



FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES
DÉPARTEMENT DE GÉNIE CIVIL

Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de Master

Spécialité : Génie Civil

Option : voies Et ouvrage d'art

Présenté par :

OUNAS M'BAREK

RAHOU AHMED

Sujet du mémoire

Contribution à l'analyse dynamique des nano-poutres reposant sur une fondation élastique en utilisant la théorie du gradient de déformation non local.

Soutenu publiquement le 15/07/2021 devant le jury composé de :

Mr, Belmahi Samir

Président

Mr, Chikh Abdelbaki

Rapporteur

Mr, Khiloun Mokhtar

Examineur

Je dédie ce modeste travail

*A mes chers parents, qui sans leur soutien et
encouragement ce travail n'a pu avoir lieu. Que
Dieu les bénisse pour une bonne santé et une
longue vie*

*A ma femme, bien aimée pour l'amour,
l'attention, la patience et le soutien
qu'elle m'a apporté*

*A mes frères et sœurs qui n'ont cessé d'être
pour moi des exemples de persévérance, de
courage et de générosité.*

*A mes professeurs qui doivent voir dans ce
travail la fierté d'un savoir bien acquis.*

Nous tenons à présenter nos vifs remerciements à Monsieur Chikh Abdelbaki pour l'honneur qu'il nous a accordé de proposer ce projet de fin d'étude et de nous avoir encadré et prodigué ses précieux conseils durant toute la période de notre étude.

Nous tenons aussi à lui exprimer notre profonde et gratitude respect pour sa sympathie; sa modestie et son encouragement lors de la réalisation de ce travail.

Nous remercions très sincèrement tous les membres de jury d'avoir accepté de juger ce travail.

Nous adressons nos vifs remerciements à tous nos professeurs qui ont contribué à notre formation

Nous adressons aussi nos remerciements à tout le personnel de la bibliothèque de l'institut de Génie Civil

.

En fin, nous n'oublions pas de remercier tous nos amis

A toutes les personnes qui, de près ou de loin nous ont soutenus lors de ce travail, nous adressons nos sincères remerciements

table des matieres	Erreur ! Signet non défini.
liste des figure	6
Liste des tableaux	7
Résumé	9
Introduction Générale :	1

Chapitre I : Recherche Bibliographique

Introductions	6
I.2. Concept des matériaux à gradient de propriétés :	9
I.3 Matériaux composites intelligents (FGMs) :	11
I.4. Définition du concept des matériaux fonctionnellement gradué (FGM) :	12
I.4.1. Modélisation de la couche FGM	13
I.4.2. Historique des matériaux à gradient de propriétés (FGM) :	13
I.4.3. Secteurs d'application des FGM	15
I.4.3.1 Aéronautique :	15
I.4.3.2 Matières industrielles :	16
I.4.3.3 Autres	16
I.5- La fabrication	16
I.5. 1. Les Techniques de fabrication des matériaux fonctionnels FGM	16
I.5. 2. Coulage en bande (Tape Casting) :	18
I.5.2 Coulage en bande (Tape Casting) :	19
I.5.3. Dépôt par Electrophorèse :	20
I.5.4. Compaction sèche des Poudres :	20
I.5.5. Projection thermique :	20
I.5.6. C. V. D. et P. V. D. :	20
I.6.1 Secteurs d'application des FGM Aéronautique :	22
I.6.2. Matières industrielles	22
I.6.3. Dans la médecine :	23
I.6.4. Dans la défense :	23
I.6.4. Optoélectronique :	23
I.7 domaine appliqué en GC	24
I.7.1. Application des FGM dans le domaine du Génie civil :	24
I.7.1.1 Les joints dans la charpente métallique :	24
I.7.1.2. Les grands vitrages dans les zones chaudes :	24
I.7.1.3. Les chaussées rigides (Functionally Graded Concrete Materials for Rigid Pavements):	24

I.7.1.4. Les chaussées souples (Functionally Graded Concrete Materials for Flexible Pavements) :	25
I.7.1.5. Les tunnels (functionally graded concrete segment in tunnel):	25
I.8. Conclusion	25

Chapitre II : Cinématique Des Poutres

II.1. Introduction :	26
II.2. Historique de la théorie des poutres	26
II.3. Les différents modèles des poutres.....	27
II.3.1. Le modèle classique de la poutre d'Euler-Bernoulli (CBT) :.....	27
II.3.2. Le modèle de poutre basé sur la théorie du premier ordre de la déformation de cisaillement (FSDT)	28
II.3.3. Le modèle de poutre basé sur la théorie du troisième ordre de la déformation de cisaillement (TSDT) :.....	30
II.4. Conclusion	33

Chapitre III: Modèle Mathématique & Développements

III.1 Introduction :	34
III.2 Théorie et formulation.....	34
III 2.1 Hypothèses de base	34
III 2.2 Relations cinématiques.....	37
III 2.3 Le modèle d'élasticité à gradient de contrainte non local	38
III 2.4 Formulation variationnelle	39
III 3. Méthode de résolution pour les nano-poutre S-S	42
III.4 Conclusion:.....	43
Résultats et discussions numériques :	45
Conclusions	49

Chapitre IV: résultats et discussions numériques

IV.1 Résultats et discussions numériques :.....	50
IV.2 Conclusions.....	49
Conclusion générale :	50
References:	51

Liste des figure

Figure. I.1 : Variation des propriétés dans les composites conventionnels et les FGMs (Ankit G et al.2015)	7
Figure. I.2 : Types de Gradation de la microstructure (i) microstructure doucement graduée (ii) vue agrandie et (iii) FGM céramique/métal (D.K. Jha et al.2013).....	8
Figure I.3. : (a) Variation continue des propriétés (b) Variation discrète des propriétés.....	9
Figure I.4. : Concept des matériaux à gradient de propriétés.	10
Figure I.5. : Protection thermique (Aerospace Spécification Métal, 2003)	11
Figure I.6. : Caractéristiques des FGM en comparaison avec les matériaux composites	12
Figure I.7: Modèles analytiques d'une couche en FGM.....	13
Figure I.8: Un FGM avec les fractions de volume de phases constitutives graduées dans la direction verticale [Yin et al. 2004].....	15
Figure I.9: Principe de la méthode coulage en bande (Boch 1986).....	19
Figure I.10: Principe de la méthode coulage en bande (Boch 1986).....	21
Figure I.11 : Applications des FGM dans divers domaines	22
Figure II.1: Illustration du modèle de la poutre d'Euler-Bernoulli (CBT).....	28
Figure II.2 : Illustration du modèle de la poutre de Timoshenko (TBT).....	29
Figure II.3 : Illustration d'une poutre d'ordre élevé.....	31
Figure III.1 : Géométrie de la nano-poutre en FGM reposant sur une fondation élastique	36
Figure IV.1 Effect of nonlocal parameter on dimensionless frequency of Nano beam under various types of foundation ($L/h = 10, \eta = 1$)	45
Figure IV.2 Effet du paramètre non local sur la fréquence sans dimension du faisceau Nano sous différents types de fondation ($L/h = 10, \eta = 1$)	47
Figure IV.3 Effet du paramètre d'échelle de longueur sur la fréquence sans dimension du nano poutre sous divers types de fondation ($L/h = 10, \mu = 1$).....	47
Figure IV.4 Effet des nombres de mode n sur la fréquence sans dimension du nano poutre pour différentes valeurs de paramètre non local ($K_w = 100, K_p = 5, L/h = 10$)	48
Figure IV.5 Effet des nombres de mode n sur la fréquence sans dimension du nano poutre pour différentes valeurs du paramètre d'échelle de longueur ($K_w = 100, K_p = 5, L/h = 10$)	49

Liste des tableaux

Liste des tableaux

Tableau I.1: comparaison entre les propriétés de la céramique et du métal.....	8
Tableau I.2: vue d'ensemble des méthodes de fabrications des FGMs (Y.FUKUI 1991).....	18
Tableau IV.1 : Comparaison des résultats de fréquence sans dimension pour les nano poutres S-S ($K_w = K_p = 0$)	46

Abstract

Present investigation deals with the free vibration characteristics of nanoscale-beams resting on elastic Pasternak's foundation based on nonlocal strain-gradient theory and a higher order hyperbolic beam model which captures shear deformation effect without using any shear correction factor. The nanobeam is lying on two parameters elastic foundation consist of lower spring layers as well as a shear layer. Nonlocal strain gradient theory takes into account two scale parameters for modeling the small size effects of nanostructures more accurately.

Hamilton's principal is utilized to derive the governing equations of embedded strain gradient nanobeam and, after that, analytical solutions are provided for simply supported conditions to solve the governing equations. The obtained results are compared with those predicted by the previous articles available in literature. Finally, the impacts of nonlocal parameter, length scale parameter, slenderness ratio, elastic medium, on vibration frequencies of Nano size beams are all evaluated.

Keywords: nanobeam; dynamic; nonlocal strain gradient elasticity; Pasternak foundation

Résumé

La présente étude porte sur les caractéristiques de vibration libre des poutres nanométriques reposant sur la fondation élastique de Pasternak basée sur la théorie des gradients de déformation non locaux et un modèle de poutre hyperbolique d'ordre supérieur qui prend en compte l'effet de déformation de cisaillement sans utiliser de facteur de correction de cisaillement. La nano-poutre repose sur une fondation élastique à deux paramètres constitués de couches de ressort inférieures ainsi que d'une couche de cisaillement. La théorie du gradient de contrainte non local prend en compte deux paramètres d'échelle pour modéliser plus précisément les effets de petite taille des nanostructures.

Le principe de Hamilton est utilisé pour dériver les équations gouvernantes du nano-poutre à gradient de contrainte intégré et, après cela, des solutions analytiques sont fournies pour des conditions simplement prises en charge pour résoudre les équations gouvernantes. Les résultats obtenus sont comparés à ceux prédits par les articles précédents disponibles dans la littérature. Enfin, les impacts du paramètre non local, du paramètre d'échelle de longueur, du rapport d'élanement, du milieu élastique, sur les fréquences de vibration des poutres nanométriques sont tous évalués.

Mots clés : nano-poutre ; dynamique ; élasticité du gradient de déformation non local ; Fondation Pasternak.

المخلص

يتعامل التحقيق الحالي مع خصائص الاهتزاز الحر للرافدة النانوية المستندة على أساس باسترناك المرن استنادًا إلى نظرية التدرج غير المحلي للانفعال ونموذج الرافدة الزائدي ذي الرتبة الأعلى التي تأخذ بعين الاعتبار تأثير تشوه القص دون استخدام أي عامل تصحيح للقص. تستند الرافدة النانوية على معلمتين أساس مرن يتكون من طبقات زبركية سفلية بالإضافة إلى طبقة قص. تأخذ نظرية التدرج غير المحلي في الاعتبار معلمتين للقياس لنمذجة تأثيرات الحجم الصغير للبنى النانوية بشكل أكثر دقة.

يتم استخدام مبدأ هاملتون لاشتقاق معادلات التوازن للرافدة النانوية المتدرجة الانضغاطية المضمنة، وبعد ذلك، يتم توفير الحلول التحليلية للظروف المدعومة ببساطة لحل معادلات التوازن. تتم مقارنة النتائج التي تم الحصول عليها مع تلك التي تنبأت بها المقالات السابقة المتوفرة في المراجع. أخيرًا، تم تقييم تأثيرات المعلمة غير المحلية، معامل مقياس الطول، نسبة النخافة، الوسط المرن، على ترددات الاهتزاز للرافدة النانوية.

كلمات البحث: النانو. متحرك؛ مرونة التدرج غير المحلي؛ مؤسسة باسترناك

رتبة عليا.

النانو. متحرك؛ مرونة التدرج غير المحلي؛ مؤسسة باسترناك

Introduction Générale :

Au cours des dernières années, l'utilisation d'éléments structurels tels que des plaques et des poutres à des échelles macro/nano dans divers MEMS/NEMS augmente à grande vitesse en raison des progrès rapides de la nanotechnologie. Il a été observé qu'à l'échelle nanométrique, les propriétés physiques et mécaniques des nanostructures présentent une dépendance de taille évidente qui les fait présenter des performances mécaniques, électriques et thermiques importantes qui sont meilleures que celles conventionnelles à l'échelle macro (Eltaher et al. 2016, Tounsi et al. 2013a, Benguediab et al. 2014b). Par conséquent, l'exploration de la dépendance de la taille est toujours un problème difficile dans l'étude des structures à l'échelle nanométrique pour une conception fiable. Il est bien connu que les théories classiques du continu ne prennent pas en compte l'effet de taille en raison de l'absence d'un paramètre d'échelle. Par conséquent, pour contrer cette complication, des théories du continu non local telles que la théorie de l'élasticité non locale d'Eringen (1972, 1983) et la théorie du gradient de déformation (Lam et al. 2003) ont été utilisées avec succès pour capturer les effets à petite échelle. En raison de son importance, la théorie de l'élasticité non locale d'Eringen a été utilisée dans diverses études pour étudier le comportement mécanique des structures à l'échelle nanométrique (Reddy et Pang 2008, Heireche et al. 2008). Peddieson et al. (2003) ont développé pour la première fois une version d'élasticité non locale pour étudier le comportement d'un modèle de poutre Euler-Bernoulli non local. Wang et Liew (2007) ont exploré la déviation statique de structures à micro et nano-échelle en utilisant la théorie des poutres d'Euler-Bernoulli et de Timoshenko.

Reddy (2007) a utilisé diverses théories des poutres pour étudier la flexion, le flambement et la vibration des nano poutres sur la base des équations différentielles non locales d'Eringen. La méthode de quadrature différentielle généralisée a été développée. Murmu et Adhikari (2010) ont fourni une méthode analytique pour étudier la vibration transversale non locale du système à double nano-poutre en utilisant théorie de l'élasticité. Thai (2012) a utilisé une théorie de poutre non locale pour étudier la flexion, le flambement et la vibration libre des nano poutres sur la base d'une théorie de poutre raffinée non locale. Dans un autre travail, Thai (2012), Thai et Vo (2012) ont utilisé des modèles de poutres à déformations de cisaillement d'ordre supérieur et sinusoidal et la théorie de l'élasticité non locale d'Eringen pour explorer les comportements

Statiques, de flambement et dynamiques de poutres à l'échelle nanométrique. Tounsi et al. (2013b) ont étudié la caractéristique de flambement thermique des nano poutres en utilisant une théorie efficace des poutres non locales d'ordre supérieur. Zenkour et Sobhy (2015) ont développé un nouveau modèle de poutre de cisaillement simple et de déformations normales pour explorer l'effet du chargement thermomécanique sur le comportement de flexion des poutres nanométriques. Zhu et Li (2017a) ont examiné les comportements statiques de torsion des nanotubes à gradation fonctionnelle (FG) à l'aide du modèle intégral non local d'Eringen. Au cours des dernières années également, le comportement mécanique des nano poutres est inspecté sur la base de diverses théories de poutres de déformation par cisaillement (Berrabah et al. 2013, Tounsi et al. 2013a, b, Benguediab et al. 2014a, Behera et Chakraverty 2013, Besseghier et al. 2015, Hadj Elmerabet et al 2017, Ebrahimi et Daman 2017, Thai et al 2018, Yazid et al 2018, Bouafia et al 2017, Youcef et al 2018, Belkorissat et al 2015, Ahouel et al 2016, Mokhtar et al.2018, Khetir et al. 2017, Besseghier et al. 2017, Karami et al. 2017, Zemri et al. 2015, Al-Basyouni et al. 2015, Karami et al. 2018a, Bensaid et Bekhadda 2018).

En fait, la gradation des matériaux peut réduire considérablement les contraintes maximales et modifier l'emplacement spatial où ces maximales surviennent (Bounouara et al. 2016, Attia et al. 2018). Cela offre la possibilité d'adapter la variation de matériau pour atteindre les contraintes souhaitées dans une structure.

De nombreux chercheurs ont également étudié la vibration, la flexion et le flambement des structures FG sur la base de théories affinées de déformation de cisaillement d'ordre supérieur en incluant l'effet d'épaisseur d'étirement (Hebali et al. 2014, Bennoun et al. 2016, Bousahla et al. 2014, Belabed et al. 2014, Bouhadra et al 2018, Younsi et al 2018, Abualnour et al 2018, Draiche et al 2016, Bouafia et al 2017, Karami et al 2018, Hamidi et al 2015). De plus, les effets thermiques et hyghro-thermiques ont été étudiés par plusieurs auteurs pour montrer leur importance sur le comportement mécanique des structures FG (Bousahla et al. 2016, Boudierba et al. 2016, El-Haina et al. 2017, Menasria et al. 2017, Boudierba et al 2013, Beldjlili et al 2016, Chikh et al 2017, Hamidi et al 2015, Tounsi et al 2013c). D'autre part, l'effet de diverses conditions aux limites sur les structures sandwich FG est étudié par de nombreux chercheurs (Abdelaziz et al. 2017, Ait Amar Meziane et al. 2014, Boudierba et al. 2016).

Pour capturer plus précisément l'effet de taille des nanostructures ; la théorie du gradient de déformation non locale a été introduite (Lam et al. 2003), dans laquelle deux paramètres d'échelle sont suggérés associés au champ de contrainte non local et au champ de contrainte du gradient de déformation afin de généraliser le modèle non local d'Eringen et en tenant compte

de l'effet raideur-durcissement (Lim et al. 2015, Li et al. 2016) ont exploré le comportement en vibration libre de nano poutres inhomogènes sur la base de la théorie du gradient de contrainte non local (NL-SGT) ; ils ont montré que les paramètres non locaux et d'échelle de longueur ont un effet significatif sur les fréquences de vibration. L'analyse vibratoire non linéaire des nano poutres FG a été étudiée par Simsek (2016) sur la base de la théorie NL-SG et de l'approche hamiltonienne

.Dans un autre travail, Li et al. (2016a, b) ont contribué à la caractéristique de vibration longitudinale des tiges dépendantes de la taille via la théorie NL-SG. Ebrahimi et al. (2016) ont utilisé la théorie NL-SG pour étudier la dispersion des ondes thermiquement sollicitées sur des nano plaques hétérogènes. En outre, Ebrahimi et Barati (2017) ont étudié les impacts hygrothermiques sur le comportement de flambement des nano poutres FG incurvées déformables par cisaillement dépendant de la taille, une prédiction plus précise du comportement mécanique des nanostructures en utilisant le NSGT nouvellement développé. La théorie NL-SG a également été appliquée pour montrer à la fois la rigidité et l'adoucissement et les effets de durcissement sur la dynamique longitudinale et la tension des nano tiges, des CNT et du graphène monocouche (Zhu et Li 2017b, c), ils ont constaté que les modèles de gradient de contrainte non local montrent de bons résultats qui correspondent bien aux données expérimentales (ou aux résultats de simulation MD).

