

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ IBN-KHALDOUN DE TIARET

FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES

Parcours : Master Académique
Domaine : Sciences & Technologies
Filière : Génie Mécanique
Spécialité : Construction Mécanique

THÈME

**ANALYSE DU COMPORTEMENT DE DEUX
FISSURES EMANANT D'UNE CAVITE CIRCULAIRE
DANS UNE PLAQUE EN ALLIAGE D'ALUMINIUM
2024 T3**

Présenté par Messieurs :
ASSLAN Asslan & KHALDI Assir

Devant le Jury :

| Nom & Prénom(s) | Grade | Qualité | Structure de rattachement |
|-----------------------------|--------------|----------------|----------------------------------|
| BENAMAR Badr | MAA | Président | Université de Tiaret |
| ZAGANE Mohamed .El salah | MCB | Examineur | Université de Tiaret |
| MOULGADA Abdelmadjid | MCB | Encadreur | Université de Tiaret |

PROMOTION 2017/2018

Merci

Remerciement

En premier lieu, nous remercions Dieu de nous avoir donné la force, le courage et la volonté pour achever ce modeste travail.

Nous tenons à exprimer nos sincères gratitudee à Monsieur **MOULGADA Abd El-Madjid**, qui nous fait l'honneur de diriger et de veiller au bon déroulement de ce travail. Ses connaissances et son expérience ont été une source constante de savoir. Qu'il trouve en ces quelques lignes notre profonde sympathie.

Nos vifs remerciements vont à Monsieur **BENAMAR Badr**, de nous avoir fait l'honneur d'accepter, de présider et d'honorer de sa présence le jury de soutenance du présent mémoire.

Nous remercions également Monsieur **ZAGANE Mohamed.El salah**, pour l'intérêt qu'il a porté au travail effectué en acceptant de participer à notre soutenance en tant qu'examineur.

Finalement, nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à nos familles qui nous ont toujours soutenues et à tous ceux qui ont participé à la réalisation de ce mémoire. Ainsi que l'ensemble des enseignants qui ont contribué tout au long de notre formation plus précisément Monsieur **GUEMOUR Mohamed Boutkhil**.

Dédicaces

A nos chers parents ;

Grâce à leurs encouragements et leurs grand sacrifices ils ont pu crée le climat affectueux et propice à la poursuite de nos études.

Aucune dédicace ne puisse exprimer nos respects, nos considérations et nos profonds sentiments en vers eux,

Nous prions le bon dieu de les bénir, de veiller sur eux en espérant qu'ils seront toujours fiers de nous.

A nos frères et nos sœurs ainsi qu'à tous les membres de la famille ;

Ils vont trouver ici l'expression de nos sentiments, de respect et de reconnaissance pour le soutien qu'ils n'ont cessé de nous porter.

A tous nos proches spécialement :

Samer, Hamada, Nezar, Abu miri, Ammar, El hasani, El arbi, Youcef, Abdou, Kadiro, Sid Ahmed, Adam, Abd El-Hak, Islam et Mokhtar.

Ils vont trouver ici le témoignage d'un grand respect et d'une amitié infinie ;

A tous nos amis (e) de l'Université Ibn Khaldoun et de la résidence Habib Khalil que nous avons côtoyé durant nos années d'études plus précisément :

Kadi, Hakim, Karim, Kholoud, Malika, Djamila, Si Naceur, Fathi, El Hachemi, Mensor, Abdellah , Nadhir , Youcef, Hor.

On n'oubliera jamais nos mémoires qu'on a passé ensemble et qui resteront graver dans nos mémoires

Merci d'être là pour nous dans les bons et les mauvais moments.

§ MERCI à tous et à toutes §

**Asslan
Assir**

qui vous aiment

SOMMAIRE

Introduction générale

CHAPITRE I:INITIATION A LA MECANIQUE

LINEAIRE DE LA RUPTURE

| | PAGE |
|--|------|
| I.1.Introduction | 2 |
| I.2.Aperçu historique sur la mécanique de la rupture | 2 |
| I.3.Mécanismes et modèles de fissuration | 5 |
| I.4.Modes de rupture | 5 |
| I.5.Les types de fissuration | 6 |
| I.6.Formation des fissures | 6 |
| I.7.Mécanique de la rupture | 8 |
| I.8.Zone plastique au niveau de la pointe de la fissure | 9 |
| I.9.Utilisation de la mécanique de la rupture en conception | 10 |
| I.9.1.Critères de rupture | 11 |
| I.9.2.Critère énergétique (Analyse de Griffith) | 11 |
| I.9.3.Critère de contraintes (Analyse d'Irwin) | 12 |
| I.9.4.Relation entre K_{IC} et G_{IC} | 14 |
| I.10.Endommagement et Rupture | 14 |
| I.10.1.Modes de Chargement | 14 |
| I.10.2.Classes de matériaux VIS-A-VIS de la rupture | 15 |
| I.11.Conclusion | 18 |
| CHAPITRE II : MODELISATION PAR ELEMENTS FINIS | |
| II.1.Introduction | 19 |
| II.2.Méthode des éléments finis | 19 |
| II.3.Eléments à une dimension | 19 |
| II.4.Eléments à deux dimensions | 19 |
| II.5.Eléments de références | 20 |
| II.5.1.Eléments rectangulaires | 20 |
| II.5.2.Eléments triangulaires | 22 |
| II.6.Méthode des éléments finis en élasticité linéaire | 23 |
| II.7.formulation des éléments finis en élastoplasticité | 25 |
| II.8.Principaux critères utilisés | 26 |
| II.8.1.Critère de Tresca | 26 |
| II.8.2.Critère de Van Mises | 27 |
| II.9.Représentation matricielle | 28 |
| II.10.Conclusion | 31 |

SOMMAIRE

CHAPITRE III : SIMULATION ET INTERPRITATION DES RESULTATS

| | |
|--|----|
| III.1. Introduction | 32 |
| III.2. Présentation du logiciel de calcul | 32 |
| III.3. Présentation du model | 32 |
| III.4. Orientations de la fissure | 34 |
| III.5. Conclusion | 43 |
| Conclusion générale | 44 |
| Références bibliographiques | |

Liste des symboles

Liste des symboles

| Symbole | Signification |
|---------------|---|
| σ_E | Limite d'élasticité du matériau |
| σ_{ap} | Contraintes appliquées |
| γ | Coefficient de sécurité |
| U_{total} | L'énergie libre potentielle totale |
| U_e | Energie élastique stockée dans le matériau |
| W | Travail effectué par les forces extérieures. |
| G_I | L'énergie élastique libérée |
| G_{IC} | L'énergie de rupture du matériau |
| a | la longueur de fissure |
| G | Module de cisaillement du matériau |
| E | Module d'Young du matériau |
| ν | Coefficient de poisson du matériau |
| K | La ténacité |
| K_I | Facteur d'intensité de contrainte |
| K_{IC} | Facteur d'intensité critère |
| K_d | la ténacité dynamique |
| a_c | Taille critique de la fissure |
| σ_c | Contrainte critique à la rupture |
| U_i | Déplacement au voisinage du fond de fissure |
| r | Rayon de l'entaille |
| θ | Engel aigu |
| Re | Limite élastique de matériau |
| $Re_{0,2}$ | Correspond à un allongement plastique de 0,2% |
| R_m | Résistance limite à la traction |
| A | L'allongement à la rupture |
| ρ | Densité du métal |
| ν | Coefficient de Poisson |
| T | Traitement thermique |
| T_3 | Traitement thermique de mis en solution |
| N_i | Fonction de forme |
| ξ, η | Les coordonnées locales |

| | |
|-------------------|---|
| λ | |
| $\{F\}$ | Forces nodales |
| $[K]$ | Matrice de rigidité |
| $\{u\}$ | Vecteur de déplacement nodale |
| $\{\alpha\}$ | Vecteur de coefficients inconnus |
| $\{u^e\}$ | Déplacement élémentaire. |
| $[A]$ | Matrice de coordonnées nodales |
| n | Nombre de nœuds par éléments |
| u_i | Vecteur des déplacements nodaux pour un élément particulier |
| $\{\sigma\}$ | Vecteur de composantes de contraintes |
| $[D]$ | Matrice d'élasticité |
| $\{\varepsilon\}$ | Vecteur de déformations |
| $[J]$ | Matrice jacobienne |
| D_T | Matrice élastique tangente. |

Liste des figures et tableaux

Liste des figures :

| | | |
|--------------------|---|-----------|
| Figure I.1 | Les trois Modes de rupture. | 5 |
| FigureI.2 | Schématisation de la séquence de formation de fissures sous l'action d'un indenteur Vickers. | 7 |
| Figure I.3 | Les différents types des fissures . | 8 |
| Figure I.4 | (a) Propagation d'une fissure (b) Lignes de force et concentration de contraintes. | 9 |
| Figure I.5 | Zone délimitant le voisinage d'une pointe de fissure. | 9 |
| FigureI.6 | Comparaison de l'approche classique (a) et de l'approche utilisant la MLR (b). | 11 |
| Figure I.7 | Microfissure elliptique sollicitée en tension uni axiale, dans une plaque infinie . | 11 |
| Figure I.8 | Schématisation des contraintes appliquées à un élément volumique au voisinage du front de fissure . | 12 |
| Figure I.9 | Charge limite et mode de pilotage du chargement . | 15 |
| Figure I.10 | Chargement cyclique . | 15 |
| Figure I.11 | Classes de matériaux vis-à-vis de la rupture en sollicitation monotone . | 17 |
| Figure II.1 | Eléments unidimensionnels. | 19 |
| FigureII.2 | Eléments triangulaires. | 19 |
| Figure II.3 | Eléments quadrilatéraux. | 20 |
| Figure II.4 | Elément rectangulaire linéaire. | 21 |
| Figure II.5 | Elément rectangulaire quadratique. | 21 |
| Figure II.6 | Elément triangulaire linéaire. | 22 |
| Figure II.7 | Elément triangulaire quadratique. | 23 |
| Figure II.8 | Représentation géométrique du critère de Tresca dans l'espace des contraintes principales. | 27 |
| Figure II.9 | Représentation géométrique du critère de Von Mises dans l'espace des contraintes principales. | 28 |

| | | |
|----------------------|---|-----------|
| Figure III.1 | Représentation schématique d'une plaque sollicitée en traction. | 32 |
| Figure III.2 | Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Von Mises | 33 |
| Figure III.3 | Variation des contraintes de Von Mises en fonction de la distance normalisée. | 34 |
| Figure III.4 | Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Von Mises | 34 |
| Figure III.5 | Variation des contraintes de Von Mises en fonction de la distance normalisée. | 35 |
| Figure III.6 | Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Von Mises | 35 |
| Figure III.7 | Variation des contraintes de Von Mises en fonction de la distance normalisée. | 36 |
| Figure III.8 | Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Von Mises | 36 |
| Figure III.9 | Variation des contraintes de Von Mises en fonction de la distance normalisée. | 37 |
| Figure III.10 | Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Von Mises | 37 |
| Figure III.11 | Variation des contraintes de Von Mises en fonction de la distance normalisée. | 38 |
| Figure III.12 | Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Von Mises | 38 |
| Figure III.13 | Variation des contraintes de Von Mises en fonction de la distance normalisée. | 39 |
| Figure III.14 | Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Von Mises | 39 |
| Figure III.15 | Variation des contraintes de Von Mises en fonction de la distance normalisée. | 40 |
| Figure III.16 | Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Von Mises | 40 |

