

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Ibn Khaldoun de Tiaret

Faculté des Sciences Appliquées

Département de Génie Mécanique



MÉMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour l'obtention du Diplôme de Master

Domaine : Sciences et Technologie

Filière : Génie Mécanique

Parcours : Master

Option : Construction Mécanique

Thème

Effets d'une inclusion sur le comportement en rupture d'une plaque présentant une fissure latérale.

Préparé par :

BETTAHAR Benaïssa et MESSOUSA Fahd

Soutenu publiquement le : 04/ 11/ 2020, devant le jury composé de :

M. HADDOUCHE Kamel	Professeur	(Univ. Ibn Khaldoun)	Président
M. HADJI Lazreg	Maître de Conférences "B"	(Univ. Ibn Khaldoun)	Examineur
M. ZAGANE Mohamed El Sellah.	Maître de Conférences "B"	(Univ. Ibn Khaldoun)	Examineur
M.MOULGADA Abdelmadjid	Maître de Conférences "A"	(Univ. Ibn Khaldoun)	Encadreur

Année universitaire : 2019 - 2020

Résumé:

Le but de cette étude est de déterminer l'effet d'interaction entre le fond d'entaille et l'inclusion, donc ce travail consiste à analyser par la méthode des éléments finis l'effet de l'inclusion sur la taille et la forme de la zone plastique en fond d'entaille dans le cas d'une plasticité confinée. L'effet de l'inclusion est plus remarquable si et seulement-ci son module de Young est élevé, cela signifie que l'augmentation de la rigidité de l'inclusion entraîne une réduction plus importante de la zone plastique en fond d'entaille. Aussi, on conclut que l'effet de l'inclusion sur la taille et la forme de la zone plastique est maximal, pour une distance relative entre le fond d'entaille et l'inclusion est de l'ordre de 0.5mm.

Abstract:

The aim of this study is to determine the effect of interaction between the bottom of notch and the inclusion, therefore this work consists in analyzing by the finite element method the effect of the inclusion on the size and the shape of the plastic zone at the bottom of notch in the case of a confined plasticity. The effect of the inclusion is more remarkable if and only if its Young's modulus is high, that means that the increase in the rigidity of the inclusion leads to a greater reduction in the plastic zone at the bottom of the notch. Also, it is concluded that the effect of the inclusion on the size and shape of the plastic zone is maximum, for a relative distance between the bottom of the notch and the inclusion is of the order of 0.5mm.

ملخص :

الهدف من هذه الدراسة هو تحديد تأثير التفاعل بين الجزء السفلي من الشق والتضمين ، لذلك يتكون هذا العمل من تحليل بطريقة العناصر المحدودة تأثير التضمين على الحجم والشكل من المنطقة البلاستيكية في أسفل الشق في حالة اللدونة المحصورة يكون تأثير التضمين أكثر وضوحًا إذا كان معامل يونغ مرتفعًا فقط ، وهذا يعني أن الزيادة في صلابة يؤدي التضمين إلى تقليل أكبر للمنطقة البلاستيكية في الجزء السفلي من الشق. نستنتج أيضًا أن تأثير التضمين على حجم وشكل المنطقة البلاستيكية هو الحد الأقصى ، للمسافة النسبية بين الجزء السفلي من الشق والتضمين بترتيب 0.5 مم.

R E M E R C I E M E N T S

Nous tenons à remercier avant tout Monsieur MOULGADA Abdelmadjid maître de Conférences Classe A à l'université d'Ibn-Khaldoun de Tiaret pour avoir accepté d'encadrer notre projet de fin d'études en nous consacrant un grand nombre d'heures de travail lors de réunions très constructives. Il nous a ainsi conforté dans notre désir de poursuivre notre carrière dans l'ingénierie et la recherche.

Nous adressons nos plus vifs remerciements à Messieurs les membres du jury, le professeur M. HADDOUCHE kamel comme président, le docteur M. HADJI lazrag ainsi le docteur M. ZAGANE Mohamed El sellah comme étant des examinateurs, pour avoir accepté examiner notre monographie et de rapporter sur notre travail avec une grande efficacité et une grande rapidité, ainsi que pour la patience et la pertinence dont ils ont fait preuve à la lecture de ce document.

Nos remerciements sont aussi adressés aux membres de l'administration du département de Génie Mécanique à leur tête Monsieur le chef de département, et ces collaborateurs.

Enfin, nous tenons à remercier nos familles et nos proches, dont les encouragements et le soutien ont été indispensables à l'aboutissement de mes études

Nomenclature

σ_E	: Limite élastique
σ	: Contrainte
γ	: Coefficient de sécurité
K_C	: Ténacité.
U_e	: Energie élastique stockée dans le matériau
W	: Travail effectué par les forces extérieures
U_{total}	: L'énergie libre potentielle totale du système s'écrit
G_I	: Energie élastique
G_{IC}	: Energie élastique critique
σ_{ap}	: Contrainte appliquée
r	: Distance du point considéré par rapport au front de fissure
θ	: Ongle
E	: Module de YOUNG
ν	: Coefficient de POISSON
G	: Module de cisaillement du matériau
a_c	: Taille critique de la fissure.
σ_c	: Contrainte critique à la rupture
K	: Coefficient d'intensité de contraintes
G	: Module de cisaillement du matériau
MLR	: Mécanique linéaire de la rupture
FIC	: Facteur d'intensité des contraintes
CTOD	: Crack Tip Opening Displacement (déplacement à fond de fissure)
β	: Épaisseur
C	: Critère de tresca
r_p	: Taille de la zone plastique

Liste des figures

Figure I-1 : Modes de rupture	7
Figure I-2: Schématisation de la séquence de formation de fissures sous l'action d'un indenteur Vickers.	8
Figure I-3 : Les différents types des fissures.....	9
Figure I 4: Propagation d'une fissure et lignes de force et concentration de contraintes	10
Figure I-5 : Zone délimitant le voisinage d'une pointe de fissure	10
Figure I-6: Comparaison de l'approche classique et l'approche utilisant la MLR	12
Figure I-7: Microfissure elliptique sollicitée en tension uni axiale, dans une plaque infinie	13
Figure I-8: Schématisation des contraintes appliquées à un élément volumique au voisinage du front de fissure	14
Figure I-9: Charge limite et mode de pilotage du chargement	17
Figure I-10: Chargement cyclique	17
Figure I-11: Classes de matériaux vis-à-vis de la rupture en sollicitation monotone	19
Figure II.1. Mécanismes d'écoulements dans une plaque	23
Figure II.2. Première estimation de la zone plastique	24
Figure II.3. Distribution des contraintes au front d'une fissure : modèle élastique et après déformation plastique (Irwin)	25
Figure II.4. Correction de la zone plastique	27
Figure II.5. Modèle de la zone plastique de Dugdale	28
Figure II.6. Principe de superposition pour le modèle de Dugdale	30
Figure II.7. Facteur d'intensité de contraintes normalisé en fonction du rapport des contraintes	32
Figure II.8. Emoussement de la fissure	33
Figure II.9. <i>Ouverture de la fissure (COD)</i>	35
Figure II.10. Représentation géométrique du critère de Tresca et Von-Mises	40
Figure II.11. Forme de la zone plastique a) Critère de Von Mises, b) Critère de Tresca	40
Figure II.12. Forme de la zone plastique pour les modes II et III	41
Figure II.13. Forme de la zone plastique	41
Figure II.14. Champ élastique et plastique au niveau de l'entaille	42
Figure III.1 : Représentation schématique d'une plaque sollicitée en traction.	46
Figure III.2 : Le maillage adapté à notre modèle avec inclusion	46
Figure III.3 : Répartition des contraintes de Von-Mises pour différentes charges	47
Figure III.4: Variation de la contrainte maximale de Von Mises en fonction du chargement	48
Figure III.5: Répartition des contraintes normales σ_{xx} pour différentes charges	49
Figure III.6 : Variation de la contrainte maximale σ_{xx} en fonction du chargement.	49
Figure III.7: Répartition des contraintes normales σ_{yy} pour différentes charges	50
Figure III. 8: Variation de la contrainte maximale σ_{yy} en fonction du chargement	51

Liste des figures

Figure III.9: Répartition des contraintes de Von-Mises pour différentes charges	52
Figure III.10: Répartition des contraintes normales σ_{xx} pour différentes charges	53
Figure III.11: Répartition des contraintes normales σ_{yy} pour différentes charges	54
Figure III.12: Répartition des contraintes de Von-Mises pour différentes charges	55
Figure III.13: Répartition des contraintes normales σ_{xx} pour différentes charges	56
Figure III.14: Répartition des contraintes normales σ_{yy} pour différentes charges	57
Figure III.15: Répartition des contraintes de Von-Mises pour différentes charges	58
Figure III.16: Répartition des contraintes normales σ_{xx} pour différentes charges	59
Figure III.17: Répartition des contraintes normales σ_{yy} pour différentes charges	60
Figure III.18: Répartition des contraintes de Von-Mises pour différentes charges	61
Figure III.19: Répartition des contraintes normales σ_{xx} pour différentes charges	62
Figure III.20: Répartition des contraintes normales σ_{yy} pour différentes charges	63
Figure III.21: Variation des contraintes maximales en fonction de la rigidité de l'inclusion	64
Figure III.22: Répartition des contraintes de Von-Mises pour différentes charges	66
Figure III.23: Répartition des contraintes normales σ_{xx} pour différentes charges	67
Figure III.24: Répartition des contraintes normales σ_{yy} pour différentes charges	68
Figure III.25: Répartition des contraintes de Von-Mises pour différentes charges	69
Figure III.26: Répartition des contraintes normales σ_{xx} pour différentes charges	70
Figure III.27: Répartition des contraintes normales σ_{yy} pour différentes charges	71

Sommaire

Introduction générale	1
Chapitre I : Généralités sur la mécanique linéaire de rupture	
I.1. Introduction :	2
I.2. Aperçu historique sur la mécanique de la rupture :	2
I.3. Mécanismes et modèles de fissuration :	5
I.4. Modes de rupture :	6
I.5. Types de fissuration :	6
I.6. Mécanique de la rupture :	9
I.6.1. Zone plastique au niveau de la pointe de la fissure :	9
I.6.2. Utilisation de la mécanique de la rupture en conception :	11
I.6.3. Critères de rupture :	11
I.6.4. Relation entre KIC et GIC :	14
I.7. Endommagement et rupture :	15
1.7.1. Modes de chargement :	15
1.7.2. Classes des matériaux vis-à-vis de la rupture :	16
I.8. Conclusion :	17
Chapitre II : Différentes formes de la zone plastique	
II.1. Introduction :	18
II.2. État de contraintes au fond de la fissure :	19
II.2.1. État de déformations planes :	19
II.2.2. État de contraintes planes :	20
II.2.3. Plasticité au front de la fissure :	20
II.3. Approche d'Irwin :	21
II.4. Approche de Dugdale :	25
II.5. Ouverture du front de fissure :	29
II.6. Forme de la zone plastique :	33
II.6.1. Modélisation du seuil plastique :	33
II.6.2. Critère de Von-Mises :	34
II.6.3. Critère de Tresca :	36
II.6.4. Estimation de la taille de la zone plastifiée au fond d'entaille :	38
II.7. Conclusion :	39
Chapitre III : Résultats et interprétations	
III.1. Introduction :	40
III.2. Présentation du logiciel de calcul :	40
III.3. Présentation du modèle :	40
III.3.1. Propriétés mécaniques et dimensions	40
III.3.2. Maillage du modèle :	41
III.4. Effet d'inclusion sur la fissure :	42
III.4.1. Inclusion située sur une distance $d = 0.5$ mm :	42

Sommaire

III.4.1.1. Module d'Young : $E_{\text{inclusion}} = E_{\text{plaque}}$:	42
III.4.1.2. Module d'Young : $E_{\text{inclusion}} = 2 E_{\text{plaque}}$:	47
III.4.1.3. Module d'Young : $E_{\text{inclusion}} = 5 E_{\text{plaque}}$:	50
III.4.1.4. Module d'Young : $E_{\text{inclusion}} = 10 E_{\text{plaque}}$:	53
III.4.1.5. Module d'Young : $E_{\text{inclusion}} = 15 E_{\text{plaque}}$:	56
III.4.2. Inclusion située sur une distance $d = 1 \text{ mm}$ avec $E_{\text{inclusion}} = 2 E_{\text{plaque}}$:	60
III.4.3. Inclusion située sur une distance $d = 2.5 \text{ mm}$ avec $E_{\text{inclusion}} = 2 E_{\text{plaque}}$:	63
III.5. Conclusion :	66

Introduction générale

De nombreux matériaux présentent des hétérogénéités microstructurales importantes telles que les inclusions, les cavités et les microfissures, etc. Le comportement élastique des matériaux est très affecté par la présence de défauts qui peuvent entraîner l'affaiblissement de la structure et provoquer sa destruction. Dans les zones à fortes concentrations de contraintes dues aux effets géométriques ou métallurgiques, des microfissures apparaissent ; ces microfissures se développent et coalescent les unes avec les autres jusqu'à ce qu'elles forment une fissure de taille macroscopique qui se propage jusqu'à la ruine de la structure.

L'amorçage de la rupture ductile des matériaux s'effectue par décohésion de la matrice autour des inclusions ou par fragmentation de celles-ci, avec formation de micro cavités ; ces cavités croissent et changent de forme sous l'effet de sollicitations mécaniques de la micro cavité. Les inclusions sont généralement l'origine des concentrations de contraintes dans les matériaux et peuvent être une source d'amorçage et de propagation de fissures. De nombreux auteurs se sont penchés sur l'étude de la présence d'inclusions ; de même que plusieurs études ont porté sur l'influence de l'effet d'entaille sur le comportement des matériaux.

Le but de cette étude est de déterminer l'effet d'interaction entre le fond d'entaille et l'inclusion dans le cas d'un matériau élastoplastique, ce travail consiste à analyser par la méthode des éléments finis l'effet de l'inclusion sur la taille et la forme de la zone plastique en fond d'entaille dans le cas d'une plasticité confinée.

Le choix du critère (plasticité confinée) est décidé par le fait que l'effet de l'inclusion n'est pas significatif pour le cas d'une zone plastique de taille importante.

Notre étude comporte trois chapitres :

- le premier chapitre est consacré aux généralités sur la mécanique linéaire de la rupture
- Le second chapitre porte sur une étude détaillée des différentes formes de la zone plastique

Introduction générale

- Le troisième chapitre présente l'effet de l'inclusion sur l'étendu de la zone plastique en fond d'entaille (résultats et interprétations).
- En fin, une conclusion générale pour tous les résultats de la simulation avec perspectives.

Chapitre I

Généralités sur la mécanique linéaire de la rupture

I. Introduction :

La mécanique de la rupture a pour objet essentiel l'étude des fissures durant le chargement et de prévoir leur évolution jusqu'à la rupture de la structure. En fonction du chargement et du matériau considérés, si le milieu est globalement plastique ou viscoplastique, l'étude est du ressort de la mécanique non linéaire de la rupture, ou encore de l'approche locale, dans laquelle il est fait une description aussi précise que possible de l'état de contrainte et de déformation en pointe de fissure à l'aide de modèles de comportement non linéaire. Si au contraire la plasticité est absente ou reste confinée, les théories qui permettent de traiter le problème considèrent le matériau comme élastique partout : c'est la mécanique linéaire de la rupture (MLR), qui va être considérée dans cette partie. En effet la (MLR) considère les matériaux parfaitement élastiques, homogènes et isotropes. Elle permet de caractériser le comportement d'un matériau vis-à-vis d'une sollicitation, en présence d'une fissure [1]. D'autre part, elle est une étude consistant à la définition des critères de rupture en déterminant les relations entre les paramètres du matériau et les sollicitations extérieures nécessaires pour amorcer puis propager une fissure. Le rappel qui va suivre résume deux approches permettant d'élaborer des critères de rupture, le premier de Griffith basé sur une approche énergétique, et le second d'Irwin basé sur les contraintes présentes en front de fissure.

I.1. Aperçu historique sur la mécanique de la rupture

Eviter la rupture n'est pas en soi une idée nouvelle. Les concepteurs des structures de l'Egypte des pharaons (pyramides) ou ceux de l'empire romain nous ont laissé des édifices que l'on peut encore contempler ce qui prouve bien qu'ils avaient le souci d'éviter la ruine des structures. Les matériaux utilisés avant la révolution industrielle étaient cependant limités pour l'essentiel au bois de construction, à la pierre ou à la brique et au mortier. La brique et le mortier sont relativement fragiles lorsqu'on les utilise en traction ; les structures anciennes qui ont résisté au temps, étaient chargées en compression (pyramides, ponts romains...) et de façon générale toutes les structures de l'époque qui précède la révolution industrielle étaient conçues pour des chargements en compression. Il a fallu attendre la révolution industrielle au début du 19e siècle, avec l'utilisation de l'acier dont les propriétés mécaniques permettaient de concevoir des structures pouvant résister à des charges de traction. La comparaison des anciens ponts romains avec les ponts modernes de structure métallique montre bien que les premiers étaient chargés en compression alors que les seconds le sont plutôt en traction. L'utilisation de nouveaux matériaux ductiles (acier et autres alliages métalliques) pour des chargements en traction conduisit cependant à quelques problèmes ; des ruptures se produisaient parfois pour des niveaux de charges bien inférieurs à la limite d'élasticité ; on a dans un premier temps essayé d'éviter ces risques de ruptures en sur dimensionnant les structures, mais la nécessité

d'alléger de plus en plus les structures et de réduire les coûts conduisit au développement des recherches sur la mécanique de la rupture.

Les premiers essais de rupture ont été menés par Léonard de Vinci bien avant la révolution industrielle, qui a montré que la résistance à la traction de fils de fer variait inversement avec leur longueur. Ces résultats suggéraient que les défauts contenus dans le matériau contrôlaient sa résistance ; plus le volume est important (fil de fer long) plus la probabilité de présence de fissure par exemple est importante.

Cette interprétation qualitative fût précisée plus tard en 1920 par Griffith qui établit une relation directe entre la taille du défaut et la contrainte de rupture. S'appuyant sur les travaux d'Inglis, Griffith appliqua l'analyse des contraintes autour d'un trou elliptique à la propagation instable d'une fissure ; il formule ainsi à partir du premier principe de la thermodynamique, une théorie de la rupture. Selon cette théorie, un défaut devient instable et conduit à la rupture lorsque la variation d'énergie liée à une propagation du défaut atteint l'énergie spécifique du matériau. Cette théorie prédit correctement la relation entre la contrainte de rupture et la taille du défaut dans les matériaux fragiles. Dans les matériaux ductiles et notamment les alliages métalliques, l'avancée d'un défaut s'accompagne d'une importante dissipation d'énergie due à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure et la théorie de Griffith qui ne considère que l'énergie de création de surface ne peut en rendre compte. Il a fallu attendre les travaux d'Irwin en 1948 qui proposa une modification de la théorie de Griffith en incluant justement dans le bilan énergétique, l'énergie due à la plastification, pour que l'approche de Griffith soit applicable aux matériaux ductiles.

La mécanique de la rupture passa du stade de curiosité scientifique à celui d'une discipline scientifique largement utilisée dans l'ingénierie de la construction, après ce qui arriva aux bateaux de la liberté lors de la deuxième guerre mondiale. Le principe de conception de ces bateaux avec une coque entièrement soudée constituait un grand succès jusqu'au jour où un de ces navires se fissura en deux parties entre la Sibérie et l'Alaska dans une mer très froide. Une dizaine d'autres navires sur les 2700 en service, subira ensuite le même sort. Les analyses des causes de rupture montraient que celles-ci étaient dues à la combinaison de trois paramètres :

Les joints de soudures contenaient des fissures.

- ✚ La plupart de ces fissures qui conduisaient à la rupture, se développaient à partir de zones de forte concentration de contrainte,
- ✚ L'acier de construction utilisé pour ces bateaux, qui convenait pour les assemblages par rivetage où il n'y avait pas de risque qu'une fissure traverse toute la coque, avait une faible ténacité.

Dès l'instant où la cause des ruptures était clairement identifiée, des plaques en acier de meilleure ténacité furent rivetées près des zones de forte concentration des contraintes pour arrêter la propagation des fissures. On développa ensuite des aciers de forte ténacité et on améliora le procédé de soudage ; c'est dans ces années après-guerre qu'un groupe de chercheurs dirigé par Irwin étudia en détail le problème de la rupture au laboratoire national de recherche de la marine américaine. Irwin considéra que les outils fondamentaux pour étudier la rupture existaient et proposa en 1948, une extension de l'approche de Griffith aux matériaux ductiles en y incluant le terme de dissipation d'énergie due à l'écoulement plastique près des extrémités d'une fissure. Il développa ensuite en 1956 le concept de taux de restitution d'énergie à partir toujours de la théorie de Griffith mais sous une forme facilement exploitable par les concepteurs de structures. En 1957, s'appuyant sur les travaux de Westergaard qui analysa les champs de déplacements et de contraintes élastiques près de l'extrémité d'une fissure sous chargement donné, Irwin montra que les déplacements et les contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure peuvent être décrits à l'aide d'un paramètre unique qui était relié au taux de restitution d'énergie ; ce paramètre issu de la mécanique linéaire de la rupture, est le facteur d'intensité des contraintes (FIC).

Les nouveaux concepts de la mécanique de la rupture furent ensuite utilisés pour montrer que la plupart des ruptures dans les fuselages d'avions étaient dues à des fissures de fatigue qui atteignaient une taille critique. Ces fissures prenaient naissance près des hublots dans les coins qui constituent des zones de forte concentration des contraintes. Les ruptures qui se produisaient dans les essieux d'engins roulants ou encore dans les rotors des turbines à vapeur furent aussi expliquées grâce à l'application de ces nouveaux concepts. Le concept de FIC fut également utilisé par Paris pour décrire la propagation des fissures de fatigue et progressivement les courbes de propagation des fissures de fatigue proposées par ces auteurs remplacèrent les courbes d'endurance pour une meilleure prédiction des durées de vie des structures.

La période entre 1960 et 1980 vit une intensification des recherches sur la rupture avec deux écoles qui s'affrontaient. D'une part les tenants de l'approche utilisant la mécanique linéaire de la rupture et ceux qui s'intéressaient essentiellement à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure. La mécanique linéaire de la rupture cesse d'être valable lorsqu'une plastification importante précède la rupture. Pour tenir compte de l'effet de cette plastification sur les champs de contraintes et de déplacements à l'extrémité d'une fissure, plusieurs auteurs (Irwin, Dugdale et Barenblatt ...) proposèrent ce qu'on appelle une correction de zone plastique ; la taille de la fissure est alors

augmentée de cette zone plastique pour retrouver les champs de contraintes élastiques décrits par le FIC.

Wells, un des représentants de la deuxième école, proposa en 1961 le déplacement à fond de fissure - ou CTOD « Crack Tip Opening Displacement » - comme paramètre alternatif à la mécanique linéaire de la rupture ou plus précisément au concept de FIC, lorsque la plastification devient importante comme c'est le cas dans les matériaux très ductiles. Plus tard, Hutchinson, Rice et Rosengren (HRR) développèrent un nouveau paramètre appelé intégrale J pour mieux décrire la répartition des contraintes dans les zones plastifiées (champ HRR). Begley et Landes caractérisèrent la ténacité à l'aide du paramètre J et développèrent une procédure standard pour l'utilisation de cette intégrale dans des cas pratiques.

Les récents développements de la mécanique de la rupture montrent que si les recherches se sont cristallisées sur l'effet de la plastification dans la période entre 1960 et 1980, on s'intéresse actuellement plus aux comportements viscoplastique et/ou viscoélastique. Les premiers se rencontrent à température élevée lorsque les phénomènes de fluage deviennent importants alors que les seconds caractérisent les matériaux polymères de plus en plus utilisés dans l'industrie. L'apparition des nouveaux matériaux composites nécessita également l'utilisation des concepts de la mécanique linéaire de la rupture pour décrire leur comportement. Plus récemment encore, de nouvelles approches tentent de relier le comportement local à l'échelle microscopique au comportement global lors de la rupture d'un matériau. Ces approches micro-macro deviennent parfois nécessaires lorsqu'on atteint les limites d'utilisation des autres approches plus classiques.[2]

L'objet de mécanique de la rupture est l'étude des évolutions de cette surface (propagation de la fissure) en fonction des chargements appliqués et des caractéristiques du matériau Constituant.

I.2. Mécanismes et modèles de fissuration :

Afin de prévoir la rupture des pièces mécaniques sollicitées en fatigue, beaucoup de laboratoire ont tenté, au moins pour des raisons pratiques, d'établir des lois empiriques de fissuration, utilisées au bureau d'étude.

Si les mécanismes propres à la fatigue commencent à peine d'être connus, l'influence de certains paramètres sur la vitesse de fissuration est généralement mieux définie. Nous pouvons les classer en deux catégories :

- Les paramètres intrinsèques qui dépendent du matériau lui-même. Module de Young, limite d'élasticité, propriétés cycliques et état métallurgique du matériau.
- Les paramètres extrinsèques qui dépendent des conditions de l'essai, quel que soit le matériau étudié, température, environnement, dimension de l'éprouvette, rapport de charge R, etc.

I.3. Modes de rupture

Une fissure est définie comme la surface séparant localement un solide en deux parties. Le champ des déplacements est alors discontinu à travers cette surface et les trois composantes vectorielles de cette discontinuité forment les trois modes de rupture (Figure.I.1)

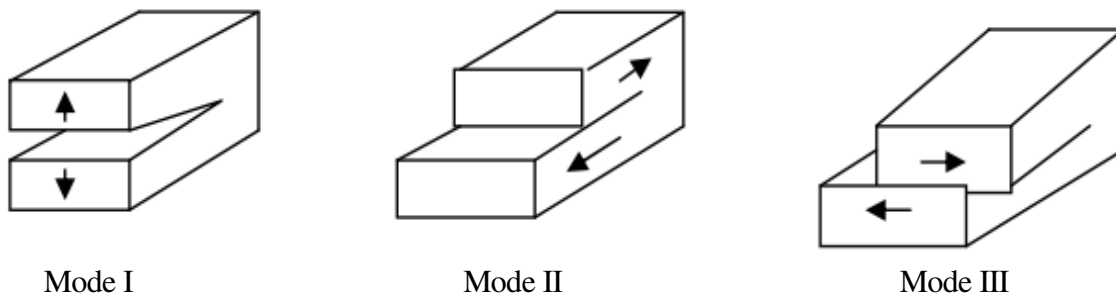


Figure I-1 : Les trois Modes de rupture

Mode I : mode d'ouverture de la fissure, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont perpendiculaires à la direction de propagation.

Mode II : mode de cisaillement dans le plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles à la direction de propagation.

Mode III : mode de cisaillement hors du plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles au fond de la fissure.

I-4 Les Types de fissuration :

Le mécanisme de rupture par fissuration peut intervenir selon deux types de fissuration :

- **La fissuration brutale** : pour les solides, ou pour les matériaux à très haute résistance, les contraintes de travail sont très élevées, une énergie potentielle considérable est ainsi créée ;

La présence de petites fissures peut alors conduire à une rupture brutale qui souvent ne s'accompagne pas de déformations plastiques macroscopiques par suite de la très faible ductilité.

• **La fissuration successive** : il s'agit ici, d'une succession de mécanismes (fragile ductile) qui, sous contraintes répétées, entraîne la fissuration successive, appelée la rupture par fatigue. Les facteurs qui influencent le comportement à la rupture par fissuration des matériaux sont de deux natures : métallurgique et mécanique. Les facteurs mécaniques concernent l'état de déplacements, déformations et contraintes, ainsi que les conditions d'environnement tel que la température ou le taux d'humidité relative [3].

Formation des fissures : Lorsqu'un indenteur Vickers est appliqué à la surface d'un matériau céramique avec une charge suffisamment élevée (selon le matériau), il se crée des fissures. Des observations au cours de l'indentation de matériau transparent ont montré que la configuration finale de ces fissures est achevée lorsque l'indenteur est déchargé. Cela montre que la force motrice de fissuration lors de l'indentation est due aux contraintes résiduelles créées par la zone de déformation plastique formée autour de l'empreinte d'indentation. L'initiation et le développement des fissures sur du verre sont décrits par B.Lawn et M.Swan [4] à travers les séquences suivantes (figure I-2).

