

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Ibn Khaldoun de Tiaret  
Faculté des Sciences Appliquées  
Département de Génie Mécanique



## MÉMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour l'obtention du Diplôme de Master

Domaine : Sciences et Technologie  
Filière : Electromécanique  
Parcours : Master  
Option : Maintenance Industrielle

**Thème**

### ANALYSE VIBRATOIRE D'UNE LIGNE D'ARBRE FLEXIBLE FISSUREE

Préparé par :

**HIRECH** Nasreddine  
**CHIAIDI** Bilal

Soutenu publiquement devant le jury composé de :

<b>M. OUTHMANI H</b>	Maître Assistant classe "A" (Univ. Ibn Khaldoun)	Président
<b>M. DEBIH S</b>	Maître Assistant classe "A" (Univ. Ibn Khaldoun)	Examineur
<b>M. ELGUERRI M</b>	Maître Conférence classe "B" (Univ. Ibn Khaldoun)	Examineur
<b>M. BOUZIDANE A</b>	Professeur (Univ. Ibn Khaldoun)	Encadrant

Année universitaire : 2019 – 2020

### Dédicaces

On dédie ce mémoire :

Avant tout propos, on tient à rendre grâce à Allah qui nous a guidés sur la bonne voie.

A nos familles qu'on prie de trouver ici l'expression de nos reconnaissances, de nos profonds respects et de nos sentiments les plus respectueux. Ainsi qu'à tous nos amis.

---

---

## Remerciements

### Remerciements

Avant de commencer à parcourir ce mémoire, nous aimerions faire quelques remerciements.

On tient à remercier. Mr. BOUZIDANE AHMED, professeur au département de Génie Mécanique, pour l'encadrement, ses précieux conseils et la confiance qu'il nous accordée tout au long de ce mémoire.

Nos remerciements s'adressent à Mr. OUTHMANI HOUARI qui a accepté de présider nos

Jury, puis Mr DEBIH SENOUCI et Mr. ELGUERRI MOHAMED qui ont accepté la lourde tâche de rapporter notre travail et nos Co-encadreur Mlle BELGACEM SOUAD, Dr au département de Génie Mécanique ainsi que Mlle NEMCH Amina, Dr au département de Génie Mécanique.

On tient à remercions également toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

---

---

## Nomenclature

### Nomenclature

**K I** : facteurs d'intensité de contrainte qui a caractérisé le mode **I** .

**K II** : facteurs d'intensité de contrainte qui a caractérisé le mode **II** .

**K III** : facteurs d'intensité de contrainte qui a caractérisé le mode **III** .

x : amplitude du signal.

a : amplitude maximale du signal.

w: pulsation:  $w = 2 \pi f$ .

f: fréquence.

t : temps.

j : déphasage par rapport à l'origine des temps.

a0, a1, b1 : sont les coefficients de Fourier.

$\omega_0$  : la pulsation fondamentale.

f0 : fréquence fondamentale.

T : la période.

FFT : transformées de Fourier.

k1: la rigidité maximale.

k2: la rigidité minimale.

r: Rayon de l'arbre.

La: La longueur de l'arbre.

m: la masse.

$\rho$ : La masse volumique.

E : Le module d'élasticité de Young.

---

---

# Table de matières

---

---

## Table des matières

### Chapitre I : Etude bibliographique

I.1	Introduction.....	3
I.2	Diagnostic des machines tournantes .....	3
I.3	Dynamique des rotors .....	4
I.3.1	Caractéristiques des éléments de rotor .....	4
I.3.1.1	Détermination des éléments de rotor .....	4
I.3.2	Objectif de l'analyse dynamique des rotors .....	6
I.3.3	Prédictions du comportement dynamique des rotors.....	7
I.3.3.1	Rotor rigide.....	7
I.3.3.2	Rotor flexible.....	7
I.3.4	Différents mouvements de rotor.....	8
I.3.5	Modes et vitesses critiques des rotors des machines tournants .....	8
I.4	Analyse et diagnostic des défauts .....	10
I.4.1	Analyse vibratoire.....	11
I.4.2	Diagnostic des défauts.....	11
I.5	Revue historique .....	12
I.6	Modélisation de la fissure .....	14
I.6.1	Mécanique de la rupture .....	15
I.6.2	Modes de rupture .....	16
I.7	Types des fissures dans les arbres selon leurs orientations .....	16
I.7.1	Fissure transversale.....	17
I.7.2	Fissure longitudinale.....	17
I.7.3	Fissure inclinée (Slant crack) .....	17
I.8	Conclusion .....	18
<h3>Chapitre II : Modélisation et modèle mathématique</h3>		
II.1	Introduction :.....	19
II.2	Définition d'une vibration.....	19
II.3	Type des signaux vibratoires.....	19
II.3.1	Signaux harmoniques .....	20
II.3.2	Signaux périodiques non harmoniques .....	21
II.3.3	Signaux transistors .....	22
II.3.4	Signaux aléatoires : .....	22
II.3.5	Signaux quasi périodiques.....	23
II.4	Série de Fourier .....	23
II.5	Vibration d'un rotor avec une fissure transversal .....	23
II.5.1	Rotor de Jeffcott.....	23

## **Table de matières**

II.6 Modèle mathématique .....	26
II.7 Conclusion.....	28
Chapitre III : Résultats et interprétations	
III.1 Introduction.....	29
III.2 Caractéristique géométrique et mécanique de rotor (description de modèle).....	29
III.2.1 Propriétés géométriques.....	29
III.2.2 Propriétés mécaniques .....	29
III.3 Les procédures et les étapes de simulation numérique .....	30
III.4 Résultats et interprétations.....	30
III.4.1 Analyse de la rigidité équivalente.....	30
III.4.2 Analyse temporelle .....	33
III.4.3 Analyse fréquentielle .....	33
III.4.3.1 Analyse temporelle et fréquentielle sans fissure( $a/r=0$ ).....	33
III.4.3.2 Analyse fréquentielle avec fissure ( $a/r=0.7$ ) .....	33
III.5 Conclusion .....	39
<i>Résumé</i> .....	44

**Liste des figures**

<b>Figure I. 1</b> Machine tournante. ....	3
<b>Figure I. 2</b> Description du rotor [2]. ....	5
<b>Figure I. 3</b> Palier [2].....	6
<b>Figure I. 4</b> Élément de balourde [2]. ....	6
<b>Figure I. 5</b> Rotor rigide. ....	7
<b>Figure I. 6</b> Rotor flexible.....	8
<b>Figure I. 7</b> Diagramme de Campbell. ....	9
<b>Figure I. 8</b> Signal vibratoire d'une machine tournante. ....	10
<b>Figure I. 9</b> Les sources de vibration de la machine. ....	12
<b>Figure I. 10</b> Arbre fissure.....	15
<b>Figure I. 11</b> Les modes de ruptures.....	16
<b>Figure I. 12</b> Fissure transversale. ....	17
<b>Figure I. 13</b> Fissure longitudinale. ....	17
<b>Figure I. 14</b> Fissure inclinée. ....	18
<b>Figure II. 1</b> Signal harmonique.....	20
<b>Figure II. 2</b> Signaux périodiques non harmonique. ....	21
<b>Figure II. 3</b> Signaux transitoires. ....	22
<b>Figure II. 4</b> Signal aléatoires.....	22
<b>Figure II. 5</b> Rotor Jeffcott avec une fissure transversale. ....	24
<b>Figure II. 6</b> Position et géométrie d'une fissure. ....	25
<b>Figure II. 7</b> Rigidité et leur dépendance à la profondeur de la fissure pour $L=10r$ [28]de [29] --de [30].....	25
<b>Figure II. 8</b> Arber flexible d'un palier rigide. ....	26
<b>Figure II. 9</b> Schéma équivalent le système. ....	27
<b>Figure II. 10</b> La rigidité et leur dépendance à la profondeur de la fissurée.....	27
<b>Figure III. 1</b> Evolution de la rigidité $K_x$ et $K_y$ en fonction de temps, pour $a/r=0$ .....	31
<b>Figure III. 2</b> Evolution de la rigidité $K_x$ et $K_y$ en fonction de temps, pour $a/r=0.7$ .....	31
<b>Figure III. 3</b> Evolution de la rigidité $K_x$ et $K_y$ en fonction de temps, pour $a/r=0$ .....	32
<b>Figure III. 4</b> Evolution de la rigidité $K_x/K_y$ en fonction de temps, pour $a/r=0.7$ . ....	32
<b>Figure III. 5</b> Réponses temporelles pour un arbre sans fissure : $a/r=0$ avec $f_0=8.14$ krpm ..... 35	35
<b>Figure III. 6</b> Réponses fréquentielles pour un arbre sans fissure : $a/r=0$ avec $f_0=8.14$ krpm..... 35	35
<b>Figure III. 7</b> Variation des réponses temporelle pour un arbre sans fissure : $a/r=0$ avec $f_0=67.85$ krpm ..... 36	36
<b>Figure III. 8</b> Variation des réponses fréquentielle pour un arbre sans fissure : $a/r=0$ avec $f_0=67.85$ krpm ..... 36	36
<b>Figure III. 9</b> Réponses temporelles pour un arbre fissuré : $a/r=0.7$ avec $f_0=8.14$ krpm..... 37	37
<b>Figure III. 10</b> Réponses fréquentielles pour un arbre fissuré : $a/r=0.7$ avec $f_0=8.14$ krpm..... 37	37
<b>Figure III. 11</b> Réponses temporelles pour un arbre fissuré : $a/r=0.7$ avec $f_0=67.85$ krpm..... 38	38
<b>Figure III. 12</b> Réponses fréquentielles pour un arbre fissuré : $a/r=0.7$ avec $f_0=67.85$ krpm..... 38	38

---

---

## Liste des tableaux

### Liste des tableaux

<i>Tableau I. 1</i> Différents types de fissuration. ....	16
<i>Tableau II. 1</i> La rigidité et leur dépendance à la profondeur de la fissurée.....	28

---

**INTRODUCTION  
GÉNÉRALE**

---

### Introduction générale

Une machine se compose d'un ensemble de mécanismes et d'organes combinés destinés à transformer une énergie ou à transmettre un mouvement dans l'industrie. Ces mécanismes, mobiles entre eux, ne peuvent fonctionner sans jeux, contraintes, efforts dynamiques et chocs dont les effets se manifestent principalement sous forme de vibrations et de bruits. La maintenance de ces matériels constitue une fonction incontournable. Plus, de disponibilité, fiabilité accrue, zéro panne, temps d'arrêt minimaux..., La maintenance des biens de production repose en grande partie sur l'état des mécanismes nécessaires au fonctionnement.

La maintenance optimale des machines tournantes en fonctionnement a une importance vitale pour assurer une production permanente et augmenter la durée de vie de ces machines. Les différentes méthodes de surveillance sont : l'analyse d'huile, l'analyse de température et l'analyse vibratoire..., parmi ces méthodes nous nous comptera sur l'analyse vibratoire pour résoudre notre problématique qui s'intéresse sur l'analyse vibratoire d'une ligne d'arbre flexible fissuré par le modèle de Jeffcot. L'analyse vibratoire est la technique la plus utilisée pour réaliser une surveillance et un diagnostic fiable pour détecter l'apparition et l'évolution de la plupart des défauts mécaniques, c'est un outil d'investigation indispensable à l'assise d'une maintenance moderne. Cet outil occupe une place privilégiée parmi les techniques de surveillance.

La vibration d'un arbre flexible fissurée attire l'attention de nombreux chercheurs au cours des dernières années. L'existence d'une fissure dans une structure aura une incidence sur ses caractéristiques dynamiques telles que les fréquences naturelles et les fréquences de rotation. En conséquence que les amplitudes et la rigidité sont influées à cause de la présence de fissure. Afin d'étudier la vibration d'un arbre flexible fissurée, le problème consiste à établir la taille de la fissure

L'intérêt de cette étude est d'analyser les vibrations d'une ligne d'arbre flexible fissuré pour diagnostiquer l'effet de fissure sur la réponse vibratoire de l'arbre. Les analyses sont effectuées dans les deux domaines temporel et fréquentiel, l'étude est basée principalement sur l'analyse de la vitesse de rotation, appartient à deux zone différentes (une fréquence de la zone rigide :  $f = 0.3fn$  et une fréquence de la zone flexible :  $f = 2.5fn$ ) sur les réponses temporelles et fréquentielles présentée dans deux cas : 1°) cas sans fissure  $a/r=0$  et 2°) cas avec fissure  $a/r=0.7$ . La réponse fréquentielle est

## **Introduction Générale**

---

déterminée à l'aide de la Transformée de Fourier rapide FFT. Les résultats trouvés peuvent être appliqués pour détecter l'influence de la fissure sur l'arbre flexible.

Notre étude est présentée en trois chapitres :

L'intention dans le premier chapitre est de présenter une revue bibliographique sur les publications principales et les travaux les plus expressifs au sujet de la dynamique des rotors fissurés, ainsi qu'une généralité sur les rotors des machines tournantes industrielles.

Le deuxième chapitre concerne un modèle numérique basé sur la méthode de Jeffcott d'un rotor flexible fissuré.

Le troisième chapitre énonce les résultats obtenus de la simulation numérique du comportement dynamique d'un rotor flexible fissuré, ~~de même la relation entre la fréquence et la taille de la fissure.~~

Enfin, une conclusion générale qui résume les principaux résultats obtenus de cette étude.

## **Introduction Générale**

---

---

*Chapitre 01*

---

# *Etude bibliographique*

---

## Chapitre I : Revue bibliographique

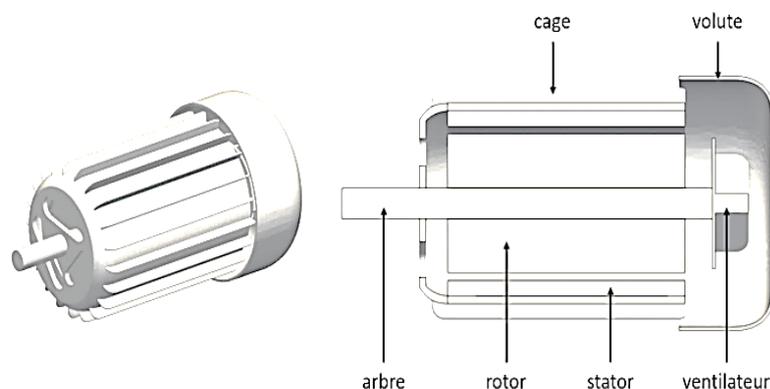
### I.1 Introduction

La plupart des industries se composent des systèmes électromécaniques, à cet effet la surveillance vibratoire est l'outil préventif primaire de la maintenance. Les objectifs principaux de la maintenance prévisionnelle sont la détection d'une anomalie sur une machine avant qu'elle entraîne une grave défaillance, et le suivi de l'état d'usure ou de détérioration des machines composants un système de production, grâce à des captures significatives, de manière à planifier d'éventuelles interventions. La dynamique des rotors est l'étude de la dynamique et la stabilité des machines tournantes, elle joue un rôle important dans l'amélioration de la sécurité et des performances de ces systèmes.

Ce chapitre donne une explication générale sur les machines tournantes avec une revue bibliographique sur la dynamique des rotors fissurée, les caractéristiques des éléments de rotor, la diagnostique des défauts ainsi que la modalisation de la fissure.

### I.2 Diagnostique des machines tournantes

La théorie des machines tournantes forme une branche de la mécanique du solide, et plus particulièrement de la dynamique. Elle traite du comportement des masses en rotation, et trouve des applications aussi bien dans les moteurs et des réacteurs, sa finalité se limite à produire de l'énergie mécanique à partir d'une source d'énergie électrique ou l'envers. Il est constitué d'une partie fixe, le stator qui comporte le bobinage, et d'une partie rotative, le rotor qui est bobiné en cage d'écureuil.



*Figure I. 1 Machine tournante.*

**I.3 Dynamique des rotors**

La dynamique des rotors est l'étude de la dynamique et de la stabilité du mouvement des machines tournantes. Elle joue un rôle important dans l'amélioration de la sécurité et des performances de ces systèmes. Au fur et à mesure que la vitesse de rotation d'un objet tournant augmente, son niveau de vibration traverse souvent un seuil, sa vitesse critique. Cette évolution provoque souvent un déséquilibre de la structure tournante.

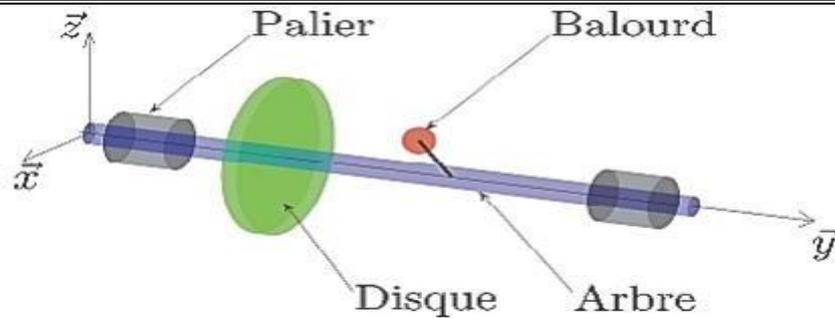
Si l'ampleur de la vibration à ces vitesses critiques devient excessive, une défaillance catastrophique peut se produire. Une turbomachine peut également développer des instabilités liées à sa construction interne, entraînant également des défaillances catastrophiques. Pour l'ingénieur qui conçoit de grands rotors, avoir recours uniquement à de chers prototypes et tests physiques est un véritable handicap.

