



RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE



MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ IBN-KHALDOUN DE TIARET

Faculté des Sciences Appliquées

Département de Génie Mécanique

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour l'obtention du diplôme de Master

Domaine : Sciences & Technologie

Filière : Génie Mécanique

Parcours : Master

Option : Énergétique

THÈME

*Étude comparative entre quatre modèles de turbulence
avec transfert de chaleur dans un coude 90° à section carrée*

Préparé par:

M. HACHEMI Islam

Devant le Jury :

Nom et prénoms	Grade	Lieu d'exercice	Qualité
MEKROUSSI Said	MCA	UIK Tiaret	Président
CHAIB Khaled	MCA	UIK Tiaret	Examinateur
SAD CHEMLOUL Nord-Eddine	MCA	UIK Tiaret	Encadreur
ABED Belkacem	MCA	UIK Tiaret	Inviter

2018/2019

Dédicace

*Je dédie ce mémoire à mon grand père, à ma grande mère, à mon
père, à ma mère, à mes frères, à ma sœur, à toute la famille
Hachemi, à la famille Oumer et à la famille Khaldi*

*Sans oublier mes chers amis de promotions 2018/2019, et tous mes
amis que j'ai connus durant mes études et tous ceux qui m'ont
aidé de près ou de loin .*

Remerciements

Je tiens, en premier lieu à saisir cette occasion et adresser mes profonds remerciements et mes profondes reconnaissances à mon encadreur M.SAD CHEMLOUL Nouredine non seulement pour son encadrement mais également pour son dévouement pour réaliser ce travail.

Je tiens à remercier l'ensemble des membres du jury pour avoir assuré la tâche qui leur a été attribuée.

Je tiens évidemment à remercier M.CHAIB Khaled et mon ami M. BEKHADRA Mokhtar pour leurs aide et les nombreux conseils qu'ils me prodigués tout au long de ce travail.

Enfin j'aimerais exprimer ma reconnaissance à toutes les personnes qui ont apporté leurs concours à l'élaboration de ce travail.

Sommaire

<i>Nomenclature</i>	<i>i</i>
<i>I. Introduction et Travaux antérieurs</i>	<i>1</i>
I.1 Introduction	1
I.2 Travaux antérieurs	2
I.3 Contenu du mémoire	5
I.4 Objectif du travail	5
<i>II. Rappel sur les écoulements turbulents et le transfert de chaleur</i>	<i>5</i>
II.1 Ecoulement dans les conduites courbées	5
II.1.1 Ecoulement secondaire dans un coude	5
II.1.2 Définition du nombre de Dean:	6
II.2 Propriétés de la turbulence	6
II.2.1 Définition	6
II.2.2 Régimes d'écoulement	7
II.3 Structure de la couche limite turbulente	7
II.3.1 Région interne	7
II.3.1.1 Sous-couche visqueuse	7
II.3.1.2 Région tampon	8
II.3.1.3 Région inertielle logarithmique	8
II.3.2 Région externe	8
II.4 Energie cinétique turbulente	9
II.4.1 Cascade d'énergie de Richardson-Kolmogorov	9
II.4.2 Domaines d'échelles	10
II.5 Notions sur la Convection	10
II.5.1 Définition	10
II.5.2 Convection Forcée	11
II.5.3 Nombres adimensionnels intervenant dans la convection	11
II.6 Convection forcée dans les coudes	12
<i>III. MODÉLISATION MATHÉMATIQUE</i>	<i>13</i>
III.1 Introduction	13

III.2	Équations mathématique	13
III.2.1	Équation de continuité	13
III.2.2	Équations de transport de quantité du mouvement :	13
III.2.3	Équation de l'énergie	14
III.3	Régimes d'écoulement	14
III.3.1	Écoulement laminaire	14
III.3.2	Écoulement turbulent	14
III.3.2.1	Équation de continuité	15
III.3.2.2	Équation de Reynolds	15
III.3.2.3	Équation d'énergie	16
III.4	Problèmes de fermeture	17
III.5	Les modèles de fermeture	17
II.1.1	Le modèle k- ϵ standard	18
III.1.1.1	Modélisation de l'énergie cinétique turbulente	19
II.1.2	Le modèle RNG k- ϵ	19
II.1.3	Le modèle réalisable k- ϵ	20
II.1.4	Le modèle standard k- ω	21
IV.	MÉTHODE NUMÉRIQUE	24
IV.1	Introduction	24
IV.1.1	Méthodes des différences finies	24
IV.1.2	Méthodes des éléments finis.....	24
IV.1.3	Méthodes des volumes finis.....	24
IV.2	Notion de maillage	25
IV.2.1	Nœuds et éléments.....	25
IV.2.2	Géométrie et topologie.....	25
IV.2.3	Connectivité.....	26
IV.3	Le logiciel ANSYS Workbench.	27
IV.3.1	Présentation du logiciel ANSYS	27
IV.3.2	Présentation de code de calcul ANSYS Fluent	27
IV.3.3	La géométrie et conditions aux limites	28
IV.3.4	Maillage du domaine	29
IV.3.5	Condition initiales.....	30
IV.3.6	Post-processeur "ANSYS FLUENT"	31
IV.4	La méthode des volumes finis	31
IV.4.1	Application à la partie diffusion (3D)	31

<i>V. Résultats et discussions</i>	36
V.1 Description du conduit	36
V.2 Test du maillage	37
V.3 Le temps de calcul	38
V.4 Validation et comparaison	38
V.4.1 Profil de vitesses longitudinales	38
V.4.2 Profile de vitesse radiale	45
V.4.3 Coefficient de pression	47
V.4.4 Coefficient de frottement	48
V.4.5 Contours de l'énergie cinétique turbulente et la vitesse longitudinale	49
V.4.6 Contours de la vitesse fluctuante	51
V.4.7 Champ de température	52
V.4.8 Le profil de la vitesse longitudinale	53
V.4.9 Le profil de la température	53
V.4.10 Nombre du Nusselt	56
<i>Conclusion générale</i>	60
<i>Références bibliographiques</i>	61
<i>Résumé</i>	64

Liste des figures

Figure I.1: Représentation schématique de l'écoulement principal et de l'écoulement secondaire au sein d'une conduite courbe.....	6
Figure I.2: les régimes d'écoulement dans une conduite.	7
Figure I.3: Structure de la couche limite turbulente.....	9
Figure I.4: Cascades de Kolmogorov.....	10
Figure I.5:Présentation de la convection forcée dans une canalisation.....	11
Figure II.1: Signal d'un écoulement turbulent.	14
Figure III.1: Illustration de la notion de maillage.....	25
Figure III.2: Quelques types d'éléments.	26
Figure III.3: Exemples de maillages.	26
Figure III.4: La fenêtre principale du Workbench.....	27
Figure III.5 : Géométrie étudiée dessinée dans ANSYS design modeler.	28
Figure III.6 : Géométrie étudiée	29
Figure III.7 : Le maillage de domaine du calcul.....	30
Figure III.8: Maillage 3D.....	32
Figure IV.1 : La géométrie étudiée.	36
Figure IV.2: Choix du maillage.....	37
Figure IV.3: Validation dynamique plan $X_h=-0.25D_h$.....	40
Figure IV.4: Validation dynamique plan $\beta= 30^\circ$.	41
Figure IV.5: Validation dynamique plan $\beta=60^\circ$.	42
Figure IV.6: Validation dynamique plan $X_h=0.25D_h$.	43
Figure IV.7: Validation dynamique plan $X_h=0.25D_h$.	44
Figure IV.8 : Validation dynamique de la vitesse radiale au plan $X_h= 2.5D_h$.....	46
Figure IV.9 : Variation du coefficient de pression en fonction de β.....	47
Figure IV.10 : La variation de coefficient de pression en fonction de r^*.	48
Figure IV.11: La variation du coefficient de frottement en fonction de β.	49
Figure IV.12: Les contours d'énergie cinétique turbulente $k/V_e^2 (\times 100)$ dans le plan $X_h=2.5D_h$.	50
Figure IV.13: Les contours de la vitesse longitudinale \overline{V}_L/V_e dans le plan $X_h=2.5D_h$.	51
Figure IV.14 : Les contours de la vitesse fluctuante $V'/V_e^2 (\times 100)$ dans le plan $X_h=2.5D_h$.	52
Figure IV.15: Les contours de la température dans le plan $X_h = 0.25D_h$	53

Figure IV.16: Profils de la vitesse longitudinale dans le plan de symétrie.....	54
Figure IV.17: Profil de la température.....	55
Figure IV.18 : La Variation du nombre de Nusselt sur la paroi latérale	57
Figure IV.19 : Variation de nombre du Nusselt sur la paroi extérieur	58
Figure IV.20 : Variation de nombre du Nusselt sur la paroi intérieur	59

Liste des tableaux

Table II.1: Valeurs constantes du modèle k-ϵ standard utilisées par le code ANSYS Fluent.....	19
Table II.2: Valeurs des constantes du modèle RNG k-ϵ utilisées par le code ANSYS Fluent.	20
Table II.3: Valeurs des constantes empiriques du modèle k-ω.....	22
Table II.4: Les paramètres de champ moyen.	23
Table II.5: Les paramètres turbulents.	23
Table III.1: Les conditions aux limites concernant l'entrée.....	30
Table IV.1: Maillage pour la vérification des dépendances de la grille	37
Table IV.2 : Présentation du nombre d'itération, tolérance, temps de calcul nécessaire pour chaque modèle.	38

Nomenclature

Lettres latines

A	Surface (m ²)
a	La largeur du coude (m)
b	La hauteur du coude (m)
r _i	Le rayon de courbure de la paroi supérieure (m)
r _e	Le rayon de courbure de la paroi inférieure (m)
Rc	Rayon de courbure (m)
De	Nombre de Dean
Re	Nombre de Reynold
D _h	Diamètre hydraulique (m)
h	Coefficient de transmission (W /m ² .K)
Nu	Nombre de Nusselt
Pr	Nombre de Prandtl
P _k	Production de l'énergie cinétique turbulente
P _ω	Production de taux spécifique de dissipation
C _p	Chaleur massique à pression constante
C _p	Coefficient de pression
C _f	Coefficient de frottement
k	Energie cinétique turbulente
C _{1ε} , C _{2ε} , C _μ	Constants déterminés expérimentaux
S _{ij}	Taux de rotation
$\tilde{\Omega}_{ij}$	La vitesse angulaire de la rotation du système
A ₀ , A _s	Constants.
Y _k , Y _ω	Dissipations de k et ω due à la turbulence
u, v et w	Les composantes de vitesses suivant (x, y, z)
g	Accélération de pesanteur (m/s ²)
\bar{V}	Vitesse moyenne (m/s)
v'	Vitesse fluctuante (m/s)

P	Pression statique (Pa)
\bar{P}	Pression moyenne (Pa)
P'	Pression fluctuante (Pa).
T_p, T_f	Température (k).
\bar{T}	Température moyenne (k).
T'	Température fluctuante (k).
R_{ij}	Contrainte de Reynold.
y^+	La distance à la paroi normalisée.
ℓ	Taille d'un tourbillon
U_ℓ	Vitesse caractéristique d'un tourbillon
F	propriété physique

Lettres grecques

δ	L'épaisseur de la couche limite turbulente
δ_{ij}	Kronecker Delta
ρ	Masse volumique (kg/m^3).
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon, \sigma_t, \sigma_\omega$	Nombres de Prandtl de l'énergie cinétique turbulente et de taux de dissipation et à la température et taux spécifique de dissipation respectives .
μ	Viscosité dynamique (kg/m s).
μ_t	Viscosité dynamique turbulente (kg/ms).
ν	Viscosité cinématique (m^2/s).
ν_t	Viscosité cinématique turbulente (m^2/s).
ν_{eff}	Viscosité effective turbulente (m^2/s).
κ	Constante de Von Karman.
ω	Taux spécifique de dissipation
η	Taux de déformation
ε	Taux de dissipation
α^* et α	facteurs de correction pour les petits nombres de Reynolds

INTRODUCTION
ET TRAVAUX ANTERIEURS

INTRODUCTION

ET TRAVAUX ANTERIEURS

I. Introduction et Travaux antérieurs

I.1 Introduction

Les écoulements dans les conduites courbées sont couramment rencontrés dans l'industrie, ils sont présents dans différentes applications industrielles telles que les échangeurs de chaleur, les canaux de refroidissement des aubes des turbines, les chambres de combustion des turboréacteurs et les moteurs de fusées, les installations thermo-hydrauliques des réacteurs nucléaires et les systèmes de mélange et de mixage.

L'écoulement dans les conduites courbées diffère de celui d'un conduit droit, principalement à cause de la présence d'un flux secondaire qui est généré dans le coude sous l'action de la force centrifuge provoquée par la courbure de la conduite, dont le résultat est l'apparition de deux ou plusieurs cellules tourbillonnaires contrarotatives (appelées Vortex de Dean) dans la conduite d'écoulement. Ces vortex modifient d'une façon substantielle, les caractéristiques de l'écoulement du fluide. Ils agissent sur la transition de l'écoulement du régime laminaire au régime turbulent, sur les taux de transfert de masse et de quantité de mouvement et les taux d'échanges thermiques.

De plus, les écoulements en conduites courbées sont fondamentalement différents des écoulements en conduites rectilignes, le champ dynamique est fortement influencé par la courbure de la conduite, les profils de vitesse présentent des comportements typiques, tels que l'aplatissement, le creusement des profils, et le décalage du maximum de la vitesse axiale vers la paroi inférieure de la conduite.

Les phénomènes constatés, lors des écoulements en conduites courbes, tels que la formation des vortex de Dean (cellules tourbillonnaires) et les variations du champ dynamique, sont exploités dans le domaine industriel, surtout dans les systèmes de mélange et de mixage, donnant naissance aux mélangeurs reposant sur le principe des écoulements de Dean, connu souvent sous le nom du mélange chaotique. Dans le domaine des échangeurs de chaleur, ces constatations ont donné naissance à une famille d'échangeurs compacts reposant sur le principe d'utilisation des écoulements en conduites courbes

Les premières études des écoulements en conduites courbées étaient exclusivement expérimentales, elles ont été suivies un peu de temps après par des études théoriques. Ce sont les avancées dans les domaines du calcul numérique et de l'informatique qui ont donné un nouvel essor considérable aux études numériques des écoulements en conduites courbées.

La simulation numérique de ces écoulements a été faite par plusieurs codes de calcul tel que le code commercial ANSYS FLUENT, qui représente un outil permettant des études numériques, de grande qualité, de la plupart des phénomènes physiques possibles en mécanique des fluides, dans différents domaines industriels et de recherche.

I.2 Travaux antérieurs :

Différents travaux expérimentaux et numériques ont été menés pour caractériser des écoulements complexes. La première expérience de visualisation d'écoulement de fluide dans les coudes a été faite par John Eustice ^[1]. Il a formulé que les vecteurs vitesses peuvent être décomposés en une composante axiale u et une composante radial v caractérisant la vitesse de l'écoulement secondaire par les technique de coloration.

Dean a montré théoriquement pour des petites courbures, dans un écoulement laminaire, la dépendance des particules à un paramètre dynamique adimensionnel caractérisant le mouvement secondaire noté (relation I.1)

Il a posé donc les fondements analytiques des écoulements secondaires. L'intensité du mouvement secondaire augmente avec le nombre de Reynolds et le rapport de la courbure $\frac{D_h}{R_c}$. [2]

Humphrey et al, en utilisant la LDA (laser Doppler Anemometry), ont effectué une étude expérimentale de l'écoulement turbulent dans un coude à 90° de section carrée et de rayon de courbure de 92 mm pour débit massique égal à 1.42 kg/s. Les conclusions tirées de cette étude sont :

- Les vitesses moyennes de l'écoulement secondaire, causées principalement par le champ de pression, atteignent des valeurs supérieures de 28% à celles de la vitesse moyenne. Ces vitesses moyennes sont largement responsables de la convection. [3]

Taylor et Whitelaw ont procédé aux mesures des composantes orthogonales de la vitesse et des contraintes de Reynolds associées dans un coude 90° de section carrée en utilisant la L.D.V

(Laser Doppler Velocimetry) pour des nombres de Reynolds 790 et 40103. Les résultats montrent que les couches limites avant l'entrée du coude à $0,25D_h$ et $0,15D_h$ créent, respectivement, une valeur de la vitesse de 60% et 40% de celle de la vitesse moyenne. Ils ont conclu que l'épaisseur de la couche limite à $0,15D_h$ est importante au développement de l'écoulement secondaire, principalement dans la première moitié du coude. [4]

Bara et al ont réalisé une étude expérimentale et numérique concernant un écoulement non établi et un écoulement pleinement développé d'un fluide newtonien incompressible, dans une conduite courbée à section carrée avec un rapport d'aspect de 15,1. Les mesures au moyen d'une vélocimétrie (LDV) pour des nombres de Dean de $De = 125, 137$ et 150 révèlent l'existence stationnaire et symétrique de deux cellules vortex à $De = 125$ et l'existence stationnaire et symétrique de quatre cellules vortex à $De = 137$ et 150 . [5]

Winters a constaté une paire de vortex additionnelle près de la paroi externe pour un écoulement développé dans un conduit courbe à section rectangulaire pour un nombre de Dean de 92. De plus, il a montré que si le nombre de Dean est compris entre 92 et 136 la solution demeure instable. [6]

Sotiropoulos et Patel ont développé les calculs de l'écoulement turbulent dans des coudes à 90° avec différentes formes de sections (circulaire, carré), par le modèle $k-\varepsilon$, en utilisant deux méthodes numériques différentes, l'une analytique et l'autre basée sur les différences finies. Dans les deux cas la structure complète de l'écoulement est bien prédite, mais l'effet du mouvement secondaire sur le développement de l'écoulement et les effets de la courbure de la paroi sur la turbulence à l'intérieur des couches limites sont sous-estimés. [7]

Sata et al ont développé le système PTV (Particle Tracking Velocimetry) pour mesurer l'écoulement d'air, et l'ont appliqué à l'écoulement turbulent dans des conduits courbes à section carrée. Ils ont ainsi pu obtenir les distributions instantanées des vecteurs de vitesses dans un volume tridimensionnel. [8]

Tamamidis et al ont rapporté une étude sur les écoulements tridimensionnels visqueux et incompressibles en utilisant deux méthodes de calcul numérique basées sur la compressibilité artificielle et la pression. Chaque méthode est appliquée à la prévision des écoulements laminaires dans des conduites fortement incurvées (coudes 90°) de sections carrées et circulaires. Les résultats numériques de chaque méthode sont comparés aux données expérimentales

disponibles. La précision, l'indépendance du maillage, le comportement de convergence, et l'efficacité des calculs numériques de chaque méthode sont examinées. [9]

Gauthier et al ont perfectionné une étude de visualisation du courant de fluide dans un coude à 90° et ont observé le début de l'instabilité pour un nombre de Reynolds $Re = 340$, sans pour autant ont considéré l'écoulement secondaire. [10]

Kim et al ont présenté une analyse de l'écoulement turbulent et le transfert de chaleur à la sortie d'un coude à 90° de section carrée. Ils ont étudié particulièrement l'influence de l'écoulement secondaire, la vorticité et les conditions aux limites sur le transfert de chaleur. Les cellules contrarotatives peuvent transporter la masse, la quantité de mouvement et l'énergie de la partie concave vers la partie convexe. [11]

Munch et Métais ont évalué l'influence du rapport d'aspect de la section sur les écoulements turbulents compressibles et tridimensionnels par la simulation des grandes échelles, se développant dans des conduits courbes de section rectangulaire. Les résultats montrent que ce paramètre modifie l'intensité et la localisation des tourbillons, et donc indirectement le transfert de chaleur lorsqu'un chauffage est appliqué sur la paroi convexe. [12]

K. Ma et H. Lai ont présenté une étude numérique comparative entre cinq modèles à deux équations de turbulence les plus largement utilisé dans deux coude de 90° à section carrée et rectangulaire, ils ont trouvé que le modèle $k-\varepsilon$ le plus efficace parmi les modèle a deux équations et le modèle $k-\omega$ donne un bon résultat que les autres modèles pour le profil de vitesse, les autres modèles donne un bon accord pour les contraintes de Reynold et l'énergie cinétique turbulente. [13]

Johnson et Launder (1985) ont mesuré les distributions de la température et du nombre de Nusselt sur la paroi du coude en U. le résultat expérimental pour un nombre de Reynolds $Re = 56030$ montre que le rapport entre les coefficients de transfert de chaleur au milieu des surfaces concave et convexe à l'angle 90° est de $2 : 1$. [14]

Row 1970 a fait une étude expérimentale sur l'effet de transfert de chaleur dans un grand tuyau ondulé en raison d'un écoulement secondaire qui conduit à un échange complet de fluide dans le mur et la ligne centrale leurs travaux portent en particulier sur l'écoulement monophasé dans divers coudes. [15]

Janyanti et al 1993 ont effectué une analyse numérique pour examiner le mouvement des particules de gaz dans les coudes de tuyaux à section circulaire de 90° et 180° , ils ont constaté que le flux secondaire induit dans la phase gazeuse par la courbure affecte le mouvement des particules, ce qui a pour effet que les plus petites particules sortent de la courbe sans se déposer. [16]

Chen et al 2015 a analysé de manière expérimentale l'effet de la longueur et de l'angle de flexion sur les performances de refroidissement des tubes de chaleur à plaque planes (FOHP), il a été observé que le taux de remplissage optimal du liquide augmentait avec l'augmentation de la longueur du tuyau. Alors que les taux plus courts avaient une conductivité thermique plus grande, et impliquant plus efficacement. Le pliage du tuyau n'affecterait pas le taux optimal de remplissage de liquide d'un FPHP. [17]

I.3 Contenu du mémoire

Ce mémoire comprend quatre chapitres. Le premier chapitre est consacré à un rappel sur la turbulence et le transfert de chaleur qui traite des notions sur les écoulements dans les conduites courbées, la propriété de la turbulence, la structure de la couche limite turbulente, les écoulements secondaires ainsi que la convection. Le deuxième chapitre traite de la formulation mathématique adaptée aux équations régissant les champs dynamiques et thermique de l'écoulement du fluide. Dans le troisième chapitre, sont exposés les méthodes numériques, les types de maillages, le code de calcul ANSYS FLUENT19.0. Le quatrième chapitre présente les résultats obtenus à l'aide des quatre modèles de turbulence concernant les champs de vitesse, de coefficient de pression, de coefficient de frottement, de température, nombre de Nusselt et de paramètres de la turbulence de l'écoulement tridimensionnel du fluide considéré.

I.4 Objectif du travail

L'objectif principal de ce mémoire est de comparer les performances de quatre modèles de turbulence à deux équations pour prédire les écoulements dans les conduits courbes. Le temps de calcul pour la convergence des solutions, les vitesses longitudinales et radiales, le coefficient de pression, coefficient de frottement, la distribution de la température et le nombre de Nusselt, ainsi que l'énergie cinétique turbulente et la vitesse fluctuante résolues par ces modèles seront comparées et discutées.

CHAPITRE I:

**RAPPEL SUR LES ECOULEMENTS
TURBULENTS ET LE TRANSFERT DE
CHALEUR**

CHAPITRE I: RAPPEL SUR LES ECOULEMENT TURBULENTS ET LE TRANSFERT DE CHALEUR

II. Rappel sur les écoulements turbulents et le transfert de chaleur

II.1 Ecoulement dans les conduites courbées

L'écoulement dans une conduite courbe à 90° se produit largement dans des dispositifs d'ingénierie tels que les serpentins de refroidissement des échangeurs de chaleur et les passages dans les turbomachines.

