

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Ibn Khaldoun de Tiaret

Faculté des Sciences Appliquées

Département de Génie Mécanique



## MÉMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour l'obtention du Diplôme de Master

**Domaine :** Sciences et Technologie

**Filière :** Electromécanique

**Parcours :** Master

**Spécialité :** Maintenance Industrielle

### Thème

Simulation par éléments finis du  
comportement en fatigue de l'acier C35

Préparé par :

M. DJOUAK Mohamed  
M. KHARROUBI Oussama

Soutenu publiquement le : / 07 / 2021 devant le jury composé de :

M. BALTACH A.	Maître de Conférences "A" (Univ. Ibn Khaldoun)	Président
M. ABOSHIGHIBA H.	Maître de Conférences "B" (Univ. Ibn Khaldoun)	Examineur
M. MECHKOUR E.	Maître de Conférences "B" (Univ. Ibn Khaldoun)	Examineur
Mme MAKHFI S.	Maître de Conférences "B" (Univ. Ibn Khaldoun)	Encadreur
M. ABED Z. A.	Doctorant (Univ. Ibn Khaldoun)	Co-encadreur

Année universitaire : 2020 - 2021

# Dédicace

À nos très chers pères,

À nos chères mères,

À nos très chers frères et très chères sœurs,

À nos familles,

À nos amis.

DJOUAK Mohamed  
KHARROUBI Oussama

---

# Remerciements

Nous adressons tout particulièrement nos reconnaissances à notre enseignante et encadreur, Mme MAKHFI Souâd, qui nous a fait partager ses connaissances, ses enthousiasmes et ses aides.

Nos remerciements vont également à Monsieur ABED Zaki Abdelfetah, Doctorant à l'Université de Ibn Khaldoun de Tiaret, pour son assistance, ses conseils qui nous ont été très utiles et ses encouragements.

Nous remercions également aux Messieurs les membres du Jury pour l'honneur qu'ils nous ont fait d'avoir acceptés d'examiner notre travail de Mémoire de Fin d'Études.

Nos remerciements vont aussi à tous nos enseignants du Département de Génie Mécanique qui ont contribué à notre formation et ainsi que le personnel administratif.

---

## Table des matières

Remerciements		
Dédicace		
Nomenclature		iv
Liste des figures		vi
Liste des tableaux		vii
Introduction générale		01
<b>Chapitre I</b>	<b>Description phénoménologie de la fatigue de l'acier C35</b>	<b>03</b>
	Introduction	04
I.1	Analyse de la rupture	04
I.2	Définition de la fatigue	05
I.3	Endommagement par fatigue	06
I.4	Définition et symbolisation des termes utilisés en fatigue	07
I.4.1	Contraintes appliquées	07
I.4.1.1	Contrainte nominale	08
I.4.2.1	Cycle de contrainte	08
I.4.2	Termes et symboles relatifs aux essais de fatigue	10
I.4.2.1	Limite de fatigue	10
I.4.2.2	Limite d'endurance	10
I.4.2.3	Rapport d'endurance	11
I.4.2.4	Durée de vie ou endurance	11
I.4.3	Présentation pratique des essais de fatigue	11
I.4.3.1	Courbe de Wöhler (courbe $\sigma/N$ )	11
I.4.3.2	Equation de la courbe de Wöhler	12
I.4.3.3	Diagrammes d'endurance	13
I.4.3.4	Aspect probabiliste de la courbe de Wöhler	13
I.4.3.5	Définition de la fiabilité	14
I.5	Influence des facteurs géométriques sur la tenue en fatigue des aciers	15
I.5.1	Effet d'entaille	15
I.5.2	Définition des facteurs caractéristiques de l'effet d'entaille	15
I.5.2.1	Facteur théorique de concentration de contrainte $K_t$	15
I.5.2.2	Facteur effectif de concentration de contrainte $K_f$	16
I.5.2.3	Indice de sensibilité à l'entaille	17
I.5.2	Effet d'échelle	17

I.5.2.1	Définition du coefficient d'échelle	18
I.5.3	Effet d'état de surface	19
I.5.3.1	Définition du facteur d'état de surface	19
I.5.3.2	Détermination du facteur $K_S$	20
I.5.3.3	Influence de l'état de surface sur la durée de vie	20
I.5.4	Influence des contraintes résiduelles sur la tenue en fatigue des aciers	20
I.5.4.1	Définition des contraintes résiduelles	21
<b>Chapitre II</b>	<b>Étude analytique de la fatigue</b>	<b>23</b>
	Introduction	24
II.1	Classifications des lois d'endommagements en fatigue	24
II.2	Lois d'endommagement en fatigue	25
II.2.1	Paramètres constants des lois d'endommagement en fatigue	25
II.2.2	Domaine d'application des lois d'endommagement en fatigue	26
II.3	Étude et analyse du phénomène de la fatigue	27
II.3.1	Étude de la courbe de Wöhler	28
II.3.2	Approximation analytique de la courbe de Wöhler	29
II.3.3	Valeurs approximatives de la limite d'endurance	30
II.3.4	Essai de Wöhler	31
II.4	Présentation de la méthode des éléments finis	32
II.4.1	Application des éléments finis	32
II.4.2	Démarche de la méthode des éléments finis	33
II.4.2.1	Discrétisation géométrique	34
II.4.2.2	Erreur de discrétisation géométrique	34
II.4.2.3	Approximation nodale	35
II.4.2.4	Fabrication d'une approximation nodale linéaire	36
II.4.2.5	Bases polynomiales complètes et incomplètes	36
II.4.2.6	Assemblage et conditions aux limites	37
II.4.2.7	Structure des calculs	38
II.4.2.8	Utilisation d'un logiciel éléments finis	39
<b>Chapitre III</b>	<b>Simulation numérique de la fatigue</b>	<b>40</b>
	Introduction	41
III.1	Choix de la modélisation	42
III.1.1	Abaqus/Explicit	42
III.1.2	Définition des unités	42
III.1.3	Définition du matériau	43

III.2	Procédure à suivre	43
III.2.1	Module Part (création)	44
III.2.2	Module « Property » (propriété)	44
III.2.3	Module « assembly » (assemblage)	45
III.2.4	Module « Step » (configuration)	46
III.2.5	Module « Interaction »	48
III.2.6	Module « Load »	48
III.2.7	Module « Mesh»	50
III.2.8	Module job	51
III.3	Simulation pour $F = 320$ N	52
III.4	Simulation pour $F = 300$ N	54
III.5	Simulation pour $F = 80$ N	57
III.6	Interprétation des résultats	57
	Conclusion générale et perspectives	60
	Références bibliographiques	62

---

## Nomenclature

### Symboles grecs

$\sigma$	Contraintes normales
$\tau$	Contrainte de cisaillement
$\sigma_a, \tau_a$	Contrainte alternée
$\sigma_m$	Contrainte moyenne
$\sigma_{\max}, \tau_{\max}$	Contrainte maximale
$\sigma_{\min}, \tau_{\min}$	Contrainte minimale
$\sigma_m, \tau_m$	Contrainte moyenne
$R_\sigma$	Rapport de contrainte
$\tau_D$	Contraintes dynamiques limite d'endurance
$\sigma_D, \sigma_D$	Contraintes nominales
$\sigma_{D0}$	Contrainte mesurée sur éprouvette de faible diamètre
$\sigma_{DS}$	Limite de fatigue en sollicitation alternée
$\sigma_S$	Limite de fatigue en sollicitation alternée étudiée dont l'état de surface référence.
$\sigma_R$	Résistance à la rupture
$\sigma_{-1}$	Limite de fatigue en flexion alternée
$\phi$	Base polynomiale
$\xi_i$	Coordonnées paramétriques des points d'intégration.
$\omega_i$	Poids d'intégration

## Indices

$N$	Nombre de cycle à rupture
$n$	Nombre de cycles
$f$	Fréquence
$R$	Rapport d'endurance
$Re, Rm$	Contraintes statiques
$Nr$	Nombre de cycle à rupture
$A, B$ et $C$	Constantes à déterminer à partir de résultats d'essais
$Kf$	Coefficient de réduction de la résistance à la fatigue
$Kt$	Coefficient d'entaille
$q$	Indice de sensibilité à l'entaille
$Ke$	Coefficient d'échelle
$Rt$	La rugosité superficielle
$Ns$	Durée de vie moyenne obtenue
$N$	Durée de vie moyenne obtenue avec l'état de surface de référence
$KS$	Facteur d'état de surface
$M_i$	Points de l'élément d'approximation
$u^*$	Valeur du champ de variables
$A$	Paramètre caractérisé
$M$	Masse inertielle de la structure
$[Me]$	Matrice élémentaire de masse
$K$	Capacité d'énergie potentielle de la structure
$[Ke]$	Matrice élémentaire de rigidité
$C$	Caractéristique de frottement de la structure de la force d'excitation
$P(t)$	Force externe agissant sur la structure
$Dref$	Coordonnées de tout point de l'élément référence
$[B], [D]$	Matrices d'opérateurs différentiels appliqués aux fonctions d'interpolation
$[J]$	Matrice Jacobienne de la transformation
$[N]$	Nombre de points d'intégration sur l'élément de référence

## Abréviations

$RDM$	Résistance des matériaux
$S. N$	Courbe (Stresses – Number of cycles)



## Liste des figures

Figure I.1	Faciès de ruptures de pièces en torsion	05
Figure I.2	Rupture sous sollicitations de flexion	06
Figure I.3	Exemple de faciès de ruptures de pièces sous sollicitations combinées	06
Figure I.4	Différents types de sollicitations. a) Contrainte sinusoïdale d'amplitude constante, b) Contrainte sinusoïdale d'amplitude variable, c) Contrainte aléatoire.	07
Figure I.5	Cycle de contrainte de fatigue	08
Figure I.6	Différentes formes de cycles de contrainte au cours d'essais de fatigue en traction-compression	10
Figure I.7	Courbe de Wöhler (contrainte – nombre de cycles)	12
Figure I.8	Aspect probabiliste de la courbe de Wöhler	14
Figure I.9	Courbe équiprobabilité de Wöhler	15
Figure I.10	Facteur théorique de concentration de contrainte $K_t$	16
Figure I.11	Strie de fatigue ayant progressé en suivant les stries d'usinage	19
Figure II.1	Niveaux de classification des lois d'endommagement en fatigue	24
Figure II.2	Liste des lois d'endommagement en fatigue	25
Figure II.3	Courbe de Wöhler de l'acier S235JR	28
Figure II.4	Forme générale des courbes de fatigue des métaux ferreux et non ferreux	29
Figure II.5	Courbe de Wöhler approximée	29
Figure II.6	Principe de l'essai de Wöhler	31
Figure II.7	Modifier la taille des éléments et raffiner au niveau des courbures	34
Figure II.8	Erreur de discrétisation géométrique	35
Figure III.1	Fenêtre principale d'Abaqus	41
Figure III.2	Éprouvette d'essai de fatigue	43
Figure III.3	Création de l'éprouvette	44
Figure III.4	Intégration des propriétés du matériau	45
Figure III.5	Repérer le modèle	46
Figure III.6	Choix le temps de calcul	46
Figure III.7	Choix du nombre des incréments	47
Figure III.8	L'analyse de fatigue	47
Figure III.9	Couplage cinématique	50
Figure III.10	Application d'une charge de 320 N	49
Figure III.11	Fixation du déplacement sur les trois axes « $ox, oy, oz$ »	49
Figure III.12	Implantation de La vitesse de rotation autour de l'axe $oz$	50
Figure III.13	Maillage adaptatif de l'éprouvette	51

Figure III.14	Nombre des incréments au bout de chargement	51
Figure III.15	Distributions des contraintes-Contrainte principale maximale en rouge = 489 MPa	52
Figure III.16	Évolution du champ de déplacement en fonction du temps	52
Figure III.17	Évolution des contraintes en fonction du temps	53
Figure III.18	Évolution des déplacements en fonction du temps	53
Figure III.19	Évolution des contraintes en fonction des déplacements	53
Figure III.20	Évolution de force en fonction de déformation au cours du chargement de 320 N en essai rotatif sur l'éprouvette	54
Figure III.21	Distributions des contraintes-Contrainte principale maximale en rouge = 569 MPa	54
Figure III.22	Comparaison de la distribution des contraintes, la contrainte principale maximale sous Ansys et Abaqus	55
Figure III.23	Évolution des contraintes en fonction de temps au cours du chargement de 300 N en essai rotatif sur la pièce	55
Figure III.24	Évolution du déplacement en fonction de temps au cours du chargement de 300 N	56
Figure III.25	Trajectoire de déformation	56
Figure III.26	Comportement contrainte-déformation	56
Figure III.27	Distributions des contraintes-Contrainte principale maximale en rouge = 172 MPa.	57
Figure III.28	Courbe de Wöhler	58
Figure III.29	Développement des résultats	59

### Liste des tableaux

Tableau II.1	Récapitulatif des paramètres nécessaires à l'utilisation des lois d'endommagement pour la prévision des durées de vie en fatigue	26
Tableau II.2	Limites d'application des lois d'endommagement en fatigue	27
Tableau II.3	Valeurs de $\sigma_D$ et $R_m$ de quelques matériaux connus	30
Tableau II.4	Bases polynomiales complètes et incomplètes	36
Tableau III.1	Tableau des unités sur Abaqus	42
Tableau III.2	Composition chimique du C35 (analyse de coulée suivant la norme EN 10277-2)	43
Tableau III.3	Caractéristiques mécaniques (suivant la norme EN 10277-2)	43
Tableau III.4	Résultats contrainte-nombre de cycles.	58
Tableau III.5	Comparaison des résultats	59

*«Combien de fois, pour couper un bout de fil de fer sans outil nous nous sommes amené à le solliciter en fatigue rien qu'avec nos mains.....»*

Les systèmes mécaniques conçus, sont généralement destinés à remplir leur fonction sans dommage notable durant le temps d'exploitation escompté, tout en étant soumis à un ensemble de sollicitations défini préalablement. Lors de sa conception, pour assurer sa fonction, le système doit donc remplir certains critères sur sa résistance et son comportement vis à vis des charges qu'il aura à supporter. On sait depuis longtemps déjà, que certaines pièces de machines, soumises à des efforts variables et répétés un grand nombre de fois, se rompent brusquement et cela, sans signes annonciateurs de la rupture, alors que ces efforts sont pourtant bien inférieurs à la limite d'élasticité ou à la résistance à la rupture du matériau qui les constitue. Les mêmes pièces, soumises à des efforts constants, même plus importants, mais appliqués de façon continue résistent beaucoup plus longtemps. Ainsi du fait que les efforts sont variables, leur action est plus dangereuse car imprévisible. On appelle **Fatigue** la cause de cette défaillance à laquelle n'échappe aucune pièce sous l'action d'efforts répétés d'amplitude constante ou variable.

Dans ce contexte, les bureaux d'études concevant des mécanismes produits en masse ne peuvent ignorer le dimensionnement des pièces vis à vis de leur tenue en fatigue à grande durée de vie. Malgré le grand nombre de méthodes de calcul prévisionnel en fatigue proposées dans la littérature et utilisées dans la pratique, ce phénomène de fatigue reste une des causes de la plupart des ruptures brutales du fait du nombre important de facteurs influençant le mécanisme le gouvernant, et échappent le plus souvent au constructeur lors de la conception de ses produits.

À cet effet, notre travail a pour objectif de sensibiliser sur ce problème qui reste un des indices de qualité et de fiabilité dans la conception des systèmes appelés à être sollicités par des chargements variables dans le temps.

Dans le premier chapitre, nous avons commencé par la description phénoménologique de la fatigue en exposant les types de rupture souvent constatés. Pour ensuite énumérer les termes et symboles utilisés en fatigue ainsi que les paramètres d'influence.

Le deuxième chapitre, des approches analytiques de calcul des pièces en fatigue seront exposées. Les approches du phénomène de la fatigue rassemblent les lois d'endommagements en fatigue élaborées à partir des théories de la mécanique des solides. Les lois entrant dans cette catégorie caractérisent la démarche scientifique utilisée pour décrire le dommage en fatigue.

Le troisième chapitre est consacré à la mise en œuvre d'un modèle numérique de simulation du phénomène de la fatigue sur le code de calcul Abaqus/Explicit. Et une confrontation des différents résultats de la littérature sont évoqués.

Nous concluons ce travail par une conclusion générale et des perspectives.

# *Chapitre I*

## *Description phénoménologique de la fatigue de l'acier C35*

---

## Introduction

La fatigue des matériaux est la cause principale de la défaillance des structures, ces défaillances peuvent être catastrophiques. Toutes les structures métalliques n'échappent pas à ce phénomène. Il est estimé que plus de 68 % des problèmes d'échec dans les systèmes technologiques sont due à la fatigue.

### I.1 Analyse de la rupture

Une analyse de rupture est donnée par un auteur avec quelques statistiques de cas de rupture [1] :

- rupture de fatigue : 68 %,
- rupture semi-fragiles : 22%,
- rupture catastrophiques : 10%.

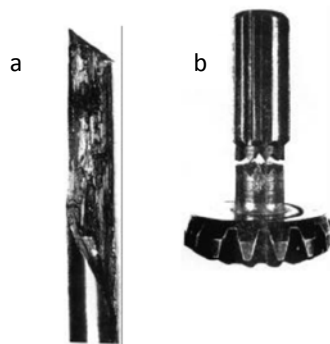
Du point de vue des paramètres impliqués dans la destruction d'une pièce, on peut mettre en cause :

- Accidents d'usinage (état de surface, accident superficiel d'usinage, effet d'entaille)	23%
- Tracé défectueux de la pièce	17%
- Insuffisances inhérentes aux choix de la matière (nuance, traitement thermique, ...)	13%
- Utilisation en surpuissance	10%
- Défauts congénitaux de la matière (soufflures, retassures, replis, dédoublements, ...)	7%
- Structure générale de la machine ou du matériel (vibration)	6%
- Agressivité de l'environnement (composition chimique, T°, milieu)	6%
- Non respect du tracé de la pièce	5%
- Modifications localisées de structures du métal (par coups d'arcs, baguettes de soudures, ...)	5%
- Traitements thermiques non adaptés	3%
- Apparition de rouille de contact (fretting - corrosion) aux liaisons fixes ou glissantes des pièces antagonistes	2%
- Incompatibilité de contact entre pièces voisines traitées superficiellement (nitruration, cémentation, carbonisation, dépôts électrolytique, ...)	2%
- Lubrifiant inadapté aux conditions de fonctionnement d'une articulation	2%

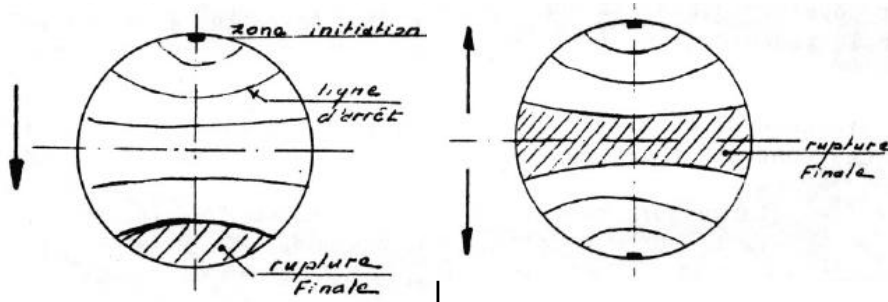
**I.2 Définition de la fatigue**

La fatigue est la détérioration progressive d'une structure par fissuration pouvant conduire à la rupture, cette structure étant soumise à des sollicitations cycliques ou répétées, d'amplitude constante (en contrainte ou en déformation) ou variable (sollicitations programmées ou aléatoires). Elle est qualifiée d'oligocyclique ou de polycyclique, si le chargement produisant la rupture est appliqué durant un petit ou un grand nombre de cycles.

La figure qui suit illustre, (a), une rupture caractéristique dite « en bois pourri » due à des lignes d'inclusions très nombreuses dirigées dans le sens du laminage et (b), une rupture caractéristique d'une sollicitation en torsion (propagation de la fissure sur une hélice à 45°) due à des amorces multiples à partir du fond des cannelures.



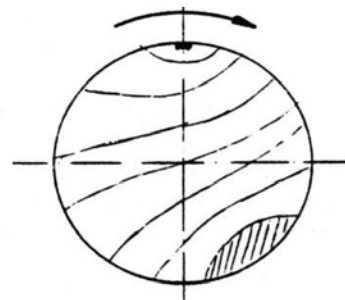
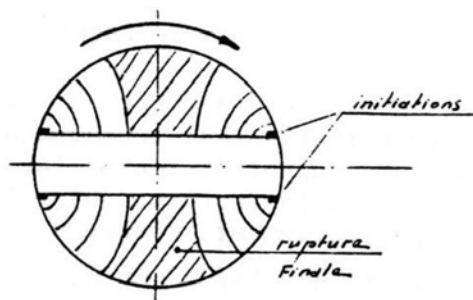
a) Arbre de transmission ; b) Arbre cannelé.



