

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Ibn Khaldoun de Tiaret

Faculté des Sciences Appliquées

Département de Génie Mécanique



MÉMOIRE DE FIN D'ETUDES

Domaine : Sciences et Technologie

Filière : Génie Mécanique

Parcours : Master

Spécialité : Construction Mécanique

Thème

Influence de la température
environnementale sur les structure en
composite, cas de poutres.

Préparé par :

BELASBET SIDAHMED

Soutenu publiquement le : 24/ 11 / 2020, devant le jury composé de :

Chaib Khaled	Maître de Conférences "A" (Univ. Ibn Khaldoun)	Président
Mekroussi Saad	Maître de Conférences "A" (Univ. Ibn Khaldoun)	Examineur
Hammou Mahmoud	Maître Assistant classe "A" (Univ. Ibn Khaldoun)	Examineur
M. Guerri Mohamed	Maître de Conférences "B" (Univ. Ibn Khaldoun)	Encadreur

Année universitaire : 2019 - 2020

Dédicaces

Tous d'abord je remercie Allah qui m'a donné le courage pour arriver à ce stade de fin d'étude.

Je dédie ce travail à ma chère famille qui m'a guidé et soutenu durant les moments les plus pénibles de ce long chemin, mon cher père compatissant qui a sacrifié toute sa vie afin de me voir devenir ce que je suis, ma tendre affectueuse mère qui a été à mes côtés et m'a supporté durant toute ma vie, mes chères sœurs Fatima, Asmaà et Khaldia, mon frère Benaissa, et mes neveux Mosab, Mouad et le petit Assoum.

Remerciements

Je remercie Allah tout puissant qui m'a donné la force et la volonté pour Pouvoir finir ce mémoire de fin d'études.

En premier lieu, je tiens à exprimer ma gratitude à mon cher encadreur de mémoire et premier soutenu M. El guerri Mohamed pour la confiance, les encouragements, les précieux conseils qu'il m'a accordés durant ce travail.

Mes sincères remerciements aux membres du jurées, Monsieur Hammou Mahmoud, Monsieur Chaib Khlaed et Monsieur Mekroussi Saad, qui étaient des pères avant d'être des enseignants.

Un grand remerciement pour notre doyen Monsieur Meslem Mohamed pour tous ses efforts et sacrifices, ses conseils et orientations.

Je tiens à remercier vivement toutes les personnes qui m'ont enseigné et conseillé et encourager tout au long de mon parcours scolaire.

Et bien sur un remerciement infini a notre promotion « Construction mécanique 2019-2020 » de l'université Ibn Khaldoun – Tiaret.

Nomenclature

ε_θ : La déformation tangentielle.

ε_y : La déformation latérale.

$\gamma_{y\theta}$: La déformation de cisaillement.

u, v et w : Les déplacements dans la direction de la coque.

$\varepsilon_\theta^0, \varepsilon_y^0, \gamma_{\theta y}^0$: Les déformations dans le plan médian.

$K_\theta, K_y, k_{\theta y}$: Les courbures.

[T] : La matrice de transformations

[Q] : La matrice de rigidité.

[Q'] : La matrice de rigidité transformée autour de l'axe z puis autour de l'axe y.

[Q̄]" : La matrice de rigidité transformée autour de l'axe y.

[α_{xy}] : Coefficient de dilatation thermique.

Nx", Ny", Nxy" : comme les charges mécaniques résultantes appliquées par unité de largeur.

Mx", My", Mxy" : comme les moments résultants appliqués par unité de largeur agissant sur l'élément différentiel de tube composite.

[H] : matrice de déformation

ε : déformations.

σ : contraintes.

σ_0 : contraintes initiales.

V : volume.

m : nombre d'éléments.

A = aire élémentaire.

$[Q_{ij}]^{(k)}$: La matrice de propriétés généralement orthotrope de la k ème couche.

T : élévation de température, qui sera une fonction de (x, y, z)

RI : matrice de transformation des coordonnées du matériau

l,t : directions matérielles principales.

$[K]$: La matrice de rigidité des éléments.

{f} : vecteur de charge thermique cohérent .

E : La variation radiale du module de Young.

A : Le coefficient de dilatation thermique.

Liste des tableaux

Table I.1: Exemples de matériaux composites, pris au sens larg	18
Table I.2: Avantages et inconvénients des matériaux composites	19
Tableau I.3: Caractéristiques mécaniques des résines époxydes	23
Tableau I.4 : Les avantages et les inconvénients des résines époxydes	23
Tableau I.5 : Type de verre	27
Tableau I.6 : Propriétés mécaniques des différentes fibres de carbone	28
Tableau III.1 Propriétés matérielles des constituants utilisés	29
Tableau III.2 Propriétés élastiques du composite à fibre de carbone sous conditions thermiques	46
Tableau III.3 Propriétés élastiques du composite à fibre de carbone sous conditions thermiques	46
Tableau III.4 le déplacement de la poutre a des températures différentes.	50
Tableau III.5 la déformation de la poutre a des températures différentes.....	55
Tableau III.6 la déformation de la poutre en composite a 06 couches et l'autre de l' Aluminium a 100°C.....	57
Tableau III.7 la déformation de la poutre en composite a 09 couches et l'autre de l' Aluminium a 100°C.....	57

Liste des figures

Figure I.1: Matériau composite.....	19
Figure I.2 : Description d'un matériau composite.....	19
Figure I.3 : Différentes familles de matrice.....	20
Figure I.4 : Différentes familles du renfort.....	25
Figure I.5 : Différentes échelles présentes dans un renfort fibreux.....	25
Figure I.6 : Principales orientations des fibres.....	26
Figure I.7 : Voie classique de la production des fibres de carbone.....	28
Figure I.8 : Le rôle de l'interface sur la ténacité des composites[(a) lorsqu'une fissure atteint l'interface, (b) elle est déviée].....	29
Figure I.9 : Composite stratifié.....	30
Figure I.10 : Notion de poutre.....	30
Figure II.1: Système de coordonnées de la poutre incurvée	33
Figure II.2: Plaque tournée en angle θ	35
Figure II.3: Construction stratifiée d'un élément de coque.....	41
Figure III.1 : Les couches utilisées avec leurs orientations.....	47
Figure III.2 : vu a près d'un seul côté de la fixation de La poutre.....	47
Figure III.3 La deformation sur la pouter a une temperature de 0°C.	48
Figure III.4 La deformation sur la pouter a une temperature de 25°C.	48
Figure III.5 La deformation sur la pouter a une temperature de 50 °C.....	49
Figure III.6 : La deformation sur la pouter a une temperature de 100 °C.	49
Figure III.7 Le déplacement sur la pouter a une manière générale.....	50
Figure III.8 La température en fonction de déformation	51
Figure III.9 Les couches utilisées avec leurs orientations (09plis).	52

Figure III.10 La poutre méchée, a 09 plis.....	52
Figure III.11 L'état de déformation a 0 °C.....	53
Figure III.12 l'état de déformation a 25°C	53
Figure III.13 l'état de déformation a 50°C	54
Figure III.14 l'état de déformation a 100°C	54
Figure III.15 la température appliquée en fonction du déplacement.....	55
Figure III.16 L'état de déformation d'une poutre en aluminium au même conditions que la poutre a 06 couches et on 100°C.....	56
Figure III.17 L'état de déformation d'une poutre en aluminium au même conditions que la poutre a 09 couches et on 100°C.....	57

Table des matières

Dédicaces	
Remerciement	
Nomenclature	
Liste des tableaux	
Liste des figures	
INTRODUCTION GENERALE	12
CHAPITRE I : Etude bibliographique	14
1. Introduction	15
2. Les matériaux composites	15
I.2.1 Définition	15
I.2.2 Caractéristiques générale	16
I.2.3 Constituants de matériaux composites	19
I.2.3.1 La matrice	19
I.2.3.2 Les résines thermodurcissables	20
I.2.3.3 La résine époxyde	20
I.2.3.4 Constituants de la résine époxyde	20
I.2.3.5 Propriétés des résines époxydes	21
I.2.3.6 Caractéristiques mécaniques des résines époxydes	22
I.2.3.7 Les avantages et les inconvénients	22
I.2.4 Les résines thermoplastiques	23
I.2.5 Les élastomères	23
I.2.6 Les renforts	23
I.2.7 Architecture des renforts	24
I.2.7.1 Unidirectionnelle	24
I.2.7.2 Multidirectionnelle aléatoire	25
I.2.7.3 Orientée	25
I.2.8 Les différentes fibres (renforts)	25
I.2.9 Définition des fibres de verre	26
I.2.10 Définition des fibres de carbone	26
I.2.11 Classification des fibres de carbone	27
I.2.12 Propriétés des fibres de carbone	27

I.2.12.1	Propriétés mécaniques.....	27
I.2.12.2	Propriétés thermiques	28
I.2.13	Les interfaces	28
3.	Structure du composite	28
I.3.1	Les stratifiées	29
I.3.2	Les poutres.....	29
I.3.2.1	Définition	29
I.3.2.2	Section droite, fibre moyenne :	29
I.3.2.3	Fibre neutre :.....	30
I.3.3	Géométrie des poutres:	30
Cas usuels :	30
CHAPITRE II:	Poutre courbe	31
II.	CHAPITRE II: Poutre courbe	32
1.	Introduction.....	32
2.	Solution analytique pour poutre courbe :	32
II.2.1	Théorie de stratification classique des plaques pour poutres courbes :.....	32
II.2.2	Matrices de transformation	34
II.2.3	Équation constitutive	35
II.2.4	35
II.2.5	Équation constitutive de l'élément de poutre courbe dans le système global ...	38
II.2.6	Calcul des contraintes dans le plan	39
II.2.7	Formulation des éléments finis	39
CHAPITRE III :	Résultats et discussions	45
III.	Résultats et discussions	45
1.	Introduction.....	45
2.	Modélisation par ANSYS	45
3.	Donnés à intégrés.....	46
4.	Résultats de la simulation sur une poutre avec 06 couches.....	47
5.	Résultats de la simulation sur une poutre de 09 couches	52
6.	Comparaison	55
7.	Etude de l'effet de température sur un structure normal (pas en composite)	56
Concluions	66
BIBLIOGRAPHIE & WEBBOGRAPHIE	67

ملخص.....	71
ABSTRACT	71
RESUME.....	71

INTRODUCTION GENERALE

Les poutres sont incontestablement les plus simples et les plus couramment utilisés de tous les éléments de structure. Par conséquent, de nombreux chercheurs ont été impliqués dans la modélisation du comportement des poutres. Mais, contrairement aux poutres droites, très peu d'études ont été consacrées aux poutres courbes, bien que de nombreuses pièces mécaniques, soumises à des efforts de flexion-traction avec efforts de cisaillement, présentent des courbures initiales comme par exemple des crochets ou des panneaux indicateurs.

Les infrastructures civiles sont construites pour durer plusieurs décennies et, par conséquent, elles sont soumises à divers types de chargement au cours de leur vie utile, y compris les risques d'incendie. Ainsi, la fourniture de mesures de sécurité incendie aux éléments de structure est l'une des principales considérations lors de la conception des infrastructures civiles. Étant donné que les éléments de structure, en acier, présentent une résistance au feu inférieure en raison d'une conductivité thermique élevée et d'une dégradation rapide des propriétés de résistance et de rigidité de l'acier, ils sont vulnérables aux dommages ou à l'effondrement induits par le feu. Par conséquent, le comportement de l'acier et des poutres mixtes, dans des conditions d'incendie, est une préoccupation critique du point de vue de la sécurité incendie.

Lorsque les structures sont soumises à un changement de température, des contraintes thermiques peuvent se produire. Puisqu'il s'agit d'un état d'auto-équilibre, la répartition des contraintes sur une section transversale de la structure entraîne des contraintes de compression et de traction. Les contraintes de compression peuvent augmenter à un point tel qu'un flambage se produit. Les structures à parois minces peuvent devenir instables à une température relativement basse et se déformer dans la région élastique.

Cependant, les composites sont généralement soumis à des conditions environnementales changeantes pendant la fabrication initiale et l'utilisation finale, et il est important de pouvoir inclure les effets de ces changements dans l'analyse. Parmi les nombreuses conditions environnementales qui peuvent influencer le comportement mécanique des composites, les changements de température et de teneur en humidité sont retenus ici pour discussion en raison des effets particulièrement importants qu'ils ont sur les matériaux de matrice polymère et des propriétés des composites polymères qui sont dominés par la matrice. Les effets de la température sont généralement appelés effets « thermiques », tandis que ceux de l'humidité sont souvent appelés

effets « hygroscopiques ». Le mot « hygrothermique » a évolué pour décrire les effets combinés de la température et de l'humidité. Les changements de l'environnement hygrothermique ont deux effets principaux sur le comportement mécanique des composites polymères :

1. Les propriétés dominées par la matrice telles que la rigidité et la résistance sous une charge transversale, hors axe ou de cisaillement sont modifiées. L'augmentation de la température provoque un ramollissement progressif du matériau de matrice polymère jusqu'à un certain point.
2. Les dilatations ou contractions hygrothermiques modifient les distributions de contraintes et de déformations dans le composite. Une température et / ou une teneur en humidité accrues provoquent un gonflement de la matrice polymère, tandis qu'une température et / ou une teneur en humidité réduites provoquent une contraction.

Cette étude considère la détermination ponctuelle des contraintes résultant des sollicitations mécaniques et thermiques sur un matériau composite. L'objectif est de déterminer la validité d'expressions dérivées selon des théories élémentaires lorsque les propriétés des matériaux sont représentées par des fonctions discontinues de position, comme c'est le cas dans les composites. En particulier, la présente analyse traite le problème fondamental d'une poutre composite de section quelconque qui se déforme dans un plan sous effort axial, moment de flexion et température. Les matériaux sont supposés être élastiques avec des propriétés non affectées par la température et liés les uns aux autres à toutes les interfaces.

CHAPITRE I : Etude bibliographique

1. Introduction

Le coût du carburant ayant augmenté suite au choc pétrolier de 1973, les compagnies aériennes n'ont eu d'autre choix que de limiter le poids de leurs avions afin de limiter la consommation de carburant. Les aviateurs ont donc dû remplacer une partie des pièces métalliques (métaux et alliages) de résistance mécanique et de rigidité élevées par des matériaux de mêmes qualités mécaniques et thermiques mais de masse plus faible. C'est dans ce contexte que les matériaux composites se sont développés. En effet, les matériaux composites sont constitués d'au moins deux matériaux de propriétés différentes mais complémentaires (renforts et matrice) dont les rapports masse/rigidité/résistance sont comparables aux alliages qu'ils remplacent. En effet, les matériaux composites peuvent être classifiés selon la forme des renforts utilisés ou bien la nature des constituants de la matrice, par exemple on trouve l'utilisation des matériaux composites dans les poutres ou bien les plaques à faible dimensions.

La poutre est l'élément structurel le plus simple et le plus courant en génie aérospatial, civil et mécanique. Par conséquent, sa description analytique précise a été d'un grand intérêt. L'analyse classique est basée sur la théorie de Bernoulli-Euler, en supposant que les plans normaux à l'axe neutre restent plans et normaux à cet axe pendant la flexion. Timoshenko a étendu la théorie en levant l'hypothèse de normalité et permettant ainsi la déformation par cisaillement, un effet important dans les poutres profondes. La théorie nécessite un facteur de correction de cisaillement pour corriger l'énergie de déformation de la déformation. Des théories d'ordre supérieur ont été proposées pour modéliser le gauchissement transversal et pour supprimer le facteur de correction de cisaillement.

