "FLUENT"

### 3.3 Structure du code FLUENT

Le code de calcul Fluent est utilisé pour les simulations des géométries simples et les plus complexes. Ce code intègre trois modules importants, la figure ci-dessous représente la structure de base du code FLUENT.

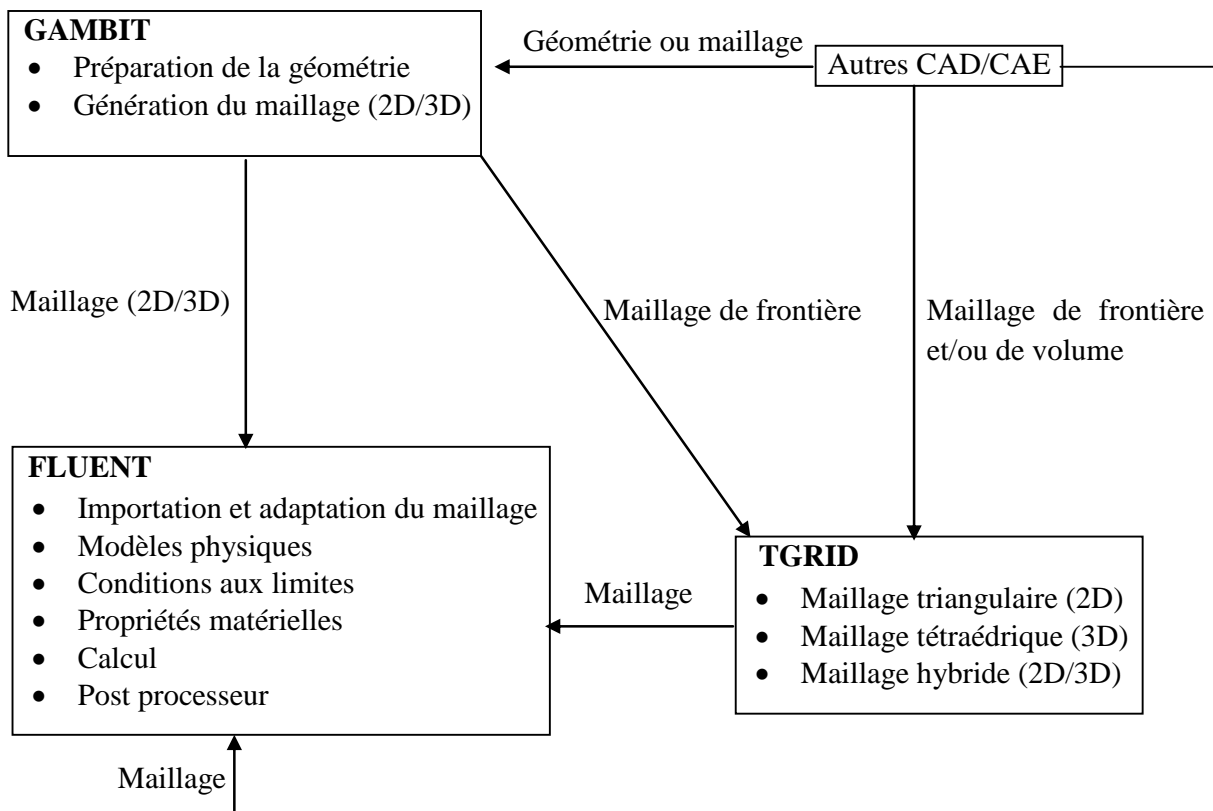


Figure 3.2 : Structure de base du Code FLUENT.

### 3.3.1 Les schémas de discrétisation

Il existe plusieurs schémas de discrétisation dans la littérature qui sont discutés en détail par [43-45]. Des études telles [46-48] présentent également le détail des différents schémas d'interpolation utilisés dans les codes CFD. Les différents schémas sont donnés par suivre :

#### 3.1.1.1 Schéma de discrétisation centré :

Le schéma aux différences centrales introduit des influences vers tous les voisins du nœud O quand on calcule le flux de convection et de diffusion. Le schéma ne reconnaît pas la direction de l'écoulement. L'erreur de troncature, pour le développement en série de Taylor, dans le ce schéma est du deuxième ordre

#### 3.1.1.2 Schéma de discrétisation Upwind :

Le schéma Upwind utilise des expressions consistantes pour calculer le flux à travers les interfaces des volumes de contrôle. Ce schéma a été appliqué au calcul de la dynamique des fluides. Le schéma peut facilement être appliqué pour les problèmes 2D et 3D en utilisant la stratégie 'Upwind' d'après toutes les directions. Un majeur inconvénient du schéma est qu'elle donne des résultats avec de grandes erreurs quand l'écoulement n'est pas aligné avec les lignes du maillage. L'influence des erreurs sur la distribution de la propriété transportée est interprétée comme une fausse diffusion (diffusion numérique).

#### 3.1.1.3 Schéma de discrétisation Hybride :

Le schéma hybride exploite les propriétés favorables du schéma Upwind et du schéma aux différences centrées. Le schéma Upwind est utilisé là où le schéma aux différences centrales produit des grandes erreurs, c'est-à-dire pour les grandes valeurs du nombre de Péclet  $Pe$ . Le schéma est totalement conservatif et il est inconditionnellement borné. Le schéma satisfait l'exigence de la propriété d'être transportée par l'utilisation du schéma Upwind aux grandes valeurs de Péclet.

#### 3.1.1.4 Schéma de discrétisation Power Law :

Le schéma **Power Law** est plus précis que le "**First Order Upwind Scheme**" pour les écoulements à très bas nombres de Reynolds ( $Re < 5$ ). Sinon, il procure en général le même degré de précision.

#### 3.1.1.5 Schéma de discrétisation QUICK :

Le schéma **QUICK** (Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinetics) utilise une interpolation quadratique pondérée des trois points pour calculer la valeur de la grandeur cherchée à l'interface de volume de contrôle. Ce schéma cité par **Leonard** [49] et **Lepers** [50]. La précision de



ce schéma au second ordre pour les écoulements rotationnels et tourbillonnaires avec un maillage régulier est meilleure par rapport le maillage triangulaire.

### 3.3.2 Les choix de couplage la pression avec la vitesse

Par le couplage pression-vitesse, on entend l'algorithme numérique qui utilise une combinaison de la l'équation de continuité et l'équation de la quantité du mouvement pour dériver les équations ou présence de la pression (ou de correction de la pression) lors de l'utilisation du solveur basée sur la pression. Les Quatre algorithmes sont disponibles dans Fluent.

- ✚ Algorithme de **Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations (SIMPLE)** : cet algorithme à été crée par **Patankar et Spalding [51]**, et il est une procédure itérative pour calculer la pression en utilisant le maillage déplacé. La procédure intégrative commence par l'estimation de la pression.
- ✚ Algorithme de **SIMPLE-Consistent (SIMPLEC)** : permet une convergence plus rapide pour des problèmes simples (par exemple, les écoulements laminaires).
- ✚ Algorithme de **Pressure-Implicit with Splitting of Operators (PISO)**, utilisé pour les problèmes d'écoulement instables ou pour les maillages contenant des cellules aux plus élevés que l'asymétrie moyenne.
- ✚ **Fractional Step Method (FSM)** pour les flux instables : utilisée avec le système **Non-Iterative Time Advancement (NITA)**, il les mêmes caractéristiques que **PISO**.

Pour les simulations numériques obtenues dans le quatrième chapitre, nous avons utilisé l'algorithme de **SIMPLE**. Les détails de cet algorithme sont présentés en **Annexe A**.

### 3.3.3 Les choix du schéma d'interpolation de la pression [52]

Pour la plupart des cas, le schéma "**Standard**" est acceptable. Pour des écoulements spécifiques, on peut choisir parmi les options suivantes :

- ✚ Le schéma force de volume pondéré "**Body-Force-Weighted** " est recommandé pour les écoulements impliquant d'importantes forces de volume (ex. convection naturelle à haut nombre de Rayleigh).
- ✚ Le schéma "**PRESTO!**" (**PRE**ssure **ST**aggering **O**ption) est approprié pour les écoulements hautement tourbillonnaires, à grande vitesse de rotation ou les écoulements dans des domaines fortement courbés.
- ✚ Le schéma au "**Second ordre**" est à utiliser pour les écoulements compressibles et pour améliorer la précision en écoulements incompressibles.
- ✚ Le schéma linéaire "**Linear**" est disponible comme alternative au cas où les autres options

ont des difficultés de convergence ou gènereraient des comportements non physiques.

### 3.4 Discrétisation des équations de transport

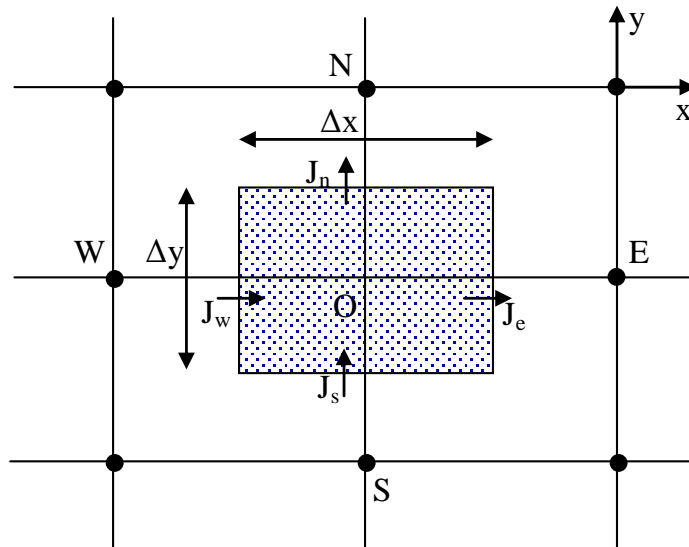
Les équations précédentes peuvent être écrites sous la forme généralisée suivante ([41, 42, 43])

$$\frac{\partial}{\partial c}(\rho \bar{V}\phi) = \frac{\partial}{\partial c} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial c} \right) + S_\phi \quad (3.1)$$

Ou encore :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S_\phi \quad (3.2)$$

La figure ci-dessous représente le volume de contrôle



**Figure 3.3 :** Volume de contrôle pour un écoulement bidimensionnel.

L'intégration de l'équation précédente autour du volume de contrôle de centre O donne :

$$\int_V \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) dx dy + \int_V \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) dx dy = \int_V \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy + \int_V \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy + \int_V S_\phi dV \quad (3.3)$$

En utilisant les égalités suivantes :  $A_e = A_w = \Delta y$  et  $A_n = A_s = \Delta x$ , on obtenu :

$$\int_V \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho u\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] dx dy + \int_V \frac{\partial}{\partial y} \left[ \rho v\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] dx dy = \int_V S_\phi dV \quad (3.4)$$

Le terme  $S_\phi$  est supposé être constant dans le volume de contrôle

les quantités  $J_e, J_w, J_n$  et  $J_s$  sont les flux aux interfaces (e, w, n, s), leurs expressions sont

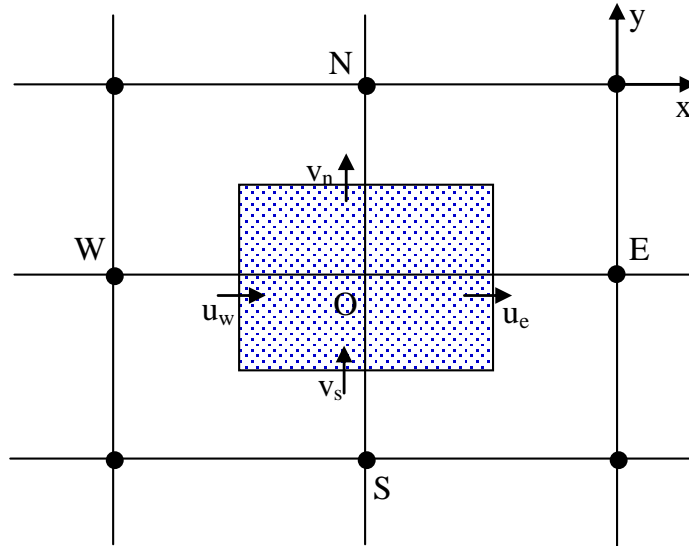
donnés par :

$$\begin{aligned}
 J_e &= \int_s^n \left( \rho u \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e dy = \left[ (\rho u)_e \phi_e - \frac{\Gamma_{\phi,e}}{\Delta x_{EO}} (\phi_E - \phi_O) \right] \Delta y \\
 J_w &= \int_s^n \left( \rho u \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w dy = \left[ (\rho u)_w \phi_w - \frac{\Gamma_{\phi,w}}{\Delta x_{OW}} (\phi_O - \phi_W) \right] \Delta y \\
 J_n &= \int_w^e \left( \rho v \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n dx = \left[ (\rho v)_n \phi_n - \frac{\Gamma_{\phi,n}}{\Delta x_{NO}} (\phi_N - \phi_O) \right] \Delta x \\
 J_s &= \int_w^e \left( \rho v \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s dx = \left[ (\rho v)_s \phi_s - \frac{\Gamma_{\phi,s}}{\Delta x_{OS}} (\phi_O - \phi_S) \right] \Delta x
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

L'équation (3.5) donne :

$$J_e - J_w + J_n - J_s = \int_V S_\phi dV \tag{3.6}$$

La tâche la plus difficile dans l'évaluation de  $J_e$ ,  $J_w$ ,  $J_n$  et  $J_s$  est celle de l'approximation des quantités  $\phi_e$ ,  $\phi_w$ ,  $\phi_n$  et  $\phi_s$ .



