



UNIVERSITÉ IBN-KHALDOUN DE TIARET  
FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE



# MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour l'obtention du diplôme de Master

Domaine : Sciences & Technologie

Filière : Génie Mécanique

Parcours : Master

Option : Énergétique

## THÈME

**Etude numérique de la conduction thermique  
bidimensionnelle en régime stationnaire dans  
une ailette**

*Préparé par : M. DJERADI Khaled*

*M. LAGRAA Ahmed*

| Noms et prénoms       | Grade        | Lieu d'exercice   | Qualité          |
|-----------------------|--------------|-------------------|------------------|
| <b>ABED Belkacem</b>  | <b>M.C.B</b> | <b>UIK Tiaret</b> | <b>Président</b> |
| <b>KHALDI Sabrina</b> | <b>M.A.A</b> | <b>UIK Tiaret</b> | <b>Examineur</b> |
| <b>HAMMOU Mahmoud</b> | <b>M.A.A</b> | <b>UIK Tiaret</b> | <b>Encadreur</b> |

DJERADI Khaled

# **DEDICACES**

*A ma très chère mère*

*Quoi que je fasse ou que je dise, je ne saurai point te remercier  
comme il se doit. Ton affection me couvre, ta bienveillance me  
guide et ta présence à mes côtés a toujours été ma source de force  
pour affronter les différents obstacles.*

*A mon très cher père*

*Tu as toujours été à mes côtés pour me soutenir et m'encourager.  
Que ce travail traduit ma gratitude et mon affection.*

*A mes très chers frères Zakaria, Mansour et Yasser*

# Dédicaces

*Je dédie ce modeste travail à Mes très chers parents :*

*Ma mère qui a œuvrée pour ma réussite, de par son amour, son soutien, toutes les sacrifices consentis et ses précieux conseils, pour toute son assistance et sa présence dans ma vie, reçois à travers ce travail aussi modeste soit-il, l'expression de mes sentiments et de mon éternelle gratitude.*

*Mon père qui peut être fier et trouver ici le résultat de longues années de sacrifices et de privations pour m'aider à avancer dans la vie .Merci pour les valeurs nobles, l'éducation et le soutien permanent venu de toi.*

*A l'âme de mon grand père qui est mon destin dans ma vie  
Mon frère Abdeslam et Mes sœurs Zoulikha et Ibtihel*

*Mes amis qui n'ont cessé d'être pour moi des exemples de persévérance*

*Mes professeurs qui doivent voir dans ce travail la fierté d'un savoir bien acquis.*

*Mes collègues de section et mon encadreur Mr Hamou.M qui a fais des efforts a nous*

*Mon ami qui a sacrifié de grands efforts pour faire ce travail  
A toute ma famille*

*A tous ceux qui m'ont aidé dans ce travail  
MERCI.*

# Remerciements

*En tout premier lieu, je remercie le bon Dieu, tout puissant, de m'avoir donné la force pour survivre, ainsi que l'audace pour dépasser toutes les difficultés.*

*Je tiens à remercier également notre directeur de thèse **H. Mahmoud** pour le temps qu'il a consacré et pour les précieuses informations qu'il m'a prodiguées avec intérêt et compréhension.*

*J'adresse aussi mes vifs remerciements aux membres des jurys pour avoir bien voulu examiner et juger ce modeste travail.*

*Je ne laisserai pas cette occasion passer, sans remercier tous les enseignants et le personnel de la Faculté des sciences Appliquées et particulièrement ceux de la section génie mécanique pour leur aide et leurs précieux conseils et pour l'intérêt qu'ils portent à ma formation.*

*Enfin, mes remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin au bon déroulement de ce projet.*

# Sommaire

|   |    |
|---|----|
| Didicaces   |    |
| Remerciements   |    |
| Sommaire  |    |
| La liste des figures                                  |    |
| Nomenclature  |    |
| Introduction générale.....                            | 1  |
| I. Généralités sur les transferts de chaleur .....    | 3  |
| I.1. Introduction .....                               | 3  |
| I.2. Différents modes de transferts .....             | 3  |
| I.2.1. Conduction .....                               | 3  |
| I.2.2. Convection .....                               | 4  |
| I.2.3. Rayonnement.....                               | 5  |
| I.3. Notions Fondamentales .....                      | 5  |
| I.3.1. <i>La Température</i> .....                    | 5  |
| I.3.2. <i>Le Champ de Température</i> .....           | 6  |
| I.3.3. <i>Le Gradient de Température</i> .....        | 6  |
| I.3.4. <i>La Surface Isotherme</i> .....              | 7  |
| I.3.5. Le Flux de chaleur.....                        | 8  |
| I.3.6. Le Flux Thermique Surfaccique .....            | 8  |
| I.4. Les lois principales du transfert thermique..... | 8  |
| I.4.1. <i>La conduction thermique</i> .....           | 8  |
| I.4.1.1 <i>La conductivité thermique</i> .....        | 9  |
| I.4.3. <i>La convection thermique</i> .....           | 11 |
| I.3.4. <i>Le rayonnement thermique</i> .....          | 12 |
| I.5. Conclusion .....                                 | 13 |

|           |   |    |
|-----------|---|----|
| II.       | L'étude de distribution de températures dan les ailletes (Etat de L'art)                                    | 14 |
| II.1.     | Introduction  | 14 |
| II.2.     | Generalites sur les ailletes  | 14 |
| II.2.1.   | Définitions d'une ailette   | 14 |
| II.2.2.   | Déférentes type d'ailletes  | 15 |
| II.2.3.   | Importance d'utilisation de l'ailette   | 16 |
| II.2.4.   | Domaines technologiques et application des ailletes existent  | 16 |
| II.2.4.1  | Électronique et Informatique  | 16 |
| II.2.4.2  | La Mécanique  | 17 |
| II.2.4.3  | Le Chauffage et le changement climatique  | 19 |
| II.2.4.4  | Chauffage Résistances à ailletes  | 19 |
| II.2.4.5  | Chauffage liquide et hauts tubes à ailletes en aluminium bimétalliques de refroidissement de tube d'ailette | 19 |
| II.3.     | Paramètres des ailletes   | 20 |
| II.4.     | Quelque travaux sur les ailletes  | 21 |
| II.5.     | Conclusion  | 30 |
| III.      | Modélisation et numérisation du phénomène   | 31 |
| III.1.    | Introduction  | 31 |
| III.2.    | Modèle mathématique   | 31 |
| III.2.1.  | Modelisation gèometrique  | 31 |
| III.4.2.  | Equation d'une ailette a section rectangulaire  | 32 |
| III.3.    | Application numerique   | 36 |
| III.3.1.  | Généralites sur les differences finis   | 36 |
| III.3.1.1 | Difinition  | 36 |
| III.3.1.2 | Les étapes des les differences finis  | 36 |
| III.3.1.3 | Maillage non structure  | 38 |
| III.3.2.  | Résolution numérique de l'équation de chaleur en 2D   | 38 |

|           |   |    |
|-----------|---|----|
| III.3.2.1 | Problème physique .....   | 38 |
| III.3.2.2 | Modèle mathématique.....  | 39 |
| III.3.2.3 | approximation de la deuxième dérivé.....                                | 40 |
| III.4.    | Conclusion .....  | 42 |
| IV.       | Résultats et interprétations .....                                      | 43 |
| IV.1.     | Introduction.....   | 43 |
| IV.2.     | Résolution de l'équation de chaleur .....                               | 32 |
| IV.2.1.   | Les conditions aux limites.....   | 44 |
| IV.3.     | Comparaison entre la solution analytique et la solution numérique ..... | 45 |
| IV.3.1.   | Organigramme de la modélisation numérique .....                         | 45 |
| IV.4.     | Comparaison entre Différent matériaux .....                             | 48 |
| IV.4.1.   | Organigramme de la modélisation numérique .....                         | 48 |
| IV.5.     | Comparaison entre Différent Formes .....                                | 50 |
| IV.5.1.   | Organigramme de la modélisation numérique .....                         | 50 |
| IV.6.     | Conclusion .....  | 52 |
| V.        | <b>Conclusion generale</b> .....  | 53 |
|           | References Bibliographiques .....                                       | 54 |
|           | Resume .....  | 57 |

# Liste des figures

|  |    |
|--|----|
| <i>Fig I.1</i> Conduction thermique dans une barre de métal                  | 3  |
| <i>Fig I.2</i> Convection thermique dans un fluide                           | 4  |
| <i>Fig I.3</i> Le rayonnement thermique entre températures $T_1$ et $T_2$    | 5  |
| <i>Fig I.4</i> Différents types des champs                                   | 6  |
| <i>Fig I.5</i> Le gradient de Température                                    | 7  |
| <i>Fig I.6</i> Surfaces Isothermes   | 7  |
| <i>Fig I.7</i> Schéma du transfert de chaleur conductif                      | 9  |
| <i>Fig I.8</i> Le sens de gradient par rapport au flux thermique             | 9  |
| <i>Fig I.9</i> Classement de conductivité thermique des différents matériaux | 10 |
| <i>Fig I.10</i> Schéma du transfert de chaleur convectif                     | 12 |
| <i>Fig II.1</i> Représentation d'une Ailette                                 | 14 |
| <i>Fig II.2</i> Ailette longitudinale a profil rectangulaire                 | 15 |
| <i>Fig II.3</i> Tube cylindrique équipé d'ailettes                           | 15 |
| <i>Fig II.4</i> Epingle de a profil rectangulaire parabolique                | 15 |
| <i>Fig II.5</i> Microprocesseur  | 16 |
| <i>Fig II.6</i> Refroidisseur d'huile  | 17 |
| <i>Fig II.7</i> Refroidisseur d'eau  | 17 |
| <i>Fig II.8</i> Moteur Mécanique   | 18 |



|                  |   |    |
|------------------|---|----|
| <b>Fig II.9</b>  | Radiateur   | 18 |
| <b>Fig II.10</b> | Résistance à ailette  | 19 |
| <b>Fig II.11</b> | Ailettes en aluminium   | 19 |
| <b>Fig II.12</b> | Ailette rectangulaire   | 21 |
| <b>Fig II.13</b> | Ailette Triaangulaire   | 22 |
| <b>Fig II.14</b> | Ailette Concave   | 22 |
| <b>Fig II.15</b> | Ailette sous périodique   | 24 |
| <b>Fig II.16</b> | Ailette longitudinale à profil triangulaire                           | 25 |
|                  |   |    |
| <b>Fig III.1</b> | Représentation schématique d'une ailette rectangulaire                | 32 |
| <b>Fig III.2</b> | Bilan d'énergie sur une tranche d'ailette.                            | 32 |
| <b>Fig III.3</b> | Maillage  | 37 |
| <b>Fig III.4</b> | Ailette rectangulaire   | 38 |
| <b>Fig III.5</b> | Problème avec conditions aux limites                                  | 40 |
| <b>Fig III.6</b> | Discretisation du domaine   | 41 |
|                  |   |    |
| <b>Fig IV.1</b>  | Distribution de temperatures dan une ailette                          | 44 |
| <b>Fig IV..2</b> | Distribution de temperatures dan une ailette avec surfaces isothermes | 44 |
| <b>Fig IV.3</b>  | Organigramme de comparaison entre solution exacte et numérique        | 46 |

|                 |  |    |
|-----------------|--|----|
| <b>Fig IV.4</b> | Comparaison entre solution exacte et numérique                     | 47 |
| <b>Fig IV.5</b> | Organigramme de comparaison entre solution analytique et numérique | 48 |
| <b>Fig IV.6</b> | Comparaison entre différent conductivité                           | 49 |
| <b>Fig IV.5</b> | Organigramme de comparaison entre solution exacte et numérique     | 50 |
| <b>Fig IV.6</b> | Comparaison entre différent Formes                                 | 51 |

## Nomenclature

|                               |  |
|-------------------------------|--|
| $t$                           | Le temps [s]   |
| $h$                           | Coefficient de chaleur par convection [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ ] |
| $s$                           | La surface [ $\text{m}^2$ ]  |
| $\lambda$                     | La conductivité thermique [ $\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$ ]                           |
| $\vec{n}$                     | Vecteur unitaire normal à la surface   |
| $x(i)$                        | Coordonnée suivant x   |
| $y(i)$                        | Coordonnée suivant y   |
| $\frac{\partial}{\partial t}$ | Dérivée Partielle  |
| $\phi$                        | Flux thermique surfacique [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]                                      |
| $\varphi$                     | Flux thermique [ $\text{W}$ ]  |
| $Q$                           | La quantité de chaleur [J]   |
| $\sigma$                      | Constante de Stefan  |
| $\varepsilon$                 | L'efficacité de l'ailette  |
| $\eta$                        | Le rendement de l'ailette  |
| $\tanh$                       | Tangent hyperbolique   |
| $L$                           | Longueur de l'ailette [m]  |
| $T_\infty$                    | Température du fluide [K]  |
| $T_s$                         | Température de surface [K]   |
| $A_t$                         | Aire transversale de l'ailette (à la base) [ $\text{m}^2$ ]                              |

## Introduction générale

Le transfert thermique est un échange d'énergie entre deux corps de températures différentes. Il existe trois types de transfert thermique : la conduction, la convection et le transfert par rayonnement. On peut observer les phénomènes de transfert de chaleur aussi bien dans des situations industrielles (moteur d'automobile, échangeurs de chaleur, distillateur solaire, circuit électronique etc.....) .Aussi la théorie du transfert de la chaleur est une science qui étudie la façon dont la chaleur se propage d'une région à une autre sous l'influence d'une différence de température. Les phénomènes du transfert de chaleur sont très importants dans beaucoup de domaines industriels, comme la conception et calcul thermique des ailettes qui trouvent leurs places dans un champ très vaste et extrêmement variées. On peut citer par exemple, les échangeurs thermiques, le refroidissement des composantes électroniques,..... etc.

Le but de notre travail est de connaître la distribution et le calcul de température dans les ailettes et l'étude de l'influence de quelques paramètres comme les dimensions, formes et conductivité thermique et sur rendement de quelques ailettes de formes géométriques simples .Ce choix n'est pas exhaustif, les formes géométriques choisies sont les plus fréquemment rencontrées dans les appareillages thermiques ,Pour cela, le présent travail est consacré à la simulation numérique.

Le mémoire est composé de quatre chapitres ; commençant par une introduction générale parlant de la problématique et de la méthodologie adoptée pour étudier le problème.

Un premier chapitre exposant une introduction sur le transfert de chaleur et les différentes modes comme la conduction, la convection et le rayonnement.

Le deuxième chapitre présente une étude bibliographique sur les ailettes et leur conception et un état de l'art sur les travaux et les études récemment réalisés pour le calcul de caractéristiques de ces ailettes.

Le troisième chapitre est consacré à la modélisation de l'équation qui gouverne le phénomène en utilisant une méthode analytique et une méthode numérique.

Le chapitre quatre est constitué de deux volets:

Dans le premier volet nous expliquons une simulation numérique du calcul analytique que nous avons développé dans le chapitre précédent et l'influence des divers paramètres sur le comportement de l'ailette.

Le deuxième volet fournit les résultats que nous avons obtenus par le calcul numérique effectué dans le chapitre précédent et leurs interprétations.

A la fin, une conclusion générale sur le travail que nous avons effectué couronnée par des résultats que nous jugeons acceptable et que nous souhaitons d'une valeur scientifique et pédagogique intéressante, finalement une conclusion générale clôture ce travail.

## I.1 Introduction

L'énergie peut être transférée à partir d'interactions entre le système et son environnement.

A la base de l'étude des transferts thermiques se trouvent les principes de quantité de chaleur et de différence de température définis par la thermodynamique dans ses principes mêmes. Toutefois, la thermodynamique classique traite de l'état des systèmes sous l'angle macroscopique et ne fait aucune hypothèse concernant la structure de la matière. Ainsi, elle s'attache aux états d'équilibre et néglige les différents mécanismes qui y conduisent. L'étude de ceux-ci constitue la discipline qui nous intéresse: les transferts thermiques [1].

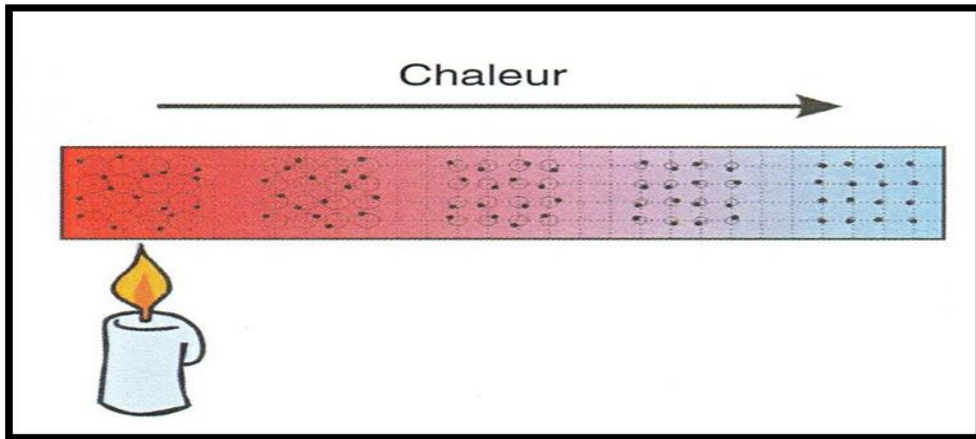
Le transfert de chaleur peut être défini comme la transmission de l'énergie d'une région à une autre sous l'influence d'une différence de températures. Il est régi par une combinaison de lois physiques. La littérature traitant du transfert de chaleur reconnaît essentiellement trois modes de transmission de la chaleur : la conduction, la convection et le rayonnement [1].

## I.2. Different Modes de Transfert de Chaleur

On distingue trois mécanismes d'échange de chaleur entre milieux matériels :

### I.2.1. Conduction

Echange de chaleur entre deux points d'un solide ou encore d'un liquide (ou d'un gaz) immobile et opaque. L'énergie de vibration (ou d'agitation) se transmet d'atome à atome (de molécule à molécule). C'est un transfert lent. Exemple : propagation de la chaleur dans une paroi entre un intérieur de bâtiment chauffé et l'extérieur [2]. La conduction thermique a le plus souvent lieu dans les métaux comme l'illustre la figure suivante *Fig I.1*.