Liste des tableaux :

| | | |
|----------------------|--|-----------|
| Tableau II.1 | Valeur de ξ η pour un élément quadratique iso paramétrique à 4 nœuds. | 20 |
| Tableau II.2 | Valeur de ζ et η pour l'élément à 8 nœuds. | 21 |
| Tableau II.3 | Fonction de formes et valeurs de ξ et η pour l'élément triangulaire à 3 nœuds. | 22 |
| Tableau II.4 | Formation de formes et valeurs de ξ et η pour l'élément triangulaire à 6 nœuds. | 22 |
| Tableau III.1 | les différentes propriétés de l'alliage d'aluminium 20240T3. | 33 |

Introduction Générale

Introduction Générale

La mécanique de la rupture a pour objet essentiel l'étude des fissures durant le chargement et de prévoir leur évolution jusqu'à la rupture de la structure. En fonction du chargement et du matériau considérés, si le milieu est globalement plastique ou viscoplastique, l'étude est du ressort de la mécanique non linéaire de la rupture, ou encore de l'approche locale, dans laquelle il est fait une description aussi précise que possible de l'état de contrainte et de déformation en pointe de fissure à l'aide de modèles de comportement non linéaire. Si au contraire la plasticité est absente ou reste confinée, les théories qui permettent de traiter le problème considèrent le matériau comme élastique partout : c'est la mécanique linéaire de la rupture (MLR), qui va être considérée dans cette partie. En effet la (MLR) considère les matériaux parfaitement élastiques, homogènes et isotropes. Elle permet de caractériser le comportement d'un matériau vis-à-vis d'une sollicitation, en présence d'une fissure.

D'autre part, elle est une étude consistant à la définition des critères de rupture en déterminant les relations entre les paramètres du matériau et les sollicitations extérieures nécessaires pour amorcer puis propager une fissure. Le rappel qui va suivre résume deux approches permettant d'élaborer des critères de rupture, le premier de Griffith basé sur une approche énergétique, et le second d'Irwin basé sur les contraintes présentes en front de fissure.

Les nouveaux concepts de la mécanique de la rupture furent ensuite utilisés pour montrer que la plupart des ruptures dans les fuselages d'avions étaient dues à des fissures de fatigue qui atteignaient une taille critique. Ces fissures prenaient naissance près des hublots dans les coins qui constituent des zones de forte concentration des contraintes. Les ruptures qui se produisaient dans les essieux d'engins roulants ou encore dans les rotors des turbines à vapeur furent aussi expliquées grâce à l'application de ces nouveaux concepts. Le concept de FIC fut également utilisé par Paris pour décrire la propagation des fissures de fatigue et progressivement les courbes de propagation des fissures de fatigue proposées par ces auteurs remplacèrent les courbes d'endurance pour une meilleure prédiction des durées de vie des structures.

Notre mémoire est réparti en trois chapitres :

Le premier chapitre porte sur Initiation à la mécanique linéaire de la rupture.

Le deuxième chapitre présente une modélisation par éléments finis et description du logiciel.

Le troisième chapitre est bien la simulation de notre model par un logiciel Abaqus 6.14 avec résultats et interprétations.

Et enfin, une conclusion générale.

I.1. Introduction :

La mécanique de la rupture a pour objet essentiel l'étude des fissures durant le chargement et de prévoir leur évolution jusqu'à la rupture de la structure. En fonction du chargement et du matériau considérés, si le milieu est globalement plastique ou viscoplastique, l'étude est du ressort de la mécanique non linéaire de la rupture, ou encore de l'approche locale, dans laquelle il est fait une description aussi précise que possible de l'état de contrainte et de déformation en pointe de fissure à l'aide de modèles de comportement non linéaire. Si au contraire la plasticité est absente ou reste confinée, les théories qui permettent de traiter le problème considèrent le matériau comme élastique partout : c'est la mécanique linéaire de la rupture (MLR), qui va être considérée dans cette partie. En effet la (MLR) considère les matériaux parfaitement élastiques, homogènes et isotropes. Elle permet de caractériser le comportement d'un matériau vis-à-vis d'une sollicitation, en présence d'une fissure[1]. D'autre part, elle est une étude consistant à la définition des critères de rupture en déterminant les relations entre les paramètres du matériau et les sollicitations extérieures nécessaires pour amorcer puis propager une fissure. Le rappel qui va suivre résume deux approches permettant d'élaborer des critères de rupture, le premier de Griffith basé sur une approche énergétique, et le second d'Irwin basé sur les contraintes présentes en front de fissure.

I.2. Aperçu historique sur la mécanique de la rupture

Eviter la rupture n'est pas en soi une idée nouvelle. Les concepteurs des structures de l'Egypte des pharaons (pyramides) ou ceux de l'empire romain nous ont laissé des édifices que l'on peut encore contempler ce qui prouve bien qu'ils avaient le souci d'éviter la ruine des structures. Les matériaux utilisés avant la révolution industrielle étaient cependant limités pour l'essentiel au bois de construction, à la pierre ou à la brique et au mortier. La brique et le mortier sont relativement fragiles lorsqu'on les utilise en traction ; les structures anciennes qui ont résisté au temps, étaient chargées en compression (pyramides, ponts romains...) et de façon générale toutes les structures de l'époque qui précède la révolution industrielle étaient conçues pour des chargements en compression. Il a fallu attendre la révolution industrielle au début du 19e siècle, avec l'utilisation de l'acier dont les propriétés mécaniques permettaient de concevoir des structures pouvant résister à des charges de traction. La comparaison des anciens ponts romains avec les ponts modernes de structure métallique montre bien que les premiers étaient chargés en compression alors que les seconds le sont plutôt en traction. L'utilisation de nouveaux matériaux ductiles (acier et autres alliages métalliques) pour des chargements en traction conduisit cependant à quelques problèmes ; des ruptures se produisaient parfois pour des niveaux de charges bien inférieurs à la limite d'élasticité ; on a dans un premier temps essayé d'éviter ces risques de ruptures en sur dimensionnant les structures, mais la nécessité d'alléger de plus en plus les structures et de réduire les coûts conduisit au développement des recherches sur la mécanique de la rupture.

Les premiers essais de rupture ont été menés par Léonard de Vinci bien avant la révolution industrielle, qui a montré que la résistance à la traction de fils de fer variait inversement avec leur longueur. Ces résultats suggéraient que les défauts contenus dans le matériau contrôlaient sa résistance ; plus le volume est important (fil de fer long) plus la probabilité de présence de fissure par exemple est importante.

Cette interprétation qualitative fût précisée plus tard en 1920 par Griffith qui établit une relation directe entre la taille du défaut et la contrainte de rupture. S'appuyant sur les travaux d'Inglis, Griffith appliqua l'analyse des contraintes autour d'un trou elliptique à la propagation instable d'une fissure ; il formule ainsi à partir du premier principe de la thermodynamique, une théorie de la rupture. Selon cette théorie, un défaut devient instable et conduit à la rupture lorsque la variation d'énergie liée à une propagation du défaut atteint l'énergie spécifique du matériau. Cette théorie prédit correctement la relation entre la contrainte de rupture et la taille du défaut dans les matériaux fragiles. Dans les matériaux ductiles et notamment les alliages métalliques, l'avancée d'un défaut s'accompagne d'une importante dissipation d'énergie due à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure et la théorie de Griffith qui ne considère que l'énergie de création de surface ne peut en rendre compte. Il a fallu attendre les travaux d'Irwin en 1948 qui proposa une modification de la théorie de Griffith en incluant justement dans le bilan énergétique, l'énergie due à la plastification, pour que l'approche de Griffith soit applicable aux matériaux ductiles.

La mécanique de la rupture passa du stade de curiosité scientifique à celui d'une discipline scientifique largement utilisée dans l'ingénierie de la construction, après ce qui arriva aux bateaux de la liberté lors de la deuxième guerre mondiale. Le principe de conception de ces bateaux avec une coque entièrement soudée constituait un grand succès jusqu'au jour où un de ces navires se fissa en deux parties entre la Sibérie et l'Alaska dans une mer très froide. Une dizaine d'autres navires sur les 2700 en service, subira ensuite le même sort. Les analyses des causes de rupture montraient que celles-ci étaient dues à la combinaison de trois paramètres :

Les joints de soudures contenaient des fissures.

- ✚ La plupart de ces fissures qui conduisaient à la rupture, se développaient à partir de zones de forte concentration de contrainte,
- ✚ L'acier de construction utilisé pour ces bateaux, qui convenait pour les assemblages par rivetage où il n'y avait pas de risque qu'une fissure traverse toute la coque, avait une faible ténacité.

Dès l'instant où la cause des ruptures était clairement identifiée, des plaques en acier de meilleure ténacité furent rivetées près des zones de forte concentration des contraintes pour arrêter la propagation des fissures. On développa ensuite des aciers de forte ténacité et on améliora le procédé de soudage ; c'est dans ces années après-guerre qu'un groupe de chercheurs dirigé par Irwin étudia en détail le problème de la rupture au laboratoire national de recherche de la marine américaine. Irwin considéra que les outils fondamentaux pour étudier la rupture existaient et proposa en 1948, une extension de l'approche de

Griffith aux matériaux ductiles en y incluant le terme de dissipation d'énergie due à l'écoulement plastique près des extrémités d'une fissure. Il développa ensuite en 1956 le concept de taux de restitution d'énergie à partir toujours de la théorie de Griffith mais sous une forme facilement exploitable par les concepteurs de structures. En 1957, s'appuyant sur les travaux de Westergaard qui analysa les champs de déplacements et de contraintes élastiques près de l'extrémité d'une fissure sous chargement donné, Irwin montra que les déplacements et les contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure peuvent être décrits à l'aide d'un paramètre unique qui était relié au taux de restitution d'énergie ; ce paramètre issu de la mécanique linéaire de la rupture, est le facteur d'intensité des contraintes (FIC).

