

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ IBN-KHALDOUN DE TIARET

FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES
DÉPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

POUR L'OBTENTION DU DIPLOME DE MASTER

DOMAINE : SCIENCES APPLIQUÉES

FILIERE : SCIENCES ET TECHNOLOGIES

PARCOURS : GENIE MECANIQUE

SPECIALITE : CONSTRUCTION MECANIQUE

THÈME

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DU
COMPORTEMENT VIBRATOIRE
D'UN ROTOR FLEXIBLE**

Préparé par :

BOURAGBA Abdelilah

Soutenu devant le Jury composé de :

MM. ELGUERRI Mohamed Maître de Conférences B UIK Tiaret Président

BOUZIDANE Ahmed Professeur UIK Tiaret Encadreur

ABOSHIGHIBA Hichem Maître de Conférences B UIK Tiaret Examineur

PROMOTION 2018 / 19

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE I	2
Etude bibliographique.....	2
I.1 Introduction	3
I.2 Revue historique	3
I.3 Type de rotors	5
I.3.1 Le rotor rigide :	5
I.3.2 Le rotor flexible :	5
I.4 Type des vibrations.....	6
I.4.1 Vibration en flexion des arbres	6
I.4.2 Vibration en torsion des arbres	6
I.4.3 Vibration longitudinale des arbres	6
I.4.4 Vibration des structures en rotation	7
I.5 Sources d'excitation	8
I.5.1 Forces de balourd	8
I.5.2 Forces fluides	8
I.5.3 Forces aléatoires.....	8
I.6 Type de paliers.....	8
1 Contact direct	9
2 Interposition des bagues	9
3 Interposition d'éléments roulants	11
4 Interposition d'un film d'huile	14
I.7 Représentation graphique d'un signal	16
I.8 L'analyse dynamique.....	18
I.9 Classification des systèmes	18
I.10 Techniques de réduction.....	19
I.10.1 Guyan reduction.....	21
I.10.2 Improved Reduction System (IRS)	22
I.10.3 Dynamic condensation.....	22
I.10.4 System Equivalent reduction expansion process (SEREP).....	23
I.10.5 Pseudo-Modal Reduction.....	24

CHAPITRE II	26
Modélisation Par la Méthode des Eléments Finis.....	26
II.1 Introduction.....	27
II.2 Formulation de l'équation de mouvement	27
• Equation de Lagrange.....	28
II.3 Modélisation par la méthode des éléments finis des éléments du rotor.....	28
II.3.1 Disque.....	29
II.3.2 L'arbre.....	30
• Energie cinétique de l'arbre.....	31
• Energie de déformation de l'arbre.....	33
II.3.3 Balourd	35
II.3.4 Paliers	36
CHAPITRE III	38
Etude du Comportement Dynamique d'un Rotor Flexible.....	38
III.1 Introduction.....	39
III.1.1 Description du modèle étudié.....	40
a) Caractéristiques des éléments du rotor	40
1 Disque.....	40
2 Arbre.....	41
3 Palier.....	41
b) Maillage (discrétisation).....	42
III.2 Organigramme de la résolution.....	43
I.1 Résultats et discussion.....	43
Comparaison des fréquences propres du système global avec celles obtenues par les méthodes de réduction.....	45
Comparaison du temps de calcul des fréquences propres du système globale avec les différentes méthodes de réduction + pourcentage de gain	46
La représentation fréquentielle (tracé de la fréquence en fonction de l'amplitude adimensionnelle)	46
Comparaison de la réponse dynamique (représentation fréquentielle) pour les différentes méthodes de réduction utilisé avec le système global.....	52
CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES	54

BIBLIOGRAPHIE & WEBOBGRAPHIE	55
RESUME.....	Erreur ! Signet non défini.
ABSTRACT	57
ملخص.....	57

LISTE DES FIGURES

Figure I.1 : Rotor rigide [2].	5
Figure I.2 : Rotor flexible [2].	5
Figure I.3 : Mouvement de l'arbre (Rotation +whirling)[3].	6
Figure I.4 : Arbre en torsion [4].	7
Figure I.5 : Structure en rotation : vue en coupe d'une turbine à gaz [5].	7
Figure I.6 : Exemple : Contact direct [7].	9
Figure I.7 : Interposition des bagues [7].	9
Figure I.8 : Montage des bagues [7].	10
Figure I.9 : Bague avec et sans collerette sec [8].	10
Figure I.10 : Bague avec et sans collerette lubrifiée [8].	10
Figure I.11 : Composition d'un roulement [9].	11
Figure I.12 : Eléments roulants [7].	11
Figure I.13 : Les charges supportées par un roulement [7].	12
Figure I.14 : Types de charges [7].	12
Figure I.15 : Roulement à bille [7].	13
Figure I.16 : Roulement à rouleaux [7].	13
Figure I.17 : Roulement à aiguilles [7].	13
Figure I.18 : Palier à roulement : Vue en coupe [10].	14
Figure I.19 : Principe de Fonctionnement d'un Coussinet autolubrifiant [7].	14
Figure I.20 : Principe de fonctionnement d'un palier hydrodynamique [7].	15
Figure I.21 : Principe du fonctionnement d'un palier hydrostatique.	15
Figure I.22 : Représentation temporelle [11].	16
Figure I.23 : Représentation fréquentielle [12].	17
Figure I.24 : Diagramme de Campbell [13].	17
Figure I.25 : Système à un degré de liberté [14].	18
Figure I.26 : Exemple sur l'opération de la matrice de transformation [T].	20
Figure II.1 : Eléments du rotor [6].	28
Figure II.2 : Modèle élément fini du disque [23].	29
Figure II.3 : Modèle élément fini de l'arbre [23].	30
Figure II.4 : Représentation géométrique du balourd.	35
Figure II.5 : Profil du balourd sur le rotor [3].	35
Figure II.6 : Système dissipatif du palier (raideur, amortissement) [3].	36
Figure III.1 : Modèle Eléments finis du rotor étudié.	40
Figure III.2 : Organigramme de calcul des fréquences propres.	43
Figure III.3 : Réponse dynamique (Disque).	47
Figure III.4 Réponse dynamique (Palier).	47
Figure III.5 Réponse dynamique (Disque).	48
Figure III.6 Réponse dynamique (Palier).	48
Figure III.7 Réponse dynamique (Disque).	48
Figure III.8 Réponse dynamique (Palier).	49
Figure III.9 Réponse dynamique (Disque).	50
Figure III.10 Réponse dynamique (Palier).	51
Figure III.11 Réponse dynamique (Disque).	51
Figure III.12 Réponse dynamique (Palier).	51

LISTE DES TABLEAUX

Tableau I.1 : Evènements historiques de la dynamique du rotor[1].....	4
Tableau I.2 : Comparaison entre les types de guidage [7].	16
Tableau I.3 : Récapitulatif des méthodes de réduction.	25
Tableau III.1 : Paramètres du disque.....	40
Tableau III.2 : Paramètres de l'arbre.....	41
Tableau III.3 : Propriétés des paliers.....	41
Tableau III.4 : Maillage (discrétisation).....	42
Tableau III.5 : Comparaison des fréquences propres (système global/Guyan).....	44
Tableau III.6 : Comparaison des fréquences propres (système global/IRS).	44
Tableau III.7 : Comparaison des fréquences (système global/Dynamic condensation).....	44
Tableau III.8 : Comparaison des fréquences propres (système global/SEREP).	44
Tableau III.9 : Comparaison des fréquences propres (système global/Pseudo-modal).	44
Tableau III.10 : Temps de calcul des fréquences propres + gain.	46
Tableau III.11 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/Guyan (Disque).....	46
Tableau III.12 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/Guyan (Palier).	47
Tableau III.13 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/IRS (Disque).	49
Tableau III.14 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/IRS (Palier).	49
Tableau III.15 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/Dynamic Condensation (Disque).	49
Tableau III.16 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/Dynamic Condensation (Arbre).	50
Tableau III.17 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/SEREP (Disque).....	50
Tableau III.18 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/SEREP (Palier).....	50
Tableau III.19 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/Pseudo-Modal (Disque).	52
Tableau III.20 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/Pseudo-Modal (Palier).52	

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier en premier Allah, le tout puissant de m'avoir guidé et donné autant de santé, courage, patience et volonte pour accomplir ce travail.

Je tiens également à exprimer ma gratitude à mes très chers parents, mes frères et toute ma famille pour m'avoir soutenu, encouragé et aimé.

Mes premiers remerciements vont à mon encadreur Mr BOUZIDANE Ahmed Professeur à l'université de Tiaret, pour ses conseils et le partage de ses connaissances. J'ai également apprécié la grande liberté qui m'a accordé pour la gestion de mon mémoire.

Merci également à Mr EL QUERRI Mohamed Docteur a l'université de Tiaret, d'avoir accepté d'être le président du jury pour m'avoir guidé, conseillé, encouragé et consulter mon travail.

Je remercie vivement Mr ABOSHAQHA Hichem Docteur a l'université de Tiaret, d'avoir accepté d'être un membre du jury, d'évaluation et d'examiner ce mémoire.

Je remercie vivement Melle BELGACEM Souad Docteur a l'université de Tiaret, pour son soutien, encouragement et conseils.

Mes remerciements s'adressent également à tous les enseignants qui ont assuré notre formation au cours de ces années et aux personnels administratif du département De Sciences et Technologie et du département de Génie mécanique.

Mes profonds remerciements vont également à toutes les personnes qui m'ont aidée et soutenu de près ou de loin spécialement à notre promotion Construction Mécanique qui a toujours épargner l'ambiance et le milieu familial.

Dédicaces

Avant tous propos j'exprime ma gratitude à Allah qui m'a aidé à accomplir ce travail.

Je dédie ce mémoire

A mon cher père qui m'a inculqué les valeurs nobles de la vie et avoir apprendre le sens de la responsabilité et qui fait tant d'effort et continue à les faire pour nous, et qui a fait de moi l'homme que je suis.

Que dieu te protège des malheurs de la vie

A ma mère honorable, aimable, la source de tendresse et l'exemple de la patience et du courage.

Que dieu te préserve et te donne la santé

A mes frères YOUNES et MOULEY spécialement à mon grand frère MOHAMED mon exemple et bras droit.

A tous mes amis spécialement El GUERRI YACINE et Abed ZAKI

A toutes les personnes qui m'ont aidé, aimé et qui ont contribué pour me rendre heureux.

INTRODUCTION GENERALE

La dynamique du rotor est une branche de la mécanique appliquée. Elle s'intéresse à l'étude du comportement et le diagnostic des machines tournantes. Ces dernières, telles que les pompes, les turbines et les compresseurs font l'objet de plusieurs systèmes mécaniques dans différents secteurs industriels tels que l'automobile, l'aéronautique et le nucléaire. Ces dernières années ces machines sont devenues des éléments indispensables dans l'ingénierie moderne.

Lors du passage par les fréquences de résonance le rotor devient instable (il vibre), sa peut engendrer des dégâts catastrophiques à cause des amplifications. Donc l'étude de la stabilité et primordiale et des contre-mesures appropriées doivent être prise.

Dans le domaine de la dynamique du rotor, les méthodes numériques programmables s'imposent, telle que la méthode des éléments finis qui est actuellement un outil puissant pour la résolution des problèmes physiques réelles en (mécanique, thermodynamique, acoustique, etc.).

La résolution des problèmes physiques par les méthodes numériques avancées consiste à résoudre des équations sous forme matricielle, lesquelles sont très grandes et occupent un grand espace mémoire, exigeant ainsi des machines très performantes et coûteuses. Pour des structures simples à faible degrés de liberté (ddl) la taille de cette matrice n'influe pas sur le temps de calcul et la qualité des résultats ; mais pour les structures complexes à grand nombre de degrés de liberté, plus la taille de la matrice globale est grande, plus le temps de calcul est plus grand ; il peut durer (des heures, des jours ou des semaines) dans des stations de calcul. Cela provoque le cumul d'erreur et la perte de précision ce qui mène à penser à réduire le nombre des degrés de liberté du système en réduisant la taille de la matrice globale.

Notre travail consiste à étudier le comportement dynamique d'un système (arbre + disque) qui est soumis à une force excitatrice de type balourd et monté sur des paliers fluides. Différentes méthodes de réduction des ddl du système ont été utilisées parmi lesquelles Guyan, IRS, Dynamic Condensation, SEREP et Pseudo-modal en s'appuyant sur une approche modale analysant les fréquences propres obtenues par le système global et comparées avec celles obtenues par ces techniques de résolution.

Ce mémoire est composé de trois parties, une première consacrée à l'étude bibliographique sur la dynamique du rotor, une deuxième qui traite la modélisation par la méthode des éléments finis et une troisième qui s'intéresse à l'étude du comportement dynamique d'un rotor flexible ainsi que l'interprétation et discussion des résultats.

CHAPITRE I

Etude bibliographique

I.1 Introduction

Ce chapitre fait l'objet d'une étude bibliographique sur la dynamique du rotor et les techniques de réduction des degrés de liberté.

La dynamique des rotors a pour but d'établir des méthodologies ou bien des solutions technologiques pour la réduction/suppression des vibrations. Cela permet une bonne étude de conception et le bon fonctionnement de la machine tournante.

I.2 Revue historique

Une suite d'évènements importants ou bien des stations historiques est présentée dans un tableau récapitulatif ci-dessous [1]:

N	Phenomena	Caused by	Reported/ interpreted	Remarks (théorique/Experimental)
01	Whirling	Unbalance	Rankine 1869	General motion (Th)
02	Self centring of rotor	Unbalance	De Laval 1883	Unbalance response (Exp)
03	Synchronous whirling	Unbalance	Foppl 1895	
04	Critical speed	Unbalance	Dunkerley 1895	Resonance (Th)
05	Second critical speed	Unbalance	Kerr 1916	Resonance (Exp)
06	Instability	Shaft asymmetry	Prandtl 1918	Instability analysis (Th)
07	Stable Supercritical response	Unbalance	Jeffcott 1919	
08	Secondary resonance	Gravity	Stodola 1924	Unbalance response (Th)
09	Gyroscopic effect	Rotor Wobbling	Stodola 1924	Free vibrations (Th)
10	Threshold spin speed for instability	Internal damping	Newkirk 1924 Kimball 1924 Smith 1933 Crandall 1961	Instability analysis (Th)

11	Threshold spin speed for instability	Disemmetry of bearing stiffness	Smith 1933	
12	Oil whip	Nonlinear action of the oil wedge in journal bearing	Newkirk and Taylor 1925	Instability analysis (Th)
13	Self-excited vibration	Contact between rotor and stator	Baker 1933	
14	Oil whip	Hydrodynamic bearing	Hori 1959	(Th)
15	Steam whirl	Steam injection in turbine blades	Thomas 1958	(Th)
16	Flow induced vibrations	Hollow rotor containing fluid	Kollmann 1962 Ehrich 1965 kuipers 1964 Wolf 1968	
17	Instability	Seals	Jenny 1980	Exp
18	Subharmonics/ Combination resonance	Nonlinearity (Ball bearing)	Yamamoto 1955-1957	
19	Nonlinear resonance	Oil films in journal bearings	Tondl 1965	(Th)
20	Subharmonic resonance	Squeeze film dampers	Ehrich 1966	(Exp)
21	Nonstationary response	Constant/variable accelerations of rotor	Lewis 1932	(Th)
22	Shaft vibrations at critical speeds	Varying spin speeds	Natanzon 1952	(Th)
23	Shaft general motion	Varying spin speeds	Grobov 1953-1955	(Th)
24	Damped critical speeds	Hydrodynamic bearings	Ruhl and Booker's 1972 and Lund's	FEM(Th)

Tableau I.1 : Evènements historiques de la dynamique du rotor[1].

I.3 Type de rotors

En dynamique des rotors on distingue généralement deux types de rotors :

I.3.1 Le rotor rigide :

Un rotor est dit rigide si les éléments tournants ne déforment pas lorsqu'il tourne à des vitesses sensiblement inférieures à la vitesse critique qui provoque la flexion de l'arbre à cause de sa grande rigidité, la flèche de l'arbre est très faible.

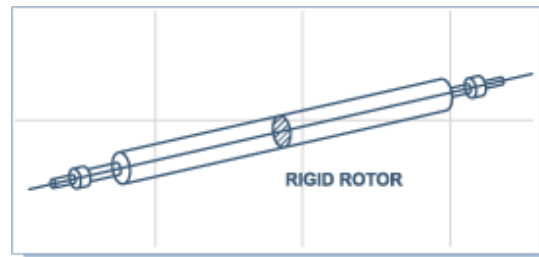


Figure I.1 : Rotor rigide [2].

I.3.2 Le rotor flexible :

Un rotor est dit flexible si la flèche (déformée) de l'arbre est importante. Généralement elle est due au changement de vitesse qui produit une force centrifuge qui provoque la flexion ou la torsion de l'arbre.

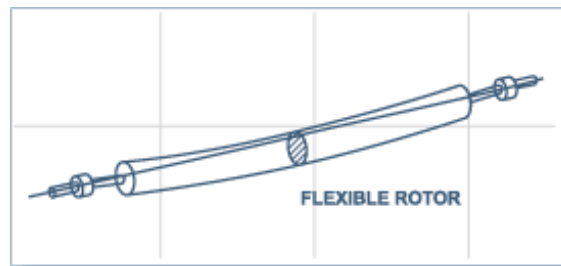


Figure I.2 : Rotor flexible [2].

Toute machine tournante génère des vibrations dont les amplitudes dépendent essentiellement de :

- La géométrie du rotor ;
- Les caractéristiques des paliers ;
- Les sources d'excitation ;
- La vitesse de rotation du rotor.

I.4 Type des vibrations

D'un point de vue pratique les types de vibrations rencontrés se divisent en quatre catégories :

I.4.1 Vibration en flexion des arbres

Quand un arbre tourne il peut avoir des oscillations transversales. Si l'arbre est déséquilibré la force centrifuge provoque la vibration et la flexion de ce dernier. Quand il tourne à des vitesses proches ou égales à la vitesse critique il aura des amplifications puis un phénomène de « tournoiement » dit whirling qui présente un danger majeur pour les machines tournantes. L'arbre tourbillonne (whirls) dans son plan de rotation (plan perpendiculaire à l'axe de rotation) en maintenant sa déviation qui varie le long de l'axe. La façon dont l'arbre tourbillonne dépend de la rigidité et/ou la flexibilité de l'arbre.

