

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Ibn Khaldoun de Tiaret

Faculté des Sciences Appliquées

Département de Génie Mécanique



MÉMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour l'obtention du Diplôme de Master

Domaine : Sciences et Technologie

Filière : Génie Mécanique

Parcours : Master

Option : Construction Mécanique

Thème

**Simulation numérique d'une éprouvette CT
présentant une fissure émanant d'une entaille, en
comportement en rupture, par la méthode des
éléments finis étendus (XFEM)**

Préparé par :

ZIDANE Khaldia

et

BENSEGHIER Sakina

Devant le jury composé de :

M. MADANI Ahmed

MAA

(Univ. Ibn Khaldoun-Tiaret) Président

M. SAAD Mohamed

MCB

(Univ. Ibn Khaldoun-Tiaret) Examineur

M. ZAGANE Mohammed El Sallah

MCB

(Univ. Ibn Khaldoun-Tiaret) Examineur

M. MOULGADA Abdelmadjid

MCA

(Univ. Ibn Khaldoun-Tiaret) Encadreur

Année universitaire : 2020 - 2021

REMERCIEMENTS

Mes remerciements avons tout premièrement à Dieu tout puissant pour la volonté, la santé et la patience, qu'il m'a donné durant toutes ces longues années.

Je tiens également à exprimer mes vifs remerciements à mon encadreur M MOULGADA Abdelmadjid pour m'avoir donné la chance de travailler tout le long de la réalisation de ce mémoire et qui n'a pas cessé de je donner ses conseils et remarques.

Mes remerciements s'adressent aussi aux membres de jury, pour l'honneur qu'ils je font en acceptant de juger ce travail.

Merci à vous M MADANI Ahmed d'avoir accepté de présider le jury.

Merci à vous Monsieur SAAD Mohamed et M ZAGANE Mohammed El Sallah pour faire l'honneur d'accepter d'examiner ce travail.

Mes remerciements vont également à tous les professeurs et enseignants du département génie Mécanique qui ont suivi toute au long de mon cycle d'étude.

J'exprime mes profondes gratitude à mes parents pour leurs encouragements, leur soutien et pour les sacrifices qu'ils ont enduré.

Je tiens à remercier vivement toutes personnes qui m'ont aidé de près ou de loin à élaborer et réaliser ce mémoire.

Et un grand merci à mes familles ainsi que mes amis et collègues pour leurs encouragements.



DÉDICACES

Après de longues années d'études et de travail, Je dédie ce modeste travail :

A mes très chers parents, que dieu les bénisse et les protège pour leurs soutien moral et financier, pour leurs encouragements et les sacrifices qu'ils ont endurés.

A ma sœur "Chahinez".

A mes frères "Toufik" et "Mohamed"

A l'esprit de mes grands-mères et mes grands pères.

A tous mes oncles, tantes et cousins.

A toute ma grande famille.

A tous mes fidèles amis "Nadjet", "Amel", "Amina", "Fatima", "Imen" et "Hanane".

A mes enseignants qui m'ont dirigé et aidé et surtout soutenu pour être un jour un cadre en génie Mécanique.

A tous ceux qui me connaissent de près ou de loin.

Je tiens enfin de dédier ce travail à tous mes amis d'étude et mes collègues et mes voisins.

A ma collègue BENSEGHIER Sakina.

A tous les proches qu'ils sont mentionnés et les autres qu'ils sont oubliés veuillez nous excuser.

ZIDANE Khaldia

DÉDICACES

Grâce à Dieu, ce mémoire a été réalisé.

C'est avec une très grande joie que je dédie ce travail à :

*Nos très chers parents qui m'ont donné la vie, l'espoir et m'ont soutenu
durant*

*Mes études. Que dieu m'aide à leur rendre un peu de tout ce qu'ils ont
fait pour nos.*

- A mes chères sœurs Fatima et Soumia pour leurs encouragements permanents, et leur soutien moral, et à chaque famille Benseghier et Chaïb Al-Ain du plus jeune au plus vieux,*
- A mes chers frère Sofiane, Youcef, benissa pour leur appui et leur encouragement Et je n'oublierai jamais les petits bourgeons, mes neveux Abdelkader, Ahmed, Oussama e, Seif Al-Din Je le dédie à ma chère grand-mère, Seigneur, avec une longue vie*
- Je dédie mes salutations à celui qui m'a dirigé et guidé pour atteindre ce niveau, mon cher professeur, pour qui j'ai tout l'amour et l'appréciation d'une Djamila Muslem*
- A mes meilleurs amis qui m'ont soutenu dans mon parcours scolaire : Krime Noura, Azzouz Belarbi, KESSAD Abdelkader, Kelouche Kadda et mon binôme "Khalidia zidane".*
 - A Tous ceux que j'aime et je respecte
BENSEGHIER Sakina*

Table des matières

Table des figures	III
Liste des tableaux	V
Liste des symboles	VI
Introduction générale	VIII
1 Généralités sur la mécanique de la rupture	1
1.1 Aperçu historique sur la mécanique de la rupture	2
1.2 Mécanismes et modèles de fissuration	4
1.3 Modes de rupture	5
1.4 Les types de fissuration	5
1.4.1 Mécanique de la rupture	8
1.4.2 Zone plastique au niveau de la pointe de la fissure	8
1.4.3 Utilisation de la mécanique de la rupture en conception	9
1.4.3.1 Critères de rupture	10
1.4.3.2 Critère énergétique (Analyse de Griffith)	10
1.4.3.3 Critère de contraintes (Analyse d’Irwin)	11
1.4.3.4 Relation entre K_{IC} et G_{IC}	13
1.5 Endommagement et Rupture	13
1.5.1 Modes de Chargement	13
1.5.2 Classes de matériaux vis-a-vis’ de la rupture	15
1.6 Conclusion	16
2 Différents critères de la mécanique de rupture	17
2.1 Introduction	17
2.2 État de contrainte au fond de fissure	18

2.2.1	État de déformations planes	18
2.2.2	État de contraintes planes	19
2.3	Plasticité au front de fissure	19
2.3.1	Approche d'Irwin	19
2.4	Ouverture du front de fissure	25
2.5	Forme de la zone plastique	29
2.5.1	Modélisation du seuil plastique	29
2.5.2	Critère de Von-Mises	29
2.5.3	Critère de Tresca [29]	31
2.5.4	Estimation de la taille de la zone plastifiée au fond d'entaille	34
2.6	Conclusion	35
3	Résultats et discussions	36
3.1	Introduction	36
3.2	Présentation du model	37
3.2.1	Propriétés mécaniques et dimensions du model	37
3.2.2	Conditions aux limites et maillage du model	37
3.2.3	Effet de la charge	38
3.2.4	Contrainte équivalente de Von Mises	38
3.2.5	Contraintes tangentielles τ_{xy}	40
3.2.6	Contraintes normales σ_{yy}	41
3.2.7	Répartition du déplacement pour $\sigma = 300MPa$	42
3.3	Effets de la longueur de fissure ($\sigma = 300MPa$)	43
3.3.1	Contrainte équivalente de Von Mises	43
3.3.2	Contraintes tangentielles τ_{xy}	44
3.3.3	Contraintes normales σ_{yy}	45
3.3.4	Variation du déplacement	46
3.4	Effets de longueur de fissure sur l'évolution de l'étendu XFEM Pour $\sigma = 300MPa$	47
3.5	Variation de la contrainte de Von Mises suivant le chemin de la fissure	49
3.6	Conclusion	50
	Conclusion générale	52
	Bibliographie	55

Table des figures

1.1	Les trois Modes de rupture.	5
1.2	Schématisation de la séquence de formation de fissures sous l'action d'un indenteur Vickers.	6
1.3	Les différents types des fissures [6].	7
1.4	(a) Propagation d'une fissure , (b) Lignes de force et concentration de contraintes [3].	8
1.5	Zone délimitant le voisinage d'une pointe de fissure.	8
1.6	Comparaison de l'approche classique (a) et de l'approche utilisant la MLR (b).	10
1.7	Microfissure elliptique sollicitée en tension uni axiale, dans une plaque infinie [1].	11
1.8	Schématisation des contraintes appliquées à un élément volumique au voisinage du front de fissure [11].	12
1.9	Charge limite et mode de pilotage du chargement.	14
1.10	Chargement cyclique [21].	14
1.11	Classes de matériaux vis-à-vis de la rupture en sollicitation monotone [12].	15
2.1	Mécanismes d'écoulements dans une plaque [14-15].	19
2.2	Première estimation de la zone plastique.	20
2.3	Distribution des contraintes au front d'une fissure : modèle élastique et après déformation plastique (Irwin).	20
2.4	Principe de superposition pour le modèle de Dugdale [25].	22
2.5	Facteur d'intensité de contraintes normalisé en fonction du rapport des contraintes [16-17]..	24
2.6	Emoussement de la fissure.	25
2.7	Ouverture de la fissure (COD)	27
2.8	Correction de la zone plastique (Irwin)..	28
2.9	Représentation géométrique du critère de Tresca et Von-Mises [29].	32
2.10	Forme de la zone plastique a) Critère de Von Mises, b) Critère de Tresca.	33
2.11	Forme de la zone plastique pour les modes II et III [36].	34

2.12	Forme de la zone plastique : a-Tuba [31], b- Rice et Rosengren [36].	34
2.13	Champ élastique et plastique au niveau de l'entaille.	35
3.1	Représentation schématique du modèle.	37
3.2	Conditions aux limites et maillage adapté au modèle.	38
3.3	Répartition des contraintes de Von Mises pour les différentes charges : (a) 70MPa, (b) 100MPa, (c)160MPa, (d) 200MPa, (e) 300MPa.	39
3.4	Répartition des contraintes tangentielles τ_{xy} pour les différentes charges : (a) 70MPa, (b) 100MPa, (c)160MPa, (d) 200MPa, (e) 300MPa.	40
3.5	Répartition des contraintes normales σ_{xy} pour les différentes charges : (a) 70MPa, (b) 100MPa, (c)160MPa, (d) 200MPa, (e) 300MPa.	41
3.6	Répartition des différents déplacements pour les différentes charges : (a) 70MPa, (b) 100MPa, (c)160MPa, (d) 200MPa, (e) 300MPa.	42
3.7	Répartition des contraintes de Von Mises pour les différentes longueurs de la fissure : (a) 2mm, (b) 4mm, (c) 6mm, (d) 8mm, (e) 10mm.	43
3.8	Répartition des contraintes tangentielles τ_{xy} pour les différentes longueurs de la fissure : (a) 2mm, (b) 4mm, (c) 6mm, (d) 8mm.	44
3.9	Répartition des contraintes de Von Mises pour différentes longueurs de la fissure : (a) 2mm, (b) 4mm, (c) 6mm, (d) 8mm.	45
3.10	Evolution du déplacement pour les différentes longueurs de la fissure : (a) 2mm, (b) 4mm, (c) 6mm, (d) 8mm.	46
3.11	Evolution du XFEM pour différentes longueurs de la fissure en fonction du temps de la propagation de fissure : (a) 2mm, (b) 4mm, (c) 6mm, (d) 8mm.	47
3.12	Evolution du XFEM pour différentes longueurs de la fissure : (a) 2mm, (b) 4mm, (c) 6mm, (d) 8mm.	47
3.13	Evolution de la longueur de fissure après sa propagation en mode d'ouverture.	48
3.14	Détermination du chemin de la propagation de fissure pour différents chargements : (a)70 MPa, (b)100 MPa, (c)160 MPa, (d)200 MPa, (e)300 MPa.	49
3.15	Variation de la contrainte équivalente de Von Mises en fonction de la distance normalisée.	50

Liste des tableaux

3.1	Variation de la longueur de la fissure avant et après simulation.	48
-----	---	----

Liste des symboles

MLR	Mécanique linéaire de la rupture
FIC	Facteur d'intensité des contraintes
CTOD	Crack Tip Opening Displacement
HRR	Hutchinson, Rice et Rosengren
W	Travail effectué par les forces extérieures
XFEM	Méthode des éléments finis étendus
MEF	Méthode des éléments finis
U_e	Energie élastique stockée dans le matériau
$\sigma(MPa)$	Contrainte
ε	Déformation
$P_0(N.m^{-2})$	Pression moyenne
q	Coefficients fonction de l'angle Ψ
$\tau_{max}(MPa)$	Contraint maximal en fond d'entaille
$\sigma_g(MPa)$	Contraint global
$\sigma_N(MPa)$	Contraint nominale dans la section entaillée
$a(mm)$	Profondeur de l'entaille
$P(mm)$	Rayon d'entaille
r, θ	Coordonnée polaires
$rp(mm)$	Taille de la zone plastique
$\sigma_E(MPa)$	La limite d'élasticité
γ	Coefficient de sécurité
$K_C(MPa.m^{1/2})$	Ténacité du matériau
$G(j)$	L'énergie de Griffith
$E(GPa)$	Module d'Young
G_C	Taux de restitution critique

$G(GPa)$	Module de cisaillement du matériau
$G_I(J)$	l'énergie élastique
$G_{IC}(J)$	l'énergie élastique critique
$a_C(mm)$	La longueur critique
$k(MPa.m^{1/2})$	Facteur d'intensité de contraintes
$K_{IC}(MPa.m^{1/2})$	Facteur d'intensité critique
$K_t(MPa.m^{1/2})$	Facteur de concentration de contrainte
$\tau_{max}(MPa)$	La contrainte de cisaillement maximal
$\tau_n(MPa)$	La contrainte de cisaillement nominal
σ_{ij}	Tenseur de contrainte
f_{ij}	Fonction de θ l'angle du plan
λ, u	Coefficients de lamé
γ	Coefficient de poisson
$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$	Composant du tenseur de contrainte
K_I	Facteur d'intensité de contrainte (FIC) de mode <i>I</i>
K_{II}	Facteur d'intensité de contrainte (FIC) de mode <i>II</i>
K_{III}	Facteur d'intensité de contrainte (FIC) de mode <i>III</i>
J	L'intégral de contour
$W_p(J)$	L'énergie potentielle
$r(mm)$	Distance du point fissure aux noeuds
k	Constant de Kosovo
$u(mm)$	Déplacement dans le modèle élastique

Introduction générale

La méthode des éléments finis étendue a été développée pour atténuer les difficultés dans la résolution de problèmes avec des caractéristiques localisées qui ne sont pas résolues efficacement par le raffinement du maillage. L'un des premières applications étaient la modélisation des fractures dans un matériau. Un avantage de XFEM est que dans de tels problèmes, le maillage des éléments finis n'a pas besoin d'être mis à jour pour suivre le chemin de la fissure. La recherche a illustré l'utilisation plus générale de la méthode pour des problèmes impliquant des singularités, des matériaux interfaces, maillage régulier de caractéristiques microstructurales telles que les vides, les interstices, et dislocations ponctuelles ou linéaires.

De plus, traiter les problèmes de discontinuités avec les méthodes d'éléments finis étendues supprime le besoin de mailler et de remailler les surfaces de discontinuité, allégeant ainsi les coûts de calcul et les erreurs de projection associées aux méthodes conventionnelles d'éléments finis, au prix d'une restriction discontinuités sur les bords du maillage. Parmi les avantages de la méthode des éléments finis étendu XFEM, est de faciliter les difficultés à résoudre les problèmes avec des fonctionnalités localisées qui ne sont pas efficacement résolu par le raffinement du maillage, cette méthode permet de simuler l'amorçage et la propagation d'une fissure le long d'un chemin arbitraire sans exigence de remaillage, ainsi, économisez considérablement sur les coûts de calcul. La description du domaine discontinu est entièrement indépendante du maillage; Non seulement simuler des fissures, mais aussi des matériaux hétérogènes avec des vides et des inclusions de différentes formes.

Dans notre étude, on a proposé trois chapitres cités ci-dessous qui illustrent ce mémoire et donne plus d'éclaircissement sur la méthode XFEM.

Le premier chapitre présente des généralités sur la mécanique de la rupture.

Le deuxième chapitre présente des différents critères de la mécanique de rupture (Rice, Irwin, etc...).

Le troisième chapitre est consacré à une simulation par la méthode des éléments finis étendus(XFEM) par le logiciel Abaqus/standard, avec des interprétations correspondantes pour chaque cas de notre étude.

Une conclusion générale qui récapitule tous les résultats essentiels de cette étude, avec des perspectives relatives à ce domaine de recherche.

1

Généralités sur la mécanique de la rupture

Introduction

La mécanique de la rupture a pour objet essentiel l'étude des fissures durant le chargement et de prévoir leur évolution jusqu'à la rupture de la structure. En fonction du chargement et du matériau considérés, si le milieu est globalement plastique ou viscoplastique, l'étude est du ressort de la mécanique non linéaire de la rupture, ou encore de l'approche locale, dans laquelle il est fait une description aussi précise que possible de l'état de contrainte et de déformation en pointe de fissure à l'aide de modèles de comportement non linéaire. Si au contraire la plasticité est absente ou reste confinée, les théories qui permettent de traiter le problème considèrent le matériau comme élastique partout : c'est la mécanique linéaire de la rupture (MLR), qui va être considérée dans cette partie. En effet la (MLR) considère les matériaux parfaitement élastiques, homogènes et isotropes. Elle permet de caractériser le comportement d'un matériau vis-à-vis d'une sollicitation, en présence d'une fissure [9]. D'autre part, elle est une étude consistant à la définition des critères de rupture en déterminant les relations entre les paramètres du matériau et les sollicitations extérieures nécessaires pour amorcer puis propager une fissure. Le rappel qui va suivre résume deux approches permettant d'élaborer des critères de rupture, le premier de Griffith basé sur une approche énergétique, et le second d'Irwin basé sur les contraintes présentes en front de fissure.

1.1 Aperçu historique sur la mécanique de la rupture

Eviter la rupture n'est pas en soi une idée nouvelle. Les concepteurs des structures de l'Égypte des pharaons (pyramides) ou ceux de l'empire romain nous ont laissé des édifices que l'on peut encore contempler ce qui prouve bien qu'ils avaient le souci d'éviter la ruine des structures. Les matériaux utilisés avant la révolution industrielle étaient cependant limités pour l'essentiel au bois de construction, à la pierre ou à la brique et au mortier. La brique et le mortier sont relativement fragiles lorsqu'on les utilise en traction ; les structures anciennes qui ont résisté au temps, étaient chargées en compression (pyramides, ponts romains) et de façon générale toutes les structures de l'époque qui précède la révolution industrielle étaient conçues pour des chargements en compression. Il a fallu attendre la révolution industrielle au début du 19^e siècle, avec l'utilisation de l'acier dont les propriétés mécaniques permettaient de concevoir des structures pouvant résister à des charges de traction. La comparaison des anciens ponts romains avec les ponts modernes de structure métallique montre bien que les premiers étaient chargés en compression alors que les seconds le sont plutôt en traction. L'utilisation de nouveaux matériaux ductiles (acier et autres alliages métalliques) pour des chargements en traction conduisit cependant à quelques problèmes ; des ruptures se produisaient parfois pour des niveaux de charges bien inférieurs à la limite d'élasticité ; on a dans un premier temps essayé d'éviter ces risques de ruptures en sur dimensionnant les structures, mais la nécessité d'alléger de plus en plus les structures et de réduire les coûts conduisit au développement des recherches sur la mécanique de la rupture.

Les premiers essais de rupture ont été menés par Léonard de Vinci bien avant la révolution industrielle, qui a montré que la résistance à la traction de fils de fer variait inversement avec leur longueur. Ces résultats suggéraient que les défauts contenus dans le matériau contrôlaient sa résistance ; plus le volume est important (fil de fer long) plus la probabilité de présence de fissure par exemple est importante.

Cette interprétation qualitative fût précisée plus tard en 1920 par Griffith qui établit une relation directe entre la taille du défaut et la contrainte de rupture. S'appuyant sur les travaux d'Inglis, Griffith appliqua l'analyse des contraintes autour d'un trou elliptique à la propagation instable d'une fissure ; il formule ainsi à partir du premier principe de la thermodynamique, une théorie de la rupture. Selon cette théorie, un défaut devient instable et conduit à la rupture lorsque la variation d'énergie liée à une propagation du défaut atteint l'énergie spécifique du matériau. Cette théorie prédit correctement la relation entre la contrainte de rupture et la taille du défaut dans les matériaux fragiles. Dans les matériaux ductiles et notamment les alliages métalliques, l'avancée d'un défaut s'accompagne d'une importante dissipation d'énergie due à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure et la théorie de Griffith qui ne considère que l'énergie de création de surface ne peut en rendre compte. Il a fallu attendre les travaux d'Irwin en 1948 qui proposa une modification de la théorie de Griffith en incluant justement dans le bilan énergétique, l'énergie due à la plastification, pour que l'approche de Griffith soit applicable aux

matériaux ductiles.

La mécanique de la rupture passa du stade de curiosité scientifique à celui d'une discipline scientifique largement utilisée dans l'ingénierie de la construction, après ce qui arriva aux bateaux de la liberté lors de la deuxième guerre mondiale. Le principe de conception de ces bateaux avec une coque entièrement soudée constituait un grand succès jusqu'au jour où un de ces navires se fissura en deux parties entre la Sibérie et l'Alaska dans une mer très froide. Une dizaine d'autres navires sur les 2700 en service, subira ensuite le même sort. Les analyses des causes de rupture montraient que celles-ci étaient dues à la combinaison de trois paramètres :

Les joints de soudures contenaient des fissures.

- La plupart de ces fissures qui conduisaient à la rupture, se développaient à partir de zones de forte concentration de contrainte,
- L'acier de construction utilisé pour ces bateaux, qui convenait pour les assemblages par rivetage où il n'y avait pas de risque qu'une fissure traverse toute la coque, avait une faible ténacité.