Dans ce chapitre on aborde quelques aspects importants concernant la dynamique des rotors. On verra plus particulièrement les notions de vitesses critiques, d'instabilités liées à l'amortissement tournant et le rôle que peuvent jouer les dissymétries sur la dynamique des rotors [1].

**I.3.1 Caractéristiques des éléments de rotor****I.3.1.1 Détermination des éléments de rotor**

Les éléments de base d'un rotor sont : disque, arbre et palier. Les expressions de l'énergie cinétique sont nécessaires pour caractériser de disque et d'arbre. L'énergie de déformation est nécessaire pour caractériser l'arbre. L'expression du travail virtuel des forces dues aux paliers permet de déterminer les forces généralisées. Les équations générales du mouvement d'un rotor sont obtenues à partir de [2] :

- L'énergie cinétique de disque et de l'arbre.
- L'énergie de déformation  $E_d$  de l'arbre.
- Le travail virtuel des forces extérieures  $W$ .



*Figure I. 2 Description du rotor [2].*

#### **I.3.1.1.1 Le disque**

La roue peut être modélisée par un disque, il peut être déformable ou rigide. Une roue peut être représentée géométriquement sous forme cylindrique ; mais dans l'analyse dynamique, cette forme s'avère limitée. La roue est généralement représentée en forme de tronc de cône. Pour une roue rigide, seule son énergie cinétique intervient dans l'analyse dynamique [2].

#### **I.3.1.1.2 Arbre**

C'est un organe qui porte les roués. Il peut être rigide ou flexible, ces propriétés dépendent de son matériau. L'arbre est considéré déformable dans l'analyse dynamique, cela permet de tenir compte des effets des déformations. Géométriquement, la section de l'arbre peut être constante ou variable. L'étude en flexion devient complexe pour l'arbre à section variable du fait que le mouvement est décrit par les équations différentielles linéaires à coefficients variables dont les solutions sont les fonctions de Bessel [2].

#### **I.3.1.1.3 Palier**

Le palier est aussi appelé support, il peut être flexible (isotrope ou anisotrope) ou rigide. Le palier constitue un système de dissipation ou non lorsque la flexibilité est anisotrope. L'arbre du rotor loge dans un carter, la surface fonctionnelle du carter est séparée de celle de palier par un matériau antifriction et d'un film d'huile. L'huile ou la graisse assure la lubrification afin de réduire la friction entre les deux surfaces [2].

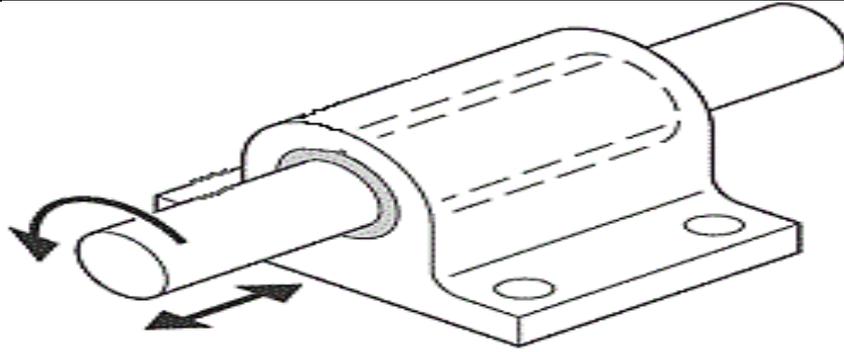


Figure I. 3 Palier [2].

#### I.3.1.1.4 Balourd

Le balourd est toute masse excentrée  $m_b$  d'un rotor. Il est localisé en une distance  $d$  du centre de géométrie de l'arbre comme montré à la figure.

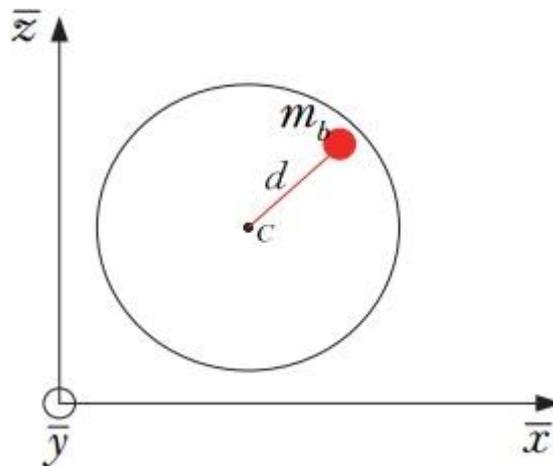


Figure I. 4 Elément de balourde [2].

### I.3.2 Objectif de l'analyse dynamique des rotors

Lors de la conception, l'exploitation et la maintenance des machines tournantes, l'analyse dynamique des rotors peut aider à atteindre les objectifs suivants :

Prédire les vitesses critiques. Vitesses auxquelles les vibrations dues au déséquilibre du rotor sont maximales. Elles peuvent être calculées à partir de données de conception, de manière à les éviter en fonctionnement normal de la machine.

- Déterminer les modifications de conception pour changer les vitesses critiques.
- Prédire les fréquences propres de vibration en torsion, flexion et couplage. Cet objectif s'applique généralement au système de chaîne de transmission dans lequel la machine est

utilisée.

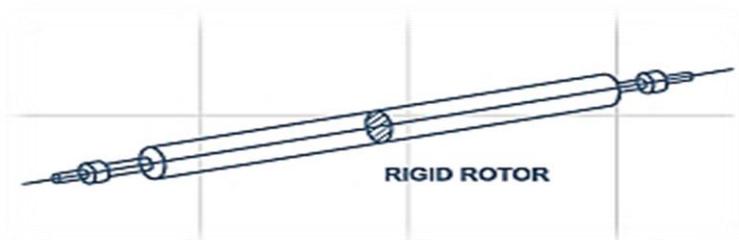
- Calculer les valeurs et les positions des masses du balourd de correction, dans une opération d'équilibrage, à partir des données de vibration mesurées.
- Prédire des vitesses et des fréquences de vibration de seuil d'instabilité dynamique.
- Déterminer les modifications de conception pour supprimer les instabilités dynamiques. [3].

### **I.3.3 Prédications du comportement dynamique des rotors**

Un système de rotor peut être constitué de disques et d'aubages de différentes formes, de différents diamètres d'arbres et des paliers situés dans des positions différentes. Dans l'analyse des vibrations du système complexe du rotor, le système est simplifié à un modèle mathématique approprié. Dans le processus de modélisation, nous devons savoir quels paramètres sont importants pour le système. Les rotors des machines tournantes sont classés en fonction de leurs caractéristiques, comme suit :

#### **I.3.3.1 Rotor rigide**

Si la déformation de l'arbre de rotation est négligeable dans la plage de vitesse de fonctionnement, il est appelé un rotor rigide.

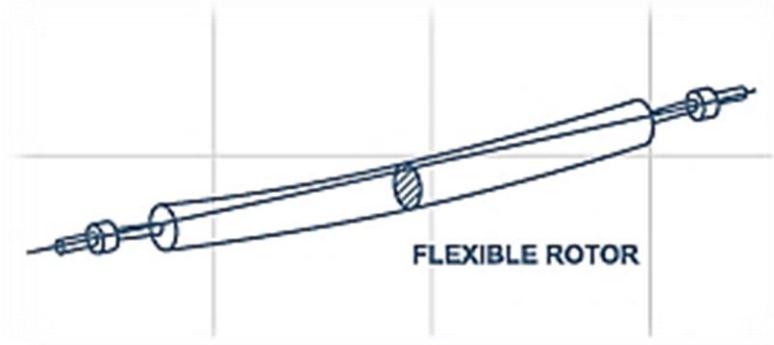


*Figure I. 5 Rotor rigide.*

#### **I.3.3.2 Rotor flexible**

Un rotor est généralement considéré comme étant souple ou flexible quand il fonctionne à proximité ou au-dessus de sa fréquence naturelle (vitesse critique).

Si l'arbre commence à se déformer sensiblement au début de la plage des vitesses de fonctionnement, il est appelé un rotor flexible.



*Figure I. 6 Rotor flexible.*

La déformation la plus élevée d'un rotor est en général au voisinage de la vitesse critique.

Donc la plage de la vitesse de fonctionnement par rapport aux vitesses critiques détermine si le rotor est rigide ou flexible.

### **I.3.4 Différents mouvements de rotor**

La dynamique des rotors peut être divisée en trois types de mouvement, latéral, longitudinal ou de torsion : Latéral appelé aussi dynamique des rotors de pliage et est associé à la courbure du rotor, ou bien de torsion lorsque le rotor tourne autour de son propre axe [4] et longitudinal lorsque les parties du rotor se déplacent dans la direction axiale.

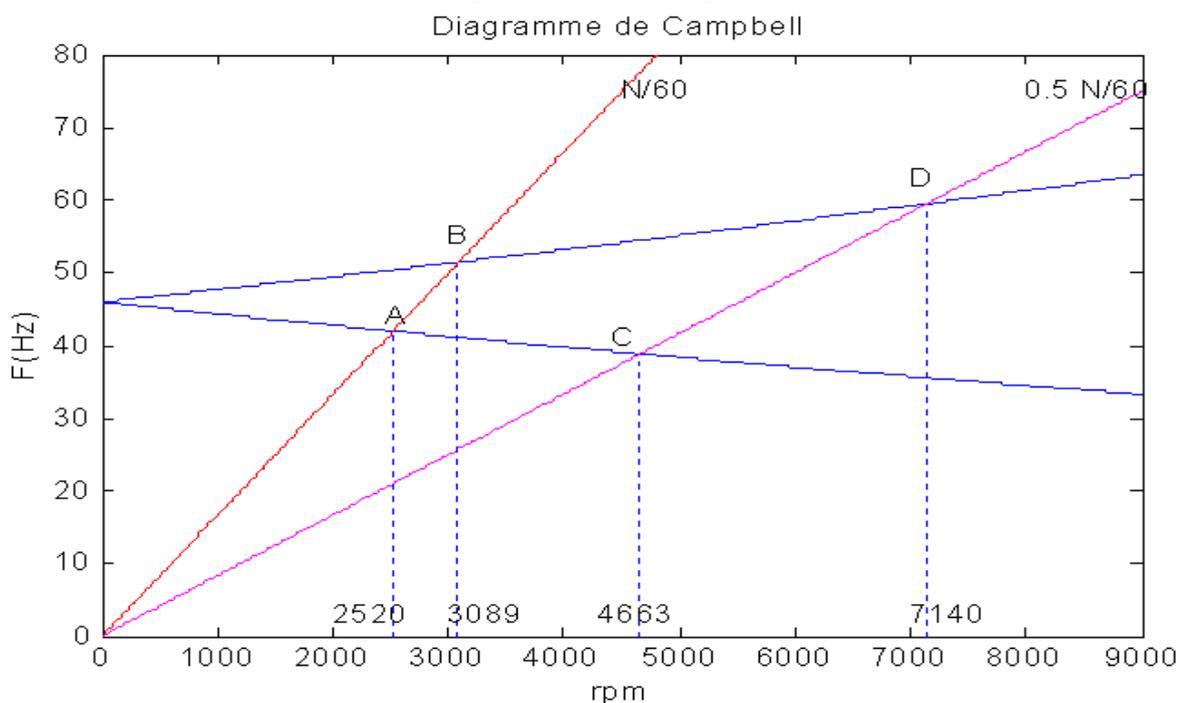
Chaque système a ses propres fréquences naturelles et si la fréquence de la force perturbatrice est proche de l'une des fréquences naturelles, l'amplitude peut devenir très grande ; Ce phénomène est appelé résonance. Pour maintenir les amplitudes à un niveau décent, l'amortissement peut être appliqué au système. Les vibrations latérales, les vibrations de torsion et les vibrations longitudinales ne peuvent pas toujours être calculé séparément les unes des autres parce qu'elles ont une incidence les unes sur les autres [5][6].

### **I.3.5 Modes et vitesses critiques des rotors des machines tournants**

Parmi les phénomènes classiquement observés en dynamique des rotors, on a la notion de vitesse critique. Selon Nelson [7], l'une des premières citations concernant la notion de vitesse critique remonte à la fin du XVIIIe siècle lors d'essais expérimentaux réalisés par Dunkerley, Il définit alors la vitesse critique comme la vitesse à la résonance d'une structure élastique où les vibrations de la machine atteignent des niveaux élevés. Aujourd'hui le concept de vitesse critique a évolué et se rattache d'un point de vue théorique à la notion de valeurs propres du système tournant, la vitesse critique correspond à la vitesse où l'excitation par balourd coïncide avec une des

fréquences propres du système. Il est connu que les modes propres d'un système conservatif en rotation sont des modes complexes deux à deux conjugués à pulsations propres purement imaginaires.

Cela est dû aux effets gyroscopiques induits par la rotation, qui couplent les déplacements horizontaux et verticaux [8]. Ils peuvent cependant être associés pour obtenir des modes réels qualifiés soit de direct, soit de rétrograde, suivant que le mouvement de précession qui leur est associé est dans un sens identique ou contraire au mouvement de rotation. Le point essentiel est la dépendance de leur fréquence propre en fonction de la vitesse de rotation. Le graphique représentant l'évolution de celles-ci en fonction de la vitesse de rotation s'appelle le Diagramme de Campbell [9]. On peut démontrer que la partie de l'énergie cinétique relative aux termes gyroscopiques est positive (négative) pour les modes directs (rétrogrades), si bien que les effets gyroscopiques tendent à rigidifier (assouplir) la structure [10]. Ainsi, les courbes croissantes (décroissantes) du diagramme de Campbell (Figure. I.6) sont relatives au mode direct (rétrograde).



**Figure I. 7** Diagramme de Campbell.

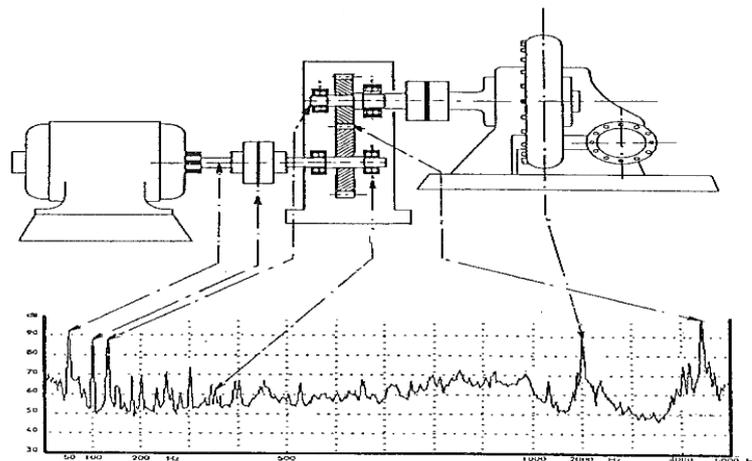
La détermination des vitesses critiques demande donc le tracé du diagramme de Campbell c'est-à-dire un calcul des modes propres à chaque vitesse de rotation (méthode de balayage en fréquence). Le temps de calcul est donc important. Pour traiter efficacement les systèmes détaillés importants, G. GENTA [11] a proposé une technique itérative basée sur la décomposition en parties proportionnelle et non proportionnelle des matrices d'amortissement et gyroscopique pour le calcul de valeurs propres.

Dans le cas particulier de systèmes non amortis et sans couplage directionnel, il est possible de calculer directement les vitesses critiques (c'est-à-dire sans passer par l'extraction des fréquences propres pour diverses valeurs de la vitesse de rotation).

Il suffit d'injecter la relation  $\omega = \pm\Omega\lambda$  dans l'équation homogène du mouvement, le signe étant positif (négatif) pour les vitesses critiques directes (rétrogrades). La résolution du problème aux valeurs propres alors obtenu fournit d'emblée les vitesses critiques. Le coefficient est introduit pour la conversion des unités ainsi que pour gérer les excitations induites par les balourds d'autres rotors ou rechercher les éventuels pics de réponses juste ou sous-harmoniques. Les structures réelles peuvent être considérées comme une série de plus en plus fines regroupées approximations de masse qui se rapprochent d'une distribution de masse continue. La structure continue à un nombre infini de fréquences naturelles, chacune avec sa forme caractéristique propre de vibration.