Les nouveaux concepts de la mécanique de la rupture furent ensuite utilisés pour montrer que la plupart des ruptures dans les fuselages d'avions étaient dues à des fissures de fatigue qui atteignaient une taille critique. Ces fissures prenaient naissance près des hublots dans les coins qui constituent des zones de forte concentration des contraintes. Les ruptures qui se produisaient dans les essieux d'engins roulants ou encore dans les rotors des turbines à vapeur furent aussi expliquées grâce à l'application de ces nouveaux concepts. Le concept de FIC fut également utilisé par Paris pour décrire la propagation des fissures de fatigue et progressivement les courbes de propagation des fissures de fatigue proposées par ces auteurs remplacèrent les courbes d'endurance pour une meilleure prédiction des durées de vie des structures.

La période entre 1960 et 1980 vit une intensification des recherches sur la rupture avec deux écoles qui s'affrontaient. D'une part les tenants de l'approche utilisant la mécanique linéaire de la rupture et ceux qui s'intéressaient essentiellement à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure. La mécanique linéaire de la rupture cesse d'être valable lorsqu'une plastification importante précède la rupture. Pour tenir compte de l'effet de cette plastification sur les champs de contraintes et de déplacements à l'extrémité d'une fissure, plusieurs auteurs (Irwin, Dugdale et Barenblatt ...) proposèrent ce qu'on appelle une correction de zone plastique ; la taille de la fissure est alors augmentée de cette zone plastique pour retrouver les champs de contraintes élastiques décrits par le FIC.

Wells, un des représentants de la deuxième école, proposa en 1961 le déplacement à fond de fissure - ou CTOD « Crack Tip Opening Displacement » - comme paramètre alternatif à la mécanique linéaire de la rupture ou plus précisément au concept de FIC, lorsque la plastification devient importante comme c'est le cas dans les matériaux très ductiles. Plus tard, Hutchinson, Rice et Rosengren (HRR) développèrent un nouveau paramètre appelé intégrale J pour mieux décrire la répartition des contraintes dans les zones plastifiées (champ HRR). Begley et Landes caractérisèrent la ténacité à l'aide du paramètre J et développèrent une procédure standard pour l'utilisation de cette intégrale dans des cas pratiques.

Les récents développements de la mécanique de la rupture montrent que si les recherches se sont cristallisées sur l'effet de la plastification dans la période entre 1960 et 1980, on s'intéresse actuellement plus aux comportements viscoplastique et/ou viscoélastique. Les premiers se rencontrent à température élevée lorsque les phénomènes de fluage deviennent importants alors que les seconds caractérisent les matériaux polymères de plus en plus utilisés dans l'industrie. L'apparition des nouveaux matériaux composites nécessite également l'utilisation des concepts de la mécanique linéaire de la rupture pour décrire leur comportement. Plus récemment encore, de nouvelles approches tentent de relier le comportement local à l'échelle microscopique au comportement global lors de la rupture d'un matériau. Ces approches micro-macro deviennent parfois nécessaires lorsqu'on atteint les limites d'utilisation des autres approches plus classiques[2].

L'objet de mécanique de la rupture est l'étude des évolutions de cette surface (propagation de la fissure) en fonction des chargements appliqués et des caractéristiques du matériau Constituant.

I.3. Mécanismes et modèles de fissuration :

Afin de prévoir la rupture des pièces mécaniques sollicitées en fatigue, beaucoup de laboratoire ont tenté, au moins pour des raisons pratiques, d'établir des lois empiriques de fissuration, utilisées au bureau d'étude.

Si les mécanismes propres à la fatigue commencent à peine d'être connus, l'influence de certains paramètres sur la vitesse de fissuration est généralement mieux définie. Nous pouvons les classer en deux catégories :

- Les paramètres intrinsèques qui dépendent du matériau lui-même. Module de Young, limite d'élasticité, propriétés cycliques et état métallurgique du matériau.
- Les paramètres extrinsèques qui dépendent des conditions de l'essai, quel que soit le matériau étudié, température, environnement, dimension de l'éprouvette, rapport de charge R, etc.

I.4. Modes de rupture

Une fissure est définie comme la surface séparant localement un solide en deux parties. Le champ des déplacements est alors discontinu à travers cette surface et les trois composantes vectorielles de cette discontinuité forment les trois modes de rupture (Figure.I.1)

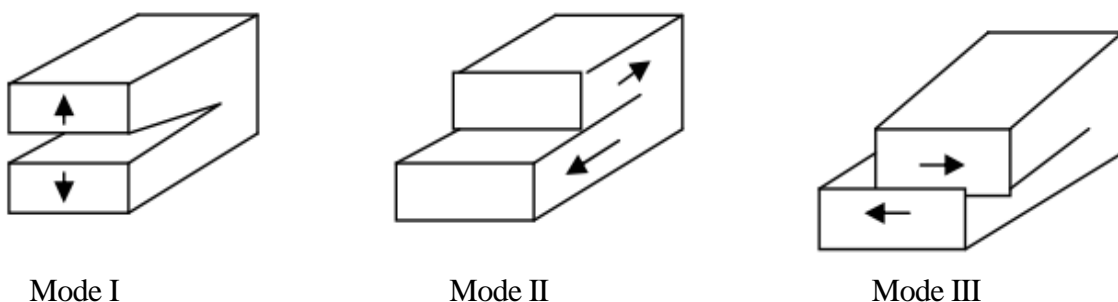


Figure I-1 : Les trois Modes de rupture

Mode I : mode d'ouverture de la fissure, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont perpendiculaires à la direction de propagation.

Mode II : mode de cisaillement dans le plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles à la direction de propagation.

Mode III : mode de cisaillement hors du plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles au fond de la fissure.

I-5 . Les Types de fissuration :

Le mécanisme de rupture par fissuration peut intervenir selon deux types de fissuration :

a .La fissuration brutale : pour les solides, ou pour les matériaux à très haute résistance, les contraintes de travail sont très élevées, une énergie potentielle considérable est ainsi créée ;

La présence de petites fissures peut alors conduire à une rupture brutale qui souvent ne s'accompagne pas de déformations plastiques macroscopiques par suite de la très faible ductilité.

b. La fissuration successive : il s'agit ici, d'une succession de mécanismes (fragile ductile) qui, sous contraintes répétées, entraîne la fissuration successive, appelée la rupture par fatigue. Les facteurs qui influencent le comportement à la rupture par fissuration des matériaux sont de deux natures : métallurgique et mécanique. Les facteurs mécaniques concernent l'état de déplacements, déformations et contraintes, ainsi que les conditions d'environnement tel que la température ou le taux d'humidité relative[3].

I-6. Formation des fissures :

Lorsqu'un indenteur Vickers est appliqué à la surface d'alliage D'aluminium avec une charge suffisamment élevée (selon le matériau), il se crée des fissures. Des observations au cours de l'indentation de matériau transparent ont montré que la configuration finale de ces fissures est achevée lorsque l'indenteur est déchargé. Cela montre que la force motrice de fissuration lors de l'indentation est due aux contraintes résiduelles créées par la zone de déformation plastique formée autour de l'empreinte d'indentation. L'initiation et le développement des fissures sur du verre sont décrits par B.Lawn et M.Swan[4] à travers les séquences suivantes (figure I-2).

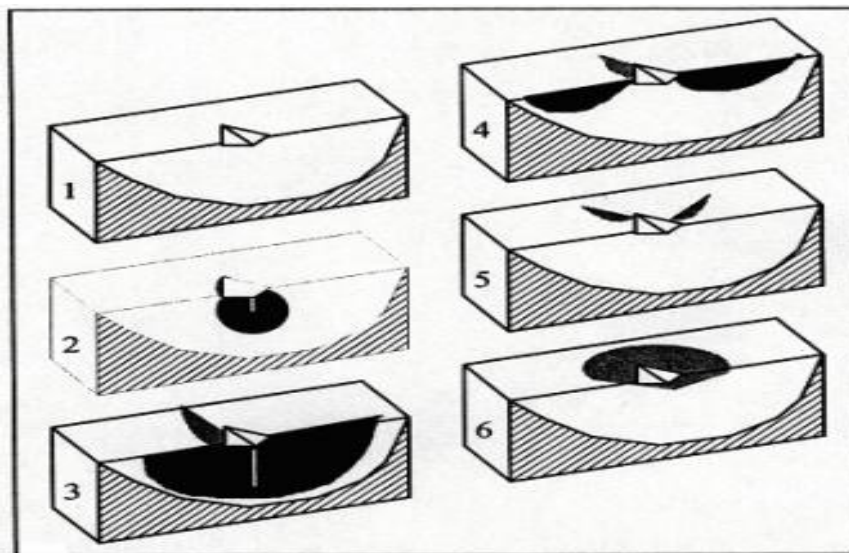


Figure I-2: Schématisation de la séquence de formation de fissures sous l'action d'un indenteur Vickers

(1) empreinte du diamant Vickers; (2) fissure médiane; (3) fissure half-penny; (4) fissure radiale primaire, (5) fissure radiale secondaire; (6) fissure latérale (b)[1].