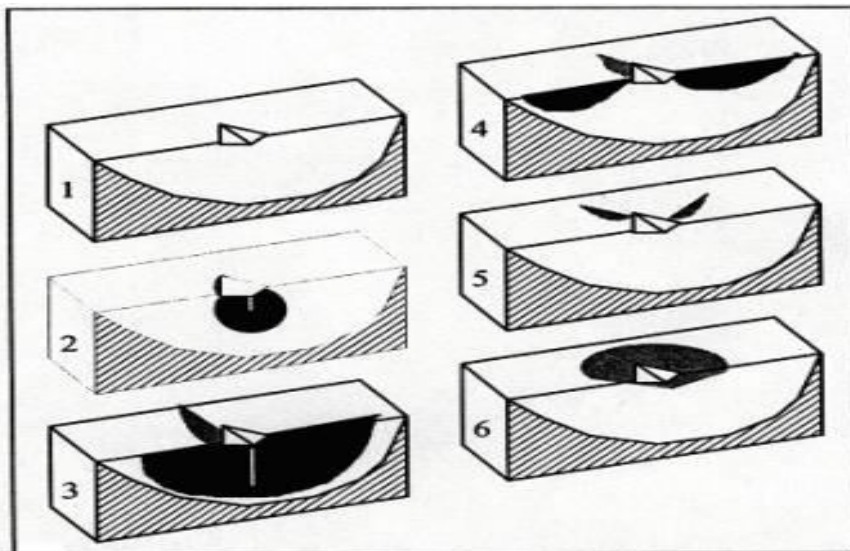


Figure I-2: Schématisation de la séquence de formation de fissures sous l'action d'un indenteur Vickers

(1) empreinte du diamant Vickers; (2) fissure médiane; (3) fissure half-penny; (4) fissure radiale primaire, (5) fissure radiale secondaire; (6) fissure latérale (b) [1].

1. En début du chargement, l'indenteur produit autour du point de contact une zone de déformation qui augmente avec la charge. C'est l'empreinte du diamant vickers. La pression moyenne P_0 sur l'élément de surface reste constante.
2. Au cours du chargement, une fissure dite fissure médiane se produit sous la zone de déformation et croît jusqu'à former un cercle à mesure que la charge augmente mais n'apparaît pas à la surface de l'éprouvette [4]. Elle s'initie aux défauts se trouvant à la
3. limite de la zone de déformation et se développe sous l'effet du champ de contraintes résultant du chargement élastique de l'indenteur sur la surface de l'éprouvette.
4. Lors du déchargement, la fissure médiane grandit, s'étale vers l'extérieur et apparaît en surface. Elle prend ainsi un autre profil et peut devenir soit une fissure dite du type half-penny au déchargement complet, soit :
5. Une fissure du type radial dite fissure radiale (ou fissure du type Palmqvist). Elle prend naissance aux défauts qui se trouvent près de la surface à la limite de la zone de déformation. Elle évolue de part et d'autre de celle-ci jusqu'à apparaître en surface, sous l'action des contraintes résiduelles, au déchargement complet. Si la fissure radiale se trouve dans le plan des diagonales de l'empreinte du diamant, elle est dite fissure radiale primaire sinon c'est une fissure radiale secondaire. Les fissures radiales forment en principe un couple de fissures perpendiculaires.
6. Aux charges d'indentation élevées, une fissure latérale se forme au déchargement, sous la zone de déformation et se développe presque parallèlement à la surface [4]. Elle est responsable du phénomène d'écaillage. D'une façon générale l'amorçage des fissures a lieu aux endroits de fortes concentrations de contraintes, c'est-à-dire aux arêtes du diamant vickers et semble avoir deux aspects: les conditions de propagation d'un défaut préexistant pendant le chargement [5], d'une part, et l'existence d'un seuil de charge pour l'apparition d'un type de fissures [6-7], d'autre part. Lorsqu'un indenteur Vickers est appliqué à la surface d'un matériau céramique avec une charge suffisamment élevée (selon le matériau), il se crée un système de trois types de fissures (figure I.3)
 - a. **Fissure médiane** : elle s'étend en profondeur pendant le chargement sous l'action d'un champ élastique ;
 - b. **Fissure radiale** : elle s'étend en surface à partir des angles de l'indenteur et se développe sous l'action des contraintes résiduelles ;

- c. **Fissure latérale** : elle provient également de l'action des contraintes résiduelles. Ces fissures se développent presque parallèlement à la surface et sont responsables de l'écaillage de l'échantillon.

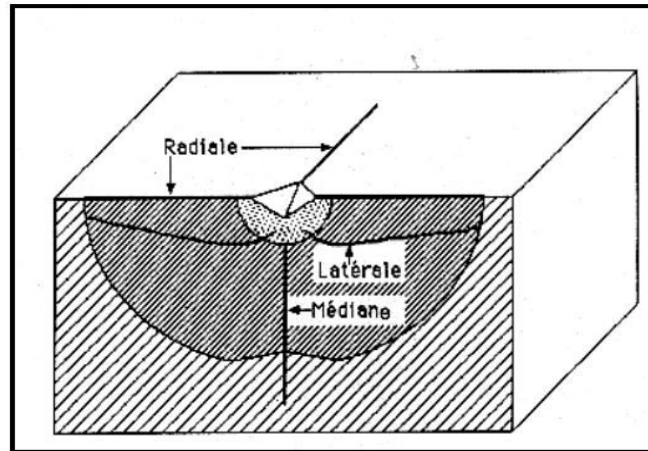


Figure I-3 : Les différents types des fissures [8]

I.2.1. Mécanique de la rupture

Dans un matériau homogène soumis à une contrainte uni-axiale, l'effort se transmet d'un atome à l'autre en suivant des lignes de force qui sont parallèles (Fig.I.4). Dans un matériau qui possède une entaille, les lignes de force doivent contourner cette entaille, ce qui conduit à une concentration de ces lignes au voisinage de la pointe de l'entaille, donc une concentration de la contrainte dans cette région, appelée tête ou pointe de fissure.

La mécanique de la rupture étudie l'interaction entre la discontinuité géométrique (fissure) et le milieu continu avoisinant, ainsi que l'évolution de cette discontinuité. D'un point de vue mécanique, on peut distinguer schématiquement, dans un milieu fissuré, trois zones successives.(Figure I.5)

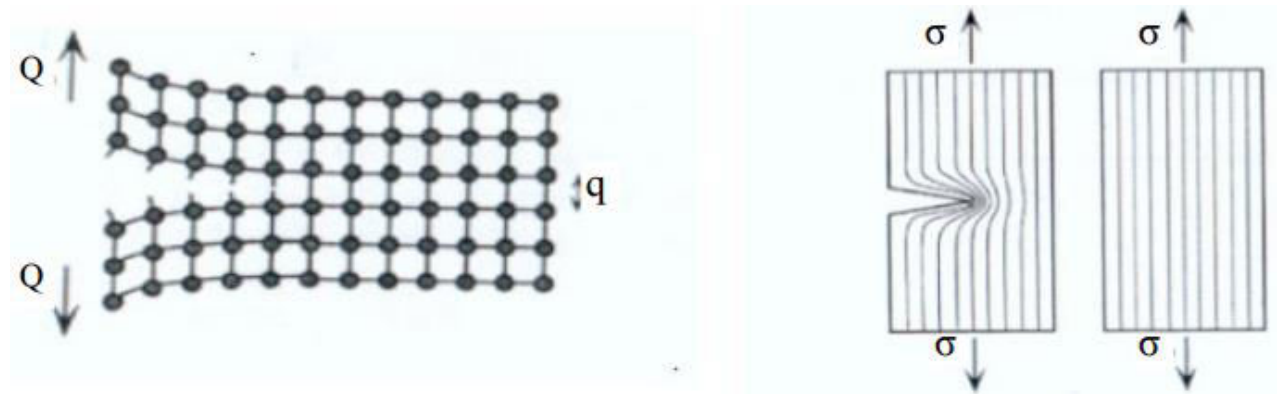


Figure I 4: (a) Propagation d'une fissure

(b) Lignes de force et concentration de contraintes [3]

I.2.2.Zone plastique au niveau de la pointe de la fissure

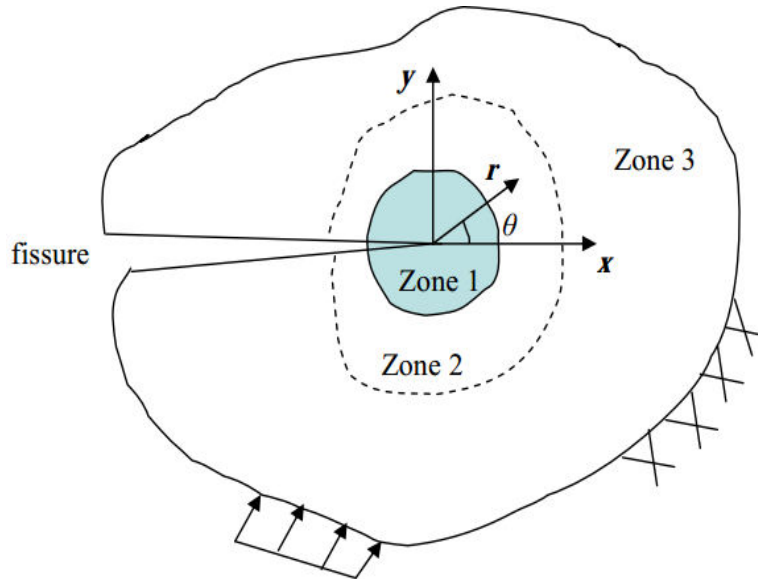


Figure I-5 : Zone délimitant le voisinage d'une pointe de fissure [3]

La zone d'élaboration 1 : elle se trouve à la pointe de fissure et dans le sillage laissé par la fissure au cours de sa propagation. L'étude de cette zone est très complexe à cause des contraintes importantes qui ont fortement endommagé le matériau. Elle est discontinue au sens de la mécanique des solides. La théorie classique de la mécanique de la rupture réduit cette zone à un point pour les problèmes plans et à une courbe pour les problèmes tridimensionnels.

La zone singulière 2 : dans laquelle les champs de déplacements, déformations et contraintes sont continus et possèdent une formulation indépendante de la géométrie lointaine de la structure. On démontre que dans cette zone, les composantes de champ de contraintes sont infinies au voisinage du front de fissure ($r \rightarrow 0$).

Plus exactement, la singularité est en $(1/\sqrt{r})$ en milieu élastique linéaire. Le matériau ayant une limite élastique, il existe un rayon r_p autour de la pointe de fissure qui détermine la forme de la zone plastique. En fonction de la valeur de r_p , on dira que la rupture est fragile pour r_p petit et qu'elle est ductile pour r_p grand. Cette distinction sur la base du paramètre r_p est très importante car elle conditionne la validité de la théorie utilisée :

- La Mécanique Linéaire de la Rupture pour les ruptures fragiles.
- La Mécanique Non Linéaire de la Rupture dans le cas de zone plastique non négligeable (rupture ductile).

La zone 3 extérieure comprenant les champs lointains se raccordant d'une part, à la zone singulière, et d'autre part aux conditions aux limites en charges et en déplacements. Dans cette zone, les champs

de déplacements, déformations et contraintes varient peu et peuvent être approximés par des polynômes communément utilisés dans la méthode des éléments finis.

Diverses méthodes d'analyse permettent d'étudier les champs de déplacements, déformations et contraintes au voisinage d'une fissure. On regroupe l'ensemble de ces méthodes sous deux types d'approches :

- ✓ Approches directes : qui sont fondées sur l'utilisation des fonctions d'Airy ; ces approches résolvent des problèmes plans et font appel à la recherche de fonctions analytiques. En particulier dans notre étude, nous avons utilisé l'expansion de Williams qui est basée sur ce type d'approches.
- ✓ Approches énergétiques qui sont basées sur l'analyse énergétique du milieu continu contenant une fissure. il s'agit d'un bilan énergétique global intégrant le taux de restitution d'énergie dû à un accroissement virtuel de la fissure.

I.2.3. Utilisation de la mécanique de la rupture en conception :

Le schéma figure I.6 a comparé l'approche classique pour le dimensionnement des structures basée sur la limite d'élasticité du matériau σ_E à l'approche utilisant le concept de ténacité K_C issu de la mécanique linéaire de la rupture (MLR). Dans le premier cas, on dimensionne les structures pour que les contraintes appliquées σ restent inférieures à la limite d'élasticité ($\sigma < \sigma_E$). On utilise en général un coefficient de sécurité pour prévenir tout risque de rupture fragile ($\sigma < \gamma \sigma_E$ avec $\gamma < 1$). Cette approche est à deux variables σ et σ_E ; elle fait abstraction de l'existence d'éventuels défauts sous forme de microfissures par exemple.

L'approche basée sur la mécanique linéaire de la rupture est à trois variables : la contrainte appliquée, la ténacité K_C qui remplace la limite d'élasticité et une variable additionnelle qui est la taille du défaut. Il y a cependant deux approches alternatives de la mécanique de la rupture : l'une utilisant le concept d'intensité des contraintes critique (ténacité du matériau) et l'autre un critère d'énergie. Ces deux approches sont équivalentes dans certaines conditions. On va les présenter brièvement avant de préciser les hypothèses qui les sous-tendent et de rentrer dans les détails des calculs qu'elles mettent en œuvre.

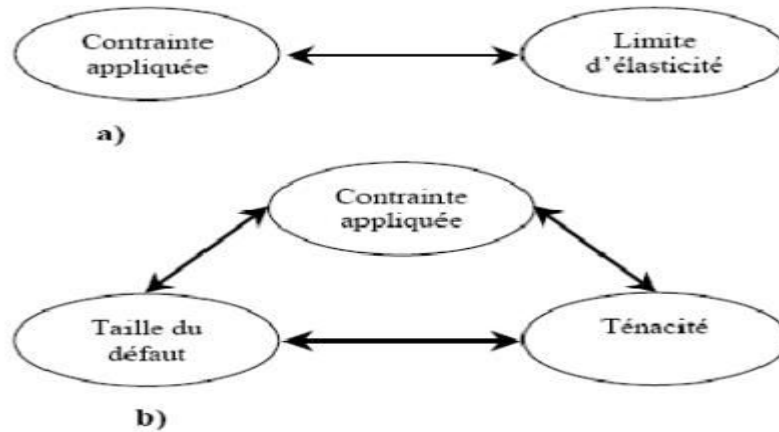


Figure I-6: Comparaison de l'approche classique (a) et de l'approche utilisant la MLR (b) [2]

I.2.3.1 Critères de rupture

Deux critères de rupture ont été proposés traitant le problème de la propagation brutale ou instable d'une fissure. Le premier est fondé sur l'équilibre thermodynamique d'un corps (critère énergétique) et le second sur l'étude du champ de contrainte au voisinage du front de fissure (critère mécanique).

I-2-3-2 Critère énergétique (Analyse de Griffith)

C'est à Griffith [9] que l'on doit en 1920 l'approche énergétique de la mécanique de la rupture. En se basant sur des considérations thermodynamiques, il a mis en évidence le fait que la rupture est un phénomène consommateur d'énergie, car pour augmenter la surface d'une fissure dans un matériau il faut fournir un certain travail. Soit une plaque infinie d'épaisseur unité et supposée parfaitement élastique contenant une microfissure de longueur $2a$ que l'on peut approximer à une ellipse soumise à des forces extérieures (contraintes de tension σ perpendiculaire à l'axe de la fissure (figure I-7).

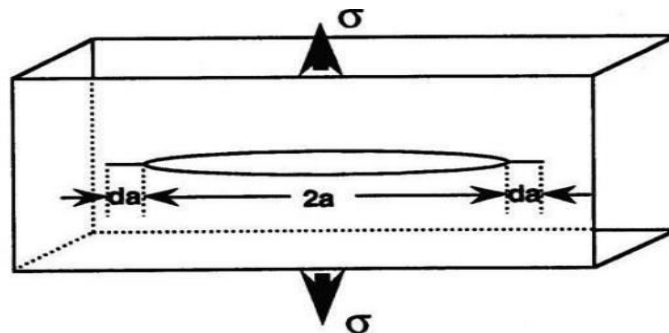


Figure I-7: Microfissure elliptique sollicitée en tension uni axiale, dans une plaque infinie [1]

L'énergie libre potentielle totale U_{total} du système s'écrit :

$$U_{total} = U_e + W \quad (I-1)$$

U_e : Energie élastique stockée dans le matériau.

W : Travail effectué par les forces extérieures.

Un accroissement da de la fissure (figure I-2), libère une énergie G_I telle que :

$$\frac{\partial}{\partial a}(W - U_e) = G_I \quad (\text{I-2})$$

G_I représente l'énergie élastique libérée par unité de surface de progression de fissure en mode I, ou le taux de restitution de l'énergie du système appelée également force d'extension de la fissure.

Griffith a suggère que la fissure se propage lorsque G_I atteint une valeur critique G_{IC} caractéristique du matériau et a énoncé le critère énergétique gouvernant la rupture par la condition suivante :

$$G_I \geq G_{IC} \quad (\text{I-3})$$

G_{IC} qui représente l'énergie de rupture du matériau est égale à l'énergie superficielle correspondant à la création de deux surfaces libres :

$$G_{IC} = 2\gamma_s \quad (\text{I-4})$$

I.2.3.3 Critère de contraintes (Analyse d'Irwin) :

A l'approche globale de Griffith, Irwin a substitué une approche locale basée sur la détermination du champ de contraintes existant autour d'une fissure [10], en tenant compte de la zone plastique créée par accroissement virtuel de celle-ci. A partir d'une analyse théorique du : champ de contraintes au voisinage du front de fissure (figure I-8), Irwin a donné l'expression de ce champ en introduisant un nouveau paramètre qui est le coefficient d'intensité de contraintes noté K.

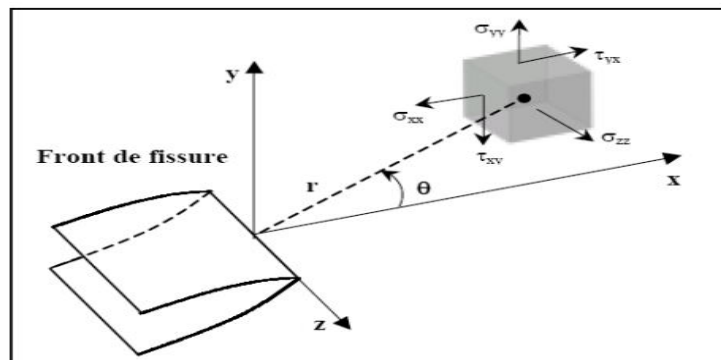


Figure I-8: Schématisation des contraintes appliquées à un élément volumique au voisinage du front de fissure [11]

En mode I, l'expression généralisée de ce facteur noté K_I s'écrit sous la forme :

$$K_I = Y \cdot \sigma \cdot \sqrt{a\pi} \quad (\text{I-5})$$

K_I dépend uniquement de la contrainte appliquée σ_{ap} , de la taille de fissure a et de la géométrie de l'éprouvette Y . Les expressions du champ de contraintes et du déplacement au voisinage du fond de fissure s'expriment donc d'une manière générale d'après Irwin sous les formes

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad i, j=x, y \quad (I-6)$$

$$U_i = K_I \sqrt{\frac{2r}{\pi}} g_i(\theta) \quad (I-7)$$

Où r et θ étant les coordonnées polaires du point considéré (figure I-8) par rapport au front de fissure. Par conséquent, il conclut qu'en un point de coordonnées polaires r et θ , pour le problème plan d'une fissure soumise à une contrainte de traction (mode I, figure I-1, les mêmes raisonnements sont valables pour les autres modes), les premiers termes des contraintes au voisinage de la fissure sont données par les expressions suivantes :

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (I-8)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (I-9)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \quad (I-10)$$

Les expressions des déplacements sont :

$$U_x = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(\chi - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (I-11)$$

$$U_y = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(\chi + 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (I-12)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{Module de cisaillement du matériau}$$

Avec E module d'Young du matériau, ν coefficient de poisson du matériau.

Irwin suggère que la fissure devient instable et se propage lorsque K_I atteint la valeur critique K_{IC} paramètre appelé ténacité qui traduit son aptitude à s'opposer à la propagation brutale d'une fissure en mode I.

$$K_{IC} = Y \cdot \sigma_c \sqrt{a_c \pi} \quad (\text{I-13})$$

a_c : Taille critique de la fissure.

σ_c : contrainte critique à la rupture

Il énonça ainsi le critère de rupture par la relation :

$$K \geq K_{IC} \quad (\text{I-14})$$

I-2.3.4 Relation entre K_{IC} et G_{IC}

Les deux critères de rupture ne sont pas indépendants. Irwin à associé le coefficient d'intensité de contrainte critique K_{IC} à une énergie superficielle G_{IC} absorbée lors de la propagation d'une fissure par la relation :

$$G_{IC} = \frac{K_{IC}^2}{E} \quad \text{En état de contraintes planes} \quad (\text{I-15})$$

$$G_{IC} = \frac{K_{IC}^2 \cdot (1 - \nu^2)}{E} \quad \text{en état de déformations planes} \quad (\text{I-16})$$

I-3 Endommagement et Rupture

1-3.1 Modes de Chargement

On distingue plusieurs modes de chargement des structures :

- (i) chargement monotone,
- (ii) chargement cyclique,
- (iii) chargement constant.

Chaque mode de chargement correspond à un mode de ruine particulier.

Chargement monotone : Dans ce cas le chargement croit de façon continue. Le chargement peut consister en un déplacement imposé ou une charge imposée. Dans le cas linéaire (élasticité) les deux cas sont similaires. Dans le cas d'un comportement plastique, il existe une *charge limite* que la

structure ne peut pas dépasser. Dans le cas d'un chargement en force, il y a rupture brutale par instabilité plastique (figure 1). Il peut s'agir, par exemple, du cas d'un réservoir dont on augmente la pression.

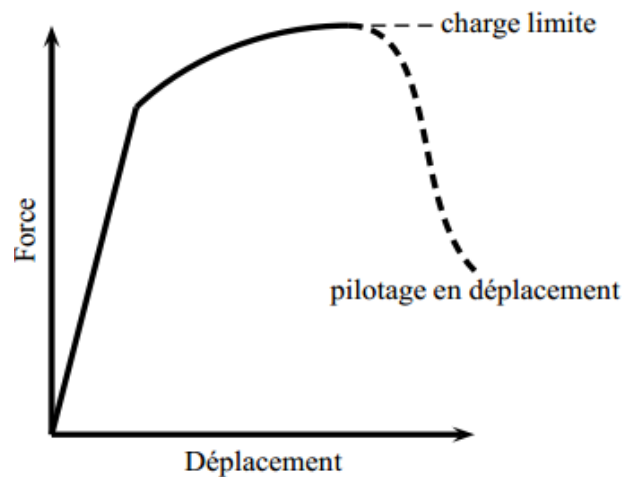


Figure I-9: Charge limite et mode de pilotage du chargement [12]

- ✓ **Chargement cyclique** : La charge ou le déplacement varie de façon cyclique au cours du temps. La rupture est différée ; elle n'interviendra qu'au bout d'un nombre de cycles dépendant de la sévérité et du chargement (figure 2). On parle de *fatigue*. Des nombreuses structures sont sollicitées en fatigue : moteurs, pneus, ailes d'avions, hélices de bateau etc.

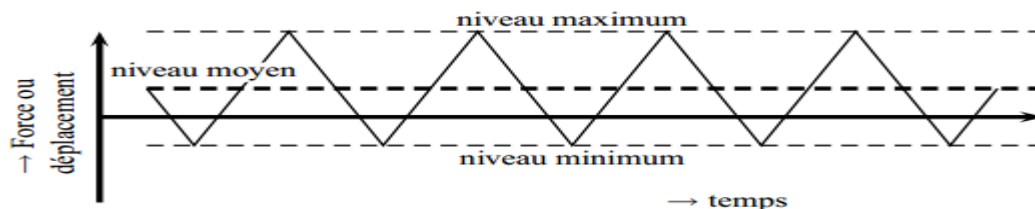


Figure I-10: Chargement cyclique [13]

- ✓ **Chargement constant** : Dans ce cas une charge constante est appliquée sur une structure généralement à haute température (c'est à dire pour $T/T_f > 0.5$). Dans ce cas la structure flue. On se trouve également dans un cas de rupture différée.

- ✓ **Chargements complexes** : Dans certains cas, le chargement peut être plus complexe que dans les cas précédents. Une structure à haute température peut voir son niveau de charge varier au cours du temps. On parle alors d'interaction fatigue-fluage. Une structure en fatigue dans laquelle se propage lentement une fissure peut subir une surcharge qui entraîne la rupture en charge limite.

1-3.2 CLASSES DE MATERIAUX VIS-A-VIS DE LA RUPTURE

Pour un essai sous chargement monotone d'une éprouvette de traction simple, on peut distinguer différents types de mode de rupture (figure I.11) :

- **Rupture élastique-fragile** Le comportement global est linéaire élastique et la rupture intervient de façon brutale (i.e. sans signes précurseurs). Les déformations à rupture sont généralement faibles (< 1%). Les matériaux ayant ce type de comportement sont les céramiques massives, les verres.
- **Rupture quasi-fragile** Le comportement global est non linéaire. Des décharges partielles indiquent une forte perte de rigidité qui indique une micro-fissuration du matériau. Cette micro-fissuration est la cause essentielle de la non-linéarité globale. Les matériaux ayant ce type de comportement sont :

Les composites en particulier les composites céramique-céramique,

Les bétons On observe ce comportement en compression. En traction les bétons ont généralement une rupture élastique-fragile. Les nouveaux bétons renforcés ont également une rupture quasi-fragile en traction.

- **Rupture plastique-fragile** Le matériau plastifie mais rompt brutalement pour des déformations relativement faibles. C'est le cas des métaux de type cubique centré ou hexagonal lorsque la température est suffisamment faible.
- **Rupture ductile** Le matériau plastifie et rompt progressivement. Une fissure stable peut s'amorcer au sein de la matière. L'endommagement peut-être diffus et relativement

important. Les métaux cubiques à faces centrées ont ce comportement. Les métaux de type cubique centré sont ductiles pour une température suffisamment élevée.

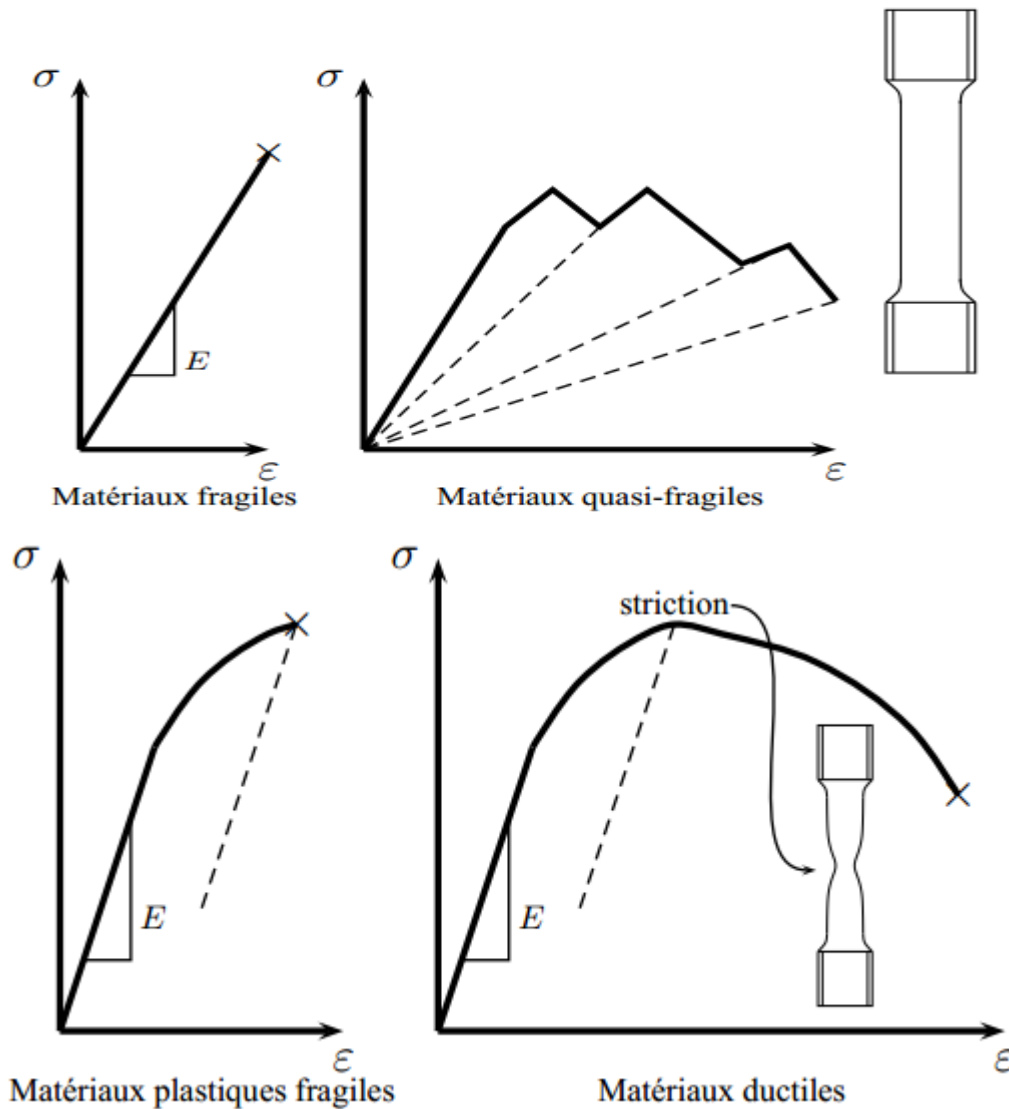


Figure I-11: Classes de matériaux vis-à-vis de la rupture en sollicitation monotone [12]

I-4 Conclusion :

Le comportement à la rupture d'une structure fissurée peut être décrit soit par l'approche globale basée sur un bilan énergétique soit par l'approche locale basée sur le champ de contraintes en pointe de fissure. Dans l'hypothèse du comportement élastique linéaire, les différentes expressions du taux de restitution d'énergie permettent, d'une part, d'avoir des relations avec le facteur d'intensités de

contrainte et d'autre part, une caractérisation expérimentale simple. Si ces deux paramètres (K et G) sont essentiels pour la mécanique de la rupture, elles ne restent valables que pour un comportement élastique linéaire. Cependant, la prise en compte du comportement réel des structures est nécessaire pour définir d'autres paramètres de rupture tenant compte de l'effet de la plasticité.