**Figure I.1** Faciès de ruptures de pièces en torsion [1].

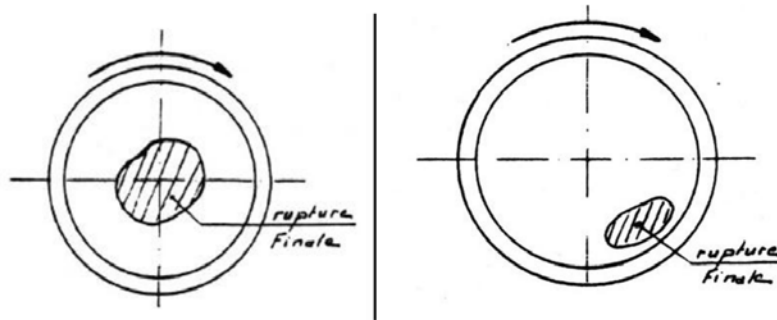
a) Rupture en flexion ondulée ; la rupture finale est reportée à l'opposé de la zone d'initiation.

b) Rupture en flexion purement alternée ; la rupture finale occupe une position médiane.



c) Rupture en flexion rotative sur arbre diamétralement

b) Rupture en flexion rotative sur arbre lisse



e) Rupture en flexion rotative : sollicitations élevées

f) Rupture en flexion rotative : sollicitations faibles

**Figure I.2** Rupture sous sollicitations de flexion [1].



**Figure I.3** Exemple de faciès de ruptures de pièces sous sollicitations combinées [1].

### I.3 Endommagement par fatigue [2]

On distingue trois étapes d'endommagement par fatigue :

- **Période de germination et d'amorçage des microfissures qui reste réversible** : cette période n'intéresse guère le mécanicien. Les phénomènes mis en jeu sont d'une très grande finesse et seuls de puissants moyens de laboratoire sont capables de mettre en évidence les signes annonciateurs d'un endommagement qui peut devenir irréversible. Jusqu'à un certain seuil d'endommagement, il est possible, par de judicieux traitements mécaniques et (ou) thermiques, de faire disparaître celui-ci et donc de revenir à un état initial non endommagé. Lorsque cette opération reste infructueuse, la pièce a subi un endommagement irréversible et commence d'entrer dans la période de propagation à partir des microfissures formées.
- **Période de propagation d'une (ou plusieurs) fissure (s)** : cette période peut, elle-même, être scindée en deux phases distinctes :
  - **Stade I** : se caractérise par la propagation de microfissures à très faible vitesse et dont la longueur n'intéresse, au plus, que quelques grains. Ce stade est invisible à l'œil nu.



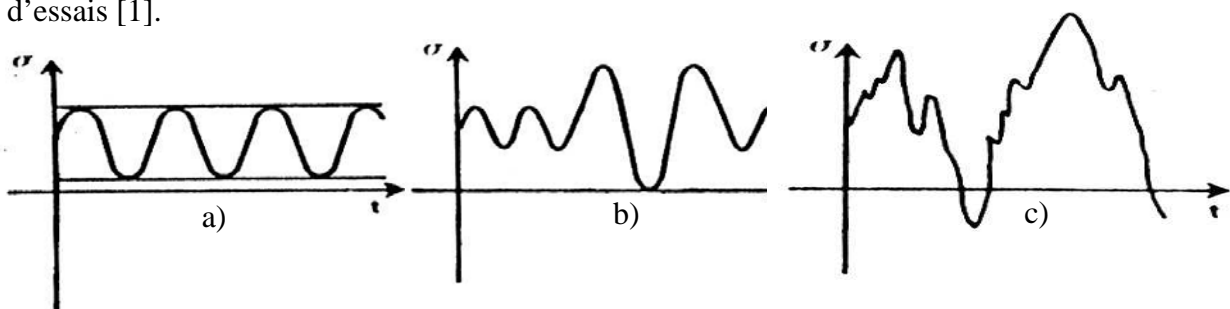
- **Stade II** : le champ des contraintes évoluant lorsqu'on pénètre à l'intérieur de la pièce, une des microfissures va quitter le plan de la scission maximale pour suivre le plan de la contrainte de tension maximale, et par effet de décharge, va stopper la propagation de ses congénères. La vitesse de propagation, d'abord très faible (quelques Å par cycle) va s'accélérer progressivement jusqu'à atteindre quelques  $\mu\text{m}$  par cycle). C'est durant cette période que des contrôles de la pièce permettent de détecter la fissure qui va conduire à la ruine et d'agir en conséquence (remplacement, réparation, surveillance).
- **Période de rupture brutale** : lorsque la fissure intéresse une section de la pièce telle que la section résiduelle est trop faible pour supporter les sollicitations appliquées, il se produit la rupture brutale catastrophique.

## I.4 Définition et symbolisation des termes utilisés en fatigue

### I.4.1 Contraintes appliquées

En service ou au cours d'essais de laboratoire, les efforts appliqués peuvent être des sollicitations de type simple, par exemple de traction-compression, de flexion ou de torsion, ou résulter d'une combinaison de ces sollicitations. Selon le renseignement cherché, les sollicitations appliquées dans les essais de fatigue, peuvent, de même, être d'un des types ci-dessus ou représenter une combinaison de deux ou plusieurs d'entre-deux. Quel que soit le mode de sollicitation, simple ou combiné, les contraintes normales et/ou les contraintes tangentielles (contraintes de cisaillement) développées dans l'éprouvette, varieront suivant une fonction du temps, comme le montre la figure I.4.

Généralement, au cours d'essais de fatigue, la contrainte appliquée variera suivant une fonction du temps approximativement sinusoïdale, ceci en raison des seules possibilités de fonctionnement des machines ou pour des raisons de commodité dans le traitement des résultats d'essais [1].



**Figure I.4** Différents types de sollicitations. a) Contrainte sinusoïdale d'amplitude constante, b) Contrainte sinusoïdale d'amplitude variable, c) Contrainte aléatoire.

### I.4.1.1 Contrainte nominale

La contrainte prise en compte au cours de l'essai de fatigue est une contrainte nominale. Elle est calculée par rapport à la section nette de la pièce ou de l'éprouvette considérée, à l'aide des formules usuelles de la résistance des matériaux (RDM) relative au domaine élastique. Elle ne fait pas intervenir la concentration de contrainte due à des entailles, ou à d'autres causes. La contrainte normale est exprimée par  $\sigma$ , la contrainte de cisaillement (ou de torsion) par  $\tau$ .

### I.4.1.2 Cycle de contrainte

C'est la plus petite partie de la fonction contrainte-temps qui se répète périodiquement. La contrainte sinusoïdale peut être considérée comme la superposition d'une contrainte alternée  $\sigma_a$  et d'une contrainte statique appelée contrainte moyenne  $\sigma_m$  (figure I.5).

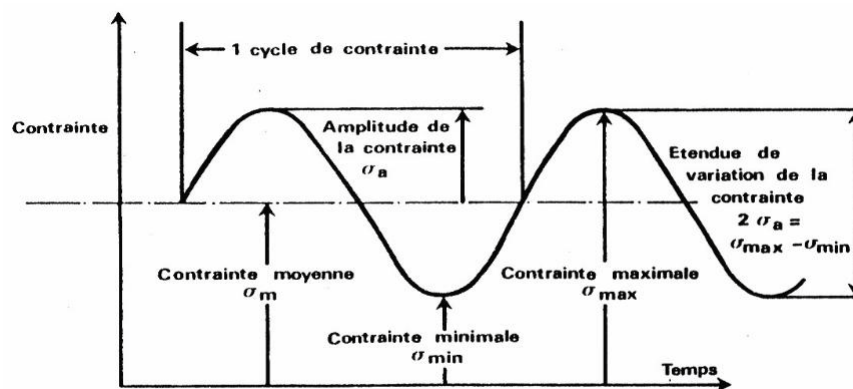


Figure I.5 Cycle de contrainte de fatigue [3].

#### □ Termes et symboles utilisés pour décrire le cycle de contrainte

**Contrainte maximale** ( $\sigma_{\max}$ ,  $\tau_{\max}$ ) : valeur maximale algébrique de la contrainte au cours d'un cycle de contrainte.

**Contrainte minimale** ( $\sigma_{\min}$ ,  $\tau_{\min}$ ) : valeur minimale algébrique de la contrainte au cours d'un cycle de contrainte.

**Contrainte moyenne** ( $\sigma_m$ ,  $\tau_m$ ) : définie par la valeur algébrique :  $\sigma_m = \frac{\sigma_{\min} + \sigma_{\max}}{2}$ .

**Amplitude de contrainte** ( $\sigma_a$ ,  $\tau_a$ ) (appelée aussi contrainte alternée) définie par la valeur algébrique :  $\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$ .

**Rapport de contrainte** ( $R_\sigma$ ) : défini par le rapport algébrique :  $R_\sigma = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$ , on utilise également le symbole  $R_S$ .

**Etendue de variation de la contrainte** ( $2\sigma_a$  ou  $2\tau_a$ ) : différence algébrique entre la contrainte maximale et la contrainte minimale du cycle de contrainte :  $2\sigma_a = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$ .

□ **Types de cycles de contrainte**

**Contrainte purement alternée** : contrainte qui varie entre des valeurs égales dans le sens positif et négatif (pour ce cycle de contrainte :  $\sigma_m$  ou  $\tau_m = 0$ ).

**Contrainte alternée** : contrainte qui évolue entre une valeur maximale positive et une valeur minimale négative dont les valeurs absolues sont différentes. (pour ce cycle de contrainte :  $0 < \sigma_m < \sigma_a$  ou  $0 < \tau_m < \tau_a$ ).

**Contrainte répétée** : contrainte qui varie entre la valeur 0 et une valeur maximale positive ou entre 0 et une valeur maximale négative (pour ce cycle de contrainte :  $\sigma_m = \sigma_a$  ou  $\tau_m = \tau_a$ ).

**Contrainte ondulée** : contrainte qui varie entre les valeurs maximale et minimale qui sont de même signe. ( $\sigma_m > \sigma_a$  ou  $\tau_m > \tau_a$ ).

**Nombre de cycles** ( $n$ ) : nombre de répétition du cycle de contrainte au cours de l'essai de fatigue.

**Nombre de cycle à rupture** ( $N$ ) : nombre de répétition du cycle de contrainte jusqu'à rupture.

**Rapport du nombre de cycle** ( $\frac{n}{N}$ ) : rapport du nombre de répétition  $n$  de cycle de contrainte réalisé à la même amplitude de contrainte au nombre de répétitions  $N$  du même cycle de contrainte nécessaire pour obtenir la rupture.

**Fréquence** ( $f$ ) : nombre de cycles de contrainte appliqués par unités de temps (cycle par seconde ou par minute).

Dans le cas d'essais de fatigue en traction-compression, le cycle de contrainte peut prendre l'une des formes représentées figure I.6.

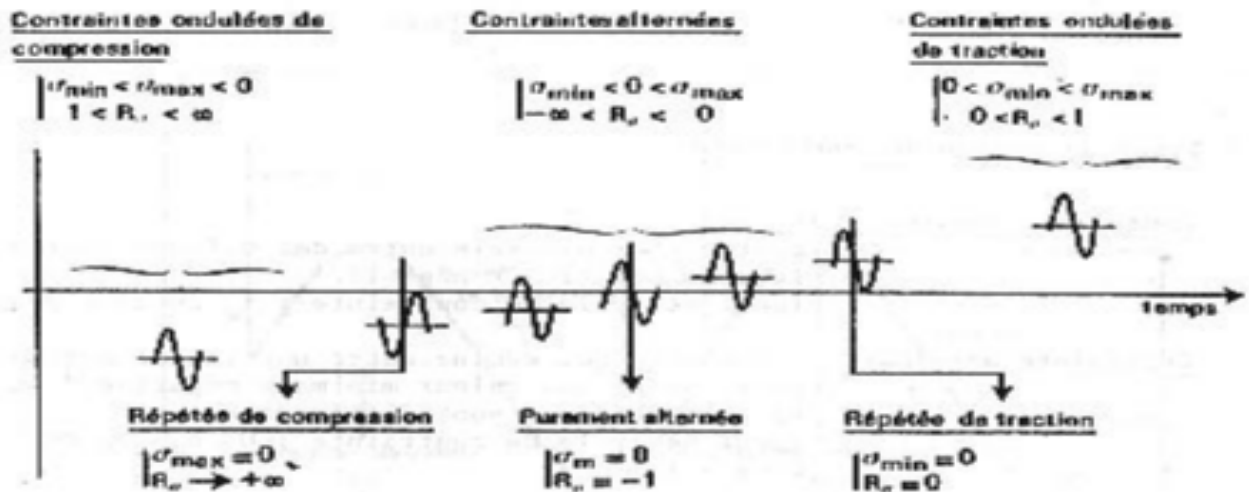


Figure I.6 Différentes formes de cycles de contrainte au cours d'essais de fatigue en traction-compression [1].

## I.4.2 Termes et symboles relatifs aux essais de fatigue [1]

### I.4.2.1 Limite de fatigue

C'est pour une contrainte moyenne  $\sigma_m$  donnée, la plus grande amplitude de contrainte pour laquelle il n'est pas observé de rupture après un nombre infini de cycles. Dans le cas particulier des aciers, il est expérimentalement constaté que ce nombre infini peut être ramené à  $10^7$  cycles. En revanche, pour les aciers en présence de corrosion et pour certains alliages d'aluminium, de cuivre ou de titane, cette limite de fatigue reste théorique et sans intérêt puisque tous les mécanismes ont une durée de vie limitée par suite de l'usure, la corrosion ou d'autres causes inhérentes à leur service même, on est donc conduit à utiliser une autre grandeur appelée limite d'endurance.

### I.4.2.2 Limite d'endurance

C'est pour une contrainte moyenne  $\sigma_m$  donnée, l'amplitude de contrainte pour laquelle il est constaté 50% de rupture après un nombre fini  $N$  (appelé censure) de cycles. Cette valeur peut être déterminée à l'aide de méthodes statistiques. Dans le cas des aciers, la censure est généralement de  $10^7$  cycles, mais on peut déterminer expérimentalement la limite d'endurance pour des censures différentes suivant la nature du matériau ou de la pièce essayée. Ce sera par exemple  $10^7$  cycles pour un rail de chemin de fer,  $2 \times 10^6$  cycles pour une pièce soudée. Cette limite d'endurance est notée  $\sigma_D(N)$  ou  $\tau_D(N)$ .

### I.4.2.3 Rapport d'endurance

Dans la pratique, il est parfois intéressant de rapporter la limite d'endurance à la charge de rupture à la traction du matériau essayé en fatigue. On définit ainsi le rapport d'endurance  $R$  :

$$R = \frac{\sigma_D(N)}{R_m} \quad (\text{I.1})$$

### I.4.2.4 Durée de vie ou endurance

On appelle durée de vie ou endurance en fatigue, le nombre de cycle de contrainte  $N$  nécessaire pour que l'éprouvette ou la pièce se rompe pour un cycle de contrainte  $(\sigma_a, \sigma_m)$ . Ces valeurs peuvent être déterminées à l'aide de méthodes statistiques.

## I.4.3 Présentation pratique des essais de fatigue

Pour présenter de manière facilement utilisable les résultats d'essais de fatigue, il existe un assez grand nombre de méthodes utilisées en fatigue :

- temps : sous forme d'un nombre de cycles  $N$ ,
- contraintes : \* statiques ( $R_e, R_m$ ),  
\* dynamiques ( $\sigma_m, \sigma_a, \sigma_{\max}, R_\sigma, \sigma_D(N)$ ).

Parmi toutes les méthodes existantes, nous en développeront la plus utilisée et la plus riches en renseignements.

### I.4.3.1 Courbe de Wöhler (courbe $\sigma/N$ )

Cette courbe est appelée courbe S.N. (Stresses – Number of cycles) dans les pays anglo-saxons. Universellement connue, la courbe de Wöhler est la plus ancienne et la seule qui permette de visualiser la tenue de la pièce ou des matériaux dans tout le domaine de fatigue.

Chaque pièce est soumise à des cycles d'efforts périodiques ;  $N_R$  est le nombre de cycles au bout duquel la rupture se produit. Ce nombre  $N_R$  est reporté en abscisse sur une échelle logarithmique et la contrainte est reportée en ordonnée sur une échelle linéaire. Pour tracer une telle courbe, on réalise généralement des essais à contrainte moyenne constante et on fait varier l'amplitude du cycle de contrainte appliqué (figure I.7). Ainsi, à chaque pièce essayée

correspond donc un point du plan  $(\sigma_a, N)$  et à partir d'un certain nombre d'essais à contraintes généralement décroissante, on peut tracer une courbe qui à l'allure suivante :

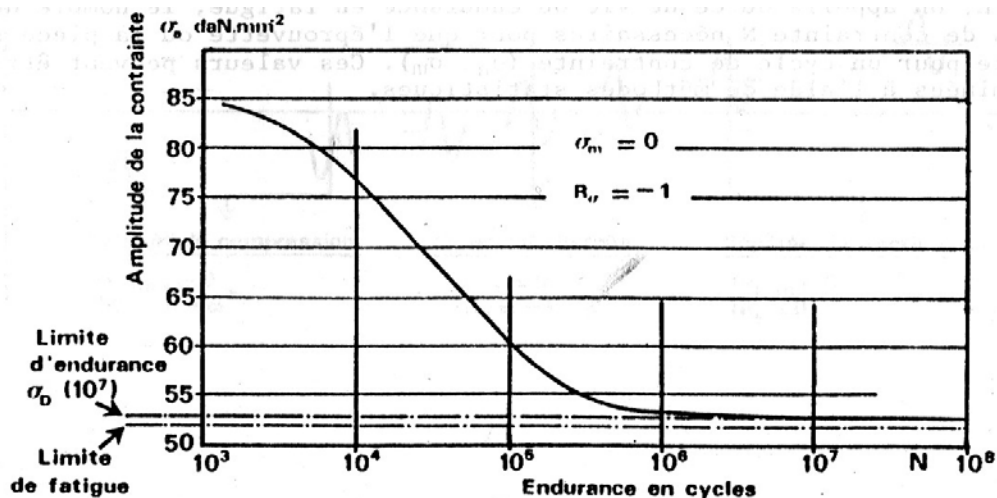


Figure I.7 Courbe de Wöhler (contrainte – nombre de cycles) [1]

La courbe de Wöhler présente en général une asymptote horizontale correspondant à une contrainte dont la valeur est, par définition, la limite de fatigue, c'est le cas des aciers.

- Une courbe de Wöhler comprend trois domaines (figure 1.8) :

**Le domaine de la fatigue oligocyclique** où les ruptures précédées d'une déformation plastique globale notable surviennent après un petit nombre de cycle ( $N_R \leq 10^5$ ).

**Le domaine d'endurance limitée** ( $N_R \geq 10^5$  cycles) où les ruptures surviennent systématiquement après un nombre limite de cycles croissant avec la décroissance de la contrainte.

**Le domaine d'endurance illimitée** où les ruptures ne se produisent pas avant un nombre de cycles supérieur à la durée de vie envisagée de la pièce.

#### I.4.3.2 Equation de la courbe de Wöhler

Diverses expressions analytiques ont été proposées pour représenter les courbes de Wöhler, dans le domaine d'endurance limité ou dans le domaine d'endurance lorsqu'elles sont connues pour un matériau ou une pièce donnée. Ces équations permettent de déterminer le nombre de cycles à rupture en fonction de la contrainte. Parmi toutes les formules qui relient la contrainte alternée appliquée en essai  $\sigma_a$  au nombre de cycles à rupture  $N$  et à la limite d'endurance  $\sigma_D$ , nous retiendrons celles qui représentent le mieux les résultats d'essais de fatigue, à savoir :

La formule de Strohmeier :  $\sigma_a = \sigma_D + \left(\frac{A}{N}\right)^C$

La formule de Palmgreen :  $\sigma_a = \sigma_D + \left(\frac{A}{N+B}\right)^C$

La formule de Corson :  $N = \frac{A \exp - C(\sigma_a - \sigma_D)}{\sigma_a - \sigma_D}$

La formule de Bastenaire :  $N + B = \frac{A \exp - C(\sigma_a - \sigma_D)}{\sigma_a - \sigma_D}$

A, B et C sont des constantes à déterminer à partir de résultats d'essais en nombre suffisant.

### **I.4.3.3 Diagrammes d'endurance**

Lorsque les essais de fatigue sont réalisés à contrainte moyenne  $\sigma_m$  constante, une contrainte correspondait une limite d'endurance  $\sigma_D$ . L'ensemble de ces limites d'endurance peut se représenter sur différents diagrammes appelés diagrammes d'endurance. Nous présenterons ici ceux qui sont le plus souvent utilisés, à savoir :

Diagramme de Haigh,

Diagramme de Goodman-Smith,

Diagramme de Ross,

Diagramme de Moore-Kommers-Jaspers,

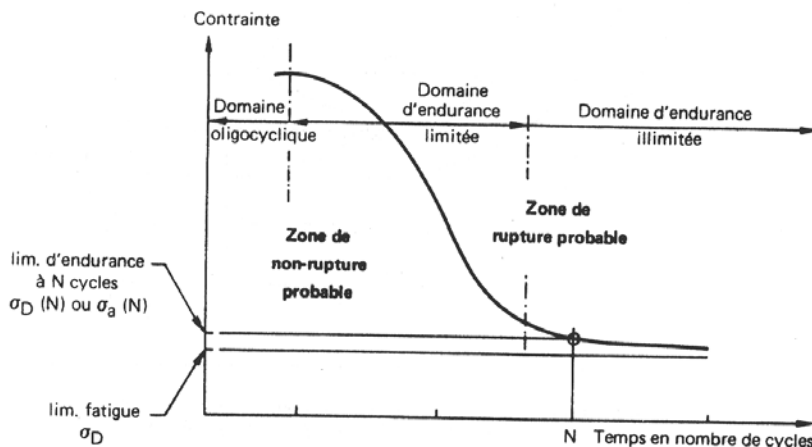
Diagramme de Gun.

Tous ces diagrammes qui ne sont que des façons différentes de représenter la même chose ne peuvent être tracés directement et doivent être déduits des courbes de Wöhler.

### **I.4.3.4 Aspect probabiliste de la courbe de Wöhler**

La dispersion des points qu'il observe expérimenter au cours du déroulement des essais de fatigue est la caractéristique principale de la fatigue. C'est ainsi que, pour un concepteur soucieux de prévoir un certain taux de fiabilité, il apparaîtra impossible d'utiliser directement les résultats de la courbe de Wöhler car cette courbe moyenne lui indique seulement qu'il a «autant de chances» d'obtenir une rupture, qu'une non-rupture de sa pièce ou structure, après un certain nombre de cycles sous sollicitation donnée.

