

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Ibn Khaldoun de Tiaret

Faculté des Sciences Appliquées

Département de Génie Mécanique



## MÉMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour l'obtention du Diplôme de Master

**Domaine :** Sciences et Technologie

**Filière :** Génie Mécanique

**Parcours :** Master

**Spécialité :** Construction Mécanique

**Thème**

**Etude du comportement mécanique en flexion  
3 points d'un matériau composite  
Carbone /epoxy par le code abaqus**

Préparé par :

Brahim Esma  
Belkhanous Kheira

Soutenu publiquement le : 05 / 10 / 2020, devant le jury composé de :

M. MAZARI Djamel	Maître Assistant "A"	(Univ. Ibn Khaldoun)	Président
M. HAMMOU Mahmoud	Maître Assistant "A"	(Univ. Ibn Khaldoun)	Examineur
M. DEBBIH Senouci	Maître Assistant "A"	(Univ. Ibn Khaldoun)	Examineur
M. SAAD Mohamed	Maître de Conférences "B"	(Univ. Ibn Khaldoun)	Encadreur

Année universitaire : 2019 - 2020

### ملخص

هذا العمل جزء من تحليل خطي يهدف إلى محاكاة السلوك الميكانيكي في الانحناء ثلاثي النقاط لشعاع مركب مصفح متقوس يتكون من 10 طبقات بواسطة كود الكمبيوتر abaqus 14.6. تتكون كل طبقة من مصفوفة إيبوكسي مقواة بألياف كربون طويلة. الهدف من دراستنا هو تسليط الضوء على تأثير اتجاه الألياف، وموضع الطبقات على التوزيع وتطور مجالات الإجهاد والانفعال في كل طبقة.

### Résumé

Ce travail s'inscrit dans une analyse linéaire visant la simulation, par le code de calcul abaqus 14.6, du comportement mécanique en flexion 3 points d'une poutre de composite stratifié orthotrope constituée de 10 couches. Chaque couche est composée d'une matrice époxyde renforcée par des fibres longues de carbone.

Le but de notre étude est de mettre en évidence l'influence de l'orientation des fibres, la position des couches sur la distribution et l'évolution des champs de contraintes et de déformations dans chaque pli.

### Abstract

This work is part of a linear analysis aimed at simulating, by the abaqus 14.6 calculation code, the mechanical behavior in 3-point bending of an orthotropic laminated composite beam made up of 10 layers. Each layer is composed of an epoxy matrix reinforced with long carbon fibers.

The aim of our study is to highlight the influence of the orientation of the fibers, the position of the layers on the distribution and the evolution of stress and strain fields in each ply.

---

# *Remerciements*

*Avant tout, nous remercions Allah tout puissant qui nous donné la force et la volonté pour Pouvoir finir ce mémoire de fin d'études.*

*Nous tenons à remercier notre encadreur Dr. Monsieur Saad Mohamed pour avoir proposé et dirigé nos travaux de recherche. Ses compétences et ses bonnes directives nous aidé à achever ce mémoire de master.*

*Nous tenons aussi remercier les membres de jury qui nous feront l'honneur de juger de travail.*

*Nous tenons aussi à exprimer nos sincères reconnaissances à tous nos enseignants et enseignantes qui nous aidés durent nos universitaires.*

*A tout de le personnel de l'université Ibn Khaldoun de la faculté des sciences et technologie*

## *Dédicaces*

*Grace à la volonté divin d'ALLAH notre dieu tout puissant et bien veillant  
Qui ma tracé le chemin de ma vie, j'ai pu réaliser ce modeste travail, que je dédie :*

*A mes très chers parents*

*Vous êtes la lumière de mes yeux, le bonheur de ma vie, en guise de ma profonde  
reconnaissance pour leur amour, leur soutien moral ainsi qu'à leurs  
encouragements afin d'aller toujours vers un avenir meilleur.*

*A mes frère Abdelmadjid, Nasserredin*

*Et mes sœurs Aicha, Nadjet, Iman*

*A mes grands- parents*

*A tous mes amis*

*A toutes personnes ayant contribuées de près ou de loin à la réalisation de ce  
travail*

*A toute la promotion 2019*

*Brahim Esma*

## *Dédicace*

*Je dédie ce mémoire à :*

*Mes chers parents pour tous les sacrifices consentis, pour leur soutien durant*

*toutes mes années d'études,*

*Toute ma famille, en particulier mes sœurs Halima, Hayat, Imane et Houaria*

*Et mon fiancé Boualem*

*Ma reconnaissance est également formulée envers tous mes enseignants et tous les et tous les employés de l'administration de département de Génie Mécanique*

*Belkhanous Kheira*

## Sommaire

Remerciements.	
Dédicace	
Table des matières	
Liste des abréviations.	
Liste des tableaux	
Liste des figures	
Introduction générale.....	12

### Chapitre I : Généralités sur les composites

I.1. Introduction.....	14
I.2. Définition.....	14
I.3. Les type des matériaux composites.....	14
I.4. Classification des matériaux composites.....	14
I.4.1 Classification suivant la forme des constituants.....	15
I.4.1.1. Composites à fibres.....	15
I.2.1.2 Composites à particules.....	15
I.4.2. Classification suivant la nature des constituants.....	16
I.5. Les éléments constituants d'un matériau composite.....	17
I.5.1. La matrice .....	17
I.5.1.1. Les divers types de résine.....	18
I.5.2. Le renfort.....	21
I.5.2. 1. Les formes de fibres.....	22
I.5.2. 2. Les diffèrent types de tissus.....	23
I.5.2. 2. Les Principales fibres.....	25
I.5.2. 3. Les natures des fibres .....	25
I.5.2.4. Caractéristiques moyennes des fibres et renforts.....	28
I.5.3. Les charges et les additifs .....	28
I.5.3.1.les charges .....	28
I.5.3.2. Les additifs .....	29
I.6. Mise en œuvre des matériaux composites.....	29
I.6 .1. Moulages sans pression .....	29
I.6 .2. Moulage sous vide .....	31
I.6 .3. Moulage par compression.....	32

I.7. Structure des matériaux composites .....	33
I.7. 1. Les stratifiées.....	34
I.7. 2. Les Sandwichs.....	34
I.7. 3. Les monocouches .....	35
I.8. Avantages et inconvénients des matériaux composites.....	35
I.9. Les domaines d'utilisation.....	36
I.10. La loi de mélange.....	36

## **Chapitre II : Théorie des poutres stratifiées sollicitées en flexion trois points.**

II .1. Introduction.....	41
II.2 Comportement élastique d'une couche de matériaux orthotropes.....	41
II.2.1 Comportement dans les axes du matériau.....	41
II.2.2 Etat de contraintes planes.....	41
II.2.3 Champ des déformations.....	42
II.2.4 Champ des contraintes.....	45
II.3 Résultantes et moments.....	45
II.3.1 Résultantes en membrane.....	45
II.3.2 Résultantes en cisaillement.....	47
II.3.3 Moments de flexion et de torsion.....	48
II.4 Equation constitutive.....	50
II.5 Matrice de rigidité. ....	50
II.6 Théorie classique des stratifiés.....	51
II.6.1 Expressions générales.....	51

## **Chapitre III : Etude numérique de la flexion 3 point par le code Abaqus.**

III.1 Introduction.....	56
III.2 Caractéristiques de la plaque.....	56
III.3 Contraintes normales.....	57
III.4 Déformations.....	62
III.4.1 Déformations normales .....	62
Conclusion générale	

### **Références bibliographiques**

## Liste d'abréviation

- TP** : Matrices thermoplastiques ;  
**TD** : Matrices thermodurcissables ;  
**HR** : Fibres haute résistance ;  
**HM** : Fibres haut module ;  
**PA** : Polyamide ;  
**PET, PBT** : Polytéréphtalate éthylénique et butylénique ;  
**PC** : Polycarbonate ;  
**PPS** : Polysulfure de phénylène ;  
**POM** : Polyoxyméthylène ;  
**PP** : Polypropylène ;  
**RTM** : résistance transfert molding ;  
**SMC** : Moulage par pression de mat pré imprégné ;  
**PAN** : polyctylonirile .  
 $\rho$  : Masse volumique ( $kg/m^3$ )  
 $\varepsilon_t^R$  : Déformation de torsion.  
 $\sigma_t^R$  : Contrainte de torsion.  
 $\sigma_C^R$  : Contrainte de compression.  
**E** : Module de Young



## Liste des figures

<b>Figure (I-1)</b> : composite à renforts de fibres.....	15
<b>Figure (I-2)</b> : composite à renfort de particule.....	16
<b>Figure (I-3)</b> : Matériau composite.....	17
<b>Figure (I-4)</b> : Différentes familles de matrice. ....	18
<b>Figure (I-5)</b> : Types de renfort.....	22
<b>Figure (I -6)</b> : Chaîne et trame d'un tissu.....	23
<b>Figure (I -7)</b> : Les principaux types d'armures utilisées pour le tissage des tissus.....	23
<b>Figure (I -8)</b> : Tissages cylindrique et conique.....	24
<b>Figure (I -9)</b> : Tissage 3D orthogonal.....	24
<b>Figure (I -10)</b> : Tissage 4D.....	24
<b>Figure (I-11)</b> : Principe du procédé de fabrication des fibres de carbone.....	26
<b>Figure (I-12)</b> : Fibre de verre.....	26
<b>Figure (I-13)</b> : Fibre d'aramide.....	27
<b>Figure (I-14)</b> : Principe du moulage au contact.....	30
<b>Figure (I-15)</b> : Principe du moulage par projection simultanée.....	30
<b>Figure (I-16)</b> : Moulage sous vide .....	31
<b>Figure (I-17)</b> : Principe de moulage par injection de résine.....	32
<b>Figure (I-18)</b> : Moulage par compression à froid.....	33
<b>Figure (I-19)</b> : Moulage par compression à chaud.....	33
<b>Figure (I-20)</b> : Plaque stratifiée.....	34
<b>Figure (I-21)</b> : Composites sandwich.....	35
<b>Figure (I-22)</b> : Composite monocouche.....	35
<b>Figure (I-23)</b> : Modélisation par un système de ressorts des propriétés en traction d'un composite stratifié.....	37

<b>Figure (I-24) :</b> Modélisation par un système de ressorts des propriétés en flexion d'un composite stratifié.....	38
<b>Figure (I-25) :</b> Modélisation des bornes d'après la Loi des Mélanges.....	39
<b>Figure (II -1) :</b> Schématisation des résultantes en membrane des actions exercées sur un élément de stratifié.....	46
<b>Figure (II.2) :</b> Représentation schématique des résultantes de cisaillement.....	48
<b>Figure (II.3) :</b> Schématisation des moments de flexion et de torsion.....	49
<b>Figure (III.1) :</b> Schéma de l'empilement des couches du stratifié.....	56
<b>Figure (III.2) :</b> Evolution de la contrainte $\sigma_x$ de la couche1.....	57
<b>Figure (III.3) :</b> Evolution des contraintes $\sigma_x$ de la couche 2.....	58
<b>Figure (III.4) :</b> Evolution de la contrainte $\sigma_x$ de la couche 3.....	59
<b>Figure (III.5) :</b> Evolution des contraintes $\sigma_x$ de la couche 4.....	59
<b>Figure (III.6) :</b> Evolution de la contrainte $\sigma_x$ de la couche 5.....	60
<b>Figure (III.7) :</b> Evolution des contraintes $\sigma_x$ des couche 6 et 7.....	60
<b>Figure (III.8) :</b> Evolution des contraintes $\sigma_x$ de la couche 8.....	61
<b>Figure (III.9) :</b> Evolution des contraintes $\sigma_x$ de la couche 9.....	61
<b>Figure (III.10) :</b> Evolution des contraintes $\sigma_x$ de la couche 10.....	61
<b>Figure (III.11) :</b> Forme de la plaque déformée en flexion 3 points.....	62
<b>Figure (III.12) :</b> Evolution des déformations $\epsilon_x$ de la couche 1.....	62
<b>Figure (III.13) :</b> Evolution des déformations $\epsilon_x$ de la couche 2.....	63
<b>Figure (III.14) :</b> Evolution des déformations $\epsilon_x$ de la couche 3.....	64
<b>Figure (III.15) :</b> Evolution des déformations $\epsilon_x$ de la couche 4.....	64
<b>Figure (III.16) :</b> Evolution des déformations $\epsilon_x$ de la couche 5.....	65
<b>Figure (III.17) :</b> Evolution des déformations $\epsilon_x$ de la couche 6.....	66
<b>Figure (III.18) :</b> Evolution des déformations $\epsilon_x$ de la couche 7.....	66

<b>Figure (III.19) :</b> Evolution des déformations $\epsilon_x$ de la couche 8.....	66
<b>Figure (III.20) :</b> Evolution des déformations $\epsilon_x$ de la couche 9.....	67
<b>Figure (III.21) :</b> Evolution des déformations $\epsilon_x$ de la couche 10.....	67

## **Liste des tableaux**

<b>Tableau (I-1) :</b> Caractéristiques des résines thermodurcissables.....	19
<b>Tableau (I-2) :</b> Caractéristiques des résines thermoplastiques.....	21
<b>Tableau (I-3) :</b> Les caractéristiques moyennes des fibres et renforts. ....	28
<b>Tableau (I-4) :</b> Les avantages et les inconvénients du moulage sous vide.....	31
<b>Tableau (III.1) :</b> caractéristiques du matériau.....	56

# *Introduction générale*

### Introduction générale

Les matériaux composites se sont imposés dans de nombreux secteurs de pointe tels que le spatial, l'aéronautique, la construction navale ou même l'automobile. Une telle percée n'est pas le fruit du hasard mais bien la réponse à des besoins technologiques de plus en plus sévères.

Un matériau composite résulte de l'association de deux matériaux différents aussi bien par leur forme que par leurs propriétés mécaniques ou chimiques pour tenter d'accroître leurs performances. Les deux constituants du composite sont la matrice et le renfort, qui en se combinant donnent un matériau hétérogène souvent anisotrope, c'est-à-dire dont les propriétés diffèrent suivant les directions.

Les matériaux constituant le composite sont généralement choisis en fonction de l'application que l'on souhaite en faire par la suite. Les critères de choix peuvent être, par exemple, les matériaux composites sont formés de plusieurs couches de fibres liées par une matrice, qui est souvent une résine polymérique. Cette structure sous forme d'empilement permet de maximiser certaines propriétés mécaniques dans les directions voulues.

A cet fait nous avons structuré ce mémoire autour de ces objectifs comme suit :

Le premier chapitre est consacré à la présentation des matériaux composites ainsi que leur domaine d'utilisation, Le deuxième chapitre, porte sur la théorie des poutres stratifiées sollicitées en flexion 3 points.

Le troisième chapitre, nous présentons nos résultats de simulation numérique de la flexion 3 points par le code commerciale ABAQUS 14.6, avec une interprétation plus explicite.

*Chapitre I*  
*Généralités sur les composites*

## **Chapitre I : Généralités sur les composites**

### **I.1. Introduction :**

Les matériaux composites occupent une place de plus en plus importante dans la réalisation de structures à hautes performances mécaniques (aérospatiale, aéronautique, automobile, ...). De telles utilisations doivent nécessairement s'accompagner d'une bonne connaissance du comportement du matériau, de telle manière à déterminer le type de renfort et la séquence d'agencement qui permet d'avoir des propriétés mécaniques de façon optimale.

### **I.2. Définition :**

Un matériau composite peut être défini comme l'assemblage de deux ou plusieurs matériaux, l'assemblage final des propriétés supérieures aux propriétés de chacun des matériaux constitutifs. On appelle maintenant de façon courante matériaux composites des arrangements de renforts (appelés aussi charges) qui sont noyés dans une matrice.

Les matériaux composites sont généralement des matériaux hétérogène et anisotrope [1]

### **I.3. Les type des matériaux composites :**

On distingue deux types de composites [2] :

#### **➤ Grande diffusion :**

Les matériaux composites à grande diffusion offrent des avantages essentiels, qui sont : Optimisation des coûts par diminution des prix de revient, sa composition de polyester avec des fibres de verre longues ou courtes (sous forme de mat ou tissu) et la simplicité du principe des matériaux (moulage par contact, SMC et injection)

#### **➤ Hautes performances :**

Les matériaux composites à hautes performances sont utilisés dans le domaine d'aéronautique où le besoin d'une grande performance déduite des hautes valeurs ajoutées. Les renforts sont plutôt des fibres longues. Le taux de renfort est supérieur à 50%. Ces composites sont élaborés par les procédures suivantes : drapage autoclave, enroulement filamentaire, RTM.