**Figure 3.4** : Volume d'intégration de l'équation de continuité.

Les quantités  $F_e$ ,  $F_w$ ,  $F_n$  et  $F_s$  sont les flux de masse de l'écoulement à travers les faces du volume de contrôle définis par :

$$\begin{aligned}
 F_e &= (\rho u)_e \Delta y \\
 F_w &= (\rho u)_w \Delta y \\
 F_n &= (\rho v)_n \Delta x \\
 F_s &= (\rho v)_s \Delta x
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

De la même façon, l'intégration de l'équation de continuité sur le volume de contrôle de la figure (3.4) conduit à :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (3.8)$$

L'intégration du terme source sur le volume de contrôle :

$$\int_v S_\phi dV \cong S_U + S_O \phi_O \quad (3.9)$$

D'après les deux équations ((3.5) et (3.7) multiplié par  $\phi_O$ , on remplacé le terme source par son expression (3.9) dans l'équation (3.4), on obtient :

$$(J_e - F_e \phi_O) - (J_w - F_w \phi_O) + (J_n - F_n \phi_O) - (J_s - F_s \phi_O) = S_U + S_O \phi_O \quad (3.10)$$

On utilise de nouvelles notations  $D$  ( $D$  représente la diffusion) définies par :

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{\delta x_e} \Delta y; \quad D_w = \frac{\Gamma_w}{\delta x_w} \Delta y; \quad D_n = \frac{\Gamma_n}{\delta y_n} \Delta x; \quad D_s = \frac{\Gamma_s}{\delta y_s} \Delta x \quad (3.11)$$

L'équation discrétisée complète peut alors s'écrire sous la forme :

$$a_O \phi_O = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (3.12)$$

Cette équation peut être réarrangée comme suit :

$$a_O \phi_O = b + \sum_{nb=N, S, E, W} a_{nb} \phi_{nb} \quad (3.13)$$

Où :

$$\begin{cases} a_E = D_e - \frac{F_e}{2} \\ a_W = D_w + \frac{F_w}{2} \\ a_N = D_n - \frac{F_n}{2} \\ a_S = D_s + \frac{F_s}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_E = D_e A(|Pe|) + 0.5[-F_e, 0] \\ a_W = D_w A(|Pe|) + 0.5[F_w, 0] \\ a_N = D_n A(|Pe|) + 0.5[-F_n, 0] \\ a_S = D_s A(|Pe|) + 0.5[F_s, 0] \end{cases} \quad (3.14)$$

$Pe_{nb}$  est le nombre de Peclet défini pour les différentes faces par :

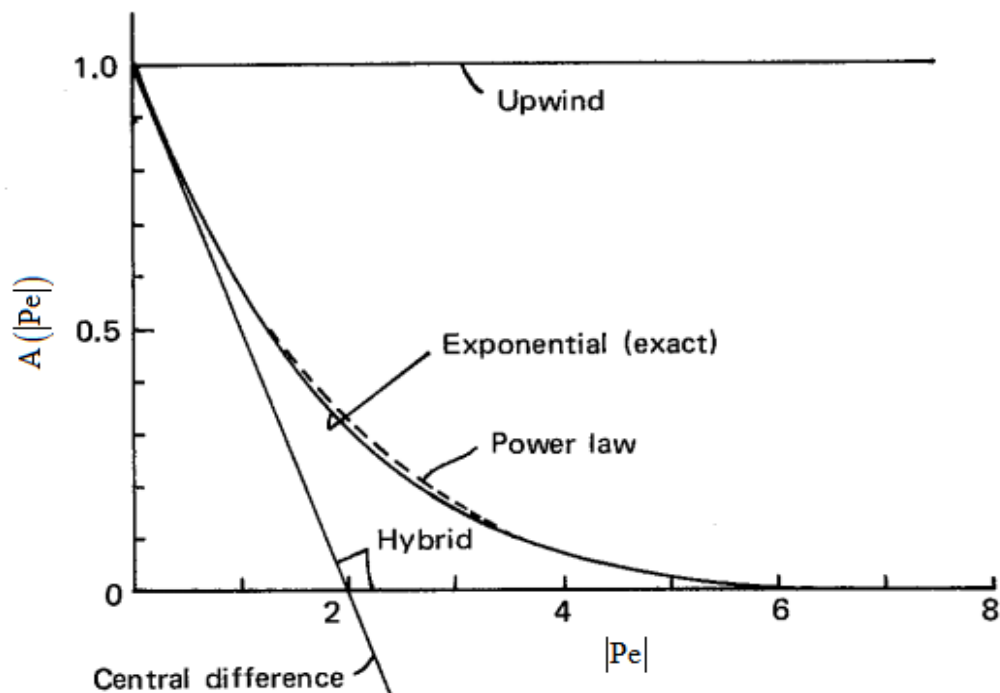
$$Pe_e = \frac{F_e}{D_e}; \quad Pe_w = \frac{F_w}{D_w}; \quad Pe_n = \frac{F_n}{D_n}; \quad Pe_s = \frac{F_s}{D_s} \quad (3.15)$$

Les expressions de la fonction  $A(|Pe|)$  pour les différents schémas de discrétisation sont illustrées dans le tableau 3.2 et représentés graphiquement sur la figure 3.5. Chaque fonction peut

être jugée par une comparaison avec la fonction exacte.

Schéma de discrétisation	Formule de $A( Pe )$
Centré	$1 - 0.5 Pe $
Décentré amont (Upwind)	1
Hybride	$\max(0, 1 - 0.5 Pe )$
Loi de puissance	$\max(0, (1 - 0.1 Pe )^5)$
Exponentiel (exacte)	$ Pe  / [\exp( Pe ) - 1]$

**Tableau 3.2** : Expression de la fonction  $A(|Pe|)$  pour les différents schémas Patankar, [43].



**Figure 3.5** : la fonction  $A(|Pe|)$  pour les différents schémas Patankar, [43].

### 3.5 Discrétisation de l'équation de conservation de la quantité de mouvement

La discrétisation de l'équation de conservation de la quantité de mouvement, sachant que le problème considéré en 2D avec un régime stationnaire peuvent être écrites sous la forme généralisée suivante ([41,43]) :

Équation de conservation de quantité de mouvement suivant l'axe (x) :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uu) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vu) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) + S_u \quad (3.16)$$

Équation de conservation de quantité de mouvement suivant l'axe (y) :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vv) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial y}\right) + S_v \quad (3.17)$$

On intègre l'équation (3.16) sur le volume de contrôle V présenté à la figure 3.6 :

$$\int_V \frac{\partial}{\partial x}(\rho uu) dV + \int_V \frac{\partial}{\partial y}(\rho vu) dV = -\int_V \frac{\partial P}{\partial x} dV + \int_V \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) dV + \int_V \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) dV + \int_V S_u dV \quad (3.18)$$

L'intégration (3.18)

$$\rho uu|_O^E \Delta y + \rho vu|_{se}^{ne} \delta x_e = -P|_O^E \Delta y + \mu \frac{\partial u}{\partial x}|_O^E \Delta y + \mu \frac{\partial u}{\partial y}|_{se}^{ne} \delta x_e + \bar{S}_u \delta x_e \Delta y \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} (\rho u)_E u_E \Delta y - (\rho u)_O u_O \Delta y + (\rho v)_{ne} u_{ne} \delta x_e - (\rho v)_{se} u_{se} \delta x_e = \\ \left(\mu_E \frac{\partial u}{\partial x}\right)_E \Delta y - \left(\mu_O \frac{\partial u}{\partial x}\right)_O \Delta y + \left(\mu_{ne} \frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ne} \delta x_e \\ - \left(\mu_{se} \frac{\partial u}{\partial x}\right)_{se} \delta x_e - (P_E - P_O) \Delta y + \bar{S}_u \delta x_e \Delta y \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \rho_E \left(\frac{u_e + u_{ee}}{2}\right) u_E \Delta y - \rho_O \left(\frac{u_w + u_e}{2}\right) u_O \Delta y + \rho_{ne} \left(\frac{v_e + v_{Ne}}{2}\right) u_{ne} \delta x_e - \\ \rho_{se} \left(\frac{v_e + v_{Se}}{2}\right) u_{se} \delta x_e = \mu_E \left(\frac{u_{ee} - u_e}{\delta x_E}\right) \Delta y - \mu_O \left(\frac{u_e - u_w}{\delta x_O}\right) \Delta y + \\ \mu_{ne} \left(\frac{u_{Ne} - u_e}{\Delta y}\right) \delta x_e - \mu_{se} \left(\frac{u_e - u_{Se}}{\Delta y}\right) \delta x_e - (P_E - P_O) \Delta y + \bar{S}_u \delta x_e \Delta y \end{aligned} \quad (3.21)$$

Finalement on obtient une équation discrétisée, sous la forme générale suivant pour la composante de vitesse u :

$$a_e u_e = a_w u_w + a_{ee} u_{ee} + a_{Se} u_{Se} + a_{Ne} u_{Ne} + (P_O - P_E) A_e + b \quad (3.22)$$

Où

$$a_e u_e = \sum_{nb = w; ee; Se; Ne} a_{nb} u_{nb} + (P_O - P_E) A_e + b \quad (3.23)$$

L'équation discrétisée générale est déterminée par la suite

$$a_{i,j} u_{i,j} = \sum a_{nb} u_{nb} + (P_{I-1,j} - P_{I,j}) A_{i,j} + b_{i,j} \quad (3.24)$$

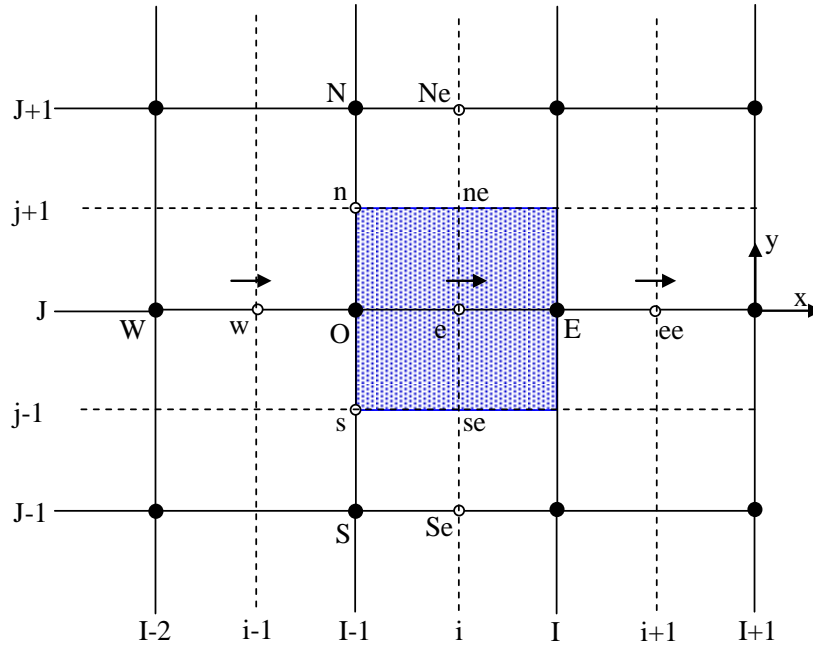


Figure 3.6 : Volume de contrôle autour de point e pour la composante de vitesse u .

On intègre l'équation (3.17) sur le volume de contrôle V présenté à la figure 3.7 :

$$\int_V \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) dV + \int_V \frac{\partial}{\partial y}(\rho v v) dV = - \int_V \frac{\partial P}{\partial y} dV + \int_V \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) dV + \int_V \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) dV + \int_V S_v dV \quad (3.25)$$

L'intégration (3.25)

$$\rho uv \Big|_{wn}^{en} \delta x_n + \rho v v \Big|_O^N \Delta x = - P \Big|_O^N \Delta x + \mu \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{wn}^{en} \delta x_n + \mu \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_O^N \Delta x + \bar{S}_v \delta x_n \Delta x \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} (\rho u)_{en} v_{en} \delta x_n - (\rho u)_{wn} v_{wn} \delta x_n + (\rho v)_N v_N \Delta x - (\rho v)_O v_O \Delta x = \\ \left( \mu_{en} \frac{\partial v}{\partial x} \right)_{en} \delta x_n - \left( \mu_{wn} \frac{\partial v}{\partial x} \right)_{wn} \delta x_n + \left( \mu_N \frac{\partial v}{\partial x} \right)_N \Delta x \\ - \left( \mu_O \frac{\partial v}{\partial x} \right)_O \Delta x - (P_N - P_O) \Delta x + \bar{S}_v \delta x_n \Delta x \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \rho_{en} \left( \frac{u_{En} + u_n}{2} \right) v_{en} \delta x_n - \rho_{wn} \left( \frac{u_{wn} + u_n}{2} \right) v_{wn} \delta x_n + \rho_N \left( \frac{v_{nn} + v_n}{2} \right) v_N \Delta x \\ - \rho_O \left( \frac{v_n + v_s}{2} \right) v_O \Delta x = \mu_{en} \left( \frac{v_{En} - v_n}{\Delta x} \right) \delta x_n - \mu_{wn} \left( \frac{v_{wn} - v_n}{\Delta x} \right) \delta x_n + \\ \mu_N \left( \frac{v_{nn} - v_n}{\delta x_N} \right) \Delta x - \mu_O \left( \frac{v_n - v_s}{\delta x_O} \right) \Delta x - (P_N - P_O) \Delta x + \bar{S}_v \delta x_n \Delta x \end{aligned} \quad (3.28)$$

Finalement on obtient une équation discrétisée, sous la forme générale suivant pour la composante de vitesse v :

$$a_n v_n = a_{en} v_{en} + a_{ew} v_{ew} + a_N v_N + a_O v_O + (P_O - P_N) A_n + b \quad (3.29)$$

Où

$$a_n v_n = \sum_{nb = en; ew; N; O} a_{nb} v_{nb} + (P_O - P_N) A_n + b \quad (3.30)$$

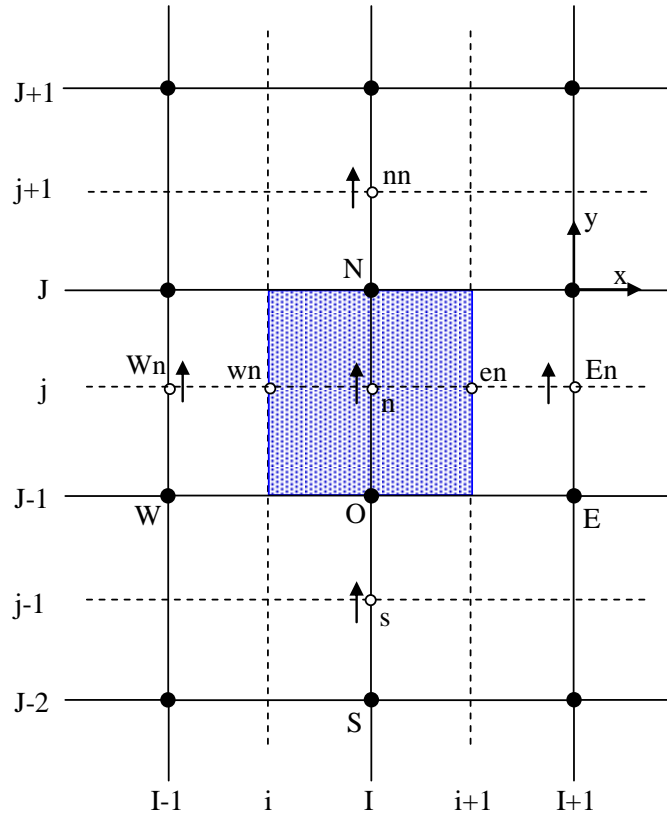


Figure 3.7 : Volume de contrôle autour de point n pour la composante de vitesse v.

