

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Ibn Khaldoun de Tiaret

Faculté des Sciences Appliquées

Département de Génie Mécanique



MÉMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour l'obtention du Diplôme de Master

Domaine : Sciences et Technologie

Filière : Génie Mécanique

Parcours : Master

Spécialité : Construction

Thème

ETUDE DU COMPORTEMENT D'UN PALIER HYBRIDE (UN
FILM FLUIDE AMORTISSEUR / ROULEMENT A BILLES)
PAR LA MÉTHODE DES ELEMENTS DISCRETS.

Préparé par :

Mr. M'HAMEDI MOHAMED ZAKARIA

Soutenu publiquement le : 20 / 10 / 2020, devant le jury composé de :

M. DEBBIH Senouci	Maître Assistant "A"	(Univ. Ibn Khaldoun)	Président
M. MAKHFI Souad	Maître de Conférences "B"	(Univ. Ibn Khaldoun)	Examineur
M. GUEMMOUR Mohamed Boutkhil	Maître de Conférences "B"	(Univ. Ibn Khaldoun)	Examineur
M. ABOSHIGHIBA Hicham	Maître de Conférences "B"	(Univ. Ibn Khaldoun)	Encadreur

Année universitaire : 2019 - 2020

DEDICACES

Je dédie ce travail à tous ceux qui m'aiment

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier en premier Allah (Al-hamdoulillah)

Je tiens à remercier ensuite mon encadreur Dr. Aboshighiba Hicham pour m'avoir suivi et aidé durant la réalisation de ce travail et pour ses précieux conseils et son soutien à tous les instants.

Sa gentillesse, ses grandes qualités scientifiques et humaines ont contribué au bon déroulement de ce travail. Ses critiques et sa compétence ont été un solide appui et un réconfort.

Ainsi que les membres du jury d'avoir accepté de le juger M. DEBBIH Senouci, M. GUEMMOUR Mohamed Boutkhil et M. MAKHFI Souad.

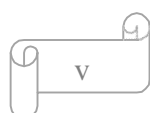
Mes plus grands Mercis, pour les miens, grâce à qui je suis ce que je suis et qui m'ont accompagné et soutenu et continu de le faire : ma mère, mon père, mes deux sœurs et mon frère à qui je dois beaucoup, Je remercie aussi tous mes amis et tous mes camarades qui m'ont accompagné.

Je remercie aussi l'ensemble du staff pédagogique et administratif du département du génie mécanique.

TABLE DES MATIERES

DEDICACES	ii
REMERCIEMENTS	iii
TABLE DES MATIERES	iv
LISTE DES FIGURES	vi
LISTE DES TABLEAUX	vii
NOMENCLATURE	viii
TABLE DES ABRÉVIATIONS.....	ix
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE I : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	5
I.1 Introduction	5
I.2 Paliers.....	5
I.2.1 Palier lisse	5
I.2.2 Les roulements	7
I.2.3 Les différents types de roulement et leurs applications.....	9
I.2.4 Charges supportées par un roulement.....	11
I.3 Contact entre deux corps solides déformables	12
I.3.1 La théorie de Hertz	12
I.3.2 Formules de la théorie de Hertz	12
I.4 Méthodes numériques appliquées en tribologie	15
I.4.1 Méthode des éléments finis.....	15
I.4.2 Principe de la MEF.....	15
I.4.3 Méthode des différences finies	16
I.4.4 Méthode des éléments discrets.....	16
I.5 Le principe de la MED.....	17
I.5.1 Détection des contacts	17
I.5.2 Discrétisation spatiale.....	19
I.5.3 Discrétisation temporelle	20
I.5.4 Calcul de la force inter-articulaire.....	20

I.5.5 Force de contact normale.....	21
I.5.6 Force d’amortissement normale.....	21
I.5.7 Force de contact tangentielle	22
I.5.8 – Force d’amortissement tangentielle.....	22
I.5.9 Détermination des raideurs de contact k_n et k_t	23
I.5.10 Calcul du pas de temps critique.....	24
I.6 Modélisation de la conduction thermique par la MED	25
I.7 Conclusion.....	25
CHAPITRE II : MODELISATION DU PALIER HYDROSTATIQUE	27
II.1 Introduction.....	27
II.2 Palier infiniment long avec lubrifiant en régime laminaire	27
II.3 Les coefficients dynamiques (raideur et amortissement) équivalents	32
II.4 Modélisation du palier par la MED	35
II.5 Conclusion	37
CHAPITRE III : MODELISATION DU PALIER HYBRIDE	39
III.1 Introduction.....	39
III.2 Modélisation 2D du contact d’une bille avec une surface plane.....	39
III.2.1 En statique	39
III.3 Modélisation 2D du contact entre une bille et une surface courbée déformables.....	42
III.4 Outils de simulation	43
III.5 Le roulement SKF 6208	45
III.6 Résultats est discussion	48
III.7 Conclusion	48
CONCLUSIONS.....	50
ANNEXE	52



LISTE DES FIGURES

Figure I-1: Principe de fonctionnement d'un palier hydrodynamique [3].....	6
Figure I-2: : Principe de fonctionnement d'un palier hydrostatique [4].....	6
Figure I-3: Avancées historiques du roulement	8
Figure I-4: Composition du roulement	8
Figure I-5: Les Roulements à billes [7] [8].....	9
Figure I-6: Les roulements à rouleaux(cylindriques, coniques, sphériques, aiguilles) [7] [8] .	10
Figure I-7: Charges supportées par un roulement [8].....	11
Figure I-8: Classement des roulements [9].....	11
Figure I-9: Contact entre solides de révolution [10]	13
Figure I-10: Contact entre solides cylindriques le long d'une directrice [10]	14
Figure I-11: Contact ponctuel entre solides[10].....	15
Figure I-12: Méthodes de détection des voisins : (a) par un repérage dans une grille fixe, (b) par la technique du halo.	19
Figure I-13: Loi de contact	21
Figure I-14: Interpénétration entre deux particules.....	25
Figure II-1: Les différentes dimensions du patin.....	28
Figure II-2: Patin 3D en configuration infiniment longue [2].....	29
Figure II-3: Position du repère.....	29
Figure II.4: Action du balourd dans le plan xy	33
Figure II.5: Solution analytique	35
Figure II.6: Possibilité de la rotation de la configuration à un ressort	36
Figure II.7: Le modèle par MED du palier hydrostatique	36
Figure II.8: Réponse du grain mobile par MED à $w = 100 \text{ rad/s}$	37
Figure III-1: Contact d'une bille élastique avec une surface plane parfaitement rigide	39
Figure III-2: (a) modélisation classique (b) modélisation par MED	40
Figure III-3: L'équilibre statique sous la formulation MED.....	41
Figure III-4: Contact entre deux billes déformables	41
Figure III-5: Modèle du contact des deux billes par la MED.....	42
Figure III-6: Contact entre une bille et une surface courbée déformables	42
Figure III-7: Modèle du contact bille-surface courbée déformables par la MED	43
Figure III-8: Aperçu d'une partie du programme Thyme	44
Figure III-9: Aperçu du script Thyme sous Algodoo	44
Figure III-10: Roulement SKF 6208 [20]	45
Figure III-11: Dimensions du roulement SKF 6208 [20]	45
Figure III-12: Dimensions du roulement SKF 6208.....	46
Figure III-13: Modèle MED du roulement SKF 6208.....	46
Figure III-14: Modèle MED du roulement SKF 6208 généré par le langage Thyme	47
Figure III-15: Modèle MED du palier hybride généré par le langage Thyme	47
Figure III-16: Modèle MED du palier hybride sans et avec rotation	48

LISTE DES TABLEAUX

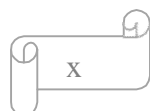
Tableau II-1 Paramètres du rotor [18][19].....34

NOMENCLATURE

A_{tot}	Longueur totale du patin
B_{tot}	Largeur totale du patin
D_c	Diamètre du capillaire
\vec{F}_k	Force du ressort
\vec{F}_{ext}	Force externe
k	Raideur
L_x	Longueur de film mince (un côté)
$L_{alv} = A_{tot} - 2L_x$	Longueur de l'alvéole
$L_z = B_{tot}$	Largeur du film mince (cas infiniment long)
L_c	Longueur du capillaire
\bar{p}	Poids
ε	Excentricité
A_{tot}, B_{tot}	Longueur et largeur totale du patin
α	Angle instantané de rotation du rotor.
$\beta_0 = P_{alv}/P_s$	Rapport des pressions
$\beta_{comp} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P_{al}}$	Coefficient de compressibilité
d_{cap}	Diamètre du capillaire
F_{ext}	Force externe
g	Accélération de la pesanteur terrestre
$h^{k,l}$	Épaisseur du film mince à l'instant k à l'itération l
h	Épaisseur instantanée du film

h_i	Épaisseur instantanée du film du patin numéro i
$\dot{h} = \partial h / \partial t$	Vitesse d'écrasement L'épaisseur
h_0	Initiale du film mince
i, j, k, l	En ordre ; les indices dans la direction x, dans la direction z, temporelle et des itérations
K_c, K_p	Coefficients géométriques
μ	Viscosité dynamique
N_t	Nombre de point de calcul dans le temps
M	Moitié de la somme de la masse de l'arbre et celle du disque
L_c	Longueur du capillaire
L_x	Longueur du film mince
L_z	Longueur du film mince
L_{al}	Longueur de l'alvéole (carrée)
\dot{m}_{in}	Débit massique du fluide entrant par la résistance capillaire
\dot{m}_{out}	Débit massique du fluide sortant de l'alvéole
$\partial m / \partial t$	Variation temporelle de la masse à l'intérieur de l'alvéole dû à la variation du volume
P_{alv}	Pression dans l'alvéole La
P_s	Pression de l'alimentation
P_0	Pression à la sortie de la zone du film mince, elle est souvent considérée nulle (atmosphérique)
$Q_{capillaire}, Q_{sortie}$	Débits volumiques entrant par le capillaire et sortant de la zone du film respectivement
Q_x, Q_z	Débits volumiques dans la direction x et z respectivement
ρ	Densité du fluide
U_x, U_{xm}	Vitesse du fluide dans la direction x (fonction de y), la vitesse moyenne dans la direction x respectivement

U	Vitesse de la surface mobile dans la direction x (écoulement de Couette)
S_{sortie}	Section droite de sortie du fluide
$S_{alv}, S_{film}, S_{totale}$	Superficies de l'alvéole, de u film mince et totale du patin respectivement
V_{al}	Volume de l'alvéole La
$V_y, V_{squeeze}$	Vitesse d'écrasement
$\frac{\partial V_{al}}{\partial t}$ mobile	Variation du volume de l'alvéole à cause du mouvement du grain
V_m	Résultante des vitesses moyennes (w_{zm} et U_{xm}) à l'entrée de la zone du film mince
$W_{alvéole}, W_{film}, W_{fluid}$	La force de portance de l'alvéole, du film mince et totale du patin respectivement
$W_{i=1,2,3,4}$	Forces de portance totales de chaque patin
ω	Vitesse angulaire du rotor.
x, y, z, t	Les 3 coordonnées spatiales et la coordonné temporelle dans le repère cartésien



**INTRODUCTION
GENERALE**

Le rotor est un système composé d'un disque massif entraîné par un arbre qui est à son tour supporté par des paliers. Les rotors sont présents presque partout dans les installations mécaniques, et les paliers qui les supportent sont de plusieurs types. Les plus utilisés sont les roulements à organes mobiles. Leur plus importante qualité est leur excellent centrage. Mais leur plus grand défaut est leur incapacité à fournir un amortissement significatif. Les paliers hydrostatiques sont une technologie très prometteuse pour le support et le contrôle des rotors grâce à leur capacité à fournir de la rigidité et aussi de l'amortissement. S'ils sont combinés avec un roulement classique à organes mobiles cela donne une solution technologique presque parfaite. Cette configuration est dite hybride et elle fait l'objet principale de cette étude.

Les paliers hybrides ont été le sujet de plusieurs études théoriques au sein de l'équipe de tribologie de notre département et aussi internationalement. Cependant dans toutes ces études le roulement à organes mobiles a toujours été considéré parfaitement rigide et fusionné dans le grain mobile. Cela risque de cacher son influence sur les performances du système rotor et si on veut étudier la réponse du système dans les conditions d'un roulement défectueux cela devient impossible.

L'objectif de cette étude est d'introduire le roulement dans le modèle du palier hybride en utilisant la méthode des éléments discrets ou MED. Le choix de cette méthode est motivé par le fait que c'est une méthode sans maillage donc peu gourmande en termes de ressources de calcul.

Pour cela l'étude est organisée en trois chapitres. Le premier présente une recherche bibliographique sur les différents types de paliers, la théorie de Hertz pour la modélisation du contact et les différentes méthodes numériques utilisées dans le domaine de la tribologie.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation du roulement par la méthode des éléments discrets (MED). Le principe de la méthode est d'abord introduit puis le modèle du roulement est élaboré.

Dans le dernier chapitre nous introduisons le modèle du roulement (par la MED) dans le modèle du palier hydrostatique sous l'hypothèse de la géométrie infiniment longue.

L'étude est finalisée par une section dédiée aux conclusions où nous en tirons les plus importantes et nous proposons les perspectives à suivre pour un travail futur.

CHAPITRE I

ETUDE

BIBLIOGRAPHIQUE

CHAPITRE I : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1 Introduction

Un palier est un élément de machine utilisé pour guider les arbres en rotation. Les paliers reprennent les charges du système et les transmettent à la partie fixe de la machine. Le choix du type du palier est une décision qui doit être prise dans la première phase du processus de conception. Il existe deux grandes familles de paliers :

- Palier Lisse
- Palier à Roulement

I.2 Paliers

I.2.1 Palier lisse

Le guidage en rotation est obtenu par l'interposition d'un film d'huile. Ce type se classe à son tour en deux familles : les paliers hydrodynamiques et les paliers hydrostatiques.

I.2.1.2 Les paliers hydrodynamiques

Ils sont constitués de coussinets comportant une rainure qui permet l'arrivée d'un lubrifiant et générant leur propre force de sustentation par la rotation de l'arbre (*Figure I-1*). Ils ont une simple structure, et ne nécessitent aucune installation externe pour assurer leur fonctionnement. Leur utilisation industrielle est fréquente.

Cependant, ils souffrent de plusieurs problèmes :

- Le problème majeur des paliers hydrodynamiques est le contact métal-métal au démarrage et à l'arrêt.
- L'apport de chaleur au sein du fluide de lubrification qui influe les caractéristiques de ce dernier, notamment la viscosité.

- Ils deviennent inutilisables pour des installations qui tournent à faible vitesse.
- Ils peuvent provoquer l'instabilité des systèmes dans lesquels ils sont installés, à cause des vitesses supercritiques causées par les termes de couplage de leurs rigidités équivalentes [2].

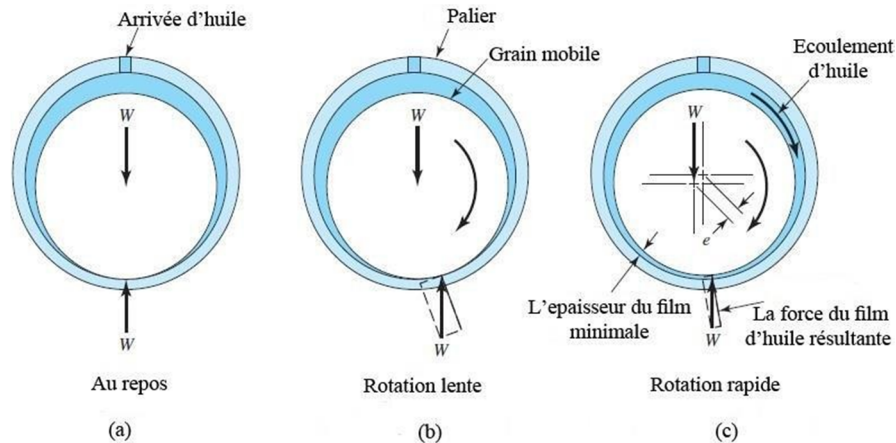


Figure I-1: principe de fonctionnement d'un palier hydrodynamique [3].

II.2.1.2 Les paliers hydrostatiques

Le principe de fonctionnement est différent de celui des paliers hydrodynamiques, la pression est fournie par une pompe qui envoie le fluide sous pression dans des chambres (les alvéoles). L'arbre est sustenté au centre grâce à la pression du fluide. La création du film d'huile est produite par la mise en pression autour de l'arbre (Figure I-2).