1. En début du chargement, l'indenteur produit autour du point de contact une zone de déformation qui augmente avec la charge. C'est l'empreinte du diamant vickers. La pression moyenne P_0 sur l'élément de surface reste constante.
2. Au cours du chargement, une fissure dite fissure médiane se produit sous la zone de déformation et croît jusqu'à former un cercle à mesure que la charge augmente mais n'apparaît pas à la surface de l'éprouvette[4]. Elle s'initie aux défauts se trouvant à la
3. limite de la zone de déformation et se développe sous l'effet du champ de contraintes résultant du chargement élastique de l'indenteur sur la surface de l'éprouvette.
4. Lors du déchargement, la fissure médiane grandit, s'étale vers l'extérieur et apparaît en surface. Elle prend ainsi un autre profil et peut devenir soit une fissure dite du type half-penny au déchargement complet, soit :
5. Une fissure du type radial dite fissure radiale (ou fissure du type Palmqvist). Elle prend naissance aux défauts qui se trouvent près de la surface à la limite de la zone de déformation. Elle évolue de part et d'autre de celle-ci jusqu'à apparaître en surface, sous l'action des contraintes résiduelles, au déchargement complet. Si la fissure radiale se trouve dans le plan des diagonales de l'empreinte du diamant, elle est dite fissure radiale primaire sinon c'est une fissure radiale secondaire. Les fissures radiales forment en principe un couple de fissures perpendiculaires.
6. Aux charges d'indentation élevées, une fissure latérale se forme au déchargement, sous la zone de déformation et se développe presque parallèlement à la surface[4]. Elle est responsable du phénomène d'écaillage. D'une façon générale l'amorçage des fissures a lieu aux endroits de

fortes concentrations de contraintes, c'est-à-dire aux arêtes du diamant vickers et semble avoir deux aspects: les conditions de propagation d'un défaut préexistant pendant le chargement[5], d'une part, et l'existence d'un seuil de charge pour l'apparition d'un type de fissures, d'autre part. Lorsqu'un indenteur Vickers est appliqué à la surface d'un matériau céramique avec une charge suffisamment élevée (selon le matériau), il se crée un système de trois types de fissures [6-7](figure I.3)

- a. **Fissure médiane** : elle s'étend en profondeur pendant le chargement sous l'action d'un champ élastique ;
- b. **Fissure radiale** : elle s'étend en surface à partir des angles de l'indenteur et se développe sous l'action des contraintes résiduelles ;
- c. **Fissure latérale** : elle provient également de l'action des contraintes résiduelles. Ces fissures se développent presque parallèlement à la surface et sont responsables de l'écaillage de l'échantillon.

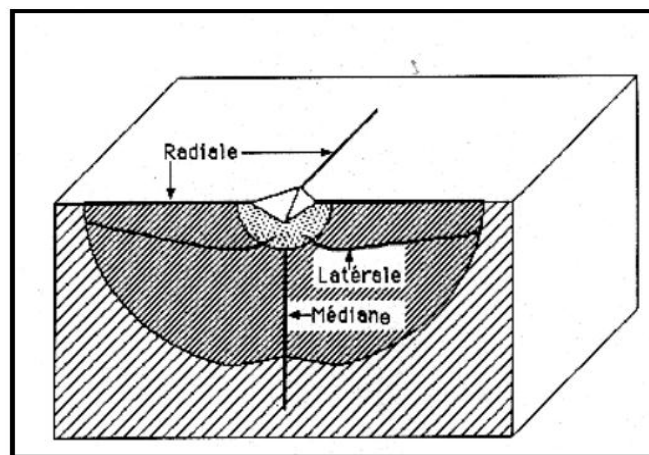


Figure I-3 : Les différents types des fissures[8]

I.7. Mécanique de la rupture :

Dans un matériau homogène soumis à une contrainte uni-axiale, l'effort se transmet d'un atome à l'autre en suivant des lignes de force qui sont parallèles (Fig.I.4). Dans un matériau qui possède une entaille, les lignes de force doivent contourner cette entaille, ce qui conduit à une concentration de ces lignes au voisinage de la pointe de l'entaille, donc une concentration de la contrainte dans cette région, appelée tête ou pointe de fissure.

La mécanique de la rupture étudie l'interaction entre la discontinuité géométrique (fissure) et le milieu continu avoisinant, ainsi que l'évolution de cette discontinuité. D'un point de vue mécanique, on peut distinguer schématiquement, dans un milieu fissuré, trois zones successives.

(Figure I.5)

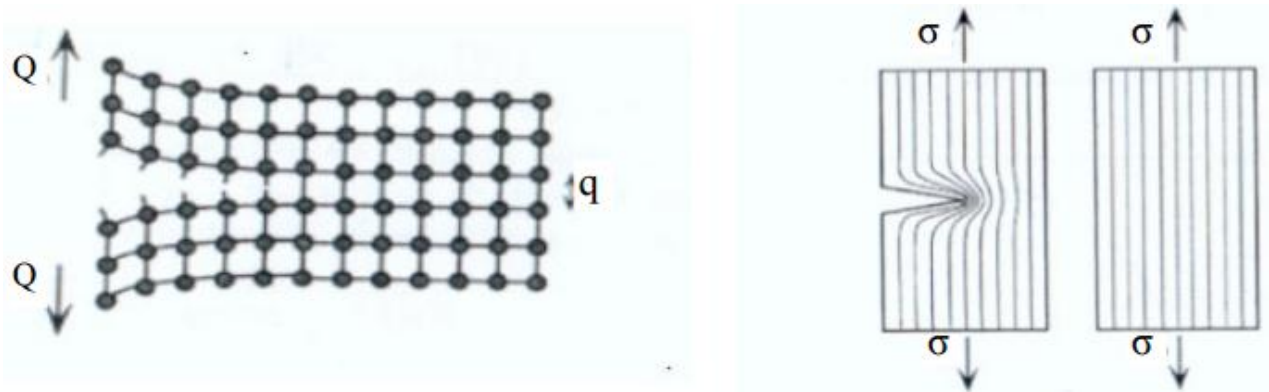


Figure I 4: (a) Propagation d'une fissure

(b) Lignes de force et concentration de contraintes[3]

I.8.Zone plastique au niveau de la pointe de la fissure

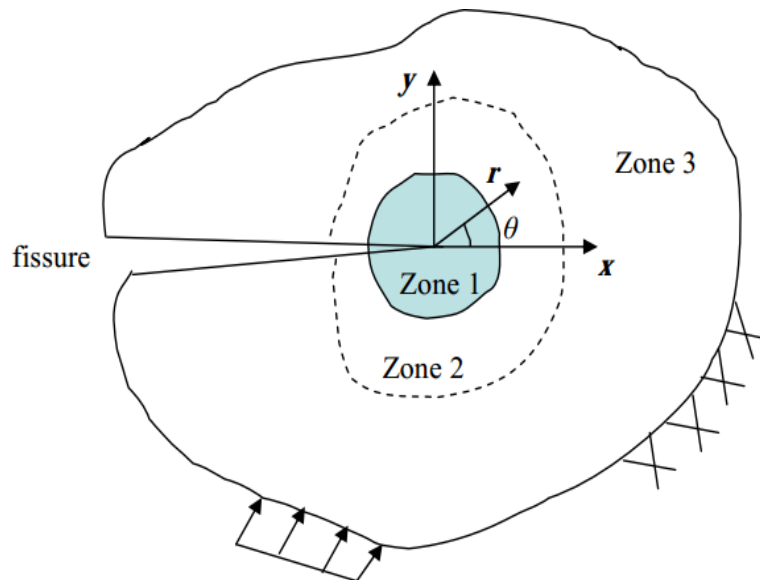


Figure I-5 : Zone délimitant le voisinage d'une pointe de fissure [3]

La zone d'élaboration 1: elle se trouve à la pointe de fissure et dans le sillage laissé par la fissure au cours de sa propagation. L'étude de cette zone est très complexe à cause des contraintes importantes qui ont fortement endommagé le matériau. Elle est discontinue au sens de la mécanique des solides. La théorie classique de la mécanique de la rupture réduit cette zone à un point pour les problèmes plans et à une courbe pour les problèmes tridimensionnels.

La zone singulière 2 : dans laquelle les champs de déplacements, déformations et contraintes sont continus et possèdent une formulation indépendante de la géométrie lointaine de la structure. On démontre que dans cette zone, les composantes de champ de contraintes sont infinies au voisinage du front de fissure ($r \rightarrow 0$).

Plus exactement, la singularité est en $(1/\sqrt{r})$ en milieu élastique linéaire. Le matériau ayant une limite élastique, il existe un rayon r_p autour de la pointe de fissure qui détermine la forme de la zone plastique. En fonction de la valeur de r_p , on dira que la rupture est fragile pour r_p petit et qu'elle est ductile pour r_p grand. Cette distinction sur la base du paramètre r_p est très importante car elle conditionne la validité de la théorie utilisée :

- La Mécanique Linéaire de la Rupture pour les ruptures fragiles.
- La Mécanique Non Linéaire de la Rupture dans le cas de zone plastique non négligeable (rupture ductile).

La zone 3 extérieure comprenant les champs lointains se raccordant d'une part, à la zone singulière, et d'autre part aux conditions aux limites en charges et en déplacements. Dans cette zone, les champs de déplacements, déformations et contraintes varient peu et peuvent être approximés par des polynômes communément utilisés dans la méthode des éléments finis.

Diverses méthodes d'analyse permettent d'étudier les champs de déplacements, déformations et contraintes au voisinage d'une fissure. On regroupe l'ensemble de ces méthodes sous deux types d'approches :

- ✓ Approches directes : qui sont fondées sur l'utilisation des fonctions d'Airy ; ces approches résolvent des problèmes plans et font appel à la recherche de fonctions analytiques. En particulier dans notre étude, nous avons utilisé l'expansion de Williams qui est basée sur ce type d'approches.
- ✓ Approches énergétiques qui sont basées sur l'analyse énergétique du milieu continu contenant une fissure. il s'agit d'un bilan énergétique global intégrant le taux de restitution d'énergie dû à un accroissement virtuel de la fissure.

I.9. Utilisation de la mécanique de la rupture en conception :

Le schéma figure I.6 a comparé l'approche classique pour le dimensionnement des structures basée sur la limite d'élasticité du matériau σ_E à l'approche utilisant le concept de ténacité K_C issu de la mécanique linéaire de la rupture (MLR). Dans le premier cas, on dimensionne les structures pour que les contraintes appliquées σ restent inférieures à la limite d'élasticité ($\sigma < \sigma_E$). On utilise en général un coefficient de sécurité pour prévenir tout risque de rupture fragile ($\sigma < \gamma \sigma_E$ avec $\gamma < 1$). Cette approche est à deux variables σ et σ_E ; elle fait abstraction de l'existence d'éventuels défauts sous forme de microfissures par exemple.

L'approche basée sur la mécanique linéaire de la rupture est à trois variables : la contrainte appliquée, la ténacité K_C qui remplace la limite d'élasticité et une variable additionnelle qui est la taille du défaut. Il y

a cependant deux approches alternatives de la mécanique de la rupture : l'une utilisant le concept d'intensité des contraintes critique (ténacité du matériau) et l'autre un critère d'énergie. Ces deux approches sont équivalentes dans certaines conditions. On va les présenter brièvement avant de préciser les hypothèses qui les sous-tendent et de rentrer dans les détails des calculs qu'elles mettent en œuvre.