L'équation discrétisée générale est déterminée par la suite

$$a_{i,j} v_{i,j} = \sum a_{nb} v_{nb} + (P_{I,J-1} - P_{I,J}) A_{i,j} + b_{i,j} \quad (3.31)$$

Les deux équations (3.24) et (3.31) utilisés pour l'algorithme SIMPLE

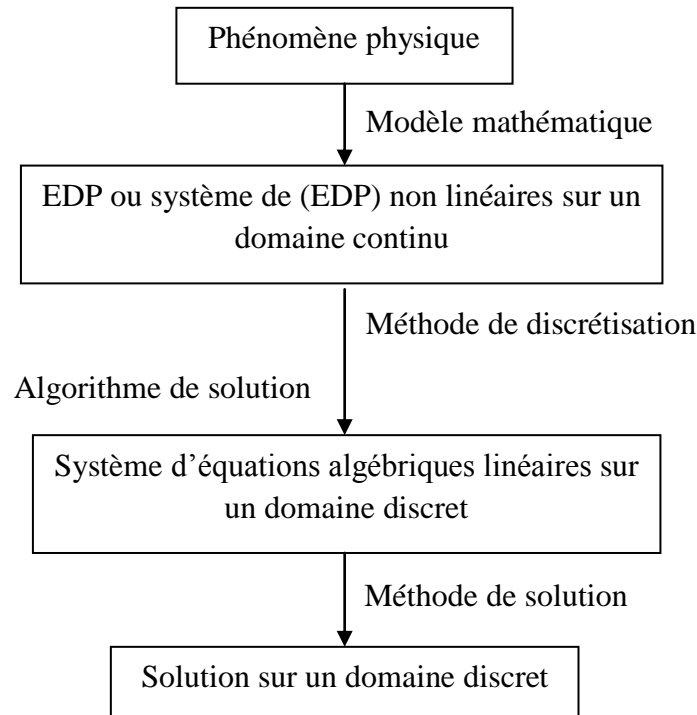
$$a_{i,j} u_{i,j} = \sum a_{nb} u_{nb} + (P_{I-1,J} - P_{I,J}) A_{i,j} + b_{i,j} \quad (3.24)$$

$$a_{i,j} v_{i,j} = \sum a_{nb} v_{nb} + (P_{I,J-1} - P_{I,J}) A_{i,j} + b_{i,j} \quad (3.31)$$

### 3.6 Etapes du calcul numérique

Le modèle mathématique constitué par une équation différentielle aux dérivées partielles (EDP) ou par un système de (EDP) est transformé à l'aide d'une méthode de discrétisation dans un système d'équation algébrique.





**Figure 3.8** : principe du calcul numérique.

### 3.7 Critère de convergence

La résolution numérique des problèmes de type CFD nécessite un processus itératif. D'après l'équation de discrétisation (3.13), le critère de convergence du processus itératif normalisé sur l'expression suivant :

$$R^\phi = \frac{\sum_{\text{Domaine}} \left| \sum_{nb} a_{nb} \cdot \phi_{nb} + b - a_o \cdot \phi_o \right|}{\sum_{\text{Domaine}} |a_o \cdot \phi_o|} \quad (3.32)$$

Ces expressions des résidus sont valables pour toutes les grandeurs sauf la pression, dans le cas de cette grandeur, le résidu est déterminé à partir de l'équation de continuité :

$$R^c = \sum_{\text{Domaine}} |\text{taux de création de matière dans le domaine}| \quad (3.33)$$

### 3.8 Conclusion

Dans ce chapitre, sont présentées les différentes méthodes numériques, les types de maillage et la structure de Fluent, enfin les différentes schémas de discrétisation. Ainsi que la discrétisation de l'équation du transport.

# *Chapitre 4*

## *Résultats et discussions*

## Résultats et discussions

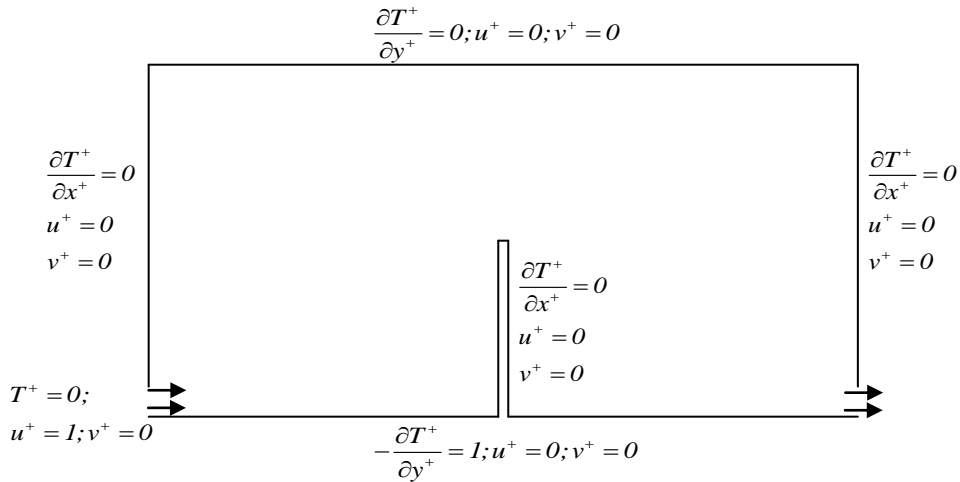
### 4.1 Introduction

La simulation numérique de la convection mixte laminaire est réalisée dans une cavité rectangulaire bidimensionnelle. L'écoulement de l'air traverse la cavité par une ouverture située sur la partie inférieure de la paroi gauche et la sortie dans une ouverture située sur la paroi droite. Deux dispositions sont considérées en fonction que la sortie soit en haut (configuration BH) ou en bas (configuration BB). La paroi horizontale inférieure est chauffée à l'aide d'un flux de chaleur constant  $q = 1 \text{ W/m}^2$  et les autres parois sont adiabatiques. On considère que les propriétés thermo-physiques de l'air comme des constantes pour la température  $T_0 = 298,15\text{K}$ . Cette simulation, est réalisée à l'aide du code de calcul Fluent. La construction des géométries et leurs maillages sont faits à l'aide du logiciel Gambit. Les principaux résultats obtenus reflétant le comportement des champs dynamiques et thermiques dans la cavité, sont exposés dans ce chapitre.

### 4.2 Géométrie et conditions aux limites:

Le problème traité concerne le transfert de chaleur à deux dimensions dans une cavité rectangulaire munie de chicanes. Le système physique considéré dans la présente étude est illustré dans la figure 4.1. Le nombre de Richardson est pris dans l'intervalle 1 à 10, le nombre de Grashof est fixé à  $Gr = 10^4$  et le nombre de Reynolds varie. Plusieurs configurations de l'écoulement dans la cavité ont été considérés (figure 2.1), ceci est obtenu en faisant varier le nombre de chicane, et les positions d'entrée et de sortie de la cavité.

Pour les résultats de cette simulation numérique, nous allons présenter les lignes de courants et des isothermes pour différents nombre de chicane  $Nb = 1, Nb = 2, Nb = 3$  et  $Nb = 4$  pour différents nombres de Nusselt pour les deux configurations considérées.



**Figure 4.1** : Géométrie et conditions aux limites pour  $Nb = 1$ , configurations BB.

### 4.3 Validation

Pour la validation numérique du code de calcul, nous avons procédé à la comparaison des résultats obtenus dans la présente étude avec les résultats numériques obtenus par **Saha et al [21]**.

Le tableau 4.1 présente les valeurs du nombre de Nusselt moyen  $Nu_{\text{moy}}$  et la température maximale  $T_{\text{max}}^+$  déterminées au niveau de la paroi chaude pour un nombre de Reynolds  $Re = 100$  et pour le nombre de Richardson  $Ri = 10$ . On remarque que les valeurs de  $Nu_{\text{moy}}$  et  $T_{\text{max}}^+$  sont presque les mêmes. La valeur de l'erreur absolue maximale est 1,82 % pour  $Nu_{\text{moy}}$  et 0,39 % pour  $T_{\text{max}}^+$ .

	Présente étude	Saha et al [21]	Erreur % (abs)
$Nu_{\text{moy}}$	2,235	2,276	1,82
$T_{\text{max}}^+$	0,2062	0,207	0,39

**Tableau 4.1** : comparaison entre les résultats de la présente étude et ceux de [21] pour  $Re = 100$  et  $Ri = 10$ .

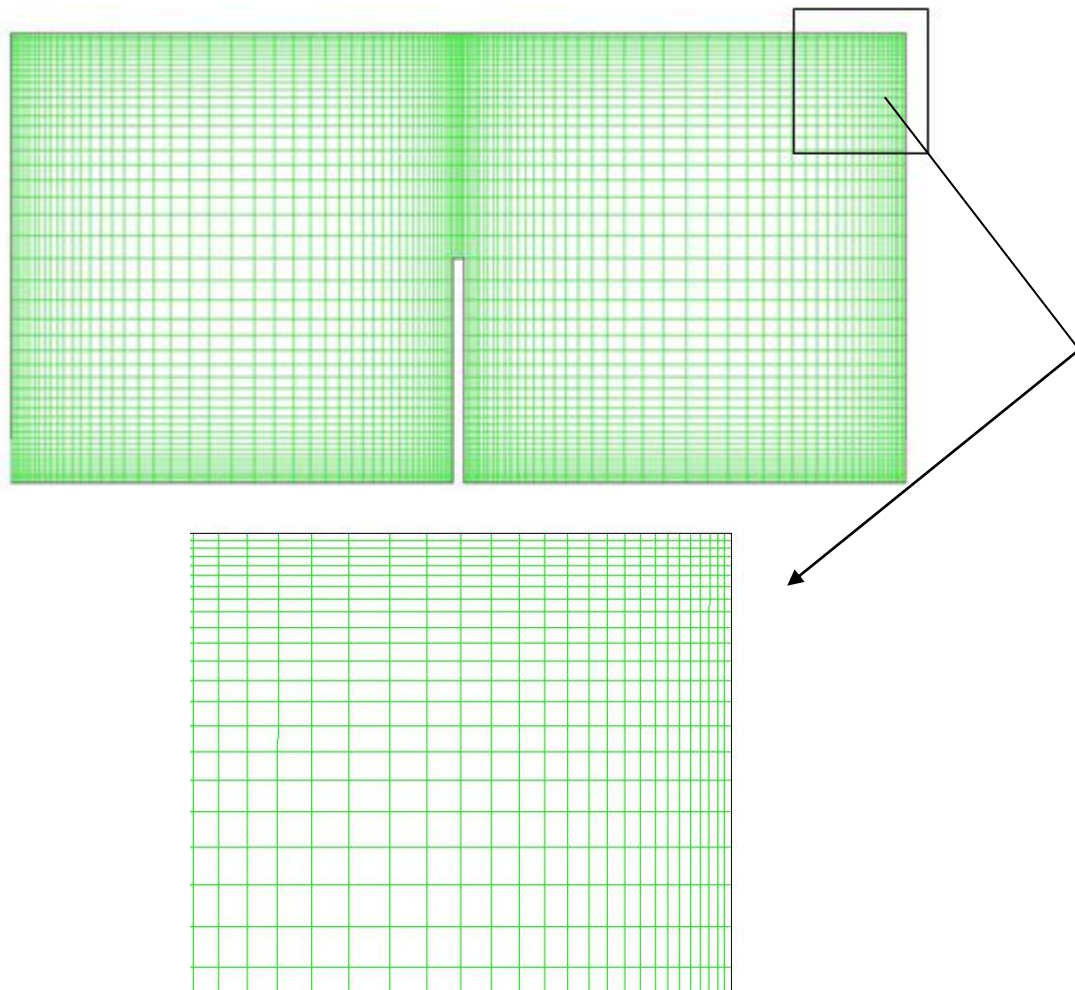
### 4.4 Maillage du domaine

Les résultats sont donnés sous forme de lignes de courant, de lignes isothermes, et de variation du nombre de Nusselt de paroi chaude. Les propriétés de l'air sont déterminées à partir de la température de référence  $T_0$ . Le nombre de Richardson est pris entre 1 et 10 pour maintenir le régime d'écoulement laminaire. Le maillage est uniforme (81x41) pour les deux directions x et y, il donne des valeurs plus précise par rapport aux autres maillages. Les résultats obtenus pour une seule chicane et pour un nombre de Richardson  $Ri = 1$ , avec ce maillage (81x41) sont comparables à ceux obtenus pour le maillage de (101x51) et (121x61). La finesse de le maillage (121x61) génère

des variations maximales inférieures à 0,71% et 1,46% en termes de  $Nu_{\text{moy}}$  et  $T_{\text{moy}}^+$  respectivement (tableau 4.2), on voit clairement qu'il existe une petite différence entre les résultats des trois maillages. Cette finesse est utilisée dans tous les calculs ultérieurs.

Maillage				Erreur % (abs)		
	(81X41)	(101X51)	(121X61)	(81X41)	(101X51)	(121X61)
$Nu_{\text{moy}}$	1,5394	1,5392	1,5285	-	0,013	0,71
$T_{\text{moy}}^+$	0,5211	0,5212	0,5288	-	0,0192	1,46

**Tableau 4.2** : Effet de maillage sur les résultats obtenus pour la configuration BH,  $Gr = 10^4$ ,  $Nb = 1$ ,  $Ri = 1$ .



**Figure 4.2** : Le maillage (81X41), pour  $Nb = 1$

#### 4.5 Procédure de la solution numérique

La méthode numérique utilisée pour résoudre les équations de continuité, de quantité de mouvement et l'énergie est intégrée dans l'algorithme de (*SIMPLE*), le détail de cette méthode décrite par **Patankar** [43] dans l'annexe A a été utilisé pour déterminer la pression à partir de

l'équation de continuité. Les équations discrétisées ont été résolues de manière itérative dans chaque direction le long des axes. Le schéma QUICK de **Hayase et al. [53]** est utilisé pour minimiser la diffusion numérique pour les termes de convection, pour les équations de mouvement et l'équation énergétique. La valeur de la convergence du processus itératif dans cette étude est prise égale à  $10^{-5}$ .

## 4.6 Résultats et discussions

Les paramètres physiques intervenant dans le problème considéré sont le nombre de Grashof  $Gr$ , nombre de Richardson  $Ri$ , les conditions géométriques de la source de chaleur, la disposition de l'ouverture et de sortie et le nombre de chicane. Dans la géométrie présentée par la Figure 4.1, sont spécifiés: le rapport d'aspect de la cavité  $A = 2$  et la hauteur de l'ouverture a été fixé à  $w = 0,1$ . La température de l'écoulement externe imposé est maintenue à une température constante  $T_0 = 298,15K$ . La valeur du nombre de Grashof est fixe  $Gr = 10^4$ , et le nombre Richardson compris entre 1 et 10.

Dans ce qui suit, les effets du nombre de Richardson, la position relative de la configuration d'écoulement (BB, BH) et le nombre de chicanes, sur l'écoulement de fluide et des caractéristiques de transfert de chaleur sont présentés. Les résultats numériques ont été effectués pour l'air avec le nombre de Prandtl égale  $Pr = 0,71$ .

### 4.6.1 Les contours de vitesse et les lignes isothermes

Les résultats de l'étude sont obtenus pour des valeurs du nombre de Richardson compris entre 0,1 et 16. Cette gamme de Richardson a été retenue par **Roy et al. [2]**, qui couvre la convection mixte où les deux convections naturelle et forcée sont dominantes. Pour les faibles valeurs de Richardson ( $Ri < 0,1$ ), la convection forcée est dominante. Pour Richardson ( $Ri > 16$ ), la convection naturelle est dominante. En effet, les conditions aux limites imposées à l'entrée de la cavité ne sont pas compatibles avec la nature physique du problème, à cause des cellules fermées qui sont formées sur la droite de la chicane et qui empêchent la circulation libre des flux imposé et caractérisé par des lignes ouvertes.