### **I.4. Classification des matériaux composites :**

Les composites peuvent être classés suivant la forme des composants ou suivant la nature des composants [3]



### **I.4.1 Classification suivant la forme des constituants :**

En fonction de la forme des constituants, les composites sont classés en deux grandes classes : les matériaux composites à particules et les matériaux composites à fibres.

#### **I.4.1.1. Composites à fibre :**

Un matériau composite est un composite à fibres si le renfort se trouve sous forme de fibres. Les fibres utilisées se présentent soit sous forme de fibres continues, soit sous forme de fibres discontinues : fibres coupées, fibres courtes, etc. L'arrangement des fibres, leur orientation permettent de moduler à la carte les propriétés mécaniques des matériaux composites, pour obtenir des matériaux allant de matériaux fortement anisotropes à des matériaux isotropes dans un plan.

Le concepteur possède donc là un type de matériau dont il peut modifier et moduler à volonté les comportements mécanique et physique en jouant sur :

- La nature des constituants,
- La proportion des constituants,
- L'orientation des fibres,
- Suivant le cahier des charges imposées.

La figure (I.1) représente la composite à renforts de fibres



Figure (I.1) : composite à renforts de fibres [3]

L'importance des matériaux composites à fibres justifie une étude exhaustive de leurs comportements mécaniques.

#### **I.4.1.2 Composites à particules :**

Un matériau composite est un composite à particules lorsque le renfort se trouve sous forme de particules. Une particule, par opposition aux fibres, ne possède pas de dimension privilégiée.

Les particules sont généralement utilisées pour améliorer certaines propriétés des matériaux ou des matrices, comme la rigidité.

La figure (I.2) montre le composite à renfort de particule.

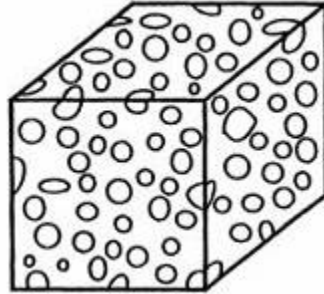


Figure (I.2) : composite à renfort de particule [3]

Le choix de l'association matrice-particules dépend des propriétés souhaitées.

Par exemple, des inclusions de plomb dans des alliages de cuivre augmenteront leur facilité d'usinage.

Les composites à particules recouvrent un domaine étendu dont le développement s'accroît sans cesse.

#### **I.4.2. Classification suivant la nature des constituants**

Selon la nature de la matrice, les matériaux composites sont classés suivant des composites à matrice organique, à matrice métallique ou à matrice minérale.

Divers renforts sont associés à ces matrices. Seuls certains couples d'associations ont actuellement un usage industriel, d'autres faisant l'objet d'un développement dans les laboratoires de recherche. Parmi ces composites, nous pouvons citer :

- Composites à matrice organique (résine, charges), avec :
  - Des fibres minérales : verre, carbone, ....
  - Des fibres organiques : Kevlar, polyamides, ....
  - Des fibres métalliques : bore, aluminium,....
- Composites à matrice métallique (alliages légers et ultralégers d'aluminium, de magnésium, de titane), avec :
  - Des fibres minérales : carbone, carbure de silicium (SiC),
  - Des fibres métalliques : bore,
  - Des fibres métallo-minérales : fibres de bore revêtues de carbure de silicium (BorSiC)

- Composites à matrice minérale (céramique), avec :
  - Des fibres métalliques : bore,
  - Des particules métalliques : cermets, (métal-céramique).
  - Des particules minérales : carburent, nitrures.

### **I.5. Les éléments constitutants d'un matériau composite :**

En général les constituants principaux d'un matériau composite sont [4] :

- La matrice.
- Le renfort.
- Les charges et les additifs.

La figure (I.3) dessinera les éléments constitutants d'un matériau composite.

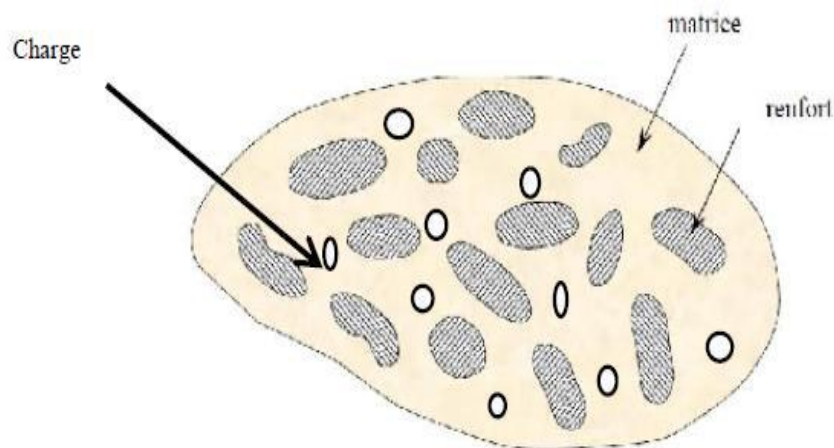


Figure (I.3) : Matériau composite [3]

#### **I.5.1. La matrice :**

C'est un élément important dans la mise en œuvre d'un composite son rôle majeur c'est de lier le renfort et donner la forme désirer du matériau d'un point de vue mécanique, elle assure la transmission des sollicitations subit vers le renfort. La figure (I.4) clarifie les différentes familles de matrice

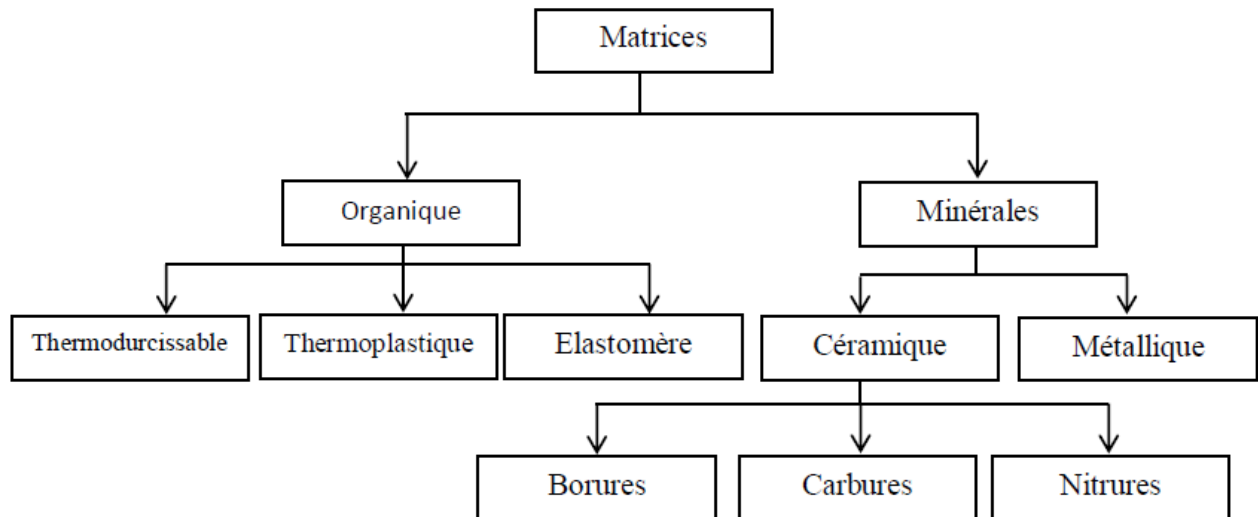


Figure (I.4) : Différentes familles de matrice [4]

#### **I.5.1.1. Les divers types de résine :**

Les résines employées dans les matériaux composites sont [3] :

- Les résines thermodurcissables
- Les résines thermoplastiques
- Les résines thermostables

##### **a) Les résines thermodurcissables :**

Les principales résines thermodurcissables utilisées dans la mise en œuvre des matériaux composites sont par ordre décroissant en tonnage :

- Les résines polyesters insaturées : polyesters condensés, vinylesters, dérivés allyliques,
- Les résines de condensation : phénoliques, aminoplastes, furaniques (peu utilisées en France), ....
- Les résines époxydes.

Ces caractéristiques sont présentées dans le tableau (I.1).

Tableau (I.1) : Caractéristiques des résines thermodurcissables [5]

Résines	$T_f$ (°C)	$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	$\varepsilon_t^R$ (%)	$\sigma_t^R$ (MPa)	$\sigma_c^R$ (MPa)	E (GPa)
Polyesters	60 à 100	1140	2 à 5	50 à 85	90 à 200	2.8 à 3.6
Phénoliques	120	1200	2.5	40	250	3 à 5
Epoxydes	290	1100 à 1500	2 à 5	60 à 80	250	3 à 5

### a). 1. Les résines polyesters

Les résines polyesters insaturées viennent de très loin en tête dans la mise en œuvre des matériaux composites. Leur développement est le résultat :

- D'un faible coût de production,
- De leur diversité offrant de multiples possibilités,
- Une procédé de fabrication facile

Parmi les avantages des polyesters insaturés :

- Une bonne rigidité résultant d'un module d'élasticité assez élevé,
- Une bonne stabilité dimensionnelle,
- Une bonne mouillabilité des fibres et des tissus,
- Une bonne tenue chimique,
- Un faible coût de production,
- Une bonne résistance chimique aux hydrocarbures (essence, fuel, etc.) à température ambiante, ....

Parmi les inconvénients :

- Une sensibilité à la fissuration, essentiellement dans le cas de chocs,
- Un retrait important de l'ordre de 8 à 10 %,
- Un mauvais comportement à la vapeur.
- Une dégradation à la lumière par les rayons ultraviolets,
- Une inflammabilité.

### a).2. Les résines de condensation

Les résines de condensation comportent les résines phénoliques, les aminoplastes et les résines furaniques.

Parmi les avantages :

- Une excellente stabilité dimensionnelle,
- Une bonne résistance et un faible retrait,
- De bonnes caractéristiques mécaniques,
- Un faible coût.
- La possibilité d'utilisations alimentaires

Parmi les inconvénients :

- Une mise en œuvre sous pression, donc à faibles cadences,
- Les couleurs foncées des résines,
- Un non adaptation à des utilisations alimentaires.

### **a).3. Les résines époxydes**

Les résines les plus utilisées après les résines polyesters insaturées sont les résines époxydes. Elles ne représentent cependant que de l'ordre de 5 % du marché composite, à cause de leur prix élevée, Du fait de leurs bonnes caractéristiques mécaniques, les résines époxydes, généralement utilisées sans charges, sont les matrices des composites à hautes performances (constructions aéronautiques, espace, missiles, ... ).

Les caractéristiques mécaniques générales des résines époxydes sont les suivantes :

- Masse volumique 1 100 à 1 500 kg/m<sup>3</sup>
- Module d'élasticité en traction 3 à 5 GPa
- Contrainte à la rupture en traction 60 à 80 MPa
- Contrainte à la rupture en flexion 100 à 150 MPa
- Allongement à la rupture 2 à 5 %
- Résistance au cisaillement 30 à 50 MPa
- Température de fléchissement sous charge 290 °C

Parmi les avantages des résines époxydes :

- De bonnes propriétés mécaniques (en traction, flexion, compression, choc,.....).
- Une bonne tenue aux températures élevées : jusqu'à 150 °C à 190 °C en continu.
- Une excellente résistance chimique,
- Une très bonne mouillabilité des renforts,

Parmi les inconvénients :

- Un temps de polymérisation long,
- Un coût élevé,
- La nécessité de prendre des précautions lors de la mise en œuvre,

- Une sensibilité à la fissuration.

### b) Résines thermoplastiques

Ce sont des polymères pouvant être alternativement ramollis par chauffage et durcis par refroidissement dans un intervalle de température spécifique du polymère étudié. Les résines thermoplastiques présentent l'aptitude à l'état ramolli, de se mouler aisément par plasticité.

Quelques variantes de résine thermoplastique très appliquées d'un matériau composite ;  
PA , PET ,PBT , PC ,PPS , PP , POM ,.....

Ces caractéristiques sont présentées dans le tableau (I.2).

Tableau (I.2) : Caractéristiques des résines thermoplastiques [5]

Résines	$T_f(^{\circ}\text{C})$	$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	$\varepsilon_t^R$ (%)	$\sigma_t^R$ (MPa)	$\sigma_c^R$ (MPa)	E (GPa)
Polyamide	65 à 100	1140		60 à 85		1.2 à 2.5
Polypropylène	900	1200		20 à 35		1.1 à 1.4

### c) Les résines thermostables :

Ce sont des polymères présentant des caractéristiques mécaniques stables sous des pressions et des températures élevées (>200°C) appliquées de façon continue. Cette propriété est mesurée en déterminant la température que peut supporter la résine durant 2000h sans perdre la moitié de ses caractéristiques mécaniques.

### I.5.2. Le renfort :

Les renforts assurent les propriétés mécaniques du matériau composite et un grand nombre de fibres sont disponibles sur le marché en fonction des coûts de revient recherchés pour la structure réalisée. Les renforts constitués de fibres se présentent sous les formes suivantes :

- Linéique (fils, mèches)
- Tissus surfaciques (tissus, mats)
- Multidirectionnelle (tresse, tissus complexes, tissage tri directionnel ou plus).

La classification des types de renforts est indiquée sur la figure (I.5). [4].

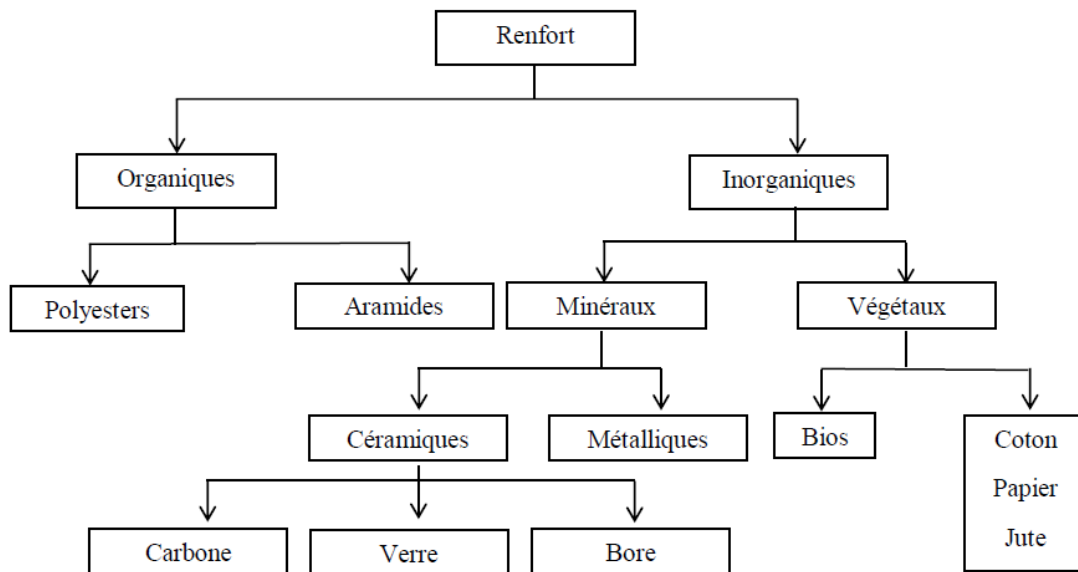


Figure (I.5) : Types de renfort [4]

### I.5.2. 1. Les formes de fibres [6] :

#### a) Linéique

Les fibres sont élaborées suivant un diamètre de quelque micromètre, ces fibres sont réunies en fils ou en mèches de différentes formes. La nomenclature générale des diverses formes linéiques est encore mal déterminée, et généralement dérivée de celle utilisée pour les fibres de verre.

#### b) Tissus surfaciques

Les fils peuvent être utilisés pour réaliser des formes surfaciques de divers types : mats, tissus ou rubans, essentiellement développés dans le cas de fibres de verre.