Dès l'instant où la cause des ruptures était clairement identifiée, des plaques en acier de meilleure ténacité furent rivetées près des zones de forte concentration des contraintes pour arrêter la propagation des fissures. On développa ensuite des aciers de forte ténacité et on améliora le procédé de soudage; c'est dans ces années après-guerre qu'un groupe de chercheurs dirigé par Irwin étudia en détail le problème de la rupture au laboratoire national de recherche de la marine américaine. Irwin considéra que les outils fondamentaux pour étudier la rupture existaient et proposa en 1948, une extension de l'approche de Griffith aux matériaux ductiles en y incluant le terme de dissipation d'énergie due à l'écoulement plastique près des extrémités d'une fissure. Il développa ensuite en 1956 le concept de taux de restitution d'énergie à partir toujours de la théorie de Griffith mais sous une forme facilement exploitable par les concepteurs de structures. En 1957, s'appuyant sur les travaux de Westergaard qui analysa les champs de déplacements et de contraintes élastiques près de l'extrémité d'une fissure sous chargement donné, Irwin montra que les déplacements et les contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure peuvent être décrits à l'aide d'un paramètre unique qui était relié au taux de restitution d'énergie; ce paramètre issu de la mécanique linéaire de la rupture, est le facteur d'intensité des contraintes (FIC).

Les nouveaux concepts de la mécanique de la rupture furent ensuite utilisés pour montrer que la plupart des ruptures dans les fuselages d'avions étaient dues à des fissures de fatigue qui atteignaient une taille critique. Ces fissures prenaient naissance près des hublots dans les coins qui constituent des zones de forte concentration des contraintes. Les ruptures qui se produisaient dans les essieux d'engins roulants ou encore dans les rotors des turbines à vapeur furent aussi expliquées grâce à l'application de ces nouveaux concepts. Le concept de FIC fut également utilisé par Paris pour décrire la propagation des fissures de fatigue et progressivement les courbes de propagation des fissures de fatigue proposées par ces auteurs

remplacèrent les courbes d'endurance pour une meilleure prédiction des durées de vie des structures. La période entre 1960 et 1980 vit une intensification des recherches sur la rupture avec deux écoles qui s'affrontaient. D'une part les tenants de l'approche utilisant la mécanique linéaire de la rupture et ceux qui s'intéressaient essentiellement à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure. La mécanique linéaire de la rupture cesse d'être valable lorsqu'une plastification importante précède la rupture. Pour tenir compte de l'effet de cette plastification sur les champs de contraintes et de déplacements à l'extrémité d'une fissure, plusieurs auteurs (Irwin, Dugdale et Barenblatt) proposèrent ce qu'on appelle une correction de zone plastique ; la taille de la fissure est alors augmentée de cette zone plastique pour retrouver les champs de contraintes élastiques décrits par le FIC.

Wells, un des représentants de la deuxième école, proposa en 1961 le déplacement à fond de fissure - ou CTOD « Crack Tip Opening Displacement » - comme paramètre alternatif à la mécanique linéaire de la rupture ou plus précisément au concept de FIC, lorsque la plastification devient importante comme c'est le cas dans les matériaux très ductiles. Plus tard, Hutchinson, Rice et Rosengren (HRR) développèrent un nouveau paramètre appelé intégrale J pour mieux décrire la répartition des contraintes dans les zones plastifiées (champ HRR). Begley et Landes caractérisèrent la ténacité à l'aide du paramètre J et développèrent une procédure standard pour l'utilisation de cette intégrale dans des cas pratiques.

Les récents développements de la mécanique de la rupture montrent que si les recherches se sont cristallisées sur l'effet de la plastification dans la période entre 1960 et 1980, on s'intéresse actuellement plus aux comportements viscoplastique et/ou viscoélastique. Les premiers se rencontrent à température élevée lorsque les phénomènes de fluage deviennent importants alors que les seconds caractérisent les matériaux polymères de plus en plus utilisés dans l'industrie. L'apparition des nouveaux matériaux composites nécessita également l'utilisation des concepts de la mécanique linéaire de la rupture pour décrire leur comportement. Plus récemment encore, de nouvelles approches tentent de relier le comportement local à l'échelle microscopique au comportement global lors de la rupture d'un matériau. Ces approches micro-macro deviennent parfois nécessaires lorsqu'on atteint les limites d'utilisation des autres approches plus classiques [10].

L'objet de mécanique de la rupture est l'étude des évolutions de cette surface (propagation de la fissure) en fonction des chargements appliqués et des caractéristiques du matériau constituant.

1.2 Mécanismes et modèles de fissuration

Afin de prévoir la rupture des pièces mécaniques sollicitées en fatigue, beaucoup de laboratoire ont tenté, au moins pour des raisons pratiques, d'établir des lois empiriques de fissuration, utilisées au bureau d'étude.

Si les mécanismes propres à la fatigue commencent à peine d'être connus, l'influence de certains

paramètres sur la vitesse de fissuration est généralement mieux définie. Nous pouvons les classer en deux catégories :

- Les paramètres intrinsèques qui dépendent du matériau lui-même. Module de Young, limite d'élasticité, propriétés cycliques et état métallurgique du matériau.
- Les paramètres extrinsèques qui dépendent des conditions de l'essai, quel que soit le matériau étudié, température, environnement, dimension de l'éprouvette, rapport de charge R , etc.

1.3 Modes de rupture

Une fissure est définie comme la surface séparant localement un solide en deux parties. Le champ des déplacements est alors discontinu à travers cette surface et les trois composantes vectorielles de cette discontinuité forment les trois modes de rupture (1.1) :

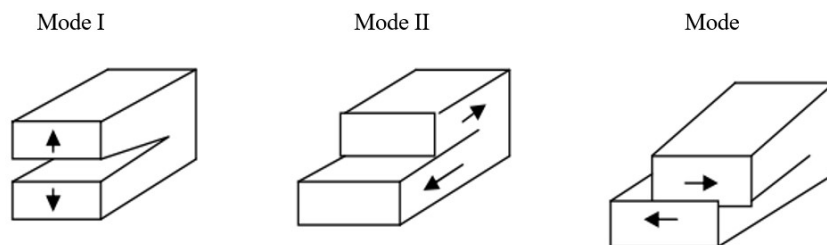


FIGURE 1.1 – Les trois Modes de rupture.

Mode I mode d'ouverture de la fissure, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont perpendiculaires à la direction de propagation.

Mode II mode de cisaillement dans le plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles à la direction de propagation.

Mode III mode de cisaillement hors du plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles au fond de la fissure.

1.4 Les types de fissuration

Le mécanisme de rupture par fissuration peut intervenir selon deux types de fissuration :

La fissuration brutale : pour les solides, ou pour les matériaux à très haute résistance, les contraintes de travail sont très élevées, une énergie potentielle considérable est ainsi créée ; La présence de petites fissures peut alors conduire à une rupture brutale qui souvent ne s'accompagne pas de déformations plastiques macroscopiques par suite de la très faible ductilité.

La fissuration successive : il s'agit ici, d'une succession de mécanismes (fragile ductile) qui, sous contraintes répétées, entraîne la fissuration successive, appelée la rupture par fatigue. Les facteurs qui influencent le comportement à la rupture par fissuration des matériaux sont de deux natures : métallurgique et mécanique. Les facteurs mécaniques concernent l'état de déplacements, déformations et contraintes, ainsi que les conditions d'environnement tel que la température ou le taux d'humidité relative [1].

Formation des fissures Lorsqu'un indenteur Vickers est appliqué à la surface d'un matériau céramique avec une charge suffisamment élevée (selon le matériau), il se crée des fissures. Des observations au cours de l'indentation de matériau transparent ont montré que la configuration finale de ces fissures est achevée lorsque l'indenteur est déchargé. Cela montre que la force motrice de fissuration lors de l'indentation est due aux contraintes résiduelles créées par la zone de déformation plastique formée autour de l'empreinte d'indentation. L'initiation et le développement des fissures sur du verre sont décrits par B.Lawn et M.Swan [2] à travers les séquences suivantes (figure 1.2) :

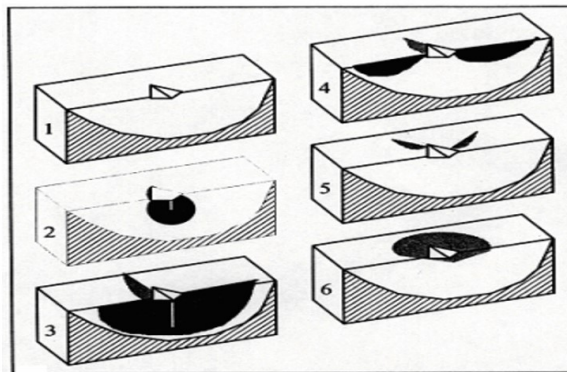


FIGURE 1.2 – Schématisation de la séquence de formation de fissures sous l'action d'un indenteur Vickers.

(1) Empreinte du diamant Vickers ; (2) fissure médiane ; (3) fissure half-penny ; (4) fissure radiale primaire, (5) fissure radiale secondaire ; (6) fissure latérale (b) [1].

1. En début du chargement, l'indenteur produit autour du point de contact une zone de déformation qui augmente avec la charge. C'est l'empreinte du diamant vickers. La pression moyenne P_0 sur l'élément de surface reste constante.
2. Au cours du chargement, une fissure dite fissure médiane se produit sous la zone de déformation et croît jusqu'à former un cercle à mesure que la charge augmente mais n'apparaît pas à la surface de l'éprouvette [3]. Elle s'initie aux défauts se trouvant à la
3. Limite de la zone de déformation et se développe sous l'effet du champ de contraintes résultant du chargement élastique de l'indenteur sur la surface de l'éprouvette.

4. Lors du déchargement, la fissure médiane grandit, s'étale vers l'extérieur et apparaît en surface. Elle prend ainsi un autre profil et peut devenir soit une fissure dite du type half-penny au déchargement complet, soit :
5. Une fissure du type radial dite fissure radiale (ou fissure du type Palmqvist). Elle prend naissance aux défauts qui se trouvent près de la surface à la limite de la zone de déformation. Elle évolue de part et d'autre de celle-ci jusqu'à apparaître en surface, sous l'action des contraintes résiduelles, au déchargement complet. Si la fissure radiale se trouve dans le plan des diagonales de l'empreinte du diamant, elle est dite fissure radiale primaire sinon c'est une fissure radiale secondaire. Les fissures radiales forment en principe un couple de fissures perpendiculaires.
6. Aux charges d'indentation élevées, une fissure latérale se forme au déchargement, sous la zone de déformation et se développe presque parallèlement à la surface [3]. Elle est responsable du phénomène d'écaillage. D'une façon générale l'amorçage des fissures a lieu aux endroits de fortes concentrations de contraintes, c'est-à-dire aux arêtes du diamant Vickers et semble avoir deux aspects : les conditions de propagation d'un défaut préexistant pendant le chargement [4], d'une part, et l'existence d'un seuil de charge pour l'apparition d'un type de fissures [5], d'autre part. Lorsqu'un indenteur Vickers est appliqué à la surface d'un matériau céramique avec une charge suffisamment élevée (selon le matériau), il se crée un système de trois types de fissures (figure I.3)
 - a **Fissure médiane** : elle s'étend en profondeur pendant le chargement sous l'action d'un champ élastique ;
 - b **Fissure radiale** : elle s'étend en surface à partir des angles de l'indenteur et se développe sous l'action des contraintes résiduelles ;
 - c **Fissure latérale** : elle provient également de l'action des contraintes résiduelles. Ces fissures se développent presque parallèlement à la surface et sont responsables de l'écaillage de l'échantillon.

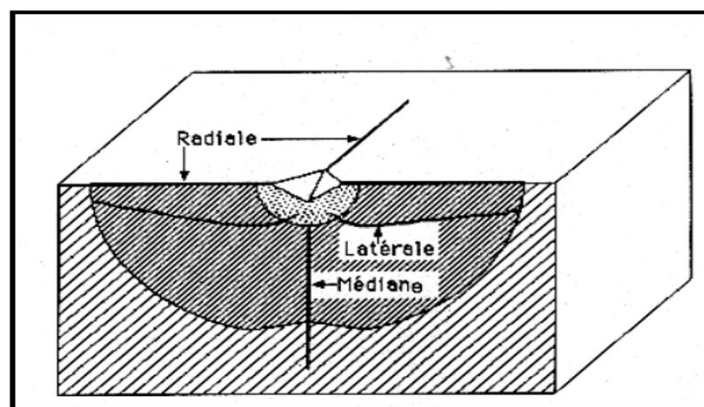


FIGURE 1.3 – Les différents types des fissures [6].

1.4.1 Mécanique de la rupture

Dans un matériau homogène soumis à une contrainte uni-axiale, l'effort se transmet d'un atome à l'autre en suivant des lignes de force qui sont parallèles (Fig.I.4). Dans un matériau qui possède une entaille, les lignes de force doivent contourner cette entaille, ce qui conduit à une concentration de ces lignes au voisinage de la pointe de l'entaille, donc une concentration de la contrainte dans cette région, appelée tête ou pointe de fissure.

La mécanique de la rupture étudie l'interaction entre la discontinuité géométrique (fissure) et le milieu continu avoisinant, ainsi que l'évolution de cette discontinuité. D'un point de vue mécanique, on peut distinguer schématiquement, dans un milieu fissuré, trois zones successives.

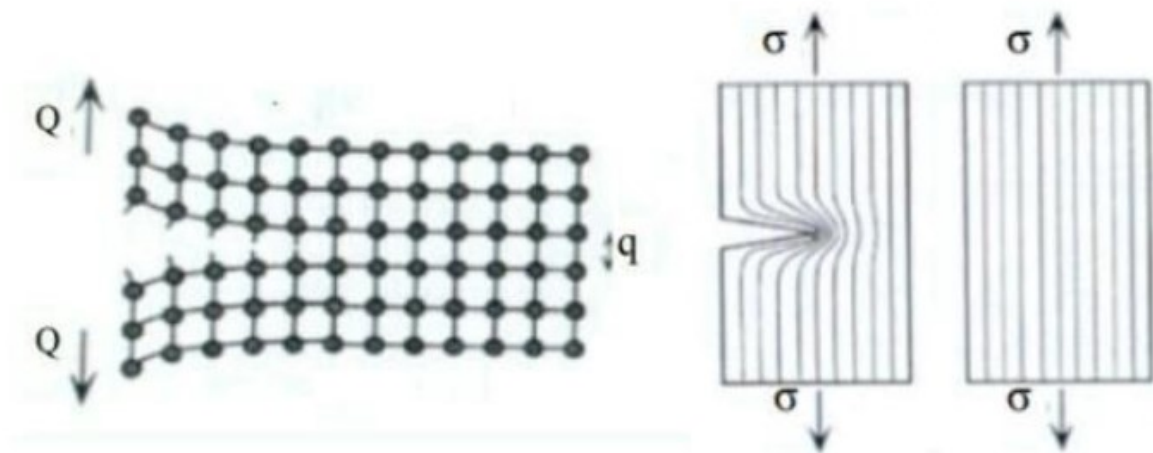


FIGURE 1.4 – (a) Propagation d'une fissure , (b) Lignes de force et concentration de contraintes [3].

1.4.2 Zone plastique au niveau de la pointe de la fissure

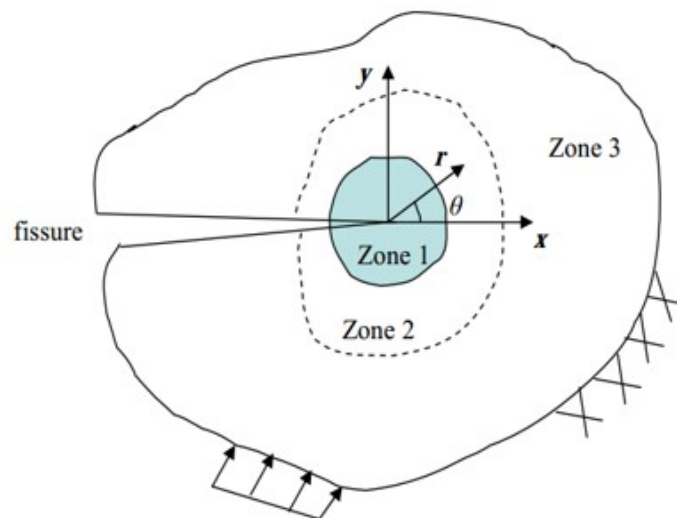


FIGURE 1.5 – Zone délimitant le voisinage d'une pointe de fissure.

La zone d'élaboration 1 Elle se trouve à la pointe de fissure et dans le sillage laissé par la fissure au cours de sa propagation. L'étude de cette zone est très complexe à cause des contraintes importantes qui ont fortement endommagé le matériau. Elle est discontinue au sens de la mécanique des solides. La théorie classique de la mécanique de la rupture réduit cette zone à un point pour les problèmes plans et à une courbe pour les problèmes tridimensionnels.

La zone singulière 2 dans laquelle les champs de déplacements, déformations et contraintes sont continus et possèdent une formulation indépendante de la géométrie lointaine de la structure. On démontre que dans cette zone, les composantes de champ de contraintes sont infinies au voisinage du front de fissure ($r \rightarrow 0$). Plus exactement, la singularité est en $(1/\sqrt{r})$ en milieu élastique linéaire. Le matériau ayant une limite élastique, il existe un rayon r_p autour de la pointe de fissure qui détermine la forme de la zone plastique. En fonction de la valeur de r_p , on dira que la rupture est fragile pour r_p petit et qu'elle est ductile pour r_p grand. Cette distinction sur la base du paramètre r_p est très importante car elle conditionne la validité de la théorie utilisée :

- La Mécanique Linéaire de la Rupture pour les ruptures fragiles.
- La Mécanique Non Linéaire de la Rupture dans le cas de zone plastique non négligeable.

La zone 3 extérieure comprenant les champs lointains se raccordant d'une part, à la zone singulière, et d'autre part aux conditions aux limites en charges et en déplacements. Dans cette zone, les champs de déplacements, déformations et contraintes varient peu et peuvent être approximés par des polynômes communément utilisés dans la méthode des éléments finis.

Diverses méthodes d'analyse permettent d'étudier les champs de déplacements, déformations et contraintes au voisinage d'une fissure. On regroupe l'ensemble de ces méthodes sous deux types d'approches :

- ✓ Approches directes : qui sont fondées sur l'utilisation des fonctions d'Airy ; ces approches résolvent des problèmes plans et font appel à la recherche de fonctions analytiques. En particulier dans notre étude, nous avons utilisé l'expansion de Williams qui est basée sur ce type d'approches.
- ✓ Approches énergétiques qui sont basées sur l'analyse énergétique du milieu continu contenant une fissure, il s'agit d'un bilan énergétique global intégrant le taux de restitution d'énergie dû à un accroissement virtuel de la fissure.

1.4.3 Utilisation de la mécanique de la rupture en conception

Le schéma figure 1.6 a comparé l'approche classique pour le dimensionnement des structures basée sur la limite d'élasticité du matériau σ_E à l'approche utilisant le concept de ténacité K_C issu de la

mécanique linéaire de la rupture (MLR). Dans le premier cas, on dimensionne les structures pour que les contraintes appliquées σ restent inférieures à la limite d'élasticité ($\sigma < \sigma_E$) On utilise en général un coefficient de sécurité pour prévenir tout risque de rupture fragile ($\sigma < \gamma\sigma_E$ avec $\gamma < 1$) Cette approche est à deux variables σ et σ_E elle fait abstraction de l'existence d'éventuels défauts sous forme de microfissures par exemple.

L'approche basée sur la mécanique linéaire de la rupture est à trois variables : la contrainte appliquée, la ténacité KC qui remplace la limite d'élasticité et une variable additionnelle qui est la taille du défaut. Il y a cependant deux approches alternatives de la mécanique de la rupture : l'une utilisant le concept d'intensité des contraintes critique (ténacité du matériau) et l'autre un critère d'énergie. Ces deux approches sont équivalentes dans certaines conditions. On va les présenter brièvement avant de préciser les hypothèses qui les sous-tendent et de rentrer dans les détails des calculs qu'elles mettent en œuvre.

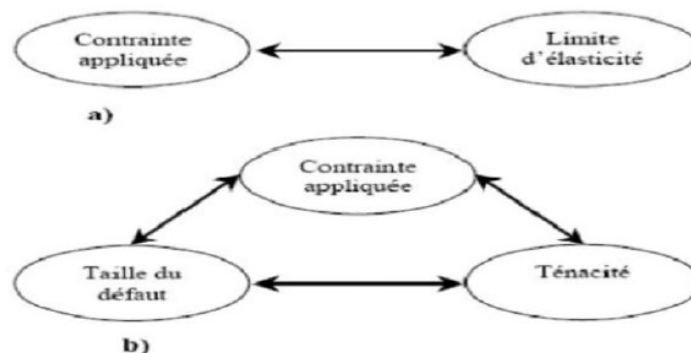


FIGURE 1.6 – Comparaison de l'approche classique (a) et de l'approche utilisant la MLR (b).

1.4.3.1 Critères de rupture

Deux critères de rupture ont été proposés traitant le problème de la propagation brutale ou instable d'une fissure. Le premier est fondé sur l'équilibre thermodynamique d'un corps (critère énergétique) et le second sur l'étude du champ de contrainte au voisinage du front de fissure (critère mécanique).

1.4.3.2 Critère énergétique (Analyse de Griffith)

C'est à Griffith [9] que l'on doit en 1920 l'approche énergétique de la mécanique de la rupture. En se basant sur des considérations thermodynamiques, il a mis en évidence le fait que la rupture est un phénomène consommateur d'énergie, car pour augmenter la surface d'une fissure dans un matériau il faut fournir un certain travail. Soit une plaque infinie d'épaisseur unité et supposée parfaitement élastique contenant une microfissure de longueur $2a$ que l'on peut approximer à une ellipse soumise à des forces extérieures (contraintes de tension σ perpendiculaire à l'axe de la fissure (figure 1.7).