2. Les matériaux composites**I.2.1 Définition**

Dans un sens large, le mot composite signifie constitué de deux ou plusieurs parties différentes. En fait, l'appellation matériau composite est utilisée dans un sens beaucoup plus restrictif, qui sera précisé tout au long de ce chapitre. Nous en donnons pour l'instant la définition générale suivante. Un matériau composite est un assemblage d'au moins deux composants non miscibles et de nature différente dont les propriétés se complètent et bénéficient d'une synergie qui augmente la

performance du matériau. Un matériau composite est constitué d'une armature généralement sous forme de fibres minérale, organique ou végétale qui assure la tenue mécanique (résistance à la traction) et d'un liant, appelée matrice généralement sous forme d'une matière plastique (polymère). Cette matrice lie les fibres du renfort, transmet les efforts (résistance à la flexion et à la compression) et assure la protection chimique (cohésion de la structure) du composite. Les matériaux composites sont largement développés, à la fois d'un point de vue naturel (corps humain, monde animal et végétal) et d'un point de vue industriel. En effet, les matériaux composites permettent d'améliorer le rapport résistance mécanique/poids du matériau. Des exemples de matériaux composites pris au sens large sont donnés au tableau I.1.

En effet, les matériaux composites permettent d'améliorer le rapport résistance mécanique/poids du matériau. Le tableau I.2 présente quelques avantages et inconvénients principaux de l'utilisation de matériaux composites dans les industries.

I.2.2 Caractéristiques générale

Un matériau composite consiste dans le cas le plus général d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue. Dans le cas de plusieurs phases discontinues de natures différentes, le composite est dit hybride. La phase discontinue est habituellement plus dure avec des propriétés mécaniques supérieures à celles de la phase continue. La phase continue est appelée la matrice. La phase discontinue est appelée le renfort ou matériau renforçant (figure I.1). Une exception importante à la description précédente est le cas de polymères modifiés par des élastomères, pour lesquels une matrice polymère rigide est chargée avec des particules élastomères. Pour ce type de matériau, les caractéristiques statiques du polymère (module d'Young, contrainte à la rupture, etc.) ne sont pratiquement pas modifiées par l'adjonction de particules élastomères, alors que les caractéristiques au choc sont améliorées.

Les propriétés des matériaux composites résultent :

- Des propriétés des matériaux constituants,
- De leur distribution géométrique,
- De leurs interactions, etc.

Table I.1 : Exemples de matériaux composites, pris au sens large

Type de composite	Constituants	Domaines d'application
<p>1) Composites à matrice organique :</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Papier, carton ➤ Panneaux de particules ➤ Panneaux de fibres ➤ Toiles enduites ➤ Matériaux d'étanchéité ➤ Pneumatiques ➤ Stratifiés ➤ Plastiques renforcés 	<ul style="list-style-type: none"> • Résine/charges/fibres cellulose-siques • Résine/copeaux de bois • Résine/fibres de bois • Résines souples/tissus • Elastomères/bitume/textiles • Caoutchouc/toile/acier • Résine/charges/fibres de verre, de carbone, etc. • Résines/microsphères 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Imprimerie, emballage, etc ▪ Menuiserie ▪ Bâtiment ▪ Sports, bâtiment ▪ Toiture, terrasse, etc ▪ Automobile ▪ Domaines multiples
<p>2) Composites à matrice minérale :</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Béton ➤ Composite carbone carbone ➤ Composite céramique 	<ul style="list-style-type: none"> • Ciment/sable/granulats • Carbone/fibres de carbone • Céramique/fibres céramiques 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Génie civil ▪ Aviation, espace, sports, bio-médecine, etc ▪ Pièces thermo-mécaniques
<p>3) Composites à matrice métallique</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Aluminium/fibres de bore • Aluminium/fibres de carbone 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Espace
<p>4) Sandwiches</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Peaux ➤ Ames 	<ul style="list-style-type: none"> • Métaux, stratifiés, etc • Mousses, nids, d'abeilles, balsa, Plastiques renforcés, etc 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Domaines multiples

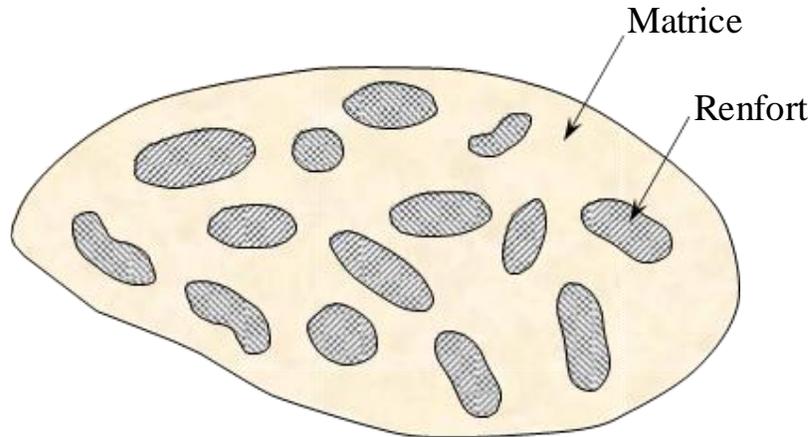


Figure I.1: Matériau composite.

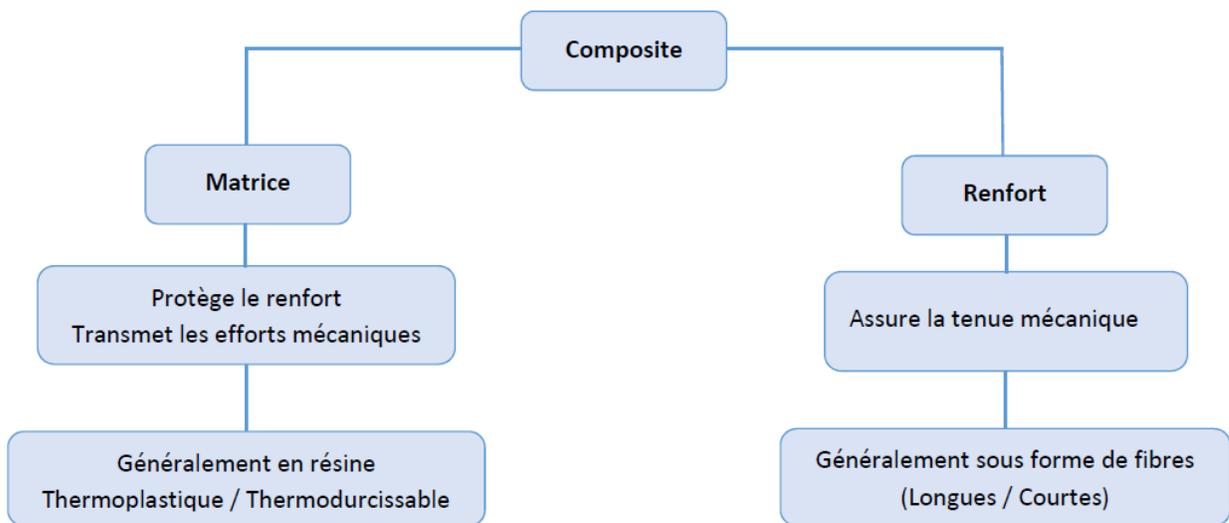


Figure I.2 Description d'un matériau composite

Table I.2 : Avantages et inconvénients des matériaux composites.

Avantages	Inconvénients
<p>Légèreté</p> <p>Grande possibilité de maniement</p> <p>Insensibilité à l'humidité, la chaleur et la corrosion</p> <p>Bonne tenue aux agressions chimiques et naturelles (UV)</p>	<p>Sensibilités aux impacts.</p> <p>Difficulté de réparation.</p>

Bonne tenue en fatigue Résistance et rigidité élevées Amortissement d'énergie	
---	--

Ainsi, pour accéder à la description d'un matériau composite, il sera nécessaire de spécifier :

- La nature des constituants et leurs propriétés,
- La géométrie du renfort, sa distribution,
- La nature de l'interface matrice-renfort.

I.2.3 Constituants de matériaux composites

I.2.3.1 La matrice

La matrice réunit les fibres par ses caractéristiques cohésive et adhésive. Elle maintient les fibres dans leur orientation et leur position prévues pour les charges appliquées. Ses autres rôles consistent à distribuer les efforts entre les fibres, fournir une résistance à la propagation de fissure, et fournir toutes les résistances en cisaillement du composite.

La matrice détermine en général la limite de la température d'utilisation et l'environnement de service du matériau.

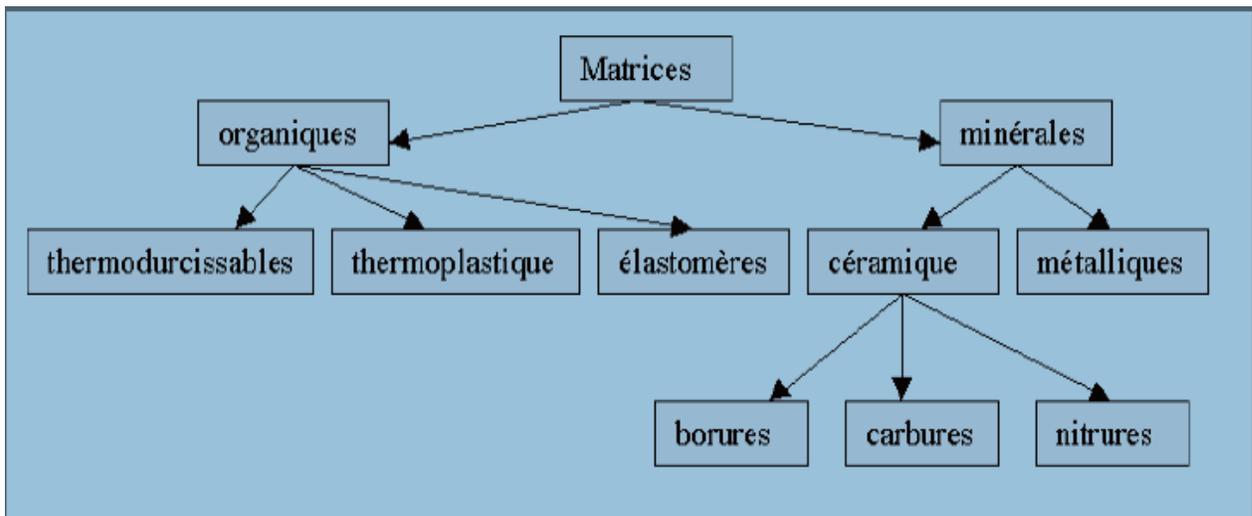


Figure I.3 : Différentes familles de matrice.

I.2.3.2 Les résines thermodurcissables

Les thermodurcissables, sont mis en forme par chauffage lors d'une transformation Irréversible.

Les principales résines thermodurcissables utilisées pour la mise en œuvre des matériaux composites sont par ordre décroissant en tonnage :

- Les résines polyesters insaturées, polyesters condensés, vinylesters.
- Les résines de condensation : phénoliques, aminoplastes, furaniques.
- Les résines époxydes.

I.2.3.3 La résine époxyde

C'est la plus utilisée dans l'aéronautique, elle présente un bon accrochage sur les fibres et de bonne propriété mécanique. Elle possède de bonnes propriétés jusqu'à une température de 170°C mais elle est plus coûteuse que la résine polyesters.

I.2.3.4 Constituants de la résine époxyde

I.2.3.4.1 Prépolymère

D'une façon générale, les prépolymères sont caractérisés par les facteurs suivants :

- n' : est le degré de polymérisation qui dépend du rapport molaire entre l'épichlorhydrine et le diphénylpropane (les deux produits pour la synthèse de monomère).

Suivant sa valeur, la molécule est plus ou moins longue, et la viscosité du produit est alors Modifiée :

- ✓ Si $0 < n' < 1$: le prépolymère est liquide ;
- ✓ Si $1 < n' < 1,5$: le prépolymère est très visqueux ;
- ✓ Si $n' > 1,5$: le prépolymère est sous forme solide.
- M_n (g/mol) représente la masse molaire du prépolymère : $M_n = 340 + 248n'$
- L'indice époxyde (IE) : est le nombre d'équivalents d'époxydes, c'est-à-dire de moles d'époxydes contenues dans un kilogramme de prépolymère (équivalent époxyde / kg de résine ou mol/kg), avec $IE = 2000/M_n$
- Le poids équivalent d'époxydes (EP) : c'est la quantité de résine en grammes contenant un équivalent d'époxyde.

I.2.3.4.2 Le durcisseur

Le durcisseur est un agent de réticulation qui, par réaction chimique avec les groupements époxydes, permet l'ouverture du cycle époxyde et réagit avec le prépolymère pour en relier les chaînes en un réseau tridimensionnel réticulé. Il peut être de nature chimique très variable (amine, anhydride...). Le choix d'un durcisseur est un compromis entre plusieurs caractéristiques:

- Viscosité du mélange réactif.
- Durée de vie en pot du mélange.
- Réactivité du système lors de la mise en œuvre.
- Propriétés finales : Tg, module, reprise d'eau, etc.

Les durcisseurs amines sont les plus couramment utilisés ; ces amines sont présentes dans des polyamines de plusieurs familles : aliphatiques, cycloaliphatiques ou aromatiques.

Les durcisseurs se distinguent par leurs fonctionnalités (nombre de groupements amines) et par la nature chimique des liens entre fonctions amines réactives.

I.2.3.5 Propriétés des résines époxydes

Il est possible de dresser une liste des principales propriétés des résines époxydes :

- La phase ultime qui permet d'obtenir la réticulation de la résine avec un durcisseur est comme nous l'avons dit, une réaction de polyaddition : d'où un retrait minime avec la possibilité d'obtenir par coulée des masses très importantes.
- la faible absorption d'eau et l'absence de post-retrait assurent à ces produits une exceptionnelle stabilité dimensionnelle, d'où leur emploi dans le domaine des outillages, notamment : modèles à reproduire, gabarits de perçage, maîtres modèles... .
- le maintien des performances électriques initiales, même après exposition à l'humidité, explique en partie leur emploi dans les applications électroniques et électriques (à moyenne et haute tension).
- Les performances mécaniques qui restent très bonnes jusqu'à 100 °C ou davantage expliquent aussi leur emploi dans beaucoup d'appareillages électriques.
- Le pouvoir adhésif sur l'ensemble des matériaux minéraux, et sur certaines matières plastiques (grâce à un traitement de surface approprié), rend compte de leur utilisation dans les stratifiés électriques ou mécaniques, dans les composites et dans de nombreux

assemblages obtenus par collage.

- Enfin, la résistance exceptionnelle aux divers agents chimiques, allée à l’adhérence sur de nombreux supports, explique pourquoi la protection anticorrosion est de loin le plus grand débouché des résines époxydes.

I.2.3.6 Caractéristiques mécaniques des résines époxydes

Tableau I.3: Caractéristiques mécaniques des résines époxydes.

Caractéristiques	Valeurs
Masse volumique	1100 à 1500 kg/m ³
Module d'élasticité en traction	3 à 5 GPa
Contrainte à la rupture en traction	60 à 80 MPa
Contrainte à la rupture en flexion	100 à 150 MPa
Allongement à la rupture	2 à 5 %
Résistance au cisaillement	30 à 50 MPa
Température de fléchissement sous charge	290°C

Les résistances en traction, en flexion, en compression, ainsi que le module d’Young sont très bonnes pour une matière organique. Mais la résistance au choc constitue le point faible.

I.2.3.7 Les avantages et les inconvénients

Tableau I.4 : Les avantages et les inconvénients des résines époxydes.

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Bonnes propriétés mécaniques (dont résistance au cisaillement, à la fatigue) <ul style="list-style-type: none"> ▪ Retrait faible. ▪ Tenue en T° supérieure aux PE ▪ Bonne tenue a basse température <ul style="list-style-type: none"> ▪ Résistance a la corrosion ▪ Adhésion sur les fibres et matériaux divers ▪ Résiste à l’abrasion (dureté de surface) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Temps de polymérisation et mise en oeuvre longs <ul style="list-style-type: none"> ▪ Prix élevé ▪ Allergies et dermatoses possibles selon sensibilité <ul style="list-style-type: none"> ▪ Dégazage utile ▪ Viscosité

I.2.4 Les résines thermoplastiques

À l'état initial, les résines thermoplastiques sont sous forme de granulés, de fibres courtes et longues. Ces résines présentent une aptitude, à l'état liquide, à se mouler facilement par plasticité. Leur mise en œuvre se fait en général par injection à haute pression.