##### b) 1. Les mats :

Les mats sont des nappes de fils continus ou discontinus, disposés dans un plan sans aucune orientation préférentielle l'absence d'orientation préférentielle des fibres conduit à une isotropie des propriétés mécaniques du son plan.

##### b) 2. Les tissus et rubans

Un tissu (ou ruban) est un ensemble surfacique de fils, de mèches, etc., réalisé sur un métier à tisser. Il est constitué (Figure I.6) :

- D'une chaîne, ensemble de fils parallèles répartis dans un plan suivant la longueur du tissu,



- D'une trame, ensemble de fils s'entrecroisant avec les fils de chaîne

La figure (I.6) dépeint la Chaîne et trame d'un tissu.

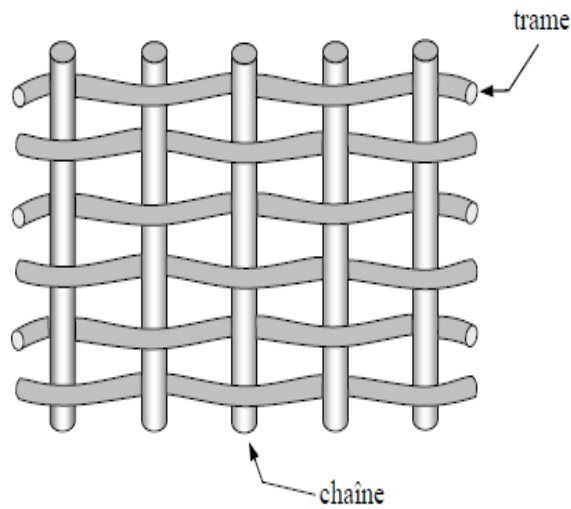


Figure (I.6) : Chaîne et trame d'un tissu.

### I.5.2. 2. Les différents types de tissus [6]

La figure (I.7) illustrant Les principaux types d'armures utilisées pour le tissage des tissus.

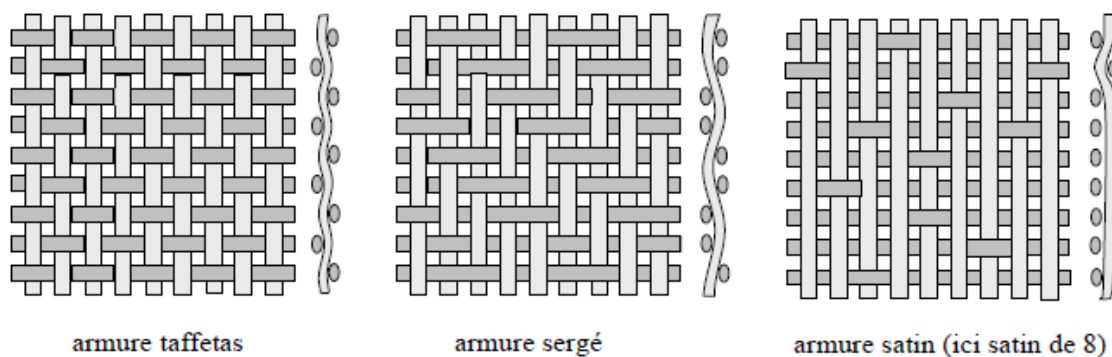


Figure (I.7) : Les principaux types d'armures utilisées pour le tissage des tissus.

### c) Multidirectionnelles

#### c) 1. Tresses et préformes

Il est possible de réaliser des tresses ou préformes par tissage cylindrique ou conique d'un tissu tubulaire (Figure I.8), Il est ainsi possible de réaliser une pièce de révolution ayant un diamètre variable le long de son arc.

La figure (I.8) apprendre les tissages cylindrique et conique

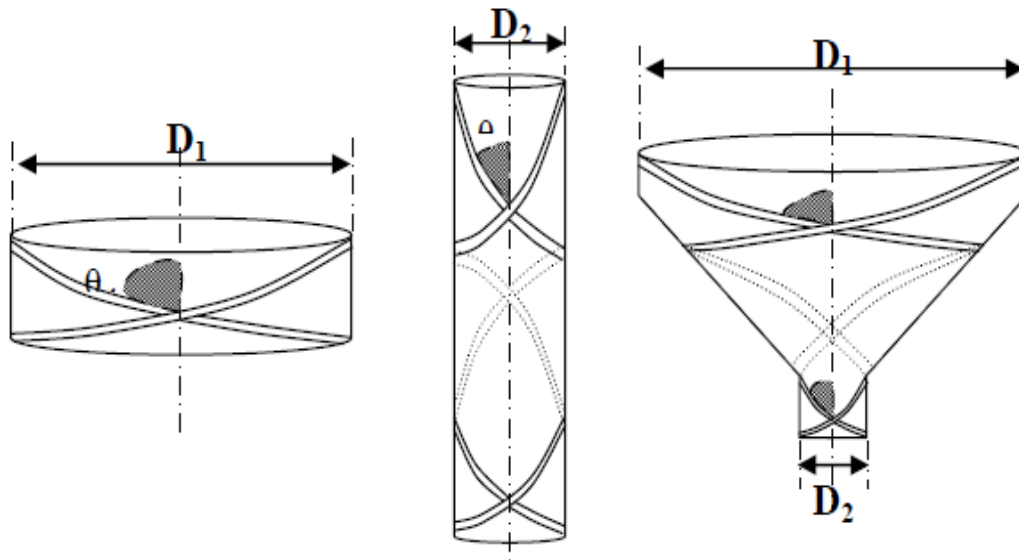


Figure (I.8) : Tissages cylindrique et conique

### c) 2. Tissus multidirectionnels

Des tissages volumiques sont également utilisés, et caractérisés par le nombre de directions de tissage : 3D, 4D, etc. La structure la plus simple est celle du tissage 3D, où les fils sont disposés suivant 3 directions orthogonales (Figure I.9). Dans un tissage 4D, les fils sont disposés suivant 4 directions (Figure I.10)

L'objectif est d'obtenir des matériaux composites isotropes.

Les deux figures (Figure (I.9) et Figure (I.10)) nous représentent respectivement la tissage 3D orthogonal et la tissage 4D

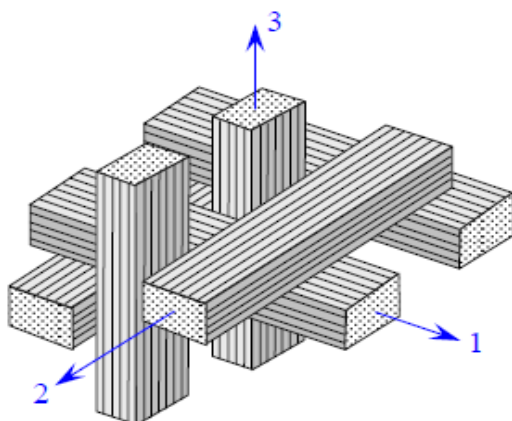


Figure (I.9) : Tissage 3D orthogonal

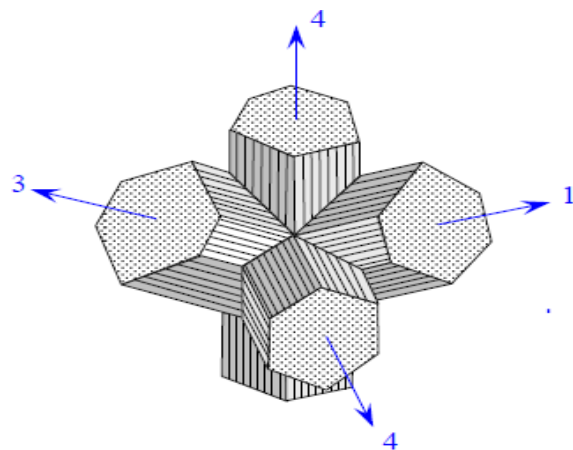


Figure (I.10) : Tissage 4D

### **I.5.2.2. Les Principales fibres [7]**

Il existe un grand nombre des renforts sous forme de fibres que l'on peut diviser en quatre grandes catégories :

➤ **Les fibres naturelles :**

Il s'agit essentiellement de fibres végétales (lin, chanvre, sisal, jute, ...) ou animales (poiles et la soie de sécrétion).

➤ **Les fibres artificielles :**

Elles sont obtenues après dissolution de matières naturelles et filage de la solution par un procédé d'extrusion. Les fibres les plus utilisées sont : les fibres de viscose haute ténacité ; les fibres d'alginate et les fibres de chitosane.

➤ **Les fibres synthétiques :**

Ces fibres sont obtenues par filage d'un polymère synthétique et mise en œuvre à partir d'un procédé d'extrusion/filage par voie fondu ou solvant.

➤ **Les fibres de spécialité :**

Cette catégorie regroupe les fibres les plus utilisées dans l'industrie. Ce sont les Fibres organiques à haute performance et les Fibres inorganiques.

### **I.5.2.3. Les natures des fibres :**

On distingue plusieurs natures de fibre :

**a)Fibre de carbone**

C'est la fibre la plus utilisées dans les applications hautes performances. Elle est obtenue par carbonisation de la fibre de PAN. Selon la température de combustion, on distingue deux types de fibres :

- Fibres haute résistance (HR) : pour une combustion de 1000 à 1500 °C ;
- Fibres haut module (HM) : pour une température de combustion de 1800 à 2000 °C.

➤ **Fabrication des fibres de carbone :**

La figure (I.11) démontré la Principe du procédé de fabrication des fibres de carbone.

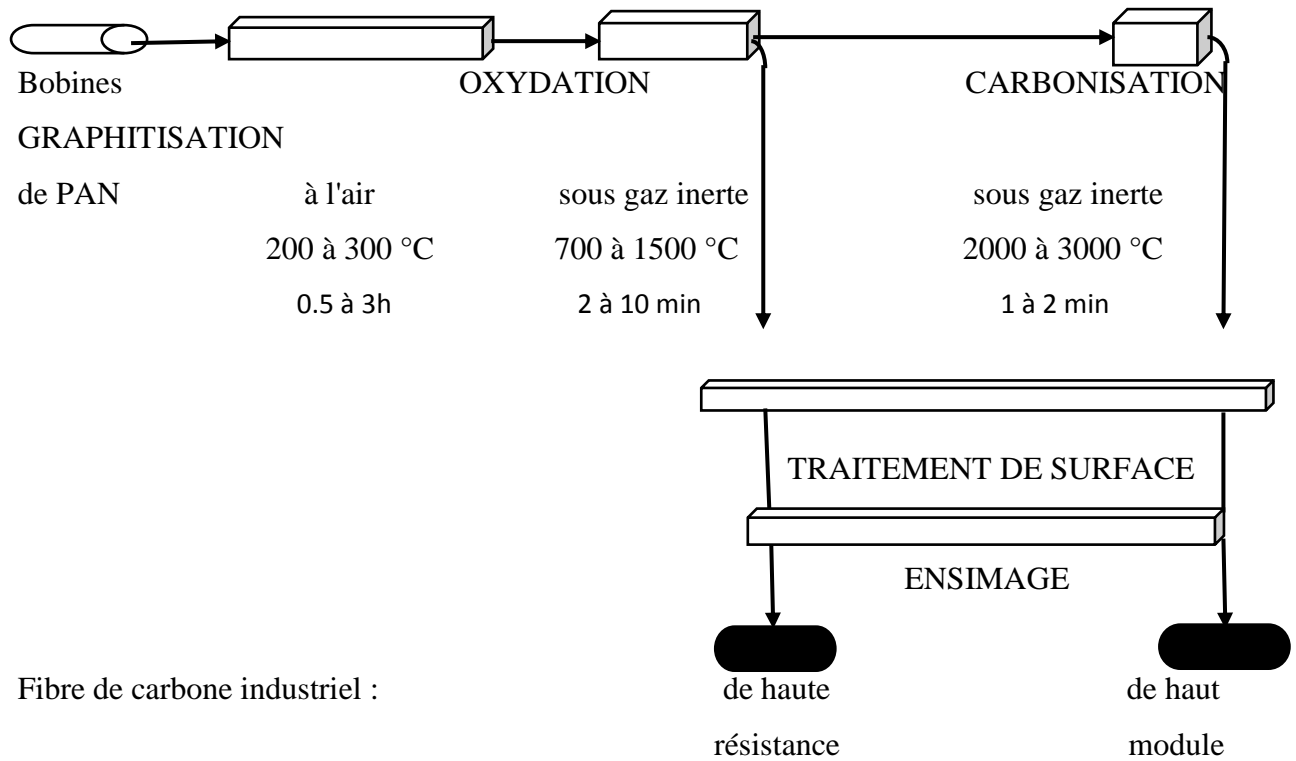


Figure (I.11) : Principe du procédé de fabrication des fibres de carbone

**b) Fibre de verre**

Elle constitue le renfort essentiel des composites de grande diffusion. Elle est obtenue à partir de sable (silice) et d'additifs (alumine, carbonate de chaux, magnésie, oxyde de bore).

La figure (I.12) représente la fibre de verre



Figure (I.12) : Fibre de verre

**c) Fibre d'aramide**

Souvent appelée KEVLAR, la fibre d'aramide est issue de la chimie des polyamides aromatiques. Il est possible de trouver deux types de fibres d'aramide de rigidités différentes :

- La fibre basse module : utilisées pour les câbles et les gilets pare-balles
- La fibre haute module : employées dans le renforcement pour les composites hautes performances.

La figure (I.13) représente la fibre d'aramide



Figure (I.13) : Fibre d'aramide

**d) Fibre de bore**

Fibres de haut module et insensibles à l'oxydation à hautes températures, elles sont obtenues par dépôt en phase gazeuse sur un substrat en tungstène.

### I.5.2.4. Caractéristiques moyennes des fibres et renforts

Le tableau (I.3) indique les caractéristiques moyennes des fibres et renforts

Tableau (I.3) : Les caractéristiques moyennes des fibres et renforts [3]

Fibre	Densité	Diamètre du filament (mm)	Charge de rupture en traction (MPa)	Charge de rupture en compression (MPa)	Allongement à la rupture (en%)	Module d'élasticité (MPa)
Verre E	2.25	3-30	3400	1200	4.8	73000
Verre R	2.48	3-30	4400	1300	5.4	86000
Aramide bas module	1.45	12	3100	500	2	70000
Aramide haut module	1.45	12	3100	500	1	130000
Carbone haut module	1.8	8	2800	1800	0.5	200000
Bore	2.63	100-200	3500	3500	0.8	400000

### I.5.3. Les charges et les additifs [3] :

Elles sont utilisées pour améliorer les caractéristiques mécaniques et physiques et pour faciliter la mise en œuvre.

#### I.5.3.1.les charges :

##### ➤ Charges renforçantes :

L'objet de l'incorporation de charges renforçantes est d'améliorer les caractéristiques mécaniques de la résine. Ces charges peuvent être classées suivant leur forme géométrique en

- Charges sphériques.
- Charges non sphériques.

##### ➤ Charges non renforçantes :

Les charges non renforçantes ont pour rôle soit de diminuer le coût des résines en conservant les performances des résines, soit d'améliorer certaines propriétés des résines.

Parmi ces classes on trouve :

- Charges de faible coût.

- Charges ignifugeantes.
  - Charges conductrices et antistatiques
- **Charges conductrices et antistatiques :**
- Poudre ou paillettes métalliques en cuivre, fer, aluminium
  - Des microbilles de verre métallisées (cuivre argent)
  - Des particules de carbone (noir de carbone)
  - Des filaments métalliques

### **I.5.3.2. Les additifs :**

Les additifs se trouvent en faible quantité (quelques % et moins) et interviennent comme :

- Lubrifiants et agents de démoulage,
- Pigments et colorants,
- Agents anti-retrait,
- Agents anti-ultraviolets,

## **I.6. Mise en œuvre des matériaux composites**

### **I.6 .1. Moulages sans pression :**

C'est une méthode de moulage à froid sans intervention d'une presse (sans pression), elle est la méthode la plus simple à mettre en œuvre. Elle nécessite un minimum d'équipement des pièces comportent une seule face lisse, reproduisant l'aspect du moule, et par conséquent d'amortissement. Cette méthode permet la réalisation de pièces en petites et moyennes séries, sans restriction de formes et dimensions.