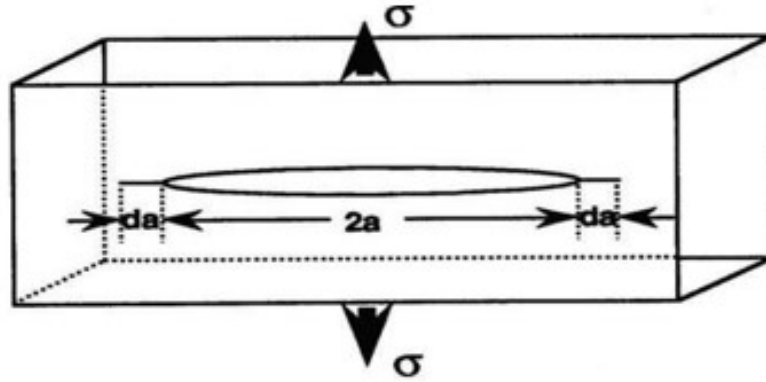


FIGURE 1.7 – Microfissure elliptique sollicitée en tension uni axiale, dans une plaque infinie [1].

L'énergie libre potentielle totale U_{total} du système s'écrit :

$$U_{total} = U_e + W \quad (1.1)$$

U_e : Energie élastique stockée dans le matériau.

W : Travail effectué par les forces extérieures.

Un accroissement da de la fissure (figure 1.2), libère une énergie G_I telle que :

$$\frac{\partial}{\partial a}(W - U_e) = G_I \quad (1.2)$$

G_I représente l'énergie élastique libérée par unité de surface de progression de fissure en mode I, ou le taux de restitution de l'énergie du système appelée également force d'extension de la fissure.

Griffith a suggère que la fissure se propage lorsque G_I atteint une valeur critique G_{IC} caractéristique du matériau et a énoncé le critère énergétique gouvernant la rupture par la condition suivante :

$$G_I \geq G_{IC} \quad (1.3)$$

G_{IC} qui représente l'énergie de rupture du matériau est égale à l'énergie superficielle correspondant à la création de deux surfaces libres :

$$G_{IC} = 2\gamma_s \quad (1.4)$$

1.4.3.3 Critère de contraintes (Analyse d'Irwin)

A l'approche globale de Griffith, Irwin a substitué une approche locale basée sur la détermination du champ de contraintes existant autour d'une fissure [10], en tenant compte de la zone plastique créée par accroissement virtuel de celle-ci. A partir d'une analyse théorique du : champ de contraintes au voisinage du front de fissure (figure I-8), Irwin a donné l'expression de ce champ en introduisant un

nouveau paramètre qui est le coefficient d'intensité de contraintes noté K .

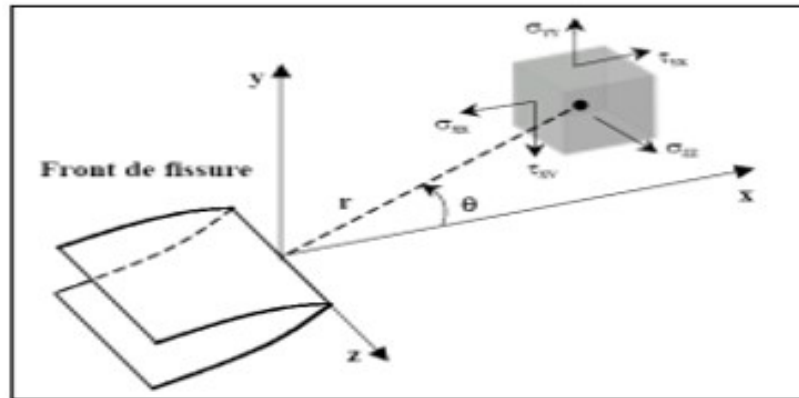


FIGURE 1.8 – Schématisation des contraintes appliquées à un élément volumique au voisinage du front de fissure [11].

En mode I , l'expression généralisée de ce facteur noté K_I s'écrit sous la forme :

$$K_I = Y \cdot \sigma a \sqrt{\pi} \quad (1.5)$$

K_I dépend uniquement de la contrainte appliquée σa , de la taille de fissure a et de la géométrie de l'éprouvette Y . Les expressions du champ de contraintes et du déplacement au voisinage du fond de fissure s'expriment donc d'une manière générale d'après Irwin sous les formes

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad i, j = x, y \quad (1.6)$$

$$U_i = K_I \sqrt{\frac{2r}{\pi}} g_i(\theta) \quad (1.7)$$

Où r et θ étant les coordonnées polaires du point considéré (figure 1.8) par rapport au front de fissure. Par conséquent, il conclut qu'en un point de coordonnées polaires r et θ , pour le problème plan d'une fissure soumise à une contrainte de traction (mode I , figure I-1, les mêmes raisonnements sont valables pour les autres modes), les premiers termes des contraintes au voisinage de la fissure sont données par les expressions suivantes :

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (1.8)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (1.9)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \quad (1.10)$$

Les expressions des déplacements sont :

$$U_x = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(\chi - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (1.11)$$

$$U_y = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(\chi + 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (1.12)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{Module de cisaillement du matériau}$$

Avec E module d'Young du matériau, ν coefficient de poisson du matériau. Irwin suggère que la fissure devient instable et se propage lorsque K_I atteint la valeur critique K_{IC} paramètre appelé ténacité qui traduit son aptitude à s'opposer à la propagation brutale d'une fissure en mode I .

$$K_{IC} = Y \cdot \sigma_c \sqrt{a_c \pi} \quad (1.13)$$

a_c : Taille critique de la fissure.

σ_c : contrainte critique à la rupture.

Il énonça ainsi le critère de rupture par la relation :

$$K \geq K_{IC} \quad (1.14)$$

1.4.3.4 Relation entre K_{IC} et G_{IC}

Les deux critères de rupture ne sont pas indépendants. Irwin à associé le coefficient d'intensité de contrainte critique K_{IC} à une énergie superficielle G_{IC} absorbée lors de la propagation d'une fissure par la relation

$$G_{IC} = \frac{K_{IC}^2}{E} \quad \text{En état de contraintes planes} \quad (1.15)$$

$$G_{IC} = \frac{K_{IC}^2(1-\nu^2)}{E} \quad \text{en état de déformations planes} \quad (1.16)$$

1.5 Endommagement et Rupture

1.5.1 Modes de Chargement

On distingue plusieurs modes de chargement des structures :

- a chargement monotone,
- b chargement cyclique,
- c chargement constant,
- d Chargements complexes.

Chaque mode de chargement correspond à un mode de ruine particulier.

- a Chargement monotone** : Dans ce cas le chargement croit de façon continue. Le chargement peut consister en un déplacement imposé ou une charge imposée. Dans le cas linéaire (élasticité) les deux cas sont similaires. Dans le cas d'un comportement plastique, il existe une charge limite que la structure ne peut pas dépasser. Dans le cas d'un chargement en force, il y a rupture brutale par instabilité plastique (figure 1.9). Il peut s'agir, par exemple, du cas d'un réservoir dont on augmente la pression.

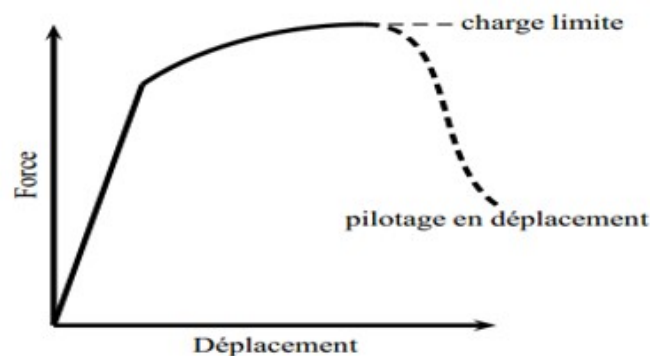


FIGURE 1.9 – Charge limite et mode de pilotage du chargement.

- b Chargement cyclique** : La charge ou le déplacement varient de façon cyclique au cours du temps. La rupture est différée; elle n'interviendra qu'au bout d'un nombre de cycles dépendant de la sévérité et du chargement (figure 2). On parle de fatigue. Des nombreuses structures sont sollicitées en fatigue : moteurs, pneus, ailes d'avions, hélices de bateau etc.

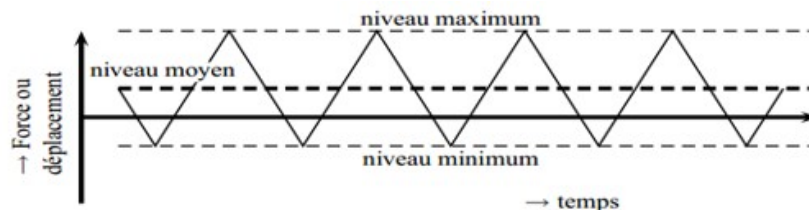


FIGURE 1.10 – Chargement cyclique [21].

- c Chargement constant** : Dans ce cas une charge constante est appliquée sur une structure généralement à haute température (c'est à dire pour $T/T_f > 0.5$). Dans ce cas la structure flue. On se trouve également dans un cas de rupture différée.
- d Chargements complexes** : Dans certains cas, le chargement peut être plus complexe que dans les cas précédents. Une structure à haute température peut voir son niveau de charge varier au cours du temps. On parle alors d'interaction fatigue-fluage. Une structure en fatigue dans laquelle se propage lentement une fissure peut subir une surcharge qui entraîne la rupture en charge limite.

1.5.2 Classes de matériaux vis-a-vis de la rupture

Pour un essai sous chargement monotone d'une éprouvette de traction simple, on peut distinguer différents types de mode de rupture :

- **Rupture élastique-fragile** : Le comportement global est linéaire élastique et la rupture intervient de façon brutale (i.e. sans signes précurseurs). Les déformations à rupture sont généralement faibles ($< 1\%$). Les matériaux ayant ce type de comportement sont les céramiques massives, les verres.
- **Rupture quasi-fragile** : Le comportement global est non linéaire, des décharges partielles indiquent une forte perte de rigidité qui indique une micro-fissuration du matériau; cette micro-fissuration est la cause essentielle de la non-linéarité globale; Les matériaux ayant ce type de comportement sont :
Les composites en particulier les composites céramique-céramique.
Les bétons On observe ce comportement en compression. En traction les bétons ont généralement une rupture élastique-fragile. Les nouveaux bétons renforcés ont également une rupture quasi-fragile en traction.
- **Rupture plastique-fragile** : Le matériau plastifie mais rompt brutalement pour des déformations relativement faibles. C'est le cas des métaux de type cubique centré ou hexagonal lorsque la température est suffisamment faible.
- **Rupture ductile** : Le matériau plastifie et rompt progressivement. Une fissure stable peut s'amorcer au sein de la matière. L'endommagement peut-être diffus et relativement important. Les métaux cubiques à faces centrées ont ce comportement. Les métaux de type cubique centré sont ductiles pour une température suffisamment élevée.

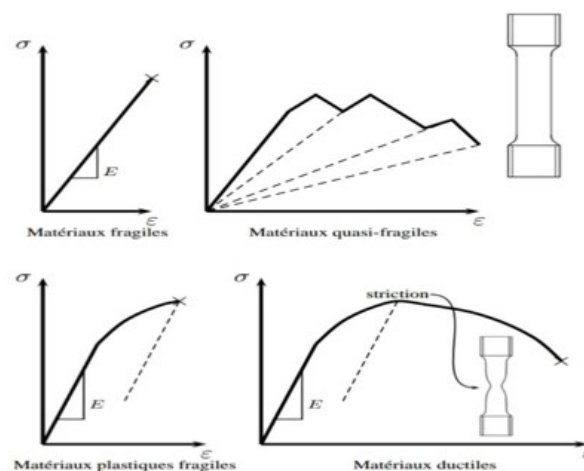


FIGURE 1.11 – Classes de matériaux vis-à-vis de la rupture en sollicitation monotone [12].

1.6 Conclusion

Le comportement à la rupture d'une structure fissurée peut être décrit soit par l'approche globale basée sur un bilan énergétique soit par l'approche locale basée sur le champ de contraintes en pointe de fissure. Dans l'hypothèse du comportement élastique linéaire, les différentes expressions du taux de restitution d'énergie permettent, d'une part, d'avoir des relations avec le facteur d'intensités de contrainte et d'autre part, une caractérisation expérimentale simple. Si ces deux paramètres (K et G) sont essentiels pour la mécanique de la rupture, elles ne restent valables que pour un comportement élastique linéaire. Cependant, la prise en compte du comportement réel des structures est nécessaire pour définir d'autres paramètres de rupture tenant compte de l'effet de la plasticité.

2

Différents critères de la mécanique de rupture

2.1 Introduction

Il est essentiel d'avoir une connaissance complète de la forme et la taille de la zone plastique au fond de fissure afin de comparer des résultats théoriques et expérimentaux pour les états plans de contraintes et de déformations.

En outre, le champ de contraintes au voisinage de la fissure prend des valeurs importantes, donc il y aura déformations plastiques au fond de la fissure qui seront plus ou moins étendues selon la ductilité du matériau. Le calcul de l'étendue de cette zone dépend à la fois du mode de chargement et de l'état de contrainte. Plusieurs auteurs ont tenté d'évaluer la forme et la taille de la zone plastifiée en bout de fissure en se basant sur les critères classiques d'élasticité ou par la méthode des éléments finis.

L'introduction de paramètre de correction de la zone plastique prend en compte les effets de plasticité au voisinage du fond de fissure est essentiel pour déterminer le facteur d'intensité de contraintes effectif ou facteur d'intensité de contraintes corrigé. La zone plastique est également déterminée pour des conditions planes; c'est-à-dire, déformations planes pour les contraintes maximum sur les structures relativement épaisses et contraintes planes pour les contraintes variables due à l'effet d'épaisseur des structures minces [9].

Compte tenu de ces limites d'application de la MLR, la détermination de la taille de la zone plastique

à fond de fissure devient essentielle. Pour cela, deux approches sont possibles : celle d'Irwin et celle de Dugdale-Barenblatt.

Elles conduisent toutes les deux à des corrections simples du FIC. Le terme de zone plastique, usuellement utilisé pour les métaux, est employé par la suite dans un sens plus général ; il permet de caractériser une zone de déformations inélastiques (métaux, polymères,) [10].

2.2 État de contrainte au fond de fissure

Les équations donnent le champ de contraintes à proximité du front de la fissure pour un matériau élastique, prévoient que les valeurs infinies au fond de fissure (singularité de contrainte) le rayon de la zone plastique tend vers zéro ; c'est-à-dire, $\sigma_{ij} \rightarrow \infty$ lorsque $r \rightarrow 0$.

Cependant, la plupart des matériaux métalliques sont soumis à une déformation plastique irréversible.

Les solutions classiques en MLR réduisent les configurations de chargement étudiées à des problèmes bidimensionnels, c'est-à-dire à une contrainte ou une déformation principale nulle.

Considérons une plaque d'épaisseur B , fissurée et soumise à un chargement plan. On suppose que la taille de la zone plastique est suffisamment faible pour que l'analyse en MLR soit valable.

Sans la présence de fissure, la plaque est en état de contraintes planes, et les régions suffisamment éloignées de l'extrémité de la fissure restent dans cet état de sollicitation.

L'extrémité de la fissure est chargée à des contraintes bien plus élevées que le reste du matériau.

Dans le plan de la fissure et en aval de son extrémité, les contraintes normales étant élevées, le matériau aura tendance à se contracter dans les directions x et z ; cette déformation, cependant est restreinte. La conséquence de cette restriction de la déformation est le développement d'une triaxialité des contraintes près de l'extrémité de la fissure, pour $r \ll \beta$ des conditions de déformations planes existent au cœur de la plaque, alors qu'en surface c-a-d à la peau de la plaque, le matériau est dans un état de contraintes planes.

2.2.1 État de déformations planes

1. Grande épaisseur B , et $\varepsilon_z = 0$ dans une région interne et $\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$. Cela signifie que le matériau est contracté dans la direction z due à une épaisseur suffisamment grande et à l'absence de la déformation dans cet axe. En fait, la contrainte dans la direction z se développe sous l'effet du Poisson comme explicitement inclus dans l'équation qui définit σ_z

2. Zone plastique se trouve insérée dans une matrice élastique qui restreint les possibilités d'écoulement plastique.

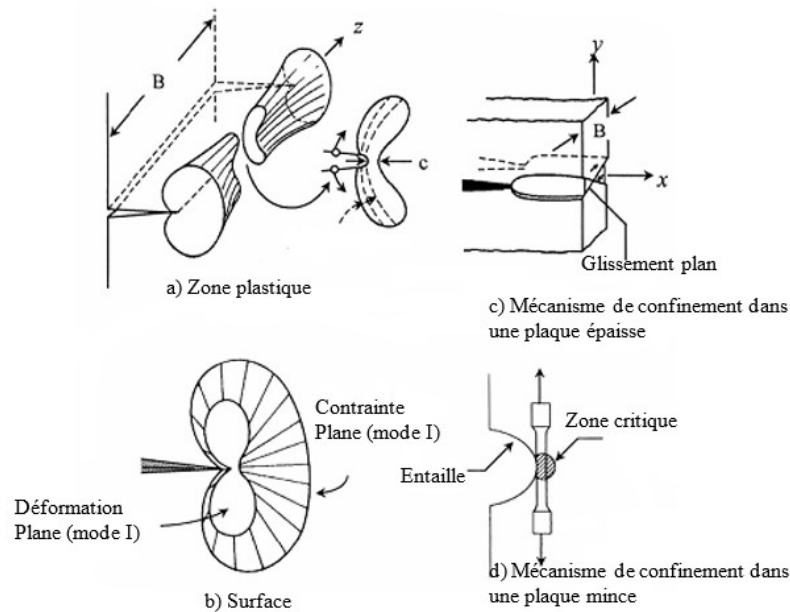


FIGURE 2.1 – Mécanismes d'écoulements dans une plaque [14-15].

2.2.2 État de contraintes planes

1. L'épaisseur B est petite, $\sigma_z = 0$ et $\varepsilon_z \neq 0$ sur la surface (région externe) et sur l'épaisseur entière. Ceci signifie l'absence des contraintes normales sur la surface libre et donc, sur l'épaisseur.
2. Si $\sigma_y \geq \sigma_x < 0$ (critère de Tresca), alors l'écoulement se produit par un mécanisme cumulatif de glissement (figure 2.1.b)
3. La taille de la zone d'écoulement est limitée par le mécanisme de glissement (slip mechanism).
4. Le mouvement total a un effet de striction devant la fissure pendant son ouverture.

2.3 Plasticité au front de fissure

La mécanique linéaire de la rupture cesse d'être valable lorsqu'une plastification importante précède la rupture. Pour tenir compte de l'effet de cette plastification sur les champs de contraintes et de déplacements à l'extrémité d'une fissure, plusieurs auteurs (Irwin, Dugdale,...) proposèrent ce qu'on appelle une correction de zone plastique ; la taille de la fissure est alors augmentée de cette zone plastique pour retrouver les champs de contraintes élastiques décrits par le facteur d'intensité de contraintes (FIC).

2.3.1 Approche d'Irwin

Considérons une zone plastique circulaire représentée sur la figure 2.2. Pour étudier la taille de cette zone plastique, on suppose le mode I de chargement et la progression de la fissure se produit dans son plan tel que $\theta = 0$ et $y = 0$ le long de l'axe x (axe des abscisses). La première approximation, la distance

r_p^* est la taille de la zone plastique, et en substituant σ_e dans l'équation de σ_y , la distance r_p^* est calculé par :

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_p^*}} = \sigma_e \quad \text{d'où} \quad r_p^* = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2$$

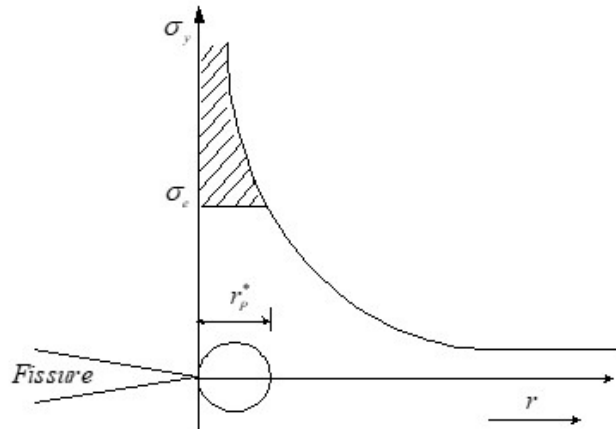


FIGURE 2.2 – Première estimation de la zone plastique.

Les critères de Tresca ou de Von Mises permettent de déterminer avec précision la forme de la zone plastique. Irwin a16, suppose que la forme de la zone plastifiée de dimension est circulaire. La grandeur de cette zone peut être estimée comme la distance r_y entre le fond de la fissure et le point où la contrainte dépasse la limite d'élasticité σ_e

Irwin considère l'existence d'une fissure fictive de profondeur $a + r_y$ (où a est la longueur réelle de la fissure) qui a son extrémité au centre d'une zone plastique de rayon r_y , au bout de cette fissure fictive, et suppose un comportement élasto-plastique parfait ($\sigma_y = \sigma_e = const$) à l'intérieur de cette zone (voir figure 2.3).