Parmi les résines thermoplastiques, nous citons :

- Le polychlorure de vinyle (PVC).
- Le polyéthylène.
- Le polypropylène.
- Le polystyrène.

I.2.5 Les élastomères

La plupart des élastomères sont des polymères organiques, naturelle ou synthétique dont la structure particulière confère une importante élasticité (jusqu'à 500% d'allongement par rapport à la taille initial). Un élastomère est une matière amorphe et présentant une température de transition vitreuse (T_v) faible (souvent inférieure à $-40\text{ }^\circ\text{C}$).

A titre d'exemple, nous pouvons citer les élastomères suivants :

- Les silicones d'élastomères.
- Les polyuréthanes
- Le néoprène, le latex.

I.2.6 Les renforts

Un renfort présente des arrangements particuliers selon l'échelle d'observation. Si on l'examine d'abord à une échelle microscopique, on observe des fibres d'un diamètre de l'ordre de $10\mu\text{m}$ constituées de verre, de carbone ou d'aramide. En passant à l'échelle mésoscopique (ordre de grandeur de 1 mm), les fibres sont groupées par paquets de $1\ 000$ à $10\ 000$ pour former des torons ou mèches. Ce sont ces torons qui sont ensuite utilisés pour tisser les renforts. Ces différentes échelles sont illustrées à la Figure I.5.

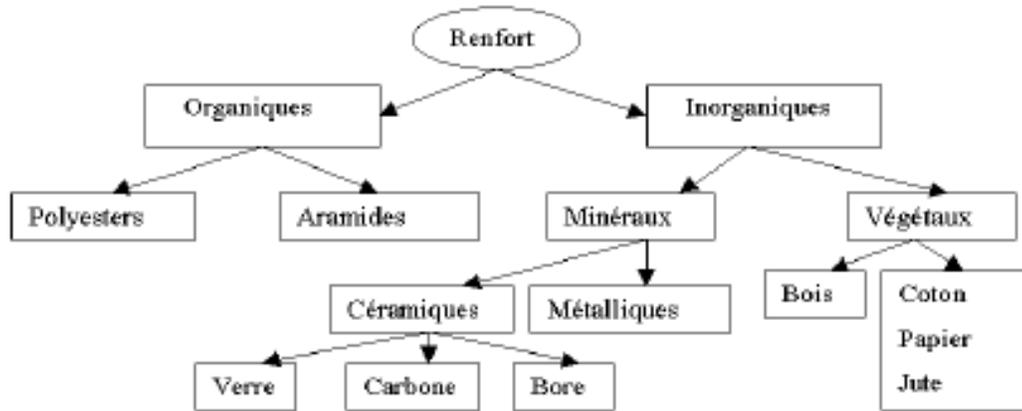


Figure I.4: Différentes familles du renfort.

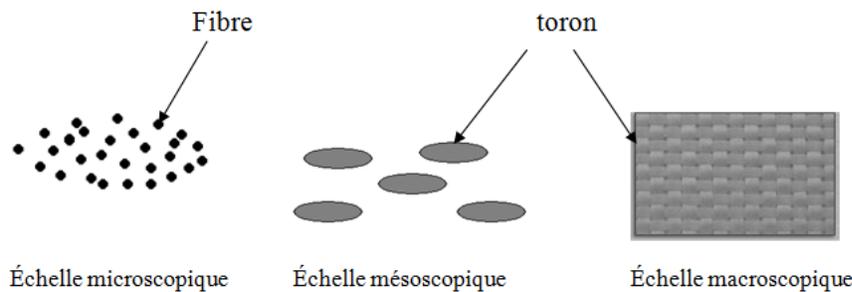


Figure I.5 : Différentes échelles présentes dans un renfort fibreux.

I.2.7 Architecture des renforts

Les structures composites sont anisotropes. La plupart des renforts travaillent bien en traction, mais offrent de moins bonnes performances en compression et cisaillement. Il est donc impératif de jouer sur la texture et la géométrie des renforts pour créer une architecture adaptée.

Il existe différentes géométries et textures de renforts :

I.2.7.1 Unidirectionnelle

Les fibres sont orientées dans une même direction ; elles sont parallèles et peuvent se présenter sous deux formes :

- Sans liaison particulière (roving).
- Reliées par un fil (nappes).

I.2.7.2 Multidirectionnelle aléatoire

Il est possible de fabriquer des composites avec des fibres disposées dans trois directions. Par construction tous les composites sont fortement anisotropes, puisque la rigidité et la résistance des fibres sont de l'ordre de 50 à 100 fois supérieures à celles des résines.

Elles peuvent se présenter sous les formes :

- Fibres coupées et broyées, sans arrangement particulier,
- Feutre de fibres agglomérées par un liant : le mat peut être à fibres courtes. (Longueur inférieure à 50 mm), sans orientation particulière ou à fibres continues.

I.2.7.3 □ Orientée

Le tissu comporte des fils de chaîne ou de trame (fibres bidirectionnelles) ; suivant le mode de croisement de la trame et de la chaîne, le tissu sera une toile, un sergé ou un satin.

On réalise également, pour des applications particulières (aérospatiale, défense), des armatures de renforcements bi-ou tridimensionnelles. On réalise aussi des plaques ou coques dont la raideur et la résistance varient avec la direction de la sollicitation.

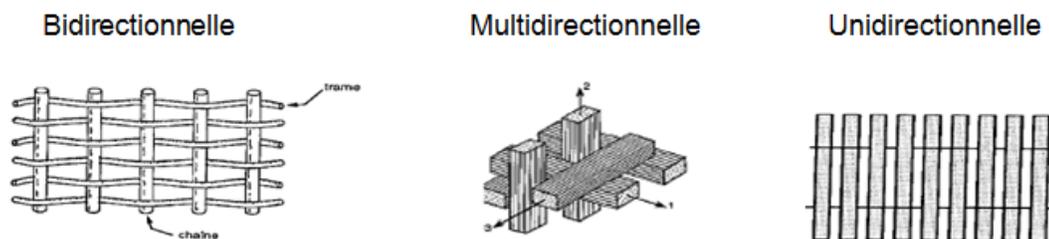


Figure I.6 : Principales orientations des fibres.

I.2.8 Les différentes fibres (renforts)

On peut distinguer cinq classes de fibres à savoir :

- 1) les fibres de carbone.
- 2) Les fibres de verre.
- 3) Les fibres d'aramide.
- 4) Les fibres céramiques.
- 5) Les fibres végétales.

I.2.9 Définition des fibres de verre

Les fibres de verre sont fabriquées à partir d'un mélange à base de silice (SiO_2), qui est fondu à une température 1200°C puis passé dans une filière en platine, et les filaments sont étirés avant refroidissement à un diamètre de 5 à $13\ \mu\text{m}$ à une vitesse de 60m/s. En faisant varier la composition du mélange (silice, kaolin, chaux...etc.), on peut obtenir différents types de verres montrés dans le tableau 1.5.

Tableau I.5 : Type de verre.

Principaux constituants (%)	Type de verre		
	E	D	R
Silice SiO_2	53-54	73-74	60
Alumine Al_2O_3	14-15		25
Chaux CaO - Magnésie MgO	20-24	0.5-0.6	9
Oxyde de bore B_2O_3	6-9	22-23	6

I.2.10 Définition des fibres de carbone

Les fibres de carbone sont produites à partir de précurseurs à base de polyacrylonitrile. Tout d'abord, on effectue l'oxydation des fibres de polyacrylonitrile pendant 1 à 2 heures, à l'air et à une température de 200 à 300°C . Puis, la carbonisation a lieu sous une atmosphère de diazote, à une température de $1\ 000$ à $1\ 500^\circ\text{C}$ pendant seulement quelques minutes.

Une fois ces étapes complétées, on obtient des fibres de carbone, un matériau composé à 90 % de carbone, environ 8 % d'azote, 1 % d'oxygène et moins de 1 % d'hydrogène. Il est aussi possible de faire une étape supplémentaire, celle de la graphitisation. Elle nécessite une température de $2\ 500$ à $3\ 000^\circ\text{C}$ pour une durée d'environ une minute.

Cette dernière étape sert à obtenir un matériau composé à 99 % de carbone, ce qui le rend considérablement plus rigide (constante qui relie la contrainte de traction (ou de compression) et le début de la déformation plus élevé), mais aussi moins résistant.

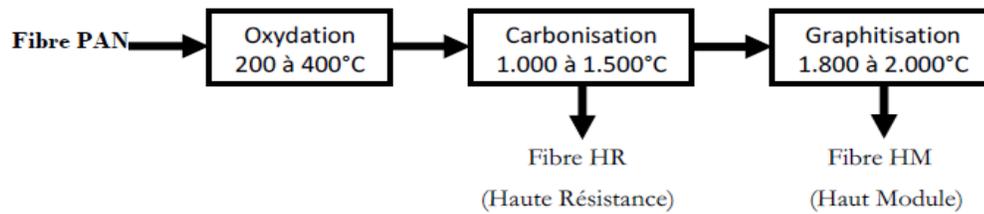


Figure I.7 : Voie classique de la production des fibres de carbone.

I.2.11 Classification des fibres de carbone

L'adaptation aux applications particulières des matériaux intégrant ce type de renfort a exigé le développement d'un grand nombre de type de fibres aux caractéristiques et propriétés diverses, et la nécessité d'une classification des fibres de carbone s'est imposée. Cependant il y a eu deux classifications :

- Le premier type de classification propose, base sur les conditions d'élaboration des fibres.
- Un second classement des fibres de carbone utilise comme critère le type de précurseur.

Et pour une classification normalisée, la communauté scientifique internationale (IUPAC) s'est accordée sur une classification basée sur les propriétés mécaniques des fibres.

I.2.12 Propriétés des fibres de carbone

Les fibres de carbone présentent un certain nombre d'avantages comme une faible densité, un module et une résistance élevés. Les fibres de carbone ont aussi une stabilité thermique (supérieure à 3000°C sans oxygène) et chimique ainsi qu'une grande conductivité thermique et une faible résistivité électrique. Néanmoins, quelques inconvénients sont à souligner. Par exemple, les fibres de carbone sont anisotropes et leur résistance à la compression est faible. Elles ont aussi tendance à s'oxyder à l'air à partir de 400°C.

I.2.12.1 Propriétés mécaniques

Les propriétés mécaniques des fibres de carbone et ce qu'elle apporte aux matériaux composites sont illustrées dans **Tableau I.6**.

Tableau I.6 : Propriétés mécaniques des différentes fibres de carbone

Types de fibres	Module élastique E_l (GPa)	Contrainte à rupture σ_R (MPa)
(HR)	$E_l < 265$	3500
Module intermédiaire(IM)	$265 < E_l < 320$	5600
Haut module (HM)	$320 < E_l < 440$	4400
Très haut module (THM)	$E_l > 440$	3900

I.2.12.2 Propriétés thermiques

Par nature, les fibres de carbone sont sensibles aux agents oxydants, mais la cinétique d'attaque dépend beaucoup de l'histoire thermique de la fibre, de sa composition chimique et de sa microstructure (les fibres graphitoses résistent mieux que les fibres carbonisées).

I.2.13 Les interfaces

Les composites étant des matériaux hétérogènes, ils possèdent des interfaces, c'est-à-dire des surfaces de contact entre la matrice et le renfort. Tant que le composite est intact, les deux constituants adhèrent parfaitement l'un à l'autre, et l'interface ne joue donc aucun rôle particulier.

Cependant, l'interface joue un rôle important lorsque le composite subit des dégradations mécaniques et commence à se fissurer suite à une surcharge, à la fatigue, etc. En effet, les interfaces ont la propriété de dévier les fissures : lorsqu'une fissure se propage dans la matrice et atteint l'interface (figure a de Figure I.8) elle ne traverse généralement pas cette dernière et les renforts ne sont donc pas endommagés. Au lieu de cela, la fissure change de direction et suit l'interface (figure b de Figure I.8).

En d'autres termes, au lieu d'une rupture brutale, on observe plutôt une décohésion, c'est à dire un décollement progressif entre les renforts et la matrice.

L'interface joue donc le rôle de fusible et rend les composites plus ductiles et plus tenaces, c'est-à-dire plus résistants à la rupture, que leurs constituants élémentaires.



Figure I.8: Le rôle de l'interface sur la ténacité des composites ; (a) lorsqu'une fissure atteint l'interface, (b) elle est déviée.

3. Structure du composite

Les structures des matériaux composites peuvent être classées en trois types :

- Les monocouches.
- Les stratifiées.
- Les sandwiches.

I.3.1 Les stratifiées

Un stratifié est constitué d'un empilement de monocouches ayant chacun une orientation propre par rapport à un référentiel commun aux couches et désigné comme le référentiel du stratifié.

Le choix de l'empilement et plus particulièrement des orientations permettra d'avoir des propriétés mécaniques spécifiques.

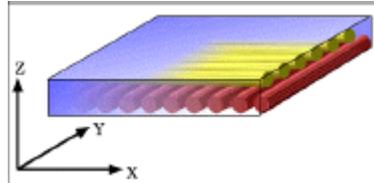


Figure I.9 : Composite stratifié.

I.3.2 Les poutres

I.3.2.1 Définition

On appelle poutre un solide engendré par une surface plane (Σ) qui peut être variable et dont le centre de gravité G décrit un segment $[AB]$, le plan de (Σ) restant perpendiculaire à cette courbe. Il faut également que la longueur AB soit grande devant les dimensions des sections transverses.

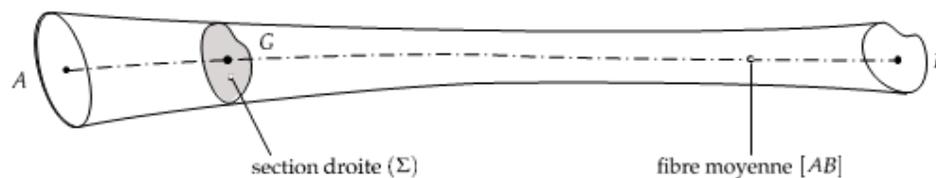


Figure I.10 Notion de poutre.

Une poutre est donc un volume dont une dimension est grande devant les deux autres. De manière analogue, une coque est un volume dont deux dimensions sont grandes devant la troisième.

I.3.2.2 Section droite, fibre moyenne :

(Σ) est appelée section droite, (AB) est la fibre moyenne de la poutre (ou ligne moyenne ou encore lieu des centres d'inertie des sections droites de la poutre).

I.3.2.3 Fibre neutre :

La ligne d'allongement nul en flexion pure est appelée fibre neutre (ou ligne neutre).

Sous l'hypothèse des petites déformations (voir Chapitre 2), la fibre neutre et la fibre moyenne sont confondues

I.3.3 Géométrie des poutres:

Cas usuels :

Si la fibre moyenne (AB) de la poutre est :

- Contenue dans un plan, on parle de poutre plane (ou poutre à plan moyen) ;
- Une droite, on parle de poutre droite ;
- Courbe, on parle de poutre gauche. La section droite (Σ) peut être :
- Constante le long de (AB), on parle alors de poutre à section constante ;
- Variable, on parle alors de poutre à section variable ; en pratique, l'intérêt d'une telle poutre est de s'adapter aux efforts qu'elle supporte et donc d'optimiser l'emplacement de la matière.

Dans la mesure où la complexité apportée par la tridimensionnalité est formelle plus que substantielle, les poutres étudiées en exemples ici sont planes. En outre, elles sont à sections constantes et généralement droites.

CHAPITRE II: Poutre courbe

II. CHAPITRE II: Poutre courbe

1. Introduction

Ce chapitre commence par la théorie sur les poutres courbes, dérivant la solution analytique pour les contraintes et la déformation des stratifiés de poutres courbes, et la formulation des éléments finis.



Figure II.1: Système de coordonnées de la poutre incurvée.