Chapitre II

Différentes formes de la zone plastique

II.1 Introduction

Généralement les matériaux solides développent des zones de déformation plastique lorsque la limite élastique est excédée dans la région proche du front de fissure. Toutefois, si on s'approche très près du front de la fissure, c'est-à-dire lorsque r tend vers 0 ($r \rightarrow 0$), le calcul théorique montre que les contraintes vont tendre vers l'infini. En fait, la résistance ne peut dépasser la limite d'élasticité σ_e du matériau qui va commencer à se plastifier à proximité du front de la fissure, créant ainsi une *zone plastique*. Réellement les contraintes à l'extrémité d'une fissure restent finies car le rayon au fond de fissure n'est pas nul. Ces contraintes dépassent la limite d'élasticité du matériau et la déformation plastique qui en résulte, conduit à une relaxation des contraintes à l'extrémité de la fissure.

Il est essentiel d'avoir une connaissance complète de la forme et la taille de la zone plastique au fond de fissure afin de comparer des résultats théoriques et expérimentaux pour les états plans de contraintes et de déformations.

En outre, le champ de contraintes au voisinage de la fissure prend des valeurs importantes, donc il y aura déformations plastiques au fond de la fissure qui seront plus ou moins étendues selon la ductilité du matériau. Le calcul de l'étendue de cette zone dépend à la fois du mode de chargement et de l'état de contrainte. Plusieurs auteurs ont tenté d'évaluer la forme et la taille de la zone plastifiée en bout de fissure en se basant sur les critères classiques d'élasticité ou par la méthode des éléments finis.

La MLR devient progressivement imprécise à mesure que la taille de la zone plastifiée qui se forme à l'extrémité de la fissure, devient importante. Des corrections simples à la MLR sont proposées lorsque cette taille reste raisonnable. Au delà d'une certaine plastification, le FIC K n'est plus adapté à la description des champs des contraintes et des déplacements à l'extrémité de la fissure. On utilise alors d'autres paramètres dont l'étude fera l'objet de ce chapitre.

L'introduction de paramètre de correction de la zone plastique prend en compte les effets de plasticité au voisinage du fond de fissure est essentiel pour déterminer le facteur d'intensité de contraintes effectif ou facteur d'intensité de contraintes corrigé. La zone plastique est également déterminée pour des conditions planes ; c'est-à-dire, déformations planes pour les contraintes maximum sur les structures relativement épaisses et contraintes planes pour les contraintes variables due à l'effet d'épaisseur des structures minces.

Il est important de connaître la taille de la zone plastique au fond de fissure, compte tenu des limites d'application de la MLR. Cette taille peut être estimée par deux méthodes : l'approche d'Irwin et celle de Dugdale. Les deux approches conduisent à des corrections simples du FIC.

II.2. État de contrainte au fond de fissure

Les équations donnent le champ de contraintes à proximité du front de la fissure pour un matériau élastique, prévoient que les valeurs infinies au fond de fissure (singularité de contrainte) le rayon de la zone plastique tend vers zéro; c'est-à-dire, $\sigma_{ij} \rightarrow \infty$ lorsque $r \rightarrow 0$. Cependant, la plupart des matériaux métalliques sont soumis à une déformation plastique irréversible.

Les solutions classiques en MLR réduisent les configurations de chargement étudiées à des problèmes bidimensionnels, c'est-à-dire à une contrainte ou une déformation principale nulle.

Considérons une plaque d'épaisseur β , fissurée et soumise à un chargement plan. On suppose que la taille de la zone plastique est suffisamment faible pour que l'analyse en MLR soit valable. Sans la présence de fissure, la plaque est en état de contraintes planes, et les régions suffisamment éloignées de l'extrémité de la fissure restent dans cet état de sollicitation.

L'extrémité de la fissure est chargée à des contraintes bien plus élevées que le reste du matériau. Dans le plan de la fissure et en aval de son extrémité, les contraintes normales étant élevées, le matériau aura tendance à se contracter dans les directions x et z ; cette déformation, cependant est restreinte. La conséquence de cette restriction de la déformation est le développement d'une triaxialité des contraintes près de l'extrémité de la fissure. Pour $r \ll \beta$, des conditions de déformations planes existent au cœur de la plaque, alors qu'en surface c-a-d à la peau de la plaque, le matériau est dans un état de contraintes planes.

II.2.1 Etat de déformations planes

1. Grande épaisseur B , et $\varepsilon_z = 0$ dans une région interne et $\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$. Cela signifie que le matériau est contracté dans la direction z due à une épaisseur suffisamment grande et à l'absence de la déformation dans cet axe. En fait, la contrainte dans la direction z se développe sous l'effet du Poisson comme explicitement inclus dans l'équation qui définit σ_z .
2. Zone plastique se trouve insérée dans une matrice élastique qui restreint les possibilités d'écoulement plastique.

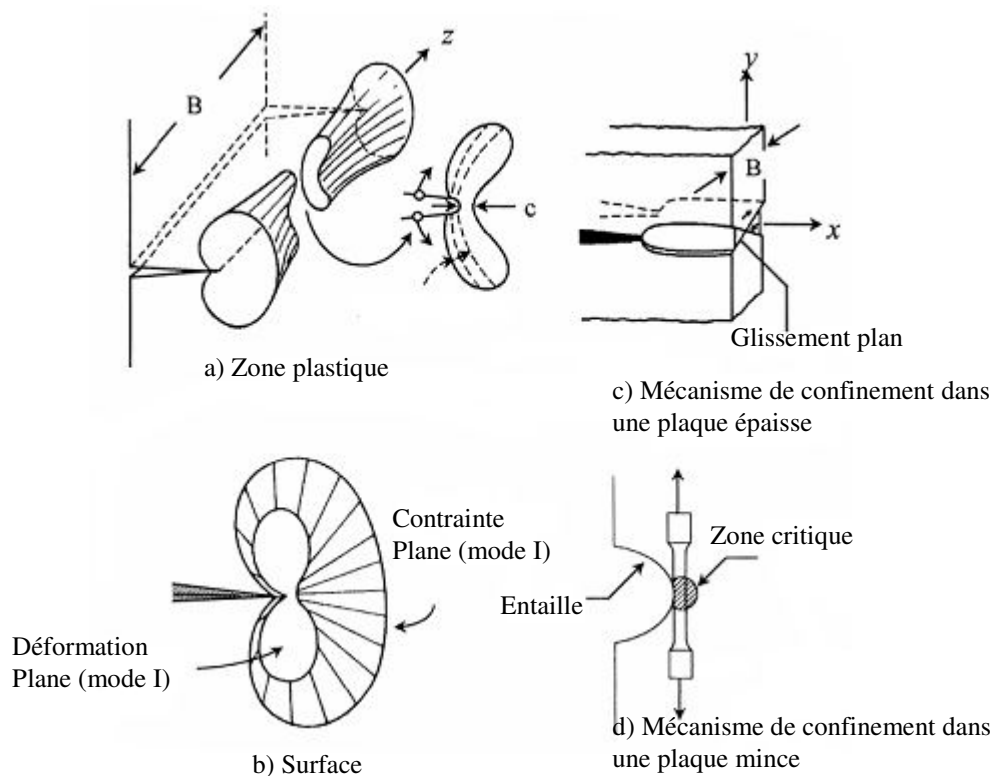


Figure II.1. Mécanismes d'écoulements dans une plaque [1-3]

II.2.2. Etat de contraintes planes

1. L'épaisseur B est petite, $\sigma_z = 0$ et $\varepsilon_z \neq 0$ sur la surface (région externe) et sur l'épaisseur entière. Ceci signifie l'absence des contraintes normales sur la surface libre et donc, sur l'épaisseur.
 2. Si $\sigma_y \geq \sigma_x > 0$ (critère de Tresca), alors l'écoulement se produit par un mécanisme cumulatif de glissement (figure II.1.b)
- II. La taille de la zone d'écoulement est limitée par le mécanisme de glissement (slip mechanism).
4. Le mouvement total a un effet de striction devant la fissure pendant son ouverture.

Plasticité au front de fissure

La mécanique linéaire de la rupture cesse d'être valable lorsqu'une plastification importante précède la rupture. Pour tenir compte de l'effet de cette plastification sur les champs de contraintes et de déplacements à l'extrémité d'une fissure, plusieurs auteurs (Irwin, Dugdale, ...) proposèrent ce qu'on appelle une correction de zone plastique ; la taille de la fissure est alors augmentée de cette zone plastique pour retrouver les champs de contraintes élastiques décrits par le facteur d'intensité de contraintes (FIC).

II.II. Approche d'Irwin

Considérons une zone plastique circulaire représentée sur la figure II.2. Pour étudier la taille de cette zone plastique, on suppose le mode I de chargement et la progression de la fissure se produit dans son plan tel que $\theta = 0$ et $y = 0$ le long de l'axe x (axe des abscisses). La première approximation, la distance r_p^* est la taille de la zone plastique, et en substituant σ_e dans l'équation de σ_y , la distance r_p^* est calculé par :

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_p^*}} = \sigma_e \quad \text{d'où} \quad r_p^* = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2 \quad \text{II.1}$$

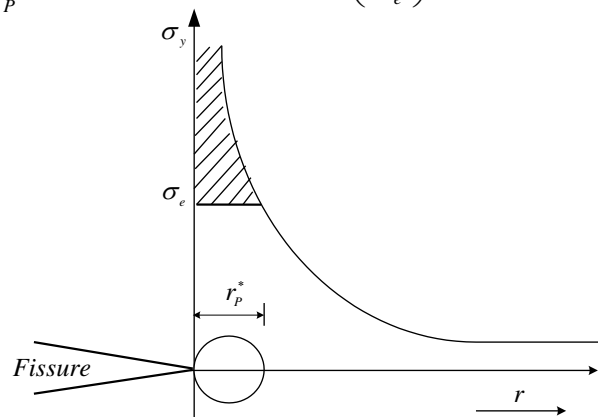


Figure II.2. Première estimation de la zone plastique

Les critères de Tresca ou de Von Mises permettent de déterminer avec précision la forme de la zone plastique. Irwin [4], suppose que la forme de la zone plastifiée de dimension r_p est circulaire. La grandeur de cette zone peut être estimée comme la distance r_y entre le fond de la fissure et le point où la contrainte dépasse la limite d'élasticité σ_e .

Irwin considère l'existence d'une fissure fictive de profondeur $a + r_y$ (où a est la longueur réelle de la fissure) qui a son extrémité au centre d'une zone plastique de rayon r_y , au bout de cette fissure fictive, et suppose un comportement élasto-plastique parfait ($\sigma_y = \sigma_e = const$) à l'intérieur de cette zone (voir figure II.3).

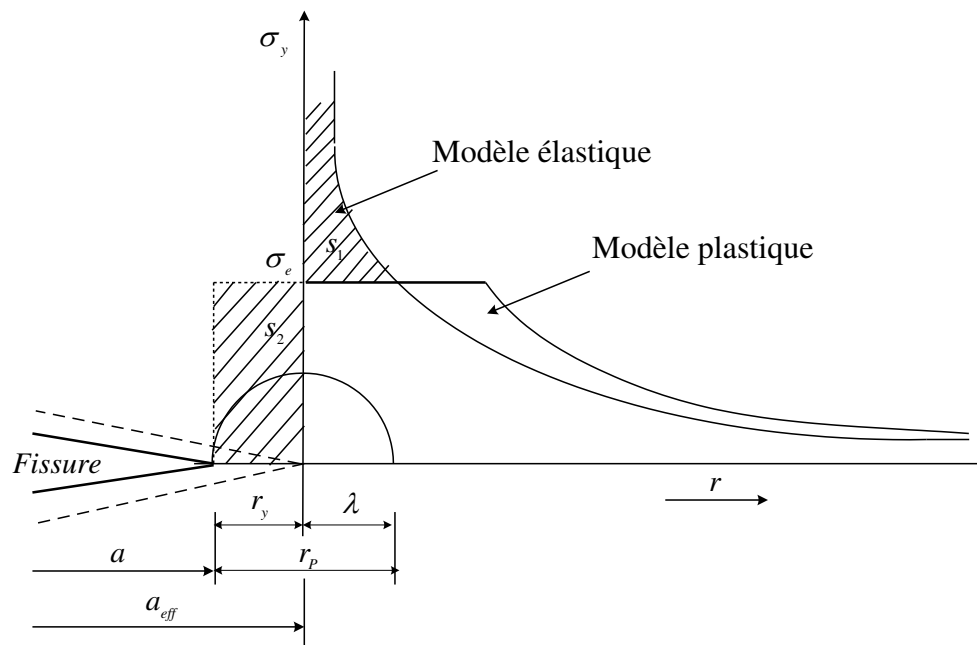


Figure II.II. Distribution des contraintes au front d'une fissure : modèle élastique et après déformation plastique (Irwin)

Sur la figure II.3 la fissure de longueur a est remplacée par une fissure plus longue de longueur $a + r_y$, et la contrainte élastique au fond de fissure efficace est donnée. La contrainte au bout de la fissure effective est de nouveau limitée par la contrainte élastique.

La contrainte agissant sur la partie de r_y devant la fissure réelle est égale à la limite d'élasticité. En conséquence, r_y doit être assez grand pour supporter la charge qui est perdue en coupant la section s_1 de la distribution de la contrainte élastique. La nouvelle répartition après plastification n'équilibre plus le chargement. Il est nécessaire de modifier la répartition de la contrainte. Par conséquent, la section s_1 est égale la section s_2 . L'équilibre des forces entre les deux configurations conduit à la distance λ de la figure II.3 :

$$\sigma_e = \frac{K}{\sqrt{2\pi\lambda}} = \sigma \sqrt{\frac{a+r_y}{2\lambda}} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\sigma^2(a+\lambda)}{2\sigma_e^2} \approx r_p^* \quad \text{II.2}$$

Puisque r_y est petit par rapport la taille de la fissure, donc il peut être négligé, et il suit $\lambda \approx r_p^*$ dans l'équation II.1. La section s_2 est égal à $\sigma_e \cdot r_y$, par conséquent, $s_1 = s_2$, il vient :

$$\text{Section } s_1 : F_1 = \beta \int_0^{r_y} (\sigma - \eta \sigma_e) dr$$

$$\text{Section } s_2 : F_2 = \beta \int_0^\lambda \eta \sigma_e dr$$

Où β est l'épaisseur

$$\begin{aligned} \eta = 1 & \quad \text{en état de contraintes planes} \\ \eta = \sqrt{3} & \quad \text{en état de déformations planes [5]} \end{aligned}$$

En équilibre

$$\begin{aligned} F_1 + F_2 &= \int_0^{r_y} (\sigma - \eta \sigma_e) dr + \int_0^\lambda \eta \sigma_e dr = 0 \\ F_1 + F_2 &= \int_0^{r_y} \left(\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} - \eta \sigma_e \right) dr - \int_0^\lambda \eta \sigma_e dr = 0, \\ \left(\sigma_e \cdot r_y &= \left[\int_0^\lambda \sigma \sqrt{\frac{a+r_y}{2r}} dr \right] - \sigma_e \cdot \lambda \right) \\ \frac{2K_I r_y}{\sqrt{2\pi r_y}} - \eta \sigma_e (r_y + \lambda) &= 0 \\ 2\sigma_y r_y - \eta \sigma_e (r_y + \lambda) &= 0 \end{aligned} \quad \text{II.3}$$

On tronque tout simplement le champ des contraintes à $\sigma_e = \sigma_y$, en faisant l'hypothèse que le comportement du matériau est élasto-plastique parfait. Cette analyse fait cependant abstraction des forces non transmises représentées par l'aire hachurée de la figure II.II. Pour tenir compte de ces forces, il convient d'assurer l'équilibre entre les deux répartitions (élastique et élastoplastique) des contraintes. La taille r_p de la zone plastique doit être donc plus grande que r_y .

En négligeant r_y par rapport à a et en utilisant l'équation II.2, il suit :

$$(r_y + r_p^*) \sigma_e = \sigma \sqrt{2ar_p^*} \Rightarrow (r_y + r_p^*)^2 = 2ar_p^* \left(\frac{\sigma}{\sigma_e} \right)^2 \quad \text{II.4}$$

Par conséquent, il s'avère

$$r_y = r_p^* \text{ et } r_p = r_y + \lambda = 2r_p^* \quad \text{II.5}$$

La taille de la zone plastique r_p s'avère deux fois plus grande que la première estimation r_p^* . Puisque $r_y = r_p^*$, il suit que la fissure se comporte comme si sa longueur était $a + r_p^*$. La quantité r_p^* est la correction de la zone plastique d'Irwin. Supposant pour l'instant que la zone

plastique à une forme circulaire, la situation peut être représentée par sur la figure II.4, là où la fissure efficace se prolonge au centre de la zone plastique.

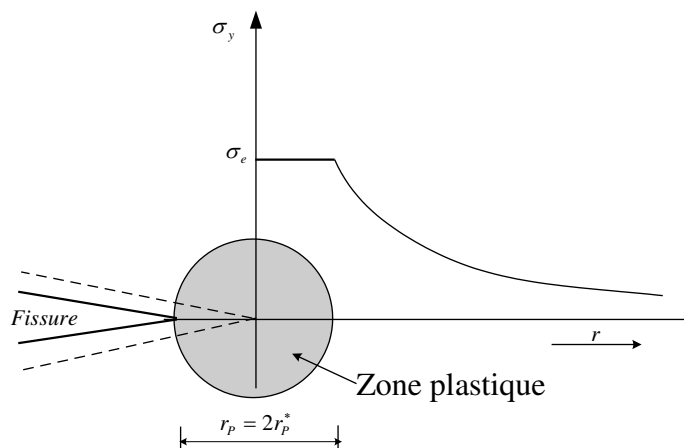


Figure II.4. Correction de la zone plastique (Irwin).

La distribution des contraintes dans la répartition élasto-plastique pour $r > r_p$ (figure II.3) est obtenue par une translation sur la distance r_y de la répartition élastique. Irwin prend compte de cette translation en définissant un facteur d'intensité de contraintes effectif obtenu en augmentant la longueur de fissure de r_y . Ce qui revient à considérer non pas la longueur réelle a de la fissure mais une longueur effective $a + r_p^*$.

$$K = \alpha \sigma \sqrt{\pi(a + r_p^*)} = \alpha \sigma \sqrt{\pi a \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{\sigma_e^2}\right)} \quad \text{II.6}$$

En outre, la taille de la zone plastique pour des états plans (contraintes et déformations) peut être facilement déterminée, ainsi,

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\eta \sigma_e} \right)^2 = \frac{a}{2} \left(\frac{K_I}{\eta \sigma_e} \right)^2 \quad \text{II.7}$$

Le même raisonnement peut être employé ainsi pour le mode, la zone plastique devient [6] :

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{III}}{\tau_e} \right)^2 \quad \text{II.8}$$

La quantité r_y s'ajoute à la longueur réelle de la fissure dans le calcul du facteur d'intensité de contraintes équivalent [7] :

$$K_{Ie} = \sigma \sqrt{\pi \cdot a_{eff}} \quad \text{II.9}$$

Où: a_{eff} est la longueur effective de la fissure.

II.4. Approche de Dugdale

Dugdale [8] a proposé un modèle de bande pour la zone plastique dans des conditions de contraintes planes. La figure II.5 illustre le modèle de Dugdale, qui considère une fissure de longueur $a+r$ avec des contraintes de compression d'intensité, la limite d'élasticité σ_e , qui s'exercent sur la longueur r près de chacune des extrémités. La longueur r représente la taille de la zone plastique. Le phénomène de fermeture de fissure est provoqué par des contraintes internes puisqu'elles tendent à fermer la fissure dans la région $a < x < c$. Lorsqu'on charge une structure fissurée, une zone plastique se forme à l'extrémité de la fissure. Lors de la décharge, le reste de la structure qui est resté élastique, exerce alors sur la zone plastique des contraintes de compression σ_e si on suppose que le comportement du matériau est élasto-plastique parfait.

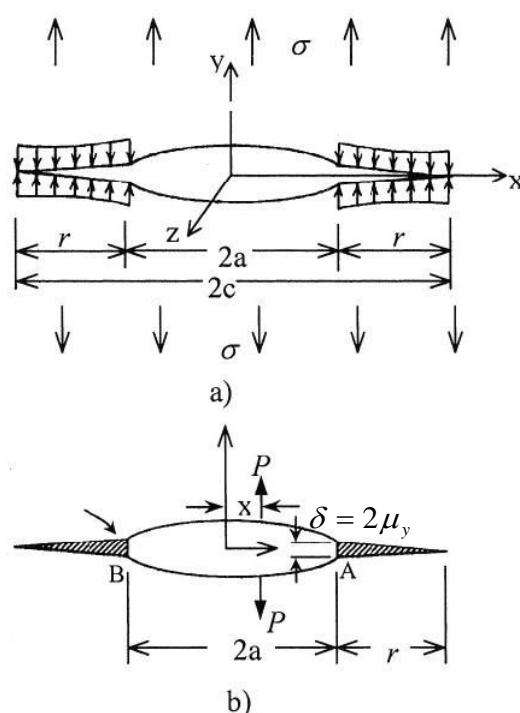


Figure II.5. Modèle de la zone plastique de Dugdale [9].

En outre, supposer que les singularités de contraintes disparaissent quand l'égalité suivante $K_\sigma = -K_r$ est vraie où K_σ est le facteur d'intensité de contraintes dû à la contrainte appliquée et K_r est dû à la limite d'élasticité à la pointe de la fissure [9]. Par conséquent, les facteurs d'intensité de contraintes dus aux forces internes (par unité de longueur) sont définis par :

$$K_A = \int_a^{a+r} \frac{P}{\sqrt{\pi a}} \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx \quad \text{II.10}$$

$$K_B = \int_a^{a+r} \frac{P}{\sqrt{\pi a}} \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} dx \quad \text{II.11}$$

Selon le principe de la superposition, le facteur d'intensité de contraintes total est égal $K_r = K_A + K_B$, tel que :

$$K_r = \int_a^{a+r} \frac{P}{\sqrt{\pi a}} \left(\sqrt{\frac{a+x}{a-x}} + \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} \right) dx$$

$$K_r = \frac{P}{\sqrt{\pi a}} \int_a^{a+r} \frac{2adx}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$$

$$K_r = \frac{2Pa}{\sqrt{\pi a}} \int_a^{a+r} \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$$

$$K_r = 2P \sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_a^{a+r} \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$$

$$K_r = -2P \sqrt{\frac{a}{\pi}} \arccos \frac{x}{a}$$

La correction de la zone plastique est accomplie en remplaçant la longueur de la fissure a par la longueur virtuelle de la fissure $(a+r)$ et P par σ_e il vient :

$$K_r = -\frac{2\sigma_e}{\pi} \sqrt{\pi(a+r)} \arccos \frac{x}{a+r} \quad \text{II.12}$$

$$K_\sigma = \sigma \sqrt{\pi(a+r)} \quad \text{II.13}$$

Le calcul de la taille r de la zone plastique se fait ensuite par une application classique du principe de superposition suivant (figure II.6) :

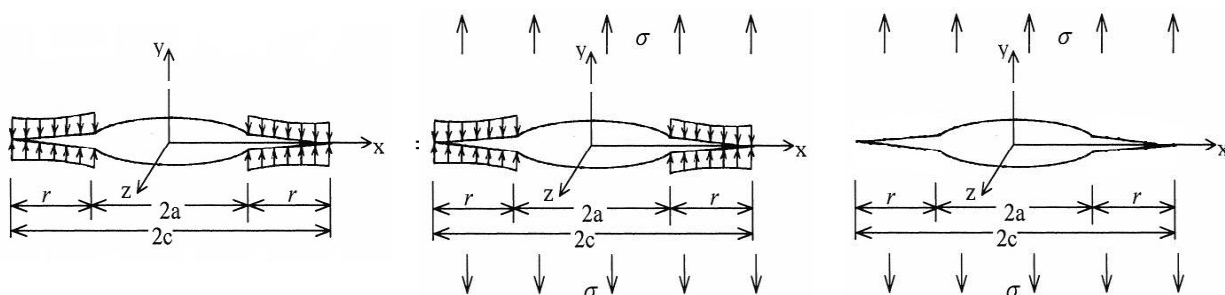


Figure II.6. Principe de superposition pour le modèle de Dugdale

Nous avons $K_\sigma = -K_r$, il vient :

$$\sigma \sqrt{\pi(a+r)} = \frac{2\sigma_e}{\pi} \sqrt{\pi(a+r)} \arccos \frac{x}{a+r}$$

$$\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e} = \arccos \frac{x}{a+r}$$

On pose $y = \frac{\pi\sigma}{2\sigma_e}$, donc on écrit :

$$y = \arccos \frac{x}{a+r} \quad \Rightarrow \quad \cos y = \frac{x}{a+r}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \quad \cos y &= \frac{x}{a+r} \\
\Rightarrow \quad r &= a \left(\frac{1}{\cos y} - 1 \right) \quad \text{pour } x = a \\
\Rightarrow \quad r &= a(\sec y - 1)
\end{aligned}
\tag{II.14}$$

La taille r de la zone plastique devient très grande lorsque la contrainte appliquée σ tend vers la limite d'élasticité σ_e du matériau. A l'inverse quand cette contrainte est faible par rapport à σ_e . Le développement limité de la fonction $\sec y$ conduit à :

$$\sec y = 1 + \frac{y^2}{2!} + \frac{y^4}{4!} + \frac{y^6}{6!} + \dots = 1 + \frac{y^2}{2}
\tag{II.5}$$

En remplaçant l'équation II.9 dans l'équation II.8, il vient :

$$r = a \frac{y^2}{2} = \frac{a}{2} \left(\frac{\pi \sigma}{2\sigma_e} \right)^2
\tag{II.16}$$

$$r = \frac{\pi^2 \sigma^2 a}{8\sigma_e^2} = \frac{\pi K^2}{8\sigma_e^2}
\tag{II.17}$$

La comparaison les relations déterminées par les approches d'Irwin et de Dugdale conduit à des valeurs de la taille de zone plastique assez proches.

En substituant l'équation II.16 dans l'équation II.6, on détermine la correction du facteur d'intensité de contraintes du à la plasticité en pointe de fissure :

$$K_I = \alpha \sigma \sqrt{\pi a \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi \sigma}{2\sigma_e} \right)^2 \right)}
\tag{II.18}$$

L'expression II.18 est semblable à l'expression d'Irwin, de l'équation II.6. En outre, si $r \ll a$, les corrections de plasticité ne sont pas nécessaires. Si $r \gg a$, la mécanique élastique linéaire de rupture (LEFM) est une approche douteuse pour résoudre des problèmes d'ingénieur en utilisant les solides fragiles ou élastiques et donc, l'approche la plus attrayante est la mécanique de rupture élasto-plastique.

La comparaison des approximations d'Irwin et de Dugdale peut être facilement faite en combinant les équations II.7 et II.16 pour l'état de contraintes planes, il vient :

$$r(\text{Irwin}) = \frac{8}{\pi^2} r(\text{Dugdale}) = 0.81 r(\text{Dugdale})
\tag{II.19}$$

La figure II.7 compare les facteurs d'intensité de contraintes normalisés des approximations d'Irwin et de Dugdale. Les courbes diffèrent d'une manière significative lorsque $\sigma/\sigma_e \rightarrow 1$; cependant, elles coïncident lorsque $0 < \sigma/\sigma_e \leq 0.2$. à ceci suggère fortement que des méthodes de l'approximation d'Irwin et de Dugdale devraient être employées très

soigneusement pour des grands rapports de contraintes en raison dû à la différence des facteur d'intensité de contraintes normalisés.