L'écoulement à travers un coude est différent de l'écoulement dans un canal rectiligne, en effet, lorsqu'un fluide s'écoule dans une conduite courbée les vecteurs vitesses ne sont pas perpendiculaires à la section de passage de ce fluide. Ces vecteurs vont créer un écoulement secondaire le long de l'écoulement principal, qui est dû aux forces centrifuges provoquées par la courbure de la conduite. [18]

II.1.1 Ecoulement secondaire dans un coude

La courbure influence l'écoulement et engendre une cellule de recirculation perpendiculaire à l'écoulement principal qui s'étend sur l'ensemble de la largeur de la section. L'existence de cette recirculation est expliquée par l'action de la force centrifuge agissant de l'intérieur vers l'extérieur de la courbure, donc les écoulements secondaires peuvent être définis comme des écoulements se trouvant dans le plan perpendiculaire à l'écoulement principal. Ils sont aussi appelés vortex de Dean. [19]

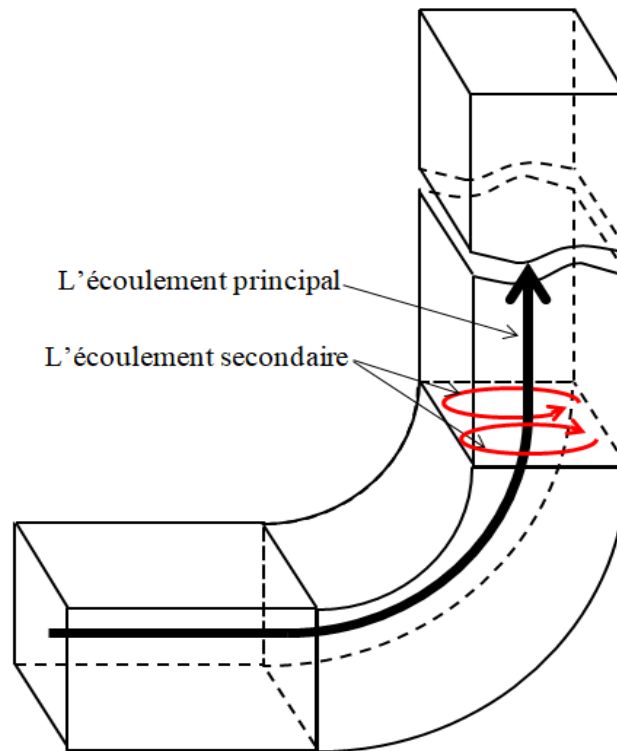


Figure II.1: Représentation schématique de l'écoulement principal et de l'écoulement secondaire au sein d'une conduite courbe.

II.1.2 Définition du nombre de Dean:

Le nombre de Dean est le nombre de Reynolds corrigé par un facteur $\sqrt{\frac{D_h}{R_c}}$ pour tenir compte des effets de la force centrifuge résultant de la courbure de la conduite. Le nombre de Dean est défini par :

$$De = Re \cdot \sqrt{\frac{D_h}{R_c}} \quad (I.1)$$

Avec Re : est le nombre de Reynold, D_h : est le diamètre hydraulique, R_c : le rayon de courbure.

II.2 Propriétés de la turbulence

II.2.1 Définition

La turbulence est une propriété d'un écoulement et non du fluide utilisé. Quand l'écoulement est turbulent, les grandeurs physiques macroscopiques (vitesse, pression) varient de façon rapide et aléatoire. Un écoulement turbulent est nécessairement rotationnel. La turbulence se caractérise aussi par une diffusivité très élevée (température, quantité de mouvement, etc.).

II.2.2 Régimes d'écoulement :

En 1883 Reynolds a défini trois grands régimes d'écoulement et ce en fonction du nombre adimensionnel Re qu'il a défini. Ce nombre qui porte son nom est le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses.

- L'écoulement laminaire: c'est un écoulement rectiligne et lent, le fluide s'écoule en files parallèle à l'axe de la conduite sans mélange, l'écoulement est dit laminaire, et $Re < 2000$.
- L'écoulement intermédiaire ou transition: c'est un écoulement plus ou moins rectiligne avec un peu de mélange, Re est compris entre 2000 et 2500.
- L'écoulement turbulent: cet écoulement se fait avec grands tourbillons et avec un mélange important $Re > 2500$.

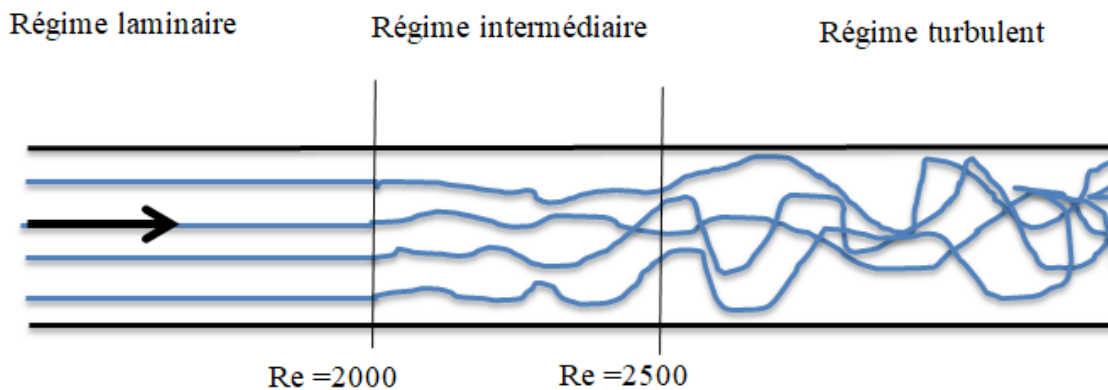


Figure II.2: Les régimes d'écoulement dans une conduite.

II.3 Structure de la couche limite turbulente :

La couche limite turbulente comporte deux régions, une région interne dépendant fortement des conditions à la paroi et une région externe qui dépend essentiellement du fluide et l'écoulement extérieur.

II.3.1 Région interne :

C'est une région très proche de la paroi est dominée par les force de viscosité [20,21] son épaisseur est de l'ordre de 0.2δ cette région peut être divisé en trois zones.

II.3.1.1 Sous-couche visqueuse: $0 < y^+ < 5$

C'est une zone très mince dominée par les forces de viscosité, dans cette zone, le profil de vitesse suit la relation :

$$U^+ = y^+ \quad (\text{I.2})$$

II.3.1.2 Région tampon: $5 < y^+ < 30$

C'est un mélange entre la couche entièrement turbulente et la sous couche visqueuse où les contraintes visqueuses et les contraintes turbulentes ont le même ordre de grandeur

II.3.1.3 Région inertielle logarithmique : $30 < y^+ < 200$

C'est la partie extérieure de la couche interne. Dans cette zone, les forces d'inertie sont devenues prépondérants par rapport aux forces de viscosité et le profil de vitesse varie proportionnellement à $\log y^+$ (la loi de paroi.).

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B \quad (\text{I.3})$$

II.3.2 Région externe : $300 < y^+ < 500$

C'est une région loin de la paroi, contrôlée par la turbulence [20,21], elle dépend essentiellement du fluide et l'écoulement extérieur [22]. Celle-ci représente 80% de l'épaisseur totale de la couche limite turbulente. Dans cette zone le gradient de vitesse est faible, et le profil de vitesse est décrit par des lois semi-empiriques dites "loi de sillage"

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \left(\frac{y^+}{\delta} \right) + B \quad (\text{I.4})$$

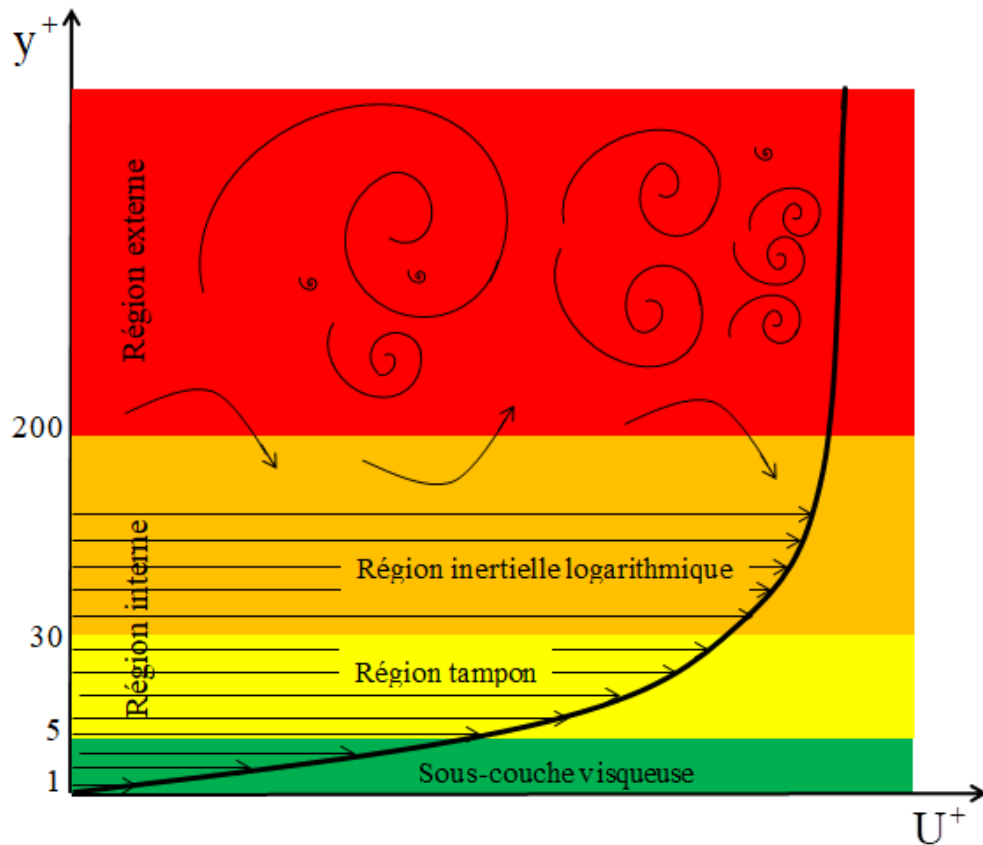


Figure II.3: Structure de la couche limite turbulente.

II.4 Energie cinétique turbulente

II.4.1 Cascade d'énergie de Richardson-Kolmogorov

Le processus imaginé par Richardson (1922) et formalisé par Kolmogorov (1941) [23] est celui d'une cascade d'énergie résultant d'une fragmentation de l'écoulement en structures d'échelles de tailles décroissantes.

Dans un écoulement turbulent, on trouve de nombreux tourbillons de tailles fort différentes dont la taille caractéristique ℓ et la vitesse caractéristique U_ℓ résultent d'un processus dynamique de brisures successives des structures d'échelles ℓ en structures de plus en plus petites. Les plus gros tourbillons sont déterminés par les conditions aux limites. Leur taille caractéristique est de l'ordre de grandeur de la taille de l'écoulement. Les plus petits tourbillons sont déterminés par la viscosité. La dissipation sous forme de chaleur se fait au niveau des petits tourbillons.

II.4.2 Domaines d'échelles :

On distingue trois domaines d'échelles:

- Domaine de production de turbulence.
- Domaine inertiel.
- Domaine de dissipation.

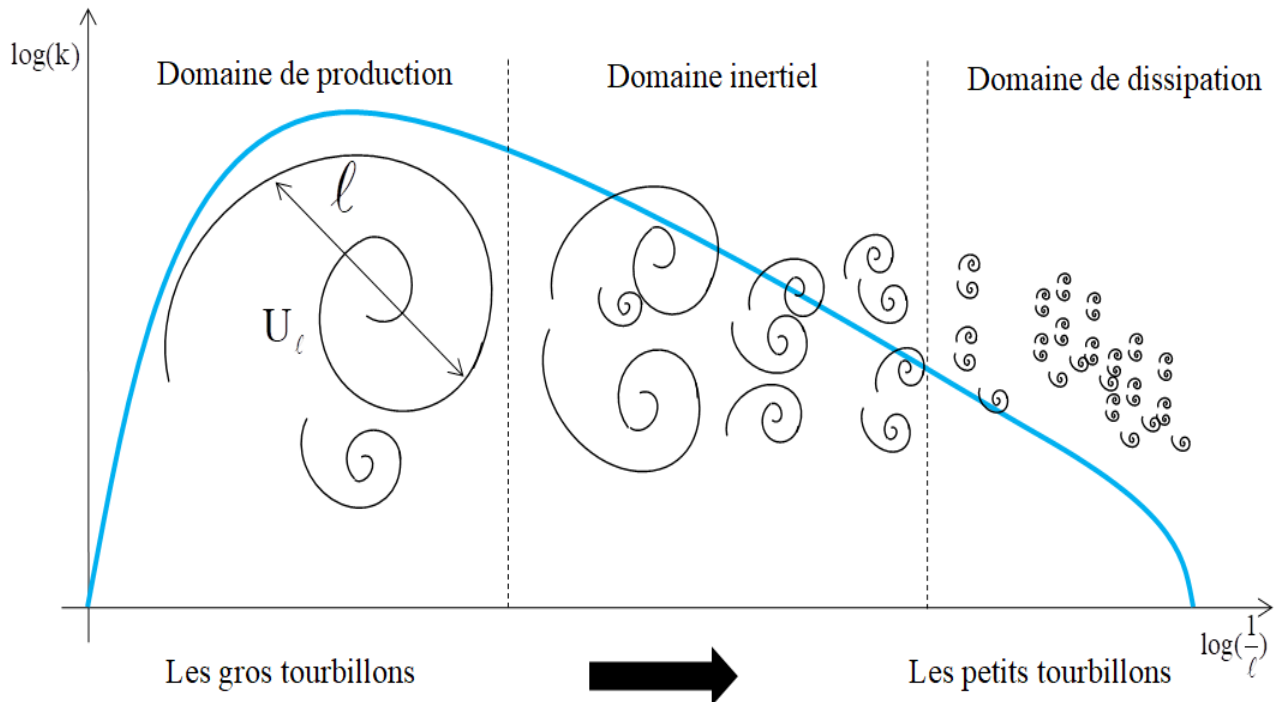


Figure II.4: Cascades de Kolmogorov.

II.5 Notions sur la Convection :

II.5.1 Définition :

La convection est un mécanisme de transport de la chaleur à travers un fluide par l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes. D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux particules fluide adjacentes. L'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces particules. Ensuite ces dernières vont se mélanger avec d'autres particules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie, celle-ci est à présent emmagasinée dans les particules fluides et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement. [24]

II.5.2 Convection Forcée:

L'écoulement du fluide à travers les tuyaux est couramment utilisé dans les applications de chauffage et de refroidissement. Le fluide dans de telles applications est forcé à s'écouler par un ventilateur ou une pompe le long d'une conduite pour accomplir le transfert de chaleur souhaité, de cela la convection forcée est un processus de transfert de la chaleur entre les particules fluide avec la présence d'un mécanisme pour déplacer le fluide. [25]

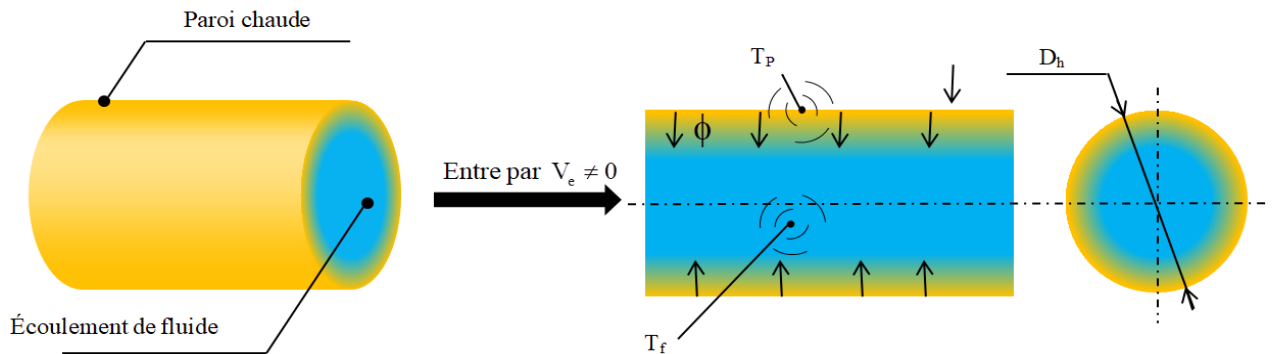


Figure II.5:Présentation de la convection forcée dans une canalisation.

Les applications de la convection forcée dans l'industrie sont nombreuses, nous pouvons le voir dans les échangeurs de chaleur les pompes à chaleur etc...

La convection forcée dépend des paramètres de fluide : viscosité dynamique, conductivité thermique λ , la masse volumique ρ , la chaleur spécifique C_p , ainsi que la vitesse d'écoulement du fluide V . Elle dépend aussi de la géométrie et de la rugosité de la surface solide en plus de la nature d'écoulement de fluide (laminaire ou turbulent). [26]

$$\phi = hA(T_p - T_f) \quad (\text{I.5})$$

II.5.3 Nombres adimensionnels intervenant dans la convection:

La transmission de la chaleur entre la paroi et le fluide est caractérisée par le nombre de Nusselt moyen. En convection forcée, la dépendance de celui-ci avec le nombre de Reynold et le nombre de Prandtl.

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr}) \quad (\text{II.6})$$

La relation précédente (II.6) s'exprime par plusieurs corrélations doit être déterminée expérimentalement suivant la nature d'écoulement, la géométrie et d'autres conditions nous notons ici que la corrélation suivante de Colburn est valable dans notre étude pour le régime turbulent. [22]

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} . Pr^{0.33} \quad (II.7)$$

Avec Re : nombre de Reynold et Pr : nombre de Prandtl

La formule générale de nombre de Reynold

$$Re = \frac{\rho V D_h}{\mu} \quad (II.8)$$

La formule générale de nombre de Prandtl

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} \quad (II.9)$$

II.6 Convection forcée dans les coudes :

L'étude de la convection forcée des fluides dans les conduits courbés a fait l'objet d'un grand nombre de travaux. L'intérêt de son étude réside dans son implication dans de nombreux phénomènes industriels tel que le transport des fluides, réseau de refroidissement. Plusieurs géométries des coudes ont été utilisées, telles que le coude à section rectangulaire, circulaire et même carrée. Le coude à section rectangulaire continue à être la géométrie qui présente une grande importance pour caractériser les écoulements en particulier les écoulements secondaires. Les passages d'écoulement de fluide dans les coudes sont courants dans la plupart des systèmes technologiques impliquant le transport de fluide, l'échange de chaleur et la production d'énergie thermique. Ces écoulements sont soumis à des forces centrifuges provenant d'un changement continu dans la direction de l'écoulement et présentent des caractéristiques de fluide et de chaleur uniques qui sont très différentes de celles des passages rectilignes.

CHAPITRE II :
MODÉLISATION
MATHÉMATIQUE

CHAPITRE II :

MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

III. MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

III.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons seulement les équations modélisant le problème traité, elles expriment les lois de conservation de masse, de quantité de mouvement (de Navier-Stokes) et d'énergie.

III.2 Équations mathématique

Les écoulements dans le présent travail sont tridimensionnels, permanent et turbulents d'un fluide Newtonien incompressible. Ils sont régis par des équations traduisant le transport de la masse, la quantité de mouvement et l'énergie, présentées ci-après. Les propriétés du fluide sont supposées constantes.

III.2.1 Équation de continuité :

Elle exprime le principe de conservation de la masse.

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{V}) = 0 \quad (\text{II.1})$$

Pour un écoulement permanent et incompressible l'équation (II.1) devient :

$$\frac{\partial V_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{II.2})$$

III.2.2 Équations de transport de quantité du mouvement :

Cette équation est tirée de l'application de la 2ème loi de Newton à un volume de contrôle élémentaire de fluide. Elle permet d'établir des relations entre les caractéristiques du fluide, celles de ses mouvements et les causes qui les produisent.

$$\underbrace{\frac{\partial V_i}{\partial t}}_1 + \underbrace{\rho V_j \frac{\partial V_i}{\partial x_j}}_2 = - \underbrace{\frac{\partial p}{\partial x_i}}_3 + \underbrace{\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}}_4 \quad (\text{II.3})$$

1: Variation locale de la vitesse, 2 : variation convective de la vitesse, 3 :résultante des Forces de pression, 4 :résultante des Forces visqueuse .

III.2.3 Équation de l'énergie :

Cette équation est obtenue à partir du premier principe de la thermodynamique

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (V_j T)}{\partial x_j} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} \quad (\text{II.4})$$

III.3 Régimes d'écoulement

III.3.1 Écoulement laminaire :

Les équations régissent l'écoulement laminaire sont (II.1), (II.2), (II.3) avec la variation locale est nulle (écoulement stationnaire).

III.3.2 Écoulement turbulent :

Les équations régissant l'écoulement turbulent sont les même de celui de l'écoulement laminaire avec l'ajout de ce qu'on appelle la décomposition de Reynolds, cette décomposition consiste à considérer toute grandeur vectorielle ou scalaire comme la somme d'un terme moyen et un terme fluctuant.

$$F = \bar{F} + F' \quad (\text{II.5})$$

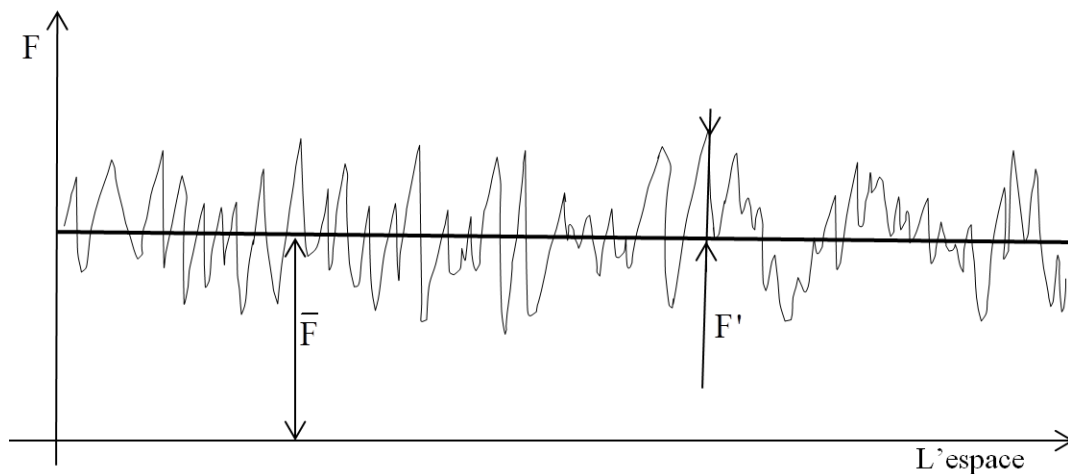


Figure III.1: Signal d'un écoulement turbulent.

F est la partie instantanée, \bar{F} la partie moyenne et F' la partie fluctuante.