Les figures 4.3 et 4.4 montrent l'influence du nombre de chicane sur les contours de vitesses pour  $Ri = 1$ ,  $Gr = 10^4$  et pour les deux dispositions de la sortie de la cavité (configurations BB et BH).

Pour les contours de vitesse on remarque l'existence d'un tourbillon juste à l'entrée de la cavité et un autre tourbillon juste après chaque chicane. Le tourbillon empêche la circulation libre des flux

imposé caractérisé par des lignes de courant ouvertes. L'effet du tourbillon diminue avec la diminution de leur taille provoquée par l'augmentation du nombre de chicanes.

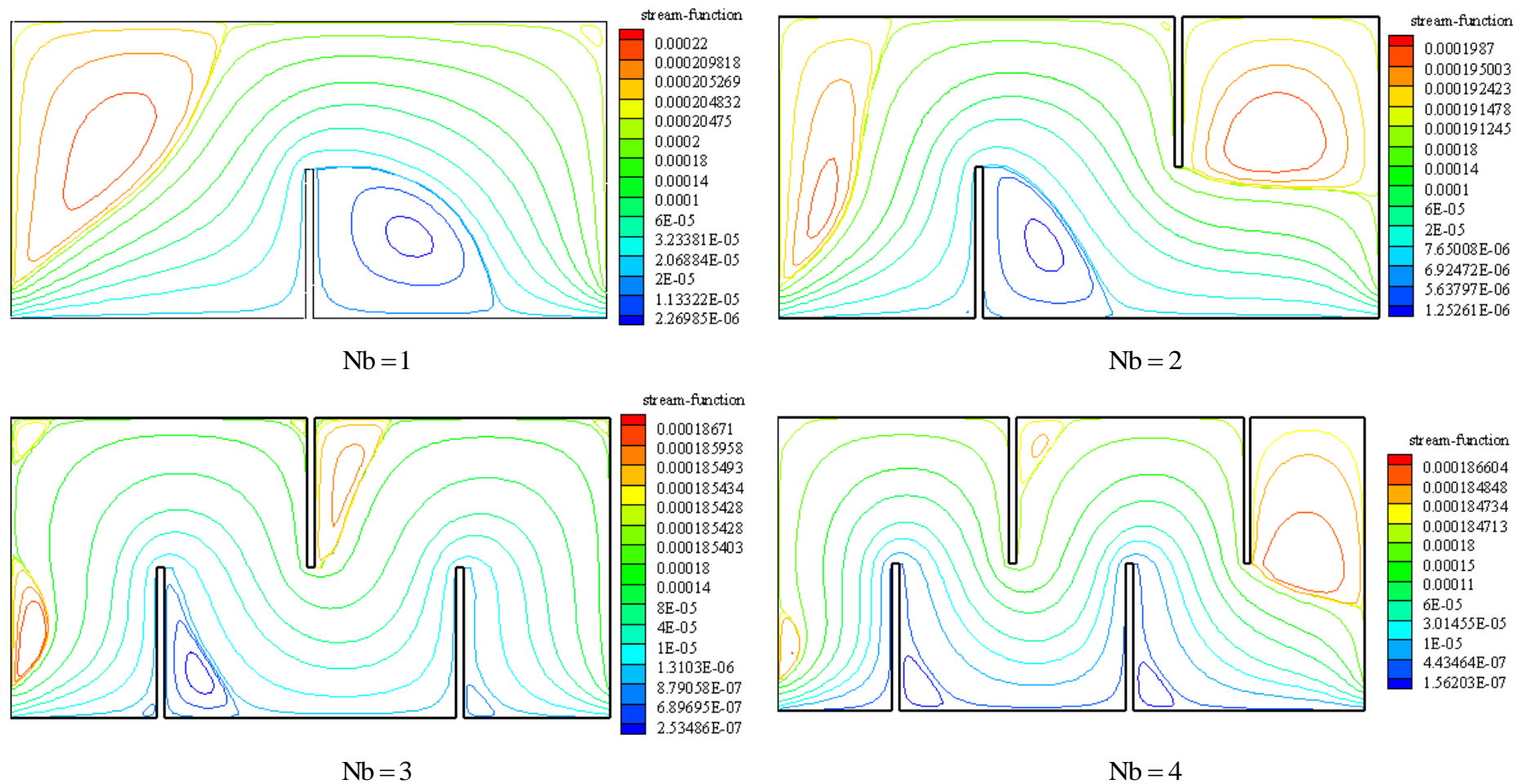
On observe que pour la configuration BB, le sens de l'accélération de gravité et la position de l'ouverture de sortie du fluide ont la même direction. L'écoulement du fluide dans la cavité descend vers l'ouverture de la sortie sans influence de la gravité. Ceci signifie que la présence ou l'absence de la gravité n'influe pas sur le contour de vitesse.

Pour le tourbillon juste à l'entrée de la cavité, sont dus à la vitesse de l'écoulement et la hauteur de l'ouverture. Par comparaison avec **Bahlaoui et al. [23]**, nous avons remarqué que la taille des tourbillons est plus petite par rapport à ceux que nous avons obtenus. En effet, parce que la hauteur de l'ouverture choisi par **Bahlaoui et al. [23]** est  $(H/4)$ , par contre celle que nous avons utilisée est  $(H/10)$ . La taille des tourbillons dépend donc de la hauteur de l'ouverture.

Pour la configuration BH, les tourbillons sont situés après chaque chicane, ce résultat est valable aux ceux de la configuration BB. Le cas d'une seule chicane  $N_b = 1$ , on remarque que les lignes de courant dans la partie droite (après la chicane) sont en contact avec la paroi chaude, sachant que l'ouverture de la sortie est située dans la partie supérieure de la paroi droite. Dans le cas de la convection naturelle la circulation de fluide est produite à partir du gradient de la température et de l'accélération de la gravité. D'après ce résultat l'accélération de la gravité existe dans l'écoulement du fluide, c'est la poussée d'Archimède : les molécules chaudes se dirigent vers le haut et les molécules froides se dirigent vers le bas.

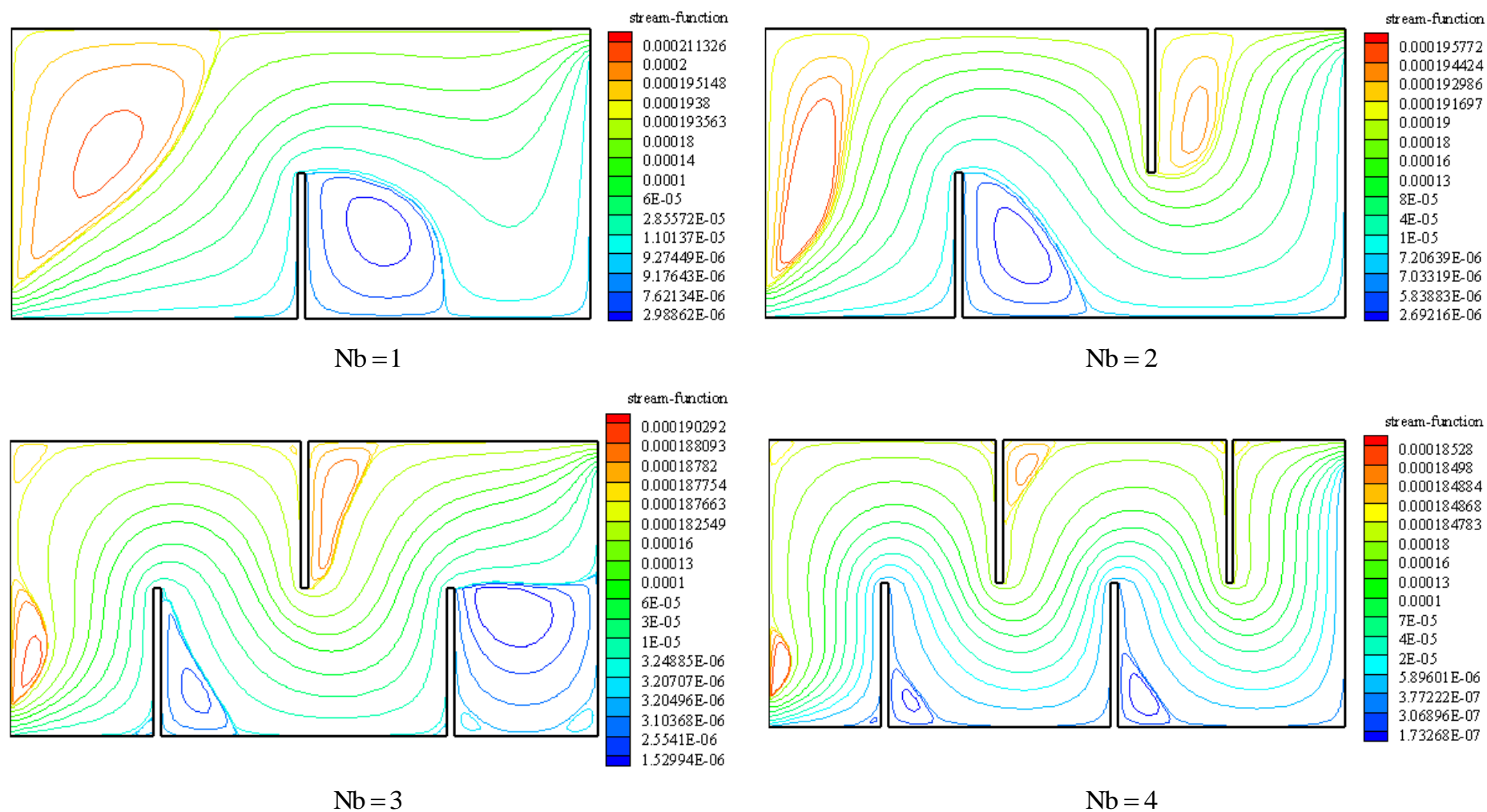
Pour le nombre de chicane  $N_b > 1$ , on remarque que le fluide est contacté la paroi chaude à l'aide des chicanes supérieure, c.-à-d. les chicanes situées sur la paroi horizontale supérieure, modifie la trajectoire de l'écoulement de fluide, on peut dire que l'influence de la gravité est faible.

On constate que, la gravité a une influence dans le cas d'un seule chicane et qu'elle est faible lorsque  $N_b > 1$ .



**Figure 4.3** : Influence du nombre de chicane sur les contours de vitesses pour la configuration BB,  $Ri = 1$ ,  $Gr = 10^4$ .