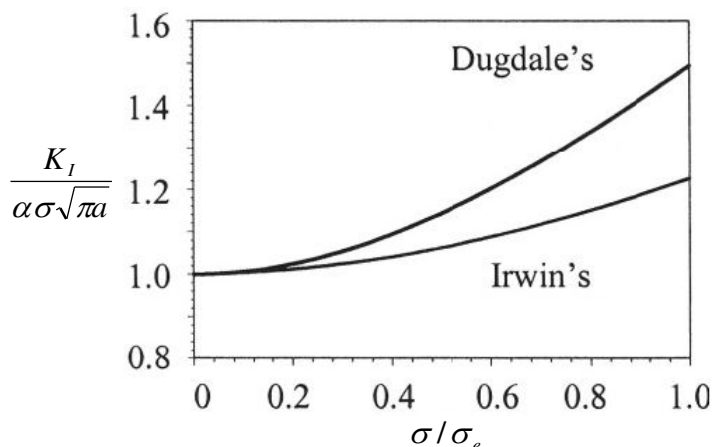


Figure II.7. Facteur d'intensité de contraintes normalisé en fonction du rapport des contraintes [10].

Le modèle de Dugdale conduit, après correction de la zone plastique, à un FIC effectif donné par

$$K_{eff} = \frac{\sigma \sqrt{\pi a}}{\sqrt{\cos\left(\frac{\pi \sigma}{2\sigma_e}\right)}} \quad \text{II.20}$$

La relation précédente tend toutefois à surestimer la valeur du FIC. Burdekin et Stone ont obtenu une estimation plus raisonnable pour le même type de modèle. L'expression du K_{eff} que proposent ces auteurs est :

$$K_{eff} = \sigma \sqrt{\pi a} \sqrt{-\frac{8}{\pi^2} \text{Log}\left(\sqrt{\cos\left(\frac{\pi \sigma}{2\sigma_e}\right)}\right)} \quad \text{II.21}$$

II.5. Ouverture du front de fissure

La mécanique de la rupture linéaire-élastique (MRLE) peut être appliquée lorsque la zone plastique est petite par rapport à la dimension de la fissure. Lorsque cette zone plastique devient grande par rapport à la dimension de la fissure, la MRLE ne peut plus s'appliquer. C'est en particulier le cas lorsque l'on se trouve en état plans de contraintes plutôt qu'en état plans de déformations.

Pour déterminer le facteur d'intensité de contraintes à l'aide des éprouvettes de faibles dimensions, on peut utiliser différentes approches. En effet, la détermination directe de K_{IC} nécessite que l'on soit en état plans de déformations, impliquant de très grosses éprouvettes, en particulier pour les aciers ayant une faible limite d'élasticité. Les concepts de l'ouverture en front de fissure (COD ou CTOD), de l'intégrale J et de la courbe de résistance permettent d'éviter ce problème.

La mécanique linéaire de rupture limite l'utilisation des matériaux de élastique-plastique dus à la formation de grandes zones plastiques et de comportement plastique non-linéaire. En outre, le CTOD est une mesure de ténacité des matériaux qui subissent la transition ductile-fragile [11] et élastique-plastique où le comportement est entièrement plastique dans les grandes structures (bateaux, réservoirs de pression). La contrainte critique et la taille de fissure pourraient être prévus en utilisant cette technique, à condition que la valeur critique de *CTOD* «Crack Tip Opening Displacement» - comme paramètre alternatif à la mécanique linéaire de la rupture ou plus précisément au concept de FIC, lorsque la plastification devient importante comme c'est le cas dans les matériaux très ductiles, soit connue ($\delta_t = \delta_c$). Wells [12,13] observa que l'émoussement de l'extrémité des fissures augmentait avec la ténacité des matériaux. Cela l'a conduit à proposer l'écartement au fond de fissure comme mesure de la ténacité. Le CTOD, ou écartement de fissure δ , a ainsi été défini à partir des déplacements de la pointe de fissure, mesurés à l'intersection de la frontière de la zone plastique avec les lèvres de la fissure (Figure II.8.a). Il existe de nombreuses façons de calculer cet écartement δ [Pluinage 1989]. Par exemple, Tracey a proposé de définir cet écartement à l'intersection de deux droites passant à 45° de l'axe et des lèvres de la fissure (Figure II.8.b).

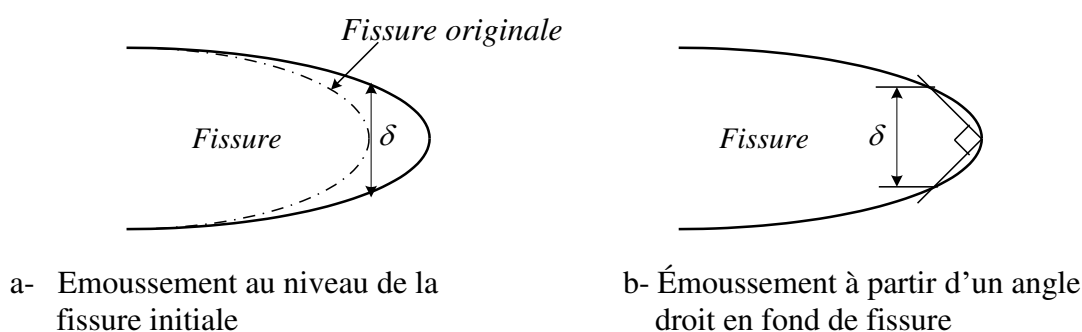


Figure II.8. Emoussement de la fissure

La figure II.5 montre le modèle du Dugdale [8] pour une fissure centrale contenant des zones plastiques étroites confinées dans une plaque mince. En conséquence, la zone plastique atteint une taille critique $r \rightarrow r_c$ et la progression de la fissure se produit puisque la plasticité localisée donne une augmentation de la densité de dislocation, formation des cavités, la coalescence, qui agissent en tant que des microfissures dans le volume de la zone plastique au front de la fissure principale.

L'analyse proposée par Wells tente de relier le CTOD au FIC K lorsqu'on est en régime de plasticité confinée. Pour examiner cette approche on va considérer une fissure avec une faible zone plastifiée indiquée sur la figure II.5.b. Irwin montra qu'une telle fissure se comporte comme si elle était effectivement plus longue du fait de l'écoulement plastique au fond de fissure. On peut alors estimer le CTOD en augmentant la longueur de fissure de r_y , la correction de zone plastifiée.

Selon les modèles représentés sur les figures II.3 et II.5, δ correspond au déplacement relatif des lèvres supérieur et inférieur de fissure (écartement). Si des mesures du COD de fissure sont faites assez étroitement au fond de fissure, donc $\delta \rightarrow \delta_t$. De la figure II.5.b, est défini comme deux fois le déplacement au fond de fissure dans la direction y . Par conséquent :

$$\delta_t = 2\mu_y$$

II.22

Suite à la configuration de la fissure représentée sur la figure II.5.b, le COD peut être défini par l'ouverture des lèvres de la fissure appelée COD (crack opening displacement) est un paramètre important. En prenant les notations et les axes de la figure II.5.b, le COD peut être décrit par les équations [14,15] :

$$\delta = \frac{4\sigma}{E} \sqrt{a^2 - x^2} \quad \text{sans correction} \quad \text{II.23}$$

$$\delta = \frac{4\sigma}{E} \sqrt{(a^2 + r^2) - x^2} \quad \text{avec correction} \quad \text{II.24}$$

Au centre de la fissure ($x = 0$), le COD vaut :

$$COD_{\max} = \frac{4\sigma}{E} a \quad \text{II.25}$$

$$COD_{\max} = \frac{4\sigma}{E} \sqrt{(a^2 + r^2)} \quad \text{II.26}$$

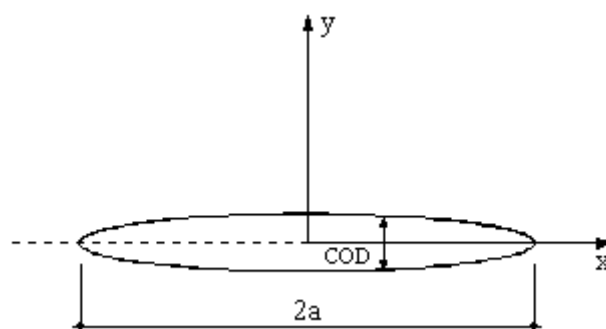


Figure II.8. Ouverture de la fissure (COD)

Si $x = a$, donc $\delta = \delta_t$

$$\delta_t = \frac{4\sigma}{E} \sqrt{(a^2 + r^2) - a^2} \approx \frac{4\sigma}{E} \sqrt{2ar} \quad 200 \quad \text{II.27}$$

En introduisant les équations II.7 et II.16 indépendamment dans l'équation II.27 et supposons l'état de contraintes planes, l'ouverture de la fissure s'écrit :

$$\delta_t = \frac{4a\sigma^2}{E\sigma_e} = \frac{4K_I^2}{\pi\eta E\sigma_e} \quad (\text{Irwin}) \quad \text{II.28}$$

$$\delta_t = \frac{2\pi a\sigma^2}{E\sigma_e} = \frac{4K_I^2}{E\sigma_e} \quad (\text{Dugdale}) \quad \text{II.29}$$

La relation regroupant les deux approches, s'écrit :

$$\delta_t(\text{Irwin}) = \frac{2}{\pi} \delta_t(\text{Dugdale}) \quad \text{II.30}$$

Burdekin [16] et Rice [11] ont développé des modèles mathématiques en se basant sur le travail de Dugdale [8] et la définition de l'équation II.22 pour des états contraintes planes. Par conséquent,

$$\delta_t = \frac{8a\sigma_e}{\pi E} \text{Log} \left[\sec \left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e} \right) \right] \quad (\text{Burdekin}) \quad \text{II.31}$$

$$\delta_t = \frac{2(k+1)(1-\nu)a\sigma_e}{\pi E} \text{Log} \left[\sec \left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e} \right) \right] \quad (\text{Rice}) \quad \text{II.32}$$

Où $k = \frac{3-\nu}{1+\nu}$ en état de contraintes planes

$k = 3-4\nu$ en état de déformations planes

En introduisant la fonction logarithmique dans le développement limité de la fonction sécante,

$$\text{Log}(\sec y) = \frac{y^2}{2!} + \frac{y^4}{4!} + \frac{y^6}{6!} + \dots = \frac{y^2}{2}$$

$$\text{Log} \left[\sec \left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e} \right) \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e} \right)^2$$

Les équations II.31 et II.32 s'écrivent,

$$\delta_t = \frac{\pi a \sigma^2}{E \sigma_e} = \frac{K_I^2}{E \sigma_e} \quad \text{Burdekin} \quad \text{II.33}$$

$$\delta_t = \frac{(k+1)(1+\nu)a\sigma^2}{4\pi E} = \frac{(k+1)(1+\nu)K_I^2}{4\pi E \sigma_e} \quad \text{Rice} \quad \text{II.34}$$

Le comportement d'une fissure peut être décrit par l'écartement des deux surfaces au fond de fissure (CTOD / Crack Tip Opening Displacement). Il a été montré qu'il existait des relations entre les valeurs du CTOD et les valeurs critiques du facteur d'intensité de contraintes K_{Ic} . Comme la mesure du CTOD peut être effectuée également lorsque la zone plastique au front de la fissure est importante, il est possible d'utiliser ce concept pour un dimensionnement lorsque le comportement du détail est plastique.

II.6. Forme de la zone plastique

La forme circulaire de la zone plastique que nous avons admise au cours de la première approche n'est qu'une grossière approximative a été considérée le long de l'axe des abscisses x pour $\theta = 0$. En fait, si l'on adopte les critères de Tresca et de Von Mises, on obtient une

forme sensiblement différente qui, de plus, varie dans l'épaisseur de la pièce puisqu'à la surface règne un état de contraintes planes alors qu'à cœur l'on se rapproche davantage d'un état de déformations planes. Le critère de Von Mises et le Tresca peuvent être employés pour dériver des expressions pour la taille de la zone plastique.

II.6.1 Modélisation du seuil plastique

Les déformations plastiques des métaux sont les résultats de glissements des cristaux. Les lignes de glissement correspondent aux facettes de l'élément de volume où il y a le cisaillement maximal.

On peut exprimer les composantes de contraintes sous la forme suivante :

$$\sigma_{ij} = S_{ij} + \delta_{ij} \frac{1}{3} tr\sigma \quad \text{II.35}$$

S_{ij} sont les composantes du déviateur.

$tr\sigma$ est la trace du tenseur de contrainte: $tr\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$

$$\delta_{ij} \text{ est l'indice de Kroneker} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix}$$

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} - \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} - \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} - \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \end{bmatrix} \quad \text{II.36}$$

II.6.2. Critère de Von-Mises

Ce critère considère que le seuil de plasticité est lié à l'énergie élastique de cisaillement. C'est l'énergie déviatrice qui provoque la plasticité selon les plans de cisaillement maximum.

$$\text{L'énergie } W_d = \int S_{ij} . d\varepsilon_{ij}^e \quad \text{II.37}$$

$$\text{Avec : } \varepsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} . \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} tr\sigma = \frac{1+\nu}{E} S_{ij} + \frac{1-2\nu}{E} \delta_{ij} tr\sigma \quad \text{II.38}$$

$$\text{D'où } d\varepsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} . dS_{ij} = \frac{1}{2\mu} . dS_{ij} \quad \text{II.39}$$

$$W_d = \int S_{ij} \cdot dS_{ij} = \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{1}{2} S_{ij} \cdot S_{ij} = \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{II} \quad \text{II.40}$$

Ecrivons que cette énergie d'un état tridimensionnel est égale à celle d'un état unidimensionnel de traction pure équivalent de seuil $\sigma = \sigma_e$:

$$W_d = \frac{1}{4\mu} \cdot S_{ij} \cdot S_{ij} = \frac{1}{6\mu} \sigma_e^2 \quad \text{II.41}$$

La comparaison entre II.40 et II.41 conduit au critère de Von-Mises qui s'écrit sous la forme suivante :

$$S_{II} - \frac{\sigma_e^2}{3} = 0 \quad \text{II.42}$$

* dans l'espace des contraintes à six dimensions :

$$(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2) = 2\sigma_s^2 \quad \text{II.43}$$

* dans l'espace des contraintes principales à trois dimensions :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]^{1/2} = \sigma_s \quad \text{II.44}$$

L'équation II.44, représente un cylindre à base circulaire de rayon $R = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_s$

Ce critère est déduit de la théorie maximum d'énergie de déformation à laquelle l'état de contraintes est mentionné pendant que les principales directions de contraintes et les contraintes principales sont définies par les équations mathématiques suivantes :

$$\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] = 2\sigma_e^2 \quad \text{II.45}$$

et

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad \text{II.46}$$

En substituant les équations 2.38 dans II.46, les contraintes principales s'écrivent :

$$\sigma_1 = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad \text{II.47}$$

$$\sigma_2 = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad \text{II.47}$$

$$\sigma_3 = 0 \quad \text{en état de contraintes planes} \quad \text{II.49}$$

$$\sigma_1 = \frac{2\nu K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \quad \text{en état de déformations planes} \quad \text{II.50}$$

La substitution de l'équation II.47 à travers II.50 dans II.46 et faisant les transformations mathématiques, le critère de Von Mises rapporte :

$$\frac{K_I^2}{2\pi r} \left(\frac{3}{2} \sin^2 \theta + h(1 + \cos \theta) \right) = 2\sigma_e^2$$

En déterminant le rayon r de la zone plastique, il vient :

$$r_p = \frac{1}{4\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_e^2} \left(\frac{3}{2} \sin^2 \theta + h(1 + \cos \theta) \right) \quad \text{II.51}$$

où $h = 1$ en état de contraintes planes.
 $h = (1 - 2\nu)^2$ en état de déformations planes.

Si $\theta = 0$, l'équation II.51 donne la taille de la zone plastique le long de l'axe x :

$$r_p = \frac{h}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2 = \frac{ha}{2} \left(\frac{\sigma}{\sigma_e} \right)^2 \quad \text{II.52}$$

Cette équation II.52 est semblable à l'équation II.7 en état de contraintes planes. En cas réel, il existe deux états de sollicitations différentes : au cœur de l'éprouvette on est en présence de déformations planes et en surface en état de contraintes planes. En conséquence, la zone plastifiée doit décroître graduellement depuis la surface jusqu'au cœur.

II.6.II. Critère de Tresca

Le critère de Tresca considère que le seuil de plasticité est lié à la contrainte de cisaillement maximale. Celle-ci s'exprime en fonction de la différence des contraintes principales. Le seuil sera atteint pour:

$$\sigma_e = \sup_{i \neq j} (|\sigma_i - \sigma_j|) \quad \text{II.53}$$

Ainsi la surface d'écoulement pour ce critère s'exprime par:

$$\sup_{i \neq j} (|\sigma_i - \sigma_j|) - \sigma_e = 0 \quad \text{II.54}$$

Ou dans une forme symétrique par:

$$\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - 4\sigma_e^2 \right] \left[(\sigma_2 - \sigma_3) - 4\sigma_e^2 \right] \left[(\sigma_3 - \sigma_1) - 4\sigma_e^2 \right] = 0 \quad \text{II.55}$$

Dans l'espace des contraintes principales le critère de Tresca est représenté par un prisme droit à base hexagonale. Ce prisme est inscrit dans le cylindre de Von-Mises.

Ce critère est basé sur la contrainte de cisaillement maximale, et selon le cercle de Mohr, il vient :

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{1}{2} \sigma_e \quad \text{II.56}$$

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \sigma_e$$

$\sigma_1 = \sigma_e$ en état de contraintes planes

$(\sigma_1 - \sigma_3) = \sigma_e$ en état de déformations planes

$(\sigma_1 - \sigma_2) = \sigma_e$ en état de déformations planes

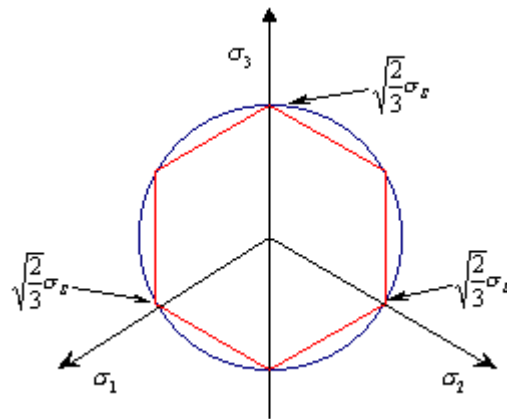


Figure II.9. Représentation géométrique du critère de Tresca et Von-Mises

Par conséquent le facteur de correction de la zone plastique dérivé de l'équation II.1 n'est pas souhaitable en état de déformations planes. Si le critère de Tresca est employé, la forme en plastique de zone s'avère être légèrement différente. A partir des cercles de Mohr on constate que la contrainte de cisaillement maximum en état de contraintes planes est égale $\tau_{\max} = \frac{1}{2}\sigma_1$, et en état de déformation planes $\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)$ ou $\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$, la plus grande valeur. En employant les équations (II.47-II.50) la zone plastique de Tresca est déterminée comme suit :

Etat de contraintes planes
$$r_p = \frac{1}{2\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_e^2} \left(\cos \frac{\theta}{2} + \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \right) \right)^2 \quad \text{II.57}$$

Etat de déformations planes

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_e^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left(1 + 2\nu + \sin \frac{\theta}{2} \right)^2 \quad \text{et} \quad r_p = \frac{1}{2\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_e^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad \text{II.58}$$

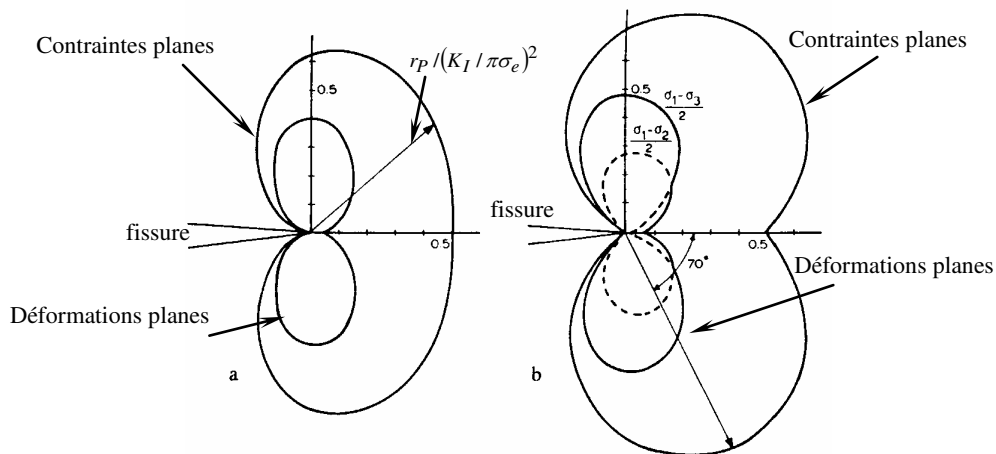


Figure II.10. Forme de la zone plastique a) Critère de Von Mises, b) Critère de Tresca

Sur la base des équations (II.57, II.58) la zone plastique de Tresca est de la forme représentée sur la figure II.10. Les zones de Tresca sont légèrement plus grandes et d'une forme légèrement différente des zones plastiques de Von Mises.

Des analyses semblables peuvent être faites pour des modes II et III de fissuration. Des formes de la zone plastique pour ces modes sont montrées sur la figure II.11, dans le cas d'un calcul fondé sur la base du critère de Von Mises [17]. La forme et la taille de la zone plastique sont sensiblement différentes. Dans ces deux cas, la prise en compte de la redistribution des contraintes est assez délicate et requiert l'usage de méthodes de relaxation. Une analyse plus précise des zones plastiques en employant les méthodes de relaxation [18] peut expliquer la redistribution des contraintes. Ceci a été fait par Stimpson et Eaton [19]. Hult et McClintock [20] et McClintock [21,22] ont traité le cas du mode II. Des analyses plus récentes ont été contribuées par Tuba [23] et par Rice et Rosengren [24]. Leurs résultats sont présentés sur la figure II.12.a. Selon Tuba [23], le rayon r_p est maximal à $\theta = 69^\circ$, qui est montré dans la figure pour différentes valeurs σ/σ_e . A cet angle que la contraintes de cisaillement est maximale. Rice et Rosengren [24] ont prouvé que la zone plastique est légèrement affectée par le taux d'écroutissage et le point le plus éloigné de la zone plastique est à $\theta = 100^\circ$ (figure II.12.b).

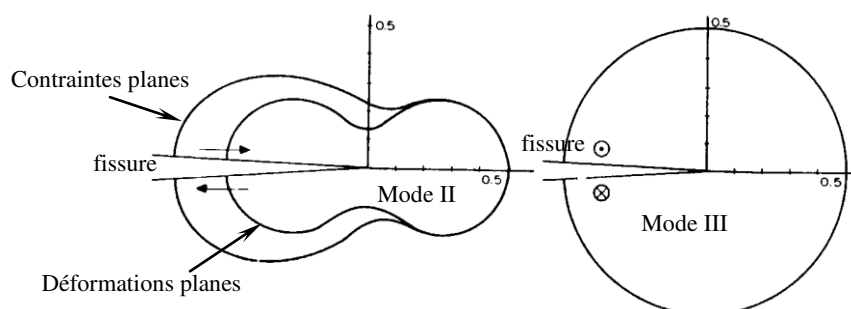


Figure II.11. Forme de la zone plastique pour les modes II et III [17].

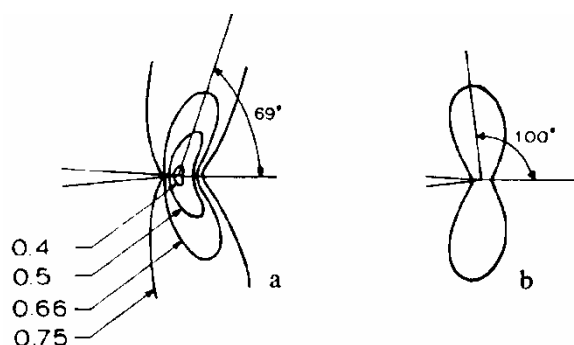


Figure II.12. Forme de la zone plastique
a- Tuba [23], b- Rice et Rosengren [24].

II.6.4. Estimation de la taille de la zone plastifiée au fond d'entaille

La taille de la zone plastifiée au sein d'une zone de concentration de contraintes peut être déterminée par la distance ℓ entre le fond d'entaille et le point où le champ de contrainte devient inférieur à la limite élastique.

Pour des entailles aiguës Creager et Paris [25] ont proposé la relation suivante :

$$\ell = r \cdot \left[\left(\frac{K_t \sigma_N}{\sigma_e} \right)^{2/3} - 1 \right] \quad \text{pour} \quad \left[\left(\frac{K_t \sigma_N}{\sigma_e} \right) \geq 1 \right] \quad \text{II.59}$$

où r est le rayon à fond d'entaille et σ_N la contrainte nominale.

Neuber [26] a montré que pour un comportement élastique, la contrainte à un point x du fond d'entaille est approximativement (voir figure II.13).

$$\sigma_x = K_t \sigma \left(\frac{\rho}{\rho + 4x} \right) \quad \text{II.60}$$

$$\text{où} \quad x = \frac{\rho}{4} (\mu^2 - 1) \quad \text{avec} \quad \mu = \frac{K_t \sigma}{\sigma_e}$$

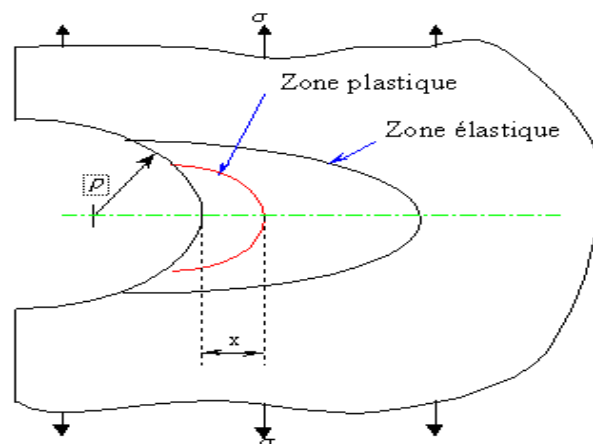


Figure III.13. Champ élastique et plastique au niveau de l'entaille

III. Conclusion

Dans ces formules, un état de contrainte uniaxial est supposé; mais lorsque la taille de zone plastique devient supérieure à environ 0.2 fois la longueur entre l'entaille et le bord libre, l'état de contrainte est multiaxial au niveau de l'entaille, et dans ce cas la taille de la zone plastique est surestimée. Si par contre la zone plastique est petite, l'erreur entre l'expérience et le calcul est inférieure à 10 % [27,28]. Dans le cas où la largeur de l'éprouvette conduit à un état de déformation plane, la taille de la zone plastique sera surestimée.

Chapitre III

Résultats et interprétations

III.1 Introduction :

Le but de notre étude est de faire une analyse par la méthode des éléments Finis du comportement d'une plaque mince d'alliage d'aluminium 2024, entaillée en (v) latéralement qui contient une inclusion sous forme cubique située à une distance (d) de l'entaille. Elle est soumise à des efforts de traction.

Le changement d'emplacement de l'inclusion et de ses propriétés mécaniques (E) dans cette plaque d'aluminium, peut il empêcher ou exciter la propagation de la fissure (Entaille), cela est l'objet de notre étude on voyant ces variables sur le logiciel d'abaqus.

III.2 Présentation du logiciel de calcul

Abaqus 6.14 emploie une technologie de résolution idéale pour les évènements dynamiques lents et statiques, qui exigent des solutions de traitement des contraintes d'une extrême précision. Abaqus est pris en charge dans l'environnement de modélisation pour tous les besoins communs.

Le logiciel Abaqus permet de modéliser les structures par différents types d'éléments bidimensionnels, triangulaires à trois et six nœuds, et quadratiques à quatre nœuds et quadratique à huit nœuds.

Nous trouvons une variété de types de chargements notamment des charges concentrées, des charges uniformément et linéairement réparties ; des chargements dynamiques et des chargements thermiques.

Les résultats pris à tout point d'une exécution peuvent être utilisés comme conditions de départ pour la suite de l'analyse. La flexibilité offerte par cette intégration permet d'appliquer aux parties de l'analyse adaptées à une technique de résolution implicite, comme les analyses de transport statique, dynamique lente ou stationnaire.