On obtient, donc, pour les composantes de la vitesse, la pression et la température.

$$\begin{cases} \mathbf{V} = \overline{\mathbf{V}} + \mathbf{V}' \\ \mathbf{P} = \overline{\mathbf{P}} + \mathbf{P}' \\ \mathbf{T} = \overline{\mathbf{T}} + \mathbf{T}' \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

Il est à noter que :

$$\begin{cases} \overline{\mathbf{V}'} = 0 \\ \overline{\mathbf{P}'} = 0 \\ \overline{\mathbf{T}'} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

Soit deux fonctions F et G, les règles de moyenne de Reynolds :

$$\overline{\mathbf{F} + \mathbf{G}} = \overline{\mathbf{F}} + \overline{\mathbf{G}} \quad ; \quad \overline{a\mathbf{F}} = a\overline{\mathbf{F}} \quad ; \quad \overline{\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}}} = \frac{\partial \overline{\mathbf{F}}}{\partial \mathbf{x}} \quad ; \quad \overline{\mathbf{F}\mathbf{G}} = \overline{\mathbf{F}}\overline{\mathbf{G}}$$

III.3.2.1 Équation de continuité :

En introduisant la décomposition de Reynolds dans l'équation de continuité (II.2) et on fait la moyenne, on obtient :

$$\overline{\frac{\partial \overline{\mathbf{V}}_j + \mathbf{v}_j'}{\partial \mathbf{x}_j}} = \frac{\partial \overline{\mathbf{V}}_j + \overline{\mathbf{v}_j'}}{\partial \mathbf{x}_j} = \frac{\partial \overline{\mathbf{V}}_j}{\partial \mathbf{x}_j} + \frac{\partial \overline{\mathbf{v}_j'}}{\partial \mathbf{x}_j} = 0 \quad (\text{II.8})$$

Équation du champ moyen

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{V}}_j}{\partial \mathbf{x}_j} = 0 \quad (\text{II.9})$$

Équation du champ fluctuant :

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{v}_j'}}{\partial \mathbf{x}_j} = 0 \quad (\text{Car } \overline{\mathbf{v}_j'} = 0) \quad (\text{II.10})$$

III.3.2.2 Équation de Reynolds :

En introduisant la décomposition de Reynolds dans l'équation de continuité (II.3) et on fait la moyenne, on obtient :

$$\rho \frac{\partial V_i V_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 V_i}{\partial x_j^2} + \rho g_i \quad (\text{II.11})$$

$$\rho \frac{\partial (\bar{V}_i + V_i') (\bar{V}_j + V_j')}{\partial x_j} = -\frac{\partial (\bar{P} + P')}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 (\bar{V}_i + V_i')}{\partial x_j^2} + \rho g_i \quad (\text{II.12})$$

$$\rho \frac{\partial \bar{V}_j \bar{V}_i}{\partial x_j} + \rho \frac{\partial \bar{V}_j V_i'}{\partial x_j} + \rho \frac{\partial \bar{V}_i V_j'}{\partial x_j} + \rho \frac{\partial V_i' V_j'}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} - \frac{\partial P'}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{V}_i}{\partial x_j^2} + \mu \frac{\partial^2 V_i'}{\partial x_j^2} + \rho g_i \quad (\text{II.13})$$

$$\rho \frac{\partial \bar{V}_j \bar{V}_i}{\partial x_j} + \underbrace{\rho \frac{\partial \bar{V}_j V_i'}{\partial x_j}}_{=0} + \underbrace{\rho \frac{\partial \bar{V}_i V_j'}{\partial x_j}}_{=0} + \rho \frac{\partial V_i' V_j'}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} - \underbrace{\frac{\partial P'}{\partial x_i}}_{=0} + \mu \frac{\partial^2 \bar{V}_i}{\partial x_j^2} + \mu \underbrace{\frac{\partial^2 V_i'}{\partial x_j^2}}_{=0} + \rho g_i \quad (\text{II.14})$$

$$\rho \frac{\partial \bar{V}_j \bar{V}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{V}_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{V_i' V_j'}) + \rho g_i \quad (\text{II.15})$$

$$\rho \frac{\partial \bar{v}_j \bar{v}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} + -\rho \overline{V_i' V_j'} \right) + \rho g_i \quad (\text{II.16})$$

C'est l'équation de Reynolds. Elle ne diffère de l'équation de Navier-Stokes que par le terme $R_{ij} = -\overline{V_i' V_j'}$, regroupé dans le membre droit avec les contraintes. D'où leurs noms de contraintes de Reynolds.

$$R_{ij} = - \begin{pmatrix} \overline{V_1'^2} & \overline{V_1' V_2'} & \overline{V_1' V_3'} \\ \overline{V_2' V_1'} & \overline{V_2'^2} & \overline{V_2' V_3'} \\ \overline{V_3' V_1'} & \overline{V_3' V_2'} & \overline{V_3'^2} \end{pmatrix} \quad (\text{II.17})$$

III.3.2.3 Équation d'énergie :

On prend l'équation (III.4) et on applique la décomposition de Reynolds et on fait la moyenne

$$\frac{\partial(\overline{T+T'})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{V_j+V'_j})(T+T')}{\partial x_j} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2(T+T')}{\partial x_j^2} \quad (\text{II.18})$$

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{T'}}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{V_j T})}{\partial x_j} + \underbrace{\frac{\partial(\overline{V'_j T})}{\partial x_j}}_{=0} + \underbrace{\frac{\partial(\overline{V_j T'})}{\partial x_j}}_{=0} + \frac{\partial(\overline{V'_j T'})}{\partial x_j} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 \overline{T}}{\partial x_j^2} + \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 \overline{T'}}{\partial x_j^2} \quad (\text{II.19})$$

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{V_j T}) = \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 \overline{T}}{\partial x_j^2} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{-V'_j T'}) \quad (\text{II.20})$$

Pour un régime permanent :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{V_j T}) = \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 \overline{T}}{\partial x_j^2} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{-V'_j T'}) \quad (\text{II.21})$$

III.4 Problèmes de fermeture

La différence entre les équations de Navier-Stokes et celles de Reynolds est en fait essentielle, parce que les contraintes sont des inconnues supplémentaires et que l'on ne dispose à priori que du même nombre d'équations. Dans un problème laminaire, on a 5 fonctions inconnues, les trois composantes de vitesse, la température et la pression et quatre équations, l'équation de continuité et les trois équations de Navier-Stokes. Pour un problème turbulent, on dispose du même nombre d'équations, les équations de Reynolds remplaçant celle de Navier-Stokes, mais en plus des fonctions inconnues de l'écoulement moyen V_1, V_2, V_3, T et P on a 6 fonctions inconnues du tenseur de Reynolds donc dans le cas général, on a 10 fonctions inconnues, mais seulement 5 équations. On dit que le système n'est pas fermé. C'est le problème principal de la turbulence, pour cela il faut obtenir des équations supplémentaires en nombre suffisant.

III.5 Les modèles de fermeture

Il existe plusieurs modèles de turbulence dans le logiciel ANSYS FLUENT se distinguant par leur degré de complexité, c'est-à-dire par le nombre d'équations de transport supplémentaires introduites pour les quantités turbulentes pour fermer le problème.

Les modèles utilisés dans le présent travail sont :

- Le modèle k-ε standard.
- Le modèle RNG k-ε .
- Le modèle réalisable k-ε
- Le modèle k-ω standard.

II.1.1 Le modèle k-ε standard

Le modèle k-ε (Launder et Sharma (1974)) [27,28] est un des modèles les plus utilisés pour la modélisation de la turbulence. Il est basé sur la modélisation de deux équations de transport la première est celle de l'énergie cinétique turbulente (k) et la deuxième est son taux de dissipation visqueuse (ε) Ainsi, le concept Boussinesq (1877) qui relie les contraintes de Reynolds aux contraintes visqueuses.

Concept de Boussinesq :

$$-\overline{V_i'V_j'} = \nu_t \left(\frac{\partial \overline{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{V}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \quad (\text{II.22})$$

Pour le flux de chaleur

$$-\overline{V_j't'} = \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} \quad (\text{II.23})$$

Où la viscosité turbulente est donnée par l'équation (III.23)

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (\text{II.24})$$

Les équations de k et ε sont obtenus à partir de l'équation de transport

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{V}_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P_k - \varepsilon \quad (\text{II.25})$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{V}_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{1\varepsilon} \left(\frac{\varepsilon}{k} \right) P_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (\text{II.26})$$

Avec

P_k : Est la production de k

$$P_k = -V_i'V_j' \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} \quad (\text{II.27})$$

$C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, C_\mu$ Sont des constants déterminés expérimentaux $\sigma_k, \sigma_\varepsilon, \sigma_t$ sont des nombres de Prandtl de l'énergie cinétique turbulente et de taux de dissipation et à la température respectives.

Le tableau suivant donne les valeurs implantées dans le code ANSYS FLUENT pour le modèle k-ε standard.

$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	C_μ	σ_k	σ_ε	σ_t
1.44	1.92	0.09	1	1.3	0.9

Table III.1: Valeurs constantes du modèle k-ε standard utilisées par le code ANSYS Fluent.

II.1.1.1 Modélisation de l'énergie cinétique turbulente

En général l'énergie cinétique turbulente est donnée par l'équation (III.27) comme suit

$$k = \frac{1}{2} \overline{V_i'V_j'} \quad (\text{II.28})$$

II.1.2 Le modèle RNG k-ε:

C'est un modèle développé par le groupe de renormalisation (Yakhot & Smith, 1992) [29] consiste en une estimation au cours du calcul de la constante $C_{\varepsilon 1}$, remplacée dans l'équation de dissipation par C_η . Cette expression ajoute un terme fonction du taux de déformation η à l'équation du taux de dissipation le rendant ainsi moins diffusif.

$$C_\eta = C_{\varepsilon 1} - \frac{\eta \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0} \right)}{1 + \beta \eta^3} \quad (\text{II.29})$$

Avec :

$$\eta = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{P}{\eta_t}} \quad (\text{II.30})$$

Les constantes du modèle RNG k-ε ont pour valeur, Tableau III.1.

$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	C_μ	β	σ_ε	η_0
1.42	1.62	0.085	0.015	0.7179	4.38

Table III.2: Valeurs des constantes du modèle RNG k-ε utilisées par le code ANSYS Fluent.

II.1.3 Le modèle réalisable k-ε :

C'est le dernier membre de la famille des modèles k-ε, ce modèle diffère du modèle standard par une nouvelle formulation pour la viscosité turbulente et une nouvelle équation pour le taux de dissipation ε .[30]

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{V}_{jk}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P_k - \varepsilon \quad (\text{II.31})$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{V}_{j\varepsilon}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \rho C_{1\varepsilon} S \varepsilon - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} \quad (\text{II.32})$$

Avec :

$$C_{1\varepsilon} = \max \left(0.43 \frac{\eta}{\eta + 5} \right) \quad S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \quad \eta = S \frac{k}{\varepsilon}$$

L'équation de transport cinétique a la même forme que celle du modèle k-ε standard et du module k-ε RNG, mais l'équation de transport pour la dissipation est différente .le terme de production de la turbulence, dans l'équation pour la dissipation ε

$$P_\varepsilon = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \rho C_{1\varepsilon} S \varepsilon \quad (\text{II.33})$$

La viscosité turbulente est calculée à partir de l'équation(III.24), sauf que C_μ n'est plus constant. Il est fonction de la déformation moyenne, des taux de rotation S_{ij} , de la vitesse angulaire de la rotation du système $\tilde{\Omega}_{ij}$ et des champs de la turbulence (k et ε)

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_S k V^* / \varepsilon} \quad (\text{II.34})$$

Où:

$$V^* = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij}\tilde{\Omega}_{ij}} \quad \tilde{\Omega}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} - \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} \right) \quad (\text{II.35})$$

A_0, A_s Sont des constantes.

Ce modèle procure des performances supérieures dans les écoulements impliquant la rotation, les couches limites sous de forts gradients de pression adverses, la séparation et les recirculations.

II.1.4 Le modèle standard k- ω :

Le modèle k- ω est un modèle semi empirique, formé de deux équations de transport. Une pour l'énergie cinétique turbulente k, et la deuxième est celle du taux spécifique de dissipation ω qui peut également être considéré comme un rapport de ε à k. [31]

L'énergie cinétique de turbulence k et le taux de dissipation ω sont obtenus respectivement à partir des deux équations de transport suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{V}_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\underbrace{\left(v + \frac{v_t}{\Gamma_k} \right)}_{\Gamma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P_k - \underbrace{\rho \beta^* f_\beta k \omega}_{Y_k} \quad (\text{II.36})$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{V}_j \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\underbrace{\left(v + \frac{v_t}{\Gamma_\omega} \right)}_{\Gamma_\omega} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + \underbrace{\alpha \left(\frac{\omega}{k} \right) P_k}_{P_\omega} - \underbrace{\rho \beta_1 f_\beta \omega^2}_{Y_\omega} \quad (\text{II.37})$$

Avec :

P_k : Production d'énergie cinétique turbulente par les gradients de vitesse moyenne.

P_ω : Production de ω .

Γ_k et Γ_ω ; coefficients de diffusions de k et ω . ou σ_k, σ_ω sont les nombres de Prandtl de l'énergie cinétique turbulente et taux spécifique de dissipation respectivement.

Y_k et Y_ω ; dissipations de k et ω due à la turbulence.

La viscosité turbulente est calculée par la combinaison de k et ω , comme suit :

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (\text{II.38})$$

Ou α^* et α sont des facteurs de correction pour les petits nombres de Reynolds .ces coefficient sont donné par :

$$\alpha^* = \alpha_\infty^* \left(\frac{\alpha_0 + \frac{Re_t}{R_k}}{1 + \frac{Re_t}{R_\beta}} \right) \quad \alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \left(\frac{\alpha_0 + \frac{Re_t}{R_k}}{1 + \frac{Re_t}{R_\omega}} \right) \quad (\text{II.39})$$

Avec :

$$Re_t = \frac{k}{v\omega} \quad (\text{II.40})$$

Dans les équations du modèle k – ω standard ont apparu de différentes constantes, données dans le tableau II.3

α^*	α_∞	α_0	β_∞^*	β_i	R_β	R_k	R_ω	ζ^*	M_{t0}	σ_k	σ_ω
1	0.52	1/9	0.09	0.072	8	6	2.95	1.5	0.25	2	2

Table III.3: Valeurs des constantes empiriques du modèle k- ω

Toutes ces équations peuvent être écrites sous la forme générale suivante :

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho V_j \varphi)}{\partial x_j}}_1 = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right)}_2 + \underbrace{P_\varphi}_3 \quad (\text{II.41})$$

Terme 1 : transport de φ par convection ; Terme 2 : transport de φ par diffusion ; Terme 3 : production locale de φ

Les paramètres moyens :

Équation	φ	Γ_φ	P_φ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement	\bar{V}_i	$\nu + \nu_t$	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \rho g_i$
Énergie	\bar{T}	$\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_t}$	0

Table III.4: Les paramètres de champ moyen.

Les paramètres turbulents:

Equation	Équation	φ	Γ_φ	P_φ
$k-\varepsilon$ standard	Énergie cinétique turbulente	k	$\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}$	$P_k - \varepsilon$
	Taux de dissipation	ε	$\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}$	$C_{1\varepsilon} \left(\frac{\varepsilon}{k}\right) P_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$
$k-\varepsilon$ RNG	Énergie cinétique turbulente	k	$\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}$	$P_k - \varepsilon$
	Taux de dissipation	ε	$\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}$	$C_{\eta} \left(\frac{\varepsilon}{k}\right) P_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$
$k-\varepsilon$ Réalisable	Énergie cinétique turbulente	k	$\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}$	$P_k - \varepsilon$
	Taux de dissipation	ε	$\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}$	$C_{1\varepsilon} S \varepsilon - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}}$
$k-\omega$ Standard	Énergie cinétique turbulente	k	$\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}$	$P_k - Y_k$
	Taux de dissipation	ω	$\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega}$	$P_\omega - Y_\omega$

Table III.5: Les paramètres turbulents.

CHAPITRE III :
MÉTHODE NUMÉRIQUE

CHAPITRE III :

MÉTHODE NUMÉRIQUE

IV. MÉTHODE NUMÉRIQUE

IV.1 Introduction

Le passage d'un problème aux dérivées partielles continu à un problème discret s'appuie sur les méthodes classiques d'analyse numérique. On distingue trois grandes méthodes pour formuler un problème continu sous la forme discrète : la méthode des différences finies, des éléments finis et des volumes finis. Le code que nous avons utilisé « ANSYSFluent » utilise les volumes finis.

IV.1.1 Méthodes des différences finies

C'est la méthode la plus ancienne, le principe fondamental de cette méthode consiste au maillage du domaine d'étude en nœuds dont la finesse permet de donner une approximation des contours du domaine. Ensuite, en appliquant le développement dans chaque nœud du maillage, ce qui permet d'obtenir un nombre d'équation algébrique égale au nombre des valeurs d'inconnues des grandeurs étudiées.

IV.1.2 Méthodes des éléments finis

La méthode consiste à mailler l'espace en régions élémentaires dans lesquelles on représente la grandeur recherchée par une approximation polynomiale. Le maillage peut être constitué de triangles ou de rectangles aux sommets desquels on recherche des volumes de l'inconnue en supposant que dans ce domaine, l'inconnue varie linéairement en fonction des coordonnées. Une telle méthode nécessite donc de mailler tout l'espace étudié. Elle conduit à des tailles importantes en mémoire des calculateurs et à des temps de calcul longs qui nécessitent souvent des stations de travail pour la résolution des problèmes industriels.

IV.1.3 Méthodes des volumes finis

La méthode des volumes finis est caractérisée par son avantage à satisfaire la conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie dans tous les volumes finis ainsi que dans tout le domaine de calcul. Elle facilite la linéarisation des termes non linéaires dans les équations de conservation tels que le terme source par exemple. La méthode consiste à partager le domaine de calcul en plusieurs volumes, où chaque volume entoure un nœud.

IV.2 Notion de maillage

IV.2.1 Nœuds et éléments

La modélisation numérique repose sur la reformulation des équations de conservation sur des volumes v_n élémentaires ou discrets, appelés éléments ou mailles. A ces éléments, sont associés les nœuds de discrétisation, c'est-à-dire les points de résolution des équations discrètes. Ceux-ci peuvent être aussi bien placés aux sommets des éléments qu'en leur centre ou encore sur les faces, selon la méthode de discrétisation utilisée.

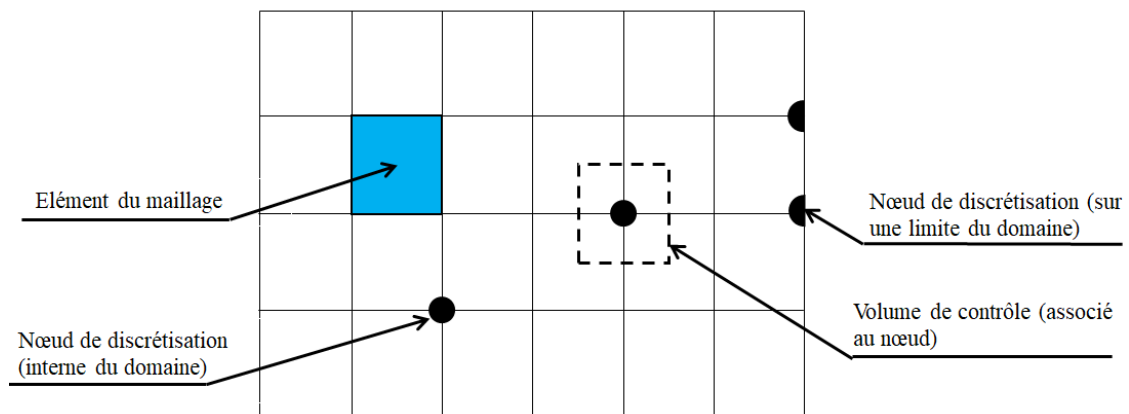


Figure IV.1: Illustration de la notion de maillage.

Les éléments et les nœuds associés composent le maillage, qui se fait par un découpage géométrique du domaine de calcul.

IV.2.2 Géométrie et topologie

Nous faisons la différence entre la géométrie qui caractérise la forme du domaine et la topologie qui est le résultat du découpage spatial du domaine sur lequel s'appuie le maillage. La topologie est donc une classification des objets de type segments, faces, etc.

Nous distinguons plusieurs types de maillages, définis par le nombre de nœuds associés à chaque élément (Figure III.2) et par le nombre de liaisons pour chaque nœud.

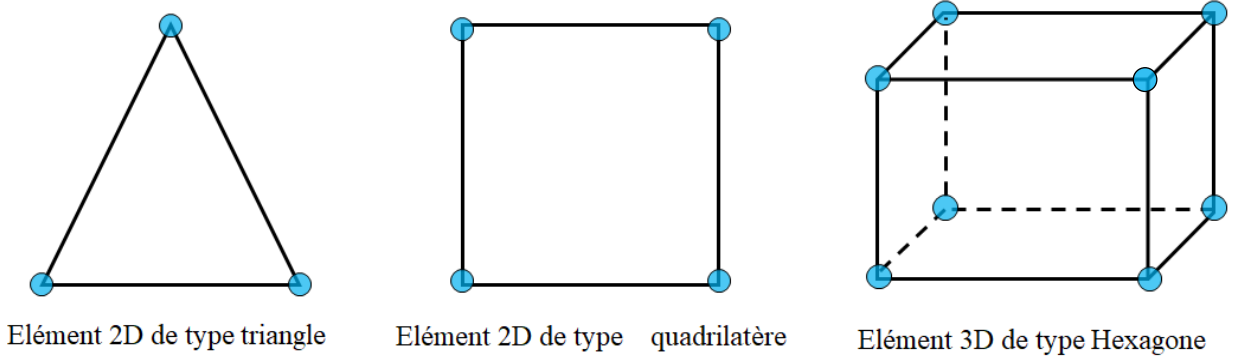


Figure IV.2: Quelques types d'éléments.

IV.2.3 Connectivité

La connectivité décrit les liaisons entre les sommets des éléments. On parle de maillage structuré si les nœuds de même type (dans le domaine, sur une limite ou sur un coin) ont toujours le même nombre de nœuds voisins, ou sont associés au même nombre d'éléments.

La connectivité associée à ces nœuds est alors toujours de même type. Dans le cas d'un maillage non-structuré, la connectivité est de type quelconque, et le nombre de nœuds voisins de chaque nœud diffère localement (Figure IV.3).

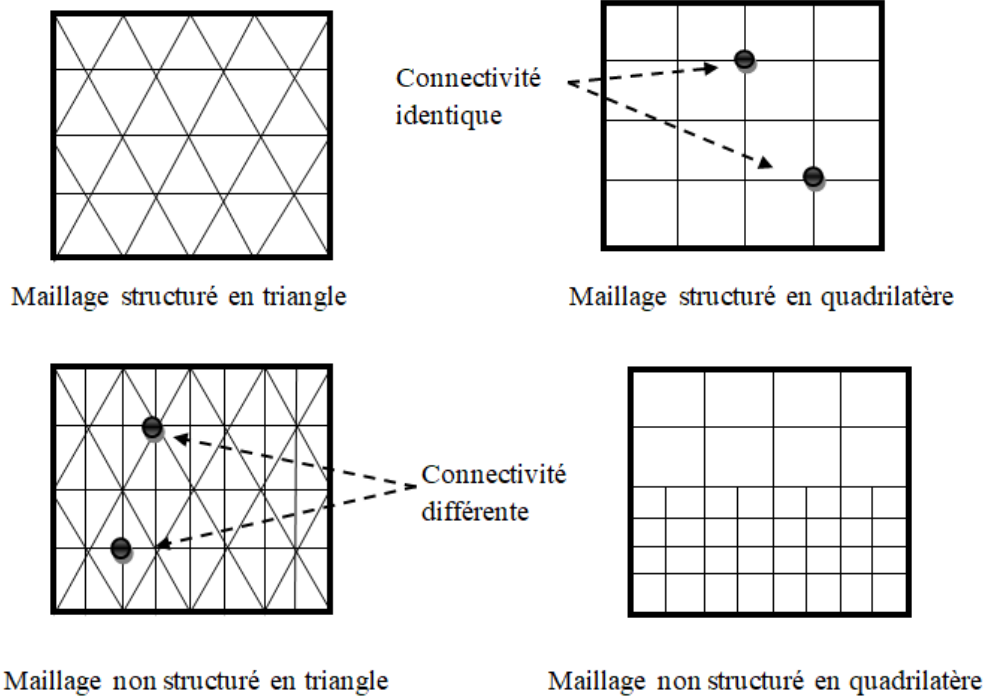


Figure IV.3: Exemples de maillages.