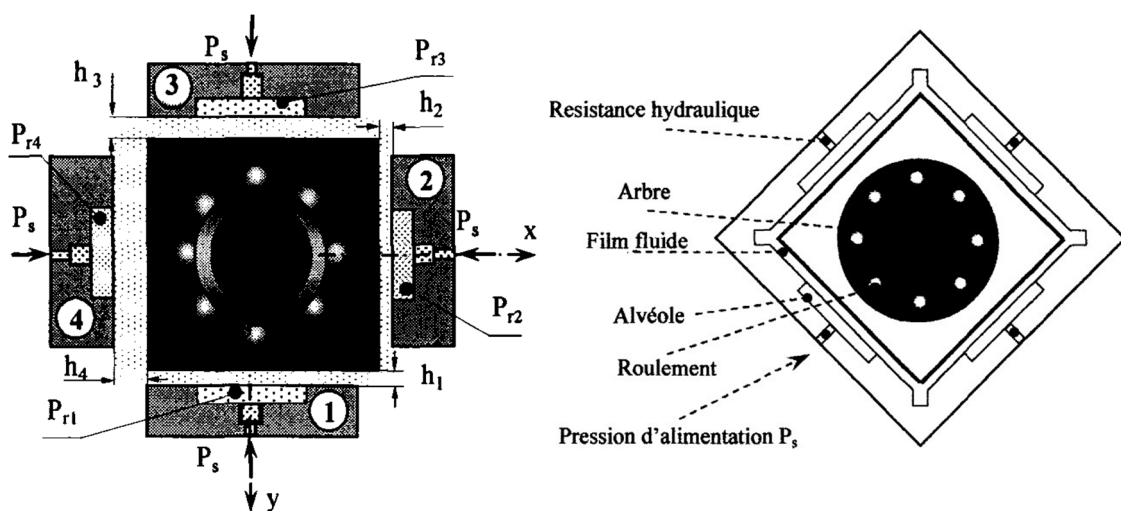


Figure I-2: Palier hydrostatique [4]

I.2.2 Les roulements

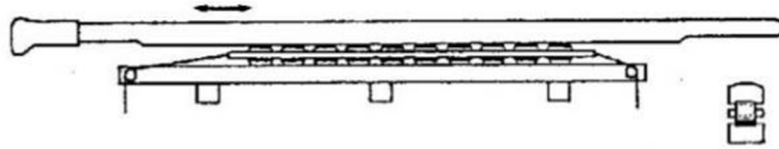
Dès l'antiquité, l'homme a su déplacer des charges lourdes en remplaçant le frottement de glissement par le frottement de roulement, l'effort horizontal de frottement étant diminué d'un facteur de 10 à 20. En interposant des rouleaux entre la charge à transporter et le sol, les anciennes civilisations ont posé les bases du composant roulement actuel, pour faciliter le transport des blocs de pierres utilisés pour la construction de leurs édifices. Plus tard, la civilisation Gréco-romaine s'empare de la genèse du concept en l'adaptant à sa technologie militaire, pour des raisons de mobilité. Les historiens citent le Grec Diades comme étant le premier à inventer un bélier sur cage à rouleaux, en 330 avant J.C. Plus tard, le concept aurait servi de support rotatif pour une statue, à l'époque du troisième empereur Romain, Caligula vers l'an 40.

Enfin, au XV^{ième} siècle, Léonard de Vinci théorise la géométrie des roulements. Ces écrits sont riches de descriptions détaillées de systèmes de guidages avec des éléments roulants. Entre 1881 et 1885, Heinrich Hertz [4] publie ses travaux sur la déformation des corps en contact qui permet d'améliorer les performances du roulement. La révolution industrielle suivie de l'essor de l'automobile à partir de 1910 rend le roulement omniprésent.

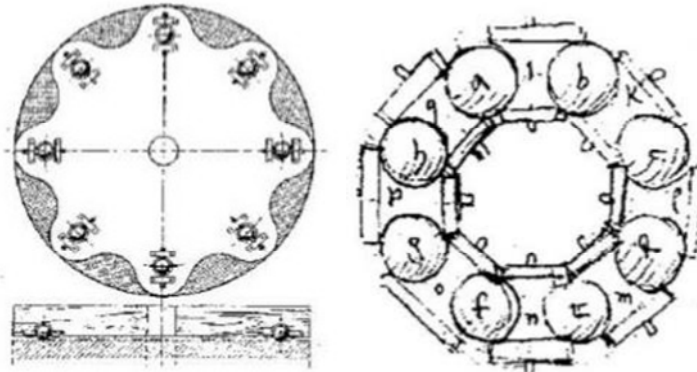
Le développement de la Technologie du roulement s'est accéléré avec sa normalisation dans les années 1920.

Le roulement est un composant de base, essentiel au fonctionnement de nombreuses machines. Il assure une liaison entre un arbre et un logement. Le contact dit "roulant" remplace alors le contact dit "glissant" des paliers lisses. Le mouvement de rotation est autorisé et assure la mobilité principale. Des degrés de liberté secondaires dans la direction axiale ou de basculement sont aussi possibles selon le type de roulement. En revanche, les translations dans la direction radiale sont communément interdites. [1]

Aujourd'hui, il s'agit d'une pièce de précision et de qualité, présente dans un grand nombre de machines. Plusieurs milliards de roulement sont fabriqués chaque année. [1]



(a) Reconstitution d'un béliier sur cage



(b) Butée à billes romaine (c) Roulement de De Vinci

Figure I-3: *Avancées historiques du roulement*

Les roulements occupent une place importante dans l'industrie et spécialement dans l'industrie automobile. On en trouve de 150 à 200 dans les voitures. Les roulements sont des systèmes complexes composés d'une bague intérieure, d'une bague extérieure, des éléments roulants et d'une cage permettant de maintenir l'écart entre les éléments roulants (**Figure I-4**).

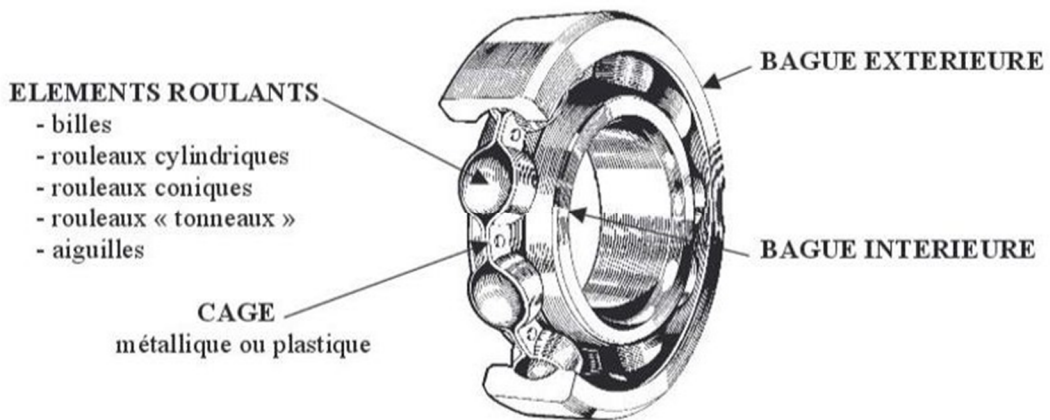


Figure I-4: *Composition du roulement*

La forme des éléments roulants varie en fonction du type de roulements : ils peuvent être des billes, des rouleaux coniques ou cylindriques. En plus de supporter les efforts, les roulements facilitent également le mouvement d'un composant par rapport à un autre dans un système avec un minimum de frottement. [5]

I.2.3 Les différents types de roulement et leurs applications

Les roulements sont classés suivant la forme de leurs éléments roulants. On peut distinguer deux grandes familles de roulements [6] :

- Les roulements à billes où le contact bille-chemin est théoriquement ponctuel. Les roulements à billes sont les plus utilisés dans le monde industriel parce qu'ils présentent le meilleur rapport performance/prix. On en trouve dans les roues, les transmissions d'automobile, les machines agricoles, les broches de machine-outil, les alternateurs automobiles. Ces roulements peuvent être à une ou deux rangées de billes, à contact radial ou oblique. Les roulements à contact oblique permettent de supporter, en plus des efforts radiaux, des charges axiales plus importantes (**Figure I-5**)

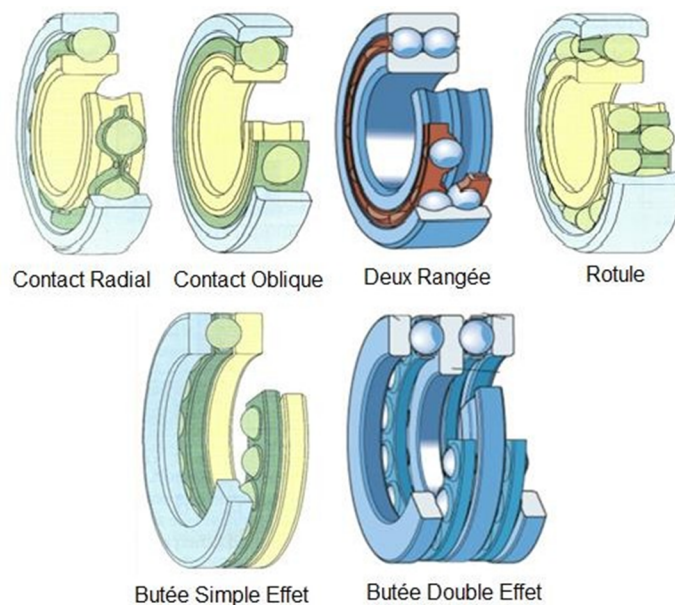


Figure I-5: les Roulements à billes [7] [8].

- Le roulement à rouleaux où le contact rouleau-chemin est théoriquement linéaire. Il existe par ailleurs différents types de rouleaux (cylindriques, coniques, sphériques, aiguilles). Le choix du type de roulement se fait en fonction de la direction de la force

qui doit être supportée; elle peut être axiale, radiale, ou la combinaison des deux. Lorsqu'ils sont utilisés dans des conditions défavorables, les roulements sont objets des dégradations diverses avant le terme de leur durée de vie (*Figure I-6*).

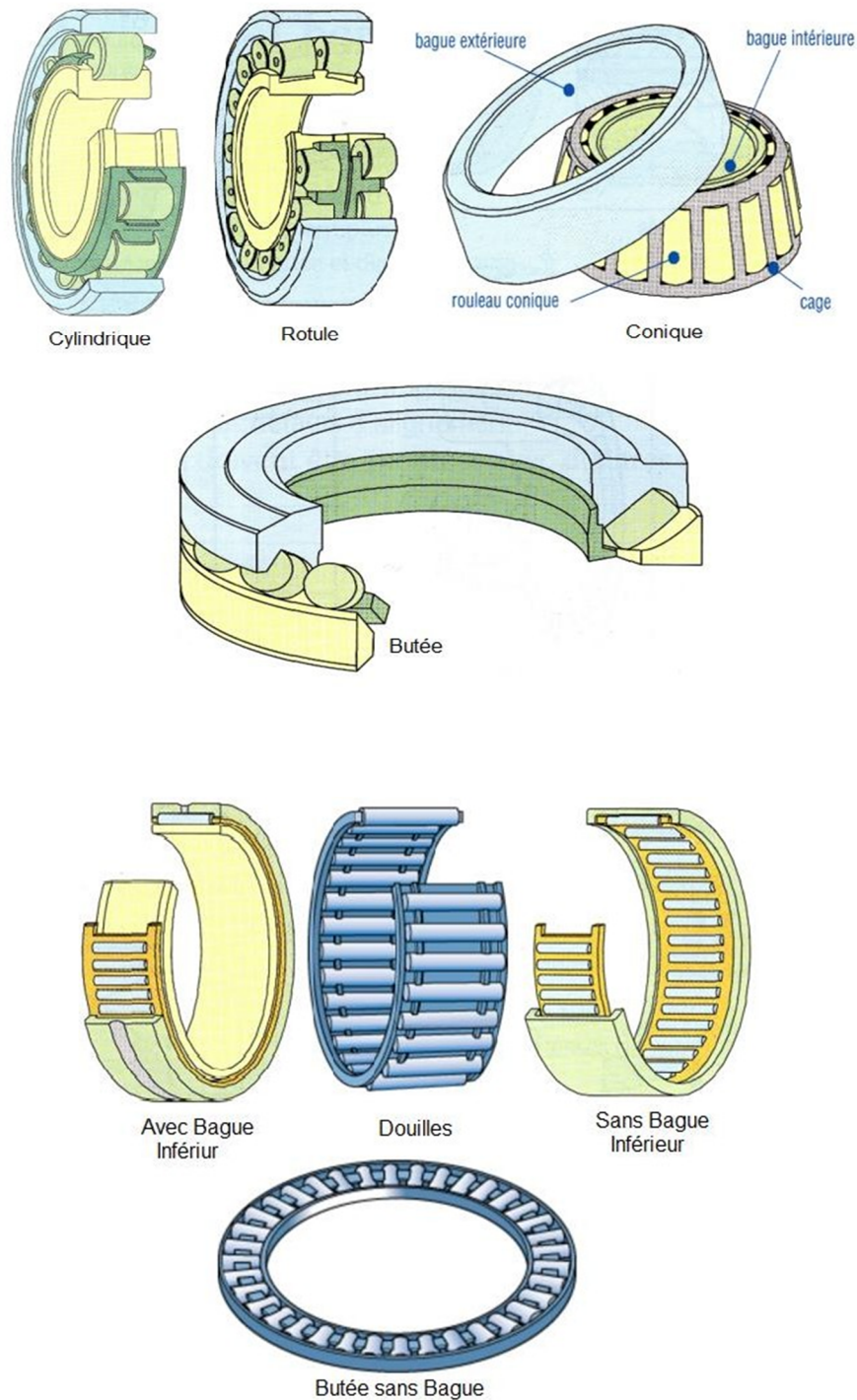


Figure I-6: les roulements à rouleaux(cylindriques, coniques, sphériques, aiguilles) [7] [8].

I.2.4 Charges supportées par un roulement

Les actions mécaniques s'exerçant sur un roulement sont majoritairement représentées par une force résultante F (**Figure I-7**). On distingue trois charges : radiales F_r , axiales F_a et la charge combinée :

$$\vec{F} = \vec{F}_a + \vec{F}_r \quad (I.1)$$

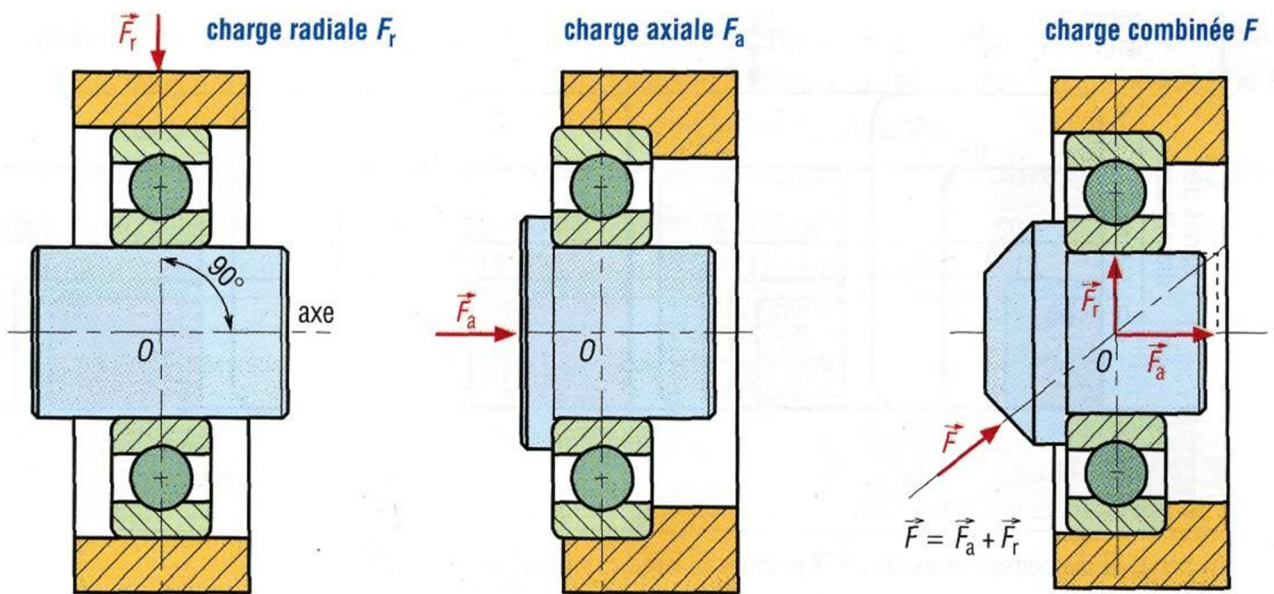


Figure I-7: Charges supportées par un roulement [8].