Dans un concept probabiliste, la courbe de Wöhler ne représente plus que la frontière séparant le domaine où la rupture est la moins probable (à gauche de la courbe) du domaine où la rupture est la plus probable (à droite) (figure I.8) [1].



**Figure I.8** Aspect probabiliste de la courbe de Wöhler.

#### I.4.3.5 Définition de la fiabilité

La fiabilité est la probabilité pour qu'un dispositif accomplisse une fonction requise dans des conditions données, pendant un temps donné.

Deux des trois éléments de cette définition sont déjà en place dans une courbe de Wöhler pour une éprouvette sollicitée en fatigue :

- «pendant un temps donné» est représenté en abscisse par le nombre de cycles ( $\log N$ ),
- «dans des conditions données» est représenté en ordonnées par l'effort ou la contrainte.

Il reste à positionner l'élément « probabilité » défini, sur un plan tout à fait général, comme le rapport entre le nombre de cas favorables à la réalisation d'un événement au nombre de tous les cas possibles.

Pour ceci, il est nécessaire de construire les courbes d'équiprobabilité, en anglais courbes P.S.N. (Probabilistics, Stresses, Number of cycles), la courbe de Wöhler étant alors la courbe médiane à 50% (Figure I.9) [1].



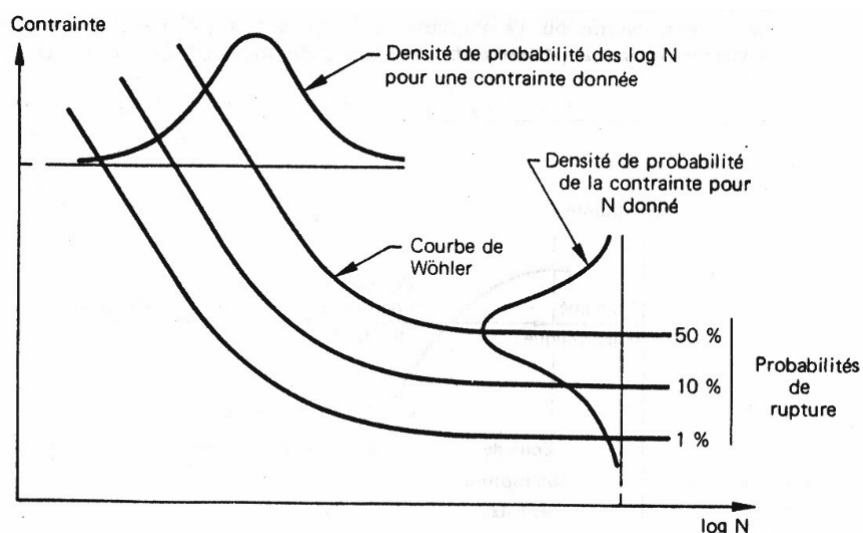


Figure I.9 Courbe équiprobabilité de Wöhler [4].

## I.5 Influence des facteurs géométriques sur la tenue en fatigue des aciers [5]

### I.5.1 Effet d'entaille

Le terme «entaille» est utilisé pour une discontinuité imposée ou accidentelle dans la forme ou une non-homogénéité du matériau.

Les entailles peuvent être de trois types :

- de type métallurgique,
- de type mécanique (dessin),
- de service (se formant durant l'utilisation).

### I.5.2 Définition des facteurs caractéristiques de l'effet d'entaille

#### I.5.2.1 Facteur théorique de concentration de contrainte $K_t$

$K_t$  est défini comme étant le rapport de la contrainte maximale réelle à fond d'entaille à la contrainte dans la section nette.

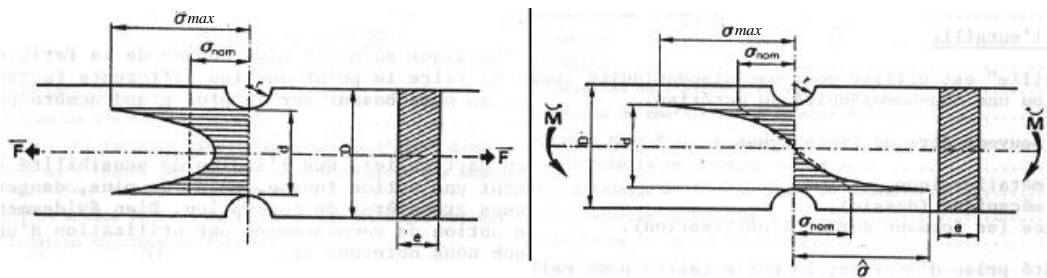
$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} \quad (\text{I.2})$$

$\sigma_{\max}$  est calculable par éléments finis ou par photoélasticimétrie,

$\sigma_{\text{nom}}$  est calculable à l'aide des formules de résistance des matériaux.

La contrainte  $\sigma_{max}$ , qui peut être réelle ou fictive, est calculée comme si le matériau était purement élastique. Le champ de contrainte est déformé comme on peut le voir sur les schémas a et b de la figure I.10.

Il apparaît que  $K_t$ , donc  $\sigma_{max}$ , dépend de la géométrie locale de la pièce, mais également du type de sollicitation.



a) Poutre entaillée soumise à un effort de traction

b) Poutre entaillée soumise à un effort de flexion

**Figure I.10** Facteur théorique de concentration de contrainte  $K_t$ .

### I.5.2.2 Facteur effectif de concentration de contrainte $K_f$

$K_f$  est défini comme étant le rapport de la limite d'endurance lisse  $\sigma_D$  à la limite d'endurance de l'échantillon possédant des foyers de concentration de contrainte  $\sigma_{D'}$  à même section de travail :

$$K_f = \frac{\sigma_D}{\sigma_{D'}} \quad (I.3)$$

$\sigma_D$  et  $\sigma_{D'}$  sont des contraintes nominales.

Il s'agit d'un coefficient expérimental calculé à partir d'essais de fatigue réalisés une pièce. Il est constaté que  $K_f$  est différent de  $K_t$  et très généralement inférieur à  $K_t$ .

Autrement dit, l'abaissement expérimental de l'endurance est plus faible que ce qu'on pourrait attendre du coefficient théorique de concentration de contrainte  $K_t$ . Ce fait s'interprète généralement par des effets rapportés à deux causes :

- Effet du gradient de contrainte qui soulage le cœur de la pièce et qui est fonction de la géométrie de l'éprouvette.
- Effet de l'érouissage cyclique, l'entaille amenant très vite le matériau à l'état plastique en fond d'entaille, et qui est fonction des caractéristiques du matériau.

### I.5.2.3 Indice de sensibilité à l'entaille

$K_f$  peut être relié à  $K_t$  par un coefficient  $q$  appelé indice de sensibilité à l'entaille et tel que :

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad (I.4)$$

### I.5.2 Effet d'échelle

L'effet d'échelle en fatigue procède de l'observation suivante : à contrainte nominale égale, plus les dimensions d'une pièce croissent, plus sa résistance à la fatigue diminue.

On peut citer trois causes principales à l'effet d'échelle [1] :

- une cause mécanique,
  - une cause statistique,
  - une cause technologique.
- **Cause mécanique** : lorsqu'une pièce mécanique est soumise à un champ de contrainte non homogène (torsion, flexion, traction, compression sur une pièce entaillée ...), il apparaît un gradient de contrainte dans les couches superficielles de la pièce. Si les dimensions de celles-ci augmentent, le gradient de contrainte superficiel va varier. L'existence de gradients de contraintes différents pour une contrainte superficielle nominale identique est l'une des causes principales de l'effet d'échelle en fatigue.

L'effet d'échelle s'explique par le raisonnement suivant :

- sur une pièce de faible épaisseur présentant un gradient superficiel très élevé, les couches superficielles de matériau ne sont pas sollicitées de manière identique. Les couches de matériau les moins chargées peuvent alors soutenir les couches les plus contraintes,
- sur une pièce de grande dimension, le gradient de la contrainte superficielle est faible ; toutes les couches superficielles sont sollicitées de manière presque identique.

Aucune zone du matériau ne peut soutenir les couches les plus chargées. On observe, une diminution de la tenue en fatigue de la pièce,

- la manifestation la plus évidente de cet effet de gradient est la différence que l'on observe entre la limite d'endurance en flexion plane, en flexion rotative et en traction-compression.
- **Cause statistique** : plus les dimensions d'une pièce augmentent, plus son volume et sa surface augmentent avec elles et ont statistiquement plus de chance de contenir des défauts qui se comporteront comme des amorces privilégiées d'une fissure de fatigue (hétérogénéité de matière, rayure, tapure, inclusion, microfissure, décohésion locale, etc...). Il apparaît alors normal de ce point de vue que la tenue en fatigue diminue lorsque les dimensions d'une pièce augmentent.
- **Cause technologique** : il est plus difficile de fabriquer dans de bonnes conditions les pièces de grandes dimensions. La difficulté notamment de réaliser des pièces importantes présentant un matériau bien homogène dans tout le volume de la pièce est évidente. L'application des traitements thermiques sur des grosses pièces conduit à une variation des propriétés mécaniques et de la structure du matériau lorsqu'on se déplace de la surface vers le cœur. Les traitements thermiques ou thermochimiques superficiels entraînent la présence de contraintes résiduelles dont la valeur et l'allure vont dépendre des dimensions de la pièce. Pour toutes ces raisons technologiques, les dimensions d'une pièce vont influencer la tenue en fatigue. A noter aussi, que parfois, on fait intervenir à tort dans l'effet d'échelle, l'influence néfaste de la rugosité superficielle (souvent plus élevée dans le cas des grosses pièces).

### I.5.2.1 Définition du coefficient d'échelle

Pour prendre en compte l'effet d'échelle dans le calcul des structures en fatigue, on définit le coefficient d'effet d'échelle  $K_e$  par le rapport de la limite d'endurance d'une éprouvette de dimensions données  $\sigma_D$  à la limite d'endurance d'une éprouvette de faible dimension choisie comme référence et usinée dans les mêmes conditions  $\sigma_{D0}$ .

$$K_e = \frac{\sigma_D}{\sigma_{D0}} \quad (I.5)$$

Ce coefficient peut être déterminé expérimentalement sur des pièces ou éprouvettes de dimensions variables. La connaissance de ce coefficient  $K_e$  pour un matériau et une dimension donnée de pièce permet à l'ingénieur de calculer la limite d'endurance prévisible  $\sigma_D$  de la pièce en fonction de la limite d'endurance du matériau ( $\sigma_{D0}$  mesurée sur éprouvette de faible diamètre ( $5 < d < 10$  mm)).

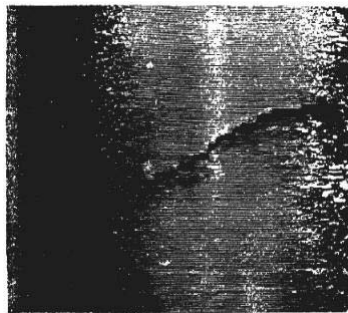
$$\sigma_{D_{\text{Prévisible}}} = K_e \cdot \sigma_{D0} \quad (\text{I.6})$$

### I.5.3 Effet d'état de surface

Lors de l'usinage d'une pièce mécanique, la création d'une rugosité superficielle s'accompagne toujours d'une modification de l'état structural des couches superficielles du matériau (écrouissage, phénomènes thermiques), et par une modification de l'état de contraintes résiduelles.

Ceci s'explique par le fait que les fissures de fatigue s'amorcent dans la majorité des cas la surface des pièces mécaniques avant de conduire à leur rupture.

L'allure de la fissure de fatigue de la figure I.11 est exemplaire à cet égard. On voit, que cette éprouvette de la fatigue sollicitée en torsion, la fissure de fatigue a progressé en suivant les stries produites par l'usinage au tour. Un autre type d'usinage, la rectification, par exemple, aurait certainement modifié son amorçage, sa progression et par la même, la limite d'endurance.



**Figure I.11** Strie de fatigue ayant progressé en suivant les stries d'usinage [1].

#### I.5.3.1 Définition du facteur d'état de surface

Pour caractériser l'influence de l'état de surface sur la tenue des pièces à la fatigue, on a défini un facteur  $K_S$  appelé facteur d'état de surface. Ce facteur s'exprime par le rapport de la limite d'endurance obtenue sur une pièce possédant un état de surface donné à la limite d'endurance de la même pièce parfaitement polie dont l'état de surface est choisi comme référence :

$$K_S = \frac{\sigma_{DS}}{\sigma_S} \quad (\text{I.7})$$

$\sigma_{DS}$  : limite de fatigue en sollicitation alternée de l'éprouvette de la pièce étudiée.

$\sigma_D$  : limite de fatigue en sollicitation alternée de l'éprouvette ou de la pièce étudiée dont l'état de surface est choisi comme référence.

### I.5.3.2 Détermination du facteur $K_S$

La plupart des abaques de la bibliographie permettant de déterminer  $K_S = f(R_m, R_t)$  pour le cas d'une pièce donnée sont généralement paramétrés en fonction :

- de la résistance à rupture du matériau,
- de la rugosité superficielle ( $R_t$ ).

### I.5.3.3. Influence de l'état de surface sur la durée de vie

Pour les pièces à durée de vie limitée, il est intéressant de connaître l'influence du mode d'usinage sur la durée de vie.

On peut définir un facteur d'état de surface pour les durées de vie par le rapport :

$$K_{SN} = \frac{N_s}{N} \quad (I.8)$$

$N_s$  : Durée de vie moyenne obtenue.

$N$  : Durée de vie moyenne obtenue avec l'état de surface de référence.

*Keding* en modélisant les courbes de Wöhler propose une relation entre ce coefficient  $K_{SN}$  et le facteur d'état de surface  $K_S$  :

$$K_{SN} = K_S + (1 - K_S) \frac{7 - \log N}{5} \quad (I.9)$$

Connaissant la valeur de  $K_S$ , on peut donc estimer grossièrement  $K_{SN}$  à l'aide de cette relation.

### I.5.4 Influence des contraintes résiduelles sur la tenue en fatigue des aciers

La plupart des ruptures observées sur des pièces mécaniques en service sont des ruptures de fatigue. L'étude du faciès de la cassure montre que dans la majorité des cas l'amorce de la rupture est superficielle. Les couches superficielles jouent un rôle fondamental dans la résistance à la fatigue des pièces. Deux raisons évidentes à calculer :

– les contraintes sont maximales en surface, la théorie de l'élasticité enseigne que, pour des sollicitations de flexion ou torsion, les contraintes maximales sont toujours atteintes à la surface du matériau. Pour les pièces soumises à des contraintes de traction, la contrainte n'est généralement pas uniforme dans la pièce, car les accidents de surface, entaille, changement de section, .... créent des concentrations de contraintes qui augmentent les contraintes superficielles,

– la surface de la pièce est la zone de contact avec l'extérieur : c'est donc par sa surface que la pièce va subir l'influence du milieu ambiant et des autres pièces. C'est en surface que se produiront corrosion, usure, grippage, matage, phénomènes qui pourront par la suite entraîner une rupture de la pièce.

Il est donc normal que l'ingénieur mécanicien s'intéresse à la mécanique de ces couches superficielles et aux moyens qui permettront d'en améliorer les propriétés mécaniques.

Pour cela, deux possibilités :

- modification de la structure des couches superficielles pour améliorer les caractéristiques mécaniques en fatigue du métal,
- création d'un champ de contraintes résiduelles favorable pour décharger les couches externes de la pièce.

Mais les contraintes résiduelles peuvent être aussi défavorables. En effet, de nombreux cas montrent que la gamme de fabrication et la finition des pièces mécaniques introduisant à la surface des contraintes résiduelles néfastes qui vont encore augmenter les contraintes de service (usinage par tournage, rectification, dépôt superficiel, soudures, etc. ). Lorsqu'il calcule une pièce, l'ingénieur devra donc tenir compte de ces contraintes résiduelles défavorables.

#### **I.5.4.1 Définition des contraintes résiduelles**

On appelle contraintes résiduelles, les contraintes qui existent dans une pièce lorsque celle-ci n'est soumise à aucune action extérieure.

On peut considérer plusieurs types de contraintes résiduelles, suivant la dimension des volumes dans lesquels elles se manifestent.

- les contraintes du premier ordre qui provoquent des déformations dans la pièce à l'échelle macroscopique,

- les contraintes du second ordre qui entraînent des déformations à l'échelle du grain,
- les contraintes du troisième ordre qui agissent au niveau de l'édifice cristallin.

Ces trois types de contraintes résiduelles interviennent les unes sur les autres. Ce sont surtout les contraintes du premier ordre ou macrocontraintes qui intéressent, les contraintes du second et troisième ordre n'ayant qu'une influence très localisée et décelable seulement à l'aide de moyens d'investigation complexes (microscope électronique, rayon X). Il ne faut cependant pas les ignorer car elles peuvent intervenir lors des mesures des contraintes macroscopiques.

En général, les contraintes résiduelles macroscopiques sont dues :

- à un écoulement plastique non homogène sous l'action de forces extérieures (grenailage, autofrettage, galetage, ...),
- à une déformation plastique non homogène au cours d'un chauffage ou d'un refroidissement non uniforme ou aux déformations structurales de transformation de la matière (traitement thermiques, trempe banale, trempe superficielle, ...),
- aux hétérogénéités d'ordre chimique ou cristallographique (nitruration, cémentation, ...),
- à des traitements superficiels divers (émaillage, nickelage, chromage),
- aux précontraintes.

Le chapitre qui suit sera consacré à l'endommagement en fatigue et nous développeront la modélisation d'évolution de la courbe de Wöhler.



## *Chapitre II*

# *Étude analytique de la fatigue*

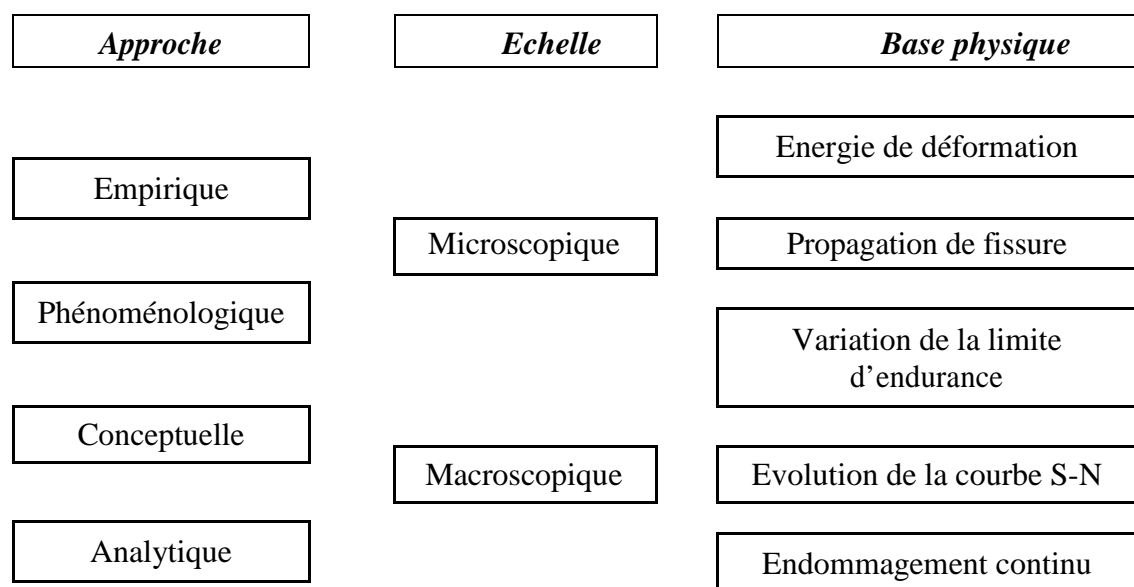
---

## Introduction

Les approches du phénomène de la fatigue rassemblent les lois d'endommagements en fatigue élaborées à partir des théories de la mécanique des solides. Les lois entrant dans cette catégorie caractérisent la démarche scientifique utilisée pour décrire le dommage en fatigue.

### II.1 Classifications des lois d'endommagements en fatigue [5]

Les différents critères de classification des lois d'endommagements en fatigue sont récapitulés dans la figure II.1.



**Figure II.1** Niveaux de classification des lois d'endommagement en fatigue.

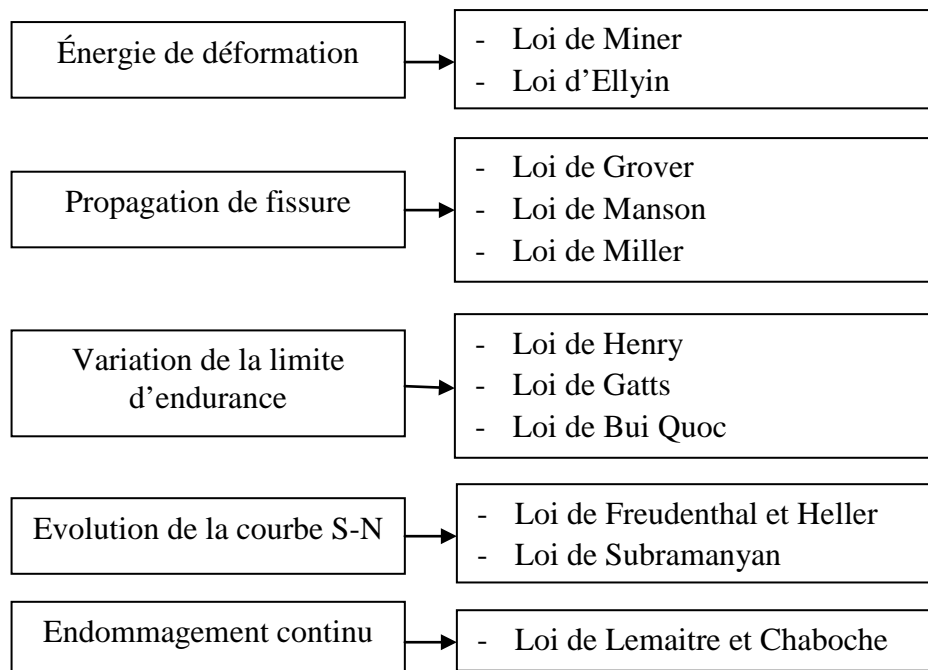
Parmi l'ensemble des lois recensées, nous distinguons cinq modèles de bases physiques :

- Modèles d'énergie de déformation : les lois d'endommagement développent des théories basées sur les énergies de déformation. Elles présentent les endommagements d'origines diverses : le fluage, la thermique et la fatigue.
- Modèles de propagation de fissure : ils permettent de décrire l'évolution des paramètres physiques de la propagation, comme l'accroissement de la longueur de fissure. Ils relèvent en général de la mécanique linéaire de la rupture et sont pour l'essentiel basés sur l'intégration d'une expression de la vitesse de propagation de la fissure.