2. Solution analytique pour poutre courbe

II.2.1 Théorie de stratification classique des plaques pour poutres courbes

Dans cette section, la théorie de stratification classique des plaques est utilisée dans des poutres courbes minces pour dériver les déformations et les courbures du stratifié. Les déformations sont obtenues à partir des déformations et des courbures par les équations cinématiques.

Selon les équations cinématiques de la théorie de la flexion des coques cylindriques,

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{1}{R} \frac{\partial u_0}{\partial \theta} - \frac{z}{R(R+z)} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{w}{R+z}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$\gamma_{y\theta} = \frac{1}{R+z} \frac{\partial v_0}{\partial \theta} + \frac{R+z}{R} \frac{\partial u_0}{\partial y} - \left(\frac{z}{R} + \frac{z}{R+z} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial \theta} \tag{II. 1}$$

Une poutre incurvée est considérée comme mince lorsque le rapport h / R est inférieur à 0,1 et des termes d'ordre supérieur dans l'expansion binomiale du terme, c'est-à-dire que $(1 + \frac{z}{R})^{-1}$ peut être négligé.

En simplifiant davantage l'équation 1 et en négligeant les termes z^2 , nous obtenons :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\theta} &= \frac{1}{R} \frac{\partial u_0}{\partial \theta} - \frac{z}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{w(1-\frac{z}{R})}{R} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \gamma_{y\theta} &= \frac{(1-\frac{z}{R})}{R} \frac{\partial v_0}{\partial \theta} + (1+\frac{z}{R}) \frac{\partial u_0}{\partial y} - \frac{2z}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial \theta}\end{aligned}\tag{II.2}$$

Où ε_{θ} , ε_y et $\gamma_{y\theta}$ représentent respectivement la déformation tangentielle, la déformation latérale et la déformation de cisaillement et u , v et w représentent les déplacements dans la direction de la coque.

Les composantes de déformation sont exprimées comme la somme des déformations du plan médian et de la courbure du plan médian

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{\theta} \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{\theta y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{\theta}^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{\theta y}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_{\theta} \\ K_y \\ K_{\theta y} \end{Bmatrix}\tag{II.3}$$

Les déformations et courbures du plan médian sont données à partir de (3) par

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\theta}^0 &= \frac{1}{R} \frac{\partial u_0}{\partial \theta} + \frac{w}{R} \\ \varepsilon_y^0 &= \frac{\partial v_0}{\partial \theta} \\ \gamma_{\theta y}^0 &= \frac{1}{R} \left(\frac{\partial v_0}{\partial \theta} + \frac{\partial u_0}{\partial y} \right) \\ K_{\theta} &= -\frac{1}{R^2} \left(w + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \\ K_y &= -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ k_{\theta y} &= \frac{2}{R} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} - \frac{\gamma_{\theta y}^0}{2} - \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial \theta} \right)\end{aligned}\tag{II.4}$$

Les trois premiers termes de l'équation 4 représentent les déformations dans le plan médian et les trois derniers termes représentent les courbures.

Pour une approche simple, nous utilisons la théorie de stratification classique des plaques pour les poutres courbes dans notre travail.

Dans l'approche de la plaque laminée, un élément de plaque cylindrique composite infinitésimal d'une poutre incurvée est tourné dans une position parallèle à l'axe de référence (comme le montre la (Figure II.5). L'élément pivoté est ensuite translaté vers l'axe de référence. La rigidité de la poutre est intégrée par la rigidité de l'élément de l'extrémité de la poutre à l'autre extrémité.

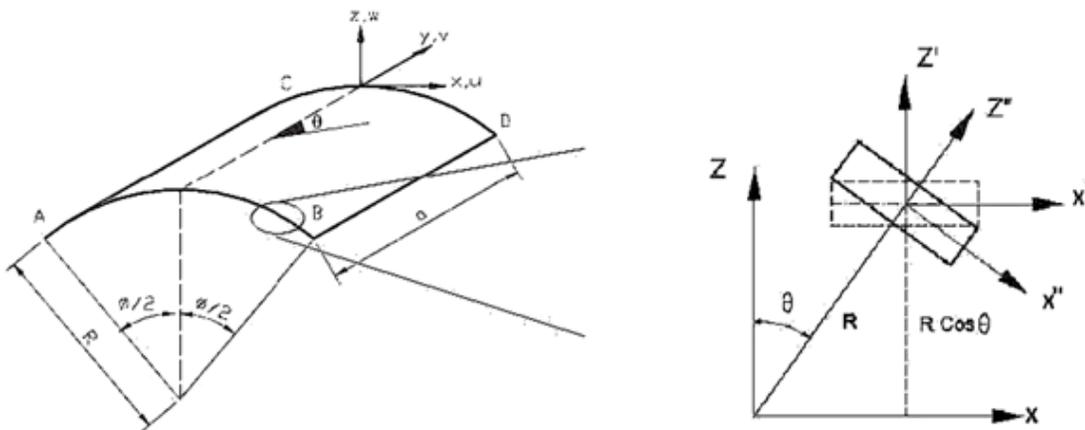


Figure II.2: Plaque tournée en angle θ .

II.2.2 Matrices de transformation

L'élément de coque est considéré comme tourné selon un angle θ par rapport à l'axe y et chaque pli est orienté selon un angle β par rapport à l'axe z. Par conséquent, il est essentiel de transformer les matrices du système de coordonnées local au système de coordonnées global pour obtenir les propriétés du matériau dans le système de coordonnées global. La transformation des matrices doit être effectuée pour les matrices de rigidité et les matrices de coefficient thermique d'expansion.

Pour la Transformation θ autour de l'axe y,

$$[T\sigma]_y = \begin{bmatrix} m^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix}$$

$$[T\varepsilon]_y = \begin{bmatrix} m^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad (\text{II. 5-6})$$

Pour la Transformation β autour de l'axe z,

$$[T\sigma]_z = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix}$$

$$[T\varepsilon]_z = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & mn \\ n^2 & m^2 & -mn \\ -2mn & 2mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II. 7})$$

Où : $m = \cos \theta$, $n = \sin \theta$

La matrice de rigidité est d'abord transformée autour de l'axe z puis autour de l'axe y.

$$[Q'] = [T_\sigma(-\beta)]_z [Q] [T_\varepsilon(\beta)]_z \quad (\text{II. 8})$$

Ensuite, la matrice Q 'est transformée autour de l'axe y comme suit.

$$[\bar{Q}]'' = [T_\sigma(-\theta)]_y [Q'] [T_\varepsilon(\theta)]_y \quad (\text{II. 9})$$

De même, les coefficients de dilatation thermique sont également transformés autour de l'axe z puis de l'axe y comme suit.

$$[\alpha'_{12}] = [T_\varepsilon(-\theta)]_z [\alpha_{12}]$$

$$[\alpha_{xy}] = [T_\varepsilon(-\theta)]_y [\alpha'_{12}] \quad (\text{II.10-11})$$

II.2.3 Équation constitutive

II.2.4

Considérant N_x'' , N_y'' , N_{xy}'' comme les charges mécaniques résultantes appliquées par unité de largeur et M_x'' , M_y'' , M_{xy}'' comme les moments résultants appliqués par unité de largeur agissant sur l'élément différentiel de tube composite ; les contraintes axiales, transversales et de cisaillement peuvent être associées aux composantes résultantes de la force et du moment par

$$N_x'' = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k-1}} \sigma_x dz \quad M_x'' = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k-1}} \sigma_x z'' dz$$

$$N''_y = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k-1}} \sigma_y dz \quad M''_y = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k-1}} \sigma_y z'' dz$$

$$N''_{xy} = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k-1}} \tau_{xy} dz \quad M''_{xy} = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k-1}} \tau_{xy} z'' dz \quad (\text{II. 12})$$

L'hypothèse nécessaire prise en ce qui concerne la géométrie du tube composite est l'existence d'une uni-courbure autour de la circonférence. La courbure est supposée absente le long du plan y car la portée du tube est considérablement plus grande que le rayon moyen du tube. De plus, les effets des contraintes de cisaillement transversales sont négligés car l'épaisseur de la paroi du stratifié est supposée faible.

La relation entre la contrainte mécanique et les déformations en termes de matrice de rigidité à double transformation peut être donnée comme

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \overline{Q}''_{11} & \overline{Q}''_{12} & \overline{Q}''_{16} \\ \overline{Q}''_{12} & \overline{Q}''_{22} & \overline{Q}''_{26} \\ \overline{Q}''_{16} & \overline{Q}''_{26} & \overline{Q}''_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^o_x \\ \varepsilon^o_y \\ \gamma^o_{XY} \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} K_X \\ K_Y \\ K_{XY} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{bmatrix}_k \Delta T \quad (\text{II. 13})$$

En incorporant la contrainte mécanique de l'équation 13 à l'équation 12, nous obtenons

$$\begin{bmatrix} N''_x \\ N''_y \\ N''_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^o_x \\ \varepsilon^o_y \\ \gamma^o_{XY} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_X \\ K_Y \\ K_{XY} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N^T_x \\ N^T_y \\ N^T_{xy} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M''_x \\ M''_y \\ M''_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^o_x \\ \varepsilon^o_y \\ \gamma^o_{XY} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_X \\ K_Y \\ K_{XY} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M^T_x \\ M^T_y \\ M^T_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II. 14-15})$$

L'équation 14 donne la résultante force-déformation et l'équation 15 donne le moment-déformation. En combinant 14 et 15, nous obtenons l'équation 16

$$\begin{bmatrix} N''_x \\ N''_y \\ N''_{xy} \\ M''_x \\ M''_y \\ M''_{xy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N^T_X \\ N^T_Y \\ N^T_{XY} \\ M^T_X \\ M^T_Y \\ M^T_{XY} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^o_X \\ \varepsilon^o_Y \\ \gamma^o_{XY} \\ K_X \\ K_Y \\ K_{XY} \end{bmatrix} \quad (\text{II. 16})$$

Dans notre analyse, nous n'avons que les forces et moments thermiques, et pas de forces ou moments mécaniques. On peut donc supprimer les termes N'' et M'' . Par conséquent, l'équation 16 devient

$$\begin{bmatrix} N^T_X \\ N^T_Y \\ N^T_{XY} \\ M^T_X \\ M^T_Y \\ M^T_{XY} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^o_X \\ \varepsilon^o_Y \\ \gamma^o_{XY} \\ K_X \\ K_Y \\ K_{XY} \end{bmatrix} \quad (\text{II. 17})$$

L'équation 17 donne l'équation constitutive de l'élément de poutre courbe selon CLPT.

Où les termes sont indiqués ci-dessous en 18,

$$\begin{aligned} [A] &= \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k-1}} [\overline{Q''_{xy}}]_k dz = \sum_{k=1}^n [\overline{Q''_{xy}}]_k (z_k - z_{k-1}) \\ [B] &= \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k-1}} [\overline{Q''_{xy}}]_k z dz = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [\overline{Q''_{xy}}]_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\ [D] &= \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k-1}} [\overline{Q''_{xy}}]_k z^2 dz = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [\overline{Q''_{xy}}]_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \\ [N^T] &= \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k-1}} [\overline{Q''_{xy}}]_k * [\alpha_{xy}]_k * \Delta T dz = \sum_{k=1}^n [\overline{Q''_{xy}}]_k * [\alpha_{xy}]_k * \Delta T (z_k - z_{k-1}) \\ [M^T] &= \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k-1}} [\overline{Q''_{xy}}]_k * [\alpha_{xy}]_k * \Delta T * z dz = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [\overline{Q''_{xy}}]_k * [\alpha_{xy}]_k * \Delta T (z_k - z_{k-1}) \end{aligned} \quad (\text{II. 18})$$

II.2.5 Équation constitutive de l'élément de poutre courbe dans le système global

Pour transformer les matrices de rigidité des éléments et les termes force, moment en système de coordonnées global, deux étapes sont suivies. Premièrement, les termes sont implémentés dans le théorème des axes parallèles et ensuite ils sont intégrés sur toute la circonférence du tube pour l'élément infinitésimal.

Par conséquent, par le théorème des axes parallèles, les matrices de rigidité sont

$$\begin{aligned} [A] &= [A] \\ [B] &= [B] + R_m * \cos \theta * [A] \\ [D] &= [D] + 2 * R_m * \cos \theta * [B] + (R_m * \cos \theta)^2 * [A] \end{aligned} \tag{II. 19}$$

Par le théorème des axes parallèles, les matrices de force sont :

$$\begin{aligned} [N^T] &= [N^T] \\ [M^T] &= [M^T] + R_m * \cos \theta * [N^T] \end{aligned} \tag{II. 20}$$

Ensuite, en intégrant les éléments sur toute la circonférence, on obtient :

$$\begin{aligned} [\bar{A}] &= \int_{\alpha}^{-\alpha} [A] * R_m * d\theta & [\bar{N}^T] &= \int_{\alpha}^{-\alpha} [N^T] * R_m * d\theta \\ [\bar{B}] &= \int_{\alpha}^{-\alpha} [B] * R_m * d\theta & [\bar{M}^T] &= \int_{\alpha}^{-\alpha} [M^T] * R_m * d\theta \\ [\bar{D}] &= \int_{\alpha}^{-\alpha} [D] * R_m * d\theta \end{aligned} \tag{II. 21-22}$$

En substituant les termes de rigidité globale et de force dans l'équation 17, nous obtenons l'équation constitutive globale. Les déformations et les termes de courbure du plan médian sont obtenues à partir de celle-ci, et les composants de déformation, la déformation et la contrainte dans le plan peuvent être calculés :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon''_o \\ k''_o \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{a} & \bar{b} \\ \bar{b}^T & \bar{d} \end{bmatrix}_{6*6} * \begin{Bmatrix} \bar{N} \\ \bar{M} \end{Bmatrix}_{6*1} \tag{II. 23}$$

Où \bar{a} , \bar{b} and \bar{d} sont les matrices de compliance globale liées à un tube composite cylindrique à paroi mince, obtenues par inversion directe des matrices de rigidité globale $6 * 6$

II.2.6 Calcul des contraintes dans le plan

La déformation totale de chaque pli est obtenue en utilisant la déformation et la courbure dans le plan médian, multipliées par la coordonnée du pli. Ensuite, la déformation mécanique est obtenue en soustrayant la déformation thermique de la déformation totale de chaque pli. Enfin, la contrainte de pli peut être obtenue à partir du produit de la matrice de rigidité de ce pli et de la déformation mécanique. La contrainte du pli est exprimée comme ci-dessous

$$\begin{aligned} \left[\varepsilon_{x-y}^{Total} \right]_k &= \left[\varepsilon^0 \right] + (R + z') \cdot \cos \theta \cdot [k] \\ \left[\varepsilon_{x-y}^M \right]_k &= \left[\varepsilon_{x-y}^{Total} \right]_k - \left[\alpha_{x-y} \right]_k \cdot \Delta T \\ \left[\alpha_{x-y} \right]_k &= \left[Q \right]_k \cdot \left[\varepsilon_{x-y}^M \right]_k \end{aligned} \tag{II. 24}$$

II.2.7 Formulation des éléments finis

Les déformations membranaires et la courbure de l'élément de coque dans le système cartésien local sont obtenues à partir de l'équ (7) comme :

$$\{ \varepsilon \} = [H] \{ q_a \} \tag{II. 25}$$

Où

$$\{ \varepsilon \}^T = \{ \varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \gamma_{zz}, K_{xx}, K_{yy}, K_{zz} \} = \{ \varepsilon, K \}$$

Et

[H] = matrice de déformation

Pour la formulation de l'équation gouvernante, on utilise le principe de l'énergie potentielle minimale, qui s'exprime comme suit pour un cas général :

$$\pi = \sum^m \int \left[\frac{1}{2} \varepsilon \sigma - \varepsilon \sigma_0 \right] dV \tag{II.26}$$

Où

ε = déformations. σ = contraintes. σ_0 = contraintes initiales, V = volume et m = nombre d'éléments. L'équation (9) peut être spécialisée pour un élément de coque stratifié comme suit :

$$\pi = \sum^m \int_A \left[\frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ K \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ K \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} N^T \\ M^T \end{Bmatrix} \right] dA \tag{II. 27}$$

Où

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N''_x \\ N''_y \\ N''_{xy} \\ M''_x \\ M''_y \\ M''_{xy} \end{bmatrix} = \text{contraintes et moments résultants}$$

$$\begin{bmatrix} N^T \\ M^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N^T_x \\ N^T_y \\ N^T_{xy} \\ M^T_x \\ M^T_y \\ M^T_{xy} \end{bmatrix} = \text{contraintes thermiques et moments résultants}$$

Et A = aire élémentaire.