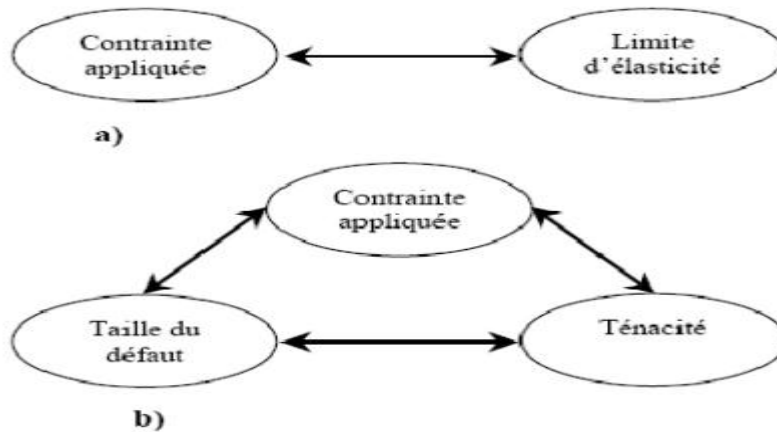


Figure I-6: Comparaison de l'approche classique (a) et de l'approche utilisant la MLR(b)[2]

I.9.1. Critères de rupture

Deux critères de rupture ont été proposés traitant le problème de la propagation brutale ou instable d'une fissure. Le premier est fondé sur l'équilibre thermodynamique d'un corps (critère énergétique) et le second sur l'étude du champ de contrainte au voisinage du front de fissure (critère mécanique).

I-9-2. Critère énergétique (Analyse de Griffith)

C'est à Griffith [9] que l'on doit en 1920 l'approche énergétique de la mécanique de la rupture. En se basant sur des considérations thermodynamiques, il a mis en évidence le fait que la rupture est un phénomène consommateur d'énergie, car pour augmenter la surface d'une fissure dans un matériau il faut fournir un certain travail. Soit une plaque infinie d'épaisseur unité et supposée parfaitement élastique contenant une microfissure de longueur $2a$ que l'on peut approximer à une ellipse soumise à des forces extérieures (contraintes de tension σ perpendiculaire à l'axe de la fissure (figure I-7).

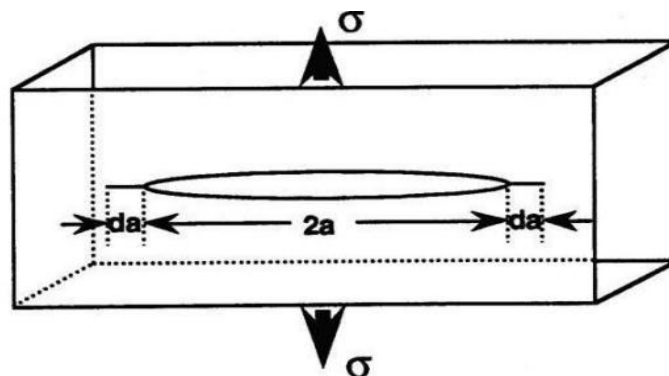


Figure I-7: Microfissure elliptique sollicitée en tension uni axiale, dans une plaque infinie[1]

L'énergie libre potentielle totale U_{total} du système s'écrit :

$$U_{total} = U_e + W \quad (I-1)$$

U_e : Energie élastique stockée dans le matériau.

W : Travail effectué par les forces extérieures.

Un accroissement da de la fissure (figure I-2), libère une énergie G_I telle que :

$$\frac{\partial}{\partial a}(W - U_e) = G_I \quad (I-2)$$

G_I représente l'énergie élastique libérée par unité de surface de progression de fissure en mode I, ou le taux de restitution de l'énergie du système appelée également force d'extension de la fissure.

Griffith a suggère que la fissure se propage lorsque G_I atteint une valeur critique G_{IC} caractéristique du matériau et a énoncé le critère énergétique gouvernant la rupture par la condition suivante :

$$G_I \geq G_{IC} \quad (I-3)$$

G_{IC} qui représente l'énergie de rupture du matériau est égale à l'énergie superficielle correspondant à la création de deux surfaces libres :

$$G_{IC} = 2\gamma_s \quad (I-4)$$

I.9.3. Critère de contraintes (Analyse d'Irwin) :

A l'approche globale de Griffith, Irwin a substitué une approche locale basée sur la détermination du champ de contraintes existant autour d'une fissure [10], en tenant compte de la zone plastique créée par accroissement virtuel de celle-ci. A partir d'une analyse théorique du : champ de contraintes au voisinage du front de fissure (figure I-8), Irwin a donné l'expression de ce champ en introduisant un nouveau paramètre qui est le coefficient d'intensité de contraintes noté K .

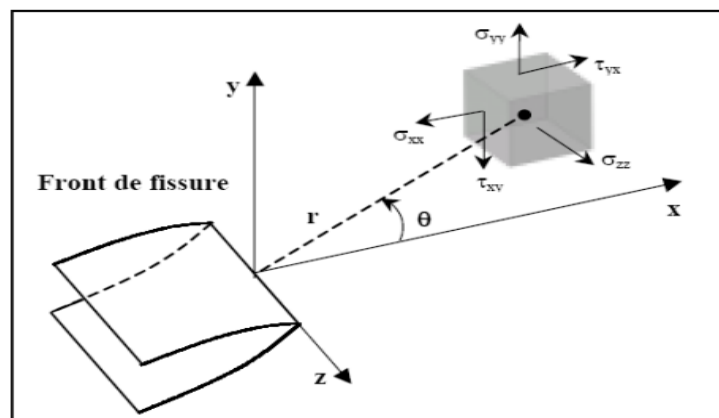


Figure I-8: Schématisation des contraintes appliquées à un élément volumique au voisinage du front de fissure[11]

En mode I, l'expression généralisée de ce facteur noté K_I s'écrit sous la forme :

$$K_I = Y \cdot \sigma \cdot \sqrt{a\pi} \quad (\text{I-5})$$

K_I dépend uniquement de la contrainte appliquée σ , de la taille de fissure a et de la géométrie de l'éprouvette Y . Les expressions du champ de contraintes et du déplacement au voisinage du fond de fissure s'expriment donc d'une manière générale d'après Irwin sous les formes

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad i, j = x, y \quad (\text{I-6})$$

$$U_i = K_I \sqrt{\frac{2r}{\pi}} g_i(\theta) \quad (\text{I-7})$$

Où r et θ étant les coordonnées polaires du point considéré (figure I-8) par rapport au front de fissure. Par conséquent, il conclut qu'en un point de coordonnées polaires r et θ , pour le problème plan d'une fissure soumise à une contrainte de traction (mode I, figure I-1, les mêmes raisonnements sont valables pour les autres modes), les premiers termes des contraintes au voisinage de la fissure sont données par les expressions suivantes :

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (\text{I-8})$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (\text{I-9})$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \quad (\text{I-10})$$

Les expressions des déplacements sont :

$$U_x = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(\chi - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (\text{I-11})$$

$$U_y = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(\chi + 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (\text{I-12})$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{Module de cisaillement du matériau}$$

Avec E module d'Young du matériau, ν coefficient de poisson du matériau.

Irwin suggère que la fissure devient instable et se propage lorsque K_I atteint la valeur critique K_{IC} paramètre appelé ténacité qui traduit son aptitude à s'opposer à la propagation brutale d'une fissure en mode I.

$$K_{IC} = Y \cdot \sigma_c \sqrt{a_c \pi} \quad (\text{I-13})$$

a_c : Taille critique de la fissure.

σ_c : contrainte critique à la rupture

Il énonça ainsi le critère de rupture par la relation :

$$K \geq K_{IC} \quad (\text{I-14})$$

I-9.4. Relation entre K_{IC} et G_{IC}

Les deux critères de rupture ne sont pas indépendants. Irwin à associé le coefficient d'intensité de contrainte critique K_{IC} à une énergie superficielle G_{IC} absorbée lors de la propagation d'une fissure par la relation :

$$G_{IC} = \frac{K_{IC}^2}{E} \quad \text{En état de contraintes planes} \quad (\text{I-15})$$

$$G_{IC} = \frac{K_{IC}^2 \cdot (1 - \nu^2)}{E} \quad \text{en état de déformations planes} \quad (\text{I-16})$$

I-10. Endommagement et Rupture :

1-10.1. Modes de Chargement :

On distingue plusieurs modes de chargement des structures :

- (i) chargement monotone,
- (ii) chargement cyclique,
- (iii) chargement constant.

Chaque mode de chargement correspond à un mode de ruine particulier.

Chargement monotone : Dans ce cas le chargement croit de fac, on continue. Le chargement peut consister en un déplacement imposé ou une charge imposée Dans le cas linéaire (élasticité) les deux cas sont similaires. Dans le cas d'un comportement plastique, il existe une charge limite que la structure ne peut pas dépasser. Dans le cas d'un chargement en force, il y a rupture brutale par instabilité plastique (figure 1). Il peut s'agir, par exemple, du cas d'un réservoir dont on augmente la pression.

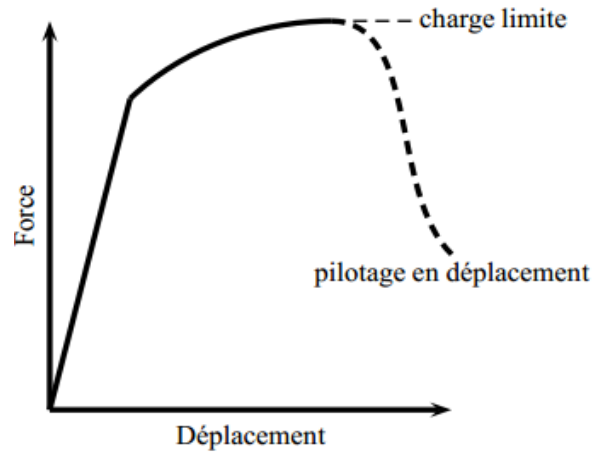


Figure I-9: Charge limite et mode de pilotage du chargement [12]

a) **Chargement cyclique** : La charge ou le déplacement varie de façon cyclique au cours du temps. La rupture est différée ; elle n'interviendra qu'au bout d'un nombre de cycles dépendant de la sévérité et du chargement (figure 2). On parle de *fatigue*. Des nombreuses structures sont sollicitées en fatigue : moteurs, pneus, ailes d'avions, hélices de bateau etc.