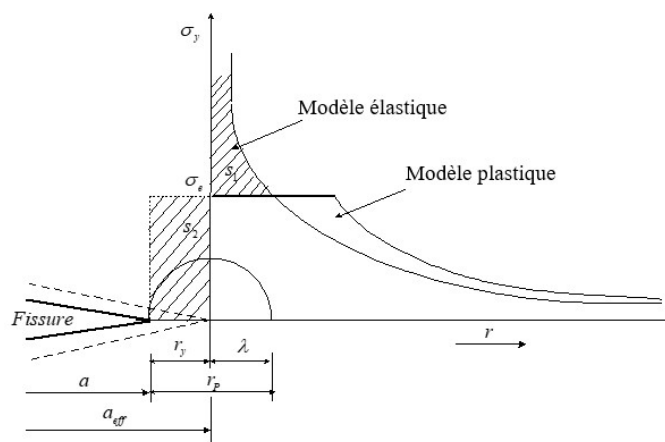


FIGURE 2.3 – Distribution des contraintes au front d'une fissure : modèle élastique et après déformation plastique (Irwin).

Sur la figure 2.3 la fissure de longueur a est remplacée par une fissure plus longue de longueur $d + r_y$, et la contrainte élastique au fond de fissure efficace est donnée. La contrainte au bout de la fissure effective est de nouveau limitée par la contrainte élastique.

La contrainte agissant sur la partie de r_y devant la fissure réelle est égale à la limite d'élasticité.

En conséquence, r_y doit être assez grand pour supporter la charge qui est perdue en coupant la section s_1 de la distribution de la contrainte élastique. La nouvelle répartition après plastification n'équilibre plus le chargement. Il est nécessaire de modifier la répartition de la contrainte. Par conséquent, la section s_1 est égale la section S_2 . L'équilibre des forces entre les deux configurations conduit à la distance λ de la figure 2.3 :

$$\sigma_e = \frac{K}{\sqrt{2\pi\lambda}} = \sigma \sqrt{\frac{a+r_y}{2\lambda}} \Rightarrow \lambda = \frac{\sigma^2(a+\lambda)}{2\sigma_e^2} \approx r_p^* \quad (2.1)$$

Puisque r_y est petit par rapport la taille de la fissure, donc il peut être négligé, et il suit $\lambda \approx r_p^*$ dans l'équation (2.1). La section s_2 est égal à $\sigma_e \cdot r_y$, par conséquent, $s_1 = s_2$, il vient :

$$\text{Section } s_1 : F_1 = \beta \int_0^{r_y} (\sigma - \eta \sigma_e) dr$$

$$\text{Section } s_2 : F_2 = \beta \int_0^\lambda \eta \sigma_e dr$$

Où β est l'épaisseur

$$\eta = 1 \quad \text{en état de contraintes planes}$$

$$\eta = \sqrt{3} \quad \text{en état de déformations planes}$$

En équilibre

$$F_1 + F_2 = \int_0^{r_y} (\sigma - \eta \sigma_e) dr + \int_0^\lambda \eta \sigma_e dr = 0$$

$$F_1 + F_2 = \int_0^{r_y} \left(\frac{K_1}{\sqrt{2\pi}} - \eta \sigma_e \right) dr + \int_0^\lambda \eta \sigma_e dr = 0$$

$$\left(\sigma_e \cdot r_y = \left[\int_0^\lambda \sigma \sqrt{\frac{a+r_y}{2r}} dr \right] - \sigma_e \cdot \lambda \right)$$

$$\frac{2K_1 r_y}{\sqrt{2\pi r_y}} - \eta \sigma_e (r_y + \lambda) = 0$$

$$2\sigma_y r_y - \eta \sigma_e (r_y + \lambda) = 0$$

On tronque tout simplement le champ des contraintes à $\sigma_e = \sigma_y$ en faisant l'hypothèse que le comportement du matériau est élasto-plastique parfait. Cette analyse fait cependant abstraction des forces non transmises représentées par l'aire hachurée de la figure 2.2. Pour tenir compte de ces forces, il convient d'assurer l'équilibre entre les deux répartitions (élastique et élastoplastique) des contraintes. La taille r_p de la zone plastique doit être donc plus grande que r_y

En négligeant r_y par rapport à a et en utilisant l'équation (2.1) il suit :

$$(r_y + r_p^*)\sigma_e = \sigma \sqrt{2ar_p^*} \Rightarrow (r_y + r_p^*) = 2ar_p^* \left(\frac{\sigma}{\sigma_e} \right) \quad (2.2)$$

Par conséquent, il s'avère

$$r_y = r_p^* \text{ et } r_p = r_y + \lambda = 2r_p^* \quad (2.3)$$

$$K_A = \int_a^{a+r} \frac{P}{\sqrt{\pi a}} \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx$$

$$K_B = \int_a^{a+r} \frac{P}{\sqrt{\pi a}} \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx$$

Selon le principe de la superposition, le facteur d'intensité de contraintes total est égal $K_r = K_A + K_B$, tel que :

$$K_r = \int_a^{a+r} \frac{P}{\sqrt{\pi a}} \left(\sqrt{\frac{a+x}{a-x}} + \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} \right) dx$$

$$K_r = \frac{P}{\sqrt{\pi a}} \int_a^{a+r} \frac{2adx}{\sqrt{a^2+x^2}} dx$$

$$K_r = \frac{2Pa}{\sqrt{\pi a}} \int_a^{a+r} \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$$

$$K_r = 2P\sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_a^{a+r} \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$$

$$K_r = -2P\sqrt{\frac{a}{\pi}} \arccos \frac{x}{a}$$

La correction de la zone plastique est accomplie en remplaçant la longueur de la fissure a par la longueur virtuelle de la fissure $(a+r)$ et P par σ_e il vient :

$$K_r = -\frac{2\sigma_e}{\pi} \sqrt{\pi(a+r)} \arccos \frac{x}{a+r} \quad (2.4)$$

$$K_\sigma = \sigma \sqrt{\pi(a+r)} \quad (2.5)$$

Le calcul de la taille r de la zone plastique se fait ensuite par une application classique du principe de superposition suivant (figure 2.4) :

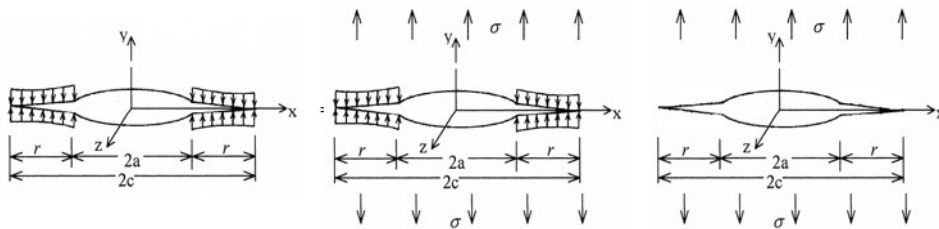


FIGURE 2.4 – Principe de superposition pour le modèle de Dugdale [25].

Nous avons $K_\sigma = K_r$, il vient :

$$\sigma \sqrt{\pi(a+r)} = \frac{2\sigma_e}{\pi} \sqrt{\pi(a+r)} \arccos \frac{x}{a+r}$$

$$\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e} \arccos \frac{x}{a+r}$$

On pose $y = \frac{\pi\sigma}{2\sigma_e}$, donc on écrit :

$$y = \arccos \frac{x}{a+r}$$

$$\Rightarrow \cos y = \frac{x}{a+r}$$

$$\Rightarrow r = a \left(\frac{1}{\cos y} - 1 \right) \quad \text{pour } x = a$$

$$\Rightarrow r = a(\sec y - 1) \quad (2.6)$$

La taille r de la zone plastique devient très grande lorsque la contrainte appliquée σ tend vers la limite d'élasticité σ_e du matériau. A l'inverse quand cette contrainte est faible par rapport à σ_e . Le développement limité de la fonction $\sec y$ conduit à :

$$\sec y = 1 + \frac{y^2}{2!} + \frac{y^4}{4!} + \frac{y^6}{6!} + \dots = 1 + \frac{y^2}{2} \quad (2.7)$$

En remplaçant l'équation 2.7 dans l'équation 2.6, il vient :

$$r = a \frac{y^2}{2} = \frac{a}{2} \left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e} \right)^2 \quad (2.8)$$

$$r = \frac{\pi^2 \sigma^2 a}{8\sigma_e^2} = \frac{\pi K^2}{8\sigma_e^2} \quad (2.9)$$

La comparaison des relations déterminées par les approches d'Irwin et de Dugdale conduit à des valeurs de la taille de zone plastique assez proches.

En substituant l'équation 2.9 dans l'équation 2.5, on détermine la correction du facteur d'intensité de contraintes due à la plasticité en pointe de fissure :

$$K_1 = \alpha\sigma \sqrt{\pi a \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e} \right)^2 \right)} \quad (2.10)$$

L'expression 2.11 est semblable à l'expression d'Irwin, de l'équation 2.5. En outre, Si $r \ll a$ les corrections de plasticité ne sont pas nécessaires. Si $r < a$, la mécanique élastique linéaire de rupture (LEFM) est une approche douteuse pour résoudre des problèmes d'ingénieur en utilisant les solides fragiles ou

élastiques et donc, l'approche la plus attrayante est la mécanique de rupture élasto-plastique.

La comparaison des approximations d'Irwin et de Dugdale peut être facilement faite en combinant les équations 2.6 et 2.9 pour l'état de contraintes planes, il vient :

$$r(\text{Irwin}) = \frac{2^2}{\pi} r(\text{Dugdale}) = 0.81 (\text{Dugdale}) \quad (2.11)$$

La figure 2.5 compare les facteurs d'intensité de contraintes normalisés des approximations d'Irwin et de Dugdale. Les courbes diffèrent d'une manière significative lorsque $\sigma/\sigma_e \rightarrow 1$; cependant, elles coïncident lorsque $0 < \sigma/\sigma_e \leq 0.2$. à ceci suggère fortement que des méthodes de l'approximation d'Irwin et de Dugdale devraient être employées très soigneusement pour des grands rapports de contraintes en raison dû à la différence des facteurs d'intensité de contraintes normalisés.

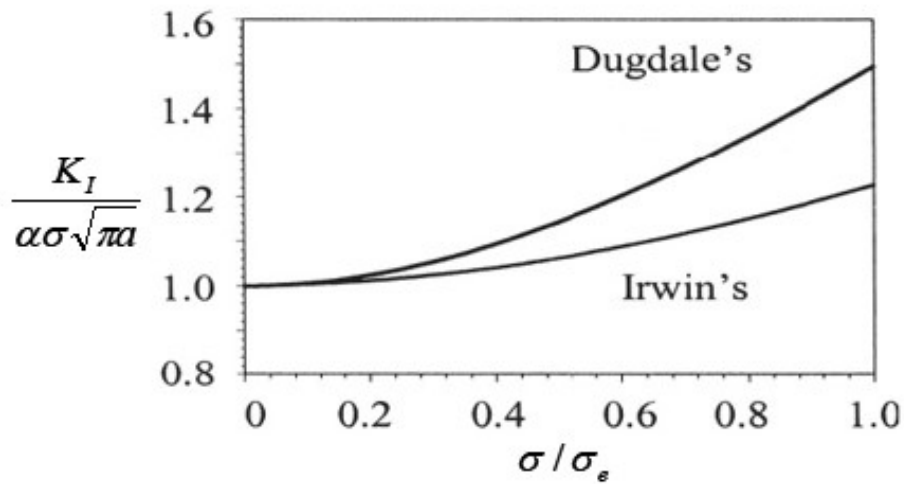


FIGURE 2.5 – Facteur d'intensité de contraintes normalisé en fonction du rapport des contraintes [16-17].

Le modèle de Dugdale conduit, après correction de la zone plastique, à un FIC effectif donné par :

$$K_{eff} = \frac{\sigma\sqrt{\pi}}{\sqrt{\cos\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e}\right)}} \quad (2.12)$$

La relation précédente tend toutefois à surestimer la valeur du FIC. Burdekin et Stone ont obtenu une estimation plus raisonnable pour le même type de modèle. L'expression du K_{eff} que proposent ces auteurs est :

$$K_{eff} = \sigma\sqrt{\pi a} \sqrt{-\frac{8}{\pi^2} \log\left(\sqrt{\cos\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e}\right)}\right)} \quad (2.13)$$

2.4 Ouverture du front de fissure

La mécanique de la rupture linéaire-élastique (MRLE) peut être appliquée lorsque la zone plastique est petite par rapport à la dimension de la fissure. Lorsque cette zone plastique devient grande par rapport à la dimension de la fissure, la MRLE ne peut plus s'appliquer. C'est en particulier le cas lorsque l'on se trouve en état plans de contraintes plutôt qu'en état plans de déformations.

Pour déterminer le facteur d'intensité de contraintes à l'aide des éprouvettes de faibles dimensions, on peut utiliser différentes approches. En effet, la détermination directe nécessite que l'on soit en état plans de déformations, impliquant de très grosses éprouvettes, en particulier pour les aciers ayant une faible limite d'élasticité. Les concepts de l'ouverture en front de fissure (COD ou CTOD), de l'intégrale J et de la courbe de résistance permettent d'éviter ce problème.

La mécanique linéaire de rupture limite l'utilisation des matériaux élastique-plastique dus à la formation de grandes zones plastiques et de comportement plastique non-linéaire. En outre, le CTOD est une mesure de ténacité des matériaux qui subissent la transition ductile-fragile et élastique-plastique où le comportement est entièrement plastique dans les grandes structures (bateaux, réservoirs de pression). La contrainte critique et la taille de fissure pourraient être prévus en utilisant cette technique, à condition que la valeur critique de CTOD «Crack Tip Opening Displacement» - comme paramètre alternatif à la mécanique linéaire de la rupture ou plus précisément au concept de FIC, lorsque la plastification devient importante comme c'est le cas dans les matériaux très ductiles, soit connue ($\delta_t = \delta_e$). Wells observa que l'émoussement de l'extrémité des fissures augmentait avec la ténacité des matériaux. Cela l'a conduit à proposer l'écartement au fond de fissure comme mesure de la ténacité. Le CTOD, ou écartement de fissure δ a ainsi été défini à partir des déplacements de la pointe de fissure, mesurés à l'intersection de la frontière de la zone plastique avec les lèvres de la fissure (Figure 2.6.a). Il existe de nombreuses façons de calculer cet écartement δ . Par exemple, Tracey a proposé de définir cet écartement à l'intersection de deux droites passant à 45° de l'axe et des lèvres de la fissure (Figure 2.6.b).

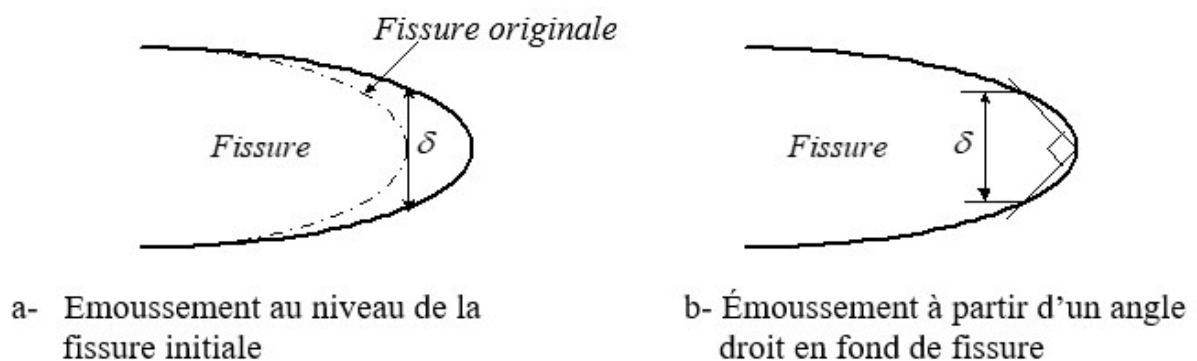


FIGURE 2.6 – Émoussement de la fissure.

La figure 2.6 montre le modèle du Dugdale [25] pour une fissure centrale contenant des zones plastiques étroites confinées dans une plaque mince. En conséquence, la zone plastique atteint une taille critique et la progression de la fissure se produit puisque la plasticité localisée donne une augmentation de la densité de dislocation, formation des cavités, la coalescence, qui agissent en tant que microfissures dans le volume de la zone plastique au front de la fissure principale.

L'analyse proposée par Wells tente de relier le CTOD au FIC lorsqu'on est en régime de plasticité confinée. Pour examiner cette approche on va considérer une fissure avec une faible zone plastifiée indiquée sur la figure 2.6.b. Irwin montra qu'une telle fissure se comporte comme si elle était effectivement plus longue du fait de l'écoulement plastique au fond de fissure. On peut alors estimer le CTOD en augmentant la longueur de fissure de r_y , la correction de zone plastifiée.

Selon les modèles représentés sur les figures 2.6.a et 2.6.b, δ correspond au déplacement relatif des lèvres supérieures et inférieures de fissure (écartement). Si des mesures du COD de fissure sont faites assez étroitement au fond de fissure, donc $\delta \rightarrow \delta_f$. De la figure 2.6.b, est défini comme deux fois le déplacement au fond de fissure dans la direction y . Par conséquent :

$$\delta_f = 2\mu_y \quad (2.14)$$

Suite à la configuration de la fissure représentée sur la figure 2.6.b, le COD peut être défini par l'ouverture des lèvres de la fissure appelée COD (crack opening displacement) est un paramètre important. En prenant les notations et les axes de la figure 2.6.b, le COD peut être décrit par les équations (2.13,2.14) :

$$\delta = \frac{4\sigma}{E} \sqrt{a^2 - x^2} \quad \text{sans correction} \quad (2.15)$$

$$\delta = \frac{4\sigma}{E} \sqrt{(a^2 + r^2) - x^2} \quad \text{avec correction} \quad (2.16)$$

Au centre de la fissure ($x = 0$), le COD vaut :

$$COD_{max} = \frac{4\sigma}{E} a \quad (2.17)$$

$$COD_{max} = \frac{4\sigma}{E} \sqrt{(a^2 + r^2)} \quad (2.18)$$

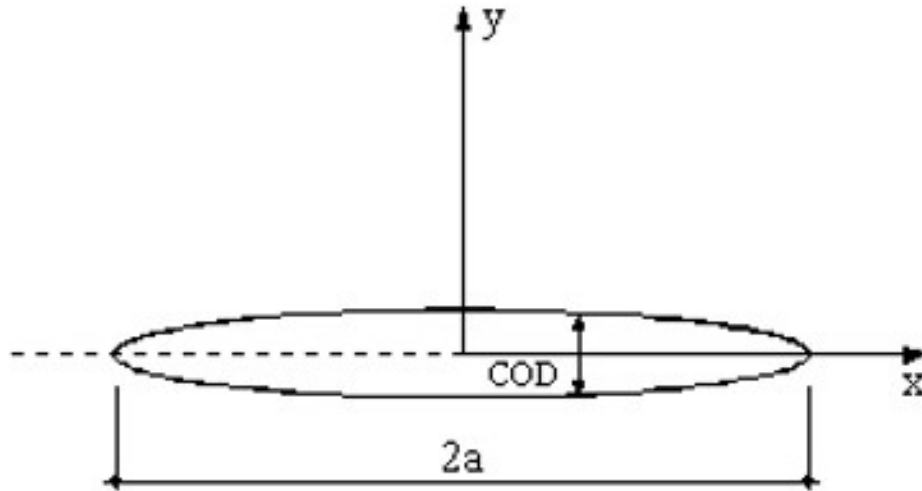


FIGURE 2.7 – Ouverture de la fissure (COD) .

Si $x = a$ donc $\delta = \delta_t$

$$\delta_t = \frac{4\sigma}{E} \sqrt{(a^2 + r^2) - a^2} \approx \frac{4\sigma}{E} \sqrt{2ar} \quad (2.19)$$

En introduisant les équations 2.6 et 2.15 indépendamment dans l'équation 2.16 et supposons l'état de contraintes planes, l'ouverture de la fissure s'écrit :

$$\delta_t = \frac{4a\sigma^2}{E\sigma_e} = \frac{4K_I^2}{\pi\eta E\sigma_e} \quad (\text{Irwin}) \quad (2.20)$$

$$\delta_t = \frac{2\pi a\sigma^2}{E\sigma_e} = \frac{4K_I^2}{E\sigma_e} \quad (\text{Dugdale}) \quad (2.21)$$

La relation regroupant les deux approches, s'écrit :

$$\delta_t (\text{Irwin}) = \frac{2}{\pi} \delta_t (\text{Dugdale}) \quad (2.22)$$

Burdekin [26] et Rice [19-20] ont développé des modèles mathématiques en se basant sur le travail de Dugdale [25] et la définition de l'équation 2.22 pour des états contraintes planes. Par conséquent,

$$\delta_t = \frac{8a\sigma_e}{\pi E} \log \left[\sec \left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e} \right) \right] \quad (\text{Burdekin})$$

La taille de la zone plastique r_p s'avère deux fois plus grande que la première estimation r_p^* . Puisque $r_y = r_p^*$, il suit que la fissure se comporte comme si sa longueur était $a + r_p^*$. La quantité r_p^* est la correction de la zone plastique d'Irwin. Supposant pour l'instant que la zone plastique à une forme circulaire, la situation peut être représentée par sur la figure II.4, là où la fissure efficace se prolonge au centre de la zone plastique.