On peut classer les roulements en fonction du type de charges qu'ils peuvent supporter (**Figure I-8**) :

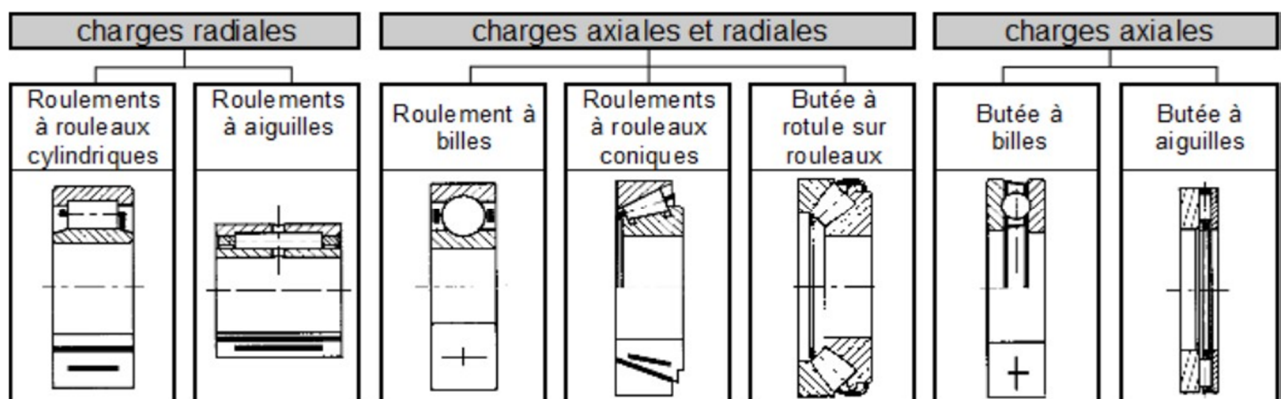


Figure I-8: Classement des roulements [9].

I.3 Contact entre deux corps solides déformables

I.3.1 La théorie de Hertz

En 1881, Hertz pose l'hypothèse que l'effort s'applique sur une petite surface de contact due aux déformations locales, plutôt qu'un point ou une ligne de contact, évitant ainsi l'apparition dans les calculs de contraintes infinies. Cette méthode, connue sous le nom de « Théorie du contact de Hertz » est fréquemment utilisée. Elle permet d'obtenir les relations entre les forces de contact existant entre 2 solides en contact et les déplacements relatifs de leurs centres respectifs.[10]

I.3.2 Formules de la théorie de Hertz

Si les deux solides en contact ont l'axe (O, \vec{z}) comme axe de révolution voir (*Figure I-9*):

Le rayon de la zone de contact sera donné par :

$$a = \left(\frac{3PR}{4E^*} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1)$$

Rapprochement normal des deux solides :

$$\delta = \left(\frac{9P^2}{16RE^{*2}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2)$$

Pression maximale sous le contact :

$$p_0 = \left(\frac{6PE^{*2}}{\pi^3 R^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3)$$

Avec :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (5)$$

Cisaillement maximal : $0,31 p_0$ à $0,48 a$ sous le contact.

Contrainte principale maximale : $0,13 p_0$ sur le bord du contact.

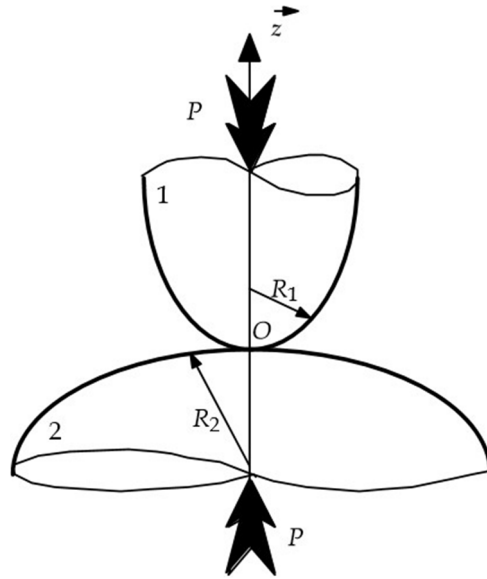


Figure I-9: Contact entre solides de révolution [10]

Si les deux solides en contact sont des cylindriques le long d'une directrice (O, \vec{y})
voir (**Figure I-10**) :

La largeur de la zone de contact :

$$a = \left(\frac{4qR}{\pi E^*} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

Avec

$$q = \frac{P}{L} \quad (7)$$

Pression maximale sous le contact :

$$p_0 = \left(\frac{qE^*}{\pi R} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

Cisaillement maximal : $0,3 p_0$ à $0,78 a$ sous le contact.

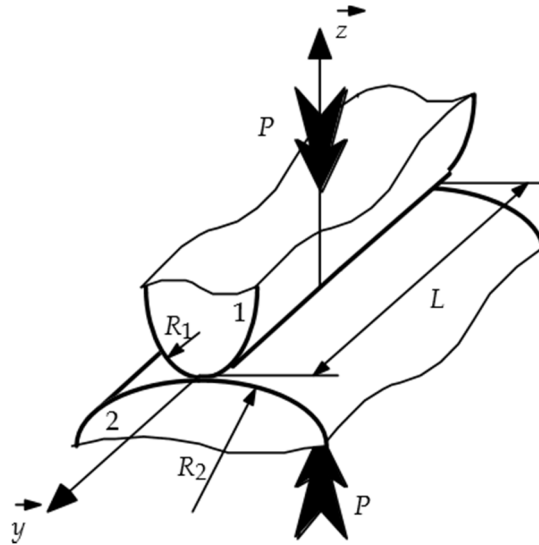


Figure I-10: Contact entre solides cylindriques le long d'une directrice [10]

Si le contact entre les deux solides peut être considéré ponctuel :

Soient ρ'_1, ρ''_1 et ρ'_2, ρ''_2 les courbures principales des deux solides au point de contact.

$$\Sigma\rho = \rho'_1 + \rho''_1 + \rho'_2 + \rho''_2 \tag{9}$$

$$F(\rho) = \frac{f(\rho)}{\Sigma\rho} \tag{10}$$

Avec :

$$f(\rho) = ((\rho'_1 - \rho''_1)^2 + (\rho'_2 - \rho''_2)^2 + 2(\rho'_1 - \rho''_1)(\rho'_2 - \rho''_2)\cos(2\alpha))^2 \frac{1}{2}$$

et α l'angle entre les directions de courbure maximale des deux solides.

Demi-axes de l'ellipse de contact :

$$a = e_a \left(\frac{11550P}{E^*\Sigma\rho} \right)^{\frac{1}{3}} \tag{11}$$

$$b = e_b \left(\frac{11550P}{E^*\Sigma\rho} \right)^{\frac{1}{3}} \tag{12}$$

Rapprochement des deux solides :

$$\delta = \frac{e_\delta \left(P \Sigma\rho \left(\frac{11550}{E^*} \right)^{\frac{2}{3}} \right)}{3} \tag{13}$$

Pression maximale sous le contact :

$$p_0 = \frac{3P}{2\pi ab} \quad (14)$$

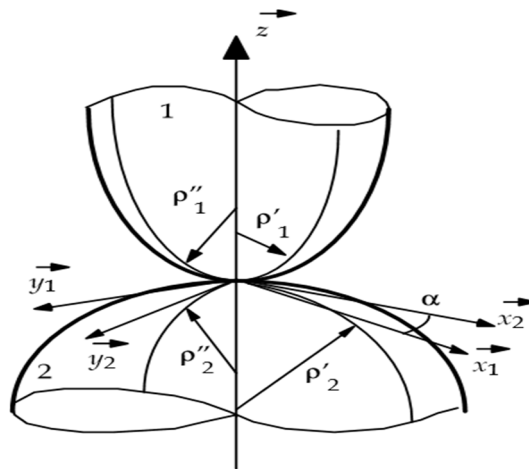


Figure I-11: Contact ponctuel entre solides[10]

I.4 Méthodes numériques appliquées en tribologie :

Les modèles physiques issus de la MMC fournissent des équations qui en général sont sans solution analytique. Cependant, l'analyse numérique apporte des solutions numériques (qui convergent vers la solution exacte) obtenues par l'intermédiaire de différentes méthodes parmi lesquelles : la méthode des différences finies, la méthode des volumes finis et la méthode des éléments finis qui est la plus utilisée dans le cas de calcul de structure et à laquelle nous allons nous intéresser. La méthode des éléments finis s'applique aussi pour l'analyse des déformations et des contraintes dans des structures mécaniques comme les ponts, les immeubles et les avions. Elle est aussi utilisée dans des problèmes de conduction thermique, d'écoulement de fluides et de flux gazeux ou magnétiques, etc. Plus généralement, cette technique permet de résoudre des équations différentielles en temps et aux dérivées partielles en espace avec conditions aux limites.[11]

I.4.1 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est un outil de discrétisation. Elle permet de diviser un milieu continu complexe (un objet) en un certain nombre fini d'éléments géométriques (un maillage) relativement simples appelés éléments finis, comme des tétraèdres ou des hexaèdres. Les champs physiques sont interpolés sur chaque élément en fonction de leur valeur en certains points donnés nommés noeuds ou points de contrôle. Dans les cas les plus

simples ces nœuds sont situés aux sommets de l'élément. A chaque élément est défini un système d'équations obtenu à partir d'une formulation intégrale variationnelle des équations de la MMC (formulation faible). Puis un processus d'assemblage prenant en compte la connectivité entre tous les éléments mène à la construction d'un ensemble d'équations à résoudre. La résolution de ce système d'équations, en tenant compte des conditions imposées aux limites du système, permet d'obtenir une approximation continue des propriétés physiques.[12]

I.4.2 Méthode des différences finies (MDF)

La méthode des différences finies est une des plus anciennes méthodes de simulation numérique qui est encore utilisée pour certaines applications, comme la propagation d'ondes sismiques ou électromagnétiques ou la mécanique des fluides compressibles. Pour d'autres applications, comme la mécanique du solide ou celles des fluides incompressibles, on lui préfère souvent la méthode des éléments finis. Ce support de cours s'adresse tout particulièrement aux étudiants de première année Master de mathématiques appliquées, ainsi qu'aux ingénieurs, physiciens, mécaniciens, biologistes, économistes, ..., qui souhaitent avoir une idée des méthodes numériques constamment utilisées aujourd'hui, et être en mesure de mettre en œuvre certaines d'entre elles.

I.4.3 Méthode des éléments discrets (MED)

La méthode des éléments discrets initiée par P. Cundall et O. Strack [13] peut simuler le mouvement des particules et l'interaction entre elles. Elle prend en compte non seulement les effets géométriques et matériels évidents, tels que la forme des particules, la non-linéarité du matériau, la viscosité, le frottement, etc., mais elle considère également divers autres effets, comme le champ physique du milieu environnant, voire même la réaction chimique [15].

La modélisation de matériaux granulaires discrets a récemment été largement acceptée comme outil de recherche pour étudier le comportement mécanique des matériaux granulaires [16].

Les problèmes les plus fascinants et les plus intéressants en mécanique sont généralement les plus difficiles à résoudre. Avec les capacités informatiques actuelles, des problèmes discrets peuvent être résolus même si un grand nombre de composants sont impliqués. Les méthodes numériques utilisées pour résoudre de tels problèmes seront appelées méthodes discrètes (DM).

Considérée comme une alternative aux méthodes continues (différences, volumes et éléments finies), la Méthode des Eléments Discrets (MED), également appelée Méthode des Eléments Distincts, est apparue dans les années 70 et est de nos jours en plein essor.

La MED offre la possibilité de modéliser numériquement des effets cinématiques et dynamiques induits par un grand nombre de particules en interaction.

Aujourd'hui, la MED est indéniablement considérée comme l'une des méthodes numériques les plus efficaces dans la modélisation de nombreuses applications en ingénierie, telles que:

- les écoulements granulaires,
- la mécanique des poudres,
- la mécanique des roches,
- etc...

I.5 Le principe de la MED

La MED permet l'étude de collections de grains en interaction. Elle consiste à décrire le mouvement des particules composant le système, c'est-à-dire de calculer la variation de la quantité de mouvement et du moment angulaire des particules à partir de la loi fondamentale de la dynamique (deuxième loi de Newton). Pour faire évoluer différents éléments du modèle numérique (particules, parois) dans le temps et dans l'espace, il est nécessaire de définir une démarche ou algorithme.

I.5.1 Détection des contacts

Cette étape est la plus coûteuse de la MED. Elle dépend de plusieurs facteurs, tels que le nombre de particules et la géométrie, etc...

Classiquement, la recherche des voisins pour chaque particule Ω_i se fait pour tous les antagonistes Ω_j avec $j > i$.

On doit effectuer $\frac{n(n-1)}{2}$ vérifications, ce qui est très rapidement coûteux dès que n devient élevé, où n est nombre de grains dans l'échantillon.

Le temps de calcul avec une telle méthode croît comme $O(n^2)$ (à la vitesse du carré du nombre des particules), ce qui rend donc nécessaire la mise en œuvre d'un algorithme de détection de contact optimisé.

Algorithme de résolution par la MED

1. Données:
2. Conditions initiales et aux limites
3. Nombre et géométrie des particules
4. Conditions initiales et aux limites
5. Tant que: ($t \leq$ Temps de calcul) faire:
 - a. Détection de contact
 - b. Calcul des efforts d'interactions
 - c. Loi de Newton: calcul des accélérations
 - d. Schéma d'intégration: vitesses et positions des particules
 - e. Nouvelle configuration
 - f. Post-traitement
 - g. $t = t + \Delta t$
6. Fin tant que:

Plusieurs méthodes existent dans la littérature pour réduire le coût numérique de la détection des contacts.

Parmi ces techniques, il y a celle proposée dans [17], qui consiste à quadriller l'espace d'étude. Chaque particule localisée dans une case peut être en contact avec une particule voisine située dans la même case ou dans l'une des 8 cases adjacentes (*Figure I-12 (a)*).

Une autre technique, appelée "halo" (*Figure I-12 (b)*), consiste à maintenir pour chaque particule la liste de ses plus proches voisins. Chaque particule est entourée d'un halo circulaire ou carré, dont elle est le centre, où seules les particules localisées dans ce halo sont prises en compte dans la détection des contacts.

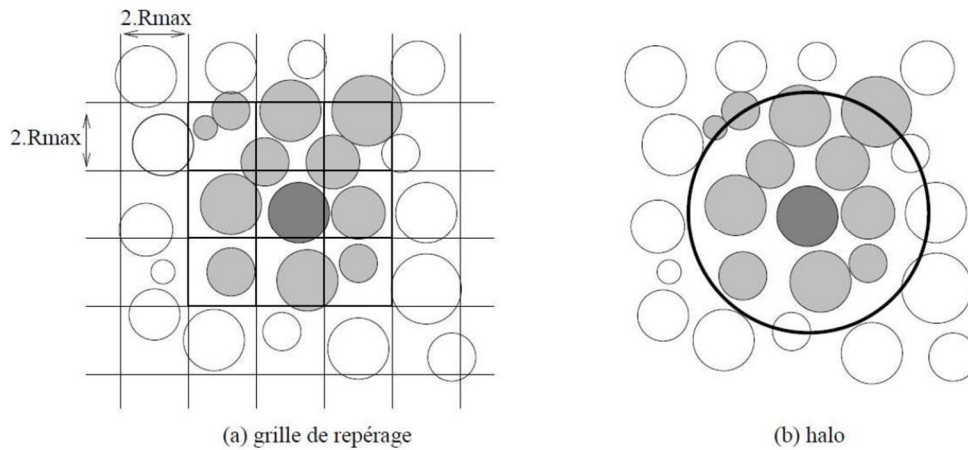


Figure I-12: Méthodes de détection des voisins : (a) par un repérage dans une grille fixe, (b) par la technique du halo.