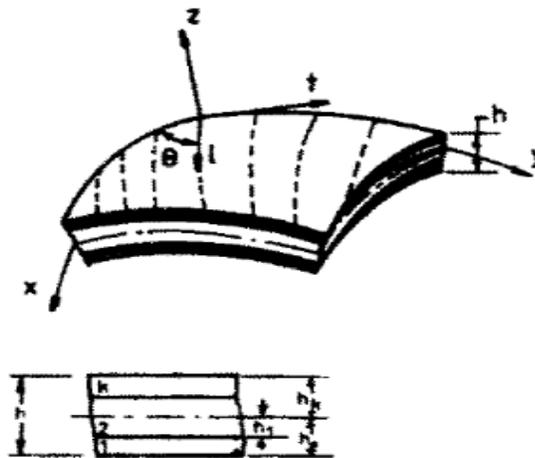


Figure II.3: Construction stratifiée d'un élément de coque.

La relation constitutive du stratifié est exprimée comme (Figure II.6)

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ii} & B_{ii} \\ B_{ij} & D_{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ K \end{Bmatrix} \quad (\text{II. 28})$$

Où

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{n-1}}^{h_n} [Q_{ij}]^{(k)} (l, z, z^2) dz$$

Dans laquelle $[Q_{ij}]^{(k)}$ est la matrice de propriétés généralement orthotrope de la k ème couche.

$$(N_{ii}^T, M_{ii}^T) = \sum_{k=1}^n \int_{n_{k-1}}^{n_k} [Q_{ij}]^{(k)} \times \{x\} T(1, z) dz \quad (\text{II. 29})$$

Où

T = élévation de température, qui sera une fonction de (x, y, z)

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} x_{xx} \\ x_{yy} \\ x_{zz} \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} x_x \\ x_y \\ 0 \end{Bmatrix}$$

RI = matrice de transformation des coordonnées du matériau

l, t = directions matérielles principales.

En substituant les équations (8), (11) et f (12) dans l'eqn (10) et en effectuant les variations par rapport aux degrés de liberté nodaux (qa) et égalant à zéro, on a

$$\sum^m \int \left[[H]^T \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} [H] \{q_0\} - [H]^T \begin{Bmatrix} N^T \\ M^T \end{Bmatrix} \right] dA = 0 \quad (\text{II.30})$$

L'équation se réduit à

$$[k] \{q_a\} = \{f\} \quad (\text{II. 31})$$

Où

$$[K] = \int_A [H]^T \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} [H] dA$$

$[K]$ = matrice de rigidité des éléments

$$\{f\} = \int_A [H]^T \begin{Bmatrix} N^T \\ M^T \end{Bmatrix} dA$$

$\{f\}$ = vecteur de charge thermique cohérent

En utilisant la formulation ci-dessus, qui peut gérer les variations de température à la fois sur la surface et à travers l'épaisseur. De plus, il peut prendre en charge les variations des propriétés du matériau en fonction de la température.

CHAPITRE III : Résultats et discussions

III. Résultats et discussions

1. Introduction

Le chapitre qui suit sera une simulation numérique d'une poutre en composite carbone-époxy avec un nombre de plis différent (6,9) comme le montre les **figure III.2 et la figure III.10**, et on va varier l'orientation des fibres dans chaque pli à un ordre symétrique comme le montre les **figures III.1 et Figure III.9**, puis on va mettre deux appuis (une fixation) sur les deux extrémités et essayer d'influencer une température (0, 25, 50, 100)°C autour de l'axe Y et l'axe Z, par un logiciel conçu spécialement pour étudier le comportement mécanique de toute structure. Puis, on va démarrer une nouvelle simulation sur une poutre d'Aluminium dans les mêmes conditions initiales et les mêmes conditions aux limites. La simulation permet d'une part de comprendre les phénomènes internes en accédant aux mécanismes internes qui les régissent et d'autre part d'appliquer les connaissances des structures dans des nouvelles configurations. La simulation est un outil qui non seulement remplace des expériences qui seraient lentes et fatigantes au banc d'essai mais encore élargit le champ d'action du constructeur en découplant des variables qui sont indissolublement liées dans les structures.

2. Modélisation par ANSYS

ANSYS, est l'un des plus grands développeurs et fournisseur de logiciels de simulation numérique au monde. Ses produits majeurs sont des logiciels qui mettent en œuvre la méthode des éléments finis, afin de résoudre des modèles discrétisés.

Ce produit permet d'effectuer des simulations mécaniques. Ses principales capacités sont :

1. l'analyse statique.
2. l'analyse modale.
3. l'analyse harmonique (réponse forcée).
4. l'analyse temporelle ou transitoire.
5. la gestion de différentes situations non linéaires (contacts, plasticité des matériaux, grands déplacements ou grandes déformations).
6. simulations en matière de mécanique des fluides.
7. permet de résoudre des modélisations mettant en jeu des phénomènes électromagnétiques.

Implémentation d'un problème en 5 étapes :

- Analyse du problème : modèles physiques, géométrie, conditions aux limites, propriétés physiques, ...
- Création de la géométrie avec un modeleur.
- Création du maillage avec un mailleur.
- Définition des données du problème (physiques, CL, propriétés physiques, schémas numériques...) et résolution avec le solveur.
- Exploitation des résultats.

3. Donnés à intégrés

Nous allons étudier l’effet thermique en variant les valeurs de température et l’humidité. Les propriétés matérielles des constituants du composite utilisés sont données dans les tableaux III.1, III.2, III.3:

Tableau III.1 Propriétés matérielles des constituants utilisés.

Matériau	E (GPa)	ν
Fibre de Carbone	380	0.33
Fibre de Verre	86	0.22
Fibre d’aramide	135	0.37
Matrice époxy	3.45	0.3

Tableau III.2 Propriétés élastiques du composite à fibre de carbone sous conditions thermiques.

ΔT (°C)	ΔC (%)	E_m (MPa)	ν_m
0	0	3435	0.3
25	25	3324.5	0.3
50	50	3214	0.3
75	75	3103.5	0.3
100	100	2993	0.3

Tableau III.3 Propriétés élastiques du composite à fibre de carbone sous conditions thermiques.

ΔT (°C)	Δ (%)	E_{11} (MPa)	E_{22} (MPa)	ν_{12}	G_{12} (MPa)	G_{23} (MPa)
0	0	154061	7454	0.312	3029	2659
25	25	153994	7218	0.312	2933	2574
50	50	153928	6981	0.312	2837	2489
75	75	153862	6744	0.312	2741	2405
100	100	153795	6508	0.312	2645	2320

$E_{33} = E_{22}, \nu_{13} = \nu_{12}, G_{13} = G_{12}$

4. Résultats de la simulation sur une poutre avec 06 couches



Figure III.1 Les couches utilisées dans le 1^{er} avec leurs orientations.

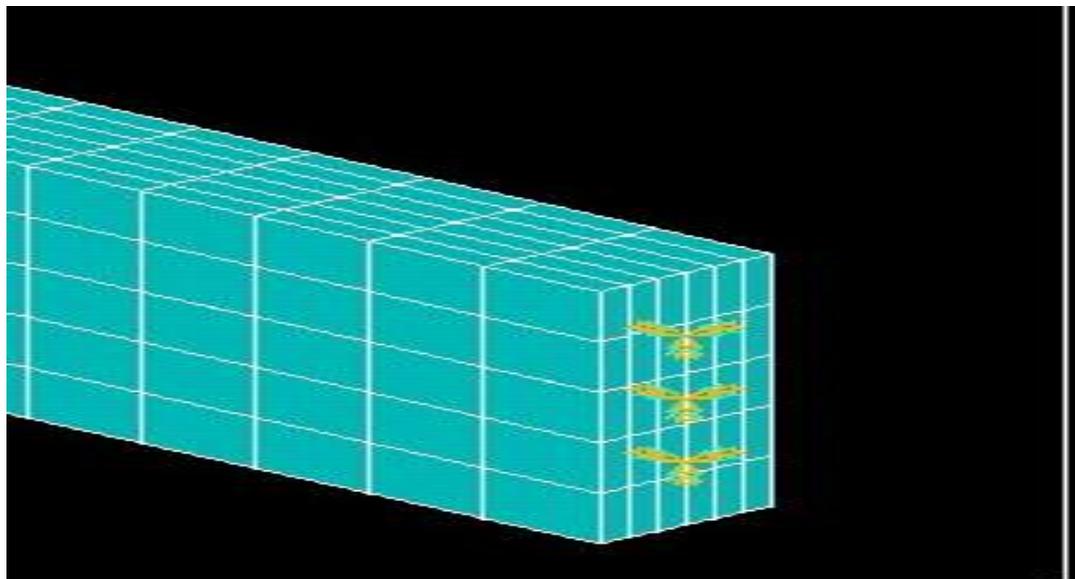


Figure III.2 vu de près de la fixation de La poutre sur un seul borne.

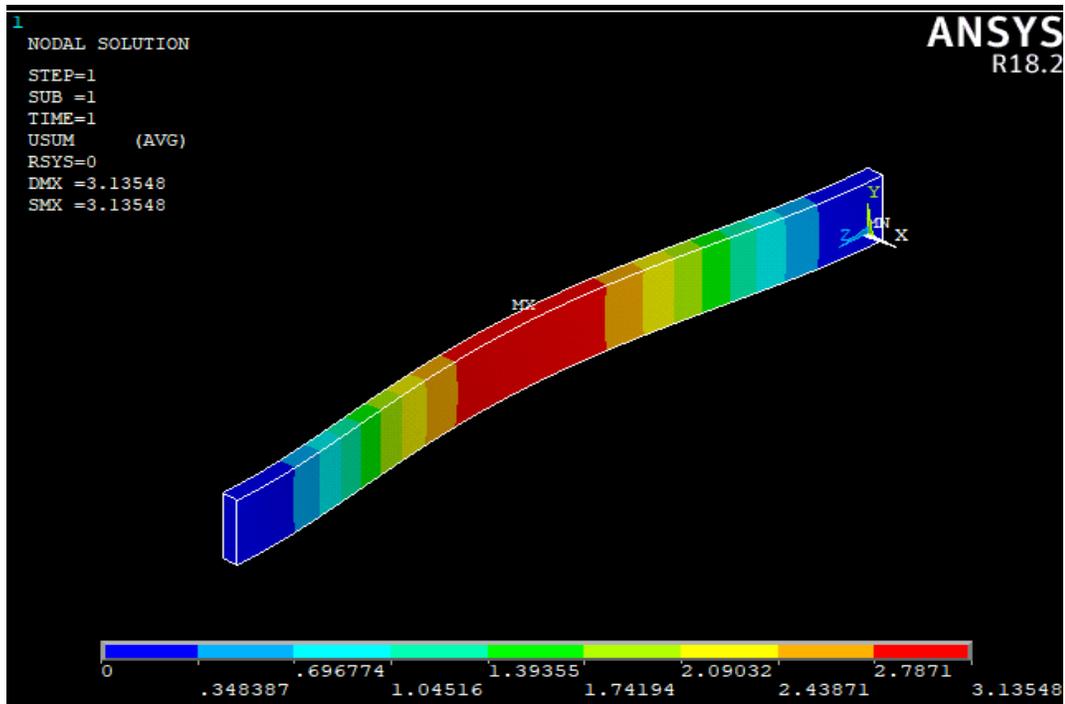


Figure III.3 La deformation sur la pouter a une temperature de 0°C.

On observe la que la température ambiante influence sur les matériaux composites, et ceci qui nous a données la flèche sur notre poutre.

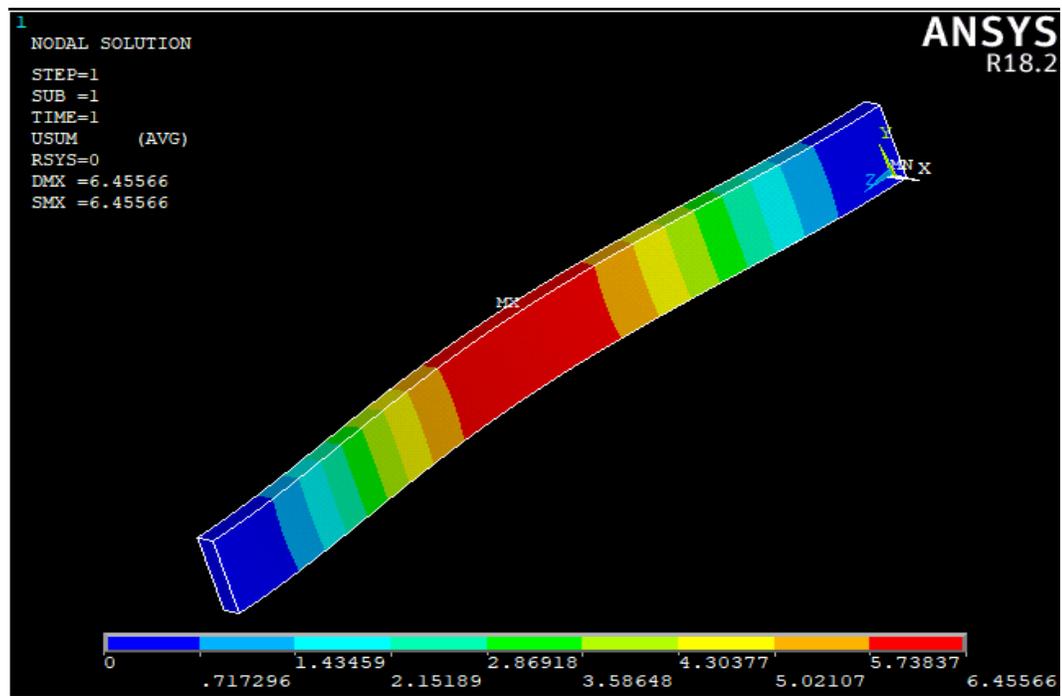


Figure III.4 La deformation sur la pouter a une temperature de 25°C.

On observe que notre poutre après l'exercice d'une température de 25°C a déformé a une maniere plus que la 1er poutre a 0°C.

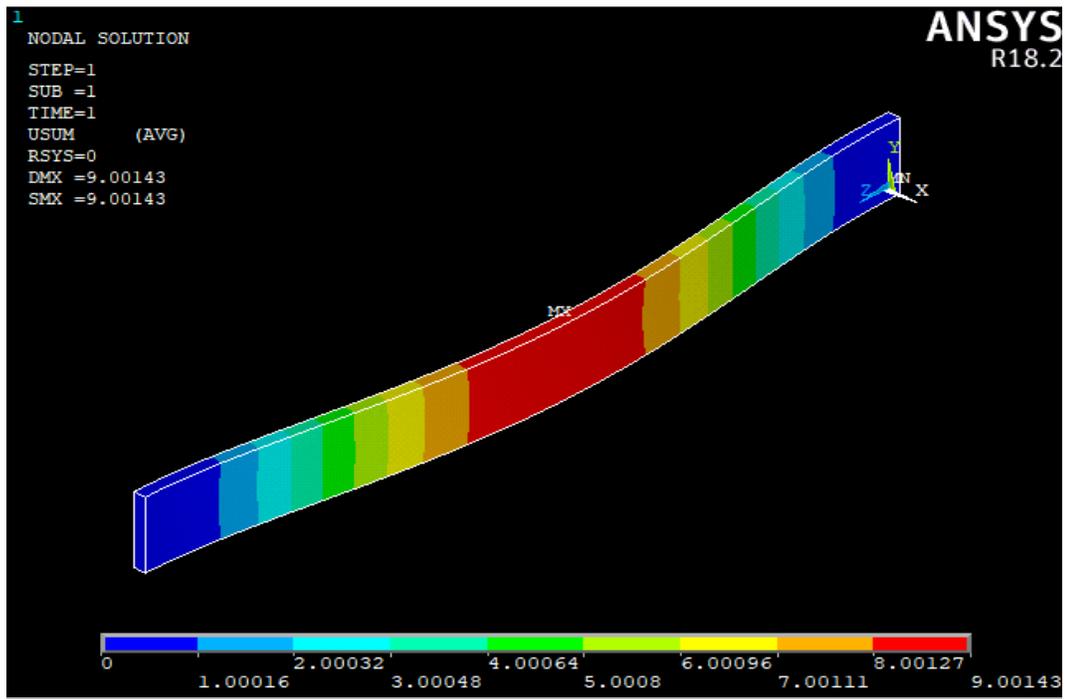


Figure III.5 La deformation sur la pouter a une temperature de 50 °C.