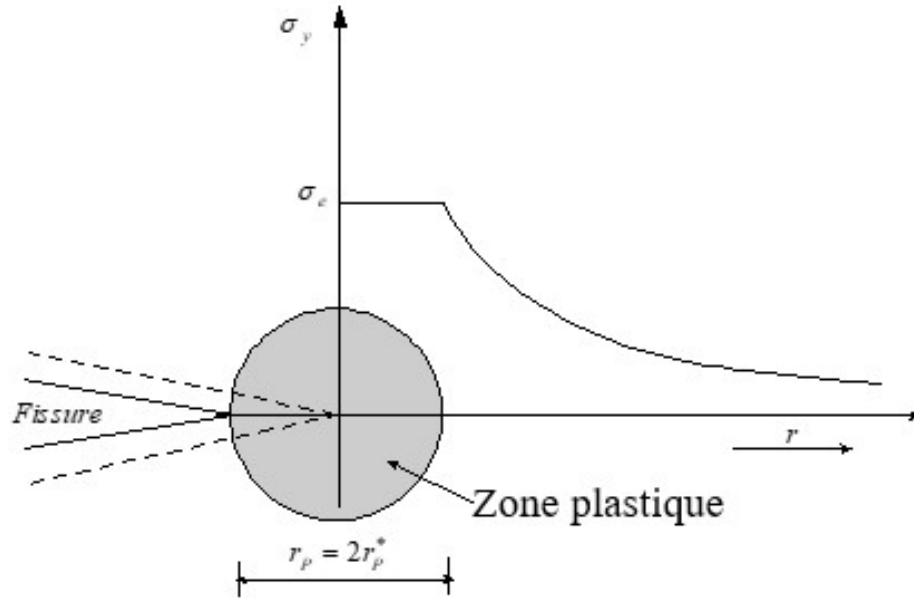


FIGURE 2.8 – Correction de la zone plastique (Irwin)..

La distribution des contraintes dans la répartition élasto-plastique pour $r < r_p$ (figure 2.8) est obtenue par une translation sur la distance r_y de la répartition élastique. Irwin prend compte de cette translation en définissant un facteur d'intensité de contraintes effectif obtenu en augmentant la longueur de fissure de r_y . Ce qui revient à considérer non pas la longueur réelle a de la fissure mais une longueur effective $a + r_p^*$.

$$K = \alpha \sigma \sqrt{\pi (a + r_p^*)} = \alpha \sigma \sqrt{\pi a \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{\sigma_e^2}\right)} \quad (2.23)$$

En outre, la taille de la zone plastique pour des états plans (contraintes et déformations) peut être facilement déterminée, ainsi,

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\eta \sigma_e}\right)^2 = \frac{a}{2} \left(\frac{K_I}{\eta \sigma_e}\right)^2 \quad (2.24)$$

Le même raisonnement peut être employé ainsi pour le mode, la zone plastique devient :

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{III}}{\tau_e}\right)^2 \quad (2.25)$$

La quantité r_y s'ajoute à la longueur réelle de la fissure dans le calcul du facteur d'intensité de contraintes équivalent :

$$K_{Ie} = \sigma \sqrt{\pi a_{eff}} \quad (2.26)$$

Où : a_{eff} est la longueur effective de la fissure.

2.5 Forme de la zone plastique

La forme circulaire de la zone plastique que nous avons admise au cours de la première approche n'est qu'une grossière approximative a été considérée le long de l'axe des abscisses x pour $\theta = 0$. En fait, si l'on adopte les critères de Tresca et de Von Mises, on obtient une forme sensiblement différente qui, de plus, varie dans l'épaisseur de la pièce puisqu'à la surface règne un état de contraintes planes alors qu'à cœur l'on se rapproche davantage d'un état de déformations planes. Le critère de Von Mises et le Tresca peuvent être employés pour dériver des expressions pour la taille de la zone plastique.

2.5.1 Modélisation du seuil plastique

Les déformations plastiques des métaux sont les résultats de glissements des cristaux. Les lignes de glissement correspondent aux facettes de l'élément de volume où il y a le cisaillement maximal

On peut exprimer les composantes de contraintes sous la forme suivante :

$$\sigma_{ij} = S_{ij} + \delta_{ij} \frac{1}{3} tr \sigma \quad (2.27)$$

S_{ij} : sont les composantes du déviateur.

$tr \sigma$: est la trace du tenseur de contrainte : $tr \sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$

δ_{ij} : est l'indice de Kroneker = $\begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} - \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} - \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} - \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \end{bmatrix}$$

2.5.2 Critère de Von-Mises

Ce critère considère que le seuil de plasticité est lié à l'énergie élastique de cisaillement. C'est l'énergie déviatrice qui provoque la plasticité selon les plans de cisaillement maximum.

L'énergie :

$$W_d = \int S_{ij} \cdot d\varepsilon_{ij}^e \quad (2.29)$$

Avec :

$$\varepsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} \cdot \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} tr \sigma = \frac{1+\nu}{E} S_{ij} + \frac{1-2\nu}{E} \delta_{ij} tr \sigma \quad (2.30)$$

D'où

$$d\varepsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} dS_{ij} = \frac{1}{2\mu} dS_{ij} \quad (2.31)$$

$$W_d = \int S_{ij} \cdot dS_{ij} = \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{1}{2} S_{ij} \cdot S_{ij} = \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{II} \quad (2.32)$$

Ecrivons que cette énergie d'un état tridimensionnel est égale à celle d'un état unidimensionnel de traction pure équivalent de seuil $\sigma = \sigma_e$:

$$W_d = \frac{1}{4\mu} \cdot S_{ij} \cdot S_{ij} = \frac{1}{6\mu} \sigma_e^2 \quad (2.33)$$

La comparaison entre 2.30 et 2.31 conduit au critère de Von-Mises qui s'écrit sous la forme suivante :

$$S_{II} - \frac{S_e^2}{3} = 0 \quad (2.34)$$

dans l'espace des contraintes à six dimensions :

$$(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + (\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2) = 2\sigma_s^2 \quad (2.35)$$

dans l'espace des contraintes principales à trois dimensions :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2} = \sigma_s \quad (2.36)$$

L'équation 2.35, représente un cylindrique à base circulaire de rayon $R = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_s$

Ce critère est déduit de la théorie maximum d'énergie de déformation à laquelle l'état de contraintes est mentionné pendant que les principales directions de contraintes et les contraintes principales sont définies par les équations mathématiques suivantes :

$$[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = 2\sigma_e^2 \quad (2.37)$$

et

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.38)$$

En substituant les équations 2.37 dans 2.36, les contraintes principales s'écrivent :

$$\sigma_1 = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2}\right) \quad (2.39)$$

$$\sigma_2 = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad (2.40)$$

$$\sigma_3 = 0 \quad \text{En état de contraintes planes} \quad (2.41)$$

$$\sigma_1 = \frac{2\nu K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \quad \text{En état de déformations planes} \quad (2.42)$$

La substitution de l'équation 2.37 à travers 2.42 dans 2.36 et faisant les transformations mathématiques, le critère de Von Mises rapporte :

$$\frac{K_I^2}{2\pi} \left(\frac{3}{2} \sin^2 \theta + h(1 + \cos \theta) \right) = 2\sigma_e^2$$

En déterminant le rayon r de la zone plastique, il vient :

$$r_p = \frac{1}{4\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_e^2} \left(\frac{3}{2} \sin^2 \theta + h(1 + \cos \theta) \right) \quad (2.43)$$

où $h = 1$ en état de contraintes planes.

$h = (1 - 2\nu)^2$ en état de déformations planes.

Si $\theta = 0$, l'équation 2.43 donne la taille de la zone plastique le long de l'axe x :

$$r_p = \frac{h}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2 = \frac{ha}{2} \left(\frac{\sigma}{\sigma_e} \right)^2 \quad (2.44)$$

Cette équation 2.44 est semblable à l'équation II.7 en état de contraintes planes. En cas réel, il existe deux états de sollicitations différentes : au cœur de l'éprouvette on est en présence de déformations planes et en surface en état de contraintes planes. En conséquence, la zone plastifiée doit décroître graduellement depuis la surface jusqu'au cœur.

2.5.3 Critère de Tresca [29]

Le critère de Tresca considère que le seuil de plasticité est lié à la contrainte de cisaillement maximale. Celle-ci s'exprimant en fonction de la différence des contraintes principales. Le seuil sera atteint pour :

$$\sigma_e = \sup_{i \neq j} (|\sigma_i - \sigma_j|) \quad (2.45)$$

Ainsi la surface d'écoulement pour ce critère s'exprime par :

$$\sup_{i \neq j} (|\sigma_i - \sigma_j|) - \sigma_e = 0 \quad (2.46)$$

Ou dans une forme symétrique par :

$$[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - 4\sigma_e^2] [(\sigma_2 - \sigma_3) - 4\sigma_e^2] [(\sigma_3 - \sigma_1) - 4\sigma_e^2] = 0 \quad (2.47)$$

Dans l'espace des contraintes principales le critère de Tresca est représenté par un prisme droit à base hexagonale. Ce prisme est inscrit dans le cylindre de Von-Mises.

Ce critère est basé sur la contrainte de cisaillement maximale, et selon le cercle de Mohr, il vient :

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{1}{2}\sigma_e \quad (2.48)$$

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \sigma_e$$

$\sigma_1 = \sigma_e$: en état de contraintes planes

$(\sigma_1 - \sigma_3) = \sigma_e$: en état de déformations planes

$(\sigma_1 - \sigma_2) = \sigma_e$: en état de déformations planes

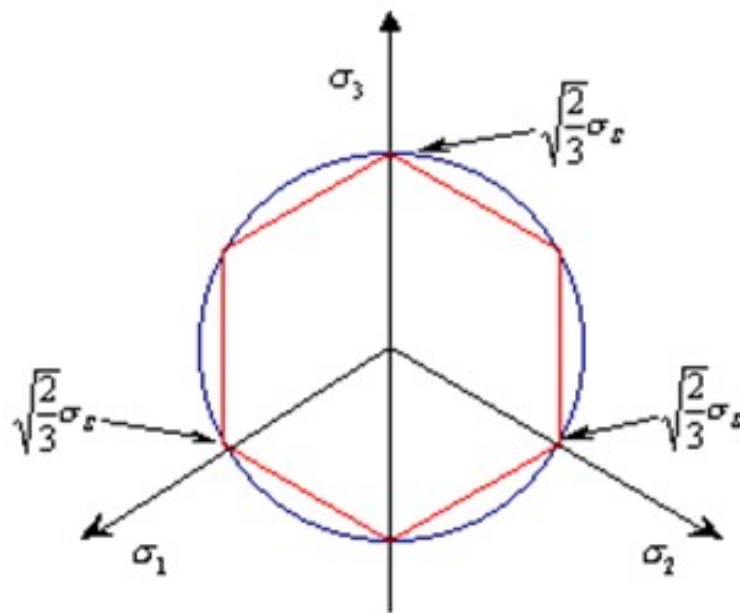


FIGURE 2.9 – Représentation géométrique du critère de Tresca et Von-Mises [29].

Par conséquent le facteur de correction de la zone plastique dérivé de l'équation II.1 n'est pas souhaitable en état de déformations planes. Si le critère de Tresca est employé, la forme en plastique de zone s'avère être légèrement différente. A partir des cercles de Mohr on constate que la contrainte de cisaillement maximum en état de contraintes planes est égale $\tau_{\max} = \frac{1}{2}\sigma_1$, et en état de déformation planes $\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)$ ou $\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$, la plus grande valeur. En employant les équations (2.37-2.42) la zone plastique de Tresca est déterminée comme suit :

-Etat de contraintes planes

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_e^2} \left(\cos \frac{\theta}{2} + \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \right) \right)^2 \quad (2.49)$$

-Etat de déformations planes

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_e^2} \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} + \left(1 + 2\nu + \sin \frac{\theta}{2} \right) \right)^2 \quad \text{et} \quad r_p = \frac{1}{2\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_e^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (2.50)$$

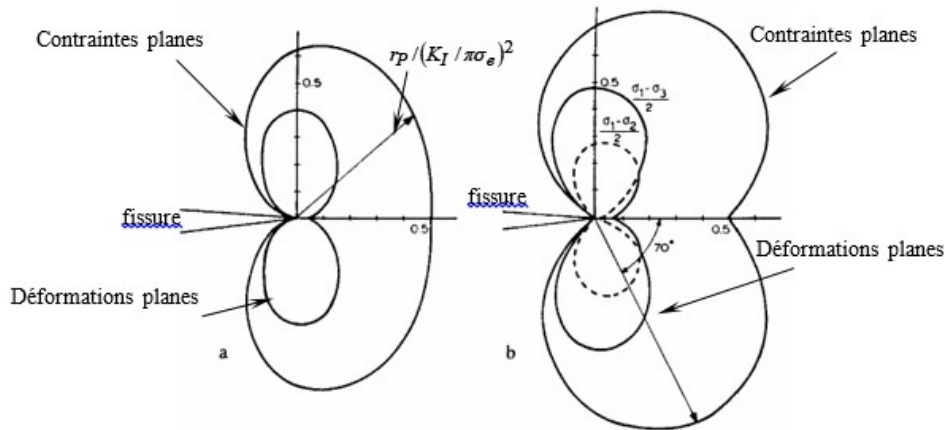


FIGURE 2.10 – Forme de la zone plastique a) Critère de Von Mises, b) Critère de Tresca.

Sur la base des équations (II.57, II.58) la zone plastique de Tresca est de la forme représentée sur la figure II.10. Les zones de Tresca sont légèrement plus grandes et d'une forme légèrement différente des zones plastiques de Von Mises.

Des analyses semblables peuvent être faites pour des modes II et III de fissuration. Des formes de la zone plastique pour ces modes sont montrées sur la figure II.13, dans le cas d'un calcul fondé sur la base du critère de Von Mises [29]. La forme et la taille de la zone plastique sont sensiblement différentes. Dans ces deux cas, la prise en compte de la redistribution des contraintes est assez délicate et requiert l'usage de méthodes de relaxation. Une analyse plus précise des zones plastiques en employant les méthodes de relaxation [30] peut expliquer la redistribution des contraintes. Ceci a été fait par Stimpson et Eaton [31]. Hult et McClintock [32, 33] et McClintock [34] ont traité le cas du mode des analyses plus récentes ont été contribuées par Tuba [35] et par Rice et Rosengren [36]. Leurs résultats sont présentés sur la figure II.12.a. Selon Tuba [25], le rayon est maximal à $\theta = 69^\circ$, qui est montré dans la figure pour différentes valeurs σ/σ_e . A cet angle que la contraintes de cisaillement est maximale Rice et Rosengren [36] ont prouvé que la zone plastique est légèrement affectée par le taux d'érouissage et le point le plus éloigné de la zone plastique est à $\theta = 100^\circ$ (figure II.14.b).

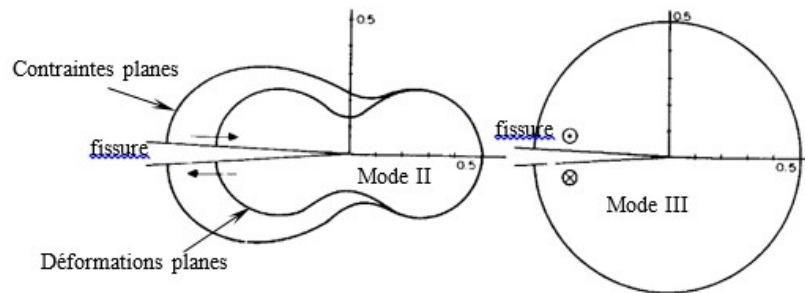


FIGURE 2.11 – Forme de la zone plastique pour les modes II et III [36].

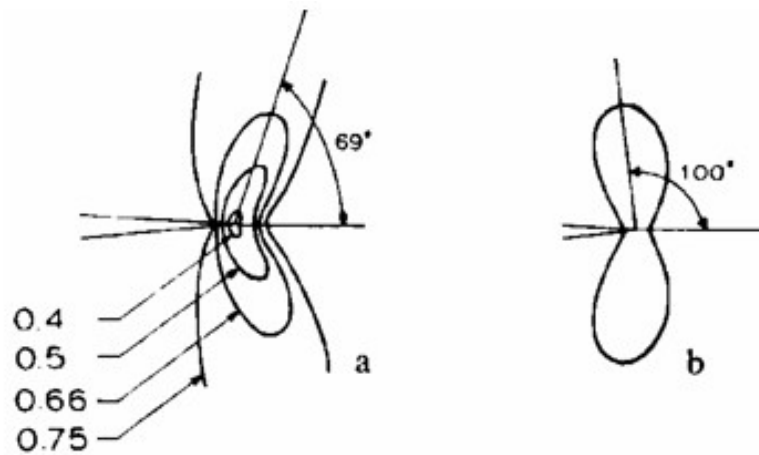


FIGURE 2.12 – Forme de la zone plastique : a-Tuba [31], b- Rice et Rosengren [36].

2.5.4 Estimation de la taille de la zone plastifiée au fond d'entaille

La taille de la zone plastifiée au sein d'une zone de concentration de contraintes peut être déterminée par la distance ℓ entre le fond d'entaille et le point où le champ de contrainte devient inférieur à la limite élastique.

Pour des entailles aiguës Creager et Paris a29 ont proposé la relation suivante :

$$\ell = r \left[\left(\frac{K_t \sigma_N}{\sigma_e} \right)^{2/3} - 1 \right] \text{ pour } \left[\left(\frac{K_t \sigma_N}{\sigma_e} \right) \geq 1 \right] \quad (2.51)$$

Où r est le rayon à fond d'entaille et σ_N la contrainte nominale.

Neuber a30 a montré que pour un comportement élastique, la contrainte à un point x du fond d'entaille est approximativement (voir figure II.15).

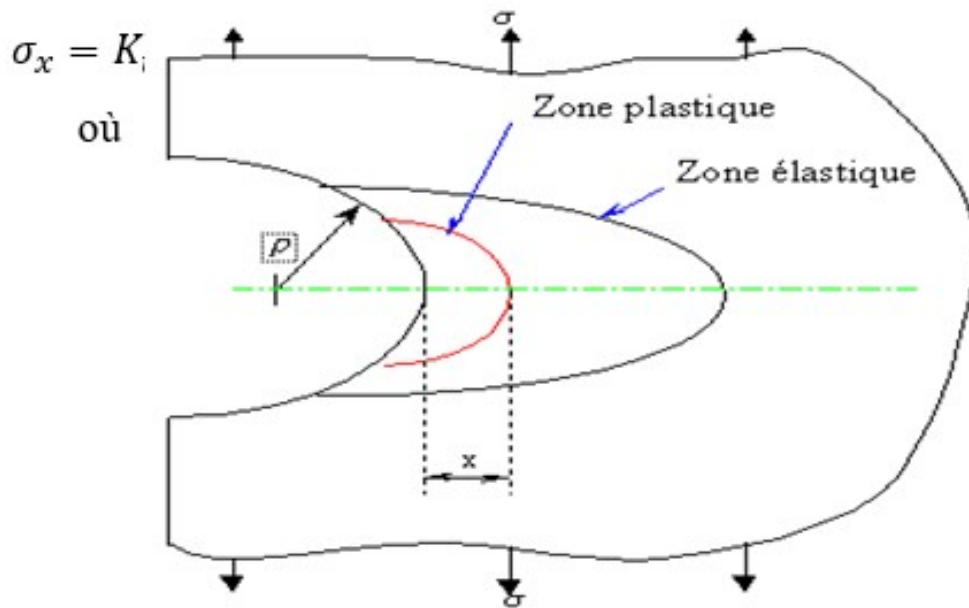


FIGURE 2.13 – Champ élastique et plastique au niveau de l'entaille.

2.6 Conclusion

Dans ces formules, un état de contrainte uniaxial est supposé ; mais lorsque la taille de zone plastique devient supérieure à environ 0.2 fois la longueur entre l'entaille et le bord libre, l'état de contrainte est multiaxial au niveau de l'entaille, et dans ce cas la taille de la zone plastique est surestimée. Si par contre la zone plastique est petite, l'erreur entre l'expérience et le calcul est inférieure à 10% [16,17]. Dans le cas où la largeur de l'éprouvette conduit à un état de déformation plane, la taille de la zone plastique sera surestimée.

3

Résultats et discussions

3.1 Introduction

La mécanique de la rupture est une méthode basée sur l'utilisation de la méthode des éléments finis, qui permet de déterminer les différents paramètres qui sollicitent chaque structure, que ce soient pour la détermination de sa durée de vie, des propagations des fissures pour différents modes d'ouverture, ainsi les différentes contraintes induites pour ces structures, même les déplacements nodaux. La méthode XFEM (méthode de l'étendu de la zone plastique) est aussi une méthode qui permet de déterminer l'évolution et la trajectoire de la propagation des différentes fissures au voisinage des différents nœuds du maillage approprié. Dans ce chapitre, on propose une simulation numérique par la méthode des éléments finis étendue par le logiciel Abaqus en vue de déterminer l'application de cette méthode et son efficacité pour la détermination des différents paramètres, à savoir les contraintes normales, les contraintes tangentielles, ainsi les contraintes équivalentes de Von Mises, puis les déplacements de la partie supérieure de notre modèle, et en fin l'évolution de la propagation de la fissure pour les différentes longueurs de fissures en fonction du temps.

3.2 Présentation du model

3.2.1 Propriétés mécaniques et dimensions du model

Notre étude se fait sur une éprouvette CT (Compact-Tension) d'alliage d'aluminium 2024 T3, soumise à un effort de traction sur le trou supérieur de l'éprouvette, et encastrée sur le trou de la partie inférieure de la plaque. (Figure III.1).

Les propriétés mécaniques de cet alliage sont :

On a traité le cas d'une éprouvette C-T, de hauteur 60mm , $d = 10\text{mm}$, de 65mm largeur; d'épaisseur $h = 1\text{mm}$ et d'une longueur de la fissure variable (2mm , 4mm , 6mm et 10mm). Deux trous circulaires de 8mm de diamètre, et les autres dimensions sont illustrés sur la figure III.a.