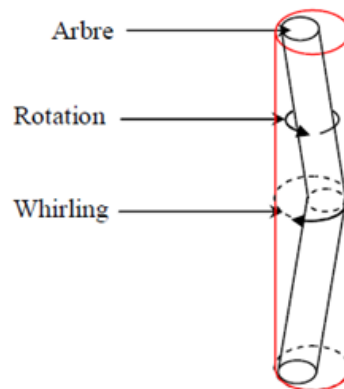


Figure I.3 : Mouvement de l'arbre (Rotation +whirling)[3].

I.4.2 Vibration en torsion des arbres

La déformation de torsion se produit lorsque les vibrations de chaque partie de l'arbre sont tordues le long de l'axe de rotation (Figure I.4). L'apparition du problème de vibration de torsion est relativement faible par rapport aux vibrations de flexion dans les machines tournantes. Le changement des forces électromagnétiques dans les moteurs ou bien le changement du couple moteur peut également induire des vibrations de torsion.

I.4.3 Vibration longitudinale des arbres

Ce type de vibration n'apparaît généralement pas à cause de la grande rigidité longitudinale de l'arbre.

I.4.4 Vibration des structures en rotation

La vibration de flexion des structures en rotation telles que les aubes des turbines ou les roues de pompes et de compresseurs (Figure I.5) est un problème délicat qui nécessite une grande précision. Il est souvent traité par une analyse par élément fini pour évaluer la vibration de cette catégorie à l'aide d'un calcul détaillé des fréquences naturelles et prévision des amplitudes de résonance en fonction de la géométrie des organes.

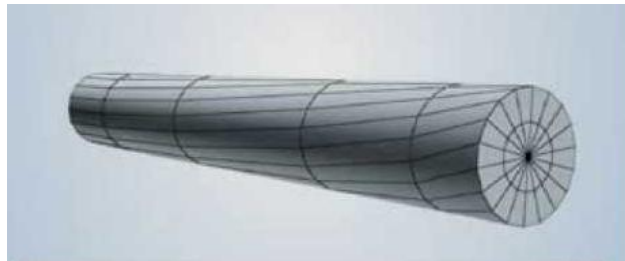


Figure I.4 : Arbre en torsion [4].

Les vibrations des rotors provoquent divers autres problèmes dans les machines tournantes, ce qui peut aggraver la situation. L'augmentation des charges cycliques, le phénomène de fatigue, la collision du rotor avec des organes fixes et la transmission des vibrations à des pièces immobiles sont des exemples de défauts causés par les vibrations.

Pour réduire les vibrations, l'étude de conception doit prendre en compte l'analyse de ces facteurs pour éviter ce phénomène dans les conditions normales de fonctionnement.

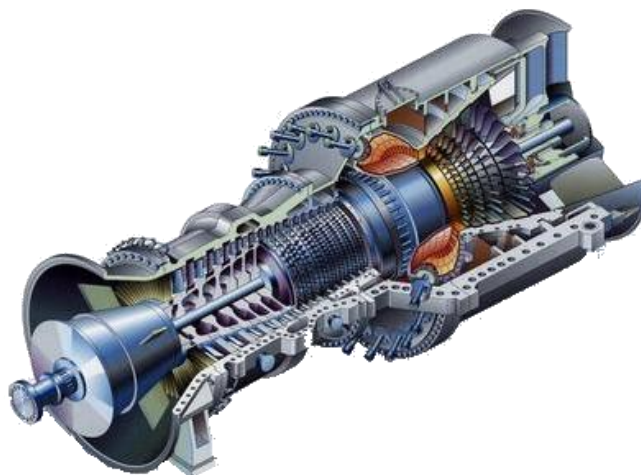


Figure I.5 : Structure en rotation : vue en coupe d'une turbine à gaz [5].

I.5 Sources d'excitation

Le rotor en rotation est soumis à des excitations diverses, ces excitations peuvent être d'une source interne ou externe et de nature périodiques ou aléatoires. Souvent on a trois sources d'excitation [6] :

I.5.1 Forces de balourd

Ce sont des forces périodiques propres à la machine tournante, elle correspond à la force d'inertie générée lors de la rotation de la masse excentrée non équilibré du rotor.

I.5.2 Forces fluides

Ce sont généralement dues à l'interaction fluide-structure ou les caractéristiques du fluide (viscosité, nature, vitesse etc.) ont un effet direct sur le comportement dynamique de la structure. Dans le cas des paliers la source d'excitation c'est bien les forces agissantes sur l'arbre. On rencontre souvent deux types de forces : les forces aérodynamiques et les forces hydrodynamiques.

I.5.3 Forces aléatoires

Parmi les forces aléatoires on distingue les forces de choc lors du contact par exemple dans les engrenages, pompes et les turbines et les forces des séismes.

I.6 Type de paliers

Les paliers sont des éléments essentiels qui ont pour but le support, le guidage en rotation et ils reçoivent les efforts que subissent les éléments du rotor.

Suivant différents paramètres tel que la nature du frottement entre les surfaces actives, la direction des charges appliquées (radiale et/ou axiale), la lubrification et la composition on distingue divers types de paliers, généralement lisses ou à roulement.

Il existe quatre principaux types de réalisation pour le guidage en rotation :

- 1 Par contact direct ;
- 2 Par interposition des bagues ;
- 3 Par interposition d'un film d'huile ;
- 4 Par interposition d'éléments roulant.

Le critère de choix d'une solution se fait en fonction des conditions de fonctionnement :

- Précision du guidage ;
- Vitesse de rotation ;
- Efforts admissibles.

1 Contact direct

Le guidage en rotation des surfaces cylindriques (arbre/logement) est obtenu par contact direct (Figure I-6).

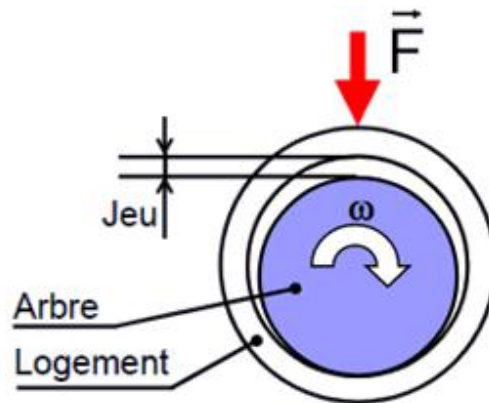


Figure I.6 : Exemple : Contact direct [7].

2 Interposition des bagues

Le guidage en rotation est assuré par des bagues de frottement (Figure I-7) sur lesquelles se reportent l'usure.

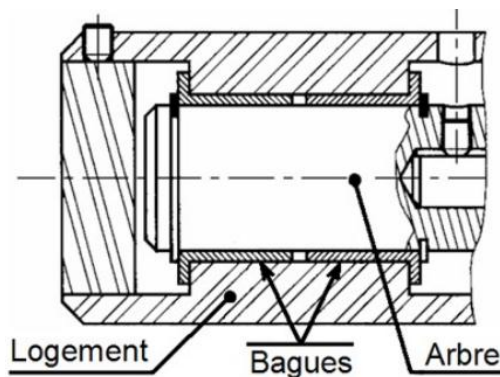


Figure I.7 : Interposition des bagues [7].

- **Montages des bagues**

Le coussinet est monté serré dans l'alésage (logement) et glissant sur l'arbre. (Figure I.8)

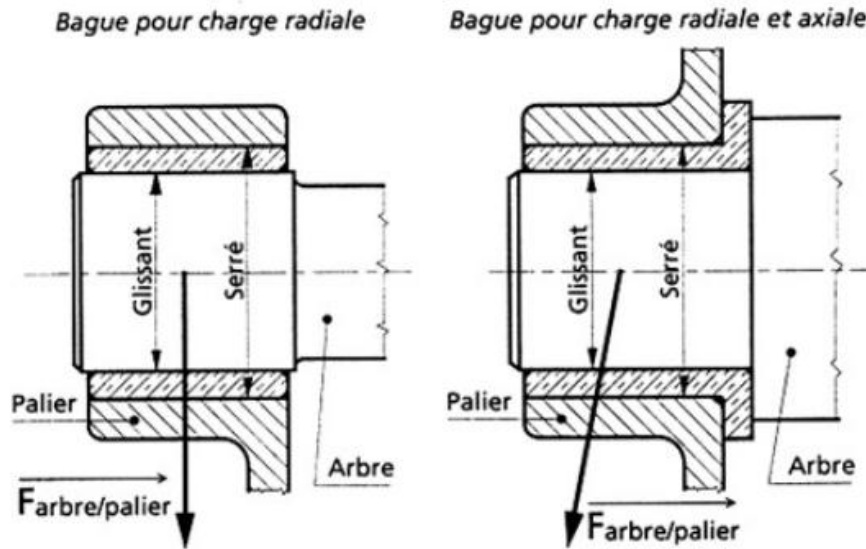


Figure I.8 : Montage des bagues [7].

Les bagues sont de formes tubulaires ,avec ou sans collerette (Figure I.9-10) et contruites a partir des materiaux présentant de bonnes qualités frottantes (Bronze,étain, etc.) utilisé a sec ou lubrifiées.



Figure I.9 : Bague avec et sans collerette sec [8].



Figure I.10 : Bague avec et sans collerette lubrifiée [8].

Notons que lorsque l'effort à transmettre n'est pas purement radial, il est conseillé d'utiliser une bague à collerette.

3 Interposition d'éléments roulants

C'était au 15^{ème} siècle que Léonardo de Vinci théorisa la géométrie des roulements.

Tous les roulements sont composés de (Figure I.11).

- 1 Bague extérieure : liée à l'alésage (logement du roulement) ;
- 2 Bague intérieure : liée à l'arbre ;
- 3 Cage : assure le maintien des éléments roulants ;
- 4 Éléments roulants : situés entre les deux bagues ; ils peuvent être des billes, rouleaux et aiguilles (Figure I.12).

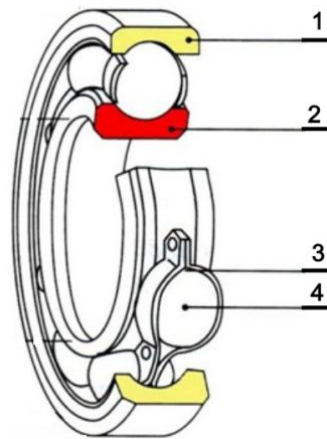


Figure I.11 : Composition d'un roulement [9].

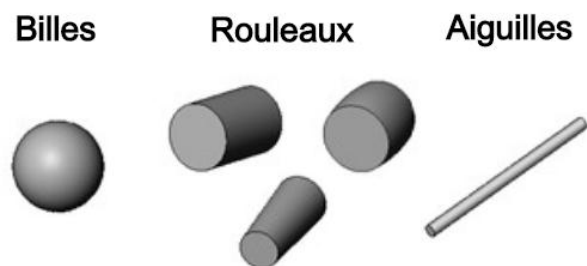


Figure I.12 : Éléments roulants [7].

Les paliers à roulement assurent un bon guidage en rotation du rotor en plus de leur fiabilité et sécurité. On distingue plusieurs types de roulement (à bille, à rouleau et à aiguille) comme ils peuvent être placés en une rangée ou à deux rangées, tous ces montages dépendent de l'utilisation et les efforts.

- **Charges supportées par un roulement**

Les charges (efforts) supportées par un roulement peuvent être radiales, axiales ou combinées comme il est montré dans la (figure I.13).

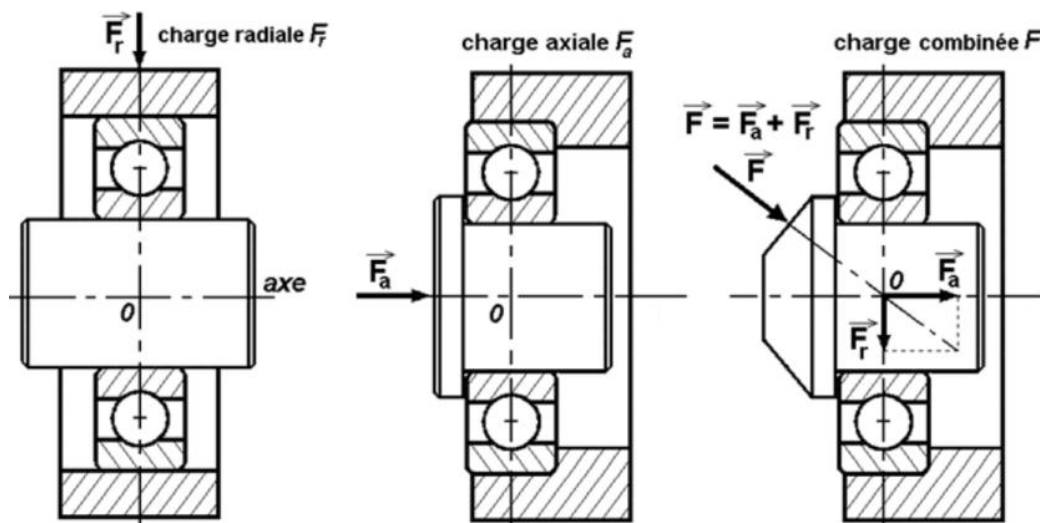


Figure I.13 : Les charges supportées par un roulement [7].

- **Classement des roulements**

Les roulements sont classés en fonction des charges qu'ils peuvent supporter (figure I.14).

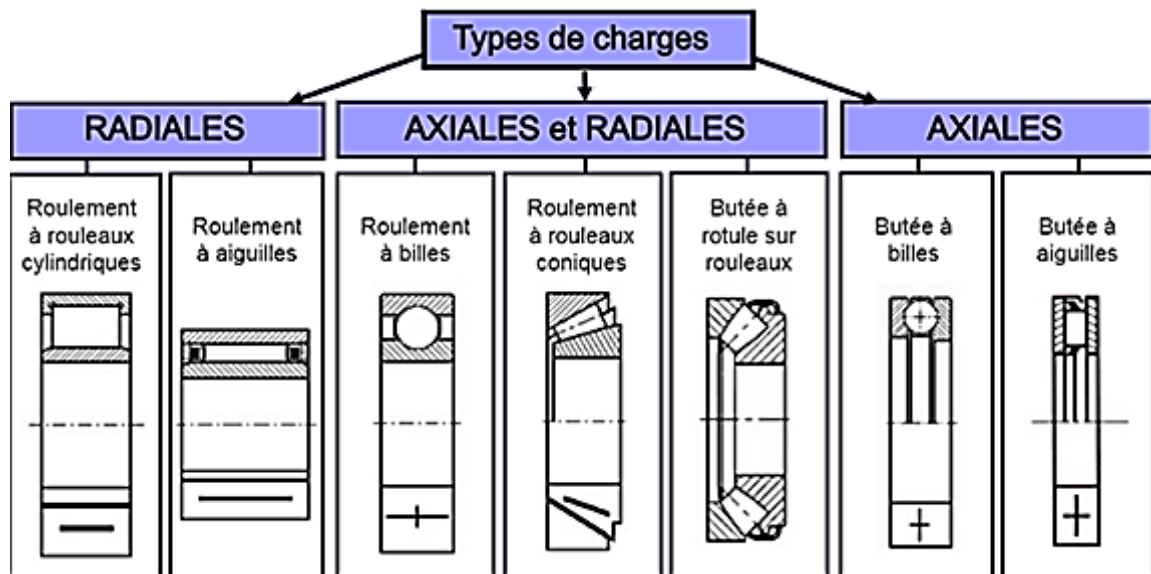


Figure I.14 : Types de charges [7].

Nous allons voir quelque exemple sur les roulement et un palier a roulement :

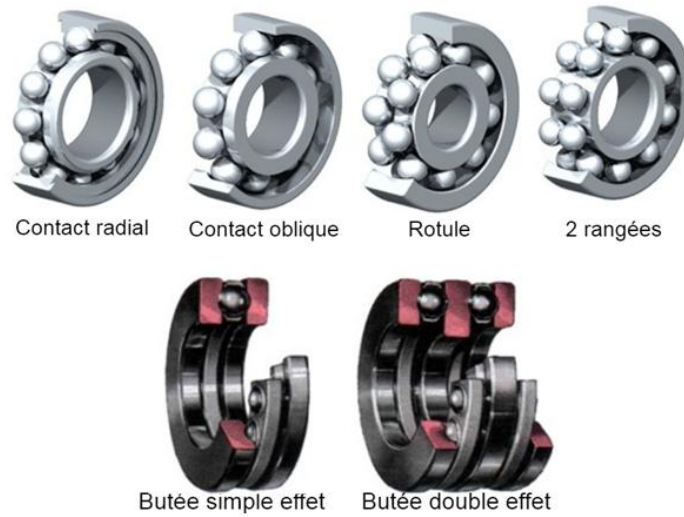


Figure I.15 : Roulement à bille [7].



Figure I.16 : Roulement à rouleaux [7].

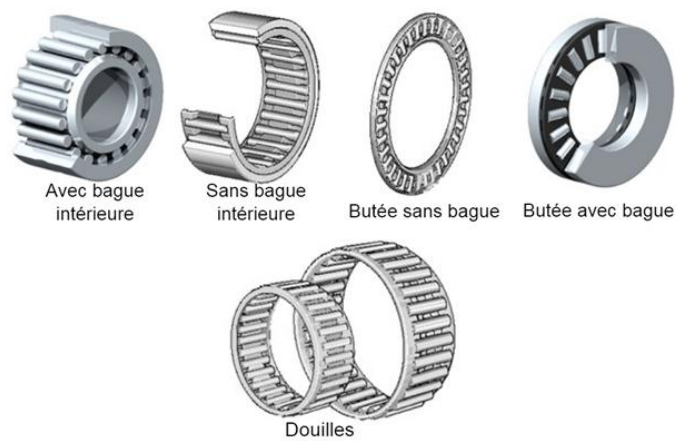


Figure I.17 : Roulement à aiguilles [7].