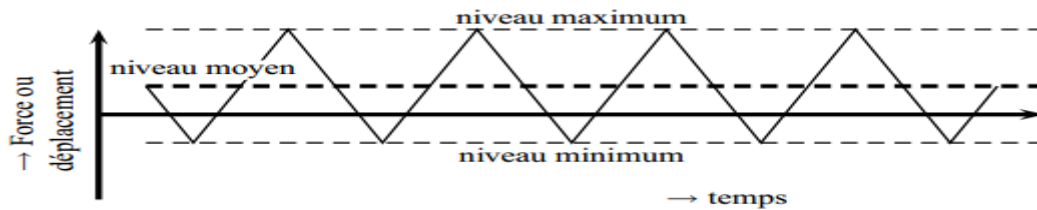


Figure I-10: Chargement cyclique [13]

b) **Chargement constant** : Dans ce cas une charge constante est appliquée sur une structure généralement à haute température (c'est à dire pour $T/T_f > 0.5$). Dans ce cas la structure flue. On se trouve également dans un cas de rupture différée.

c) **Chargements complexes** : Dans certains cas, le chargement peut être plus complexe que dans les cas précédents. Une structure à haute température peut voir son niveau de charge varier au cours du temps. On parle alors d'interaction fatigue-fluage. Une structure en fatigue dans laquelle se propage lentement une fissure peut subir une surcharge qui entraîne la rupture en charge limite.

1-10.2. Classes de matériaux VIS-A-VIS de la rupture :

Pour un essai sous chargement monotone d'une éprouvette de traction simple, on peut distinguer différents types de mode de rupture (figure 3) :

a) **Rupture élastique-fragile** Le comportement global est linéaire élastique et la rupture intervient de façon brutale (i.e. sans signes précurseurs). Les déformations à rupture sont généralement faibles (< 1%). Les matériaux ayant ce type de comportement sont les céramiques massives, les verres.

b) Rupture quasi-fragile Le comportement global est non linéaire. Des décharges partielles indiquent une forte perte de rigidité qui indique une micro-fissuration du matériau. Cette micro-fissuration est la cause essentielle de la non-linéarité globale. Les matériaux ayant ce type de comportement sont :

Les composites en particulier les composites céramique-céramique,

Les bétons On observe ce comportement en compression. En traction les bétons ont généralement une rupture élastique-fragile. Les nouveaux bétons renforcés ont également une rupture quasi-fragile en traction.

c) Rupture plastique- fragile Le matériau plastifie mais rompt brutalement pour des déformations relativement faibles. C'est le cas des métaux de type cubique centre ou hexagonal lorsque la température est suffisamment faible.

d) Rupture ductile Le matériau plastifie et rompt progressivement. Une fissure stable peut s'amorcer au sein de la matière. L'endommagement peut-être diffus et relativement important. Les métaux cubiques à faces centrées ont ce comportement. Les métaux de type cubique centre sont ductiles pour une température suffisamment élevée.

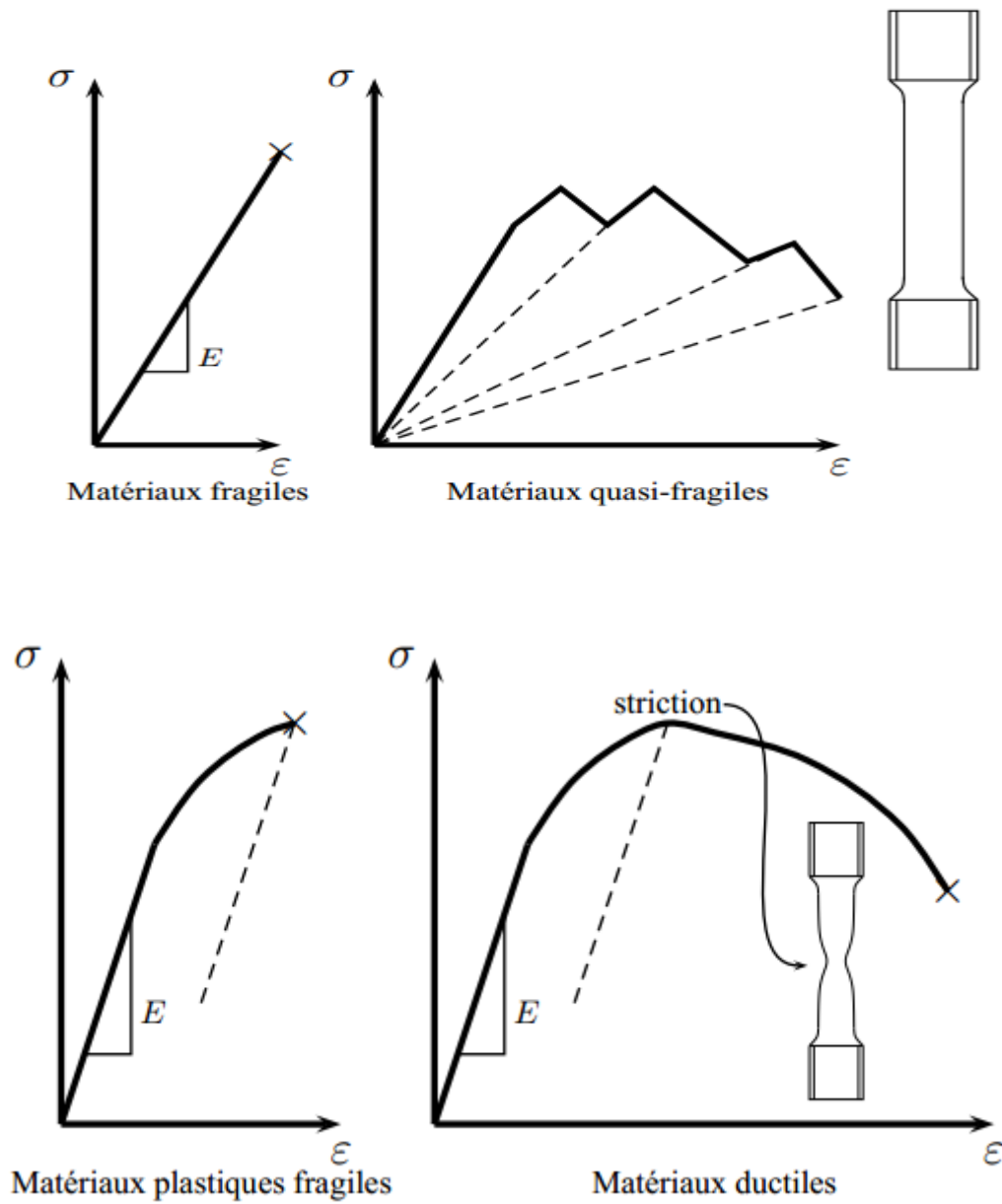


Figure I-11: Classes de matériaux vis-à-vis de la rupture en sollicitation monotone [12]

1-11. Conclusion :

Le comportement à la rupture d'une structure fissurée peut être décrit soit par l'approche globale basée sur un bilan énergétique soit par l'approche locale basée sur le champ de contraintes en pointe de fissure. Dans l'hypothèse du comportement élastique linéaire, les différentes expressions du taux de restitution d'énergie permettent, d'une part, d'avoir des relations avec le facteur d'intensités de contrainte et d'autre part, une caractérisation expérimentale simple. Si ces deux paramètres (K et G) sont essentiels pour la mécanique de la rupture, elles ne restent valables que pour un comportement élastique linéaire. Cependant, la prise en compte du comportement réel des structures est nécessaire pour définir d'autres paramètres de rupture tenant compte de l'effet de la plasticité.

II.1 Introduction

L'avenir est à l'outil numérique et à la réalité virtuelle; la simulation et l'analyse numérique se sont développées ces dernières années dans la recherche industrielle privée ou publique (constructeurs automobile, aéronautique, spatial...) améliorant ainsi la productivité des industriels et la vie de tous les consommateurs.

La solution d'analyse par éléments finis optimise le prototypage virtuel et la simulation numérique pour l'entreprise en utilisant les hypothèses de la mécanique de la rupture en élasticité et de la dynamique. Ainsi elle simule et améliore les performances des composants, des matériaux et des produits sujets à de fortes exigences opérationnelles (sécurité, endommagement...).

II.2 Méthode des éléments finis

L'utilisation de la méthode des éléments finis sur un domaine donné pour déterminer une fonction inconnue (contrainte, déplacement ...) nécessite la description du domaine considéré en un nombre fini de sous domaines appelés éléments finis, et le système continu sera remplacé par un système discrétisé équivalent. Elle fait appel aussi à des connaissances en mécanique des milieux continus et les lois de comportement en analyse numérique, et en informatique. Les éléments utilisés pour la discrétisation, peuvent être unidimensionnels (de forme linéaire), bidimensionnels (rectangulaire ou quadrilatérale), tridimensionnels (de forme tétraédrique ou hexagonale). Ces éléments sont liés les uns aux autres en un nombre fini de points appelés nœuds.

II.3 Éléments à une dimension

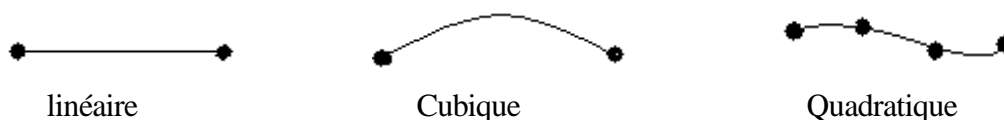


Figure II-1 : Éléments unidimensionnels.

II.4 Éléments à deux dimensions

a- Éléments triangulaires

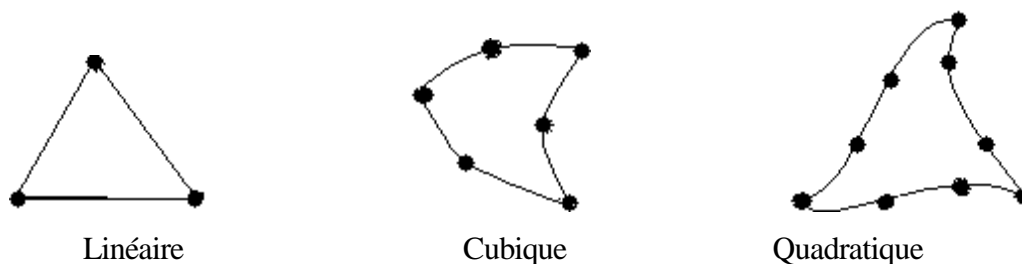


Figure II -2 : Éléments triangulaires

b- Eléments quadrilatéraux

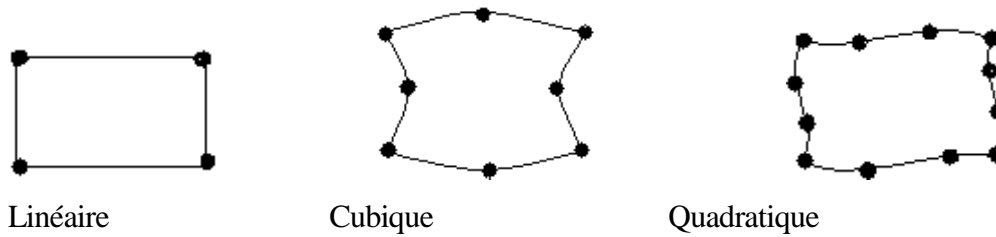


Figure II-3 : Eléments quadrilatéraux.