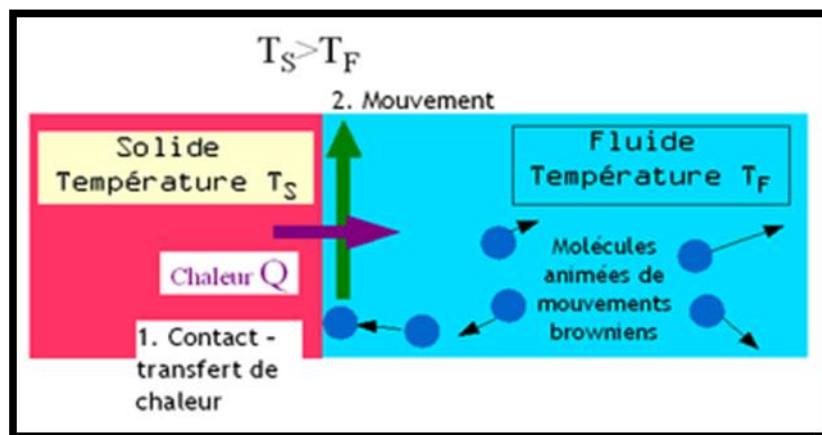
*Fig I.1* Conduction thermique dans une barre de métal

### I.2.2. Convection

Est un transfert de chaleur dans la matière avec mouvement macroscopique de la matière. Ce type de transfert n'intervient que pour les liquides et les gaz (C'est le fluide en mouvement qui transporte de la chaleur). On distingue deux types de convection :

La convection forcée : le mouvement du milieu est engendré par un dispositif externe (le vent, un ventilateur, ...) Exemple : refroidissement d'un bâtiment sous l'effet du vent. [2]

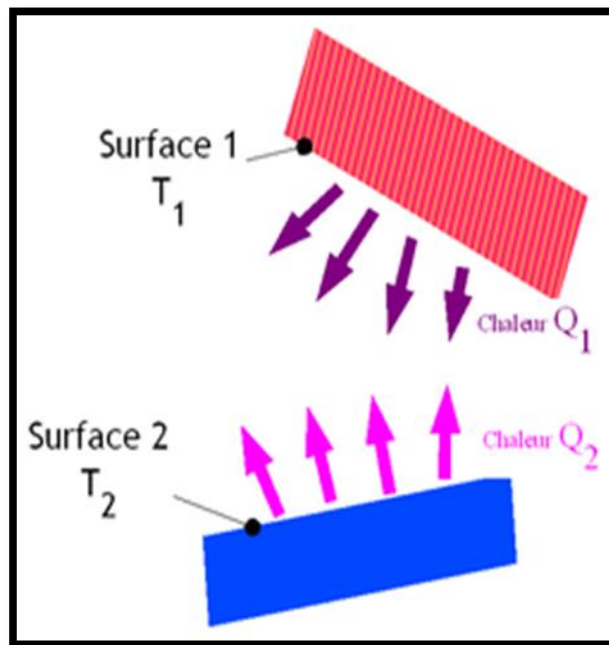
La convection naturelle : le mouvement du fluide est engendré par les variations de densité causées par les variations de température au sein du fluide. C'est un mode de transfert rapide en général. Exemple : mouvement de la vapeur au-dessus d'une tasse de café, principe du convecteur [2].



*Fig I.2* Convection thermique dans un fluide

### I.2.3. Rayonnement

Echange de chaleur entre deux parois séparées par un milieu transparent ou semi-transparent. Les matériaux ont la propriété d'absorber ou d'émettre des photons (ou des quantités d'énergie). L'énergie emportée par le photon est prélevée sur l'état d'énergie du corps et réciproquement l'énergie d'un photon absorbé est souvent transformée en chaleur. Cette propriété d'émission dépend donc de la température du milieu **Fig I.3**. Il s'agit d'un transfert à distance quasi-instantané sans nécessité de support matériel. Exemple : réchauffement d'un mur par le rayonnement solaire le jour, et chaleur émise par le mur la nuit [2].



**Fig I.3** Le rayonnement thermique entre deux surfaces portées à des températures  $T_1$  et  $T_2$

## I.3. Notions Fondamentales

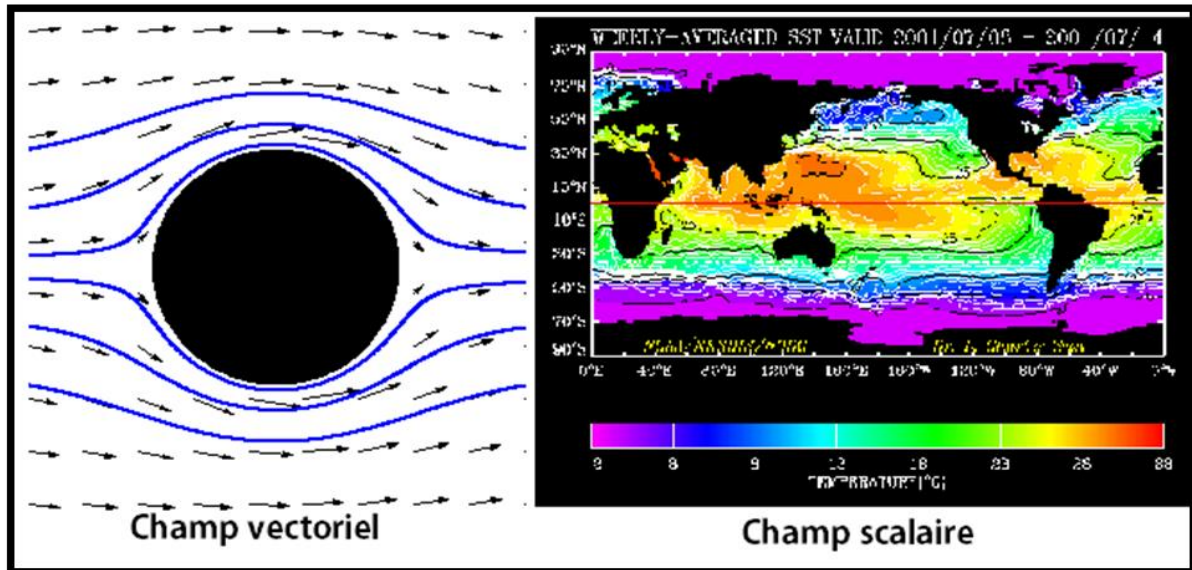
### I.3.1. La Température

Elle définie en chaque point de corps liquides, solides ou gazeux c'est une fonction scalaire de l'espace et de temps lorsque le problème en dépend (problème instationnaire) l'unité de température est le degré de kelvin [K] ou encore le degré Celsius [3]



### I.3.2. Le Champ de Température

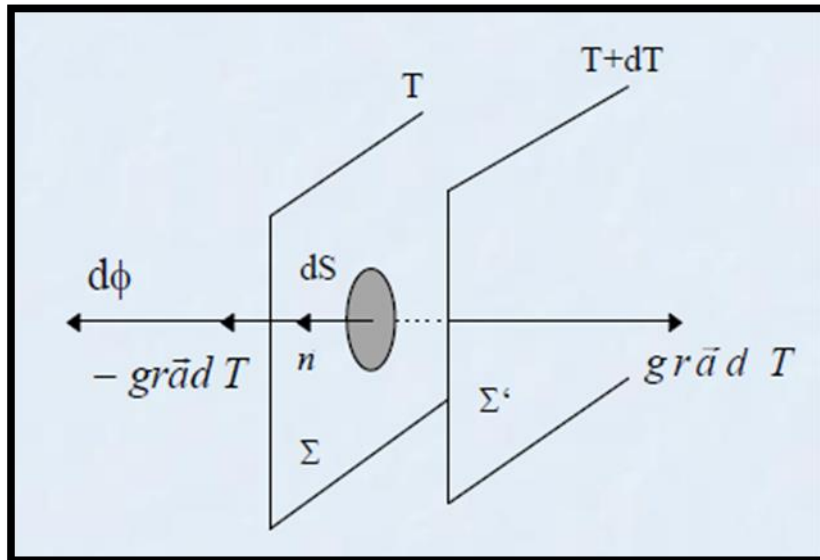
La valeur instantané de la température en tout point de l'espace est un scalaire  $T = T(x, y, z)$  appelé le champ de température. Si le champ de température indépendant du temps le régime est dite permanente ou (stationnaire) dans le cas contraire il est dit variable [3].



*Fig I.4 : Différent types des champs*

### I.3.3. Le Gradient de Température

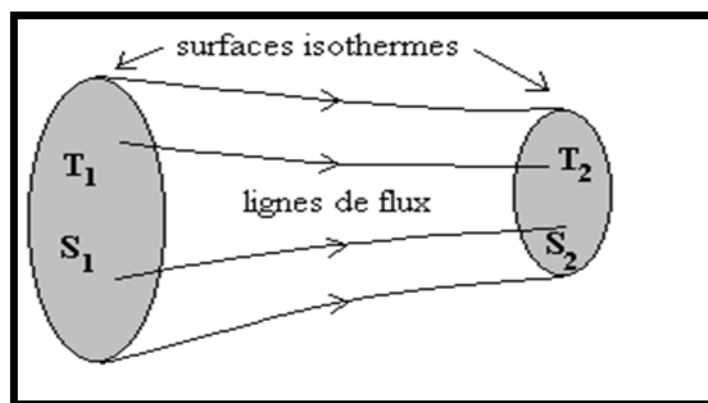
Deux surfaces isothermes  $\Sigma(T)$  et  $\Sigma(T+dT)$  ont la normale commune à ces deux surfaces  $dn$  la distance  $oo'$  (Fig I.5) On définit au point  $o$  vecteur gradient de température  $(grad) \vec{T}$  dans  $dx$  le module est égal à  $\partial T / \partial n$ . Du point de vue physique, le gradient de température représente donc le taux de variation de la température suivant la direction normale à l'isotherme. Le vecteur gradient est en chaque point normal à la surface isotherme passant par ce point [4].



*Fig I.5 : Le gradient de Température.*

#### I.3.4. La Surface Isotherme

Considérons dans un corps homogène un champ de température  $T$  défini en chaque point et à chaque instant par la fonction  $T(x, y, z, t)$ .  $x, y, z$  variables spatiales,  $t$  est le temps. Dans tout le corps on peut définir à l'instant  $t$  des surfaces lieu des points ayant la même température appelée surfaces isothermes (*Fig I.6*). Dans le cas particulier du régime permanent, qui sera développé ultérieurement, la température est indépendante du temps et les surfaces isothermes sont fixes [4].



*Fig I.6 : Surfaces Isothermes.*

### I.3.5. Le Flux de chaleur

C'est la quantité de chaleur qui traverse une surface  $S$  par unité de temps:

$$\Phi = \frac{Q}{t} [W] \quad (\text{I.1})$$

$Q$  s'exprime en J.

### I.3.6. Le Flux Thermique Surfaccique

Ou bien la densité de flux elle représente la puissance qui traverse l'unité de surface. Pour une surface perpendiculaire au flux de chaleur :

$$\varphi = \frac{\Phi}{S} [W/m^2] \quad (\text{I.2})$$

$\varphi$  s'exprime en  $W/m^2$ .

## I.4. Les lois principales du transfert thermique

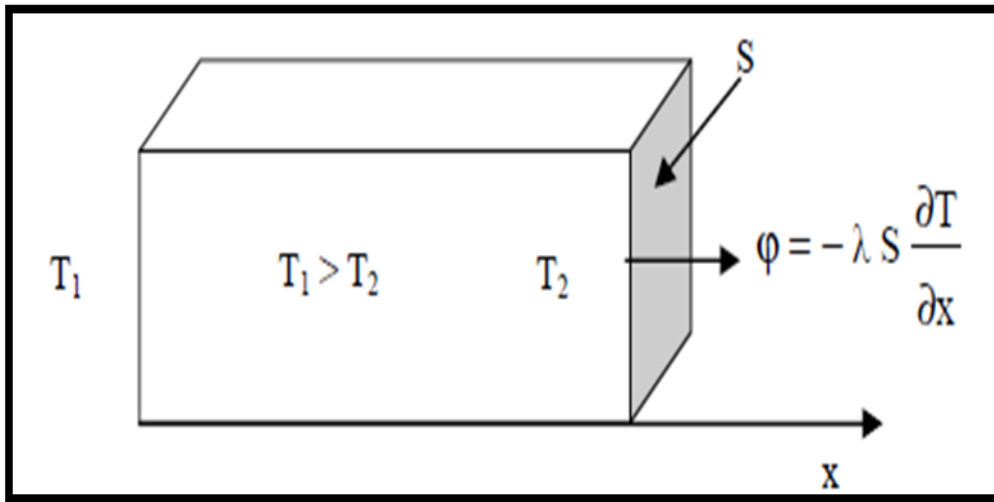
### I.4.1. La conduction Thermique

C'est le transfert de chaleur au sein d'un milieu opaque, sans déplacement de matière, sous l'influence d'une différence de température. La propagation de la chaleur par conduction à l'intérieur d'un corps s'effectue selon deux mécanismes distincts (**Fig I.7**): une transmission par les vibrations des atomes ou molécules et une transmission par les électrons libres [5], La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier

Joseph Fourier en 1822, stipulant que la densité de flux échangée par conduction est proportionnelle au gradient de température (proportionnalité entre la cause (le gradient) et l'effet (le flux)). Cette loi, appelée loi de Fourier s'écrit :

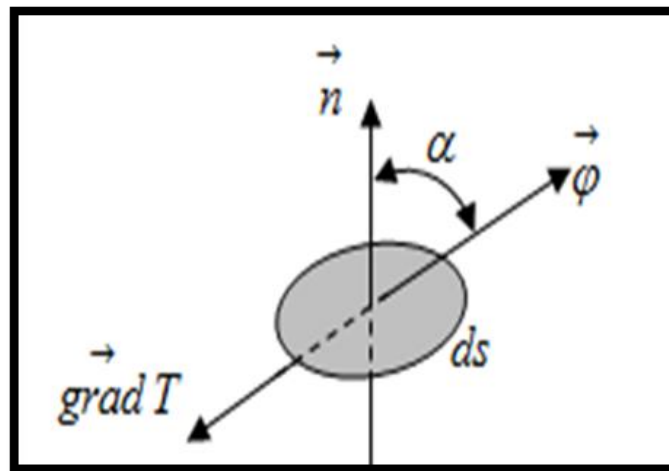
$$\varphi = -\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T \quad (\text{I.3})$$

Le coefficient de proportionnalité,  $\lambda$ , est la conductivité thermique, en  $W/m.K$ .



*Fig I.7: Schéma du transfert de chaleur conductif*

Le signe '-' intervenant dans cette loi traduit le fait que le flux de chaleur circule des zones chaudes vers les zones froides dans le sens opposé au gradient de température (*Fig I.8*).

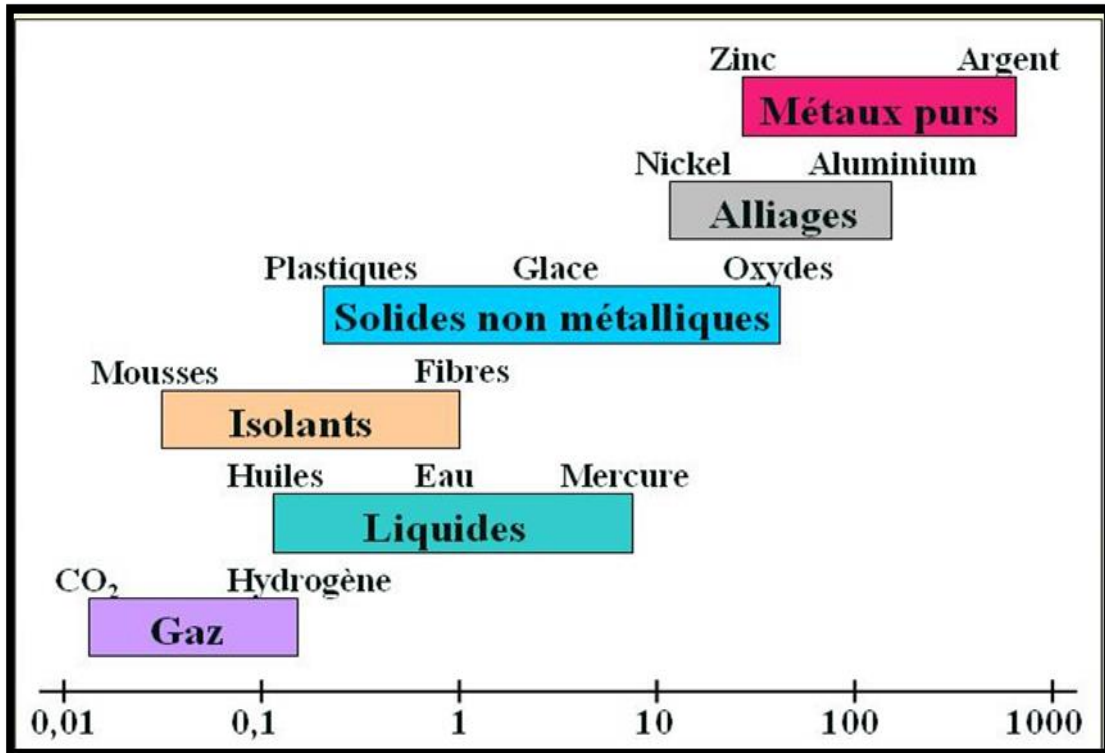


*Fig I.8: le sens de gradient par rapport au flux thermique*

#### I.4.1.1. La Conductivité Thermique

Souvent notée \$k\$ dans les pays anglo-saxons exprime, de par sa définition, l'aptitude d'un matériau à conduire la chaleur, est le flux de chaleur qui traverse une surface unité pour un matériau soumis à un gradient de température égal à l'unité. La conductivité thermique dépend de:

- La nature physico-chimique du matériau. **Fig I.9.**
- La nature de la phase considérée (solide, liquide, gaz) *Tab I.1*
- L'orientation dans les matériaux anisotropes et la température.