#### **I.4 Analyse et diagnostic des défauts**

Une vibration est un mouvement répétitif autour d'une position centrale appelée position d'équilibre. Ce mouvement d'aller et retour est appelé cycle. Le nombre de cycles par seconde est appelé Fréquence d'oscillation et s'exprime en HERTZ. Toutes les machines vibrent et le spectre des fréquences de leurs vibrations à un profil particulier lorsqu'elles sont en état de "bon fonctionnement". Mais dès que les phénomènes d'usure, de fatigue, de vieillissement apparaissent, le profil de ce spectre se modifie. L'analyse des vibrations ouvre de réelles perspectives de diagnostic et devient par là un élément important de la maintenance conditionnelle.



**Figure I. 8** Signal vibratoire d'une machine tournante.

Une machine idéale ne vibrerait pas car toute l'énergie serait employée pour effectuer le travail. Des vibrations apparaissent, provoquées par des excitations provenant des organes en mouvement. Une

partie de l'énergie est dissipée dans la structure sous forme de vibrations. La machine vieillissante, les pièces se déforment et de légers changements dans leurs propriétés dynamiques apparaissent.

Les arbres se désalignent, les paliers et les roulements s'usent, les rotors se déséquilibrent, les jeux augmentent. Tous ces facteurs se traduisent par une augmentation de l'énergie vibratoire donc une baisse de l'énergie efficace.

### **I.4.1 Analyse vibratoire**

Un des moyens utilisés pour suivre la santé des machines tournantes en fonctionnement. Cela s'inscrit dans le cadre d'une politique de maintenance prévisionnelle de l'outil de production industrielle.

**Les objectifs d'une telle démarche sont de**

- Réduire le nombre d'arrêts sur casse.
- Fiabiliser l'outil de production.
- Augmenter son taux de disponibilité.
- Mieux gérer le stock de pièces détachées, etc.

À partir des vibrations régulièrement recueillies sur une machine tournante, Le principal avantage de la mesure des vibrations sur les machines tournantes est, comme vous le savez maintenant, la possibilité de détecter les défauts avant que ne survienne une défaillance entraînant l'arrêt non planifié d'une machine.

Quand un défaut est détecté, l'analyse des vibrations peut être utilisée pour diagnostiquer le problème. Vous allez maintenant poursuivre votre apprentissage en vous familiarisant avec quelques règles simples d'analyse applicables à la reconnaissance des défauts les plus couramment rencontrés dans les machines industrielles, c'est-à-dire ceux associés aux vibrations des arbres, des roulements et des engrenages.

### **I.4.2 Diagnostic des défauts**

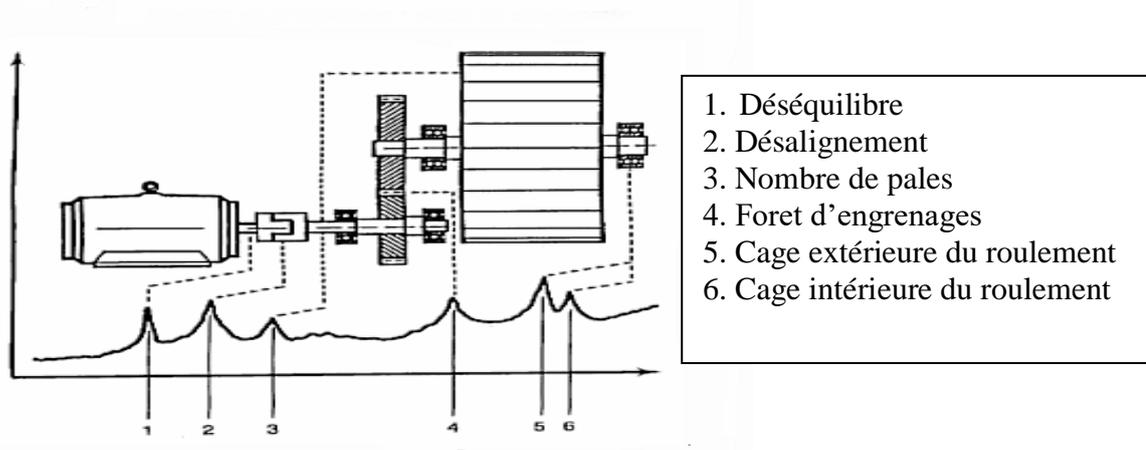
La mesure des vibrations en bandes larges est de peu d'utilité, sauf pour les cas les plus simples, lorsque vous avez besoin d'identifier l'origine du défaut responsable de l'accroissement du niveau vibratoire enregistré sur une machine. Bien que la mesure du facteur de crête puisse isoler le défaut dû à un roulement à billes ou à rouleaux, c'est dans l'analyse du spectre de fréquences que vous trouverez habituellement la clé du diagnostic.

Une machine fonctionnant bien à un spectre de vibration (signature) stable.

Lorsque sa condition change, le spectre change, signalant par le fait même les composantes fréquentielles caractérisant le ou les défauts coupables.

En effet, chaque composante du spectre de fréquences peut être reliée à une source de vibration spécifique dans la machine. Les sources de vibration les plus fréquemment identifiées sont les suivantes :

- Déséquilibre des arbres et des rotors (balourd).
- Mauvais alignement d'accouplement et de palier.
- Arbres faussés (fléchis).
- Phénomène de résonance.
- Excentricité de poulie, de roue dentée, etc.
- Jeux mécaniques.
- Défauts dans les roulements à billes et à rouleaux.
- Engrenages usés ou endommagés.



**Figure I. 9** Les sources de vibration de la machine.

### **I.5 Revue historique**

La dynamique des arbres et rotors est une discipline qui a une remarquable histoire due à l'effet réciproque entre la théorie et la pratique. Elle concerne essentiellement l'étude du comportement vibratoire des machines tournantes telles que les pompes, les turbines et les compresseurs. Bien que la dynamique des arbres et rotors soit connue depuis l'invention de la roue, sa recherche proprement dite a commencé avec Rankine qui a publié un article en 1869 sur les mouvements de tournoiement d'un arbre tournant. Mais celui-ci a utilisé incorrectement la

deuxième loi de Newton en choisissant un modèle malheureux et conclue que pour une certaine vitesse de rotation critique l'arbre tournant fléchit considérablement et qu'au-delà de cette vitesse son opération serait impossible [12].

En 1895, Dunkerley publia une étude sur les vibrations des arbres chargés par plusieurs poulies. Cette même année Foeppl utilisa un meilleur modèle et expliqua analytiquement que l'opération au-delà de la vitesse critique étant possible. Ceci a été confirmé expérimentalement en 1989 par Laval qui travaillait sur les turbines à vapeur. Il a réussi à opérer à sept fois la vitesse critique. Kerr publia en 1916 une autre évidence expérimentale qui montre qu'une deuxième vitesse critique pouvait être atteinte si l'on dépassait en toute sécurité la première [12].

Cette sorte de conflit qui existait a été enfin résolue par Jeffcott en 1919 qui confirme la prédiction de Foeppl en écrivant le premier rapport sur la théorie fondamentale de la dynamique des rotors. Les contributions de Jeffcott et de Laval sont encore très appréciées et c'est pour cela que leurs noms sont associés au modèle de base d'un rotor (un disque au milieu d'un arbre).

En 1924, Stodola écrivit un chef d'œuvre où il détailla les développements fait sur la dynamique des rotors. Dans son travail il a introduit les effets gyroscopiques et montra que les solutions super critiques étaient stabilisées par les accélérations de Coriolis. En 1933, Smith était le premier à étudier les systèmes symétriques et asymétriques. Les vibrations des rotors avec des masses continûment réparties ont été étudiées dans les années 50 et 60 par Bishop, Gladwell et Parkson qui ont reporté une série de publications sur les réponses déséquilibrées et l'équilibrage des rotors continus [12].

Les rotos fissurées font l'objet de recherche de divers chercheurs, parmi eux :

En 2004, A.K. Darpe et *al.* [13] font l'étude sur les vibrations longitudinale, latérale et de flexion d'un arbre fissuré par la méthode des éléments finis où la matrice de rigidité d'un élément de faisceau Timoshenko avec six degrés de liberté par nœud est modifiée pour tenir en compte de la présence de fissuration. Les résultats indiquent que le diagnostic de fissuration du rotor basé sur des harmoniques de fréquence de rotation est parfois peu fiable car d'autres défauts génèrent également ces fréquences.

En 2005 N. Dharmaraju et *al* [14] étudient le développement d'un système de réduction hybride pour l'identification d'un modèle de fissure ouverte dans une poutre, un algorithme d'identification général est proposé pour estimer les coefficients de flexibilité et la profondeur de la fissure sur la base des informations force-réponse. L'analyse est basée par la méthode des élément finis par l'utilisation de l'équation de poutre Euler Bernoulli.

En 2007 Sadettin Orhan. [15] présente une analyse des vibrations libres et forcées d'une poutre fissurée afin de vérifier la fissure dans un porte-à-faux. Les résultats de l'étude suggèrent que l'analyse des vibrations libres fournit des informations requises pour la détection de fissures simples et de deux fissures, alors que les vibrations forcées ne peuvent détecter que l'état de fissure unique.

En 2007 Jean-Jacques Sinou [16] présente l'effet d'une fissure sur la stabilité d'un rotor non linéaire, La méthode d'équilibre harmonique est utilisé pour calculer la réponse périodique du modèle non linéaire. Les résultats indiquent que les zones d'instabilité augmentent considérablement lorsque la fissure s'approfondit, et que la position et la profondeur de la fissure sont les principaux facteurs affectant non seulement le comportement non linéaire du système rotorique mais aussi les différentes zones d'instabilité dynamique dans la solution périodique pour le rotor fissuré.

En 2010 Mohammad. A et *al* [17] présentent une étude sur l'effet de la profondeur de fissure d'un système rotor-palier à deux disques sur les amplitudes de vibration, le balourd et les orbites, par une technique d'équilibre harmonique général par la méthode des éléments finis à savoir la fissure respiratoire et ouverte. Les résultats constatent qu'il existe de grandes amplitudes de vibration à des valeurs critiques de profondeur de fissure et de vitesse du rotor pour un léger balourd dans le système.

En 2013 AL-Shudeifat [18] aborde la modélisation par élément finis d'un système de rotor fissuré avec une fissure ouverte transversale. La méthode d'équilibre harmonique est utilisée pour résoudre l'ensemble des équations de mouvement par la méthode des éléments finis pour étudier le comportement dynamique du système.

En 2016 Lu Zhenyong et *al*. [19] ont étudié les caractéristiques de réponse non linéaire d'un rotor à fissure transversale respiratoire. Les résultats indiquent que la fissure transversale provoque des pics de résonance super-harmoniques à la deuxième, troisième et quatrième vitesse critique

En 2017 Chao-Zhong Guo et *al*. [20] font une Analyse dynamique expérimentale d'un rotor fissuré avec une fissure respiratoire, un banc d'essai d'un arbre fissuré par l'application des charges de fatigue à l'aide d'un appareil de flexion à trois points est fabriqué. Les résultats montrent le changement d'orientation des orbites dans l'expérience sont bien en accord avec le résultat théorique.

## **I.6 Modélisation de la fissure**

La théorie de la fissuration décrit le comportement des solides ou structures présentant des discontinuités géométriques macroscopiques à l'échelle de la structure, discontinuités linéiques dans les milieux considérés comme bidimensionnels (plaques, coques), discontinuités surfaciques dans les milieux tridimensionnels ; et elle permet de prévoir l'apparition d'une fissure macroscopique et prévoir l'évolution de la fissure jusqu'à la rupture complète de la structure.

Dans les calculs de structures, ces discontinuités doivent être prises en compte car elles modifient les champs de contraintes, déformations et déplacements. L'analyse d'évènements historiques, les études et les recherches techniques font que les experts en fissures ont acquis des connaissances précises sur le phénomène de fissuration. Ils savent, par exemple, que certains facteurs, notamment chargements cycliques, favorisent l'apparition de fissures dans les ouvrages ou les machines [21].

L'analyse des fissures permet de comprendre l'origine de fissures et leur évolution. L'analyse peut servir à identifier le plus tôt possible les véritables menaces, pour l'intégrité des structures.

Dans ce chapitre nous présentons d'une manière succincte une introduction générale sur la mécanique de la rupture basée sur le bilan énergétique, les modes de fissure et en termine par la détermination de raideur de la fissure.

Les fissures de fatigue du rotor sont très dangereuses pour les machines tournantes, une détection précoce de la fissure avant la rupture nous évite des conséquences peut être très dangereuse pour le système et les travailleurs.



*Figure I. 10 Arbre fissure.*

### **I.6.1 Mécanique de la rupture**

La mécanique de la rupture est une étude qui met en jeu les paramètres habituels de la mécanique à partir d'une discontinuité existante : fissure ou défaut. Elle permet dans certains cas de prévoir, en fonction des dimensions d'une fissure et de l'état de chargement, la vitesse de propagation de la fissure et la dimension à partir de laquelle cette fissure peut entraîner une rupture brutale [22]. La propagation des fissures peut se faire de manière brutale ou progressive. Le tableau.I.1 montre les différents types de rupture évoqués. En effet, chacun de ces types de rupture correspond à un ensemble d'hypothèses de définitions et d'analyses.

Lois de Comportement	Brutal	Progressive
Elastique	Rupture fragile	Rupture par fatigue à grand nombre de cycle
Elasto-plastique	Rupture ductile	Rupture par fatigue oliguo-cyclique

*Tableau I. 1 Différents types de fissuration.*

### I.6.2 Modes de rupture

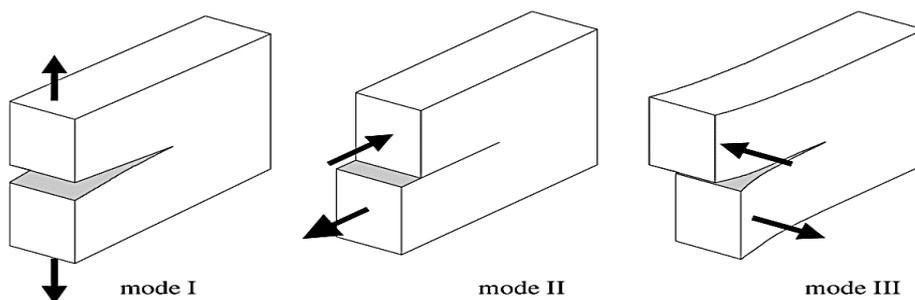
Il existe trois façons d'appliquer une force pour permettre à une fissure de se propager :

**Mode I** : Une contrainte de traction normale au plan de fissure, Le mode I est caractérisée par une grandeur que nous appellerons **k I**.

**Mode II** : Une contrainte de cisaillement agissant parallèlement au plan de la fissure et perpendiculaire au front de fissure. Le mode II est caractérisé par **k II**.

**Mode III** : Une contrainte de cisaillement agissant parallèlement au plan de la fissure et parallèlement au front de fissure. Le mode III est caractérisé par **k III** [23].

**k I, k II, k III** sont appelés facteurs d'intensité de contrainte. De manière générale, une fissure se propage dans un matériau sous une combinaison de contraintes dans les trois modes.



*Figure I. 11 Les modes de ruptures.*

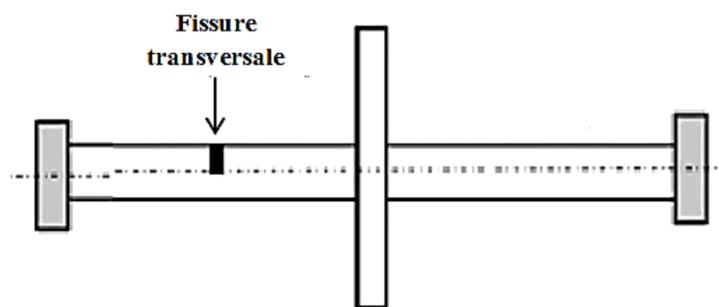
### I.7 Types des fissures dans les arbres selon leurs orientations

Dans la littérature, et sur la base de la géométrie des fissures dans les arbres des rotors, les fissures sont classées en trois groupes comme suit : [24]

### I.7.1 Fissure transversale

La fissure transversale reste le type de fissure le plus important car la machine est considérablement influencée par son apparition. La fissure transversale se développe si l'arbre est uniquement soumis à des contraintes de flexion.

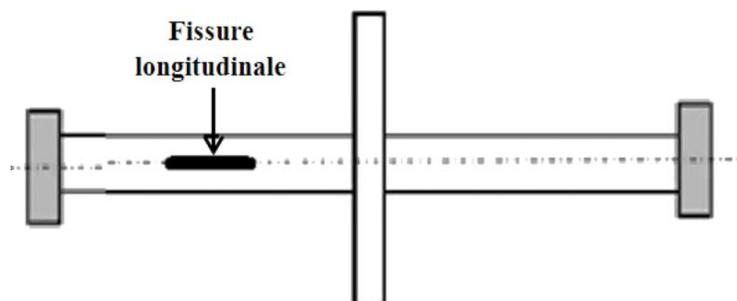
Ce type des fissures est perpendiculaire à l'axe de l'arbre, elle réduit la section transversale de l'arbre et entraînent des dommages importants aux rotors. Ce type de fissure est le défaut le plus grave et le plus courant. Ainsi, il a été largement étudié par les chercheurs anciens et actuels. [24]



*Figure I. 12 Fissure transversale.*

### I.7.2 Fissure longitudinale

Ce type de fissure est parallèle à l'axe de l'arbre, il est relativement rare et moins grave.