➤ **Moulage au contact**

La figure (I.14) montré le principe du moulage au contact.

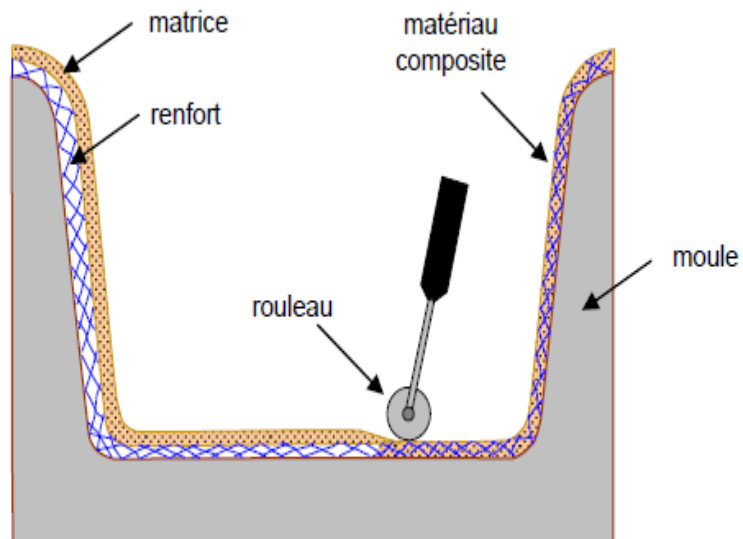


Figure (I.14):.Principe du moulage au contact. [3]

➤ **Moulage par projection simultanée**

La figure (I.15) offrir le principe du moulage par projection simultanée

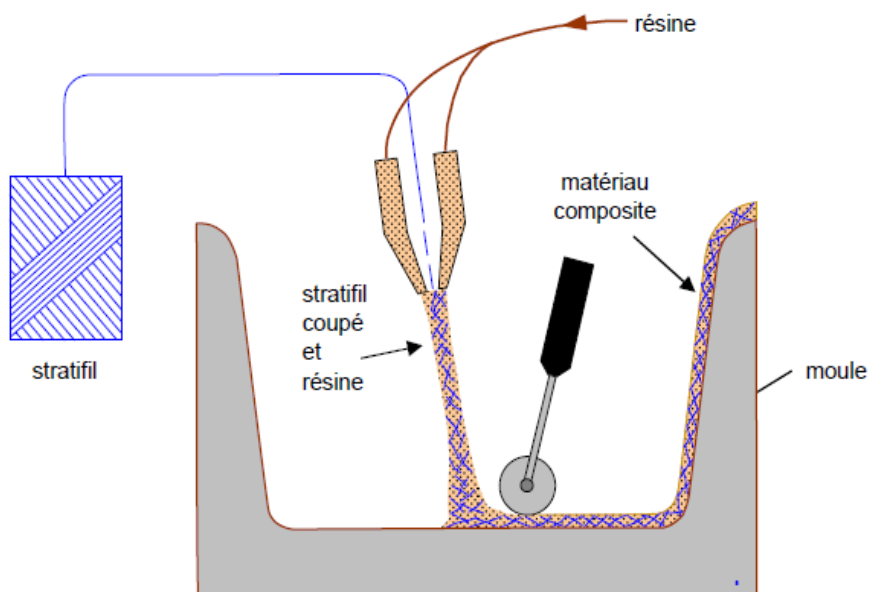


Figure (I.15) : Principe du moulage par projection simultanée [3]



**I.6 .2. Moulage sous vide [6] :**

Le moulage sous vide s’effectue entre moule et contre moule rigide, semi-rigide ou souple suivant la technologie de mis en œuvre. Le renfort est placé à l’intérieur du moule ; la résine catalysée est versée sur le renfort. On utilise la pression qui s’exerce sur le moule lors de la mise sous vide pour répartir la résine et imprégner le renfort.

La résine peut également être injectée par l’aspiration consécutive au vide.

La figure (I.16) donné le principe moulage sous vide

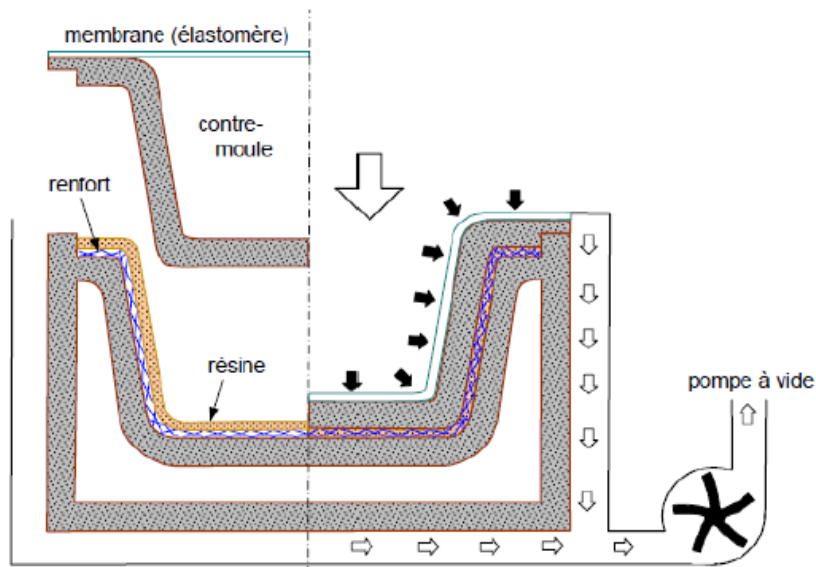


Figure (I.16) : Moulage sous vide [3].

Le tableau suivant représente les avantages et les inconvénients du moulage sous vide :

Tableau (I.4) : Les avantages et les inconvénients du moulage sous vide.

Avantages	Limites
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Deux faces lisses éventuellement gel-coatés.</li> <li>- Qualité constante</li> <li>- Bonne cadence de production</li> <li>- Nécessite peu de surface</li> <li>- Investissement très modéré (moule, pompes à vide)</li> <li>- Bonnes conditions de travail et d’hygiène.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Possibilité de forme plus réduite qu’au contact</li> <li>- Mise au point parfois difficile</li> </ul>

### I.6 .3. Moulage par compression

#### ➤ Moulage par projection de résine :

Le moulage par injection de résine RTM (Résine Transfert Molding). Une nappe de fibre (tissus, mats) est déposée dans un moule fermé étanche et la résine est injectée à basse pression [8].

La figure (I.17) fournit le Principe de moulage par injection de résine

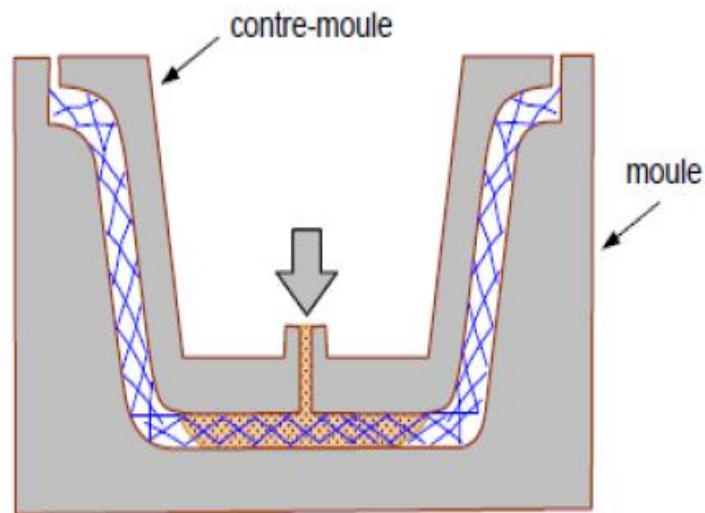


Figure (I.17) : Principe de moulage par injection de résine [3]

#### ➤ Moulage par compression à froid

Ce procédé de moulage est adapté à la fabrication de pièces de moyennes séries sans chauffage du moule, ce dernier peut être réalisé par le transformateur en matériau composite. L'investissement (matériel et moule) est moins que le procédé de compression à chaud.

La figure (I.18) représente le moulage par compression à froid

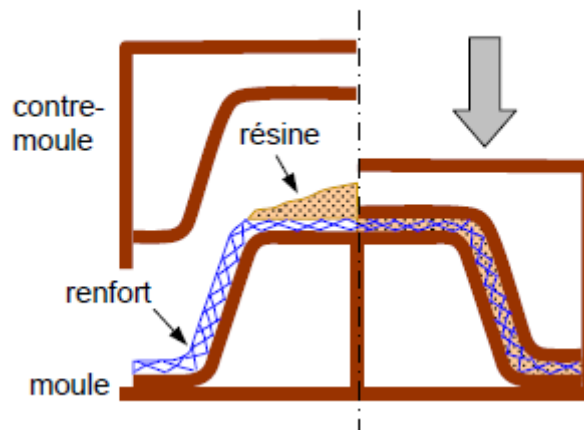


Figure (I.18) : Moulage par compression à froid [3].

➤ **Moulage par compression à chaud**

Cette technique permet d'obtenir des pièces de bonnes caractéristiques mécaniques en grandes séries au moyen de presses hydrauliques et de moules métalliques chauffants.

La figure (I-19) accordé : le moulage par compression à chaud

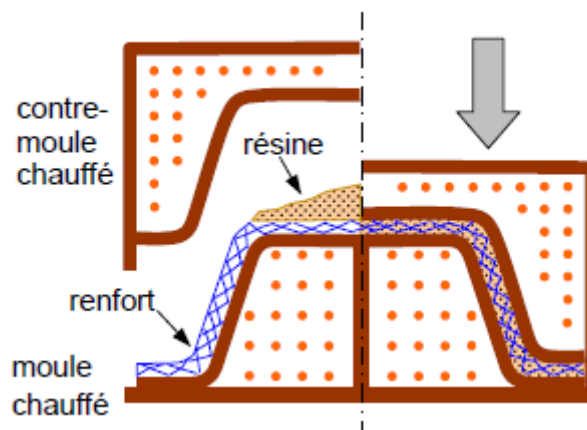


Figure (I.19) : Moulage par compression à chaud [3].

**I.7. Structure des matériaux composites :**

Les structures des matériaux composites peuvent être classées en trois types :

- Les stratifiées
- Les sandwiches
- Les monocouches

### I.7. 1. Les stratifiées :

On appelle stratifié un matériau composé d'un ensemble ordonné de couches d'orientation et d'épaisseur données, constituées de divers matériaux. Une couche d'un stratifié est souvent appelée une strate. Le type de stratifié est défini généralement par sa séquence d'empilement, information qui fournit de manière synthétique l'orientation des diverses couches d'un stratifié. L'avantage que présentent les composites stratifiés est de permettre de créer des matériaux aux propriétés mécaniques orientées de manière optimale afin de mieux répondre aux sollicitations de la structure [9].

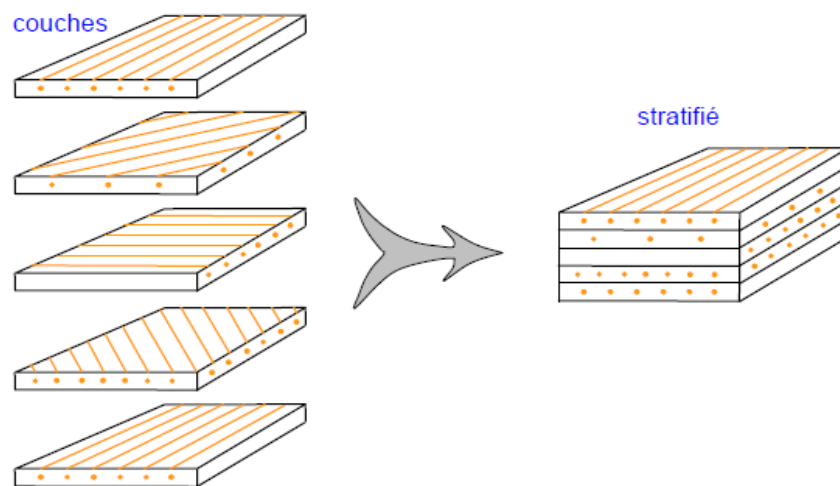


Figure (I.20) : Plaque stratifiée.

### I.7. 2. Sandwichs :

Les structures composites subissant des sollicitations de type flexion ou torsion sont généralement construites en matériaux sandwichs. Une structure sandwich est composée d'une âme et de deux peaux en matériaux composites. L'assemblage est réalisé par collage à l'aide d'une résine compatible avec les matériaux en présence. Les âmes les plus utilisées sont de type nid d'abeilles, âme ondulée ou mousse. Les peaux sont généralement constituées de structures stratifiées [6].

La figure (I.21) clarifié le composite sandwich.

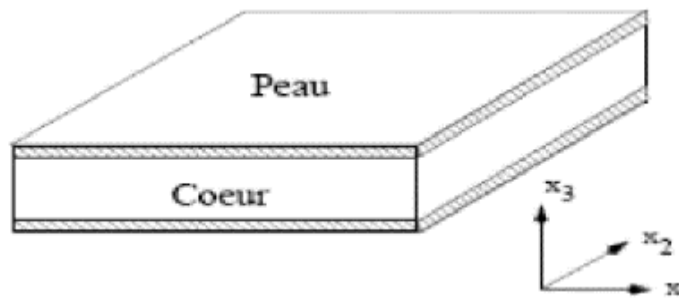
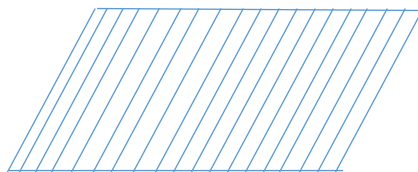


Figure (I.21) : Composites sandwich.

### I.7. 3. Les monocouches :

Les monocouches sont les éléments de base des structures composites. Des fibres unidirectionnelles placées dans le plan médian sont emprisonnées dans une matrice polymère. Ils sont caractérisés par le type de renfort utilisé : des fibres longues (unidirectionnelles ou non), courtes, sous forme de tissus, de rubans [10].

La figure (I.22) dessiné la Composite monocouche.



Pli UD

Figure (I.22) : Composite monocouche.

## 1.8. Avantages et inconvénients des matériaux composites

### ➤ **Avantage des matériaux composites :**

Les composites sont préférés à d'autres matériaux parce qu'ils offrent des atouts liés à :

- Leur légèreté.
- Leur résistance à la corrosion et aussi à la fatigue.
- Leur insensibilité aux produits comme les graisses, les liquides hydrauliques, les peintures et les solvants.

- Leur possibilité de prendre plusieurs formes, d'intégrer des accessoires et permettre la réduction de bruit.

➤ **Inconvénients des matériaux composites :**

Cependant certains inconvénients freinent leur diffusion :

- Les coûts des matières premières et des procédés de fabrication.
- La gestion des déchets engendrés et la réglementation de plus en plus stricte.

### 1.9. Les domaines d'utilisation :

Les matériaux composites de nos jours prennent une place prépondérante dans différents domaines :

- Électricité et électronique,
- Bâtiment et travaux publics.
- Transports routiers, ferroviaires, maritimes, aériens et spatiaux (notamment militaire,)
- Santé (instrumentation médicale).

### 1.10. La loi de mélange [11]

➤ **La loi de mélange pour les composites stratifiés :**

Les déformations des matériaux homogènes et isotopiques peuvent être décrites assez simplement à l'aide des modules d'élasticité et des contraintes de déformation, qui sont les propriétés de base des matériaux bruts. Dans le cas des composites, chaque élément joue un rôle différent et c'est l'association de ces propriétés qui confère au matériau final ses caractéristiques propres. Bien que ces caractéristiques finales soient le résultat d'interactions complexes entre le renfort et la matrice, il est possible d'en donner une estimation simple à l'aide de la Loi des Mélanges appliquée aux composites stratifiés :

$$P_C = \rho_C * V_C = \rho_f * V_f + \rho_m * V_m \text{ où } (V_f + V_m) = 1 \quad (\text{I.1})$$

Avec :

- $V_f$  = fraction volumique de fibres
- $V_m$  = fraction volumique de matrice
- $P_C$  = poids estimé du composite
- $\rho_f$  = masse volumique de la fibre
- $\rho_m$  = masse volumique de la matrice

Il s'agit de valeurs théoriques, en réalité la présence de vides fait que  $V_f + V_m \leq 1$ . Par exemple, le module d'élasticité en traction peut être estimé en se basant sur les modules respectifs de la fibre et de la matrice. Cette équation peut être modélisée par un système de ressorts associés en parallèle Figure (I.23).

$$E_c = E_f * V_f + E_m * V_m \quad (I.2)$$

Avec :

- $E_c$  = module d'élasticité en traction estimé du composite
- $E_f$  = module d'élasticité en traction de la fibre
- $E_m$  = module d'élasticité en traction de la matrice
- $V_f$  = fraction volumique de fibres
- $V_m$  = fraction volumique de matrice

La figure (I.23) représente modélisation par un système de ressorts des propriétés en traction d'un composite stratifié.