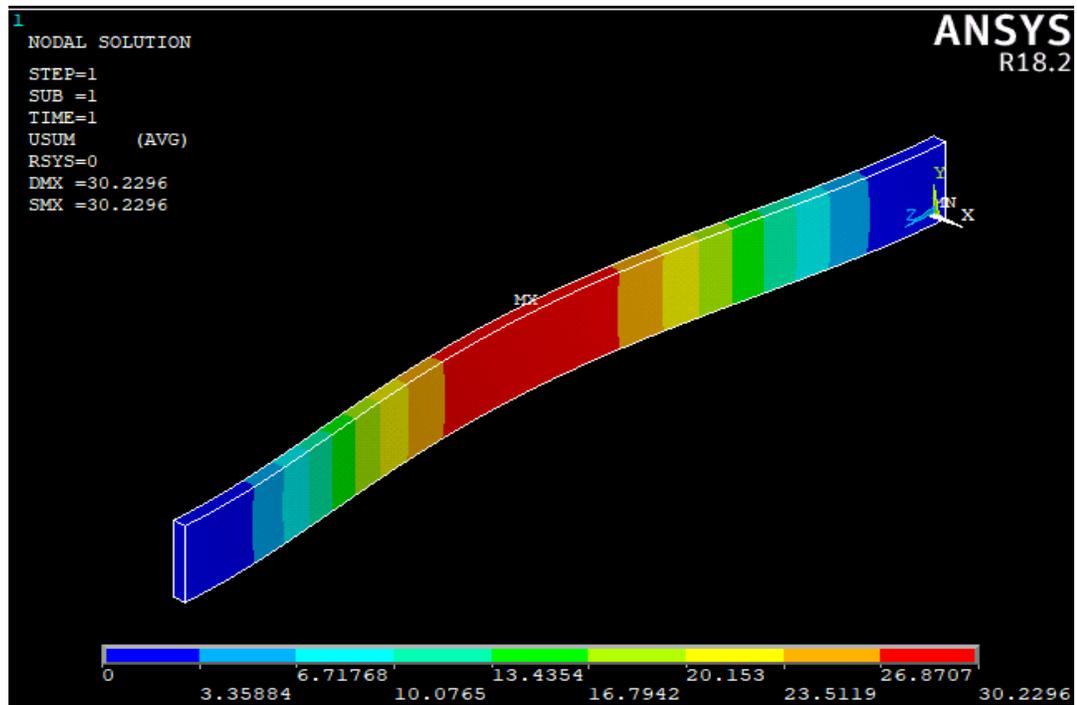


Figure III.6 La deformation sur la pouter a une temperature de 100 °C.

On voit que la déformations de notre composite a une température de 50°C et plus que celle de la température de 25°C, et que la déformation du composite a une température de 100°C et importante que celle précédente.

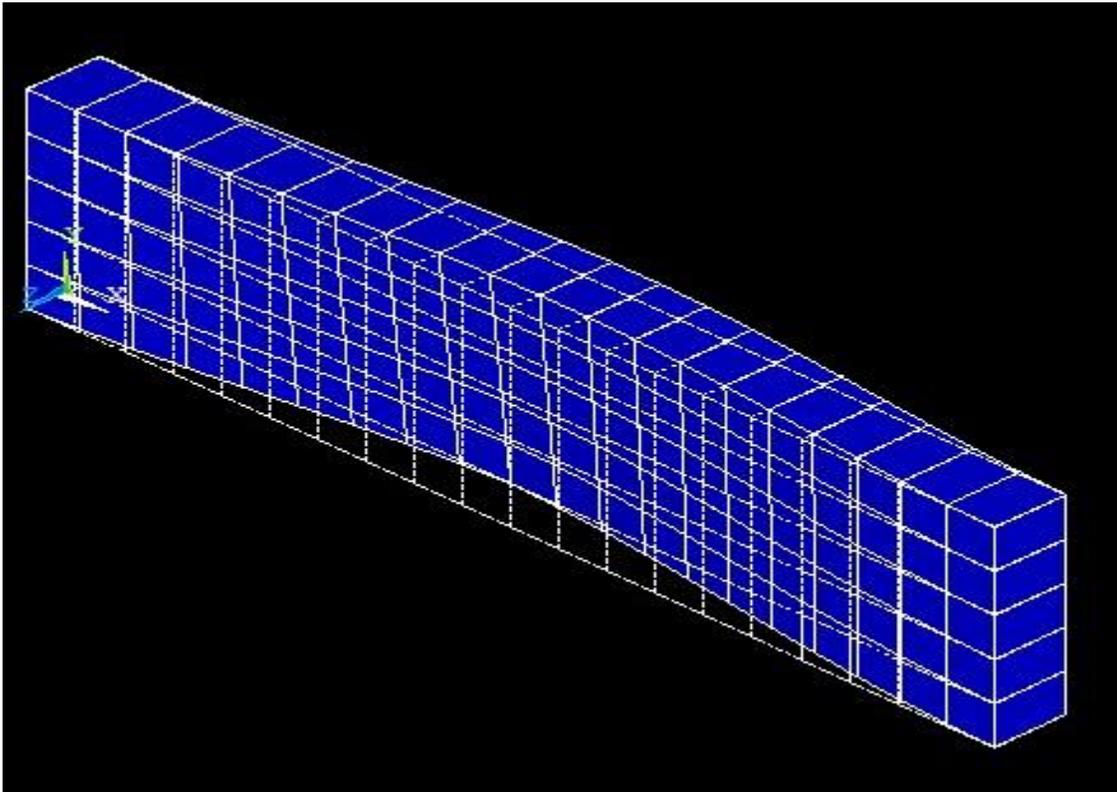


Figure III.7 Le déplacement sur la poutre a une manière générale.

Tableau III.4 le déplacement de la poutre a des températures différentes.

Température (°C)	Déformation (déplacement) (mm)
0	3.13548
25	6.45546
50	9.00143
100	30.22960

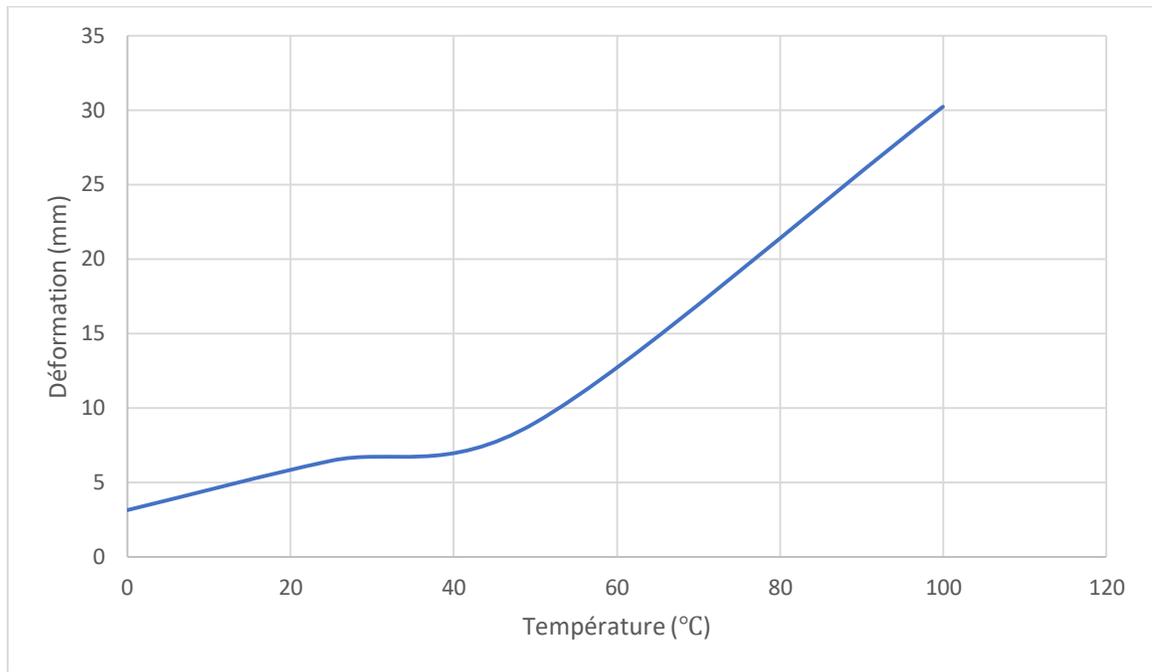


Figure III.8 La déformation en fonction de la température.

On voit que la déformation de notre poutre a augmenté une fois qu'on augmente la température, qui s'exprime que la poutre a été affecté par l'effet de la température.

5. Résultats de la simulation sur une poutre de 09 couches

Dans la 2^{ème} partie d'étude on va faire une simulation sur 09 couches à un ordre symétrique (0.45.-45.90.0.90.-45.45.0).

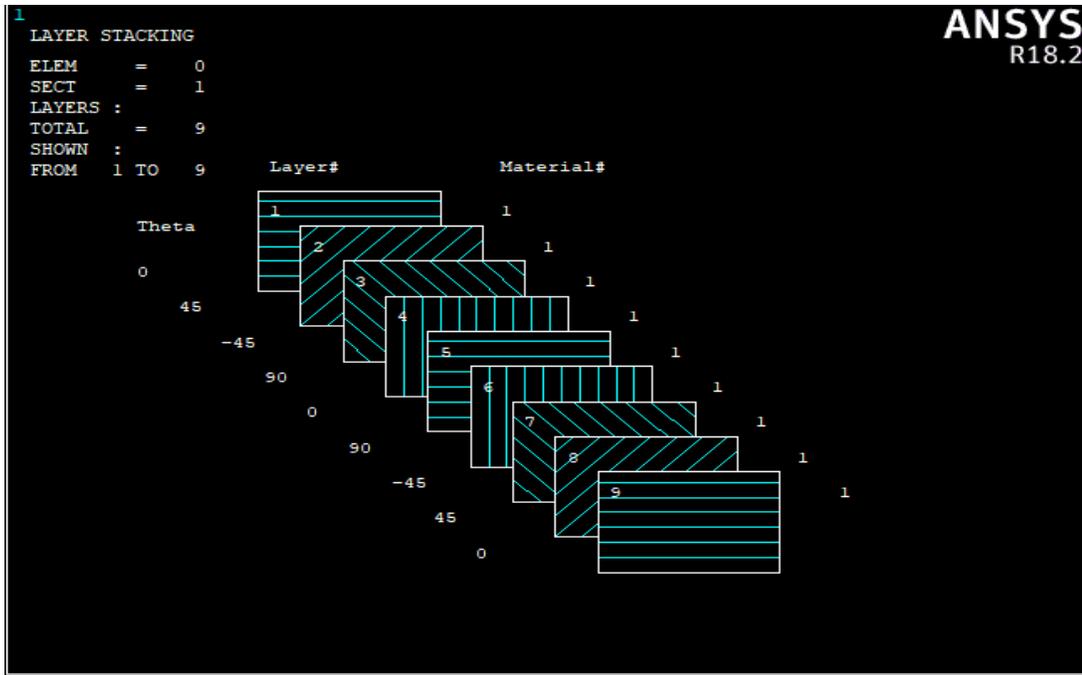


Figure III.9 Les couches utilisées avec leurs orientations (09plis).

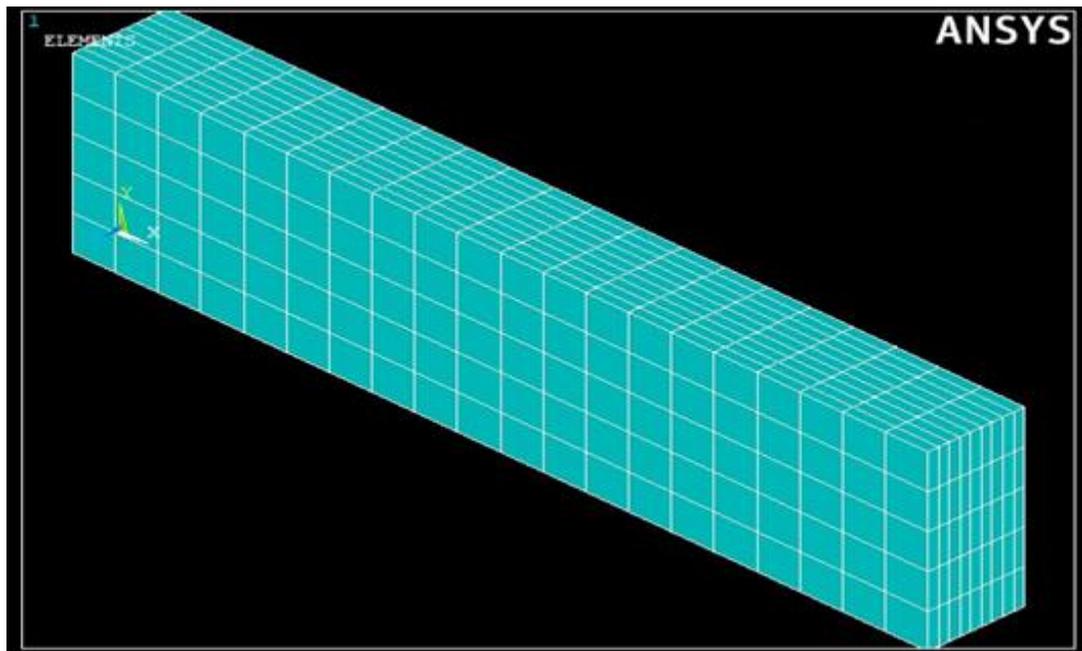


Figure III.10 La poutre méchée, a 09 plis.

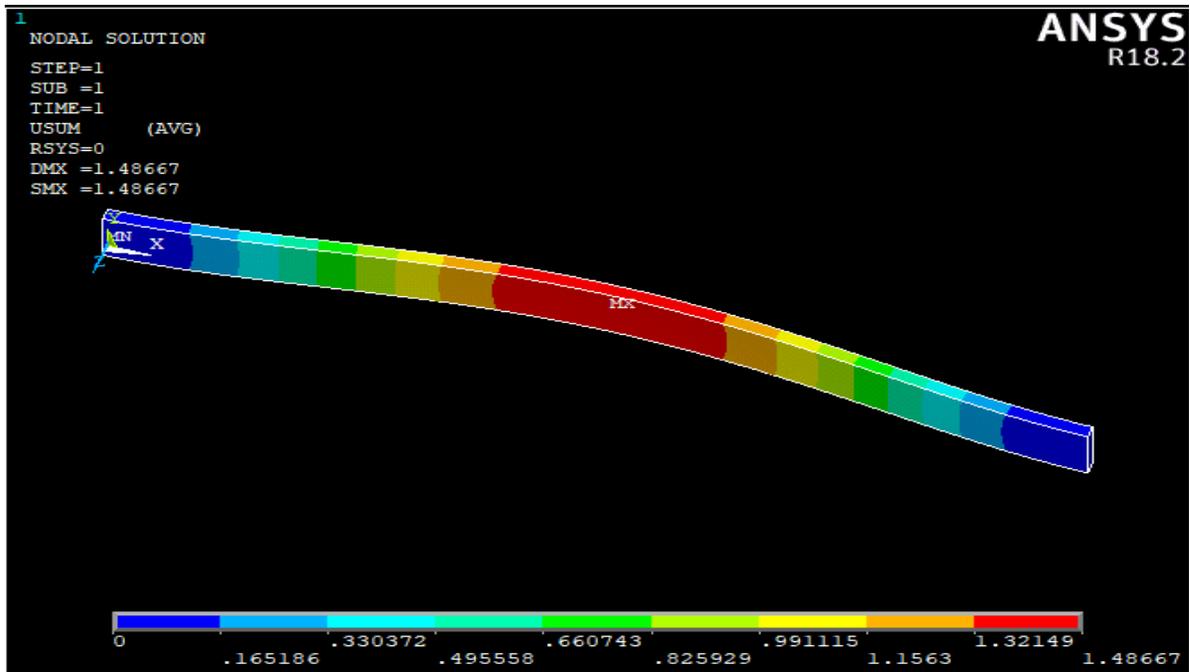


Figure III.11 L'état de déformation a 0°C.