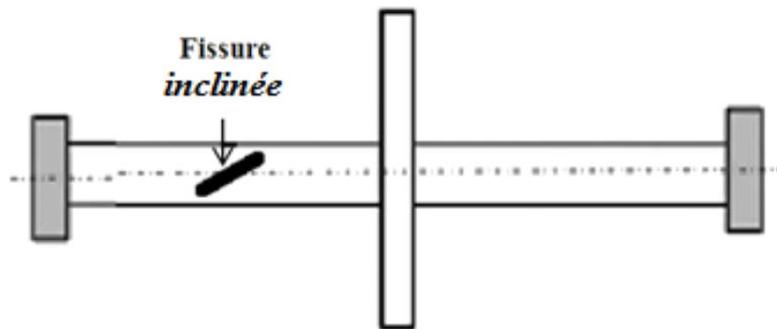


*Figure I. 13 Fissure longitudinale.*

### I.7.3 Fissure inclinée (Slant crack)

Les fissures inclinées sont identiques aux « fissures hélicoïdales » [1,2]. Ce type de fissure fait un angle avec l'axe de l'arbre (Figure.1.3) et ne se produit pas très souvent, mais pourrait apparaître

dans les arbres des machines industrielles et influencent principalement le comportement en torsion du rotor de manière assez similaire à l'effet des fissures transversales sur le comportement en flexion.



**Figure I. 14** Fissure inclinée.

### **I.8 Conclusion**

Cette partie d'étude aborde une analyse du comportement dynamique des rotors, nous avons présenté en premier lieu, les éléments constituant un rotor dont l'arbre, le disque et les Paliers. L'arbre et le disque sont caractérisés par leur énergie cinétique. La flexibilité de L'arbre se traduit par son énergie de déformation. Ensuite, on a évoqué les différents travaux importants des chercheurs sur différents axes et phénomènes liés à ce problème. On constate que la majorité des recherches au début ont été basées sur la détermination des vitesses critiques et les modes de déformations des rotors et les différents facteurs qui lui influent, mais à notre jour les études sont visées vers l'étude de stabilité et les phénomènes non linéaire qui peut être rencontré.



---

*Chapitre 02*

---

# **Modélisation et modèle mathématique**

---

## **Chapitre II : Modélisation et modèle mathématique.**

### **II.1 Introduction :**

Toutes les machines en fonctionnement produisent des vibrations, images des efforts dynamiques engendrés par les pièces en mouvement. Ainsi, une machine neuve en excellent état de fonctionnement produit très peu de vibrations. La détérioration du fonctionnement conduit le plus souvent à un accroissement du niveau des vibrations. Ces vibrations occupent une place privilégiée parmi les paramètres à prendre en considération pour effectuer un diagnostic. La modification de la vibration d'une machine constitue souvent la première manifestation physique d'une anomalie, cause potentielle de dégradations, voire de pannes [25].

### **II.2 Définition d'une vibration**

Un système mécanique est dit en vibration lorsqu'il est animé d'un mouvement de va-et-vient autour d'une position moyenne, dite position d'équilibre [25].

Comme tout mouvement, les vibrations enregistrées pendant les itinéraires peuvent être quantifiées par trois grandeurs fondamentales :

- Le déplacement.
- La vitesse de ce déplacement.
- L'accélération subie pour effectuer ce déplacement.

Mathématiquement, la fonction « accélération » est la dérivée de la fonction « vitesse », elle-même dérivée de la fonction « déplacement ».

Le capteur de vibrations le plus couramment utilisé étant un accéléromètre, le signal enregistré est l'accélération de la structure de la machine. Les grandeurs vitesse et déplacement sont donc calculées respectivement par une ou deux intégration(s) à partir du signal brut [25].

### **II.3 Type des signaux vibratoires**

En simplifiant, on peut classer les différents signaux dans l'une des catégories suivantes :

## II.3.1 Signaux harmoniques

Ils sont de la forme :

$$x(t) = a \sin(\omega t + j) \quad (\text{II.1})$$

$$x(t) = a \cos(\omega t + j) \quad (\text{II.2})$$

Avec :

$x$  : amplitude du signal (mm).

$a$  : amplitude maximale du signal.

$\omega$  : pulsation:  $\omega = 2 \pi f$ .

$f$  : fréquence.

$t$  : temps.

$j$  : déphasage par rapport à l'origine des temps.

Ces signaux sont définis si l'on connaît  $\omega$  et  $\phi$  ; un changement d'origine permet de s'affranchir de  $\phi$  La période est :  $T = 1/f$  [25].

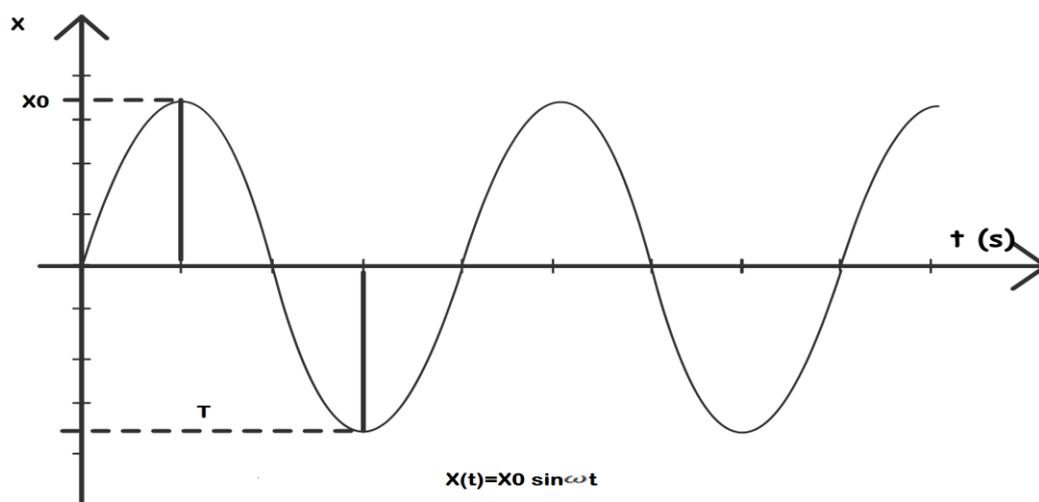


Figure II. 1 Signal harmonique.

**II.3.2 Signaux périodiques non harmoniques**

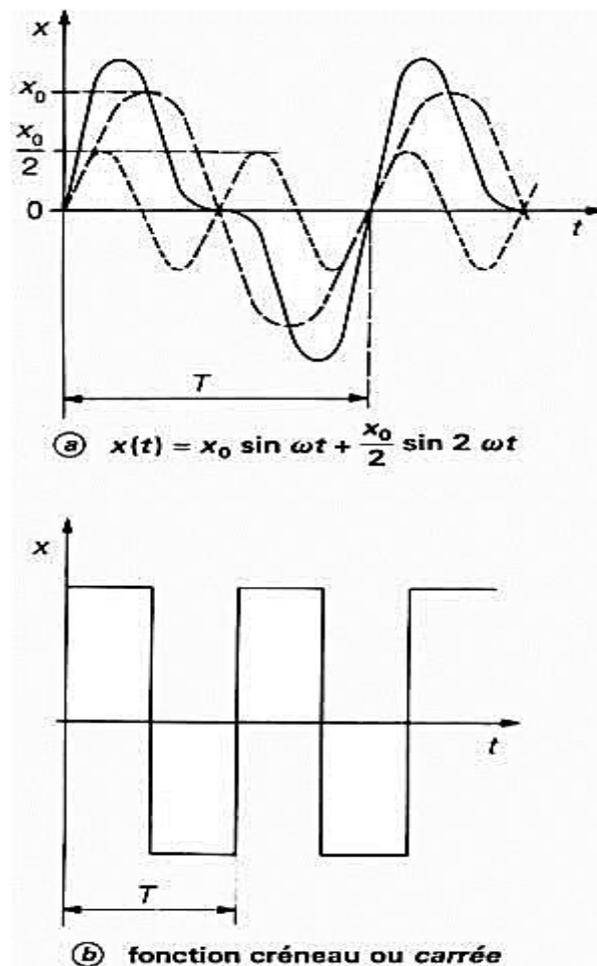
Un signal connu à l'instant  $t$  et qui se retrouve rigoureusement identique à l'instant  $t, nT$

( $n$  étant un nombre entier) est tel que :

$$x(t) = x(t \pm nT) \tag{II.3}$$

Sa fréquence est  $f = \frac{1}{T}$

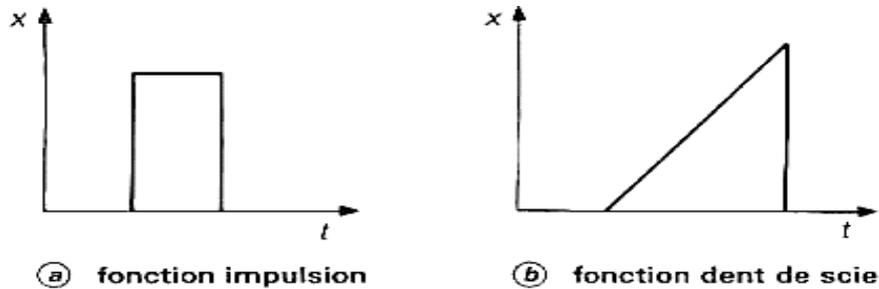
Si ce signal est une somme de signaux harmoniques de différentes amplitudes maximales (constantes) mais dont les pulsations sont multiples d'une pulsation dite fondamentale (**Figure II.2**), le signal est par définition périodique non harmonique [27].



**Figure II. 2** Signaux périodiques non harmonique.

### II.3.3 Signaux transistors

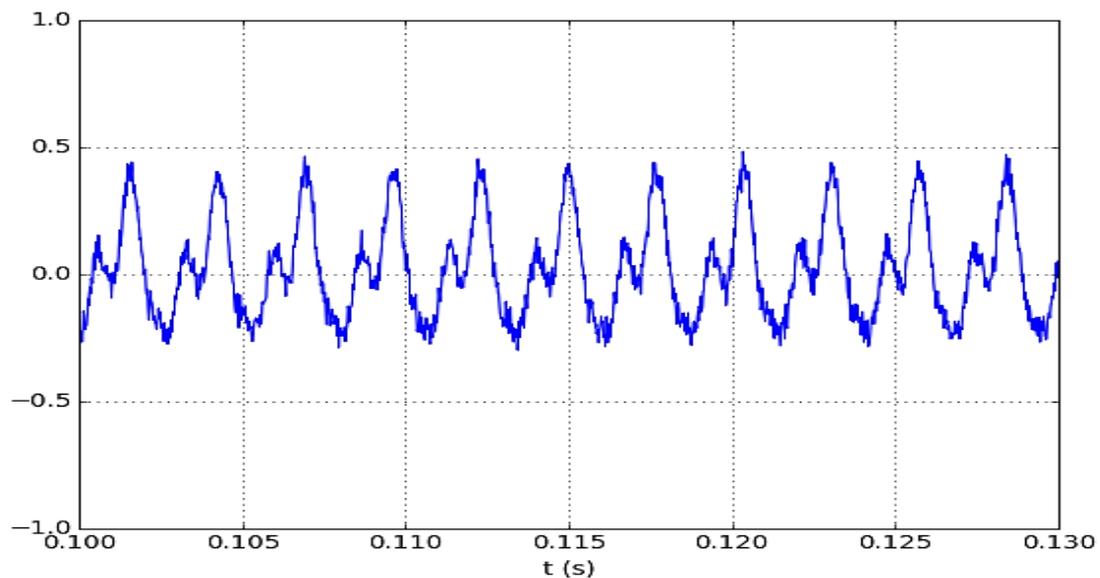
Ils sont produits pendant un intervalle de temps limité (**Figure II.3**). Les chocs entrent dans cette catégorie [27].



*Figure II. 3* Signaux transitoires.

### II.3.4 Signaux aléatoires :

Leurs caractéristiques d'amplitude et de fréquence changent continûment en fonction du temps (**Figure II.4**). Ils sont les plus délicats à analyser et leur étude nécessite généralement un enregistrement sur bande magnétique ou mémoire numérique qui permettra, par une répétition périodique, de les assimiler à un signal stationnaire [27].



*Figure II. 4* Signal aléatoires

**II.3.5 Signaux quasi périodiques**

C'est le cas de signaux non périodiques, mais qui peuvent être considérés comme la somme de signaux harmoniques dont les fréquences ne sont pas multiples d'une fréquence fondamentale. [27]

**II.4 Série de Fourier**

Si le signal est la somme de n signaux harmoniques, il ne présentera aucune périodicité si les fréquences de ces derniers forment des rapports irrationnels. Au contraire, si le signal résultant est périodique, il peut être représenté par une série trigonométrique ou série de Fourier, dont les termes sont des fréquences multiples entières d'une fréquence (la plus basse) appelée fréquence fondamentale, les autres fréquences étant les harmoniques.

D'après le théorème de Fourier on peut écrire x (t) sous forme d'un développement :

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n \omega_0 t + b_n \sin n \omega_0 t) \quad (\text{II. 4})$$

Les constantes : a0, a1, b1 ... sont les coefficients de Fourier, ω0 est la pulsation fondamentale, f0 la fréquence fondamentale (ω0 = 2 π f0) [27].

**II.5 Vibration d'un rotor avec une fissure transversal**

Depuis 1976, des recherches sur la dynamique des rotors présentant des fissures transversales ont été discutées dans la littérature (19, 20, 21). Ils varient selon le type de modèle de rotor le modèle de fissure et la méthode de résolution Ce qui suit est essentiellement une répétition des résultats de Schmid et représente l'état actuel des connaissances sur le sujet

**II.5.1 Rotor de Jeffcott**

2.6 présente une fissure à la position du disque sans une fissure son équation de mouvement serait :

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} d & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = m e \Omega^2 \begin{Bmatrix} \cos(\Omega t + \alpha) \\ \sin(\Omega t + \alpha) \end{Bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

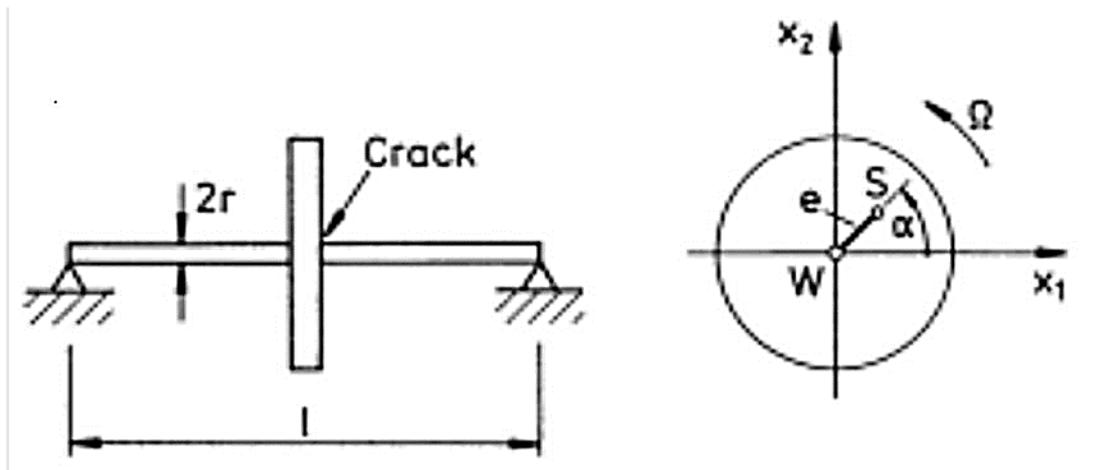


Figure II. 5 Rotor Jeffcott avec une fissure transversale.

En raison de la fissure, la rigidité est réduite et dépend également du temps lorsque l'arbre tourne.

$$k = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} k ; \text{devient } k(t) \tag{II.6}$$

Pour déterminer  $K(t)$  considérez l'arbre illustré à la Figure. II.6 La fissure prend la forme d'un segment de cercle, est infiniment mince et de profondeur  $a$ . Sous charge de compression, l'arbre se comporte comme s'il n'avait pas de fissure. C'est ce qu'on appelle une fissure fermée. Lorsque la fissure est ouverte, elle est traitée comme sur la figure. II.6 la zone ombrée étant uniquement opérationnelle. En général, pendant le fonctionnement, l'arbre change constamment entre ces deux extrêmes et on dit que la fissure respire. Lorsque la fissure est ouverte, la rigidité en flexion est réduite. Soit la rigidité maximale  $k_1$  et la rigidité minimale  $k_2$  Ces raideurs dépendront de la profondeur de la fissure comme le montre la Figure. II.7 Les deux diminuent progressivement avec la profondeur. Pour des profondeurs de  $<0,1 r$  l'influence est très faible de sorte que les caractéristiques de vibration sont à peine influencées. Pour une fissure respiratoire, les raideurs changent entre  $k_0$  et  $k_1$  et entre  $k_0$  et  $k_2$  L'action respiratoire dépend des forces statiques et dynamiques dominantes, et l'équation du mouvement est non linéaire. La linéarité est cependant maintenue si l'on suppose une variation cyclique de la respiration.