De plus, une étude est réalisée à l'aide de NSGT sur le comportement après flambage de nano poutres à gradation fonctionnelle (Li et Hu 2017). Zeighampour et al. (2017) ont examiné la propagation des ondes dans des nanotubes de carbone à double paroi (DWCNT) transportant des fluides via la théorie du gradient de contrainte non local. Karami et al. (2018b) ont utilisé la nouvelle théorie de l'élasticité 3D du gradient de contrainte non local pour analyser le comportement mécanique des nanoparticules sphériques anisotropes. Dans un autre travail, Karami et al. (2018c) ont formulé une approche variationnelle pour la dispersion des ondes dans des nano coquilles anisotropes à double courbure basée sur une nouvelle théorie de coquille d'ordre supérieur à gradient de contrainte non local.

Les nano-poutres et les nano plaques sont fréquemment en contact avec un milieu élastique dans de nombreux cas pratiques. L'un des modèles les plus avantageux, récemment utilisé pour l'analyse de structures à l'échelle macro et nanométrique reposant sur des fondations élastiques, est le modèle de fondation élastique à deux paramètres (Winkler-Pasternak), en raison de son efficacité et de sa simplicité. Pradhan et al. (2009) ont utilisé le modèle de fondation de Winkler et Pasternak pour étudier le comportement vibratoire de nanotubes de carbone à paroi simple

noyés dans une matrice polymère, sur la base de la théorie des poutres de Timoshenko non locaux. Le modèle de type Winkler a été utilisé par Besseghier et al. (2011) pour explorer l'effet thermique sur la propagation des ondes de nanotubes de carbone à double paroi noyés dans un milieu élastique. Aissani et al. (2015) ont étudié les comportements statiques, de flambement et de vibration de poutres nanométriques noyées dans un milieu élastique sur la base d'une nouvelle théorie de poutre à déformation de cisaillement hyperbolique non locale.

Chakraverty et Behera (2015) ont étudié les caractéristiques de vibration et de flambement de nano poutres d'Euler Bernoulli noyées dans un milieu élastique. Ils ont utilisé les polynômes orthogonaux caractéristiques de la frontière dans la méthode Rayleigh-Ritz pour résoudre les équations déterminantes. Ebrahimi et Barati (2017a, b) ont étudié les caractéristiques de vibration libre des nano poutres FG déformables par cisaillement du troisième ordre noyées dans un milieu élastique. Ils ont montré que l'augmentation du paramètre de Winkler ou Pasternak a conduit à une augmentation des fréquences non dimensionnelles. Dans un autre travail, Ebrahimi et Barati (2016c) et Ebrahimi et Daman (2017) ont utilisé la théorie du gradient de contrainte non local pour explorer la réponse vibratoire libre de nano poutres incurvées fonctionnellement graduées reposant sur la fondation Winkler-Pasternak dans diverses conditions aux limites.

Comme on peut le constater à partir des travaux précédemment cités, il n'y a pas d'article publié sur la vibration de nano poutres homogènes reposant sur la fondation Winkler-Pasternak et prenant en compte la théorie des gradients de déformation non locaux. Aussi, la plupart des travaux précédents sur la vibration de poutres nanométriques homogènes n'ont traité que les impacts non locaux et ont négligé les effets de gradient de déformation et la fondation élastique Pasternak. Il est bien reconnu que le comportement dynamique des nanostructures est significativement affecté par le paramètre des champs de déformation. Motivé par cette importance, ce document de recherche étudie le comportement dynamique d'une poutre à l'échelle nanométrique reposant sur une fondation élastique à deux paramètres basés sur la théorie de l'élasticité du gradient de contrainte non locale (NL-SGT) et un modèle de poutre de déformation de cisaillement hyperbolique d'ordre supérieur qui respecte la limite sans contrainte. Conditions sur les surfaces supérieure et inférieure du nano-poutre sans utiliser de facteurs de correction de cisaillement. Pour capturer l'effet de taille plus précisément, le présent modèle incorpore des champs de gradient de contrainte et de déformation non locaux.

Introductions générale

Le modèle de fondation élastique à deux paramètres de Winkler–Pasternak est utilisé dans la présente étude. Les équations régissant le mouvement du nano-poutre à gradient de contrainte non local sont dérivées en utilisant le principe de Hamilton et résolues via une solution analytique pour des conditions aux limites simples. Les résultats obtenus sont comparés à ceux trouvés dans la littérature pour vérifier l'exactitude de la présente solution. Les effets du paramètre non local, du paramètre d'échelle de longueur, des paramètres du milieu élastique et du rapport d'élançement sur la réponse dynamique des nano poutres sont tous explorés.

1-Recherche bibliographique

Introductions :

Généralement les métaux ont été exploités dans le champ de la technologie pendant plusieurs années grâce à leur excellente ténacité et dureté. Dans les environnements à hautes températures, la résistance du métal est assimilée réduite au matériau composite traditionnel. La céramique a d'excellentes caractéristiques en résistance thermique. Néanmoins, l'exploitation des matériaux céramique est couramment limitée en raison de leur basse dureté. De grandes performances sont déjà bien présentes dans la catégorie des matériaux composites, dans lesquels un type de matériau hybride est constitué de matériaux à gradient de propriétés (FGMs). Dans le dernier du 20ème siècle, presque tous les aspects du monde à la mode de la bicyclette à vaisseau spatial, de l'habillement à la construction, seraient intensément modifiés par une nouvelle classe de matériaux. Des matériaux de haute performance comme les FGMs permettent également certaines des réalisations technologiques les plus étonnantes du siècle dans le domaine des applications biomédicales, optoélectroniques, spatiales, chimiques, mécaniques et d'autres applications d'ingénierie. Les matériaux à gradient de propriétés (FGMs) sont des matériaux de haute performance, macroscopiquement inhomogènes avec gradients de composition et de structure avec des propriétés spécifiques dans l'orientation préférée. Les changements continus dans leurs microstructures, les FGMs se distinguent des autres matériaux composites traditionnels qui échouent à travers un processus appelé délaminage dans les sollicitations mécaniques et thermiques extrêmes (P. Shanmugavel et al.2002) ;(D.K. Jha et al.2013). Les propriétés mécaniques désirées des FGMs c.-à-d. le module d'Young, module de cisaillement, le coefficient de Poisson et la densité du matériau peuvent être obtenus dans une direction préférée par le biais de la variation des fractions volumiques des matériaux constitutifs. La Chapitre I : Généralités sur les matériaux à gradient de propriétés 5 figures I-1 montre la variation des propriétés matérielles dans le composite conventionnel et les FGMs. Ce matériau de haute technologie offre une excellente capacité de résistance à la chaleur et à la corrosion et capable de résister à d'ultra-hauts gradients de température (M. Niino et al.1987. P. Shanmugavel et al.2002).

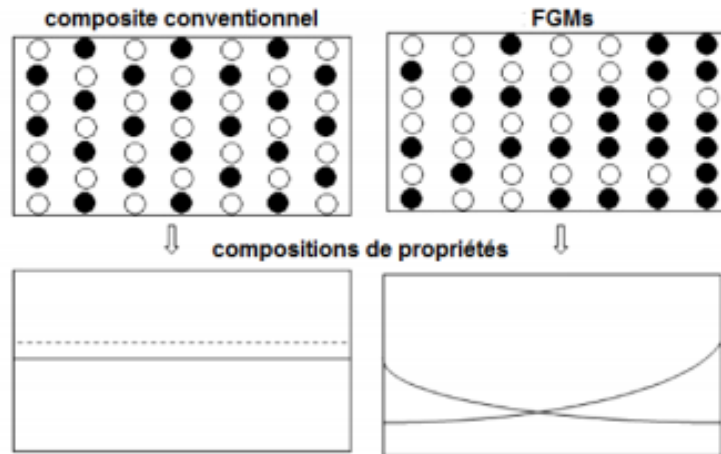


Figure. I-1 : Variation des propriétés dans les composites conventionnels et les FGMs (Ankit G et al.2015)

Les très populaire FGMs disponibles sont des composites céramique-métal, où la partie céramique présente une bonne capacité de résistance à la corrosion et à la chaleur et une partie métallique offrant une ténacité à la rupture et une soudabilité supérieure (D.K. Jha et al.2013). Une microstructure continuellement graduée avec des constituants en métal/céramiques est représentée dans la figure. I-2.

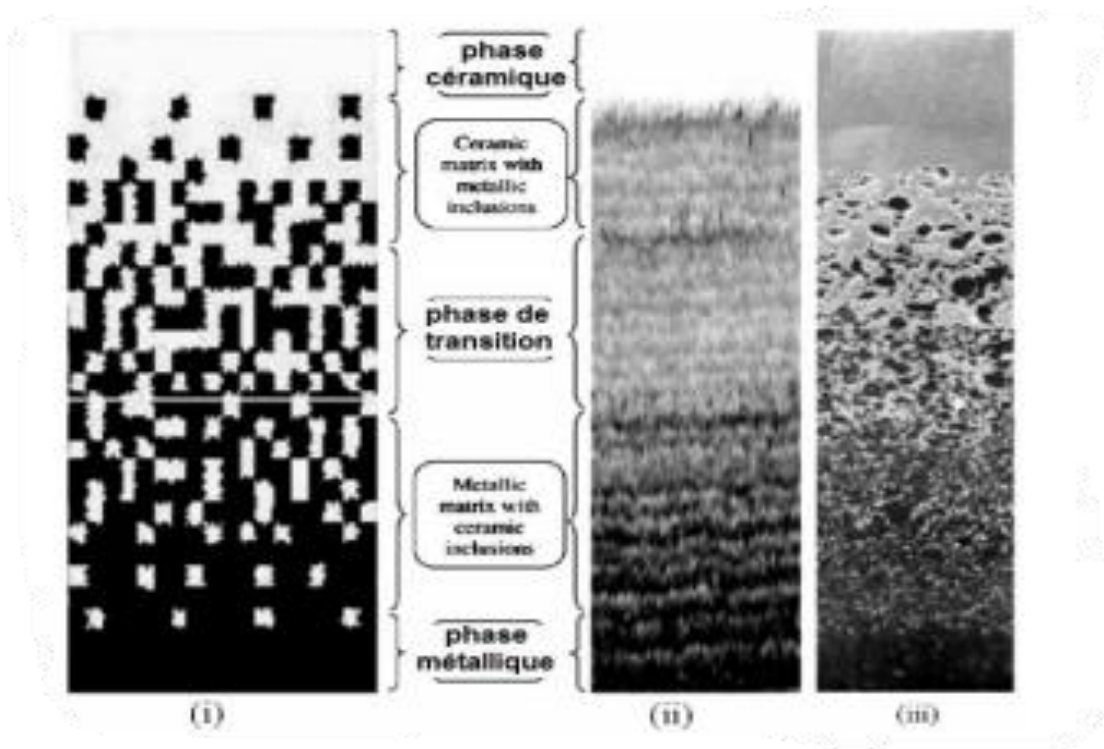


Figure. I-2 : Types de Gradation de la microstructure (i) microstructure doucement graduée (ii) vue agrandie et (iii) FGM céramique/métal (D.K. Jha et al.2013)

Gururaja et al.2014 et Howard .1994 ont constaté que les FGMs peut agir comme une couche d'interface pour raccorder deux matériaux incompatibles afin d'améliorer la force de liaison, enlever la concentration des contraintes, fournir la multifonctionnalité, la capacité de contrôler la déformation, l'usure, la corrosion, etc. Pendant les trois dernières décennies, les chercheurs ont démontré régulièrement que les FGMs aident à diminuer l'amplitude des contraintes thermiques maximales (B. Choules et al.1996- R.C. Wetherhold et al.1996), en éliminant les concentrations de contraintes aux couches d'interface et aux bords libres dans les composites stratifiés (Y. Yang et al.1996-Y.D. Lee et al.1995). Les FGMs améliorent également la ténacité à la rupture des céramiques fragiles par l'introduction d'une phase métallique qui se déforme plastiquement (F. Erdogan 1995- L.L. Shaw 1998). Les éléments poutres et plaques ont été conçus pour résister à des conditions thermiques sévères à titre d'exemple les structures aérospatiales, le travail de recherche proposé est justement consacré à l'étude du comportement des nano poutres FGM reposé sur fondation élastique (Winkler–Pasternak) dans un milieu hygro thermique. La plupart des « FGM » sont constitués des céramiques et des métaux dont les propriétés mécaniques sont comparés dans le tableau I.1.

Tableau I.1: comparaison entre les propriétés de la céramique et du métal.

Céramique	La face à haute température	Bonne résistance thermique Bonne résistance à l'oxydation Faible conductivité thermique
Céramique-métal	Continuité du matériau d'un point à l'autre (couches intermédiaires)	Elimination des problèmes de l'interface Relaxer les contraintes thermiques
Métal	La face basse température	Bonne résistance mécanique Conductivité thermique élevée Très bonne ténacité

I.2. Concept des matériaux à gradient de propriétés :

Les matériaux à gradient fonctionnel sont une nouvelle classe de matériaux composites dont les propriétés thermomécaniques varient selon une loi de fonction continue (figure I.3a) ou discrète (figure I.3b) à travers l'épaisseur (Hirai 1996). Grâce à la structure spéciale de ces matériaux, il est possible d'éviter les concentrations de contraintes au niveau des interfaces (provoquant le délaminage) et d'améliorer les propriétés mécaniques et thermiques des pièces par association de matériaux. Ces matériaux sont de plus en plus utilisés dans les industries aéronautiques, aérospatiale, biomécanique, automobile et dans bien d'autres applications technologiques.

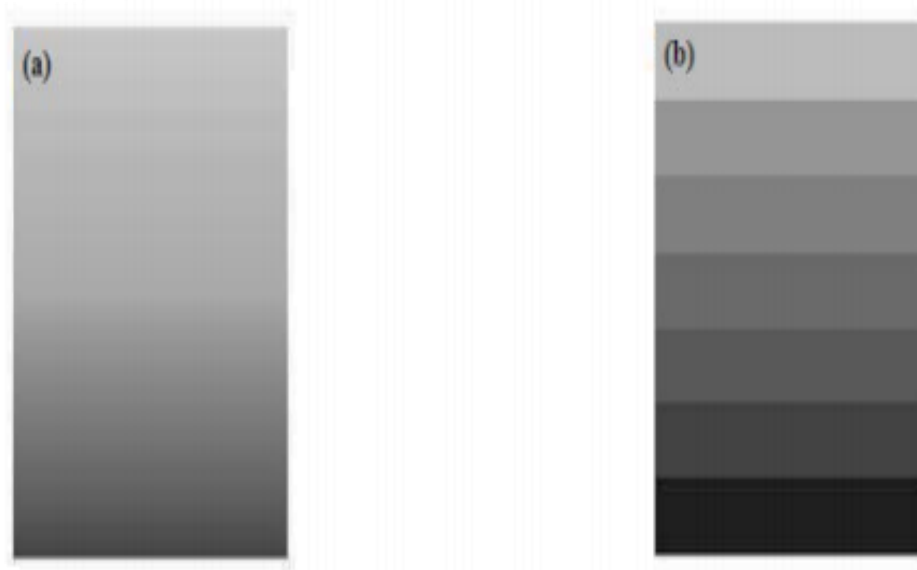


Figure I.3. : (a) Variation continue des propriétés (b) Variation discrète des propriétés.

Le changement continu dans la composition et donc dans la microstructure d'un matériau « FGM » est illustré dans la figure I.4. Il en résulte un gradient qui déterminera les propriétés des « FGM ». Dans certains cas, on peut avoir un FGM constitué d'un même matériau mais de microstructure différente.

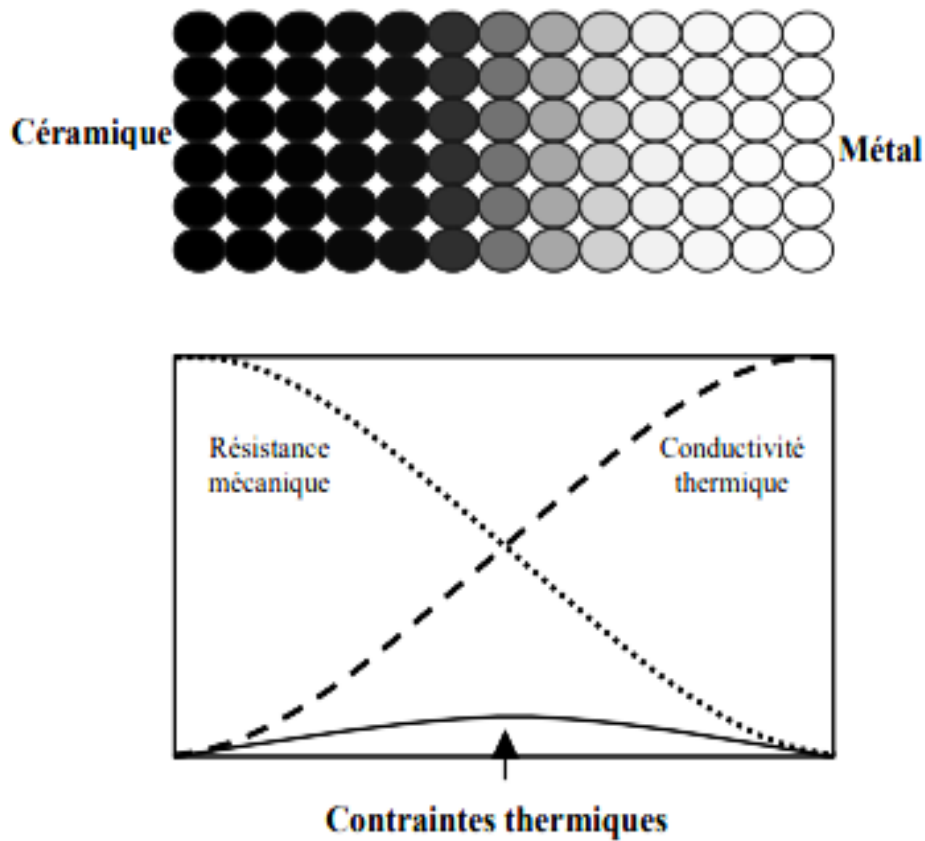


Figure I.4. : Concept des matériaux à gradient de propriétés.

La figure I.4 montre les concentrations de contraintes dans les panneaux de protection thermique conventionnels au niveau des interfaces (changement brutale de composition). Il Montre également comment un FGM peut alléger Ces concentrations de contraintes en changeant graduellement les propriétés matérielles et assure toujours la protection thermique trouvée dans les barrières thermiques conventionnelles.