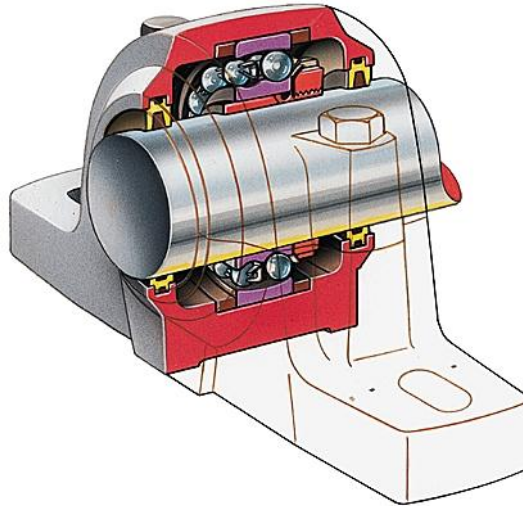


Figure I.18 : Palier à roulement : Vue en coupe [10].

4 Interposition d'un film d'huile

Le guidage en rotation obtenu par l'interposition d'un film d'huile se décompose en deux (2) familles (Les paliers hydrodynamiques et les paliers hydrostatiques).

- **Palier hydrodynamique**

- a) **Coussinets autolubrifiants**

Les coussinets autolubrifiants sont obtenus à partir de métal fritté (compression de poudre à température élevée) à base de bronze poreux (porosité entre 15 et 35 % en volume), avec incorporation de lubrifiant dans les porosités. Dans le cas d'huile, la structure comparable à une éponge restitue l'huile en fonctionnement et l'absorbe à l'arrêt (Figure I.19).

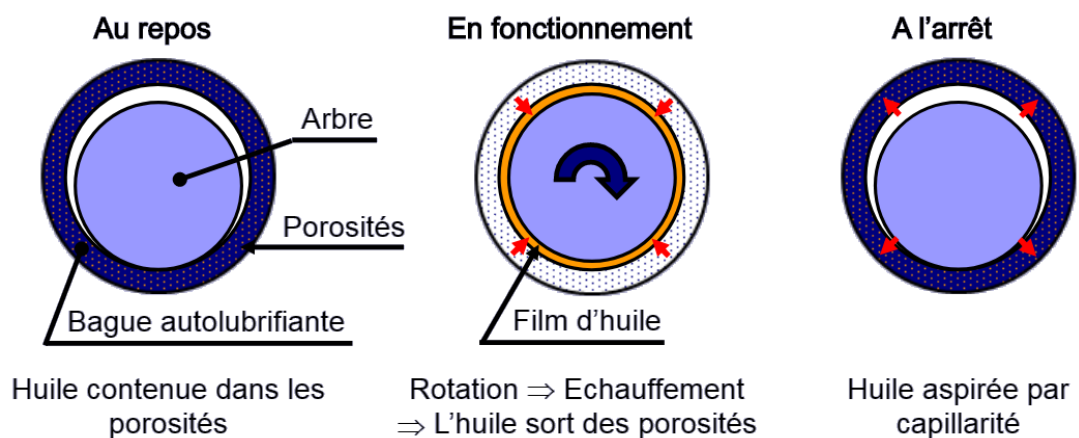


Figure I.19 : Principe de Fonctionnement d'un Coussinet autolubrifiant [7].

Les paliers lisses hydrodynamiques sont constitués de coussinets comportant une rainure qui permet l'arrivée d'un lubrifiant (Figure I.20).

La vitesse tangentielle de l'arbre par rapport au palier, à condition qu'elle soit suffisante, crée une portance hydrodynamique. En permanence un film d'huile sépare les deux surfaces respectives (régime hydrodynamique). L'usure est alors pratiquement nulle et les frottements fortement réduits.

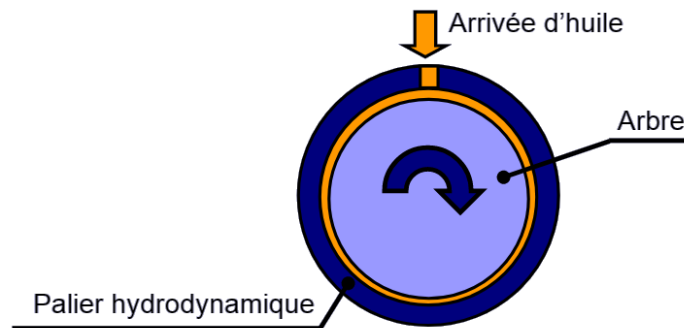


Figure I.20 : Principe de fonctionnement d'un palier hydrodynamique [7].

b) Les paliers hydrostatiques

Le principe de fonctionnement est différent de celui des paliers hydrodynamiques, la pression est fournie par une pompe qui envoie le fluide sous pression dans quatre chambres. L'arbre est sustenté au centre grâce à la pression du fluide. La création du film d'huile est produite par la mise en pression autour de l'arbre (Figure I.21).

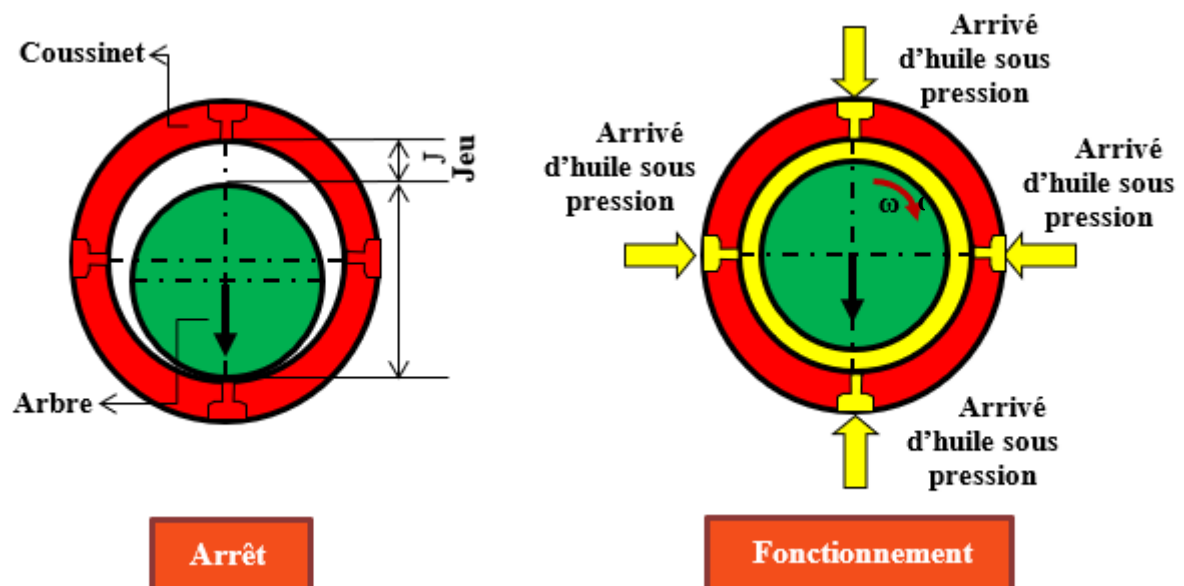


Figure I.21 : Principe du fonctionnement d'un palier hydrostatique.

Nous allons présenter un tableau comparatif en dessous qui résume les types de guidage en rotation.

Type de guidage en rotation	Contraintes		
	Précision	Vitesse	Effort à transmettre
Contact direct	-	- -	-
Interposition des bagues	+	+	+
Interposition d'éléments roulants	++	++	++
Interposition d'un film d'huile	+++	+++	+++

Tableau I.2 : Comparaison entre les types de guidage [7].

Il existe aussi d'autres types des paliers tels que les paliers magnétiques qui permettent le guidage en rotation avec suppression totale de contact. Ils sont adaptés pour les domaines :

- Des hautes vitesses ;
- Avec fonctionnement dans le vide ;
- Ou les frottements doivent être minimisés
- Ou l'usure doit être minimisée ;
- Ou une grande précision est requise.

I.7 Représentation graphique d'un signal

Comme dans de nombreux domaines de la physique (acoustique, traitement du signal etc.) il est très courant de visualiser un signal par sa représentation graphique. Cette représentation à diverses formes selon l'intérêt de l'étude. Voici quelques exemples présentés ci-dessous :

a) La représentation temporelle (spectrale)

C'est la représentation de l'amplitude de vibration en fonction du temps. (Figure I.22)

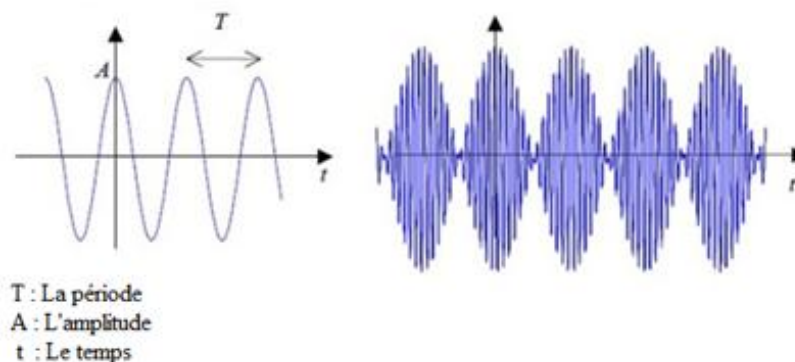


Figure I.22 : Représentation temporelle [11].

b) La représentation fréquentielle

C'est la représentation de l'amplitude en fonction de la fréquence (Figure I.23).

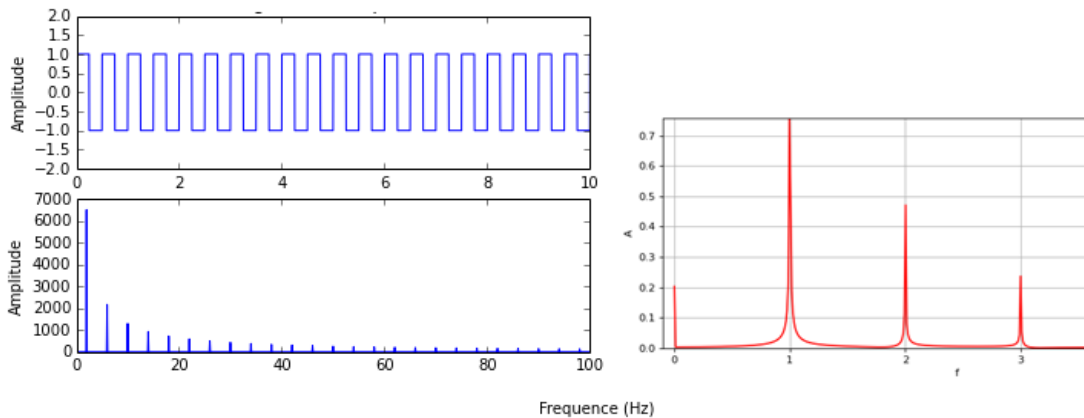


Figure I.23 : Représentation fréquentielle [12].

c) Diagramme de Campbell

C'est la représentation des fréquences naturelles en fonction de la vitesse de rotation. Prenant l'exemple du diagramme de Campbell d'un arbre en rotation illustré dans la (figure I.24).

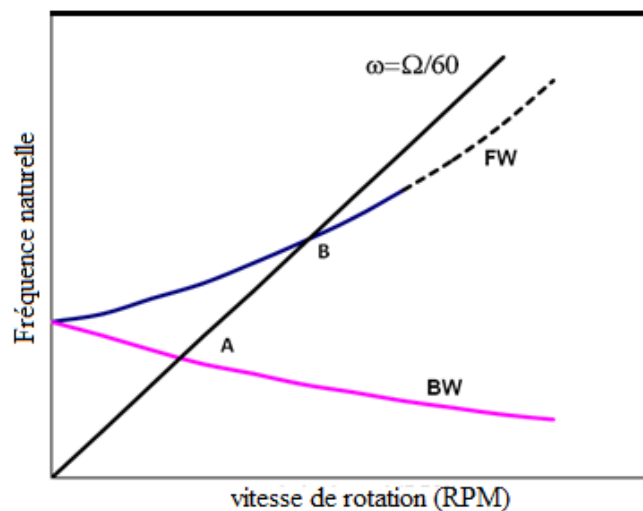


Figure I.24 : Diagramme de Campbell [13].

Les points d'intersection A et B sont relatifs à la pulsation propre égale à celle de l'arbre.

La courbe en bleu FW représente le mode (rotation directe).

La courbe en rose BW représente le mode (rotation inverse).

I.8 L'analyse dynamique

L'analyse dynamique peut se présenter comme étant une technique utilisée pour déterminer le comportement dynamique d'une structure ou d'un composant, quand l'inertie de la structure (l'effet de la masse) et son amortissement jouent un rôle important. On prend les types souvent utilisés[6].

- **L'analyse modale** : Cette méthode permet de bien prédire le comportement vibratoire d'une structure, en analysant les fréquences naturelles et les modes propres du système ;
- **L'analyse harmonique** : Cette méthode nous permet d'étudier la réponse d'une structure sollicitée par une force harmonique dont la variation dans le temps est sinusoïdale ;
- **L'analyse transitoire** : Cette méthode est utilisée pour prédire le comportement dynamique d'une structure soumise à un chargement variable et aléatoire.

I.9 Classification des systèmes

En vibration chaque système possède un ou plusieurs degrés de liberté qu'on peut classer en deux catégories :

a) Système a un degré de liberté (sdof)

Les systèmes à un seul degré de liberté contiennent en général une masse, un ressort et un amortisseur (Figure I.25) qui sont des éléments très important en vibration dans le domaine de la mécanique [14].

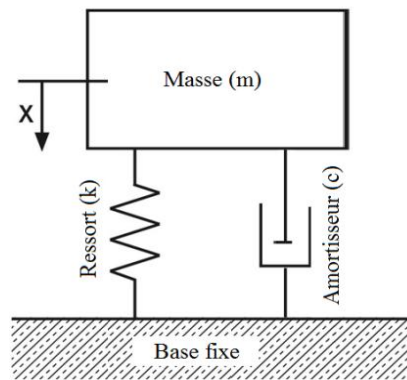


Figure I.25 : Système à un degré de liberté [14].

L'équation générale de tel système est de la forme :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (\text{I.1})$$

Où, m : La masse k : La rigidité c : L'amortissement et $F(t)$ La force d'excitation.

Avec $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$: La fréquence naturelle

Le mouvement (déplacement) de la masse représente le seul degré de liberté. Un degré de liberté est similaire à une variable indépendante d'une fonction mathématique.

La masse produit une énergie cinétique, le ressort a une énergie potentielle et l'amortisseur introduit la dissipation de l'énergie.

b) Système a plusieurs degrés de liberté (mdof)

Un certain nombre de systèmes linéaires à un seul degré de liberté (sdof) couplés mène à un système linéaire avec plus de degrés de liberté, le système est dit multi-degrés de liberté (mdof). Un tel système dynamique est souvent appelé système dynamique discret avec n masses discrètes couplées à des ressorts et des amortisseurs. Les systèmes dynamiques continus peuvent être transférés vers un système à plusieurs degrés de liberté en utilisant des coordonnées généralisées. L'application de la méthode des éléments finis à des structures continues va aboutir à un système mdof discret où les déplacements et les rotations de nœuds sont les inconnues discrètes [14].

En général l'équation du mouvement d'un système dynamique discret peut s'écrire de la forme suivante :

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (\text{I.2})$$

Avec :

$[M]$ La matrice de masse ;	$\{x(t)\}$ Le vecteur déplacement ;
$[K]$ La matrice de rigidité ;	$\{\dot{x}(t)\}$ Le vecteur vitesse ;
$[C]$ La matrice d'amortissement ;	$\{\ddot{x}(t)\}$ Le vecteur accélération ;
	$\{F(t)\}$ Le vecteur force.

I.10 Techniques de réduction

Les méthodes de réduction permettent de réduire la taille de la matrice globale de masse et de rigidité. Pour des structures simples, la taille de la matrice globale n'influe pas sur le temps de calcul et la qualité des résultats ; mais pour les structures à un grand nombre de degrés de liberté plus le temps de calcul est plus grand plus le cumul d'erreur augmente et on perd la

précision. Par exemple, le calcul des fréquences propres pour des grandes structures dure des semaines et nécessite de grandes stations de calcul. Le temps de calcul dépend essentiellement de la taille de la matrice globale de masse et de rigidité et les capacités (performances) de la machine. Donc l'utilisation des méthodes de réduction est vitale (indispensable).

La théorie de la réduction est basée sur la subdivision des matrices de masse et rigidité du système global en deux catégories : des sous-matrices contenant les degrés de liberté maîtres contenus dans le vecteur X_1 ou x_a et des sous-matrices contenant les degrés de liberté esclaves contenus dans le vecteur X_2 ou x_d et l'arrangement des matrices du système global en sous-matrices contenant les degrés de liberté maîtres et esclaves et leur combinaison. Supposons que les degrés maîtres seront reconnus par la lettre a (active), les degrés esclave seront reconnus par la lettre d (deleted) et n le nombre total des degrés de liberté (I.3) et dans certaines documentations anglaises m (master) et s (slave).

$$\{x_n\} = \begin{Bmatrix} x_a \\ x_d \end{Bmatrix} = [T] \{x_a\} \quad (\text{I.3})$$

La matrice $[T]$ représente la matrice de transformation qui permet d'exprimer le nombre total des degrés de liberté du système en fonction des degrés de liberté maîtres uniquement, elle prend diverses formes dépendant de la méthode de réduction utilisée.

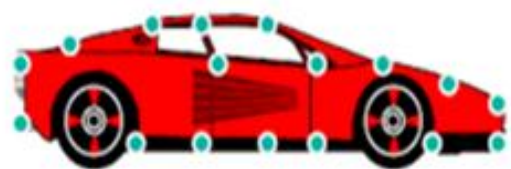
D'où on peut décrire la matrice de masse (1.4) et de rigidité (1.5) pour les nœuds maîtres de la forme suivante :

$$[M_a] = [T]^T [M_n] [T] \quad (\text{I.4})$$

$$[K_a] = [T]^T [K_n] [T] \quad (\text{I.5})$$



X_n =full set of dof's



X_a =active set of dof's

Figure I.26 : Exemple sur l'opération de la matrice de transformation $[T]$.