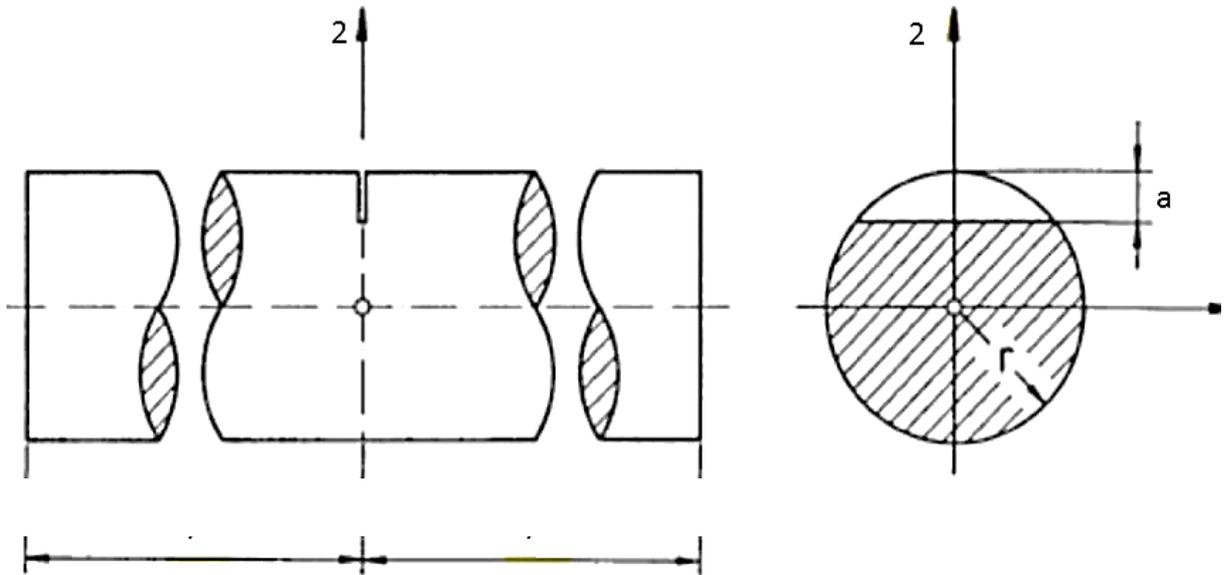


Figure II. 6 Position et géométrie d'une fissure.

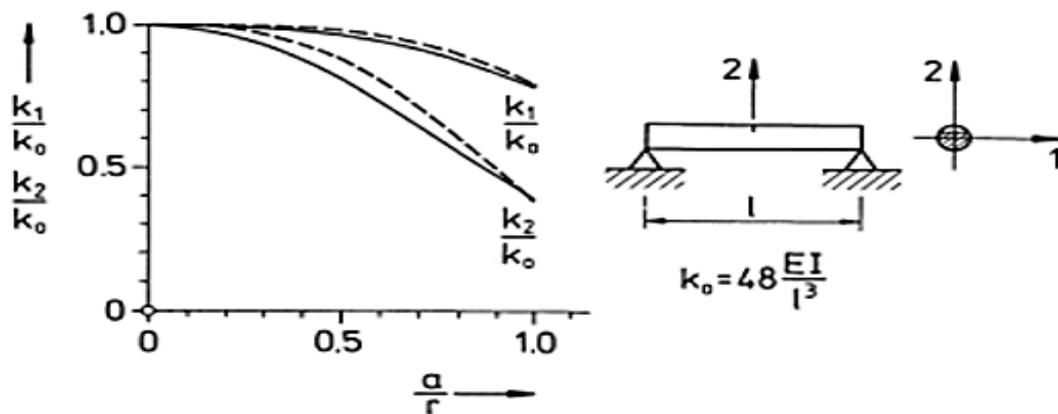


Figure II. 7 Rigidité et leur dépendance à la profondeur de la fissure pour  $L=10r$  [28] de [29] --de [30].

Les rigidités de l'arbre fissuré selon l'axe X et Y sont déterminées par les expressions suivantes :

$$K1 = km1 + \Delta k1 \cos \Omega t \tag{II.7}$$

$$K2 = km2 + \Delta k2 \cos \Omega t \tag{II.8}$$

Avec :

$$Km1 = \frac{k_1 + k_0}{2} \quad , \quad \text{ou} \quad k_1 = \bar{k}_1 * k_0 \tag{II.9}$$

$$Km1 = \frac{1}{2} (\bar{k}_1 * k_0 + k_0) = \frac{k_0}{2} (1 + \bar{k}_1) \tag{II.10}$$

$$K_{m2} = \frac{k_2 + k_0}{2} \quad , \text{ ou } k_2 = \bar{k}_2 * k_0 \quad (\text{II.11})$$

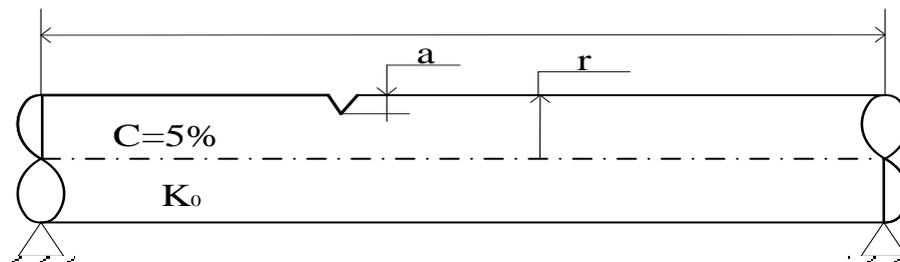
$$K_{m2} = \frac{\bar{k}_2 * k_0 + k_0}{2} = \frac{k_0}{2} (1 + \bar{k}_2) \quad (\text{II.12})$$

$$\Delta k_1 = \frac{k_1 - k_0}{2} = \frac{k_0}{2} (1 - \bar{k}_1) \quad (\text{II.13})$$

$$\Delta k_2 = \frac{k_2 - k_0}{2} = \frac{k_0}{2} (1 - \bar{k}_2) \quad (\text{II.14})$$

**II.6 Modèle mathématique**

- **Rotor flexible / palier rigide**



*Figure II. 8 Arbre flexible d'un palier rigide.*

- Ou les données du rapport (a/r) on a  $\frac{a}{r} = 0$  ;  $\frac{a}{r} = 0.5$  et  $\frac{a}{r} = 0.7$

**Avec :**

$$k_0 = 48 \frac{EI}{l^3}$$

- Schéma équivalent le système

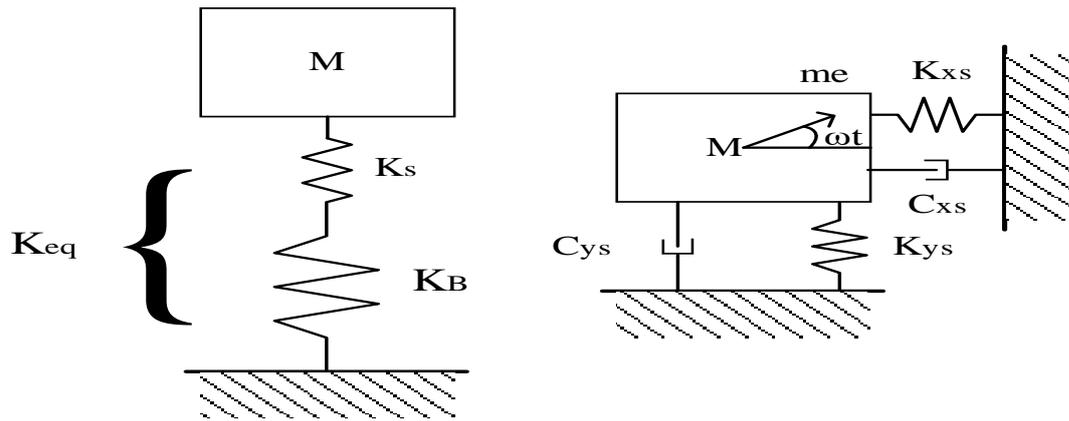


Figure II. 9 Schéma équivalent le système.

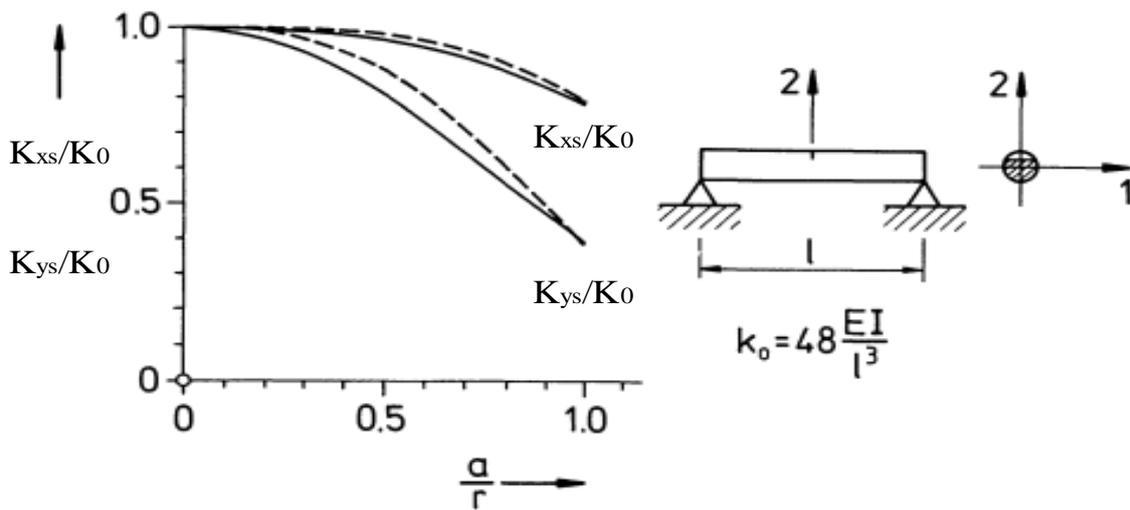


Figure II. 10 La rigidité et leur dépendance à la profondeur de la fissurée.

$$K_{xs}/K_0 = kxB$$

$$K_{ys}/K_0 = kxB$$

On a choisi 3 rapports ( $a/r$ ) pour obtenir les données de la rigidité on a le tableau :

$a/r$	0	0.7
$kxB$	1	0.92
$kyB$	1	0.64

**Tableau II. 1** La rigidité et leur dépendance à la profondeur de la fissurée.

## **II.7 Conclusion**

Parmi les différentes causes d'anomalies des machines, les modifications des vibrations qui est la condition pour la dégradation et la détérioration de fonctionnement. Nos efforts dans ce chapitre se sont portés sur le modèle numérique qui décrit la modélisation du comportement dynamique d'un rotor flexible. Le calcul se réalise par la méthode de Jeffcott qui est une méthode très robuste et efficace afin de résoudre les systèmes réels dans la raison de sa précision et permet d'étudier l'ensemble des modes des vibrations du rotor.

---

*Chapitre 03*

---

---

# **Résultats et interprétations**

---

## **Chapitre III : Résultats et interprétations**

### **III.1 Introduction**

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à présenter une étude sur la vibration d'une ligne d'arbre flexible fissuré pour analyser et diagnostiquer l'effet de fissure sur la réponse vibratoire de l'arbre. Les analyses sont effectuées dans les deux domaines temporel et fréquentiel. En fait, l'étude est basée principalement sur l'analyse de la vitesse de rotation, appartient à deux zone différentes (une fréquence de la zone rigide :  $f = 0.3 \text{ fn}$  et une fréquence de la zone flexible :  $f = 2.5 \text{ fn}$ ) sur les réponses temporelles et fréquentielles présentée dans deux cas : 1°) cas sans fissure  $a/r=0$  et 2°) cas avec fissure  $a/r=0.7$ . La réponse fréquentielle est déterminée à l'aide de la Transformée de Fourier rapide FFT avec un pas d'échantillonnage égal à  $2.e-5$  seconde. Pour cela, un programme écrit en langage MATLAB Simulink basé sur le modèle de Jeffcott est développé pour diagnostiquer et analyser l'effet de la fissure sur la réponse vibratoire de l'arbre. La résolution du système d'équation est déterminée à l'aide de Simulink avec un pas d'intégration égal à  $2.e-5$  seconde. La réponse fréquentielle est obtenue à l'aide de l'FFT avec un pas d'échantillonnage  $T_e=2.e-5$ .

### **III.2 Caractéristique géométrique et mécanique de rotor (description de modèle)**

Le modèle de rotor présenté pour la simulation numérique est constitué d'un arbre fissuré supportée par deux paliers placés dans leurs extrémités, et un disque de même nature que celui de l'arbre supposés parfaitement flexible. Les propriétés géométriques et mécaniques des éléments de rotor sont définies comme suivant :

#### **III.2.1 Propriétés géométriques**

- Rayon de l'arbre :  $r=40\text{mm}$
- La longueur de l'arbre :  $La= 10r=400\text{mm}$ .
- $m=39.2\text{kg}$

#### **III.2.2 Propriétés mécaniques**

- La masse volumique :  $\rho = 7800 \text{ kg} / \text{m}^3$
- Le module d'élasticité de Young :  $E = 20 \text{ Gpa}$ .
- La rigidité de l'arbre à  $a/r=0$  :  $3.1667.e08 \text{ N/m}$ .

### III.3 Les procédures et les étapes de simulation numérique

Les procédures et les étapes de simulations pour l'analyse dynamique d'un rotor flexible sont les suivants :

- Définition du type d'analyse : • Entrée des valeurs numériques des paramètres (caractéristiques physiques des matériaux et paramètres géométrique)
- Entrée des conditions aux limites et chargement (fréquence initial FRE, profondeur de fressure  $a/r$  ...)
- Résolution/ La résolution du système d'équation est déterminée à l'aide Matlab/ Simulink avec un pas d'intégration égal à  $2.e-5$  s.
- Affichage des résultats en forme des figures (détermination des déplacements, l'amplitude et la rigidité de chaque cas) en fonction de temps avec l'utilisation de FFT.

### III.4 Résultats et interprétations

Dans cette section, nous allons présenter les résultats relatifs à l'étude de l'effet de la profondeur de fissure sur le comportement vibratoire d'une ligne d'arbre flexible supportée sur deux paliers rigides. Les analyses sont effectuées dans les deux domaines temporel et fréquentiel. En fait, l'étude est basée principalement sur l'analyse de la vitesse de rotation, appartient à deux zones différentes (une fréquence de la zone rigide :  $f = 0.3 f_n$  et une fréquence de la zone flexible :  $f = 2.5 f_n$ ) sur les réponses temporelles et fréquentielles présentée dans deux cas : 1°) cas sans fissure  $a/r=0$  et 2°) cas avec fissure  $a/r=0.7$ . La résolution du système d'équation est déterminée à l'aide Simulink avec un pas d'intégration égal à  $2.e-5$  s. la réponse fréquentielle est obtenue à l'aide de l'FFT avec un pas d'échantillonnage  $T_e=2.e-5$ .

#### III.4.1 Analyse de la rigidité équivalente

Les figures III.1 et III.3 représentent l'évolution de la rigidité selon l'axe x et y dans la zone rigide et flexible, respectivement, en fonction de temps, pour un arbre non fissuré,  $a/r=0$ . Ces figures montrent clairement que les rigidités restent constantes. Il est à noter que  $k_x=k_y=316.7$  MN/m, dans ce cas-là, les rigidités  $k_x$  et  $k_y$  sont linéaires.

Les figures III.2 et III.4 illustrent respectivement l'évolution de la rigidité  $K_x$  et  $K_y$  selon l'axe x et y dans la zone rigide et flexible, en fonction de temps, pour un arbre fissuré de type transversal,  $a/r=0.7$ . Ces figures illustrent que les périodes des rigidités  $K_x$  et  $K_y$  varient en fonction de temps et de vitesse de rotation. Il est à noter que les rigidités  $K_x$  et  $K_y$  deviennent non linéaires avec des amplitudes différentes. On note que l'amplitude de la rigidité  $K_y$  est nettement supérieure à celle de  $K_x$ .