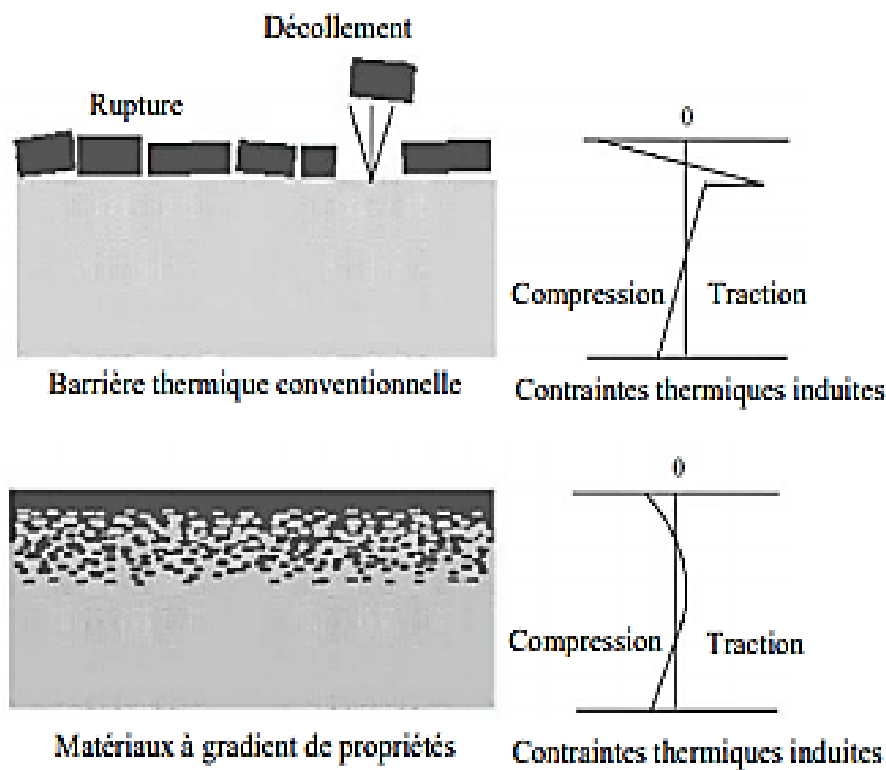


Figure I.5.: Protection thermique (Aerospace Spécification Métal, 2003)

I.3 Matériaux composites intelligents (FGMs)

Les matériaux à gradient fonctionnel (Functionally Graded Materials) ou les matériaux fonctionnellement gradués sont une nouvelle classe de matériaux composites. Ils sont considérés comme des matériaux intelligents dont les fonctions désirées sont intégrées, dès la conception, au cœur même de la matière. A chaque interface, le matériau est choisi selon les applications spécifiques et les charges environnementales. Ces matériaux possèdent de multiples avantages qui peuvent les rendre attractifs du point de vue de leur potentiel d'application. Il peut s'agir de l'amélioration de la rigidité, de la tenue à la fatigue, de la résistance à la corrosion ou de la conductivité thermique en plus d'avoir une gradation des propriétés permettant ainsi d'augmenter ou de moduler des performances telles que la réduction des contraintes locales ou encore l'amélioration du transfert de chaleur.

I.4. Définition du concept des matériaux fonctionnellement gradué (FGM) :

Les matériaux à gradient de propriétés (FGM) peuvent être produits en changeant sans interruption les constituants des matériaux dans un profil prédéterminé. Les caractéristiques les plus distinctes des matériaux FGM sont leurs microstructures non – uniformes avec des macros propriétés graduées dans l’espace (Figure II.12). Un FGM peut être définie par la variation des fractions de volume. Il est conçu pour améliorer et optimiser les caractéristiques thermo-électro-mécaniques des structures à l’échelle micro et nano [Nguyen, 2004]. Les vides sont également considérés comme une composante des matériaux FGM [Nguyen, 2004]. Dans certains cas, on peut voir un FGM constitué d’un même matériau mais de microstructure différente [Boch, 1986].

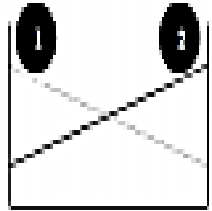
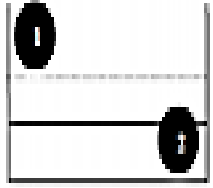
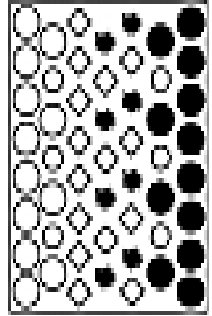
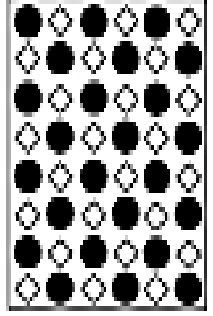
Propriétés	<p>1 Résistance mécanique</p> <p>2 Conductivité thermique</p>		
Structure	<p>Eléments constitutants:</p> <p>céramique ○</p> <p>métal ●</p> <p>microporosité ◊</p> <p>fibres ◆</p>		
Matériaux	exemple	FGM	NON-FGM

Figure I.6. : Caractéristiques des FGM en comparaison avec les matériaux composites

I.4.1. Modélisation de la couche FGM

Puisque la fraction de volume de chaque phase varie graduellement dans la direction de la graduation, les propriétés effectives des couches FGM changent le long de cette direction. Par conséquent, Nous avons deux approches possibles pour modéliser une couche FGM.

- Pour la première approche, une variation par tranche de la fraction volumique des deux matériaux extrêmes est assumée, et le FGM est pris pour être posé avec la même fraction de volume dans chaque région, c.-à-d., couches quasi homogènes (figure II.13.a).
- Pour la deuxième approche, une variation continue de la fraction volumique des deux matériaux extrêmes est assumée, et la fraction de volume peut être représentée suivant une fonction dépendante de la coordonnée Z (épaisseur) (figure II.13.b):

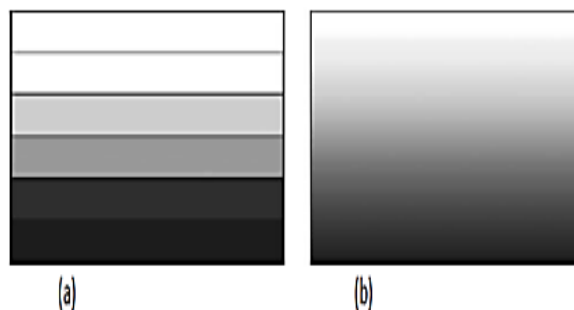


Figure I.7: Modèles analytiques d'une couche en FGM

I.4.2. Historique des matériaux à gradient de propriétés (FGM) :

Le matériau à gradient fonctionnel a été introduit la première fois dans le laboratoire national d'aérospatial du Japon en 1984 par M. Niino et ses collègues à Sendai. L'idée est de réaliser des matériaux utilisés comme barrière thermique dans les structures spatiales et les réacteurs à fusion. Les FGM peuvent être utilisés pour différentes applications, telles que les enduits des barrières thermiques pour les moteurs en céramique, turbines à gaz, couches minces optiques, etc. En 1987, le gouvernement

Japonais a lancé un vaste projet intitulé " la recherche sur la technologie de base pour développement de matériaux à Gradient fonctionnel et l'étude de la relaxation des contraintes thermiques". L'intérêt du projet est de développer des matériaux présentant des structures utilisées comme barrière thermique dans les programmes aérospatiaux. Les matériaux constituant les parois des engins spatiaux sont appelés à travailler à des températures de surface de 1800°C ainsi qu'à un gradient de température de l'ordre de 1300°C. A cette année-là, aucun matériau industriel n'était connu pour supporter de telles sollicitations thermomécaniques. Trois caractéristiques sont à considérer pour la conception de tels matériaux :

1. Résistance thermique et résistance à l'oxydation à haute température de la couche superficielle du matériau ;
2. Ténacité du matériau côté basse température ;
3. Relaxation effective de la contrainte thermique le long du matériau [Abdizadeh, 1997]. En 1987-1989, c'est la fabrication de petites pièces expérimentales (1-10 mm d'épaisseur et 30 mm de diamètre) pouvant résister à des températures de surface maximales de 2000 K (1727 °C) et à un gradient de températures de 1000 K (727 °C). Un exemple d'un tel matériau est montré sur la figure II.14 [Yin et al. 2004] où des particules sphériques ou presque sphériques sont incrustées dans une matrice isotrope.

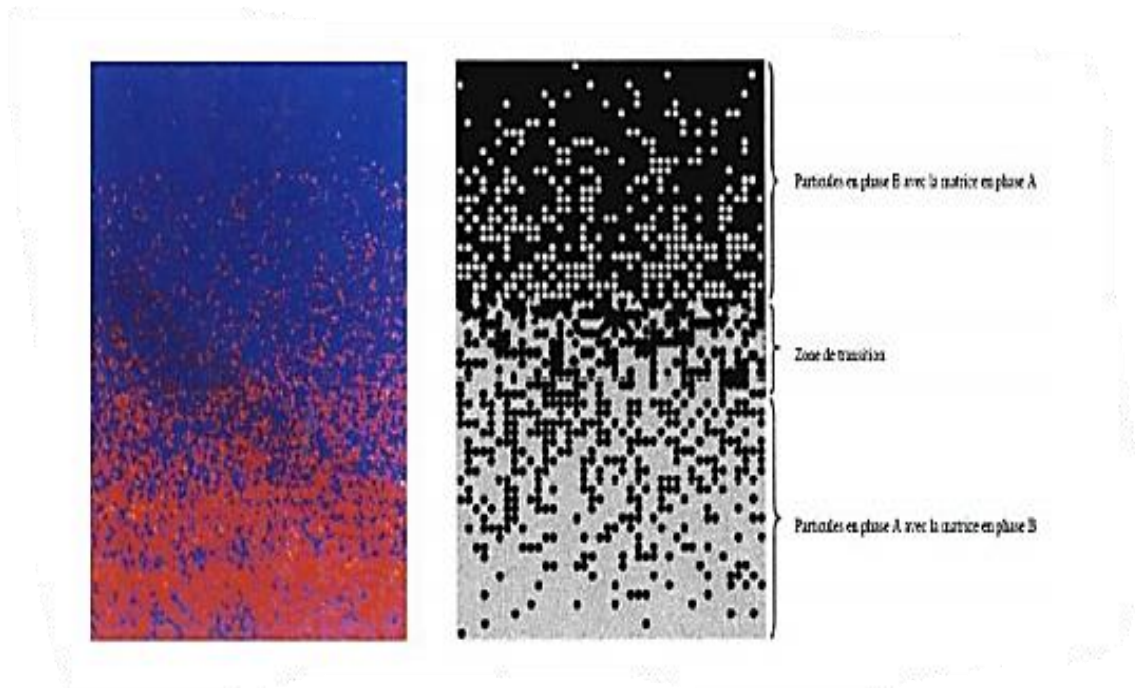


Figure I.8: Un FGM avec les fractions de volume de phases constitutives graduées dans la direction verticale [Yin et al. 2004]

En 1990-1991, c'est la réalisation des pièces de taille plus grandes et des formes plus complexe. A partir de 1990 les FGM ont été développés dans le domaine militaire, l'automobile, le biomédical, l'industrie de semi-conducteur et toutes utilisations dans un environnement à hautes températures.

I.4.3. Secteurs d'application des FGM

I.4.3.1 Aéronautique :

le concept de FGM a été initialement conçu pour ce champ. Possédant deux propriétés contradictoires, comme la conductivité thermique et de propriété barrière thermique dans un matériau, il permet de produire le poids-léger et des matériaux solides. Surtout, ce sera une technologie indispensable pour la roquette et à la construction de station spatiale. Les FGM sont également applicables à un mur externe de l'avion spatial et des parties de moteur de fusée.

I.4.3.2 Matières industrielles :

de nombreuses applications de FGM ont été récemment réalisées pour les matériaux industriels. Comme les produits récents sont s'intensifier en raison d'une résistance accrue et la résistance thermique et énergiques de réduction et de la forme, la demande d'un nouveau matériau pour l'outil industriel sont en pleine croissance. Dans ce domaine, il est nécessaire d'avoir les deux résistances à l'usure et la ténacité ; ainsi, nous pouvons dire que la demande de la FGM est une solution. D'ailleurs, comme les besoins n'pour la coupe à sec et ne pas utiliser de liquide de coupe augmenter en contrepartie de l'environnement, le développement d'une autolubrifiant et outil de haute résistance thermique est attendu. Une production à l'essai de l'outil industriel a été mené avec succès à l'aide de diamants (à l'extérieur) et l'acier (à l'intérieur), et le développement est maintenant prévu pour un outil à grande vitesse dans n'importe quelle taille ou forme.

I.4.3.3 Autres :

Divers composants et accessoires sportifs peuvent bénéficier de l'utilisation du FGM. Par exemple, pointes en carbure ont été fabriqués pour les chaussures de baseball afin de réduire l'usure. Entre la pointe et de la structure des chaussures une région à matériau gradué a été produite afin de réduire l'impact sur les extrémités.

I.5- La fabrication

I.5. 1.Les Techniques de fabrication des matériaux fonctionnels FGM

Les procédés de fabrication d'un matériau à gradient de propriétés (FGM) peuvent habituellement être divisés en construisant la structure dans un espace hétérogène (mélange graduel) et transformation de cette structure en matériau en bloc (solidification). Les processus de mélange graduel peuvent être classés dans les constituants, l'homogénéisation et la ségrégation. Les procédés élémentaires sont basés sur la fabrication par étape de structure en matériaux graduels précurseurs ou poudres. Les avancés en technologie d'automatisation pendant les dernières décennies ont rendu des processus élémentaires de progression technologiquement et économiquement durable. Dans la procédure d'homogénéisation qui traite une interface pointue entre deux matériaux est convertie dans un gradient par transport

matériel. Les procédés d'homogénéisation et de ségrégation produisent un gradient continu, mais ont des limitations au sujet des types de gradients qui peuvent être produits. Il existe plusieurs méthodes différentes physiques et chimiques pour la fabrication des FGMs selon le type de matériaux, l'application et les commodités accessibles. Les méthodes de traitement des FGMs peuvent être classées en deux grandes catégories basées sur le traitement constructif et le transport de masse (J.F. Groves et al.1997- M.Rasheedat et al.2012). Dans la première catégorie, le FGM est construit couche par couche en commençant par une distribution appropriée dans laquelle les gradients sont littéralement construits. L'avantage de cette technique est de fabriquer un nombre illimité de gradients. Pendant ce temps, dans la seconde catégorie, les gradients à l'intérieur d'un composant dépendent du phénomène de transport naturel tel que le flux de fluide, la diffusion d'espèces atomiques ou la conduction thermique. Cependant, les progrès de la technologie d'automatisation au cours des deux dernières décennies ont offert des processus de gradation constitutifs technologiquement et économiquement réalisables. Les techniques existantes et les plus à jour pour la fabrication des FGMs sont données en détail et la vue d'ensemble des processus de fabrication est présentée dans le tableau I-2.

Il existe de nombreuses méthodes d'élaboration des matériaux à gradient de propriétés, les techniques les plus employées sont brièvement expliquées ci-après :

I.5. 2.Coulage en bande (Tape Casting) :

Tableau I.2: vue d'ensemble des méthodes de fabrications des FGMs (Y.FUKUI 1991).

S1.NO	Process	Variability of transition function	Versatility in phase content	Type of FGM	Versatility in component geometry
1	Powder stacking	Very good	Very good	Bulk	Moderate
2	Sheet lamination	Very good	Very good	Bulk	Moderate
3	Wet powder spraying	Very good	Very good	Bulk	Moderate
4	Slurry dipping	Very good	Very good	Coating	Good
5	Jet solidification	Very good	Very good	Bulk	Very good
6	Sedimentation/centrifuging	Good	Very good	Bulk	poor
7	Filtration/slip casting	Very good	Very good	Bulk	Good
8	Laser cladding	Very good	Very good	Bulk, Coating	Very good
9	Thermal spraying	Very good	Very good	Coating, Bulk	Good
10	Diffusion	Moderate	Very good	Joint, Coating	Good
11	Directed solidification	Moderate	Moderate	Bulk	Poor
12	Electrochemical gradation	Moderate	Good	Bulk	Good
13	Foaming of polymers	Moderate	Good	Bulk	Good
14	PVD, CVD	Very good	Very good	Coating	Moderate
15	GMFC process	Very good	Moderate	Bulk	Good

Le coulage en bande consiste à couler une barbotine de poudres fines en suspension aqueuse ou non-aqueuse sur un support plan en couches minces et régulières. Selon les cas, c'est soit la lame (docteur blade) qui est animée d'un mouvement de translation, soit le support qui se déplace sous la lame (figure1.6). Les produits obtenus sont des feuillets avec des épaisseurs contrôlées (25-1000 μ m). Après un raffermissement de la pâte, les feuillets sont démoulés et ensuite découpés.

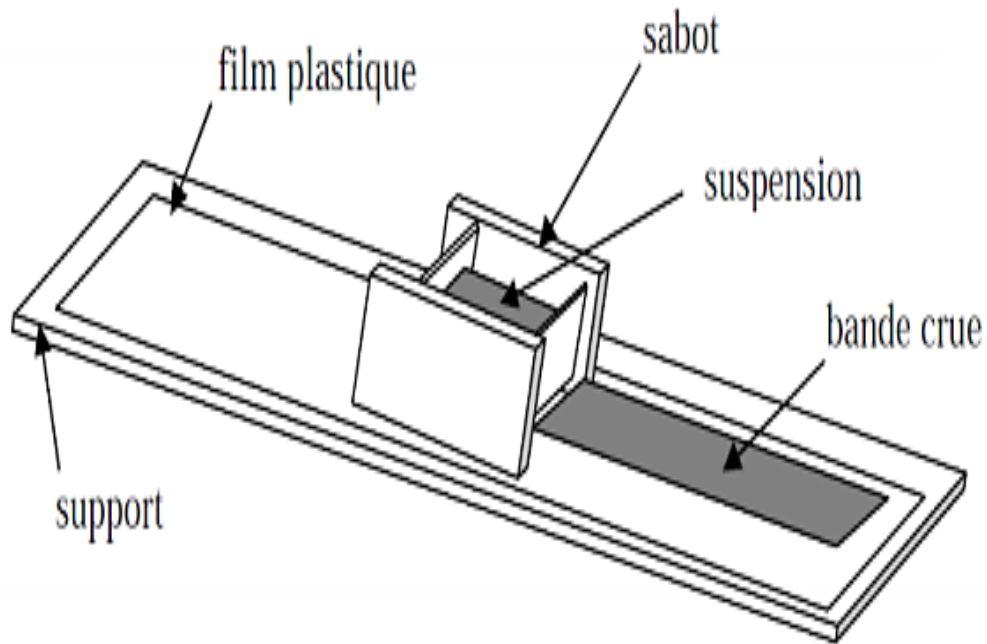


Figure I.9: Principe de la méthode coulage en bande (Boch 1986)

L'un des plus anciens travaux sur l'étude de cette technique a été publié par Howatt et al. 1947, et depuis d'autres travaux ont été réalisés (Boch 1986). Ce procédé est devenu une technique économique pour la production des substrats céramiques de type Al_2O_3 et surtout pour les condensateurs à base de $BaTiO_3$. On peut d'ailleurs remarquer qu'il s'agit déjà de F.G.M puisqu'il faut empiler des couches conductrices (métaux rares) avec des couches diélectriques ($BaTiO_3$ principalement).