L'ensemble des techniques de réduction a été résumé d'après l'étude bibliographique utilisée ci-après.

I.10.1 Guyan reduction

Appelée aussi "static condensation", elle a été proposée par Guyan and Irons en 1965 [15],[16]. Elle est basée sur l'hypothèse que le déplacement des nœuds esclave seront calculés d'une manière directe par le déplacement des nœuds maitre en négligeant les forces dues à l'inertie et les forces externes. Cette méthode utilise la matrice de rigidité [17] tel que :

$$[K_n]\{x_n\} = \{F_n\} \quad (I.6)$$

Elle peut être écrite en termes de sous matrices des degrés de liberté maitres et esclaves et leur combinaison.

$$\begin{bmatrix} [K_{aa}] & [K_{ad}] \\ [K_{da}] & [K_{dd}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_a \\ x_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_a \\ F_d \end{Bmatrix} \quad (I.7)$$

En termes d'équations on peut écrire :

$$[K_{aa}]\{x_a\} + [K_{ad}]\{x_d\} = \{F_a\} \quad (I.8)$$

$$[K_{da}]\{x_a\} + [K_{dd}]\{x_d\} = \{F_d\} \quad (I.9)$$

Supposant que les forces agissantes sur les degrés de liberté esclaves sont nulles ($F_d = 0$), alors on peut écrire l'équation (I.9) comme suit :

$$[K_{da}]\{x_a\} + [K_{dd}]\{x_d\} = \{F_d = 0\} \quad (I.10)$$

D'où on peut tirer le vecteur déplacement des nœuds esclave

$$\{x_d\} = [K_{dd}]^{-1} [K_{da}]\{x_a\} \quad (I.11)$$

Remplaçant $\{x_d\}$ dans l'équation (I.8) nous donne :

$$[K_{aa}]\{x_a\} + [K_{ad}][K_{dd}]^{-1}[K_{da}]\{x_a\} = \{F_a\} \quad (I.12)$$

Ce qui nous conduit à la forme ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} [K_{aa}] \\ [K_{ad}][K_{dd}]^{-1}[K_{da}] \end{bmatrix} \{x_a\} = \{F_a\} \quad (I.13)$$

Après manipulation on aura la matrice de transformation désirée :

$$[T_s] = \begin{bmatrix} [I] \\ -[K_{dd}]^{-1}[K_{da}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] \\ [t_s] \end{bmatrix} \quad (I.14)$$

En utilisant cette transformation la matrice réduite de rigidité peut être écrite de la manière suivante :

$$[K_a^G] = [T_s]^T [K_n] [T_s] \quad (I.15)$$

Et de la même manière pour la matrice de masse réduite :

$$[M_a^G] = [T_s]^T [M_n] [T_s] \quad (I.16)$$

I.10.2 Improved Reduction System (IRS)

Cette méthode est développée par O'Callahan en 1989 en ajoutant l'effet d'inertie à la méthode de Guyan. Donc c'est une extension de la méthode précédente en tenant compte de l'effet d'inertie de la masse des degrés de liberté esclaves d (deleted) tel que la matrice de transformation dépend de la matrice de transformation de la méthode de Guyan [18].

$$[T_{IRS}] = \begin{bmatrix} [I] \\ [t_s] \end{bmatrix} + [t_{irs}] \quad (\text{I.17})$$

$$[t_s] = -[K_{dd}]^{-1} [K_{da}] \quad (\text{I.18})$$

$$[t_{irs}] = \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & [K_{dd}]^{-1} \end{bmatrix} [M_n] [T_s] [M_a]^{-1} [K_a] \quad (\text{I.19})$$

La matrice globale de transformation de $[T_{IRS}]$ est définie comme suit :

$$[T_{IRS}] = \begin{bmatrix} [I] \\ -[K_{dd}]^{-1} [K_{da}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & [K_{dd}]^{-1} \end{bmatrix} [M_n] [T_s] [M_a]^{-1} [K_a] \quad (\text{I.20})$$

$$[T_{IRS}] = [T_g] + [S] [M] [T_g] [M_g]^{-1} [K_g] \quad (\text{I.21})$$

Avec :

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{22}^{-1} \end{bmatrix} \quad (\text{I.22})$$

Tel que : $[T_g]$: la matrice de transformation de Guyan ;

$[M_g]$: la matrice de masse réduite par la méthode de Guyan ;

$[K_g]$: la matrice de rigidité réduite par la méthode de Guyan ;

$[M]$: La matrice de masse du système global.

I.10.3 Dynamic condensation

Dans cette méthode on utilise la même procédure de division de la matrice globale en sous matrices arrangées en termes de degré de liberté maitres (m) et esclaves (s) [19], c'est comme si on traite un problème de valeurs propres (I.23) (eigenproblem).

$$\left(\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} u_m \\ u_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{I.23})$$

En écrivant les termes des degrés de liberté esclaves dans un côté et les termes des degrés de liberté maitres de l'autre côté, la deuxième ligne de la matrice (I.23) s'écrit :

$$(K_{22} - \lambda M_{22})u_s = -(K_{21} - \lambda M_{21})u_m \quad (\text{I.24})$$

C'est possible maintenant de résoudre l'équation (1.24) pour obtenir u_s .

$$u_s = \left[(K_{22} - \lambda M_{22})^{-1} (K_{21} - \lambda M_{21}) \right] u_m = t_{sm}(\lambda) u_m \quad (\text{I.25})$$

Enfin la matrice de transformation dépendante de la fréquence t_{sm} qui permet d'exprimer une transformation d'un système complet à un système en termes de degrés de liberté maitres.

$$u = \begin{Bmatrix} u_m \\ u_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{mm} \\ t_{sm}(\lambda) \end{bmatrix} u_m = T_{nm}(\lambda) u_m \quad (\text{I.26})$$

I.10.4 System Equivalent reduction expansion process (SEREP)

Cette méthode été développée par O'Callahan, Avitabile et Reimer en 1989 [16],[20].

SEREP utilise la transformation modale (I.27) qui peut être écrite en termes de a (active degrees) et de d (deleted degrees) [17].

$$\{x_n\} = \begin{Bmatrix} x_a \\ x_d \end{Bmatrix} = [U_n] \{p\} = \begin{bmatrix} U_a \\ U_d \end{bmatrix} \{p\} \quad (\text{I.27})$$

Tel que, U_a, U_d, U_n : les matrices des vecteurs propres exprimées en terme de a, de d et de n respectivement et $\{p\}$ le vecteur pour n réponses modales.

L'utilisation de la méthode des moindres carrés (least square method) et un inverse généralisé pour résoudre l'équation pour $\{p\}$.

$$\{x_a\} = [U_a] \{p\} \quad (\text{I.28})$$

On multiplie les deux membres de l'équation (I.28) par $[U_a]^T$. On aura :

$$[U_a]^T \{x_a\} = [U_a]^T [U_a] \{p\} \quad (\text{I.29})$$

Puis on multiplie l'équation (I.29) par le terme $([U_a]^T [U_a])^{-1}$ on obtient :

$$([U_a]^T [U_a])^{-1} [U_a]^T \{x_a\} = ([U_a]^T [U_a])^{-1} [U_a]^T [U_a] \{p\} \quad (\text{I.30})$$

Enfin

$$\{p\} = ([U_a]^T [U_a])^{-1} [U_a]^T \{x_a\} = [U_a]^g \{x_a\} \quad (\text{I.31})$$

$$\{p\} = [U_a]^g \{x_a\} \quad (\text{I.32})$$

Remplaçant l'expression de $\{p\}$ dans la matrice de transformation (I.27) on aura :

$$\{x_n\} = [U_n][U_a]^g \{x_a\} \quad (\text{I.33})$$

Et donc on peut également écrire :

$$\begin{Bmatrix} \{x_a\} \\ \{x_d\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [U_a] \\ [U_d] \end{bmatrix} [U_a]^g \{x_a\} \quad (\text{I.34})$$

La matrice de transformation globale est enfin décrite de la manière suivante :

$$[T_U] = [U_n][U_a]^g \{x_a\} \quad (\text{I.35})$$

I.10.5 Pseudo-Modal Reduction

Cette méthode est inspirée des travaux de Khulief et Mohiuddin [21]. Appelée aussi (planar modal transformation).

Dans le but d'obtenir les valeurs réelles des valeurs propres et vecteurs propres il faut d'abord négliger l'amortissement dans l'équation générale (I.36) :

$$[\overline{M}]\{\ddot{x}\} + [\overline{C}]\{\dot{x}\} + [\overline{K}]\{x\} = \{\overline{Q}\} \quad (\text{I.36})$$

Tel que :

$[\overline{M}]$ La matrice globale de masse en tenant compte de la masse du disque ;

$[\overline{C}]$ La matrice globale de l'amortissement en tenant compte l'effet gyroscopique ;

$[\overline{K}]$ La matrice globale de rigidité ;

$\{\overline{Q}\}$ Le vecteur force.

Lors de la résolution du problème des valeurs propres (Eigenvalue Problem) on obtient un ensemble de valeurs propres réelles.

Soit $[H]$ la matrice modale qui contient les valeurs propres résultantes, une transformation modale peut être définie comme suit :

$$\{x\} = [H]\{v\} \quad (\text{I.37})$$

Si un ensemble des modes significatifs tronqué est retenu, la forme tronquée correspondante de l'équation (I.36) est décrite de la manière suivante :

$$[H]^T [\overline{M}] [H] \{\ddot{v}\} + [H]^T [\overline{C}] [H] \{\dot{v}\} + [H]^T [\overline{K}] [H] \{v\} = [H]^T \{\overline{Q}\}^T \quad (\text{I.38})$$

Ou bien on peut également écrire :

$$[\overline{M}_r]\{\ddot{v}\} + [\overline{C}_r]\{\dot{v}\} + [\overline{K}_r]\{v\} = [H]\{\overline{Q}\} \quad (I.39)$$

Où $[\overline{M}_r]$, $[\overline{C}_r]$ et $[\overline{K}_r]$ sont les matrices de masse, amortissement et rigidité réduites.

On va présenter un tableau récapitulatif sur les méthodes de réduction.

Méthode de réduction	Matrice de Transformation
Guyan	$[T_s] = \begin{bmatrix} [I] \\ -[K_{dd}]^{-1}[K_{da}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] \\ [t_s] \end{bmatrix}$
IRS	$[T_{IRS}] = \begin{bmatrix} [I] \\ -[K_{dd}]^{-1}[K_{da}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & [K_{dd}]^{-1} \end{bmatrix} [M_n][T_s][M_a]^{-1}[K_a]$ $[T_{IRS}] = [T_g] + [S][M][T_g][M_g]^{-1}[K_g]$
Dynamic Condensation	$[T] = \begin{bmatrix} I \\ (K_{22} - \lambda M_{22})^{-1}(K_{21} - \lambda M_{21}) \end{bmatrix}$
SEREP	$[T_U] = [U_n][U_a]^s$
Modal Reduction (Planar Modal Transformation)	$[H]^T [\overline{M}] [H]\{\ddot{v}\} + [H]^T [\overline{C}] [H]\{\dot{v}\} + [H]^T [\overline{K}] [H]\{v\} = [H]^T \{\overline{Q}\}^T$

Tableau I.3 : Récapitulatif des méthodes de réduction.

CHAPITRE II

Modélisation Par la Méthode des Eléments Finis

II.1 Introduction

Dans le domaine de la dynamique du rotor la modélisation et la résolution analytique est facile pour les structures simples à faible degrés de liberté mais pour les structures complexes à plusieurs degrés de liberté la mise en équation et ainsi la résolution est délicate donc les méthodes numériques programmables s'imposent telle que la méthode des éléments finis qui est très utile à cause de la souplesse apportée.

Dans ce chapitre nous allons décrire les caractéristiques des différents éléments d'un rotor (Disque (balourd), arbre, et paliers) selon deux volets : un volet physique en décrivant les expressions des énergies cinétique et de déformation en se basant sur l'approche de Lagrange ; et un deuxième volet mathématique en définissant leurs matrices de masse, de raideur et d'amortissement pour enfin aboutir à la formulation des équations de mouvements qui traduisent le phénomène physique étudié et qui seront par la suite résolues numériquement par la méthode des éléments finis.

II.2 Formulation de l'équation de mouvement

Pour la formulation des équations de mouvements qui étudient le comportement dynamique d'un système, trois méthodes peuvent être retenues : la première méthode est basée sur le principe fondamental de la dynamique (la deuxième loi de NEWTON). Cette dernière est simple pour les systèmes à faible degrés de liberté. La nécessité de tenir compte du système de forces, de contraintes et des diagrammes des corps libre dans cette méthode a entraîné des difficultés algébriques pour les systèmes à degrés de liberté plus élevés (MDF). La méthode énergétique ou bien appelée la méthode de Lagrange a surmonté les difficultés, cependant, le principe de l'énergie en termes de coordonnées physiques ne fournit qu'une équation qui limite son utilisation pour les systèmes à un seul degré de liberté (SDF).

La méthode des travaux virtuels a dépassé les limitations des deux méthodes précédentes et s'est prouvée être un outil efficace pour les systèmes à plusieurs degrés de liberté, pourtant il ne s'agit pas d'une procédure entièrement scalaire dans la mesure où des considérations vectorielles des forces sont nécessaires pour déterminer le travail virtuel [22].

- **Equation de Lagrange**

L'équation de Lagrange est formée par des quantités scalaires de l'énergie cinétique, l'énergie potentielle et du travail. Ces quantités sont exprimées en termes physiques qui sont les coordonnées généralisées [22].

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \quad (\text{II.1})$$

Le côté gauche de l'équation (II.1) représente une déclaration du principe de conservation de l'énergie, ce qui veut dire :

$$d(T+U) = 0 \quad (\text{II.2})$$

Admettant que pour les systèmes conservatifs, tous les forces externes et internes ont un potentiel. La somme des énergies cinétique et potentielle est égale à une constante, ce qui implique que la dérivée totale de E doit être nulle.

$$T + U = E \text{ Constant.}$$

$$dE = d(T+U) = dT + dU = 0 \quad (\text{II.3})$$

Le membre droit de l'équation Q(i) relié avec le terme du travail effectué par les forces non-potentiels.

II.3 Modélisation par la méthode des éléments finis des éléments du rotor

Pour une meilleure modélisation il faut d'abord définir les différents éléments des rotors (Figure II.1) et connaître les caractéristiques et les hypothèses prises en compte.

Chaque élément d'un rotor a une modélisation spécifique.

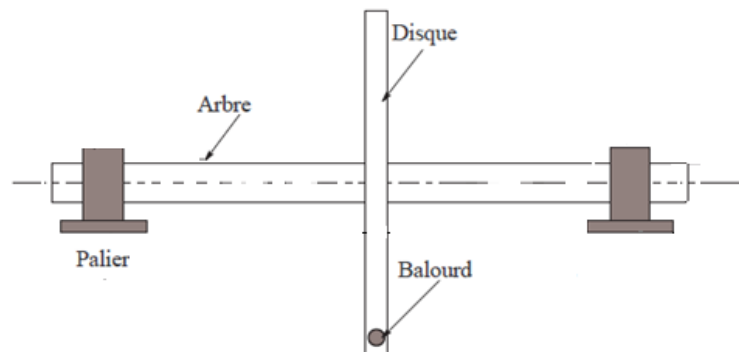


Figure II.1 : Eléments du rotor [6].

Le développement de la démonstration de l'énergie cinétique et de déformation qu'on a adopté pour le disque et l'arbre a été traitée par Trésor [23].

II.3.1 Disque

Le disque est considéré comme étant un corps rigide donc il est caractérisé uniquement par son énergie cinétique. Il est modélisé par un nœud qui possède quatre degrés de liberté (ddl) deux déplacements de translation (u , w) suivant les axes X et Z respectivement et deux rotations θ et ψ autour de ces derniers (figure II.2).

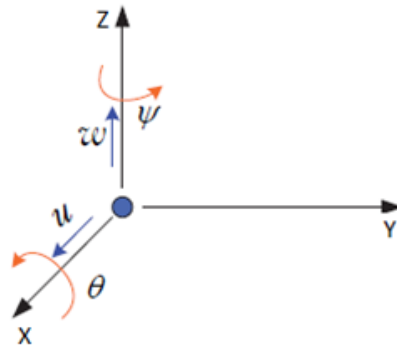


Figure II.2 : Modèle élément fini du disque [23].

Le champ de déplacements nodaux est représenté par le vecteur comme suit :

$$q = [u, w, \theta, \psi]^t \quad (\text{II.4})$$

L'expression de l'énergie cinétique du disque est montrée dans l'équation (II.5) :

$$T_D = \frac{1}{2} * M_D \left[(\dot{u})^2 + (\dot{w})^2 \right] + \frac{1}{2} * I_{DX} (\dot{\psi} + \dot{\theta}) + \frac{1}{2} * I_{DY} \Omega^2 + I_{DY} (\Omega \dot{\psi} \theta) \quad (\text{II.5})$$

Où : M_D Représente la masse du disque ;

$$I_{DX} = \frac{M_D * D^2}{16} \text{ moment diamétral suivant l'axe X ;}$$

$$I_{DY} = \frac{M_D * D^2}{8} \text{ moment diamétral suivant l'axe Y ;}$$

Le terme $\frac{1}{2} I_{DY} \Omega^2 = cte$;

Le terme $I_{DY} \Omega \dot{\psi} \theta$ représente l'effet gyroscopique.