IV.3 Le logiciel ANSYS Workbench.

IV.3.1 Présentation du logiciel ANSYS

Le Workbench permet de gérer les fichiers et le lancement des différents logiciels à partir d'une fenêtre unique.

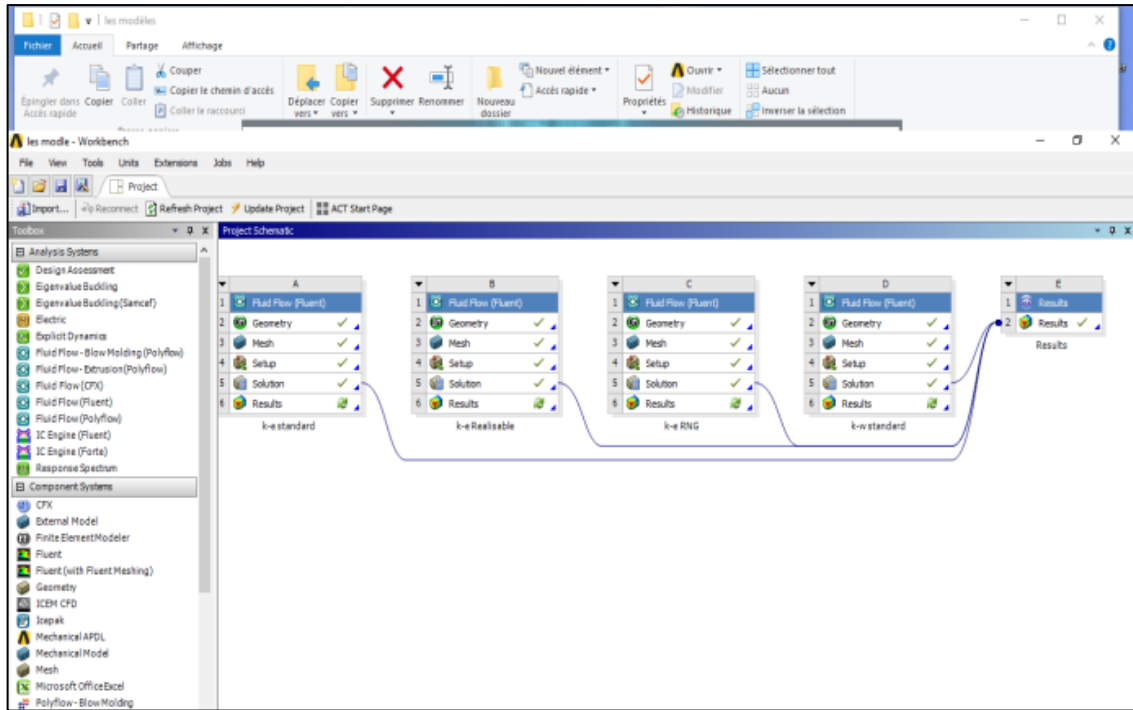


Figure IV.4: La fenêtre principale du Workbench.

IV.3.2 Présentation de code de calcul ANSYS Fluent :

ANSYS Fluent 17.0 est le logiciel de dynamique des fluides (CFD) le plus puissant du marché pour aller plus vite et plus loin dans l'optimisation de la performance. ANSYS Fluent 17.0 offre des fonctionnalités éprouvées de modélisation physique d'écoulement fluide, de turbulence, de transfert de chaleur et de réaction chimique.

Fluent est un solveur très utilisé dans l'industrie à travers le monde. Il est souvent considéré comme une référence dans le domaine de la modélisation fluide. L'un des intérêts de ce logiciel de simulation généraliste, est qu'il dispose d'un nombre relativement important de modèles, pouvant faire face à divers aspects de la mécanique des fluides, Fluent contient également un outil de visualisation des résultats qui permet d'afficher les champs de pression, vitesse et autres autour de la paroi.

La résolution numérique par ANSYS Fluent17.0 d'une manière générale, suit les étapes suivantes :

1. Création de la géométrie sous ANSYS-Design modeler.
2. Choix de maillage sous ANSYS-Meching.
3. Définition des conditions aux limites sous Fluent.
4. Calcul avec FLUENT pour les différents cas retenus.
5. Analyse des résultats obtenus.

IV.3.3 La géométrie et conditions aux limites :

Elle consiste à dessiner le domaine d'écoulement en utilisant ANSYS design modeler. La géométrie étudiée dans le présent travail est composée respectivement de :

- Une conduite horizontale de 0.05m .
- Un coude de ($R_c = 0.092m$).
- Une conduite verticale de 1m .
- le diamètre de conduite est constant, et est égale à 40mm .

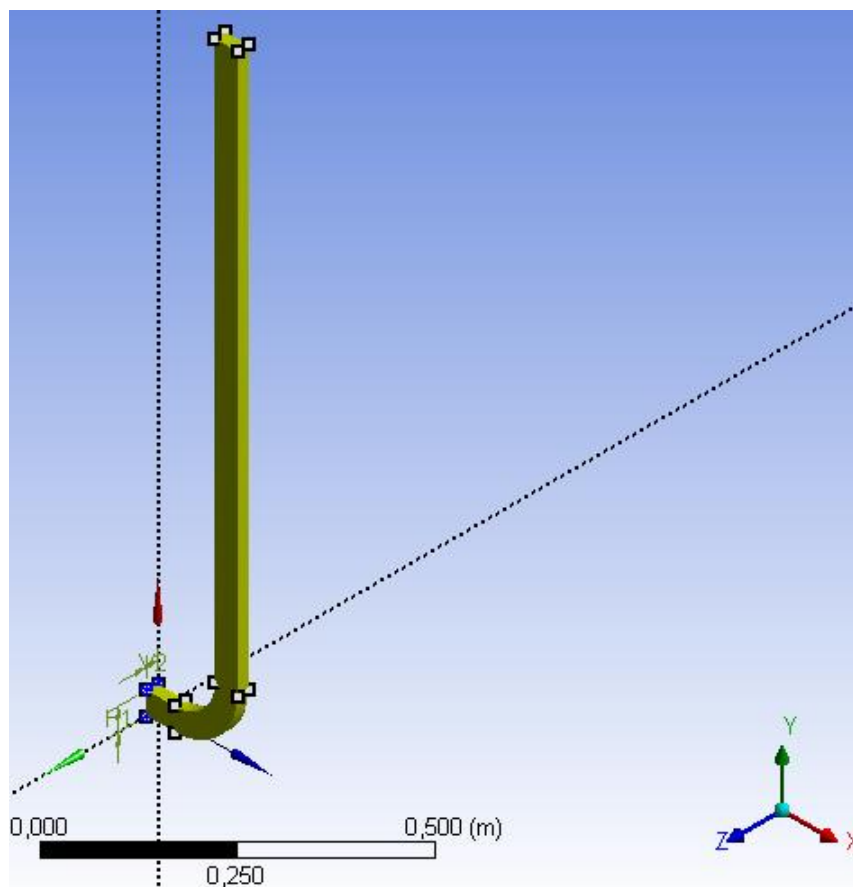


Figure IV.5 : Géométrie étudiée dessinée dans ANSYS design modeler.

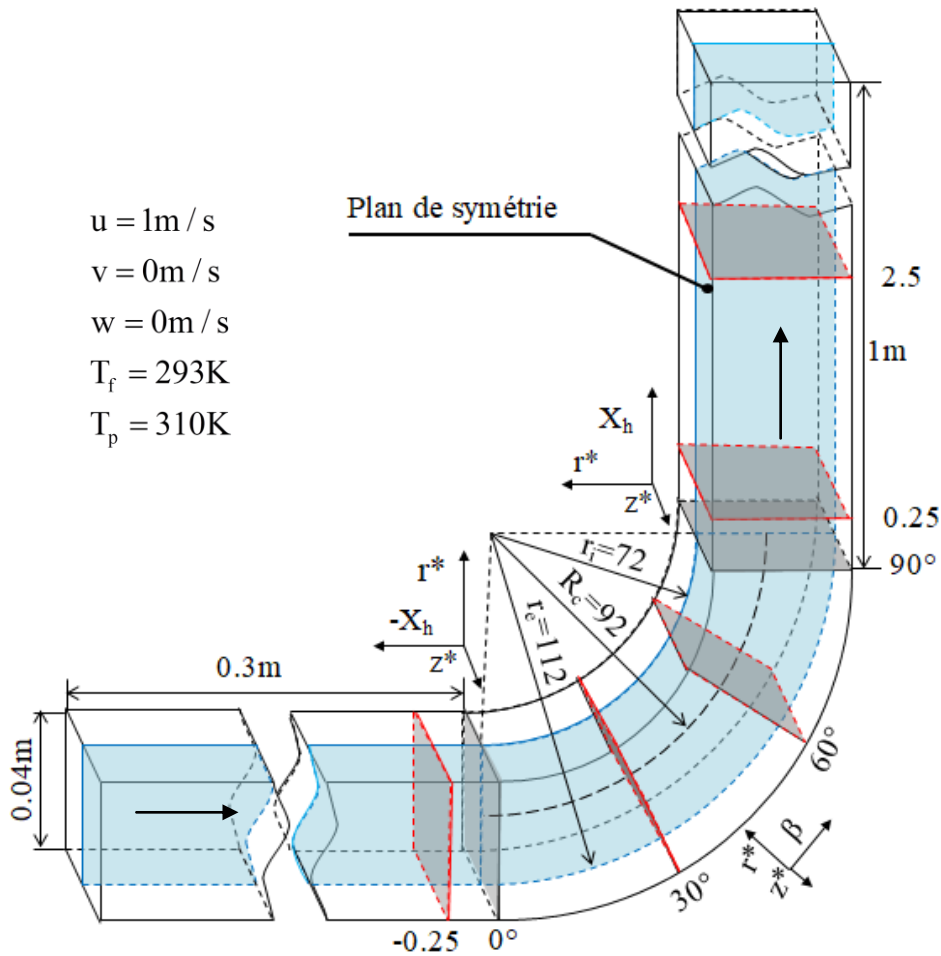


Figure IV.6 : Géométrie étudiée

IV.3.4 Maillage du domaine

Le maillage est la subdivision de domaine d'étude en sous-domaine appelé volume de contrôle. Il est caractérisé par

- La dimension des mailles : 2D ou 3D
- Le nombre de maille.
- La distance entre les mailles.
- La géométrie des mailles triangulaire et quadrilatérale (2D) tétraédrique et hexaédrique (3D).

Le premier travail à accomplir dans la réalisation d'une simulation numérique est la définition d'un maillage adapté à l'écoulement. De sa qualité dépend la précision des calculs. Un nombre de mailles insuffisant fera diverger les calculs on sera responsable d'une diffusion numérique trop importante. Il faut trouver un compromis entre le nombre de mailles et le temps de calcul qui augmente considérablement avec le raffinement de la discrétisation de domaine.

Le maillage adopté dans notre cas, est un maillage hexagone avec une transition progressive.

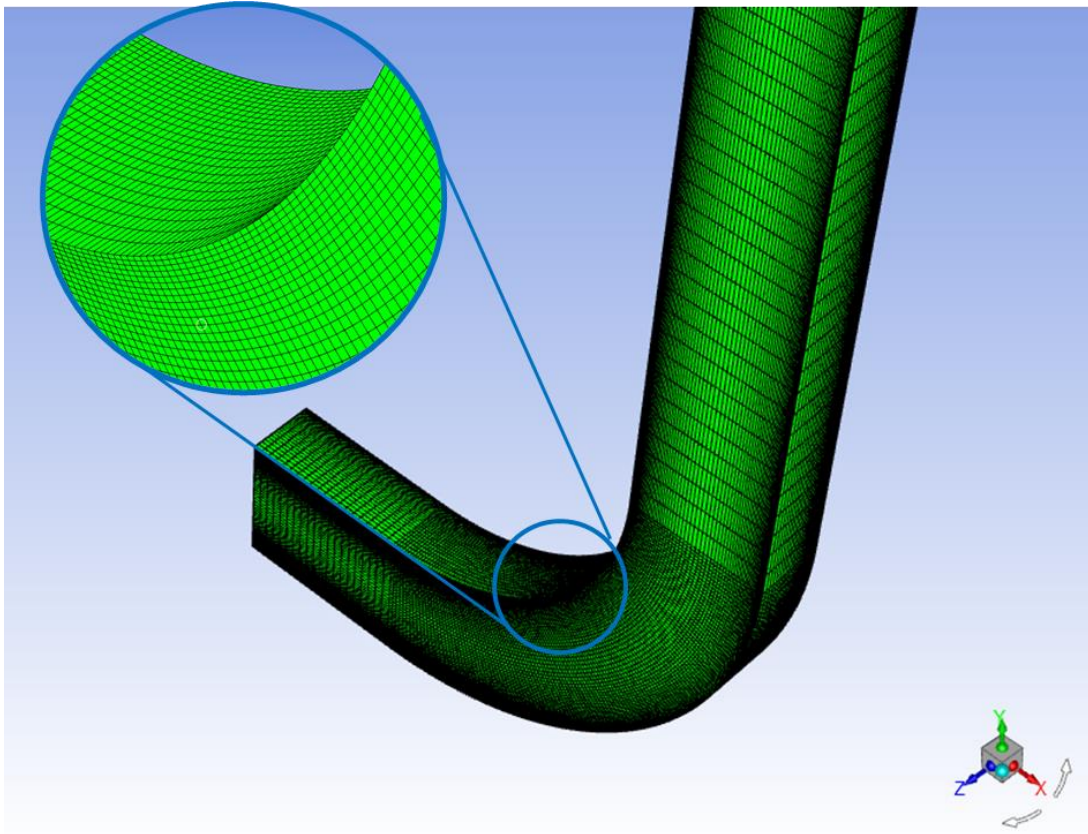


Figure IV.7 : Le maillage de domaine du calcul

IV.3.5 Condition initiales

Les conditions initiales représentent l'état de vase du modèle à l'instant où commence la simulation. Elles s'appliquent sur des surfaces du domaine de calcul, la déclaration de ces dernières se fait avoir chargé les volumes maillés sous ANSYSFLUENT

Toutes les propriétés du fluide sont représentées dans le tableau (IV.1)

Vitesse d'entrée eau (m/s)	Profil
Intensité de turbulence(%)	5
Diamètre hydraulique(m)	0.04
Température de l'eau (°C)	20
Masse volumique (kg/m ³)	9.9778E ²
Viscosité dynamique (kg/ms)	9.772 E ⁻⁴
Conductivité thermique (W/mk)	0.00475

Table IV.1: Les conditions aux limites concernant l'entrée.

IV.3.6 Post-processeur "ANSYS FLUENT" :

Le Post-processeur permet de visualiser les différents résultats à l'écran (champs de vitesse, champs de température, ligne de courant ...etc.).

IV.4 La méthode des volumes finis:

La modélisation numérique est basée sur la reformulation des équations de conservation sur chaque élément du maillage. Il existe de nombreuses méthodes pour représenter les problèmes continus de façon discrète comme par exemple les approximations par différences finies, par éléments finis, par volumes finis. La méthode de discrétisation utilisée dans le cadre de ces travaux étant celle des volumes finis, nous rappelons ici les principes sur lesquels elle repose. ^[27]

IV.4.1 Application à la partie diffusion (3D) :

Considérons un problème de transport de la variable flux Φ par diffusion.

$$\text{div}(\Gamma \text{grad}\Phi) = 0 \quad (\text{III.1})$$

La clé de la méthode des volumes finis réside dans l'application du théorème de la divergence ou théorème d'Ostrogradski, qui permet de changer une intégrale de volume en intégrale de surface.

$$\int_{V_C} \text{div}(\Gamma \text{grad}\Phi) \cdot dv = \int_{A_S} \vec{n} \cdot (\Gamma \text{grad}\Phi) dA = 0 \quad (\text{III.2})$$

A_S : Surface enveloppant le volume de contrôle V_C

\vec{n} : Vecteur unitaire.

L'équation (III.1) en 3D prend la forme suivante :

$$\frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\Phi}{dx} \right) + \frac{d}{dy} \left(\Gamma \frac{d\Phi}{dy} \right) + \frac{d}{dz} \left(\Gamma \frac{d\Phi}{dz} \right) = 0 \quad (\text{III.3})$$

Γ : Coefficient de diffusion.

S : Terme source.

➤ Etape 1 : maillage

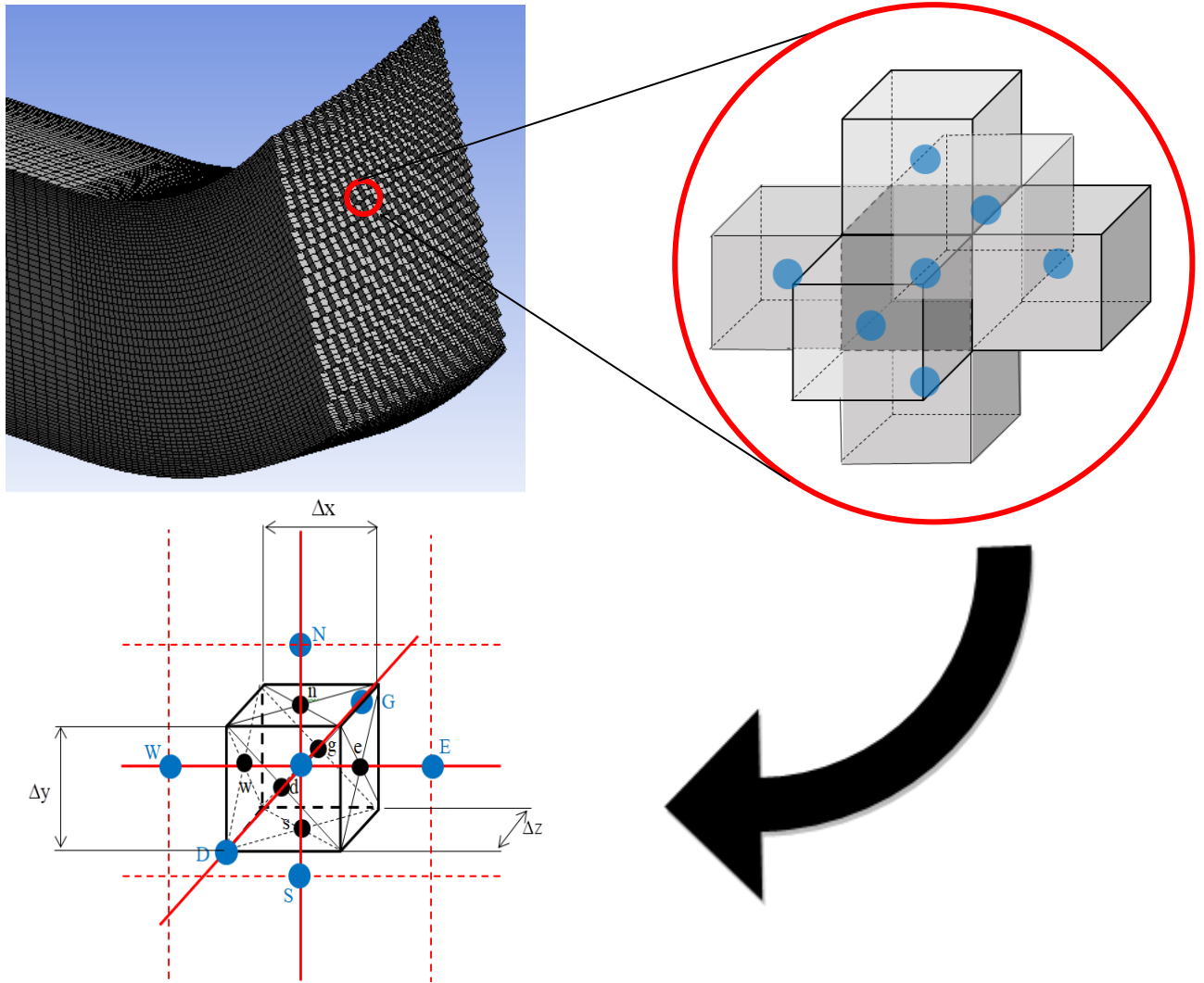


Figure IV.8: Maillage 3D.

Avec :

w : direction ouest ; **W** : nœud situé à l'ouest du nœud O.

e : direction Est ; **E** : nœud situé à l'Est du nœud O.

n : direction nord ; **N** : nœud situé à le nord du nœud O.

s : direction sud ; **S** : nœud situé à le sud du nœud O.

g : direction gauche ; **G** nœud situé à la gauche du nœud O.

d : direction droite ; **D** nœud situé à la gauche du nœud O.

La valeur de Φ aux frontières est maintenue constante (conditions de Dirichlet).

La première étape dans cette méthode consiste à diviser le domaine de calcul en un nombre fini et discret de volume de contrôle. L'opération consiste à subdiviser le domaine de calcul en un certain nombre de segments (Volume de contrôle). Le centre de chaque volume est placé exactement au milieu du segment correspondant. Il est convenant de s'arranger pour que les facettes des nœuds de frontières coïncident exactement avec les frontières du domaine de calcul.

➤ Etape 2 : discrétisation :

Soit l'équation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{d\Phi}{dx} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{d\Phi}{dy} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{d\Phi}{dz} \right) = 0 \quad (\text{III.13})$$

L'intégration de l'équation précédente autour du volume de contrôle de centre O donne :

$$\int_{\Delta v} \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{d\Phi}{dx} \right) dx dy dz + \int_{\Delta v} \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{d\Phi}{dy} \right) dx dy dz + \int_{\Delta v} \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{d\Phi}{dz} \right) dx dy dz = 0 \quad (\text{III.14})$$

En utilisant les égalités suivantes : $A_e = A_w = \Delta y \Delta z$ et $A_n = A_s = \Delta x \Delta z$, $A_g = A_d = \Delta x \Delta y$ nous obtenons:

$$\left[\Gamma_g \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_g - \Gamma_d \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_d \right] \Delta x \Delta y + \left[\Gamma_e \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_e - \Gamma_w \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y \Delta z + \left[\Gamma_n \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_n - \Gamma_s \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x \Delta z = 0 \quad (\text{III.15})$$

Comme précédemment cette équation traduit le principe de conservation.