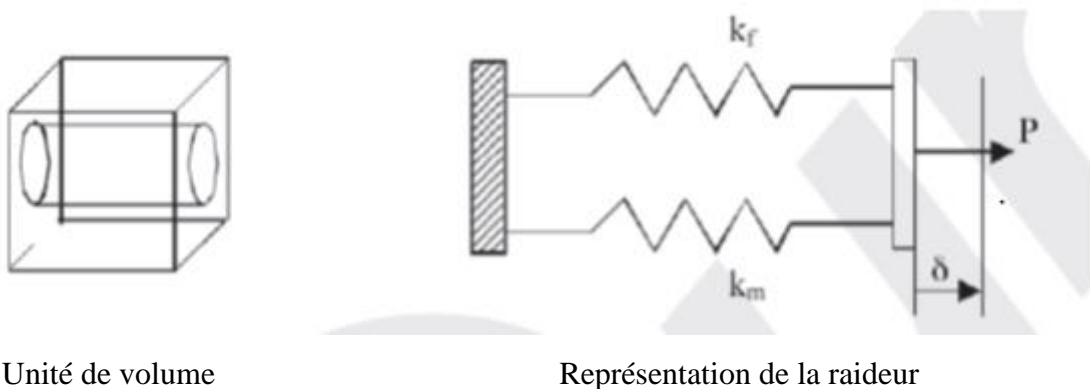


Figure (I.23) : Modélisation par un système de ressorts des propriétés en traction d'un composite stratifié.

Dans le cas du module d'élasticité en flexion, le modèle correspond à une association en série des ressorts (Figure.24).

L'équation correspondante serait alors (I.3)

$$E_{c, f} = \frac{E_f * E_m}{E_f * V_m + E_m * V_f} \quad (I.3)$$

Avec :

- $E_{c,f}$  = module d'élasticité en flexion estimé du composite
- $E_{f,f}$  = module d'élasticité en flexion de la fibre
- $E_{m,f}$  = module d'élasticité en flexion de la matrice
- $V_f$  = fraction volumique de fibres
- $V_m$  = fraction volumique de matrice

La figure (I.24) donner la Modélisation par un système de ressorts des propriétés en flexion d'un Composite stratifié.

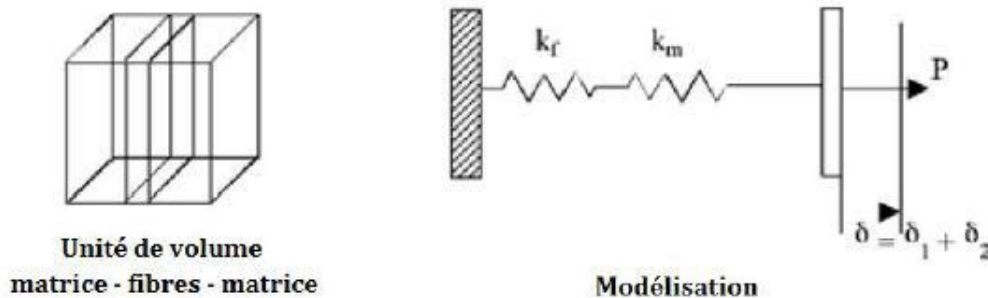


Figure (I.24) : Modélisation par un système de ressorts des propriétés en flexion d'un Composite stratifié.

Ces deux équations permettent de déterminer les bornes supérieure ( $E_{c,t}$ ) et inférieure ( $E_{c,f}$ ) au module d'élasticité du composite, modélisées respectivement par une courbe linéaire et par une hyperbole. Le module réel du composite se situe alors entre ces deux courbes.



La figure (I.25) montre la modélisation des bornes d'après la Loi des Mélanges

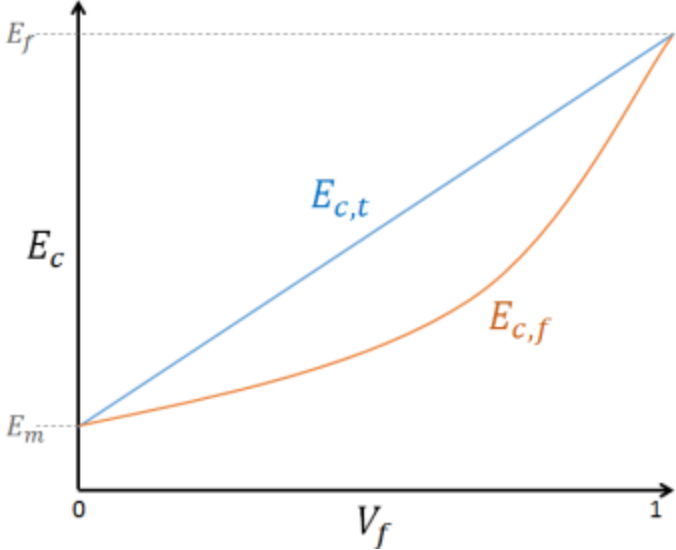


Figure (I.25) : Modélisation des bornes d'après la Loi des Mélanges

## *Chapitre II*

# *Théorie des poutres stratifiées sollicitées en flexion 3 points*

## Chapitre II : Théorie des poutres stratifiées sollicitées en flexion 3 points

### II-1 Introduction :

La flexion est le type d'essais le plus utilisé pour déterminer les caractéristiques mécaniques et le comportement des matériaux composites. Ce choix offre l'avantage de diminuer considérablement les difficultés de réalisation de l'essai par l'utilisation d'éprouvettes simples sans avoir la difficulté du collage des étalons ni le problème rencontré lors du serrage des mors dans le cas des essais de traction (sur contraintes locales conduisant à des ruptures prématurées de l'éprouvette). De plus, selon que l'opérateur travaillera en flexion 3 points ou 4 points et, suivant la distance entre appuis, il pourra privilégier un mode de rupture en traction-compression ou en cisaillement [12].

### II.3 Comportement élastique d'une couche de matériaux orthotropes :

#### II.3.1 Comportement dans les axes du matériau :

Le matériau composite orthotrope a un comportement élastique, rapporté à ses axes principaux est décrit en introduisant soit sa par matrice de rigidité  $C_{ij}$  [3].

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (\text{II.1})$$

Autrement sa matrice de souplesse  $S_{ij}$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (\text{II.2})$$

#### II.3.2 Etat de contraintes planes :

On est conduit à considérer un état de contraintes planes, dans le cas de la théorie des stratifiés défini par :

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{II.3})$$

Dans ce cas, on peut explicitées les relations d'élasticité à partir de la matrice de rigidité réduite Q du matériau :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{II.4})$$

Où les constantes de rigidité se formulent en fonction des rigidités suivantes :

$$Q_{11} = C_{11} - \frac{C_{23}^2}{C_{33}}$$

$$Q_{22} = C_{22} - \frac{C_{23}^2}{C_{33}} \quad (\text{II.5})$$

$$Q_{12} = C_{11} - \frac{C_{13}}{C_{33}} C_{23} \qquad Q_{66} = C_{66}$$

Les constantes de rigidité s énoncent en fonction des modules de l'ingénieur : ET module d'Young transversal, EL module de Young longitudinal, vLT coefficient de poisson et GLT module de cisaillement, suivant les expressions :

$$Q_{11} = \frac{E_L}{1 - \frac{E_T}{E_L} V_{LT}^2} \qquad Q_{22} = \frac{E_T}{E_L} Q_{11} \quad (\text{II.6})$$

$$Q_{12} = V_{LT} Q_{11} \qquad Q_{66} = Q_{LT}$$

**II.3.3 Champ des déformations :**

A partir de la théorie classique des stratifiés on écrit le champ des déplacements, sous la forme suivante :

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x}(x, y)$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y}(x, y) \quad (\text{II.7})$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y)$$

## Chapitre II : Théorie des poutres stratifiées sollicitées en flexion3 points

Le champ de déformations se maintient des déplacements ( $u, v, w$ ) et s'écrit sous la forme :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial y}$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.8})$$

$$\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \left( \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + z \left( \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right)$$

$$\gamma_{xz} = 2\varepsilon_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x$$

$$\gamma_{yz} = 2\varepsilon_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \varphi_y$$

Ce champ des déformations est celui d'un schéma du premier degré avec prise en compte du cisaillement transverse.( )

L'hypothèse supplémentaire qui émet dans la théorie classique des stratifiés consiste à négliger le cisaillement transverse et à considérer, dans ce cas, les déformations en cisaillement transverse nulles, soit :

$$\gamma_{xz} = 0 \quad \gamma_{yz} = 0 \quad (\text{II.9})$$

À la suite (II.9), cette hypothèse implique :

$$\varphi_x(x, y) = -\frac{\partial w_0}{\partial x} \quad \varphi_y(x, y) = -\frac{\partial w_0}{\partial y} \quad (\text{II.10})$$

En un point M, le tenseur des déformations est :

$$\varepsilon(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.11})$$

Le champ des déformations est la superposition :

-des déformations en membrane :

$$\varepsilon_m(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (\text{II.12})$$

Se formulant uniquement en fonction des déplacements ( $u_0, v_0$ ) dans le plan (Oxy) des points de ce plan ;

-des déformations en flexion et en torsion :

$$\varepsilon_f(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^f \\ \varepsilon_{yy}^f \\ \varepsilon_{xy}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (\text{II.13})$$

S'expriment en fonction des angles de rotation de la déformée du plan moyen et de la cote z du point M. les déformations en flexion et torsion s'écrit alors:

$$\varepsilon_f(M) = z k(x, y) \quad (\text{II.14})$$

Soi que

$$\varepsilon_f(M) = z \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} = -z \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ \frac{2 \partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (\text{II.15})$$

La matrice  $k(x, y)$  est nommée matrice des courbures de la plaque sollicitée en flexion.

Dernièrement, le champ des déformations s'écrit :

$$\varepsilon(M) = \varepsilon_m(M) + \varepsilon_f(M) \quad (\text{II.16})$$

Ou bien

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

### II.3.4 Champ des contraintes

A partir du champ des déformations on peut s'explique l'état de contraintes en un point M du stratifié

Les schémas de déformation les plus faciles et les plus employé sont ceux du 1<sup>er</sup> degré de la forme :

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) + Z\varphi_x(x, y)$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) + Z\varphi_y(x, y) \quad (\text{II.18})$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y)$$

Alors au point M, le tenseur des contraintes est :

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.19})$$

Le champ de contrainte se diminué aux seules contraintes en membrane  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$

### II.4 Résultantes et moments

#### II.4.1 Résultantes en membrane [3] :

Le champ des résultantes en membrane, noté  $N(x, y)$ , est défini par :

$$N(x, y) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_k(M) dz \quad (\text{II.20})$$

Où

$\sigma_k(M)$  est la matrice des contraintes en membrane  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$  dans la couche  $k$ . Soit :

$$N(x, y) = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (\text{II.21})$$

## Chapitre II : Théorie des poutres stratifiées sollicitées en flexion3 points

$N_x$ ,  $N_y$ , et  $N_{xy}$  sont les résultantes, par unité de longueur de respectivement des contraintes normales et des contraintes de cisaillement, dans le plan  $(x, y)$ . Elles sont schématisées symboliquement sur la figure (II.1)

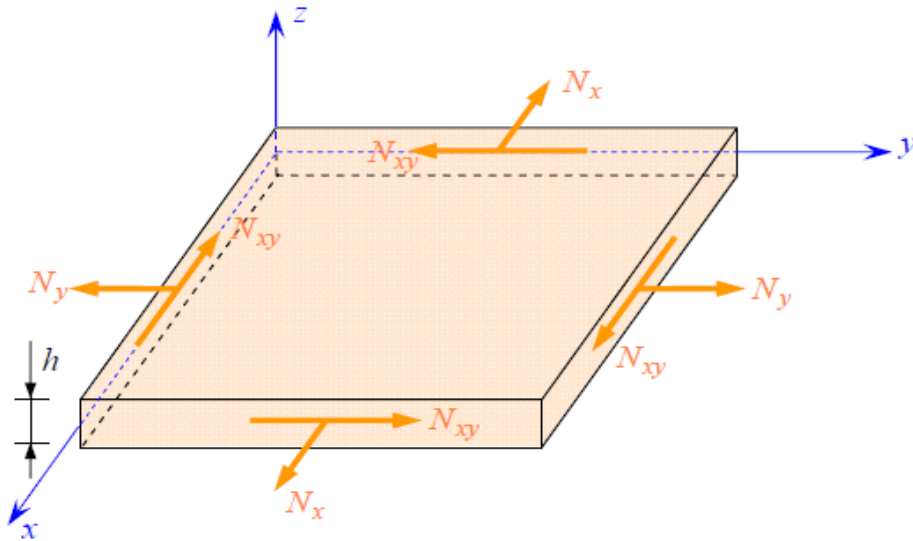


Figure (II.1) : Schématisation des résultantes en membrane des actions exercées sur un élément de stratifié.

La discontinuité des contraintes en passant d'une couche à l'autre conduit à réécrire la relation (II.20) sous la forme :

$$N(x, y) = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k dz \quad (\text{II.22})$$

$$N(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [Q'_k \varepsilon_m(x, y) + Z Q'_k k(x, y)] dz \quad (\text{II.23})$$

$$= \sum_{k=1}^n \left[ Q'_k \varepsilon_m(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} dz \right] + \sum_{k=1}^n \left[ Q'_k k(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \right]$$

$$= \left[ \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) Q'_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \left[ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k \right] k(x, y)$$

$Q'_k$  est la matrice de rigidité d'une couche de stratifié



Soit en définitive

$$N(x, y) = A\varepsilon_m(x, y) + Bk(x, y) \quad (\text{II.24})$$

En introduisant les matrices :

$$A = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) Q'_k \quad ; \quad A = [A_{xy}] \quad (\text{II.25})$$

Avec

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) (Q'_{ij})_k$$

$$B = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k \quad ; \quad B = [B_{xy}]$$

Avec (II.26)

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) (Q'_{ij})_k$$

Ces équations montrent que dans le cas d'un stratifié, les résultantes en membrane ne sont pas seulement fonctions des déformations en membrane comme dans le cas de plaques homogènes, mais sont également fonction des courbures en flexion et en torsion

#### **II.4.2 Résultantes en cisaillement [3] :**

Les résultantes en cisaillement sont définies de la même manière par :

$$Q(x, y) = \begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix}_k dz \quad (\text{II.27})$$

Les résultantes en cisaillement sont définies par unité de longueur du stratifié. Elles sont schématisées sur la figure (II.2).

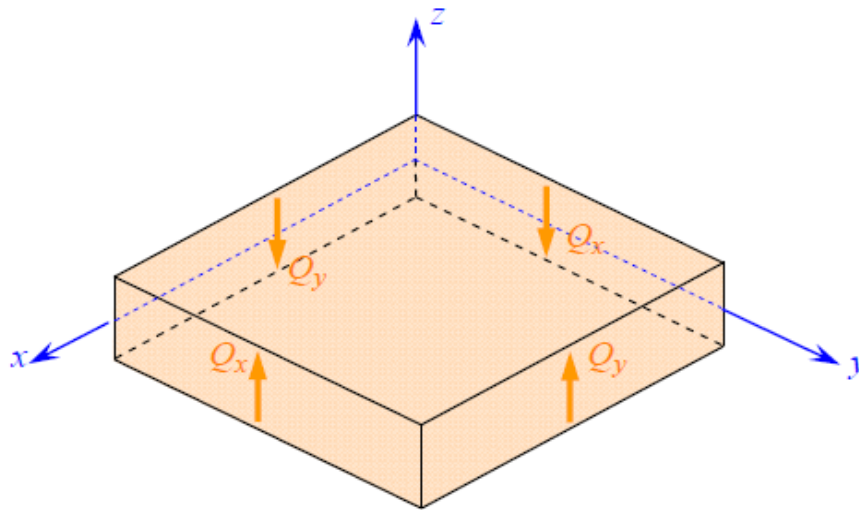


Figure (II.2) : Représentation schématique des résultantes de cisaillement.