- Modèles de variation de la limite d'endurance du matériau : ces modèles postulent une évolution de la limite d'endurance du matériau au cours de sa vie, fonction des niveaux successifs du chargement et de leur interaction.
- Modèles d'évolution de courbe S-N du matériau : ces modèles sont basés sur une interaction des niveaux successifs du chargement. Ils introduisent une modification des courbes S-N du matériau, cette modification étant liée aux niveaux de contrainte rencontrés et à leur ordre d'apparition. La différence avec la catégorie précédente de modèles est que la limite d'endurance du matériau n'est pas la seule donnée de fatigue affectée, c'est toute la courbe S-N qui est modifiée ici.
- Modèles d'endommagement continu : Ils sont souvent associés à une déformation plastique cumulée. Initiés au départ pour décrire le phénomène du fluage et ils ont été étendus au dommage en fatigue.

## II.2 Lois d'endommagement en fatigue

Les lois d'endommagement en fatigue sont présentées en fonction de leur base physique. La figure II.2 récapitule ces différentes lois.



**Figure II.2** Liste des lois d'endommagement en fatigue [5].

### II.2.1 Paramètres constants des lois d'endommagement en fatigue

Ces paramètres regroupent les caractéristiques mécaniques aussi bien monotones que cycliques et les constantes propres à chaque loi, nous les avons rassemblés dans le tableau II.1.

**Tableau II.1** Récapitulatif des paramètres nécessaires à l'utilisation des lois d'endommagement pour la prévision des durées de vie en fatigue [5].

Lois	Caractéristiques monotones	Caractéristiques de fatigue	Paramètres particuliers nécessaires à l'application de la loi
Miner		Courbe S-N	
Ellyin et al.		Courbe S-N	Limite d'endurance apparente : $N^*$
Grover		Courbe S-N	Proportion de cycles à rupture appliqués : $\alpha$
Manson et al.		Courbe S-N	Constantes : $p$ et $b$
Miller et al.		Courbe S-N	Longueur initiale, critique et à l'amorçage de fissure : $L_0, L_r, L_I$
Henry		Courbe S-N Limite d'endurance $\sigma_{D0}$	
Gatts		Courbe S-N Limite d'endurance $\sigma_{D0}$	
Bui-Quoc et al.	Résistance maximale en traction ( $R_m$ )	Courbe S-N Limite d'endurance $\sigma_{D0}$	constante : $m$
Freudenthal-Heller		Courbe S-N	
Subramanyan		Courbe S-N Limite d'endurance $\sigma_{D0}$	
Lemaître et Chaboche	Résistance maximale en traction ( $R_m$ )	Courbe S-N Limite d'endurance $\sigma_{D0}$	Constantes : $\alpha, \beta aM_0^{-\beta}$

### II.2.2 Domaine d'application des lois d'endommagement en fatigue

Les configurations des chargements pour lesquelles ces lois sont a priori applicables sont cochées dans le tableau II.2.

**Tableau II.2** Limites d'application des lois d'endommagement en fatigue [5].

Lois	Evolution Non linéaire du dommage	Histoire du chargement	Contrainte moyenne	1 seul type de sollicitat. simple		1 seul type de sollicitat. composée		Mixité de plusieurs sollicitat.	
				Tous les blocs i	Certains blocs i	Tous les blocs i	Certains blocs i	Tous les blocs i	Certains blocs i
Miner				X	X	X	X	X	X
Ellyin et al.	X	X	X	X	X	X	X		
Grover	X	X		X		X			
Manson et al.	X	X		X	X	X	X	X	X
Miller et al	X	X		X	X	X	X		
Henry	X	X	X	X		X		X	
Gatts	X	X	X	X		X			
Bui-Quoc et al.	X	X	X	X		X		X	
Freudenthal-Heller	X	X	X	X		X			
Subramanyan	X	X	X	X		X			
Lemaître et Chaboche	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Les tableaux II.1 et II.2, nous conduit à s'intéresser aux paramètres nécessaires à l'utilisation des lois d'endommagement pour la prévision des durées de vie en fatigue, à savoir, la caractéristique de fatigue « la courbe de Wöhler ».

### II.3 Étude et analyse du phénomène de la fatigue

L'ensemble des résultats des essais de fatigue est représenté par une courbe S-N ( $\sigma/N$ ), (Contrainte-Nombre de cycles) appelée courbe de Wöhler.

Les valeurs de contraintes et du nombre de cycles sont représentées en échelle semi- logarithmique,

cette courbe de Wöhler nous permet de connaître les caractéristiques des matériaux utilisés dans l'industrie, la résistance en fatigue ou la limite d'endurance.

Pour la tracer, on réalise généralement des essais simples, qui consistent à soumettre chaque éprouvette à des cycles d'efforts périodiques, d'amplitude de chargement constante fluctuant autour d'une valeur moyenne fixée, et de noter le nombre de cycles à rupture  $N_r$ .

Ce nombre  $N_r$  est reporté en abscisse sur une échelle logarithmique et l'amplitude de contrainte  $\sigma_a$  est reportée en ordonnée sur une échelle linéaire. Ainsi chaque éprouvette testée, correspond un point du plan  $(N_r, \sigma_a)$ . A partir d'un certain nombre d'essais, nous établissons la courbe de Wöhler.

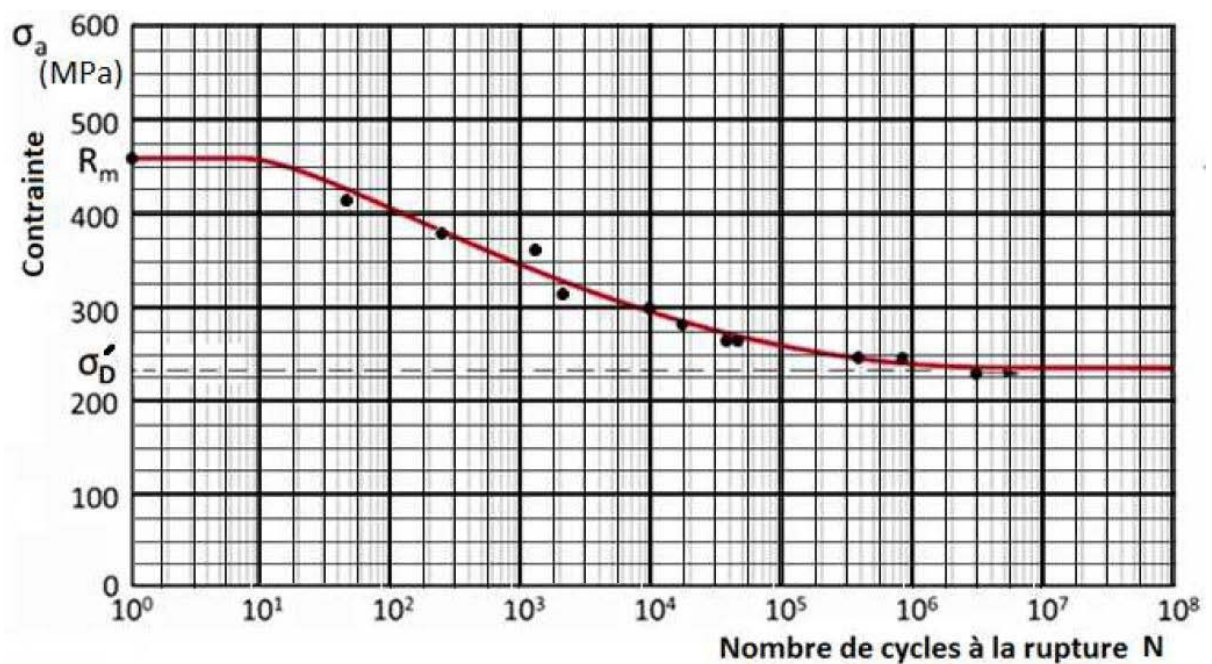


Figure II.3 Courbe de Wöhler de l'acier S235JR [6].

### II.3.1 Étude de la courbe de Wöhler

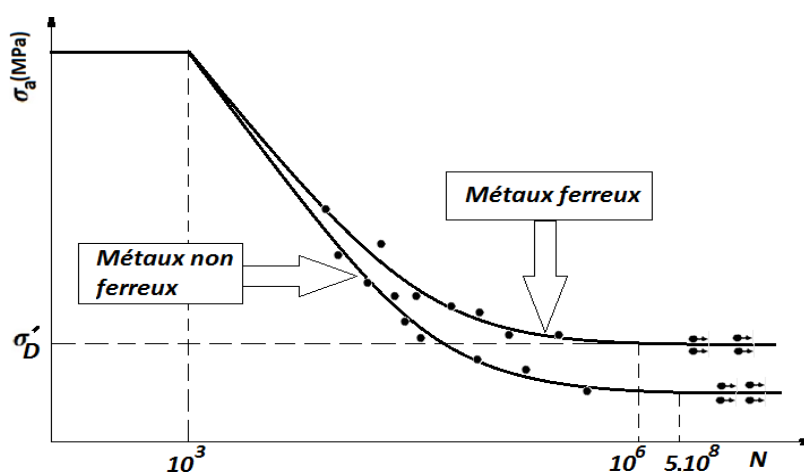
La dispersion des résultats peut provenir de plusieurs sources, on en peut citer :

- la géométrie de l'éprouvette,
- l'état de surface,
- les dimensions,
- l'homogénéité du matériau des éprouvettes

### II.3.2 Approximation analytique de la courbe de Wöhler

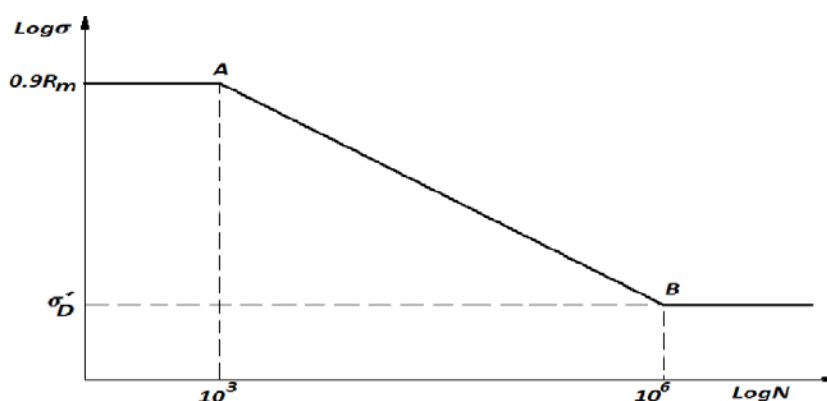
Les résultats des essais de fatigue illustrés par la courbe de Wöhler ont un aspect statistique, pour permettre une exploitation de la courbe dans l'engineering on procède à une approximation linéaire de la courbe [6].

Par comparaison les courbes de Wöhler des alliages ferreux et non ferreux possèdent les limites pouvant être représentées par la figure suivante (Figure II.4) :



**Figure II.4** Forme générale des courbes de fatigue des métaux ferreux et non ferreux [6].

En approximant linéairement la partie de la courbe ( $10^3 < N < 10^6$ ) et en utilisant l'échelle logarithmique on aura la figure II.5.



**Figure II.5** Courbe de Wöhler approximée [6].

Les coordonnées des points A et B sont respectivement : ( $10^3$ ,  $R_m$ ) et ( $10^6$ ,  $\sigma_D$ ) et la droite (AB) aura pour équation :

$$\text{Log}\sigma = \text{Log}a \cdot \text{Log}N + \text{Log}b \quad (\text{II.1})$$

Où Log, représente le logarithme décimal et  $a$  et  $b$  sont positifs non nuls.

L'équation (II.1) peut s'écrire :

$$\text{Log}\sigma = \text{Log}a^{\text{Log}N} + \text{Log}b = \text{Log}(b \cdot a^{\text{Log}N}) \quad (\text{II.2})$$

L'équation reliant la contrainte et le nombre de cycles à la rupture  $N$  de la référence [7] est :

$$\sigma = \frac{\sigma_R}{\left[ \frac{N}{1000} \right]^{\frac{1}{3} \text{Log}\left(\frac{\sigma_R}{\sigma_{-1}}\right)}} \quad (\text{II.3})$$

On obtient :

$$N = 1000 \left[ \frac{R_m}{\sigma_a} \right]^{\frac{3}{\text{Log}\frac{R_m}{\sigma'_D}}} \quad (\text{II.4})$$

Où,  $\sigma_R$  : résistance à la rupture,  $\sigma_a$  : contrainte normale alternée symétrique et  $\sigma_{-1}$  : limite de fatigue en flexion alternée.

### II.3.3 Valeurs approximatives de la limite d'endurance

Les approximations de la limite d'endurance sont données par la référence [6], sont présentées dans le tableau II.3. Les valeurs de  $\sigma'_D$  et  $R_m$  de quelques matériaux connus selon les normes américaines.

**Tableau II.3** Valeurs de  $\sigma'_D$  et  $R_m$  de quelques matériaux connus.

Matériau	Résistance mécanique (Mpa)	Limite d'endurance $\sigma'_D$
Alliages ferreux		
ASTM 1010, normalisé	364	186
ASTM 1025, normalisé	441	182
ASTM 1035, normalisé	539	238
ASTM 1045, normalisé	630	273



ASTM 1060, normalisé	735	315
ASTM 1060, trempé (huile)	1295	574
ASTM 3325, trempé (huile)	854	469
ASTM 4340, trempé (huile)	952	512
ASTM 8640, trempé (huile)	875	476
ASTM 9314, trempé (huile)	812	476

### II.3.4 Essai de Wöhler

L'essai de Wöhler est réalisé sur des éprouvettes encastées à un bout et soumises à un effort à l'autre bout donc on a une flexion rotative (figure. II.6) [6].

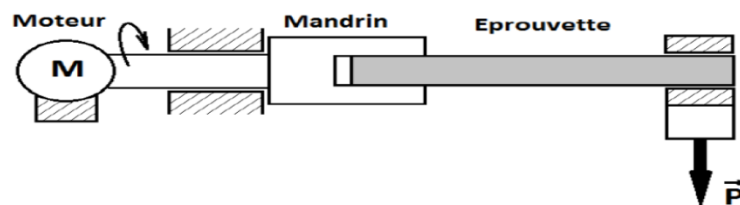


Figure I.6 Principe de l'essai de Wöhler.

La nécessité de calculer les paramètres constants des lois d'endommagement en fatigue des structures impose le recours à des méthodes numériques et à des lois de comportement des matériaux relativement compliquées. Les codes de calcul par éléments finis font maintenant partie des outils couramment utilisés lors de la conception et à l'analyse des produits industriels. Les outils d'aide à la modélisation devenant de plus en plus perfectionnés, l'utilisation de la méthode des éléments finis s'est largement développée et peut sembler de moins en moins une affaire de spécialistes. Si l'utilisation de la méthode se caractérise par la simplicité croissante de mise en œuvre, la fiabilité des algorithmes et la robustesse de la méthode, il reste néanmoins des questions essentielles auxquelles l'ingénieur devra répondre s'il veut effectuer une analyse par éléments finis dans de bonnes conditions :

- évaluer la confiance qu'il accorde aux résultats produits,
- analyser les conséquences de ces résultats par rapport aux objectifs visés.

L'objectif de notre travail d'utiliser la méthode des éléments finis afin de prévenir la durée de vie et les scénarios d'accidents des structures.

## II.4 Présentation de la méthode des éléments finis

Les codes d'éléments finis sont désormais l'un des outils les plus utilisés dans la planification et l'analyse des produits industriels. Au fur et à mesure que les aides à la modélisation deviennent de plus en plus élaborées, l'utilisation de la méthode des éléments finis se démocratise et les experts semblent y accorder de moins en moins d'importance. Si le recours à cette méthode se popularise en raison de la simplification de la mise en œuvre, de la fiabilité de l'algorithme et de la robustesse de la méthode, si l'ingénieur désire analyser par éléments finis, il lui reste quelques questions fondamentales auxquelles il doit bien répondre [8].

- Problèmes préliminaires dans la phase de calcul ;
- Problèmes d'utilisation des résultats et de régression de la conception.

Il convient de garder à l'esprit que l'analyse des résultats exige une bonne compréhension des éléments suivants différentes étapes mathématiques sont utilisées dans le processus d'approximation afin d'estimer l'erreur du modèle numérique par rapport à la solution exacte du problème mathématique.

Rappelons que le modèle numérique ne peut fournir que des résultats liés à l'information contenue dans le modèle mathématique, qui résulte des hypothèses de modélisation.

Nous nous limiterons à présenter le modèle de base utilisé dans la théorie des linéaires en contexte. Bien que simples, ces modèles permettent déjà de gérer un grand nombre d'applications liées à des problèmes d'ingénierie. D'un point de vue pédagogique, ils sont suffisamment complexes pour mettre en évidence la difficulté de mise en œuvre de la méthode [9].

Cette méthode a pour principe de discrétiser le problème en décomposant le domaine matériel à étudier en éléments géométriques simples. Dans chacun de ces éléments, il sera plus aisé de définir une approximation.

### II.4.1 Application des éléments finis

La gamme d'applications des éléments finis est trop vaste pour être énumérée, mais pour donner une idée de sa polyvalence, nous en citons quelques-unes :

- a. les analyses de contraintes et les analyses thermiques de pièces industrielles telles que les

puces électroniques, les appareils électriques, les valves, les tuyaux, récipients sous pression, moteurs automobiles et avions,

b. l'analyse sismique des barrages, des centrales électriques, des villes et des immeubles de grande hauteur,

c. l'analyse des collisions de voitures, de trains et d'avions,

d. l'analyse de l'écoulement des fluides des bassins de refroidissement, des polluants et des contaminants, et de l'air dans les systèmes de ventilation,

e. l'analyse électromagnétique des antennes, des transistors et des signatures d'avions,

f. l'analyse des procédures chirurgicales telles que la chirurgie plastique, la reconstruction de la mâchoire, la correction de la scoliose, etc. et bien d'autres encore.

La méthode des éléments finis comprend les cinq étapes suivantes :

1. Prétraitement : subdivision du domaine du problème en éléments finis.
2. Formulation des éléments : élaboration des équations pour les éléments.
3. Assemblage : obtention des équations du système entier à partir des équations des éléments individuels.
4. Résolution des équations.
5. Post-traitement : déterminer les quantités d'intérêt, telles que les contraintes et les déformations, et obtenir des visualisations de la réponse.

#### **II.4.2 Démarche de la méthode des éléments finis**

Les principales étapes pour construire un modèle d'éléments finis sont les suivantes :

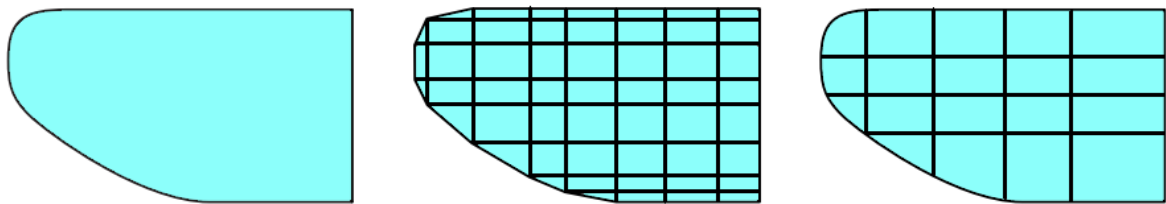
- Discrétiser le milieu continu en sous-domaines ;
- Construire une approximation de nœud à travers des sous-domaines ;
- Calculer la matrice élémentaire correspondant à la forme intégrale du problème ;
- Assemblage de la matrice de base ;

- Considérer les conditions aux limites ;
- Résoudre un système d'équations.

#### II.4.2.1 Discrétisation géométrique

Ce procédé revient à diviser le domaine continu en sous-domaines : Il est donc nécessaire de pouvoir reproduire la géométrie souvent complexe du domaine étudié par des éléments de forme géométrique simple. Il ne doit pas y avoir de recouvrement ou de vide entre deux éléments ayant une frontière commune.

Quand la limite du domaine est complexe, une erreur de discrétisation géométrique est inévitable [9]. Cette erreur doit être estimée, et éventuellement réduite en changeant la forme ou en diminuant la taille des éléments concernés comme proposé sur la figure II.7, sur chaque élément, on cherchera à définir une approximation de la fonction solution.



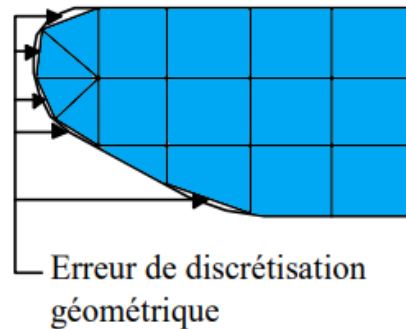
**Figure II.7** Modifier la taille des éléments et raffiner au niveau des courbures.

#### II.4.2.2 Erreur de discrétisation géométrique

Les problématiques d'ingénierie ayant tendance à être complexes, des hypothèses simplificatrices sont par conséquent nécessaires pour définir le cadre de l'étude, sans avoir à représenter la "réalité physique" dans toute sa complexité.