- Zone rigide :  $f = 0.3 f_n$  ( $f = 8.14 \text{krpm}$  ;  $f_n = 27.14 \text{krpm}$ )

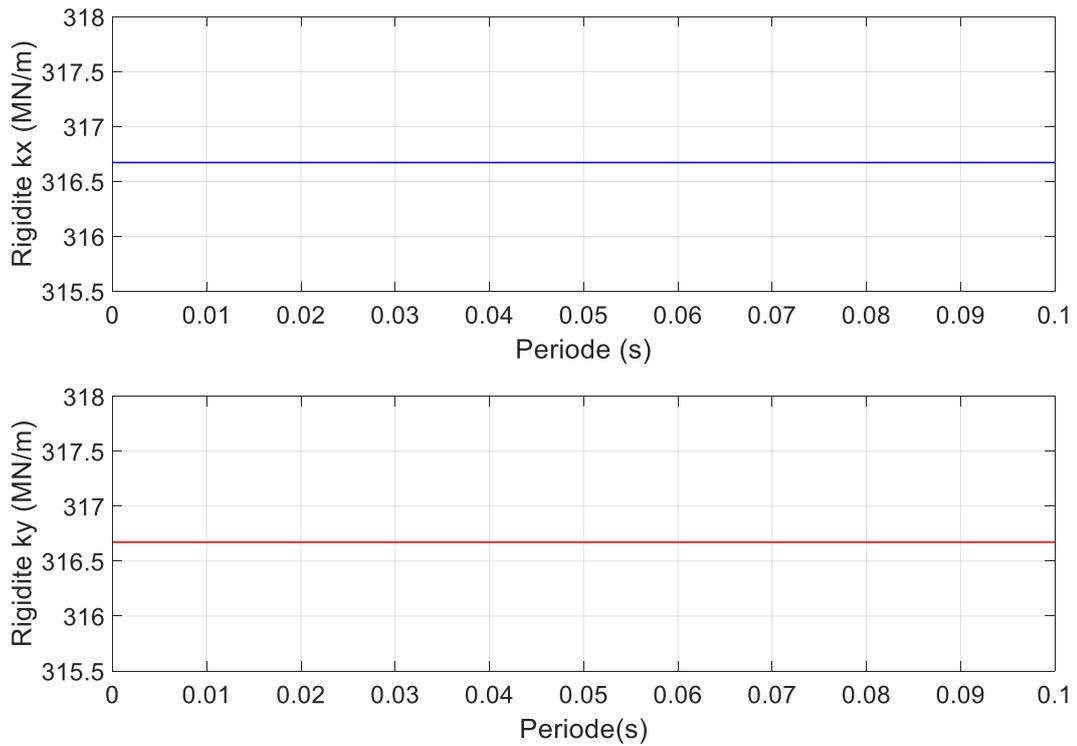


Figure III. 1 Evolution de la rigidité Kx et Ky en fonction de temps, pour  $a/r=0$ .

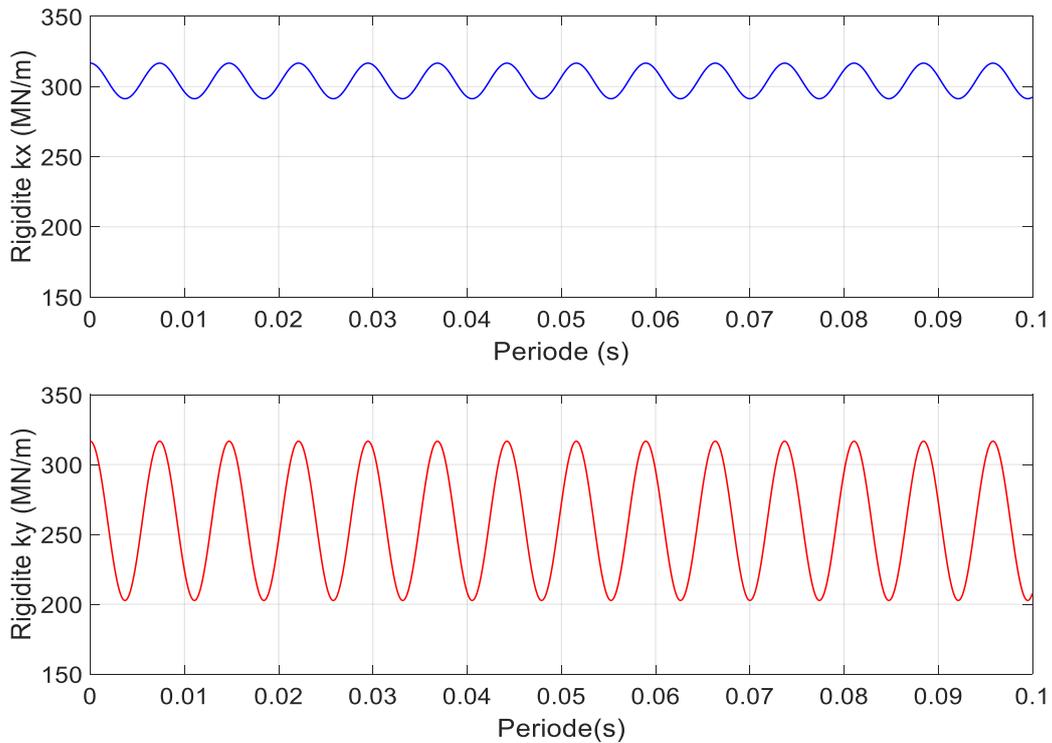
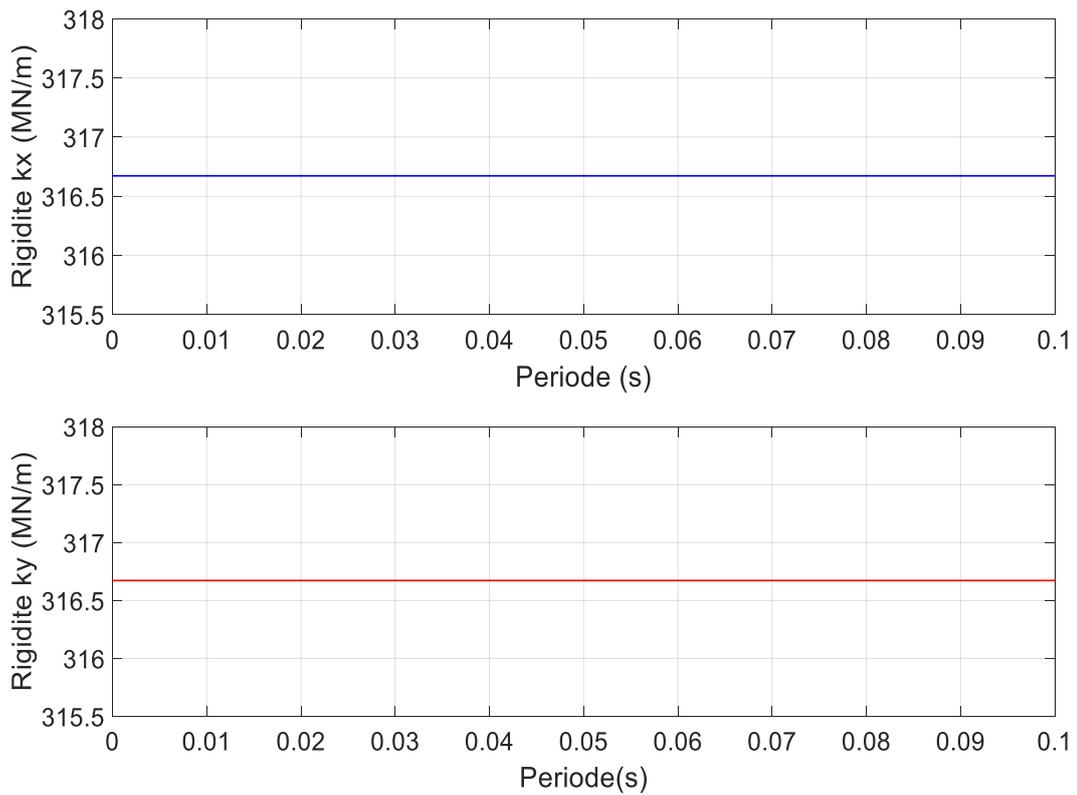
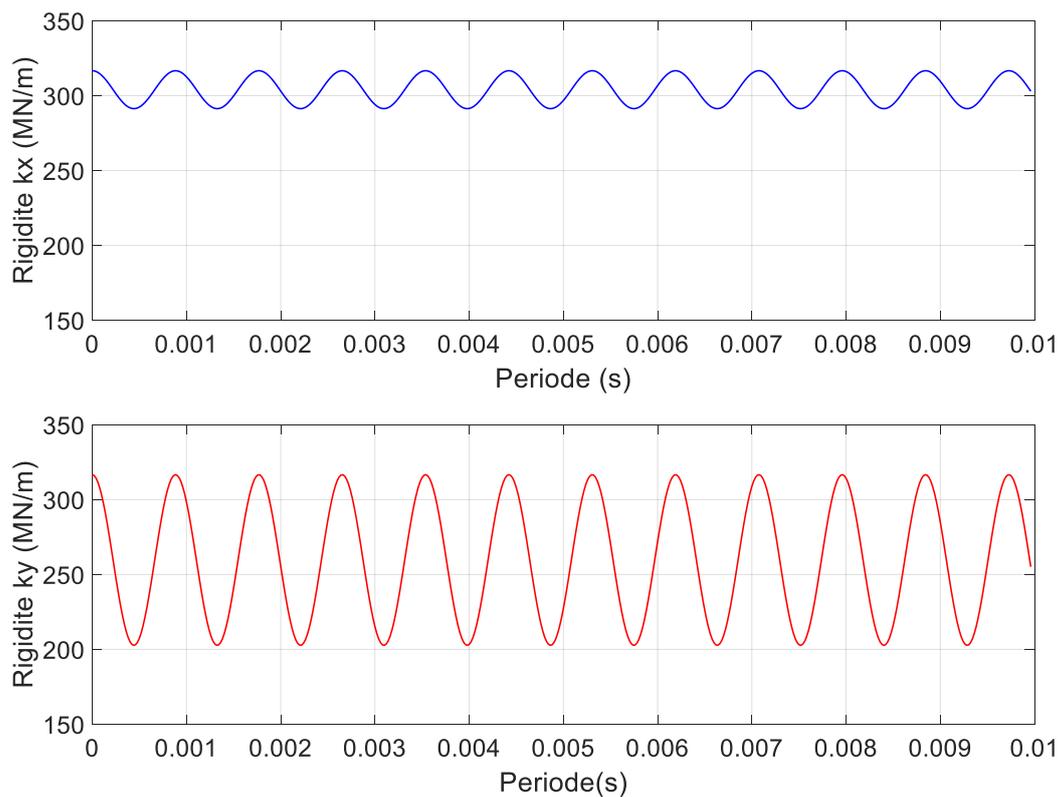


Figure III. 2 Evolution de la rigidité Kx et Ky en fonction de temps, pour  $a/r=0.7$

- **Zone flexible :  $f = 2.5f_n$  ( $f=67.85$  krpm ;  $f_n=27.14$  krpm)**



**Figure III. 3** Evolution de la rigidité Kx et Ky en fonction de temps, pour  $a/r=0$ .



**Figure III. 4** Evolution de la rigidité Kx/Ky en fonction de temps, pour  $a/r=0.7$ .

### III.4.2 Analyse temporelle

Les figures III.5 et III.7 représentent respectivement les réponses temporelles selon l'axe x et y d'un arbre flexible sans fissure ( $a/r=0$ ) pour 2 vitesses de rotation différentes : 1°)  $f_0=8.14$  krpm (vitesse de la zone rigide) et 2°)  $f_0=67.85$  krpm (vitesse de la zone flexible). Les figures III.9 et III.11 représentent respectivement la réponse temporelle selon l'axe x et y d'un arbre flexible avec fissure ( $a/r=0.7$ ) pour 2 vitesses de rotation différentes : 1°)  $f_0=8.14$  krpm (vitesse de la zone rigide) et 2°)  $f_0=67.85$  krpm (vitesse de la zone flexible). Ces figures montrent que l'amplitude de la vibration globale augmente avec la profondeur de la fissure. On note que les vibrations selon l'axe x sont moins importantes par rapport à celles de l'axe y.

### III.4.3 Analyse fréquentielle

#### III.4.3.1 Analyse temporelle et fréquentielle sans fissure( $a/r=0$ )

Les réponses fréquentielles selon l'axe x et y d'un arbre flexible sans fissure ( $a/r=0$ ) pour 2 vitesses de rotation différentes : 1°)  $f_0=8.14$  krpm (vitesse de la zone rigide) et 2°)  $f_0=67.85$  krpm (vitesse de la zone flexible) sont présentées respectivement dans les figures III.6 et III.8.

L'analyse du spectre de fréquence selon l'axe x de la Fig.III.6, pour une vitesse de rotation,  $f_0=8.14$  krpm, révèle 2 fréquences qui peuvent être identifiées comme suivantes :  $f_1=8.14$ krpm= $f_0$  ;  $f_2=27.14$ krpm= $f_{nx}$ . Il est à noter que nous avons obtenus les mêmes fréquences selon l'axe y de la Fig.III.6 indiquant 2 fréquences qui peuvent être identifiées comme suivantes :  $f_1=8.14$ krpm= $f_0$  ;  $f_2=27.14$ krpm= $f_{ny}$ .

L'analyse du spectre de fréquence selon l'axe x de la Fig.III.8, pour une vitesse de rotation,  $f_0=67.85$  krpm, illustre 2 fréquences identifiées comme suivantes :  $f_1=27.14$ krpm= $f_{nx}$  ;  $f_2=67.85$ krpm= $f_0$  et 2 fréquences selon l'axe y :  $f_1=27.14$ krpm= $f_{ny}$  ;  $f_2=67.85$ krpm= $f_0$ . Il est à noter que la présence des fréquences naturelles dans les spectres de fréquences est due au faible amortissement de l'arbre.

#### III.4.3.2 Analyse fréquentielle avec fissure ( $a/r=0.7$ )

Les figures III.10 et III.12 représentent respectivement les réponses fréquentielles selon l'axe x et y d'un arbre flexible avec fissure ( $a/r=0.7$ ) pour 2 vitesses de rotation différentes : 1°)  $f_0=8.14$  krpm (vitesse de la zone rigide) et 2°)  $f_0=67.85$  krpm (vitesse de la zone flexible).

**a) Analyse pour une vitesse de rotation :  $f_0=8.14 \text{ krpm}=0.3fn$  (Zone rigide)**

- **Analyse fréquentielle selon l'axe x.**

L'analyse du spectre de fréquence selon l'axe x de la Fig.III.10, pour une vitesse de rotation,  $f_0=8.14 \text{ krpm}$ , révèle 8 fréquences qui peuvent être identifiées comme suivantes :  $f_1=8.14\text{krpm}=f_0$  ;  $f_2=10\text{krpm}=f_{nx}-2f_0$  ;  $f_3=16.28\text{krpm}=2f_0$  ;  $f_4=f_{nx}-f_0=18\text{krpm}$  ;  $f_5=3f_0=24.42 \text{ krpm}$  ;  $f_6=26.59\text{krpm}=f_{nx}$  ;  $f_7=4f_0=32.42 \text{ krpm}$  ;  $f_8=f_{nx}+f_0=34.73 \text{ krpm}$  et  $f_9=f_{nx}+2f_0=42.8 \text{ krpm}$ . L'analyse fréquentielle de cette figure montre que, pour une profondeur de fissure  $a/r=0.7$ , la présence des harmoniques de la fréquence de rotation ainsi que la modulation de la fréquence de rotation à la fréquence naturelle. Il est à noter que les amplitudes à la fréquence de rotation et à la fréquence naturelles étant prépondérantes suite à l'effet de fissure.

- **Analyse fréquentielle selon l'axe y.**

L'analyse du spectre de fréquence selon l'axe y de la Fig.III.10 révèle 12 fréquences qui peuvent être identifiées comme suivantes :  $f_1=f_0=8.14 \text{ krpm}$  ;  $f_2=f_{ny}-2f_0$  ;  $f_3=2f_0$  ;  $f_4=f_{ny}-f_0=18 \text{ krpm}$  ;  $f_5=3f_0=24.42 \text{ krpm}$  ;  $f_6=f_{ny}$  ;  $f_7=4f_0=32.42 \text{ krpm}$  ;  $f_8=f_{ny}+f_0=34.73 \text{ krpm}$  et  $f_9=5f_0$  ;  $f_{10}= f_{ny}+2f_0$  ;  $f_{11}=6f_0$  et  $f_{12}= f_{ny}+3f_0$ . Cette figure montre clairement la présence des harmoniques de la vitesse de rotation ainsi que la modulation de la fréquence de rotation à la fréquence naturelle, ce qui indique la gravité de fissure.