En utilisant les mêmes approximations centrées utilisées dans le paragraphe précédent nous posons :

Le flux à travers la face ouest

$$\Gamma_w \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_w = \Gamma_w \frac{(\Phi_O - \Phi_W)}{\Delta x^-} \quad (\text{III.16})$$

Le flux à travers la face est

$$\Gamma_e \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_e = \Gamma_e \frac{(\Phi_E - \Phi_O)}{\Delta x^+} \quad (\text{III.17})$$

Le flux à travers la face nord

$$\Gamma_n \left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_n = \Gamma_n \frac{(\Phi_N - \Phi_O)}{\Delta y^+} \quad (\text{III.18})$$

Le flux à travers la face sud

$$\Gamma_s \left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_s = \Gamma_s \frac{(\Phi_O - \Phi_S)}{\Delta y^-} \quad (\text{III.19})$$

Le flux à travers la face droite

$$\Gamma_d \left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_d = \Gamma_d \frac{(\Phi_O - \Phi_D)}{\Delta z^-} \quad (\text{III.20})$$

Le flux à travers la face gauche

$$\Gamma_g \left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_G = \Gamma_G \frac{(\Phi_G - \Phi_O)}{\Delta z^+} \quad (\text{III.21})$$

Et l'équation (III.15) devient :

$$\begin{aligned} \Gamma_e \Delta y \Delta y \frac{\partial(\Phi_E - \Phi_O)}{\partial x} - \Gamma_w \Delta y \Delta z \frac{\partial(\Phi_O - \Phi_W)}{\partial x} + \Gamma_n \Delta x \Delta z \frac{\partial(\Phi_N - \Phi_O)}{\partial y} \\ - \Gamma_s \Delta x \Delta z \frac{\partial(\Phi_O - \Phi_S)}{\partial y} + \Gamma_g \Delta y \Delta x \frac{\partial(\Phi_G - \Phi_O)}{\partial z} - \Gamma_d \Delta y \Delta x \frac{\partial(\Phi_O - \Phi_D)}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.22})$$

En linéarisation le terme source comme précédemment et en arrangeant l'équation, nous obtenons la forme suivante:

$$a_O \Phi_O = a_W \Phi_W + a_E \Phi_E + a_S \Phi_S + a_N \Phi_N + a_D \Phi_D + a_G \Phi_G \quad (\text{III.23})$$

$$a_W = \frac{\Gamma_w}{\Delta x} \Delta y ; a_E = \frac{\Gamma_e}{\Delta x} \Delta y \quad (\text{III.24})$$

$$a_S = \frac{\Gamma_s}{\Delta y} \Delta x ; a_N = \frac{\Gamma_n}{\Delta y} \Delta x \quad (\text{III.25})$$

$$a_G = \frac{\Gamma_g}{\Delta y} \Delta z ; a_D = \frac{\Gamma_d}{\Delta y} \Delta z \quad (\text{III.26})$$

$$a_O = a_W + a_E + a_S + a_N + a_G + a_D \quad (\text{III.27})$$

➤ Etape 3 : Solution des équations :

Les méthodes itératives sont plus efficaces dans ce cas. Dans un calcul itératif il faut aussi définir un critère de convergence pour pouvoir arrêter les calculs à un moment donné.

CHAPITRE V:
RESULTATS ET DISCUSSIONS

CHAPITRE V :

RESULTATS ET DISCUSSIONS

V. Résultats et discussions

V.1 Description du conduit

Le conduit est composé d'une courbure à 90 degrés de rayon moyen 92mm ce qui donne un rapport de rayons 2,3 identique à celui utilisé dans [4] mais avec une partie aval au coude égale à 1m et une partie amont au coude égale à 0.3. Les dimensions de la section transversale sont (40×40mm). La géométrie est illustrée dans la figure(V.I) avec le système de coordonnées adopté.

- r^* est la coordonnée radiale normalisée, $r^* = \frac{r - r_0}{r_i - r_0}$
- z^* est la coordonnée dans le sens normalisée, $z^* = \frac{z}{z_{\frac{1}{2}}}$ de sorte que $z^* = 1$ est le plan de symétrie du canal courbé, tandis que $z^* = 0$ est la paroi latérale.

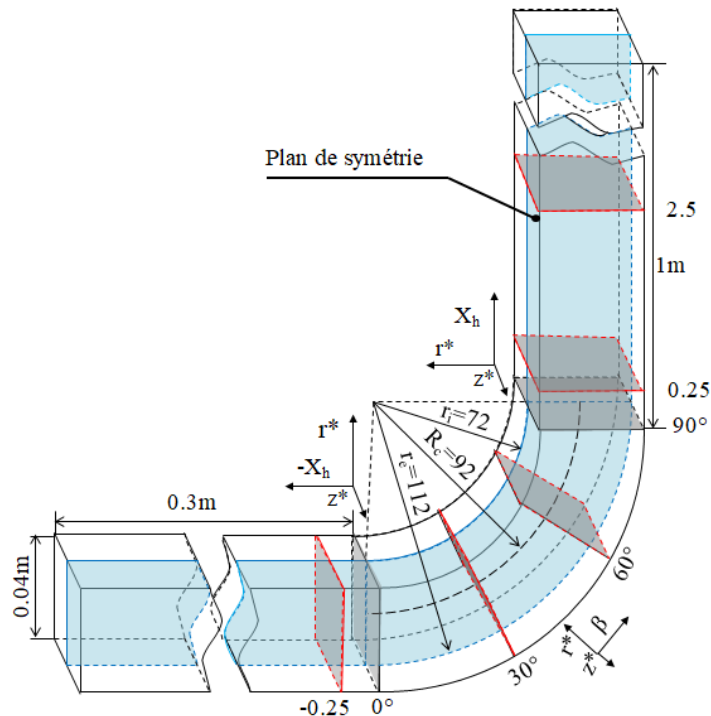


Figure V.1 : La géométrie étudiée.

V.2 Test du maillage :

La vérification de la dépendance du maillage est effectuée avant la comparaison des résultats des quatre modèles de turbulence. Quatre maillages sont testés pour le choix de maillage, et le nombre de nœuds est résumé dans le tableau IV.1.

Le maillage	Le nombre des cellules		
	r*	z*	coude
M1	30	15	90
M2	40	20	100
M3	60	30	120
M4	70	35	120

Table V.1: Maillage pour la vérification des dépendances de la grille

Figure(V.3) montre Les profils de vitesse dans le sens du courant normalisée par la vitesse d'entrée calculés en utilisant le modèle $k-\varepsilon$ standard à $X_h = -0.25$ et $\beta = 30^\circ$ pour $r^* = 0.3$.

On remarque que les différences entre les quatre résultats numériques sont négligeables. Par conséquent, on pense que le maillage M3 est assez bien pour produire un indépendant de maillage pour la solution numérique.

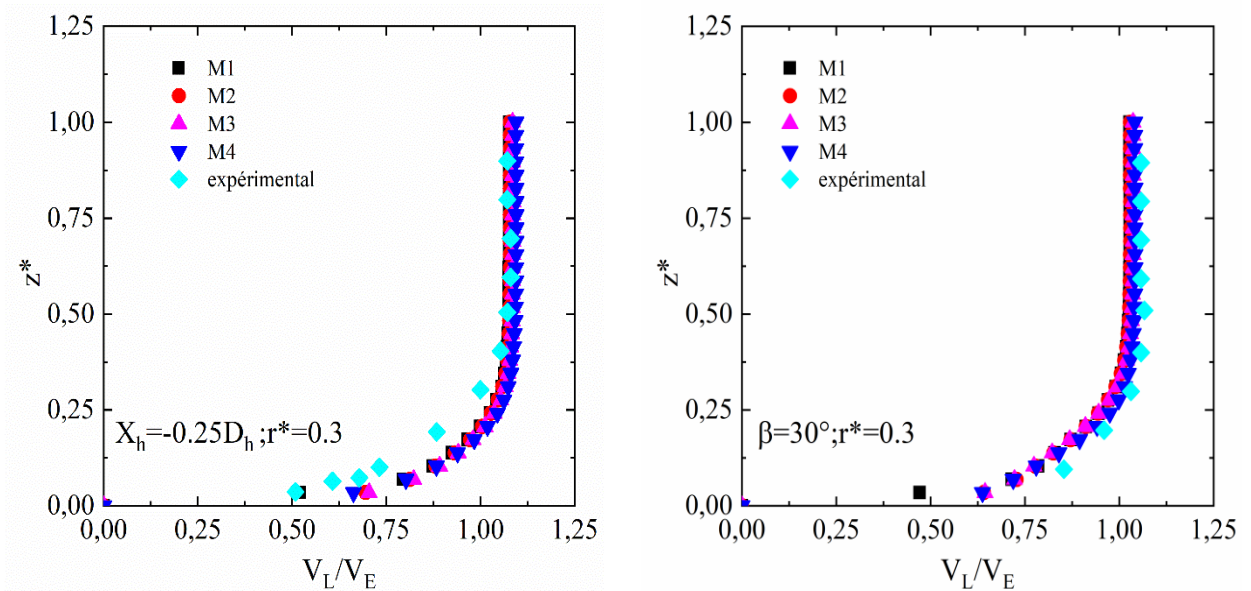


Figure V.2: Choix du maillage

La dépendance au maillage des quatre modèles a été soigneusement testée et les résultats montrent que le maillage M3 est suffisamment précis pour les quatre modèles. Donc, pour la simplicité et la clarté de la comparaison entre les résultats numériques des quatre modèles de

fermetures et les analyses dans les sections suivantes sont basés sur l'utilisation de ce maillage c'est-à-dire le maillage M3.

V.3 Le temps de calcul

Le nombre d'itération nécessaires pour la convergence, la tolérance et le temps de calcul de tous les modèles testés sont résumées et présentées dans le tableau (V.2)

Le nombre d'itération et le temps de calcul nécessaires pour la convergence de solution à l'aide de modèle RNG $k-\varepsilon$ est inférieur à celui d'autres modèles. Par contre, le nombre d'itération et le temps de calcul nécessaires pour la convergence de solution à l'aide de modèle réalisable $k-\varepsilon$ est supérieur aux autres modèles.

Le modèle	L'erreur	Nombre d'itérations	Le temps du calcul
k- ε standard	E-7	689	3468.205s
k- ε RNG	E-7	620	3391.607s
k- ε Réalisable	E-7	798	3538.636s
k- ω standard	E-7	706	3486.063s

Table V.2 : Présentation du nombre d'itération, tolérance, temps de calcul nécessaire pour chaque modèle.

V.4 Validation et comparaison

V.4.1 Profil de vitesses longitudinales

Les figures (V.3), (V.4), (V.5), (V.6), (V.7) montrent l'allure de la vitesse longitudinale normalisée par la vitesse d'entrée en fonction de la distance radiale normalisée par la hauteur de coude $z_{\frac{1}{2}}$ pour les positions $X_h = -0.25D_h$, $\theta = 30^\circ, 60^\circ$, $X_h = 0.25D_h$, $2.5D_h$ respectivement. Ce résultat est obtenu à l'aide des quatre modèles de la turbulence et qui sont comparé par rapport aux données expérimentales [4].

Au plan $X_h = -0.25D_h$, les résultats des quatre modèles ont un profil similaire dans la région centrale, au sein de la position $\beta = 30^\circ$, on remarque que les profils des vitesses sont presque superposés, sauf à proximité du paroi extérieure c'est-à-dire $r^* = 0.1$ où aucun des quatre modèles ne peut prédire de façon exacte le profil expérimental. ce résultat est compatible avec l'étude de [12].

À $\beta = 60^\circ$ les différences entre les modèles sont situés principalement près de la paroi intérieur, à $r^* = 0.9$. Pour $r^* = 0.7$ et $r^* = 0.9$, et pour la position $X_h = 0.25D_h$ la vitesse devient

très faible dans cette région et la différence entre les modèles est remarquable avec une mauvaise prédiction de modèle $k-\omega$ standard à $r^* = 0.9$. en raison du mouvement secondaire, les particules fluide à faible quantité de mouvement sont contenues dans cette région, et ce résultat est compatible avec l'étude de [12].

Au plan $X_h = 2.5D_h$ on remarque une bonne concordance entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux pour tous les modèles.

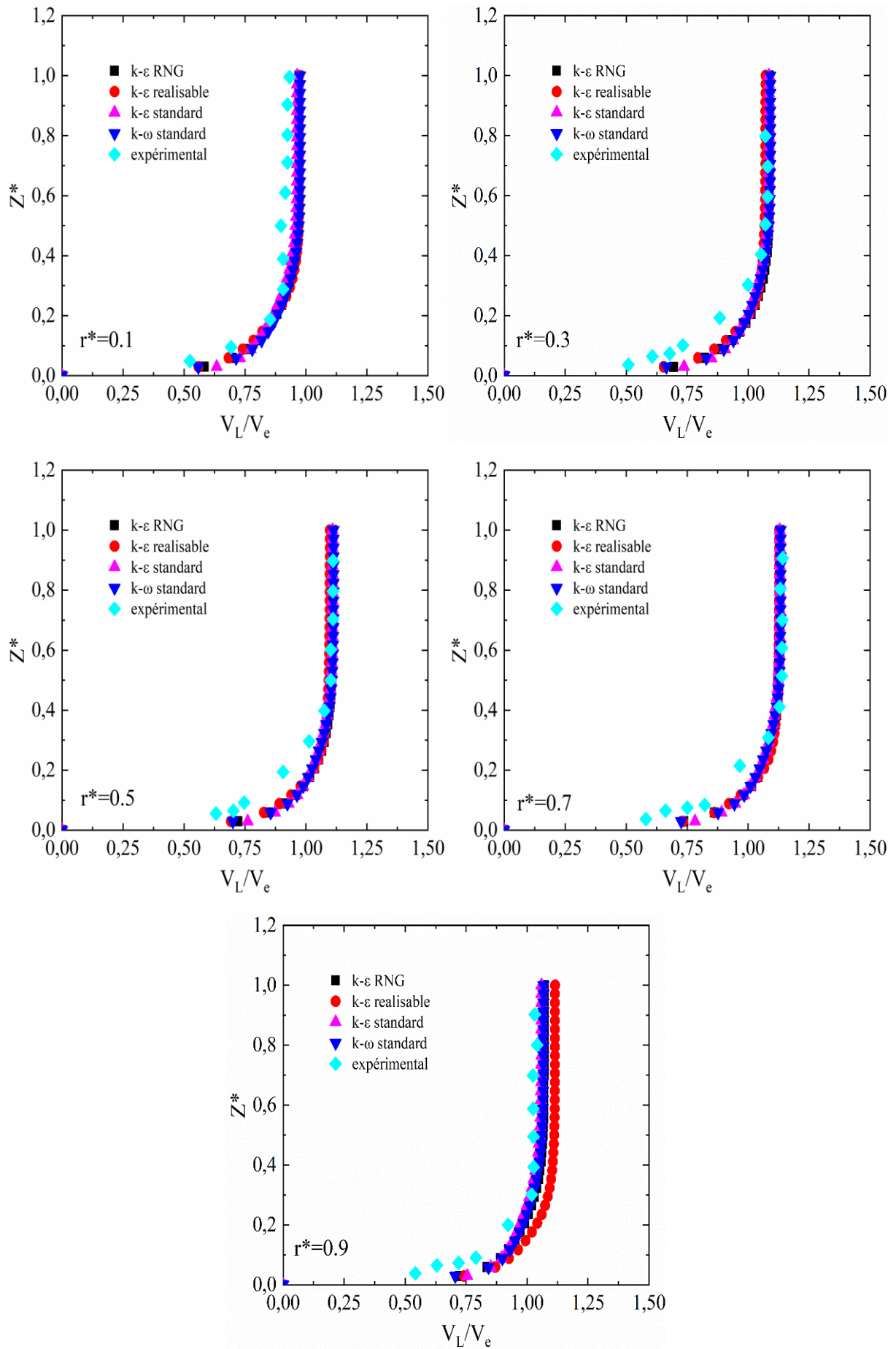


Figure V.3: Validation dynamique plan $X_h = -0.25D_h$.

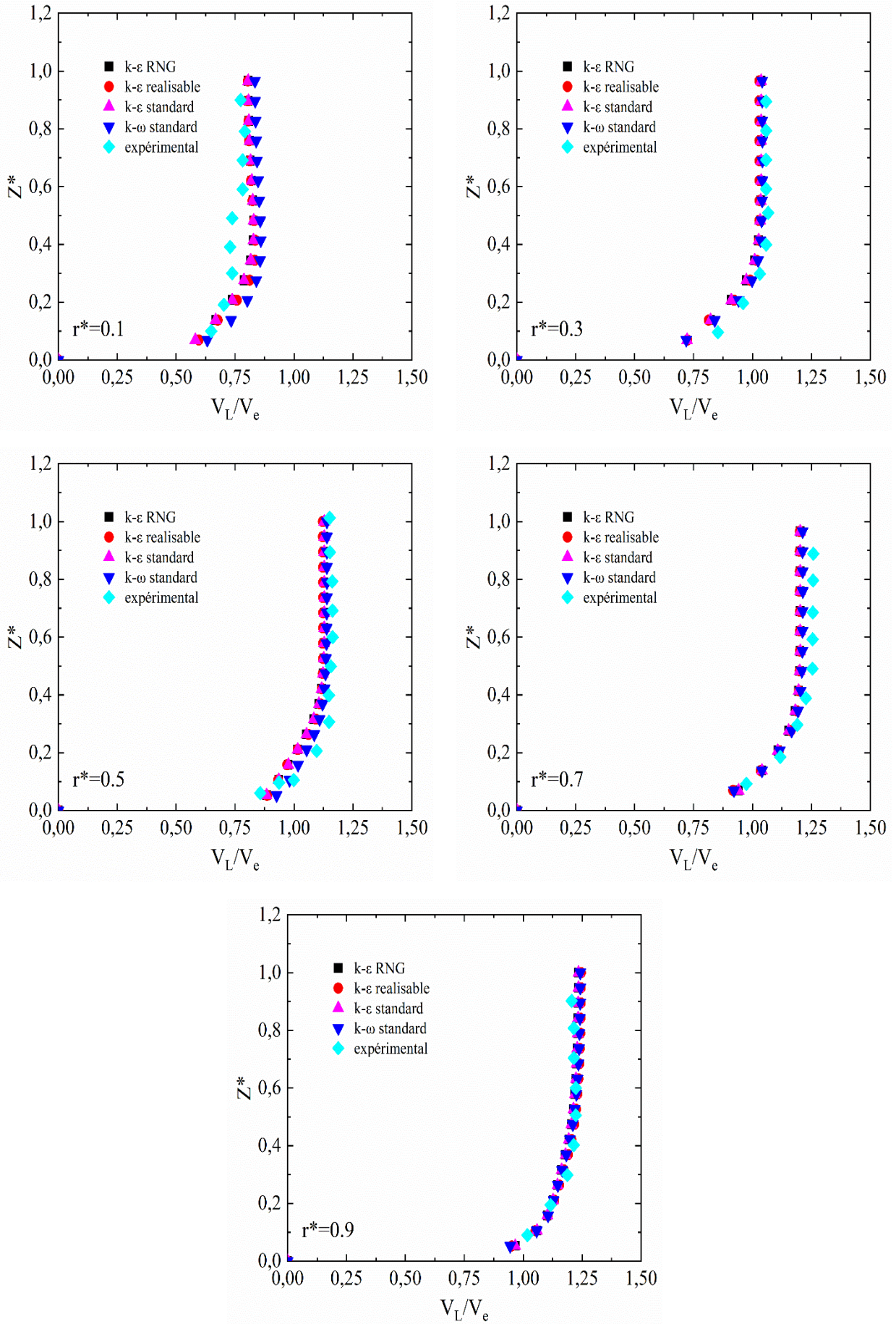


Figure V.4: Validation dynamique plan $\beta= 30^\circ$.

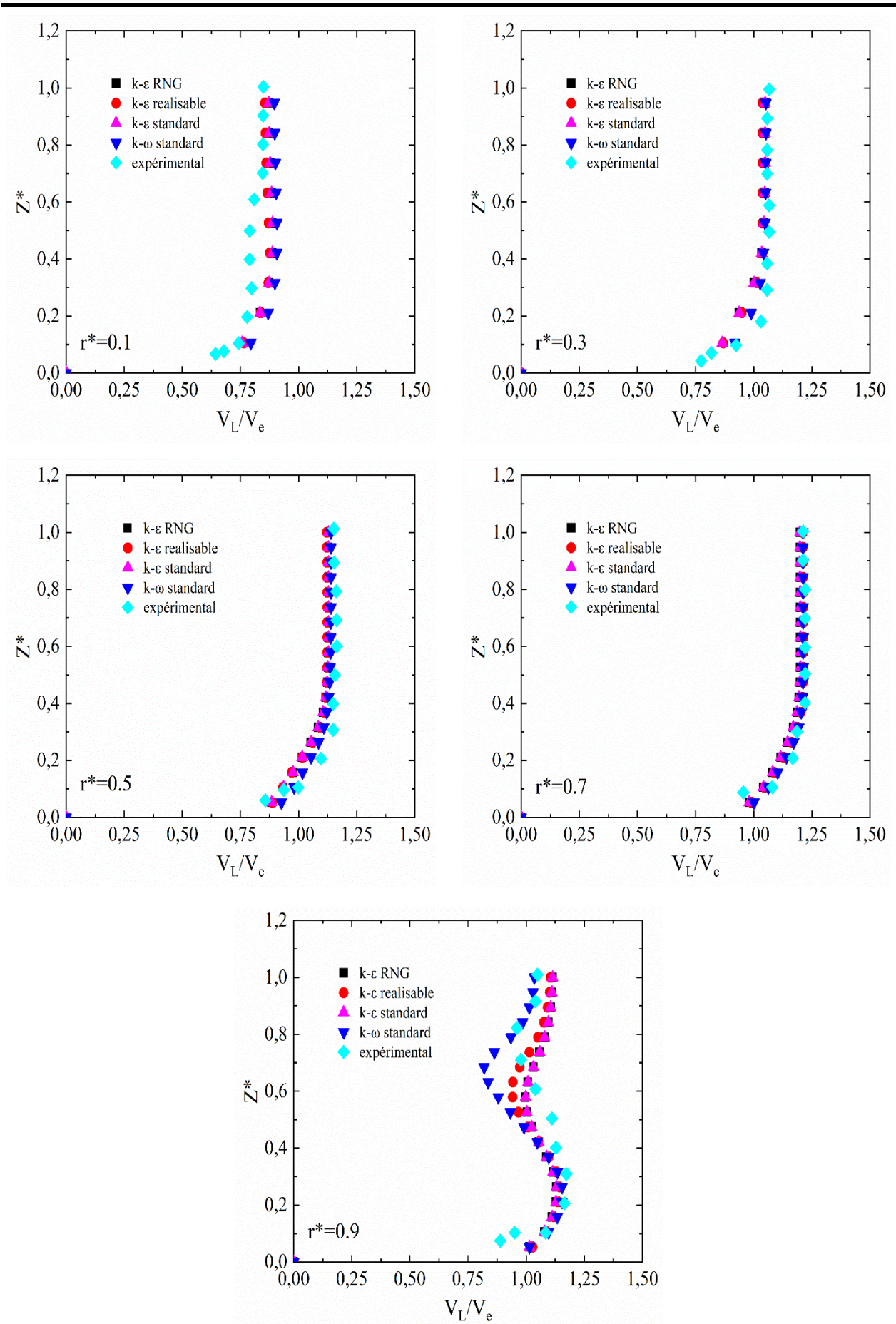


Figure V.5: Validation dynamique plan $\beta=60^\circ$.