1.5.2 Discrétisation spatiale

La simulation numérique des milieux discrets (systèmes multi-contacts) consiste en la résolution de l'équation dynamique du système :

$$M\ddot{u} = F^{ext}(u, \dot{u}, t) + R^\alpha$$

$$M\ddot{u} = F^{ext}(u, \dot{u}, t) + R^\alpha$$

Où :

u : représente le vecteur des coordonnées généralisées (les déplacements et les rotations),

\dot{u} : représente le vecteur des vitesses généralisées (de translation et angulaire)

\ddot{u} : représente le vecteur des accélérations généralisées (de translation et angulaire)

M : représente la matrice de masse généralisée du système (matrice diagonale) avec $M \in R^{n \times n}$

n : désigne le nombre de particules du système

F^{ext} : vecteur des efforts externes

R^α : vecteur des efforts interne

La résolution consiste à déterminer les accélérations généralisées lorsque le système est soumis aux efforts extérieurs et intérieurs, en fonction des coordonnées généralisées et de leurs premières dérivées. Le cycle de calcul est un algorithme de type pas à pas qui requiert la répétition d'un schéma de résolution.

I.5.3 Discrétisation temporelle

L'équation de la dynamique précédente est discrétisée en temps via un schéma d'intégration temporelle (par exemple la méthode de Newmark). A chaque cycle de calcul, on évalue les liens de contact qui se forment et disparaissent entre particules au cours de la simulation. Les interactions entre particules sont déterminées par le biais d'une loi de contact, qui est non-régulière dans le cas « Non Smooth » et régulière dans le cas « Smooth ». Une fois les forces et moments résultants sur chaque particule ont été calculés, on résout l'équation du mouvement pour déterminer et mettre à jour les nouvelles positions et vitesses des particules.

Les schémas d'intégration en temps peuvent être classés en deux catégories :

- Explicite
- Implicite

En général, les schémas explicites sont moins coûteux que les schémas implicites, qui nécessitent un calcul itératif à chaque pas de temps. Néanmoins, les schémas implicites se distinguent par leur stabilité.

Dans le cadre de ce travail, nous avons fait le choix d'intégrer l'équation du mouvement avec un schéma explicite.

I.5.4 Calcul de la force inter-articulaire

Le mécanisme général d'un milieu granulaire, soumis à des sollicitations mécaniques, dépend fortement du réseau de contact formé entre les particules. C'est pour cette raison que le choix d'une loi d'interaction est une étape très importante lors de la simulation par la MED.

Plusieurs lois d'interaction peuvent être considérées. La plus simple d'entre elles, est la loi de contact élastique. L'effort de contact est contrôlé par deux paramètres élastiques qui sont

les raideurs normale k_n et tangentielle k_t , qui dépendent à leur tour des propriétés mécaniques associées (module de Young E et coefficient de Poisson ν).

I.5.5 Force de contact normale

Dans le cas d'une modélisation explicite, le contact entre deux particules est établi s'il y a interpénétration, telle que la distance normale $u_n < \beta$, avec β ($\beta < 0$) un paramètre proche de zéro qui permet de piloter le rapprochement des centres des particules en contact: La force normale r_n s'écrit en fonction de la raideur normale k_n et la distance normale u_n à travers la relation suivante :

$$r_n = k_n u_n$$

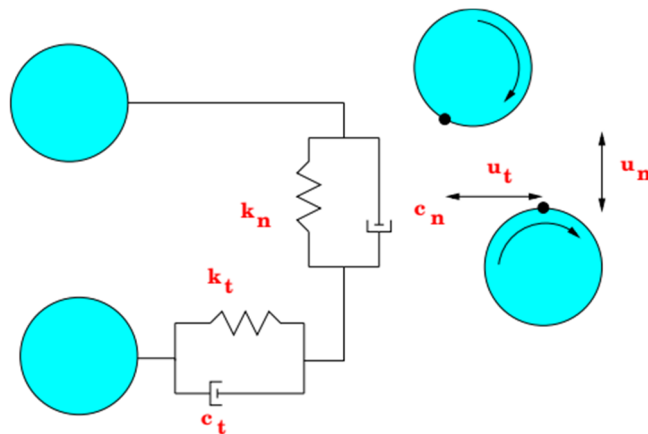


Figure I-13: Loi de contact

La raideur normale k_n est considérée constante depuis la création jusqu'à la suppression du contact et peut être calculée de différentes manières. Nous présenterons brièvement plus loin quelques méthodes utilisées pour la détermination de k_n .

I.5.6 Force d'amortissement normale

Lorsque deux particules entrent en interaction, l'énergie est dissipée via la force de frottement due au glissement de l'une sur l'autre. Cette dissipation reste insuffisante pour atteindre un état d'équilibre en un nombre de pas raisonnable. Une quantité inélastique est

donc prise en compte dans le modèle de contact, qui est proportionnelle au paramètre d'amortissement visqueux C_n et fonction de la dérivée du déplacement normal \dot{u}_n .

Le coefficient d'amortissement C_n permet d'induire un effet inélastique négligeable et de stabiliser le schéma d'intégration numérique.

La force visqueuse est définie par :

$$r_n^v = -C_n \dot{u}_n$$

Cette force est opposée au déplacement relatif et proportionnelle à la vitesse relative \dot{u}_n . L'implémentation d'une force visqueuse peut amener à un état adhésif lorsque la force de répulsion est faible par rapport à la force visqueuse. L'adhésion peut être supprimée en ramenant à zéro la force négative calculée en prenant en compte la force visqueuse.

I.5.7 Force de contact tangentielle

Le calcul de la force tangentielle r_t est calculée de façon incrémentale à partir de la première détection de contact en sommant des incréments de force Δr_t :

$$\Delta r_t = -k_t \Delta u_t$$

La réaction tangentielle Δr_t^i , au pas de temps i , prend en compte la réaction tangentielle Δr_t^{i-1} au pas de temps précédent $i-1$. Elle est donnée par la relation suivante :

$$\Delta r_t^i = \Delta r_t^{i-1,act} + \Delta r_t^i$$

Où $\Delta r_t^{i-1,act}$ n'est autre que l'actualisation de la réaction tangentielle Δr_t^{i-1} qui prend en compte le mouvement du contact. Cette quantité est calculée aux deux étapes et prend en compte le changement de la direction normale.

I.5.8– Force d'amortissement tangentielle

Comme dans le cas du contact normal, un terme inélastique (visqueux) est introduit dans le modèle d'interaction tangential. Celui-ci est proportionnel au coefficient d'amortissement

c_t et dépend de la vitesse tangentielle u_t . Cette force s'oppose au déplacement tangentiel relatif.

Le terme inélastique est défini par la force visqueuse suivante : $r_t^v = -c_t \dot{u}$

I.5.9 Détermination des raideurs de contact k_n et k_t

Ils existent plusieurs modèles pour le calcul de la raideur de contact et sont classés en deux familles :

La première famille est celle des U_n premiers modèles non-linéaires telles que le modèle de Hertz-Mindlin. Pour ce modèle, Les raideurs normale et tangentielle sont déterminées à partir des relations suivantes :

$$k_n = \frac{4G\sqrt{R}}{3(1-\nu)} \sqrt{u_n}$$

$$k_t = \frac{2 \left(3RG^2 (1-\nu)^{\frac{1}{3}} \right)}{(2-\nu)} |r_n|^{\frac{1}{3}}$$

Où :

R : représente le rayon moyen des particules en contact

G et ν : sont respectivement le module de cisaillement et le coefficient de Poisson

Les raideurs normale et tangentielle varient au cours de la simulation.

La deuxième famille concerne les modèles linéaires dont la raideur normale est déterminée à partir de la relation suivante :

$$k_n = 2E_{ij} \frac{a_i a_j}{a_i + a_j}$$

où a_i et a_j sont les rayons des particules en contact et E_{ij} est le module de Young effectif calculé en fonction des modules de Young des particules E_i et E_j :

$$E_{ij} = 2 \frac{E_i E_j}{E_i + E_j}$$

La raideur tangentielle k_t est déduite à partir de la raideur normale k_n et le coefficient du poisson ν du milieu discret. Le rapport $\frac{k_t}{k_n} \approx 0.8$ pour $\nu = 0.3$. Ceci est valable pour la plupart des matériaux.

I.5.10 Calcul du pas de temps critique

En se plaçant dans le cas d'un schéma d'intégration explicite, la condition de stabilité est garantie pour un pas de temps critique Δt_{crit} , afin d'assurer la convergence. Il s'agit d'un pas de temps qui peut reproduire la propagation d'ondes correctement. Un pas de temps critique est alors calculé pour chaque paire de contact :

$$\Delta t_{crit}^c = \min \left(\sqrt{\frac{m}{k_n}}, \sqrt{\frac{J}{k_t^* a_{i,j}^2}} \right)$$

Où :

m : est la masse réduite,

J : le moment d'inertie

Et $a_{i,j} = \min(a_i, a_j)$

Le pas de temps critique pour tout le système est donné par :

$$\Delta t_{crit} = C_t^S \cdot \min_{c \in \zeta} \Delta t_{crit}^c$$

Où :

ζ : désigne l'ensemble des contacts du milieu granulaire simulé.

C_t^S : un coefficient de sécurité pour garantir la convergence, il est pris en compte et vaut en général 0.1. Ce coefficient offre l'opportunité de ne calculer qu'une seule fois le pas de temps critique.

En effet, il peut y avoir une évolution du système vers un état moins stable, engendrée par l'apparition ou la disparition des contacts. Mais cette évolution reste dans le domaine de stabilité dans la mesure où le pas du temps critique est suffisamment faible.

I.6 Modélisation de contact thermique par la MED

Dans le contexte de la méthode des éléments discrets l'interaction entre les particules est modélisée par une interpénétration sans déformation. Les paramètres géométriques de la zone de contact (distance entre particules, rayon et superficie de la zone de contact...) sont exposés dans l'annexe A.

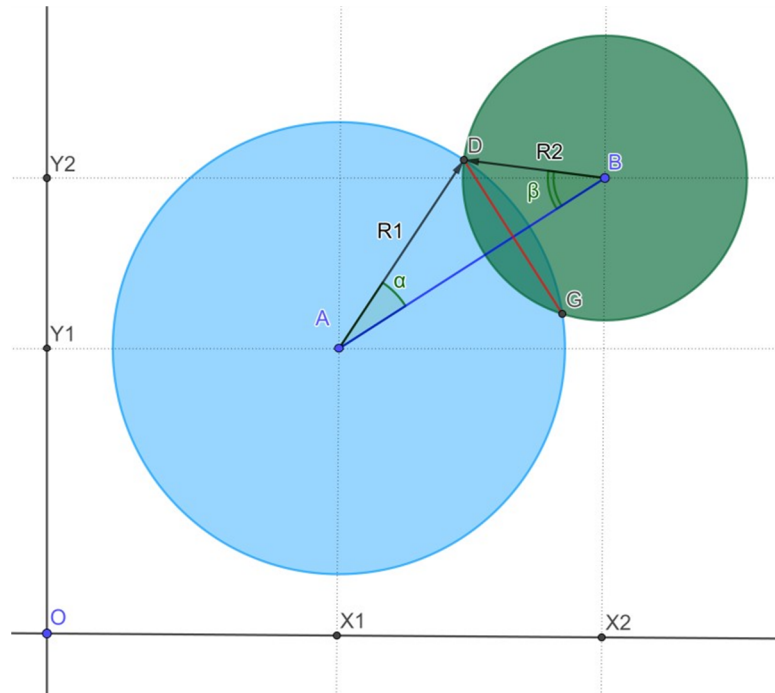


Figure I-14: Interpénétration entre deux particules.

I.7 Conclusion

Dans ce chapitre introductif nous avons exposé à travers la recherche bibliographique les différents types de paliers, la théorie de Hertz pour la modélisation du contact et les différentes méthodes numériques utilisées dans le domaine de la tribologie.

Le chapitre est finalisé par montrer l'avantage, le principe et les différents aspects de la méthode des éléments discrets qui sera appliquée dans les deux prochains chapitres.

CHAPITRE II
MODELISATION DU
PALIER
HYDROSTATIQUE

CHAPITRE II : MODELISATION DU PALIER HYDROSTATIQUE

II.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons présenter le modèle du palier hydrostatique par la conservation du débit volumique (le fluide lubrifiant est considéré incompressible). L'expression de la charge portante du palier est ensuite extraite par intégration du champ de pression et en fin les paramètres dynamiques équivalents (la raideur et l'amortissement) sont calculés en dérivant l'expression de la charge portante autour de la position d'équilibre par rapport au déplacement et à la vitesse respectivement.

II.2 Palier infiniment long avec lubrifiant en régime laminaire

L'hypothèse du palier infiniment long implique que les gradients dans la direction infinie (z) seront ignorés.

Les autres hypothèses adoptées dans cette section sont :

- Le fluide lubrifiant est considéré Newtonien et incompressible.
- Seul l'écoulement de Poiseuille existe.
- L'épaisseur ne dépend ni de x ni de z : $\partial h/\partial x = \partial h/\partial z = 0$

La conservation de la masse (débit massique) permet d'écrire :

$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_{out} + \frac{\partial m}{\partial t} = \dot{m}_{out} + \frac{\partial(\rho V_{al})}{\partial t} \quad (\text{II.1})$$

La relation exprimée en termes de débits volumiques :

$$\rho Q_{capillaire} = \rho Q_{sortie} + \rho \frac{\partial V_{al}}{\partial t} + V_{al} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (\text{II.2})$$

$Q_{capillaire}$, Q_{sortie} : Les débits volumiques entrant par le capillaire et sortant de la zone du film.

$\frac{\partial V_{al}}{\partial t}$: Variation du volume de l'alvéole à cause du mouvement du grain mobile.

$$\frac{\partial V_{al}}{\partial t} = \iint \vec{h} \cdot \vec{n} \cdot ds \quad (II.3)$$

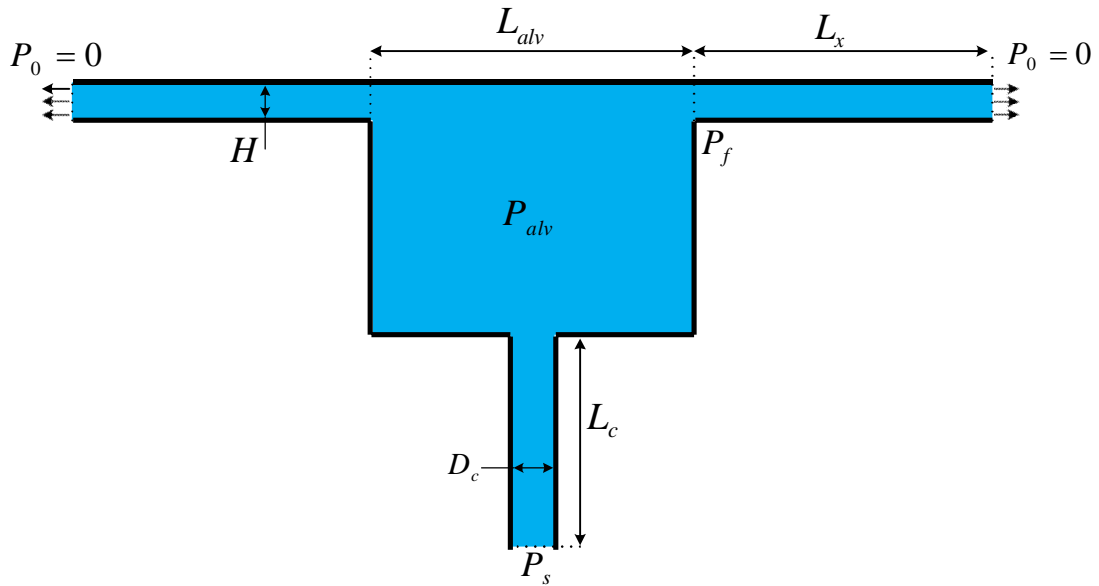


Figure II-1: Les différentes dimensions du patin.