I.5.2 Coulage en bande (Tape Casting) :

Le coulage en barbotine (slip casting) consiste à couler une suspension dans un moule poreux qui va drainer le liquide grâce aux forces capillaires, laissant un tesson (couche de poudre compacte) sur la surface du moule. Après séchage, on obtient le corps en cru. Donc le coulage se décompose en deux étapes essentielles : -formation du tesson ou "prise » ; -consolidation du tesson ou "raffermissement".

I.5.3. Dépôt par Electrophorèse :

Le dépôt par électrophorèse est un procédé dans lequel une suspension colloïdale stable est placée dans une cellule contenant deux électrodes, le dépôt se fait par le mouvement des particules chargées au sein de la solution vers la cathode ou l'anode selon le signe de la charge des particules due à un champ électrique. L'élaboration des F.G.M peut se faire donc par le dépôt séquentiel des matériaux (Abdizadeh 1997)

I.5.4. Compaction sèche des Poudres :

Dans cette technique les poudres sont successivement versées dans un moule en acier. Chaque fois qu'une poudre est versée, une faible compression est exercée. Ensuite, la compaction de l'ensemble des couches sera effectuée. Ce procédé est suivi, généralement, par une pression isostatique et un délaitage. La densification sera enfin l'étape finale (Bishop 1993). Ce procédé peut être envisagé pour la fabrication de pièces de formes complexes. En effet il s'applique aussi avec la technique du pressage isostatique, et de façon industrielle.

I.5.5. Projection thermique :

Le dépôt par projection thermique se décline en quatre techniques différentes : la projection par flamme, la projection par arc électrique, la projection par plasma (VPS) et la projection thermique à froid. Pour l'ensemble de ces techniques, la fabrication du FGM tient au contrôle de la distribution de la poudre dans la buse de projection thermique.

I.5.6.C. V. D. et P. V. D. :

Le dépôt en phase vapeur physique ou chimique est une technique dans laquelle les atomes du matériau source sont déposés sur la surface du substrat. Les techniques de C.V.D. et P. V. D. peut être utilisé pour élaborer un matériau à gradient de propriétés sur des substrats de formes compliquées, (KAWA, 1990). I.3.7. Frittage et Infiltration : Cette méthode passe par deux étapes et convenable à la mise en forme d'un composite FGM résultant de la combinaison de deux matériaux sous des températures de fusion extrêmement différentes. La première étape est de produire une matrice frittée à haute température de fusion avec un gradient de porosité. La seconde est de remplir ces porosités avec le deuxième matériau fondu par infiltration. Le résultat est excellent pour réduire les contraintes thermiques (TAKA, 1990). I.3.8 Frittage Laser Différentiel : La puissance du laser permet de contrôler la température et la focalisation du point à chauffer. La différence de l'intensité de l'irradiation sur différents points du matériau, provoque un frittage différentiel le long de la pièce, ce qui résulte en des microstructures différentes, dépendant de la position du point irradié.

(Yuki et al.1990) ont fabriqué une pièce F.G.M de PSZ/Mo. La figure I.7 montre schématiquement la disposition du procédé utilisé par ces auteurs.

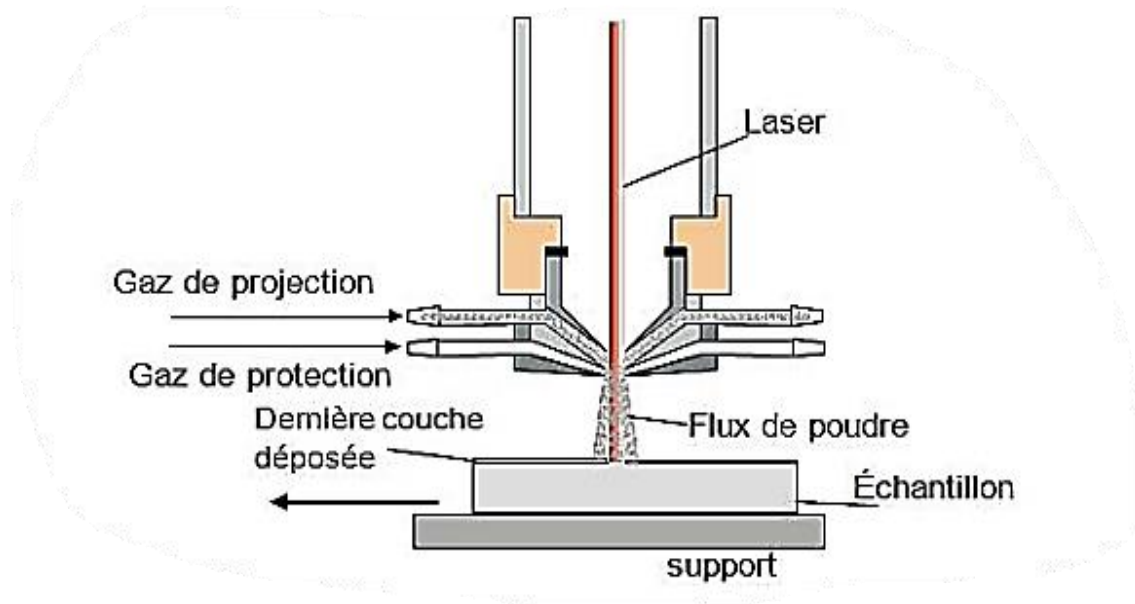


Figure I.10: Principe de la méthode coulage en bande (Boch 1986)

I.6. Domaines d'applications des matériaux à gradient de propriétés :

Le concept des matériaux à gradient de propriétés est applicable dans des nombreux domaines, comme il est illustré dans la figure I.8. Il a été initialement conçu pour l'industrie de l'aéronautique, où les FGM ont fournis deux propriétés contradictoires telles que la conductivité thermique et d'isolation thermique dans un matériau. Actuellement, elles permettent la production des matériaux légers, forts et durables, et elles sont applicables dans un large intervalle des domaines tels que les matériaux de construction, matériaux de conversion d'énergie, nucléaire et semi-conducteurs.

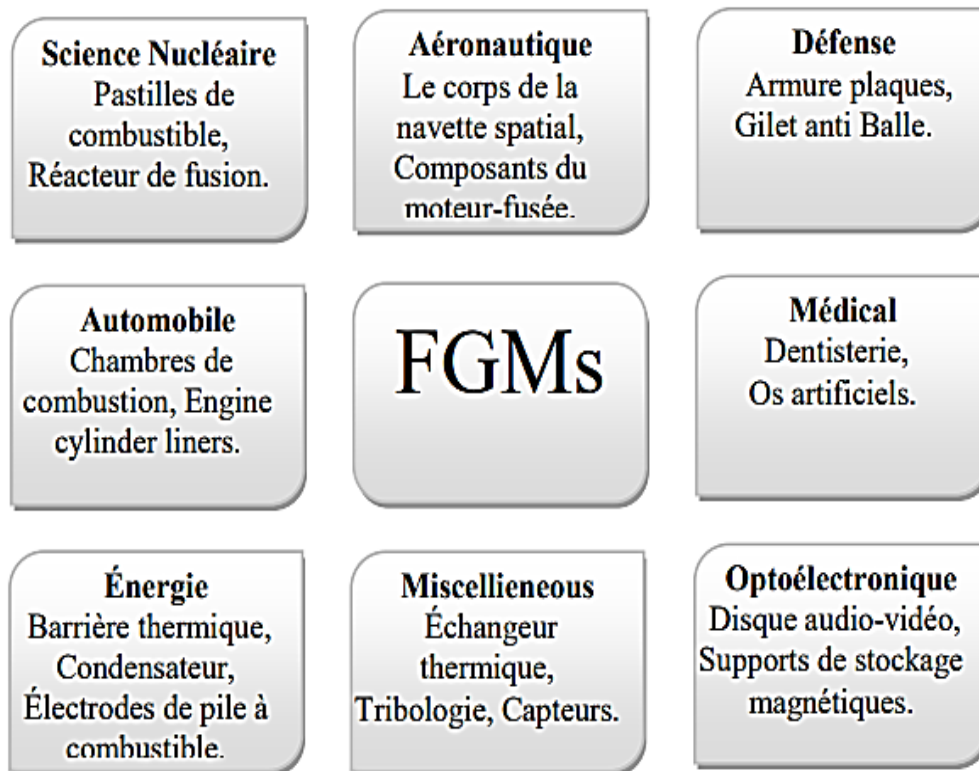


Figure I.11 : Applications des FGM dans divers domaines

I.6.1 Secteurs d'application des FGM Aéronautique :

Le concept de FGM a été initialement conçu pour ce champ. Possédant deux propriétés contradictoires, comme la conductivité thermique et de propriété barrière thermique dans un matériau, il permet de produire le poids-léger et des matériaux solides. Surtout, ce sera une technologie indispensable pour la roquette et à la construction de station spatiale. Les FGM sont également applicables à un mur externe de l'avion spatial et des parties de moteur de fusée.

1.6.2. Matières industrielles :

de nombreuses applications de FGM ont été récemment réalisées pour les matériaux industriels. Comme les produits récents sont s'intensifier en raison d'une résistance accrue et la résistance thermique et énergiques de réduction et de la forme, la demande d'un nouveau matériau pour l'outil industriel sont en pleine croissance. Dans ce domaine, il est nécessaire d'avoir les deux résistances à l'usure et la ténacité ; ainsi, nous pouvons dire que la demande de la FGM est une solution. D'ailleurs, comme les besoins n'pour la coupe à sec et ne pas utiliser de liquide de coupe augmenter en contrepartie de l'environnement, le développement d'une autolubrifiant et

outil de haute résistance thermique est attendu. Une production à l'essai de l'outil industriel a été menée avec succès à l'aide de diamants (à l'extérieur) et l'acier (à l'intérieur), et le développement est maintenant prévu pour un outil à grande vitesse dans n'importe quelle taille ou forme.

1.6.3. Dans la médecine :

Parmi les applications pour les FGM, les implants médicaux semblent un fort champ de la recherche. Le but d'utiliser les FGM pour produire des implants est d'utiliser les propriétés mécaniques des alliages, céramiques et composites gradués avec des matériaux biocompatibles. Ainsi, un implant osseux peut être constitué par un matériau solide et dur dans le noyau avec le tissu osseux gradué compatible à la surface et un matériau de faible coefficient de frottement dans les articulations.

1.6.4. Dans la défense :

L'une des caractéristiques les plus importantes du matériau à gradient de propriétés est la capacité à empêcher la propagation de fissure. Un FGM en métal et céramique est utilisé dans les structures comme les portes incombustibles et matériaux résistants à la pénétration pour les plaques de blindage et les gilets pare-balles. Une des compositions disponibles de matériaux à gradient de propriétés est la combinaison entre le titane et le titane diboride, combinant la céramique capable d'absorber l'énergie avec la ténacité du métal- idéal pour les solutions de blindage du véhicule [Hopkinson.2006 ; Saiyathibrahim.2015].

1.6.4. Optoélectronique :

Les outils de communication utilisant les fibres optiques ont besoin de nouveaux progrès ainsi que des informations de plus en plus de volume. Une idée est une lumière de longueur d'onde système multiplex de communication utilisant des filtres optiques, en particulier, en utilisant un indice de réfraction filaire le classement. Il a une structure que l'indice de réfraction des ondes transmettant le sens varie avec la fréquence. Avec le filtre, la réflexion inutile peut être évitée dans une certaine mesure. Application des FGM aux fibres optiques plastiques peuvent assurer une transmission à haute vitesse. Par conséquent, il sera capable de se propager système de communication optique jusqu'au niveau des ménages. Autres : divers composants et accessoires sportifs peuvent bénéficier de l'utilisation du FGM. Par exemple, pointes en carbure ont été fabriquées pour les chaussures de baseball afin de réduire l'usure. Entre la pointe et de la structure des chaussures une région à matériau gradué a été produite afin de réduire l'impact sur les extrémités.

Ceci est un excellent exemple comment les FGM pourraient être utilisées pour produire des articles de sport de haute performance. Avec la même idée de réduction d'usure, des outils d'escalade sur glace tels que crampons et piolets pourraient être gradué avec le carbure de tungstène dans les arêtes vives qui capte la glace. Les outils de l'escalade de rocher auraient également le même avantage de réduire l'usure tels que sur les surfaces de came [Hopkinson. 2006 ; Saiyathibrahim. 2015].

I.7 domaine appliqué en GC

I.7.1. Application des FGM dans le domaine du Génie civil :

I.7.1.1 Les joints dans la charpente métallique :

Lors de l'assemblage des éléments en charpente métallique, on est obligé de réaliser des soudures entre deux éléments de nature/nuance différente l'un lourd et l'autre souple (acier/aluminium). Dans ce cas on utilise des joints ordinaires en acier. L'inconvénient de ce type de joint est la rupture et la durabilité. L'utilisation des joints FGM est optimale.

I.7.1.2. Les grands vitrages dans les zones chaudes :

L'utilisation des vitres en FGM a pour but de contrôler la température dans les zones chaudes, éviter les vitrages multiples et réduire le cout et le poids des structures.

I.7.1.3. Les chaussées rigides (Functionally Graded Concrete Materials for Rigid Pavements):

Les FGMs peuvent être utilisés dans les chaussées rigides en béton avec une gradation obtenue par la variation de la fraction volumique de fibres, cette technique est visée d'être utilisée dans les autoroutes et les routes à très fort trafic, les pistes des aéroports, car elles offrent une résistance et une durabilité élevées, le but est d'optimiser l'épaisseur de la chaussée afin d'avoir un matériau rigide sur la surface de roulement et un matériau moins rigide sur la couche de fondation (Jeffery R et al.2007).

I.4.1.4. Les chaussées souples (Functionally Graded

Concrete Materials for Flexible Pavements) : Les FGM peuvent être utilisé dans les chaussées souples pour supprimer les couches d'accrochage entre la couche de Grave Bitume et la couche de roulement en Béton Bitumineux pour éviter le glissement entre les deux couches et économiser les épaisseurs tout en obtenant un comportement optimisé, augmentant la capacité portante de la chaussée et par la suite sa durabilité (Ernie P, Wael A, and Ewan C, August2007).

I.4.1.5. Les tunnels (functionally graded concrete segment in tunnel): Les parois intérieures des

tunnels doivent être réalisées en matériau réfractaire et rigide dans la surface exposée et d'un matériau imperméable dans la surface en contact avec le sol et les roches (Baoguo MA et al.2009).

I.7.1.4. Les chaussées souples (Functionally Graded Concrete Materials for Flexible Pavements) :

Les FGM peuvent être utilisés dans les chaussées souples pour supprimer les couches d'accrochage entre la couche de Grave Bitume et la couche de roulement en Béton Bitumineux pour éviter le glissement entre les deux couches et économiser les épaisseurs tout en obtenant un comportement optimisé, augmentant la capacité portante de la chaussée et par la suite sa durabilité (Ernie P, Wael A, and Ewan C, August 2007)

I.7.1.5. Les tunnels (functionally graded concrete segment in tunnel):

Les parois intérieures des tunnels doivent être réalisées en matériau réfractaire et rigide dans la surface exposée et d'un matériau imperméable dans la surface en contact avec le sol et les roches (Baoguo MA et al.2009).

I.8. Conclusion

L'arrivée des matériaux composites a ouvert de nouvelles voies en augmentant la performance des pièces industrielles grâce à leurs qualités intrinsèques telles que la légèreté (associée à des caractéristiques de résistance élevée) et la bonne tenue à la corrosion. Le spectre d'utilisation de ces structures s'est élargi grâce au développement de matériaux intelligents (FGMs), élaborés à partir de nouvelles philosophies de conception et de fabrication. Le chapitre suivant va porter sur la modélisation des poutres en FGM tout en définissant les différentes théories des poutres.

Chapitre II : Cinématique Des Poutres

II.1. Introduction :

La cinématique des poutres est une simplification de la théorie de l'élasticité des corps solides. Elle peut être envisagée lorsque la structure déformable possède une dimension bien plus grande que les deux autres. La théorie des poutres fournit des solutions en déplacements et en contraintes qui ne sont pas nécessairement valables en tout point. Mais loin des points d'application de chargements, des liaisons (blocage cinématique) et des variations brusques de section, elle est tout à fait suffisante [Génevaux et al, 2011].

L'analyse d'une poutre en matériaux hétérogènes est plus complexe que celle d'une poutre en matériaux conventionnels, métalliques par exemple. Cela est dû au caractère hautement anisotrope des propriétés mécaniques du matériau de base, tant sur les plans raideur que résistance, qui sont concentrées dans la direction des fibres. L'importance de développer une analyse sur le comportement des poutres est liée d'une part à l'utilisation des poutres comme éléments de base dans la réalisation des structures, et l'autre part à la caractérisation des propriétés mécaniques des matériaux composites et à partir des différents essais réalisés sur des éprouvettes en forme de poutres [Kessas, 2009].

II.2. Historique de la théorie des poutres

Le terme de < poutre > désigne un objet dont la longueur est grande par rapport aux dimensions transverses. La théorie des poutres est un modèle utilisé dans le domaine de la résistance des matériaux. La paternité de la théorie des poutres est attribuée à « Galilée », mais des études récentes indiquent que « Léonard de Vinci » l'aurait précédé. « De Vinci » avait supposé que la déformation variait de manière linéaire en s'éloignant de la surface neutre, mais il ne put pas finaliser ses calculs car il ne connaissait pas la loi de « Hooke ». De son côté, « Galilée » était parti sur une hypothèse incorrecte (il supposait que la contrainte était répartie uniformément en flexion), et c'est « Antoine Parent » qui obtint la distribution correcte. Ce sont « Leonhard Euler » et « Jacques Bernoulli » qui émirent la première théorie utile vers 1750, alors que « Daniel Bernoulli », le neveu du précédent, écrivit l'équation différentielle pour l'analyse vibratoire. À cette époque, le génie mécanique n'était pas reconnu comme une science, et on ne considérait pas que les travaux d'une académie des mathématiques pussent avoir des applications pratiques, et on continua à bâtir les ponts et les bâtiments de manière empirique. Ce n'est qu'au XIXe

siècle, avec la Tour Eiffel et les grandes roues, qu'on démontra la validité de la théorie à grande échelle. [Jean-Louis Fanchon, 2001].