*Fig I.9 classement de conductivité thermique des différents matériaux*

| Liquide             | Conductivité Thermique $\lambda$ W/m/K | Gaz                     | Conductivité Thermique $\lambda$ W/m/K |
|---------------------|--|-------------------------|--|
| Acétone             | 0,20                                   | Air                     | 0,026                                  |
| Alcool, éthyle      | 0,17                                   | CO2                     | 0,017                                  |
| Mercure             | 8,7                                    | OXYGENE                 | 0,027                                  |
| Huile, engin        | 0,15                                   | NITROGEN                | 0,026                                  |
| L'eau               | 0,58                                   |                         |  |
| Solides Métalliques | Conductivité Thermique $\lambda$ W/m/K | Solides Non Métalliques | Conductivité Thermique $\lambda$ W/m/K |
| Fer                 | 73                                     | Amiante                 | 0,16                                   |
| Acier               | 46                                     | Brique Rouge            | 0,63                                   |
| Aluminium           | 210                                    | Papier Carton           | 0,2                                    |
| Cuivre              | 386                                    | Ciment                  | 0,3                                    |
| Argent              | 406                                    | La croute terrestre     | 1,7                                    |
| Or                  | 293                                    | Verre                   | 0,8                                    |
| Laiton Jaune        | 85                                     | Fibre de Verre          | 0,04                                   |

*Tab I.1 Quelques conductivité thermiques*

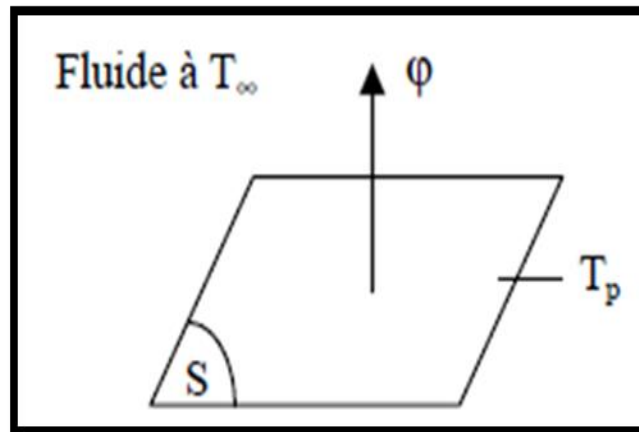
#### I.4.2. La convection Thermique

C'est le transfert de chaleur entre un solide et un fluide, l'énergie étant transmise par déplacement du fluide (*FigI.7*). Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de Newton [5].

Loi de Newton est La loi fondamentale de la convection est (1643-1727) qui stipule que la densité de flux de chaleur échangé entre une paroi solide et un fluide en écoulement est proportionnelle à l'écart de température qui lui a donné:

$$\varphi = h (T_p - T_\infty) \vec{n} \quad (\text{I.4})$$

Du point de vue du solide (flux entrant dans le fluide ou sortant du solide si  $T_p > T_\infty$ ):



*FigI.10: Schéma du transfert de chaleur convectif.*

Le coefficient ( $h$ ) est une grandeur positive appelée coefficient d'échange convectif, en ( $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ). Ce coefficient dépend de nombreux paramètres (fluide, type d'écoulement, état de surface...) et est donc extrêmement difficile à quantifier précisément.

#### I.4.2. Le Rayonnement Thermique

Le transfert de chaleur par rayonnement entre deux corps à des températures différentes séparés par du vide ou un milieu semi-transparent se produit par l'intermédiaire d'ondes électromagnétiques, donc sans support matériel. Ce mécanisme de transfert est régi par la Stephan-Boltzmann [5].

La loi de Stephan-Boltzmann: (1879) énonce que le rayonnement thermique d'une surface  $S$  noire à la température  $T_p$  et exprime que le flux d'énergie radiante émis par une surface idéale appelée « noire » est proportionnel à l'aire de cette surface et à la puissance quatrième de la température absolue  $T_p$  de la surface l'équation d'échange s'écrit :

$$\varphi = \varepsilon \sigma (T_p^4 - T_\infty^4) \quad (\text{I.5})$$

$\varepsilon$ : émissivité du corps ( $0 < \varepsilon \leq 1$ )

$\sigma$ : constante de Stefan =  $5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2/\text{K}^4$ .

On définit le coefficient d'émission  $\varepsilon$  d'une surface réelle comme étant le rapport du flux émis par cette surface à celui émis par la même surface si elle était noire, on a évidemment pour le corps noir.

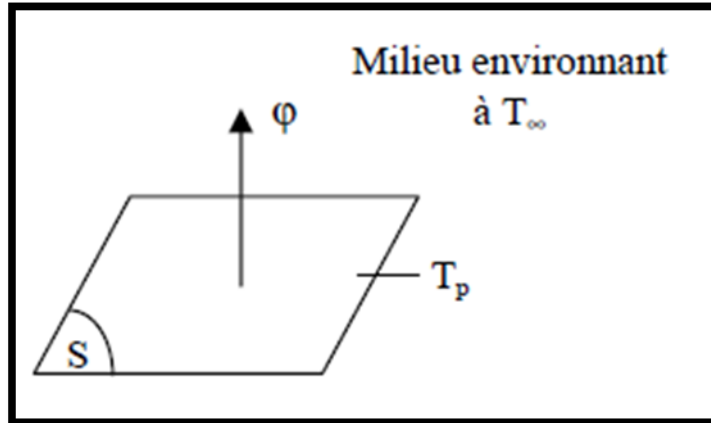


Fig I.11 Schéma du transfert de chaleur radiatif

### I.5. Conclusion

Le transfert de chaleur peut être défini comme étant la transmission de l'énergie d'une région à une autre une fois la différence de température entre elles établie. Il est régi par une combinaison des lois physiques et de relations empiriques déduites de l'expérimentation. Dans la littérature relative à cette discipline, on reconnaît généralement trois modes distincts de transmission de la chaleur : la conduction, la convection et le rayonnement.



## II.1 Introduction

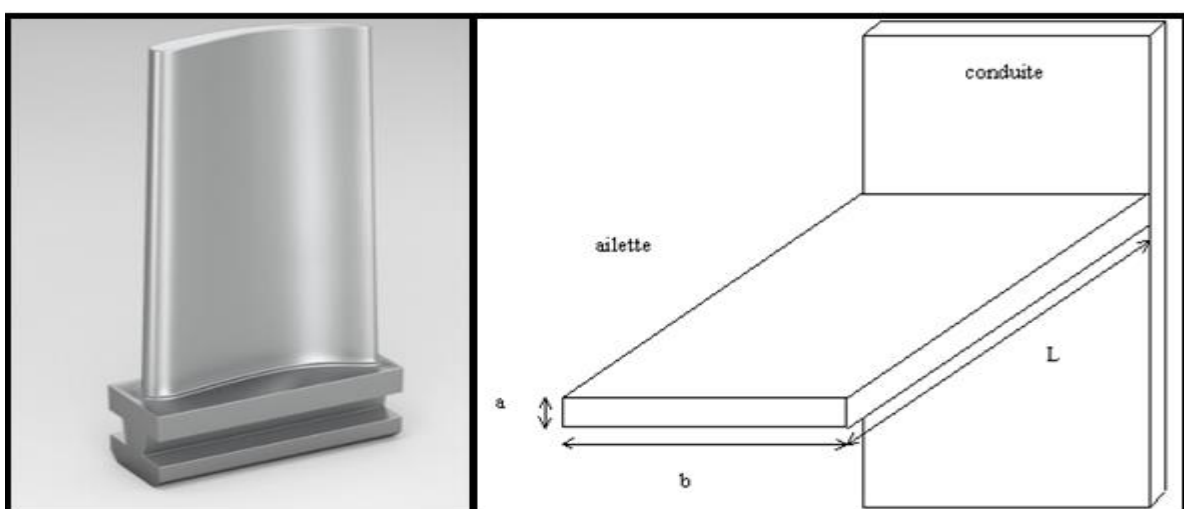
Les travaux étudiant la distribution de température dans les ailettes sont nombreux, en particulier ceux ayant de larges rapports d'aspect des ailettes simples et leurs efficacités. Une ailette est un dispositif thermique visant à augmenter la surface de contact avec un fluide extérieur pour augmenter les échanges convectifs, et donc le transfert de chaleur. Selon les lois de la physique, le coefficient de conductivité de l'air est inférieur d'environ 25 fois à celui de l'eau, pour évacuer la même quantité de chaleur, il faut donc augmenter considérablement la surface métallique en contact avec le fluide de refroidissement. Technologiquement cela se traduit par l'utilisation d'ailettes.

## II.2 Généralités sur les ailettes

### II.2.1. Définitions d'une ailette

Une ailette est un dispositif thermique visant à augmenter la surface de contact avec un fluide extérieur pour augmenter les échanges convectifs, et donc le transfert de chaleur.

L'ailette est le corps chaud, la chaleur se propage par conduction à travers l'ailette qui est refroidi par convection par le fluide environnant [6].



*Fig. II.1 : Représentation d'une Ailette*

Le choix des ailettes résulte finalement d'un compromis entre le prix, les pertes de charge et les qualités de chaleur échangée. Parce que les ailettes sont utilisées pour améliorer le transfert de chaleur, leur forme doit être optimisée de telle sorte que le flux de chaleur est maximisé lorsque l'espace et les matériaux utilisés pour les surfaces à ailettes sont contraints [7].

## II.2.2. Différentes type d'ailettes

### II.2.2.1. Ailette longitudinale a profil rectangulaire

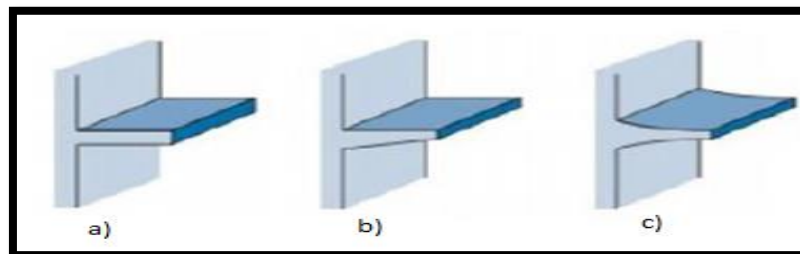


Fig. II.2 a) rectangulaire. b) trapézoïdale. c) parabolique.

### II.2.2.2. Tube cylindrique équipé d'ailettes

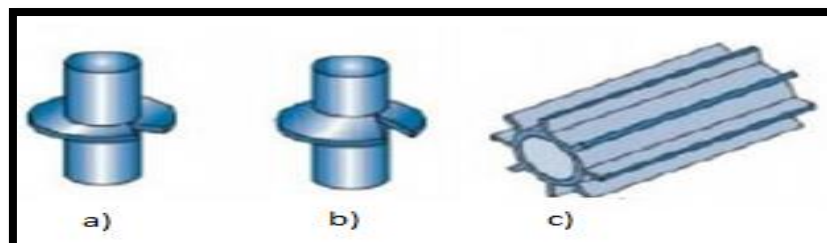


Fig. II.3 a) rectangulaire. b) trapézoïdale. c) parabolique.

### II.2.2.3. Epingle de a profil rectangulaire parabolique

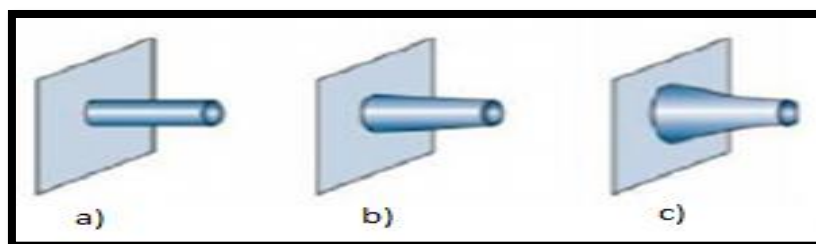


Fig II.4 a) rectangulaire. b) trapézoïdale. c) parabolique.

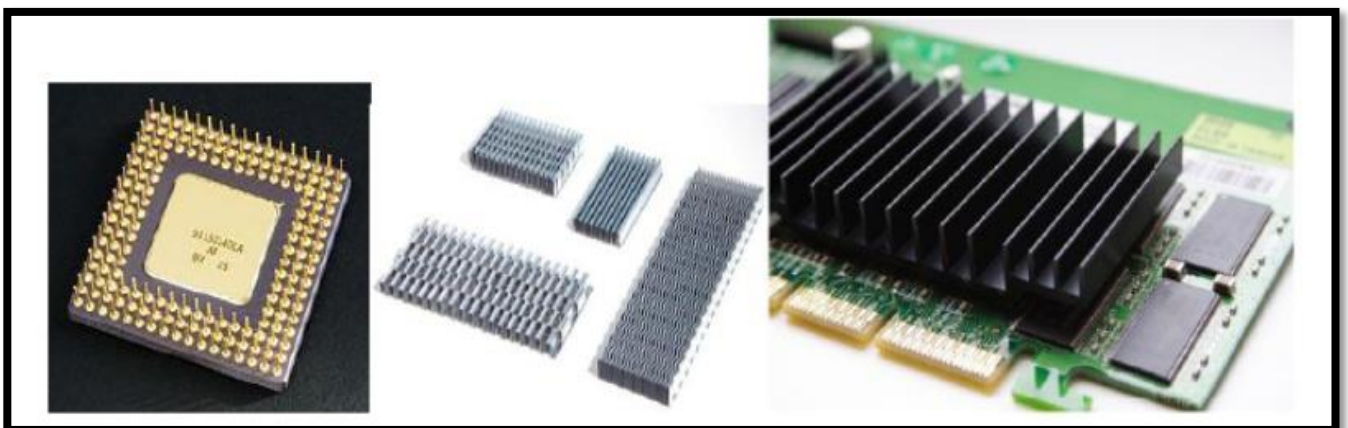
### II.2.3. Importance d'utilisation de l'ailette

Les ailettes sont utilisées lorsqu'il faut extraire une quantité de chaleur importante dans un encombrement réduit, par exemple dans le radiateur d'automobile, le carter de moteur refroidi par air, l'évaporateur de climatiseur, etc. [7]. L'importance des ailettes, même si leur forme peut beaucoup varier, les ailettes sont indispensables pour améliorer le rendement de tout échangeur de chaleur. Que le but soit de refroidir un élément en transmettant sa chaleur à l'air ambiant, ou au contraire de chauffer un fluide grâce à une résistance électrique, le principe des échangeurs reste toujours le même, et des ailettes y sont presque toujours associées [8].

### II.2.4. Domaines technologiques et application des ailettes existant

#### II.2.4.1. Électronique et Informatique

Les circuits intégrés qui composent un ordinateur, le processeur et le processeur graphique notamment, sont des composants actifs dont une grosse partie de l'énergie qu'ils consomment est convertie en chaleur [9]. Ce qui explique la nécessité de refroidir ces composants. Les microprocesseurs des ordinateurs génèrent beaucoup de chaleur lors de leur fonctionnement. Afin d'éviter que ceux-ci soient endommagés par une surchauffe, ils sont parfois recouverts par un radiateur. Le plus souvent en aluminium, ce système d'ailettes transmet directement la chaleur du processeur à l'air [8].



*Fig. II.5 Microprocesseur*

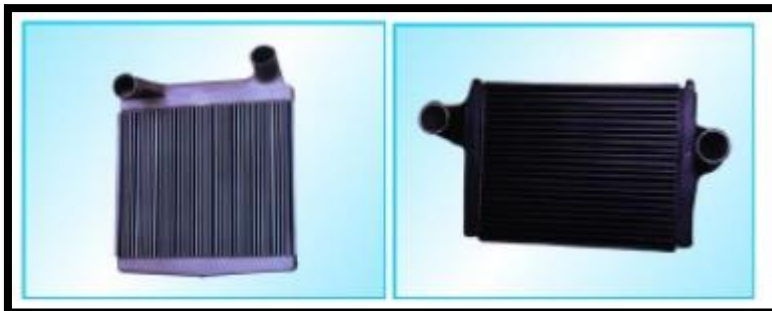
### II.2.4.2. La Mécanique

#### A. La Mécanique de l'automobile

Dans une automobile le circuit de refroidissement à eau comprend, entre autres tuyaux, la « pompe à eau », le réservoir d'eau, le radiateur et le calorstat.



*Fig. II.6 Refroidisseur d'huile*



*Fig. II.7 Refroidisseur d'eau*

#### B. Moteur

Les ailettes sur le moteur permettent le refroidissement de celui-ci : c'est le même phénomène qui se passe avec les balcons ou les acrotères d'un bâtiment [10]

Le refroidissement par air, malheureusement abandonné sur les véhicules actuels, est évidemment d'une extrême simplicité et présente de ce fait de nombreux avantages : fiabilité totale, pas de risque de gel, prix de revient modique. La chaleur de la combustion du moteur est évacuée par de nombreuses ailettes venues de fonderie avec les cylindres et les culasses. Il est évidemment nécessaire d'avoir un certain vent relatif pour que le système soit efficace et

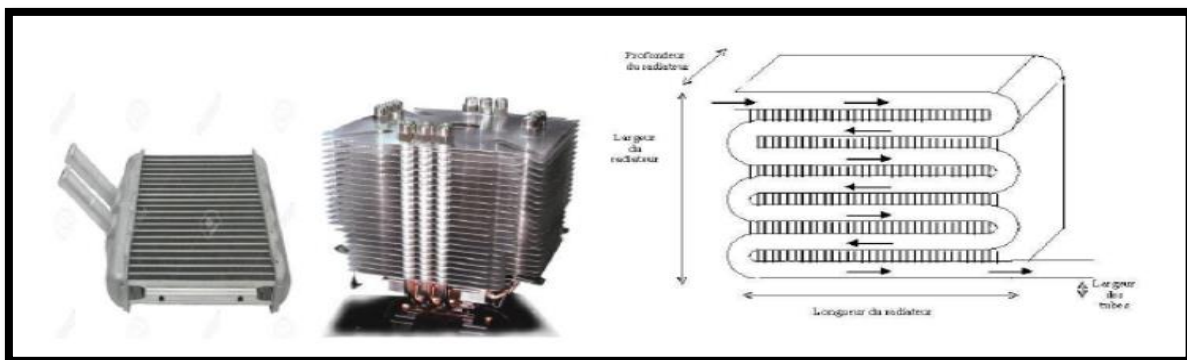
que le moteur ne chauffe pas anormalement ; c'est pourquoi c'est surtout sur les avions et les motos qu'il a été employé. Tous les moteurs d'avions légers sont équipés de moteurs à cylindres à plat refroidis par air [11]. Ce type de refroidissement est utilisé dans les moteurs d'avions : en effet le critère est le fonctionnement du moteur dans toutes les situations et donc il vaut mieux utiliser l'air **Fig. I.8** .Il est également utilisé sur des motos. Dans la suite de cette étude, les calculs seront effectués dans le laboratoire des transferts thermiques [12].