La densité peut être simplifiée :

$$Q_{capillaire} = Q_{sortie} + \frac{\partial V_{al}}{\partial t} + V \beta_{al\ comp} \frac{\partial P_{al}}{\partial t} \quad (II.4)$$

L'équation (II.4) devient :

$$Q_{capillaire} = Q_{sortie} + \frac{\partial V_{al}}{\partial t} \quad (II.5)$$

En notant :

$$K_C = \frac{\pi D^4}{128 L_c} \quad , \quad K_Q = \frac{L_z}{6 L_x}$$

Le débit volumique entrant par le capillaire :

$$Q_{\text{capillaire}} = \frac{K_c}{\mu} (P_s - P_{\text{alv}}) \tag{II.6}$$

Grace à la symétrie on ne considère que la partie du débit dans la direction +x positive et on le multiplie par deux. Le débit volumique sortant de la zone du film mince devient donc:

$$Q_{\text{sortie}} = 2U_{xm} S_{\text{sortie}} = 2L_z h U_{xm} \tag{II.7}$$

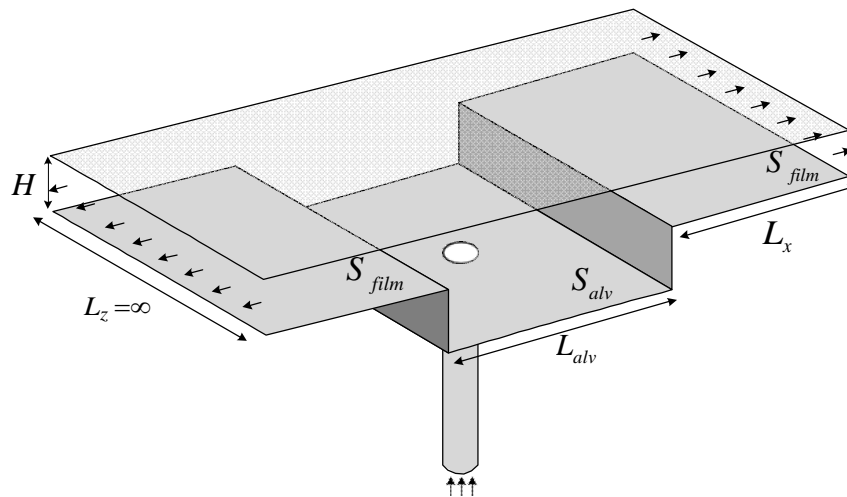


Figure II-2: Patin 3D en configuration infiniment longue [2].

Et :

$$Q_{\text{sortie}} = - \frac{L_z h^3}{6\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{x=L_x} \tag{II.8}$$

La pression dans le film mince en régime laminaire est régie par l'équation de Reynolds :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial x} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \tag{II.9}$$

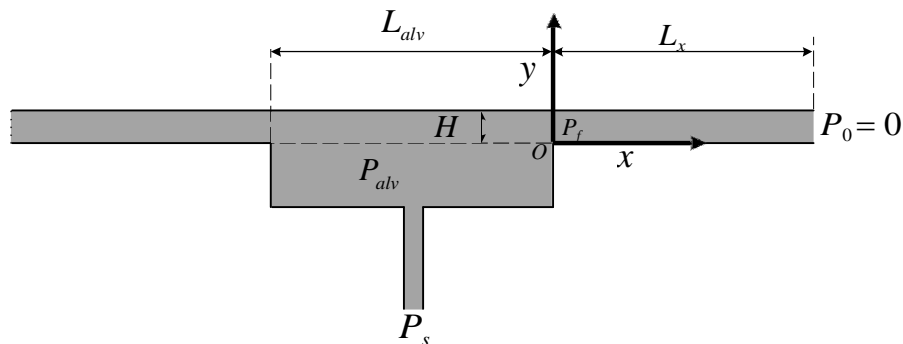


Figure II-3: Position du repère.

L'hypothèse du palier infiniment long implique que toute dérivée par rapport à z est nulle :

$$\frac{\partial}{\partial z} = 0, \text{ celle de l'absence de l'écoulement de Couette implique : } U = 0$$

Ceci simplifie l'équation (II.9) à :

$$\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{\partial h}{\partial t} \tag{II.10}$$

En intégrant l'équation (II.10) deux fois sur x :

$$P(x) = \frac{6\mu h}{h^3} x^2 + C_a x + C_b$$

Avec les conditions aux limites : $\begin{cases} P(0) = P_{alv} \\ P(L) = P_0 \end{cases}$

Le débit sortant, exprimé par l'équation (II.8), peut être maintenant écrit :

$$Q_{sortie} = \frac{h^3 L}{6\mu} \left(\frac{P_{alv} - P_0}{L} - \frac{6\mu h L^2}{h^3} \right) \tag{II.11}$$

Si $P_0 = 0$ (la pression relative à la sortie du patin est la pression atmosphérique) et en

$$Q_{sortie} = \frac{K_Q}{\mu} P_{alv} h^3 - 6K_Q L^2 h \tag{II.12}$$

La surface totale du patin : $S_{totale} = S_{alv} + 2S_{film}$

$$P_{alv} = \left(P_s - \frac{\mu(S_{alv} - S_{film})}{K_C} h \right) \left(1 + \frac{K_Q}{K_C} h^3 \right)^{-1} \tag{II.13}$$

Le champ de pression peut être donné par l'équation :

$$P(x) = \frac{6\mu h}{h^3} x^2 - \left(\frac{P_{alv}}{L} + \frac{6\mu h L}{h^3} \right) x + P_{alv} \tag{II.14}$$

La force générée par le champ de pression dans le film mince peut être calculée comme :

$$W_{film} = 2L_z \int_0^{L_x} P(x) dx \tag{II.15}$$

$$W_{film} = P L_z L_x - \frac{2\mu\dot{h}}{h^3} L_z L_x^3 \tag{II.16}$$

La force générée par la pression dans l'alvéole peut être calculée comme :

$$W_{alvéole} = P_{alv} L_z L_{alvéole} \tag{II.17}$$

La force résultante générée par le patin est donc :

$$W = W_{fluide} = W_{alvéole} + W_{film} \tag{II.18}$$

$$W = (S_{alv} + S_{film}) P_{alv} - \frac{2\mu\dot{h}}{h^3} L_z L_x^3 \tag{II.19}$$

A l'équilibre statique : $\dot{h} = 0$

$$P_{alv}^{statique} = \left(\frac{K_Q}{c} h^3 \right)^{-1} \tag{II.20}$$

Dans le film mince :

$$P^{statique}(x) = -\frac{P_{alv}^{statique}}{L_x} x + P_{alv}^{statique} \tag{II.21}$$

La force statique générée est donc :

$$W^{statique} = (S_{alv} + S_{film}) P_{alv}^{statique} \tag{II.22}$$

En introduisant le rapport des pressions $\beta_0 = P_{alv} / P_s$

$$\beta_0 = \frac{P_{alv}}{P_s} = \left(1 + \frac{K_Q}{K_C} h^3 \right)^{-1} \tag{II.23}$$

II.3 Les coefficients dynamiques (raideur et amortissement) équivalents

Lorsque le palier oscille à une amplitude inférieure à 20% de l'épaisseur du film mince la relation entre la charge portante et le déplacement reste linéaire [2]. Dans ce cas le palier peut être modélisé par un système ressort amortisseur simple. Les paramètres dynamiques d'un tel modèle peuvent être calculés par :

$$K = \left. \frac{\partial W}{\partial h} \right|_{\text{Statique}} \quad (\text{II.24})$$

$$C = \left. \frac{\partial W}{\partial \dot{h}} \right|_{\text{Statique}} \quad (\text{II.25})$$

En tenant compte des expressions de la charge portante et de la pression dans l'alvéole ceci donne :

$$W = P_s (S_{alv} + S_{film}) \left(1 + \frac{K_Q}{K_c} h^3 \right)^{-1} - \frac{2\mu\dot{h}}{h^3} L_z L^3 \quad (\text{II.26})$$

$$K = \left. \frac{\partial}{\partial h} \left(P_s (S_{alv} + S_{film}) \left(1 + \frac{K_Q}{K_c} h^3 \right)^{-1} - \frac{2\mu\dot{h}}{h^3} L_z L^3 \right) \right|_{\text{Statique}} \quad (\text{II.27})$$

$$C = \left. \frac{\partial}{\partial \dot{h}} \left(P_s (S_{alv} + S_{film}) \left(1 + \frac{K_Q}{K_c} h^3 \right)^{-1} - \frac{2\mu\dot{h}}{h^3} L_z L^3 \right) \right|_{\text{Statique}} \quad (\text{II.28})$$

Le problème linéaire équivalent revient à résoudre:

$$\begin{cases} M \ddot{x} + C\dot{x} + Kx = M\varepsilon\omega^2 \cos(\omega t) \\ M \ddot{y} + C\dot{y} + Ky = M\varepsilon\omega^2 \sin(\omega t) \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

En adoptant les paramètres utilisés par [18] et [19] on trouve les paramètres dynamiques équivalents suivants :

$$K_x = K_y = 365610 \text{ N/m}$$

$$C_x = C_y = 121,80 \text{ N.s/m}$$

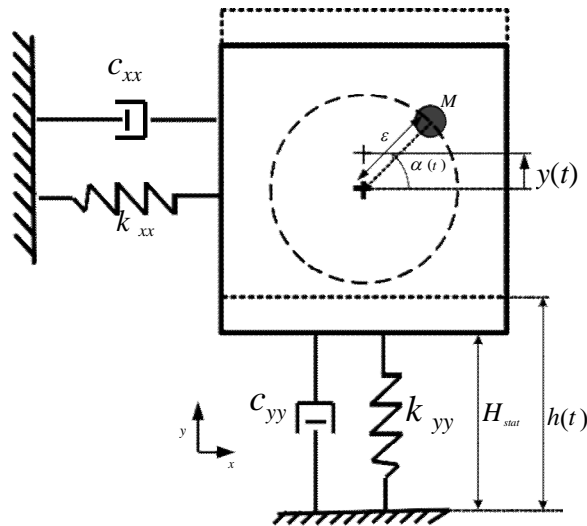


Figure II.4: Action du balourd dans le plan xy

Le système étudié est à deux degrés de liberté en déplacement selon l'axe x et selon l'axe y, ce qui donne deux fréquences de résonance. Les paramètres physiques du palier dans les deux directions sont les mêmes ce qui rend les deux fréquences confondues.

Le problème admet une solution analytique en termes d'amplitude donnée par:

$$X = M \varepsilon \frac{(w/w_n)^4}{\sqrt{\left(1 - (w/w_n)^2\right)^2 + \left(\frac{C_x}{\sqrt{(K_x M)}} (w/w_n)\right)^2}} \quad (\text{II.30})$$

$$Y = M \varepsilon \frac{(w/w_n)^4}{\sqrt{\left(1 - (w/w_n)^2\right)^2 + \left(\frac{C_y}{\sqrt{(K_y M)}} (w/w_n)\right)^2}} \quad (\text{II.31})$$

Par exemple si on entraîne l'arbre avec une vitesse de $w = 100 \text{ rad/s}$ les deux amplitudes seront égales à :

$$X = Y = 4.0713 \text{e-}06 \text{m} \quad (\text{II.32})$$

Tableau II-1 Les paramètres du rotor [18][19]

Le paramètre	Valeur	Définition
A_{tot}	$45 \cdot 10^{-3}(\text{m})$	Longueur totale du patin
B_{tot}	$7.5 \cdot 10^{-3}(\text{m})$	Largeur totale du patin
L_x	0.018 (m)	Longueur de film mince (un côté)
$L_{alv} = A_{tot} - 2L_x$	0.074(m)	Longueur de l'alvéole
$L_z = B_{tot}$	0.110(m)	Largeur du film mince (cas infiniment long)
D_C	$1.8 \cdot 10^{-3}(\text{m})$	Diamètre du capillaire
L_C	$58 \cdot 10^{-3}(\text{m})$	Longueur du capillaire
P_s	0.5 bar	Pression (Relative) de l'alimentation
P_0	0 bar	La pression (Relative) à la sortie du patin
μ	$6.7 \cdot 10^{-3} Pa \cdot s$	Viscosité
h_0	$0.1963407 \cdot 10^{-03}$ m	Épaisseur de film d'huile
M	19.41 kg	Masse du disque + masse de l'arbre
$M \cdot \varepsilon$	$0.7 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}$	Balourd
$K_x = K_y$	365610 N/m	Les raideurs dans chaque direction
$C_x = C_y$	$121,80 \text{ N} \cdot \text{s/m}$	Les coefficients d'amortissement dans chaque direction
$\zeta_x = \zeta_y = \frac{C}{2\sqrt{MK}}$	0.0229	Le facteur d'amortissement

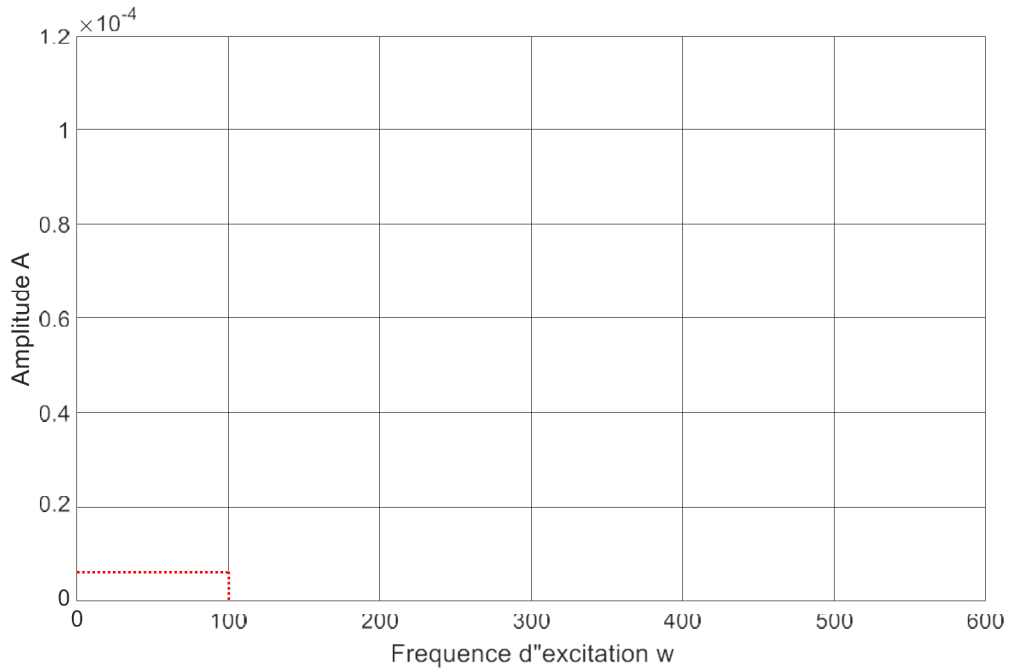


Figure II.5: Solution analytique

Il est clair d’après la **Figure II.5** que les fréquences de résonance (égales) sont d’environ 140 rad/s . Exactement 137.24 rad/s par le calcul direct :

$$w_n = w_{nx} = w_{ny} = \sqrt{\frac{K_x}{M}} = \sqrt{\frac{K_y}{M}} = \sqrt{\frac{365610}{19.41}} \quad (\text{II.33})$$

II.4 Modélisation du palier par la MED

Le palier hydrostatique peut être modélisé par la méthode des éléments discrets par un simple block carré maintenu par deux systèmes ressort-amortisseur dans chaque côté (8 au totale) et deux forces sinusoïdales dans chaque direction (x et y) appliquées en son centre :

$$\begin{cases} F^v = M \varepsilon \omega^2 \cos(\omega t) \\ F^{extX} = M \varepsilon \omega^2 \sin(\omega t) \\ F^{extY} \end{cases} \quad (\text{II.34})$$