II.3. Les différents modèles des poutres

Résoudre un problème d'élasticité revient à trouver une fonction qui satisfait aux différentes équations de mécanique et d'équilibre. Les théories de poutres impliquent essentiellement la réduction d'un problème en trois dimensions de la théorie de l'élasticité à un problème unidimensionnel. Là où la détermination de la solution exacte pour les champs de contrainte et de déformation n'est pas possible, elle permet d'obtenir une solution approchée, qui donne une bonne idée sur les efforts et les déplacements [Sallai, 2011]. L'obtention d'une théorie de poutre nécessite l'introduction de certaines hypothèses, qui représentent des simplifications acceptables de la réalité. Plusieurs théories jouent sur la prise en compte ou non de l'effet du cisaillement. Dans ce qui suit, on abordera les différents modèles les plus célèbres dans la littérature.

II.3.1. Le modèle classique de la poutre d'Euler-Bernoulli (CBT) :

Ce modèle basé sur la théorie classique de poutre (CBT) satisfait l'hypothèse d'Euler Bernoulli avec une distribution linéaire des déplacements dans l'épaisseur. La droite perpendiculaire à l'axe moyen avant déformation, reste droite après déformation. L'hypothèse d'Euler-Bernoulli néglige l'effet de cisaillement transversal et la déformation est entièrement due à la déformation de flexion. Une description détaillée des modèles de poutres, y compris le modèle actuel peut être trouvée dans Timoshenko et Woinowsky-Kreiger, (2009), Reddy.J (1997 et 1999).

Sur la base des hypothèses ci-dessus, le champ de déplacement de ce modèle de poutre (CBT) développée est donné par l'équation suivante

$$\begin{aligned} u(x, z) &= u_0(x) - z \frac{dw_0(x)}{dx} \\ w(x, z) &= w_0(x) \end{aligned} \quad (II.1)$$

Où (u_0, w_0) sont deux fonctions de déplacement inconnues de l'axe médian de la poutre ($z = 0$), Figure III.1

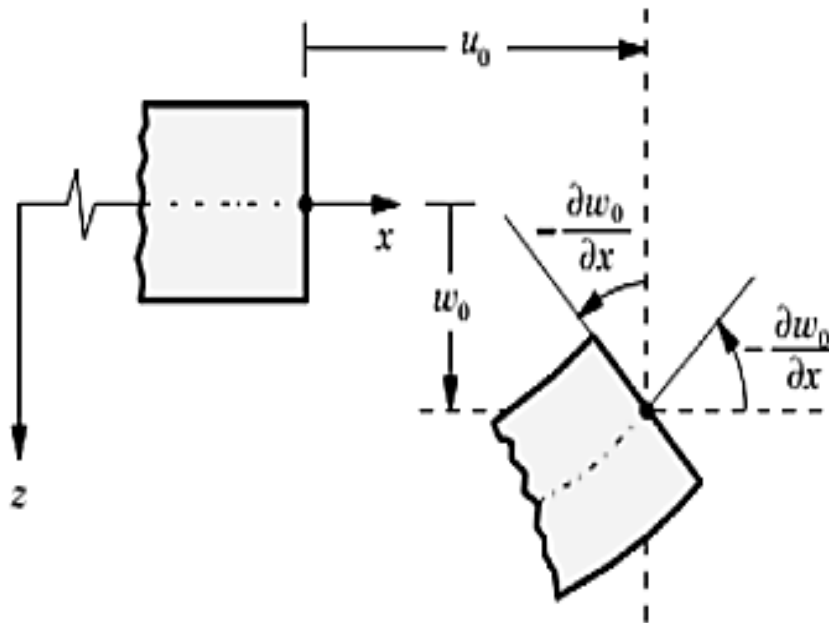


Figure II.1: Illustration du modèle de la poutre d'Euler-Bernoulli (CBT).

Puisque ce modèle ne prend pas l'énergie de cisaillement en compte, il donne des résultats inexacts pour les poutres épaisses. Cependant, en raison de sa simplicité avec seulement trois degrés de liberté de déplacement, ce modèle classique reste une bonne approche en premier. Les analyses du comportement des poutres fonctionnellement graduées (FGBs) à l'aide du modèle de poutre classique d'Euler-Bernoulli (CBT) ont été étudiées par He et al.2001.

II.3.2. Le modèle de poutre basé sur la théorie du premier ordre de la déformation de cisaillement (FSDT)

Contrairement au modèle classique, ce modèle prend en compte les déformations de cisaillement transversales, qui sont assumées constantes dans l'épaisseur de la poutre. Le modèle nécessite donc un facteur de correction pour calculer l'effort de cisaillement transverse. Les premières études sur la théorie de premier ordre de la déformation de cisaillement de la poutre (FSDT) peuvent être trouvées dans Reissner, E., (1945et1975), Mindlin. Les études sur ce modèle peuvent être trouvées dans Timoshenko et WoinowskyKreiger, (2009), Reddy.J (1997), Miara et Podio-Guidugli (2006). La théorie du premier ordre est basé sur le champ de

déplacement selon les mêmes hypothèses et restrictions que la théorie classique, mais la poutre est à l'état de normalité détendue,

$$\begin{aligned} u(x, z) &= u_0(x) + z\phi(x) \\ w(x, z) &= w_0(x) \end{aligned} \quad (II.2)$$

Où (u_0, w_0) et $(\phi(x))$ sont les déplacements dans la surface moyenne et la rotation autour de l'axe y , respectivement, Figure I.15. Le champ de déplacement défini dans l'expression ci-dessus permet de reprendre la théorie des poutres classique décrite dans la section précédente en remplaçant

$$\phi(x) = -\frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (II.3)$$

La FSDT est donc une extension de la cinématique de la CBT par une déformation de cisaillement transversale de la poutre dans leur hypothèse cinématique.

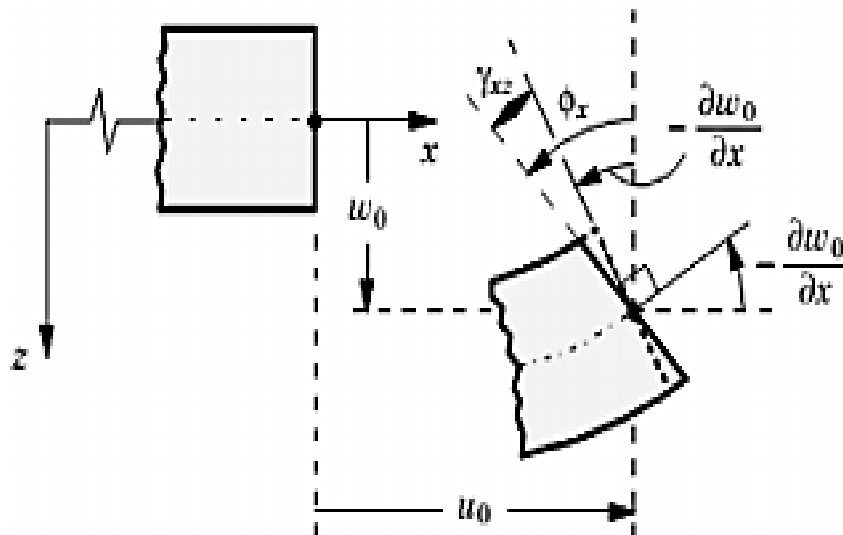


Figure II.2 : Illustration du modèle de la poutre de Timoshenko (TBT).

Le modèle FSDT a été largement utilisé pour l'analyse des matériaux à gradient de propriété en raison de sa simplicité de l'analyse et la programmation (Praveen, G.N., Reddy, J. 1998) et (Zenkour, A. M., 2003). Cependant, le fait que la déformation de cisaillement transversale est constante dans l'épaisseur, il nécessite donc une correction quand on calcule les contraintes transversales de cisaillement et les efforts. Pratiquement, une correction de cisaillement transverse du modèle de la plaque homogène a été prise. En outre, afin d'éviter les difficultés de la correction de cisaillement, les théories de la déformation de cisaillement d'ordre supérieur des poutres ont été développées. Plusieurs auteurs ont appliqué la théorie de poutre à ordre élevé pour les matériaux à gradient de propriétés (FGMs). Dans la section suivante, nous allons rappeler deux modèles de poutres basés sur des théories de la déformation de cisaillement à ordre élevé utilisés pour l'analyse des matériaux à gradient de propriétés (FGMs) : un modèle de poutre basé sur la théorie de la déformation de cisaillement à ordre élevé (TSDT) proposé par Reddy.J (1997 et 1999) et un modèle de la poutre basé sur la théorie de la déformation de cisaillement sinusoïdale (SSDT) étudié par Zenkour, A. M., (2003 ; 2004a et 2004b)

II.3.3. Le modèle de poutre basé sur la théorie du troisième ordre de la déformation de cisaillement (TSDT) :

Les théories de la déformation de cisaillement des poutres à ordre élevé ont été développées ces dernières années, d'abord pour l'analyse de plusieurs problèmes isothermes et ensuite déployées pour comprendre les phénomènes physiques induits dans la poutre. Contrairement à la CBT et TBT avec les hypothèses de répartition linéaire de déplacement à travers l'épaisseur, la théorie de la déformation de cisaillement des poutres à ordre élevé est basée sur une distribution non-linéaire des champs dans la section. Par conséquent, l'effet de la déformation de cisaillement transversal est pris en compte. Ces modèles ne nécessitent pas de facteurs de correction. Les références sur ces modèles peuvent être trouvées dans Hildebrand, F.B et al.1949, Naghdi, P. M., (1957), Liberscu, L, (1967), Nelson, R., et al.1974, Lo, K. H., et al.1977a ; 1977b, Kant, T., Swaminathan, (2002). Nous présentons ici deux modèles de poutres utilisés pour l'analyse du comportement des matériaux à gradient de propriété (FGMs).

Le champ de déplacement est généralement écrit comme suit :

$$u(x, z) = u_0(x) - \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} \Psi(z) \varphi_x(x) \quad (\text{II.4})$$

$$w(x, z) = w_0(x)$$

Avec : (u_0, w_0) et (ϕ_x) sont les déplacements axiaux et la rotation autour de l'axe y

$$\phi_x = \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + \Phi_x$$

$\Psi(z)$: est une fonction de cisaillement transverse caractérisant les théories correspondantes. En effet, les déplacements de la théorie classique de poutre (CBT) est obtenue en prenant $\Psi(z)$, alors que la théorie de premier ordre de Timoshenko (TBT) peut être obtenue en écrivant

$$\Psi(z) = z$$

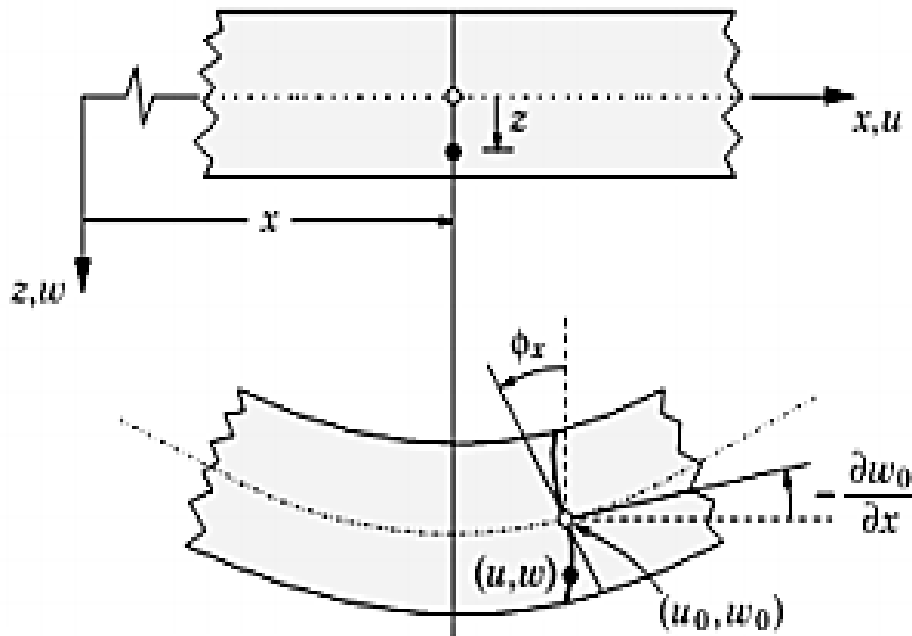


Figure II.3: Illustration d'une poutre d'ordre élevé.

Les déplacements de la théorie des déformations de cisaillement à ordre élevé de Reddy (TSDT) Reddy.J (1997 et 1999) sont obtenus par :

$$\Psi (z) = z \left(1 - \frac{4}{3h^2} z^2 \right) \quad (II.5)$$

La théorie du troisième ordre de cisaillement (TSDT), qui suppose que la contrainte de cisaillement transversal est approchée par une forme quadratique dans l'épaisseur de la poutre, a été proposée par Reddy.J (1997et1999). Elle ne nécessite pas de facteurs de correction de cisaillement

La théorie du troisième ordre a été largement utilisée pour analyser les comportements des plaques FGMs (Reddy, (2000) ; Cheng, Z., et al.2000b et Ferreira, A., et al.2004). La théorie de cisaillement sinusoïdale (SSDT) de Zenkour (Zenkour, A. M., 2003 ; 2004a et 2004b) est obtenu par l'hypothèse :

$$\Psi (z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (II.6)$$

Où le champ de déplacement qui en résulte est basé sur celui de la théorie classique en ajoutant le terme $\left[\frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \varphi_\alpha\right]$ à la composante de déplacement dans le plan u_α .

Ce modèle a été également utilisé pour étudier le comportement des structures FGMs par Zenkour (Zenkour, A. M., 2005a ; 2005b et 2006). Comme pour la TSDT, pas de facteurs de correction de cisaillement transversal utilisés dans cette théorie. La version exponentielle de la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (ESDPT) développée par Karama et al.2003 est obtenue en prenant :

$$\Psi (z) = z e^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2} \text{ Et } \varphi_{z=0} \quad (II.6.a)$$

La version hyperbolique de la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (HSDPT) développée par Ait Atmane et al.2010 est obtenue en prenant :

$$\Psi (z) = \frac{\cos(\frac{\pi}{2})}{[\cos(\frac{\pi}{2})-1]} z - \frac{(\frac{h}{\pi}) \sinh(\frac{\pi z}{h})}{[\cos(\frac{\pi}{2})-1]} \text{ et } \varphi_{z=0} \quad (II.6.b)$$

II.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les matériaux à gradient de propriétés « FGM », l'histoire de leur développement, leurs propriétés effectives, leurs principaux procédés technologiques de fabrication, et leurs domaines d'application ; ensuite les modèles de poutres utilisés pour l'analyse du comportement statique et vibratoire des structures en FGM. La variation spatiale et progressive des propriétés des matériaux à gradient de propriétés permet de créer des structures innovantes qui peuvent être exploitées dans de nombreux domaines d'application dans les structures spéciales en génie civil.

Modèle Mathématique & Développements

III.1. Introduction :

La mécanique des milieux continus présente des théories qui ont pour but le calcul

Approximatif des grandeurs généralisées en se basant sur le système des équations de

Compatibilité, d'équilibre, des conditions aux limites, et complétée par une loi de

Comportement reliant les contraintes et les déformations.

Ce chapitre propose une nouvelle théorie de déformation de cisaillement trigonométrique

Pour l'étude de l'influence du chargement combiné de l'humidité et de la température sur la

vibration des nano poutres en matériaux à gradient de propriétés reposant sur des fondations

Élastiques (Winkler-Pasternak). Le principal avantage de cette théorie réside dans la prise en

Compte de l'effet de cisaillement transverse avec seulement un champ de déplacement

Modélisé avec seulement 2 inconnues, idem que la théorie classique de la poutre (CBT). Ainsi,

Satisfaisant les conditions aux limites de la traction nulle sur les bords supérieure et inférieure

De la poutre, d'où le facteur de correction de cisaillement n'est pas requis.

III.2 Théorie et formulation

Considérons une poutre nanométrique reposant sur une fondation élastique, de longueur L , d'épaisseur h et de section rectangulaire $b \times h$, dont les coordonnées sont illustrées à la figure 1.

Section transversale rectangulaire $b \times h$, dont les coordonnées sont illustrées à la figure

III.2.1 Hypothèses de base

Le champ de déplacement de la théorie proposée est choisi sur la base des hypothèses suivantes :

- 1) Les déplacements sont faibles par rapport à l'épaisseur de la nano poutre et, par conséquent,
- 2) Les déformations impliquées sont infinitésimales.

- 3) Le déplacement transversal w comprend deux composantes de flexion w_b , et de cisaillement w_s .

Ces composantes sont des fonctions de la coordonnée x seulement

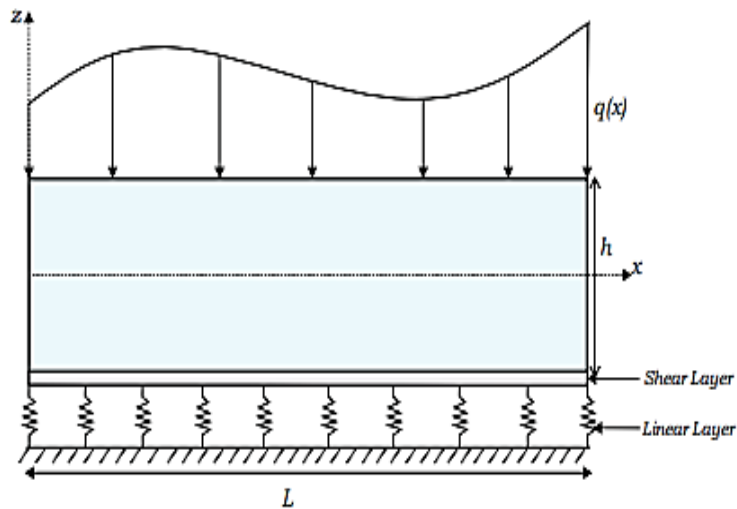
$$w(x, z) = w_b(x) + w_s(x) \quad (1)$$

- 4) La contrainte normale transversale σ_z est négligeable par rapport aux contraintes dans le plan σ_x .
- 5) Le déplacement u dans la direction x est constitué de composantes de flexion et de cisaillement.

$$u = u_b + u_s \quad (2)$$

La composante de flexion u_b est supposée être similaire au déplacement donné par la théorie classique des poutres.