*Fig. II.8 Moteur Mécanique*

### C. Les radiateurs

Les ailettes thermiques peuvent aussi être nommées radiateurs. Leur but est alors de refroidir un élément, en transmettant l'excédent de chaleur au milieu extérieur, c'est-à-dire l'air dans la plupart des cas [8]. Le radiateur d'une voiture permet de refroidir le moteur. Le liquide de refroidissement circule dans des tubes auxquels sont associées des ailettes thermiques qui transmettent cette chaleur à l'air **Fig. I.9**. La circulation de l'air est assurée par la vitesse du véhicule, ce qui assure un phénomène de convection suffisant [13].



*Fig. II.9 Radiateur*

### II.2.4.3. Le Chauffage et le changement climatique

Application la plus connue, les systèmes de chauffage des particuliers mettent en jeu des systèmes d'ailettes thermiques afin de transmettre la chaleur issue d'une résistance (dans le cas du chauffage électrique), ou d'un fluide caloporteur (porteur de chaleur) en circulation, à l'air ambiant.

### II.2.4.4. Chauffage Résistances à ailettes

Résistances à ailettes rectangulaires- Résistances à ailettes spiralées Destinées au chauffage de l'air ou de gaz en convection naturelle ou forcée, elles sont utilisées dans les aérothermes et batteries statiques, étuves, tunnels de séchage... [14]



*Fig. II.10 Résistance à ailette*

### II.2.4.5. Chauffage liquide et hauts tubes à ailettes en aluminium bimétalliques de refroidissement de tube d'ailette



*Fig. II.11 Ailettes en aluminium*

### II.3. Paramètres des ailettes

L'ailette a pour fonction d'amplifier les échanges de chaleur entre un plan fixe et un fluide extérieur. Donc on cherche à maximiser le débit de chaleur évacuée. Il est intéressant alors d'étudier l'évolution de ces deux paramètres.

#### a. Le rendement

Une ailette est définie comme étant le rapport entre la chaleur réellement transmise à travers l'ailette et la chaleur qui serait transmise par convection à partir de la surface de base de la tige, si l'ailette était supprimée.

$$(II.1) \eta = \frac{Q_{ailette}}{h \cdot A_{total\ surf} (T_s - T_\infty)}$$

- $T_\infty$       Température du fluide    [K]
- $T_s$         Température de surface    [K]
- $h$          Coefficient d'échange moyen entre l'ailette et l'air    [W/m<sup>2</sup> K]
- $A_t$         Aire totale de la surface de l'ailette [m<sup>2</sup>]

#### b. L'efficacité

L'efficacité peut être définie comme le rapport entre la chaleur réellement transmise à travers l'ailette et la chaleur qui serait transmise par convection si toute l'ailette était à la température de surface  $T_s$ .

$$\varepsilon = \frac{Q_{ailette}}{h \cdot A_t (T_s - T_\infty)} \quad (II.2)$$

- $T_\infty$       Température du fluide    [K]
- $T_s$         Température de surface    [K]
- $h$          Coefficient d'échange moyen entre l'ailette et l'air    [W/m<sup>2</sup> K]
- $A_t$         Aire transversale de l'ailette (à la base) [m<sup>2</sup>]

#### II.4. Quelques travaux sur les ailettes

De nombreux auteurs ont traité le phénomène de la distribution de températures dans les ailettes et comment améliorer l'efficacité et le rendement. Comme Mohammed MEHEMMAI, Hafied REZIK, MEHIRA [15] Ali a fait une comparaison des efficacités des ailettes en cascade à l'aide du logiciel Maple Ils se sont intéressés de La solution de l'efficacité des différents types d'ailettes et utilisent les lois des efficacités de chaque forme géométrique des ailettes

##### 1- Ailette longitudinale de profil rectangulaire

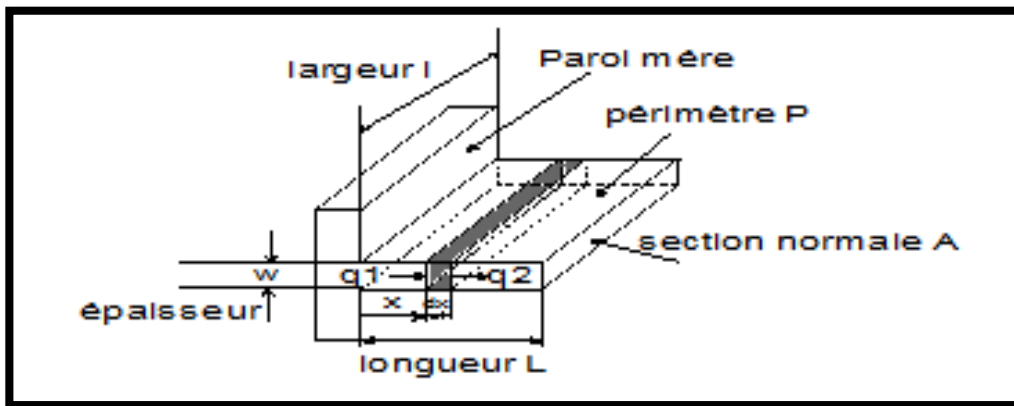


Fig. II.12 Ailette Rectangulaire

$$x = 0, \theta = \theta_0, x = l, k \frac{d\theta}{dx} = 0 \quad (\text{II.7})$$

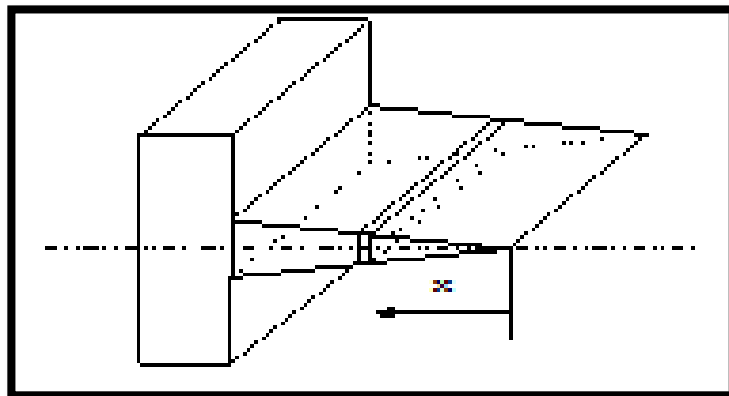
Efficacité de l'ailette:

$$\eta_d = \frac{\tanh(mL)}{mL} \quad (\text{II.8})$$

- $\tanh$  Tangent hyperbolique
- $m$  Le facteur de périmètre/ surface
- $L$  Longueur de l'ailette [m]



2- Ailette longitudinale de profil triangulaire :



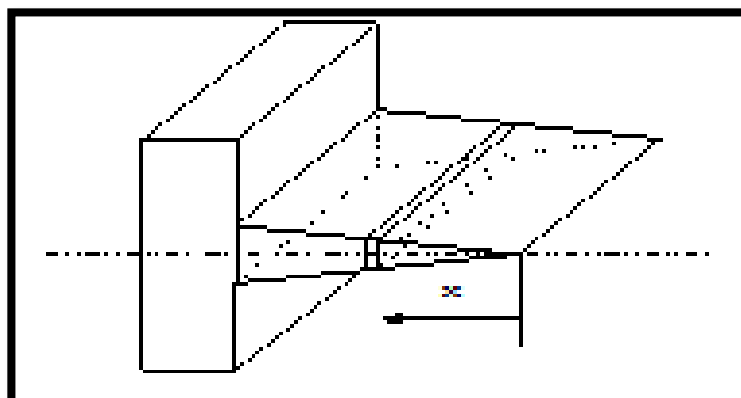
*Fig. II.13 Ailette Triangulaire*

$$x = 0, \theta = \theta_0, x = l, k \frac{d\theta}{dx} = 0 \quad (\text{II.9})$$

Efficacité de l'ailette:

$$\eta = \frac{2}{2p\sqrt{L}} \cdot \frac{\text{Bessell}(1,2p\sqrt{L})}{\text{Bessell}(0,2p\sqrt{L})} \quad (\text{II.10})$$

3- Ailette longitudinale (profil concave)



*Fig. II.14 Ailette concave*

$$x = 0, \theta = \theta_0, x = l, -k \frac{d\theta}{dx} = h_e \theta \quad (\text{II.11})$$

Efficacité de l'ailette:

$$\eta = \frac{1}{mL} \cdot \frac{\text{Bessell}\left(\frac{2}{3}\frac{4}{3}mL\right)}{\text{Bessell}\left(-\frac{1}{3}\frac{4}{3}mL\right)} \quad (\text{II.12})$$

Ils arrivent que Les ailettes jouent un rôle rentable dans le domaine des échangeurs de chaleur et l'efficacité des ailettes triangulaires est la meilleure parmi les autres ailettes. Les ailettes en cascade nous permettent de les utiliser dans des cas spécifiques. Le logiciel " MAPLE " résout l'équation de la chaleur et donne la solution analytique de la distribution de température et l'efficacité des différentes ailettes avec une grande précision.

A. Aziz and T. Y. Na [16] Ont étudié à partir d'une analyse de perturbation, le transfert thermique périodique dans une ailette avec une conductivité thermique dépendant de la température et un coefficient de transfert thermique de la coordonnée. Le problème d'ordre zéro qui correspond au comportement stationnaire est résolu par une quasi-linéarisation. Une méthode de combinaison complexe est utilisée en liaison avec un schéma numérique et non-itératif, pour résoudre les problèmes du premier et du second ordre. La nature non-linéaire du problème donne lieu à une composante non-oscillante dans le terme de second ordre qui cause un changement dans les valeurs moyennes de température et de flux thermique. Le sens de ce changement dépend du paramètre  $\alpha$  de conductivité thermique. Si  $\alpha \geq 0$ , la température moyenne est accrue tandis que le flux moyen de chaleur est diminué. Pour  $\alpha < 0$ , l'effet est opposé.

Les résultats détaillés sont présentés et discutés pour les effets des différents paramètres sur la distribution de la température, le flux moyen de chaleur et l'efficacité moyenne de l'ailette

Ahmadikia H., Rismanian M [17] ont établi la Solution analytique d'un problème de conduction thermique non de Fourier sur une ailette sous périodique conditions aux limites.

Ils Considèrent une ailette droite d'épaisseur uniforme  $b$ , largeur  $w$ , et la longueur  $L$ , qui a une température initiale  $T_0$  **Fig. I.15**. Le rapport  $b / L$  est une petite valeur et l'extrémité de l'ailette ( $x = L$ ) est adiabatique. À une heure précise, une condition de limite de température périodique est appliquée à la base de l'ailette ( $x = 0$ ).

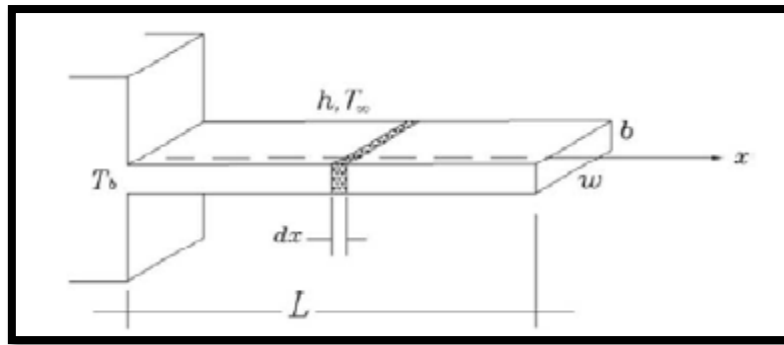


Fig. II.15 Ailette sous périodique

$$T_b(0, t) = T_{bm} + A \cos(\omega t)(T_{bm} - T_{\infty}) \quad (\text{II.13})$$

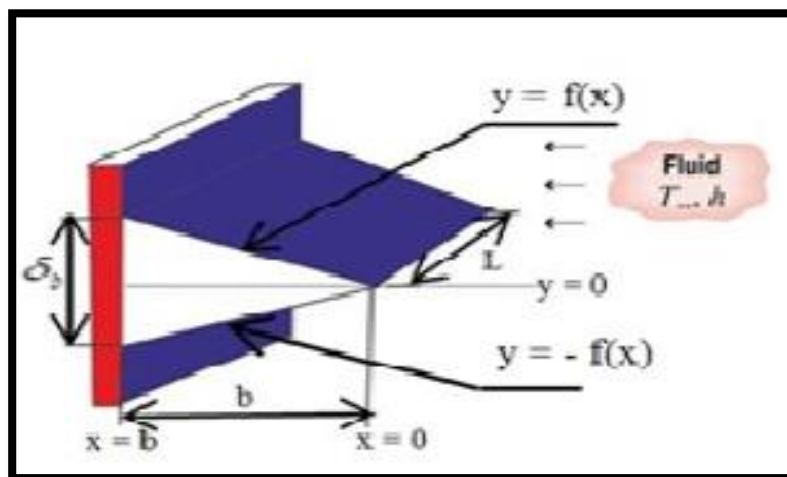
$T_b$ ,  $T_{\infty}$  et  $T_{b, m}$  sont la température de base périodique, ambiante la température et la température de base moyenne, respectivement.  $A$  est l'amplitude de la température d'entrée et  $\omega$  est l'oscillation de la température la fréquence. Les surfaces latérales de l'ailette dissipent la chaleur dans l'environnement par coefficient de transfert de chaleur par convection. L'hyperbolique, L'équation de conduction thermique pour l'ailette est donnée par Eq(II.14) :

$$k \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} - 2 \frac{h}{b} (T - T_{\infty}) = \tau \rho C \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial t^2} + \rho C \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} + 2\tau \frac{h}{b} \frac{\partial}{\partial t} (T - T_{\infty}) \quad (\text{II.14})$$

$T(x, t)$  représente la température;  $k$ ,  $\rho$  et  $C$  sont les thermiques conductivités, densité et capacité thermique spécifique dans un milieu, respectivement.  $\tau$  est le temps de relaxation, ce qui signifie que le chemin libre  $\lambda$  est supérieur à la vitesse de phonon et à  $v$  (vitesse de son dans le médium). Le temps de relaxation montre qu'il y a un temps de retard fini pour l'apparition d'un courant thermique après une température la pente est imposée sur un support. En l'absence de temps de relaxation ( $\tau = 0$ , l'équation (II.14) est réduite au facteur de Fourier classique). Loi (II.14) est une équation de vague de chaleur qui propage une perturbation de la température sous la forme d'une vague de chaleur; cette équation est amortie en utilisant le coefficient de diffusivité  $\alpha$ . Les quantités suivantes sans dimension, c'est-à-dire sans dimension température  $\theta$ , sans dimension transfert de chaleur par convection  $H$ , sans dimension temps  $\xi$ , espace sans dimension  $\eta$ , sans dimension fréquence de l'oscillation de température, et sans dimension.

Farshad Panahizadeh, Mohammed Hasnat, Ashkan Ghafouri [18] ont réalisé une étude numérique est d'examiner le transfert de chaleur transitoire dans un type d'ailette longitudinal polyvalent avec le profil triangulaire

Comme le montre la *Fig. I.16*, une ailette longitudinale à profil triangulaire considérée qui est un transfert de chaleur unidimensionnel conduction de convection-conduction est arrivé en elle. En assumant une condition non stable axisymétrique, et tenant également compte du temps et des marches dans l'espace résolu.



*Fig. II.16 Ailette longitudinale à profil triangulaire*

Les résultats montrent également la efficacité des nageoires en augmentant le temps d'étude diminue en raison d'une réduction du transfert de chaleur total qui se produit dans l'ailette. Le étude d'indépendance de la grille montre que pour le nombre de nœuds supérieur plus de 20 le résultat ne sera pas changé et même comme avant. Finalement, le résultat du code Fortran vérifié par le code commercial CFD qui repose sur méthode des différences finies et il a été démontré avoir un accord cohérent.

Ravindra Kondaguli [19] fait l'analyse CFD et la comparaison de l'analyse du transfert de chaleur et de la perte de charge pour différents façonner les ailettes avec le conduit rectangulaire lorsque la surface est la même pour tous. Il y a deux formes fines utilisent pour l'analyse comme ailette rectangulaire, cylindrique (circulaire).

Le but de cette étude est de déterminer les dimensions et les formes optimales pour ailettes longitudinales rectangulaires, ailettes cylindriques à broches comprenant une

conduction thermique transversale. Cette analyse terminée pour calculer Taux de transfert de chaleur maximal de la surface de l'ailette et perte de pression minimale dans le conduit due au changement de forme. Pour l'analyse un trois l'outil CFD ANSYS 15.0 Fluent a été utilisé. Le modèle a trois parties de base comme base solide, ailette solide conduit de surface et rectangulaire. La chaleur fournie à l'ailette solide et elle conduit à la surface de l'ailette et simultanément elle est convectée à l'air qui coulait dans le conduit. Les modèles sont générés dans le logiciel Solide Works. Il a ensuite importé dans ANSYS 15.0 Courant Les conditions aux limites étaient définies avec une propriété matérielle appropriée dans le logiciel Fluent. Dans le solveur tous les flux étaient spécifiés comme étant stable et incompressible. Le modèle de turbulence k-e réalisable avec fonction murale standard a été défini pour chaque modèle d'écoulement turbulent. Le solveur 3D séparé avec une formulation implicite a été défini pour résoudre les modèles. Des résultats différents calculés à différents nombres de Reynold pour le flux laminaire et le flux turbulent. Après la résolution, le post-traitement est terminé et a obtenu des résultats différents sous forme de courbes de niveau, de courbes X-Y et de courbes vectorielles pour les écoulements laminaire et turbulent, y compris le taux de transfert de chaleur et perte de pression. Selon la discussion des résultats sur la base des données imprimées, il est conclu que le taux de transfert de chaleur est minimum pour la surface des ailettes de forme rectangulaire et maximum pour la surface des ailettes circulaires et perte de charge minimale dans le conduit cas d'ailette circulaire, il est donc préférable de l'utiliser là où le taux de transfert de chaleur maximal est requis. Cette étude montre également que les des modèles reposant sur une analyse expérimentale peuvent réduire à la fois le temps et l'argent nécessaires à la création et à l'évaluation de l'ingénierie concepts, en particulier ceux qui traitent de l'écoulement des fluides et du transfert de chaleur

Mohammed Hasnat, Nourddine Kaid, Mohammed Bensafi, Abdellah Belkacem [20] ont réalisé Une technique numérique avec la méthode des volumes finis pour résoudre un problème de diffusion 2D .La technique été utilisée pour résoudre des équations différentielles partielles transitoires pour un transfert de chaleur en deux dimensions avec la condition aux limites de Dirichlet mixte (constante, non constante) dans un champ rectangulaire. Nous avons expliqué les procédures étape par étape. Pour la solution numérique, nous avons utilisé notre code Fortran et un solveur TDMA ligne par ligne pour les équations algébriques. Enfin, les résultats numériques sont comparés à la solution exacte.