Comme on a dit dans la 1^{er} partie d'étude, les structures en composite influe a la température environnemental (puis qu'on a eu une petite déformations sur la poutre dans la température de 0°C.)

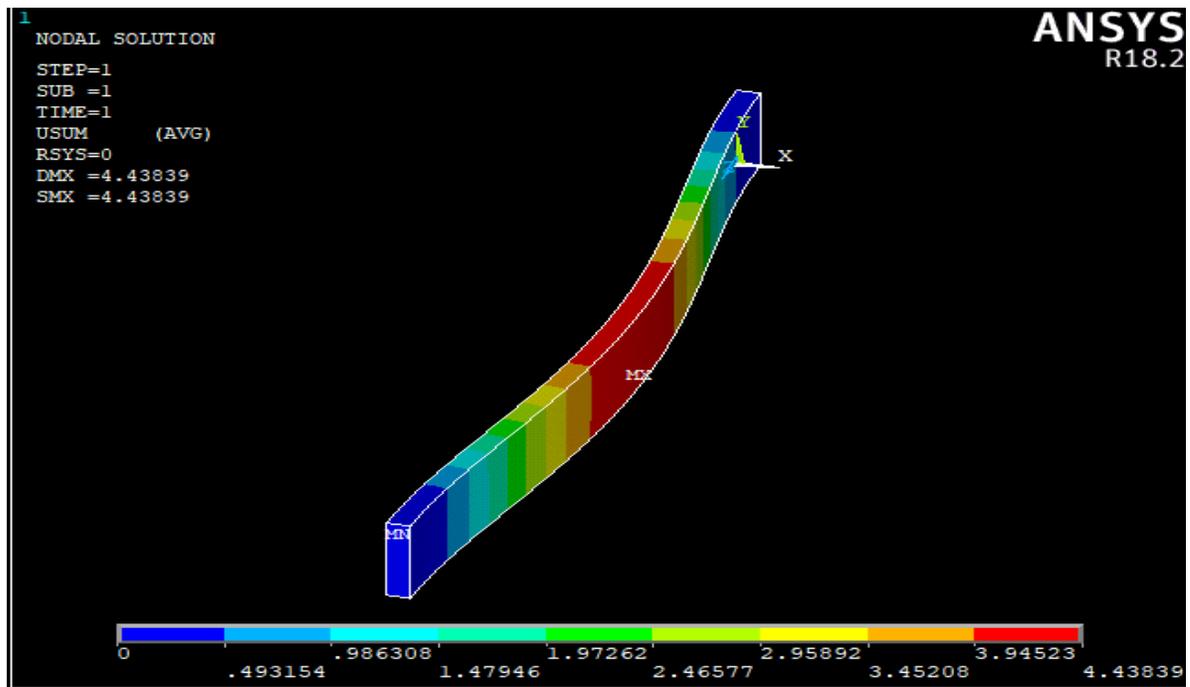


Figure III.12 L'état de déformation a 25 °C.

La valeur du flèche a une température de 25°C augmente par rapport au celle de 0°C.

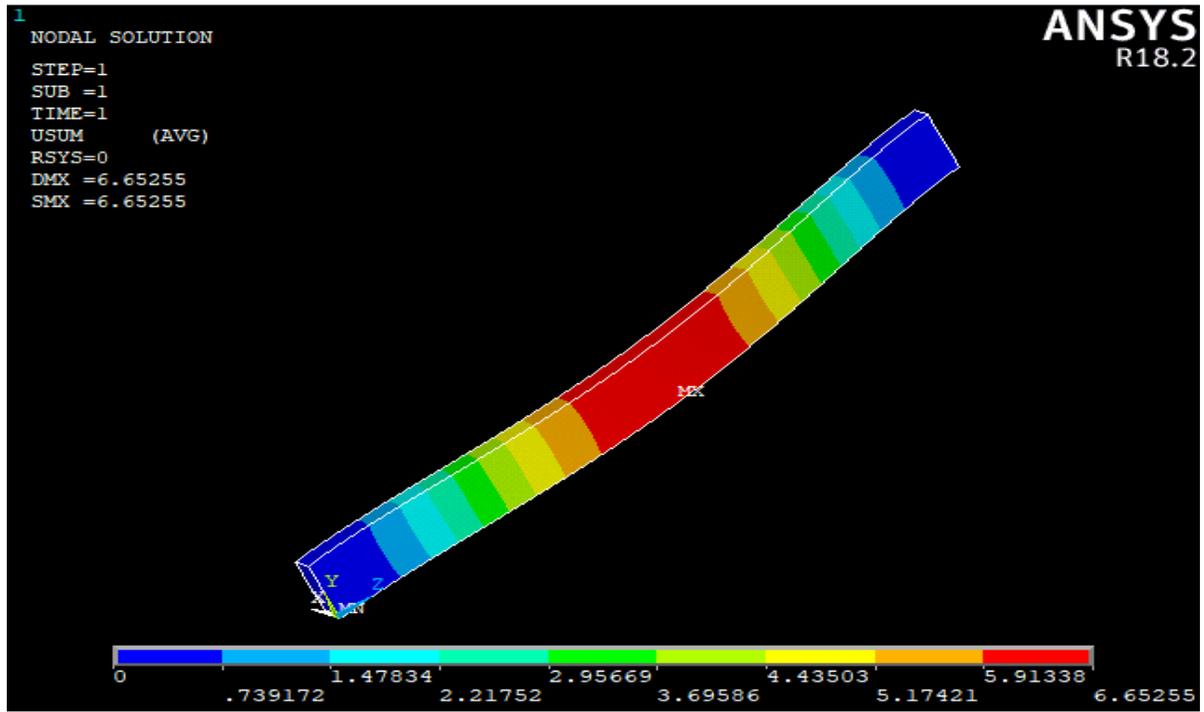


Figure III.13 L'état de déformation a 50 °C.

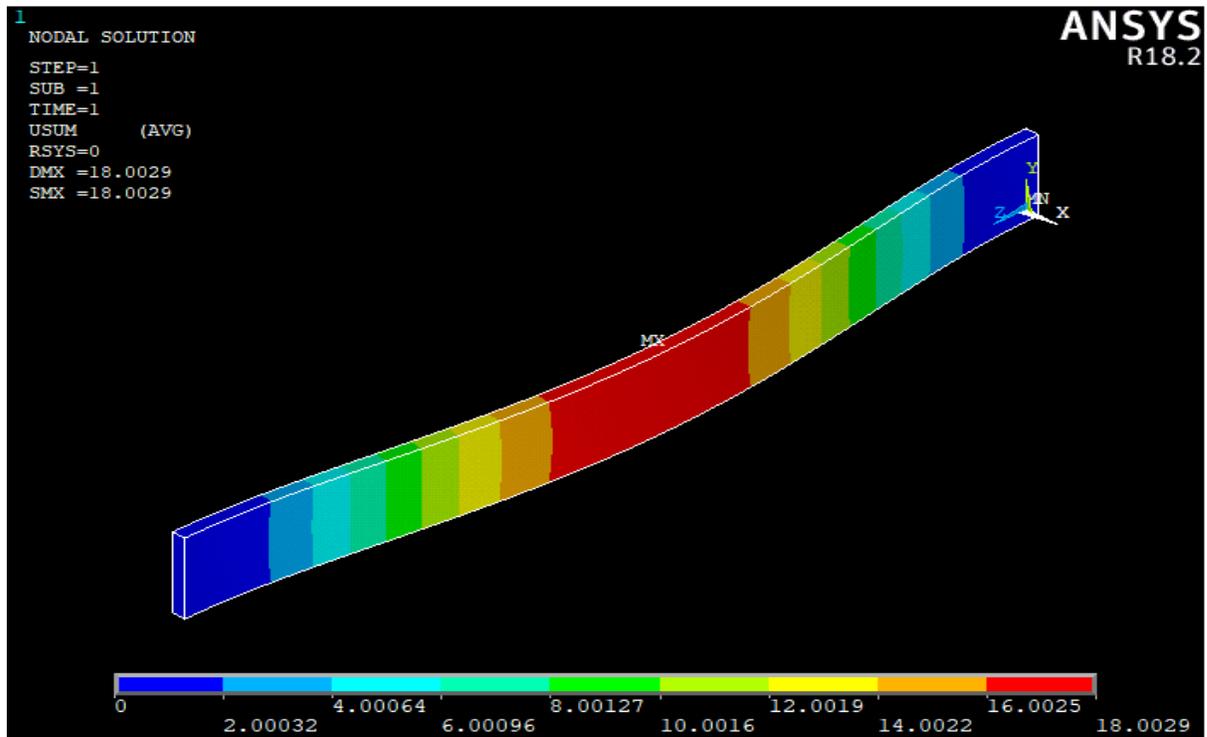


Figure III.14 L'état de déformation a 100 °C.

La déformation a la température de 100°C est plus importante que les valeurs précédentes.

Tableau III.5 la déformation de la poutre a des températures différentes.

Température (°C)	Déformation (déplacement) (mm)
0	1.48667
25	4.43839
50	6.65255
100	18.00290

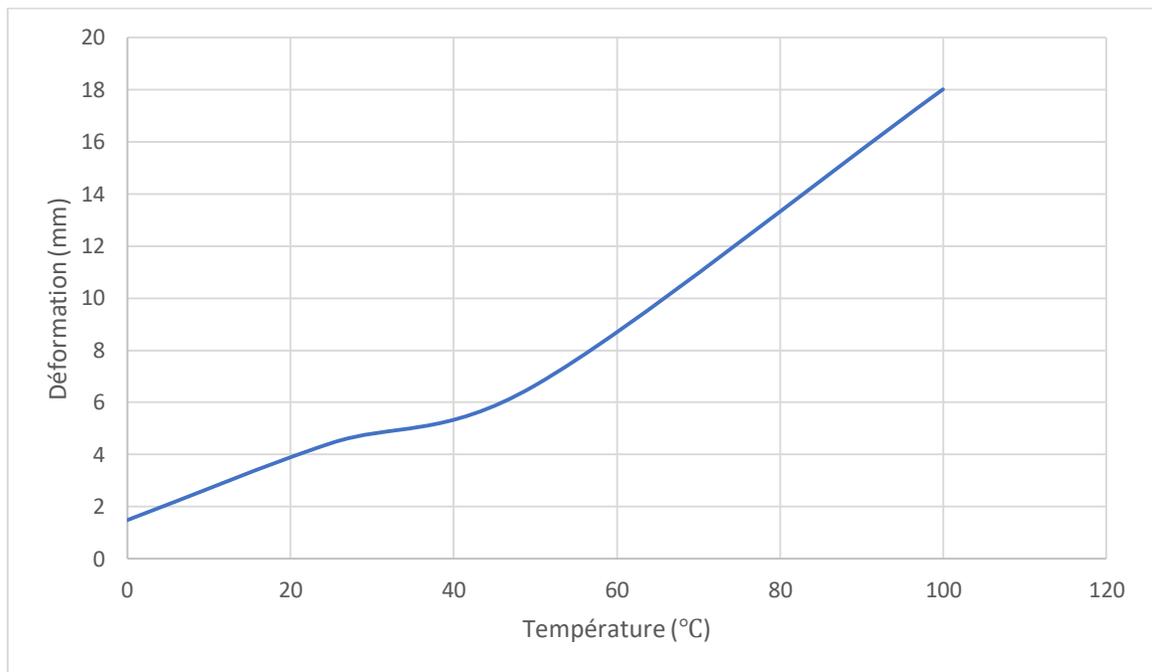


Figure III.15 la déformation en fonction de la température appliquée.

Dans ce graphe, on observe que la déformation de notre structure augmente une fois la température augmente.

Après les deux graphes **Figure III.8** et **Figure III.15**, on conclut que les structures poutre en composites influencent à l'effet de la température.

6. Comparaison

Afin d'exécuter notre simulation sur deux poutres à un nombre de couches différent, mais au mêmes conditions aux limites, on a observé que la poutre a 09 couches a bien résisté par rapport la poutre a 06 couches, dans le terme de déformation.

Grâce à cela on peut conclure qu'une fois on augmente le nombre de couches dans un matériau composite, une fois sa résistance augmente et dévient plus utile pour l'utilisation dans l'industrie.

7. Etude de l'effet de température sur un structure normal (pas en composite)

Dans cette partie on a étudié l'influence de la température sur poutre en Aluminium, en impliquant les mêmes conditions initiales et les mêmes conditions aux limites qu'on a appliquées sur les poutres en composites sur la température de 100°C.

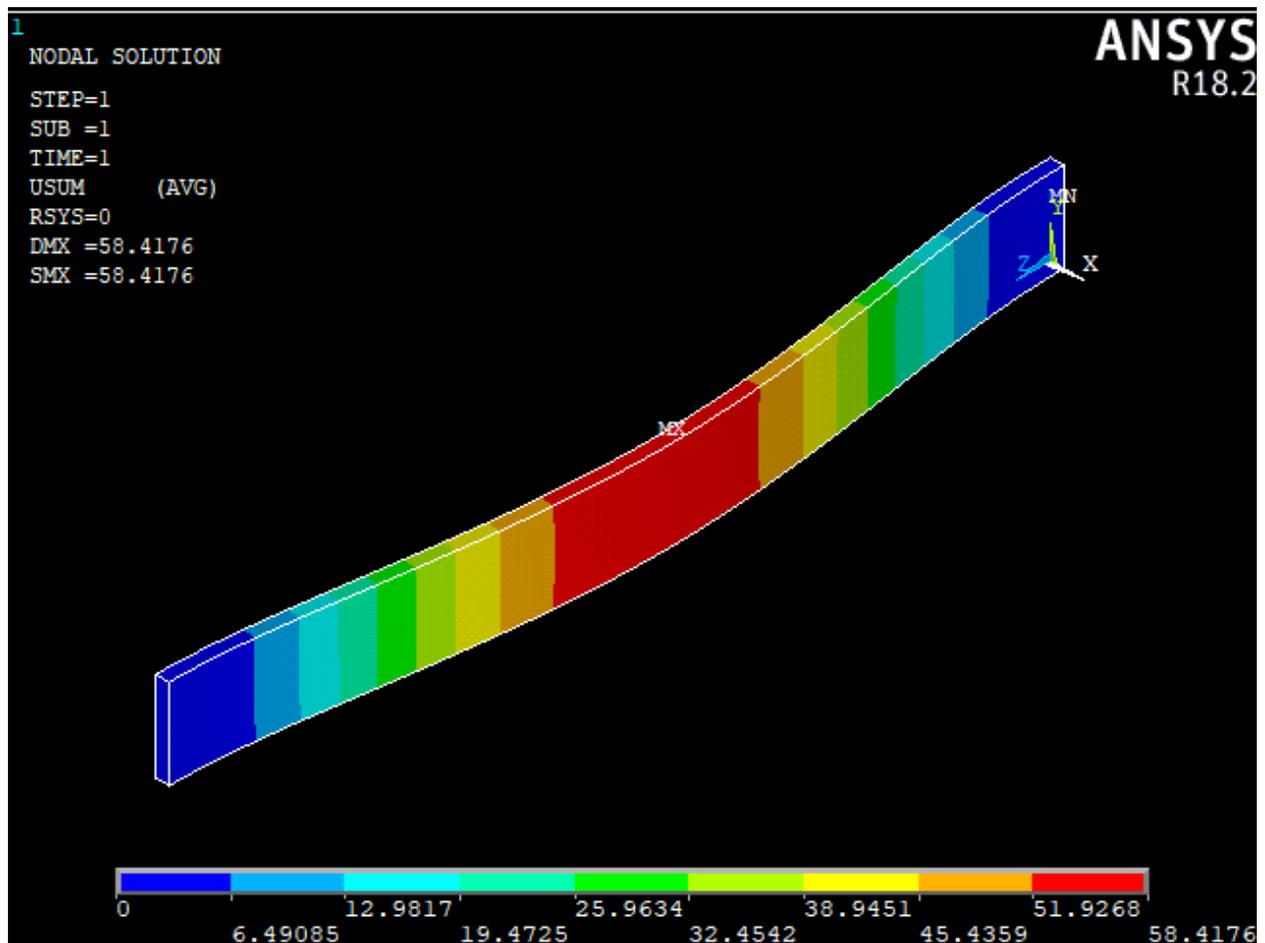


Figure III.16 L'état de déformation d'une poutre en aluminium au même conditions que la poutre a 06 couches et on 100°C.