Il ne faut pas qu'il y ait de superposition ou d'écart entre deux éléments ayant une frontière commune.

De même, lorsque la frontière du domaine est complexe, une erreur de discrétisation géométrique est incontournable. Cette erreur doit être estimée, et éventuellement atténuée en modifiant la forme ou en diminuant la taille des éléments concernés, comme il est illustré dans la figure II.8.



**Figure II.8** Erreur de discrétisation géométrique.

### II.4.2.3 Approximation nodale

La méthode des éléments finis est fondée sur la construction systématique d'une approximation du champ de grandeurs  $u$  par sous-domaine. Cette approximation est bâtie sur les valeurs approchées du champ aux nœuds de l'élément considéré, on parle de représentation nodale de l'approximation ou plus simplement d'approximation nodale.

Le rapprochement par éléments finis est une approximation nodale par sous-domaines faisant intervenir uniquement les variables nodales du domaine élémentaire.

Le paramètre  $N$  représente la valeur de la fonction approchée en tout point  $M$  de l'élément et  $N_i$  la matrice des lignes des fonctions d'interpolation de l'élément, les paramètres nodaux relatifs aux nœuds d'interpolation de l'élément.

En règle générale, le champ à approximer est un champ de vecteurs. Nous employons alors la notation matricielle suivante

$$u^*(M) = N(M) u_n \quad (\text{II.5})$$

$M_i$  : Les points de l'élément pour lesquels on choisit d'identifier l'approximation.

$u^*$  : La valeur du champ de variables  $u$ .

Nous permettons de déduire que :

$$\forall M_i, u^*(M_i) = u_i \quad (\text{II.6})$$

Soit pour l'approximation nodale :

$$\forall M_i, N_j(M_i) = \delta_{ij} \quad (\text{II.7})$$

#### II.4.2.4 Fabrication d'une approximation nodale linéaire

Le calcul de l'interpolation nodale est effectué à partir d'une approximation générale :

$$\forall M, u^*(M) = \phi M.A \quad (\text{II.8})$$

$\phi$  : Est une base de fonctions connues et rendues indépendantes, en général une base polynomiale.

A : Le vecteur des paramètres de l'approximation, également appelés paramètres caractérisés, qui n'ont pas de signification physique.

#### II.4.2.5 Bases polynomiales complètes et incomplètes

Si on veut employer une base polynomiale complète, le nombre de termes doit être égal au nombre de variables nodales à identifier. Si un polynôme intégral ne peut être utilisé, le meilleur choix est de conserver la symétrie des monômes conservés.

En revanche, pour une base incomplète et pour but d'éviter de grandes erreurs de modélisation, la matrice à inverser doit être bien conditionnée. Ce traitement est lié au choix de la base polynomiale et à la géométrie des éléments, le tableau II.4 qui suit explique les deux différents phénomènes.

**Tableau II.4** Bases polynomiales complètes et incomplètes.

	Bases polynomiales complètes	Bases polynomiales incomplètes
Une dimension	- Linéaire $(1, x)$ : deux variables - Quadratique $(1, x, x^2)$ : trois variables	
Deux dimensions	- Linéaire $(1, x, y)$ : trois variables - Quadratique $(1, x, y, x^2, xy, y^2)$ : six variables	Deux dimensions : « bi – linéaire » $(1, x, y, xy)$ : quatre variables
Trois dimensions	- Linéaire $(1, x, y, z)$ : quatre variables - Quadratique $(1, x, y, z, x^2, xy, y^2, xz, z^2, yz)$ : dix variables	Trois dimensions : « tri - linéaire » $(1, x, y, z, xy, xz, yz, xyz)$ : huit variables

### II.4.2.6 Assemblage et conditions aux limites

Nous devons effectuer trois calculs au niveau élémentaire (calcul de structure) [10].

Matrice masse élémentaire :

$$[Me] = \int_{D_{ref}} \langle N(\xi) \rangle^T \rho \langle N(\xi) \rangle |\det[J]| dv_{ref} \quad (\text{II.8})$$

Matrice raideur élémentaire :

$$[Ke] = \int_{D_{ref}} \langle [B(\xi)]^T [D] [B(\xi)] |\det[J]| dv_{ref} \quad (\text{II.9})$$

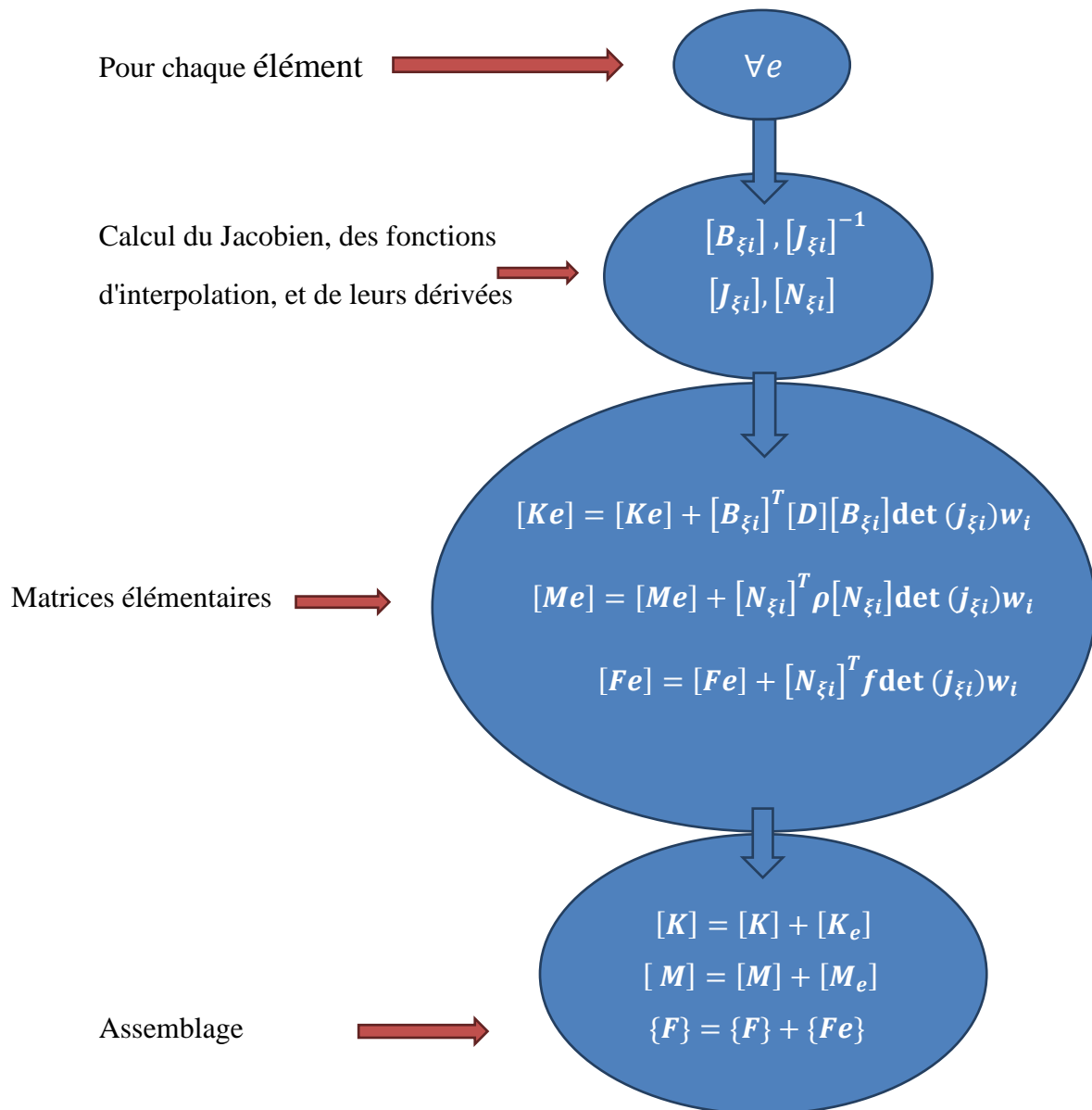
Force généralisée :

$$\{F_{de}\} = \int_{D_{ref}} \langle N(\xi) \rangle^T \overline{\{F_d\}} |\det[J]| dv_{ref} \quad (\text{II.10})$$

La méthode d'intégration numérique absolue n'est possible que si la fonction à intégrer est polynomiale.

On sait alors l'ordre de la fonction polynomiale à intégrer, et on peut sélectionner le nombre de points d'intégration en conséquence.

II.4.2.7 Structure des calculs



Après assemblage, on aboutit à la forme matricielle du principe du travail virtuel :

$$M\ddot{U} + KU + C\dot{U} = P(t) \quad (\text{II.11})$$

Avec :

M : Représentant la masse et la caractéristique inertielle de la structure.

K : Représentant la force de rappel élastique et la capacité d'énergie potentielle de la structure.

C : Représente les caractéristiques de frottement et les pertes d'énergie de la structure de la force



d'excitation.

$P(t)$  : Représente la force externe agissant sur la structure.

$\overrightarrow{\{F_d\}}$  : Vecteur force généralisé associé aux efforts donnés.

$D_{ref}$  : Les coordonnées de tout point de l'élément référence.

$[B]$  et  $[D]$  : Matrices d'opérateurs différentiels appliqués aux fonctions d'interpolation.

$[J]$  : Est la matrice jacobienne de la transformation.

$[N]$  : Représente le nombre de points d'intégration sur l'élément de référence

$\xi_i$  : Les coordonnées paramétriques des points d'intégration.

$\omega_i$  : Les poids d'intégration.

#### II.4.2.8 Utilisation d'un logiciel éléments finis

Un programme général de type industriel doit être capable de résoudre des problèmes variés de grandes tailles (de mille à quelques centaines de milliers de variables). Ces programmes complexes nécessitent un travail d'approche non négligeable avant d'espérer pouvoir traiter un problème réel de façon correcte. Citons à titre d'exemple quelques noms de logiciels :

NASTRAN, ANSYS, ADINA, ABAQUS, CASTEM 2000, CESAR, SAMCEF, etc.

Les possibilités offertes par de tels programmes sont nombreuses :

- analyse linéaire ou non d'un système physique continu,
- analyse statique ou dynamique,
- prise en compte de lois de comportement complexes,
- prise en compte de phénomènes divers (élasticité, thermiques, électromagnétiques, de plasticité, d'écoulement. . .) pouvant être couplés,
- problèmes d'optimisation.... [6].

# *Chapitre III*

## *Simulation numérique de la fatigue*

---

## Introduction

L'avenir est à l'outil numérique et à la réalité virtuelle ; la simulation et l'analyse numérique se sont développées ces dernières années dans la recherche industrielle privée ou publique (constructeurs automobile, aéronautique, spatial...) améliorant ainsi la productivité des industriels et la vie de tous les consommateurs.

La simulation et l'analyse numérique ont un accès direct à la qualité et au délai de mise sur le marché des produits et augmentent les performances des solutions de gestion du cycle de vie des produits.

Ils sont réapparus, dans la volonté de minimiser le coût d'une étude avec un nombre d'essais optimisé. La difficulté est de créer un modèle sur Abaqus le plus proche possible de la réalité (matériaux, conditions aux limites...). L'étude ne sera validée qu'à partir de tests physiques conduisant à des mesures pour la comparaison entre la réalité et la simulation.

Nous utiliserons le logiciel Abaqus (analyse dynamique linéaire et non linéaire), qui est l'un des premiers fournisseurs mondiaux de logiciels et services pour l'analyse par éléments finis. La gamme de logiciels d'Abaqus est particulièrement réputée pour sa technologie, sa qualité et sa fiabilité. Elle s'est imposée comme partie intégrante des processus de conception de sociétés de renommée mondiale dans tous les secteurs industriels.

Il existe deux codes :

- **Abaqus/Standard** : résolution par un algorithme statique implicite.
- **Abaqus/Explicit** : résolution par un algorithme dynamique explicite.

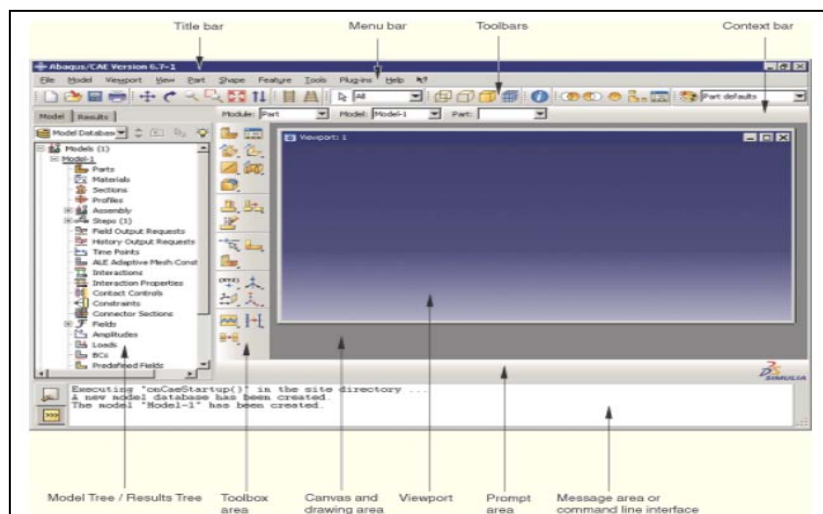


Figure III.1 Fenêtre principale d'Abaqus.

### III.1 Choix de la modélisation

Nous utiliserons pour notre démarche de simulation les éléments suivants :

#### III.1.1 ABAQUS/Explicit

La mise en œuvre de la version explicite d'Abaqus est un produit d'analyse par éléments finis qui utilise un schéma d'intégration explicite pour solutionner des problèmes dynamiques ou quasi-statiques non linéaires. La capacité d'Abaqus/Explicit à gérer des comportements non linéaires tels que les essais de fatigue le rendent intéressant pour notre simulation.

La méthode explicite est également dotée d'une grande simplicité de mise en œuvre dans le cas de problèmes non linéaires. La contrepartie est un pas de temps nécessairement très petit. Le caractère direct de l'intégration explicite permet également de faciliter la gestion des contacts et donc des contraintes. Le modèle explicite est particulièrement adapté aux problèmes fortement non linéaires tels que les impacts de contact ou, dans notre cas, essai de fatigue rotatif sur une pièce cylindrique.

#### III.1.2 Définition des unités

Les calculs ont été réalisés avec Abaqus/Explicit. Le logiciel ne travaillant pas avec des unités, nous devons les choisir en données d'entrées afin qu'elles soient homogènes.

**Tableau III.1** Tableau des unités sur Abaqus.

Quantity	SI	SI (mm)	US Unit (ft)	US Unit (inch)
Length	m	mm	ft	in
Force	N	N	lbf	lbf
Mass	kg	tonne (10 <sup>3</sup> kg)	slug	lbf s <sup>2</sup> /in
Time	s	s	s	s
Stress	Pa (N/m <sup>2</sup> )	MPa (N/mm <sup>2</sup> )	lbf/ft <sup>2</sup>	psi (lbf/in <sup>2</sup> )
Energy	J	mJ (10 <sup>-3</sup> J)	ft lbf	in lbf
Density	kg/m <sup>3</sup>	tonne/mm <sup>3</sup>	slug/ft <sup>3</sup>	lbf s <sup>2</sup> /in <sup>4</sup>

### III.1.3 Définition du matériau

La simulation a été basée sur le matériau C35, acier au carbone, à moyenne teneur, très souvent utilisé en mécanique générale de par sa bonne usinabilité et ses caractéristiques mécaniques. Apte aux traitements thermiques, pièces non soumises aux chocs, mais nécessitant une bonne résistance avec une soudabilité médiocre.

**Tableau III.2** Composition chimique du C35 (analyse de coulée suivant la norme EN 10277-2).

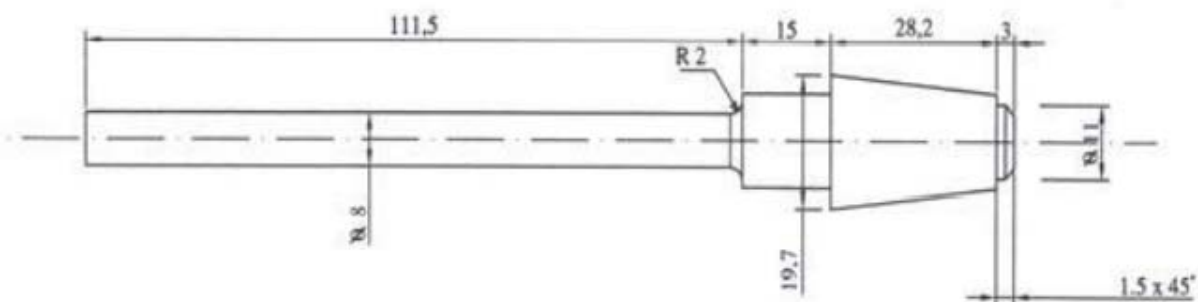
C %	Si %	Mn %	P %	S %	Cr %	Ni %	Mo %	Cr+Mo+Ni %
0,39	0,40	0,80	0,045	0,045	0,40	0,40	0,10	0,63

**Tableau III.3** Caractéristiques mécaniques (suivant la norme EN 10277-2).

Epaisseur mm	Laminé + écrouîté galeté (+SH)		Etiré à froid (+C)		
	dureté HB	Rm (MPa)	Rp <sub>0,2</sub> valeurs minimales (MPa)	Rm (MPa)	A <sub>5</sub> % valeurs minimales
≥5≤10			510	650 - 1000	6
>10≤16			420	600 - 950	7
>16≤40	154 - 207	520 - 700	320	580 - 880	8
>40≤63	154 - 207	520 - 700	300	550 - 840	9
>63≤100	154 - 207	520 - 700	270	520 - 800	9

### III.2 Procédure à suivre

Nous décrivons à présent toutes les étapes à suivre pour intégrer les fonctionnalités nécessaires à la modélisation l'éprouvette d'essai de fatigue représentée ci-dessous :



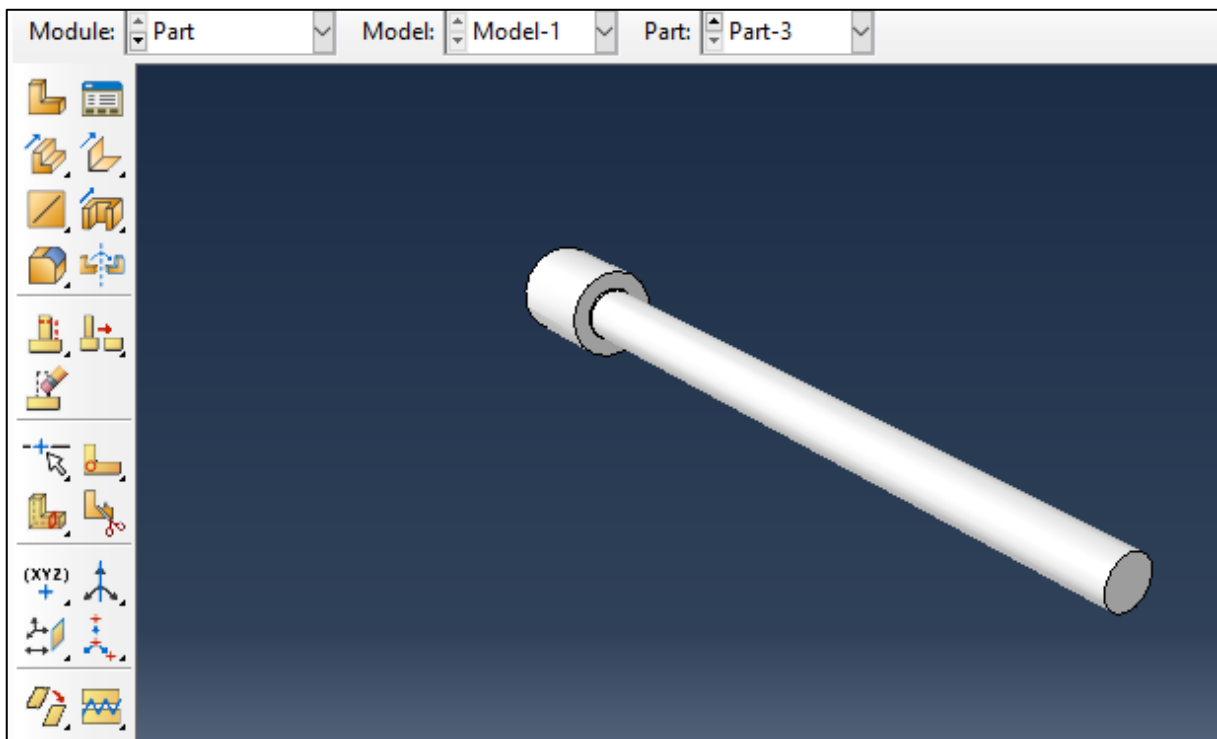
**Figure III.2** Éprouvette d'essai de fatigue [6].

Nous procéderons à la configuration de chaque module du logiciel dans l'ordre suivant :

- *Part (création).*
- *Property (propriété).*
- *Assembly (assemblage).*
- *Step (configuration).*
- *Interaction.*
- *Load (charge).*
- *Mesh (maillage).*
- *Job (exécution).*

### III.2.1 Module Part (création)

On commence par créer l'éprouvette et la dimensionnée comme est indiqué dans la figure suivante :



**Figure III.3** Création de l'éprouvette.

### III.2.2 Module « Property » (propriété)

Dans cette partie on définit les caractéristiques du matériau de l'éprouvette en acier C35.

La masse volumique :  $\rho = 7852 \text{ m}^3/\text{kg}$ .

Module de Young :  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ .

Coefficient de poisson :  $\nu = 0,33$ .

$R_m = 580 \text{ N/mm}^2$ .

$\sigma_{D'} = R_m \cdot 0,5 \text{ MPa} \Rightarrow 290 \text{ MPa}$ .