Rafael CORTELL [21] fait une analyse numérique au problème des ailettes non linéaires pour obtenir la distribution de la température dans une seule ailette. Il est supposé que le coefficient de transfert de chaleur dépend de la température. Le problème hautement non linéaire complet est résolu numériquement et les variations de la température de surface sans dimension et du gradient de température de surface sans dimension, ainsi que du transfert de chaleur les caractéristiques avec les paramètres non dimensionnels déterminants du problème sont représentées graphiquement et sous forme de tableau.

Abdenour Bourabaa, Malika Fekih, Mohamed Saigh [22] ont Étudié la performance de transfert de chaleur de l'ailette annulaire dans des conditions de condensation Cette étude numérique de l'efficacité de la dérive et La répartition de la température d'une ailette annulaire en cours de déshumidification a été présentée dans cet article. Le second ordre non homogène équation différentielle qui décrit la distribution de la température de la base de l'ailette à l'extrémité de l'ailette a été résolue à l'aide du fini central méthode de différence. Les effets des variations de paramètres, y compris humidité relative, température de l'air, vitesse frontale de l'air sur la température la distribution et l'efficacité des ailettes sont étudiées et comparées à ceux qui sont complètement secs. En outre, l'effet du pas final sur la température sans dimension a été étudié.

Pratik Patel, Javal Modh, Amit Patel [23] ont fait un Analyse d'une ailette rectangulaire bidimensionnelle à l'aide d'une méthode numérique et validation avec Ansys ,L'ailette à deux dimensions est analysé par des méthodes numériques et validé avec ANSYS en prenant les mêmes conditions aux limites et la même taille de grille en prenant certaines hypothèses. Il existe de nombreuses techniques mathématiques permettant de déterminer la distribution de la température à la surface des ailettes, Mais il contient une équation différentielle partielle d'ordre supérieur. Il est donc difficile de résoudre l'équation. Les techniques numériques convertissent l'équation aux dérivées partielles en équations algébriques linéaires permettant de générer facilement un programme en MATLAB. En raison de l'absence de configuration pratique réelle, nous prenons l'analyse ANSYS comme base. Pour les problèmes à deux dimensions, même la méthode des différences finies est assez difficile à définir. Mais la méthode numérique est relativement facile et augmente la précision en prenant plus de nombre d'itérations ou même de grille en raison de la disponibilité du logiciel de programmation.

Shah Nor BASRI, M. M. FAKIR, F. MUSTAPHA, D. L. A. MAJID, A. A. JAAFAR [24] ont étudié la Répartition de la chaleur dans les ailettes rectangulaires avec efficacité Méthodes en éléments finis et en quadrature différentielle, La méthode des éléments finis (FEM) et la méthode de quadrature différentielle (DQM) font partie des techniques numériques importantes utilisées dans les analyses techniques. Habituellement, les éléments sont subdivisés de manière uniforme en FEM (FEM classique, CFEM) pour obtenir un comportement de distribution de la température dans une ailette ou une plaque. Par conséquent, une complexité de calcul supplémentaire est nécessaire pour obtenir une solution juste avec la précision requise. Dans cet article, des sous-éléments non uniformes sont pris en compte pour une solution FEM (FEM efficace, EFEM) afin de réduire la complexité de calcul. Ensuite, cet EFEM est appliqué pour la solution du problème de transfert de chaleur unidimensionnel dans une fine ailette rectangulaire. Les résultats obtenus sont comparés à CFEM et à un DQM efficace (DEQM), avec une génération de maillage non uniforme). On constate que l'EFEM présente des résultats plus précis que CFEM et l'EDQM montrant son potentiel.

S. Bouzid, A.C. Boumaaza, M. Afrid [25] ont calculé le champ de température dans un solide anisotrope par la méthode des éléments finis Cas bidimensionnel, cette étude a pour objectif la présentation et l'application de la loi de Fourier caractérisant le comportement thermique des matériaux anisotropes dans le cas bidimensionnel. Pour la réalisation de cet objectif, nous avons fait l'étude sur un solide carré de dimensions données représentant les sept systèmes cristallins (cubique, monoclinique, triclinique, tétragonal, trigonal, orthorhombique et rhomboédrique), subissant une variation de température sous l'effet d'une source de chaleur interne  $W$  et ayant des frontières convectives avec le milieu extérieur avec un coefficient  $h$ . Pour aboutir à la solution, nous avons discrétisé le domaine géométrique, ainsi que l'équation de transfert par la méthode la méthode des éléments finis, le système d'équations obtenu est résolu par la méthode de Crout dite L.U. L'étude réalisée permet une manipulation rapide et une vaste variété de cas faisant objet de la forme géométrique du solide et les conditions aux limites imposées sur le solide en étude. Dans cette étude, chaque système cristallin a été spécifié par son tenseur de conductivité thermique. Les résultats obtenus et illustrés à l'aide du logiciel de graphisme Tecplot ont permis une mise en évidence de l'influence des propriétés de conductivité thermique, ainsi que l'effet des conditions extérieures imposées sur le champ de température. Ils sont en bonne concordance avec la théorie du transfert thermique et illustrent bien la symétrie de la structure cristalline, ce calcul

permet de prévoir les déformations thermiques éventuelles dans un solide dans des conditions connues.

Young Min Han, Joo Suk Cho, Hyung Suk Kang [26] analyse d'une finition dimensionnelle utilisant la méthode analytique et la méthode de la différence finie. L'ailette rectangulaire droit est analysé à l'aide de la méthode analytique unidimensionnelle et de la méthode finie. Méthode de différence. Pour la méthode des différences finies, le nombre de nœuds varie de 20 à 100. Les erreurs relatives de perte de chaleur et de température entre la méthode analytique et la différence finie méthode sont représentés en fonction du nombre de Biot et de la longueur des ailettes sans dimension. Un de Les résultats montrent que l'erreur relative entre la méthode analytique et la méthode des différences finies diminue à mesure que le nombre de nœuds pour la méthode des différences finies augmente.

Gokhan SEVILGEN [27] fait une analyse numérique d'une ailette convective à conductivité thermique dépendante de la température, les caractéristiques de transfert de chaleur d'une ailette droite ayant une conductivité thermique dépendante de la température ont été calculées en utilisant une analyse CFD en 3D et le solveur d'équations différentielles MATLAB. Les calculs ont été effectués avec deux cas différents ayant une fonction à la fois constante et linéaire pour la propriété de conductivité thermique. Les résultats CFD et MATLAB étaient en bon accord avec les données disponibles dans la littérature. À l'aide de ces techniques numériques, il est possible d'améliorer l'efficacité fine et d'augmenter le taux de transfert de chaleur des ailettes en changeant les matériaux utilisés pour les ailettes présentant des propriétés thermiques et des conditions d'écoulement de l'air variables. problèmes d'ailette linéaires en ingénierie et en sciences.

Raseelo J. Moitsheki and Atish Rowjee [28] ont réalise une étude de transfert de chaleur à travers une bidimensionnel ailette droite rectangulaire avec solutions exactes pour les modèles décrivant le transfert de chaleur dans une ailette rectangulaire bidimensionnelle sont construits. Conductivité thermique, fonction de génération d'énergie interne et transfert de chaleur les coefficients sont supposés dépendre de la température. Nous appliquons la transformation de Kirchoff sur l'équation dominante. Des solutions exactes satisfaisant les conditions limites réalistes sont construit pour l'équation linéaire résultante. Une analyse de symétrie est réalisée pour classer les fonctions de génération de chaleur interne, et certaines réductions sont effectuées. De plus, les effets de paramètres physiques tels que l'extension



facteur le paramètre pur géométrique fin et Biot nombre sur la température sont analysés. Le flux thermique et l'efficacité des ailettes sont étudiés.

Jalal Al Lami Amir Hossein Shourideh Wael Bou Ajram Salem Haggag and Abraham Mansouri [29] ont déterminé de la répartition de la température de complètement Ailettes droites rectangulaires, triangulaires et paraboliques humides cette simulation numérique est effectuée pour déterminer la distribution de la température le long des ailettes de différents profils géométriques dans différentes conditions d'humidité relative et de température ambiante. Quatre Les profils d'ailettes droits sont considérés dans cette étude: rectangulaire, triangulaire, parabolique concave et convexe parabolique. La même épaisseur de base et la même longueur sont utilisées pour la cohérence. Le travail actuel étend les équations formulées dans des études précédentes et les applique aux différentes ailettes pour caractériser leur température les distributions. L'impact de la variation des conditions de fonctionnement sur les pointes des ailettes et la température les distributions le long des profils des nageoires sont étudiées. Les résultats de la simulation confirment que l'augmentation de la température ambiante et l'humidité relative augmentent la température le long des ailettes pour tous profils. De plus, des études paramétriques indiquent que l'hypothèse de nageoires complètement humides peut être violée en fonction des conditions de fonctionnement. C'est un écart important par rapport aux travaux précédents qui peut n'avoir pas considéré comme une hypothèse de nageoire entièrement humide.

## II.5 Conclusion

L'état de l'art a permis de situer le projet de recherche par rapport aux études réalisées sur la distribution de température dans les ailettes .Celles-ci ont mises en évidence l'efficacité de refroidissement créées par l'effet de flux thermique sur la surface des ailettes.

## II.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à présenter une étude analytique et numérique du phénomène pour déterminer la distribution de température sur une ailette de section uniforme avec la technique de la séparation de variable et différence finis pour les problèmes en régime permanent et obtenu la solution analytique et numérique de l'équation bidimensionnelle du flux de chaleur avec les conditions aux limites. Équations algébriques et les résultats obtenus avec cette technique sont tous en bon accord avec les solutions exactes étudiées l'utilisation d'ailettes.

## II.2 Modèle mathématique

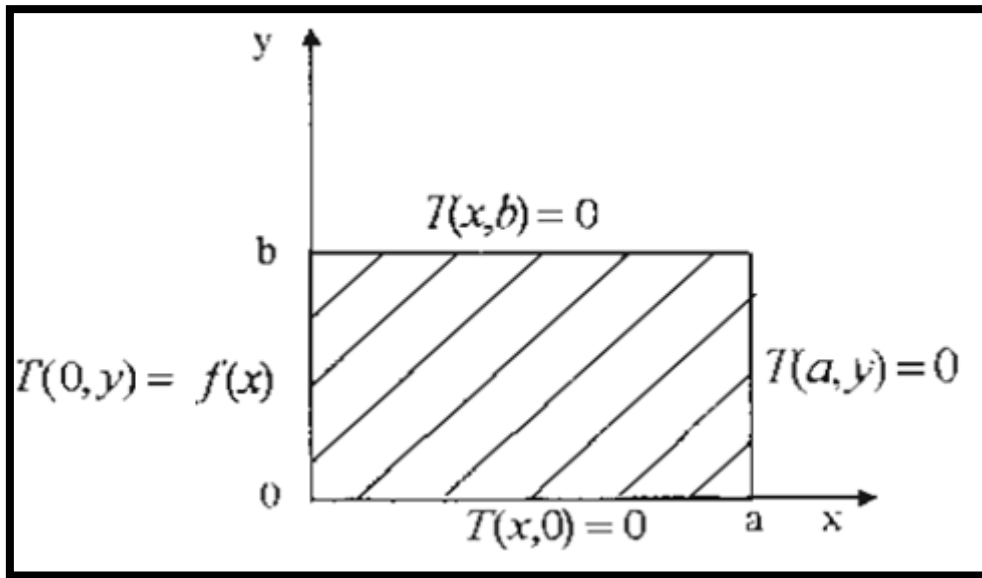
### I.2.1. Modélisation géométrie

La modélisation est particulièrement importante presque dans toutes les disciplines des sciences et de l'industrie. La modélisation ou simulation numérique, consiste à représenter un phénomène physique par un modèle mathématique sous forme de très grands systèmes d'équations qui sont résolues à l'aide de l'ordinateur [30].

Considérons l'ailette de section rectangulaire bidimensionnelle de longueur  $a$  schématisée sur la figure *Fig. III.1*. L'ailette est montée sur une surface de base de température  $T_0$  et étendue dans son environnement de température  $T_\infty$ . Pour quantifier le transfert de chaleur associé à cette ailette

- Le régime est permanent et il n'y a pas de dissipation interne de chaleur.
- La conductivité thermique de l'ailette,  $k$ , est constante.
- Le coefficient d'échange convectif,  $h$ , est uniforme sur toute la surface de l'ailette.
- On néglige le transfert de chaleur par rayonnement.
- Le problème est bidimensionnel, c'est-à-dire que le flux de chaleur ne se propage que dans deux directions (la direction  $x$  et  $y$ ).

La symétrie du problème montre l'existence d'un extremum de la température au milieu de l'ailette ce qui permet de simplifier la géométrie et de nous considérer qu'une demi-barre avec une condition de flux nulle à l'extrémité située en contact avec le milieu à  $T_a$ .



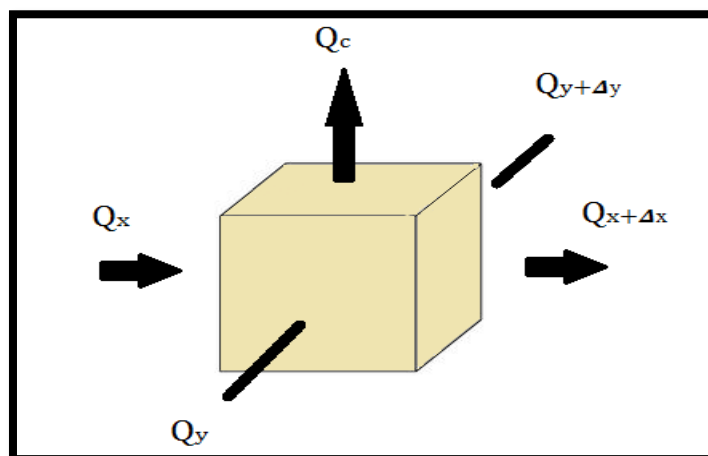
*Fig. III.1 : Représentation schématique d'une ailette rectangulaire.*

### I.2.2. Equation d'une ailette a section rectangulaire

Nous devons tout d'abord déterminer la distribution de température le long de l'ailette à partir d'un bilan d'énergie que nous allons établir en posant les hypothèses suivantes :

$$Q_x + Q_y = Q_{x+\Delta x} + Q_{y+\Delta y} + Q_c \quad (\text{III.1})$$

Le système constitué d'une tranche de l'ailette comprise entre  $x$  et  $x + \Delta x$  et  $y + \Delta y$  comme le montre la figure *Fig. III.2*



*Fig. III.2 : Bilan d'énergie sur une tranche d'ailette.*

En outre, la génération de chaleur interne est nulle et dépend de la température. L'équation bidimensionnelle du bilan thermique est donnée par

$$Q_x + Q_y = Q_x + \frac{\partial}{\partial x}(Q_x) \Delta x + Q_y + \frac{\partial}{\partial y}(Q_y) \Delta y + hA_s(T - T_\infty)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( -\lambda A_c \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \left( -\lambda A_c \frac{\partial T}{\partial y} \right) \Delta y + h_2 \Delta x \Delta y (T - T_\infty) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( -\lambda \Delta y \delta \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \left( -\lambda \Delta x \delta \frac{\partial T}{\partial y} \right) \Delta y + h_2 \Delta x \Delta y (T - T_\infty) = 0$$

On établit l'équation différentielle vérifiée par la température  $T(x, y)$  d'une ailette rectangulaire bidimensionnelle à la température  $T_{(x, b)}$  en refroidissement à la température  $T$ :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{III.2})$$

Le champ de température dans l'ailette,  $T(x, y)$  est ainsi déterminé par la résolution de cette équation (parfois appelée équation de l'ailette) associée à des conditions aux limites, écrites à la base et à l'extrémité de l'ailette.