**b) Analyse pour une vitesse de rotation :  $f_0=67.85\text{krpm}=2.5fn$  (Zone flexible)**

- **Analyse fréquentielle selon l'axe x.**

L'analyse du spectre de fréquence selon l'axe x de la Fig.III.12 révèle 6 fréquences qui peuvent être identifiées comme suivantes :  $f_1=f_{nx}=26.59 \text{ krpm}$  ;  $f_2=41.26 \text{ krpm} =f_0-f_{nx}$  ;  $f_3=67.85 \text{ krpm} =f_0$  ;  $f_4=2f_0-f_{nx} =94.44 \text{ krpm}$  ;  $f_5=3f_0=109 \text{ krpm}$  ;  $f_6=2f_0$ . Cette figure montre aussi la présence des harmoniques de la vitesse de rotation ainsi que la modulation de la fréquence de rotation à la fréquence naturelle.

- **Analyse fréquentielle selon l'axe y.**

L'analyse du spectre de fréquence selon l'axe y de la Fig.III.12 révèle 8 fréquences qui peuvent être identifiées comme suivantes :  $f_1=f_{ny}=24.65 \text{ krpm}$  ;  $f_2=43.2=f_0-f_{ny}$  ;  $f_3=67.85 \text{ krpm} =f_0$  ;  $f_4=f_0+f_{ny} =92.5 \text{ krpm}$  ;  $f_5=2f_0-f_{ny} =111 \text{ krpm}$  ;  $f_6=2f_0 = 135.7 \text{ krpm}$  ;  $f_7= 2f_0 +f_{ny} =160.4 \text{ krpm}$  et  $f_8=3f_0=203.5 \text{ krpm}$ . L'analyse fréquentielle de cette figure illustre claire la gravité de fissure qui est traduit par la présence des harmoniques de la vitesse de rotation ainsi que la modulation de la fréquence naturelle à la fréquence de rotation.

1er cas pour  $\omega = 0.3\omega_n$  ;  $a/r=0$

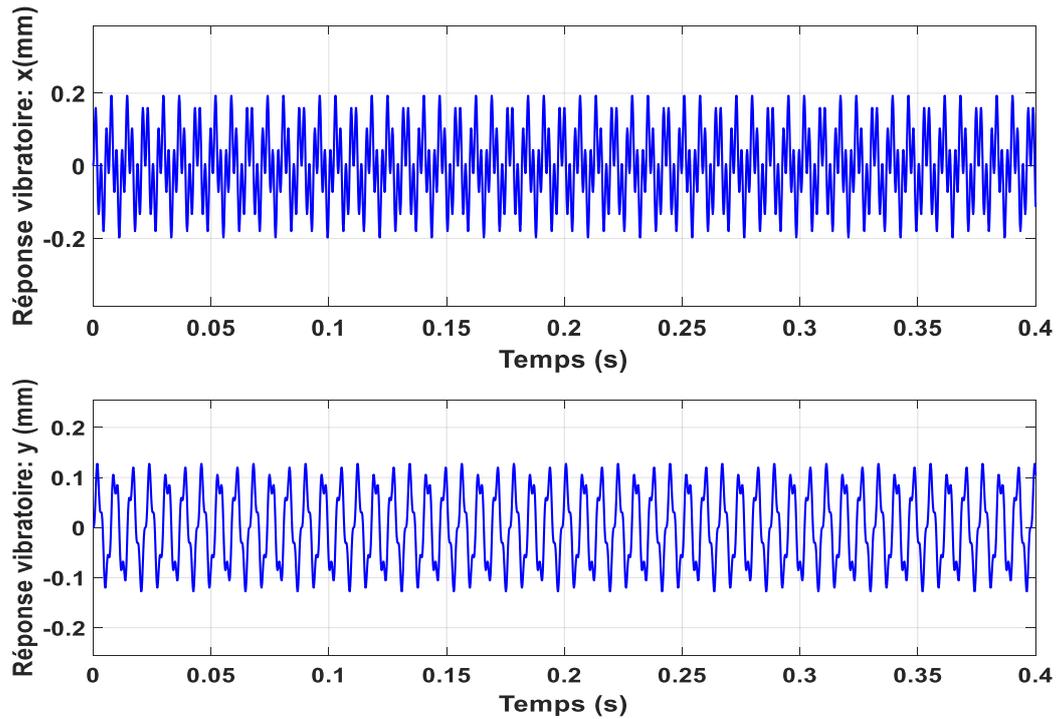


Figure III. 5 Réponses temporelles pour un arbre sans fissure :  $a/r=0$  avec  $f_0=8.14$ krpm

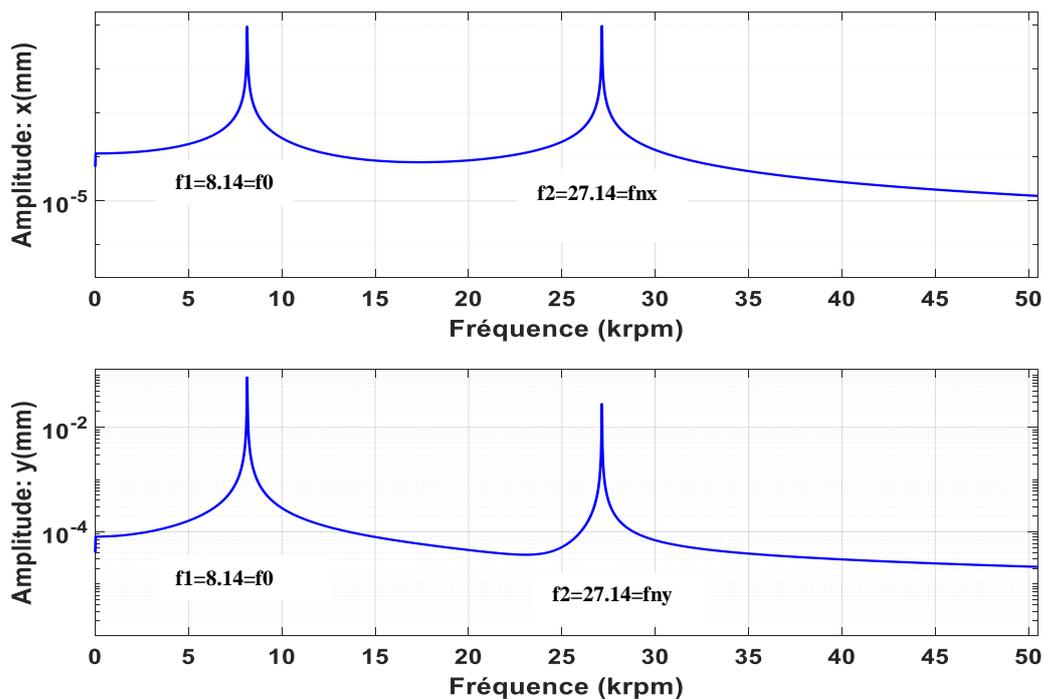


Figure III. 6 Réponses fréquentielles pour un arbre sans fissure :  $a/r=0$  avec  $f_0=8.14$ krpm

- 2eme cas pour  $\omega = 2.5\omega_n$  ;  $a/r=0$

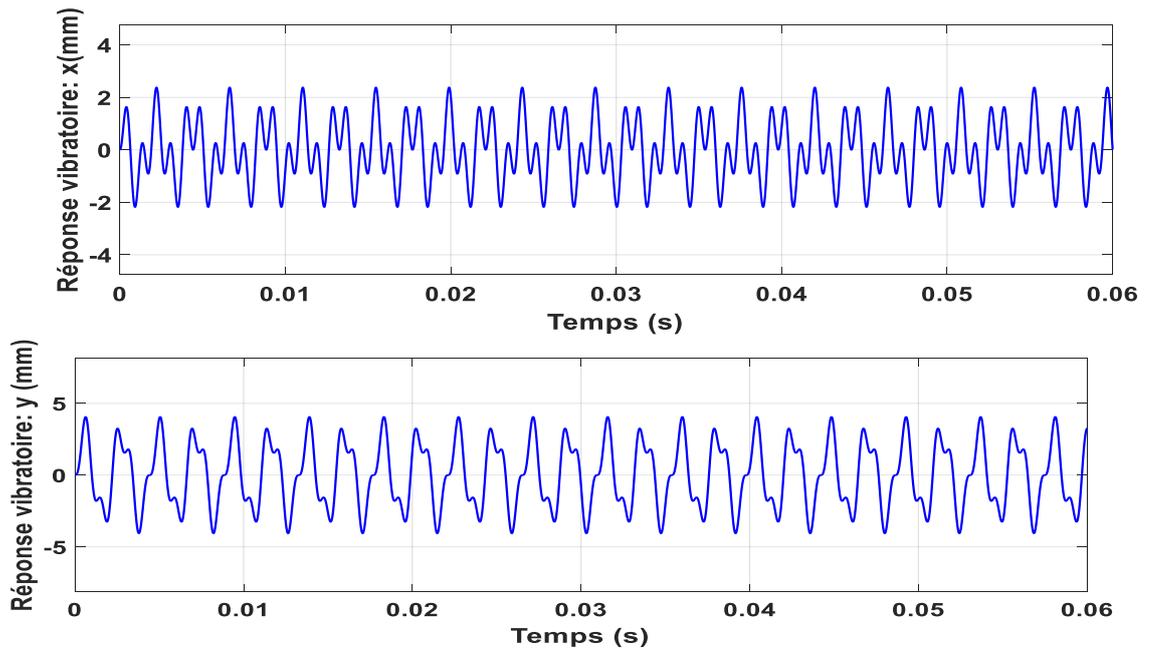


Figure III. 7 Variation des réponses temporelle pour un arbre sans fissure :  $a/r=0$  avec  $f_o=67.85\text{krpm}$

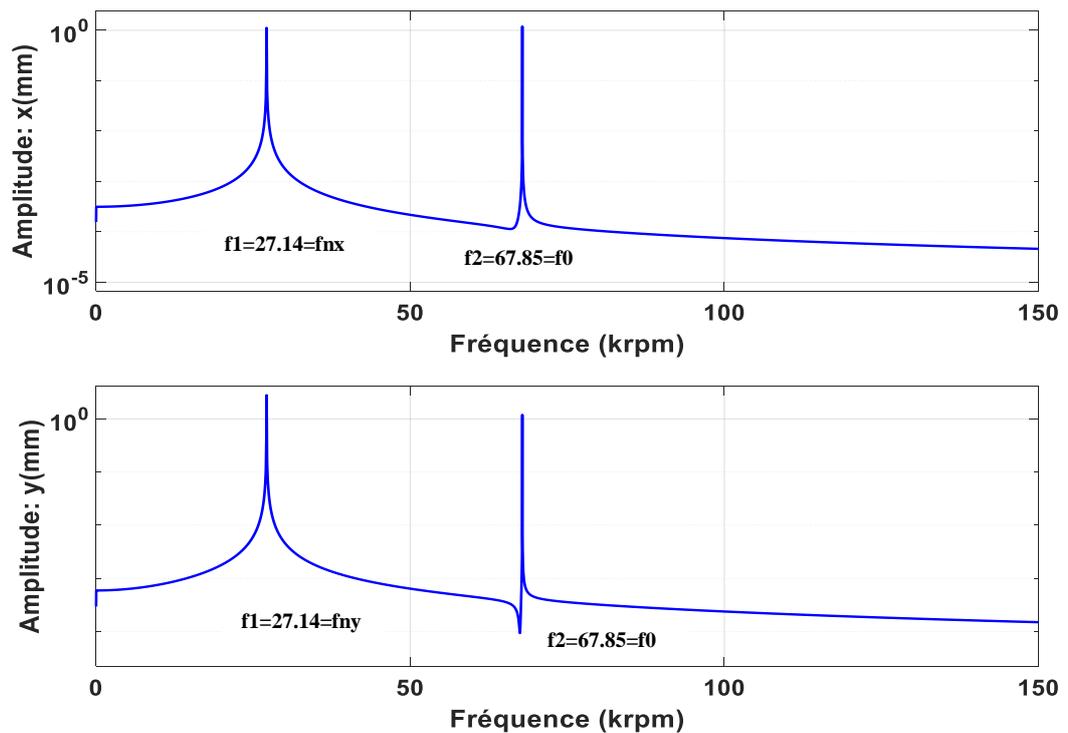


Figure III. 8 Variation des réponses fréquentielle pour un arbre sans fissure :  $a/r=0$  avec  $f_o=67.85\text{krpm}$

- 3eme cas pour  $\omega = 0.3\omega_n$  ;  $a/r=0.7$

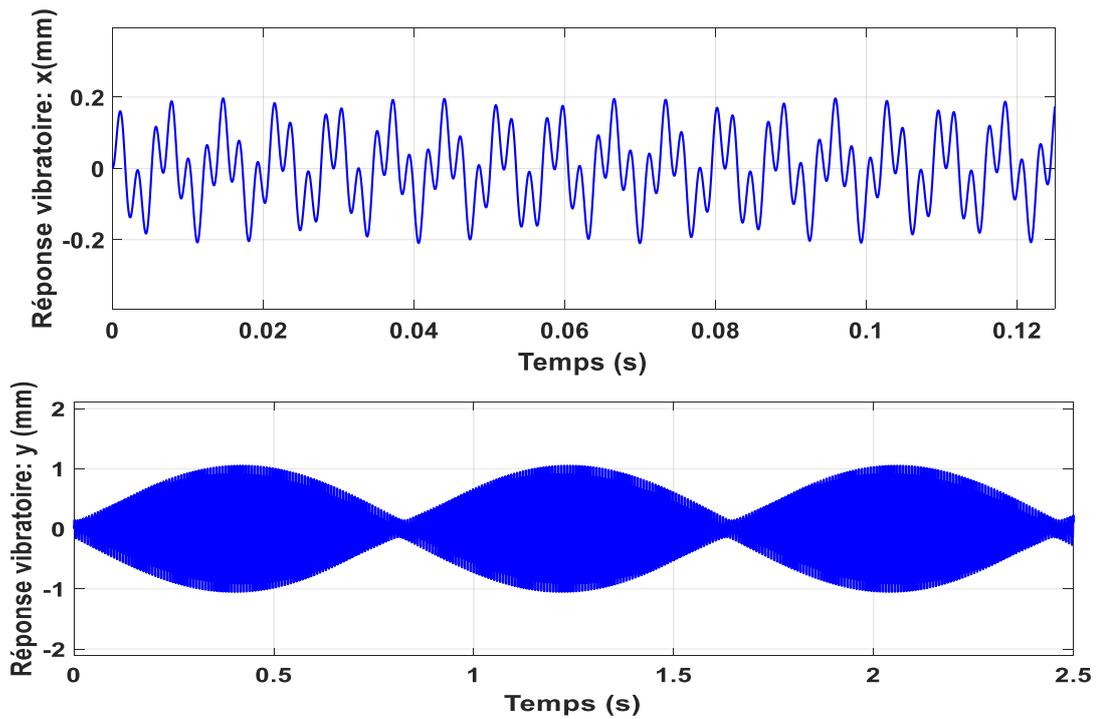


Figure III. 9 Réponses temporelles pour un arbre fissuré :  $a/r=0.7$  avec  $f_0=8.14$ krpm.

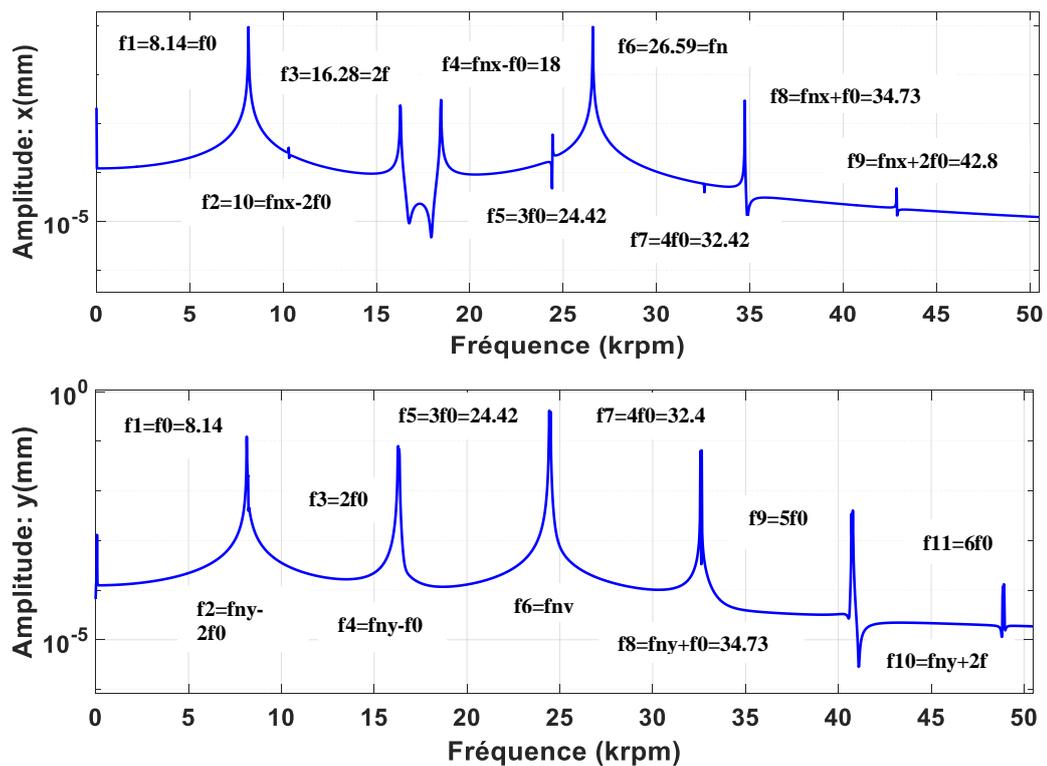


Figure III. 10 Réponses fréquentielles pour un arbre fissuré :  $a/r=0.7$  avec  $f_0=8.14$ krpm.