III.3 Présentation du model

III.3.1 propriétés mécaniques et dimensions du model

Notre étude se fait sur une plaque mince d'alliage

D'aluminium 2024, soumise à un effort de traction (figure III.1).

Les propriétés mécaniques de cet alliage sont :

Le module de Young $E = 72800 \text{ MPa}$

La contrainte élastique $\sigma_e = 350 \text{ MPa}$

Le coefficient de Poisson $\nu = 0,3$

On a traité le cas d'une plaque entaillée latéralement par une entaille, de hauteur $H = 254 \text{ mm}$, de largeur $W = 127 \text{ mm}$ soit ($H/W = 2$) et d'épaisseur $e = 2 \text{ mm}$; l'inclusion de forme cubique de 2 mm de coté.

a : Longueur de la fissure est constante.

d : Distance entre la tête de fissures et l'inclusion.

θ : l'angle d'entaille.

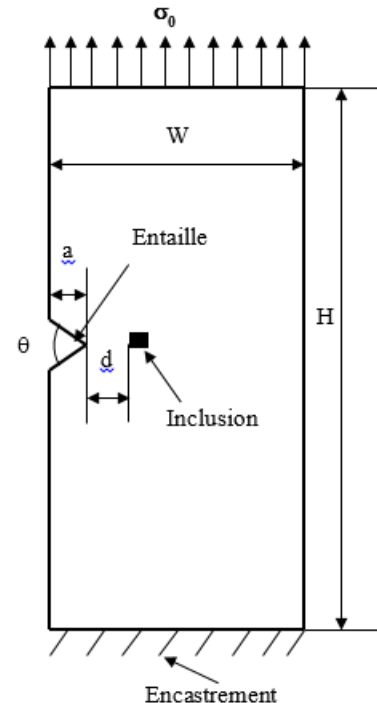


Figure III.1 : Représentation schématique d'une plaque sollicitée en traction.

III.3.2 Maillage du model

Maillage triangulaire quadratique à 5 nœuds avec 21704 éléments par notre logiciel de calcul Abaqus 6.14.

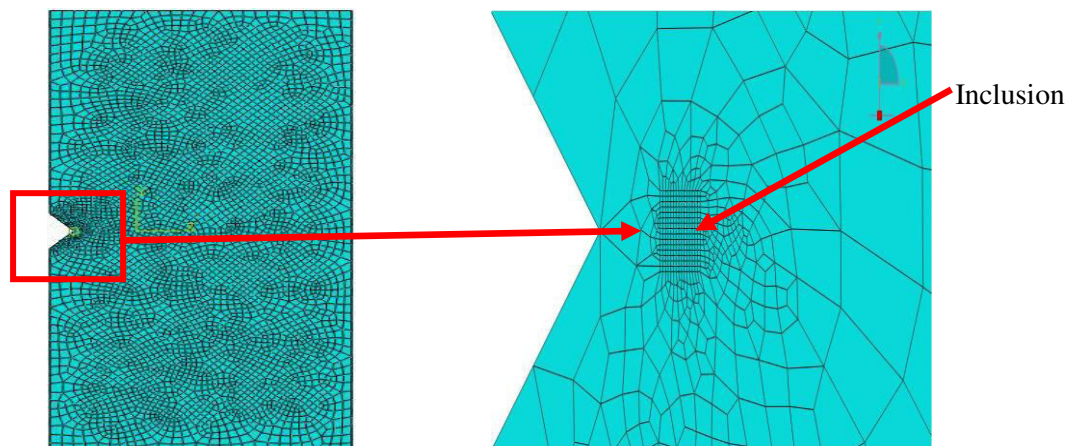


Figure III.2 : Le maillage adapté à notre modèle avec inclusion.

III.3.3 Effet d'inclusion sur la fissure

III.3.3.1 L'inclusion située sur une distance $d=0.5\text{mm}$.

III.3.3.1.1 Le module de Young : $E_{\text{inclusion}} = E_{\text{plaque}}$

a. Contrainte de Von Mises :

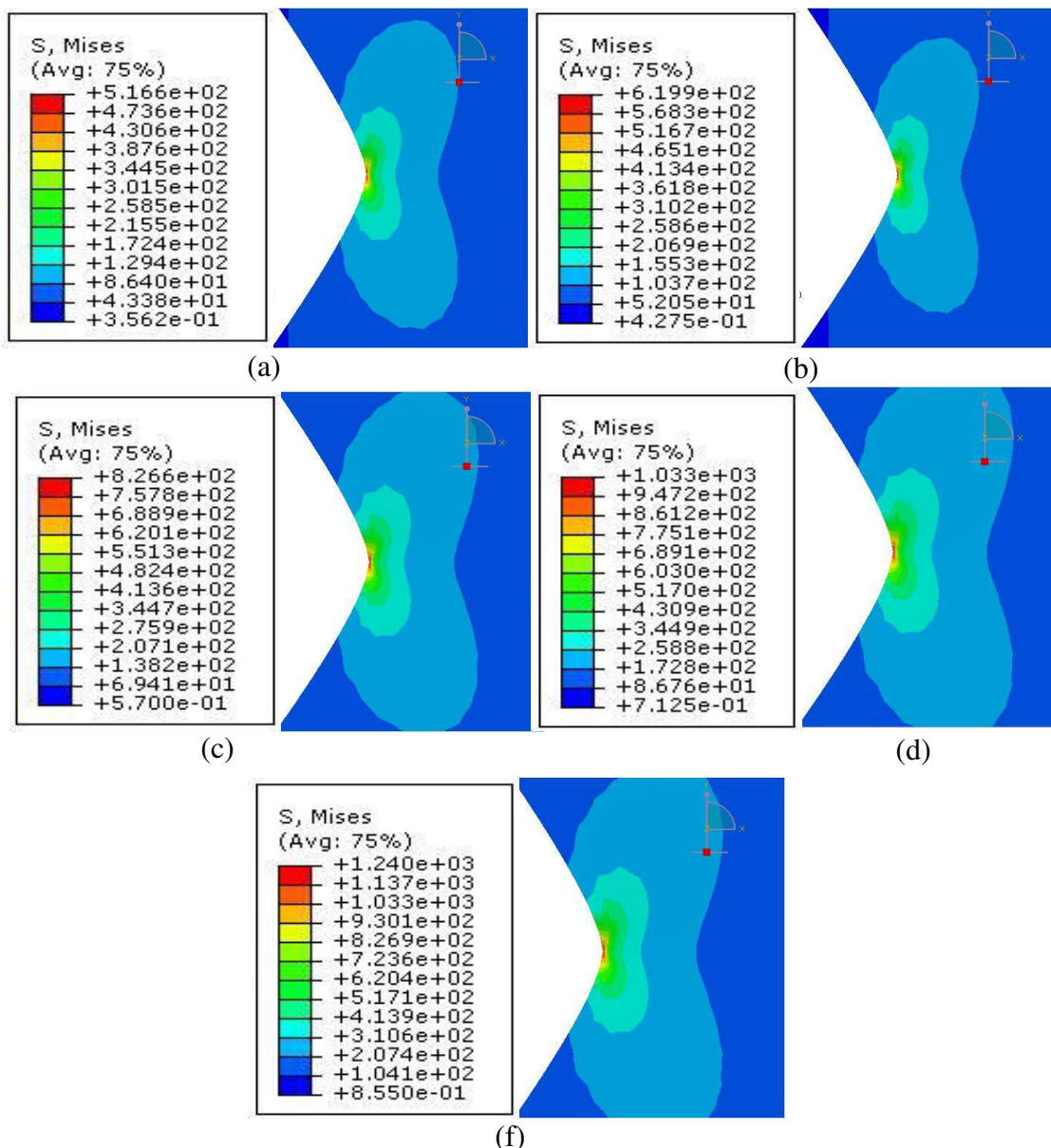


Figure III.3 : Répartition des contraintes de Von Mises pour différentes charges:(a)50MPa, (b) 60MPa, (c)80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa

Dans cette figure qui représente répartition des contraintes de Von Mises pour différentes charges pour $E_{\text{inclusion}} = E_{\text{plaque}}$; c'est-à-dire la plaque ne présente pas d'inclusion ou bien cette inclusion fait partie de la plaque avec le même matériau et même module d'Young, la plaque connaît une répartition des contraintes assez variables, elle est très bien sollicitée avec des

contraintes très élevées en tête de fissure, et commence à se réduire en s'éloignant de la tête de fissure.

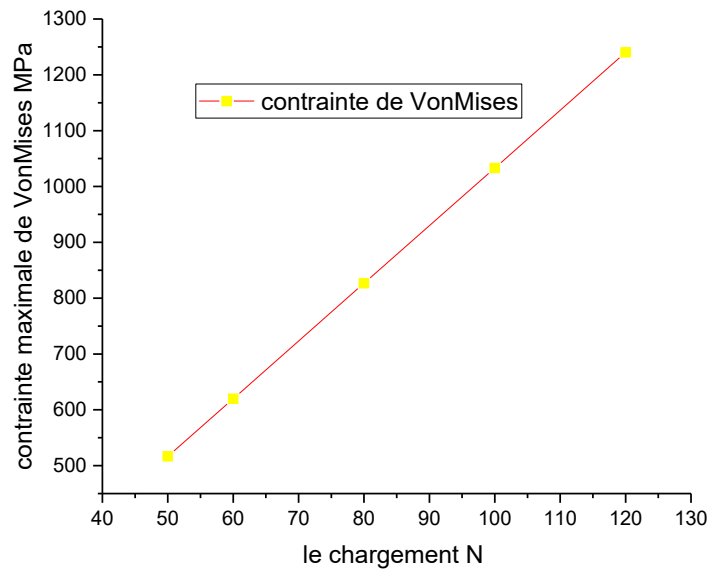


Figure III.4: Variation de la contrainte maximale de Von Mises en fonction du chargement.

Pour la variation de la contrainte maximale de Von Mises en fonction du chargement, cette variation est strictement proportionnelle au chargement, donc au fur et à mesure que la charge augmente, automatiquement la contrainte augmente aussi; car la plaque est soumise à la traction sur sa partie supérieure et par elle est encastrée dans sa partie inférieure, ce qui influe sur la tête de fissure qui risque un amorçage imprévu ou une propagation arbitraire.

b. Contraintes normales σ_{xx}

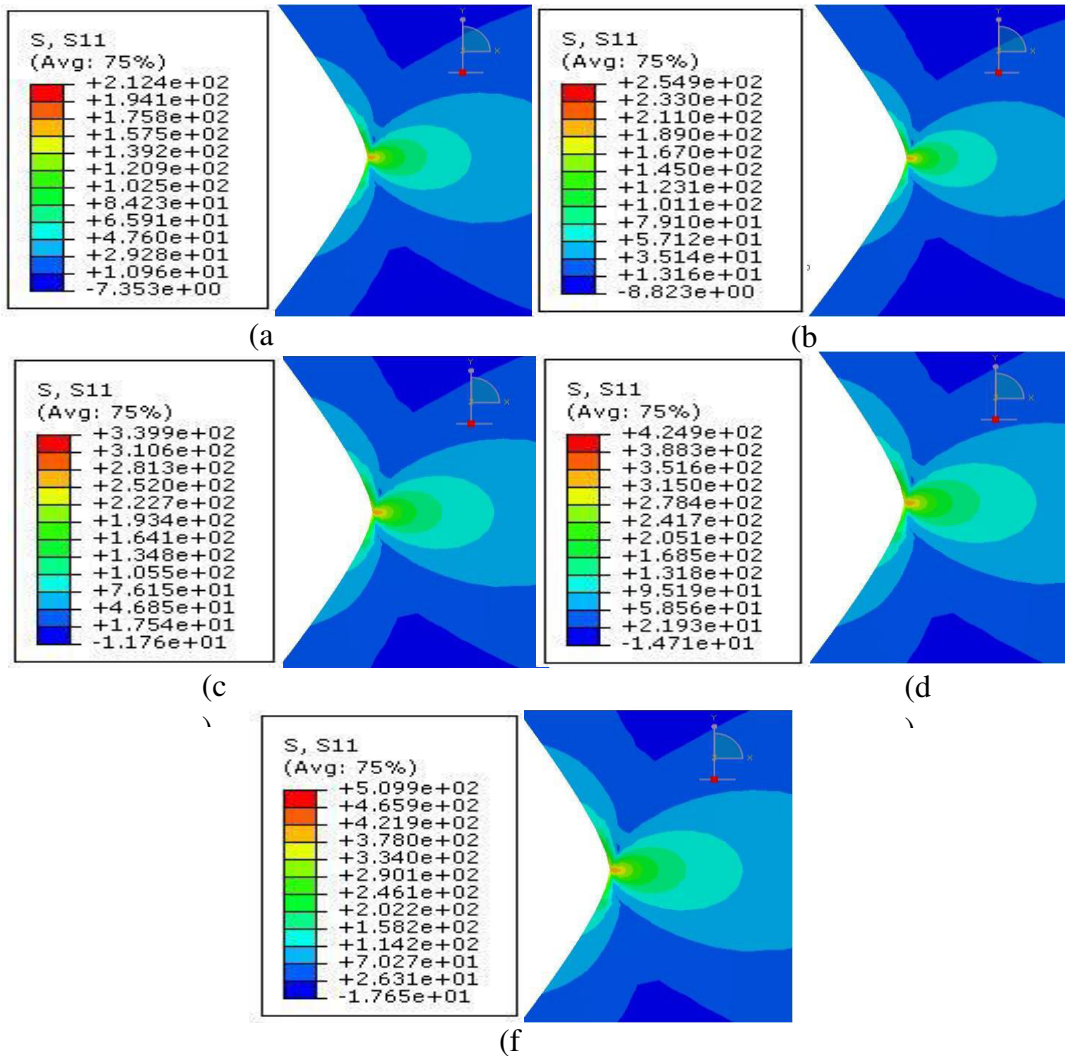


Figure III.5: Répartition des contraintes normales σ_{xx} pour différentes charges: (a) 50MPa, (b) 60MPa, (c) 80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa.

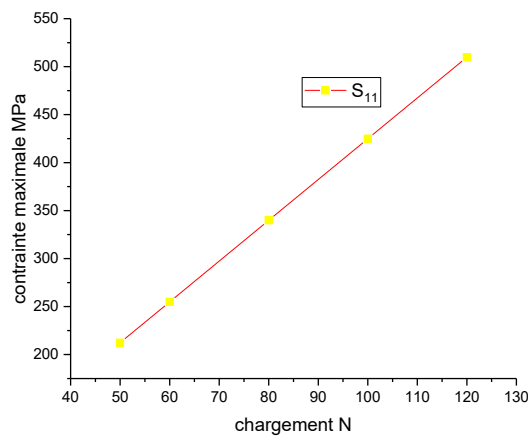


Figure III.6 : Variation de la contrainte maximale σ_{xx} en fonction du chargement.

Pour la répartition des contraintes normales σ_{xx} pour différentes charges on distingue que la propagation de la zone plastique confinée est répartie en trois parties, la partie la plus importante dans cette zone est celle suivant la direction xx, elle connaît un élargissement très important dans cet axe et la forme de cette zone est une ellipse avec différentes valeurs des contraintes; tandis que la partie la plus sollicitée est celle de la tête de fissure qui connaît une concentration de contraintes et selon chaque chargement, et la valeur la plus maximale atteint environ 510MPa pour une charge de 120MPa.

c. Contrainte contraintes normales σ_{yy}

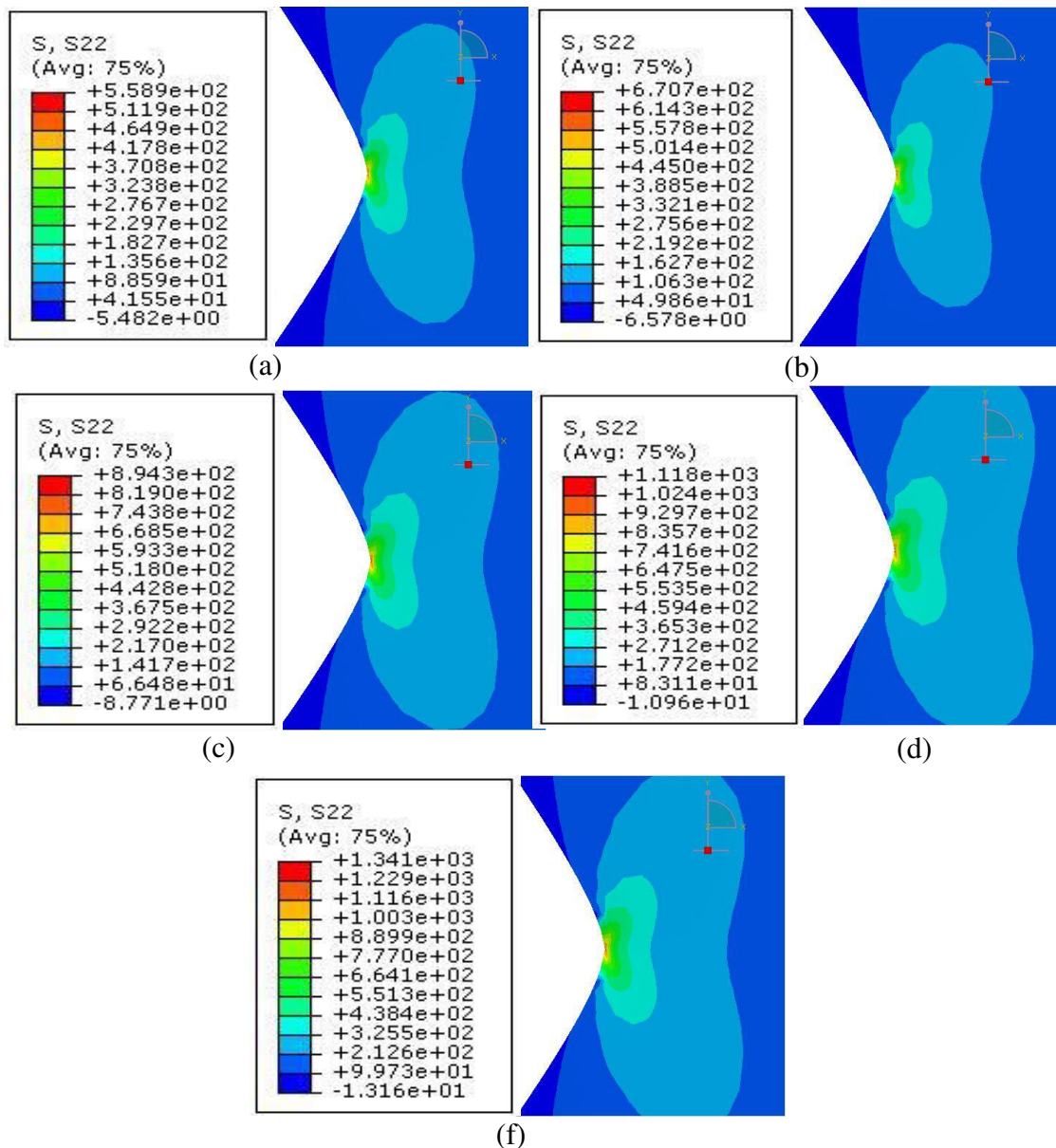


Figure III.7: Répartition des contraintes normales σ_{yy} pour différentes charges:(a) 50MPa, :(b) 60MPa, (c)80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa.

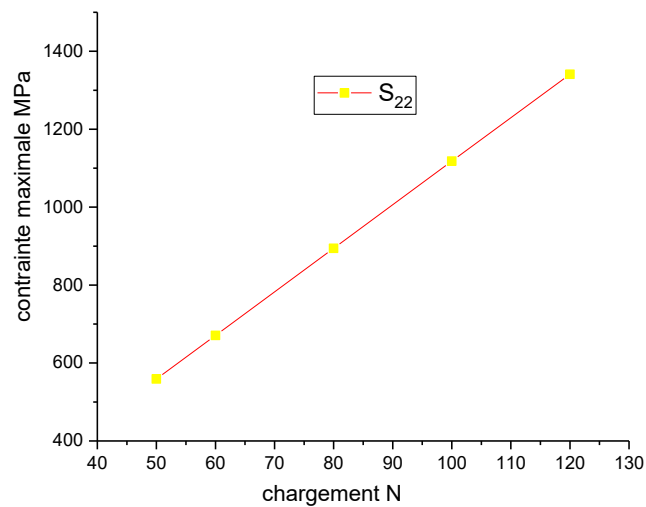


Figure III. 8: Variation de la contrainte maximale σ_{yy} en fonction du chargement.

Concernant la répartition des contraintes normales suivant l'axe y pour différentes charges connaît une répartition assez importante sur la direction de l'axe y , cela est tout à fait normal, vue la traction de la plaque sur le même axe, et avec l'encastrement sur sa partie inférieure induit des contraintes très importante surtout en tête de fissure qui risque d'être amorcer et donne une forme normale sous forme d'un papillon, vue que la plaque dans ce cas ne contient aucun défaut de construction ni inclusion qui va influencer la forme et la taille de la zone plastique confinée.

Pour la figure III.8 qui représente variation de la contrainte maximale σ_{yy} en fonction du chargement, on constate que cette variation est proportionnelle au chargement et la, valeur maximale que peut atteinte cette contrainte est de l'ordre de 1320MPa pour la charge de 120MPa.

III.3.3.1.2 Le module de Young : $E_{inclusion} = 2E_{plaque}$

a. Contrainte de Von Mises

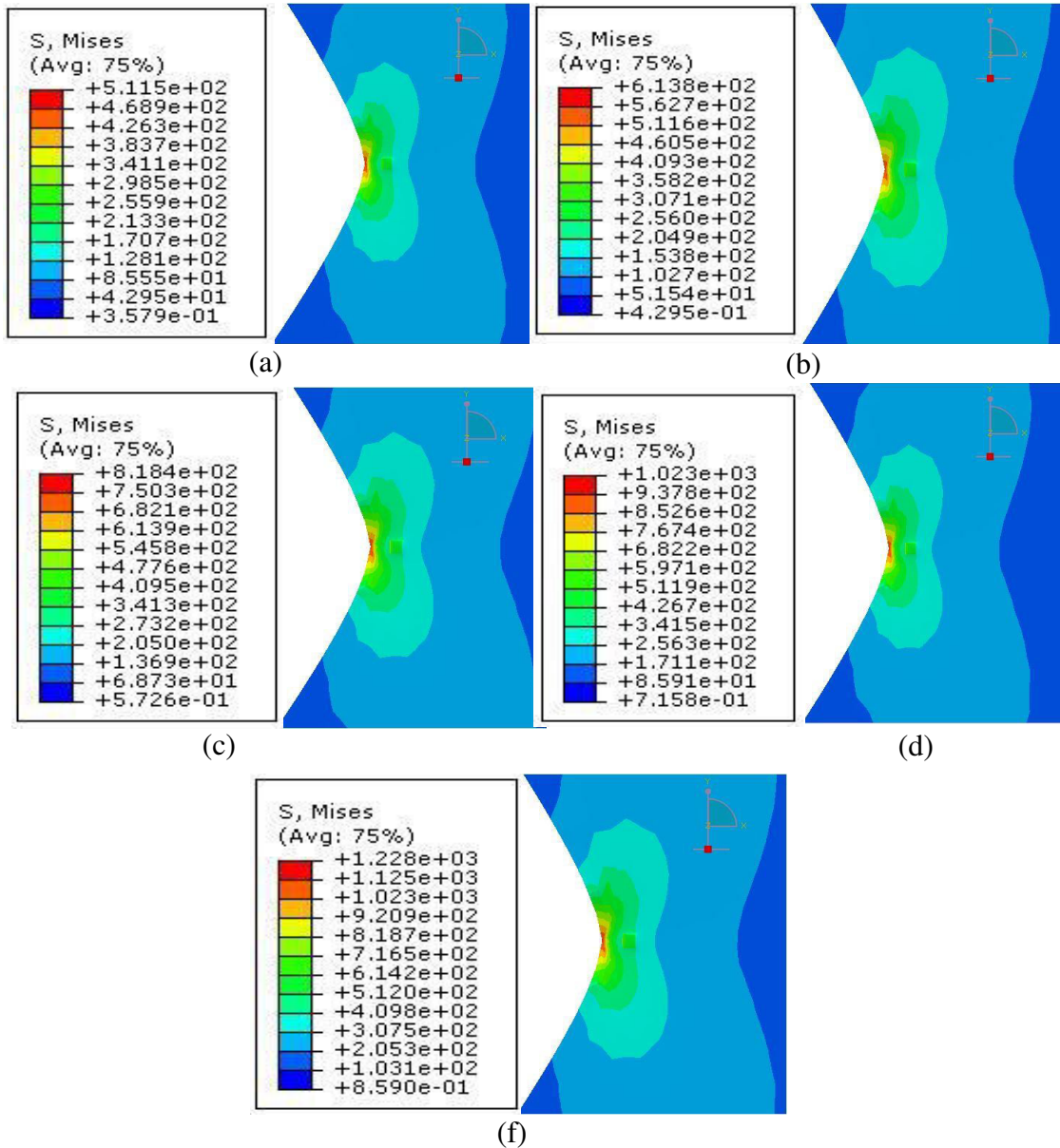


Figure III.9 : Répartition des contraintes de Von Mises pour différentes charges:(a)50MPa, (b) 60MPa, (c)80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa

Dans cette figure, la plaque présente une inclusion avec un matériau qui a un module d'Young qui vaut deux fois le module d'Young de la plaque, la répartition des contraintes de Von Mises pour différentes charges connaît une variation sur la forme et la taille de la zone plastique, et en intensité des contraintes induites dans la plaque, en dépit de la présence de l'inclusion et par sa rigidité qui est assez importante et qui influe l'étendu de la zone plastique confinée.

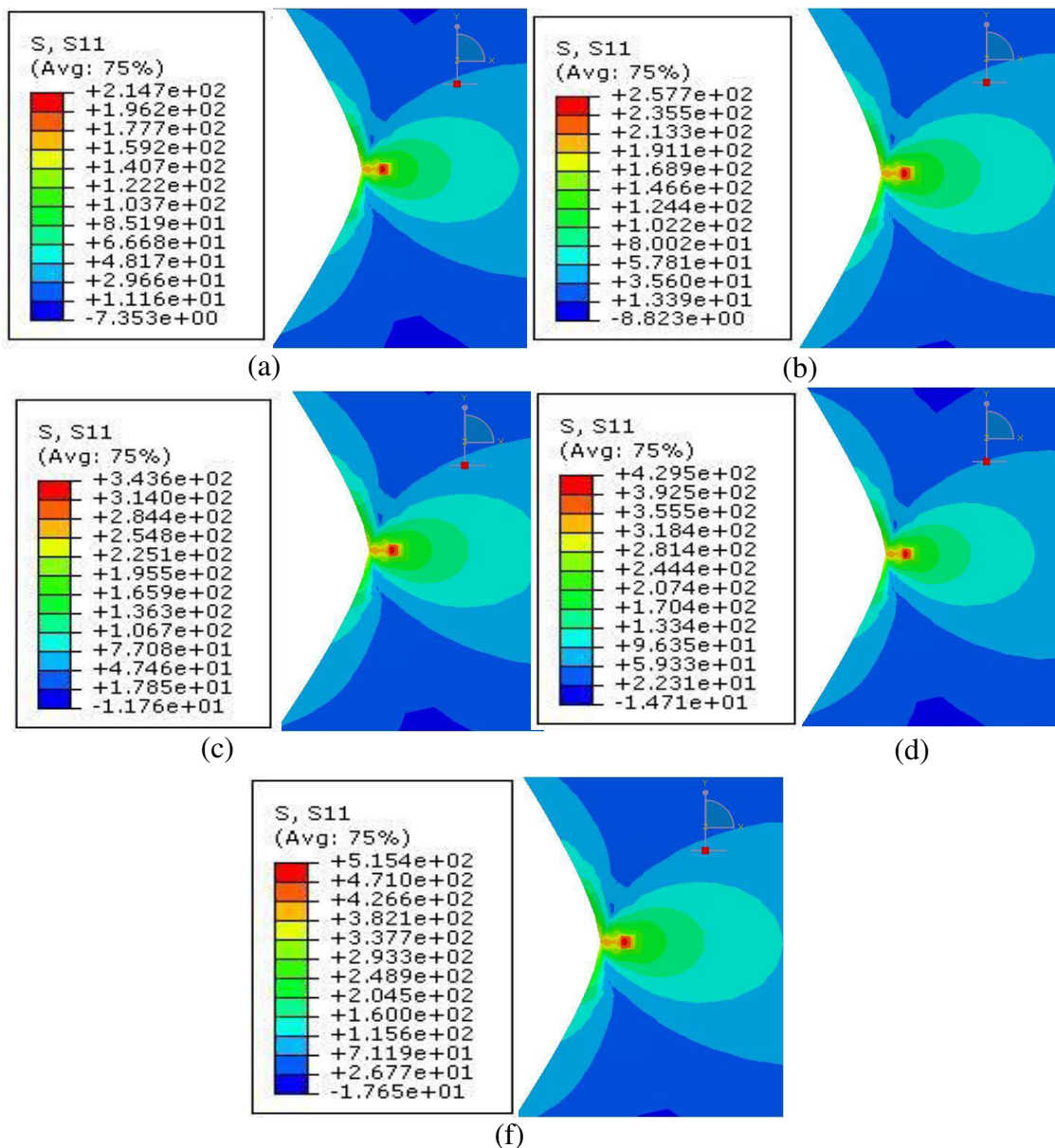
b. Contraintes normales σ_{xx} :

Figure III.11: Répartition des contraintes normales σ_{xx} pour différentes charges:

(a) 50MPa, (b) 60MPa, (c) 80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa.