Les conditions aux limites:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) \quad f(x) \text{ si } x = 0 \text{ et } 0 \leq y \leq b \\ 2) \quad 0 \text{ si } x = a \text{ et } 0 \leq y \leq b \\ 3) \quad 0 \text{ si } y = 0 \text{ et } 0 \leq x \leq a \\ 4) \quad 0 \text{ si } y = b \text{ et } 0 \leq x \leq a \end{array} \right.$$

Elle peut encore écrire en équation différentielle d'ordre 2 linéaire et homogène:

Les conditions 2,3 et 4 sont des conditions aux limites homogènes et on utilise la méthode de séparation des variables on obtient:

$$T(x, y) = X(x), Y(y)$$

Ce qui conduit aux équations différentielles suivantes:

$$T(x, y) = X(x), Y(y) = Y \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \text{ et } X \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} \quad (\text{III.3})$$

$$\frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = -\frac{1}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} \pm k^2$$

Tel que  $k^2$  est la constante de séparation. Pour satisfaire les conditions aux limites, il est nécessaire que  $k^2 > 0$

$$\frac{d^2X}{dx^2} + k^2X = 0 \text{ avec } X(0) = X(a) = 0$$

$$\frac{d^2Y}{dy^2} - k^2Y = 0 \text{ avec } Y(0) = 0 \text{ et } Y(b) = f(x)$$

Cette équation est linéaire, homogène, de second ordre équation différentielle à coefficients constants et sa solution générale est:

$$X = C_1 \cos(kx) + C_2 \sin(kx)$$

$$Y = C_3 e^{ky} + C_4 e^{-ky}$$

Le champ de température s'écrit donc:

$$T(x, y) = (C_1 \cos(kx) + C_2 \sin(kx))(C_3 e^{ky} + C_4 e^{-ky}) \quad (\text{III. 4})$$

$C_1, C_2, C_3, C_4$  se déterminent à partir des conditions aux limites:

Avec l'utilisation de la condition de limite (1) :

$$1) \quad 0 = (C_1 \cos k(0) + C_2 \sin k(0))(C_3 e^{ky} + C_4 e^{-ky})$$

$$C_2 = 0$$

Le champ de température s'écrit donc:

$$T(x, y) = (C_1 \cos(kx))(C_3 e^{ky} + C_4 e^{-ky}) \quad (\text{II. 5})$$

Avec l'utilisation de la condition de limite (2) :

$$2) \quad 0 = (C_1 \cos(ka))(C_3 e^{ky} + C_4 e^{-ky})$$

$$C_1 \neq 0 \rightarrow \cos(ka) = 0 = \cos\left(\frac{n\pi}{a}\right)$$

Qui admet comme solution:

$$k = \frac{n\pi}{a} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Le champ de température s'écrit donc:

$$T(x, y) = \left( C_1 \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \right) (C_3 e^{ky} + C_4 e^{-ky})$$

Ou bien :

$$T(x, y) = \left( C_1 \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \right) (C_3 e^{\frac{n\pi}{a}y} + C_4 e^{-\frac{n\pi}{a}y})$$

Donc :

$$T(x, y) = \left( C_1 \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \right) (C_3 \operatorname{ch}\left(\frac{n\pi}{a}y\right) + C_4 \operatorname{sh}\left(\frac{n\pi}{a}y\right)) \quad (\text{III. 6})$$

Avec l'utilisation de la condition de limite (3) :

$$0 = \left( C_1 \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \right) (C_3 \operatorname{ch}\left(\frac{n\pi}{a}(0)\right) + C_4 \operatorname{sh}\left(\frac{n\pi}{a}(0)\right))$$

$$C_3 = 0$$

Le champ de température s'écrit donc:

$$T(x, y) = \left( C_1 \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \right) C_4 \operatorname{sh}\left(\frac{n\pi}{a}y\right) \quad (\text{III. 7})$$

Il existe donc suivant la valeur de  $n$  une infinité de solutions qui satisfont les trois conditions aux limites  $x = 0$ ,  $x = a$  et  $y = 0$ . La solution générale est donnée une combinaison linéaire de ces solutions particulières. Elle s'exprime :

$$T(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \operatorname{sh}\left(\frac{n\pi}{a}y\right) = f(x) \quad (\text{III. 8})$$

La constante  $C_n$  est choisie de telle façon que la dernière condition aux limites s'exprime

### III.3 Application numérique

#### III.3.1 Généralités sur la différence finis

##### III.3.1.1 Définition

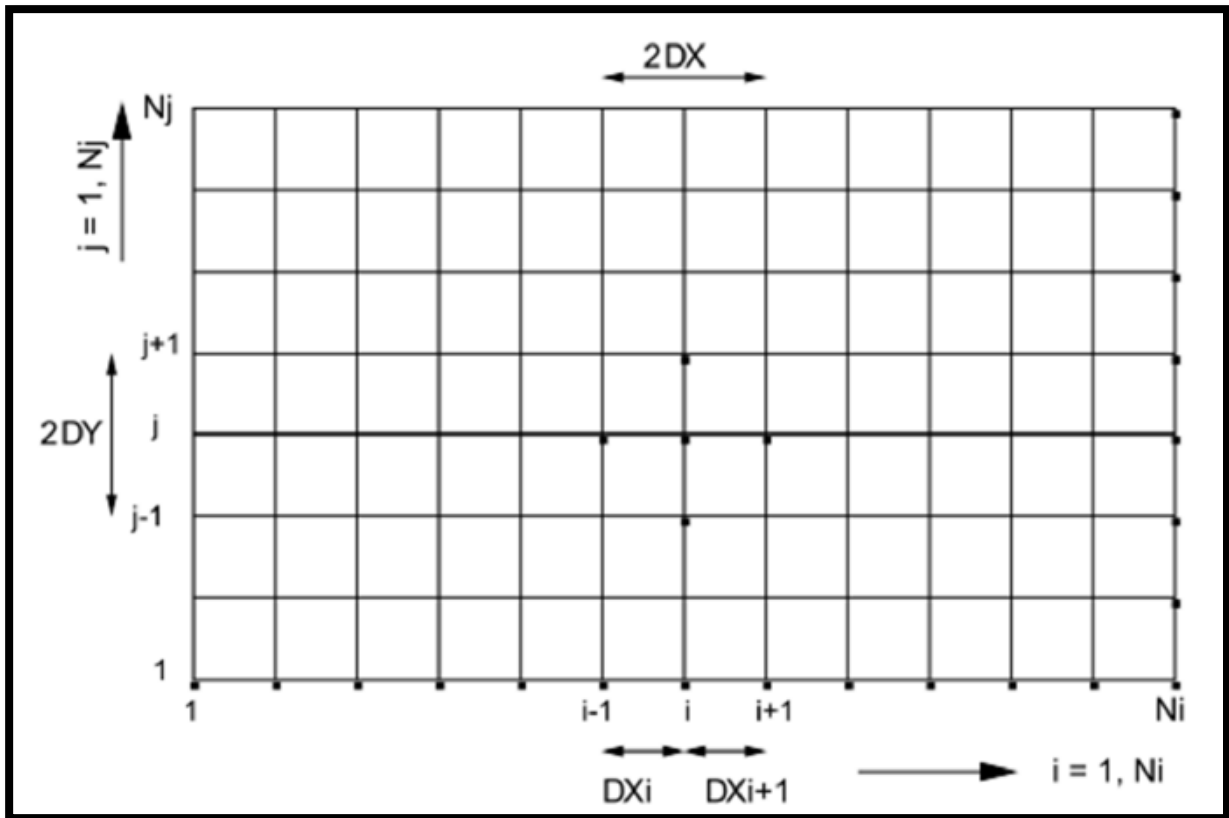
Cette méthode est basée sur la technique du développement en séries de Taylor qui permet d'approximer la valeur d'une fonction en un point donné si on connaît la valeur de la dite fonction ainsi que toute ces dérivées en un point voisin en espace ou en temps. Cette technique permet de développer des schémas pour remplacer les dérivées premières et secondes des EDP pour pouvoir envisager une solution numérique par ordinateur. [31].

##### III.3.1.2 Les étapes de différence finis

Pour obtenir une solution numérique il faut tout d'abord définir un domaine numérique constitué par un ensemble de points discrets appelé grille de calcul. Les valeurs instantanées et locales des variables dépendantes du problème sont définies sur l'ensemble des points de la grille de calcul. La différence entre cette vue numérique à travers un certain nombre de points et la distribution continue exacte représente l'erreur commise par la méthode numérique. Il est tout à fait logique de penser que plus le nombre de points est important plus la visualisation est claire, un peu comme les pixels d'une photo numérique [31].

L'étape suivante consiste à approximer ou remplacer toutes les dérivées partielles par des schémas discrets (différence finies). L'EDP sera transformée en équation algébrique. Cette équation algébrique est ensuite appliquée sur l'ensemble des nœuds de la grille de calcul *Fig. III.3.*

Le résultat sera un système d'équation comportant autant d'équations que d'inconnues (nœuds). Ce système sera ensuite résolu par une méthode appropriée. Le résultat sera une distribution discrète de la solution sur l'ensemble des points du domaine de calcul [31].



*Fig. III.3* : Maillage.

Avant de commencer, il faut trouver un moyen qui nous permettra de localiser spatialement et temporellement tous les points de la solution numérique. C'est ce qu'on va appeler création de la grille de calcul. Dans la suite, on va raisonner sur un espace plan (2D) et L'extension pour le 3D sera faite de manière intuitive [31]. La Figure 2 représente la manière la plus directe pour repérer les points suivant la procédure structurée. C'est un peu comme une matrice, chaque point sera affecté de deux indexes (i,j) qui le positionneront par rapport à ces voisins. Soit U, la variable à calculer. Sa valeur aux différents points de la grille s'écrit de la manière suivante :

$$U_{i+1,j} = U_{x_0 + \Delta x, y_0} \quad (\text{III. 9})$$

$$U_{i-1,j} = U(x_0 - \Delta x, y_0) \quad (\text{III. 10})$$

$$U_{i,1+j} = U(x_0, y_0 + \Delta y) \quad (\text{III. 11})$$

$$U_{i,1+j} = U(x_0, y_0 - \Delta y) \quad (\text{III. 12})$$



### III.2.1. 3 Maillage non-structuré

L'autre façon de mailler un domaine de calcul est de définir un nuage de points, pas nécessairement structuré. Dans ce cas-là, il faudra numéroter les points de calcul un par un. Chaque point aura ces coordonnées  $x$  et  $y$ . En plus il faudra relier ces points entre eux de façon à créer des éléments [31].

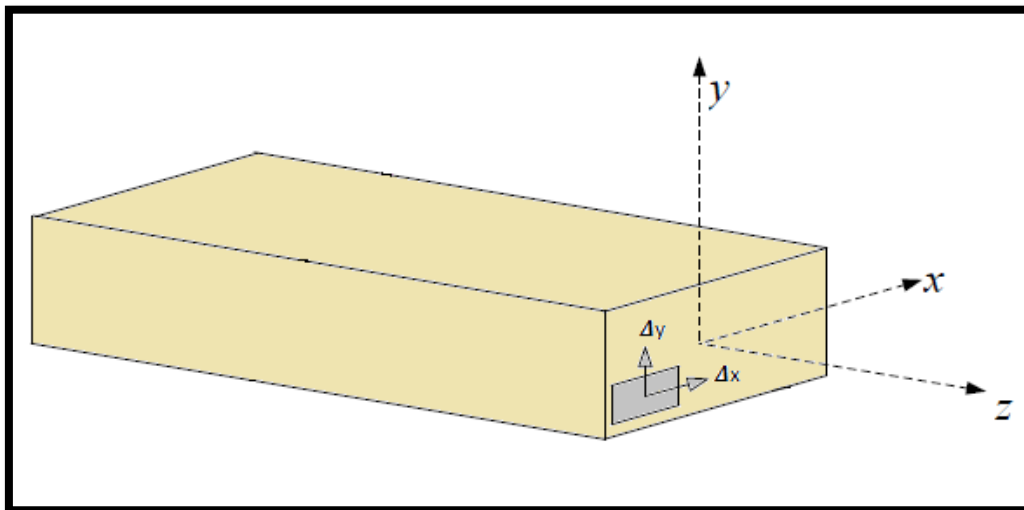
## III.3. Résolution des équations aux dérivées partielles

### III.3.2 Résolution numérique de l'équation de chaleur en 2D par la méthode des différences finies

La méthode des différences finies est une méthode très utilisée en analyse numérique car la discrétisation des opérateurs de dérivations sont assez triviaux et que le schéma numérique converge bien, en revanche c'est un modèle assez lent car le pas de temps doit être petit [32]. Aussi cette méthode présente une grande simplicité d'écriture et faible coût de calcul.

#### III.3.2.1 Problème physique

L'objectif de cet article est de trouver la répartition de la température dans une Ailette rectangulaire montré à la *Fig. III.4*.



*Fig. III.4* : Ailette rectangulaire 3D

L'ailette considérée comme construite en métal mince propriétés des matériaux homogènes en feuille comme les limites, à l'intérieur de la cavité consistent en substance fluide homogène. La première la température à l'intérieur de l'ailette est considérée être. Soudain l'ailette refroidi à gauche flanc tandis que le droit est à zéro la température, pendant

ce temps de l'autre côté de la l'ailette reste isolée. Le flanc refroidi (sur et axe) est montré à la *Fig. III.4*

### III.3.3.2 Modèle mathématique

Considérons diffusion de chaleur dans un matériau isotrope. La loi de Fourier construit une relation constitutive entre le flux de chaleur  $\varphi$  et la température  $T$  à travers la conductivité thermique  $\lambda$  comme:

$$\varphi(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T(x, y)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T(x, y)}{\partial y} \right) = 0 \quad (\text{III. 13})$$

Donc notre problème Équation de la chaleur en milieu homogène et isotrope sans sources internes, en régime permanent elliptique

$$f(x, y) = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

C'est l'équation de Laplace.

- Le régime est stationnaire c'est à dire:

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0$$

- Les conditions aux limites suivantes *Fig. III.5*

$$\begin{cases} T(0, y) = T_{a_x} \\ T(L_x, y) = T_{b_x} \\ T(0, y) = T_{a_y} \\ T(x, L_y) \end{cases}$$

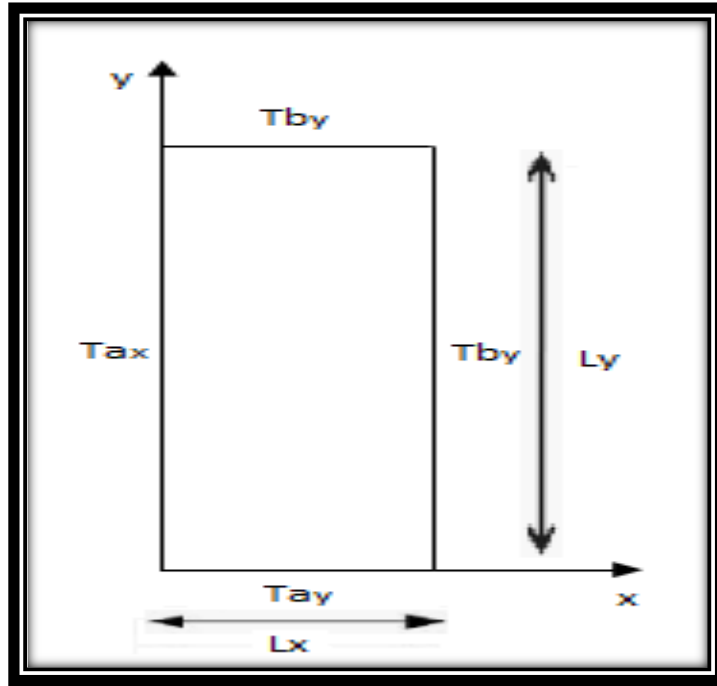


Fig. III.5 : Problème avec conditions aux limites

### III.3.3 Approximation du deuxième dérivé

On a choisi l'approximation centré de la de deuxième dérive par rapport a x et y et f(x) peut être approximée par

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \approx \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta x^2} \quad (\text{III. 14})$$

Si la fonction dépend de la variable y donc la fonction peut être approximée par

$$\frac{\partial^2 g}{\partial y^2} \approx \frac{g_{j+1} - 2g_j + g_{j-1}}{\Delta y^2} \quad (\text{III. 15})$$

Si la fonction dépend de les deux variable x, y donc la fonction peut être approximée par

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial x^2} \approx \frac{T_{i+1, j} - 2T_{i, j} + T_{i-1, j}}{\Delta x^2} \\ \frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial y^2} \approx \frac{T_{i, j+1} - 2T_{i, j} + T_{i, j-1}}{\Delta y^2} \end{cases} \quad (\text{III. 16})$$

On remplace les deux approximations dans l'équation selon la loi de Fourier on a

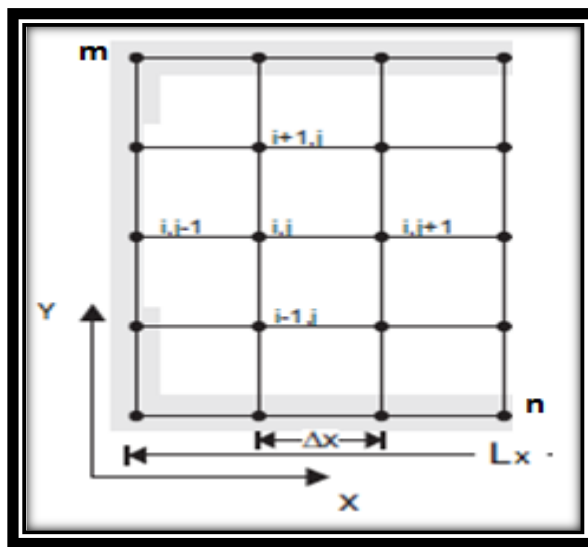
$$\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta y^2} = f(i,j) \quad (\text{III. 17})$$

Donc la dératisation de l'équation donne

$$T_{i,j} = \frac{1}{2} [(\Delta x \cdot \Delta x)(T_{i+1,j} + T_{i-1,j}) + (\Delta y \cdot \Delta y)(T_{i,j+1} + T_{i,j-1})] \frac{1}{(\Delta x \cdot \Delta x + \Delta y \cdot \Delta y)} \quad (\text{III. 18})$$

L'équation 4 nous donne la relation qui liées les valeurs internes  $i$  et  $j$  tel que  $1 < i < n$

et  $1 < j < m$  avec les autres valeurs **Fig. III.6**



**Fig. III.6:** Discrétisation du domaine

Les températures sur les nœuds qui si situent sur les frontières sont donnes par les conditions aux limites :

- Si les calcules sont de type Dirichlet c'est-à-dire est donnée explicitement ex :  $T(0, y) = 100^\circ\text{C}$  alors leurs valeurs peuvent être utilisées directement.
- Si les calcules sont de type Neumann ou mixte l'expression de leur gradient doit être approximée pour fournir les équations nécessaires pour la résolution du problème globale.
- Pour générer le système d'équation qui donnant le champ de la température on peut progresser le  $i:2$

### III.4 Conclusion

La méthode numérique est une technique capable de trouver l'approximation d'une solution réelle pour de nombreux types de problèmes. Problèmes d'ingénierie et de science. Comme la solution analytique à la plupart des problèmes pratiques est proche de la non-existence, le besoin de méthodes numériques augmente. Complications causées par une géométrie irrégulière ou autre discontinuités rendant difficile la résolution analytique même lorsque les équations et limites habituelles les conditions sont résolues. L'équation de transfert de chaleur est l'une des plus importantes équations aux dérivées partielles.

### IV.1 Introduction

Ce chapitre comporte trois parties, la première partie est consacrée aux résultats numériques de l'équation de chaleur dans une ailette rectangulaires et les résultats analytiques, et la deuxième partie aux résultats numériques avec différents métaux de coefficient de conductivité thermique et enfin la dernière partie aux comparaisons entre les formes géométriques d'ailette.