II. 5 Eléments de références

Un élément de référence est un élément de forme simple, repéré dans un espace de référence, qui peut être transformé en chaque élément réel. Les éléments uni, bi ou tridimensionnels seront transformés de coordonnées cartésiennes en élément curviligne c'est-à-dire que les relations de transformation peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = f \begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{Bmatrix} \quad (\text{II-1})$$

II. 5.1 Eléments rectangulaires

a- Eléments quadratiques à 4 nœuds

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + \xi \xi_i)(1 + \eta \eta_i) \quad (\text{II-2})$$

Les valeurs de ξ et η sont données dans le tableau II-(1) pour chaque nœud.

Tableau II-1 : Valeur de ξ η pour un élément quadratique iso paramétrique à 4 nœuds.

| Numéro du nœud | ξ | η |
|----------------|-------|--------|
| 1 | -1 | -1 |
| 2 | 1 | -1 |
| 3 | 1 | 1 |
| 4 | -1 | 1 |

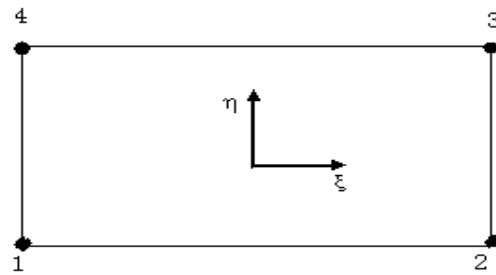


Figure II-4 : Elément rectangulaire linéaire

b- Eléments quadratiques à 8 nœuds

Pour les nœuds au sommet :

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + \xi \xi_i)(1 + \eta \eta_i)(\xi \xi_i + \eta \eta_i - 1); i = 1,3,5,7. \quad (II-3)$$

Nœuds au milieu :

$$N_i = \frac{\xi_i^2}{2} (1 + \xi \xi_i)(1 - \eta \eta_i) + \frac{\eta_i^2}{2} (1 + \eta \eta_i)(1 - \xi \xi_i); i = 2,4,6,8. \quad (II-4)$$

Les valeurs de ξ et η pour l'élément à 8 nœuds sont données par le tableau II-2 pour un chaque nœud.

Tableau II-2 : Valeur de ξ et η pour l'élément à 8 nœuds.

| Numéro du nœud | ξ | η |
|----------------|-------|--------|
| 1 | -1 | -1 |
| 2 | 0 | -1 |
| 3 | 1 | -1 |
| 4 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | 1 |
| 6 | 0 | 1 |
| 7 | -1 | 1 |
| 8 | -1 | 0 |

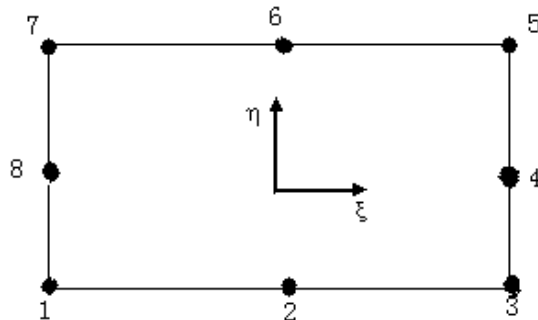


Figure II-5 : Elément rectangulaire quadratique.

II.5.2 Eléments triangulaires

a- Eléments triangulaires à 3 nœuds

Pour cet élément les fonctions de formes ainsi que les valeurs de ξ et η sont données par le **tableau**

Tableau II-3 : Fonction de formes et valeurs de ξ et η pour l'élément triangulaire à 3 nœuds

| Numéro du nœud | N | ξ | η |
|----------------|------------------|-------|--------|
| 1 | $1 - \xi - \eta$ | -1 | -1 |
| 2 | ξ | 1 | 0 |
| 3 | η | 0 | 1 |

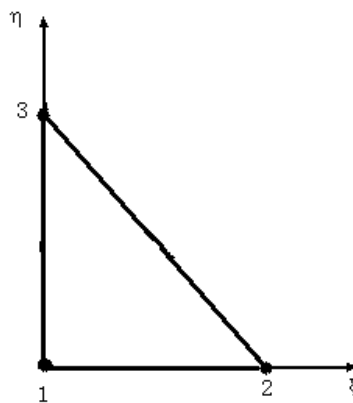


Figure II-6 : Élément triangulaire linéaire

b- Élément triangulaire à 6 nœuds

Pour cet élément les fonctions de formes ainsi que les valeurs de ξ et η sont données par le **tableau II. (4)** avec : $\lambda = 1 - \xi - \eta$

Tableau II-4 : Formation de formes et valeurs de ξ et η pour l'élément triangulaire à 6 nœuds .

| Numéro du nœud | N | ξ | η |
|----------------|-------------------------|---------------|---------------|
| 1 | $-\lambda (1-2\lambda)$ | 0 | 0 |
| 2 | $4\xi\lambda$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| 3 | $-\xi(1-2\zeta)$ | 1 | 0 |
| 4 | $4\xi\eta$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| 5 | $-\eta(1-2\eta)$ | 0 | 1 |
| 6 | $4\eta\lambda$ | 0 | $\frac{1}{2}$ |

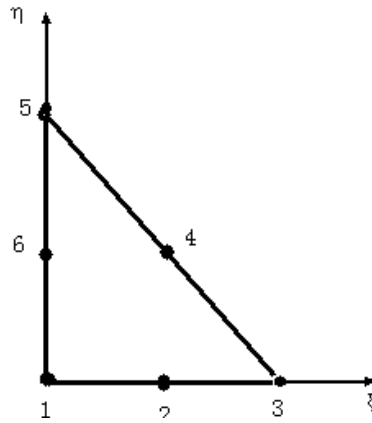


Figure II-7 : Elément triangulaire quadratique .

II.6 Méthode des éléments finis en élasticité linéaire

L’objectif de la méthode des éléments finis est d’obtenir la relation liant les déplacements {u} aux forces nodales {F}, tel que :

$$\{F\} = [K] \cdot \{u\} \tag{II-5}$$

[K] est la matrice de rigidité.

La première étape dans l’analyse est de choisir une fonction de déplacement [f(x, y, z)] qui définit l’état de déplacement de tous les points de l’élément. Cette fonction est sous forme de polynôme facile à dériver ou à intégrer. La relation de la fonction de déplacement s’écrit comme suit :

$$\{u(x, y, z)\} = [f(x, y, z)] \cdot \{\alpha\} \tag{II-6}$$

avec :

- f(x,y,z) : est la fonction de déplacement ;
- U(x, y, z) : Vecteur de déplacement nodale ;
- {α} : vecteur de coefficients inconnus.

Ayant choisi le polynôme de déplacement, l’étape suivante consiste à relier l’état de déplacement à ses déplacements nodaux après avoir trouvé le vecteur de coefficient {α} d’après la relation :

$$\{\alpha\} = [A^{-1}] \cdot \{u^e\} \tag{II-7}$$

Avec :

- {u^e} : Déplacement élémentaire.
- [A] : Matrice de coordonnées nodales.

En remplaçant l’équation (II-7) dans l’équation (II-6), on aura :

$$\{u(x, y, z)\} = [f(x, y, z)] \cdot [A^{-1}] \cdot \{u^e\} \tag{II-8}$$

Le produit [f(x, y, z)]. [A⁻¹] nous donne les fonctions de forme [N], qui sont données par les coordonnées locales N=N(ξ, η, ζ)

L'équation (II-8) s'écrit :

$$u = \sum_{i=1}^n N_i \cdot u_i \quad \text{et} \quad \delta u = \sum_{i=1}^n N_i \cdot \delta u_i \quad (\text{II-9})$$

Où la transformation est définie en fonction des coordonnées des nœuds selon :

$$x = \sum N_i x_i \quad ; \quad y = \sum N_i y_i \quad ; \quad z = \sum N_i z_i \quad (\text{II-10})$$

Avec : $\sum N_i = 1$

Où :

n : est le nombre de nœuds par éléments ;

u_i : est le vecteur des déplacements nodaux pour un élément particulier ;

N_i : fonction de forme.

Les déformations sont reliées aux déplacements par :

$$\{\varepsilon\} = [B] \cdot \{\alpha\} \quad (\text{II-11})$$

$$\{\varepsilon\} = [B] \cdot [A^{-1}] \{u^e\} \quad (\text{II-12})$$

Avec :

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix}$$

Les composantes des contraintes dans l'élément sont reliées à celles des déformations par la relation :

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{\varepsilon\} \quad (\text{II-13})$$

Où :

$\{\sigma\}$: vecteur de composantes de contraintes ; $[D]$: la matrice d'élasticité

En remplaçant l'expression (II-12) dans (II-13) on obtient :

$$\{\sigma\} = [D] \cdot [A^{-1}] \{u^e\} \quad (\text{II-14})$$

En contraintes planes :

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

L'équilibre d'une structure soumise a un chargement extérieur, est assuré si le travail interne dû à la variation de l'énergie de déformation est égal au travail externe dû à un déplacement virtuel.