L'application de la méthode énergétique de Lagrange à l'équation (II.5) nous donne une expression (II.6) qui peut être écrite sous la forme matricielle.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_D}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial q_i} = [M] \{\ddot{q}\} + \Omega [I] \{\dot{q}\} \quad (II.6)$$

Tel que :

$$M = \begin{bmatrix} M_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{DX} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{DX} \end{bmatrix} \text{ Et } I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{DY} \\ 0 & 0 & I_{DY} & 0 \end{bmatrix} \quad (II.7)$$

II.3.2 L'arbre

L'arbre est considéré comme étant un élément fini de poutre à section circulaire composé de deux nœuds ayant quatre (ddl) (figure II.3). Il est caractérisé par son énergie cinétique T_a et sa flexibilité qui se traduit en énergie de déformation U_a .

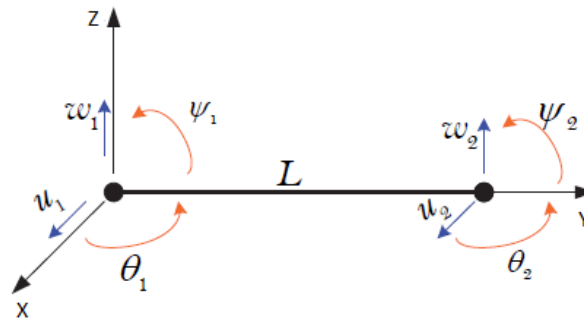


Figure II.3 : Modèle élément fini de l'arbre [23].

Le vecteur déplacement des deux nœuds s'écrit comme suit :

$$\{\bar{q}\} = \begin{cases} \bar{q}_u = \begin{cases} u \\ \psi \end{cases} = \begin{cases} u_1 \\ \psi_1 \\ u_2 \\ \psi_2 \end{cases} \\ \bar{q}_w = \begin{cases} w \\ \theta \end{cases} = \begin{cases} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{cases} \end{cases} = \begin{cases} u_1 \\ \psi_1 \\ u_2 \\ \psi_2 \\ w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{cases} \quad (II.8)$$

Avec :

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y} \quad (II.9)$$

$$\psi = -\frac{\partial u}{\partial y} \quad (II.10)$$

Le déplacement en un point de l'arbre est donné par :

$$\begin{Bmatrix} u(y) \\ w(y) \end{Bmatrix} = N(y) \begin{Bmatrix} q_u \\ q_w \end{Bmatrix} \quad (\text{II.11})$$

Pour un système à degrés de liberté, la fonction de forme prend la forme matricielle suivante :

$$N(y) = \begin{bmatrix} 1-3\left(\frac{y}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{y}{L}\right)^3 & 0 & 0 & -y+2\left(\frac{y^2}{L}\right) - \left(\frac{y^3}{L^2}\right) & 3\left(\frac{y}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{y}{L}\right)^3 & 0 & 0 & \left(\frac{y^2}{L}\right) - \left(\frac{y^3}{L^2}\right) \\ 0 & 1-3\left(\frac{y}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{y}{L}\right)^3 & y-2\left(\frac{y^2}{L}\right) + \left(\frac{y^3}{L^2}\right) & 0 & 0 & 3\left(\frac{y}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{y}{L}\right)^3 & -\left(\frac{y^2}{L}\right) + \left(\frac{y^3}{L^2}\right) & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.12})$$

• **Energie cinétique de l'arbre**

L'énergie cinétique de l'arbre est exprimée en quatre termes par :

$$T_a = \frac{1}{2} \rho S_a \int_0^L \underbrace{[(\dot{u})^2 + (\dot{w})^2]}_{\boxed{1}} dy + \frac{1}{2} \rho I \int_0^L \underbrace{(\dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2)}_{\boxed{2}} dy + \underbrace{\rho I \Omega^2 L}_{\boxed{3}} + 2 \rho I_{Dy} \Omega \int_0^L \underbrace{(\dot{\psi} \theta)}_{\boxed{4}} dy \quad (\text{II.13})$$

- Le premier terme représente l'énergie cinétique d'une poutre en flexion tel que :

ρ (Rho) : la masse volumique de l'arbre ;

S_a : Section de l'arbre.

- Le deuxième terme indique l'effet secondaire de l'inertie de rotation ;
- Le troisième terme est constant ;
- Le quatrième terme du a l'effet gyroscopique.

Sachant que :

$$u = N_1(y) \{q_u\}, \quad \dot{u} = N_1(y) \{\dot{q}_u\} \quad (\text{II.14})$$

$$w = N_2(y) \{q_w\}, \quad \dot{w} = N_2(y) \{\dot{q}_w\} \quad (\text{II.15})$$

$$\psi = \frac{\partial N_1(y)}{\partial y} \{q_u\}, \quad \dot{\psi} = \frac{\partial N_1(y)}{\partial y} \{\dot{q}_u\} \quad (\text{II.16})$$

$$\theta = \frac{\partial N_2(y)}{\partial y} \{q_w\}, \quad \dot{\theta} = \frac{\partial N_2(y)}{\partial y} \{\dot{q}_w\} \quad (\text{II.17})$$

Tel que :

$$N_1(y) = \left[1-3\left(\frac{y}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{y}{L}\right)^3 ; -y+2\left(\frac{y^2}{L}\right) - \left(\frac{y^3}{L^2}\right) ; 3\left(\frac{y}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{y}{L}\right)^3 ; \left(\frac{y^2}{L}\right) - \left(\frac{y^3}{L^2}\right) \right] \quad (\text{II.18})$$

$$N_2(y) = \left[1-3\left(\frac{y}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{y}{L}\right)^3 ; y-2\left(\frac{y^2}{L}\right) + \left(\frac{y^3}{L^2}\right) ; 3\left(\frac{y}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{y}{L}\right)^3 ; -\left(\frac{y^2}{L}\right) + \left(\frac{y^3}{L^2}\right) \right] \quad (\text{II.19})$$

Avec : $N_1(y)$ et $N_2(y)$ Sont les fonctions de formes.

Donc, l'énergie cinétique devient :

$$T_a = \frac{1}{2} \rho S_a \int_0^L \left[(N_1(y) \{\dot{q}_u\})^2 + (N_2(y) \{\dot{q}_w\})^2 \right] dy + \frac{1}{2} \rho I \int_0^L \left[\left(\frac{\partial N_1(y)}{\partial y} \{\dot{q}_u\} \right)^2 + \left(\frac{\partial N_2(y)}{\partial y} \{\dot{q}_w\} \right)^2 \right] dy + \rho I \Omega^2 L + 2 \rho I_{Dy} \Omega \int_0^L \left[\left(\frac{\partial N_1(y)}{\partial y} \{\dot{q}_u\} \right) \left(\frac{\partial N_2(y)}{\partial y} \{\dot{q}_w\} \right) \right] dy \quad (II.20)$$

Sous la forme quadratique, l'expression peut encore s'écrire :

$$T_a = \frac{1}{2} \rho S_a \int_0^L \left[\left(\{\dot{q}_u\}^T N_1^T N_1 \{\dot{q}_u\} \right) + \left(\{\dot{q}_w\}^T N_2^T N_2 \{\dot{q}_w\} \right) \right] dy + \frac{1}{2} \rho I \int_0^L \left[\left(\{\dot{q}_u\}^T \frac{\partial N_1^T}{\partial y} \frac{\partial N_1}{\partial y} \{\dot{q}_u\} \right) + \left(\{\dot{q}_w\}^T \frac{\partial N_2^T}{\partial y} \frac{\partial N_2}{\partial y} \{\dot{q}_w\} \right) \right] dy + \rho I \Omega^2 L + 2 \rho I_{Dy} \Omega \int_0^L \left[\{\dot{q}_u\}^T \frac{\partial N_1^T}{\partial y} \frac{\partial N_2}{\partial y} \{\dot{q}_w\} \right] dy \quad (II.21)$$

Posons :

$$M_1 = \rho S_a \int_0^L \left[N_1^T N_1 \{\dot{q}_u\} \right] dy \quad (II.22) \quad M_2 = \rho S_a \int_0^L \left[N_2^T N_2 \{\dot{q}_w\} \right] dy \quad (II.23)$$

$$I_1 = \rho I \int_0^L \left(\frac{\partial N_1^T}{\partial y} \frac{\partial N_1}{\partial y} \right) dy \quad (II.24) \quad I_2 = \rho I \int_0^L \left(\frac{\partial N_2^T}{\partial y} \frac{\partial N_2}{\partial y} \right) dy \quad (II.25)$$

$$G = \rho I_{Dy} \int_0^L \left(\frac{\partial N_1^T}{\partial y} \frac{\partial N_2}{\partial y} \right) dy \quad (II.26)$$

Où : M_1 et M_2 Représente les matrices de masse ;

I_1 Et I_2 Représente l'inertie de la section de l'arbre en rotation ;

G Représente l'effet gyroscopique.

Enfin l'expression de l'énergie peut s'écrire :

$$T_a = \frac{1}{2} \left(\{\dot{q}_u\}^T M_1 \{\dot{q}_u\} \right) + \frac{1}{2} \left(\{\dot{q}_w\}^T M_2 \{\dot{q}_w\} \right) + \frac{1}{2} \left(\{\dot{q}_u\}^T I_1 \{\dot{q}_u\} \right) + \frac{1}{2} \left(\{\dot{q}_w\}^T I_2 \{\dot{q}_w\} \right) + \rho I \Omega^2 L + \Omega \left(\{\dot{q}_u\}^T G \{\dot{q}_w\} \right) \quad (II.27)$$

L'application de l'équation de Lagrange nous conduit à l'expression (2.28) :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_a}{\partial \{\dot{q}\}} \right) - \frac{\partial T_a}{\partial \{q\}} = [(M + M_s)] \{\ddot{q}\} + [C] \{\dot{q}\} \quad (II.28)$$

[M] Est la matrice provenant des matrices de masse (Symétrique) ;

[M_s] Vient des matrices dues à l'effet d'inertie (Symétrique) ;

[C] La matrice liée à l'effet gyroscopique. (Non-symétrique).

Les matrices $[M]$ et $[M_s]$ sont des matrices carrées symétrique. Elles sont décrites comme suit :

$$M = \frac{\rho SL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & 3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.29})$$

$$M_s = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.30})$$

$$C = \frac{\rho I \Omega}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.31})$$

- **Energie de déformation de l'arbre**

L'expression de l'énergie de déformation d'un rotor symétrique à la forme suivante :

$$U_a = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (\text{II.32})$$

Sachant que :

$$u = N_1(y) \{q_u\}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 N_1(y)}{\partial y^2} q_u \quad (\text{II.33})$$

$$w = N_2(y) \{q_w\}, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 N_2(y)}{\partial y^2} q_w \quad (\text{II.34})$$

Donc on peut écrire :

$$U_a = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 N_1(y)}{\partial y^2} q_u \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 N_2(y)}{\partial y^2} q_w \right)^2 \right] dy \quad (\text{II.35})$$

Sous la forme quadratique, l'expression peut encore s'écrire :

$$U_a = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\left(q_u^T \frac{\partial^2 N_1^T(y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 N_1(y)}{\partial y^2} q_u \right) + \left(q_w^T \frac{\partial^2 N_2^T(y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 N_2(y)}{\partial y^2} q_w \right) \right] dy \quad (\text{II.36})$$

Posons :

$$K_1 = EI \int_0^L \left(\frac{\partial^2 N_1^T(y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 N_1(y)}{\partial y^2} \right) dy \quad (\text{II.37})$$

$$K_2 = EI \int_0^L \left(\frac{\partial^2 N_2^T(y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 N_2(y)}{\partial y^2} \right) dy \quad (\text{II.38})$$

K_1 et K_2 sont les matrices de raideur de l'arbre et donc l'expression finale :

$$U_a = \frac{1}{2} (q_u^T K_1 q_u) + \frac{1}{2} (q_w^T K_2 q_w) \quad (\text{II.39})$$

Après l'application de l'équation de Lagrange, on peut écrire :

$$\frac{\partial U_a}{\partial \{q\}} = K \{q\} \quad (\text{II.40})$$

K est défini comme ci-dessous en tenant compte de l'effet de cisaillement :

$$K = \frac{EI}{(1+a)L^3} = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & (4+a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2-a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & (2-a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (4+a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.41})$$

Tel que :

$$a = \frac{12EI}{GS_r L^2} \quad (\text{II.42})$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (\text{II.43})$$

G : le module de cisaillement ;

ν (Nu) : coefficient de poisson ;

$S_r = S$: Section réduite.

Si on ne tient pas compte de l'effet de cisaillement implique que ($a=0$), alors la matrice de raideur s'écrit :

$$K = \frac{EI}{L^3} = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & 0 & -6L & 2L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 4L^2 & 6L & 0 & 0 & 2L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & 0 & -6L & 4L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 2L^2 & 6L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (II.44)$$

II.3.3 Balourd

Le balourd est une masse m_b excentrée a une distance « d » du centre de gravité d'un rotor comme il est illustré dans la (figure II.4).

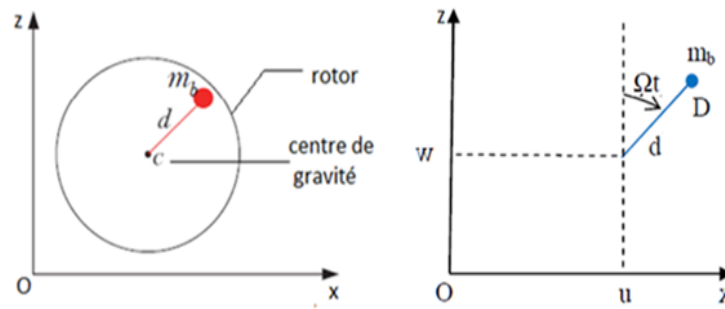


Figure II.4 : Représentation géométrique du balourd.

Le balourd est généralement réparti de manière continue et quelconque comme il est montré sur la (figure II.5).

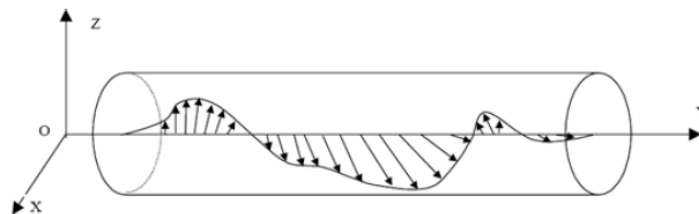


Figure II.5 : Profil du balourd sur le rotor [3].

L'expression générale de l'énergie cinétique du au balourd est donnée par :

$$T_b \approx m_b \Omega d (\dot{u} \cos \Omega t - \dot{w} \sin \Omega t) \quad (II.45)$$

L'application de l'équation de Lagrange nous conduit à :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_b}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T_b}{\partial q} = -m_b \Omega^2 d \begin{Bmatrix} \sin(\Omega t) \\ \cos(\Omega t) \end{Bmatrix} \quad (\text{II.46})$$

II.3.4 Paliers

Les paliers sont aussi appelés support, ils peuvent être flexible ou rigide. Ils sont constitués d'un système dissipatif modélisé par la raideur K et l'amortissement C comme le montre la (figure II.6). Ils exercent des forces agissant sur l'arbre dans les deux directions X et Z

$$F_u = -k_{xx}u - k_{zz}w - c_{xx}\dot{u} - c_{xz}\dot{w} \quad (\text{II.47})$$

$$F_w = -k_{zz}w - k_{zx}u - c_{zz}\dot{w} - c_{zx}\dot{u} \quad (\text{II.48})$$

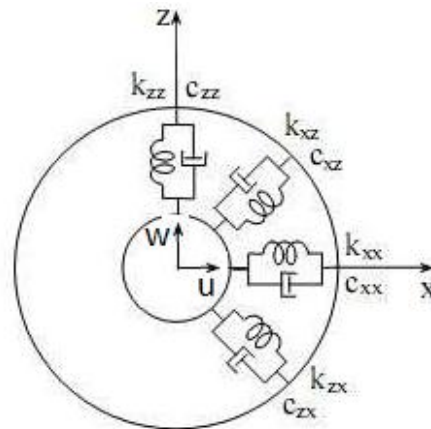


Figure II.6 : Système dissipatif du palier (raideur, amortissement) [3].

Elles peuvent être écrites sous la forme matricielle ci-dessous :

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_\psi \\ F_w \\ F_\theta \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & k_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{zx} & 0 & k_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \psi \\ w \\ \theta \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{zx} & 0 & c_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\psi} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.49})$$

D'où :

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_w \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.50})$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{zx} & 0 & c_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.51})$$

Avec : K : matrice de raideur ;

C : matrice d'amortissement ;

Le travail virtuel des forces extérieures dues aux paliers agissant sur l'arbre s'écrit sous la forme suivante :

$$\delta w = -k_{xx} u \delta_u - k_{xz} w \delta_u - k_{zz} w \delta_w - k_{zx} u \delta_w - c_{xx} \dot{u} \delta_u - c_{xz} \dot{w} \delta_u - c_{zz} \dot{w} \delta_w - c_{zx} \dot{u} \delta_w$$

(II.52)

avec :

$$\delta w = F_u \delta_u + F_w \delta_w \quad (\text{II.53})$$

CHAPITRE III

Etude du Comportement

Dynamique d'un Rotor

Flexible

III.1 Introduction

Différentes approches sont utilisées pour l'étude du comportement dynamique d'une structure. Notre travail est basé sur l'analyse modale qui permet de prédire le comportement vibratoire d'une structure, en analysant les fréquences propres du système afin d'éviter les vibrations et prédire les zones dangereuses d'instabilité du rotor ou bien les zones d'amplification pour une intervention efficace.

De nos jours, la méthode des éléments finis est devenue un outil puissant pour le calcul et l'approximation des solutions des problèmes réels et même pour des phénomènes physiques complexes grâce à sa souplesse ; elle permet d'étudier le comportement dynamique des systèmes complexes, modéliser et résoudre numériquement des équations de mouvement régies par des équations différentielles.

Lorsque des vibrations surviennent dans une machine, il est absolument nécessaire de trouver la cause et de prendre les contre-mesures appropriées. Il est donc indispensable aux ingénieurs de comprendre les caractéristiques dynamiques des éléments de la machine, notamment en ce qui concerne les causes possibles de la vibration induite du rotor.

Lors du passage par les vitesses critiques les résonances sont inévitables. L'étude de la stabilité de la machine tournante est indispensable.