### IV.2 Résolution de l'équation de chaleur

Nous nous sommes intéressés dans cette partie aux solutions approchées de cette équation. L'application de la méthode des différences finis comme a été décrite au chapitre III, donne un système d'équations différentielles présenté sous la :

$$T_{i,j} = \frac{1}{2} [(\Delta x \cdot \Delta x)(T_{i+1,j} + T_{i-1,j}) + (\Delta y \cdot \Delta y)(T_{i,j+1} + T_{i,j-1})] \frac{1}{(\Delta x \cdot \Delta x + \Delta y \cdot \Delta y)}$$

Et la solution approche de l'équation analytiquement donné par :

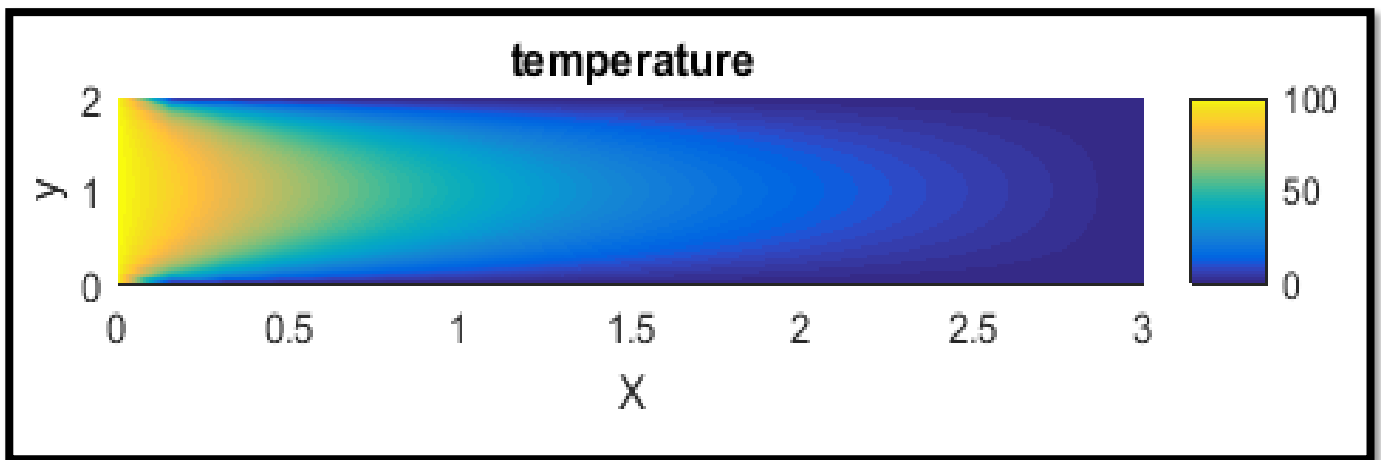
$$T(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \operatorname{sh}\left(\frac{n\pi}{a}b\right)$$

#### IV.2.1 Les conditions aux limites

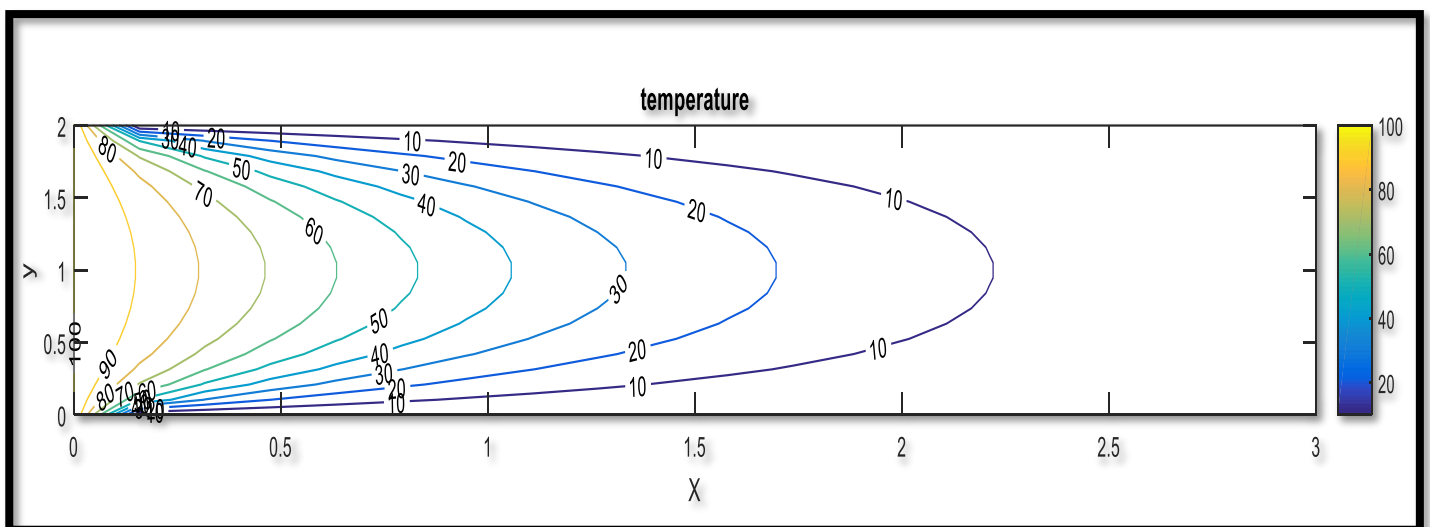
Les frontières de la plaque qui changent de la chaleur par conduction avec un régime permanent, et en plus sans source de chaleur au milieu de l'ailette et les conditions aux limites données :  $a=3\text{cm}$  ;  $b=2\text{cm}$  et  $f(x)=100\text{ }^\circ\text{C}$ , et donc les conditions aux limites devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) \quad 100\text{ }^\circ\text{C} \text{ si } x=0 \text{ et } 0 \leq y \leq 3 \\ 2) \quad 0 \text{ si } x=3 \text{ et } 0 \leq y \leq 3 \\ 3) \quad 0 \text{ si } y=0 \text{ et } 0 \leq x \leq 2 \\ 4) \quad 0 \text{ si } y=2 \text{ et } 0 \leq x \leq 3 \end{array} \right.$$

Le domaine physique de notre étude est un solide d'aluminium a bidimensionnel avec  $\lambda = 279 \text{ W/cm/K}$  de forme rectangulaire, si on prend  $\Delta x = 0,5$  et  $\Delta y = 1$  le maillage est  $(2 \times 6)$  ce domaine divisé en 24 éléments donc la distribution de flux thermique en deux méthodes numériques et analytiques obtenue à l'aide du programme MATLAB, voir **Fig. IV.1** et **Fig. IV.2**.



**Fig. IV.1:** La distribution de la température dans une ailette



**Fig. IV.2** La distribution des isothermes de la température

## Commentaire

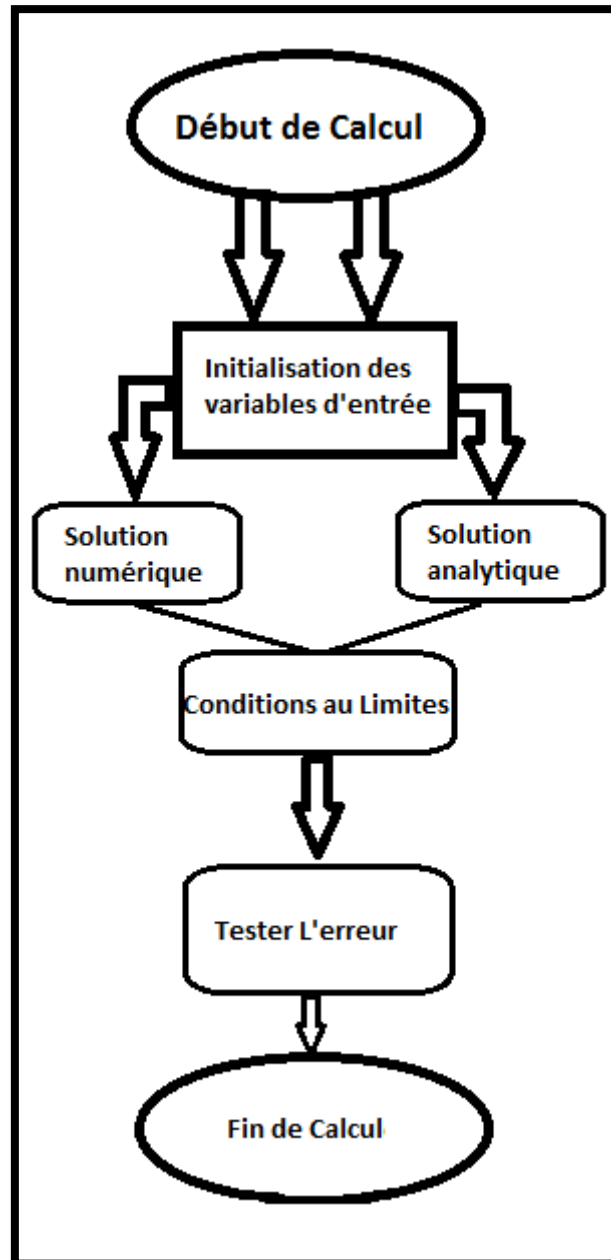
Les figures *Fig. IV.1* et *Fig. IV.2* Montrent la distribution de température dans une ailette en aluminium de surface rectangulaire en deux dimensions. On remarque que La distribution de la température est caractérisée par des franges isothermes décroissantes lorsqu'on s'éloigne de la source de chaleur. La zone se trouvant au fond du source de chaleur évacue moins vite la chaleur en comparaison avec les bords du source.

### **IV. 3. Comparaison entre la solution analytique et la solution numérique**

#### **IV.3.1 Organigramme de la modélisation numérique**

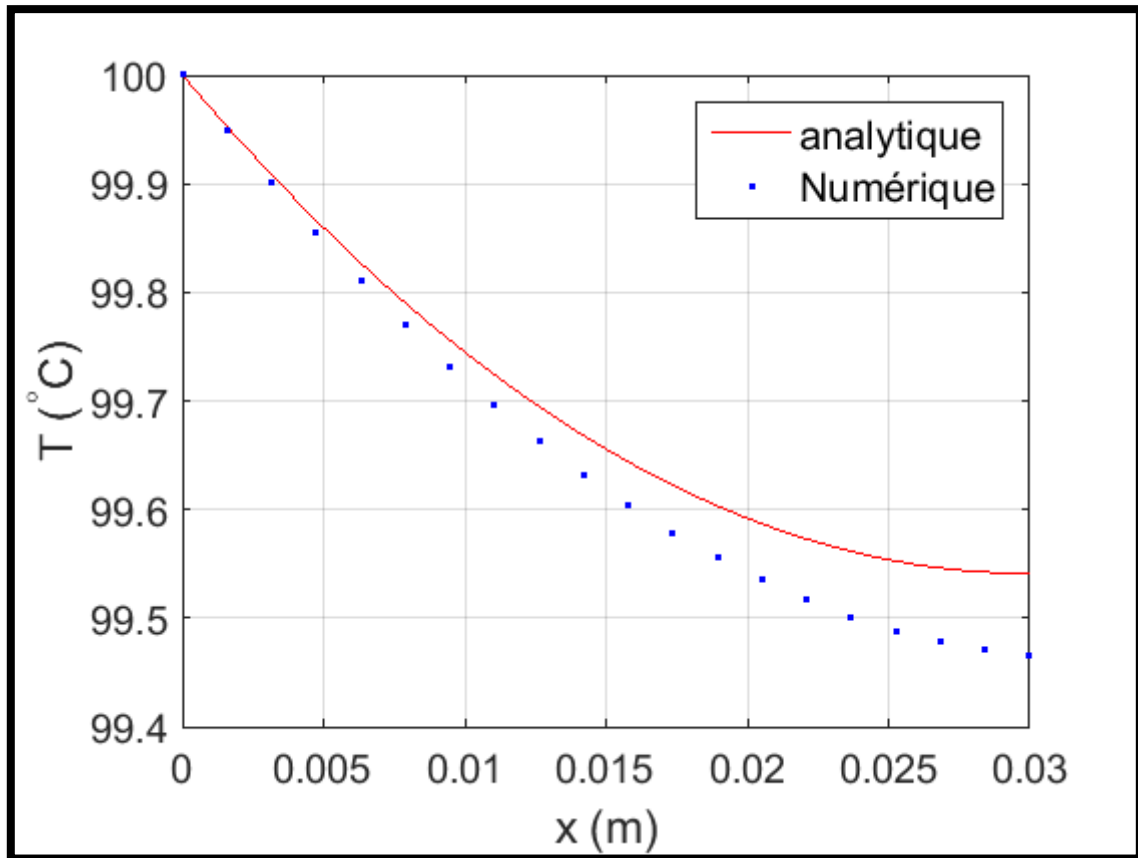
La procédure adoptée pour le calcul de différence entre la solution exacte est numérique est illustrée par l'organigramme de le *Fig. IV.3*.





*Fig. IV.3: Organigramme de calcul pour solution analytique et numérique*

La figure IV.4 présente une comparaison entre la solution numérique et la solution analytique obtenue à l'aide du programme MATLAB, dans le cas d'équation de chaleur sans source en utilisant la méthode des différences finis comme une solution numérique et la séparation des variables.



*Fig. IV.4:* Comparaison entre solution analytique et numérique

D'après la *Fig. IV.4* la comparaison entre les deux solutions analytiques et numériques, montre que la distribution de température dans l'ailette est de même allure.

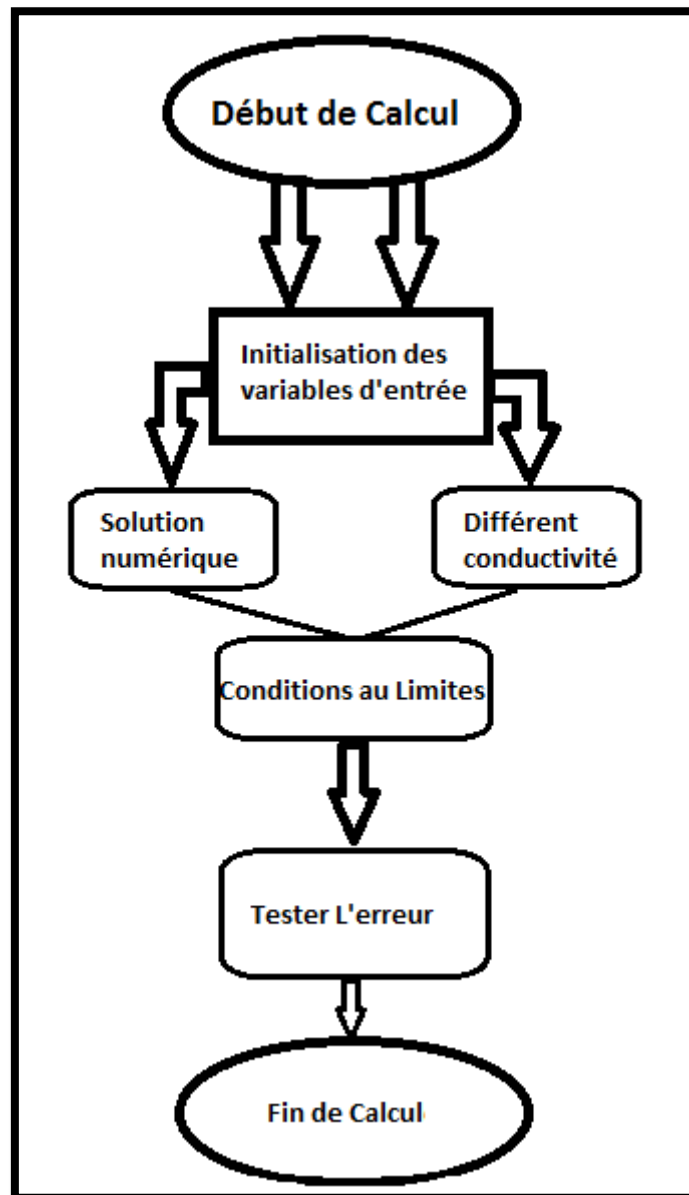
La distribution de température pour la solution analytique a une allure similaire à celle obtenue par l'étude numérique

Nous remarquons aussi que ces deux solutions donnent des résultats proches et satisfaisants pour l'équation de la chaleur sans source et ceci est confirmé par le calcul de l'erreur qui est égal à 0.002.

#### **IV. 4. Comparaison de la distribution de température pour différents matériaux**

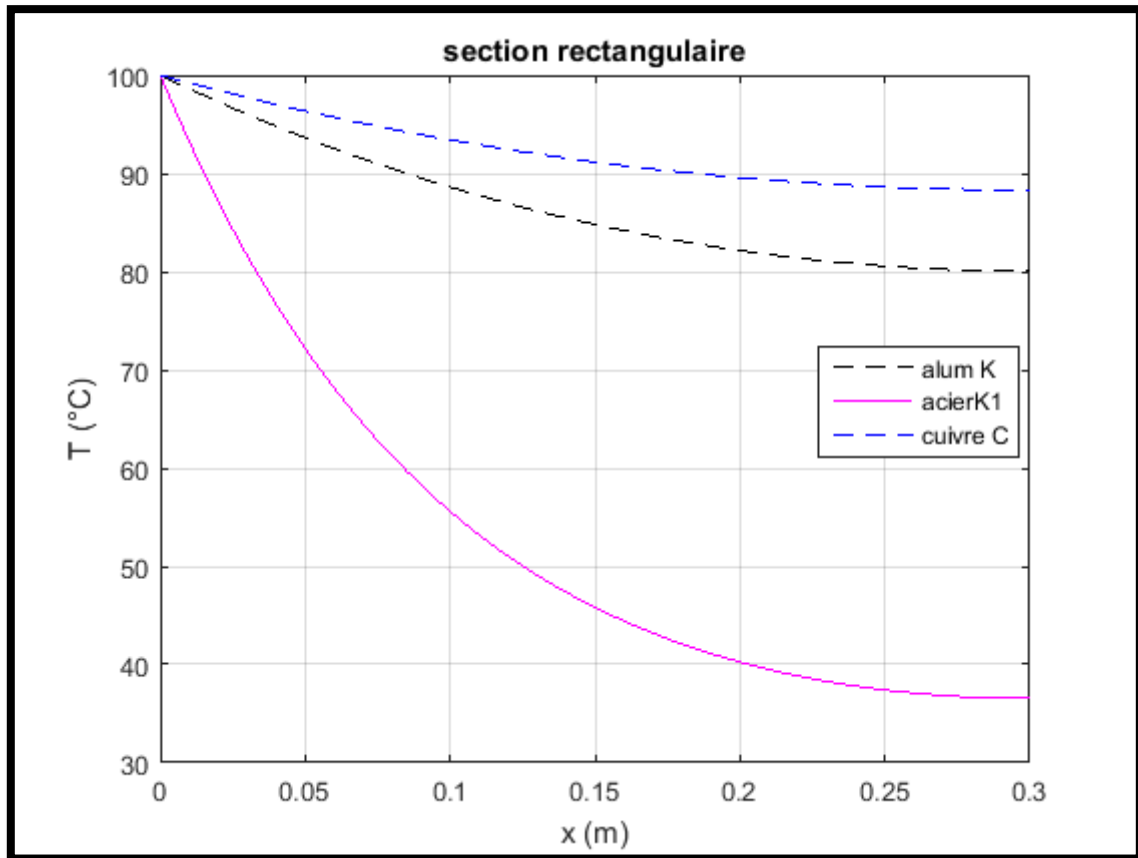
##### **IV.4.1 Organigramme de la modélisation numérique**

La procédure adoptée pour le calcul de la différence entre différents types de métaux dont le coefficient de conductivité thermique est illustrée par l'organigramme de la **Fig IV.5**.