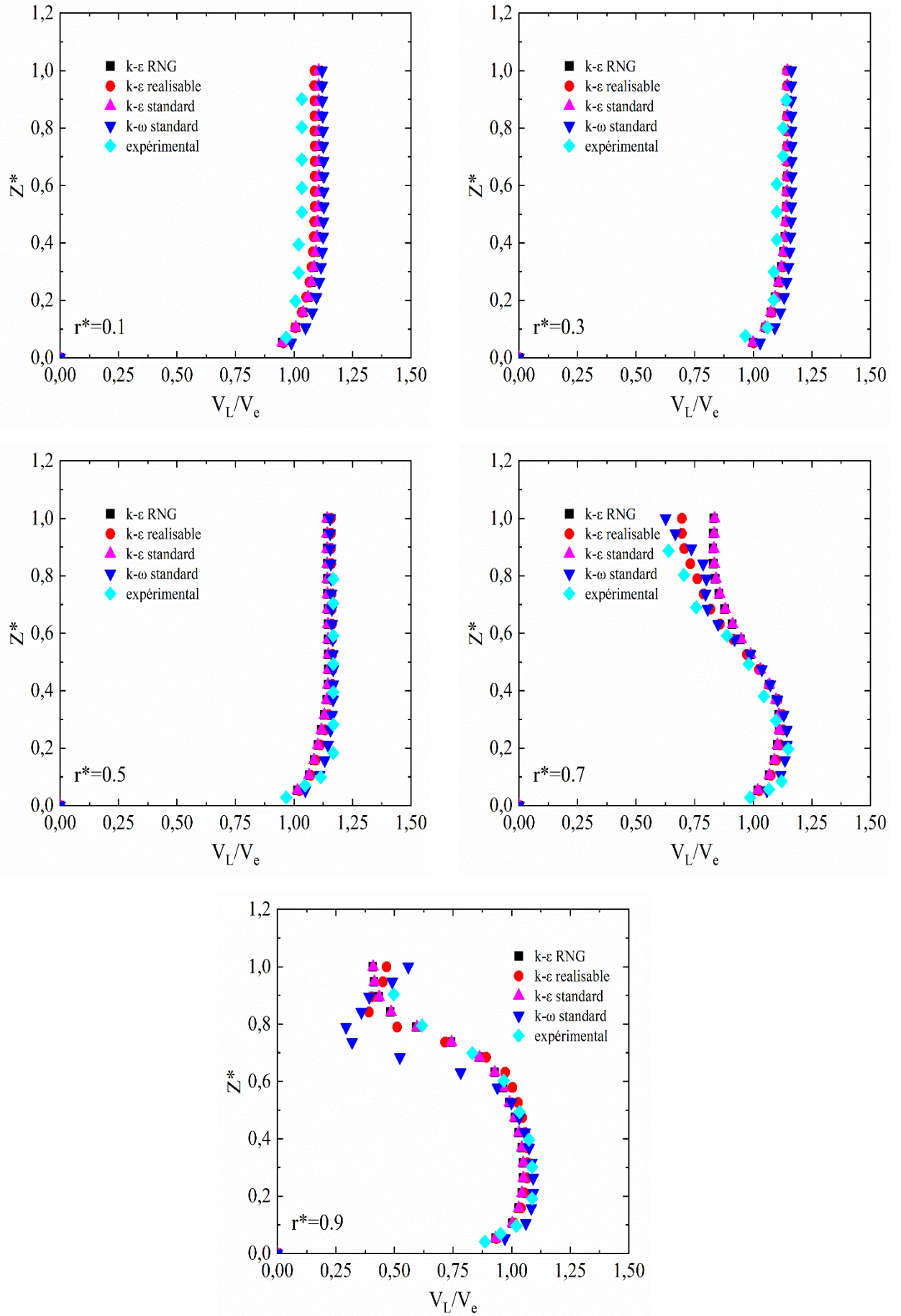


Figure V.6: Validation dynamique plan $X_h=0.25D_h$.

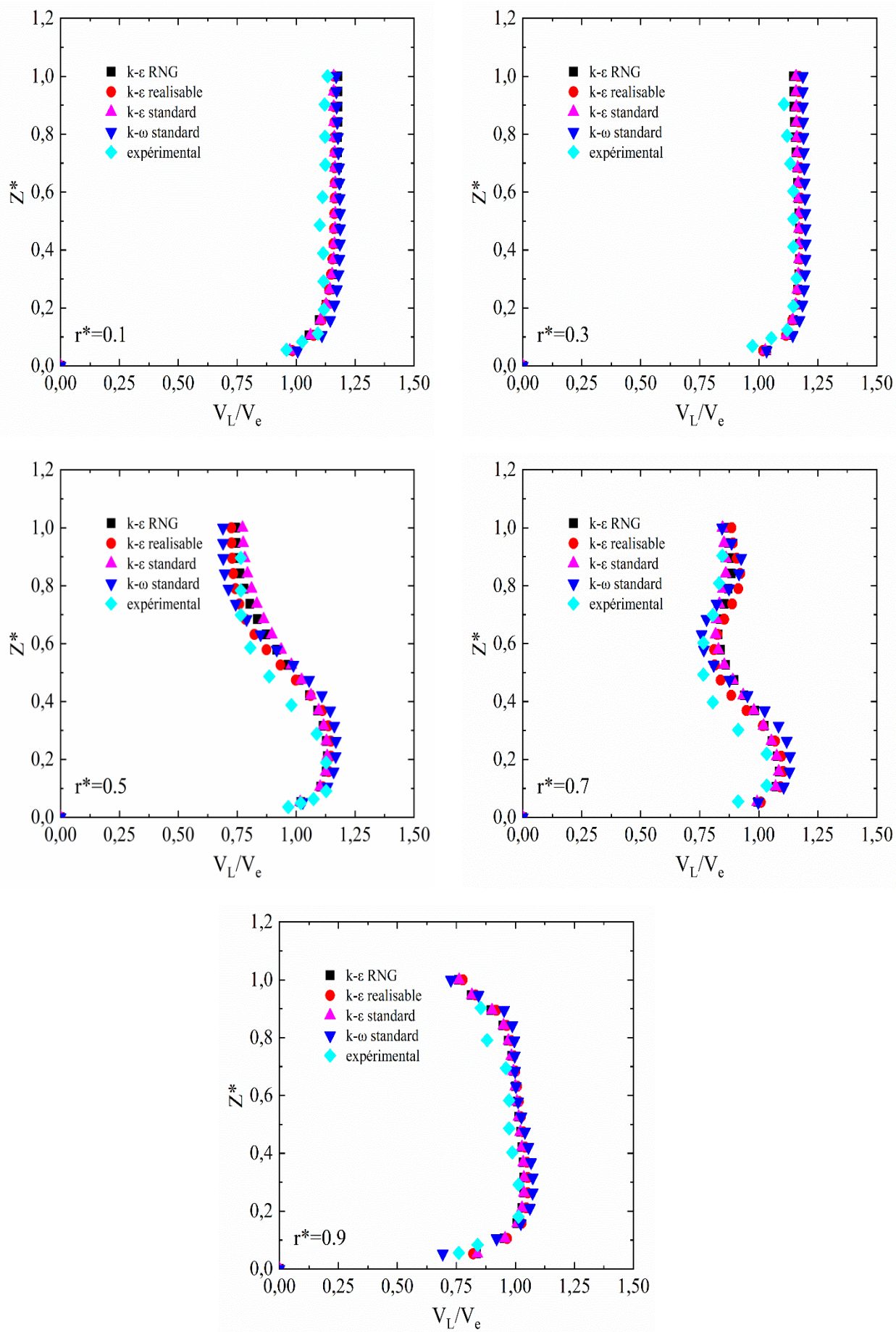


Figure V.7: Validation dynamique plan $X_h=0.25D_h$.

V.4.2 Profil de vitesse radiale

La figure (V.8) montre l'allure de la composante radiale de vitesse normalisée par la vitesse d'entrée en fonction de la distance radiale normalisée par la hauteur de coude $Z_{\frac{1}{2}}$ pour $X_h = 2,5D_h$. On remarque une bonne concordance entre les résultats numériques des quatre modèles et les résultats expérimentaux pour $r^* = 0.1$.

Pour les quatre modèles, la vitesse est nulle à la paroi latérale, de même pour le profil expérimental.

Pour $r^* = 0.3$, le profil expérimental s'éloigne de ceux des quatre modèles utilisés, et ce pour $0,25 < z^* < 0,75$.

La différence entre les modèles est observé pour $r^* = 0.7$ et $r^* = 0.9$ avec une bonne prédiction pour le modèle $k-\omega$ standard et une légère prédiction pour le $k-\varepsilon$ réalisable à $r^* = 0.7$. Dans l'intervalle $0 < z^* < 0.6$ à $r^* = 0.9$ les profils de la vitesse radiale obtenus à partir des quatre modèles on la même allure dans l'intervalle $0.6 < z^* < 0.8$ où aucun des quatre modèles s'accorde avec les données expérimentales. Dans l'intervalle $0.8 < z^* < 1$, la vitesse prédite par le modèle $k-\varepsilon$ standard et $k-\varepsilon$ RNG est assez bien

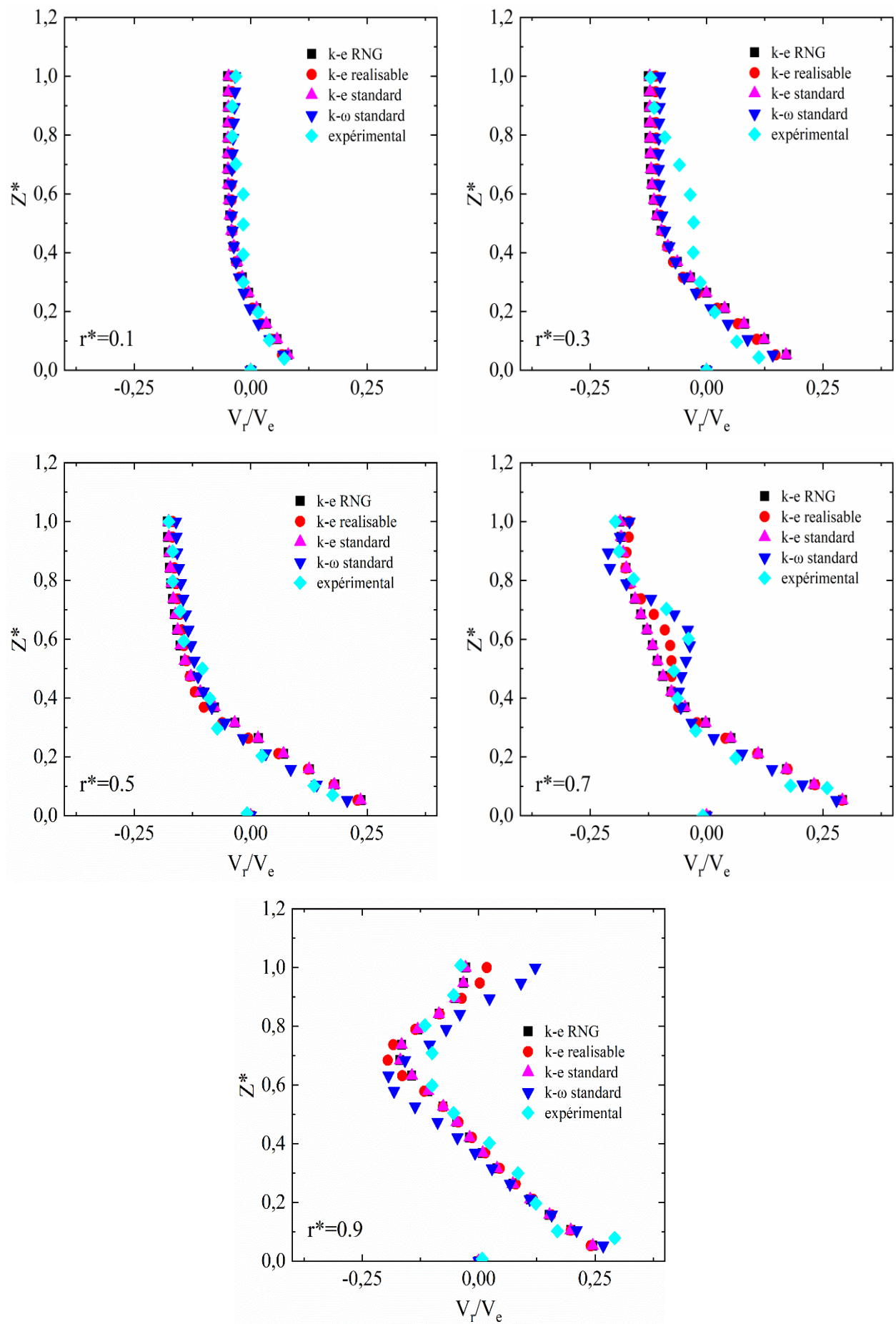


Figure V.8 : Validation dynamique de la vitesse radiale au plan $X_h = 2.5D_h$.

V.4.3 Coefficient de pression :

La figure (V.9) montre la variation du coefficient de pression en fonction de l'angle de courbure β pour les positions $(r^* = 0; z^* = 1)$, $(r^* = 0.1; z^* = 0)$ et $(r^* = 0.9; z^* = 0)$ obtenus pour les quatre modèles et comparé au résultat expérimental [4]. On remarque que les profils ont la même forme et sont presque tous superposés. On a donc une bonne prédiction pour tous les modèles avec une petite différence entre les modèles près de la paroi intérieure dans la position $(r^* = 0.9; z^* = 0)$. Où les résultats obtenus par le modèle $k-\varepsilon$ réalisable a été les plus proches des résultats expérimentaux.

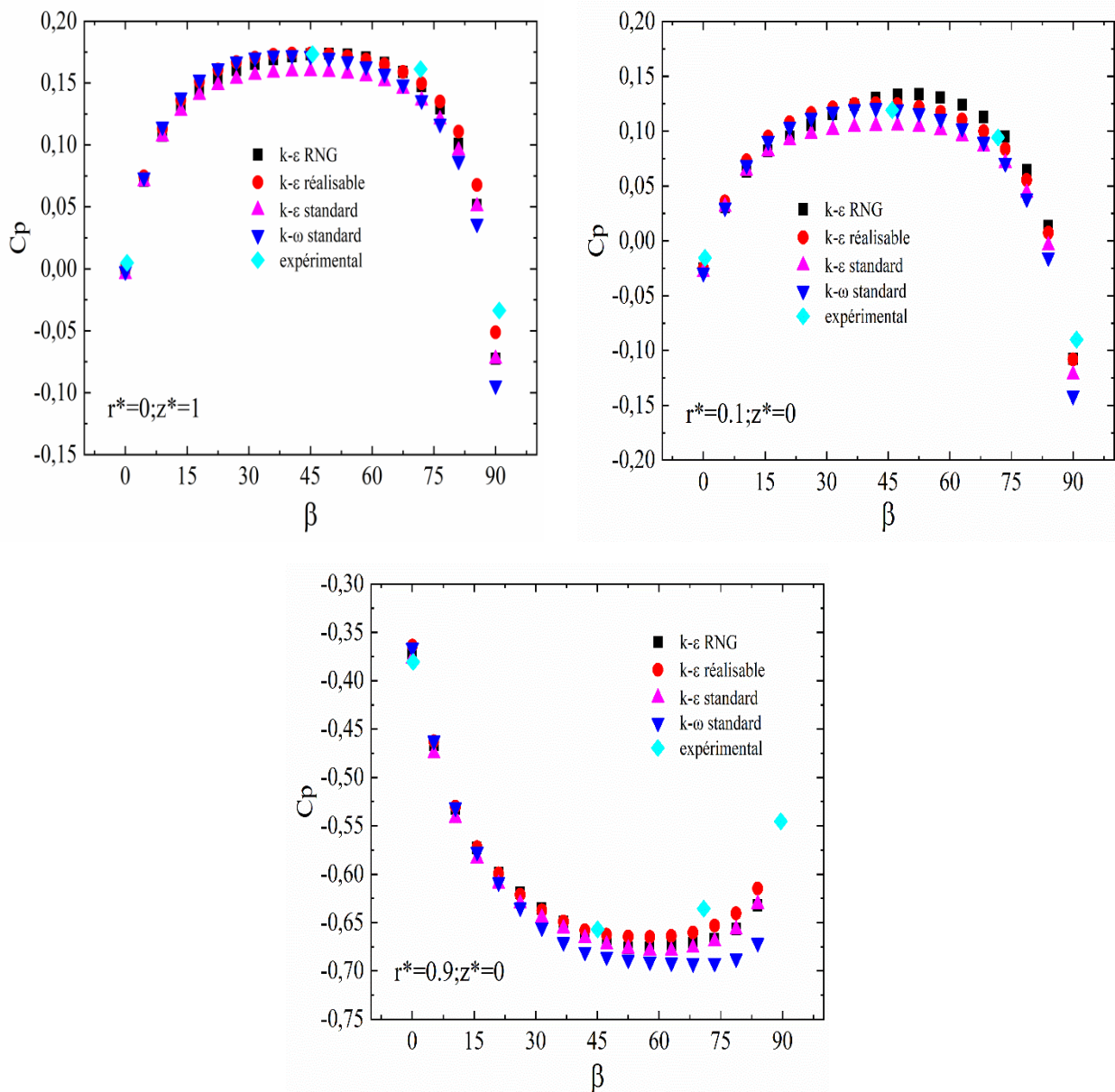


Figure V.9 : Variation du coefficient de pression en fonction de β

La figure IV.18 montre la variation du coefficient de pression en fonction de la position radiale r^* . On remarque une bonne prédiction entre les résultats numériques des quatre modèles

et les résultats expérimentaux [4] avec une petite différence entre le modèle $k - \omega$ standard et les autres modèle près de la paroi intérieure dans la position $\beta = 90^\circ$, où les résultats obtenus par le modèle $k - \omega$ standard sont les plus proches des résultats expérimentaux.

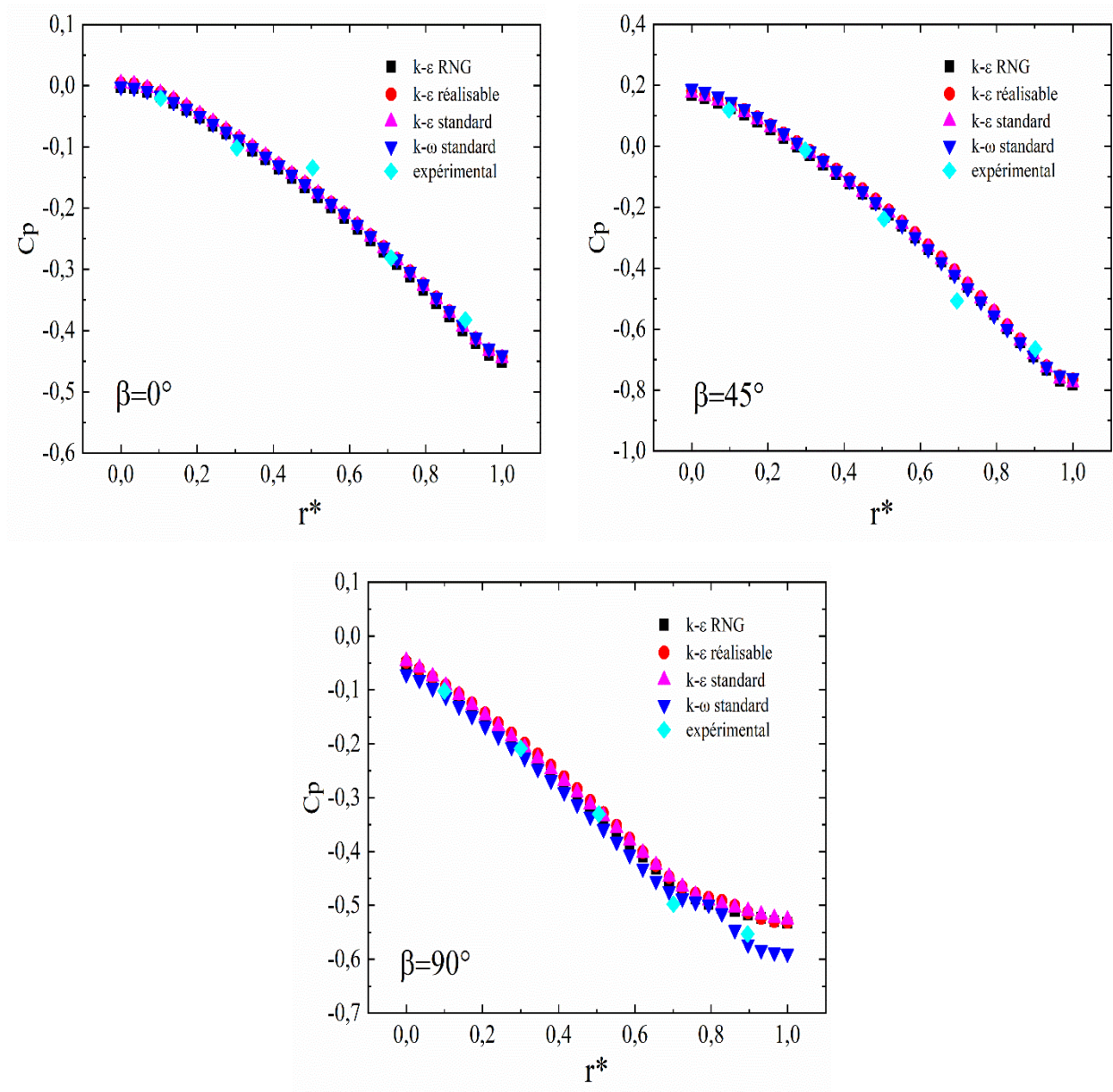


Figure V.10 : La variation de coefficient de pression en fonction de r^* .

V.4.4 Coefficient de frottement :

La figure (V.10) montre la variation du coefficient de frottement en fonction de l'angle de la courbure β sur la ligne médiane de la paroi intérieure et extérieure du coude. Pour les deux positions ($r^* = 1; z^* = 1$) ($r^* = 0; z^* = 1$) on remarque une petite différence entre les quatre modèles avec une concordance déférente pour le modèle $k - \omega$ à la paroi intérieure ($r^* = 1; z^* = 1$) ou ce dernier présent une valeur maximale de coefficient de frottement dans la position $\beta = 4.5^\circ$

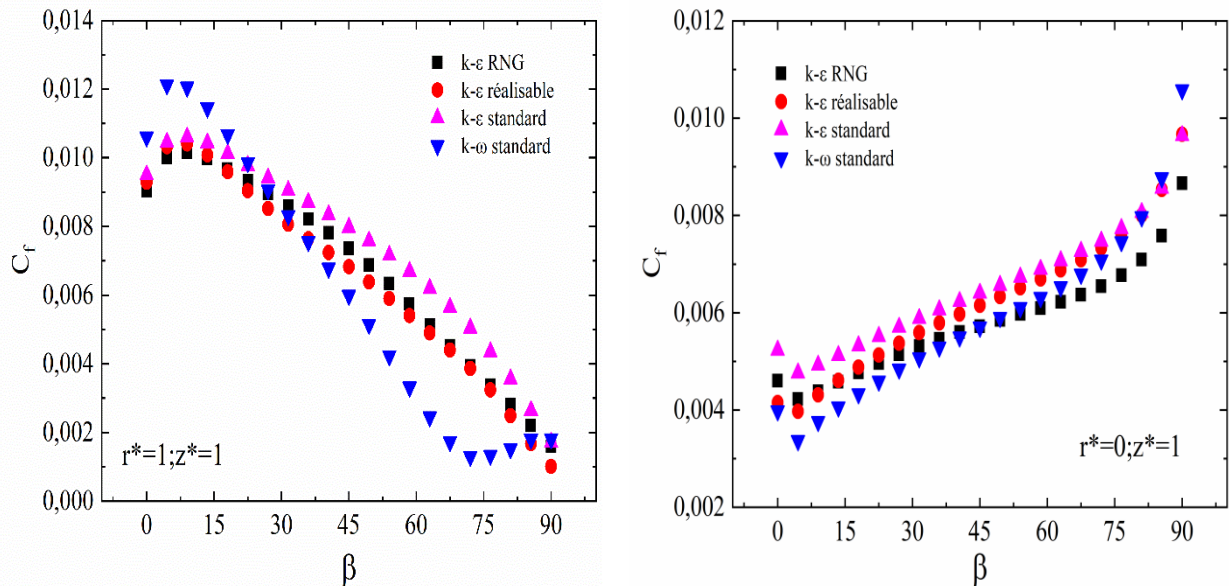


Figure V.11: La variation du coefficient de frottement en fonction de β .

V.4.5 Les contours de l'énergie cinétique turbulente et la vitesse longitudinale

Les Figure (V.11) (V.12).montrent les contours de l'énergie cinétique turbulente dans le plan $X_h = 2,5D_h$ comparées avec les résultats expérimentaux [4].

Pour les contours de l'énergie cinétique, on peut voir que les résultats des modèles $k-\epsilon$ standard, $k-\epsilon$ RNG, $k-\epsilon$ réalisable, sont très similaires.

Le modèle qui se rapproche le plus du résultat expérimental est le $k-\epsilon$, et que leurs a contours de l'énergie cinétique sont en bon accord avec l'expérience soit en termes de l'emplacement soit en termes de la valeur. Par contre les résultats obtenus par le modèle ne sont pas en bon accord avec l'expérience soit en termes de la position du niveau soit en termes de la valeur.