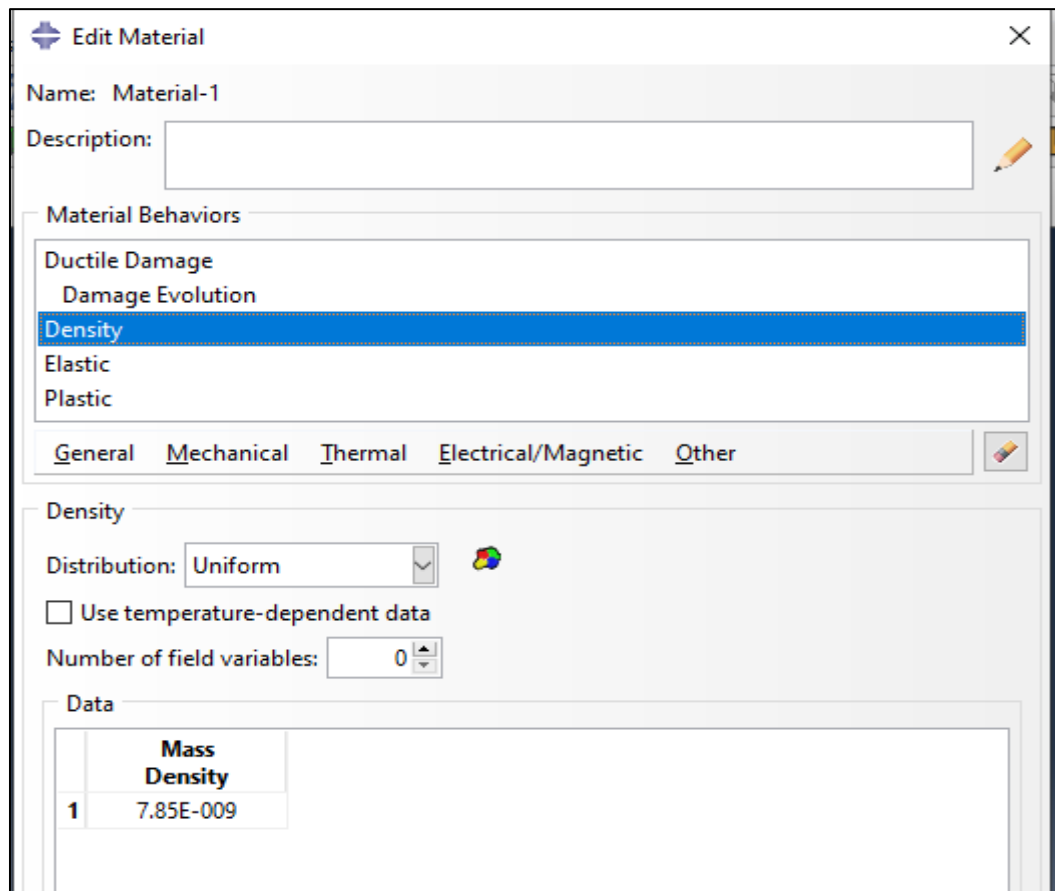


Figure III.4 Intégration des propriétés du matériau.

### III.2.3 Module « assembly » (*assemblage*)

Dans ce module, on positionne notre éprouvette pour pouvoir le repérer et qu'on puisse passer aux modules suivants.

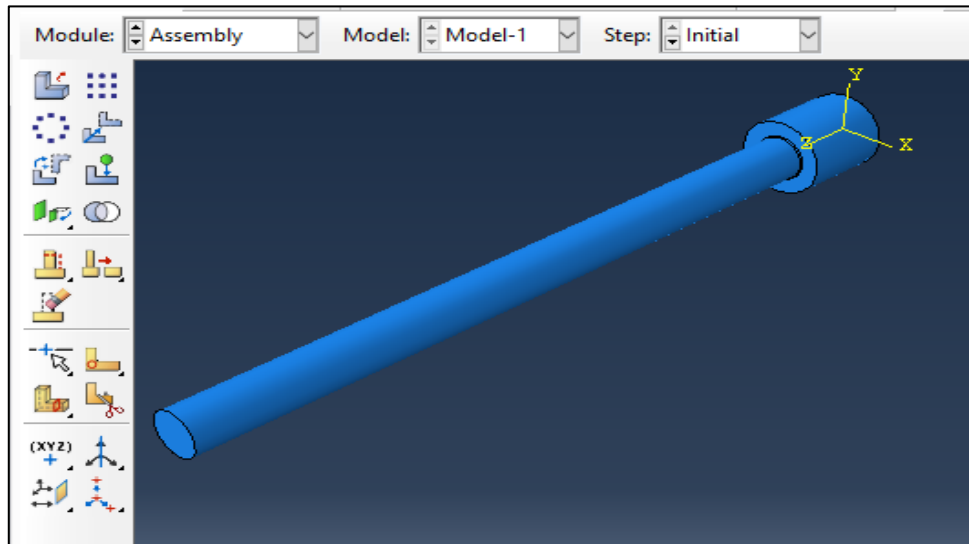


Figure III.5 Repérer le modèle.

### III.2.4 Module « Step » (*configuration*)

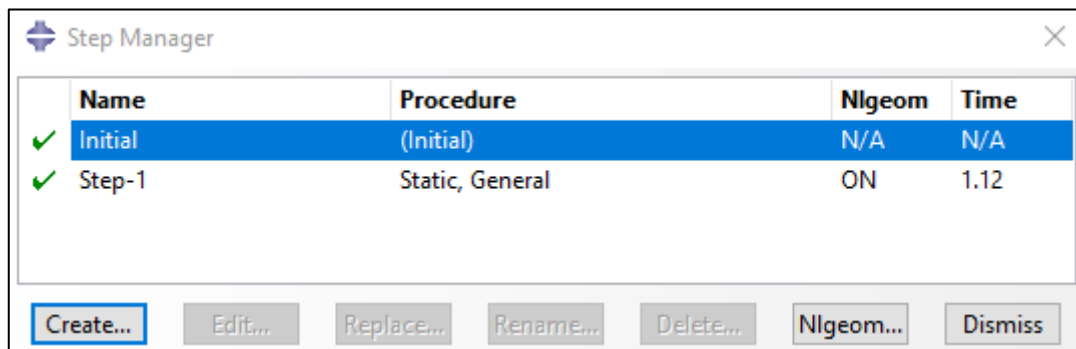


Figure III.6 Choix du temps de calcul.

Dans le module « *step* », nous aurions le choix de créer une procédure Générale-explicite, et on définit le temps de calcul ainsi que l'incrémentation ou bien une procédure Directe-cyclique en définissant le nombre de cycles par analyse de fatigue dans la rubrique fatigue, les figures ci-dessous expliquent la description :



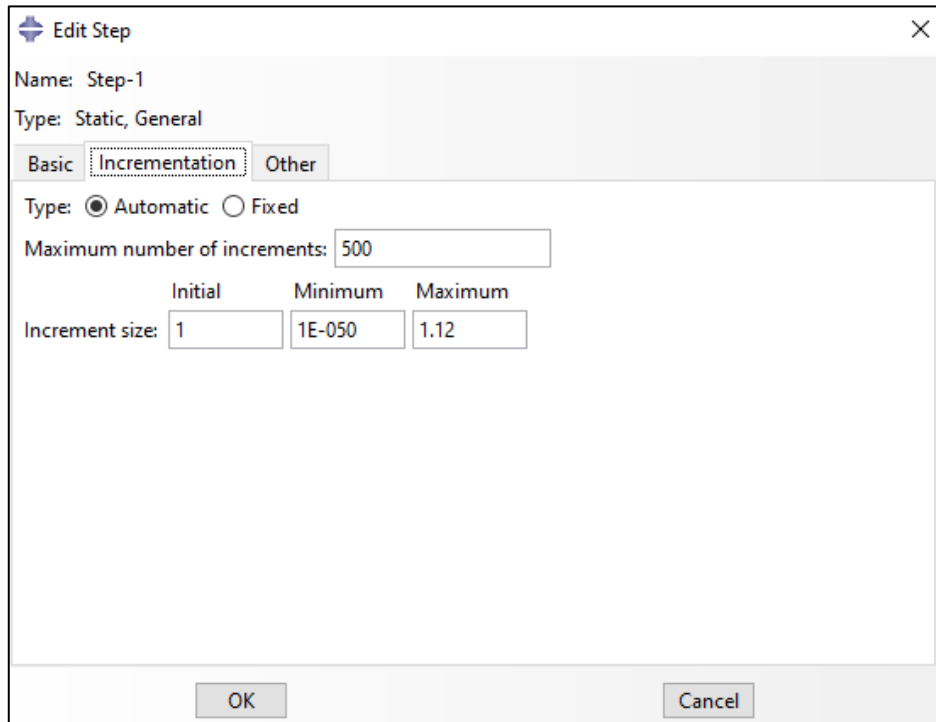


Figure III.7 Choix du nombre des incréments.

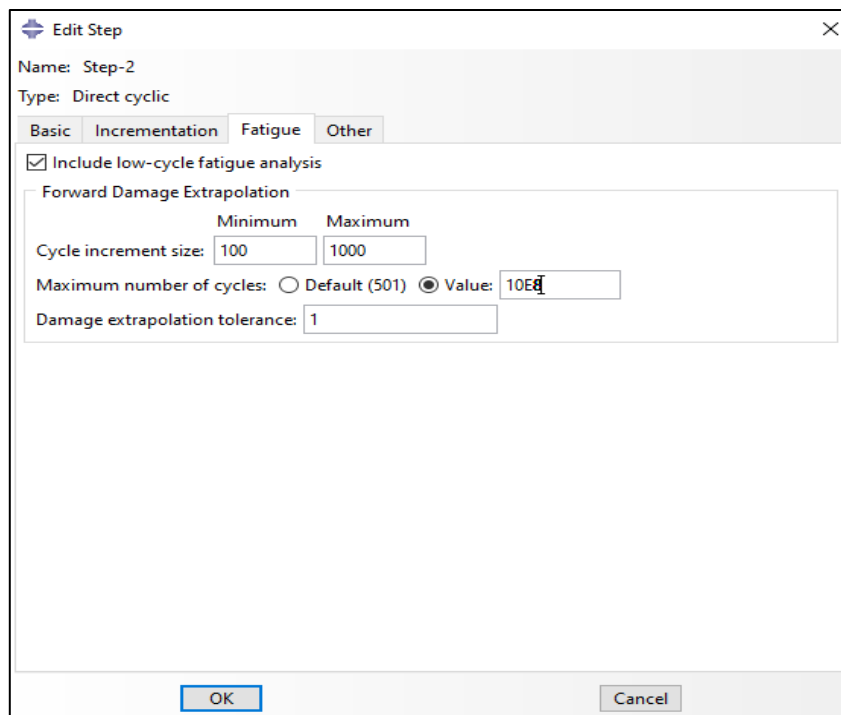


Figure III.8 Analyse de fatigue.

### III.2.5 Module « Interaction »

Dans ce module, il n'y aura pas de contact par contre dans Abaqus/Standard, des nœuds internes sont créés par le couplage cinématique pour appliquer les contraintes qui sont équivalentes aux contraintes de von mises à la sortie.

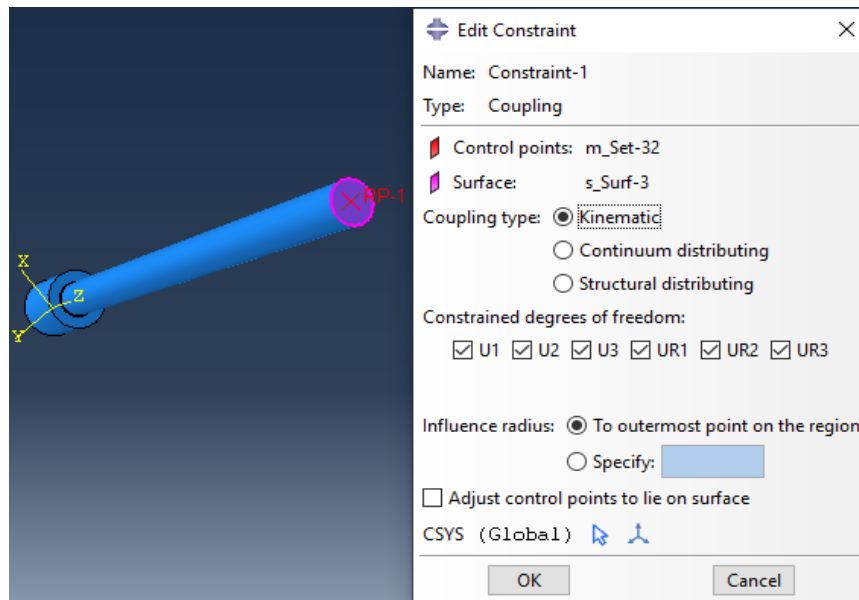


Figure III.9 Couplage cinématique.

### III.2.6 Module « Load »

En effet, dans ce module, nous devons définir les deux charges qui sont primordiales pour la simulation.

Premièrement, en appliquant une charge  $F$  suivant l'axe  $x$  (Figure III.10), deuxièmement, nous appliquons un encastrement aux nœuds étant qu'une fixation du déplacement sur les trois axes «  $ox$ ,  $oy$ ,  $oz$  », au fur et à mesure nous choisissons la vitesse de rotation à  $t = 2750$  tr/mn comme condition initiale (Figure III.11).

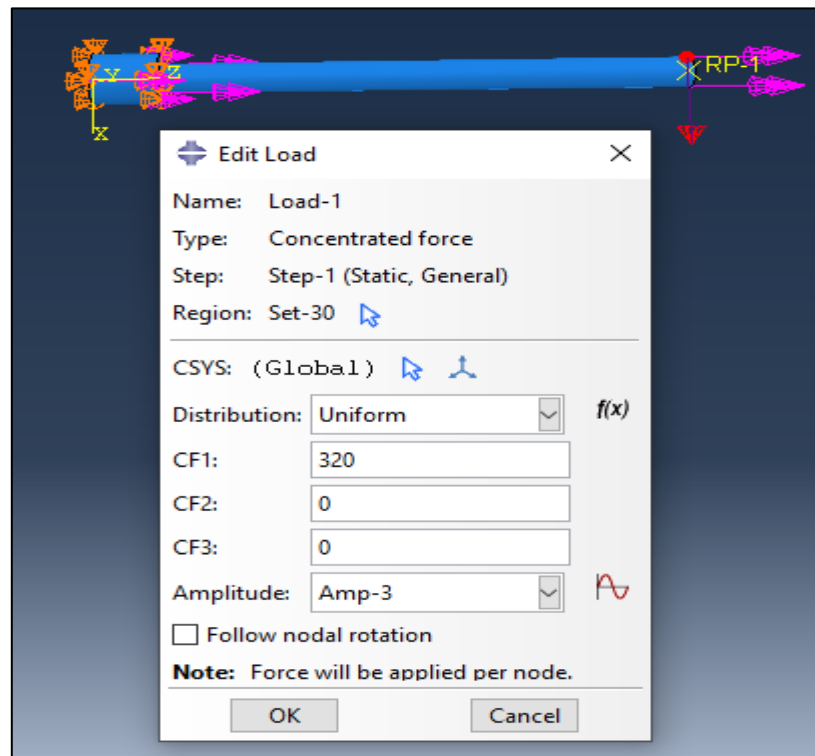


Figure III.10 Application d'une charge de 320 N.

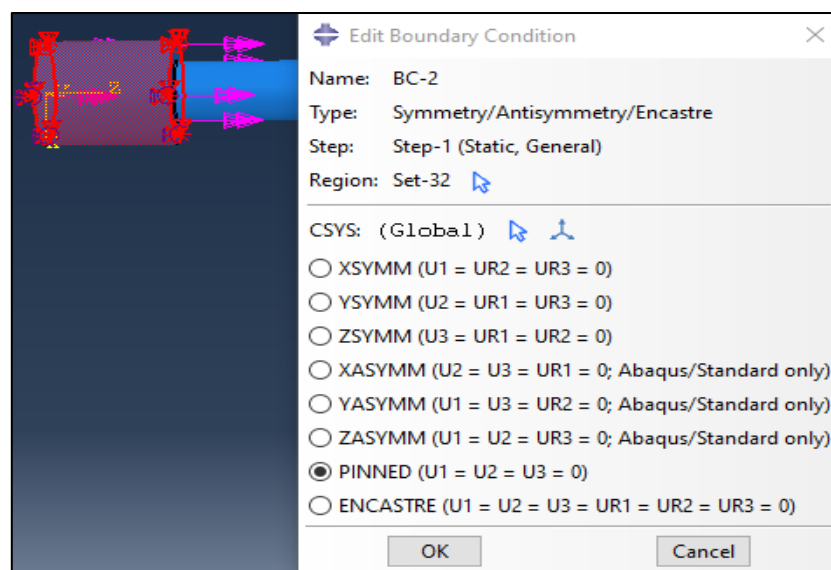
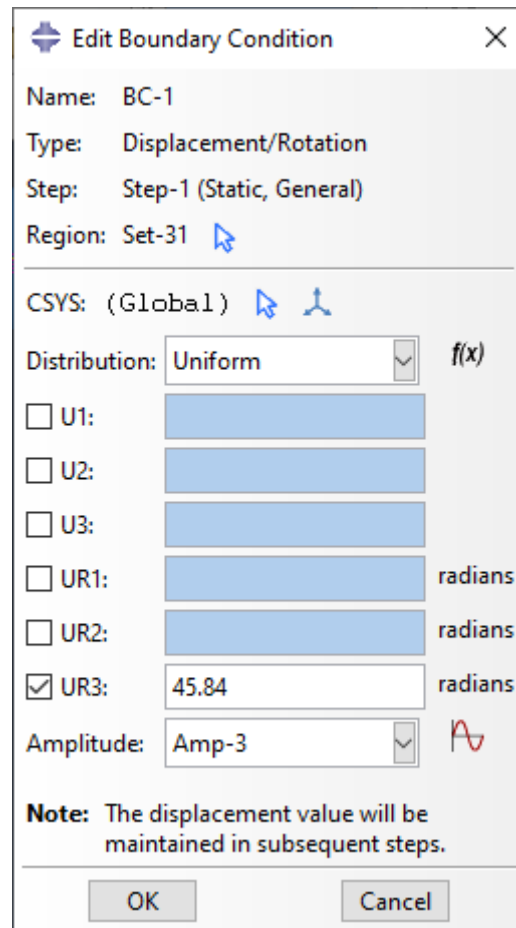


Figure III.11 Fixation du déplacement sur les trois axes «  $ox, oy, oz$  ».

La vitesse de rotation est à  $t = 2750 \text{ tr/mn}$ , le code de calcul Abaqus oblige les unités en seconde dans ce cas la vitesse sera égal à  $45.84 \text{ tr/s}$  (Figure III.12).

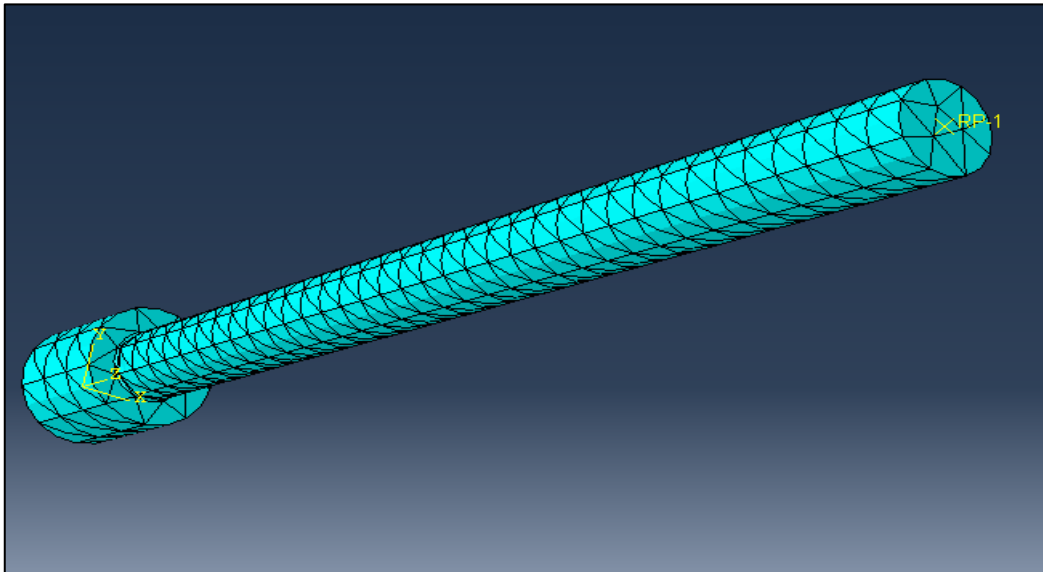


**Figure III.12** Implantation de La vitesse de rotation autour de l'axe  $oz$ .

### III.2.7 Module « Mesh »

Nous pourrions utiliser une variété de techniques de maillage pour mailler des modèles de différentes topologies. Dans certains cas, nous pourrions choisir la technique utilisée pour mailler un modèle ou une région de modèle. Dans d'autres cas, une seule technique est valable. Les différentes techniques de maillage offrent différents niveaux d'automatisation et de contrôle par l'utilisateur.

Un maillage adaptatif a été choisi pour notre modèle (Figure III.13).