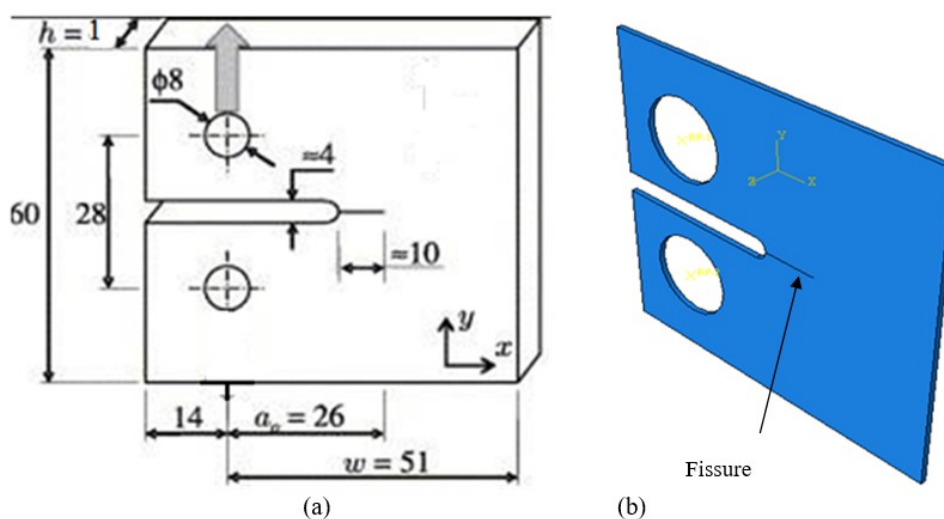


FIGURE 3.1 – Représentation schématique du modèle.

3.2.2 Conditions aux limites et maillage du model

L'éprouvette est soumise à un effort de traction sur le trou supérieur de l'éprouvette, et encastrée sur le trou de la partie inférieure de la plaque. (Figure III.2).

Maillage linéaire à 16814 nœuds avec 3998 éléments par notre logiciel de calcul Abaqus 6.14

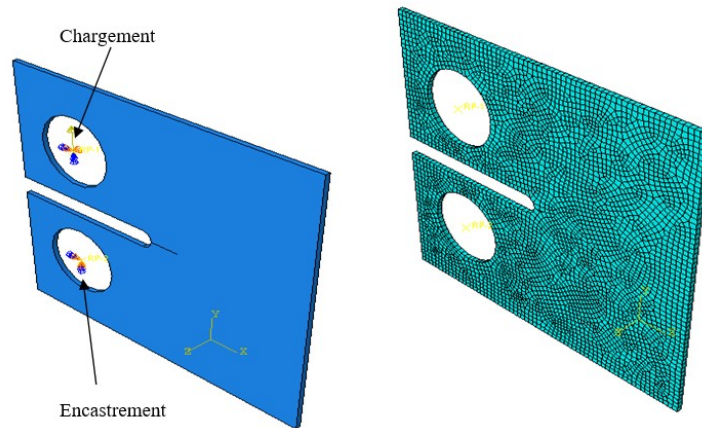


FIGURE 3.2 – Conditions aux limites et maillage adapté au modèle.

3.2.3 Effet de la charge

Afin de voir l'effet des différents chargements sur cette éprouvette, on a utilisé une fissure de 2mm de longueur et de même épaisseur que la plaque, on est abouti à ces différentes contraintes les plus importantes qu'on va les déterminer ci-dessous.

3.2.4 Contrainte équivalente de Von Mises

Pour la variation de la contrainte équivalente de Von mises en fonction des différentes charges, on remarque qu'au fur et à mesure que la charge augmente, la contrainte de Von Mises connaît une évolution progressive en allant de 88MPa pour une charge de 70MPa , jusqu'à 170MPa pour une charge de 300MPa . En tête de fissure, il y'a une concentration de contrainte créant un champ de contrainte très élevé, cela s'explique par l'ouverture de la fissure (C.O.D) (Direct Opening Crack) dû au chargement de traction de l'éprouvette dans sa partie supérieure, et d'autre part par l'encastrement au niveau du trou de l'éprouvette dans sa partie inférieure.

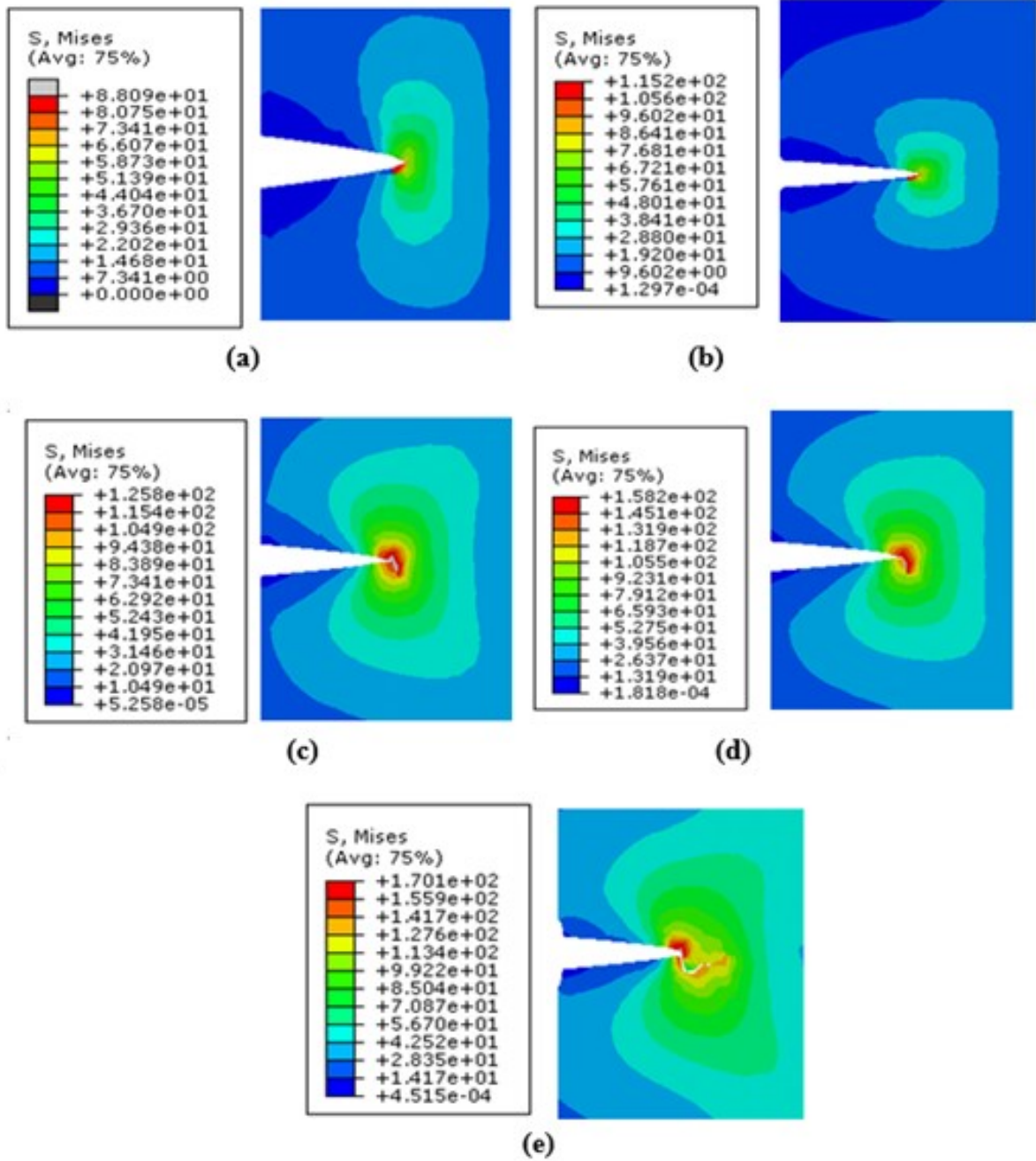


FIGURE 3.3 – Répartition des contraintes de Von Mises pour les différentes charges : (a) 70MPa , (b) 100MPa , (c) 160MPa , (d) 200MPa , (e) 300MPa .

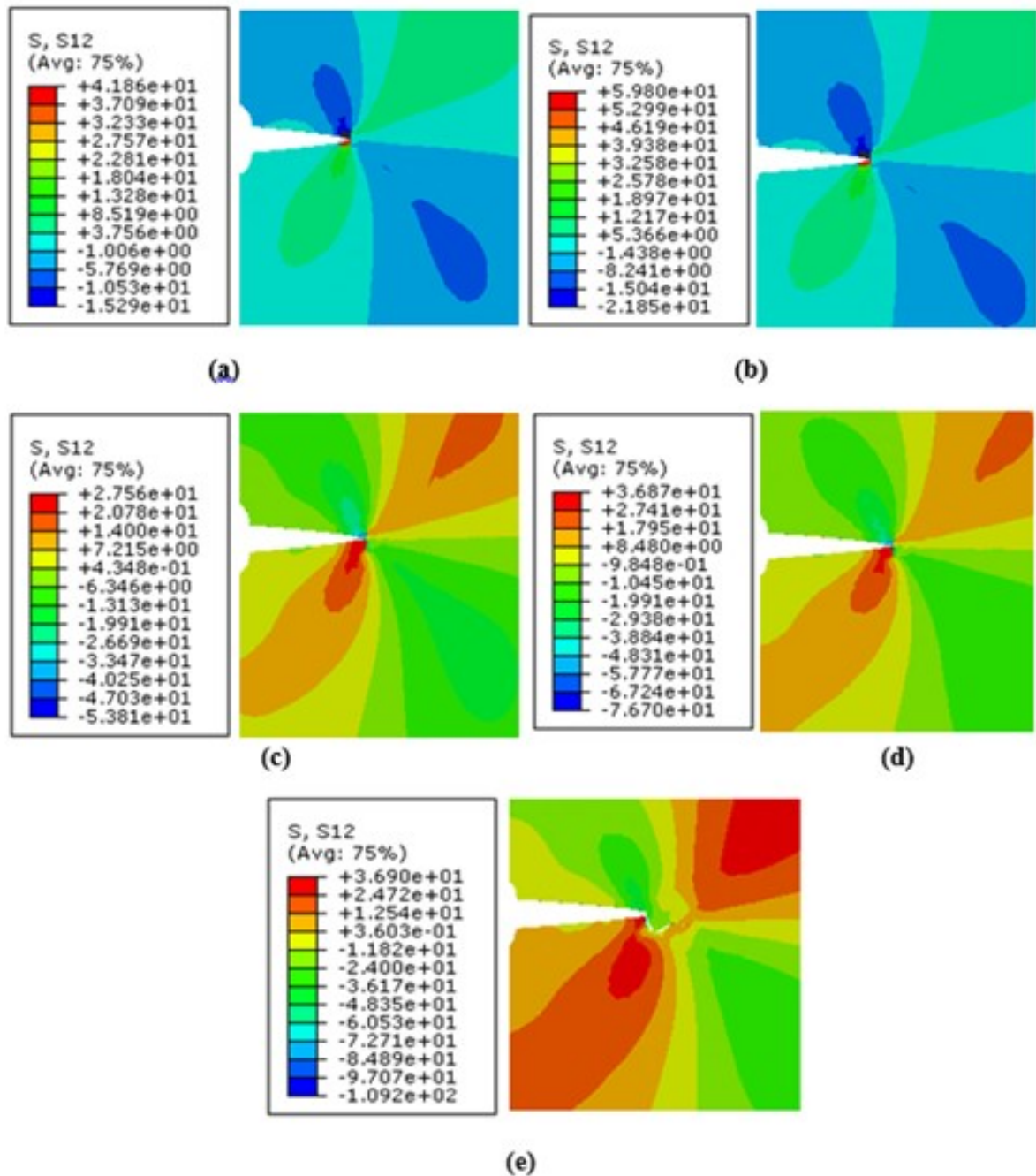
3.2.5 Contraintes tangentielles τ_{xy} 

FIGURE 3.4 – Répartition des contraintes tangentielles τ_{xy} pour les différentes charges : (a) 70MPa, (b) 100MPa, (c) 160MPa, (d) 200MPa, (e) 300MPa.

Puisque on a considéré notre éprouvette qui sollicitée en traction sur sa partie supérieure, donc selon notre repère, les contraintes tangentielles les plus importantes sont selon les directions x et y , d'où on a choisi d'extraire les contraintes tangentielles τ_{xy} , on constate que les deux premières charges de 70MPa et 100MPa, il y'a une faible concentration de contrainte au voisinage de la tête de fissure, mais pour les autres charges, la concentration des contraintes en tête de fissure est clairement nette, elle de part et

d'autre du front de fissure. Pour la charge de $300MPa$, la fissure commence à se propager d'une allure non linéaire en faisant un déchirement de l'éprouvette et la contrainte maximale pour cette charge n'excède pas les $40MPa$.

3.2.6 Contraintes normales σ_{yy}

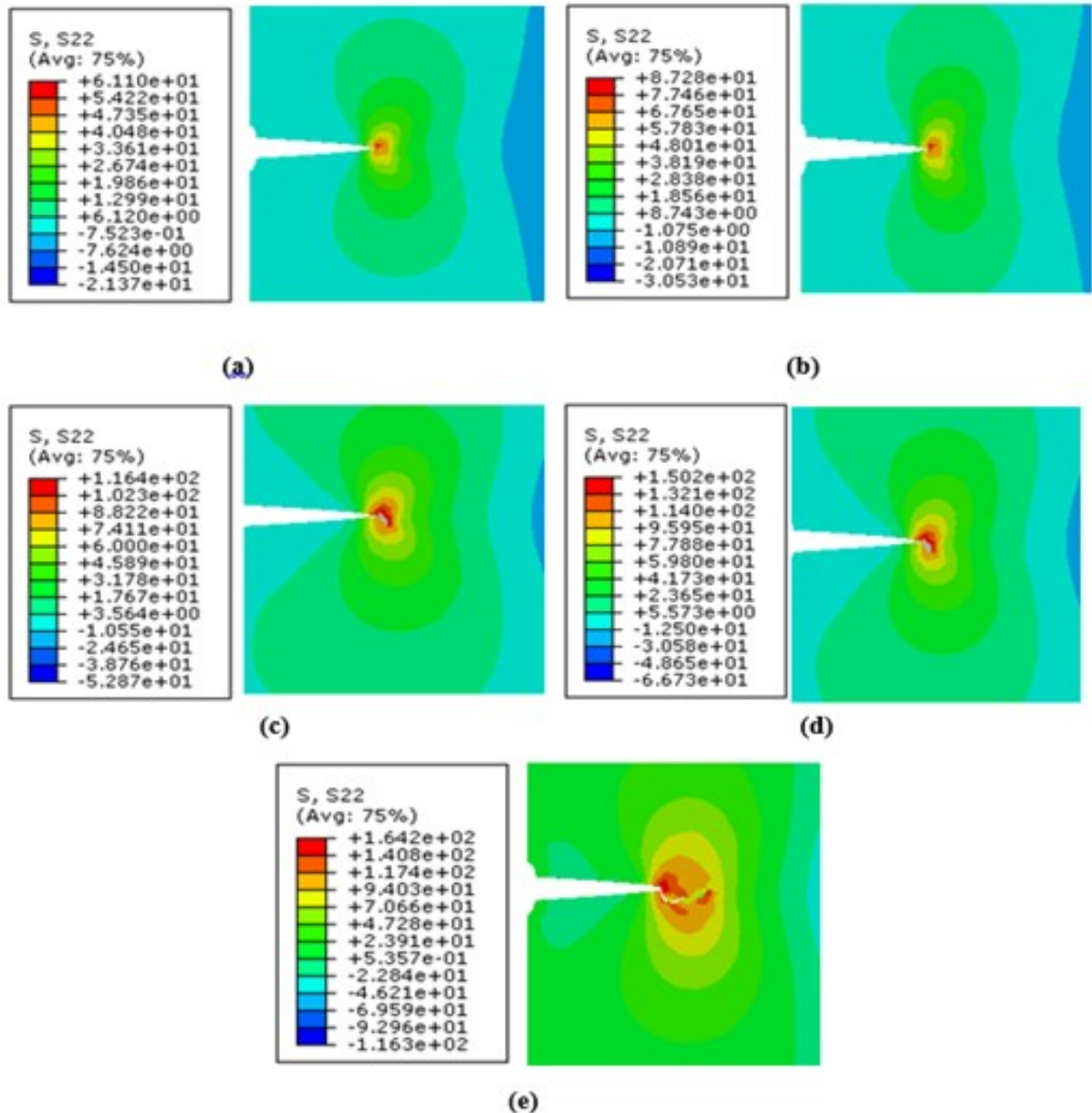


FIGURE 3.5 – Répartition des contraintes normales σ_{yy} pour les différentes charges : (a) $70MPa$, (b) $100MPa$, (c) $160MPa$, (d) $200MPa$, (e) $300MPa$.

Dans cette figure, la forme de la zone plastique est bien claire, et a bien respectée sa forme de la littérature de la mécanique linéaire de la rupture, avec la concentration très importante au voisinage de la tête de fissure, qui atteint environ $61MPa$ pour une charge de $70MPa$ et pour un chargement de $300MPa$, cette contrainte normale atteint les $164.2MPa$. L'amorçage de la fissure commence à partir de la charge

de $160MPa$, et se dirige vers la partie inférieure de l'éprouvette, cela est dû au chargement de traction sur la partie supérieure de l'éprouvette et par l'encastrement au niveau du trou de la partie inférieure de l'éprouvette, donc ces contraintes normales se trouvent dans un champ de contraintes très élevé.

3.2.7 Répartition du déplacement pour $\sigma = 300MPa$

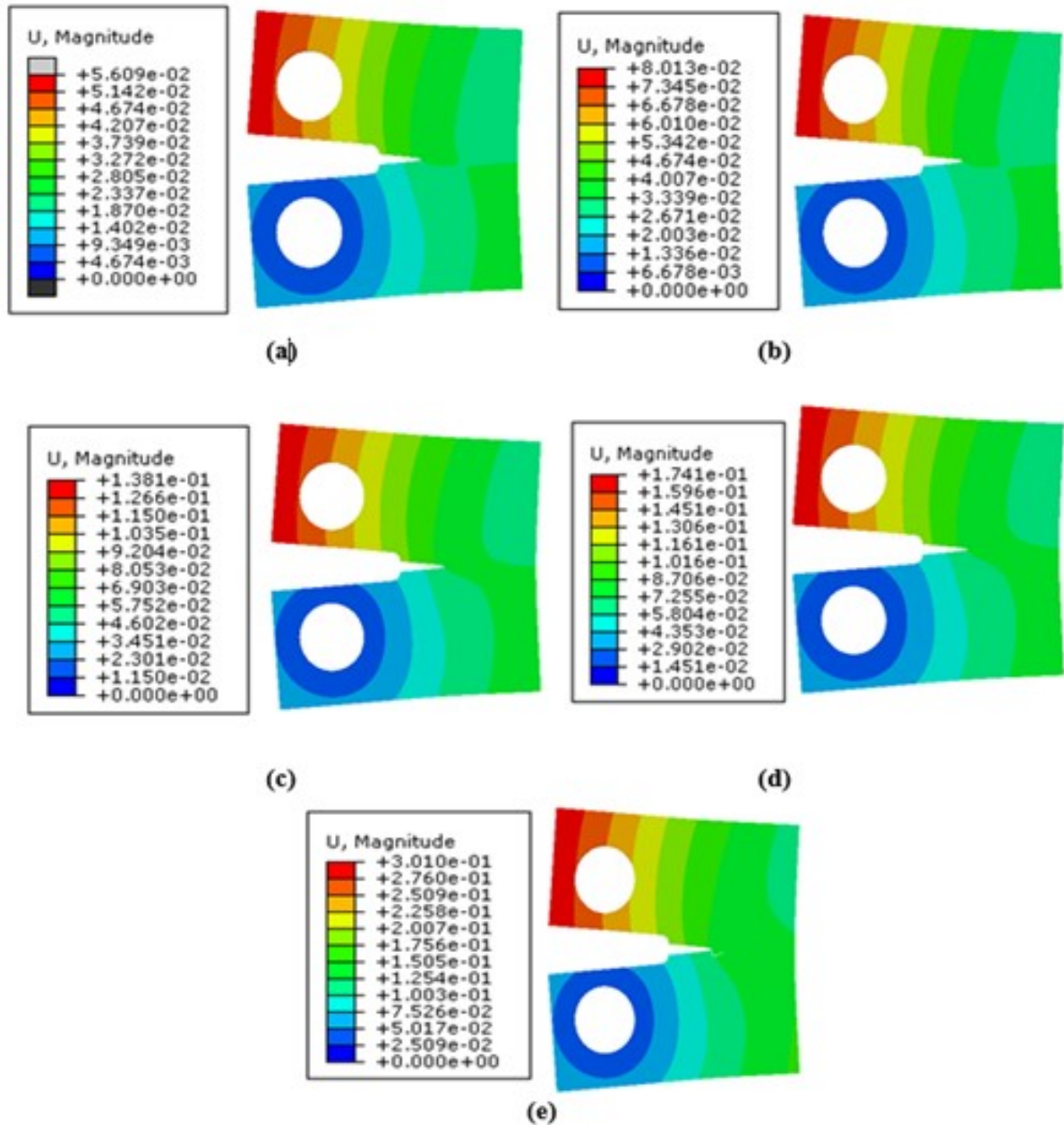


FIGURE 3.6 – Répartition des différents déplacements pour les différentes charges : (a) $70MPa$, (b) $100MPa$, (c) $160MPa$, (d) $200MPa$, (e) $300MPa$.

Les premières constatations indiquent que les déplacements les plus importants sont représentés sur la partie supérieure de l'éprouvette, en dépit du chargement de traction au niveau du trou supérieur et atteignent environ $0.3mm$ pour un chargement de $300MPa$, mais reste toujours un déplacement faible.