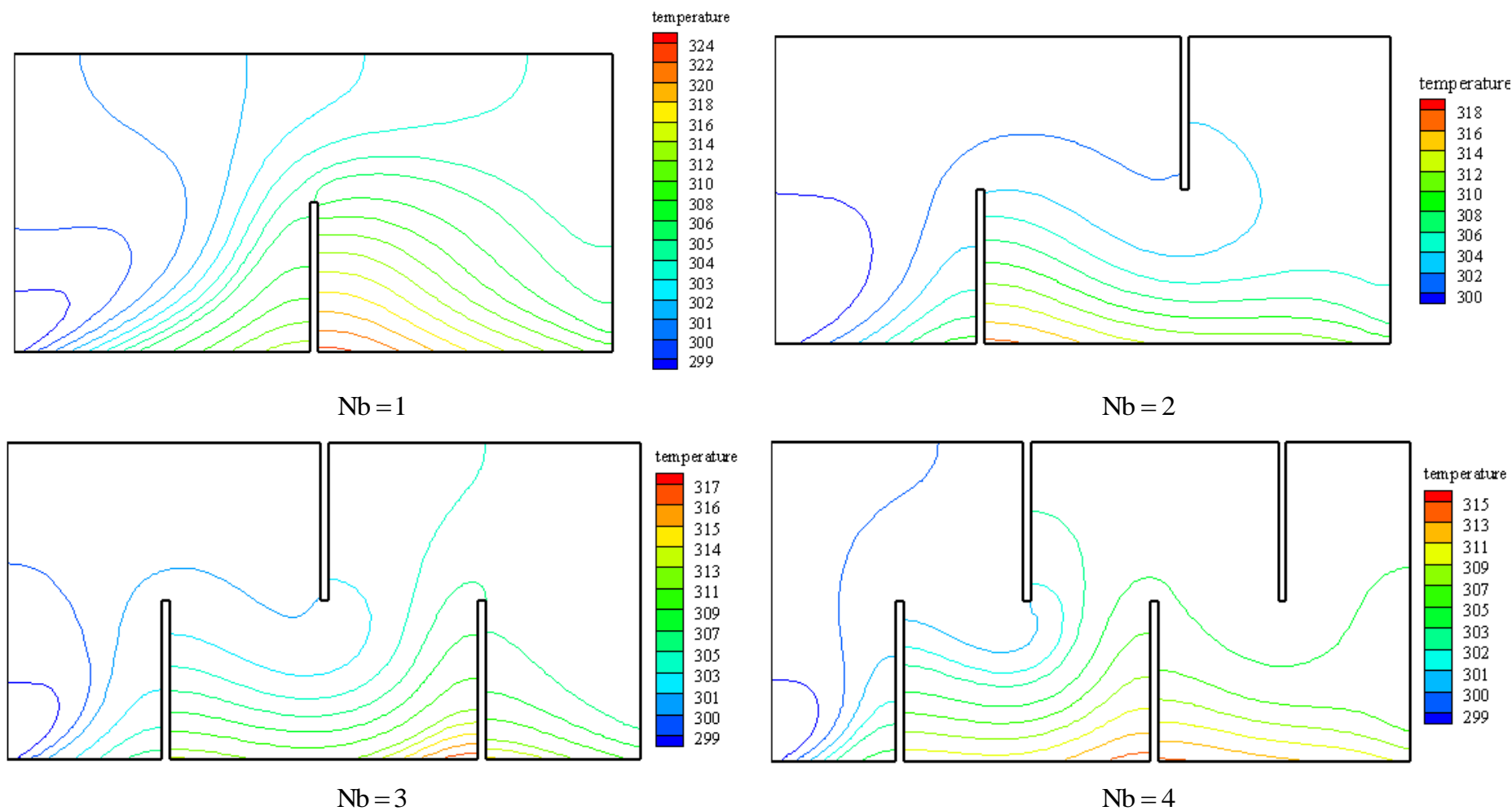




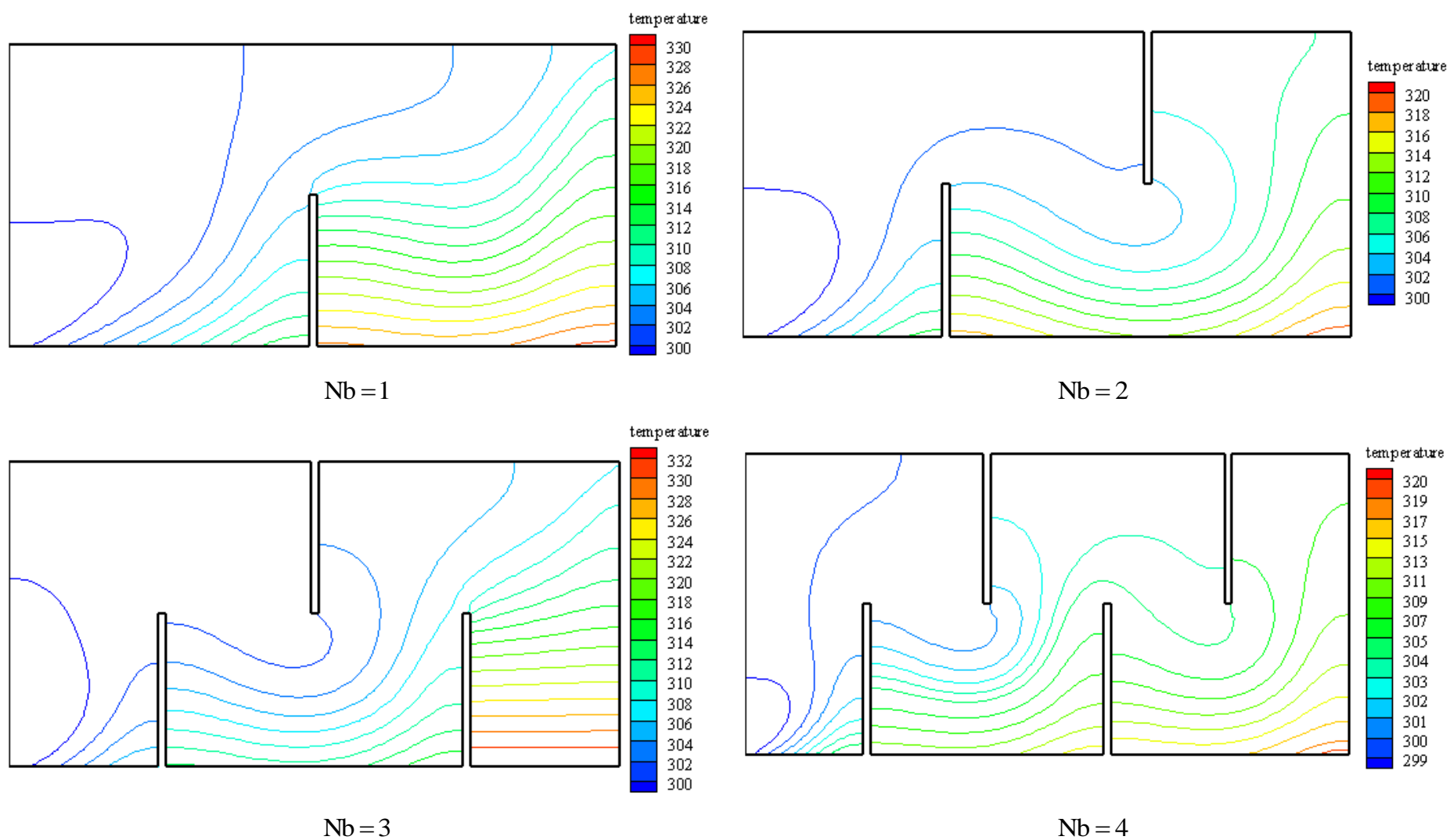
**Figure 4.4 :** Influence du nombre de chicane sur les contours de vitesses pour la configuration BH,  $Ri = 1$ ,  $Gr = 10^4$ .

Les figures 4.5 et 4.6 montrent l'influence du nombre de chicane sur les lignes isothermes pour  $Ri = 1$ ,  $Gr = 10^4$  et pour les deux dispositions de la sortie de la cavité (configurations BB et BH).

Les lignes isothermes sont serrées au niveau de la paroi chaude dans le cas de la configuration BB, ceci montre qu'il y a un bon échange thermique par convection entre la paroi et le fluide. Pour la configuration BH, les résultats sont en bonne concordance avec ceux trouvés par **Bahlaoui et al. [23]** dans le cas d'une seule chicane. Lorsque le nombre de chicane est supérieur à un  $Nb > 1$ , les résultats obtenus sont similaires à ceux de la configuration BB. Cependant, l'échange thermique entre la paroi et le fluide pour la configuration BH est faible par rapport à celui de la configuration BB. Cette diminution de l'échange thermique dans le cas de la configuration BH, peut être due au temps de transit de l'air dans la cavité qui est fonction du nombre de chicane.



**Figure 4.5 :** Influence du nombre de chicane sur les lignes isothermes pour la configuration BB,  $Ri = 1$ ,  $Gr = 10^4$  .



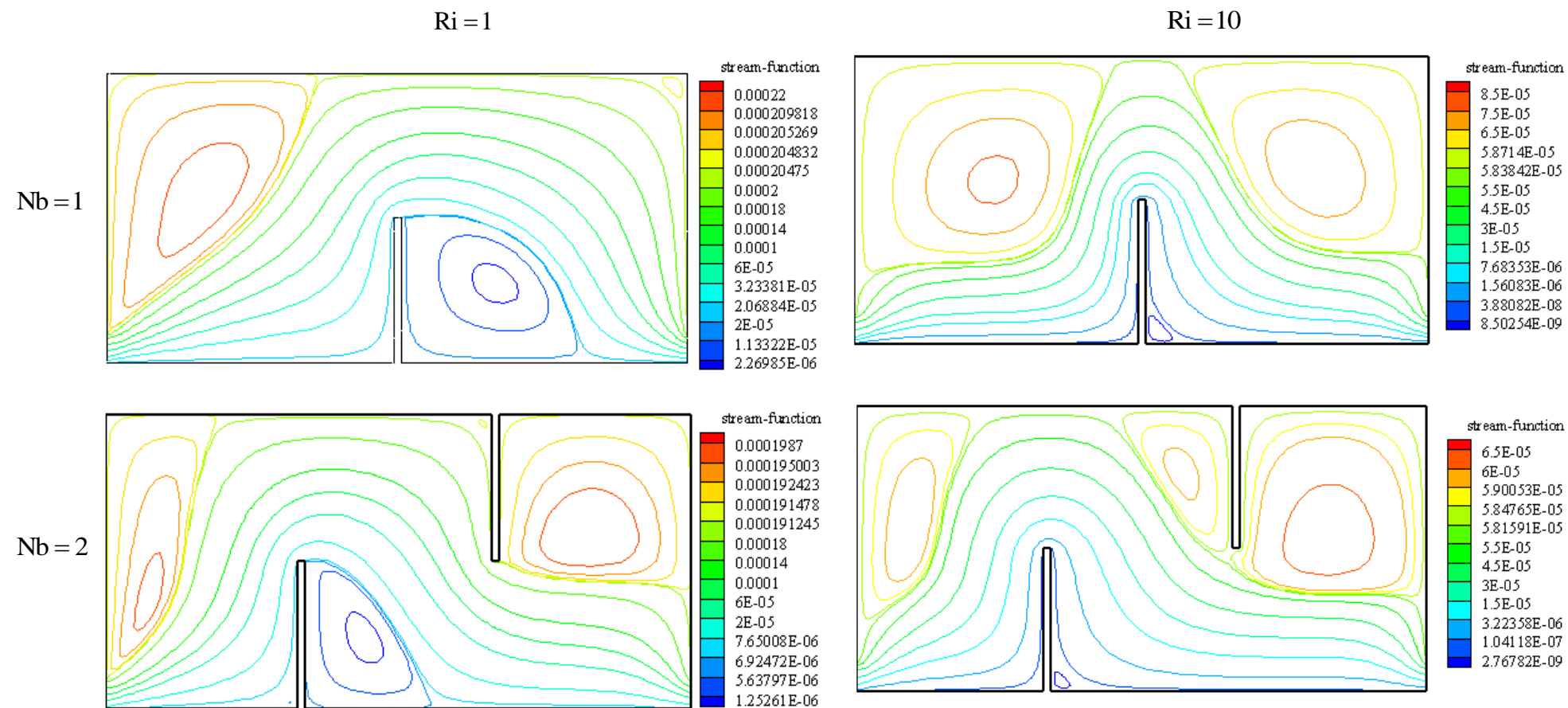
**Figure 4.6 :** Influence du nombre de chicane sur les lignes isothermes pour la configuration BH,  $Ri = 1$ ,  $Gr = 10^4$ .

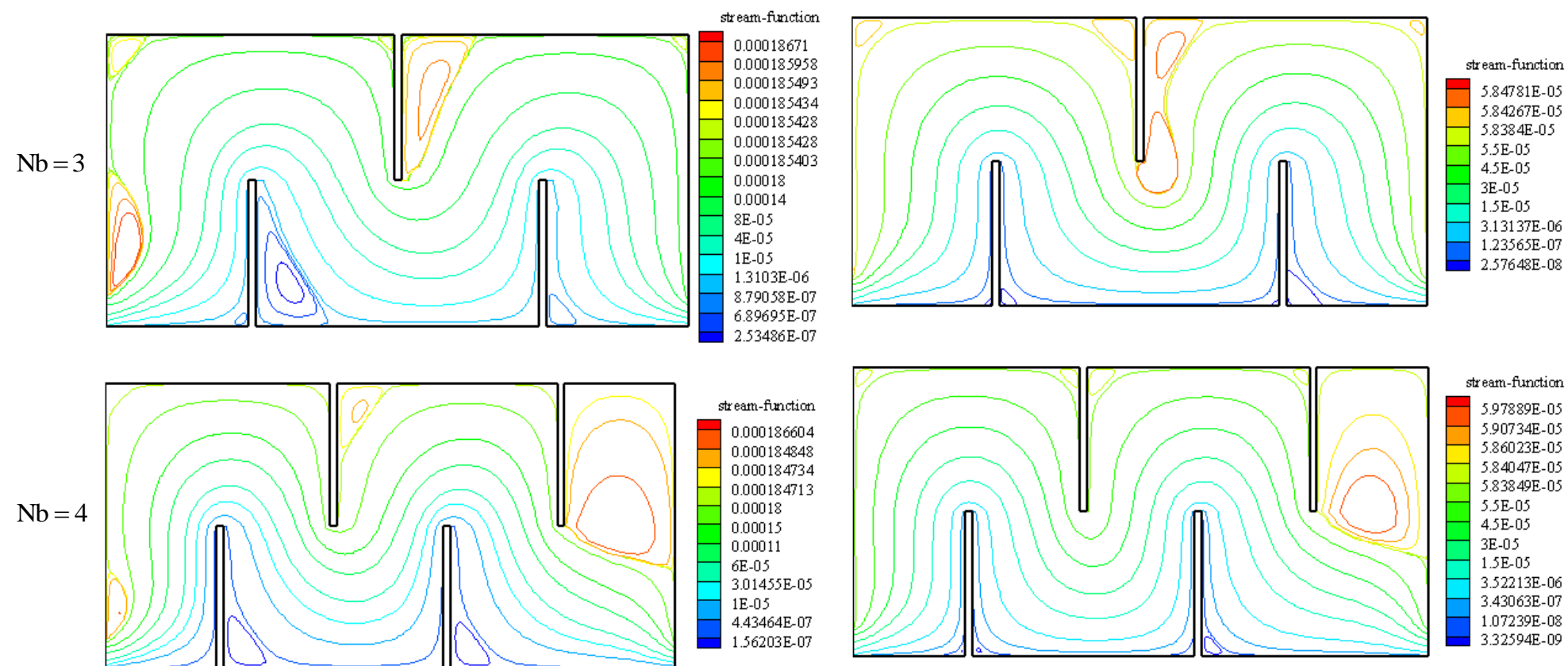
Les figures 4.7 et 4.8 montrent l'influence du nombre de Richardson en fonction du nombre de chicane sur les contours de vitesses et les lignes isothermes pour la configuration BB.

Pour la figure 4.7, on remarque que la taille du tourbillon provoquée après la chicane qui est attaché sur la paroi inférieure diminue lorsque le nombre de Richardson augmente, par contre le tourbillon provoqué après la chicane supérieure augmente lorsque le nombre de  $Ri$  augmente. Les résultats montre que pour  $Ri=1$ , la vitesse du fluide imposée dans la cavité favorise la circulation, celle ci est représenté par des tourbillons situés après les chicanes inférieures. L'influence de l'accélération de la gravité est représentée par des tourbillons situés après les chicanes supérieures et suivant la poussée d'Archimède.

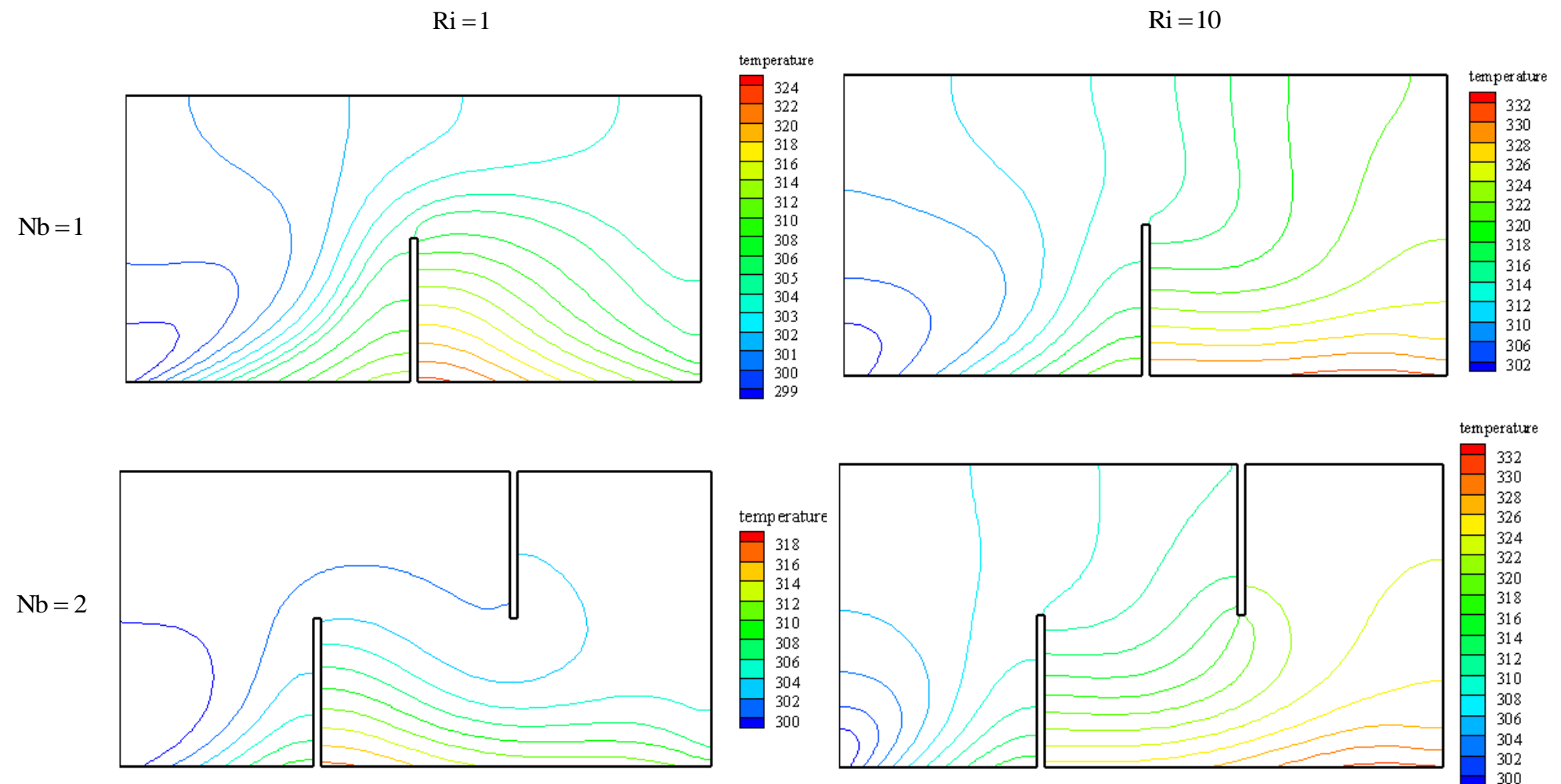
Pour la figure 4.8, on remarque que les valeurs de la température maximale déterminée pour le nombre de Richardson  $Ri=10$ , ce résultat paraît logique parce que pour un nombre  $Ri$  petit la vitesse de fluide plus grand et le transfert thermique est plus grand par rapport à celui obtenu dans le cas des grandes valeurs de  $Ri$ .