L’application de deux ressorts au lieu d’un seul dans chaque côté est motivée par le fait que le modèle à un seul ressort permet la rotation du grain mobile autour de l’axe z chose que nous voulons éviter, les valeurs des constantes dynamiques des ressorts dans chaque direction sont égales à la valeur K divisée par leur nombre ici 4 selon X et 4 selon Y :

$$K_{ix} = K_x/4 = 91403 \text{ N/m} \quad (\text{II.35})$$

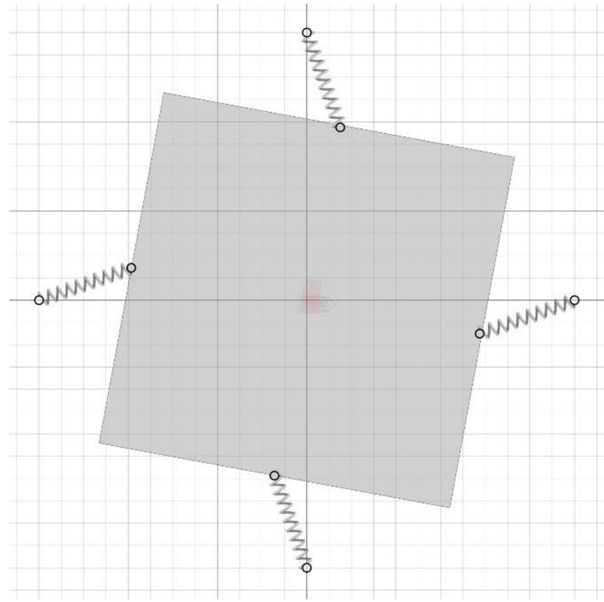


Figure II.6: Possibilité de la rotation de la configuration à un ressort

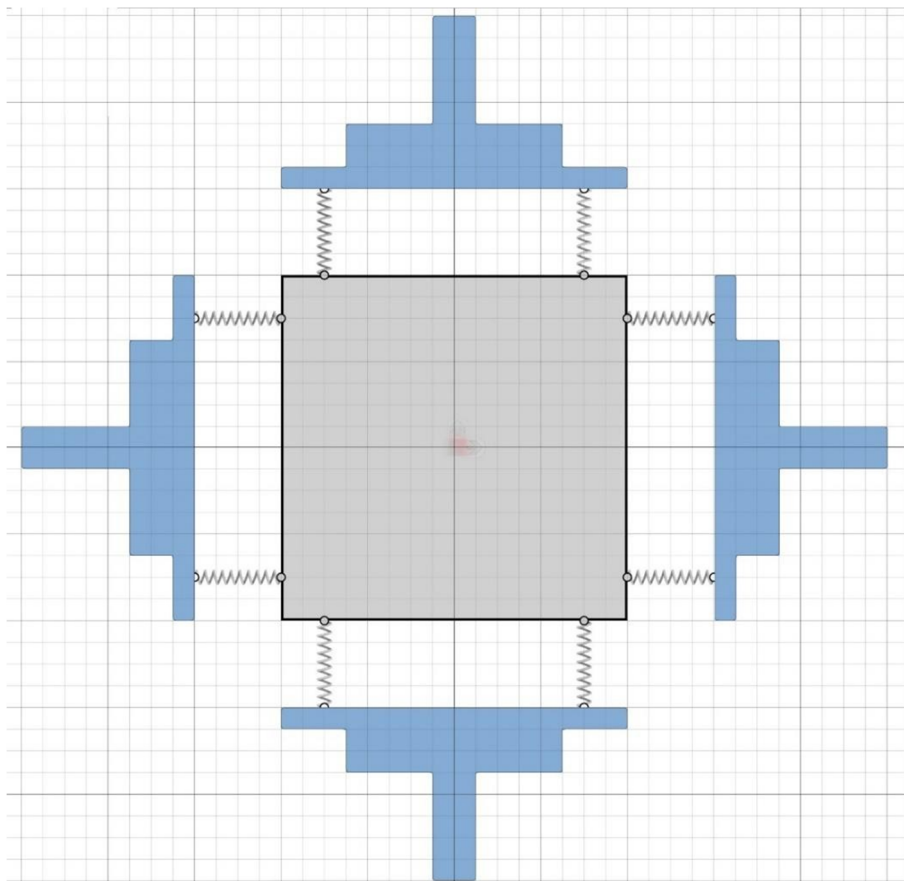


Figure II.7: Le modèle par MED du palier hydrostatique

Sur la **Figure II.8** on voit clairement la concordance avec le résultat analytique de l'équation (II.32).

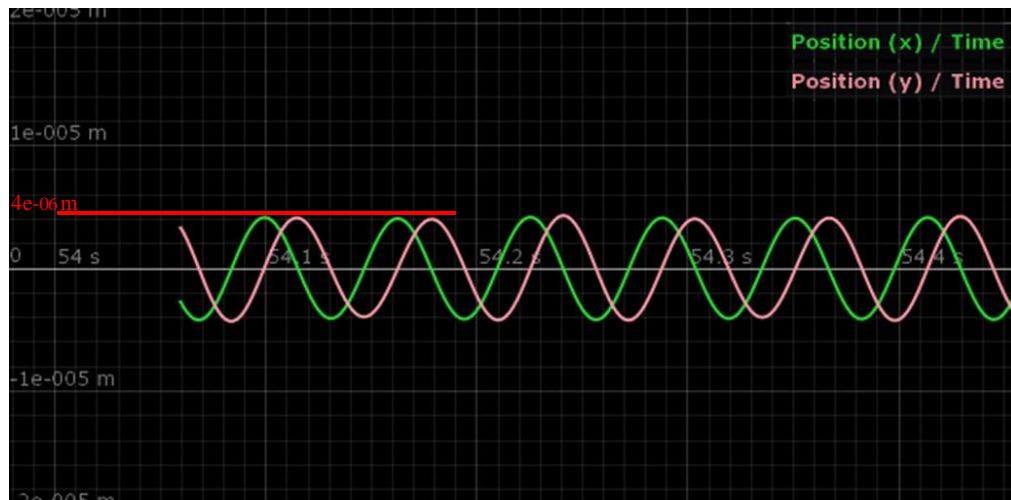


Figure II.8: Réponse du grain mobile par MED à $w = 100 \text{ rad/s}$

II.5 Conclusion

Ce chapitre étant consacré à la présentation du modèle du palier hydrostatique analytiquement et par la MED (pour la validation) il nous permettra l'introduction du roulement pour l'obtention du modèle hybride complet. Ce qui sera traité dans le chapitre suivant.

CHAPITRE III
MODELISATION DU
PALIER HYBRIDE

CHAPITRE III : MODELISATION DU PALIER HYBRIDE

III.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est d'introduire le roulement dans le modèle du palier hybride en utilisant la méthode des éléments discrets ou MED.

Le principe de la méthode des éléments discrets est d'abord introduit par une série d'exemples qui augmentent en complexité graduellement. On commence par la modélisation 2D du contact d'une bille avec une surface plane pour arriver enfin à la modélisation d'un roulement à billes complet.

III.2 Modélisation 2D du contact d'une bille avec une surface plane

III.2.1 En statique

On commence par le cas le plus simple qui est celui de l'équilibre statique d'une bille déformable (de module de Young E) soumise à une force constante contre une surface plane parfaitement rigide. Le problème a été étudié pour la première fois par Hertz, qui a trouvé que le problème admet une solution analytique dans des circonstances simples.

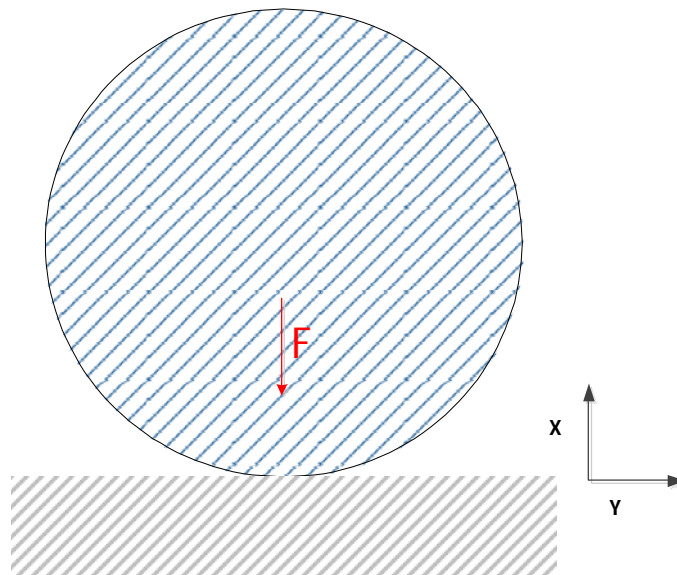


Figure III-1: Contact d'une bille élastique avec une surface plane parfaitement rigide.

Contrairement à la modélisation classique qui tient compte de la déformation globale de la bille, la MED considère la bille comme étant parfaitement rigide. Le contact avec la surface plane est tenu en compte par l'introduction d'une interpénétration virtuelle soumise à une résistance modélisée par un ressort d'une raideur k (calculée à partir des propriétés élastiques de la bille et de la surface pénétrée) :

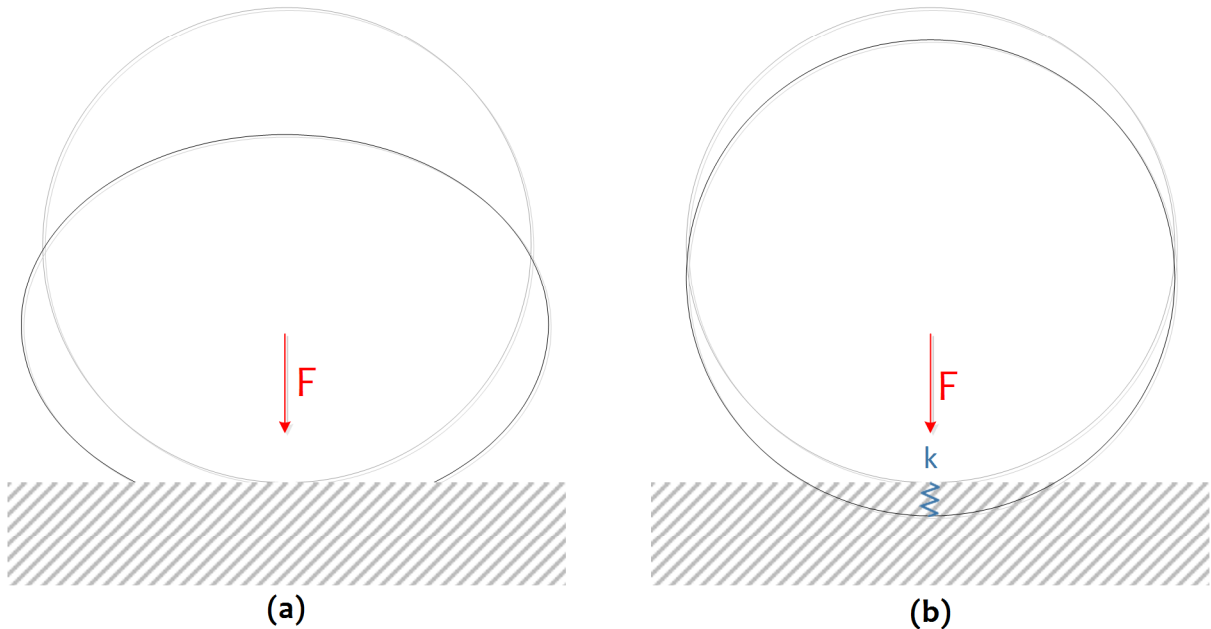


Figure III-2: (a) modélisation classique (b) modélisation par MED

L'équation de l'équilibre statique

$$\sum \vec{F} = 0 \quad (\text{II.36})$$

$$F_{ext} + P - F_k = 0 \quad (\text{II.37})$$

L'équation de l'équilibre dynamique c'est-à-dire si on applique une force à amplitude variable dans le temps:

$$\sum \vec{F} = M\vec{y} \quad (\text{II.38})$$

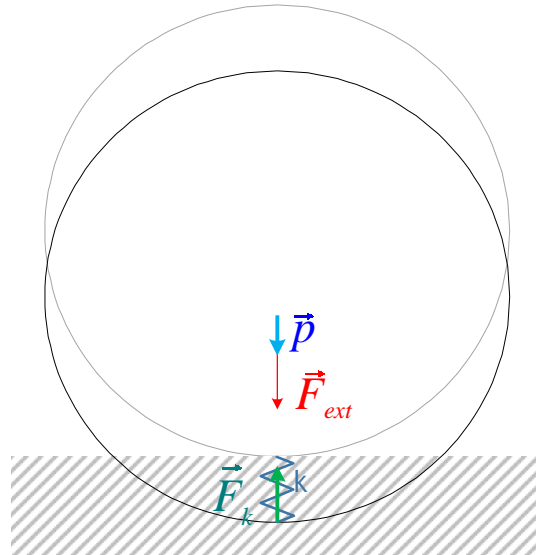


Figure III-3: L'équilibre statique sous la formulation MED

L'équilibre statique d'une particule déformable (de module de Young E) soumise à une force constante contre une surface plane est le cas le plus simple à étudier. La solution analytique peut être obtenue en égalisant la somme de la force externe et le poids avec la force de répulsion élastique exercée par le ressort virtuel.

La résolution par la MED est différente : elle consiste à dérouler une boucle qui varie la dilatation du ressort puis la vérification de l'équilibre statique. La boucle continue à tourner jusqu'à la vérification de la condition. Plus le pas est petit mieux est le résultat.

En dynamique ; c'est-à-dire la percussion de la particule animée par une vitesse contre une surface plane la résolution sera plus élaborée (compliquée). L'équilibre dynamique est traduit par une équation différentielle ordinaire de deuxième ordre la résolution peut être fait par une méthode numérique comme la méthode de Newmark.

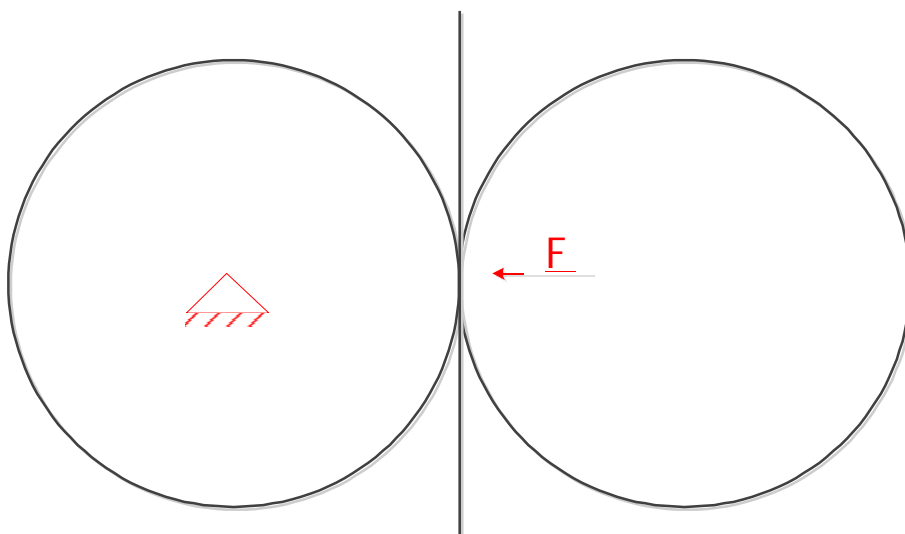


Figure III-4: Contact entre deux billes déformables

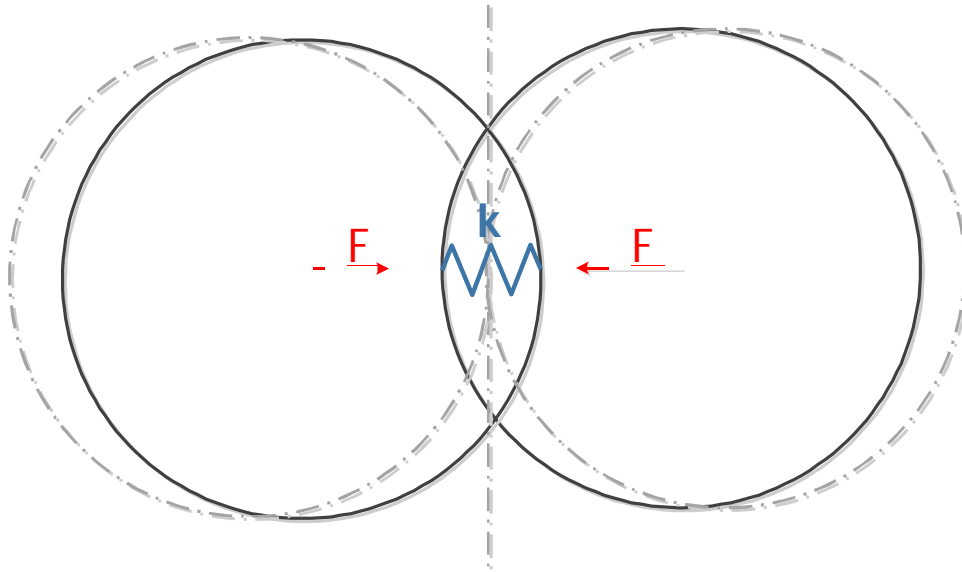


Figure III-5: Modèle du contact des deux billes par la MED

III.3 Modélisation 2D du contact entre une bille et une surface courbée déformables

Lorsque la particule est en interaction dynamique avec une surface courbée on doit prendre en compte les composantes normales et tangentielles de la force.