### II.4.3 Moments de flexion et de torsion [3] :

Les relations fondamentales des stratifiés font intervenir les moments résultants des contraintes exercées sur un élément du stratifié. Les moments de flexion et de torsion sont définis par :

$$M(x, y) = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} z \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (\text{II.28})$$

## Chapitre II : Théorie des poutres stratifiées sollicitées en flexion3 points

$M_x$  et  $M_y$  sont les moments de flexion et  $M_{xy}$  le moment de torsion. Ils sont schématisés à la figure (II.3)

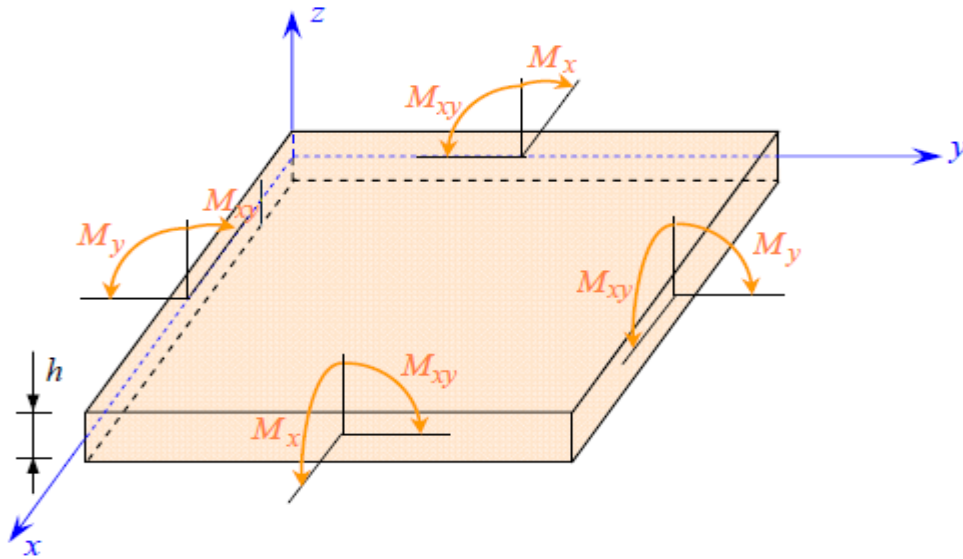


Figure (II.3) : Schématisation des moments de flexion et de torsion.

Le champ des moments s'explique comme suite

$$M_f(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [Q'_k \varepsilon_m(x, y) + z^2 Q'_k k(x, y)] \quad (II.29)$$

$$M_f(x, y) = \left[ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \left[ \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) Q'_k \right] k(x, y)$$

Soit :

$$M_f(x, y) = B \varepsilon_m(x, y) + D_k(x, y) \quad (II.30)$$

En introduisant les matrices :

$$D = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) D'_k$$

$$\text{Avec} \quad (II.31)$$

$$D_{xy} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) (Q'_{xy})_k$$

Les moments de flexion et de torsion sont donc fonctions des courbures en flexion et en torsion, mais sont également fonction des déformations en membrane.

**II.5 Equation constitutive :**

L'équation constitutive d'une plaque stratifiée exprime les résultantes et moments en fonctions des déformations en membrane et des courbures

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \tag{II.32}$$

Les termes des matrices introduites donnés par les expressions (II.25), (II.26) et (II.31) sont également exprimés en introduisant l'épaisseur  $k$  et la cote  $z$  au centre de la couche  $k$ , sous la forme :

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^n [Q'_{ij}]_k e_k \\ B_{ij} &= \sum_{k=1}^n [Q'_{ij}]_k e_k z_k \\ D_{ij} &= \sum_{k=1}^n [Q'_{ij}]_k \left[ e_k z_k^2 + \frac{e_k^3}{12} \right] \end{aligned} \tag{II.33}$$

**II.6 Matrice de rigidité :**

La matrice intervenant dans l'expression (II.31) est la matrice de rigidité du stratifié décrivant le comportement élastique macroscopique du stratifié au point  $M_0(x,y) = M(x,y,0)$

La matrice  $A$  est la matrice de rigidité en membrane,  $D$  est la matrice de rigidité de flexion et  $B$  la matrice de couplage membrane-flexion-torsion. Ce couplage existe même si les matériaux des couches sont isotropes. Il résulte de la structure en couches de matériaux de caractéristiques mécaniques différentes.

Le couplage est nul ( $B=0$ ) seulement dans le cas où le stratifié est symétrique. La symétrie implique une symétrie de propriétés des couches, de leurs côtes et de leurs orientations.

Divers couplages sont observés et mis en évidence. Le couplage torsion cisaillement provient des termes  $A_{16}, A_{26}$ . Le couplage membrane-flexion résulte des termes  $B_{11}, B_{12}$  et  $B_{13}$ , alors que le couplage membrane-torsion résulte des termes  $B_{13}, B_{26}$ . Enfin, le couplage flexion torsion résulte des coefficients  $D_{16}, D_{26}$

## II.7 Théorie classique des stratifiés

### II.7.1 Expressions générales :

Dans le cas d'une flexion pure d'un stratifié symétrique, l'équation constitutive (II-32) se réduit à :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.34})$$

Où  $K_x, K_y$  et  $K_{xy}$  sont définis dans les relations :

$$k_x = \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}, \quad k_y = \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}, \quad k_{xy} = \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \quad (\text{II.35})$$

L'équation (II-34) s'écrit sous la forme inverse suivante :

$$\begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}^* & D_{12}^* & 0 \\ D_{21}^* & D_{22}^* & 0 \\ 0 & 0 & D_{66}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.36})$$

Où  $D_{ij}^*$  sont les éléments de la matrice inverse de  $[D_{ij}]$

La théorie des poutres fait l'hypothèse que, dans le cas d'une flexion suivant l'axe  $x$ ,  $M_x$  et  $M_{xy}$  les moments sont nuls :

$$M_x = M_{xy} = 0 \quad (\text{II.37})$$

Les relations (II-35) et (II-36) conduisent donc à :

$$k_x = \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = D_{11}^* M_x \quad (\text{II.38})$$

Enfin, la théorie des poutres fait l'hypothèse supplémentaire que la flèche n'est fonction que de  $x$  :

$$w_0 = w_0(x) \quad (\text{II.39})$$

La plus grande attention doit toutefois être apportée à cette dernière hypothèse. En effet, les équations (II.35) et (II.36) montrent que les courbures  $k_x$  et  $k_{xy}$  sont fonctions du moment de flexion  $M_x$  soit :

$$k_y = \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} = D_{12}^* M_x \quad (\text{II.40})$$

$$k_{xy} = -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} = D_{12}^* M_x$$

Ces relations montrent que la flèche  $w_0$  dépend a priori de la variable  $y$ .

Cet effet est particulièrement important dans le cas d'éprouvettes de flexion de laboratoire, de forme plus proche d'une lame que d'une poutre. Il en résulte que la flexion et la torsion induite par les termes  $D_{12}^*$  et  $D_{16}^*$  dans les équations (II.40) tendent à produire un décollement partiel de la poutre sur ses supports.

Cet effet est toutefois négligeable dans le cas où le rapport de la longueur à la largeur ( $L/b$ ) est suffisamment élevé.

- Il est usuel d'écrire cette équation sous la forme :

$$\frac{d^2 w_0}{dx^2} = - \frac{M}{EI_x} \quad (\text{II.41})$$

En introduisant :

- Le module de flexion  $E I_x$  de la poutre :

$$E_x = \frac{12}{h^3 D_{11}^*} \quad (\text{II.42})$$

- Le moment quadratique  $I$  de la section droite de la poutre par rapport au plan  $(x, y)$  :

$$I = I_{xy} = \frac{bh^3}{12} \quad (\text{II.43})$$

- Le moment  $M$  de flexion :

$$M = bM_x \quad (\text{II.44})$$

- L'équation de flexion des plaques se réduit ici à :

$$\frac{d^2 M_x}{dx^2} + q = 0 \quad (\text{II.45})$$

- En tenant compte de (II-41), cette équation s'écrit :

$$\frac{d^4 w_0}{dx^4} = D_{11}^* \quad , \quad \frac{d^4 w_0}{dx^4} = \frac{P}{E_x I} \quad (\text{II.46})$$

Avec :  $P = b.q$

L'équation différentielle (II.44) en  $w_0$  a la même forme que l'équation différentielle

$$\frac{d^4 w_0}{dx^4} = \frac{A}{b} q \text{ obtenue dans le cas de la flexion cylindrique.}$$

Les deux équations diffèrent par les coefficients introduits :  $D_{11}^*$  dans la flexion de poutre et

$\frac{1}{D_{11}}$  (stratifié symétrique) dans le cas de la flexion cylindrique.

Dans le problème statique, les déplacements sont indépendants du temps. On a alors :

$$\frac{dM_x}{dx} = Q_x \quad , \quad \frac{dM}{dx} = Q \quad (\text{II.47})$$

En posant :

$$Q = bQ_x \quad (\text{II.48})$$

Les contraintes dans la couche  $k$  du stratifié s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^k \\ \sigma_y^k \\ \sigma_{xy}^k \end{bmatrix} = z \begin{bmatrix} Q_{11}^k & Q_{12}^k & Q_{16}^k \\ Q_{12}^k & Q_{22}^k & Q_{26}^k \\ Q_{16}^k & Q_{26}^k & Q_{66}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.49})$$

## Chapitre II : Théorie des poutres stratifiées sollicitées en flexion3 points

En notant, pour simplifier,  $Q_{ij}^k$  les coefficients de rigidité  $Q'_{ij}$  de la couche  $k$  rapportés aux axes de la plaque, d'où :

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^k &= z(Q_{11}^k D_{11}^* + Q_{12}^k D_{12}^* + Q_{16}^k D_{16}^*) M_x \\ \sigma_{yy}^k &= z(Q_{12}^k D_{11}^* + Q_{22}^k D_{12}^* + Q_{26}^k D_{16}^*) M_x \\ \sigma_{zz}^k &= z(Q_{16}^k D_{11}^* + Q_{26}^k D_{12}^* + Q_{66}^k D_{16}^*) M_x\end{aligned}\quad (\text{II.50})$$

Les expressions de ces contraintes sont réécrites en introduisant  $M$  et  $I$  sous la forme :

$$\begin{aligned}\sigma_x^k &= z a_{xx}^k \frac{M}{I} \\ \sigma_y^k &= z a_{yy}^k \frac{M}{I} \\ \sigma_{xy}^k &= z a_{xy}^k \frac{M}{I}\end{aligned}\quad (\text{II.51})$$

Avec :

$$\begin{aligned}a_{xx}^k &= (Q_{11}^k D_{11}^* + Q_{12}^k D_{12}^* + Q_{16}^k D_{16}^*) \frac{h^3}{12} \\ a_{yy}^k &= (Q_{12}^k D_{11}^* + Q_{22}^k D_{12}^* + Q_{26}^k D_{16}^*) \frac{h^3}{12} \\ a_{xy}^k &= (Q_{16}^k D_{11}^* + Q_{26}^k D_{12}^* + Q_{66}^k D_{16}^*) \frac{h^3}{12}\end{aligned}\quad (\text{II.52})$$

Les expressions précédentes des contraintes ne sont correctes qu'à une distance assez éloignée ( $h$ ) des bords de la poutre. Les résultats précédents ne sont donc pas applicables qu'au cas des poutres ayant un rapport  $b/h$  assez élevé. D'autre part, dans le cas de poutres en matériaux homogènes, les relations (II.50) deviennent :

$$a_{xx} = 1 \text{ et } a_{xy} = 0$$



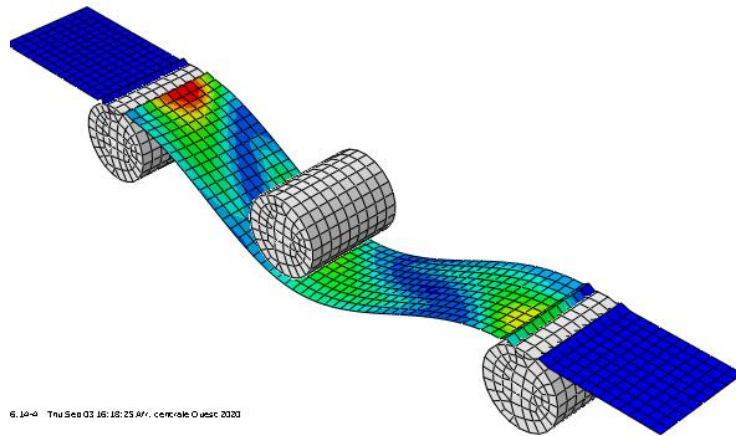
## *Chapitre III*

### *Etude numérique de la flexion 3points par le code Abaqus*

**Chapitre III : Etude numérique de la flexion 3 point par le code Abaqus.**

**III.1 Introduction :**

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats de la simulation de la flexion 3 points par le code commerciale ABAQUS 14.6. L'étude statique est menée sur la poutre de composite stratifié de dimensions 100x15x1,2 pour étudier l'évolution des champs de contraintes, de déformations, le long des contours à travers une plaque stratifiée de dix plis, voir figure III.1 où, nous avons schématisés la modélisation de la plaque stratifiée pour bien expliciter la position de chaque couche dans l'empilement et la direction des fibres. Pour des raisons de symétrie axiale et de révolution et pour faciliter les calculs, il n'est pas nécessaire de travailler sur tout le volume de la plaque. Le modèle sera soumis à une charge linéaire agissant dans la direction négative de z suivant la droite qui représente la ligne centrale de la poutre. La ligne de l'application de cette charge coïncide avec une des lignes de la symétrie. La valeur de la charge appliquée est donc moitié de celle appliquée au plein modèle



La figure (III.1) modélisation de la plaque de l'étude

**III.2 Caractéristiques de la plaque**

La plaque de l'étude est en matériau composite Graphite/époxyde donc les caractéristiques mécaniques sont données dans le tableau III.1

Tableau (III.1) : caractéristiques du matériau.

Nature	E <sub>1</sub> (GPa)	E <sub>2</sub> (GPa)	E <sub>3</sub> (GPa)	G <sub>12</sub> (GPa)	G <sub>23</sub> (GPa)	ρ (kg/m <sup>3</sup> )	ν
Graphite/époxyde	162	14.9		5.7	5.4	1580	<b>0.3</b>

Nous allons tenir compte à la fois de l'influence de la position de chaque couche dans l'empilement, de l'effet de l'orientation des fibres des couches, en étudiant la distribution des contraintes et des déformations pour chaque contour, selon les dix plis, en commençant par les contraintes, puis les déformations. Nous faisons toutefois remarquer que notre simulation se situe au début du domaine élastique pour éviter, en particulier, le cas de l'endommagement du matériau qui se fait principalement par décohésion fibre/matrice et/ou par délaminage entre les couches.

### III.3 Contraintes normales :

Pour les contraintes normales, nous allons voir pli après pli la distribution et l'évolution des valeurs des contraintes pour des coordonnées axiales régulièrement distribuées le long de la plaque, en commençant par la couche inférieure. Nous faisons observer que nous parlerons toujours de l'intensité des contraintes, en valeur absolue, lorsque celles-ci sont en compression, c'est à dire négatives, pour respecter l'interprétation physique et faciliter la comparaison entre les différentes étapes.