Dans la partie inférieure de l'éprouvette, et au voisinage du trou inférieur, le déplacement étant presque nul, mais au côté droit de ce trou inférieur, l'éprouvette connaît un faible déplacement de l'ordre de 0.125mm

3.3 Effets de la longueur de fissure ($\sigma = 300\text{MPa}$)

3.3.1 Contrainte équivalente de Von Mises

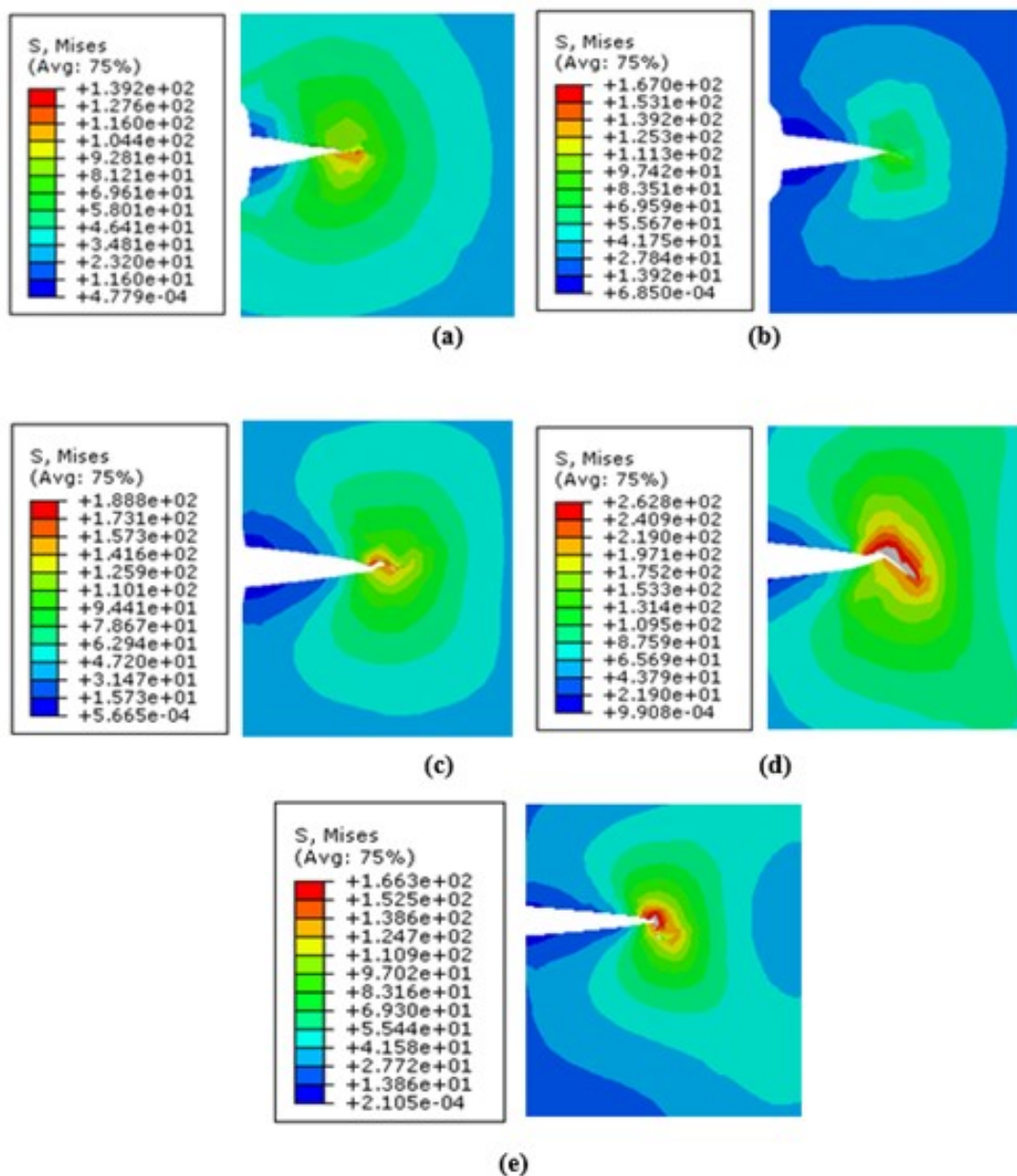


FIGURE 3.7 – Répartition des contraintes de Von Mises pour les différentes longueurs de la fissure : (a) 2mm , (b) 4mm , (c) 6mm , (d) 8mm , (e) 10mm .

La répartition des contraintes équivalentes de Von Mises en fonction de la longueur de fissure connaît un champ de contrainte très élevé au voisinage de la tête de fissure, qui commence à se propager et suivre un chemin non linéaire et non stable, et au fur et à mesure que la fissure initiale augmente de taille, son amorçage est très significatif, avec un chargement aussi assez important, la fissure suit une trajectoire non maîtrisable allant jusqu'à la rupture de l'éprouvette pour des charges assez élevées.

3.3.2 Contraintes tangentielles τ_{xy}

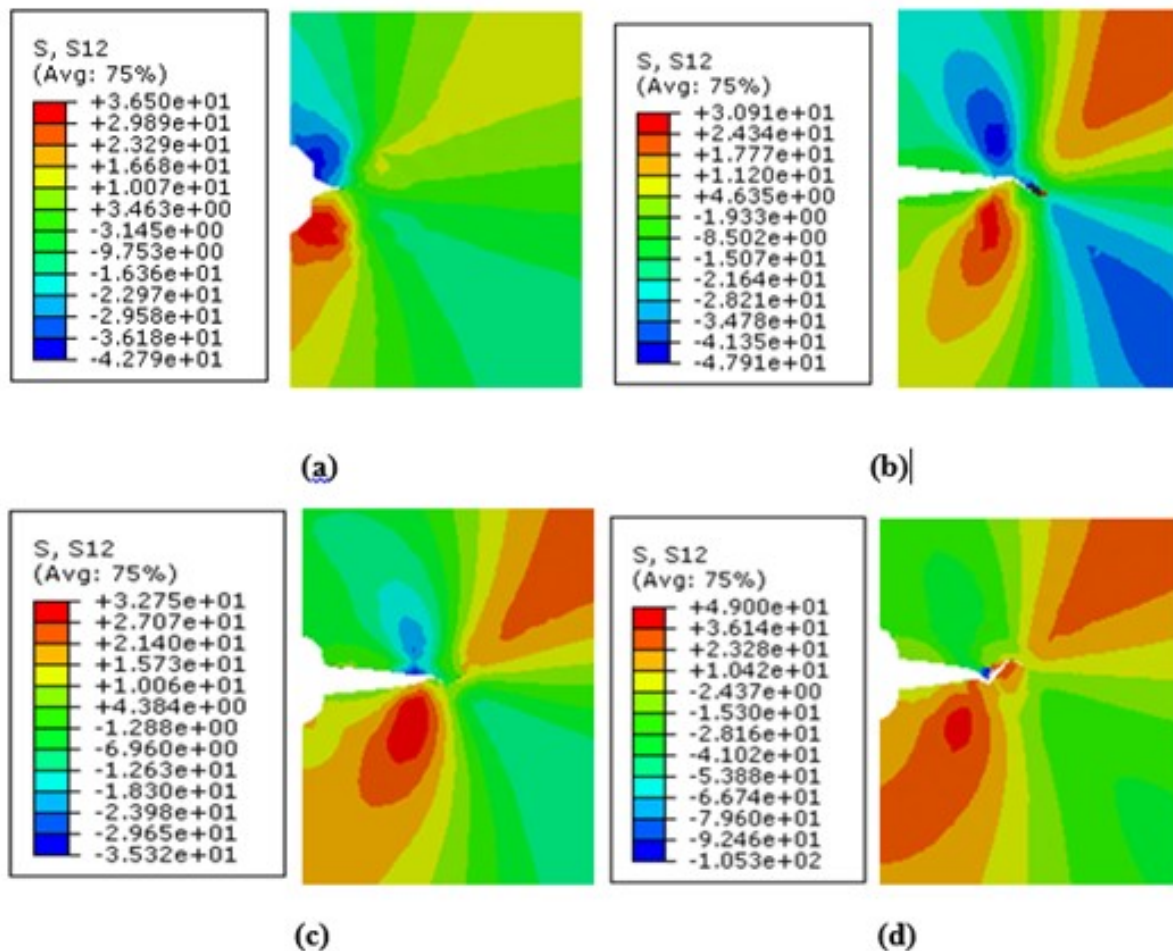


FIGURE 3.8 – Répartition des contraintes tangentielles τ_{xy} pour les différentes longueurs de la fissure : (a) 2mm, (b) 4mm, (c) 6mm, (d) 8mm.

Cette figure montre la variation des contraintes tangentielles τ_{xy} en fonction des différentes longueurs de la fissure, on constate qu'il y'a une forte concentration de contrainte de part et d'autre surtout au voisinage de la tête de fissure ,dans les zones les plus résistantes à la propagation et au déchirement de l'éprouvette, ce qui est très claire avec des zones rouges de forte concentration. Ces contraintes tangentielles sont proportionnelles à la longueur de fissure, c'est-à-dire, si la longueur de fissure augmente, la

contrainte tangentielle augmente aussi, et se propage aussi rapidement comparativement à des longueurs de fissures moins importantes.

3.3.3 Contraintes normales σ_{yy}

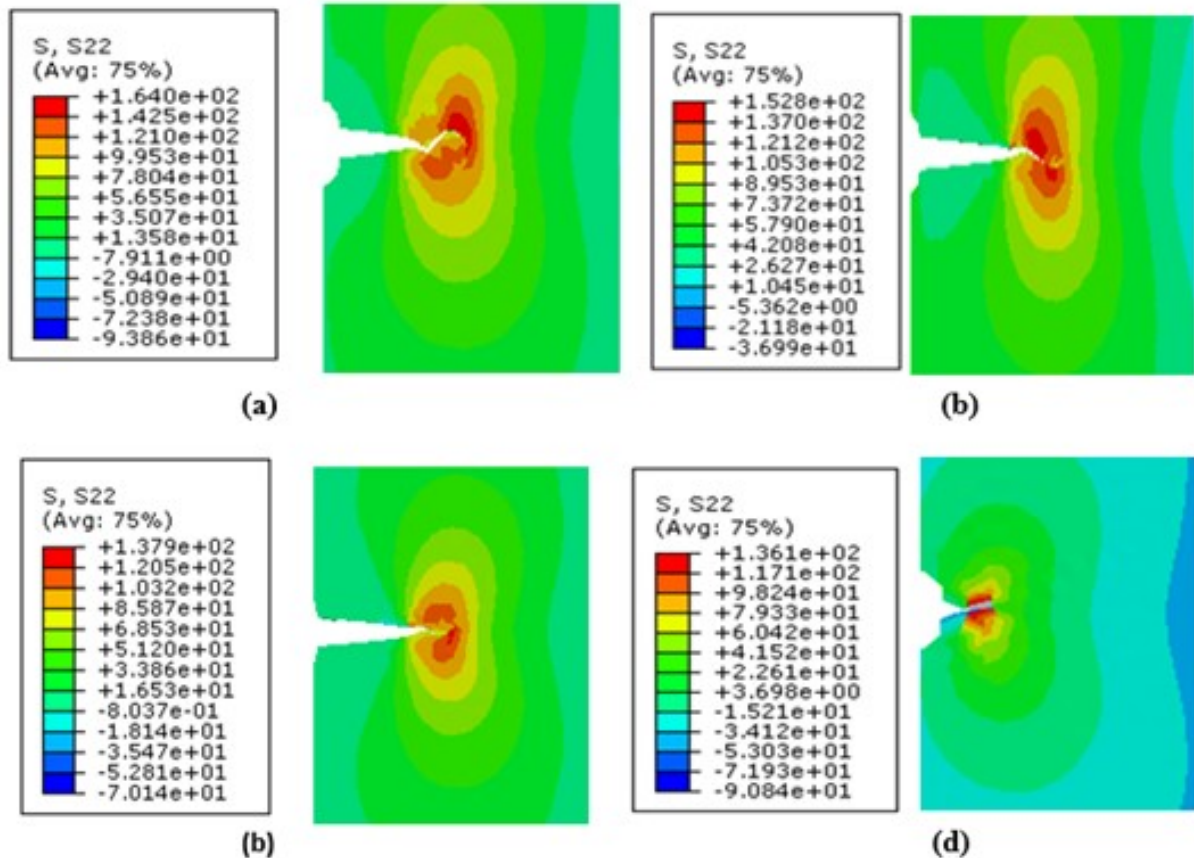


FIGURE 3.9 – Répartition des contraintes de Von Mises pour différentes longueurs de la fissure : (a) 2mm, (b) 4mm, (c) 6mm, (d) 8mm.

Pour les contraintes normales σ_{yy} en fonction des différentes longueurs de fissures, on remarque que les contraintes maximales normales sont plus importantes de la fissure la plus courte à celle la plus longue parmi ces quatre fissures en considération, et présente la propagation de la fissure la plus importante pour le premier cas, donc on peut prédire que l'effet de la charge la plus importante dans notre simulation est celle de 300MPa, a influencé d'une façon très signifiante sur la fissure la plus courte et facilite son amorçage et de propagation suivant une trajectoire indésirable et non maitrisable.

3.3.4 Variation du déplacement

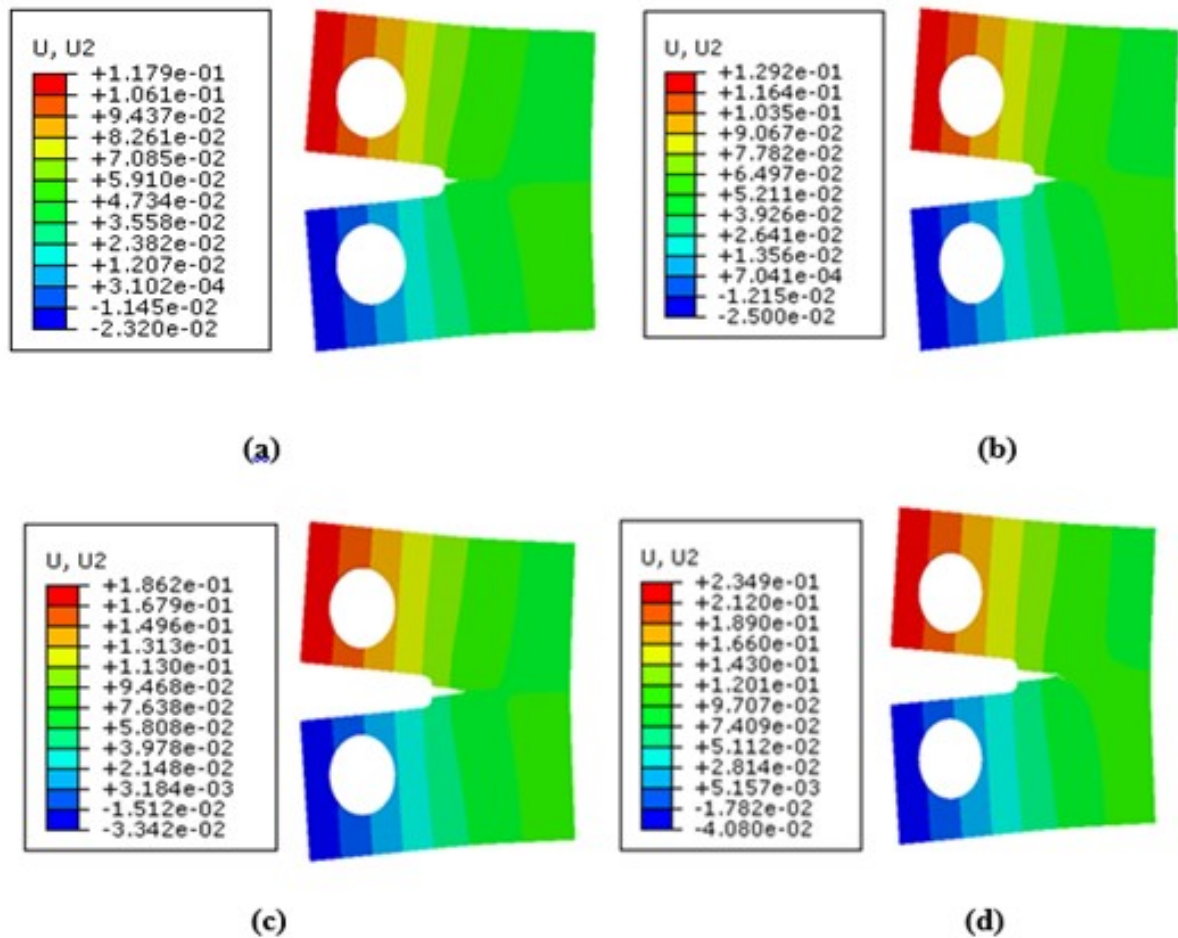


FIGURE 3.10 – Evolution du déplacement pour les différentes longueurs de la fissure : (a) 2mm, (b) 4mm, (c) 6mm, (d) 8mm.

Dans cette figure, la logique de la longueur de fissure a été respectée, c'est-à-dire, que la variation du déplacement induit dans l'éprouvette est très important en allant de la fissure la plus courte jusqu'à la fissure la plus longue, elle atteint les 0.1179mm comme déplacement maximal pour la fissure de 2mm, puis 0.1292mm pour une fissure de 4mm, ensuite 0.1862mm pour $a = 6\text{mm}$, et en fin pour une fissure de 8mm, le déplacement maximal atteint environ 0.2349mm ; donc il y'a une certaine proportionnalité entre le déplacement maximal et la longueur de fissure.

3.4 Effets de longueur de fissure sur l'évolution de l'étendu XFEM Pour $\sigma = 300MPa$

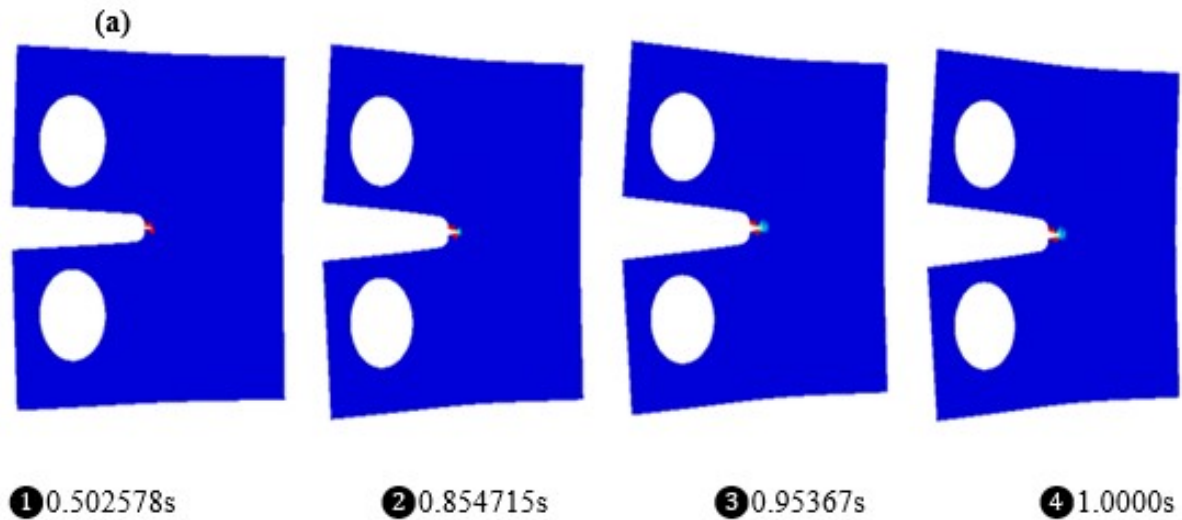


FIGURE 3.11 – Evolution du XFEM pour différentes longueurs de la fissure en fonction du temps de la propagation de fissure : (a) 2mm, (b) 4mm, (c) 6mm, (d) 8mm.

L'évolution de l'étendu de la zone plastique XFEM en fonction du temps, montre que la propagation de la fissure sous un chargement qui est très important de 300MPa, sollicite l'éprouvette et induit sa propagation progressive instantanée selon une trajectoire linéaire rectiligne provoquant la séparation linéaire et ponctuelle au niveau microscopique appelée défauts cristallins.

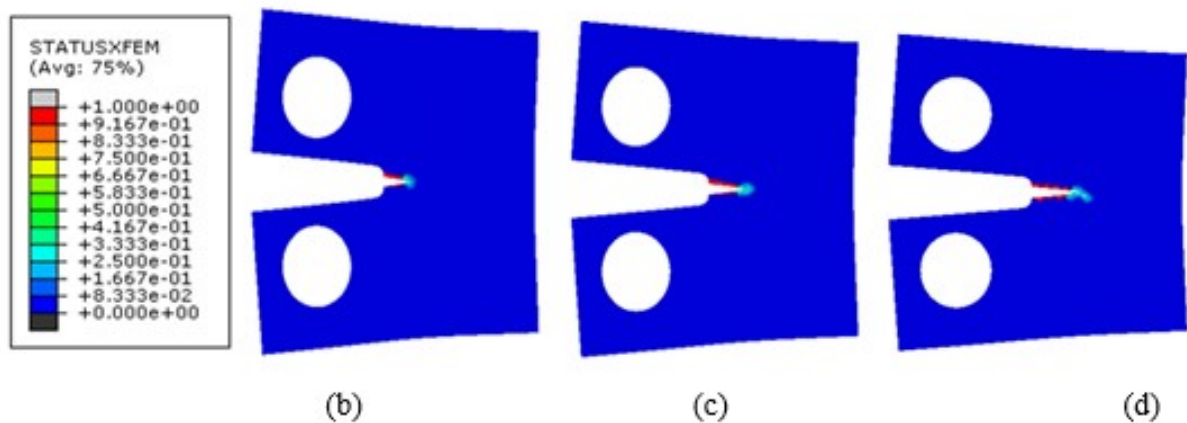


FIGURE 3.12 – Evolution du XFEM pour différentes longueurs de la fissure : (a) 2mm, (b) 4mm, (c) 6mm, (d) 8mm.

Dans cette figure, on remarque l'évolution de la propagation de la fissure avec ses différentes longueurs, que au niveau de la tête de fissure, il y'a le début d'une zone d'endommagement provoquée par l'amorçage et la propagation de la fissure selon un parcours aléatoire non maîtrisable, entrainant un

endommagement de la structure, jusqu'à sa rupture complètement.