Pour les contours de la vitesse longitudinale, on peut constater que les résultats obtenus à l'aide des quatre modèles sont très similaires et en bon accord avec l'expérience soit en termes de l'emplacement soit en termes de la valeur

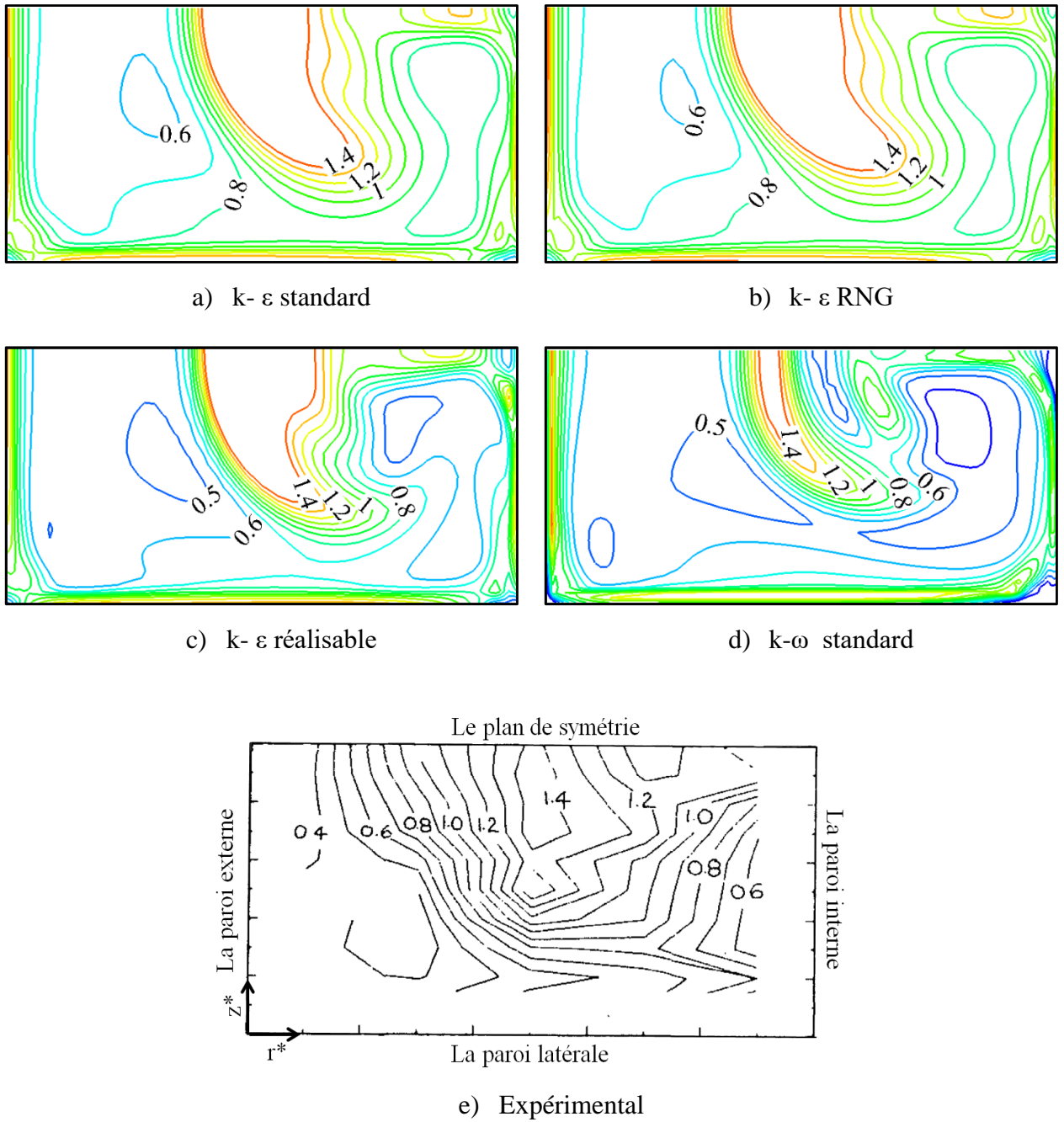


Figure V.12: Les contours d'énergie cinétique turbulente $k/V_c^2 (\times 100)$ dans le plan $X_h=2.5D_h$.

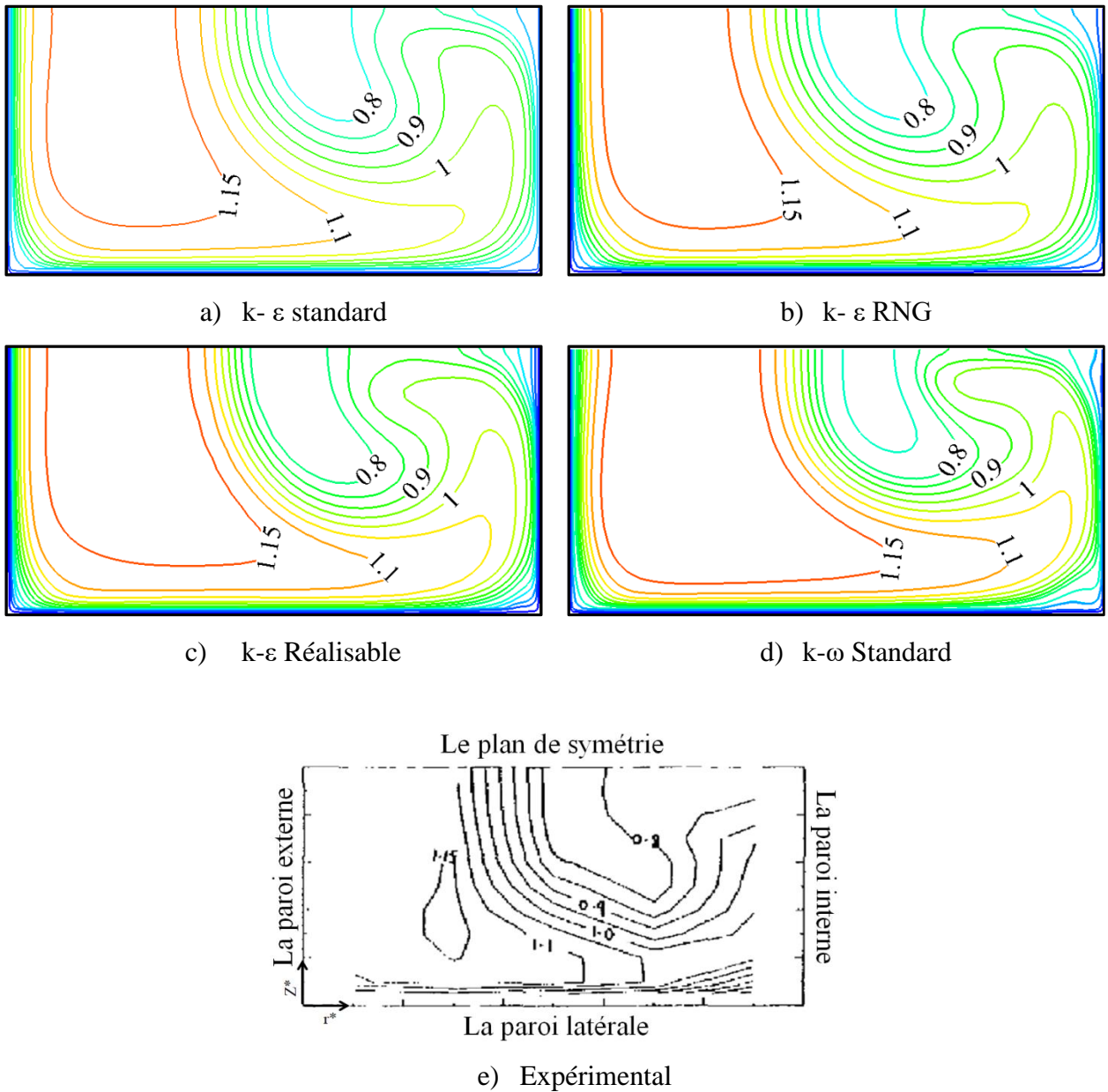


Figure V.13: Les contours de la vitesse longitudinale \overline{V}_L/V_c dans le plan $X_h=2.5D_h$.

V.4.6 Contours de la vitesse fluctuante

La figure (V.14) montre les contours prédit de la vitesse fluctuante V_i' dans le plan $X_h = 0.25D_h$ calculé à l'aide des quatre modèles de la turbulence.

La vitesse fluctuante est calculée par l'équation (IV.1)

$$V' = \sqrt{\frac{2}{3}k} \tag{IV.1}$$

La situation est assez similaire à celle de l'énergie cinétique turbulente. On remarque que les prédictions des modèles k-ε standard, k-ε RNG, réalisable k-ε sont assez similaires, et

concordent bien avec l'expérience. Le modèle k- ω standard a également bien prédit les valeurs maximales des intensités.

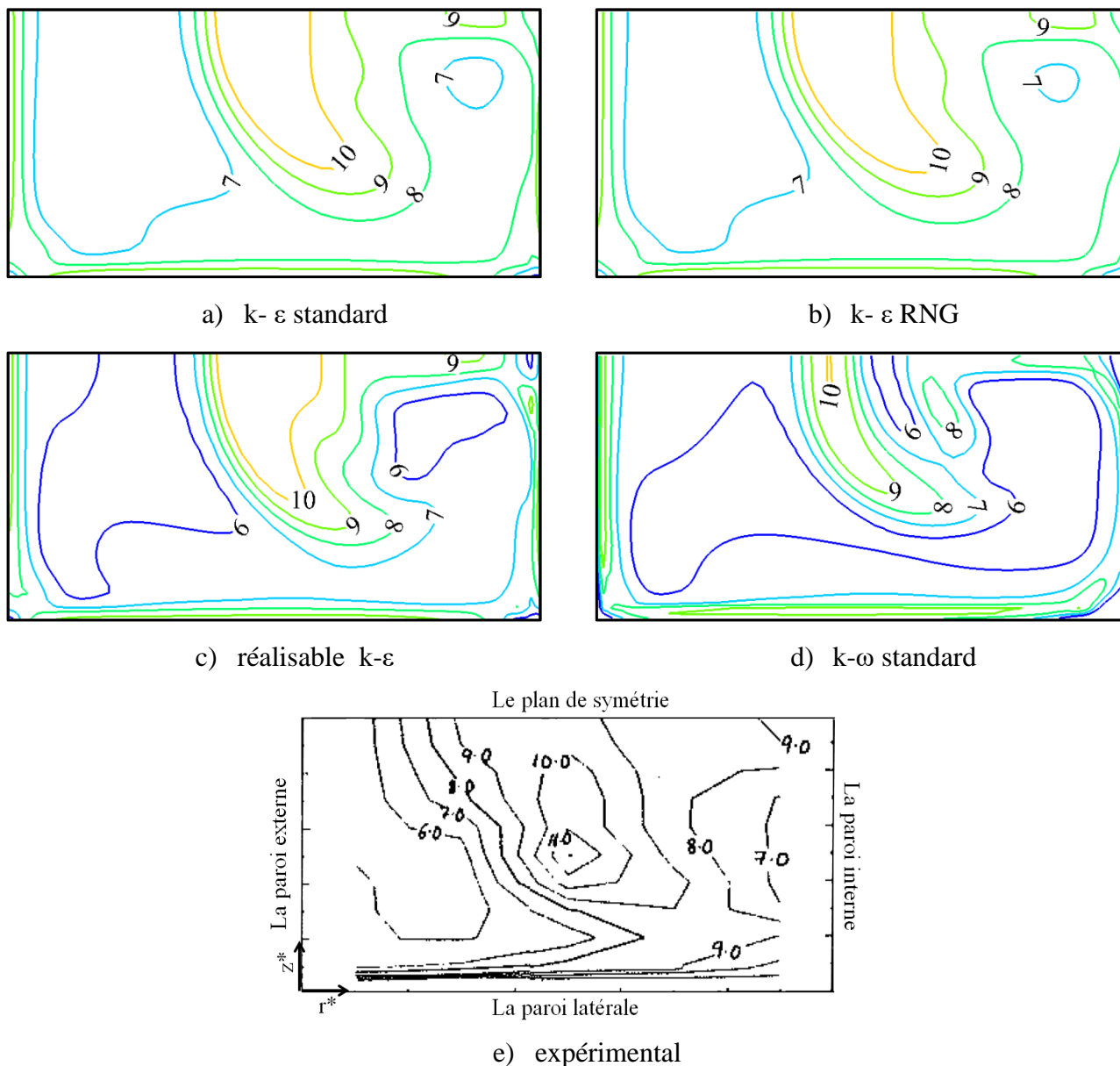


Figure V.14 : Les contours de la vitesse fluctuante $V'/V_c^2 (\times 100)$ dans le plan $X_h = 2.5D_h$.

V.4.7 Champ de température:

La figure (V.15) montre les contours prédit de la température dans le plan $X_h = 0.25D_h$ calculé à l'aide des quatre modèles de la turbulence .On peut voir que les résultats des modèles k- ϵ standard, k- ϵ réalisable, k- ω standard sont très similaires, par contre, la prédiction du modèle k- ϵ RNG est différente de celles des autres modèles surtout au niveau de la ligne isotherme $T = 295K$.

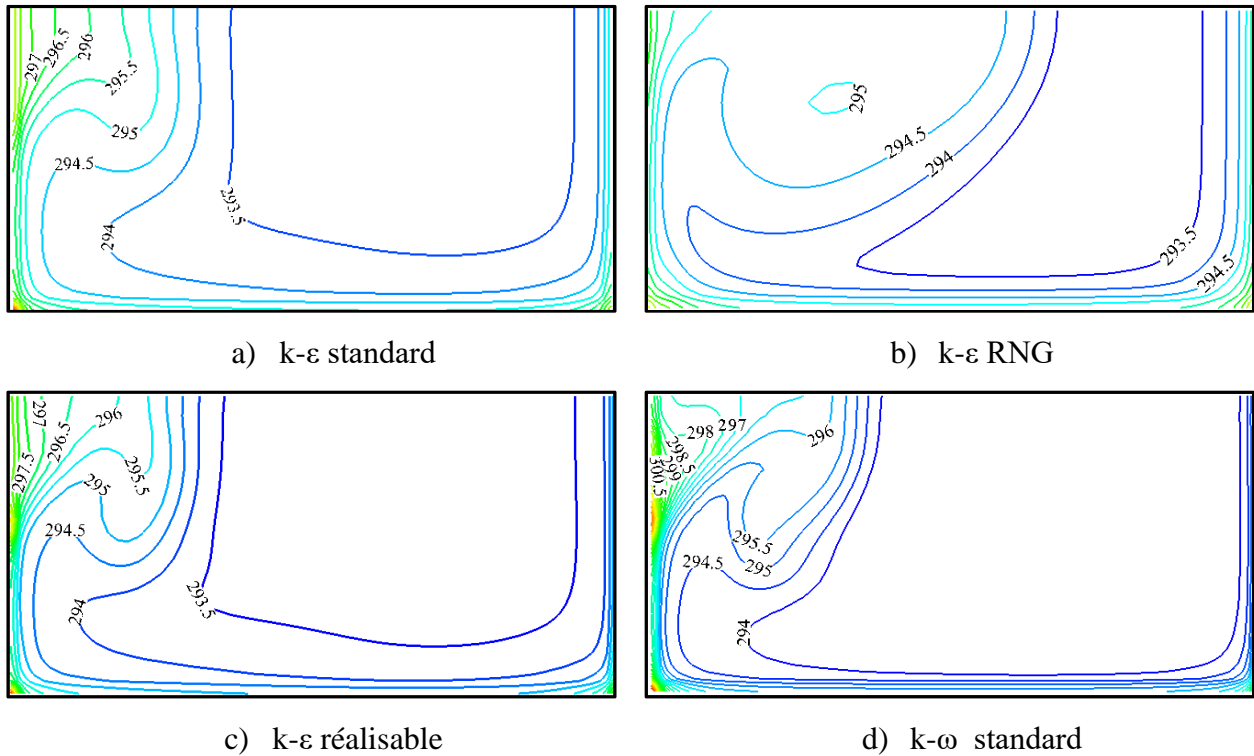


Figure V.15: Les contours de la température dans le plan $X_h = 0.25D_h$

V.4.8 Le profil de la vitesse longitudinale

La figure IV.15 montre l'allure de la vitesse longitudinale normalisée par la vitesse d'entrée en fonction de la position radiale normalisée par la hauteur du coude. On remarque que les profils de vitesses obtenus à partir des quatre modèles ont la même allure dans tous les plans sauf près du mur intérieur dans les plans $\beta = 90^\circ$ $X_h = 0.25$ qu'il y a une petite différence entre les modèles.

V.4.9 Le profil de la température

La figure IV.16 montre l'allure de la température en fonction de la position radiale normalisée par la hauteur du coude on remarque que les quatre modèles donnent un profil similaire dans tous les plans sauf près du mur intérieur dans les plans $\beta = 90^\circ$ $X_h = 0.25$ qu'il y a une petite différence entre les modèles.

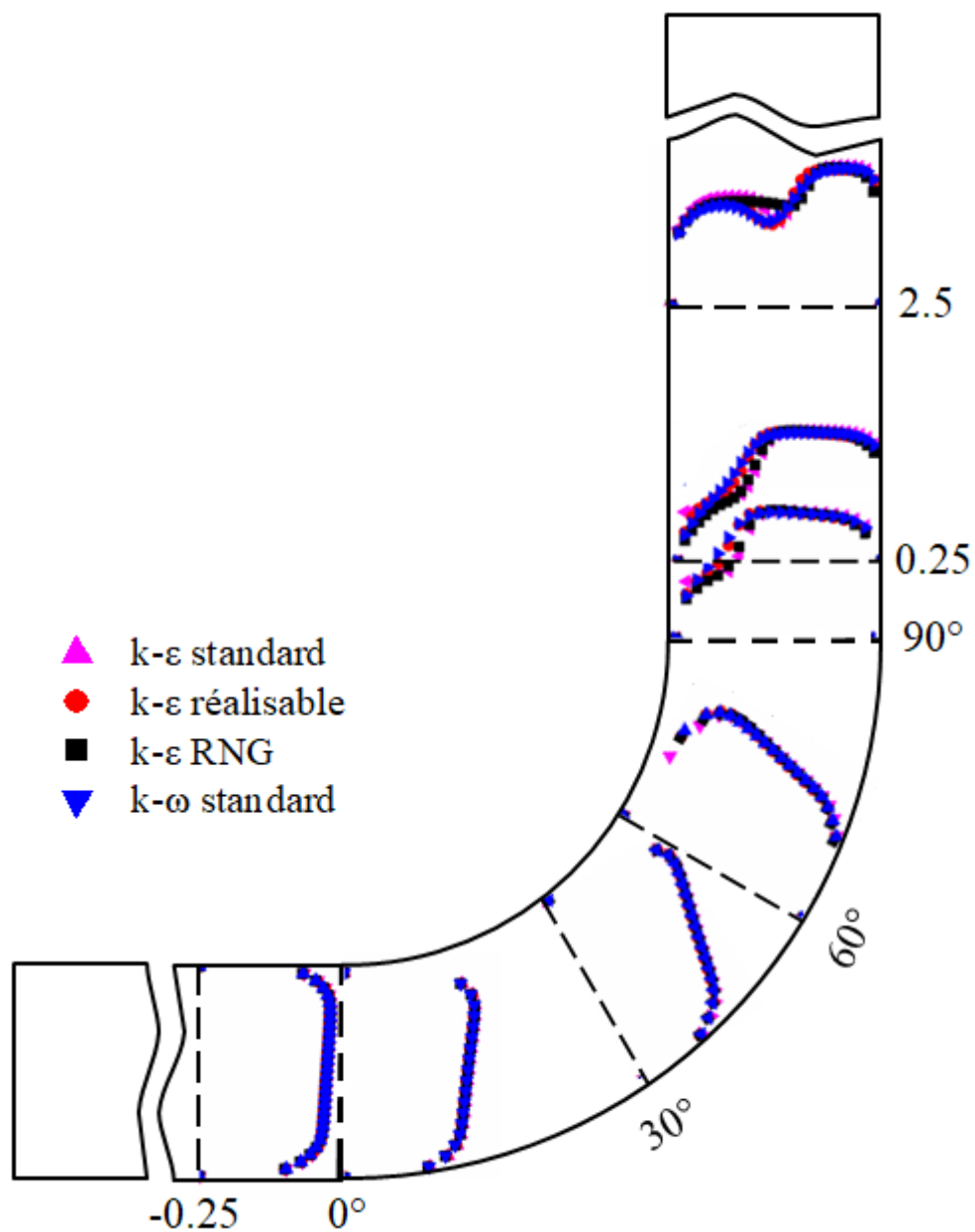


Figure V.16: Profils de la vitesse longitudinale dans le plan de symétrie.

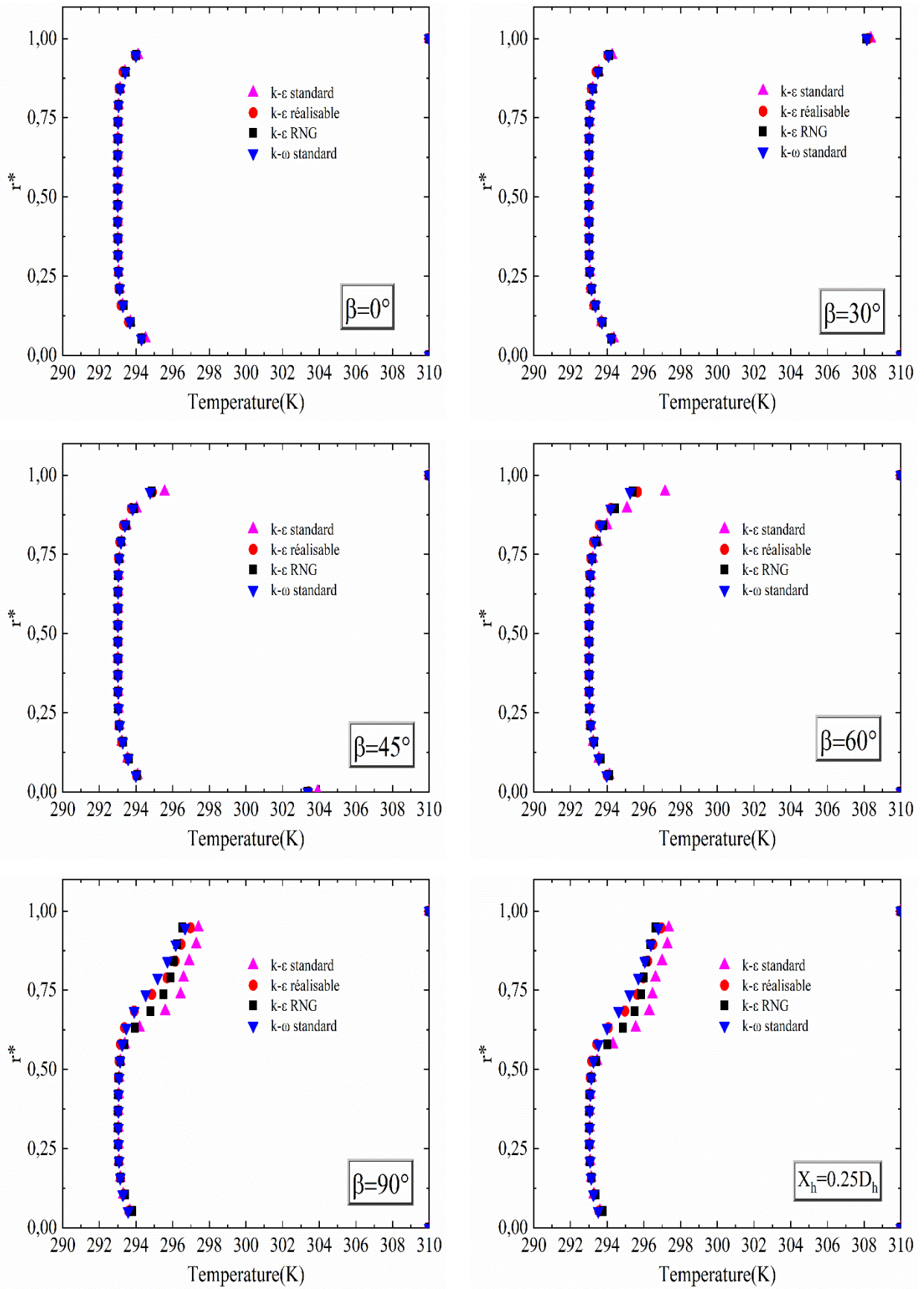


Figure V.17: Profil de la température.