- 4eme cas pour  $\omega = 2.5\omega_n$  ;  $a/r=0.7$

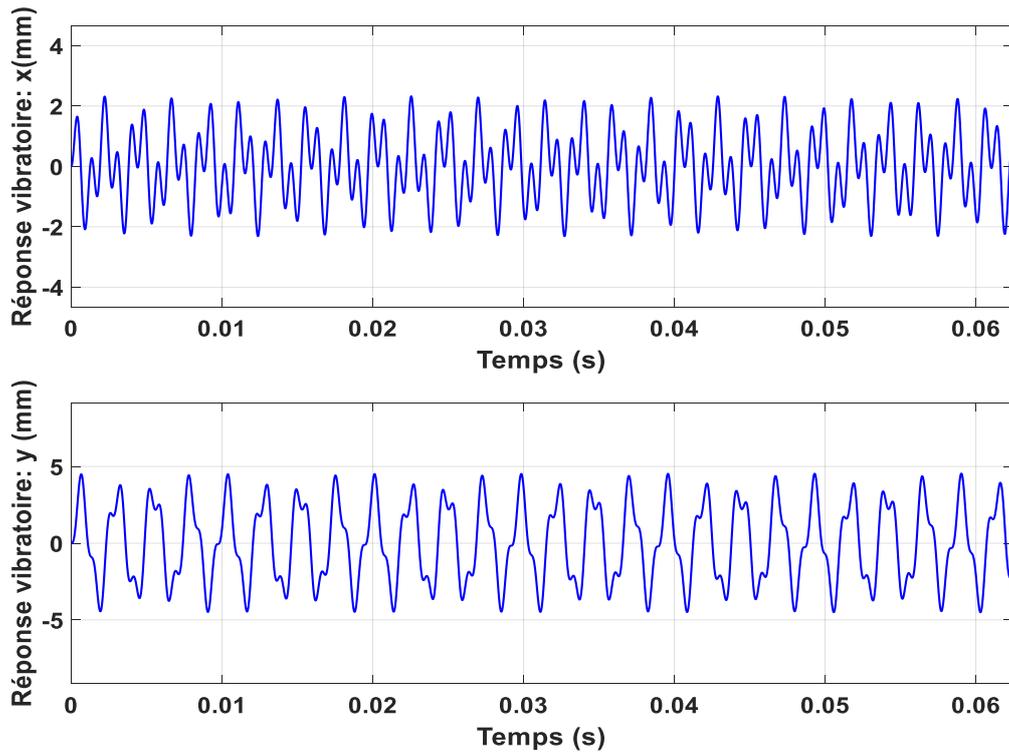


Figure III. 11 Réponses temporelles pour un arbre fissuré :  $a/r=0.7$  avec  $f_0=67.85$ krpm.

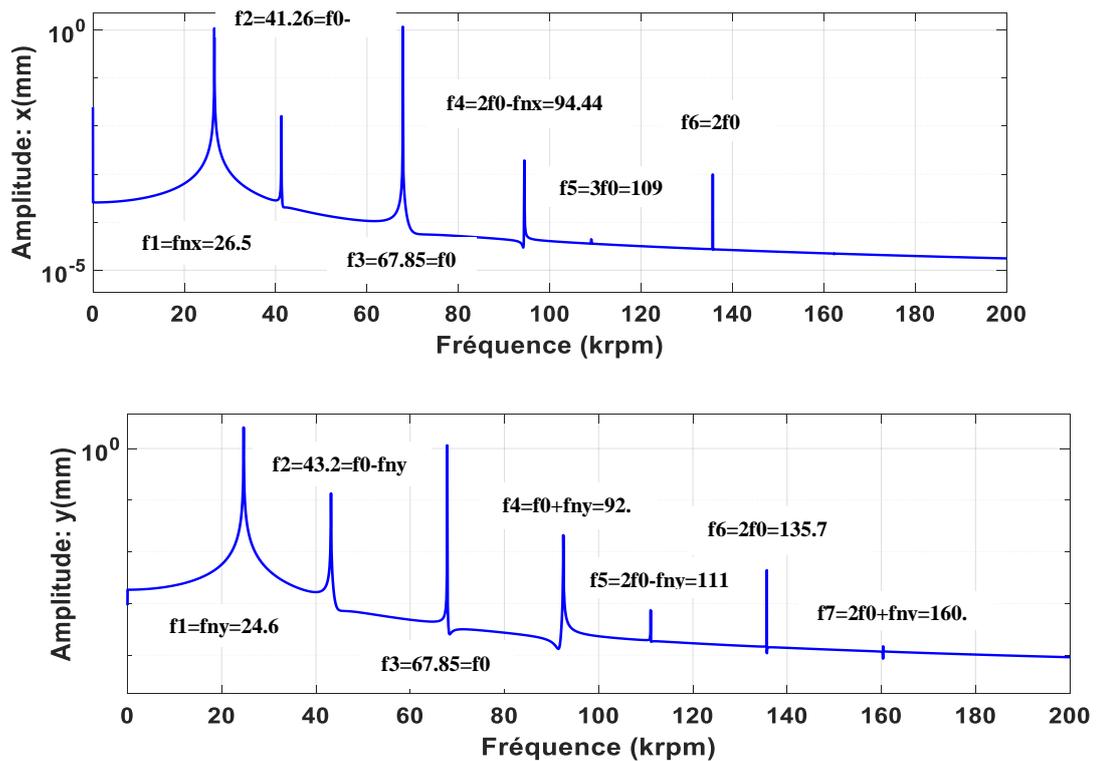


Figure III. 12 Réponses fréquentielles pour un arbre fissuré :  $a/r=0.7$  avec  $f_0=67.85$ krpm

**III.5 Conclusion**

L'objectif principal de ce chapitre est d'effectuer une analyse dans les deux domaines temporel et fréquentiel d'une ligne d'arbre flexible fissuré supportée par un palier rigide. En fait, l'étude était basée principalement sur l'effet de la vitesse de rotation, appartient à deux zones différentes (une fréquence de la zone rigide :  $f = 0.3 f_n$  et une fréquence de la zone flexible :  $f = 2.5 f_n$ ) sur les réponses temporelles et fréquentielles présentée dans deux cas : 1°) cas sans fissure  $a/r=0$  et 2°) cas avec fissure  $a/r=0.7$ . La réponse fréquentielle est déterminée à l'aide de la Transformée de Fourier rapide FFT avec un période d'échantillonnage égal à  $2 \cdot 10^{-5}$  seconde. L'analyse effectuée suite à cette étude a montré que la gravité de fissure est traduite par la présence des harmoniques de la fréquence de rotation ainsi que la modulation de la fréquence de rotation à la fréquence naturelle. Il est à noter que les amplitudes à la fréquence de rotation et à la fréquence naturelles étant prépondérantes suite à l'effet de fissure.

---

**CONCLUSION  
GÉNÉRALE**

---

## Conclusion Générale

L'objectif principal de ce mémoire était pour effectuer une analyse dans les deux domaines temporel et fréquentiel d'une ligne d'arbre flexible fissuré supportée par un palier rigide. En faite, l'étude était basée principalement sur l'effet de la vitesse de rotation, appartient à deux zone différentes (une fréquence de la zone rigide :  $f = 0.3 f_n$  et une fréquence de la zone flexible :  $f = 2.5 f_n$ ) sur les réponses temporelles et fréquentielles présentée dans deux cas : 1°) cas sans fissure  $a/r=0$  et 2°) cas avec fissure  $a/r=0.7$ . La réponse fréquentielle est déterminée à l'aide de la Transformée de Fourier rapide FFT avec un d'échantillonnage égal à  $2.e-5$  seconde. Pour cela, un programme écrit en langage MATLAB Simulink basé sur le modèle de Jeffcott pour diagnostiquer et analyser l'effet de fissure sur la réponse vibratoire de l'arbre. La résolution du système d'équation est déterminée à l'aide Simulink avec un pas d'intégration égal à  $2.e-5$  s. L'analyse effectuée a montré que la gravité de fissure est traduite par la présence des harmoniques de la fréquence de rotation ainsi que la modulation de la fréquence de rotation à la fréquence naturelle. Il est à noter que les amplitudes à la fréquence de rotation et aux fréquences naturelles étant prépondérantes suite à l'effet de fissure. Notons qu'un arbre sans fissure montre un signal périodique obtenu à la fréquence d'excitation plus la fréquence naturelle suite au faible amortissement de l'arbre ( $0.05$  N. s/m). Tandis que l'arbre fissuré montrent des harmoniques de la fréquence d'excitation ainsi des modulations de la fréquence de rotation et de la fréquence naturelle dues au comportement non linéaire de la rigidité surtout selon l'axe verticale.

---

**REFERENCES**  
**BIBLIOGRAPHIQUES**

---

**REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

- [1] Djeflal, S. (2016). Etude de l'influence de paramètres géométriques et mécaniques sur l'évolution des fréquences propres et des vitesses critiques par le diagramme de Campbell (*Mémoire de Master, Université Larbi Ben M'hidi Oum El-Bouaghi*).
- [2] Kanyiki, T. (2018). Simulation par la Méthode des Eléments Finis du Comportement Vibratoire d'un Rotor
- [3] Djeflal, S. (2016). Etude de l'influence de paramètres géométriques et mécaniques sur l'évolution des fréquences propres et des vitesses critiques par le diagramme de Campbell.
- [4] Erich, Fredric F (1992) Handbook of Rotor dynamics, USA: *Mc Graw-HILL, Inc.*
- [5] Samuelsson, J. (2009). "Rotor dynamic analysis of 3D-modeled gas turbine rotor in Ansys". *Mémoire de Master, Linköping University of Technology, Sweden*.
- [6] Boyce, M. P. (2011). Gas turbine engineering handbook. *Elsevier. 3rd Edition, Gulf Professional Publishing*.
- [7] Nelson, F. C. (2002). A review of the origins and current status of rotor dynamics. In *Sixth International Conference on Rotor Dynamics, Sydney, Australia*.
- [8] Imregun, M., & Ewins, D. J. (1995). Complex modes-origins and limits. In *Proceedings-SPIE The International society for optical engineering* (pp. 496-496). SPIE INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICAL.
- [9] Robin, L. (1956). Campbell (R.). Théorie générale de l'équation de Mathieu et de quelques autres équations différentielles de la mécanique. In *Annales des Telecommunications (Vol. 11, No. 11, pp. 259-260)*. Springer-Verlag.
- [10] W. J. Chen. (1997) Energy analysis to the design or rotor-bearing systems. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 119:411-417.
- [11] Genta, G. (1992). A fast modal technique for the computation of the Campbell diagram of multi-degree-of-freedom rotors. *Journal of Sound and vibration*, 155(3), 385-402.
- [12] Tiwari R (2017) Rotor Systems: Analysis and Identification. *Boca Raton: CRC Press, Taylor and Francis Group*
- [13] Darpe, A. K., Gupta, K., & Chawla, A. (2004). Coupled bending, longitudinal and torsional vibrations of a cracked rotor. *Journal of sound and vibration*, 269(1-2), 33-60.
- [14] Dharmaraju, N., Tiwari, R., & Talukdar, S. (2005). Development of a novel hybrid reduction scheme for identification of an open crack model in a beam. *Mechanical systems and signal processing*, 19(3), 633-657.

- [15] Orhan, S. (2007). Analysis of free and forced vibration of a cracked cantilever beam. *Ndt & E International*, 40(6), 443-450.
- [16] Sinou, J. J. (2007). Effects of a crack on the stability of a non-linear rotor system. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 42(7), 959-972.
- [17] Al-Shudeifat, M. A., Butcher, E. A., & Stern, C. R. (2010). General harmonic balance solution of a cracked rotor-bearing-disk system for harmonic and sub-harmonic analysis: analytical and experimental approach. *International journal of engineering science*, 48(10), 921-935.
- [18] Al-Shudeifat, M. A. (2013). On the finite element modeling of the asymmetric cracked rotor. *Journal of sound and vibration*, 332(11), 2795-2807.
- [19] Lu, Z., Hou, L., Chen, Y., & Sun, C. (2016). Nonlinear response analysis for a dual-rotor system with a breathing transverse crack in the hollow shaft. *Nonlinear Dynamics*, 83(1-2), 169-185.
- [20] Guo, C. Z., Yan, J. H., & Bergman, L. A. (2017). Experimental dynamic analysis of a breathing cracked rotor. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 30(5), 1177-1183.
- [21] GHARBI, O. *Etude dynamique d'un rotor avec fissure* (Doctoral dissertation).
- [22] Slimani, M. *Etude du comportement dynamique des structures à barres comportant des fissures* (Doctoral dissertation).
- [23] Pommier, S. et al. (2009). *La simulation numérique de la propagation de fissures* (p. 222). Hermès Science.
- [24] FELLAH, A. (2019). Influence des fissures sur le comportement vibratoire des rotors (Doctoral dissertation). *Université Abou bekr Belkaïd Tlemcen*.
- [25] Landolsi F, « SURVEILLANCE DES MACHINES PAR ANALYSE VIBRATOIRE ».
- [26] Augeix, D. (2001). *Analyse vibratoire des machines tournantes*. Ed. Techniques Ingénieur.
- [27] Jacques P, « Vibrations », *Techniques de l'Ingénieur, Doc A 410*.
- [28] Mayes, I. W., & Davies, W. G. R. (1976). The vibrational behaviour of a rotating shaft system containing a transverse crack. *Vibrations in rotating machinery*, 53-65.
- [29] ZIEBARTH, H., & EE, M. (1978). Influence d'une rainure transversale sur le comportement vibratoire d'un rotor. Fissure constamment ouverte ou fissure respirante dans un arbre, calcul et essais sur modèles, paramètres de l'excitation, détermination du début d'une fissuration par surveillance des vibrations, *V.D.I. BER ; DEU ; DA ; NO 320 ; PP. 37-44*

## ***Références bibliographiques***

---

---

[30] Grabowski, B. (1978). Schwingungsberechnung eines angerissenen turbinenlaufers. *In VDI-Berichte (Vol. 320, pp. 31-36). VDI-Verlag Dusseldorf.*

## ملخص

يهتم هذا العمل بتقديم تحليل ودراسة حول اهتزاز خط عمود مرن متشقق مدعوم بمحمل لتشخيص ودراسة تأثير الشق على السلوك الاهتزازي. ولهذا الغرض، يتم إجراء دراسة رقمية تستند على نموذج Jeffcot، حيث يحدد حل نظام المعادلات باستخدام Simulink. يتم إجراء التحليلات في مجالات الوقت والتردد، وقد أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها من هذه الدراسة أن حدة التشقق تنعكس من خلال وجود التوافقيات لتردد الدوران.

## Résumé

Ce mémoire s'intéresse à présenter une analyse vibratoire d'une ligne d'arbre flexible fissurée supportée par un palier rigide dans l'intérêt de diagnostiquer et d'étudier l'effet de la fissure sur le comportement vibratoire. Une étude numérique basée sur le modèle de Jeffcot est effectuée pour cela, la résolution du système d'équation est déterminée à l'aide de Simulink. Les analyses sont accomplies dans les deux domaines temporels et fréquentiel, les résultats obtenus suite à cette étude ont montré que la gravité de fissure est traduite par la présence des harmoniques de la fréquence de rotation et des modulations de la fréquence naturelle dues au comportement non linéaire de la rigidité surtout selon l'axe verticale.

**Mot clés :** Rotor flexible, rigide, fissure, vibration, dynamiques des rotors, fréquence, harmonique

## Abstract

This work is interested to present a vibratory analysis of a cracked flexible shaft line supported by a rigid journal bearing in order to diagnose and study the effect of the crack on the vibration behavior. A numerical study based on the Jeffcot model is carried out, the resolution of equation system is determined using Simulink. The analyses are performed in both time and frequency domains, the results obtained from this study have shown that the crack severity is reflected by the presence of the harmonics of the rotation frequency and frequency modulations at critical speeds, especially, in vertical vibrations due to the non linear behavior of rotor stiffness.

**Keywords:** Flexible rotor, rigid, crack, vibration, dynamic behavior, frequency, harmonic