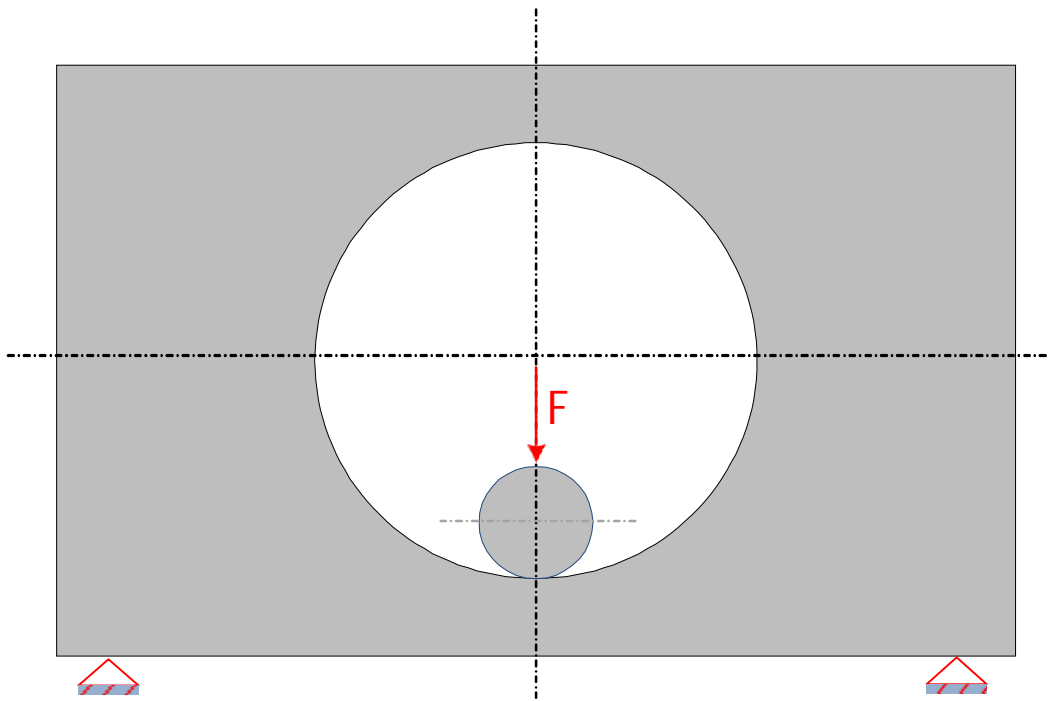


Figure III-6: Contact entre une bille et une surface courbée déformables

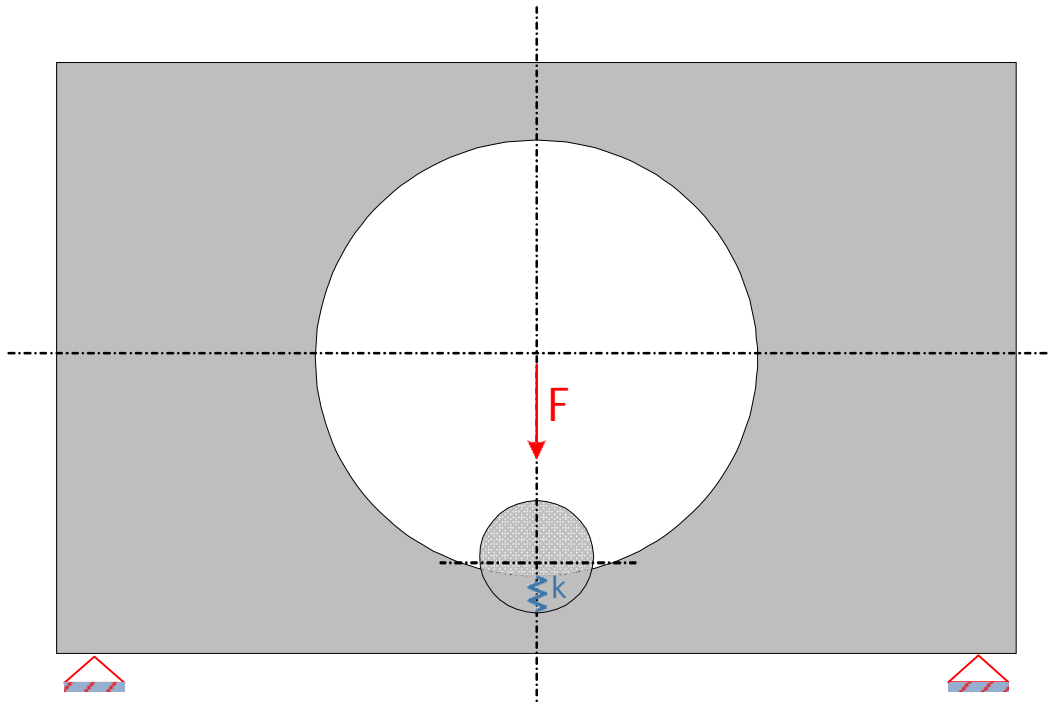


Figure III-7: Modèle du Contact bille-surface courbée déformables par la MED

III.4 Outils de simulation

Pour les cas statiques simples un programme sous Matlab peut être facilement écrit pour la résolution avec la MED. Cependant, pour les cas dynamiques plus exigeants, un code de calcul ou un logiciel devient vite nécessaire. Les logiciels commerciaux basés sur la MED sont quasi-absents. La majorité des codes de calcul sont ceux développés par les laboratoires de recherche et les institutions universitaires comme par exemple MULTICOR de l’LTI de l’Université de Picardie (France). Ce type de code de calcul sont très puissants mais très difficiles à utiliser car ils sont généralement conçus pour être utilisés par leurs créateurs.

Néanmoins pour démontrer la possibilité de l’introduction du roulement dans le modèle du palier hydrostatique par la MED, on utilisera une solution relativement plus simple qu’est Thyme. Publié en 2007, Thyme est un langage de script créé par Emil Ernerfeldt pour Phun (maintenant Algodoo) qui est à son tour un moteur physique 2D [20]. L’interface du moteur de simulation est très simple même parait infantile. Cependant, son langage est très puissant et très riche. Le développement du modèle MED de la suite de ce chapitre est réalisé en utilisant Thyme.

```

1
2  /* Programme du Roulement SKF 6208 pour Algodoo 2.1.0
3     par M'HAMED MOHAMED ZAKARIA
4     Dr. Aboshighiba Hicham
5     Dernière modification: 06/10/2020
6  */
7
8
9  /* Les constates */
10 scene.my.RayBille := 6.1515/1000 ; // Rayon des billes en [m]=[mm]/1000
11 scene.my.NombreBille := 9 ; // Nombre des billes 9
12 scene.my.RayPosBille := 30/1000 ; // Rayon position ddes billes en [m]=[mm]/1000
13 scene.my.AngleBille := (2 * math.pi)/9 ; // angle entre les billes en rad
14 scene.my.RayBagueIntern := 23.8485/1000 ; // Rayon de la bague Interne en [m]=[mm]/1000
15 scene.my.RayBagueExtern := 36.1515/1000 ; // Rayon de la bague Externe en [m]=[mm]/1000
16
17 /* La bague Externe */
18 Scene.addCircle({ radius = 40.000/1000 ;}); // Limite externe de la bague externe
19 Scene.addCircle({ radius = 36.1515/1000 ;}); // Limite interne de la bague externe
20
21 /* La bague Interne */
22 Scene.addCircle({ radius = 23.8485/1000 ;}); // Limite externe de la bague Interne
23 // Scene.addCircle({ radius = 20/1000 ;}); // Limite interne de la bague Interne
24
25
26 /* Les 9 billes */
27 for(scene.my.NombreBille, (i)=>{
28   angle = (2* math.pi * i) / scene.my.NombreBille;
29   X= scene.my.RayPosBille * math.cos(angle);
30   Y = 0.003 * math.sin(angle) ;
31   Scene.addCircle({
32     pos = [X,Y];
33     radius = scene.my.RayBille ;
34   });
35 });
36 Scene.addCircle({ radius = 2/1000 ;});

```

Figure III-8: Aperçu d'une partie du programme Thyme

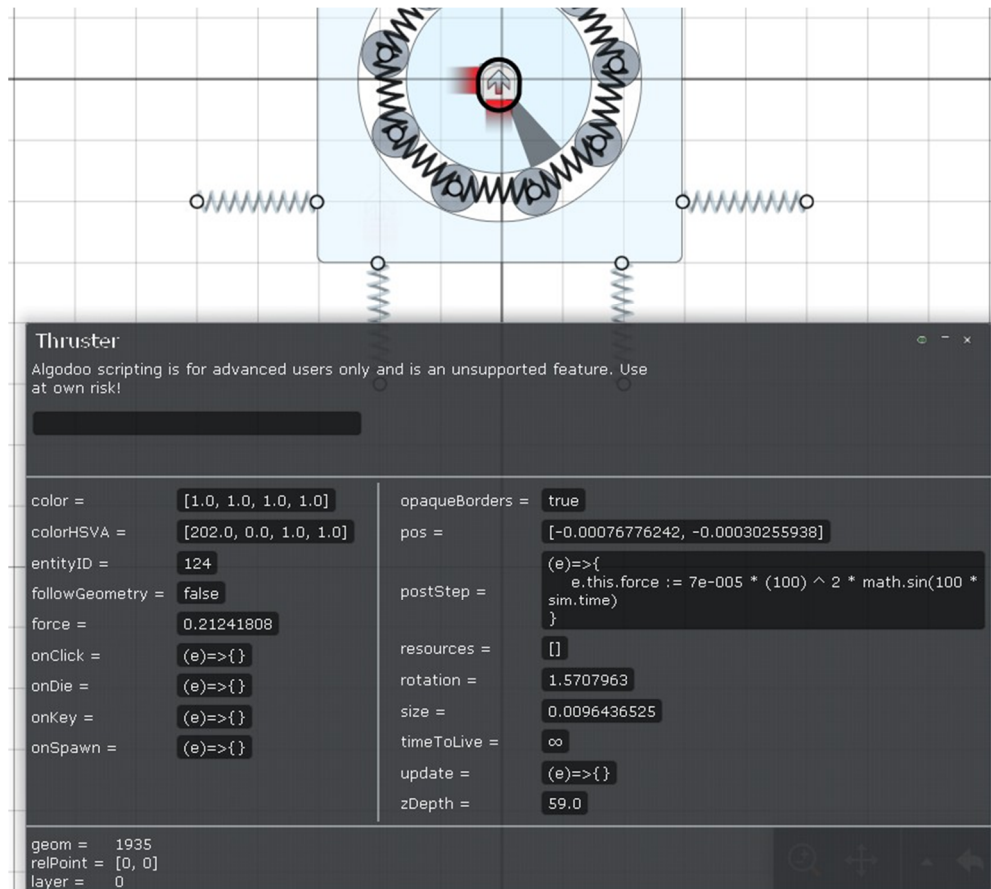


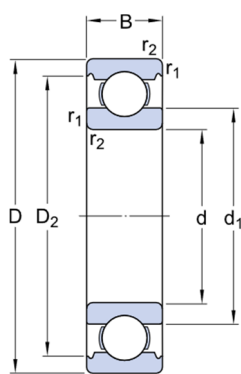
Figure III-9: Aperçu du script Thyme sous Algodoo

III.5 Le roulement SKF 6208

Le choix du roulement est fait d'une manière arbitraire. C'est un roulement relativement simple, et de dimensions normalisées.



Figure III-10: Roulement SKF 6208 [21]



d	40 mm
D	80 mm
B	18 mm
d ₁	≈ 52.6 mm
D ₂	≈ 69.8 mm
r _{1,2}	min. 1.1 mm

Figure III-11: Dimensions du Roulement SKF 6208 [21]

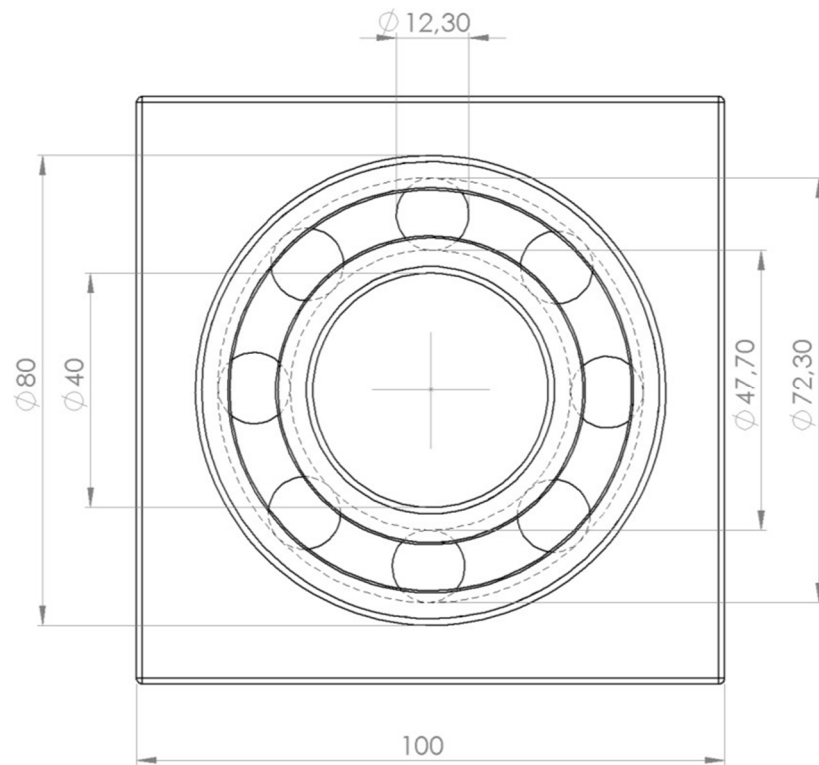


Figure III-12: Dimensions du Roulement SKF 6208

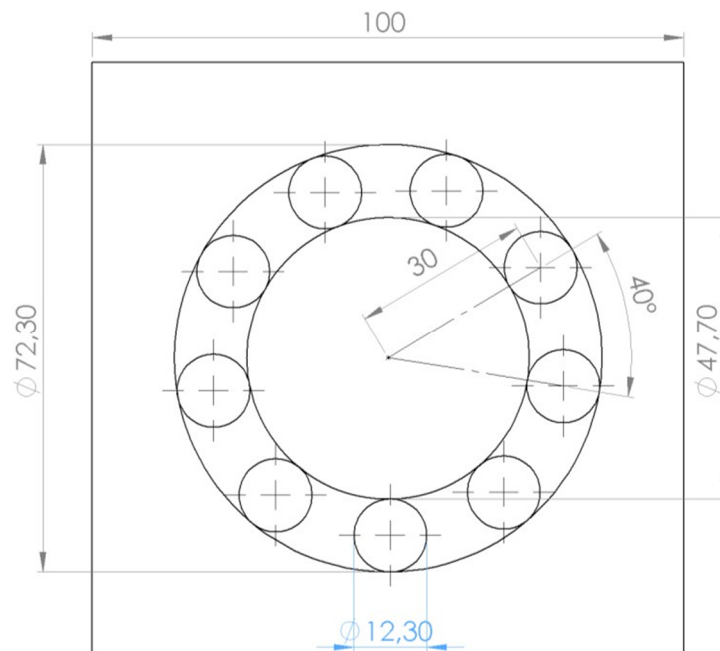


Figure III-13: Modèle MED du roulement SKF 6208

Le modèle dynamique avec roulement fait intervenir les inerties (les masses) des différentes parties (les deux bagues, les billes, le grain mobile...) ce qui le rend beaucoup plus compliqué.

Les poids du disque et de l'arbre du rotor sont concentrés sur la bague interne du roulement. La bague externe est fusionnée avec le grain mobile. Ce dernier est lié au référentiel fixe par des ressorts-amortisseurs (leur nombre est 8) qui remplacent la charge fournie par le fluide sous pression. Sur la **Figure III-15** on voit que les amortisseurs sont absents. Cependant, les ressorts sont dotés de la capacité intrinsèque (cachée) à fournir de l'amortissement.