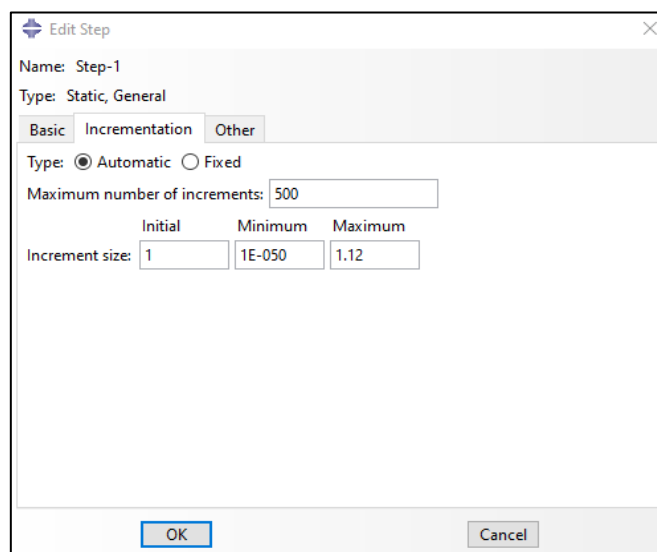


**Figure III.13** Maillage adaptatif de l'éprouvette.

### III.2.8 Module job

Le module Job nous permet de créer un travail, de le soumettre à l'analyse et de suivre sa progression. Si nous le souhaitons, nous pouvons créer plusieurs modèles et travaux et exécuter et surveiller les travaux simultanément.

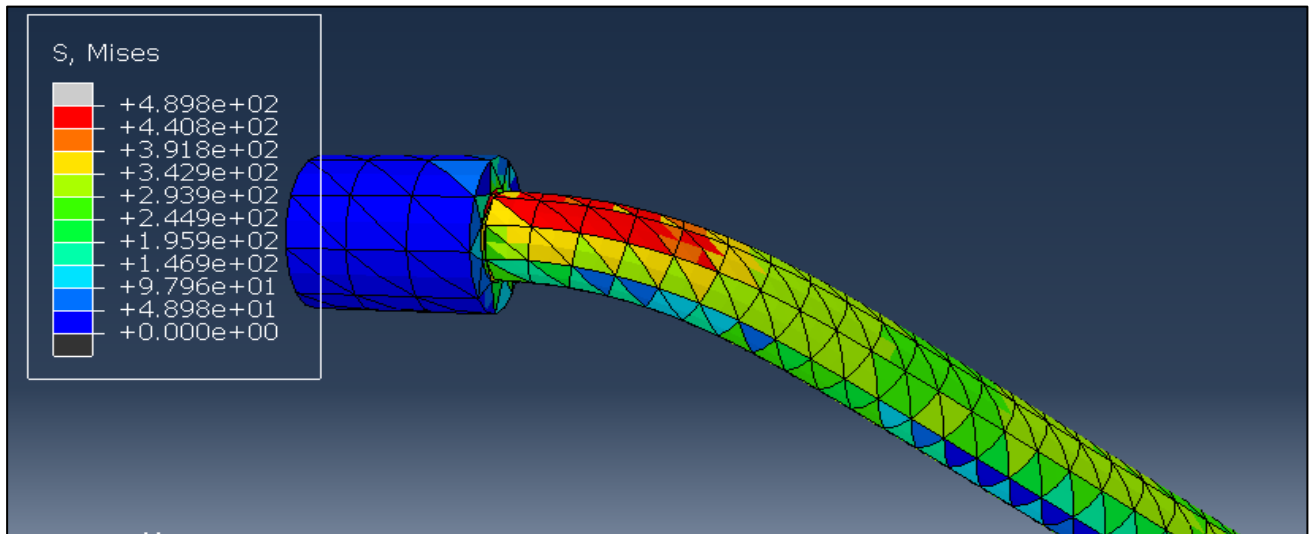
Le temps de simulation, soit nous le choisissons, où nous indiquerons le nombre des incréments qui nous définit la première de temps de 4h à 5h de simulation pour un seul essai de simulation, la figure qui suit illustre le passage ci-dessous.



**Figure III.14** Nombre des incréments au bout de chargement.

### III.3 Simulation pour $F = 320\text{ N}$

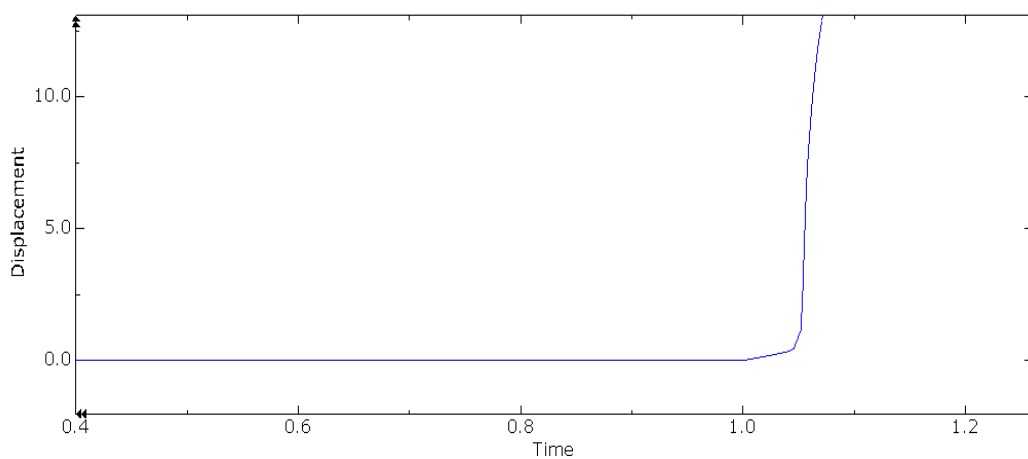
La figure ci-dessous montre la distribution et la valeur maximale de la contrainte de Von Mises.



**Figure III.15** Distributions des contraintes, la contrainte principale maximale en rouge = 489 MPa.

Les figures ci-après indiquent toutes évolutions en fonction du temps, le déplacement, les contraintes et déformations.

A partir d'un calcul numérique à un temps supérieur d'une heure, les forces prennent la trajectoire de la croissance.



**Figure III.16** Évolution du champ de déplacement en fonction du temps.

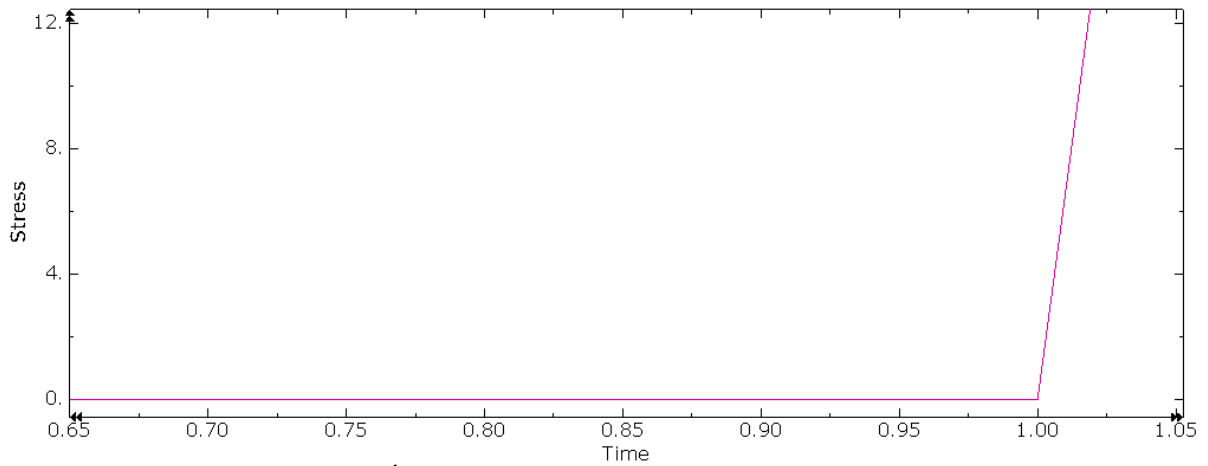


Figure III.17 Évolution des contraintes en fonction du temps.

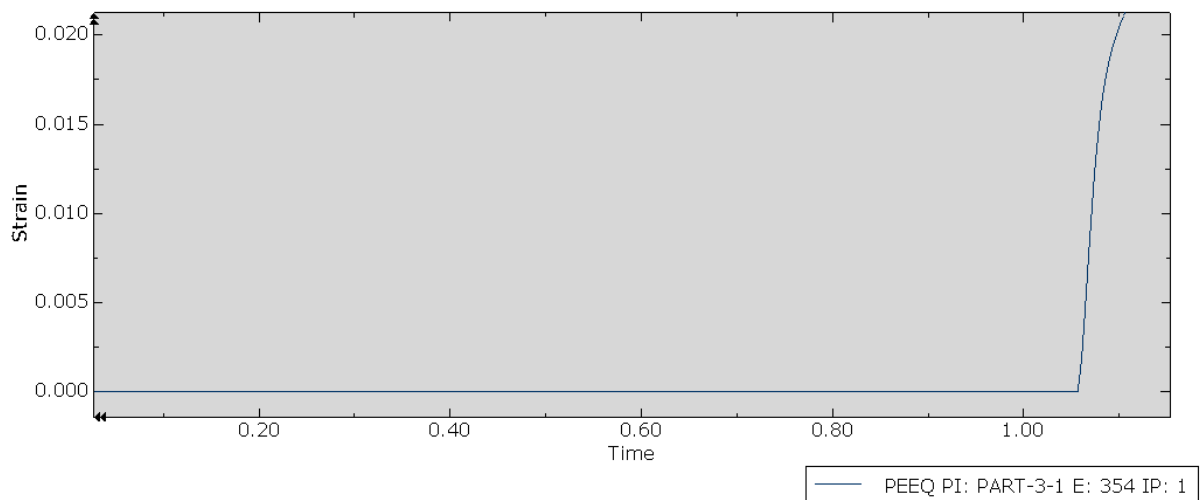


Figure III.18 Évolution des déplacements en fonction du temps.

Sur les figures III.19 et 20, nous présentons les courbes contrainte-déplacement et force-déformation obtenues par simulation, Un phénomène est observé, mise en évidence de la croissance la contrainte augmente régulièrement avec la déformation.

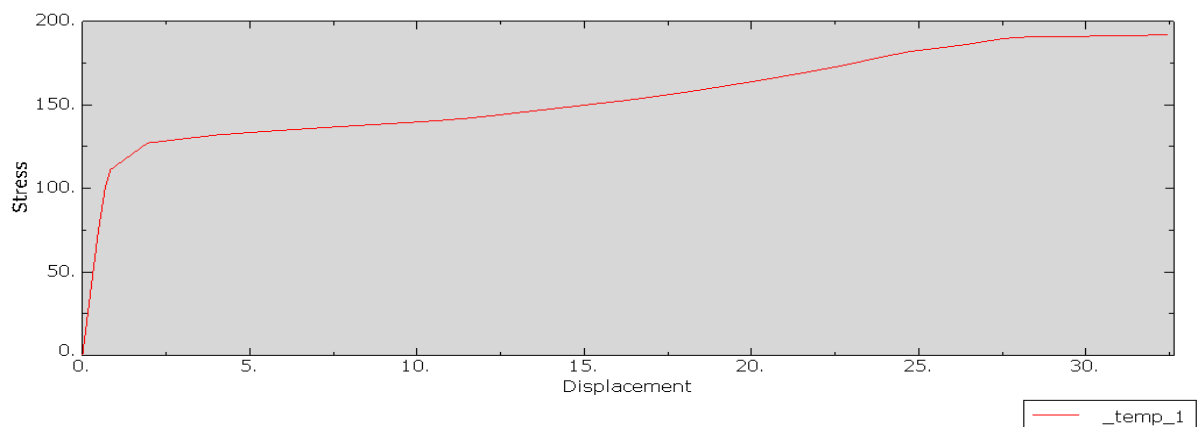
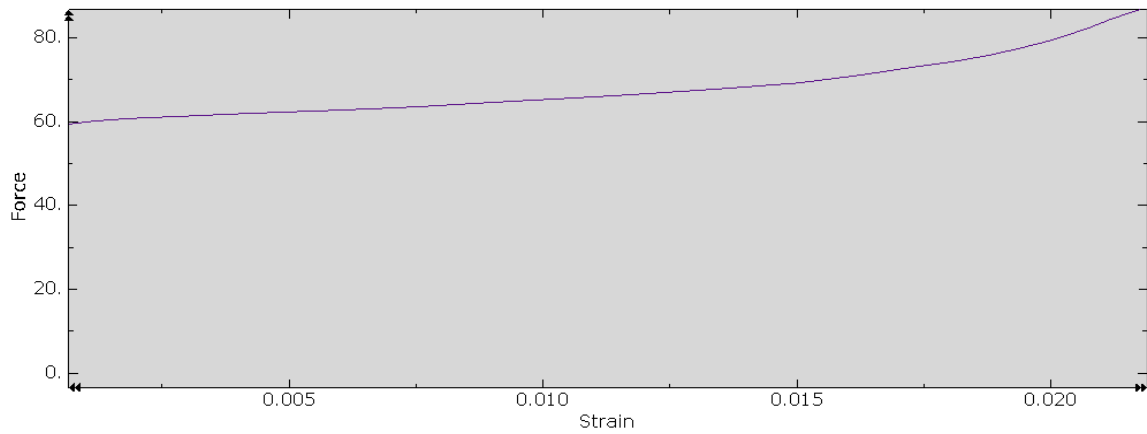
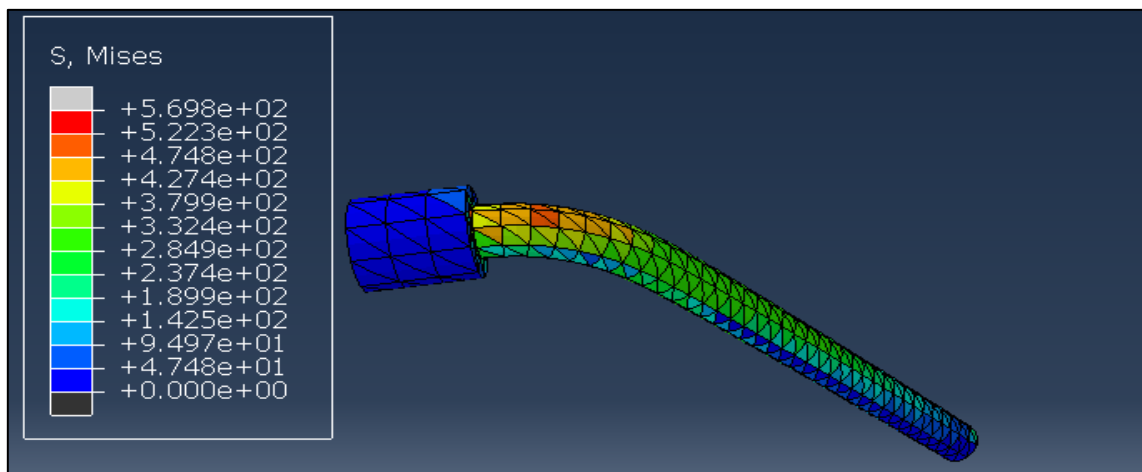


Figure III.19 : Évolution des contraintes en fonction des déplacements.



**Figure III.20** Évolution de force en fonction de déformation au cours du chargement de 320 N en essai rotatif sur l'éprouvette.

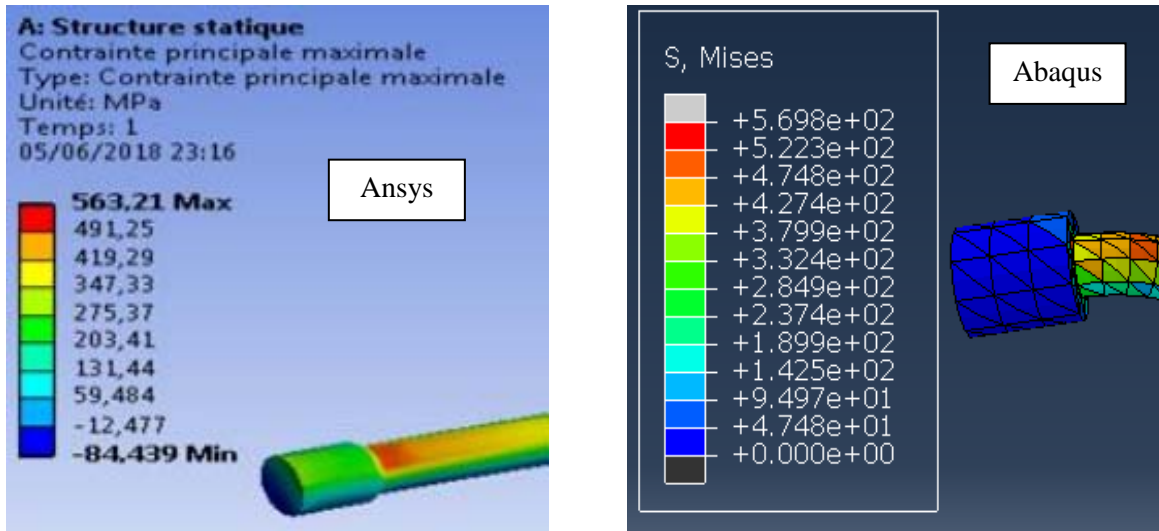
#### III.4 Simulation pour $F = 300\text{ N}$



**Figure III.21** Distributions des contraintes, la contrainte principale maximale en rouge = 569 MPa.

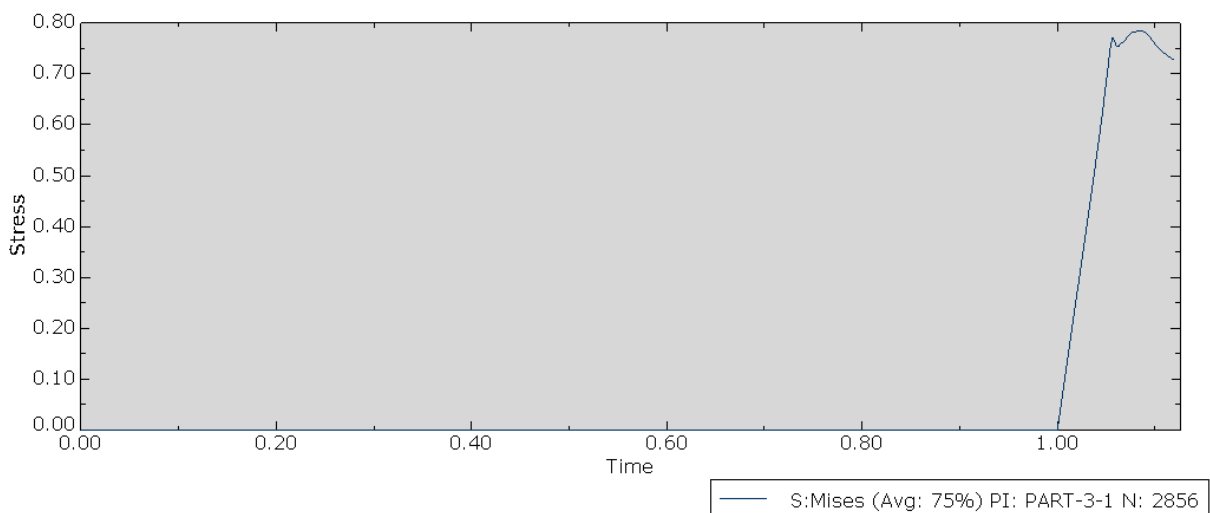
Nous effectuons une comparaison des résultats d'un même essai rotatif sur une pièce cylindrique et avec le même matériau sur le code Ansys [6]. Une distribution attrayante d'une contrainte maximale sur la figure qui suit.





**Figure III.22** Comparaison de la distribution des contraintes, la contrainte principale maximale sous Ansys et Abaqus.

L'expansion de la contrainte, déplacement et la déformation par rapport au temps illustrés dans les figures ci-après.



**Figure III.23** Évolution des contraintes en fonction de temps au cours du chargement de 300 N en essai rotatif sur la pièce.

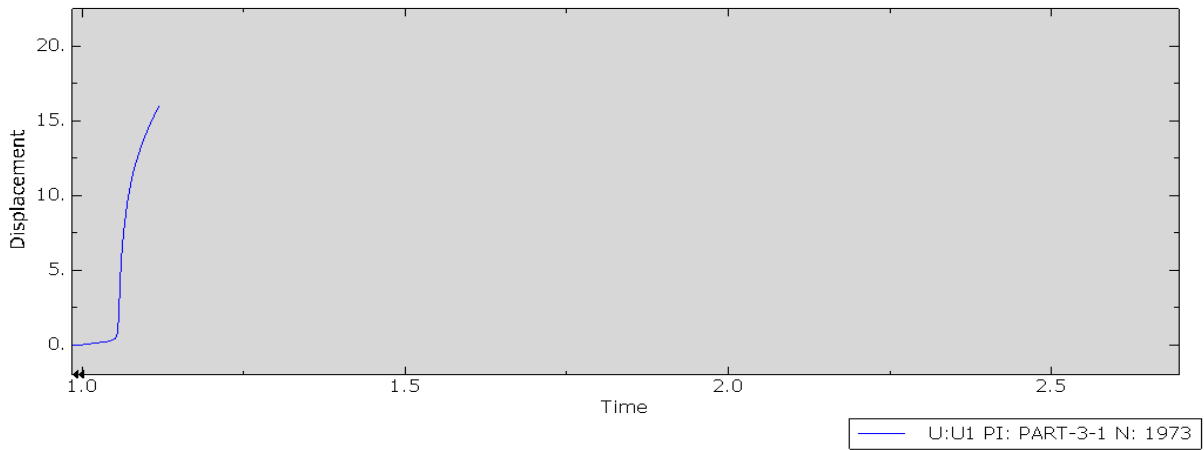


Figure III.24 Évolution du déplacement en fonction de temps au cours du chargement de 300 N.