Longueur de fissure avant simulation (mm)	Longueur de fissure après simulation (mm)
2.00	4.58845
4.00	6.76067
6.00	9.8424
8.00	12.2184

TABLE 3.1 – Variation de la longueur de la fissure avant et après simulation.

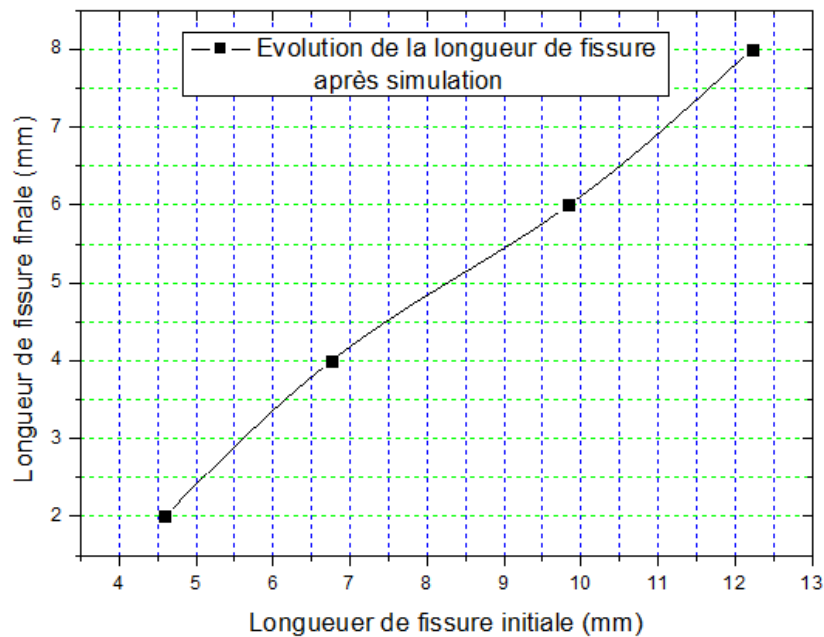


FIGURE 3.13 – Evolution de la longueur de fissure après sa propagation en mode d'ouverture.

Cette figure illustre l'effet de l'évolution de la fissure après la simulation, on distingue que suivant la méthode XFEM qui exige la propagation de la fissure, bien sûr selon des chargements bien définis, qui permettent à la fissure de se propager, que pour chaque longueur de fissure augmente de longueur après chaque simulation, cela exprime que notre logiciel Abaqus a bien fonctionné et nous a montré l'effet de la méthode XFEM sur la propagation des différentes fissures et par conséquent, l'ouverture des lèvres de la fissure (COD).

3.5 Variation de la contrainte de Von Mises suivant le chemin de la fissure

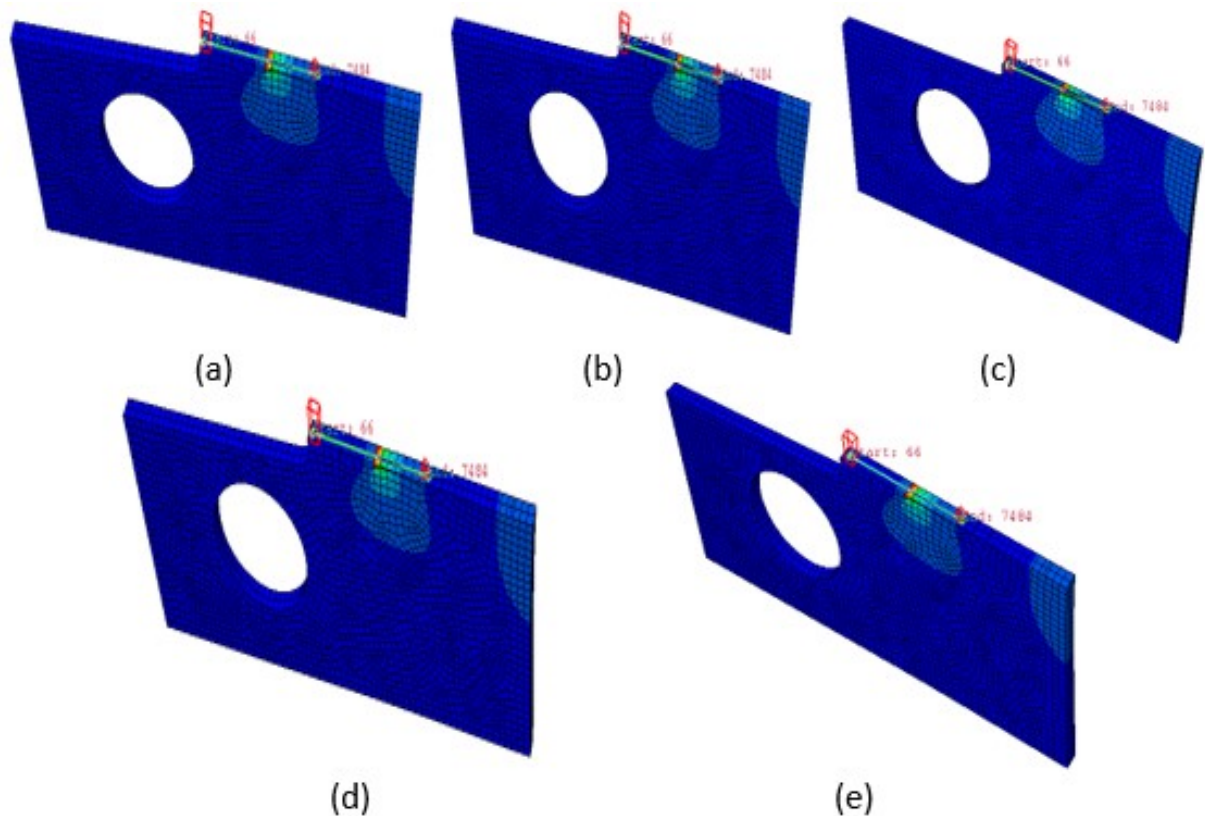


FIGURE 3.14 – Détermination du chemin de la propagation de fissure pour différents chargements : (a)70 MPa, (b)100 MPa, (c)160 MPa, (d)200 MPa, (e)300 MPa.

La détermination du chemin de la fissure durant sa propagation pour différents chargements n'est possible qu'avec la méthode XFEM, qui permet à l'éprouvette après simulation par le logiciel Abaqus de s'amorcer premièrement, et de se propager; pour cela, il est très intéressant de connaître le chemin (PATH) de la fissure; dans cette figure, la variation des contraintes commence à s'accroître à partir de la charge de 160MPa, car à partir de cette charge, la fissure se propage et les contraintes au voisinage de sa tête connaissent une évolution remarquable et le champ induit des contraintes importantes.

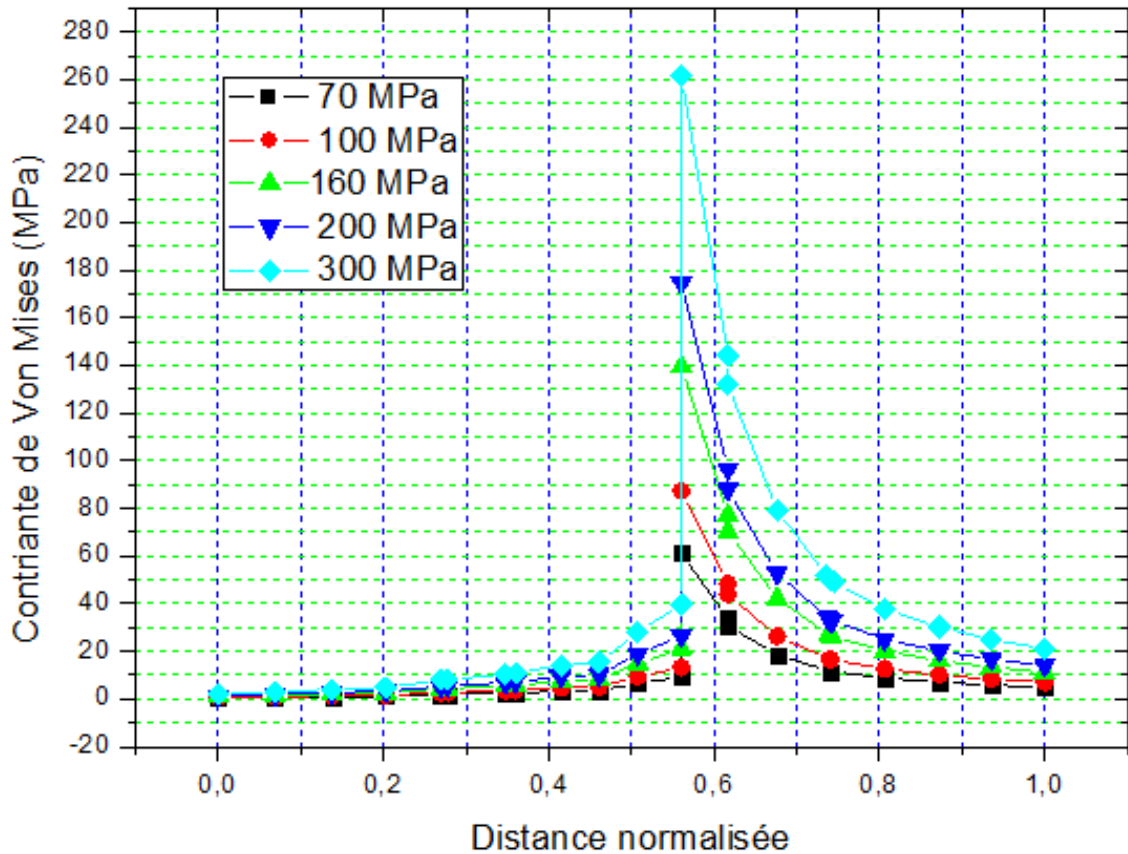


FIGURE 3.15 – Variation de la contrainte équivalente de Von Mises en fonction de la distance normalisée.

Concernant la variation de la contrainte équivalente de Von Mises en fonction de la distance normalisée pour différents chargements proposés dans cette étude, suivant la trajectoire de la propagation de la fissure, et après son atténuation, la méthode soulignée (PATH), propose le chemin de la fissure par un passage nodale de plusieurs zones à différentes contraintes, c'est à dire, des zones à faible concentration de contraintes, et d'autres à forte concentration, les premières, sont loin de la tête de fissure, et la deuxième, sont au voisinage proche de la tête de fissure. On constate que la concentration des contraintes est localisée à peu près vers une distance normalisée de 0.6, c'est-à-dire à la région qui présente 60% de la propagation de la fissure, donc les contraintes les plus importantes sont dues au chargement le plus élevé dans cette simulation, elle atteint environ les 260MPa en tête de fissure.

3.6 Conclusion

La présentation de la méthode XFEM était nécessaire car c'est avec cette méthode que nous avons utilisé pour la simulation par le logiciel ABAQUS, cela était donc un éclaircissement et /ou explication de nos choix faite sur les outils existant dans le logiciel ABAQUS.

Dans cette étude, plusieurs paramètres ont été mis en évidence, tels que, la variation du chargement de traction, l'effet de la longueur de fissure, pour la détermination des différentes contraintes induites dans la structure, ainsi, les différents déplacements, ensuite, l'étendu de la zone plastique XFEM qui a été traité en fonction du temps de la propagation de la fissure, et en fin, le chemin de propagation de la fissure pour chaque chargement a été traité par un graphique général illustrant cette étude.

Conclusion générale

Dans cette étude, on propose une simulation numérique par la méthode des éléments finis étendue par le logiciel Abaqus en vue de déterminer l'application de cette méthode et son efficacité pour la détermination des différents paramètres, à savoir les contraintes normales, les contraintes tangentielles, ainsi les contraintes équivalentes de Von Mises, puis les déplacements de la partie supérieure de notre modèle, et en fin l'évolution de la propagation de la fissure pour les différentes longueurs de fissures en fonction du temps. Plusieurs conclusions ont été tirées par cette étude :

La répartition des contraintes équivalentes de Von Mises en fonction de la longueur de fissure connaît un champ de contrainte très élevé au voisinage de la tête de fissure, qui commence à se propager et suivre un chemin non linéaire et non stable, et au fur et à mesure que la fissure initiale augmente de taille, son amorçage est très significatif, avec un chargement aussi assez important

Pour la variation des contraintes tangentielles τ_{xy} en fonction des différentes longueurs de la fissure, on constate qu'il y a une forte concentration de contraintes de part et d'autre de la pointe de fissure, dans les zones les plus résistantes à la propagation et au déchirement de l'éprouvette, ce qui est très clair avec des zones rouges de forte concentration.

Pour les contraintes normales σ_{xy} en fonction des différentes longueurs de fissures, on peut prédire que l'effet de la charge la plus importante dans notre simulation est celle de 300MPa, a influencé d'une façon très significative sur la fissure la plus courte et facilite son amorçage et de propagation suivant une trajectoire indésirable et non maîtrisable.

La variation du déplacement induit dans l'éprouvette est très importante en allant de la fissure la plus courte jusqu'à la fissure la plus longue, elle atteint les 0.1179mm comme déplacement maximal pour la fissure de 2mm, puis 0.1292mm pour une fissure de 4mm, ensuite 0.1862mm pour une fissure de 6mm, et en fin pour une fissure de 8mm, le déplacement maximal atteint environ 0.2349mm ; donc il y a une certaine proportionnalité entre le déplacement maximal et la longueur de fissure.

L'évolution de l'étendu de la zone plastique XFEM en fonction du temps, montre que la propagation de la fissure sous un chargement très important de 300MPa, sollicite l'éprouvette et induit sa propagation progressive instantanée selon une trajectoire linéaire rectiligne provoquant la séparation linéaire et ponc-

tuelle au niveau microscopique appelée défauts cristallins.

Concernant la variation de la contrainte équivalente de Von Mises en fonction de la distance normalisée pour différents chargements proposés dans cette étude, suivant la trajectoire de la propagation de la fissure, et après son atténuation, la méthode soulignée (Path), propose le chemin de la fissure par un passage nodale de plusieurs zones à différentes contraintes.

En perspectives, on souhaite valider ses résultats de notre simulation avec des résultats expérimentaux que nous admettons les exécuter nous-mêmes dans l'avenir proche, si nous trouverons les moyens et les encouragements à les faire.

ملخص

في هذه الدراسة ، تم تسليط الضوء على العديد من المتغيرات ، مثل تباين تحميل الشد ، وتأثير طول الشق ، لتحديد الضغوط المختلفة التي يسببها الهيكل ، وبالتالي ، حالات الإنزياحات المختلفة ، ثم مدى المنطقة البلاستيكية "XFEM" التي تم معالجتها بدلالة الزمن مع إتساع الشق ، وفي النهاية تم معالجة مسار إتساع الشق لكل حمولة بواسطة رسم بياني عام يوضح هذه الدراسة.

Résumé

Dans cette étude, plusieurs paramètres ont été mis en évidence, tels que, la variation du chargement de traction, l'effet de la longueur de fissure, pour la détermination des différentes contraintes induites dans la structure, ainsi, les différents déplacements, ensuite, l'étendu de la zone plastique XFEM qui a été traité en fonction du temps de la propagation de la fissure, et en fin, le chemin de propagation de la fissure pour chaque chargement a été traité par un graphique général illustrant cette étude.

Abstract

In this study, several parameters were highlighted, such as, the variation of the tensile loading, the effect of the crack length, for the determination of the various stresses induced in the structure, thus, the various displacements, then, the extent of the plastic zone XFEM which was treated according to the time of the propagation of the crack, and at the end, the path of propagation of the crack for each loading was treated by a general graph illustrating this study.

Bibliographie

- [1] BOURABOURAS, S. Etude par émission acoustique, de l'indentation Hertzienne et de l'indentation Vickers sur une vitro-céramique et sur des alumines. Thèse doct.ISAL (1993), pp. 186.S
- [2] Shixiang Ma. Propagation de fissure en mode mixte dans un milieu élastoplastique avec prise en compte des contraintes résiduelles. Mechanics. Université Blaise Pascal-Clermont- Ferrand II, 2005. French.
- [3] LAWN, BOR, and SWAIN, M. V : "Micro fracture Beneath Point Indentation in Brittle Solid". J. Mater. Sci, 1975, Vol. 10, n : 1, P 113-122.
- [4] LAWN, B.R., EVANS, E.G. A model of crack indentation Elastic-Plastic Indentation Solids. J. Mater., Sci., 1977, Vol. 12, p. 2195-2199.
- [5] LANKFORD, and J., D.L. The Crack indentation in ceramic material subject to elastic-plastic indentation. J. Mater. , Sci. , 1979, Vol. 14, p. 1662-1668.
- [6] LANKFORD, J., Threshold Microfracture during Elastic/Plastic Indentation of Ceramics : J.Mater. Sci., 1981, Vol. 16, p. 1177-1182.
- [7] LIANG, K : « Contribution à l'étude des mécanismes de fissuration des matériaux céramiques de type oxyde ». Thèse. Sci : Institut National des sciences appliquées de Lyon(1990),p206.
- [8] Master MECANIQUE, MATERIAUX, STRUCTURES, PROCÉDES.Mention SCIENCES POUR L'INGENIEUR CONCEPTS FONDAMENTAUX DE LAMECANIQUE DE LA RUP-TURE"Abderrahim ZEGHLOUL " 2016-2017 . [http ://www.le3m.univ-lorraine.fr](http://www.le3m.univ-lorraine.fr).
- [9] J.D. Eshelby, Proc. Roy. London Serie A241 (1957)376-396
- [10] D. Brooksbank, K.W.J. Andrew, Iron Steel Inst., June (1968) 595-599
- [11] Y. Murakami, H. Usuki, Int. J. Fatigue 11 (1989) 299-307
- [12] D.H. Chen, S. Nakamichi, Int. J. Fracture 82 (1996) 131-152
- [13] A. Melander, Int. J. Fatigue 19 (1997) 13-24
- [14] P. Lukas, M. Klesnil, Fatigue limit of notched bodies, Mater. Sci. Engng. 34 (1978) 61-66
- [15] J.C. Newman Jr, An improved method of collocation for the stress analysis of cracked plates with various shaped boundaries, NASA TN D-6376, 1971
- [16] J. Schive, Fatigue Engng. Mater. Struct. 5 (1982) 77-90
- [17] G. Glinka, Engng. Fract. Mech. 22 (1983) 839-845
- [18] G.C. Sih, Handbook of Stress Intensity Factors, Lehigh University, Bethlehem, PA, 1973
- [19] D. Kujawski, Estimations of Stress Intensity Factors For Small cracks at Notches, Fatigue Fract., Engng. Mater.Struct. 14 (1991) 953-965

-
- [20] P. Lukas, Stress intensity factor for small notch emanating cracks, *Engng. Fract. Mech.* 26 (1987) 471-473
- [21] Usami, short crack fatigue properties and component life estimation, *Current research on Fatigue cracks*, T. Tanaka, M. Jono, K. Komai (ed.), 1985
- [22] J.C. Newman Jr, E.P. Phillips, R.A. Everett Jr, *Fatigue Analysis Under Constant and Variable-Amplitude Loading Using Small Crack Theory*, Mech. Mat. Branch, NASA Langley Research Center Hampton, Virginia USA 23681, NASA/TM-1999-209329
- [23] W.W. Dally and W.F. Riley, "Experimental Stress Analysis," Third Edition
- [24] G.R. Irwin, "Fracture I," in S. Flugge (ed.), *Handbuch der Physik VI*, Springer-Verlag, New York, (1958)
- [25] Dugdale DS, Yielding of steel sheets containing slits, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.8, pp.100-108, 1960
- [26] Burdekin FM, Knott JF, Sumpter JDG, Sherry AH, TAGSI views on aspects of crack arrest philosophies for pressure vessels with thickness up to 100 mm, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 76, pp. 879-883, 1999.
- [27] J.R. Rice, in *Fracture an Advanced Treatise*, edited by H. Liebowitz, Academic Press, New York, Vol. II, (1968) 191
- [28] J.R. Rice and G.F. Rosengren, Plane Strain Deformation near a Crack Tip in a Power-Law Hardening Material, *J. Mech. Phys. Sol.*, 16 (1968)
- [29] R. Hill, *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford, Clarendon Press (1950)
- [30] Jacobs. J. A., Relaxation methods applied to the problem of plastic flow, *Phil. Mag.*, F41 (1950) pp. 349-358.
- [31] Stimpson, L. D. and Eaton, D. M., The extent of elastic-plastic yielding at the crack point of an externally notched plane stress tensile specimen, *Aer. Res. Lab., Australia, Rept. ARL 24*(1961)
- [32] Hull, J. A. and McClintock. F. M., Elastic-plastic stress and strain distribution around sharp notches under repeated shear, *IXth Int. Congr. Appl. Mech.*, 8 (1956) pp. 51-62.
- [33] McClintock, F. A., Ductile fracture instability in shear, *J. Appl. Mech.*, 25 (1958) pp. 582-588.
- [34] McClintock, F. A., Discussion to fracture testing of high strength sheet materials. *Mat. Res. and Standards*, 1 (1961) pp. 277-279.
- [35] Tuba, I. S., A method of elastic-plastic plane stress and strain analysis, *J. Strain Analysis*. 1 (1966) pp. 115-122.
- [36] Rice, J. R. and Rosengren, G. F., Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material, *J. Mech. Phys. Sol.*, 16 (1968) p. 1. [21] J. Gurland and J. Plateau, *ASM Trans. Quart.*, 56 (1963) 442
- [37] Cerager M., Paris P.C., Elastic field equations for blunt cracks with reference to strain corrosion cracking, *Int.J.Fracture Mechanics*. 3, pp 147-252.
- [38] Neuber H., *Theory of notch stress*. Translated by FA Raven-Edwards, Ann Arbor, Michigan
-