#### Couche 1 :

Dans ce pli, nous rappelons, d'abord, que l'orientation des fibres est à 45°. L'évolution de la contrainte  $\sigma_x$  présentée à la figure III.2 montre que les valeurs des contraintes  $\sigma_x$  varient de 0 à 6000 MPa. Plus en détail, on remarque la présence d'une première partie à [0-8] mm, où la variation de la contrainte  $\sigma_x$  est nulle, correspondant à la zone du bord. Puis, la contrainte augmente progressivement pour atteindre une croissance pratiquement linéaire, jusqu'à 22 mm environ. Enfin, on observe une tendance à la diminution de la pente au centre de la plaque, à 25 mm.

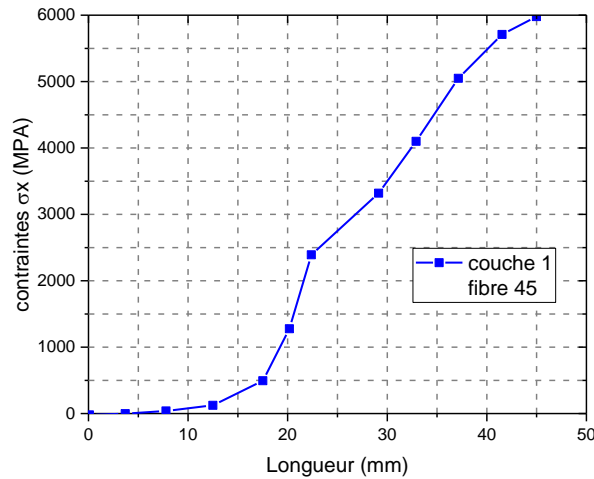


Figure (III.2) : Evolution de la contrainte  $\sigma_x$  de la couche 1.

#### Couche 2 :

Contrairement au premier pli, les fibres sont orientées à  $-45^\circ$ . Ce changement a des conséquences sur l'évolution et la répartition des contraintes comme on le voit à la figure III.3 où on remarque que l'évolution de  $\sigma_x$  est différente par rapport à la première couche. Donc, on observe ici, plus particulièrement l'effet de l'importance de l'orientation des fibres et de la position des couches. En effet, étant relativement ductile par rapport aux renforts, la matrice transmet les efforts de manière beaucoup plus douce alors que le comportement des fibres est plus brutal, non seulement en raison de leur nature, mais aussi selon l'orientation à  $45^\circ$  ou  $-45^\circ$  qui va aggraver ou amoindrir cet effet

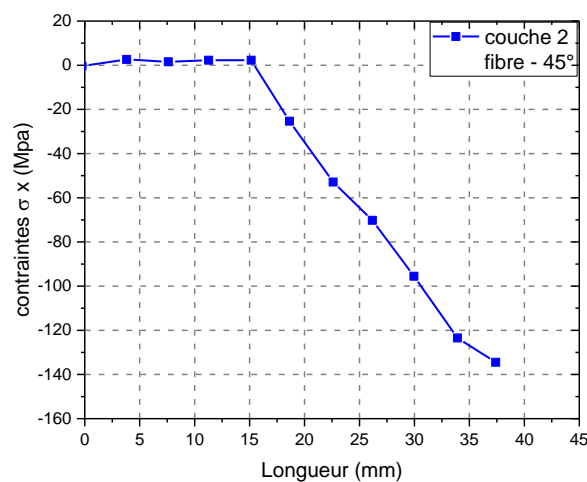


Figure (III.3) : Evolution des contraintes  $\sigma_x$  de la couche 2.

### Chapitre III : Etude numérique de la flexion 3 point par le code Abaqus.

Pour la contrainte  $\sigma_x$  de cette deuxième couche, la courbe montre une légère variation dans la zone du bord, c'est à dire à [0-10] mm, avec des valeurs positives qui commencent à chuter à partir de L=10mm, correspondant à la ligne de fixation.

#### Couche 3 :

Pour ce pli, nous revenons à la même orientation qu'au premier, c'est-à-dire une direction  $45^\circ$ . La figure III.4 montre que la contrainte  $\sigma_x$  diminue par rapport à la première couche mais sont plus élevées par rapport à la deuxième qui est en compression et où les fibres sont orientées différemment. Cette atténuation est due à la ductilité relative de l'époxyde qui va jouer un rôle moindre à la couche 2

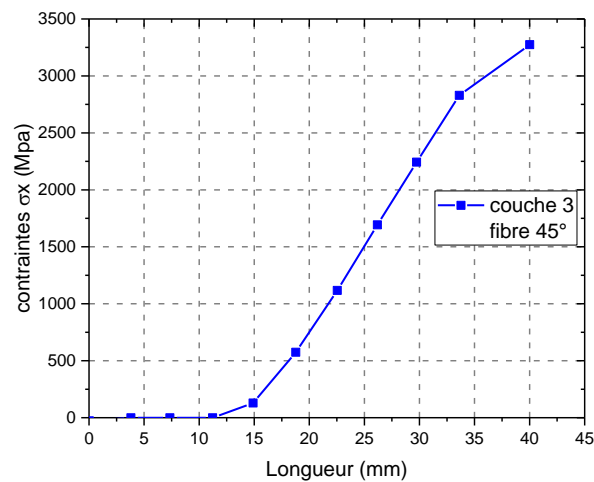


Figure (III.4) : Evolution de la contrainte  $\sigma_x$  de la couche 3.

Par conséquent, lorsqu'on passe du premier au troisième pli, comparer les contraintes revient à discuter de l'influence de la matrice. On voit bien dans ce cas que l'amortissement ou l'absorption des efforts par la matrice est près de la moitié pour la contrainte  $\sigma_x$ .

#### Couche 4 :

La figure III.5, représente l'évolution de la contrainte  $\sigma_x$  de cette couche,

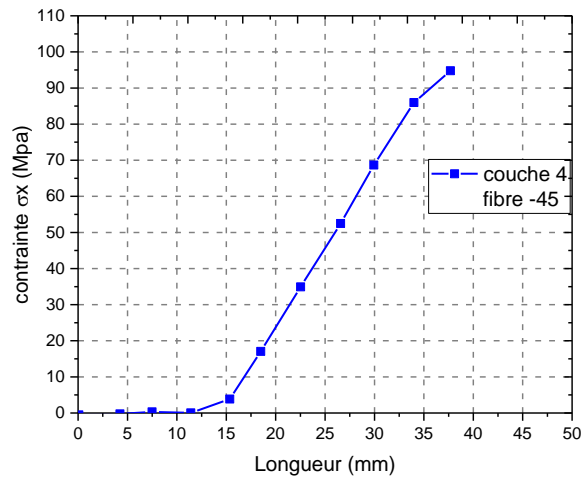


Figure (III.5) : Evolution des contraintes  $\sigma_x$  de la couche 4.

Pour  $\sigma_x$ , les valeurs restent nulles jusqu'à  $L=8\text{mm}$ , puis subissent une brutale augmentation, pour atteindre 95 MPa à 35mm. La contrainte  $\sigma_x$ , elle garde le même genre d'évolution que pour les plis précédents, mais avec des valeurs moindres comparativement à la deuxième couche

**Couche 5 :** la figure III.6, représente l'évolution de la contrainte  $\sigma_x$  de la couche 5

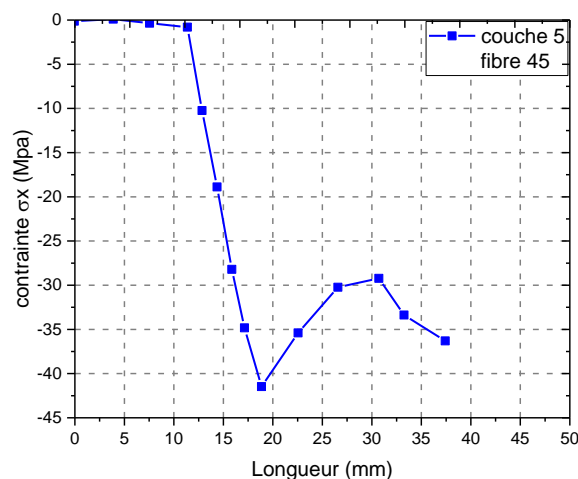


Figure (III.6) : Evolution de la contrainte  $\sigma_x$  de la couche 5

Pour  $\sigma_x$ , les valeurs restent nulles jusqu'à environ  $L=12\text{mm}$ , puis subissent une brusque augmentation, en valeur absolue, pour atteindre 41 MPa à 19mm. Enfin, la contrainte  $\sigma_x$  fluctue entre 30 MPa et 36 MPa.

#### Couches 6, 7, 8, 9 et 10 :

Par rapport au plan moyen, ces couches sont respectivement symétriques à celles numérotées 5, 4, 3, 2 et 1. Nous avons reporté aux figures III.7, III.8, III.9 et III.10, les évolutions des contraintes  $\sigma_x$  de ces contours où on observe effectivement des résultats identiques, à l'exception des signes qui changent.

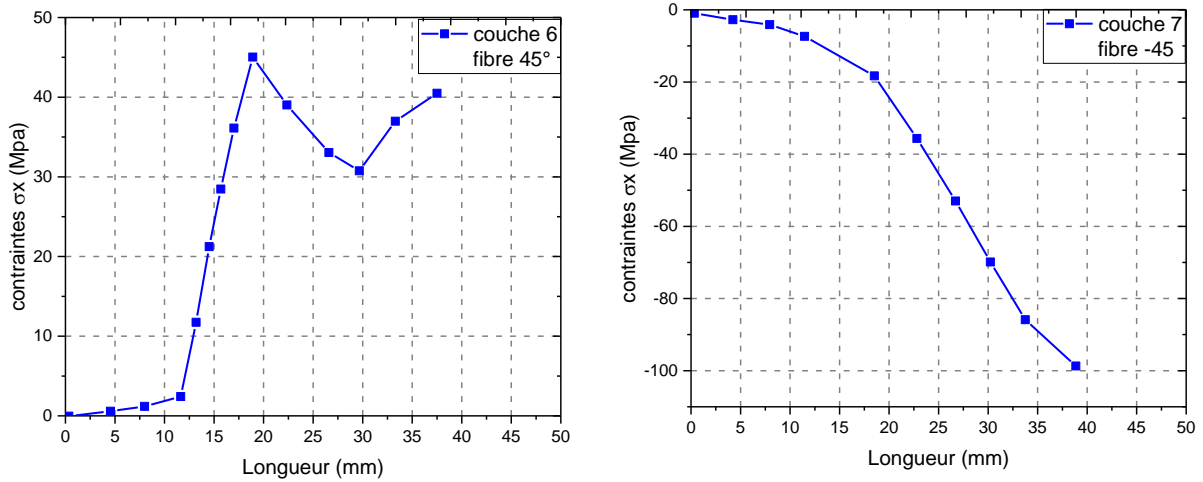


Figure (III.7) : Evolution des contraintes  $\sigma_x$  des couches 6 et 7.

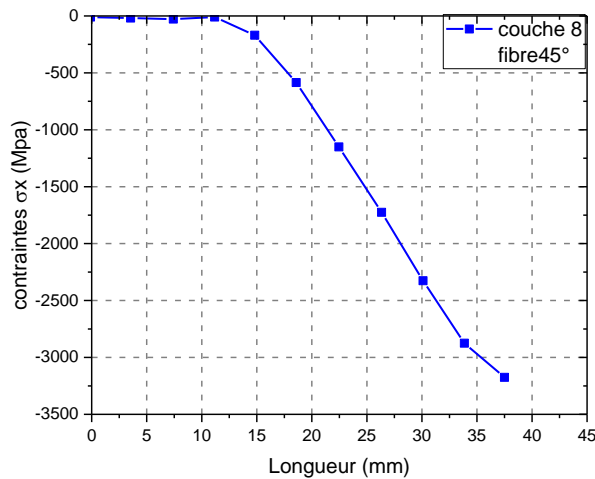


Figure (III.8) : Evolution des contraintes  $\sigma_x$  de la couche 8.

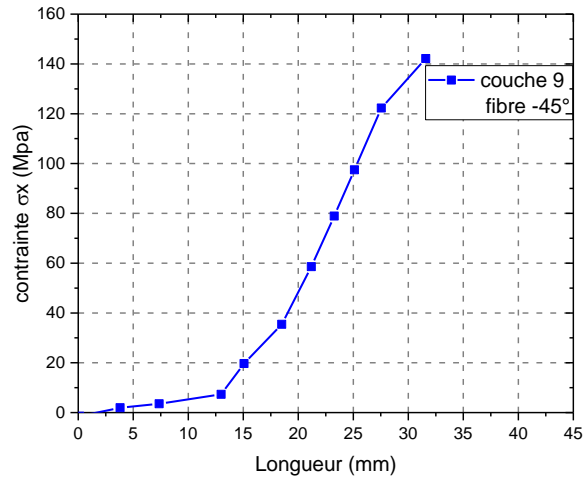


Figure (III.9) : Evolution des contraintes  $\sigma_x$  de la couche 9.

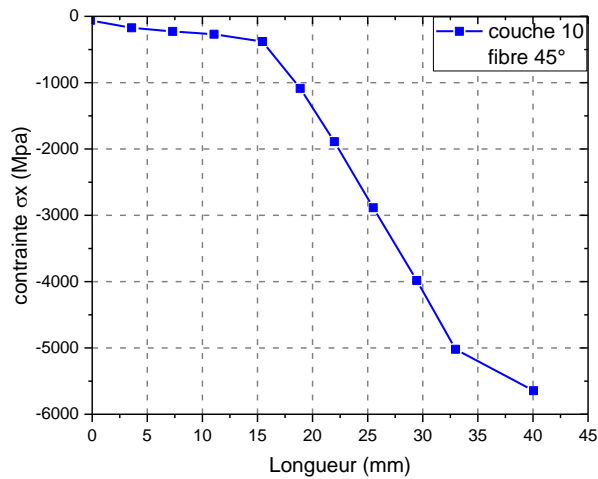


Figure (III.10) : Evolution des contraintes  $\sigma_x$  de la couche 10.

### III.4 Déformations :

Nous montrons à la figure III.11 la forme de la plaque déformée en flexion 3 points par rapport à la fibre neutre qui est une ligne où les déformations sont nulles. On voit qu'à travers celle-ci on passe de la traction à la compression, [14] et [15], ce qui explique ce changement de signe.



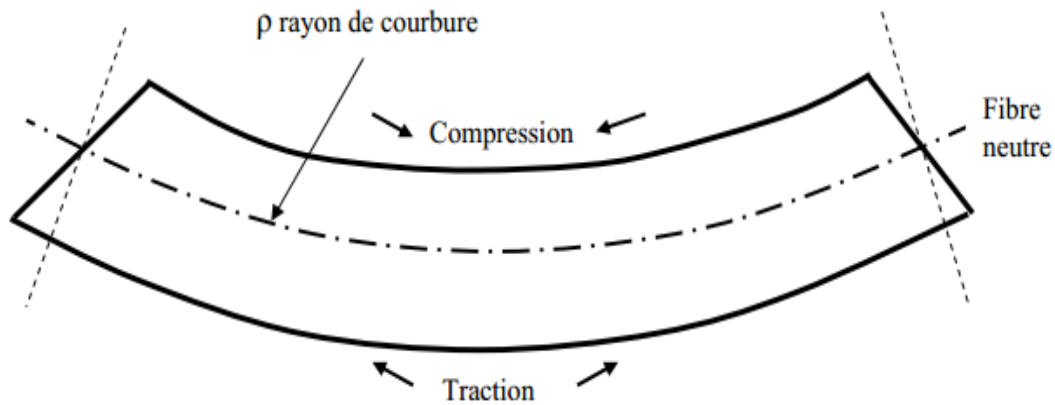


Figure (III.11) : Forme de la plaque déformée en flexion 3 points.

#### III.4.1 Déformations normales :

Comme pour les contours des contraintes, nous avons effectué une étude similaire pour les déformations

##### Couche 1 :

Nous avons reporté à la figure III.12 la variation de la déformation  $\epsilon_x$  en fonction de la longueur.