Théorie classique des poutres. Par conséquent, l'expression de u_b peut être donnée comme suit :



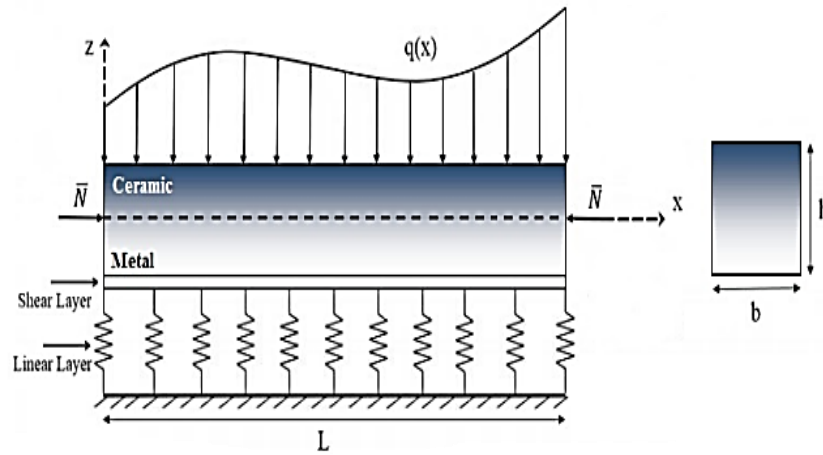


Figure III.1 : Géométrie de la nano-poutre en FGM reposant sur une fondation élastique

$$u_b = -z \frac{\partial w_b}{\partial x} \quad (3)$$

En outre, la composante du déplacement due à la déformation par cisaillement (u_s) est supposée être Parabolique, sinusoïdale, hyperbolique et exponentielle par rapport à la coordonnée d'épaisseur. Par conséquent, la composante de cisaillement u_s donne lieu, conjointement avec w_s , à des variations d'ordre supérieur de la déformation de cisaillement γ_{xz} et de la déformation de cisaillement γ_{xz} .

De la déformation de cisaillement γ_{xz} et donc de la contrainte de cisaillement τ_{xz} à travers l'épaisseur de la nano poutre, de telle sorte que la contrainte de cisaillement τ_{xz} soit nulle aux faces supérieure et inférieure de la nano poutre. Par conséquent, l'expression

Pour nous peut être donnée comme

$$u_s = -f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (4)$$

III.2.2 Relations cinématiques

Il existe plusieurs types de théories de plaques et de poutres pour la modélisation de l'effet de déformation en cisaillement. (Bellifa et al. 2017, Mahi et al. 2015, Belabed et al. 2018, Bellifa et al. 2016, Ait Yahia et al. 2015, Fourn et al. 2018, Boukhari et al. 2016, Zine et al. 2018, Bensaid et al. 2017, Hachemi et al. 2017, Mouffoki et al. 2017, Kaci et al. 2018) , Dans ce document de recherche, le champ de déplacement du nano poutre déformable d'ordre supérieur raffiné actuel peut être obtenu comme (Thai 2012, Thai et Vo 2012),

$$u(x, z, t) = u(x, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (5a)$$

$$w(x, z, t) = w_b(x, t) + w_s(x, t) \quad (5b)$$

Où u et w sont les déplacements du plan médian selon les directions axiales et transversales

Respectivement, et w_b et w_s sont les composantes de flexion et de cisaillement du déplacement transversal. Dans ce travail, la fonction $f(z)$ est utilisée pour décrire la distribution des déformations et des contraintes de cisaillement transversal à travers l'épaisseur de la poutre.

Contraintes de cisaillement transversales dans l'épaisseur de la poutre. Il est essentiel que la dérivée première de la fonction de forme $f(z)$ doit fournir une courbe parabolique dans le sens de l'épaisseur et satisfaire la valeur zéro tangentielle à $z = \pm h/2$ (Tuan et al. 2016). Ainsi, les SCF ne sont pas nécessaires et sont remplacées par une fonction de forme pour estimer la distribution de la contrainte de cisaillement à travers l'épaisseur de la poutre. Il n'est donc pas nécessaire d'utiliser un facteur de correction de cisaillement facteur de correction pour le HSDT et le RPT (El Meiche et al. 2011).

$$f(z) = \frac{\left(\frac{h}{\pi}\right) \sinh\left(\frac{\pi}{h}z\right) - z}{\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1\right]} \quad (6)$$

Les déformations non nulles de la présente nano flèche sont données par

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + z\kappa^b + f(z)\kappa^s \quad \text{and} \quad \gamma_{xz} = g(z)\gamma^s \quad (7)$$

$$\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u_0}{\partial x}, \quad \kappa^b = -\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2}, \quad \kappa^s = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2}$$

$$\gamma^s = \frac{\partial w_s}{\partial x}, \quad g(z) = 1 - f'(z), \quad \text{and } f'(z) = \frac{df(z)}{dz} \quad (8)$$

III.2.3 Le modèle d'élasticité à gradient de contrainte non local

Dans le cas de la théorie de l'élasticité non locale, la contrainte tient compte à la fois du champ de contrainte élastique non local et le champ de contraintes à gradient de déformation. Par conséquent, les relations constitutives d'une poutre nanométrique déformable par cisaillement raffiné non localisé non local raffiné peuvent être énoncé comme suit (Lim et al. 2015, Li et al. 2016a, b, Ebrahimi et al. 2016)

$$\sigma_{xx} - \mu \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} = E \left(\varepsilon_{xx} - \eta \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial x^2} \right) \quad (9)$$

$$\sigma_{xx} - \mu \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} = E \left(\varepsilon_{xx} - \eta \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial x^2} \right) \quad (10)$$

Où $\mu = (e_0 a)$ Et $\eta = 1$

2. considèrent les impacts du champ de contrainte non local, et l'indique le paramètre d'échelle de longueur du matériau paramètre d'échelle de longueur du matériau, qui peut être utilisé pour introduire la prise en compte des effets du champ de contrainte de gradient de déformation d'ordre supérieur, e_0 est une constante appropriée à chaque matériau et a est une longueur caractéristique interne.

Longueur caractéristique. Il est à noter que ces paramètres d'échelle de longueur cités ci-dessus peuvent être déterminés par comparaison avec les résultats de l'expérience ou de la dynamique moléculaire. Comme d'habitude, les effets dépendant de la taille dépendants de la taille sont supposés être omis dans les directions de la largeur et de l'épaisseur de la nano poutre. Outre

En outre, les effets d'épaisseur sont incorporés dans les recherches récentes sur les réponses

Réponses mécaniques de structures minuscules (Li et al. 2018).

En outre, Karami et al. (2018d, e), Shahsavari et al. (2018) ont récemment montré qu'il y a un bon accord entre les simulations de la dynamique moléculaire et les simulations de l'épaisseur.

Il existe un bon accord entre les simulations de dynamique moléculaire et les modèles de gradient de déformation non locale et les équations constitutives générales (9) et (10) peuvent raisonnablement expliquer les impacts de la taille sur le comportement dynamique.

III.2.4 Formulation variationnelle

Le principe de Hamilton est utilisé ici pour obtenir les équations du mouvement. Ce concept peut être exprimé sous forme analytique comme (Aissani et al. 2015, Bourada et al. 2015, Kheroubi et al. 2016, Bensaid et al. 2017)

$$\delta \int_0^T (U + V - K) dt = 0 \quad (11)$$

Où δU est la variation de l'énergie de déformation ; δV représente l'énergie potentielle ; et la variation de l'énergie cinétique est donnée par δK . La variation de l'énergie de déformation de la poutre peut être exprimée par la relation suivante exprimée par la relation suivante analyse dynamique de nano poutres déformables au cisaillement d'ordre supérieur reposant sur

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_0^L \int_A (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA dx \\ &= \int_0^L \left(N \frac{d\delta u_0}{dx} - M_b \frac{d^2 \delta w_b}{dx^2} - M_s \frac{d^2 \delta w_s}{dx^2} + Q \frac{d\delta w_s}{dx} \right) dx \end{aligned} \quad (12)$$

Où M_b , M_s et Q représentent les résultantes des contraintes et sont exprimées comme suit

$$(M_b, M_s) = \int_A (z, f) \sigma_x dA \quad \text{and} \quad Q = \int_A g \tau_{xz} dA \quad (13)$$

La variation de l'énergie potentielle causée par les charges pratiques peut être donnée comme suit :

$$\delta V = - \int_0^L (q + f_e) \delta (w_b + w_s) dx \quad (14)$$

Où q est la charge externe transversale. Le modèle de type Pasternak est utilisé pour simuler l'interaction des nano poutres avec la fondation élastique, comme suit (Aissani et al. Interaction des nano poutres avec la fondation élastique comme suit (Aissani et al. 2015, Zidi et al. 2014, Khalfi et al. 2014, Ait Amar Meziane et al. 2014)

$$f_e = k_w w - k_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (15)$$

Où k_w et k_p sont les paramètres de Winkler et de Pasternak de la fondation élastique, Respectivement.

La variation de l'énergie cinétique peut être dérivée comme suit

$$\begin{aligned} \delta K &= \int_0^L \int_A \rho [\dot{u} \delta u + \dot{w} \delta w] dA dx \\ &= \int_0^L \left\{ I_0 [(\dot{w}_b + \dot{w}_s)(\delta \dot{w}_b + \delta \dot{w}_s)] + I_2 \left(\frac{d\dot{w}_b}{dx} \frac{d\delta \dot{w}_b}{dx} \right) + K_2 \left(\frac{d\dot{w}_s}{dx} \frac{d\delta \dot{w}_s}{dx} \right) \right. \\ &\quad \left. + J_2 \left(\frac{d\dot{w}_b}{dx} \frac{d\delta \dot{w}_s}{dx} + \frac{d\dot{w}_s}{dx} \frac{d\delta \dot{w}_b}{dx} \right) \right\} dx \end{aligned} \quad (16)$$

Où le signe de l'indice point définit la différentiation par rapport à la variable temporelle t ; ρ est la densité de masse ; et (I_0, I_2, J_2, K_2) sont les inerties de masse exprimées comme suit

Densité de masse ; et (I_0, I_2, J_2, K_2) sont les inerties de masse exprimées comme suit

$$(I_0, I_2, J_2, K_2) = \int_A (1, z^2, z, f^2) \rho dA \quad (17)$$

Les équations explicites du mouvement du nouveau modèle de poutre à gradient de déformation non local proposé sont obtenues en substituant les expressions de δU , δV , et δK des équations (12)(14) et (15) dans l'équation (11), en intégrant par parties, et en rassemblant les coefficients

de δw , et $\delta \phi$, et qui sont donnés comme suit : δw , et $\delta \phi$. (11) en intégrant par parties, et en collectant les coefficients de δw , et $\delta \phi$, et qui sont donnés comme suit Ismail Bensaid, Ahmed Bekhadda and Bachir Kerboua

$$\delta w_b: \frac{d^2 M_b}{dx^2} + q - f_e = I_0(w_b + w_s) - I_2 \frac{d^2 w_b}{dx^2} - J_2 \frac{d^2 w_s}{dx^2} \quad (18a)$$

$$\delta w_s: \frac{d^2 M_s}{dx^2} + \frac{dQ}{dx} = -J_2 \frac{d^2 w_b}{dx^2} - K_2 \frac{d^2 w_s}{dx^2} \quad (18b)$$

Cependant, la théorie des poutres d'Euler-Bernoulli peut être obtenue à partir des équations d'équilibre dans Eq. (18), en négligeant l'effet de déformation en cisaillement ($w_s = 0$).

Les résultantes des contraintes sont obtenues en substituant l'équation (7) dans l'équation (10) et les résultats suivants dans l'équation (13).et sont données comme suit:

$$M_b - \mu \frac{d^2 M_b}{dx^2} = \left(1 - \eta \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \left(-D \frac{d^2 w_b}{dx^2} - D_s \frac{d^2 w_s}{dx^2}\right) \quad (19a)$$

$$M_s - \mu \frac{d^2 M_s}{dx^2} = \left(1 - \eta \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \left(-D_s \frac{d^2 w_b}{dx^2} - H_s \frac{d^2 w_s}{dx^2}\right) \quad (19b)$$

$$Q - \mu \frac{d^2 Q}{dx^2} = \left(1 - \eta \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \left(A_s \frac{dw_s}{dx}\right) \quad (19c)$$

$$(D, D_s, H_s) = \int_A (z^2, zf, f^2) EdA, \quad A_s = \int g^2 GdA \quad (20)$$

Les équations de mouvement du gradient de déformation non local de la nano poutre déformable en cisaillement actuelle reposant sur un milieu élastique à deux paramètres, peuvent être écrites en termes de déplacements (w_b , w_s). En substituant l'équation (19) à l'équation (18) comme suit :

$$\begin{aligned}
 & -D \left(1 - \eta \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \frac{d^4 w_b}{dx^4} - D_s \left(1 - \eta \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \frac{d^4 w_s}{dx^4} + q - \mu \frac{d^2 q}{dx^2} - f_e + \mu \frac{d^2 f_e}{dx^2} = \\
 I_0 \left((w_b + w_s) - \mu \frac{d^2 (w_b + w_s)}{dx^2} \right) - I_2 \left(\frac{d^2 w_b}{dx^2} - \mu \frac{d^4 w_b}{dx^4} \right) - J_2 \left(\frac{d^2 w_s}{dx^2} - \mu \frac{d^4 w_s}{dx^4} \right) & \quad (21a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -D_s \left(1 - \eta \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \frac{d^4 w_b}{dx^4} - H_s \left(1 - \eta \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \frac{d^4 w_s}{dx^4} + A_s \left(1 - \eta \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \frac{d^2 w_s}{dx^2} \\
 = I_0 \left((w_b + w_s) - \mu \frac{d^2 (w_b + w_s)}{dx^2} \right) - J_2 \left(\frac{d^2 w_b}{dx^2} - \mu \frac{d^4 w_b}{dx^4} \right) - K_2 \left(\frac{d^2 w_s}{dx^2} - \mu \frac{d^4 w_s}{dx^4} \right) & \quad (21b)
 \end{aligned}$$

En définissant le paramètre d'échelle μ et η égal à zéro, les équations du mouvement de la théorie de la poutre local peuvent être dérivées de l'Eq. (21)

III.3 Méthode de résolution pour les nano-poutre S-S

Cette partie est consacrée à la résolution analytique des équations générales non locales qui gouvernent Pour la vibration libre d'une poutre nanométrique reposant sur un milieu élastique à deux paramètres avec des bords Des bords simplement appuyés (S-S).

Pour garantir les conditions aux limites et les équations de mouvement générales, les champs de déplacement sont adoptés pour être du type :

$$\begin{Bmatrix} w_b \\ w_s \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} W_{bn} \sin(\alpha x) e^{i\omega t} \\ W_{sn} \sin(\alpha x) e^{i\omega t} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

Où W_n et W_{sn} sont des paramètres arbitraires à déterminer, ω est la fréquence propre associée au nième mode propre et $\alpha = n\pi/L$.

Au nième mode propre, et $\alpha = n\pi/L$. La charge transversale appliquée q est également exprimée dans la série de Fourier comme suit :

$$q(x) = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \sin(\alpha x), Q_n = \frac{2}{L} \int_0^L q(x) \sin(\alpha x) dx \quad (23)$$

Les coefficients de Fourier (Q_n) liés à certaines charges typiques sont donnés comme suit

$$Q_n = q_0, n = 1 \quad \text{Pour une charge sinusoïdale} \quad (24a)$$

$$Q_n = \frac{4q_0}{n\pi}, n = 1,3,5 \dots \quad \text{Pour une charge uniforme} \quad (24b)$$

$$Q_n = \frac{2q_0}{L} \sin \frac{n\pi}{2}, n = 1,2,3 \dots \quad \text{pour une charge ponctuelle } Q_0 \text{ au milieu de la portée} \quad (24c)$$

En insérant les développements de w_b , w_b Sand q des équations (22) et (23) dans l'équation (21), respectivement, Conduit à

$$\{[K] + [M]\omega^2\} \begin{Bmatrix} W_n \\ \Phi_n \end{Bmatrix} = 0$$

Dans laquelle $[K]$ et $[M]$ représentent les matrices de rigidité et de masse pour la nano poutre, respectivement.

$$\begin{aligned} S_{11} &= D\alpha^4 + \lambda(k_w + k_p\alpha^2), S_{12} = D_s\alpha^4 + \lambda(k_w + k_p\alpha^2), \\ S_{22} &= H_s\alpha^4 + A_s\alpha^2 + \lambda(k_w + k_p\alpha^2), \lambda = 1 + \mu\alpha^2 \\ m_{11} &= I_0 + I_2\alpha^2, m_{12} = I_0 + J_2\alpha^2, m_{22} = I_0 + K_2\alpha^2 \end{aligned} \quad (25)$$

III.4 Conclusion:

Dans ce chapitre, nous avons présenté une solution générale du comportement mécanique en vibration libre des nano poutres en matériaux à gradient de propriétés « FGM » en utilisant Une nouvelle théorie d'ordre élevé d'où le nombre de fonctions inconnues est seulement deux, Tandis que trois ou plus dans le cas des autres théories déformation de cisaillement. La théorie Présentée a une forte similitude avec la théorie classique des poutres dans de nombreux Aspects, n'exige pas de facteur de correction de cisaillement, et donne une description Parabolique des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur tout en remplissant la Condition de contraintes de cisaillement nulles sur les bords libres. Les résultats présentés

Dans le chapitre suivant permettent d'apprécier clairement l'apport de cette théorie en les comparants avec les résultats des autres théories d'ordre élevé.

IV.1 Résultats et discussions numériques :

Dans cette section, le comportement dynamique des nano faisceaux de gradient de déformation non locaux est étudié sur la base sur un nouveau modèle de faisceau raffiné d'ordre supérieur reposant sur la fondation de Pasternak. Le modèle actuel tient compte de deux paramètres d'échelle associés à des effets de gradient non locaux et de déformation pour plus la modélisation précise des nano-poutre. La configuration des nano poutres sur substrat élastique est illustrée sur la Fig.1.