Pour le nombre de Richardson  $Ri=1$ , la convection forcée prédomine sur la convection naturelle, d'autre par, pour le nombre de Richardson  $Ri=10$ , la convection naturelle prédomine sur la convection forcée. Dans son étude analytique sur le transfert de chaleur naturel, Roy et al [2] a trouvé des résultats similaires.

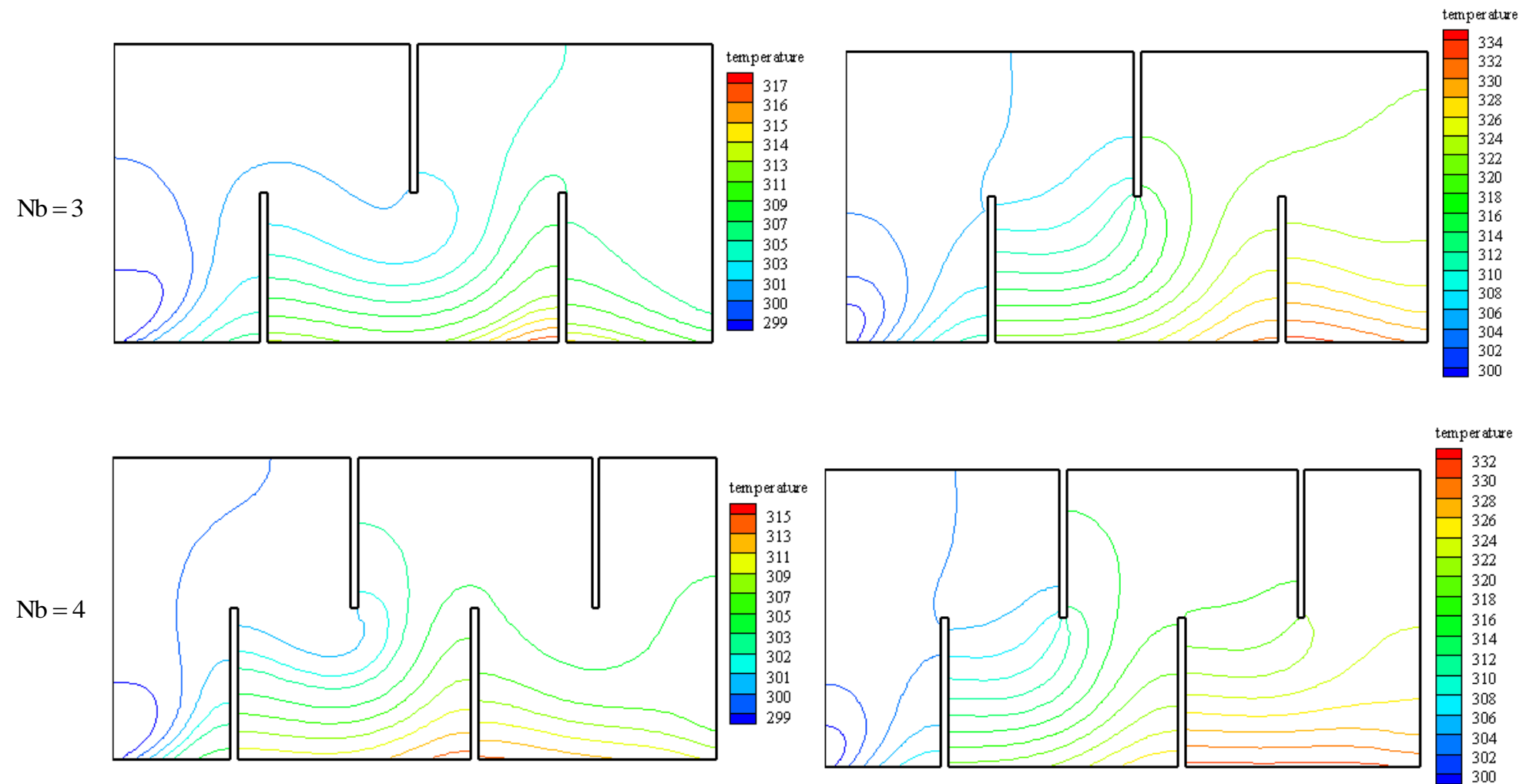




**Figure 4.7 :** Influence du nombre de Richardson sur les contours de vitesses pour les différents nombre de chicane et pour la configuration BB.







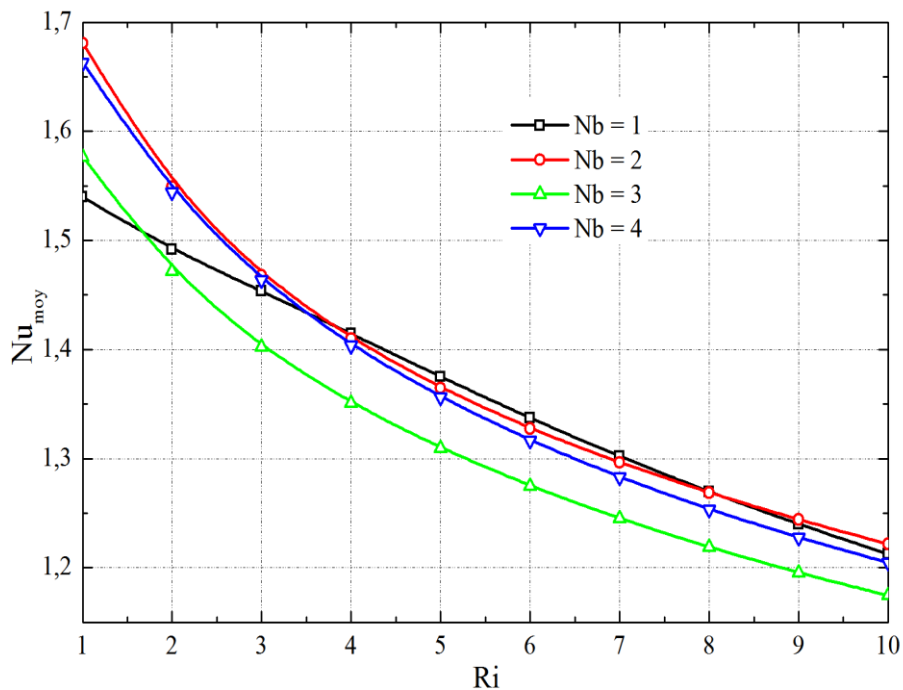
**Figure 4.8** : Influence du nombre de Richardson sur les lignes isothermes pour les différents nombre de chicane et pour la configuration BB.

#### 4.6.1 Variation du nombre de Nusselt

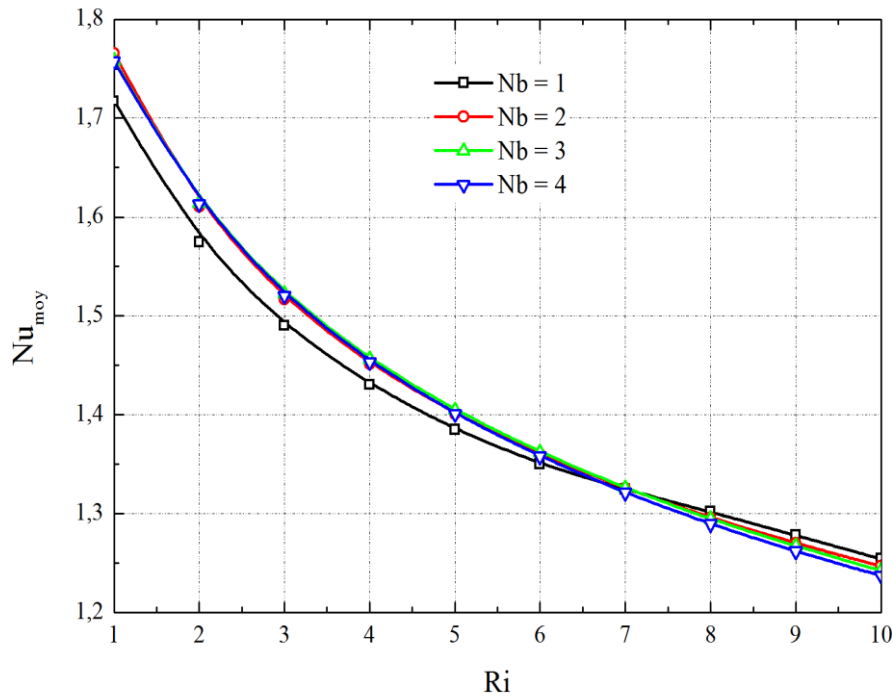
La figure 4.9(a) et 4.9(b) montrent la variation du nombre de Nusselt moyen  $Nu_{\text{moy}}$  en fonction du nombre de Richardson  $Ri$ , pour les différents nombre de chicane  $Nb = 1$  à 4. Notons que tous les résultats qui nous avons obtenus au niveau de la paroi horizontale inférieure chaude. Nous remarquons que le nombre de Nusselt moyen  $Nu_{\text{moy}}$  diminue lorsque le nombre de Richardson  $Ri$  augmente, ceci montre que le transfert de chaleur convectif augmente, lorsque la vitesse d'écoulement augmente.

Pour la configuration BH (Figure 4.9(a)), nous remarquons que pour un nombre de chicane supérieur à un  $Nb > 1$ , la valeur maximale du nombre de Nusselt moyen est obtenue pour un nombre de chicane égale à deux  $Nb = 2$ . La différence entre les valeurs de Nusselt  $Nu_{\text{moy}}$  correspondantes à  $Nb = 2$  et  $Nb = 4$  prend une valeur du taux de variation maximale de 1.4%, par contre, cette différence est importante entre  $Nb = 3$  et  $Nb = 4$  avec une valeur du taux de variation maximale de 5.2%. Ceci montre que par rapport au nombre impair de chicanes, le nombre pair permet un bon transfert de chaleur.

Pour la configuration BB et pour un nombre de Richardson tel que  $2 \leq Ri \leq 7$ , la valeur maximale de  $Nu_{\text{moy}}$  est presque obtenue pour un nombre de chicane impaire  $Nb = 3$ .



(a)



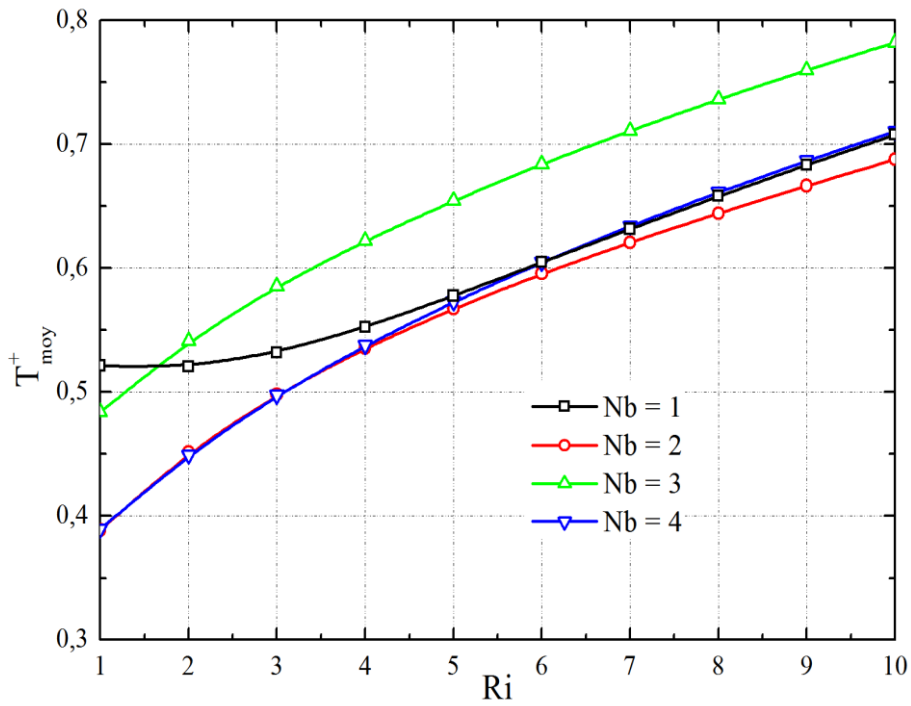
(b)

**Figure 4.9** : Influence du nombre de chicane sur le nombre de Nusselt moyen pour différentes valeurs de Ri : (a) la configuration BH et (b) la configuration BB.

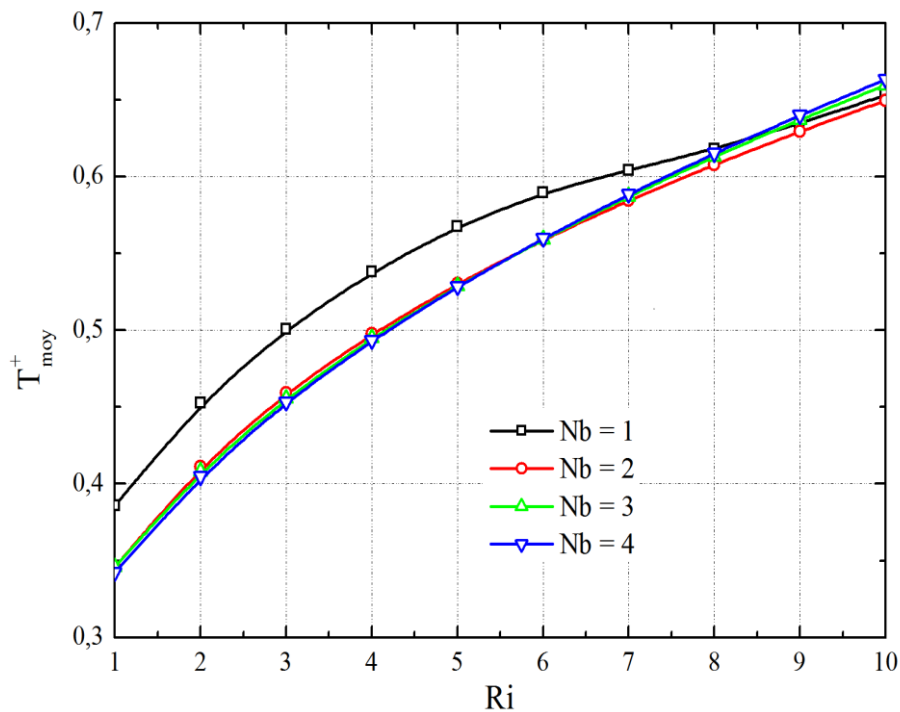
#### 4.6.2 Variation de la température moyenne

Figure 4.10 (a) et 4.10(b) montrent la variation de la température moyenne  $T_{\text{moy}}^+$  en fonction du nombre de Richardson Ri, pour les différents nombre de chicane Nb=1 à 4. Nous remarquons que la température moyenne  $T_{\text{moy}}^+$  augmente avec l'augmentation du nombre de Richardson Ri, notons que la valeur maximale à est obtenu pour Nb=3 dans le cas de la configuration BH. Les deux courbes correspondant à Nb=2 et Nb=4 sont confondues pour  $Ri \leq 4$ , au-delà elles s'écartent et la valeur maximale du taux de variation est égale à 3.18%. Par contre, cette différence est importante entre Nb=3 et Nb=4, la valeur du taux de variation maximale de 19,49%. Pour un nombre de Richardson  $Ri \geq 5$ , les deux courbes correspondant à Nb=1 et Nb=4 sont presque confondues et la valeur du taux de variation maximale égale à 0.82%.