Concernant la répartition des contraintes normales suivant l'axe x , on constate que l'inclusion est beaucoup sollicitée et connaît une concentration de contraintes pour les différents chargements, vu sa rigidité qui vaut deux fois la rigidité de la plaque, d'où la forme et la taille de la zone plastique confinée varie complètement et s'est tirée dans la direction des x , et au delà de l'inclusion, la zone plastique connaît une relaxation des contraintes.

c. Contrainte contraintes normales σ_{yy}

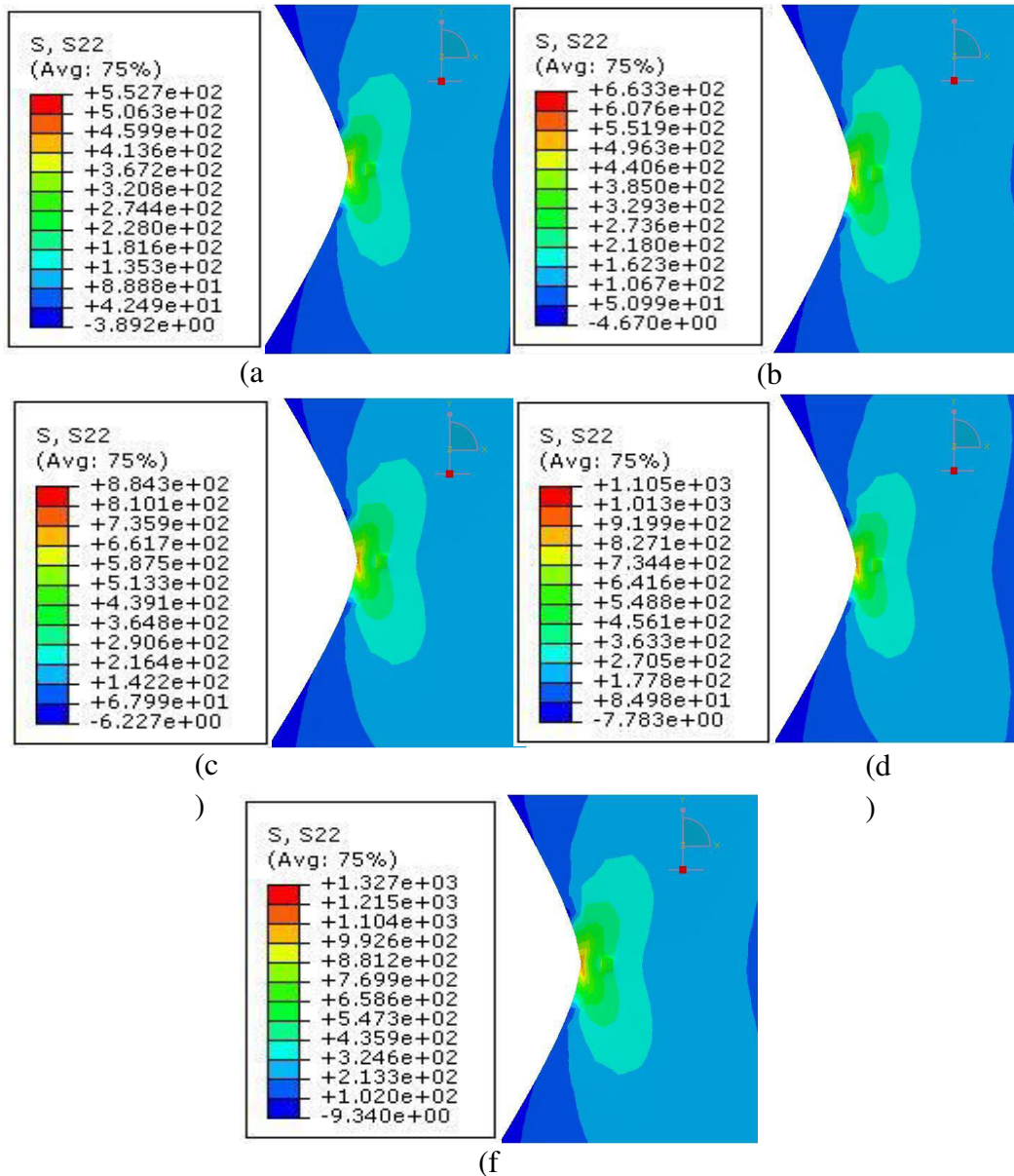


Figure III.12: Répartition des contraintes normales σ_{yy} pour différentes charges:(a) 50MPa, (b) 60MPa, (c)80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa.

La figure III.12 représente la répartition des contraintes normales σ_{yy} pour différentes charges. Cette répartition connaît une élévation des contraintes surtout au voisinage de la tête de fissure qui est la plus sollicitée par les efforts de traction sur sa partie supérieure qui peut causer soit l'amorçage ou l'ouverture de la fissure en induisant des contraintes assez importantes. Pour l'effet de l'inclusion, il est moins remarquable pour ces contraintes, mais elle influe sur la forme de la zone plastique confinée et baigne dans une zone à contraintes relaxées.

III.3.3.1.3 Le module de Young : $E_{inclusion} = 5E_{plaque}$

a. Contrainte de Von Mises

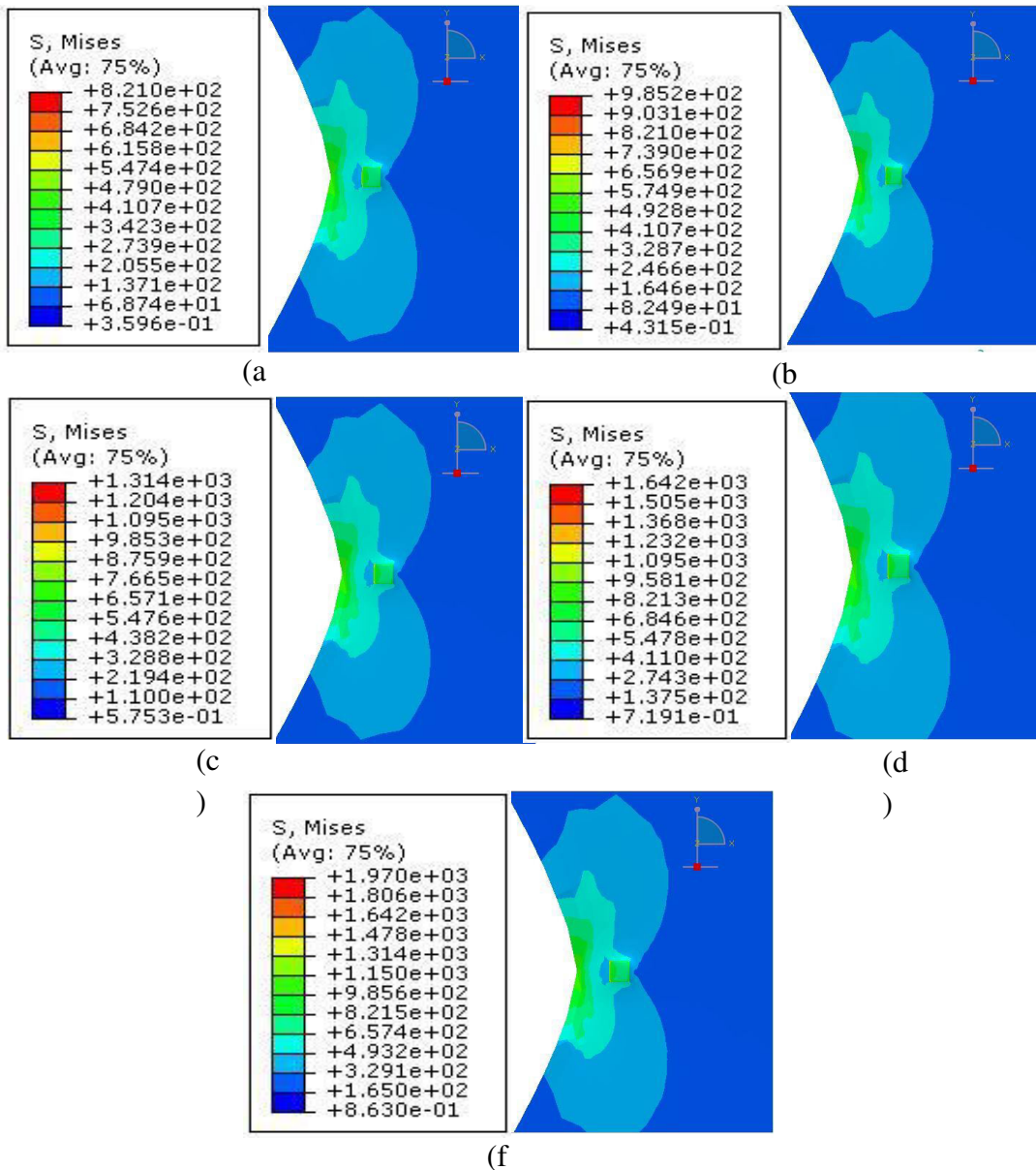


Figure III.13: Répartition des contraintes de Von Mises pour différentes charges:(a)50MPa, (b) 60MPa, (c)80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa

La séparation des deux zones plastiques celle de la fissure et celle de l'inclusion est très distincte, vue la rigidité importante de l'inclusion et vue sa position, donc cela entraine une création un champ de contraintes très élevé autour de la tête de fissure et autour de l'inclusion; et de la de l'inclusion, il y'a une relaxation des contraintes.

b. Contraintes normales suivant l'axe x

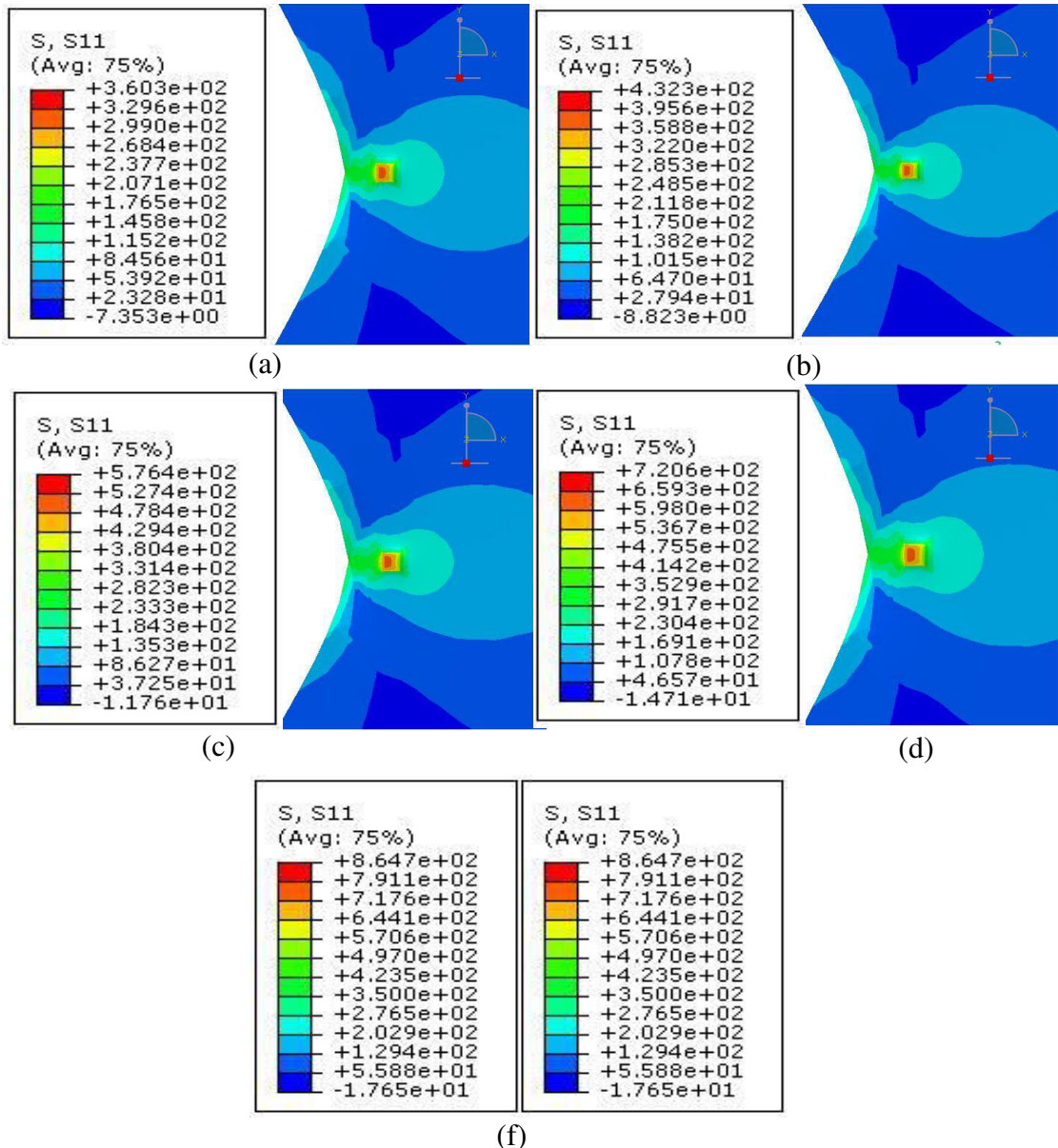


Figure III.14: Répartition des contraintes normales σ_{xx} pour différentes charges: (a) 50MPa, (b) 60MPa, (c) 80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa.

Dans cette figure, on distingue que l'inclusion connaît la plus grande contrainte qui varie selon le chargement et la zone plastique causée par la tête de fissure commence à se réduire, à cause de la rigidité de l'inclusion qui devient un obstacle à cette propagation. Aussi on remarque une réduction de la taille et de la forme de la zone plastique en fond entaille, Cette réduction est due à l'inclusion qui se trouve dans un champ de contraintes élevées qui a cause une relaxation de ces contraintes au voisinage de l'inclusion.

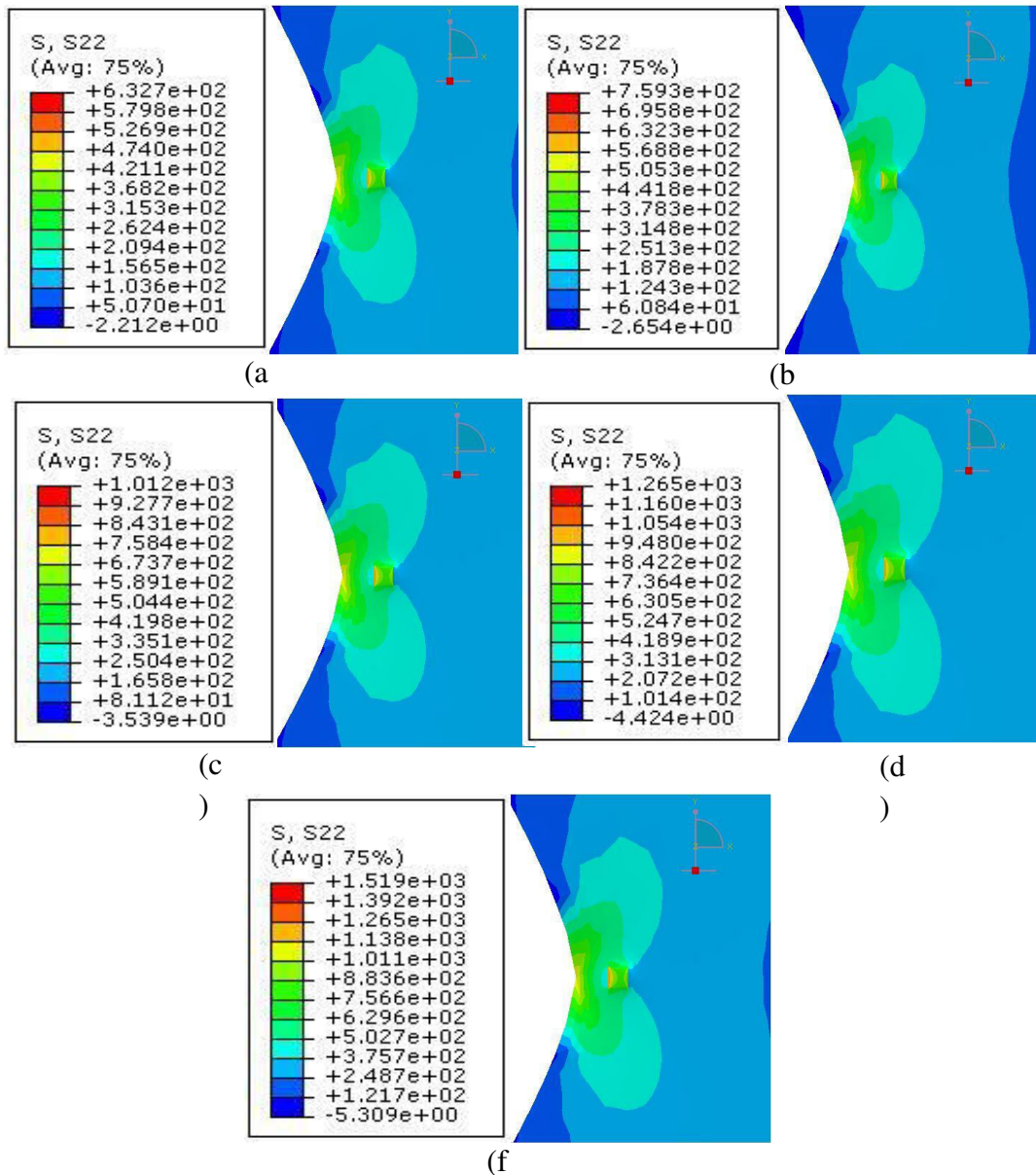
c. Contraintes normales σ_{yy} 

Figure III.15: Répartition des contraintes normales σ_{yy} pour différentes charges:(a) 50MPa, (b) 60MPa, (c)80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa.

La rigidité de l'inclusion qui représente cinq fois la rigidité de la plaque influe automatiquement sur la taille et la forme de la zone plastique confinée, en dépit de son module d'Young assez important qui la transforme en un obstacle rigide empêchant sa propagation, en outre, cette inclusion connaît des contraintes assez importantes surtout sur la face où elle reçoit la propagation de la fissure, cela freine cette propagation et concentrent les contraintes normales σ_{yy} vers la partie gauche de l'inclusion.

III.3.3.1.4 Le module de Young : $E_{inclusion} = 10E_{plaque}$

a. Contrainte de Von Mises

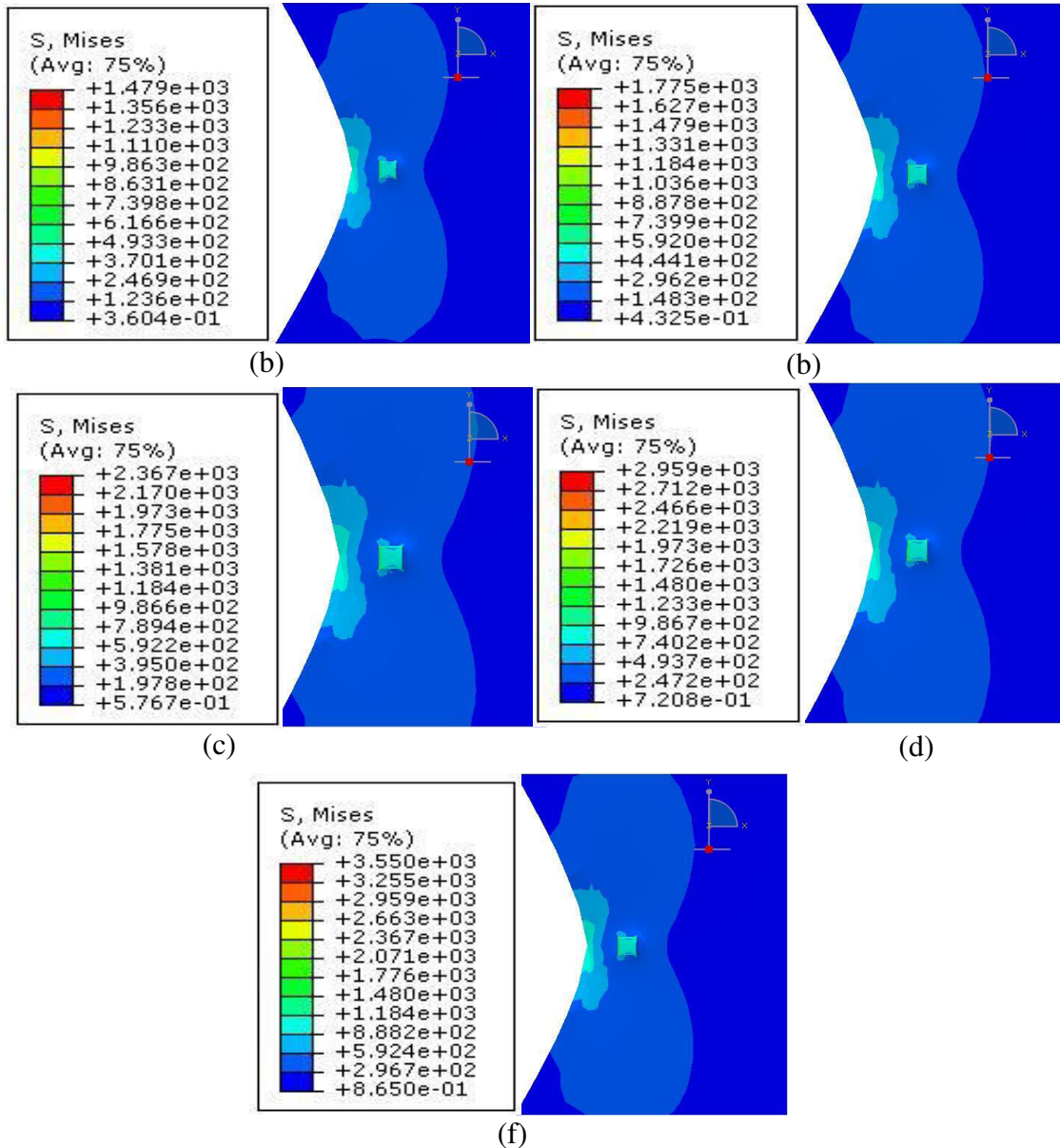


Figure III.16 : Répartition des contraintes de Von Mises pour différentes charges:
 (a)50MPa, (b) 60MPa, (c)80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa

Dans la figure III.16 qui représente la répartition des contraintes de Von Mises pour différentes charges, on constate que les deux zones sont séparées que se soit la zone provoquée par la tête de fissure ou la zone produite par l'inclusion, cela s'explique par la rigidité de l'inclusion qui est très élevée et qui vaut dix fois la rigidité de la plaque, qui absorbe toutes les contraintes équivalentes de Von Mises induites dans cette zone plastique, par conséquent freine cette propagation, on constate aussi qu'il y'a aussi une réduction très

remarquable de la zone plastique confinée produite par la tête de fissure et il y'a une relaxation des contraintes entre la zone plastique causée par la fissure et l'inclusion.

b. Contraintes normales σ_{xx}

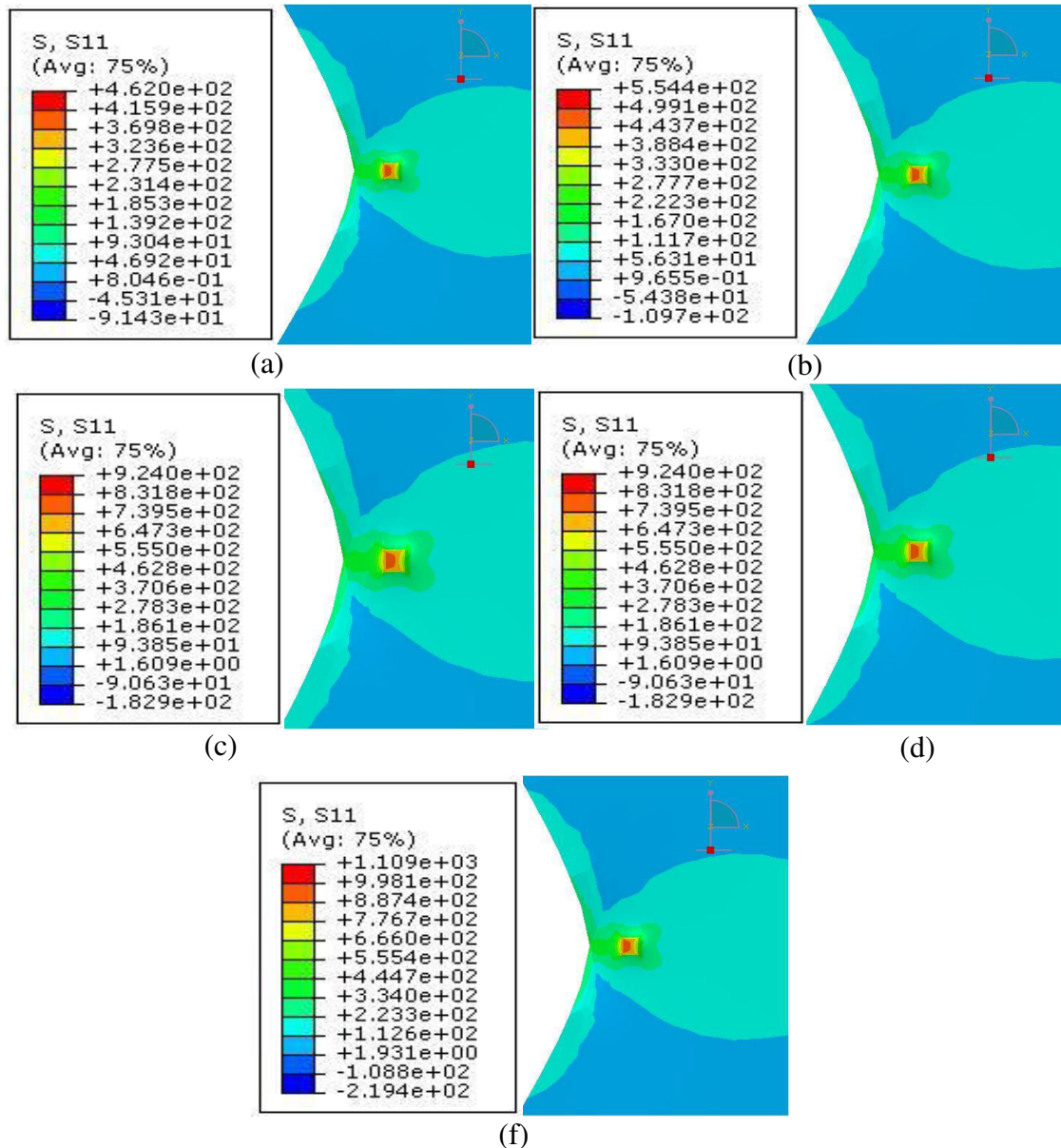


Figure III.17: Répartition des contraintes normales σ_{xx} pour différentes charges:(a) 50MPa, :(b) 60MPa, (c)80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa.

On remarque dans cette figure que l'inclusion est la partie la plus réceptrice des contraintes tangentiellees σ_{xx} très importante, vue sa rigidité qui est aussi très importante, d'où la propagation de la fissure entraine une propagation de la zone plastique confinée qui a été freinée par cette inclusion avec une très importante rigidité qui la rendue comme étant un obstacle solide et très signifiant.