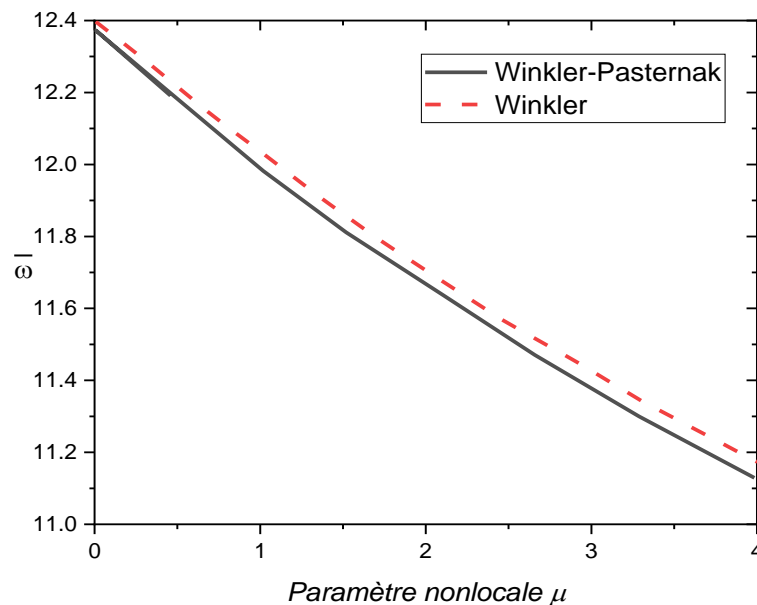


Figure IV.1 Effect of nonlocal parameter on dimensionless frequency of Nano beam under various types of foundation ($L/h = 10$, $\eta = 1$)

Pour tous les calculs, le rapport de Poisson ν est de 0,3. La longueur du nano-poutre est considérée $L = 10$ nm. Les calculs sont effectués en tenant compte de la forme non dimensionnelle de fréquences et paramètres de fondation comme suit

- $\bar{\omega} = \omega L^2 \sqrt{\frac{I_0}{EI}}$ *Paramètre de fréquence ;*
- $K_w = \frac{k_w L^4}{EI}$ *Paramètre de Winkler ;*
- $K_p = \frac{k_p L^4}{EI}$ *Paramètre Pasternak ;*

Pour vérifier l'exactitude du modèle nano poutre développée en cours, les résultats obtenus sont comparés à ceux obtenus par Aissani et al. (2015), tel que tabulé dans le tableau 1.

Tableau IV.1 : Comparaison des résultats de fréquence sans dimension pour les nano poutres S-S ($K_w = K_p = 0$)

μ	L/h	<i>Aissani et al. (2015)</i>	<i>Present</i>
0	5	9.2854	9.2748
	10	9.7107	9.7076
	20	9.8289	9.8281
	100	9.8679	9.8679
1	5	8.8585	8.8484
	10	9.2643	9.2613
	20	9.3771	9.3763
	100	9.4143	9.4142
2	5	8.4856	8.4759
	10	8.87431	8.8714
	20	8.9823	8.9816
	100	9.0179	9.0179
3	5	8.1561	8.1468
	10	8.5297	8.5269
	20	8.6335	8.6328
	100	8.6678	8.6678
4	5	7.8622	7.8533
	10	8.2224	8.2197
	20	8.3225	8.3218
	100	8.3555	8.3555

On constate que les résultats obtenus concordent bien avec ceux présentés par Aissani et al. (2015), pour différentes valeurs du paramètre non local μ . Le paramètre gradient de déformation a été négligé ($\eta = 0$) (Li et al. 2016a, b), pour ce cas de comparaison. Nous pouvons voir une augmentation des valeurs que le paramètre d'échelle non locale cède à une diminution des fréquences naturelles.

La variation de la fréquence non dimensionnelle dans les expressions du paramètre non local et du facteur d'échelle de longueur pour divers types de fondation à $L/h = 10$ est illustrée sur les Fig. 1 et 2.

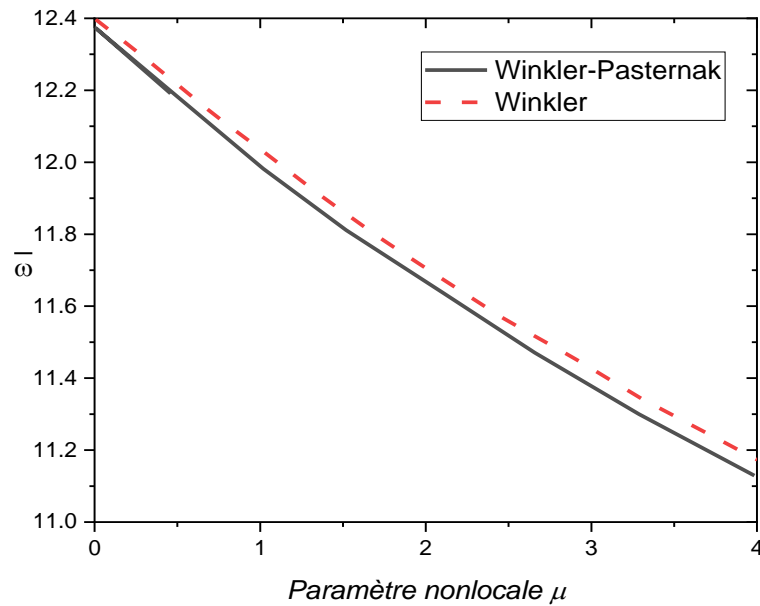


Figure IV.2 Effet du paramètre non local sur la fréquence sans dimension du faisceau Nano sous différents types de fondation ($L/h = 10$, $\eta = 1$)

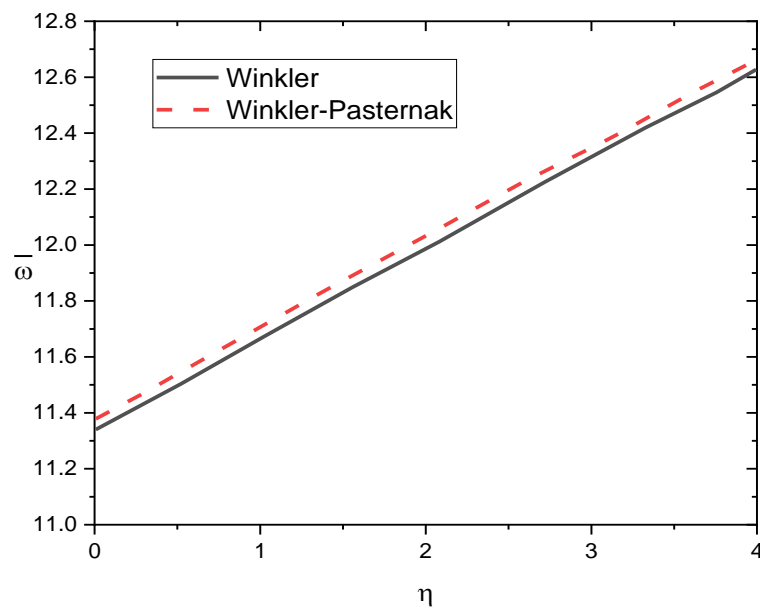


Figure IV.3 Effet du paramètre d'échelle de longueur sur la fréquence sans dimension du nano poutre sous divers types de fondation ($L/h = 10$, $\mu = 1$)

On voit qu'une croissance du paramètre non local (μ) diminue la valeur de la fréquence sans dimension en raison de la rigidité plus faible de la nano poutre dans ce cas. Cependant, on voit qu'une augmentation du paramètre d'échelle de longueur (η) fournit des valeurs de fréquences élevées. La cause est que la nano poutre déploie un impact de durcissement de rigidité à mesure que le paramètre d'échelle de longueur augmente. Il est également remarqué que la couche de

Winkler-Pasternak a un effet plus significatif sur la fréquence sans dimension du nano poutre NGST par rapport au paramètre de Winkler. La raison en est que la combinaison des deux couches aux extrémités rend le nano poutre plus rigide.

La variation des valeurs de sélection de la fréquence non dimensionnelle du poutre nanométrique NSGT reposant sur une fondation élastique en fonction du numéro de mode est illustrée sur les Fig. 3 et 4

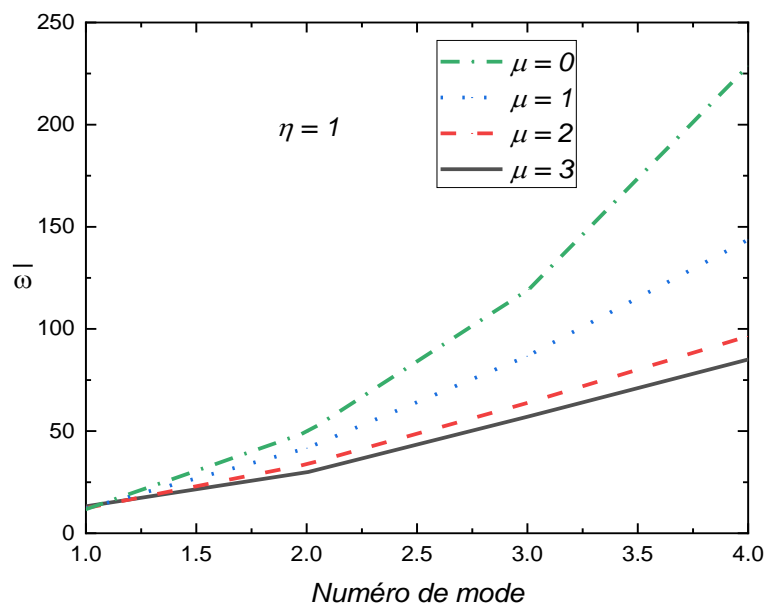


Figure IV.4 Effet des nombres de mode n sur la fréquence sans dimension du nano poutre pour différentes valeurs de paramètre non local ($K_w = 100$, $K_p = 5$, $L/h = 10$)

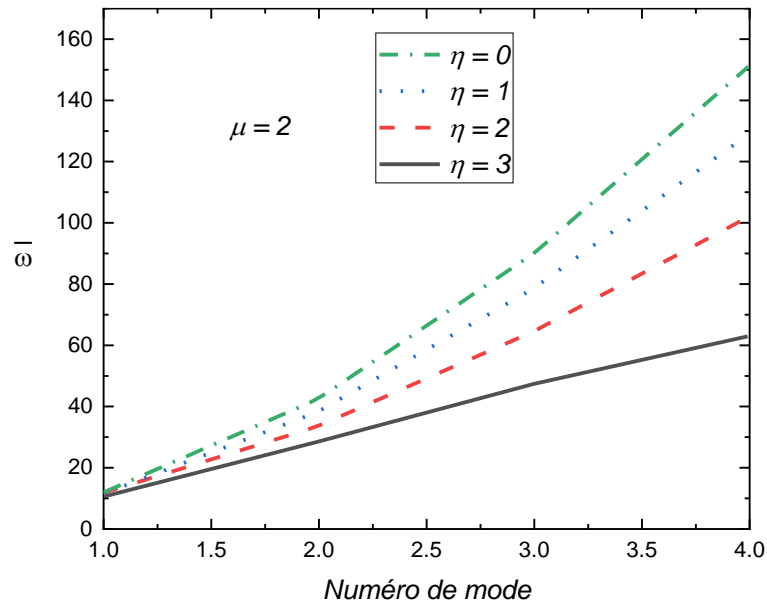


Figure IV.5 Effet des nombres de mode n sur la fréquence sans dimension du nano poutre pour différentes valeurs du paramètre d'échelle de longueur ($K_w = 100$, $K_p = 5$, $L/h = 10$)

, pour différentes valeurs d'échelle de longueur et de coefficients non locaux par $L/h = 10$, $K_w = 50$ et $K_p = 10$. On observe à partir de ces graphiques qu'une augmentation du nombre de modes donne une fréquence propre plus grande. En outre, nous pouvons observer que l'effet de l'échelle de longueur et des paramètres non locaux devient plus important à partir des deuxième, troisième, quatrième et cinquième fréquences.

IV.2 Conclusions

Dans ce chapitre une analyse de vibration libre a été effectuée sur des nano poutres reposant sur des fondations élastiques en utilisant une nouvelle théorie de déformation de cisaillement d'ordre supérieur reposant sur une fondation élastique basée sur la théorie du gradient de déformation non local. La théorie du gradient de déformation non local prend en compte deux paramètres d'échelle pour modéliser plus précisément les effets de petite taille des nanostructures. Les résultats obtenus à travers cette théorie sont comparés à ceux prédits par les travaux précédents disponibles dans la littérature. Finalement, les impacts du paramètre non local, du paramètre d'échelle de longueur, du rapport d'élanement, du milieu élastique, sur les fréquences de vibration libre des poutres nanométriques sont tous évalués.

Conclusion générale :

Dans le présent travail, un modèle de poutre raffiné d'ordre supérieur à gradient de contrainte non local est utilisé pour étudier la réponse dynamique des nano poutres reposant sur une fondation de type Pasternak. Le modèle prend en compte deux paramètres liés au champ de contrainte non local et au champ de contrainte du gradient de déformation pour capturer de manière plus fiable la dépendance à la taille du nano poutre. Le milieu élastique a été simulé en utilisant à la fois des modèles de type Winkler et Pasternak. Les équations régissant le nano poutre NSGT sont dérivées en appliquant le principe de Hamilton, puis résolues analytiquement avec des conditions aux limites simplement prises en charge. Il est montré que la fréquence du nano poutre diminue avec l'incrément du paramètre non local. En revanche, la fréquence augmente avec l'augmentation du paramètre d'échelle de longueur qui accentue l'impact de durcissement de la rigidité en raison des gradients de déformation. Cependant, l'effet des paramètres d'échelle non locale et de longueur sur la réponse dynamique des nano poutres est plus significatif à des valeurs plus élevées du nombre de modes. Une amélioration du modèle actuel sera envisagée dans un futur proche portant sur l'effet d'étirement en épaisseur (Bourada et al. 2015, Tounsi et al. 2013d, Houari et al. 201

References:

- Abdelaziz, H., Ait Amar Meziane, M., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. and Alwabli, S. (2017)**, “An efficient hyperbolic shear deformation theory for bending, buckling and free vibration of FGM sandwich plates with various boundary conditions”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, 25(6), 693-704.
- Abualnour, M., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A. and Mahmoud, S.R. (2018)**, “A novel quasi3D trigonometric plate theory for free vibration analysis of advanced composite plates”, *Compos. Struct.*, 184, 688-697.
- Ahouel, M., Houari, M.S.A., Adda Bedia, E.A. and Tounsi, A. (2016)**, “Size-dependent mechanical behavior of functionally graded trigonometric shear deformable nanobeams including neutral surface position concept”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, 20(5), 963-981.
- Aissani, K., Bachir Bouiadjra, M., Ahouel, M. and Tounsi, A. (2015)**, “A new nonlocal hyperbolic shear deformation theory for nanobeams embedded in an elastic medium”, *Struct. Eng. Mech., Int. J.*, 55(4), pp.743-762.
- Ait Amar Meziane, M., Abdelaziz, H.H. and Tounsi, A. (2014)**, “An efficient and simple refined theory for buckling and free vibration of exponentially graded sandwich plates under various boundary conditions”, *J. Sandw. Struct. Mater.*, 16(3), 293-318.
- Ait Yahia, S., Ait Atmane, H., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2015)**, “Wave propagation in functionally graded plates with porosities using various higher-order shear deformation plate theories”, *Struct. Eng. Mech., Int. J.*, 53(6), 1143-1165.
- Al-Basyouni, K.S., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2015)**, “Size dependent bending and vibration analysis of functionally graded micro beams based on modified couple stress theory and neutral surface position”, *Compos. Struct.*, 125, 621-630.
- Attia, A., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. and Alwabli, A.S. (2018)**, “A refined four variable plate theory for thermoelastic analysis of FGM plates resting on variable elastic foundations”, *Struct. Eng. Mech., Int. J.*, 65(4), 453-464.
- Behera, L. and Chakraverty, S. (2013)**, “Free vibration of Euler and Tomoshenko nanobeams using boundary characteristic orthogonal polynomials”, *Appl. Nanosci.*, 4(3), 347-358.
- Belabed, Z., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. and Anwar Bég, O. (2014)**, “An efficient and simple higher order shear and normal deformation theory for functionally graded material (FGM) plates”, *Compos. Part B*, 60, 274-283.
- Belabed, Z., Bousahla, A.A., Houari, M.S.A., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2018)**, “A new 3-unknown hyperbolic shear deformation theory for vibration of functionally graded sandwich plate”, *Earthq. Struct., Int. J.*, 14(2), 103-115.
- Beldjelili, Y., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2016)**, “Hygrothermo-mechanical bending of S-FGM plates resting on variable elastic foundations using a four-variable trigonometric plate theory”, *Smart Struct. Syst., Int. J.*, 18(4), 755-786.
- Belkorissat, I., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A. and Mahmoud, S.R. (2015)**, “On vibration properties of functionally graded nano-plate using a new nonlocal refined four variable model”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, 18(4), 1063-1081.

- Bellifa, H., Benrahou, K.H., Hadji, L., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2016), "Bending and free vibration 293Ismail Bensaïd, Ahmed Bekhadda and Bachir Kerboua analysis of functionally graded plates using a simple shear deformation theory and the concept the neutral surface position", *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, 38(1), 265-275.
- Bellifa, H., Benrahou, K.H., Bousahla, A.A., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2017)**, "A nonlocal zerothorder shear deformation theory for nonlinear postbuckling of nanobeams", *Struct. Eng. Mech., Int. J.*, 62(6), 695-702.
- Benguediab, S., Semmah, A., Larbi chaht, F., Mouaz, S. and Tounsi, A. (2014a)**, "An investigation on the characteristics of bending, buckling and vibration of nanobeams via nonlocal beam theory", *Int. J. Compos. Meth.*, 11(6), pp.1350085-1-14.
- Benguediab, S., Tounsi, A., Zidour, M. and Semmah, A. (2014b)**, "Chirality and scale rffects on mechanical buckling properties of zigzag double-walled carbon nanotubes", *Compos. Part B*, 57, 21-24.
- Bennoun, M., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2016)**, "A novel five variable refined plate theory for vibration analysis of functionally graded sandwich plates", *Mech. Adv. Mater. Struct.*, 23(4), 423-431.
- Bensaïd, I. (2017)**, "A refined nonlocal hyperbolic shear deformation beam model for bending and dynamic analysis of nanoscale beams", *Adv. Nano Res., Int. J.*, 5(2), 113-126.
- Bensaïd, I. and Bekhadda, A. (2018)**, "Thermal stability analysis of temperature dependent inhomogeneous size-dependent nano-scale beams", *Adv. Mater. Res., Int. J.*, 7(1), 363-378.
- Bensaïd, I., Cheikh, A., Mangouchi, A. and Kerboua, B. (2017)**, "Static deflection and dynamic behavior of higher-order hyperbolic shear deformable compositionally graded beams", *Adv. Mater. Res., Int. J.*, 6(1), 13-26.
- Berrabah, H.M., Tounsi, A., Semmah, A. and Adda Bedia, E.A. (2013)**, "Comparison of various refined nonlocal beam theories for bending, vibration and buckling analysis of nanobeams", *Struct. Eng. Mech., Int. J.*, 48(3), 351-365.
- Besseghier, A., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Benzair, A., Boumia, L. and Heireche, H. (2011)**, "Thermal effect on wave propagation in double-walled carbon nanotubes embedded in a polymer matrix using nonlocal elasticity". *Physica E*, 43, 1379-1386.
- Besseghier, A., Heireche, H., Bousahla, A.A., Tounsi, A. and Benzair, A. (2015)**, "Nonlinear vibration properties of a zigzag single-walled carbon nanotube embedded in a polymer matrix", *Adv. Nano Res., Int. J.*, 3(1), 29-37.
- Besseghier, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A. and Mahmoud, S. (2017)**, "Free vibration analysis of embedded nanosize FG plates using a new nonlocal trigonometric shear deformation theory", *Smart Struct. Syst., Int. J.*, 19(6), 601-614.
- Bouafia, K., Kaci, A., Houari, M.S.A., Benzair, A. and Tounsi, A. (2017)**, "A nonlocal quasi-3D theory for bending and free flexural vibration behaviors of functionally graded nanobeams", *Smart Struct. Syst., Int. J.*, 19(2), 115-126.
- Bouderba, B., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2013)**, "Thermomechanical bending response of FGM thick plates resting on Winkler-Pasternak elastic foundations", *Steel Compos. Struct., Int. J.*, 14(1), 85-104.
- Bouderba, B., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2016)**, "Thermal stability of functionally graded sandwich plates using a simple shear deformation theory", *Struct. Eng. Mech., Int. J.*, 58(3), 397- 422.