Il est important de connaître les caractéristiques dynamiques pour étudier le comportement d'une structure.

Les plus importantes caractéristiques des systèmes linéaires sont :

- La fréquence naturelle ;
- La forme du mode associé ;
- L'amortissement.

Après l'assemblage, la taille du problème est égale au nombre de degrés de liberté indépendants de la structure ce qui mène à penser à réduire cette taille par l'application des techniques de réduction présentées dans le premier chapitre. Cette réduction nous fait gagner du temps, de la précision et le coût de la machine de calcul.

Dans ce chapitre on se base sur l'analyse modale (l'approche modale) définie dans le premier chapitre, où on va décrire le modèle étudié et présenter les résultats des fréquences naturelles ω obtenus par les méthodes de réduction et les comparer avec celles du système global.

III.1.1 Description du modèle étudié

Le modèle étudié est un système linéaire (arbre + disque) (figure III.1), supporté par des paliers à roulements et contrôlé par des paliers fluides (hydrostatique) aux deux extrémités, le disque se trouve au centre. Notre système est supposé flexible soumis à une force d'excitation de type balourd en tenant compte de l'effet gyroscopique et celui de cisaillement. Notre modèle est constitué de 13 nœuds.

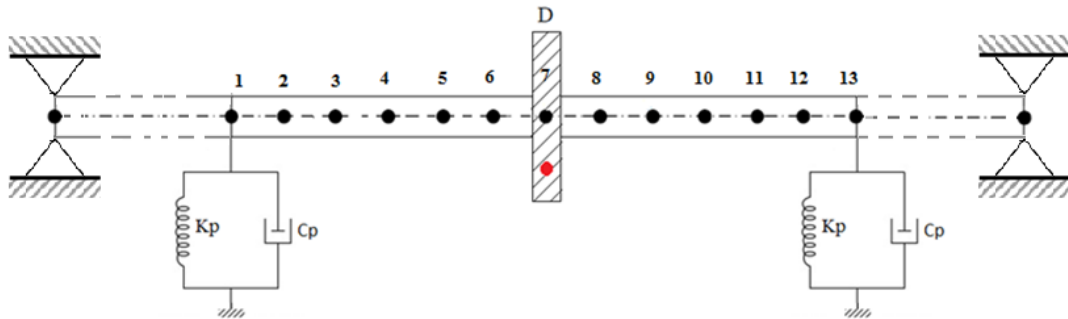


Figure III.1 : Modèle Eléments finis du rotor étudié.

On s'intéresse à étudier de comportement dynamique linéaire de la partie paliers fluides et le rotor (arbre + disque) en s'appuyant sur une approche modale.

a) Caractéristiques des éléments du rotor

1 Disque

Le tableau ci-dessous résume les paramètres du disque :

Paramètres	Valeurs
Rayon intérieur	$R_1 = 0.01$ m
Rayon extérieur	$R_2 = 0.15$ m
Epaisseur	$h_e = 0.03$ m
Masse volumique	$\rho_d = 7800$ kg / m ³
Masse	$M_d = \rho * h_e * \pi (R_2^2 - R_1^2)$; $M_d = 16.46$ kg
Moment diamétral	$I_{dx} = Md \cdot (R_1^2 - R_2^2) / 12$; $I_{dx} = 0.013$ kg.m ²
Moment polaire	$I_{dy} = 0.0943$ kg.m ²
Excentricité dynamique ϵ_d	$\epsilon_d = 5 \cdot 10^{-5}$; $\epsilon_d \leq 0.2$ (Cas linéaire)
Balourd	$M_b = (M_{arb} + M_d) * \epsilon * h_0$; $M_b = 3.1207e-07$ kg

Tableau III.1 : Paramètres du disque.

2 Arbre

Le tableau ci-dessous résume les propriétés de l'arbre :

Paramètres	Valeurs
Masse volumique	$\rho_a = 7800 \text{ kg} / \text{m}^3$
Masse	$M_{arb} = \rho * L * \pi (d_1^2 - d_2^2) / 4 ;$ $M_{arb} = 4.1167 \text{ kg}$
Module de Young	$E = 200 \text{ GPa}$
Coefficient de poisson	$\nu = 0.3$
Longueur	$L = 2 \text{ m}$
Diamètre	$D_1 = 0.008 \text{ m}$ $D_2 = 0.02 \text{ m}$
G module de cisaillement	$G = \frac{E}{2(1+\nu)} ;$ $G = 3.0769 \times 10^{11} \text{ MPa}$

Tableau III.2 : Paramètres de l'arbre.

3 Palier

Les paliers sont caractérisés par leur rigidité et leur amortissement.

Paramètres	Valeurs
La surface du patin	$S = 135e - (5/4) \text{ m}^2$
La pression d'alimentation	$PS = 1e05 \text{ Pa}$
Epaisseur du film d'huile	$h_0 = 3.03e - 04 \text{ m}$
La viscosité du fluide	$visc = 0.05 \text{ Pa.s}$
Rapport de pression	$\beta_0 = 0.58$
La rigidité du palier $K_{xx} = K_{yy}, K_{xy} = K_{yx} = 0$	$K_{xx} = K_b * S * PS / h_0$ $K_b = 0.766 ; K_{xx} = 8.5259 \times 10^4$
L'amortissement du palier $C_{xx} = C_{yy}, C_{xy} = C_{yx} = 0$	$C_{xx} = C_b * visc * S^2 / h_0^3$ $C_b = 0.0609 ; C_{xx} = 12.4409$

Tableau III.3 : Propriétés des paliers.

b) Maillage (discrétisation)

Après l'assemblage, la taille de la matrice globale est égale au nombre de nœud multiplié par les degrés de liberté pour chaque nœud, c.-à-d. : $(ndn)*4$ (Tableau 3.4).

Le rotor étudié (arbre + disque) est composé de 13 nœuds ayant 4 (ddl). Le disque se trouve dans le septième nœud (milieu).

La taille de la matrice globale est de l'ordre de $13*4=(52x52)$.

Après avoir appliqué les conditions aux limites (rotation nulle au niveau des paliers) c'est-à-dire qu'on élimine deux degrés de libertés pour les deux paliers, la taille de la matrice globale devient $(48x48)$.

L'application des méthodes de réduction permet de réduire le nombre des degrés de liberté du système global jusqu'à $(6x6)$ qui correspondent aux trois nœuds considérés comme des nœuds maîtres (deux pour les paliers et le restant pour le disque) en négligeant les degrés considérés comme des degrés esclaves qui ont un rapport avec la rotation.

Rotor	Eléments	Nœuds	DDLs
L'arbre + disque	12	13	52x52
Application des conditions aux limites	12	13	48x48
Application des méthodes de réduction	2	3	6x6

Tableau III.4 : Maillage (discrétisation).

On a développé des programmes sur MATLAB qui calculent les fréquences propres et les modes propres pour le système global et le système réduit de chaque méthode.

III.2 Organigramme de la résolution

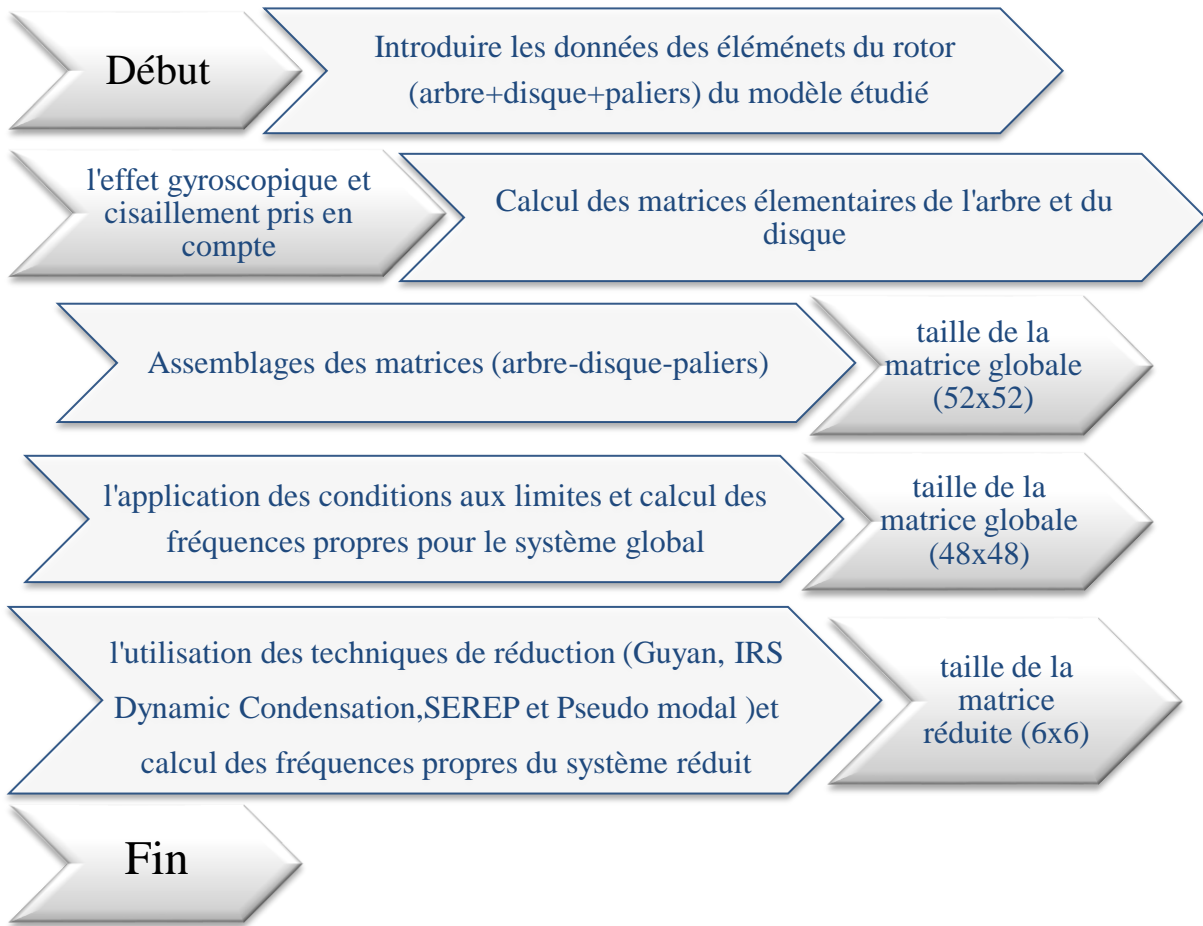


Figure III.2 : Organigramme de calcul des fréquences propres.

I.1 Résultats et discussion

Dans ce chapitre on a utilisé la méthode des éléments finis pour développer des programmes MATLAB personnels pour calculer et identifier les fréquences propres et tracer la réponse dynamique pour le modèle global et les systèmes réduits.

On va présenter les tableaux des résultats de calcul des fréquences propres pour le système global en calculant aussi l'erreur et son pourcentage.

Le mode	Fréquence naturelle ω (tour/min)		L'erreur	% de l'erreur
	Système global	Système réduit		
Mode 1	503.4176	503.4814	0.0639	1.2690e-04
Mode 2	2.6360e+03	2.8849e+03	248.9463	0.0944
Mode 3	3.6879e+03	3.8831e+03	195.2014	0.0529

Tableau III.5 : Comparaison des fréquences propres (système global/Guyan).

Le mode	Fréquence naturelle ω (tour/min)		L'erreur	% de l'erreur
	Système global	Système réduit		
Mode 1	503.4176	503.4176	2.3864e-07	4.7405e-10
Mode 2	2.6360e+03	2.6395e+03	3.4915	0.0013
Mode 3	3.6879e+03	3.6895e+03	1.5924	4.3180e-04

Tableau III.6 : Comparaison des fréquences propres (système global/IRS).

Le mode	Fréquence naturelle ω (tour/min)		L'erreur	% de l'erreur
	Système global	Système réduit		
Mode 1	503.4176	503.4176	7.1163e-09	1.4136e-11
Mode 2	2.6360e+03	2.8698e+03	233.8661	0.0887
Mode 3	3.6879e+03	3.8767e+03	188.7830	0.0512

Tableau III.7 : Comparaison des fréquences (système global/Dynamic condensation).

Le mode	Fréquence naturelle ω (tour/min)		L'erreur	% de l'erreur
	Système global	Système réduit		
Mode 1	503.4176	503.4176	1.8623e-09	3.6993e-12
Mode 2	2.6360e+03	2.6360e+03	3.0304e-09	1.1496e-12
Mode 3	3.6879e+03	3.6879e+03	1.9709e-09	5.3441e-13

Tableau III.8 : Comparaison des fréquences propres (système global/SEREP).

Le mode	Fréquence naturelle ω (tour/min)		L'erreur	% de l'erreur
	Système global	Système réduit		
Mode 1	503.4176	503.4176	1.8671e-09	3.7089e-12
Mode 2	2.6360e+03	2.6360e+03	3.0250e-09	1.1476e-12
Mode 3	3.6879e+03	3.6879e+03	1.9759e-09	5.3577e-13

Tableau III.9 : Comparaison des fréquences propres (système global/Pseudo-modal).

Comparaison des fréquences propres du système global avec celles obtenues par les méthodes de réduction.

Les tableaux (III.5) -(III.6) -(III.7) -(III.8) -(III.9) présentent une comparaison des fréquences propres du système global avec les différentes méthodes de réduction utilisées.

1. La méthode de Guyan (Tableau III.5)

- Les fréquences propres du système réduit sont toujours élevées par rapport au système global (non réduit).
- La qualité de l'approximation des valeurs propres dépend essentiellement du bon choix de l'emplacement des points préservés du model (degrés maitres).
- La qualité de l'approximation des valeurs propres diminue en augmentant le nombre de mode donc elle est inversement proportionnelle.
- Ne préserve pas (néglige) les forces d'inertie donc elle donne de bons résultats de réduction uniquement sur la matrice de rigidité.

2. La méthode IRS (Tableau III.6)

- Donne des résultats améliorés par rapport à la méthode de Guyan
- En allant pour les modes supérieurs la précision diminue légèrement. (L'erreur augmente légèrement)

3. La méthode dynamic condensation (Tableau III.7)

Cette méthode donne un bon résultat seulement dans le premier mode donc elle est efficace si on s'intéresse uniquement à la première fréquence propre et l'erreur est minime pour la première fréquence propre et elle est proche de celle de la méthode de Guyan pour la deuxième et la troisième fréquence propre.

4. Les méthodes SEREP (Tableau III.8) et Pseudo-Modal (Tableau III.9)

La méthode pseudo-modal et SEREP donnent presque les mêmes résultats avec une grande précision quel que soit le mode si on les compare avec les méthodes précédentes.

On remarque que l'erreur est presque nulle car elle est de l'ordre de ($e-9$)

D'un point de vue temps d'exécution ou bien temps de calcul on va mesurer le temps de calcul des fréquences propres pour chaque méthode pour 5 itérations puisque MATLAB à chaque fois qu'on exécute le programme donne un temps de calcul différent et après la cinquième itération les résultats se répètent de réduction et on le compare avec le temps de calcul des fréquences du système global.

Le temps de calcul dépend de la machine et ses performances, la version MATLAB (achetée ou crackée) et le nombre des degrés de liberté des matrices de masse et rigidité.

Comparaison du temps de calcul des fréquences propres du système globale avec les différentes méthodes de réduction + pourcentage de gain

On va présenter ci-dessous un tableau (tableau III.10) des valeurs de temps de calcul pour chaque méthode de réduction et celles du système global (sans réduction) et le pourcentage de gain correspondant.

La méthode	1	2	3	4	5	Moyenne	% gain
Système global	0,029488	0,020921	0,027231	0,03012	0,034874	0,02852	
Guyan	0,025859	0,027988	0,025238	0,02322	0,022749	0,02501	12.31
IRS	0,024461	0,023548	0,023984	0,025474	0,022587	0,02401	15.81
DynammicC	0,024776	0,019495	0,021238	0,019904	0,020178	0,02111	25.98
SEREP	0,021403	0,019328	0,019217	0,019996	0,019266	0,01984	30.43
Pseudo-M	0,019726	0,018839	0,019194	0,018518	0,019531	0,01916	32.82

Tableau III.10 : Temps de calcul des fréquences propres + gain.

On constate que les méthodes SEREP et Pseudo-Modal ont le meilleur gain 30.43 % et 32.82 % respectivement.

La représentation fréquentielle (tracé de la fréquence en fonction de l'amplitude adimensionnelle)

On va présenter le tracé des graphes pour le système global et l'ensemble des techniques de réduction.

Notons qu'on va présenter les coordonnées des modes (vitesse de rotation et amplitude) de chaque point mentionné par le cercle rouge dans des tableaux au niveau des nœuds du palier et du disque.

L'élément	Modes	N et A	Système global	Système réduit
Disque	1	Vitesse de rotation N (tour/min)	N1= 503.5	N2= 503.5
	2		N3= 3688	N4= 3883
	1	Amplitude adimensionnelle	A1= 0.16	A2= 0.72
	2		A3= 3.81 e-02	A4= 3.85 e-02

Tableau III.11 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/Guyan (Disque).

L'élément	Modes	N et A	Système global	Système réduit
Arbre	1	Vitesse de rotation N (tour/min)	N1= 503.5	N2= 503.5
	2		N3= 3688	N4= 3883
	1	Amplitude adimensionnelle	A1= 0.052	A2= 0.22
	2		A3= 0.56	A4= 0.69

Tableau III.12 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/Guyan (Palier).