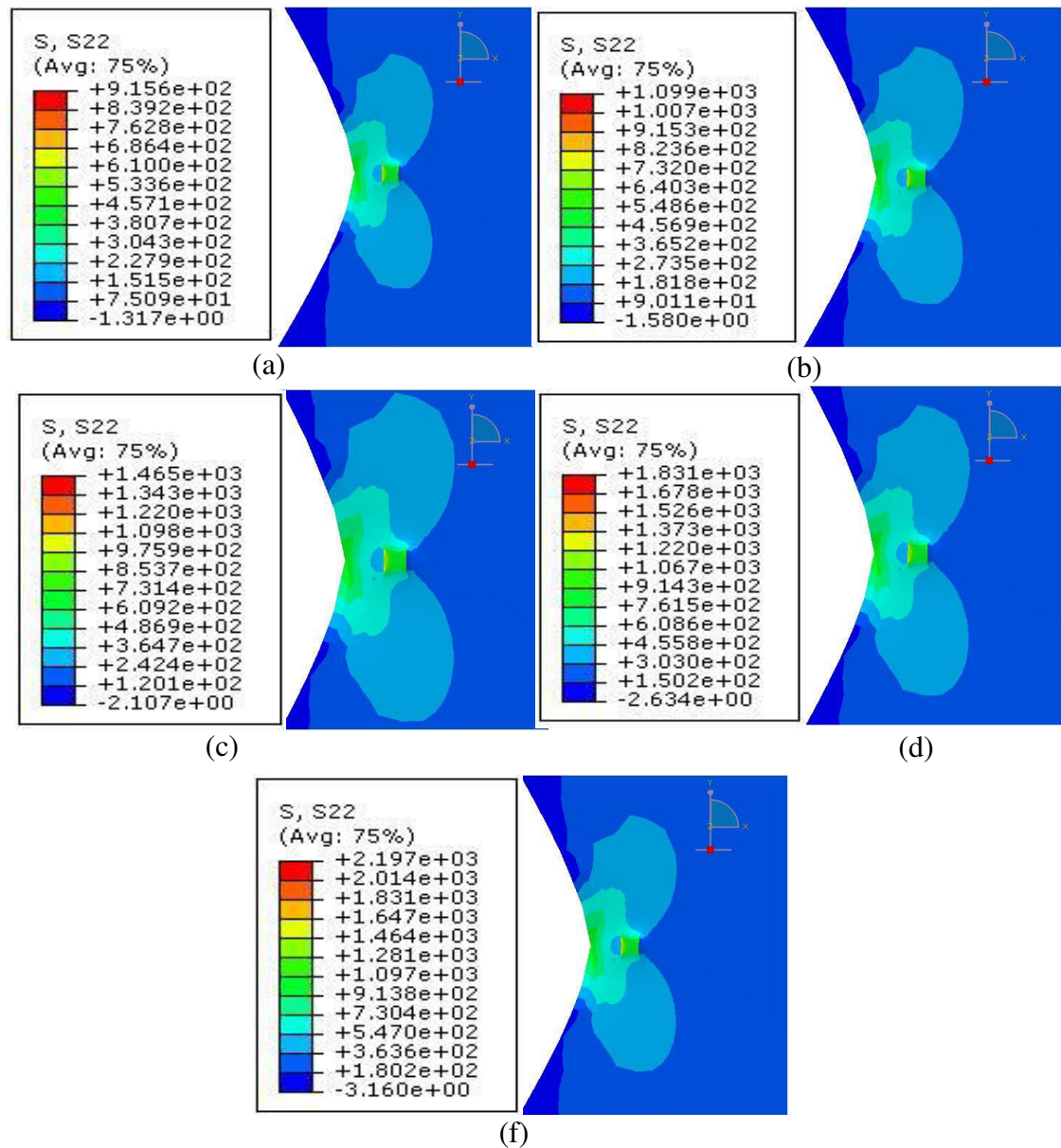
c. Contraintes normales σ_{yy} 

Figure III.18: Répartition des contraintes normales σ_{yy} pour différentes charges:

(a) 50MPa, (b) 60MPa, (c) 80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa.

Pour la répartition des contraintes normales suivant l'axe y pour différentes charges; on remarque que l'inclusion a absorbée la zone plastique confinée de la tête de fissure et présente un étranglement de cette zone dans sa partie médiale, due à l'effet de la rigidité de l'inclusion qui est dix fois que celle de la plaque, par conséquent, elle freine sa propagation et sera considérée comme étant un bloqueur de la propagation ou obstacle, donc dans des cas l'inclusion se porte comme un inconvénient et parfois un avantage pour freiner les fissures. Cette contrainte varie suivant chaque position, elle dépend de la position de l'inclusion, et elle

dépend de la rigidité de l'inclusion, celle-ci augmente proportionnellement avec l'augmentation du module de Young.

III.3.3.1.5 Le module de Young : $E_{inclusion} = 15E_{plaque}$

a. Contraintes équivalentes de Von Mises

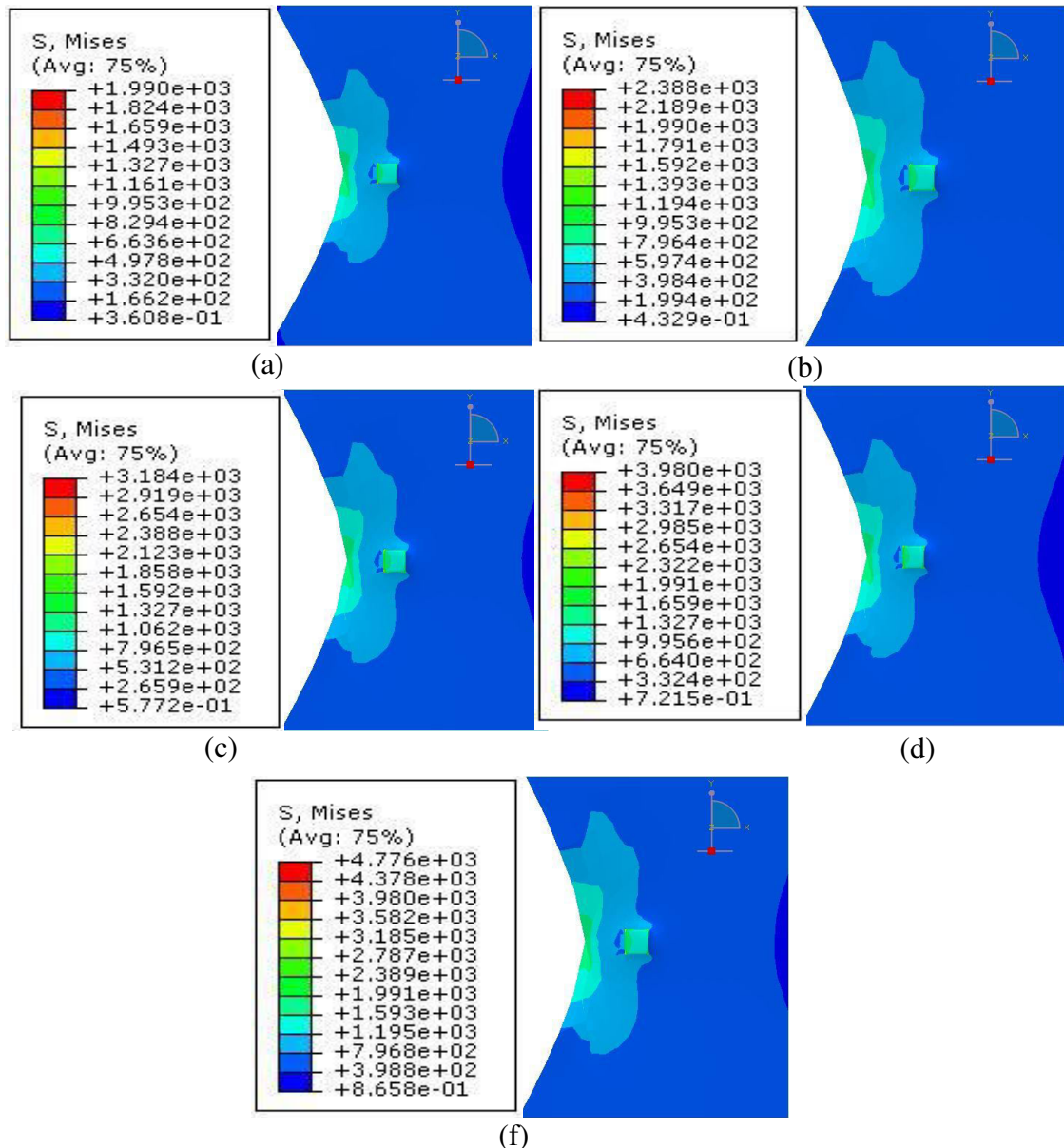


Figure III.19 : Répartition des contraintes de Von Mises pour différentes charges: (a)50MPa, (b) 60MPa, (c)80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa

Pour un rapport $(E_{incl} / E_{matr})=15$, qui est un rapport de rigidité très énorme, pour une inclusion située à une distance de 0.5mm la taille et la forme de la zone plastique commencent à se réduire, car la rigidité élevée de l'inclusion tend à freiner la propagation de la zone

plastique, par conséquent, il y'a une augmentation très remarquable des contraintes équivalentes de Von Mises pour les différents chargements et la forme de la zone plastique confinée s'est rétrécis en présence de cette inclusion.

b. Contraintes normales σ_{xx}

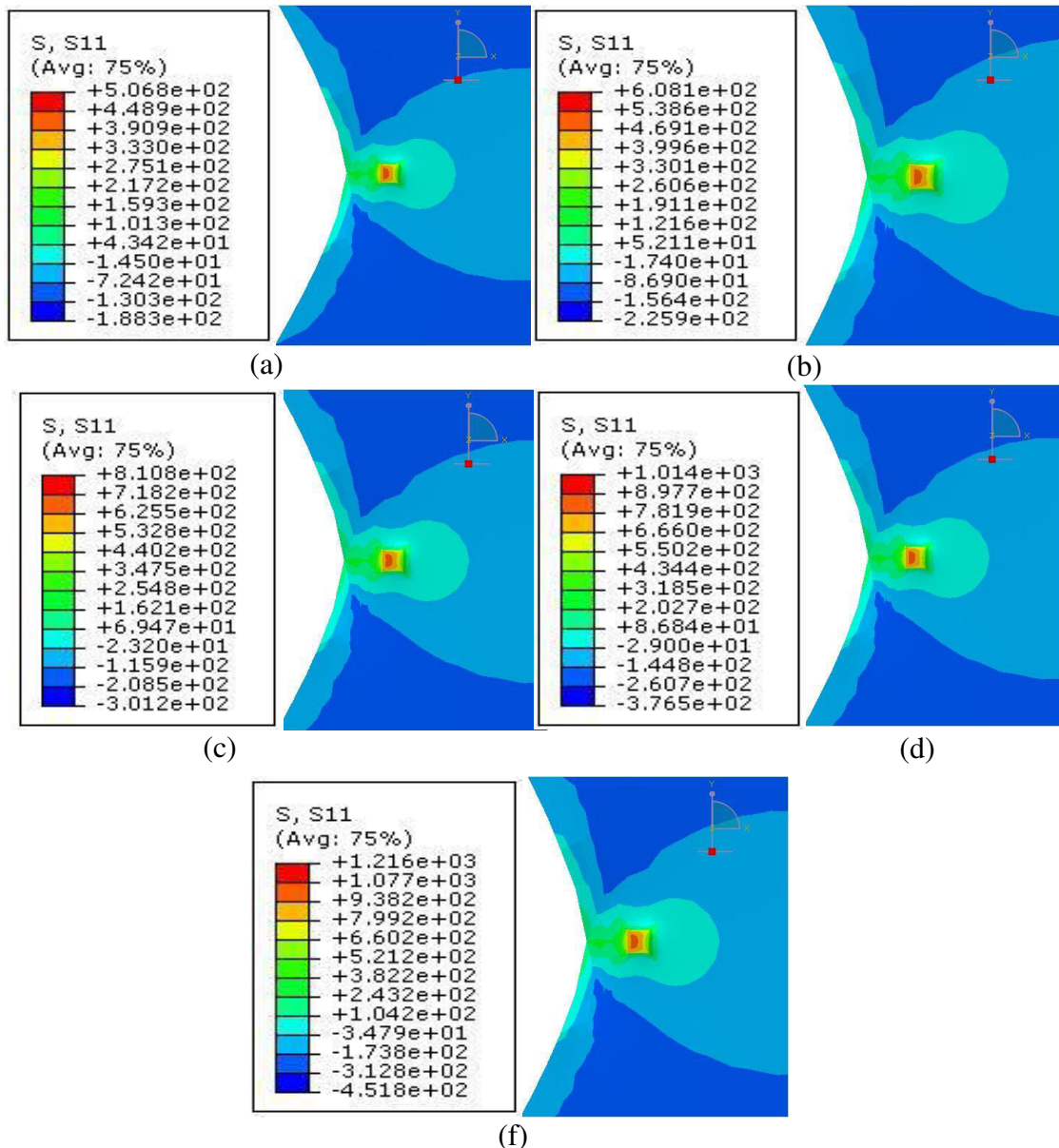


Figure III.20: Répartition des contraintes normales σ_{xx} pour différentes charges: (a) 50MPa, (b) 60MPa, (c) 80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa.

Dans cette figure, on remarque que l'inclusion présente des contraintes normales σ_{xx} très élevées, cela est très distinct, cela s'explique par le rapport de rigidité très important, par conséquent l'étendue de la zone plastique tend à s'élargir, en rencontrant l'inclusion, avec une rigidité très importante, devient un obstacle assez dur, ce qui entraîne une élévation très importante des contraintes induites.

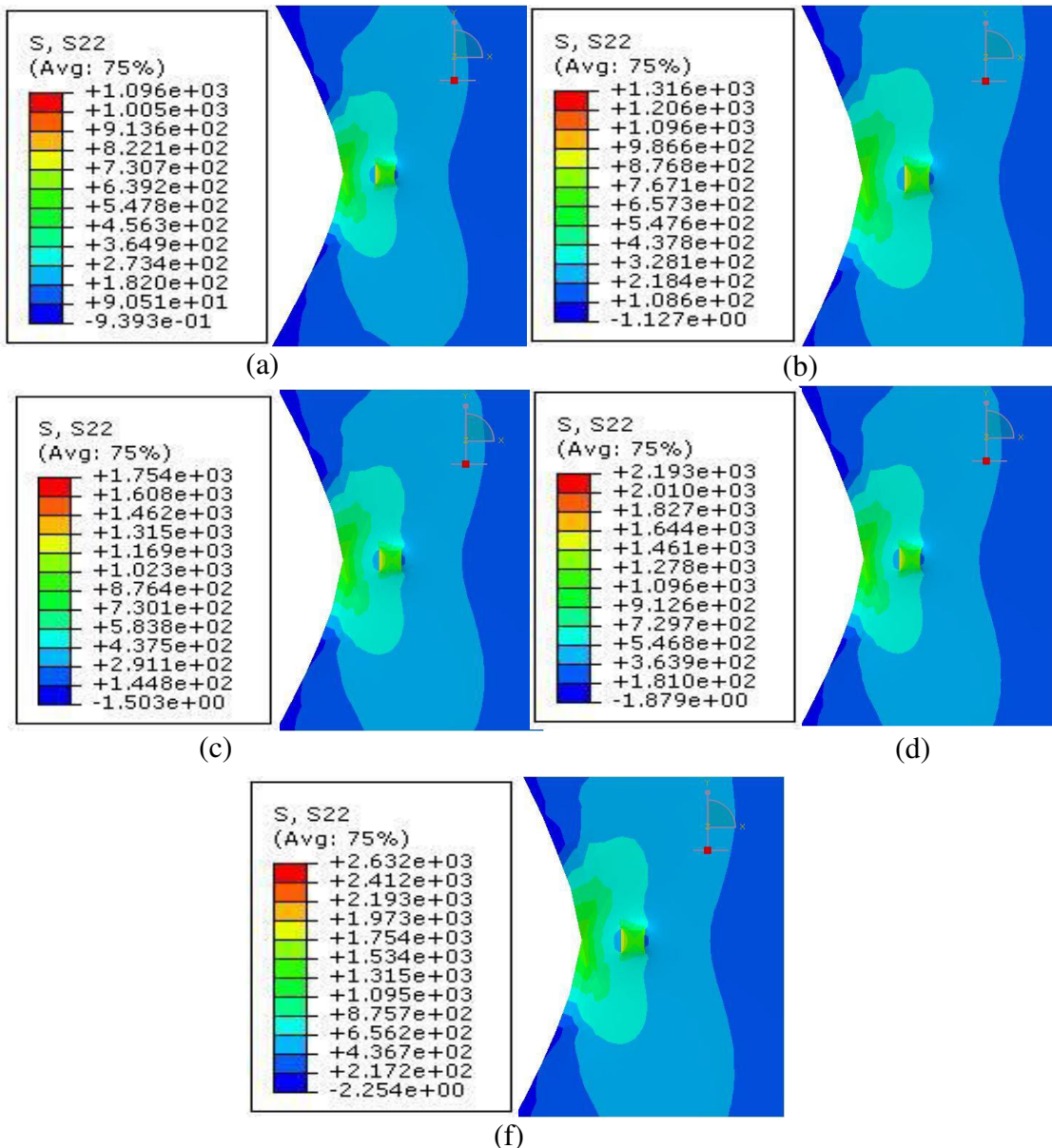
c. Contrainte normales σ_{yy} 

Figure III.21: Répartition des contraintes normales σ_{yy} pour différentes charges:
 (a) 50MPa, (b) 60MPa, (c) 80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa.

Pour la répartition des contraintes normales σ_{yy} pour différentes charges; pour une rigidité de l'inclusion qui vaut quinze fois la rigidité de la plaque, on constate que les contraintes induites sont assez importantes, vu qu'elles sont sur la même direction que le chargement, par conséquent, la taille de la zone plastique a été réduite, cela est due à l'inclusion qui freine cet étendue de cette zone; pour l'inclusion, la partie qui reçoit la propagation de la fissure connaît des contraintes assez importantes et la contrainte maximale induite atteint environ 2632 MPa.

d. Variation de la contrainte maximale en fonction de la rigidité.

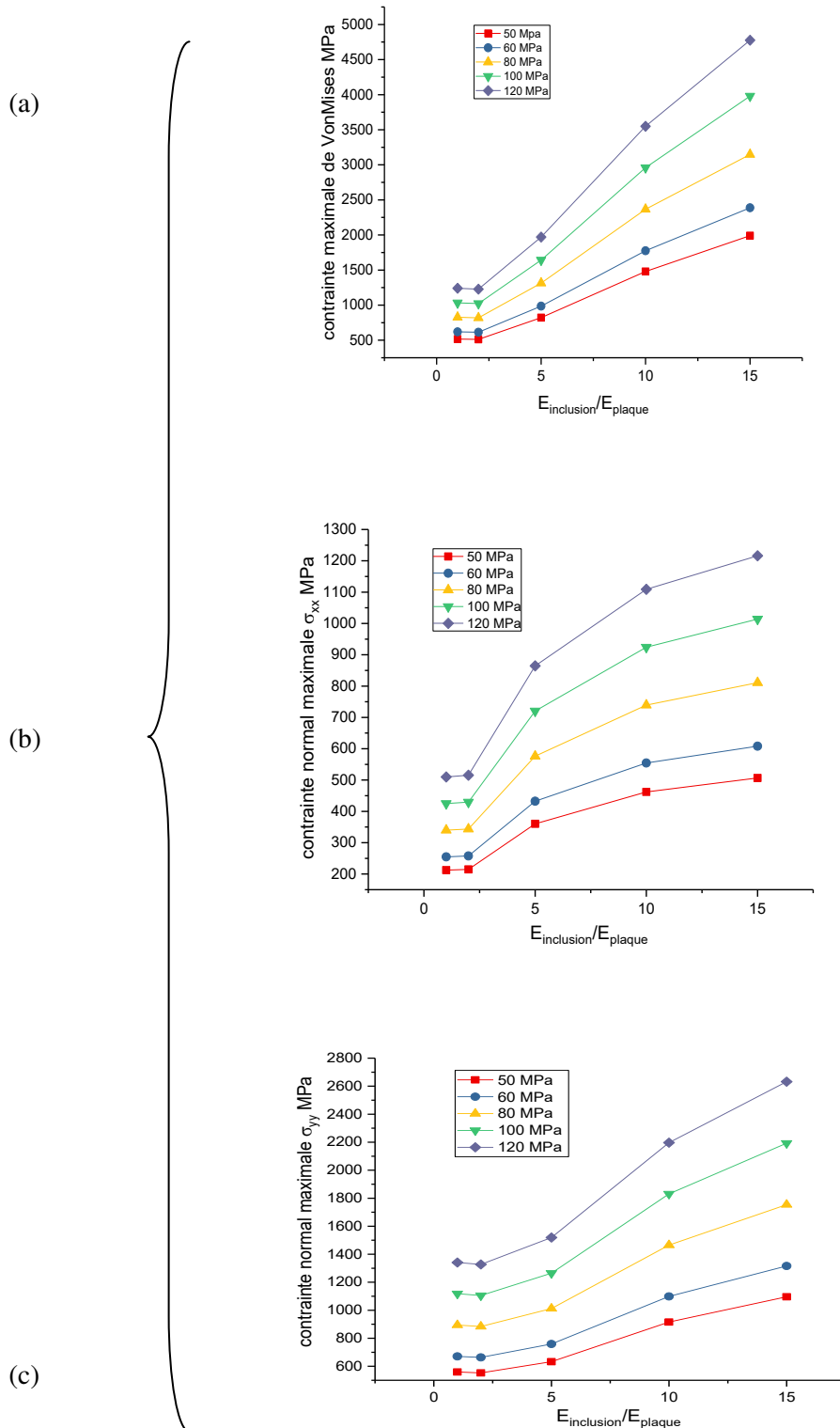


Figure III.22: Variation des contraintes maximales en fonction de la rigidité de l'inclusion: (a) Contrainte de Von Mises, (b) Contrainte normale σ_{xx} , (c) contrainte normale σ_{yy}

La variation des contraintes maximales est strictement proportionnelle aux différentes rigidités de l'inclusion que se soient pour les contraintes équivalentes de Von Mises ou pour les contraintes normales σ_{yy} et σ_{xx} pour différents chargements, on remarque que les contraintes les élevées sont induites plus précisément au niveau des contraintes normales σ_{yy} , cela s'explique que ces contraintes sont sur la même direction que le chargement (traction), et dans cette direction , la lèvres de la fissure tendent à s'ouvrir. L'élévation de la rigidité de l'inclusion induit des contraintes assez importantes au voisinage proche de la tête de fissure et tend à freiner cette propagation.

III.3.3.2 l'inclusion située sur une distance $d=1mm$.

III.3.3.2.1 Le module de Young : $E_{inclusion} = 2E_{plaque}$

a. Contraintes de Von Mises

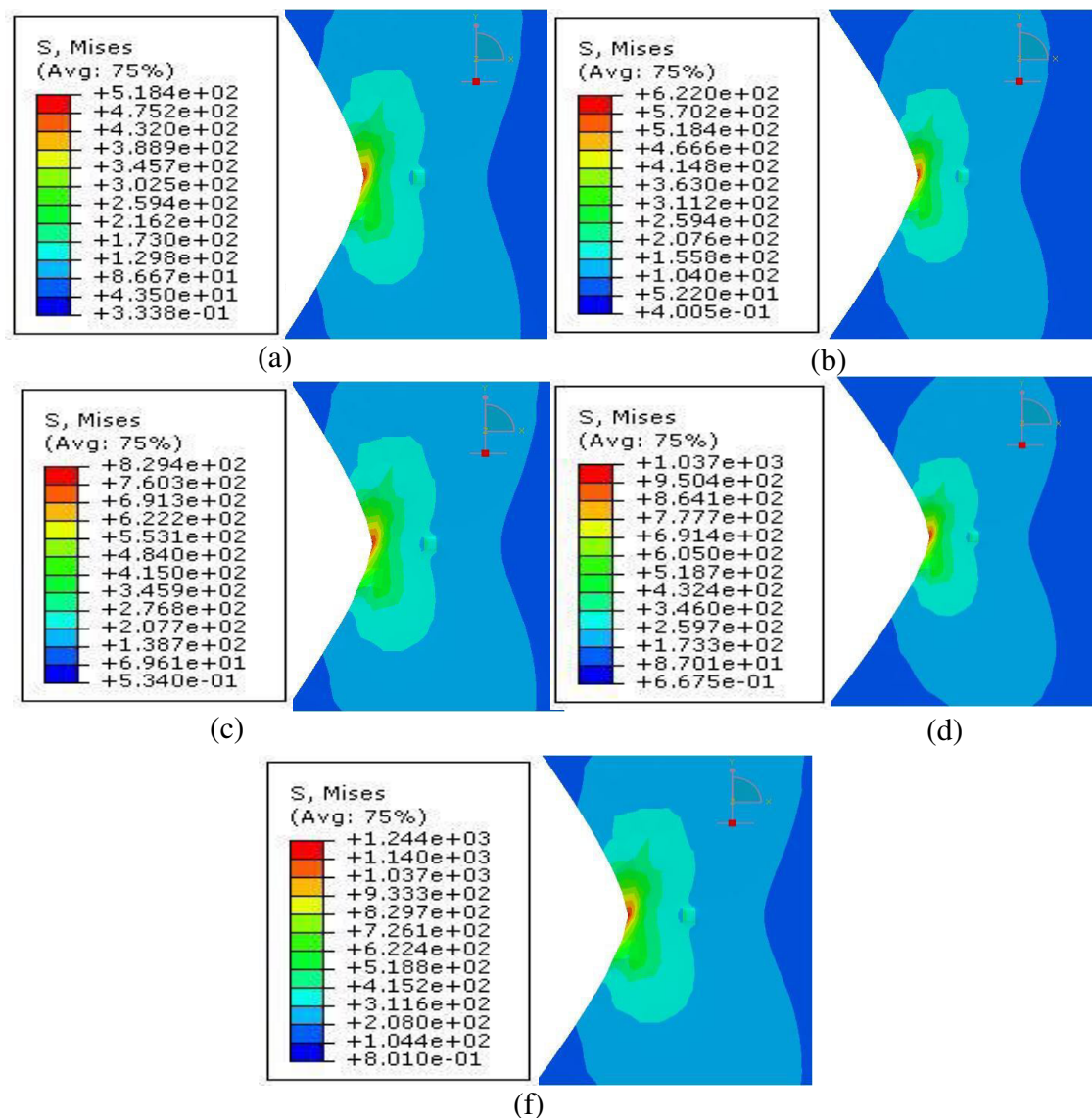


Figure III.23 : Répartition des contraintes de Von Mises pour différentes charges:

(a)50MPa, (b) 60MPa, (c)80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa

Pour la répartition des contraintes de Von Mises pour différentes charges de la figure III.22, l'effet de l'inclusion sur la plaque est moins significatif, en dépit de la position un peu lointaine de la tête de fissure, qui ne cause pas de problème sur la variation de la forme et de la taille de la zone plastique confinée, mais la concentration de contrainte s'est localisée autour de la tête de fissure seulement.

b. Contraintes normales σ_{xx}

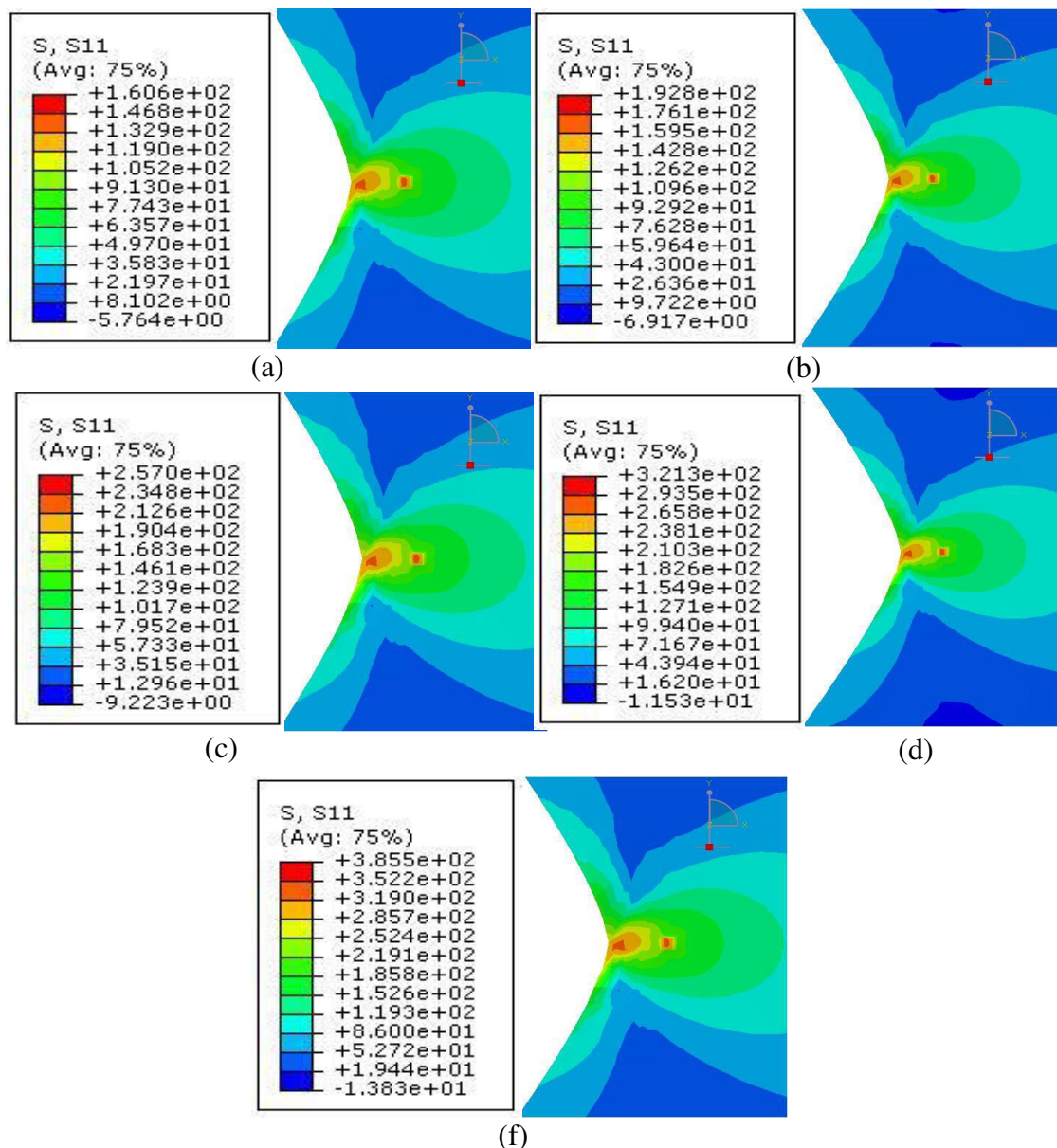


Figure III.24: Répartition des contraintes normales σ_{xx} pour différentes charges: (a) 50MPa, (b) 60MPa, (c) 80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa.