- Bouhadra, A., Tounsi, A., Bousahla, A.A., Benyoucef, S. and Mahmoud, S.R. (2018)**, “Improved HSDT accounting for effect of thickness stretching in advanced composite plates”, *Struct. Eng. Mech., Int. J.*, 66(1), 61-73.
- Boukhari, A., Ait Atmane, H., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A. and Mahmoud, S.R. (2016)**, “An efficient shear deformation theory for wave propagation of functionally graded material plates”, *Struct. Eng. Mech.*, 57(5), 837-859.
- Bounouara, F., Benrahou, K.H., Belkorissat, I. and Tounsi, A. (2016)**, “A nonlocal zeroth-order shear deformation theory for free vibration of functionally graded nanoscale plates resting on elastic foundation”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, 20(2), 227-249.
- Bourada, M., Kaci, A., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2015)**, “A new simple shear and normal deformations theory for functionally graded beams”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, 18(2), 409-423.
- Bousahla, A.A., Houari, M.S.A., Tounsi, A. and Adda Bedia, E.A. (2014)**, “A novel higher order shear and 294Dynamic analysis of higher order shear-deformable nanobeams resting on... normal deformation theory based on neutral surface position for bending analysis of advanced composite plates”, *Int. J. Comput. Meth.*, 11(6), 1350082.
- Bousahla, A.A., Benyoucef, S., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2016)**, “On thermal stability of plates with functionally graded coefficient of thermal expansion”, *Struct. Eng. Mech., Int. J.*, 60(2), 313-335.
- Chakraverty, S. and Behera, L (2015)**, “Vibration and buckling analyses of nanobeams embedded in an elastic medium”, *Chinese Phys. B*, 24(9), 097305.
- Chikh, A., Tounsi, A., Hebali, H. and Mahmoud, S.R. (2017)**, “Thermal buckling analysis of cross-ply laminated plates using a simplified HSDT”, *Smart Struct. Syst., Int. J.*, 19(3), 289-276.
- Draiche, K., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2016)**, “A refined theory with stretching effect for the flexure analysis of laminated composite plates”, *Geomech. Eng., Int. J.*, 11(5), 671-690.
- Ebrahimi, F. and Barati, M.R. (2017a)**, “A Nonlocal Strain Gradient Rened Beam Model for Buckling Analysis of Sizedependent Shear-deformable Curved FG Nanobeams”, *Compos. Struct.*, 159, 174-182.
- Ebrahimi, F. and Barati, M. (2017b)**, “Vibration analysis of embedded size dependent FG nanobeams based on third-order shear deformation beam theory”, *Struct. Eng. Mech., Int. J.*, 61(6), 721-736.
- Ebrahimi, F. and Barati, M. (2017c)**, “Size-dependent dynamic modeling of inhomogeneous curved nanobeams embedded in elastic medium based on nonlocal strain gradient theory”, *Proc. I. Mech. E Part C: J. Mech. Eng. Sci.*, 1-13. DOI: <https://doi.org/10.1177/0954406216668912>
- Ebrahimi, F. and Daman, M. (2017)**, “Analytical investigation of the surface effects on nonlocal vibration behavior of nanosize curved beams”, *Adv. Nano Res., Int. J.*, 4(1), 35-47.
- Ebrahimi, F., Barati, M.R. and Dabbagh, A. (2016)**, “A nonlocal strain gradient theory for wave propagation analysis in temperature-dependent inhomogeneous nanoplates”, *Int. J. Eng. Sci.*, 107, 169-182.
- El-Haina, F., Bakora, A., Bousahla, A.A., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2017)**, “A simple analytical approach for thermal buckling of thick functionally graded sandwich plates”, *Struct. Eng. Mech., Int. J.*, 63(5), 585-595.

- El Meiche, N., Tounsi, A., Ziane, N., Mechab, I. and Adda Bedia, E.A. (2011)**, “A new hyperbolic shear deformation theory for buckling and vibration of functionally graded sandwich plate”, *Int. J. Mech. Sci.*, 53(4), 237-247.
- Eltaher, M.A., Khater, M.E., Park, S., Abdel-Rahman, E. and Yavuz, M. (2016)**, “On the static stability of nonlocal nanobeams using higher-order beam theories”, *Adv. Nano Res., Int. J.*, 4(1), 51-64.
- Eringen, A.C. (1972)**, “Nonlocal polar elastic continua”, *Int. J. Eng. Sci.*, 10, 1-16.
- Eringen, A.C. (1983)**, “On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves”, *J. Appl. Phys.*, 54, 4703-4710.
- Fourn, H., Ait Atmane, H., Bourada, M., Bousahla, A.A., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2018)**, “A novel four variable refined plate theory for wave propagation in functionally graded material plates”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, 27(1), 109-122.
- Hachemi, H., Kaci, A., Houari, M.S.A., Bourada, A., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2017)**, “A new simple three unknown shear deformation theory for bending analysis of FG plates resting on elastic foundations”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, 25(6), 717-726.
- Hadj Elmerabet, A., Heireche, A., Tounsi, A. and Semmah, A. (2017)**, “Buckling temperature of a singlewalled boron nitride nanotubes using a novel nonlocal beam model”, *Adv. Nano Res., Int. J.*, 5(1), 1-12.
- Hamidi, A., Houari, M.S.A., Mahmoud, S.R. and Tounsi, A. (2015)**, “A sinusoidal plate theory with 5- unknowns and stretching effect for thermomechanical bending of functionally graded sandwich plates”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, 18(1), 235-253.
- Hebali, H., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Bessaim, A. and Adda Bedia, E.A. (2014)**, “A new quasi-3D hyperbolic shear deformation theory for the static and free vibration analysis of functionally graded plates”, *ASCE J. Eng. Mech.*, 140, 374-383.
- Heireche, H., Tounsi, A., Benzair, A., Maachou, M. and Adda Bedia, E.A. (2008)**, “Sound wave propagation in single-walled carbon nanotubes using nonlocal elasticity”, *Physica E.*, 40, 2791-2799.
- Houari, M.S.A., Bousahla, A.A., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2018)**, “Post-buckling analysis of shear-deformable composite beams using a novel simple two-unknown beam theory”, *Struct. Eng. 295* Ismail Bensaid, Ahmed Bekhadda and Bachir Kerboua *Mech., Int. J.*, 65(5), 621-631.
- Houari, M.S.A., Bessaim, A., Bernard, F., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2018)**, “Buckling analysis of new quasi-3D FG nanobeams based on nonlocal strain gradient elasticity theory and variable length scale parameter”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, 28(1), 13-24.
- Karami, B., Janghorban, M. and Tounsi, A. (2017)**, “Effects of triaxial magnetic field on the anisotropic nanoplates”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, 25(3), 361-374.
- Karami, B., Janghorban, M. and Tounsi, A. (2018a)**, “Nonlocal strain gradient 3D elasticity theory for anisotropic spherical nanoparticles”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, 27(2), 201-216.
- Karami, B., Janghorban, M. and Tounsi, A. (2018b)**, “Variational approach for wave dispersion in anisotropic doubly-curved nanoshells based on a new nonlocal strain gradient higher order shell theory”, *Thin-Wall. Struct.*, 129, 251-264.
- Karami, B., Janghorban, M., Shahsavari, D. and Tounsi, A. (2018c)**, “A size-dependent quasi-3D model for wave dispersion analysis of FG nanoplates”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, 28(1), 99-110.

- Karami, B., Shahsarvi, D., Janghorban, M. and Li, L. (2018d)**, “Wave dispersion of mounted graphene with initial stress”, *Thin-Wall. Struct.*, 122, 102-111.
- Karami, B., Shahsarvi, D. and Li, L. (2018e)**, “Hygrothermal wave propagation in viscoelastic graphene under in-plane magnetic field based on nonlocal strain gradient theory”, *Phys. E: Low Dimens. Syst. Nanostruct.*, 97, 317-327.
- Khalfi, Y., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2014)**, “A refined and simple shear deformation theory for thermal buckling of solar functionally graded plates on elastic foundation”, *Int. J. Comput. Meth.*, 11(5), 135007.
- Kheroubi, B., Benzair, A., Tounsi, A. and Semmah, A. (2016)**, “A new refined nonlocal beam theory accounting for effect of thickness stretching in nanoscale beams”, *Adv. Nano Res., Int. J.*, 4(4), 35-47.
- Khetir, H., Bachir Bouiadjra, M., Houari, M.S.A., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2017)**, “A new nonlocal trigonometric shear deformation theory for thermal buckling analysis of embedded nanosize FG plates”, *Struct. Eng. Mech., Int. J.*, 64(4), 391-402.
- Lam, D.C.C, Yang, F., Chong, A.C.M, Wang, J. and Tong, P. (2003)**, “Experiments and theory in strain gradient elasticity”, *J. Mech. Phys. Solids*, 51(8), 1477-1508.
- Lim, C.W., Zhang, G. and Reddy, J.N. (2015)**, “A Higher-order Nonlocal Elasticity and Strain Gradient Theory and its Applications in Wave Propagation”, *J. Mech. Phys. Solids*, 78, 298-313.
- Mech. Phys. Solid, 51(8), 1477-1508. Li, L. and Hu, Y. (2017)**, “Post-buckling analysis of functionally graded nanobeams incorporating nonlocal stress and microstructure-dependent strain gradient effects”, *Int. J. Mech. Sci.*, 120, 159-170.
- Li, L., Li, X. and Hu, Y. (2016a)**, “Free vibration analysis of nonlocal strain gradient beams made of functionally graded material”, *Int. J. Eng. Sci.*, 102, 77-92. **Li, L., Hu, Y. and Li, X. (2016b)**, “Longitudinal vibration of size-dependent rods via nonlocal strain gradient theory”, *Int. J. Mech. Sci.*, 115, 135-144.
- Li, L., Tang, H. and Hu, Y. (2018)**, “The effect of thickness on the mechanics of nanobeams”, *Int. J. Eng. Sci.*, 123, 81-91.
- Mahi, A., Adda Bedia, E.A. and Tounsi, A. (2015)**, “A new hyperbolic shear deformation theory for bending and free vibration analysis of isotropic, functionally graded, sandwich and laminated composite plates”, *Appl. Math. Model.*, 39, 2489-2508.
- Menasria, A., Bouhadra, A., Tounsi, A., Bousahla, A.A. and Mahmoud, S.R. (2017)**, “A new and simple HSDT for thermal stability analysis of FG sandwich plates”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, 25(2), 157-175.
- Mokhtar, Y., Heireche, H., Tounsi, A., Bousahla, A.A. and Houari, M.S.A. (2018)**, “A novel shear deformation theory for buckling analysis of single layer graphene sheet based on nonlocal elasticity theory”, *Smart Struct. Syst., Int. J.*, 21(4), 397-405. **Mouffoki, A., Adda Bedia, E.A., Houari, M.S.A., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2017)**, “Vibration analysis of nonlocal advanced nanobeams in hygro-thermal environment using a new two-unknown trigonometric shear deformation beam theory”, *Smart Struct. Syst., Int. J.*, 20(3), 369-383.
- Murmu, T. and Adhikari, S. (2010)**, “Nonlocal transverse vibration of double nanobeamsystems”, *J. Appl. Phys.*, 108, 083514. **296Dynamic analysis of higher order shear-deformable nanobeams resting on... Nguyen, T.N., Thai, C.H. and Nguyen-Xuan, H. (2016)**, “On the general framework of high order

shear deformation theories for laminated composite plate structures: A novel unified approach”, *Int. J. Mech. Sci.*, 110, 242-255.

Peddieson, J., Buchanan, G.R. and McNitt, R.P. (2003), “Application of nonlocal continuum models to nanotechnology”, *Int. J. Eng. Sci.*, 41(3-5), 305-312.

Pradhan, S.C., Bazant, Z.P. and Murmu, T. (2009), “Small-scale effect on vibration analysis of singlewalled carbon nanotubes embedded in an elastic medium using nonlocal elasticity theory”, *J. Appl. Phys.*, 105, 124306. Reddy, J.N. (2007), “Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams”, *Int. J. Eng. Sci.*, 5(2- 8), 288-307.

Reddy, J.N. and Pang, S.D. (2008), “Nonlocal continuum theories of beams for the analysis of carbon nanotubes”, *J. Appl. Phys.*, 103, 023511-1-023511-16.

Shahsavari, D., Karami, B. and Tounsi, A. (2018), “Damped vibration of a graphene sheet using a higher order nonlocal strain-gradient Kirchhoff plate model”, *Compos. Rend. Mech.* [In Press] DOI: 10.1016/j.crme.2018.08.011.

Şimşek, M. (2016), “Nonlinear free vibration of a functionally graded nanobeam using nonlocal strain gradient theory and a novel Hamiltonian approach”, *Int. J. Eng. Sci.*, 105, 12-27. Thai, H-T. (2012), “A nonlocal beam theory for bending, buckling, and vibration of nanobeams”, *Int. J. Eng. Sci.*, 52, 56-64.

Thai, H-T. and Vo, T.P. (2012), “A nonlocal sinusoidal shear deformation beam theory with application to bending, buckling, and vibration of nanobeams”, *Int. J. Eng. Sci.*, 54, 58-66. Thai, S.,

Thai, H.T., Vo, T.P. and Patel, V.I. (2018), “A simple shear deformation theory for nonlocal beams”. *Comp. Struct.*, 183, 262-270. Tounsi, A., Benguediab, S., Adda Bedia, E.A., Semmah, A. and Zidour, M. (2013a), “Nonlocal effects on thermal buckling properties of double-walled carbon nanotubes”, *Adv. Nano Res., Int. J.*, 1(1), 1-1.

Tounsi, A., Semmah, A. and Bousahla, A.A. (2013b), “Thermal buckling behavior of nanobeams using an efficient higher-order nonlocal beam theory”, *ASCE J. Nanomech. Micromech.*, 3(3), 37-42.

Tounsi, A., Houari, M.S.A. and Benyoucef, S. (2013c), “A refined trigonometric shear deformation theory for thermoelastic bending of functionally graded sandwich plates”, *Aerosp. Sci. Technol.*, 24(1), 209-220.

Tounsi, A., Benguediab, S., Houari, M.S.A. and Semmah, A. (2013d), “A new nonlocal beam theory with thickness stretching effect for nanobeams”, *Int. J. Nanosci.*, 12(4), 1350025.

Wang, Q. and Liew, K.M. (2007), “Application of nonlocal continuum mechanics to static analysis of micro-and nano structures”, *Phys. Lett. A*, 363(3), 236-242.

Yazid, M., Heireche, H., Tounsi, A., Bousahla, A.A. and Houari, M.S.A. (2018), “A novel nonlocal refined plate theory for stability response of orthotropic single-layer graphene sheet resting on elastic medium”, *Smart Struct. Syst., Int. J.*, 21(1), 15-25.

Youcef, D.O., Kaci, A., Benzair, A., Bousahla, A.A. and Tounsi, A. (2018), “Dynamic analysis of nanoscale beams including surface stress effects”, *Smart Struct. Syst., Int. J.*, 21(1), 65-74.

Younsi, A., Tounsi, A., Zaoui, F.Z., Bousahla, A.A. and Mahmoud, S.R. (2018), “Novel quasi-3D and 2D shear deformation theories for bending and free vibration analysis of FGM plates”, *Geomech. Eng., Int. J.*, 4(6), 519-532.

- Zeighampour, H., Beni, Y.T. and Karimipour, I. (2017)** “Wave propagation in double-walled carbon nanotube conveying fluid considering slip boundary condition and shell model based on nonlocal strain gradient theory”, *Microfl Nanofl.*, 21(5), 85.
- Zemri, A., Houari, M.S.A., Bousahla, A.A. and Tounsi, A. (2015)**, “A mechanical response of functionally graded nanoscale beam: an assessment of a refined nonlocal shear deformation theory beam theory”, *Struct. Eng. Mech., Int. J.*, 54(4), 693-710.
- Zenkour, A.M. and Sobhy, M. (2015)**, “A simplified shear and normal deformations nonlocal theory for bending of nanobeams in thermal environment”, *Phys. E Low Dimens. Syst. Nanostruct.*, 70, 121-128.
- Zhu, X. and Li, L. (2017a)**, “Closed form solution for a nonlocal strain gradient rod in tension”, *Int. J. Eng. Sci.*, 119, 16-28. 297Ismail Bensaïd, Ahmed Bekhadda and Bachir Kerboua Zhu, X. and Li, L. (2017b), “Twisting statics of functionally graded nanotubes using eringens nonlocal integral model”, *Compos. Struct.*, 178, 87-96.
- Zhu, X. and Li, L. (2017c)**, “On longitudinal dynamics of nanorods”, *Int. J. Eng. Sci.*, 120, 129-145.
- Zidi, M., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Adda Bedia, E.A. and Anwar Bég, O. (2014)**, “Bending analysis of FGM plates under hygro-thermo-mechanical loading using a four variable refined plate theory”, *Aerosp. Sci. Tech.*, 34, 24-34.
- Zine, A. Tounsi, A. Draiche, K., Sekkal, M. and Mahmoud, S.R. (2018)**, “A novel higher-order shear deformation theory for bending and free vibration analysis of isotropic and multilayered plates and shells”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, 26(2), 125-137.