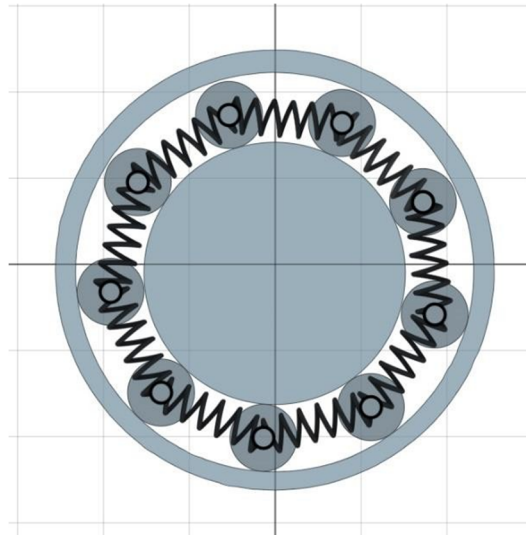


Figure III-14: Modèle MED du roulement SKF 6208 généré par le langage Thyme

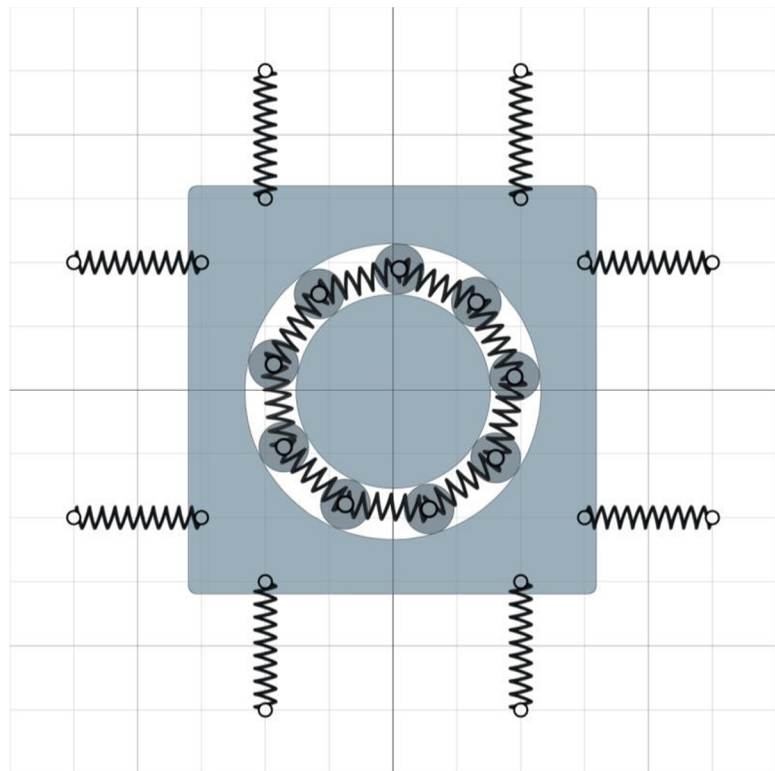


Figure III-15: Modèle MED du palier hybride généré par le langage Thyme

III.6 Résultats est discussion

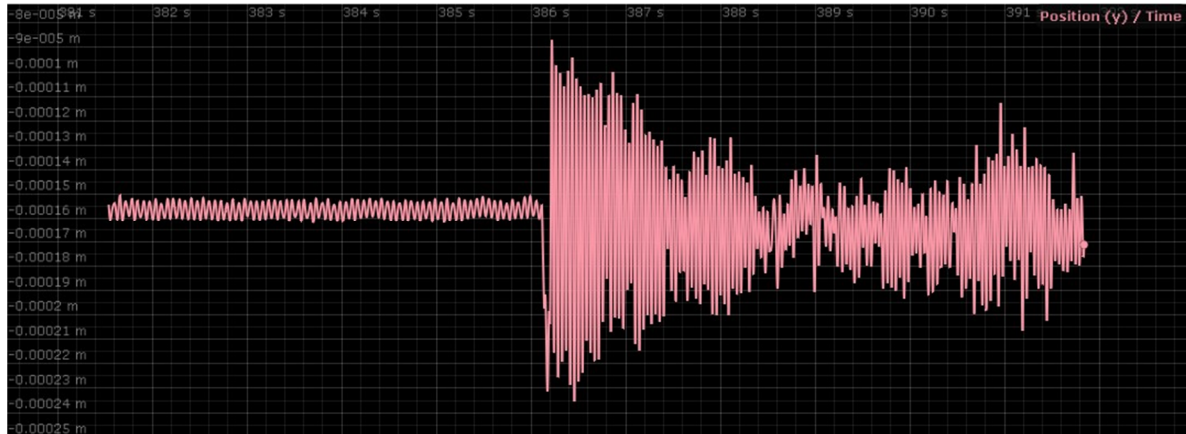


Figure III-16: Modèle MED du palier hybride sans et avec rotation

Sur la *Figure III-16* on voit clair que le démarrage de la rotation vers la 386s fait augmenter l'amplitude de la vibration du système significativement.

Ceci est dû aux interactions entre les différents organes du palier. Ce qui est traduit par l'aspect aléatoire du signal. Les roulements sont généralement conçus de telle sorte qu'ils contiennent un jeu fonctionnel entre les billes et les bagues. Cependant, même en absence de ce jeu comme c'est le cas dans un modèle idéale comme le nôtre, la force du poids qui s'exerce sur les billes d'en bas les écrase sur la bague externe et écrase la bague interne sur eux. Ceci rend les billes supérieures plus libre et par la suite engendre un jeu entre elles et les bagues interne et externe.

III.7 Conclusion

D'après le résultat obtenu on peut confirmer que le modèle qui confond le roulement avec le grain mobile en le considérant parfaitement rigide est un modèle trop idéaliste. Ceci le conduit à ignorer toutes les interactions entre les organes mobiles du roulement, ce qui peut devenir dangereux.

**CONCLUSION
GENERALE**

CONCLUSIONS

En conclusion, l'objectif de ce mémoire est d'introduire le roulement à organes mobiles dans le modèle du palier hydrostatique hybride. Nous avons d'abord introduit les concepts de base dans un contexte bibliographique, puis nous avons modélisé le palier hydrostatique seul analytiquement et avec la Méthode des Eléments Discrets (MED). La bonne concordance des résultats obtenus avec les deux approches nous a encouragé à passer à l'étape finale qu'est l'introduction du roulement à organes mobile par la MED.

L'action du fluide lubrifiant du palier hydrostatique a été modélisée par un système ressort-amortisseur équivalent. Cette approche est valide tant que les déplacements du grainmobile restent modérés (dans les 20% de l'épaisseur du film fluide lubrifiant) ce qui assure un comportement linéaire du système.

Le résultat obtenu par cette étude se résume dans la mise en évidence des interactions entre les différents organes du palier hybride et leur influence sur la réponse vibratoire du système.

D'après ce résultat on peut confirmer que le modèle qui confond le roulement avec le grain mobile en le considérant parfaitement rigide est un modèle trop idéaliste. Ceci le conduit à ignorer toutes les interactions entre les organes mobiles du roulement, ce qui peut devenir dangereux.

En perspective, on propose d'étudier la possibilité de contrôler le comportement du rotor dans la situation d'un roulement défectueux à l'aide du modèle développé dans cette étude. L'introduction du défaut peut se faire par son introduction géométrique (le défaut) dans l'un des organes du roulement ou par appliquer la force qu'il génère sur un de ses organes.

ANNEXE

ANNEXE

Superficie de la zone d'intersection

La zone d'intersection (CD sur la figure ci-dessous) est circulaire son rayon (ED ou EC) est déterminé par les étapes suivante :

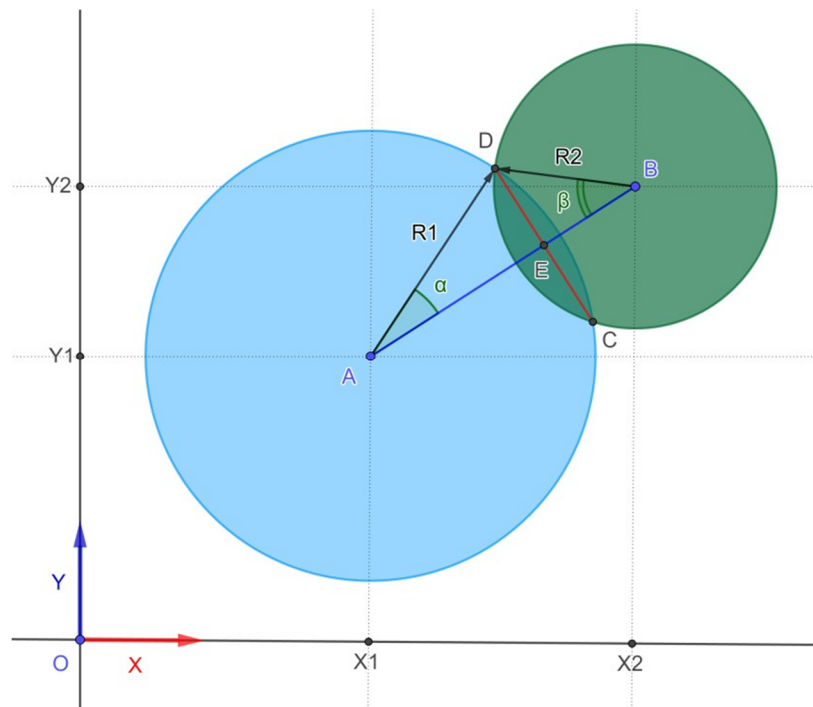


Figure A.1 : Interpénétration entre deux particules sphériques

On note la AB :

$$L = AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{cases} DE^2 = R_1^2 - AE^2 \\ DE^2 = R_2^2 - BE^2 \end{cases}$$

$$BE = L - AE$$

$$R_1^2 - AE^2 = R_2^2 - BE^2$$

$$R_1^2 - AE^2 = R_2^2 - (L - AE)^2$$

$$R_1^2 - AE^2 = R_2^2 - (L - AE)^2$$

$$R_1^2 - AE^2 = R_2^2 - (L^2 - 2L.AE + AE^2)$$

$$R_1^2 - \cancel{AE^2} = R_2^2 - L^2 + 2L.AE - \cancel{AE^2}$$

$$R_1^2 = R_2^2 - L^2 + 2L.AE$$

$$AE = \frac{R_1^2 - R_2^2 + L^2}{2L}$$

$$DE = \sqrt{R_1^2 - \left(\frac{R_1^2 - R_2^2 + L^2}{2L} \right)^2}$$

La superficie est donc donnée par :

$$a = \pi r^2 = \pi DE^2 = \pi \left(R_1^2 - \left(\frac{R_1^2 - R_2^2 + L^2}{2L} \right)^2 \right)$$

ملخص

في هذا العمل ، قدمنا دراسة الإدخال المحمل في نموذج المحمل الهجين باستخدام طريقة العناصر المتصلة أو MED. على الرغم من أن غالبية الكودات الحسابية المتصلة إلى MED تم تطويرها من قبل مختبرات الأبحاث ، وبالتالي فهي قوية ولكن يصعب استخدامها ، نؤيد نمكنا من استخدام لغة "برمجة" Thyme إلزناج الزموزج بواسطة MED . بنضل الزموزج الذي تم تطويره ، أظمرنا أن عدم مراعاة المحمل يخفي العديد من الظواهر المتميزة التي يمكن أن تكون ذات أهمية. الكلمات المفتاحية: المحامل ، طريقة العناصر المتصلة (MED) ، بدون شبكة ، محامل ، هجين ، هيدروستاتيكي ، Thyme.

Résumé

Dans ce travail, nous avons introduit le roulement dans le modèle du palier hybride en utilisant la méthode des éléments discrets ou MED.

Bien que la majorité des codes de calcul basés sur la MED soient développés par les laboratoires de recherche donc puissants mais très difficiles à utiliser, nous sommes parvenus à exploiter le langage de « scripting » Thyme pour réaliser le modèle par la MED.

Grace au modèle développé nous avons montré que la non considération du roulement cache beaucoup de phénomènes vibratoires qui peuvent être intéressants.

Mots-clés : Roulement, Méthode des éléments discrets (MED), Méthode sans maillage, Paliers, Hybride, Hydrostatique, Thyme.

Abstract

In this work, we introduced the bearing in the model of the hybrid bearing using the discrete element method or MED.

Although the majority of calculation codes based on the MED are developed by research laboratories, therefore powerful but very difficult to use, we have managed to use the Thyme scripting language to produce the model by the MED.

Thanks to the model developed, we have shown that not considering the bearing hides many vibratory phenomena which can be of interest.

Keywords: Bearing, Discrete element method (MED), without mesh, Bearings, Hybrid, Hydrostatic, Thyme.

REFERENCES
BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES

[1] **Charles Machado**

« Modélisation et simulation électromécaniques par la MED des systèmes multi-contacts : application à la surveillance des roulements par une mesure électrique ». Thèse doctorat. 2015 Université de Picardie (France)

[2] **ABOSHIGHIBA Hicham**

Etude de comportement dynamique non linéaire d'une ligne d'arbre supportée par des patins hydrostatiques : influence des forces d'inertie sur la réponse dynamique.

Thèse de Doctorat USTO (2019).

[3] **ABED Asma**

Etude du comportement statique et dynamique de paliers fluides à patins hydrostatiques intelligents 2017/05/18.

[4] **BOUZIDANE Ahmed**, « Conception d'un palier hydrostatique intelligent pour contrôler les

vibrations de rotor » Ecole de Technologie Supérieure Université du Québec,

Québec, 2007.

[5] **Ayao Elewovem AZIANOU**

Modélisation numérique de la durée de vie de roulements à billes à gorges profondes montés dans des alternateurs automobiles 2015. Thèse doctorat.

[6] **SNR www.ntn-snr.com**. Type de roulements

[7] <https://www.skf.com/africa/fr/products/index.html>

visité le 15-03-2020

[8] http://www.zpag.net/Tecnologies_Industrielles/Roulements_Etude.htm

visité le 15-03-2020

[9] <https://harzouzlaurencourssti.skyrock.com/3172168087-Fiche-de-formalisation-liaison-pivot.html>

visité le 21-03-2020

[10] **Sylvain Calloch, David Dureisseix, Didier Marquis.**

Mécanique des contacts. Licence. Mécanique des contacts, Cachan, France. 1999, pp.83.
Cel-01447412

[11] **M. Nesme**

Modèle déformable par éléments finis élasticité linéaire et grands déplacements, pour application à la simulation chirurgicale. Technical report, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2004.

[12] **T. R. Chandrupatla and A. D. Belegundu,**

Introduction to Finite Elements in Engineering. Prentice-Hall, Upper Saddle River, 1997.

[13] **O. D. L. Cundall and P. A. Strack.**

A discrete numerical model for granular assemblies. Géotechnique, 29 :235–257, 1979.

[14] **Mahdavi et N. Talebbeydokhti**

A hybrid solid boundary treatment algorithm for smoothed particle hydrodynamics.

Université de technologie de Sharif-Iran 2015.

[15] **BENGROUN Maroua et BERBACHE Sihem**

Simulation de la coalescence des objets compacts.

Université de Batna (2019).

[16] **M. Ihmsen**

Boundary Handling and Adaptive Time-stepping for PCISPH.

Université de Fribourg-Allemagne (2010).

10.2312/PE/vriphys/vriphys10/079-088.

[17] Cundall

« Formulation of three dimensional distinct element mode part 1. A scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks »

Rock Mech., Min. Sci. and Geomech (1988).

[18] BENADDA Mohamed

Modélisation et analyse du comportement dynamique d'une ligne d'arbre flexible supportée par des paliers hydrostatiques.

Mémoire de Master Université Ibn Khaldoun (2015).

[19] BENHENNI Mohamed

Comportement dynamique d'une ligne d'arbre flexible supportée par un palier hydrostatique à trois patins.

Mémoire de Master Université Ibn Khaldoun (2015).

[20] Le langage de « Scripting » Thyme

[https://gamicus.gamepedia.com/Phun_\(2D_Physics_Sandbox\)](https://gamicus.gamepedia.com/Phun_(2D_Physics_Sandbox))

Visionné le 10/10/2020.

[21] Site SKF

<https://www.skf.com/ph/products/rolling-bearings/ball-bearings/deep-groove-ball-bearings/productid-6208>.

Visionné le 10/10/2020.