Dans cette figure, on constate que les contraintes normales σ_{xx} sont très importantes au niveau de la tête de fissure il y'a une concentration de contraintes très remarquable et la zone

plastique confinée au voisinage proche de la tête de fissure connaît des contraintes très remarquables; L'inclusion par sa rigidité, connaît aussi des contraintes importantes et la contrainte la plus élevée pour une charge de 120MPa est de l'ordre de 385.5 MPa.

c. Contraintes normales σ_{yy}

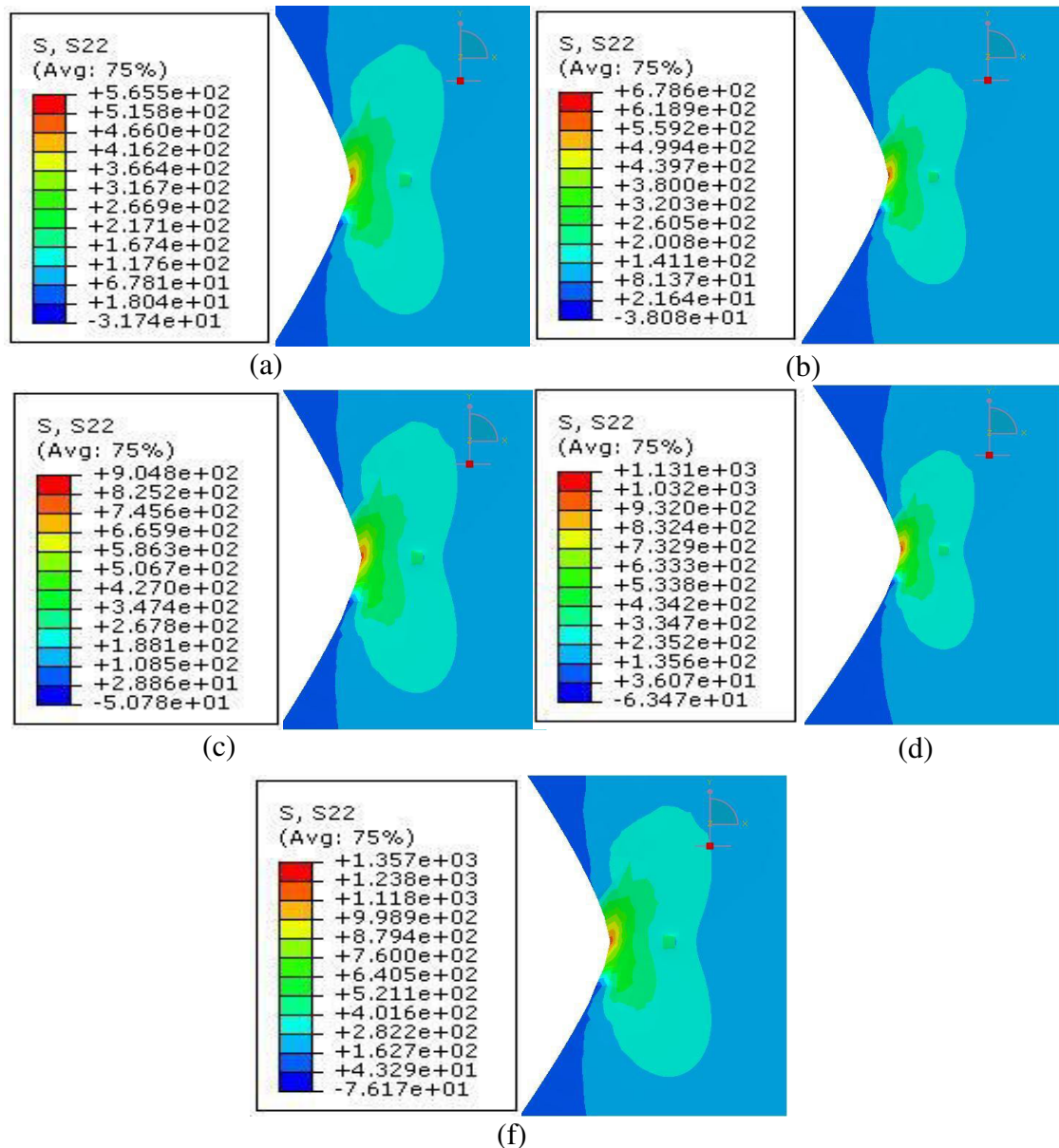


Figure III.25: Répartition des contraintes normales σ_{yy} pour différentes charges:

(a) 50MPa, (b) 60MPa, (c) 80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa.

La position de l'inclusion qui est de l'ordre de 1mm; pour cette contrainte normale σ_{yy} , n'influe pas d'une façon remarquable, puisque pour la répartition des contraintes, on constate que les contraintes les plus sollicitées sont concentrées au voisinage proche de la tête de fissure et l'inclusion dans cette positions est sollicité par des contraintes normales moyennes. Pour une charge de 120MPa, la tête de fissure a été sollicitée par une contrainte maximale de 1357 MPa qui est une contrainte très élevée qui peut provoquer un amorçage de la tête de fissure.

III.3.3.3 L'inclusion situées sur une distance $d=2.5\text{mm}$.

III.3.3.3.1 Le module de Young : $E_{\text{inclusion}} = 2E_{\text{plaque}}$

a. Contrainte de Von Mises

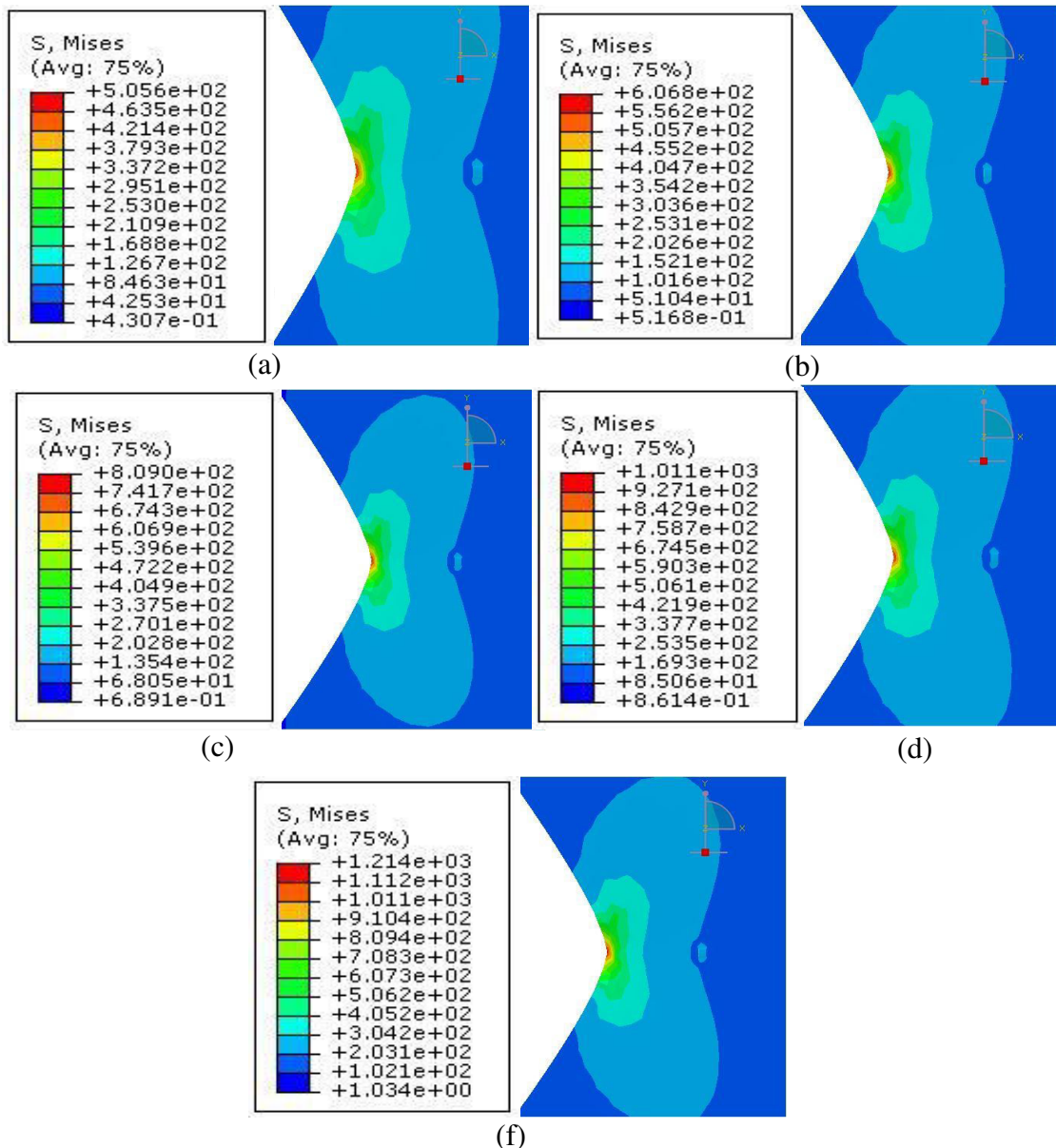


Figure III.26: Répartition des contraintes de Von Mises pour différentes charges:

(a)50MPa, (b) 60MPa, (c)80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa

Pour cette position, l'inclusion sort du champ de contraintes élevé, et l'effet de l'inclusion sur la fissure est presque négligeable, vis-à-vis des deux zones plastiques, la première celle de la fissure et la deuxième celle de l'inclusion; au niveau de la tête de fissure, il y'a toujours une concentration des contraintes équivalentes de Von Mises qui varie proportionnellement avec les différents chargements.

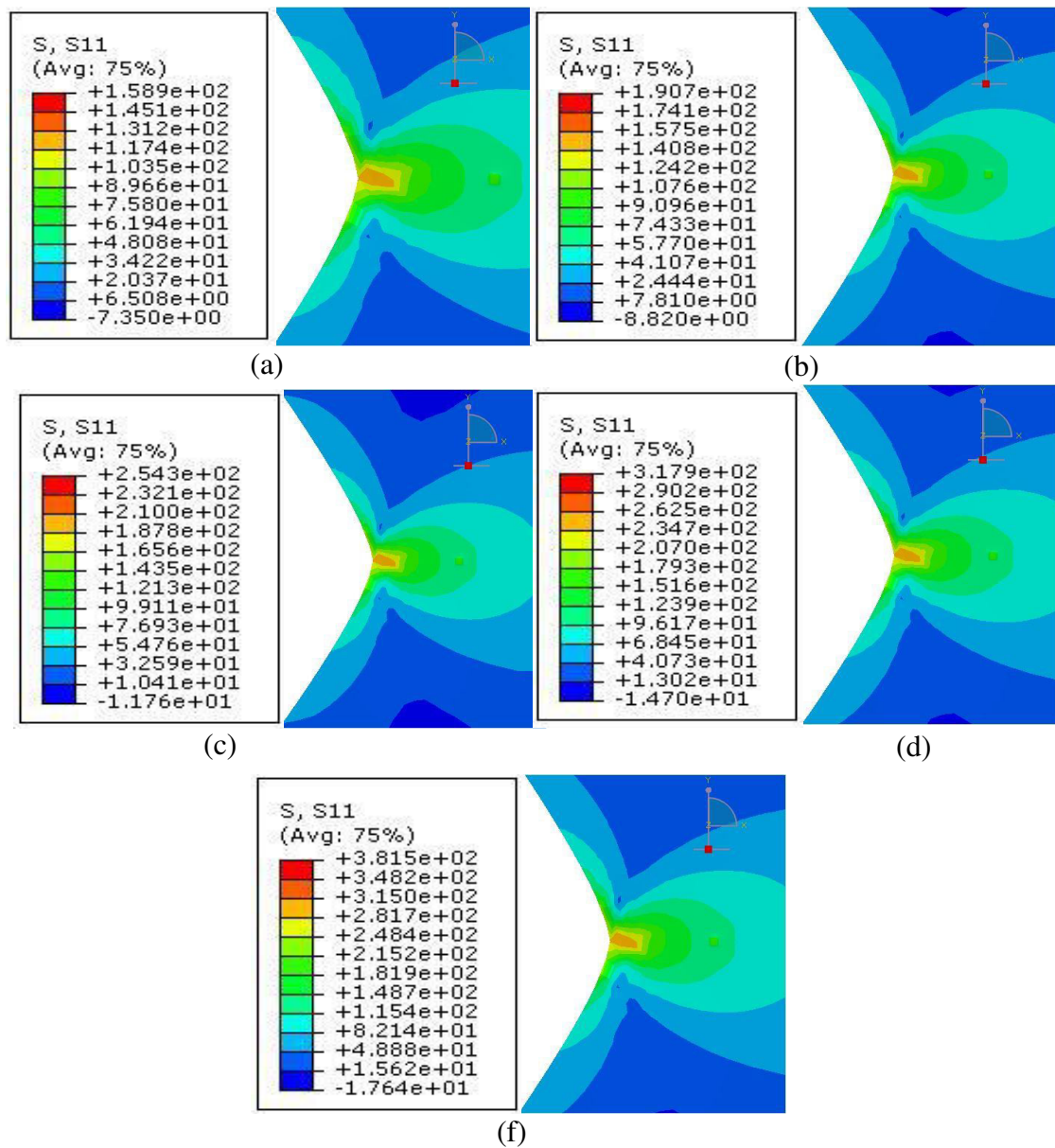
b. Contraintes normales σ_{xx} 

Figure III.27: Répartition des contraintes normales σ_{xx} pour différentes charges:

(a) 50MPa, (b) 60MPa, (c) 80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa.

Dans cette position l'inclusion influence légèrement sur la taille de la zone plastique et entraîne une relaxation du champ de contrainte donc l'effet de l'inclusion commence à s'affaiblir en s'éloignant du fond d'entaille, et les contraintes induites au voisinage de la tête de fissure commencent à décroître vu la distance un peu plus loin de l'inclusion et que la sollicitation était consacrée et concentrée au voisinage proche de la tête de fissure.

c. Contraintes normales σ_{yy}

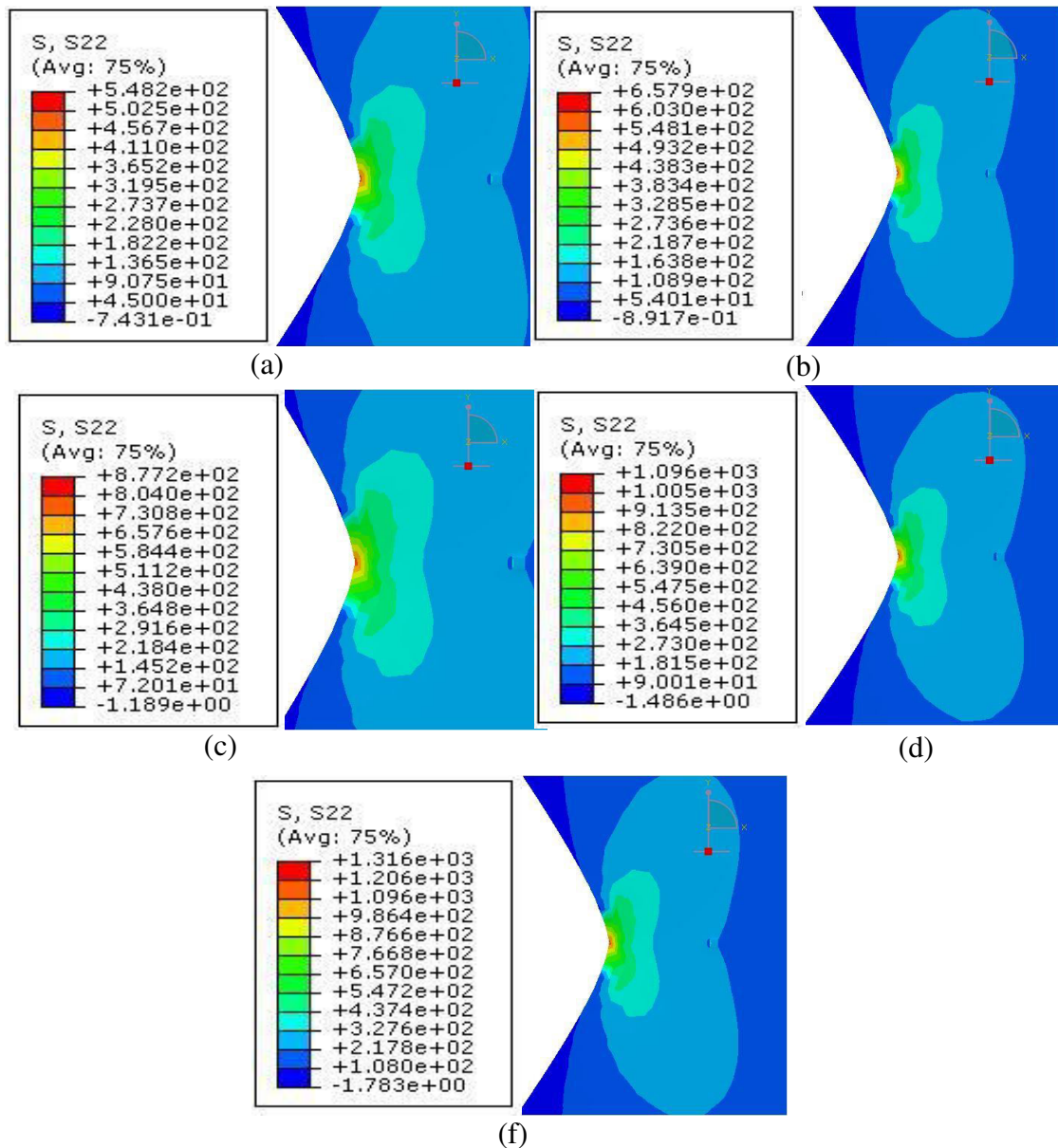


Figure III.28: Répartition des contraintes normales σ_{yy} pour différentes charges:(a) 50MPa, (b) 60MPa, (c)80MPa, (d) 100MPa et (f) 120MPa.

Dans cette figure, on constate que vue l'inclusion est un peu lointaine de la tête de fissure et quelque soit sa rigidité, elle n'influe pas sur la zone plastique confinée et se trouve dans la fin de cette zone, dans la partie qui connaît une très grande relaxation des contraintes, mais sur la tête de fissure, il y'a une concentration des contraintes qui peuvent amorcer la tête de fissure et cela est proportionnelle au chargement qui fait croître les contraintes.

Conclusion:

L'effet de l'inclusion est plus remarquable si et seulement-ci son module de Young est élevé, cela signifie que l'augmentation de la rigidité de l'inclusion entraîne une réduction plus importante de la zone plastique en fond d'entaille. On peut conclure que l'effet de l'inclusion sur la taille et la forme de la zone plastique est maximal, pour une distance relative entre le fond d'entaille et l'inclusion est de l'ordre de 0.5mm. Pour une distance de 2.5mm, l'effet de l'inclusion est moins important, et par conséquent cette inclusion, qu'elle que soit sa rigidité, se trouve dans la zone plastique avec une relaxation des contraintes, c'est-à-dire, dans un champ de contraintes réduit.

Conclusion générale

Les inclusions sont généralement l'origine des concentrations de contraintes dans les matériaux et peuvent être une source d'amorçage et de propagation de fissures. De nombreux auteurs se sont penchés sur l'étude de la présence d'inclusions ; de même que plusieurs études ont porté sur l'influence de l'effet d'entaille sur le comportement des matériaux.

Le but de cette étude est de déterminer l'effet d'interaction entre le fond d'entaille et l'inclusion, donc ce travail consiste à analyser par la méthode des éléments finis l'effet de l'inclusion sur la taille et la forme de la zone plastique en fond d'entaille dans le cas d'une plasticité confinée. D'après cette étude, on peut tirer les conclusions suivantes:

La répartition des contraintes pour différentes charges cette répartition connaît une élévation d'intensité surtout au voisinage de la tête de fissure qui est la plus sollicitée par les efforts de traction sur sa partie supérieure qui peut causer soit l'amorçage ou l'ouverture de la fissure en induisant des contraintes assez importantes,

La présence d'une inclusion située près du fond d'entaille entraîne une réduction de la taille et de la forme de la zone plastique, ce comportement est dû à la présence de cette inclusion qui est considérée comme étant un obstacle de la propagation, donc dans des cas l'inclusion se porte comme un inconvénient et parfois un avantage pour freiner les fissures.

L'effet de l'inclusion est plus remarquable si et seulement-ci son module de Young est élevé, cela signifie que l'augmentation de la rigidité de l'inclusion entraîne une réduction plus importante de la zone plastique en fond d'entaille. On peut conclure que l'effet de l'inclusion sur la taille et la forme de la zone plastique est maximal, pour une distance relative entre le fond d'entaille et l'inclusion est de l'ordre de 0.5mm. Pour une distance de 2.5mm, l'effet de l'inclusion est moins important, et par conséquent cette inclusion, qu'elle que soit sa rigidité, se trouve dans la zone plastique avec une relaxation des contraintes, c'est-à-dire, dans un champ de contraintes réduit.

En perspective, On va faire une autre étude et de la même manière pour une inclusion sous forme d'un prisme; et voir son effet sur la même fissure, et en fin faire une comparaison entre ces deux inclusions qui sont le cube et le prisme.

Références bibliographiques

- [1] J.D. Eshelby, Proc. Roy. London Serie A241 (1957)376–396
- [2] D. Brooksbank, K.W.J. Andrew, Iron Steel Inst., June (1968) 595–599
- [3] Y. Murakami, H. Usuki, Int. J. Fatigue 11 (1989) 299–307
- [4] D.H. Chen, S. Nakamichi, Int. J. Fracture 82 (1996) 131–152
- [5] A. Melander, Int. J. Fatigue 19 (1997) 13–24
- [6] P. Lukas, M. Klesnil, Fatigue limit of notched bodies, Mater. Sci. Engng. 34 (1978) 61–66
- [7] J.C. Newman Jr, An improved method of collocation for the stress analysis of cracked plates with various shaped boundaries, NASA TN D-6376, 1971
- [8] J. Schive, Fatigue Engng. Mater. Struct. 5 (1982) 77–90
- [9] G. Glinka, Engng. Fract. Mech. 22 (1983) 839–845
- [10] G.C. Sih, Handbook of Stress Intensity Factors, Lehigh University, Bethehem, PA, 1973
- [11] D. Kujawski, Estimations of Stress Intensity Factors For Small cracks at Notches, Fatigue Fract., Engng. Mater.Struct. 14 (1991) 953–965
- [12] P. Lukas, Stress intensity factor for small notchemanating cracks, Engng. Fract. Mech. 26 (1987) 471–473
- [13] Usami, short crack fatigue properties and component life estimation, Current research on Fatigue cracks, T.Tanaka, M. Jono, K. Komai (ed.), 1985
- [14] J.C. Newman Jr, E.P. Phillips, R.A. Everett Jr, Fatigue Analysis Under Contant and Variable-Amplitude Loading Using Small Crack Theory, Mech. Mat. Branch, NASA Langley Research Center Hampton, Virginia USA 23681, NASA/TM-1999-209329
- [15] W.W. Dally and W.F. Riley, “Experimental Stress Analysis,” Third Edition,
- [16] G.R. Irwin, “Fracture I,” in S. Flugge (ed.), Handbuch der Physik VI, Springer-Verlag, New York, (1958)
- [17] S.P. Timoshenko and J.N. Goodier, “Theory of Elasticity,” third edition, McGraw-Hill Co., New York, (1970) 142
- [18] GR.Irwin., Fraturing of metals ASM, Clveland, Chio, p.147, 1949.
- [19] A.N. Stroh, Adv. Physics, 6 (1957) 418.
- [20] K. Hellan, “Introduction to Fracture Mechanics,” McGraw-Hill Book company, New York, (1984).
- [21] J. Gurland and J. Plateau, ASM Trans. Quart., 56 (1963) 442
- [22] D. Broek, “Elementary Engineering Fracture Mechanics,” Fourth edition, Kluwer Academic Publisher, Boston, (1986).
- [23] Dugdale DS, Yielding of steel sheets containing slits, J. Mech. Phys. Solids, Vol.8, pp.100-108, 1960.

Références bibliographiques

- [24] Burdekin FM, Knott JF, Sumpter JDG, Sherry AH, TAGSI views on aspects of crack arrest philosophies for pressure vessels with thickness up to 100 mm, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 76, pp. 879-883, 1999.
- [24] J.R. Rice, in "Fracture an Advanced Treatise," edited by H. Liebowitz, Academic Press, New York, Vol. II, (1968) 191
- [25] J.R. Rice and G.F. Rosengren, "Plane Strain Deformation near a Crack Tip in a Power-Law Hardening Material", *J. Mech. Phys. Sol.*, 16 (1968) .
- [26] Wallin K, The scatter in K_{Ic}-results, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 19, pp. 1085-1093, 1984.
- [27] Wallin K, Laukkanen A, Aspects of cleavage fracture initiation – relative influence of stress and strain, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, Vol. 29, pp. 1-11, 2006.
- [28] McClintock, F. A. and Irwin, G. R., Plasticity aspects of fracture mechanics. ASTM STP 381, (1965)pp.84-113
- [29] Jacobs. J. A., Relaxation methods applied to the problem of plastic flow, *Phil.: Mag.*, F41 (1950) pp. 349-358.
- [30] Stimpson, L. D. and Eaton, D. M., The extent of elastic-plastic yielding at the crack point of an externally notched plane stress tensile specimen, *Aer. Res. Lab., Australia, Rept. ARL 24*(1961).
- [31] Hull, J. A. and McClintock. F. M., Elastic-plastic stress and strain distribution around sharp notches under repeated shear, *IXth Int. Congr. Appl. Mech.*, 8 (1956) pp. 51-62.
- [32] McClintock, F. A., Ductile fracture instability in shear, *J. Appl. Mech.*, 25 (1958) pp. 582-588.
- [33] McClintock, F. A., Discussion to fracture testing of high strength sheet materials. *Mat. Res. and Standards*, 1 (1961) pp. 277-279.
- [34] Tuba, I. S., A method of elastic-plastic plane stress and strain analysis, *J. Strain Analysis*. 1 (1966) pp. 115-122.
- [35] Rice, J. R. and Rosengren, G. F., Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material, *J. Mech. Phys. Sol.*, 16 (1968) p. 1.
- [36] Cerager M., Paris P.C., Elastic field equations for blunt cracks with reference to strain corrosion crcking , *Int.J.Fracture Mechanics*. 3,pp 147-252.
- [37] Neuber H., Theory of notch stress. Translated by FA raven-Edwards, Ann Arbor, Michihn.
- [38] Hammouda R.A., Smith Miler, Elastic plastic fracture mechanics fir initiation and propagation of notch fatigue cracks, *Fat. Eng. Mat Struct*, 2, 1979,139.
- [39] Santhanam and Bates RC., The influence of nothc tip geometry on the distribution sir stress abd strain, *Mater. Sci. Eng.*, 41,1979, 24II.