V.4.10 Nombre du Nusselt :

Les figures (V.15), (V.16), (V.17) montrent la variation du nombre de Nusselt calculé à l'aide des quatre modèles sur la paroi latérale, extérieure et intérieure en fonction de la largeur et de la hauteur du coude respectivement.

Pour la paroi latérale et extérieure on remarque que les résultats obtenus par les modèles k- ϵ standard, k- ϵ RNG, k- ϵ réalisable sont très proches pour toute les positions et que plus l'angle de la courbure augmente, et plus le profil du modèle k- ω standard s'écarte des profils des autres modèles.

Pour la paroi interne le profil du modèle k- ω s'écarte des profils des autres modèles. On peut voir aussi que les modèles k- ϵ standard, k- ϵ réalisable, k- ϵ RNG sont presque superposés dans l'intervalle $0 < z^* < 0.2$ à $\beta = 45^\circ, 60^\circ$ puis ils s'écartent. Dans les positions $\beta = 90^\circ$, $X_h = 0.25D_h$ on remarque que le profil du modèle k- ω s'écarte des profils des autres modèles.

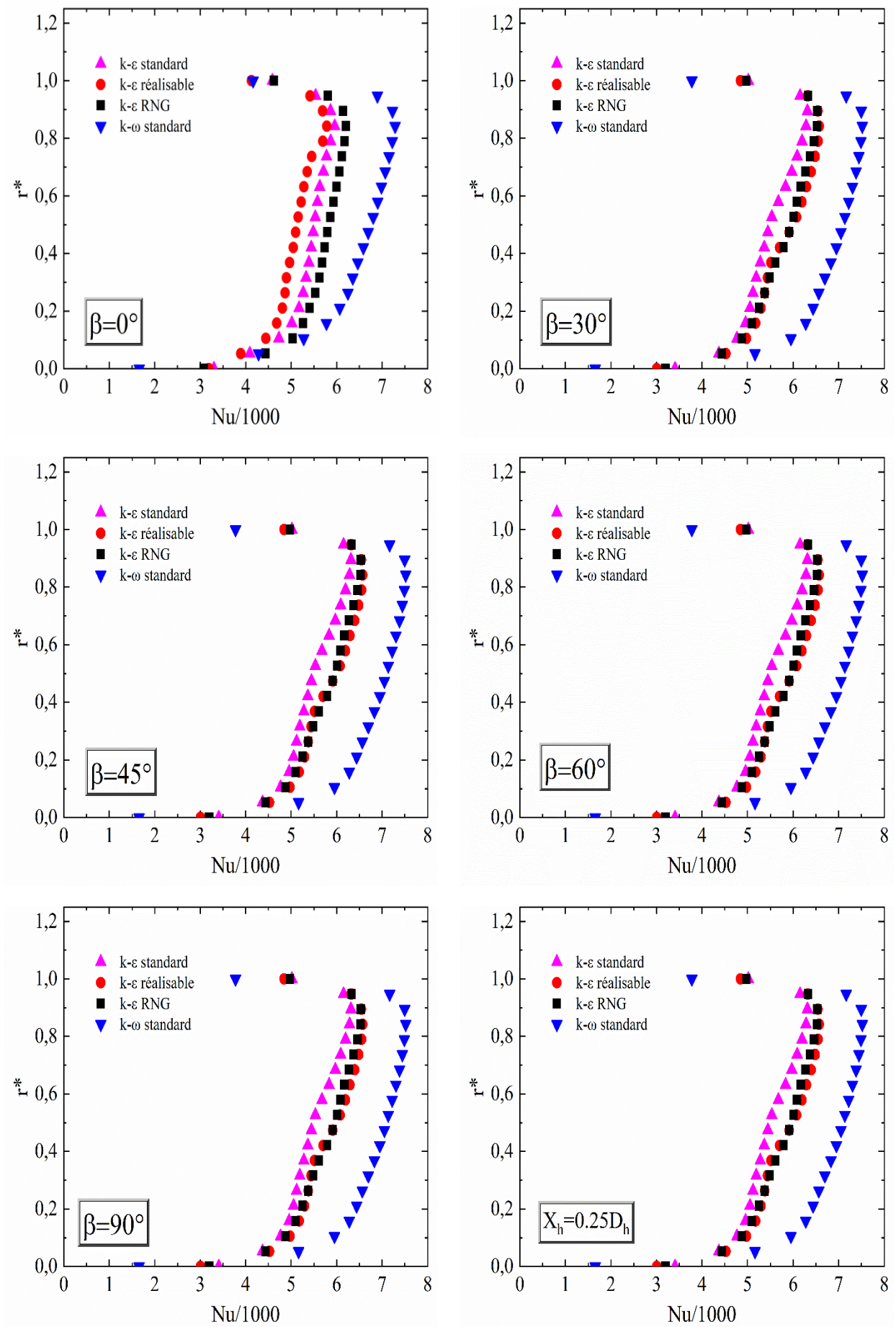


Figure V.18 : La Variation du nombre de Nusselt sur la paroi latérale .

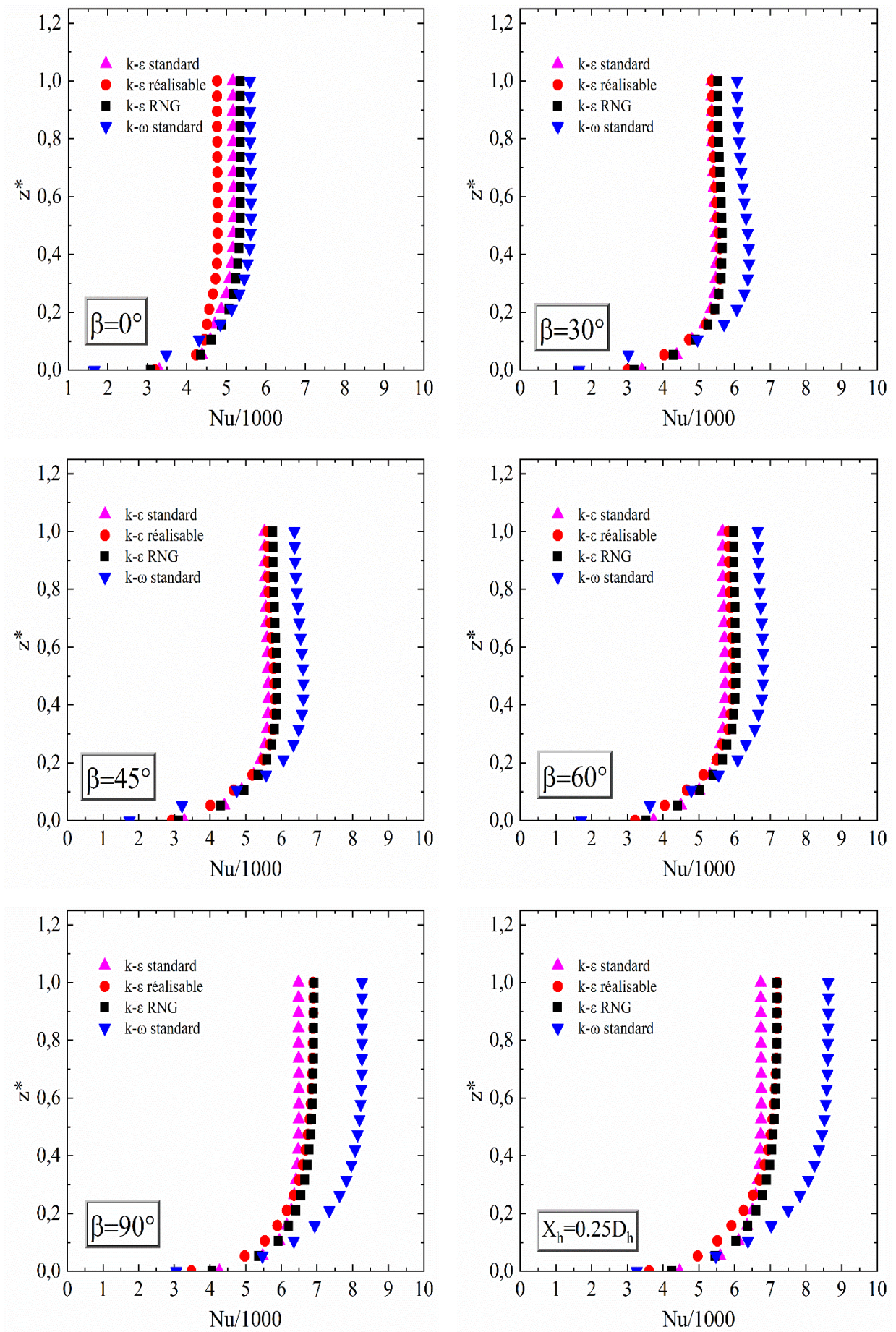


Figure V.19 : Variation de nombre du Nusselt sur la paroi extérieure .

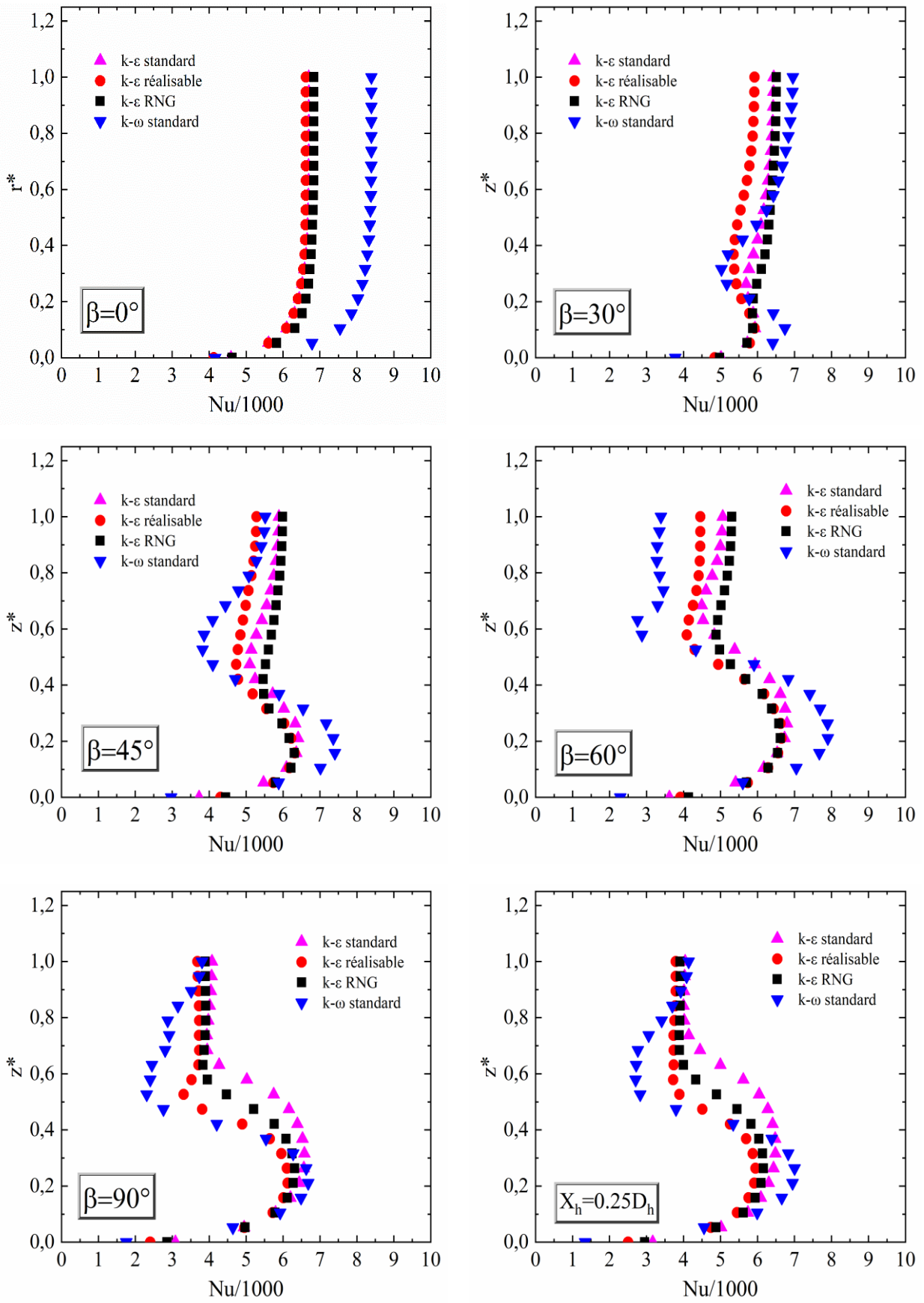


Figure V.20 : Variation de nombre du Nusselt sur la paroi intérieure

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Même de nos jours, les modèles RANS à deux équations restent des choix importants pour la prévision industrielle de champs d'écoulement complexes. Dans ce travail, nous avons comparé quatre modèles de fermetures à deux équations pour prédire les écoulements en développement dans un coude à section carré. Pour les écoulements tridimensionnels dans les conduites courbes à 90°, l'efficacité de calcul du modèle k- ϵ RNG est la plus élevée par rapport aux autres quatre modèles de fermetures.

Les profils de vitesse prévus par les quatre modèles sont très similaires en aval du coude, où ils montrent un meilleur accord avec les données expérimentales dans les régions centrales du coude.

- La différence entre les modèles est trouvée en amont du coude près de la paroi intérieure et ceci est dû au mouvement secondaire où le modèle k- ω standard obtient une légère prédiction du profil de vitesse dans le centre de l'écoulement secondaire.

- Pour le coefficient de pression, les quatre modèles donnent une bonne prédiction avec une petite différence près de la paroi intérieure où les résultats obtenus par le modèle k- ϵ réalisable sont les plus proches des résultats expérimentaux.

- Le modèle k- ω obtient également une prédiction légèrement meilleure du profil de vitesse dans le centre de vortex secondaire mais malheureusement, la capacité de prévision de la turbulence est relativement faible.

- En générale les résultats prédits par le k- ϵ standard, k- ϵ RNG, réalisable k- ϵ sont très similaires et donnent une meilleure prévision pour l'énergie cinétique turbulente et la vitesse fluctuante.

- Le modèle k- ω standard donne une bonne prédiction pour les valeurs maximales des intensités turbulentes.

Références bibliographiques

- [1] Eustice J., (1911), "Experiments of streamline motion in curved pipes", Proc Roy Soc A, Vol 85, pp.119-131.
- [2] Dean W.R., (1927), "The streamline motion of fluid in a curved pipe", Phil. Mag. and journal of science. vol.5, No30, pp. 673-695.
- [3] Humphrey J.A.C., Whitelaw J.H. et Yee G., (1981), "Turbulent flow in a square duct with strong curvature", J. Fluid Mech., Vol 161, pp. 371–403.
- [4] Taylor A.M.K.P., Whitelaw J.H. et Yianneskis M., (1982), "Curved duct with strong secondary motion: velocity measurements of developing laminar and turbulent flow", *ASME J.Fluid Eng.*, Vol. 104, pp. 350-359.
- [5] B.Bara, K.Nandakumar, J.H. Masliyah. (1992), "An experimental and numerical study of the Dean problem : flow development towards two-dimensional multiple solutions", J. Fluid Mech., Vol. 244, p. 339-376.
- [6] Winters K.H. (1987), "A bifurcation study of laminar flow in a curved tube of rectangular cross section", J. Fluid Mech., Vol. 180, p. 343.
- [7] Sotiropoulos F. et Patel V.C., (1992), "Flow in curved ducts of varying cross-section", Institute of Hydraulic Research, University of Iowa, IIHR Report N°. 358.
- [8] Sata Y., Sato K., Kasagi N. et Takamura N., (1994), "Application of the three dimensional particle tracking velocimeter to a turbulent air flow", Eds Springer-Verlag, pp. 705-709.
- [9] Tamamidis C., Zhang G. et Assanis D.N., (1996), "Comparaison of Pressure-Based and Artificial compressibility methods for solving 3D steady incompressible viscous flows", J.Comp. Physics, Vol.124, pp. 1-13.
- [10] Gauthier G., Gondret P., Thome H. et Rabaud M., (2001), "Centrifugal instabilities in a curved rectangular duct of small aspect ratio", Physics of Fluids, Vol. 13, pp. 2831-2834.
- [11] Kim K., Wiedner B.G. et Camci C., (2002), "Turbulent flow and endwall heat transfer analysis in a 90° turning duct and comparisons with measured data", *Int. J. Rotating Machinery*, Vol 8, N° 2, pp.125-140.

- [12] Munch C. et Métais O., (2003), "Simulation des Grandes Echelles d'un écoulement en conduite carrée courbe", *16ème Congrès Français de Mécanique Nice, 1-5 septembre 2003*.
- [13] K.Ma, H.lai (2016) "Comparison of Five Two-Equation Turbulence Models for Calculation of Flow in 90° Curved Rectangular Ducts" *J.A Fluid Mechanics*, Vol. 9, pp. 2917-2931.
- [14] Johnson R.W/et Launder B.E,(1985), "Local Nusselt number and temperature field in turbulent flow through a heated square sectioned U-bend", *Int. Heat Fluid Flow*, Vol 6, N°3, p.171.
- [15] Rowe M. Measurements and computations of flow in pipe bends. *J Fluid Mech* 1970; 43:771-783.
- [16] Jayanti S, Wang MJ, Mayinger F. Gas-particle flow through bends. *IMEchE C461* 1993;24:161-166.
- [17] Jung-Shun Chen, Jung-Hua Chou, The length and bending angle effects on the cooling performance of flat plate heat pipes, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 90, November 2015, Pages 848-856
- [18],[19] *Hugo Chauvet*. 2014. Écoulements secondaires dans les rivières: influence sur le transport de quantité de mouvement et de soluté. Thèse de Doctorat de l'Université Paris Diderot, Sorbonne. pp55.
- [20] J.Gustex, «Aérodynamique : Turbulence et couche limite », ed Cepadues, 1989.
- [21] E. Coustols, «Effet des parois rainurées « riblets » sur la structure d'une couche limite turbulente» *Mec. Ind*, (2001),2, 421-434.
- [22] R. Comolet, «Mécanique expérimental des fluides», tom II 5^{me} édition, Masson, Paris, 1990.
- [23] *Kolmogorov A.N*. Selected works of A.N. Kolmogorov. Vol. II, *Probability Theory and Mathematical Statistics*. Edited by Shiryaev A.N. Dordrecht, Kluwer, 598 p., 1992.
- [24] Laouici M.C, Mechighel F. 2016. Modélisation et la simulation numérique de la convection mixte dans des canaux rectangulaires. Mémoire master de l'université d'Annaba.
- [25], [21] Yunes A. çengel, Afshin J. ghajar. (2015) "Heat and mass transfer Fundamentals and applications" MC Graw Hill pp 379-421.
- [26] J.L. Battaglia, A. Kusiak, et J.R. Puiggali. (2010). "Introduction aux transferts thermiques" Dunod. pp109.
- [27] Lesieur,M,(1994):Turbulence,Presses Universitaires de Grenole.

- [28] GAMBIT2.2 Documentation: User's guide .Modeling guide .Tutorial guide
fluent .Inc .2001.
- [29] Versteegand, H.K, Malalaszker, W,(1995) :An introduction to computational Fluid
Dynamics ,the finite volume method ,Prentice Hall ,257p .
- [30] FLUENT 6.2 documentation.User's Guide.Fluent.Inc.
- [31] Menter, F.R, (1992): Influence of free stream values on k- ω turbulence model predictions;
AIAA Journal, 30(6),pp1657-1659.

ملخص

يقدم هذا العمل دراسة مقارنة بين أربعة نماذج من نماذج الاضطرابات الأكثر شيوعًا واستخدامًا في التنبؤ بتدفقات المتطورة تمامًا في أنبوب منحنى بـ 90 درجة ذو مقطع مربع. النماذج هي $k-\varepsilon$ standard، $k-\varepsilon$ RNG، $k-\varepsilon$ realisable و $k-\omega$ standard. تمت المقارنة بين الوقت المستغرق لحساب تقارب الحلول وتمت أيضًا المقارنة بين مختلف النتائج المتحصل عليها من السرعات الطولية و شعاعية، وتوزيعات معامل الضغط، وسرعة التقلب والطاقة الحركية المضطربة بين النتائج التجريبية. [4] أظهرت النتائج أن النماذج الأربعة تعطي نتائج جيدة لمقاطع السرعة ومعامل الضغط وأن النتائج التي تنبأ بها كل من النموذج $k-\varepsilon$ standard و $k-\varepsilon$ RNG و $k-\varepsilon$ realisable متشابهة بشكل عام وتعطي تنبؤًا أفضل للطاقة الحركية المضطربة وسرعة التقلب.

الكلمات المفتاحية: أنبوب منحنى ذو مقطع مربع، أربع نماذج اضطراب، دراسة مقارنة، قدرة التوقع.

Résumé

Ce travail présente une étude comparative entre quatre modèles de turbulence à deux équations les plus utilisés pour prédire les écoulements complètement développés dans une conduite de section carrée courbée à 90°. Les modèles sont, le $k-\varepsilon$ standard, le $k-\varepsilon$ RNG, le $k-\varepsilon$ réalisable et le $k-\omega$ standard. Le temps de calcul pour la convergence des solutions, les vitesses longitudinales, radiales, les distributions du coefficient de pression, la vitesse fluctuante et de l'énergie cinétique turbulente résolues par ces modèles sont comparés et validés par rapport aux données expérimentales [4]. Les résultats montrent que les quatre modèles donnent de bons résultats pour les profils des vitesses et le coefficient de pression. En générale les résultats prédits par le $k-\varepsilon$ standard, $k-\varepsilon$ RNG, réalisable $k-\varepsilon$ sont très similaires et donnent une meilleure prévision pour l'énergie cinétique turbulente et la vitesse fluctuante.

Mots clés : coude à section carrée, quatre modèles de fermetures, étude comparative, capacité de prévision.

Abstract

This work presents a comparative study of four most commonly used two-equation turbulence models for predicting fully developed flows in a 90° curved square section pipe. The models are standard $k-\varepsilon$, $k-\varepsilon$ RNG, realisable $k-\varepsilon$ and standard $k-\omega$. The computation time for the convergence of the solutions, the longitudinal velocities, the radial velocities, the distributions of the pressure coefficient, the fluctuating velocity and the turbulent kinetic energy solved by these models are compared and validated with respect to the experimental data [4]. The results show that the four models give good results for the velocity profiles and the pressure coefficient. In

general the results predicted by the standard k- ϵ , RNG, k- ϵ realizable are similar and give a good prediction for the turbulent kinetic energy and the fluctuating.

Keywords: Curved square duct, four turbulence models, comparative study, Predicting capability.