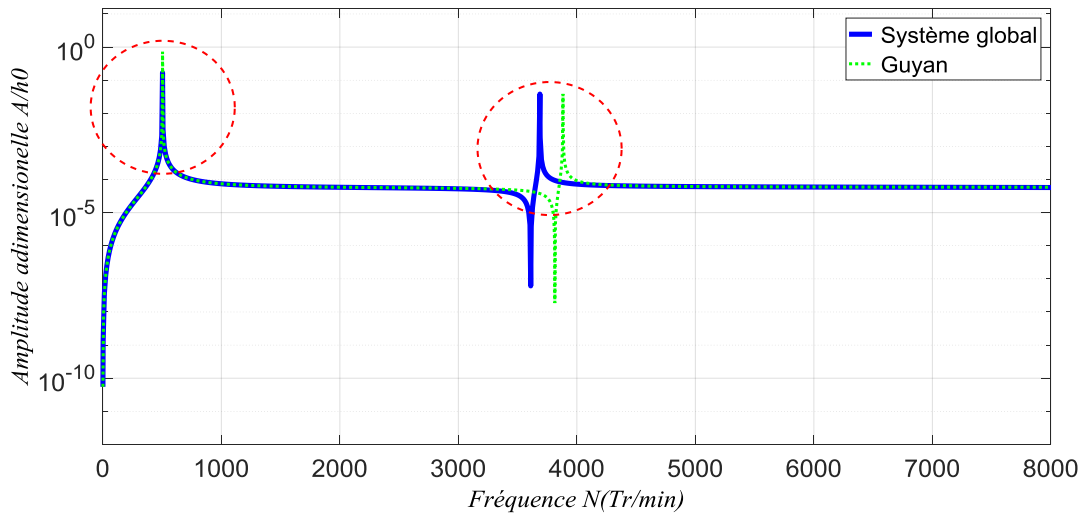


Figure III.3 : Réponse dynamique (Disque).

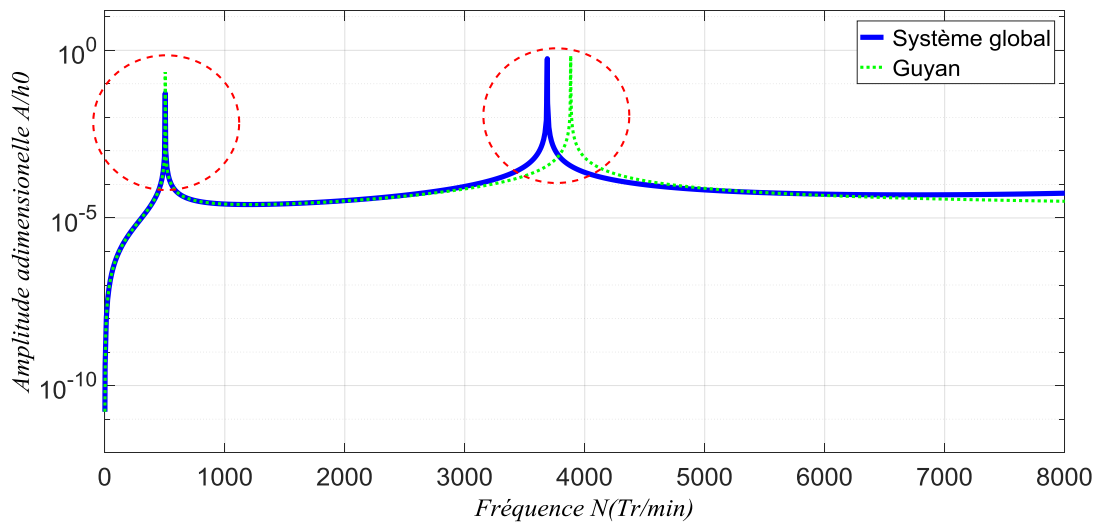


Figure III.4 Réponse dynamique (Palier).

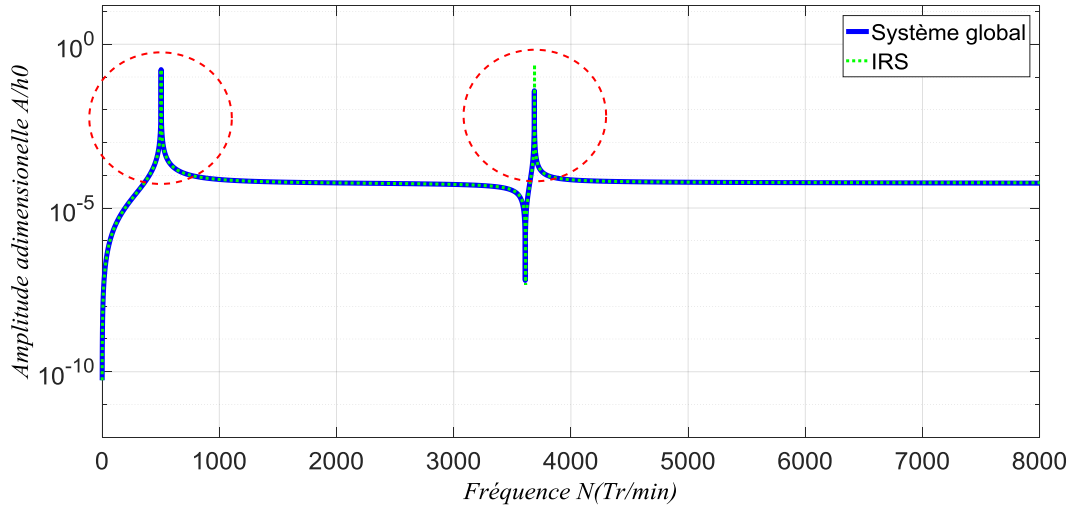


Figure III.5 Réponse dynamique (Disque).

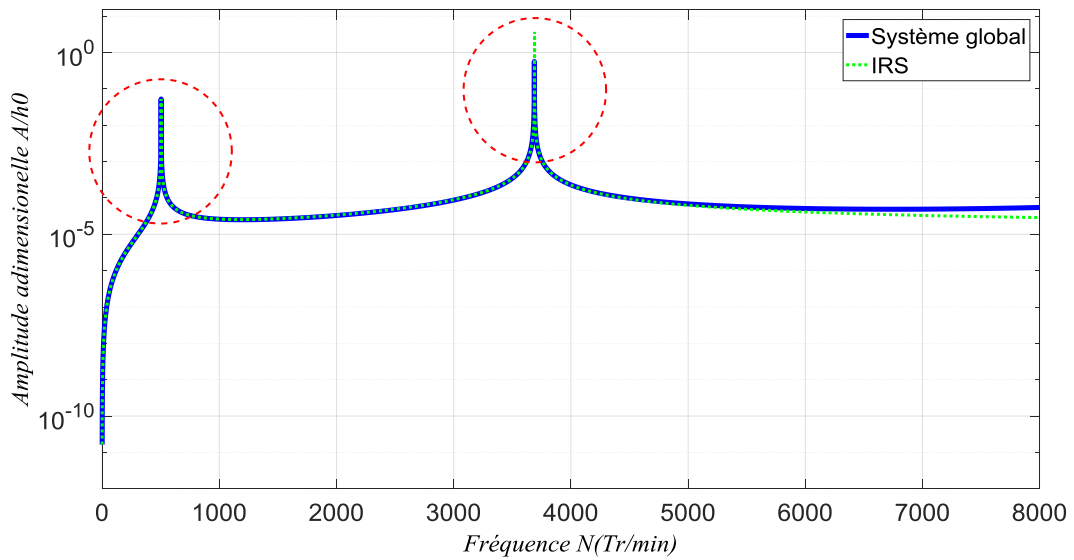


Figure III.6 Réponse dynamique (Palier).

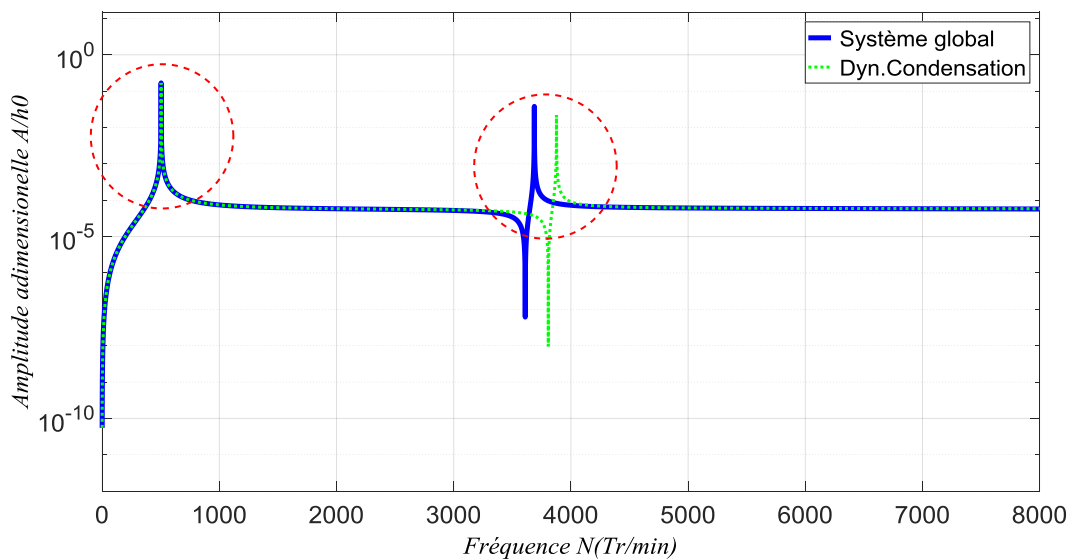


Figure III.7 Réponse dynamique (Disque).

L'élément	Modes	N et A	Système global	Système réduit
Disque	1	Vitesse de rotation N (tour/min)	N1= 503.5	N2= 503.5
	2		N3= 3688	N4= 3690
	1	Amplitude adimensionnelle	A1= 0.16	A2= 0.16
	2		A3= 3.81 e-02	A4= 0.24

Tableau III.13 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/IRS (Disque).

L'élément	Modes	N et A	Système global	Système réduit
Arbre	1	Vitesse de rotation N (tour/min)	N1= 503.5	N2= 503.5
	2		N3= 3688	N4= 3883
	1	Amplitude adimensionnelle	A1= 0.052	A2= 0.22
	2		A3= 0.56	A4= 0.69

Tableau III.14 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/IRS (Palier).

L'élément	Modes	N et A	Système global	Système réduit
Disque	1	Vitesse de rotation N (tour/min)	N1= 503.5	N2= 503.5
	2		N3= 3688	N4= 3877
	1	Amplitude adimensionnelle	A1= 0.16	A2= 0.16
	2		A3= 3.81 e-02	A4= 2.2 e-02

Tableau III.15 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/Dynamic Condensation (Disque).

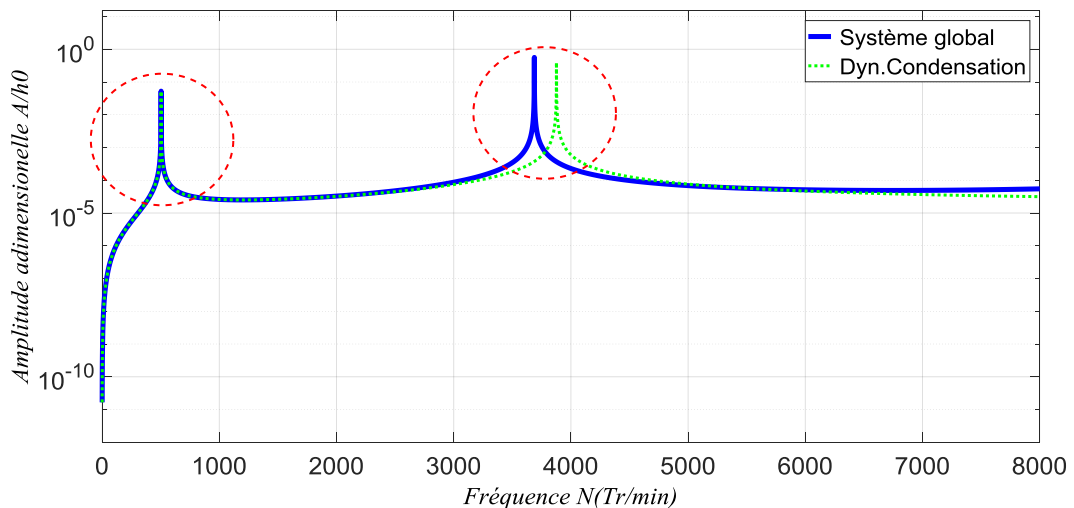


Figure III.8 Réponse dynamique (Palier).

L'élément	Modes	N et A	Système global	Système réduit
Arbre	1	Vitesse de rotation N (tour/min)	N1= 503.5	N2= 503.5
	2		N3= 3688	N4= 3877
	1	Amplitude adimensionnelle	A1= 0.052	A2= 0.052
	2		A3= 0.56	A4= 0.39

Tableau III.16 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/Dynamic Condensation (Palier).

L'élément	Modes	N et A	Système global	Système réduit
Disque	1	Vitesse de rotation N (tour/min)	N1= 503.5	N2= 503.5
	2		N3= 3688	N4= 3688
	1	Amplitude adimensionnelle	A1= 0.16	A2= 0.16
	2		A3= 3.81 e-02	A4= 3.81 e-02

Tableau III.17 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/SEREP (Disque).

L'élément	Modes	N et A	Système global	Système réduit
Arbre	1	Vitesse de rotation N (tour/min)	N1= 503.5	N2= 503.5
	2		N3= 3688	N4= 3688
	1	Amplitude adimensionnelle	A1= 0.052	A2= 0.052
	2		A3= 0.56	A4= 0.56

Tableau III.18 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/SEREP (Palier).

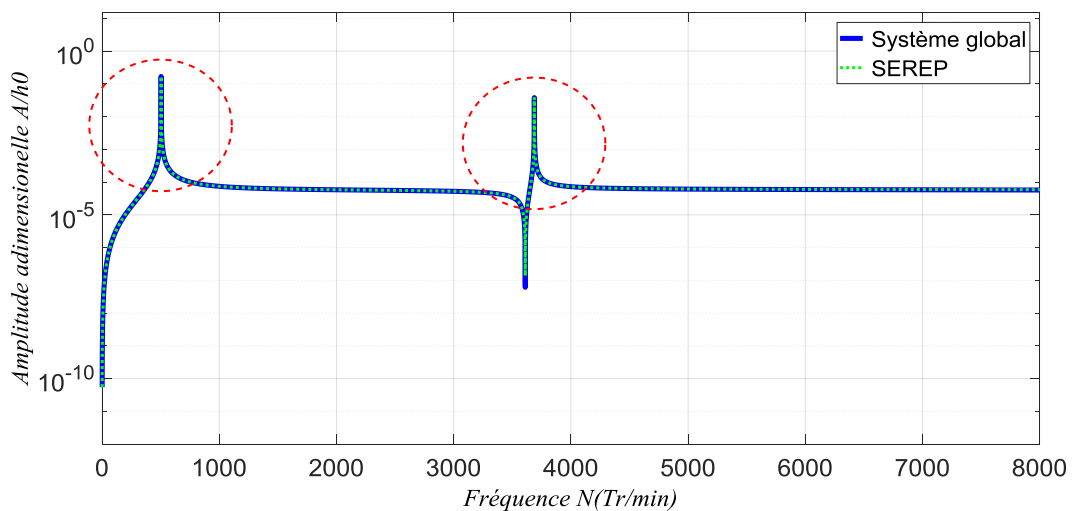


Figure III.9 Réponse dynamique (Disque).

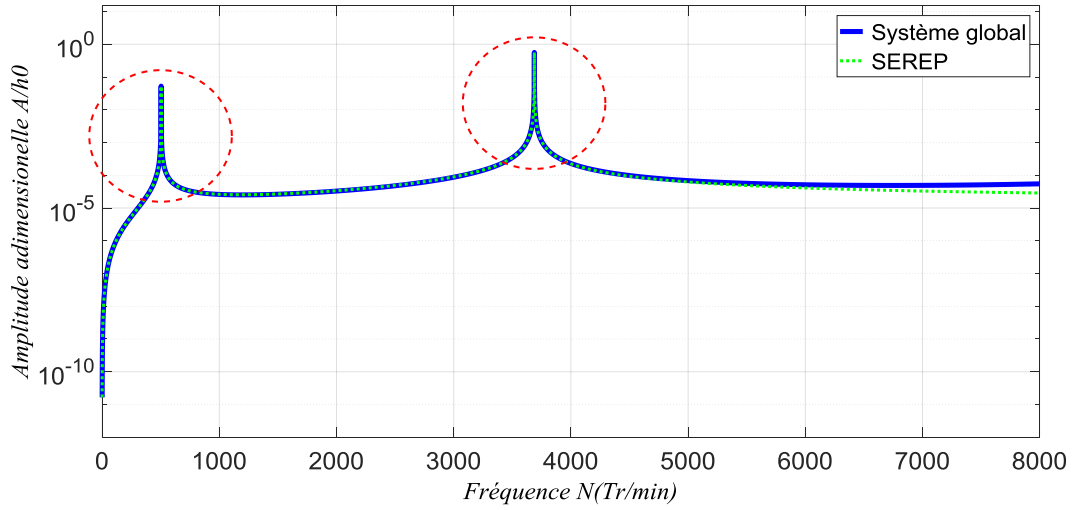


Figure III.10 Réponse dynamique (Palier).

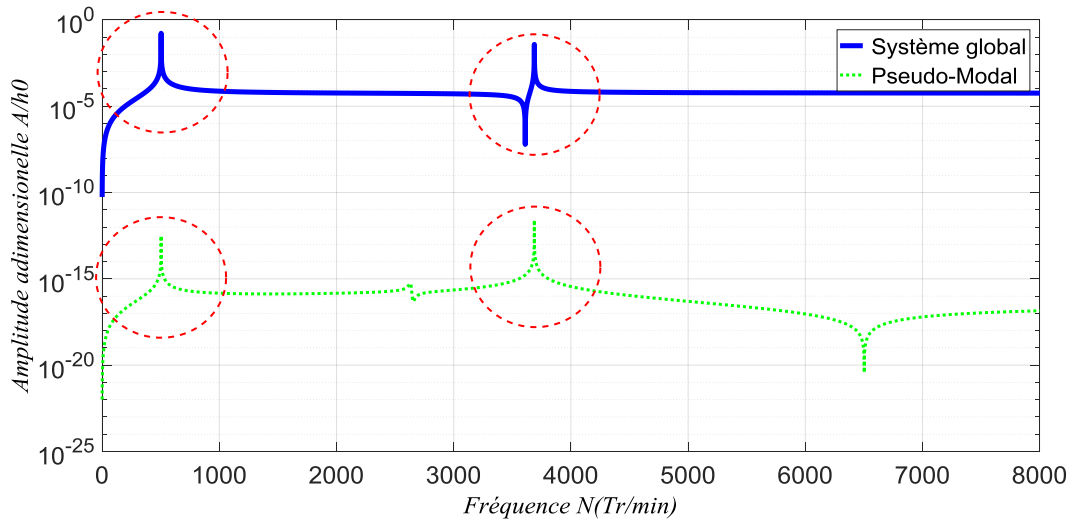


Figure III.11 Réponse dynamique (Disque).