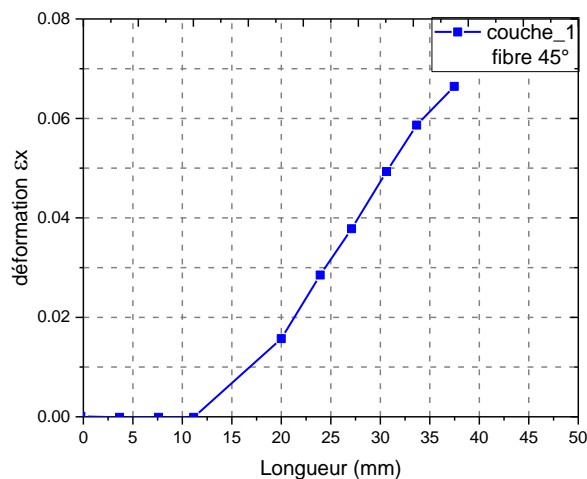


Figure (III.12) : Evolution des déformations  $\epsilon_x$  de la couche 1

Tout d'abord, on note que la déformation  $\epsilon_x$  est nulle au bord du pli, augmente progressivement, s'accroît ensuite linéairement jusqu'à  $L=20\text{mm}$  puis amorcé une diminution. Néanmoins, nous faisons rappeler que nous nous situons au début du domaine élastique et que les déformations sont, par conséquent, minimales. On doit aussi souligner que la déformation maximale est atteinte sur cette couche puisque l'initiation de la rupture est

### Chapitre III : Etude numérique de la flexion 3 point par le code Abaqus.

généralement localisée sur la fibre externe qui est la plus sollicitée en extension [3] et qui prend donc en charge le maximum d'effort et d'élongation.

#### Couche 2 :

A la figure III.13, on note que,  $\epsilon_x$  a chuté considérablement par rapport à la première couche, en devenant négative, transmettent donc de manière optimale les déformations. Par conséquent, le rôle prépondérant joué par le changement de direction des fibres est bien explicité entre ces deux premiers plis.

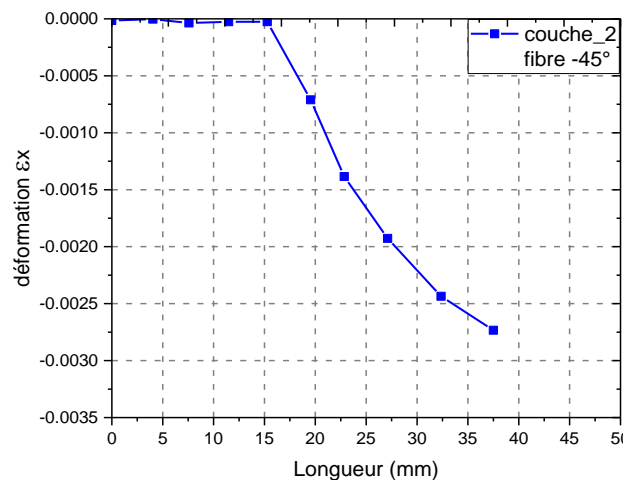


Figure (III.13) : Evolution des déformations  $\epsilon_x$  de la couche 2.

On remarque que la déformation n'est pas homogène, la zone du centre se déforme toujours plus que les autres. Comme pour les contraintes, la déformation est confinée au centre de la plaque, là où se situe le pliage.

#### Couche 3 :

On note que les déformations  $\epsilon_x$  en partant de valeurs nulles comme pour la couche 1 qui possède la même orientation des fibres, sont de plus en plus élevées pour la deuxième section [10- 25] mm mais elles gardent toujours des valeurs moindres comparativement aux première et deuxième couche (figure III.14)

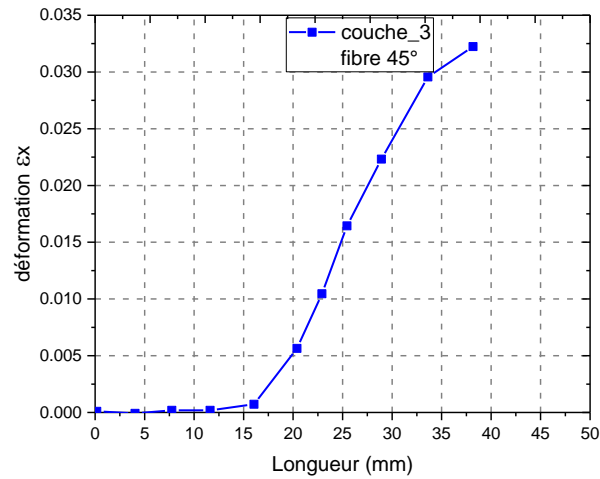


Figure (III.14) : Evolution des déformations  $\epsilon_x$  de la couche.3.

#### Couche 4 :

En ce qui concerne la déformation  $\epsilon_x$ , elle garde le même genre d'évolution que la deuxième couche, mais avec des valeurs moindres dues à l'amortissement de la matrice, comme l'indique la figure III.15.

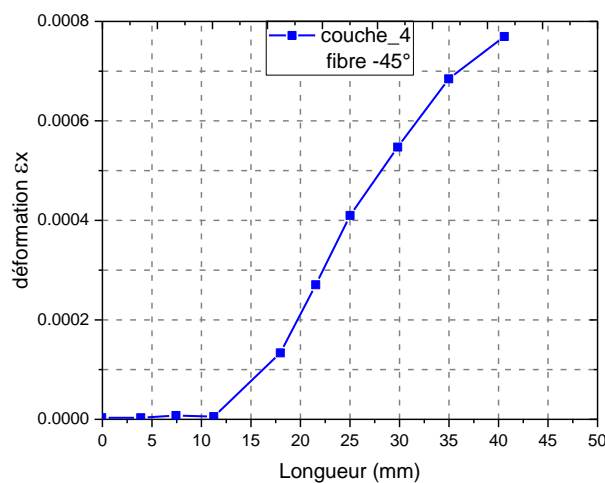


Figure (III.15) : Evolution des déformations  $\epsilon_x$  de la couche.4

Comme constatation générale, on remarque que les déformations  $\epsilon_x$ , toujours de signes opposés dans le même pli, changent de signes lorsqu'on passe à la couche suivante.

### Couche 5 :

La figure III.16 montre que la déformation  $\epsilon_x$  pour le cinquième pli, garde le même genre d'évolution que la deuxième couche, mais avec des valeurs moindres de la même manière que la couche précédente

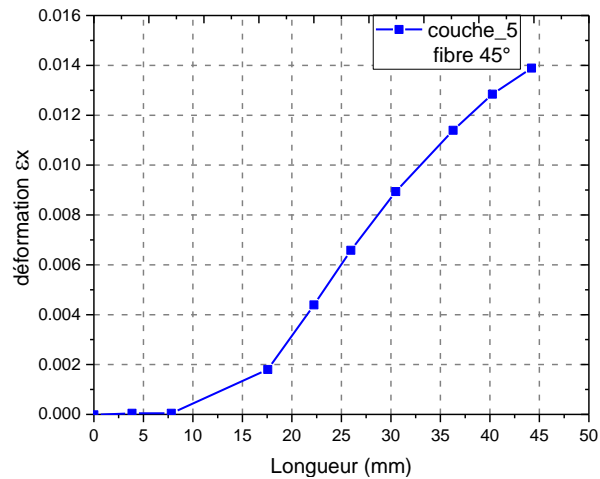


Figure (III.16) : Evolution des déformations  $\epsilon_x$  de la couche 5.

### Couches 6, 7, 8,9 et 10 :

Ces couches sont respectivement symétriques à celles numérotées 5,4, 3, 2 et 1 par rapport au plan moyen, car situées de part et d'autre de la fibre neutre. Nous avons donc reporté aux figures III.17, III.18, III.19, III.20 et III.21 les évolutions des déformations  $\epsilon_x$  des contours 6, 7, 8,9 et 10 où on observe effectivement une similitude des déformations par rapport aux couches situées en aval de la fibre neutre.

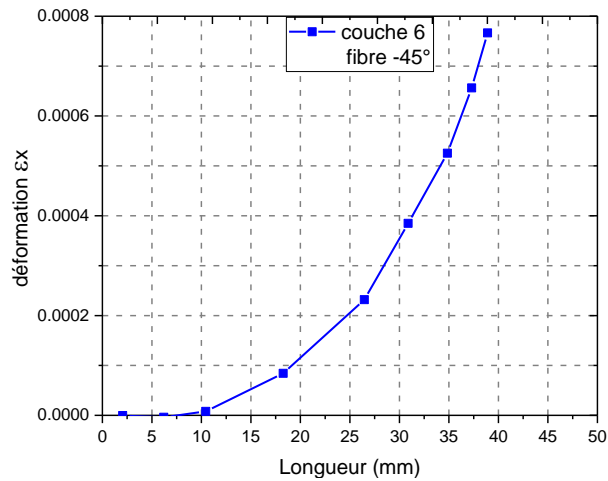


Figure (III.17) : Evolution des déformations  $\epsilon_x$  de la couche 6.

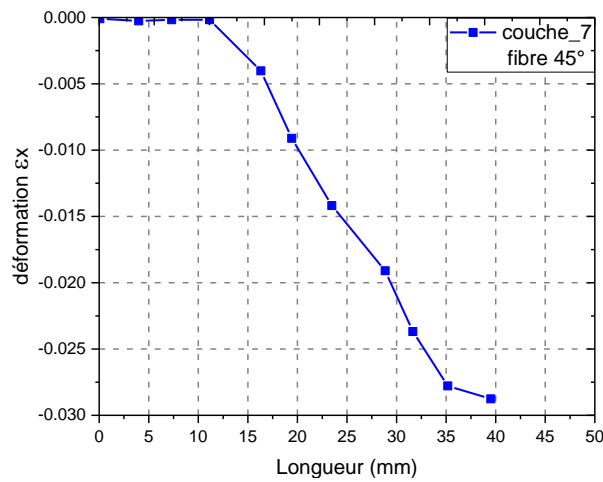


Figure (III.18) : Evolution des déformations  $\epsilon_x$  de la couche 7.

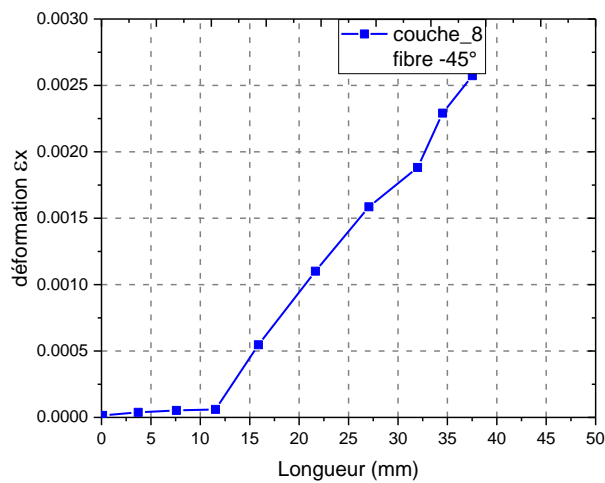


Figure (III.19) : Evolution des déformations  $\epsilon_x$  de la couche 8.

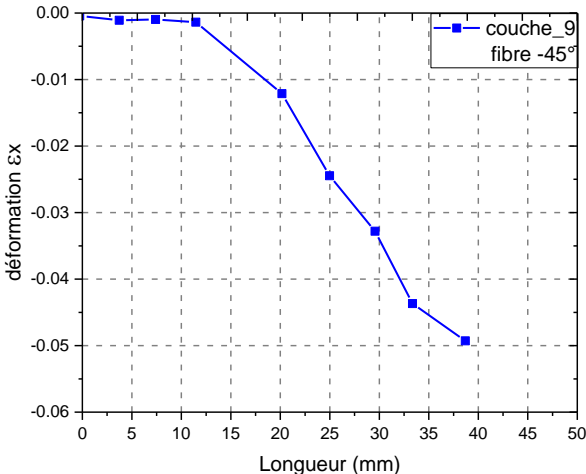


Figure (III.20) : Evolution des déformations  $\epsilon_x$  de la couche 9.

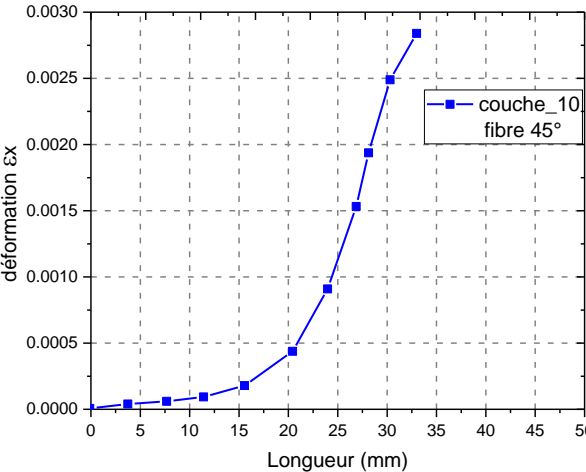


Figure (III.21) : Evolution des déformations  $\epsilon_x$  de la couche 10.

## *Conclusion générale*

### Conclusion

L'objectif de ce travail est l'étude numérique du champ des contraintes et des déformations d'une plaque en composite stratifié carbone/époxyde, au début du domaine élastique, par la méthode des éléments finis. Notre recherche a porté sur la distribution des champs de contraintes et de déformations en flexion 3 points.

En effet, nous avons simulé, dans un premier temps, l'évolution des contraintes  $\sigma_x$  pour les dix plis. Pour les couches orientées à  $45^\circ$ , comparativement aux couches orientées  $-45$ , les valeurs des contraintes  $\sigma_x$  sont beaucoup plus grandes. Cela montre l'importance des fibres qui supportent principalement le maximum des efforts exercés sur la structure et confirme bien que les composites ne possèdent pas du tout le même comportement dans le sens des renforts que dans la direction perpendiculaire.

Enfin, nous avons fait la même analyse pour les champs de déformation où nous avons constaté que, plus nous approchons de l'extrémité de la plaque, plus la déformation diminue. Cette dernière est confinée au milieu de la plaque où sa valeur maximale est atteinte à la couche inférieure.

---



*Références  
bibliographiques*

### Références bibliographique

- [1] **KAOUËHE. N**, « Prise en compte du vieillissement et de l'endommagement dans le dimensionnement de structures en matériaux composites », Mémoire de magister , Université Mohamed Boudiaf, Oran ,2016
- [2] **Nadia .B**, « Cours Matériaux composites /DESS Mécanique avancée et stratégie industrielle » IOST-ULP
- [3] **Jean Marie. Berthelot, Matériaux composites** « comportement mécanique et analyse des Structures », édition TEC et DOC, 1999.
- [4] **BOUDENNE .A**, « Etude expérimentale et théorique des propriétés thermo physiques d'matériaux composites à matrice polymère », Université PARIS XII, 2003.
- [5] Laurent Gornet. « Généralités sur les matériaux composites ». Engineering school. France. 2008. cel-00470296v2
- [6] **CARMA** « Glossaire des matériaux composites » Actualisation octobre 2006
- [7] **CARAMARO .L**, « Fibre et fils à usage technique », édition technique de l'ingénieur, N°2510 ,2005
- [8] **METRANE. N**, « Contribution à l'étude du comportement d'un matériau composite à base de fibres de carbone pour la réalisation de prothèses orthopédique », Mémoire de master , Université Badji Mokhtar, Annaba ,2018
- [9] **Cugnoni J**, « Identification par recalage modal et fréquentiel des propriétés constitutives de coques en matériaux composites », Thèse, Ecole Polytechnique fédérale de Lausanne, 2005.
- [10] **L. Berreur, B. d. Maillard, et S. Nösperger**, « L'industrie française des matériaux ».
- [11] **GURIT**, « Guide to Composites, » 1 Janvier 2013.
- [12] **Mark(C) et Taylor**, « The fitting woven clothto surfaces », Journal of Text institut, 1956.
- [13] **A. R. Blythe**, « Electrical resistivity measurements of polymer materials », Poly Test, 4 195-209, 1984.
- [14] **Damien Claire**, « Les hypothèses de la théorie des poutres : écart entre calcul et mesure par l'imagerie numérique »,2003
- [15] **J.H. Lim, M.M. Ratnam, H.P.S. Abdul Khalil**, « An experimental and finite element analysis of the static deformation of natural fiber-reinforced composite » Beam Polymer Testing 22, 169–177, 2003.
-

## Références bibliographiques

---