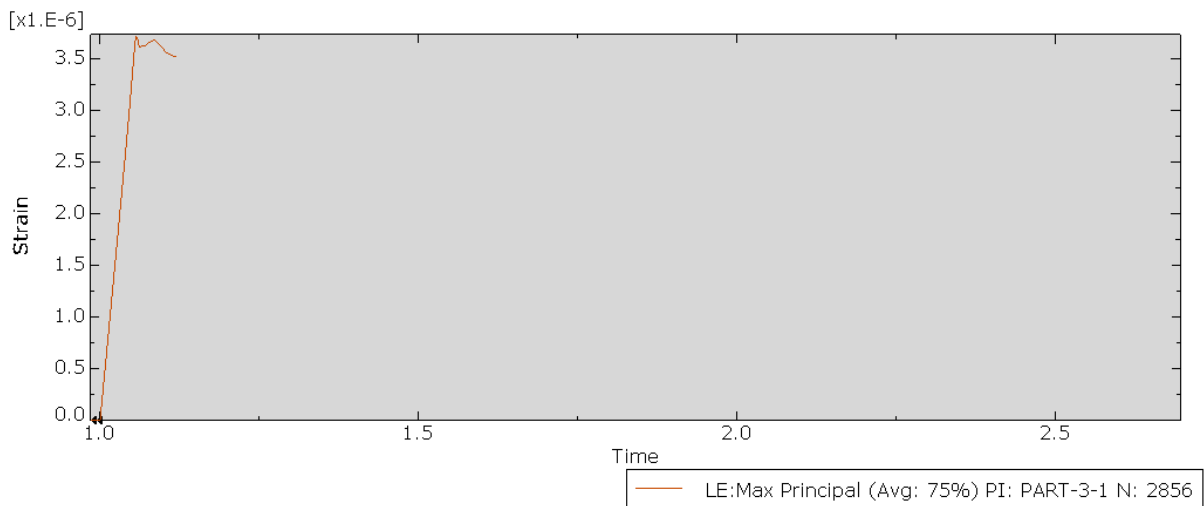


Figure III.25 Trajectoire des déformations.

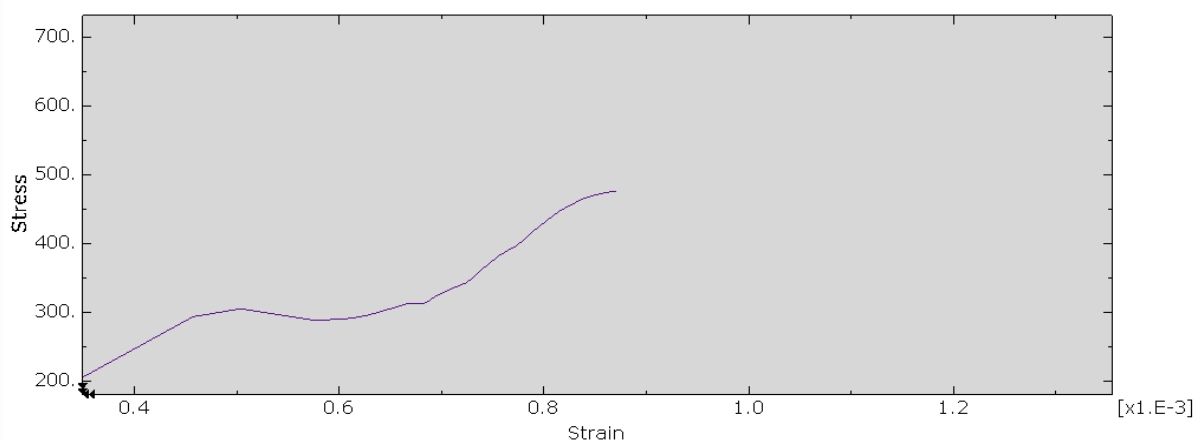


Figure III.26 Comportement contrainte-déformation.

### III.5 Simulation pour $F = 80\text{ N}$

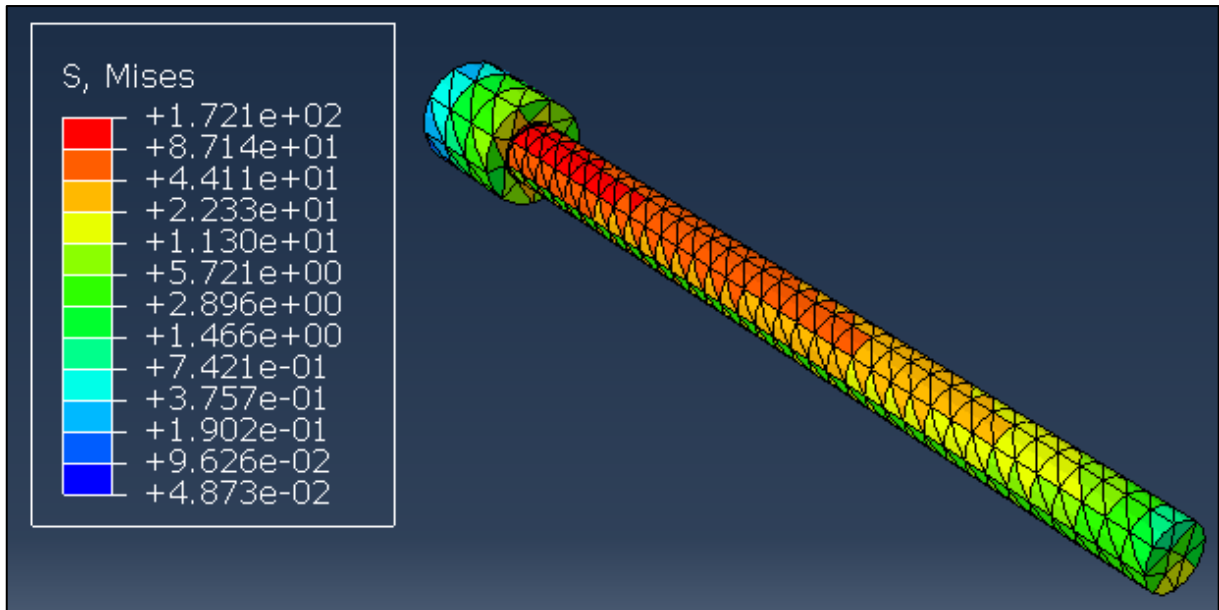


Figure III.27 Distribution des contraintes, la contrainte principale maximale en rouge = 172 MPa.

### III .6 Interprétations des résultats

Pour ces trois résultats, nous allons comparer nos valeurs (nombre de cycles et contraintes) avec les résultats d'Ansys [6] et expérimentaux [11].

Nous exécutons le même traitement pour toutes les forces appliquées, elles sont montrées dans le tableau III.4 donnant les forces appliquées ( $F$ ), les contraintes et après, nous calculons le nombre de cycles ( $N$ ) Partir de la formule suivante :

$$N = 1000 \left[ \frac{R_m}{\sigma_a} \right]^{\frac{3}{\log \frac{R_m}{\sigma_a D}}} \quad (\text{II.4})$$

Tableau III.4 Résultats Contrainte-nombre de cycles.

Force (N)	$\sigma$ ( $\frac{N}{mm^2}$ )	Nombres de cycles (N)
<b>F<sub>1</sub>=320</b>	<b>595</b>	<b>775,316</b>
<b>F<sub>2</sub>=300</b>	<b>569</b>	<b>1210,266</b>
<b>F<sub>3</sub>=280</b>	<b>536</b>	<b>2195,298</b>
<b>F<sub>4</sub>=260</b>	<b>523</b>	<b>2803,949</b>
<b>F<sub>5</sub>=230</b>	<b>483</b>	<b>6196,8</b>
<b>F<sub>6</sub>=200</b>	<b>410</b>	<b>31727,47</b>
<b>F<sub>7</sub>=170</b>	<b>381</b>	<b>65912,17</b>
<b>F<sub>8</sub>=140</b>	<b>288</b>	<b>1072141</b>
<b>F<sub>9</sub>=110</b>	<b>227</b>	<b>11494323</b>
<b>F<sub>10</sub>=90</b>	<b>206</b>	<b>30246061</b>
<b>F<sub>11</sub>=80</b>	<b>172</b>	<b>1,83E+08</b>
<b>F<sub>12</sub>=60</b>	<b>121</b>	<b>6,08E+09</b>

La figure qui suit, illustre la courbe de Wöhler à partir du tableau III.4.

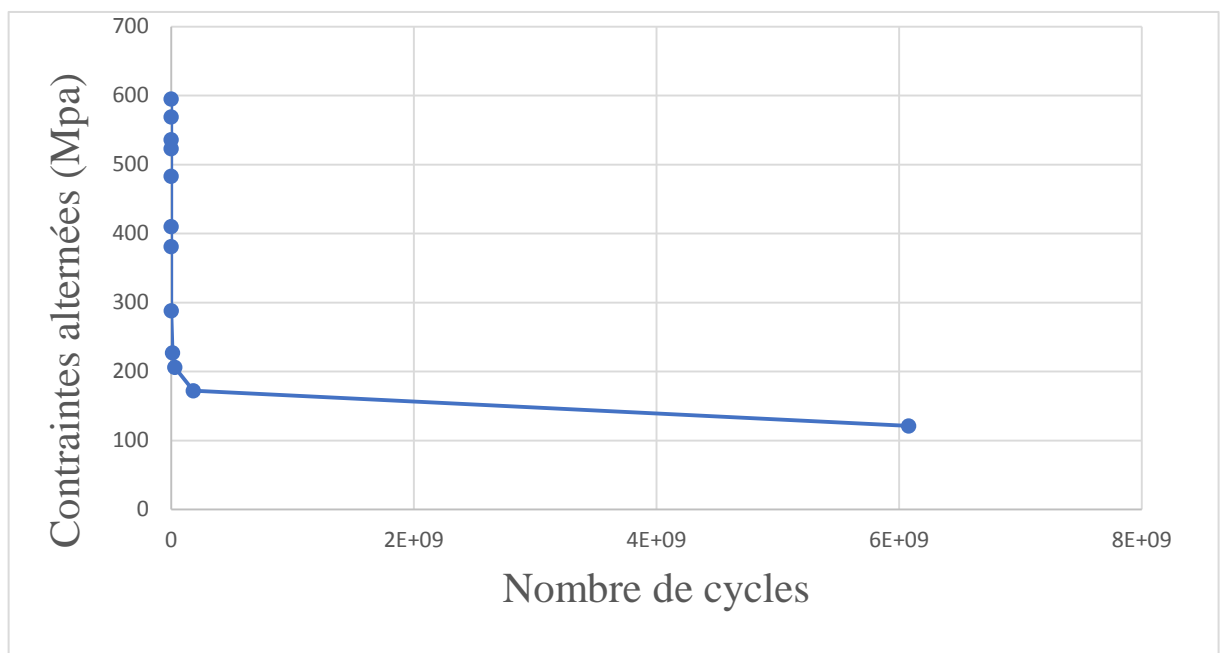
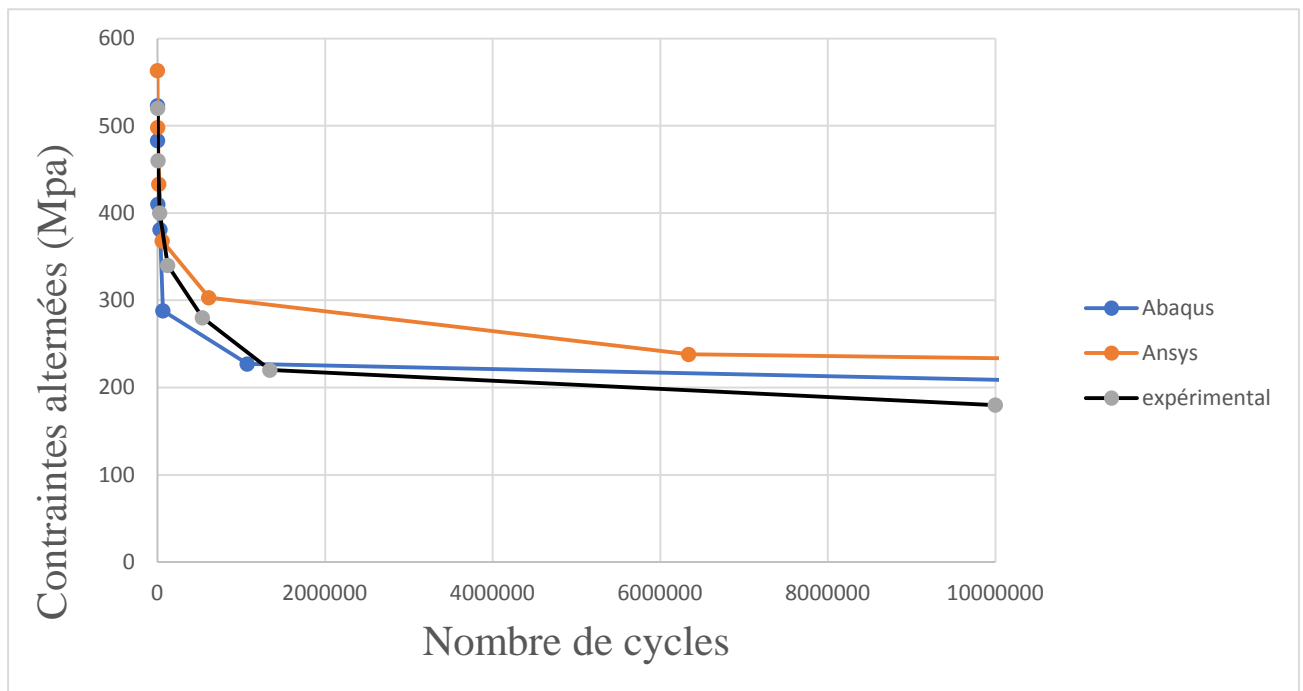


Figure III.28 Courbe de Wöhler.

Le tableau III.5 montre, la comparaison des résultats.

**Tableau III.5** Comparaison des résultats.

Force (N)	Expérimentales [11]		Ansys [6]		Abaqus	
	$\sigma \left(\frac{N}{mm^2}\right)$	Nombre de cycles (N)	$\sigma \left(\frac{N}{mm^2}\right)$	Nombre de cycles (N)	$\sigma \left(\frac{N}{mm^2}\right)$	Nombre de cycles (N)
F <sub>1</sub> =260	520	3958	563.21	1343	523	2803,949
F <sub>2</sub> =230	460	8734	498	4411	483	6196,8
F <sub>3</sub> =200	400	28340	433	17318	410	31727,47
F <sub>4</sub> =170	340	123137	368	57665	381	65912,17
F <sub>5</sub> =140	280	537095	303	613106	288	1072141
F <sub>6</sub> =110	220	1342806	238	6340338	227	11494323
F <sub>7</sub> =90	180	N > 10 <sup>7</sup>	194	42070723	206	30246061



**Figure III.29** Développement des résultats.

À travers ces évolutions des contraintes-nombre de cycles, nous remarquons que les résultats obtenus par le code de calcul Abaqus sont les plus performants car les courbes se rapprochent de l'évolution expérimentale. Les trois courbes possèdent la même tendance à la diminution pour nombre croissant de cycles. Ces courbes ont la physionomie de la courbe de Wöhler.

La fatigue est la détérioration progressive d'une structure par fissuration pouvant conduire à la rupture, cette structure étant soumise à des sollicitations cycliques ou répétées, d'amplitude constante (en contrainte ou en déformation) ou variable (sollicitations programmées ou aléatoires). Elle est qualifiée d'oligocyclique ou de polycyclique, si le chargement produisant la rupture est appliqué durant un petit ou un grand nombre de cycles.

Actuellement, la simulation numérique fait partie intégrante du processus de conception et validation de structures mécaniques. Les outils de simulations sont de plus en plus performants permettant une description très fine des phénomènes. De plus ces outils ne se limitent plus à la mécanique linéaire, mais sont développés pour décrire des comportements plus compliqués allant jusqu'à la ruine des structures, ce qui intéresse le domaine de la sécurité en chargement dynamique ou statique.

Afin d'analyser les structures mécaniques, la méthode des éléments finis est présentement reconnue comme étant une technique très puissante dans le domaine d'engineering. Elle est utilisée par presque la plupart des logiciels de simulation dans de nombreux secteurs de l'industrie tel que, la mécanique, le génie civil, l'aérospatial et la robotique.

À cet effet, notre travail a pour objectif de sensibiliser sur ce problème qui reste un des indices de qualité et de fiabilité dans la conception des systèmes appelés à être sollicités par des chargements variables dans le temps. Nous avons tenté de faire une simulation de la fatigue en flexion rotative sur une pièce cylindrique de l'acier C35 sur le logiciel Abaqus/Explicit et nous avons comparé les résultats de simulations avec des travaux de la littérature.

Nos résultats numériques sont similaires aux résultats de la littérature. En ce qui concerne les valeurs des contraintes, elles sont voisines et le nombre de cycles sont un peu distincts. À travers la visualisation des résultats de la simulation, nous avons présenté la zone et les valeurs des déformations, des déplacements et les contraintes principales maximales. Notre simulation est en accord avec les travaux de la littérature.

### **Perspectives**

Ce travail ouvre de nouvelles perspectives dans l'analyse des structures mécaniques :

- tester de nouveaux matériaux sur des pièces de formes différentes,
- évolution de déformation,
- étudier l'impact de déplacement,
- étudier l'impact des contraintes.

Ce travail de simulation est une contribution à l'étude de fatigue des matériaux.

- [1] M.E.A. Belouchrani, K. Necib. Fatigue des matériaux et des structures : phénomènes, mécanismes et méthodes de calcul des pièces en fatigue. Formation continue. Ecole Militaire Polytechnique de Bordj el Bahri, 2004.
- [2] R.Cazaud, G.Pomey, P.Rabbe, Ch.Janssen. La fatigue des métaux. DUNOD, 1969.
- [3] S. Makhfi. Étude de l'endommagement par fatigue des alliages d'aluminium à durcissement structural 7020 – 7075 et ASG. Thèse de Magister, Université de Chlef, 2000.
- [4] H. Yousfi. Étude expérimentale sur la fatigue des matériaux en flexion rotative. Thèse de Magister, Université de Batna, 2014.
- [5] A. Adid, I. Alhassan. Analyse du comportement en fatigue de l'alliage d'aluminium 7075. Approche numérique. Master en Maintenance Industrielle, Université de Tiaret, 2020.
- [6] E. Geurguit. Simulation de la fatigue des matériaux par la méthode des éléments finis. Master en construction Mécanique, Université de M'sila, 2018.
- [7] J. Boivin, M. Bahaud. Introduction au calcul des structures soumises à la fatigue. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1971.
- [8] H. Oudin. Méthode des éléments finis. Engineering school. École Centrale de Nantes, pp.63. ffccl-00341772v1f, 2008.
- [9] J. Fish, T. Belytschko. A first course in finite elements. West Sussex PO19 8SQ, England, 2007.
- [10] K.J. Bathe. Finite Element Procedures. Prentice Hall, 1996.
- [11] A. Boudilmi. Contribution à l'étude de la fatigue des matériaux. Master en Productique, Université de M'sila, 2016.



## Résumé :

Ce travail se présente comme une contribution à l'étude de la fatigue des matériaux. La fatigue des matériaux est la cause principale de la défaillance des structures, ces défaillances peuvent être catastrophiques. Toutes les structures métalliques n'échappent pas à ce phénomène.

À cet effet, notre travail a pour objectif de sensibiliser sur ce problème qui reste un des indices de qualité et de fiabilité dans la conception des systèmes appelés à être sollicités par des chargements variables dans le temps. Nous avons tenté de faire une simulation de la fatigue en flexion rotative sur une pièce cylindrique de l'acier C35 sur le logiciel Abaqus/Explicit et nous avons comparé les résultats de simulations avec des travaux de la littérature.

Nos résultats numériques sont similaires aux résultats de la littérature. En ce qui concerne les valeurs des contraintes, elles sont voisines et le nombre de cycles sont un peu distincts. À travers la visualisation des résultats de la simulation, nous avons présenté la zone et les valeurs des déformations, des déplacements et les contraintes principales maximales. Notre simulation est en accord avec les travaux de la littérature.

**Mots clés :** Fatigue, Flexion rotative, Chargements variables, Défaillance, Fiabilité, Simulation.

## Abstract:

This work is presented as a contribution to the study of material fatigue. Material fatigue is the main cause of structural failure, these failures can be catastrophic. Not all metal structures are immune to this phenomenon.

To this end, our work aims to raise awareness of this problem which remains one of the indices of quality and reliability in the design of systems called upon to be requested by loadings varying over time. We tried to simulate the fatigue in rotational bending on a cylindrical part of C35 steel using the Abaqus/Explicit software and we compared the results of the simulations with work in the literature.

Our numerical results are similar to the results in the literature. With regard to the values of the stresses, they are close and the numbers of cycles are a little distinct. Through the visualization of the simulation results, we presented the zone and the values of the strains, displacements and the maximum principal stresses. Our simulation is in agreement with the work of the literature.

**Key words:** Fatigue, Rotary bending, Variable loads, Failure, Reliability, Simulation.

## المخلص:

تم تقديم هذا العمل كمساهمة في دراسة التعب المادي. التعب المادي هو السبب الرئيسي للفشل الهيكلي ويمكن أن تكون هذه الإخفاقات كارثية. ليست كل الهياكل المعدنية محصنة ضد هذه الظاهرة.

تحقيقاً لهذه الغاية، يهدف عملنا إلى زيادة الوعي بهذه المشكلة التي تظل واحدة من مؤشرات الجودة والموثوقية في تصميم الأنظمة المطلوبة حسب عمليات التحميل المتغيرة بمرور الوقت. حاولنا محاكاة التعب في الانحناء الدوراني على جزء أسطواني من الفولاذ C35 باستخدام برنامج Abaqus/Explicit وقارننا نتائج المحاكاة مع العمل في الأدبيات.

تشابه نتائجنا العددية مع النتائج الواردة في الأدبيات. فيما يتعلق بقيم الضغوط، فهي قريبة وعدد الدورات مختلف قليلاً. من خلا عرض نتائج المحاكاة، قدمنا المنطقة وقيم السلالات وحالات النزوح والضغوط الرئيسية القصوى. محاكاتها تتفق مع عمل الأدبيات.

**الكلمات المفتاحية:** التعب ، الانحناء الدوراني ، الأحمال المتغيرة ، الفشل ، الموثوقية ، المحاكاة.