**Fig. IV.5:** Organigramme de calcul différent conductivité

La figures **IV.6** présente une distribution de température de plusieurs type d'ailette (aluminium, acier et cuivre) tel que  $\lambda_{AL}= 279W/cm/ K$ ,  $\lambda_{Ac}= 26W/cm/ K$  et  $\lambda_{Cu}= 390W/cm/ K$ . Le calcul numérique adopté est MATLAB, dans le cas d'équation de chaleur sans source en utilisant la méthode des différences finis.



*Fig. IV.6:* Comparaison entre différentes conductivités

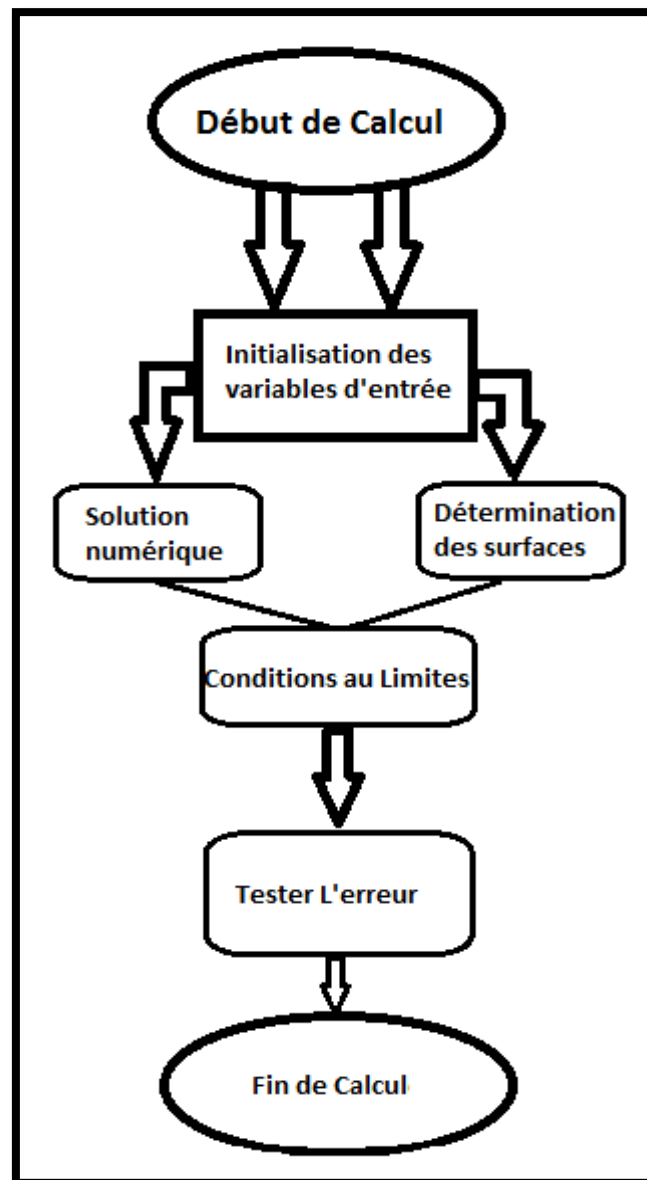
*Fig. IV.6* donne la distribution de température le long de l'ailette en fonction des distances pour différents métaux. On remarque que la température diminue progressivement lorsque la longueur de l'ailette augmente en raison d'une augmentation de la plage de température dans l'ailette, l'effet de conductivité thermique des matériaux est influent sur la distribution de température pour la variation de la longueur de l'ailette.

La distribution de température pour l'ailette en cuivre est meilleure pour conserver la chaleur par rapport aux autres métaux (aluminium, acier) par contre l'acier a une efficacité pour refroidir le système.

#### IV.5. Comparaison de la distribution de température entre différentes formes de sections

##### IV.5.2 Organigramme de la modélisation numérique

Afin de déterminer la distribution de température nous utilisons la même méthode numérique que celle présentée au part avant la figure IV.7 illustrée l'organigramme de calcul.



*Fig. IV.7:* Organigramme de calcul de distribution de température pour différentes formes de surface.

La figure IV.8 présente un calcul numérique de deux formes géométriques d'ailette (Rectangulaires, Circulaires) tel que ( $a=3\text{cm}$  ;  $b=2\text{cm}$ , diamètre= 1cm et même longueur de 3cm), dans le cas d'équation de chaleur sans source en s'appuyant sur la méthode des différences finis.

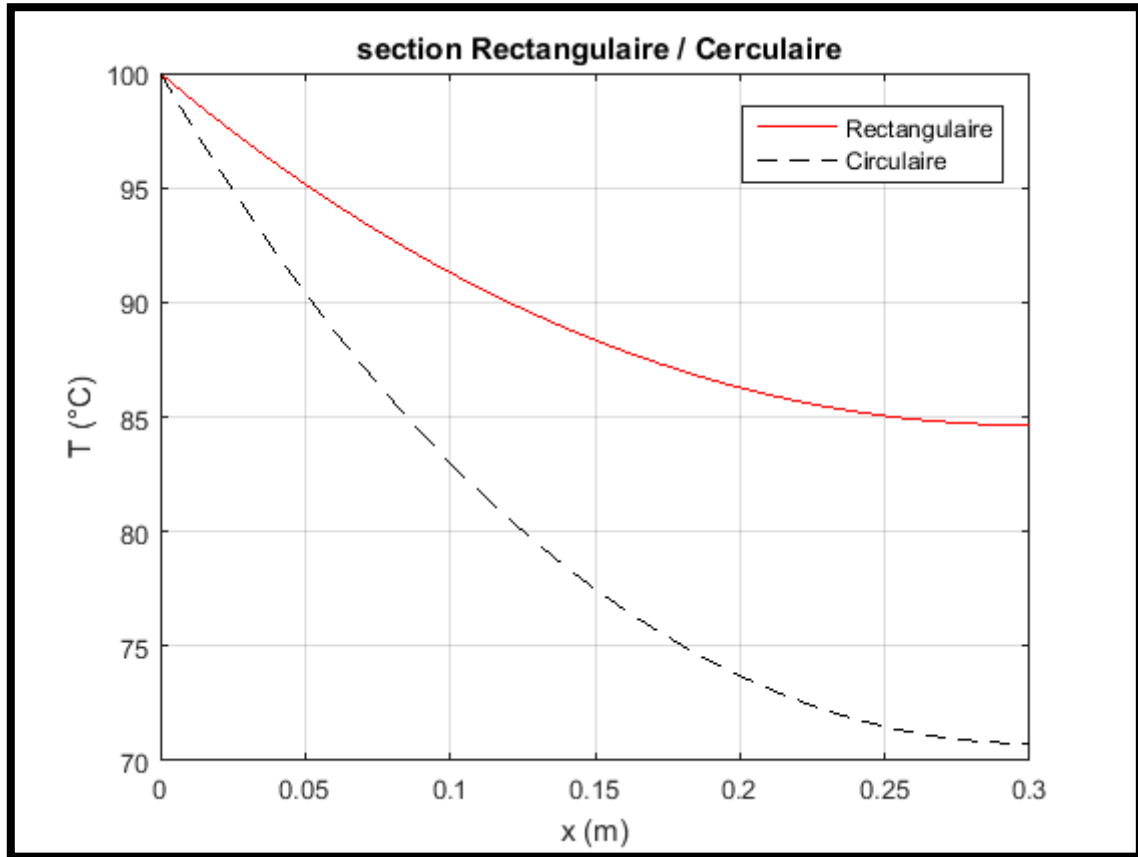


Fig. IV.8: Comparaison entre différentes surfaces

D'après la Fig. IV.8 la comparaison entre deux formes, montre la variation du flux de chaleur surfacique à travers les ailettes en fonction de la longueur de celle-ci. Il est noté qu'au fur et à mesure que la longueur augmente, la surface disponible pour le transfert de chaleur augmente, cette augmentation pour les deux ailettes varie de manière similaire; cependant, pour toute longueur, une ailette rectangulaire donne un taux de transfert de chaleur supérieur à celui des ailettes circulaires. Du point de vue de la conception, augmenter la longueur de l'ailette au-delà d'une limite autorisée pour un taux de transfert de chaleur plus élevé peut ne pas être justifié par l'augmentation de la masse des ailettes, le frottement des fluides devient plus élevé et le coût augmente également.

## IV.6 Conclusion

Dans ce chapitre les résultats montrent que la distribution de température dans l'ailette est dépendante de la conductivité de la matière et la forme géométrique de surface.

L'influence de la conductivité thermique sur le profil de distribution de température est présentée dans la figure IV.6 où les valeurs données par le cuivre sont meilleur pour la conservation de chaleur.

La forme géométrique circulaire de la base de l'ailette entraîne un bon refroidissement de système.

L'étude numérique permet de connaître la distribution de température en tous les points de l'ailette suivant la nature de matériau et suivant la forme géométrique

### Conclusion générale

Les travaux présentés dans ce projet de fin d'étude avaient pour objectifs l'étude des caractéristiques des performances d'une ailette et la modélisation du comportement thermique de l'ailette pour différentes conductivités thermiques et pour différentes formes géométriques de la base de l'ailette.

Après une recherche bibliographique qui nous a permis de présenter les différentes problématiques qui entourent actuellement le sujet traitant, nous avons tenté de résoudre le problème et de répondre aux questions suivantes :

- Comment se déroule la distribution de la température dans une ailette ?
- Comment la solution numérique se converge vers la solution analytique ?
- Quelle est l'influence de la forme géométrique sur la répartition de température dans l'ailette ?
- Comment caractériser les influences de la conductivité thermique des matériaux sur la distribution de température et quel sont les avantages ?

L'étude nous a montré que la méthode numérique de résolution n'est en fait qu'une contribution permettant une approximation de la distribution de la température dans l'ailette, qui est en réalité continue par sa discrétisation en un certain nombre de points appelés nœuds, plus le nombre de nœuds est important, plus on approche de solution analytique nous aide ce qui nous aide à valider notre modèle numérique. .

Le programme élaboré nous a permis de mettre en évidence l'application du modèle mathématique pour calculer le champ de température dans les solides anisotropes dans le cas bidimensionnel, dont les résultats concordent avec la théorie de la conduction de chaleur.

Ce modèle numérique permettra une manipulation rapide et variée concernant, spécialement la forme géométrique du solide, la nature des matériaux et les conditions aux limites imposés. Donc il sera largement utilisé, pour résoudre les problèmes d'ingénierie pratiques.

A partir de cette étude nous concluons que la méthode analytique et de la méthode numérique basée se convergent avec une erreur de 0.2%.

Suite à cette contribution d'étude, plusieurs perspectives sont envisageables:

1- Une étude numérique en trois dimensions pour illustrer l'influence d'autres paramètres comme la masse volumique, le coefficient convectif du milieu et la position des ailettes.

2- Une vérification expérimentale semble indispensable que ce soit pour une ailette ou une plaque. Ceci signifie concevoir et réaliser de l'expérimentale.



## References bibliographiques

- [1] Dr Abdelkrim HADDAD TRANSFERTS THERMIQUES Dar -EI- Djazairia Alger 2001
- [2] Jean-Martial Cohard Transferts Thermiques cours Master1 genie civil Grenoble 2003
- [3] Hichem CHAABANE La Diffusion Thermique Ecole préparatoire des académies militaires, Sousse 2010
- [4] Abdelmajid El Bouardi TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION EN REGIME PERMANENT\_ UNIVERSITE ABDEMALEK ESSAADI
- [5] Yves JANNOT TRANSFERTS THERMIQUES Ecole des Mines Nancy 2012
- [6] [https://fr.wikiversity.org/wiki/Conduction\\_thermique/Annexe/Ailette](https://fr.wikiversity.org/wiki/Conduction_thermique/Annexe/Ailette)
- [7] <https://www.lytron.fr/Outils-et-references-techniques/Remarques-concernant-lapplication/Ailettes-pour-mener-a-bien-le-refroidissement>
- [8] Ailettes thermiques Estelle GERVAIS Baptiste O'JEANSON Antoine SALAÜN Insa Rouen 2018
- [9] <https://fr.wikipedia.org/wiki/Processeur>
- [10] <http://www.energiepositive.info/fr/reduire-besoin/reduire-existence-sailli.html>
- [11] <https://minute-auto.fr/guide/mecanique/le-systeme-de-refroidissement-d-une-voiture>
- [12] <http://hmf.enseeiht.fr/travaux/CD9899/travaux/optemf/beimap/partb2.htm>
- [13] [https://fr.wikipedia.org/wiki/Radiateur\\_\(moteur\\_thermique\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Radiateur_(moteur_thermique))
- [14] <http://www.acim-jouanin.fr/francais/resistances-a-ailettes-spiralees.html>

- [15] M.KADJA, A.ZAATRI, Z.NEMOUCHI, R.BESSAIH, S.BENISSAAD and K. TALBI (Eds.) Third International Conference on Energy, Materials, Applied Energetics and Pollution ICEMAEP2016, October 30-31, 2016, Constantine, Algeria
- [16] The International Journal Of Engineering And Science (IJES
- [17] Journal of Mechanical Science and Technology 25 (11) (2011) 2919~2926
- [18] ANALELE UNIVERSITĂȚII“EFTIMIE MURGU” REȘIȚA ANUL XXIV, NR. 1, 2017, ISSN 1453 - 7397
- [19] International Journal for Research in Applied Science & Engineering Technology (IJRASET)  
ISSN: 2321-9653; IC Value: 45.98; SJ Impact Factor: 6.887 Volume 5 Issue VIII, July 2017-  
Available at [www.ijraset.com](http://www.ijraset.com)
- [20] The International Journal Of Engineering And Science (IJES || ( Volume || 4 || Issue || 10 || Pages || PP -35-41|| 2015|| ISSN (e): 2319 – 1813 ISSN (p): 2319 – 1805
- [21] Journal of Zhejiang University SCIENCE A ISSN 1673-565X (Print); ISSN 1862-1775 (Online
- [22] World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering Vol:7, No:12, 2013
- [23] IJSRD - International Journal for Scientific Research & Development| Vol. 4, Issue 02, 2016 | ISSN (online): 2321-0613
- [24] <https://www.scirp.org/journal/eng/2009.13018> Published Online
- [25] Revue des Energies Renouvelables CISM'08 Oum El Bouaghi (2008) 103 - 111
- [26] J. KSIAM Vol.9, No.1, 91-98, 2005
- [27] Thermal Science 2017 Volume 21, Issue 2, Pages: 939-952  
<https://doi.org/10.2298/TSCI141201055S>

- [28] Hindawi Publishing Corporation *Mathematical Problems in Engineering* Volume 2011, Article ID 826819, 13 pages doi:10.1155/2011/826819
- [29] Columbia International Publishing *American Journal of Heat and Mass Transfer* Vol. 3 No. 5 pp. 333-351 doi:10.7726/ajhmt.2016.1019
- [30] Abdelmadjid Chabani, Abdelmalek Bekkouche et Yazid Abdelaziz, «Utilisation de modèles numériques pour simuler les processus d'écoulement et de transport dans les eaux souterraines », Université de Béchar, Université Aboubakr Belkaïd Tlemcen, 2009, Colloque International Sols Non Saturés et Environnement UNSA.Tlemcen09, 3.
- [31] Guillaume Marmin «Résolution numérique de l'équation de la chaleur 1 D en coordonnées sphériques, Application au refroidissement de la Lune», 2009-2010, 1.

## Résumé

L'objectif de cette étude numérique de la conduction thermique bidimensionnelle en régime stationnaire dans une ailette et l'influence de quelques paramètres comme les dimensions, formes et conductivité thermique sur le rendement de ces ailettes de formes géométriques simples. Dont la résolution exige la modélisation de l'équation de chaleur qui régit le phénomène puis la discrétisation de cette équation avec une méthode numérique basée sur les différences finis.

**Mots clés :** Ailette ; bidimensionnelle ; modélisation ; la méthode des différences finis .MATLAB

## ABSTRACT

The purpose of this study is to examine the conduction of heat permanently in a two-dimensional fin; this problem has been modified by a heat equation to a second degree. The resolution with numerical method is the finite difference center. This study is available in a code is a control of energy

**Keys words:** Fin; heat equation; conduction; the finite difference method; MATLAB

## المخلص

الغرض من هذه الدراسة هي فحص توصيل الحرارة بشكل دائم في زعنفة ثنائية الأبعاد. يتم حل هذه المشكلة عن طريق معادلة الحرارة وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية. الحل بالطريقة الرقمية عن طريق تقنية الفرق المحدودة. هذه الدراسة متاحة في الكود الذي يدعمه برنامج الماتلاب والذي يمكننا منه هذا الكود هو التحكم في الطاقة

كلمات مفتاحيه : زعنفة ; معادلة الحرارة ; التوصيل الحراري ; طريقة الفوارق المحدودة ; الماتلب .