Pour le cas de la configuration BB, nous remarquons que la valeur maximale de la température moyenne  $T_{\text{moy}}^+$  est obtenue pour Nb=1. Lorsque le nombre de chicane est supérieur à un ( $Nb > 1$ ), les courbes de la variation de la température moyenne  $T_{\text{moy}}^+$  sont confondues.



(a)



(b)

**Figure 4.10** : Influence du nombre de chicane sur la température moyenne pour différentes valeurs de Ri : (a) la configuration BH et (b) la configuration BB

### 4.6.3 Profils de vitesse au milieu de la cavité

Les figures Figure 4.11 et figure 4.12 montrent l'influence du nombre de chicane sur la variation de la vitesse adimensionnelle  $v^+$  suivant l'axe x respectivement pour les configurations BH et BB et ce pour les différentes valeurs du nombre de Richardson Ri .

La figure 4.11 montre qu'à l'entrée de la cavité, la composante verticale  $v^+$  de vitesse diminue quand  $Ri$  augmente, ce résultat est similaire à celui obtenu par [21]. A une position  $x^+ = 0.6$  avant la chicane,  $v^+$  augmente avec  $Ri$ . Entre la chicane et la position  $x^+ = 1.6$ ,  $v^+$  diminue avec  $Ri$ , ceci est dû aux tourbillons qui prennent naissance juste après la chicane. Au-delà de cette position et jusqu'à la sortie de la cavité,  $v^+$  augmente avec  $Ri$ , passe par un maximum puis tend vers la valeur zéro. Ce résultat est similaire à celui obtenu par [21]. Les résultats obtenus dans le cas de la configuration BH restent valables pour le cas de la configuration BB.

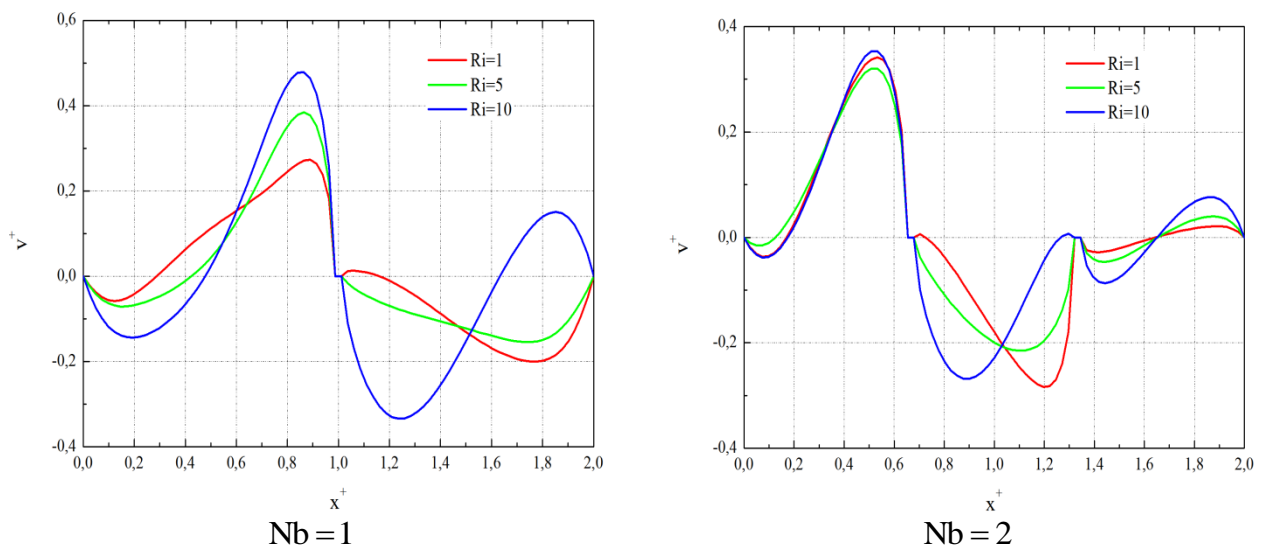
Les remarques faites pour la cavité à une chicane sont valables pour la cavité à deux chicanes (figure 4.11b et figure 4.12b), et ce pour les deux configurations BH et BB.

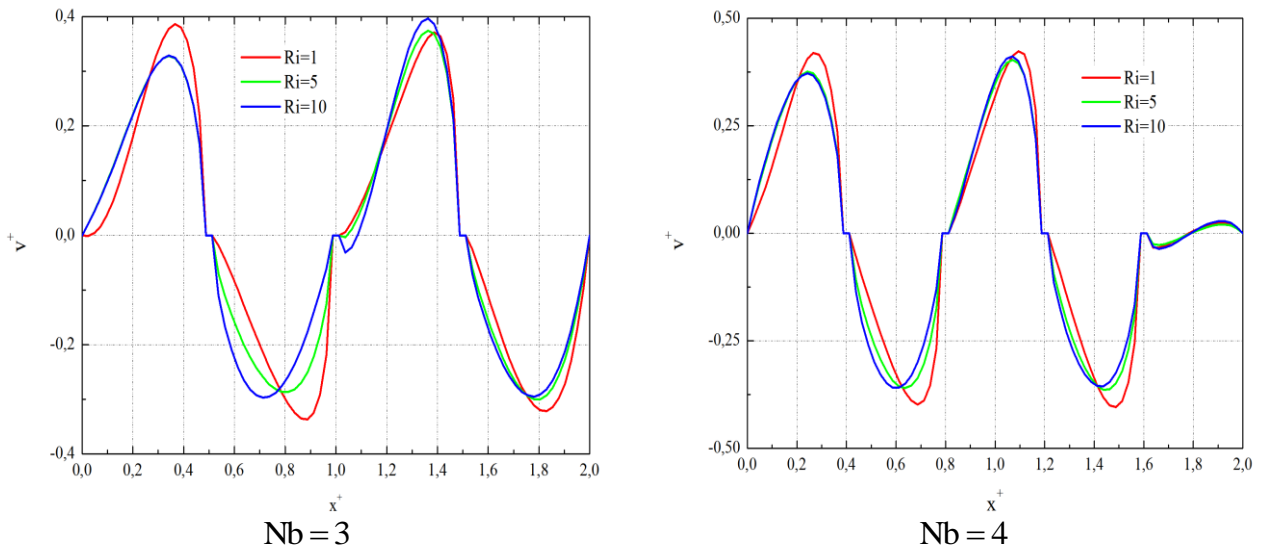
Pour les cavités à trois et quatre chicanes, la variation de  $v^+$  a la même allure. Deux cas se présentent :

1<sup>er</sup> cas: entre l'entrée et la première chicane,  $v^+$  augmente quand  $Ri$  augmente, passe par un maximum pour diminuer ensuite avec l'augmentation de  $Ri$ . Le résultat de ce premier cas, reste valable pour une cavité comportant un nombre impair de chicanes.

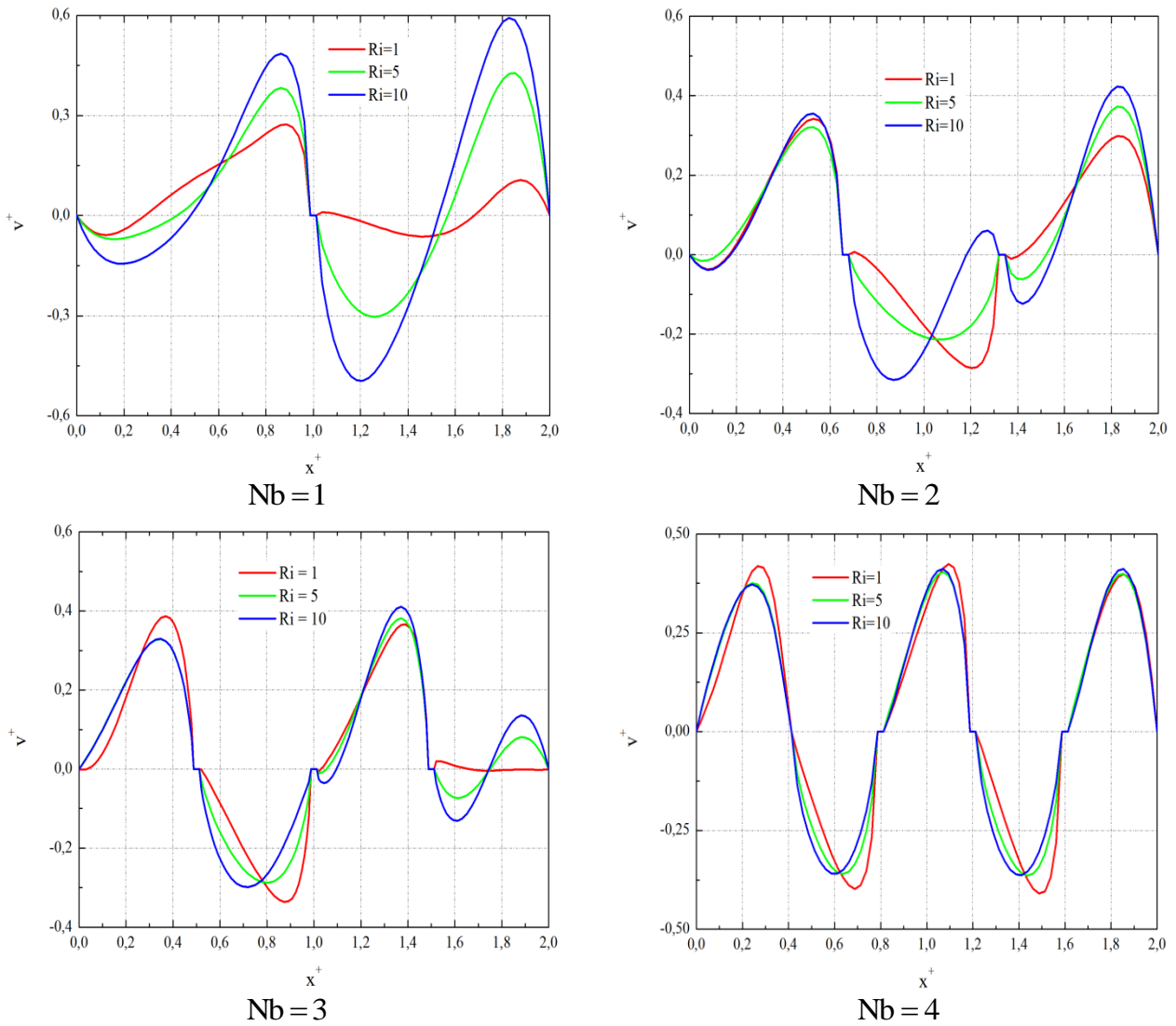
2<sup>ème</sup> cas : entre la première et la deuxième chicane,  $v^+$  diminue quand  $Ri$  augmente, passe par un minimum pour ensuite augmenter quand  $Ri$  augmente. Le résultat de ce deuxième cas, reste valable pour une cavité comportant un nombre pair de chicanes.

A l'entrée et à la sortie  $v^+$  est nulle.





**Figure 4.11 :** les variations des profils de vitesse  $v^+$  en fonction de  $x^+$  pour  $y^+ = 0.5$  et pour la configuration BB.



**Figure 4.12 :** les variations des profils de vitesse  $v^+$  en fonction de  $x^+$  pour  $y^+ = 0.5$  et pour la configuration BH.

## **4.7 Conclusion**

Dans ce chapitre, on présente premièrement la géométrie construite à l'aide du logiciel "GAMBIT". On définit les conditions aux limites proposées et ensuite le maillage généré.

Finalement nous avons visualisé les résultats de simulation qui ont été validés en respectant les critères de validation du processus CFD. Les simulations ont été, généralement, effectuées en régime laminaire et stationnaire.

*Conclusion  
Générale*



# Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons mené une étude numérique sur le transfert de chaleur par convection mixte dans une cavité ventilée à paroi inférieure horizontale chauffée par un flux de chaleur constante. En se basant sur les approximations de Boussinesq pour la convection naturelle et un jet de l'air pour la convection forcée, nous avons développé le modèle mathématique décrivant notre problème. Des hypothèses simplificatrices ont été introduites et justifiées. Ensuite nous avons introduit la méthode de génération du maillage pour pouvoir mailler notre domaine physique un peu compliqué, et réécrire notre modèle mathématique dans un domaine de calcul plus simple. Le système d'équations simplifié résultant est résolu numériquement par la méthode des volumes finis. Le couplage vitesse-pression est traité par l'algorithme SIMPLE.

La simulation numérique a été faite avec le code du CFD (FLUENT). La validation numérique de cette simulation a montré une bonne concordance entre nos résultats avec les résultats de ceux de [21].

Les principaux résultats de ce travail peuvent être résumés comme suit :

Les deux dispositions de la sortie de la cavité (configurations BB et BH) ont une influence significative sur le nombre de Nusselt moyenne dont la valeur maximale est obtenue pour la configuration BB à cause des lignes de courant qui sont serrés à la paroi chaude. La gravité n'a aucune influence sur le transfert thermique et ce quelque soit le nombre de chicanes utilisé. L'influence de la gravité est observée uniquement pour la configuration BH et surtout dans le cas d'une seule chicane.

Pour un nombre de chicane supérieur à un ( $Nb > 1$ ) et dans le cas de la configuration BH, la valeur maximale du nombre de Nusselt moyen est obtenue pour un nombre de chicane égale à deux  $Nb = 2$ . La différence entre les valeurs de Nusselt  $Nu_{moy}$  obtenues pour  $Nb = 2$  et  $Nb = 4$  est très petite, par contre, cette différence est importante entre  $Nb = 2$  et  $Nb = 3$ . Ceci montre que par rapport au nombre impair de chicanes, le nombre pair permet un bon transfert de chaleur. Pour La configuration BB et pour un nombre de Richardson tel que  $2 \leq Ri \leq 7$ , la valeur maximale de  $Nu_{moy}$  est presque obtenue pour un nombre de chicane impaire  $Nb = 3$ .