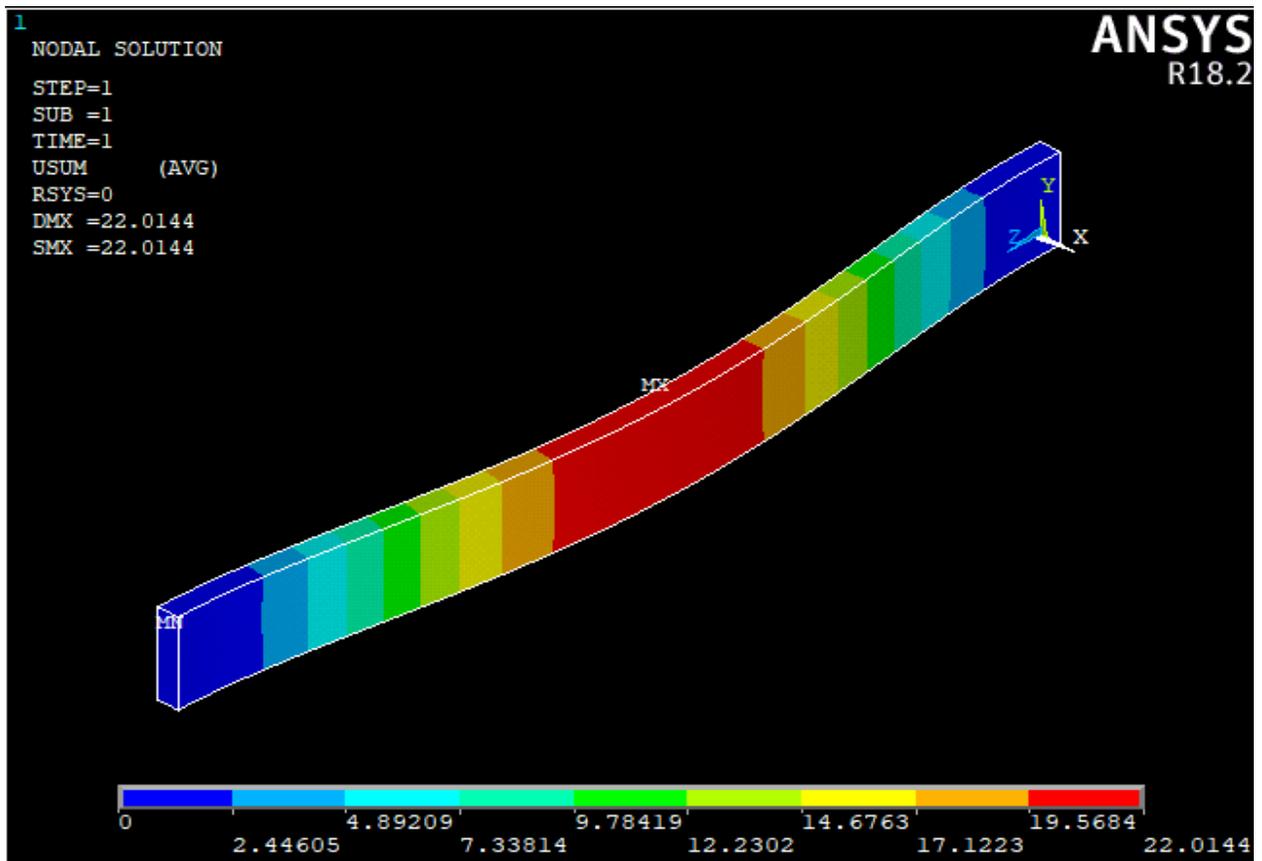


Figure III.17 L'état de déformation d'une poutre en aluminium au même conditions que la poutre a 09couches et on 100°C.

Tableau III.6 la déformation de la poutre en composite a 06 couches et l'autre de l' Aluminium a 100°C.

Température (°C)	Déformation de la poutre en composite (mm)	Déformation de la poutre en Aluminium (mm)
100	30.22960	58.41760

Tableau III.7 la déformation de la poutre en composite a 09 couches et l'autre de l' Aluminium a 100°C.

Température (°C)	Déformation de la poutre en composite (mm)	Déformation de la poutre en Aluminium (mm)
100	18.00290	22.01440

Dans les deux cas comparé (**Tableau III.6 et Tableau III.7**), on remarque que la poutre en composite a une déformation moins que l'autre structure en Aluminium dans les mêmes conditions, et de ça on peut conclure que les structures en composites sont plus ductiles et plus utiles et plus recommandé dans la construction.

Concluions

Après les résultats obtenu dans ce chapitre, on peut dire que la température influence sur les structures composites et peut faire une déformation dans ses géomètres, et que cet effet change avec le changement d'épaisseur.

Et d'autre part on dit que les structures en composites résistent beaucoup plus mieux que les structure a des matériaux normal (en cas d'exemple on a utilisé l'Aluminium)

Lorsque les structures sont soumises à un changement de température, des contraintes thermiques peuvent se produire. Puisqu'il s'agit d'un état d'auto-équilibre, la répartition des contraintes sur une section transversale de la structure fixer de deux extrémités entraîne des contraintes Flexion. Les structures à parois minces peuvent devenir instables à une température relativement basse et se déformer dans la région élastique. Par conséquent, les contraintes thermiques représentent une considération importante dans la conception des structures.

La plupart des recherches sur les contraintes thermiques n'impliquent pas l'effet des propriétés des matériaux dépendant de la température. Cependant, les propriétés élastiques et thermiques sont connues pour varier avec le changement de température.

En conclusion, pour produire des matériaux composites à long terme, il est nécessaire de prendre en considération certains des facteurs environnementaux qui affectent les performances structurelles de ces matériaux. À ce titre, une analyse appropriée doit être effectuée, en empruntant aux théories existantes, pour garantir un examen précis de ces variables environnementales. La technologie actuelle s'est également avérée utile pour concevoir des matériaux composites plus efficaces, mesurer des facteurs environnementaux fiables et anticiper leurs effets.

BIBLIOGRAPHIE & WEBBOGRAPHIE

- [1] Jean-Marie Berthelot - "Mécanique des Matériaux et Structures Composites" Le Mans-France – Institut supérieur des matériaux et des mécaniques avancées.
- [2]-Thèse de doctorat, Mohamad Darwiche, Apprentissage statistique pour l'évaluation et le contrôle non destructifs : application à l'estimation de la durée de vie restante des matériaux par émission acoustique sous fluage, 04 Juin 2013, l'université du Maine.
- [3]- Thèse de doctorat, Laarej Merad, Etude par spectroscopie Raman et modélisation d'une résine composite RTM, 31 janvier 2010 à l'université Abou Bakr BLKAID de Tlemcen.
- [4]- Thèse de doctorat, Pongtorn PROMBUT, caractérisation de la propagation de délaminage des stratifiés composites multidirectionnels, le 27 septembre 2007, université Toulouse III Paul Sabatier.
- [5]- Mémoire de Magister, ARIBI Chouaib, Etude comparative du comportement des différents matériaux composites (différentes matrices), université M'Hamed, BOUGARA, Boumerdes, 2011/2012.
- [6]- Technique de l'ingénieur, Pierre BARDONNET, Ingénieur ECAM.
- [7]- Lionel GENDRE, matériaux composites et structures composites, édité le 17/05/2011
- [8]- Nadia BAHLOULI, Cours Matériaux Composites / DESS Mécanique avancée et Stratégie industrielle, IPST-ULP.

- [9] S. Timoshenko, *Theory of Elasticity*. McGraw-Hill, New York (1934).
- [10] N. G. Stephen and M. Levinson, A second order beam theory. *J. Sound Vibr.* 67, 293-305 (1979).
- [11] M. Levinson, A new rectangular beam theory. *J. Sound Vibr.* 74, 81-87 (1981).
- [12] M. Levinson, Further results of a new beam theory. *J. Sound Vibr.* 77, MO-444 (1981).
- [13] Z. Rychter, On the accuracy of a beam theory. *Mech. Res. Commun.* 14, 99-105 (1987).
- [14] W. B. Bickford, A consistent higher-order beam theory. *Devl. theor. appl. Mech.* 11, 137 (1982).
- [15] T. Kant and B. S. Manjunath, Refined theories for composite and sandwich beams with Co finite elements. *Comput. Struct.* 33, 755-764 (1989).
- [16] D. G. Ashwell and R. H. Gallagher (eds), *Finite Elements for Thin Shells and Curved Members*. John Wiley, London (1976).
- [17] D. J. Dawe, Curved finite elements for the analysis of shallow and deep arches. *Comput. Struct.* 4, 559-580 (1974).
- [18] D. J. Dawe, Numerical studies using circular arch finite elements. *Comput. Struct.* 4, 729-740 (1974).
- [19] K. J. Bathe. *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ-(1987).-
- [20] T. J. Hughes, *The Finite Element Method*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ (1987).
- [21] Sheno RA, Hawkins GL. The formulation of a curved composite brick finite element using a layer-wise theory. Proceedings of ICCM-12, Whistler, Canada, Vol. v. 1994. p.149–156.
- [22] Hawkins GL, Holness JW, Dodkins AR, Sheno RA. The strength of bonded Tee-joints in FRP ships. *Plastics Rubber and Composites Processing and Applications* 1993;19:279–84.

- [23] Sheno RA, Hawkins GL. An investigation into the performance characteristics of top-hat stiffener to shell plating joints. *Composite Structures* 1995;30:109–21.
- [24] P. K. Sinha and A. K. Rath, Transverse bending of cross-ply laminated circular cylindrical plates. *J. Mech. Engng Sci.* 18, 53-56 (1976).
- [25] S. B. Dong, K. S. Pister and R. L. Taylor, On theory of laminated anisotropic shells and plates. *J. aeronaut. Sci.* 29, 969-975 (1962).
- [26] S. S. Mm-thy and H. V. Lakshminarayana, A shear flexible finite element for the analysis of laminated composite plates and cylindrical shells. Technical Memorandum, Structure Division, National Aeronautical Laboratory, Bangalore.
- [27] R. L. Spilker, O-Orringer, E. A. Witmer, S. Verbieste, S. E. French and A. Harris. Use of hybrid-stress finite element model for static and dynamic analysis of multilayer composite plates and shells. –Department AMMRC CTR 76:29. ASRL TR 181-2. MIT. Cambridge, MA (1976).
- [28] A. K. Noor and M. D. Mathers, Shear flexible finite element models for laminated composite plates and shells. NASA TN D-8044 (1975).
- [29] K. P. Rao, A rectangular anisotropic shallow thin shell finite element. *Comput. Meth. appl Mech. Engng* 15, 13-33 (1978).
- [30] W. C. Chao and J. N. Reddy, Analysis of laminated composite shells using a degenerated 3-D element. *Int. J. Numer. Meth. Engng* 20, 1991-2007 (1984).
- [31] J. N. Reddy, Exact solutions of moderately thick laminated shells. *J. Engng Mech., AXE* 110, 794-809 (1984).
- [32] J. N. Reddy, Bending of laminated anisotropic shells by a shear deformable finite element. *Fiber Sci. Technol.* 17, 9-24 (1982).
- [33] J. N. Reddy and K. Chandrashekhara, Nonlinear analysis of laminated shells including transverse shear strains. *AIAA Jnl* 23, 440-441 (1985).

- [34] P. Seide and R. A. Chaudhuri, Triangular finite element for analysis of thick laminated shells. *Int. J. Numer. Meth. Engng* 24, 1563-1579 (1987).
- [35] A. Venkatesh and K. P. Rao, A doubly **curved** quadrilateral finite element for the analysis of laminated anisotropic thin shells of revolution. *Comput. Struct.* 12, 825-832 (1980).
- [36] R. A. Chaudhuri, K. Balaraman and V. X. Kunukkasseril, Arbitrarily laminated anisotropic cylindrical shell under internal pressure. *AIAA Jnl* 24, 1851-1858 (1986).
- [37] S. C. Panda and R. Natarajan, Finite element analysis of laminated shells of revolution. *Comput. Struct.* 6, 61-64 (1976).
- [38] Ascione, L.; Fraternali, F.: A penalty model for the analysis of curved composite beams. *Comput. Struct.* 45 (1992) 985±999
- [39] Jean-Marie Berthelot - “Mécanique des Matériaux et Structures Composites” Le Mans-France – Institut supérieur des matériaux et des mécaniques avancés.
- [40] Jean-Luc FLéjou , (2012) , “Éléments "exacts" de poutres (droites et courbes) ”
- [41] Flugge, W., (1966), “Stresses in Shells” New York - Splinger-Verlag Inc.
- [42] Mohamed Amine BEN HENNI, (2019), “Contribution a l’étude de la vibration des plaques en matériaux composites sous chargements mécanique et thermomécanique”

ملخص

تأخذ هذه الدراسة في الاعتبار التحديد الدقيق للضغوط الناتجة عن الاستجابات الميكانيكية والحرارية على مادة مركبة. الهدف هو تحديد صحة التعبيرات المشتقة وفقاً للنظريات الأولية عندما يتم تمثيل خصائص المواد بوظائف الموضع غير المستمر ، كما هو الحال في المركبات. على وجه الخصوص ، يعالج هذا التحليل المشكلة الأساسية للشعاع المركب لأي مقطع عرضي يتشوه في مستوى تحت الضغط المحوري ولحظة الانحناء ودرجة الحرارة. يُفترض أن تكون المواد مرنة وذات خصائص لا تتأثر بدرجة الحرارة و مترابطة معاً في جميع الواجهات.

ABSTRACT

This study considers the punctual determination of the stresses resulting from mechanical and thermal solicitations on a composite material. The objective is to determine the validity of expressions derived according to elementary theories when material properties are represented by discontinuous position functions, as is the case in composites. In particular, this analysis addresses the fundamental problem of a composite beam of any cross-section that deforms in a plane under axial stress, bending moment and temperature. The materials are assumed to be elastic with properties unaffected by temperature and bonded together at all interfaces.

RESUME

Cette étude considère la détermination ponctuelle des contraintes résultant des sollicitations mécaniques et thermiques sur un matériau composite. L'objectif est de déterminer la validité d'expressions dérivées selon des théories élémentaires lorsque les propriétés des matériaux sont représentées par des fonctions discontinues de position, comme c'est le cas dans les composites. En particulier, la présente analyse traite le problème fondamental d'une poutre composite de section quelconque qui se déforme dans un plan sous effort axial, moment de flexion et température. Les matériaux sont supposés être élastiques avec des propriétés non affectées par la température et liés les uns aux autres à toutes les interfaces.