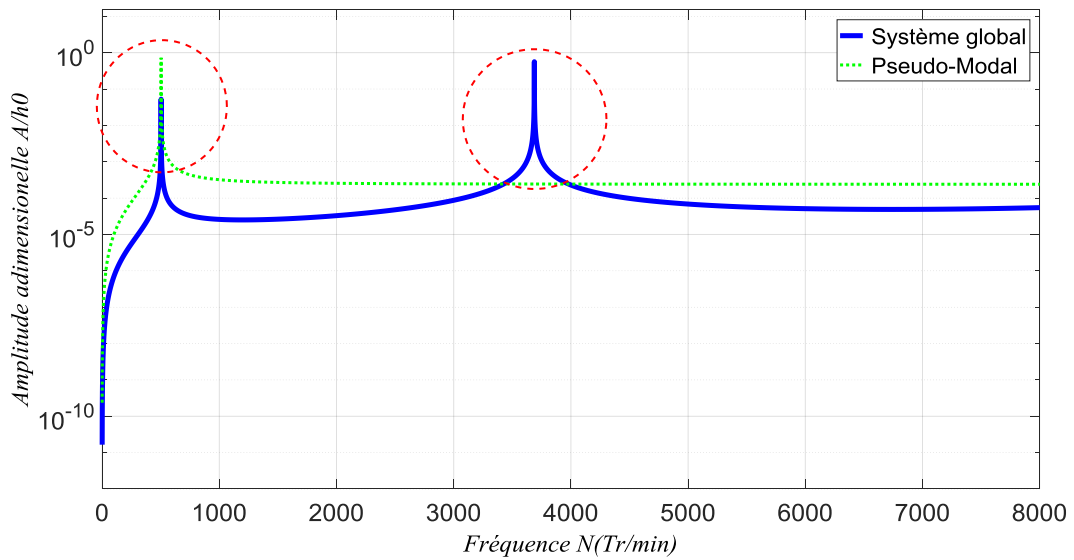


Figure III.12 Réponse dynamique (Palier).

L'élément	Modes	N et A	Système global	Système réduit
Disque	1	Vitesse de rotation N (tour/min)	N1= 503.5	N2= 503.5
	2		N3= 3688	N4= 3688
	1	Amplitude adimensionnelle	A1= 0.16	A2= 3.13 e-13
	2		A3= 3.81 e-02	A4= 2.55 e-12

Tableau III.19 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/Pseudo-Modal (Disque).

L'élément	Modes	N et A	Système global	Système réduit
Arbre	1	Vitesse de rotation N (tour/min)	N1= 503.5	N2= 503.5
	2		N3= 3688	
	1	Amplitude adimensionnelle	A1= 0.052	A2= 0.72
	2		A3= 0.56	

Tableau III.20 : Vitesse de rotation et amplitudes du système global/Pseudo-Modal (Palier).

Comparaison de la réponse dynamique (représentation fréquentielle) pour les différentes méthodes de réduction utilisé avec le système global

Les figures (III.3 jusqu'au III.12) montrent la réponse dynamique (la variation de la fréquence en fonction de l'amplitude pour les deux éléments du rotor : le disque et le palier (figures III.3 Et III.4).

- Pour le premier mode la vitesse de rotation du système global est identique à celle du système réduit mais pour le deuxième mode on remarque une différence de vitesse de rotation telle que ; la vitesse de rotation du système réduit est supérieure à celle du système global, cela assure les résultats trouvés précédemment.
- L'amplitude du deuxième mode du disque pour le système global est très proche à celle du système réduit.
- La variation de l'amplitude est inversement proportionnelle à la vitesse de rotation pour le disque mais ; pour les paliers on constate une augmentation de l'amplitude.

IRS (figures III.5 Et III.6)

- On constate que les vitesses de rotation sont identiques pour les deux modes du palier et du disque et que les amplitudes du premier mode sont similaires pour ce dernier.
- On remarque une diminution de l'amplitude pour le disque par contre une augmentation de cette dernière pour le palier.
- L'amplitude du système global est inférieure à celle du système réduit quel que soit l'élément du rotor.

Dynamic Condensation (figures III.7 Et III.8)

- Les vitesses de rotation sont identiques pour les deux éléments du rotor en premier et deuxième mode.
- On remarque une diminution de l'amplitude pour le disque et une augmentation de cette dernière pour l'arbre.

SEREP (figures III.9 Et III.10)

- Cette méthode donne des résultats identiques pour les deux modes quel que soit l'élément du rotor.

Pseudo-Modal (figures III. Et III.12)

- Pour le disque l'amplitude a diminué lors de l'élévation de la vitesse de rotation pour le système globale
- L'amplitude du disque pour le système réduit est très petite par rapport à celle du système global par contre l'arbre fournit la plus grande amplitude.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Dans ce mémoire, à l'aide de la méthode des éléments finis on a traité un cas linéaire qui consiste à l'étude du comportement vibratoire d'un rotor flexible contrôlé par des paliers fluides, sollicité par une force de type balourd. Différentes méthodes de réduction du nombre des degrés de liberté d'un système où on a calculé les fréquences propres pour le système global par une méthode classique et celles des systèmes réduits par l'intermédiaire des techniques de réduction. Ensuite on a passé au temps d'exécution en calculant le gain puis on a tracé la réponse dynamique.

D'après les résultats présentés précédemment on a tiré les constatations suivantes :

- ❖ Les méthodes SEREP et Pseudo modal ont fourni les meilleurs résultats des fréquences propres et offrent un meilleur gain de temps de calcul.
- ❖ On peut arriver jusqu'à 32 % de gain par la méthode Pseudo-Modal.
- ❖ Les amplitudes du système global sont toujours inférieures à celles du système réduit sauf les méthodes Pseudo-Modal et Dynamic Condensation.
- ❖ SEREP est la meilleure méthode de réduction qui produit des résultats des fréquence propres et amplitudes avec une meilleure précision et un gain de temps de 30 .43%.
- ❖ Le tracé de la réponse dynamique s'est avéré un outil utile pour la comparaison des amplitudes.
- ❖ La méthode Pseudo-Modal est très fiable pour l'identifications des fréquences de résonance, mais pour les amplitudes elle nous a fourni des valeurs inférieures et différentes à celles du système global.
- ❖ L'amplitude a dimensionnelle du palier était toujours inférieur à un, malgré l'augmentation de la vitesse de rotation du rotor ce qui implique qu'on a eu de bons résultats et un bon choix des caractéristiques des paliers.
- ❖ L'utilisation des techniques de réduction pour l'étude du comportement vibratoire dans des cas non linéaires dans le temps à venir.

BIBLIOGRAPHIE & WEBBOGRAPHIE

- [1] « Theory and Practice of Rotor Dynamics Prof. Dr. Rajiv Tiwari Department of mechanical engineering Indian Institute of Technology, Guwahati Lecture - 3 The state of art of rotor dynamics ».
- [2] « https://www.google.com/search?q=rigid+rotor+and+flexible+rotor&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwimx9yhgM_iAhUJ0uAKHZd8CMgQ_AUIECgB&biw=1600&bih=789#imgrc=_ », visité le 06/06/2019.
- [3] R. GHARBI, « ANALYSE DES PHENOMENES VIBRATOIRES EN DYNAMIQUE DES ROTORS MODELISATION ET EXPERIMENTATION », Université de BATNA ,Faculté de technologie, Département de mécanique, 2014.
- [4] « https://www.google.com/search?biw=1600&bih=789&tbm=isch&sa=1&ei=j_b1XJyZGoStgweN4KC4DA&q=torsional+shaft&oq=torsional+shaft&gs_l=img.3..35i39j0i19j0i8i30i1916.18792.41316..41481...0.0..4.801.3369.1j18j6-1.....0....1..gws-wiz-img.....0..0i5i30j0i67j0i30.XdDC5Xp5KFw#imgrc=ICQm1xUUQmtQjM », visité le 06/06/2019.
- [5] « https://www.google.com/search?biw=1600&bih=789&tbm=isch&sa=1&ei=MPv1XO-RMs74aM_-nsAH&q=roulement&oq=roulement&gs_l=img.3..012j0i67i2j0i3j0i67j0i2.183619.184769..184957...0.0..0.152.1250.0j9.....0....1..gws-wiz-img.....35i39.n5tytu0BcDw », visité le 06/06/2019.
- [6] H. BRAHMI, « Etude du comportement vibratoire et simulation numérique des charges dynamiques d'un rotor flexible », M'hamed BOUGARA, Faculté des sciences de l'ingénieur ,Département Maintenance Industrielle, BOUMERDES, 2010.
- [7] « <https://slideplayer.fr/slide/1153726/> », visité le 06/06/2019.
- [8] « https://www.google.com/search?q=bague+avec+et+sans+collerette+m%C3%A9canique&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwi0xd79hc_iAhVSYyYUKHRYoAqgQ_AUIECgB&biw=1600&bih=789 », visité le 06/06/2019.
- [9] « <http://notesdecoursbeauraing.e-monsite.com/medias/files/chap-iv-guidage-en-rotation.pdf> ». , visité le 06/06/2019.
- [10] « https://www.google.com/search?biw=1600&bih=789&tbm=isch&sa=1&ei=6_v1XMPBAqXylwTthIbwDw&q=palier+a+roulement&oq=palier+a+roulement&gs_l=img.3..0j0i24i3.30025.32125..32260...0.0..0.163.2275.0j17.....0....1..gws-wiz-img.....35i39j0i67j0i8i30.KwMXFZvFiE4#imgrc=k3w4hBptqyYbsM », visité le 06/06/2019.
- [11] « https://www.google.com/search?biw=1600&bih=789&tbm=isch&sa=1&ei=48n2XLegHsyalwSAI5fADQ&q=representation+temporelle&oq=rep&gs_l=img.1.0.35i39i2j0i67i2j0i4j0i67j0.32434.32663..37718...0.0..0.161.431.0j3.....0....1..gws-wiz-img.gd1P7DXY7Yk#imgrc=_ », visité le 06/06/2019.

- [12] « https://www.google.com/search?biw=1600&bih=789&tbm=isch&sa=1&ei=C8r2XOLyEIrka-2Cl9AO&q=representation+frequentielle+d%27un+signal&oq=representation+fre&gs_l=img.1.0.0j0i8i30i9.21093.23669..25922...0.0..0.317.2313.0j10j2j1.....0....1..gws-wiz-img.....35i39j0i24j0i5i30.PotQgzyO0aU », visité le 06/06/2019.
- [13] « https://www.google.com/search?biw=1600&bih=789&tbm=isch&sa=1&ei=Jsr2XKOvNIm2adjambgD&q=diagramme+de+campbell&oq=diagra&gs_l=img.1.0.35i39i2j0i2j0i67j0i5.23562.24742..27177...0.0..0.147.842.0j6.....0....1..gws-wiz-img.T-UE3A_jivk », visité le 06/06/2019.
- [14] J. Wijker, *Mechanical Vibrations in Spacecraft Design*. Velsersbroek (Holland), 2004.
- [15] Raul Rodriguez & al, « MODEL ORDER REDUCTION IN STRUCTURAL DYNAMICS », Chair of Structural Mechanics, Technische Universit`at M`unchen, 2016.
- [16] Zu-Qing-Qu, *Model Order Reduction Techniques with Applications in Finite Element Analysis*. Department of Civil Engineering University of Arkansas, 2004.
- [17] M. Timothy & al, « Reduced Model Approximation Approach Using Model Updating Methodologies », *American Society of Civil Engineers*, 2018.
- [18] M. I. FRISWELL & al, « MODEL REDUCTION USING DYNAMIC AND ITERATED IRS TECHNIQUES », 1994.
- [19] S. Pietro & V. Francesco, « Dynamic reduction strategies to extend modal analysis approach at higher frequencies », *Finite Elements in Analysis and Design 43 p 931 – 940*, Department of Mechanical Engineering, University of Rome “Tor Vergata”, Via del Politecnico 1, 00133 Rome, Italy, 2007.
- [20] P. Avitabile, « MODEL REDUCTION AND MODEL EXPANSION AND THEIR APPLICATIONS PART 1 - THEORY », Modal Analysis and Controls Laboratory University of Massachusetts Lowell Lowell, Massachusetts.
- [21] Y. A. Khulief, M. A. Mohiuddin, « On the dynamic analysis of rotors using modal reduction », *Finite Element in Analysis and Design 26 p 41-55*, Department of Mechanical Engineering, King Fahd University of Petroleum and Minerals, KFUPM box 1767, Dhahran 31261, Saudi Arabia, 1997.
- [22] T. T. D. D. William & Marie, *Theory of Vibration with Applications*, 5^e éd. 1997.
- [23] K. Trésor, « Simulation par la Méthode des Eléments Finis du Comportement Vibratoire d’un Rotor », *ISTE OpenScience*, Département d’électromécanique, Faculté Polytechnique, Université de Lubumbashi, République Démocratique du Congo, 2018.

RESUME

La dynamique du rotor s'intéresse à l'étude du comportement vibratoire des machines tournantes afin d'établir des méthodologies pour la réduction et/ou la suppression des vibrations. Dans ce mémoire on a traité un cas linéaire par la méthode des éléments finis où on s'intéresse à l'étude du comportement vibratoire d'un rotor flexible qui contient un disque au centre supporté par des paliers à roulements. Notre système est soumis à une force excitatrice de type balourd. La vibration du rotor est contrôlée par des paliers fluides (hydrostatiques). Pour les structures complexes le calcul des valeurs propres dure des heures, des jours ou des semaines sur une station de calcul ; tous dépendent le nombre des degrés de libertés du système. Plus le temps de calcul est grand plus le cumul d'erreurs augmente et on perd la précision des résultats. Cela nous a mené à penser aux techniques de réduction au niveau de la taille des matrices de masse et de rigidité. Notre objectif est d'étudier l'effet de l'utilisation des différentes méthodes de réduction (Guyan, IRS, Dynamic Condensation, SEREP et pseudo-modal) sur le temps de calcul des fréquences propres et la précision des résultats obtenus. Les résultats obtenus vont grandement contribuer à l'étude du comportement vibratoire non linéaire et elles vont servir à la réduction du temps de calcul des fréquences propres. **Mots clés :** Dynamique, comportement vibratoire, vibration, rotor flexible, palier hydrostatique, disque, balourd, linéaire, valeurs propres, temps de calcul, matrice de masse et rigidité, réduction, degré de liberté, structure.

ABSTRACT

Rotor dynamics is a specialized branch of applied mechanics concerned in the study of the behavior and diagnosis of rotating structures in order to establish methodologies to reduce and/or eliminate vibration. In this manuscript a linear case has been treated by using the finite element method where we are interested in the study of the vibratory behavior of flexible rotor which contains a disc at the center supported by rolling bearings. Our system is subjected to an unbalance force. The vibration of the rotor is controlled by hydrostatic bearings. For complex structures the calculation of the Eigen-values lasts hours, days or weeks in the calculation stations, because of the higher number of freedom degrees of the system which result big memory size. The cumulative error increases proportionally with computation time, it leads to the loss of accuracy, which conduct us to think of reduction techniques methods by reducing the size of mass and stiffness matrix in order to reduce the degrees of freedom of the global system. Several reduction techniques was used, such (Guyan, IRS, Dynamic Condensation, Pseudo-Modal (planar transformation) and SEREP. The results that we obtained will greatly contribute to the study of linear and nonlinear vibratory behavior. **Key words:** Rotor dynamic, behavior, structure, vibration, rotating, linear, flexible rotor, hydrostatic bearings, degree of freedom, eigenvalues, error, computation time, stiffness and mass matrix, reduction, unbalance.

ملخص

تهتم ديناميكيات الدوار بدراسة السلوك الاهتزازي للألات الدوارة من أجل وضع منهجيات لخفض و/أو الغاء الاهتزازات. تتناول هذه الأطروحة حالة خطية باستخدام طريقة العناصر المحددة لدراسة السلوك الاهتزازي للدوار المرن الذي يحتوي على قرص في الوسط. هذا النظام مدعوم بمحامل دوارة. يخضع نظامنا لقوة من نوع عدم الاتزان. يتم التحكم في اهتزاز الدوار بواسطة محامل السوائل (الهيدروستاتيكي). بالنسبة للهياكل المعقدة، يستمر حساب القيم الذاتية لساعات أو أيام أو أسابيع في محطة الحوسبة؛ كل هذا يتوقف على عدد درجات حرية النظام. كلما طال وقت الحساب، زاد الخطأ وتراكم ويؤدي ذلك الى فقدان دقة النتائج. قادنا هذا إلى التفكير في الطرق (التقنيات) لتقليل حجم مصفوفات الكتلة والصلابة. هدفنا هو دراسة تأثير استخدام طرق الاختزال المختلفة (Guyan و IRS و Dynamic Condensation و SEREP و modal pseudo modal) على وقت حساب التكرار الذاتي ودقة النتائج التي تم الحصول عليها. ستساهم النتائج التي تم الحصول عليها بشكل كبير في دراسة سلوك الاهتزاز غير الخطي. **الكلمات المفتاحية:** ديناميكيات الدوار، سلوك الاهتزازي، الاهتزازات، الدوار المرن، عدم الاتزان محامل السوائل (الهيدروستاتيكي)، القيم الذاتية، عدد درجات حرية النظام، وقت الحساب، الخطأ، مصفوفات الكتلة والصلابة، طرق الاختزال، السلوك الاهتزازي الخطي.