*Références  
Bibliographiques*

# Références bibliographiques

- [1] F. Incropera , D. Dewitt , T. Bergman , A. Lavine , Fundamentals of heat and mass transfers, 6<sup>th</sup> edition, (2007) John Wiley & Sons, Inc.
- [2] J. C. Roy, T. Boulard, C. Kittas, S. Wang, Convective and Ventilation Transfers in Greenhouses, Part 1: the Greenhouse considered as a Perfectly Stirred Tank, *Biosystems Engineering* (2002) 83 (1), pp 1–20.
- [3] E. Papanicolaou, Y. Jaluria, Computation of turbulent flow in mixed convection in a cavity with a localized heat source, *Journal of Heat Transfer by ASME*, (1995), Vol. 117, pp 649-658.
- [4] T.H Hsu, P.T Hsu , S.P How, mixed convection in a partially divided rectangular enclosure, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology*, (1997) 31:6, pp 655-683.
- [5] S.P How, T. H Hsu, Transient mixed convection in a partially divided enclosure, *Computers Math. Applic.*, (1998) Vol. 36, No. 8, pp 95-115.
- [6] A. Raji , M. Hasnaoui , Mixed convection heat transfer in a rectangular cavity ventilated and heated from the side, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology*, (1998), 33:5, pp 533-548.
- [7] A. Raji, M.Hasnaoui, Corrélations en convection mixte dans des cavités ventilées, *Rev. Gin. Therm.* (1998) 37, pp 874-884.
- [8] T. H. Hsu, S. P. How, Mixed convection in an enclosure with a heat-conducting body, *Acta Mechanica*, (1999), 133, pp 87-104.
- [9] T. H. Hsu, S. G. Wang, Mixed convection in a rectangular enclosure with discrete heat sources, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology*, (2000), 38:6, pp 627-652.
- [10] O. Manca , S. Nardini, K. Khanafer , K. Vafai, Effect of heated wall position on mixed convection in a channel with an open cavity, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology*, (2003), 43:3, pp 259-282.
- [11] S. H. Tasnim, M. R. Collins, Suppressing natural convection in a differentially heated square cavity with an arc shaped baffle, *International Communications in Heat and Mass Transfer*,

- (2005), 32, pp 94–106.
- [12] T.S. Chang, Y.H. Shiau, Flow pulsation and baffle's effects on the opposing mixed convection in a vertical channel, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, (2005), 48, pp 4190–4204.
- [13] Y.L. Tsay, T. S. Chang , J. C. Cheng, Heat transfer enhancement of backward-facing step flow in a channel by using baffle installation on the channel wall, *Acta Mechanica*, (2005), 174, pp 63–76.
- [14] J.C. Cheng, Y.L Tsay, Effects of solid and slotted baffles on the convection characteristics of backward-facing step flow in a channel, *Heat Mass Transfer*, (2006), 42, pp 843–852.
- [15] S.C. Tzeng, T.M. Jeng , Y.C. Wang, Experimental study of forced convection in asymmetrically heated sintered porous channels with/without periodic baffles, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, (2006) ,49, pp 78–88.
- [16] H. Li, C. Xing, M. J. Braun, Natural convection in a bottom-heated top-cooled cubic cavity with a baffle at the median height: experiment and model validation, *Heat Mass Transfer*, (2007), 43, pp 895–905.
- [17] R. Ezzouhri, P. Joubert, F. Penot, Simulation numérique 2D 3D des écoulements de convection naturelle et mixte en cavités anisothermes fermées et ventilées, *13èmes Journées Internationales de Thermique*, Albi : France (2007)"
- [18] Y.C. Lin , Y.C. Chung , C.Y. Wu, Mixing enhancement of the passive microfluidic mixer with J-shaped baffles in the tee channel, *Biomed Microdevices*, (2007), 9:215–221.
- [19] C. K. Chung, C.Y. Wu, T. R. Shih, Effect of baffle height and Reynolds number on fluid mixing, *Microsyst Technol*, (2008), 14, pp 1317–1323.
- [20] P. Kandaswamy, J. Lee , A.K. A. Hakeem , S. Saravanan, Effect of baffle–cavity ratios on buoyancy convection in a cavity with mutually orthogonal heated baffles, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, (2008), 51, pp 1830–1837.
- [21] S. Saha, Md. A. H. Mamun, M. Z. Hossain , A.K.M. S. Islam, Mixed Convection in an Enclosure with Different Inlet and Exit Configurations, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 2008, Vol. 1, No. 1, pp 78-93.
- [22] Y.G. Lei, Y.L. He, R. Li, Y.F. Gao, Effects of baffle inclination angle on flow and heat transfer of a heat exchanger with helical baffles, *Chemical Engineering and Processing*, (2008), 47, pp 2336–2345.

- [23] A. Bahlaoui , A. Raji , M. Hasnaoui , M. Naïmi , T. Makayssi , M. Lamsaadi, Mixed convection cooling combined with surface radiation in a partitioned rectangular cavity, *Energy Conversion and Management*,(2009), 50, pp 626–635.
- [24] J.H. Nie, Y.T. Chen, H.T. Hsieh, Effects of a baffle on separated convection flow adjacent to backward-facing step, *International Journal of Thermal Sciences*, (2009), 48, pp 618–625.
- [25] T. V. Radhakrishnan , G. Joseph , C. Balaji , S. P. Venkateshan, Effect of baffle on convective heat transfer from a heat generating element in a ventilated cavity, *Heat Mass Transfer*,(2009), 45, pp 1069–1082.
- [26] P. Promvonge, S. Sripattanapipat , S. Tamna , S. Kwankaomeng , C. Thianpong, Numerical investigation of laminar heat transfer in a square channel with 45° inclined baffles, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, (2010), 37, pp 170–177.
- [27] P. Promvonge, S. Sripattanapipat, S. Kwankaomeng, Laminar periodic flow and heat transfer in square channel with 45\_ inline baffles on two opposite walls, *International Journal of Thermal Sciences*, (2010), 49, pp 963-975.
- [28] A. Bahlaoui, A. Raji, M. Hasnaoui, C. Ouardi, M. Naïmi , T. Makayssi, Height Partition Effect on Combined Mixed Convection and Surface Radiation in a Vented Rectangular Cavity, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, (2011), Vol. 4, No.1, pp 89-96.
- [29] P. Sriromreun, C. Thianpong, P. Promvonge , Experimental and numerical study on heat transfer enhancement in a channel with Z-shaped baffles, *International Communications in Heat and Mass Transfer*,(2012), 39, pp 945–952.
- [30] P. Promvonge , W. Jedsadaratanachai, S. Kwankaomeng, C. Thianpong, 3D simulation of laminar flow and heat transfer in V-baffled square channel, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, (2012), 39, pp 85–93.
- [31] K. Kalidasan , R. Velkennedy , P. Rajesh Kanna , Buoyancy enhanced natural convection inside the ventilated square enclosure with a partition and an overhanging transverse baffle, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, (2014), 56, pp 121–132.
- [32] A. K. Sharma, P. S Mahapatra, N. K. Manna, K. Ghosh, Mixed convection in a baffled grooved channel, *Indian Academy of Sciences*, (2015), Vol. 40, Part 3, pp 835–849.
- [33] C. Nuntadusit, I. Piya, M. Wae-hayee, S. Eiamsaard, Heat transfer characteristics in a channel fitted with zigzag-cut baffles, *Journal of Mechanical Science and Technology*, (2015), 29 (6), pp 2547-2554.
- [34] J. Boussinesq, théorie analytique de la chaleur, mise en harmonie avec la thermodynamique et

- la théorie mécanique de la lumière, Tome II : refroidissement et échauffement par rayonnement. Conductibilité. Courants de convection, Gauthier-Villars, (1903)
- [35] A. Oberbeck, Über die wärmeleitung der flüssigkeiten bei berücksichtigung der strömungen infolge von temperatur differenzen, *Ann. Phys. Chem., Neue Folge*, 7, 271–292, 1879.
- [36] P. Kundu, Cohen. I, *Fluid Mechanics second edition.* , *Academic press An imprint of Elsevier Science.* (2002), pp 117-121.
- [37] A. Bijan, John and Wiley, *Convection heat transfer.* New York, 1984.
- [38] J. PADET, *Fluides en écoulement méthodes et modèles*, Seconde édition revue et augmentée, 1990.
- [39] R.G. Bird, W. E. Stewart, and E. N. Lightfoot, *Transport Phenomena*, second edition 1924-1925.
- [40] M. Tahar Abbes, *Méthodes numérique*, Tome 1, deuxième édition, office des publications universitaire, *Place Centrale-ben Aknoun-Alger.* (2013), pp 41.
- [41] I. Popa, *Modélisation numérique du transfert thermique, Méthode des volumes finis*, *Edition Universitaria, Craiova*, (2002), pp 25.
- [42] K. GUERAOU, *Module 9 : Analyse numérique. Méthode des volumes finis*, université mohammed v– agdal faculté des sciences Rabat, année universitaire : 2009 – 2010, pp 5
- [43] Patankar, S. V. (1980). *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemis phere/McGraw-Hill, Washington D.C.
- [44] H.K.Versteeg, W. Malalasekera, *An introduction to computational fluid dynamics. The finite volume method*, Longman Scientific & Technical, (1995).
- [45] P. J. Roache. *Computational fluid dynamics.* Albuquerque : Hermosa Publishers, 446 p. (ISBN 0-913478-05-9). 1982.
- [46] S. Mekroussi. *Étude de la convection mixte a travers des parois complexes*, Thèse de doctorat, Université des Sciences et de la Technologie-Oran Mohamed Boudiaf, 2014.
- [47] P. Buchmann. *Modélisation numérique de la convection naturelle en cavité et d'écoulements libres de jets : Application à la climatisation d'un local de grand volume.* Thèse présentée au conservatoire des arts et métiers, *Pagination multiple*, 1995.
- [48] C. Theodosiu. *Modélisation des Systèmes Techniques dans le Domaine des Equipements des Bâtiments à l'aide des Codes de type CFD.* Thèse soutenue devant l'INSA de Lyon, 2001.

- [49] A. Leonard. Energy cascade in large-eddy simulations of turbulent fluid flows. Adv. In Geophysics, Vol. A, n°18, pages 237-248, 1974.
- [50] S. Lepers. Modélisation des écoulements de l'air dans les bâtiments à l'aide des codes CFD : contribution à l'élaboration d'un protocole de validation. Thèse de doctorat de l'INSA de Lyon, 2000.
- [51] S.V. Patankar, D.B. Spalding, A calculation procedure of heat mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows, Int, J, Heat Mass Transfer, (1972) , vol 15, P 1787.
- [52] A. Hamami, simulation de l'écoulement dans un mini canal, université de Batna, 2005, PP 50
- [53] T. Hayase, J. C. Humphrey and R. Greif, A consistently formulated quick scheme for fast and stable convergence using finite-volume iterative calculation procedures, J. of Computational. Physics, 98 (1) (1992) 108-118

# *Annexe A*



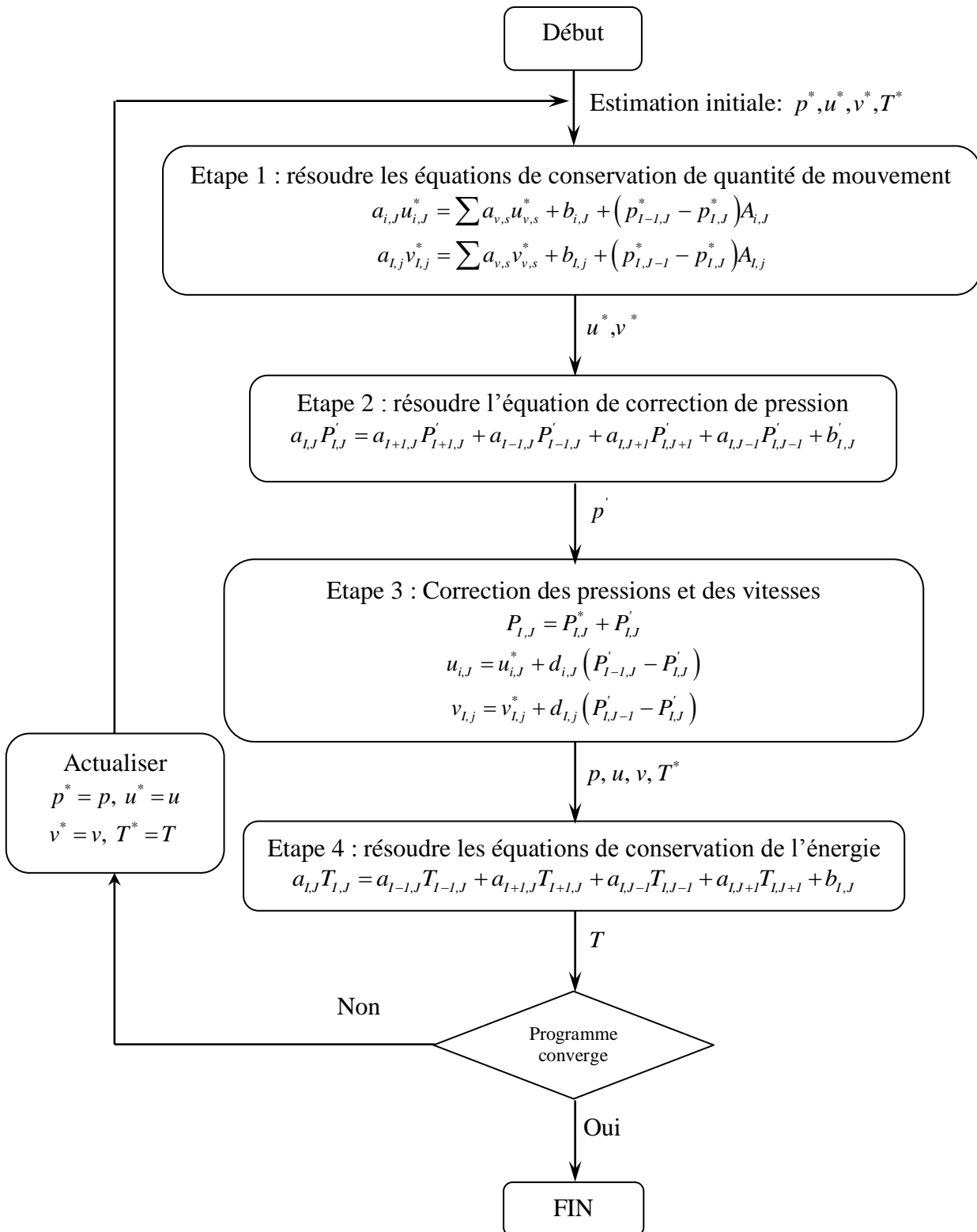


Figure A.1 : présentation de l'algorithme SIMPLE