Soit :

$$W_{\text{int}} = W_{\text{ext}} \quad (\text{II-15})$$

Avec : $W_{\text{int}} = \int \{d\varepsilon\}^T \{\sigma\} dv$ et $W_{\text{ext}} = \{du\}^T \{F\}$

On aura finalement :

$$\{F\} = [A^{-1}]^T \int_V [B]^T [D][B][A^{-1}] \{u\} dv \quad (\text{II-16})$$

Ainsi la matrice de rigidité [K] s'écrit :

$$[K] = \int_V [B]^T [D][B] dv \quad (\text{II-17})$$

En fonction de ξ et η la matrice de rigidité s'exprime par :

$$[K] = h \int_V [B]^T [D][B] \det J d\xi d\eta \quad (\text{II-18})$$

Où : h est l'épaisseur de l'élément de volume dv ; [J] est la matrice jacobienne défini par :

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \quad (\text{II-19})$$

II.7 formulation des éléments finis en élastoplasticité

L'objectif de la théorie mathématique de la plasticité est de définir une relation analytique entre les contraintes et les déformations pour un matériau a comportement élastoplastique Caractérise par des déformations permanentes irréversibles.

Les premières études expérimentales concernant le phénomène de plasticité ont été menées par Tresca. C'est vers 1970 que Saint Venant et Levy publient la théorie mathématique de la plasticité. A

partir de ce moment intervient des noms très connus dans le domaine de la plasticité comme : Prandtl, Von Mises, Hencky, etc....

II.8 Principaux critères utilisés

II.8.1 Critère de Tresca

Historiquement, il semble que ce soit le premier critère de plasticité qui a été proposé au siècle dernier, en mécanique des sols.

Tresca a postulé que le critère de plasticité fait intervenir la scission maximum τ_{\max} et s'écrit donc :

$$f = 2(\tau_{\max} - \tau_0) \quad (\text{II-20})$$

Où : τ_0 est la scission limite, caractéristique du matériau considéré.

Nous n'admettons ici que l'équation (II-20) est équivalente à [..]

$$f = \max_{i,j_0} (\sigma_I - \sigma_{II}) - \sigma_0 \quad (\text{II-21})$$

Ou bien :

$$f = \left\{ \begin{array}{l} |\sigma_I - \sigma_{II}| - \sigma_0 \\ \text{ou} \\ |\sigma_I - \sigma_{III}| - \sigma_0 \\ \text{ou} \\ |\sigma_{III} - \sigma_I| - \sigma_0 \end{array} \right\} \quad (\text{II-22})$$

Pour un état de traction uniaxiale où

$$\sigma_I \neq 0, \sigma_{II} = \sigma_{III} = 0, \text{ on a : } f = \sigma_I - \sigma_0$$

On constate que la contrainte d'écoulement est σ_0 . Le critère de Tresca signifie que la plastification se produit quand le cisaillement maximum atteint une valeur critique $S = \frac{\sigma_0}{2}$. Ce critère peut donc se mettre sous la forme :

$$f = \max_{i,j} (\sigma_i - \sigma_j) - 2S \quad (\text{II-23})$$

Dans l'espace des contraintes principales, la surface d'écoulement du critère de Tresca est un hexagone régulier défini dans le plan perpendiculaire à l'axe $\frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,1)$, et de coté $\frac{2}{\sqrt{3}} = \sigma_0$

La représentation graphique de ce critère est donnée sur la figure (II-8).

Figure II.8 : Représentation géométrique du critère de Tresca dans l'espace des contraintes principales

II.8.2 Critère de Van Mises

C'est le critère le plus utilisé, il est applicable à des corps plastiques isotropes tels que les alliages métalliques il est courant d'utiliser ce critère.

Il semble que Van Mises ait eu le projet de construire un critère de plasticité en partant du critère de Tresca et en recherchant une forme analytique plus manipulable. il eut l'idée de construire le cylindre de révolution circonscrit au cylindre à base hexagonale de Tresca. Le seuil de plasticité ici est lié à l'énergie du cisaillement élastique

L'équation de Von Mises est l'équation d'un cylindre à base circulaire axé sur le trisectrice du Repère $(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})$ et de rayon $R = \sigma_0$:

$$f = (\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 - 2\sigma_0^2 \quad (\text{II-24})$$

Dont la représentation graphique est donnée sur la figure (II-9):

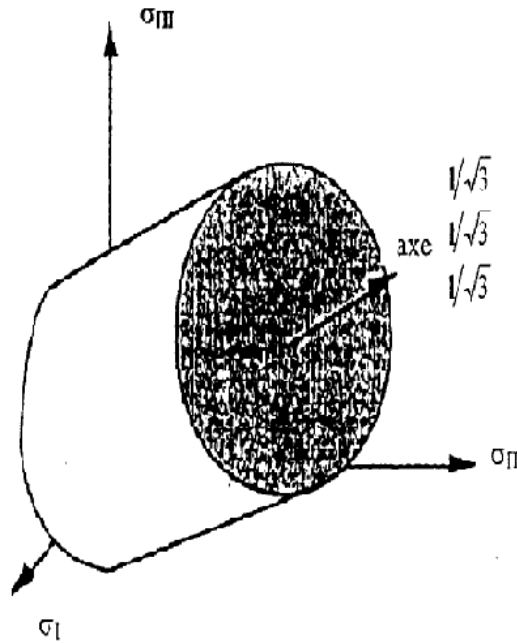


Figure II.9 : Représentation géométrique du critère de Von Mises dans l'espace des contraintes principales

II.9 Représentation matricielle

Dans un régime élasto-plastique, le tenseur de déformation et le tenseur de l'incrément de déformation peuvent être décomposés en composantes de déformations élastiques et plastiques, soit:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p \tag{II-25}$$

Et :

$$d\varepsilon_{ij} = (d\varepsilon_{ij})^e + (d\varepsilon_{ij})^p \tag{II-26}$$

Sachant que :

$$(d\varepsilon_{ij})^e = \frac{1+\nu}{E} d\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} d\sigma_{kk} \delta_{ij} \tag{II-27}$$

En substituant l'équation (II-26) à l'équation (II-27), on obtient :

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} d\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} d\sigma_{kk} \delta_{ij} + (d\varepsilon_{ij})^p \tag{II-28}$$

Afin de déterminer les déformations totales à partir de l'équation il restera à déterminer les composantes de la déformation plastique.

La modélisation du comportement élasto-plastique nécessite l'introduction d'une fonction d'écoulement définie par une équation de la forme :

$$f(\sigma, k) = f(\sigma) - f(k) = 0 \quad (\text{II-29})$$

Où: σ est le vecteur des contraintes,

k est le paramètre d'écrouissage gouvernant la fonction d'écoulement.

En différenciant l'équation (II-29), on aura :

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial f}{\partial k} dk = 0 \quad (\text{II-30})$$

Ou bien :

$$df = a^t d\sigma - Ad\lambda = 0 \quad (\text{II-31})$$

D'où :

$$a^t d\sigma = Ad\lambda \quad (\text{II-32})$$

Avec :

$$a^T = \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma_x}, \frac{\partial f}{\partial \sigma_y}, \frac{\partial f}{\partial \sigma_z}, \frac{\partial f}{\partial \tau_{xy}}, \frac{\partial f}{\partial \tau_{yz}}, \frac{\partial f}{\partial \tau_{xz}} \right] \quad (\text{II-33})$$

Et :

$$A = -\frac{1}{d\lambda} \frac{\partial f}{\partial k} dk \quad (\text{II-34})$$

De l'équation (II-32) on peut écrire

$$d\varepsilon = [D]^{-1} d\sigma + d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (\text{II-35})$$

Où : D est la matrice usuelle des constants élastiques.

Multiplions l'équation (II-35) par a^T . D , ainsi on aura :

$$a^t . D . d\varepsilon = a^T d\sigma + a^t . D . d\lambda . a \quad (\text{II-36})$$

En substituant l'équation (II-32) dans (II-36), on obtient :

$$d\lambda = \frac{a^T \cdot D \cdot a}{A + a^T \cdot D \cdot a} \cdot d\varepsilon \quad (\text{II-37})$$

Si on pose : $a^t \cdot D \cdot a = dD^t$ tel que $dD = D \cdot a$

L'expression (II-37) devient :

$$d\lambda = \frac{dD^T}{A + dD^T \cdot a} \cdot d\varepsilon \quad (\text{II-38})$$

Si l'équation (II-38) est substituée dans (II-35) on aura:

$$d\varepsilon = [D]^{-1} \cdot d\sigma + \frac{a \cdot dD^T}{A + dD^T \cdot a} \cdot d\varepsilon \quad (\text{II-39})$$

En élasto-plasticité la relation contrainte déformations est de la forme

$$d\sigma = D_T \cdot d\varepsilon \quad (\text{II-40})$$

Où :

D_T est la matrice élastique tangente.

De l'équation (II-39), on a

$$[D]^{-1} \cdot d\sigma = \left[1 - \frac{a \cdot dD^T}{A + dD^T \cdot a} \right] d\varepsilon \quad (\text{II-41})$$

Ou bien:

$$d\sigma = \left[D - \frac{dD \cdot dD^T}{A + dD^T \cdot a} \right] d\varepsilon \quad (\text{II-42})$$

Par conséquent D_T est identifié par:

$$D_T = D - \frac{dD \cdot dD^T}{A + dD^T \cdot a} \quad (\text{II-43})$$

Dans le cas d'un matériau a comportement élastoplastique, les composantes des contraintes et des déformations sont linéaires reliées par l'expression :

$$\{\sigma\} = [D]_T \cdot \{\varepsilon\} \quad (\text{II-44})$$

La matrice de rigidité $[K]_T$ tangente est déterminée par :

$$[K]^e = \int_V [B]^T [D]_T [B] dv \quad (\text{II-45})$$

II-10. Conclusion

Le calcul d'une structure par la méthode des éléments finis exige, pour être efficace, d'accorder le plus grand soin à la phase de modélisation. La précision des résultats dépend de la qualité du modèle, mais également du maillage réalisé.

Aussi, il est recommandé d'effectuer une étude de convergence à partir de la comparaison des résultats issus de maillages plus ou moins affinés.

Enfin, la validation des résultats passe par une analyse des déplacements et des contraintes attestant que les hypothèses de départ (petitesse des déplacements et linéarité de comportement du matériau) ne sont pas mises en défaut.

III.1 Introduction :

Le but de notre recherche est de faire une analyse par la méthode des éléments finis l'effet des propagations de deux fissures émanant d'une cavité circulaire sur la taille et la forme de la zone plastique en fond d'entaille dans le cas d'une plasticité confinée.

L'orientation de la fissure joue un rôle primordiale pour sa propagation, cela est l'objet de notre étude et voir tous les cas possibles des fissures dans différentes orientations (de -60° jusqu'à 60°), en négligeant la fissure verticale (à 90°) car son effet est négligeable et tend vers zéro, car sa direction est parallèle au chargement imposé sur notre plaque.

III.2 Présentation du logiciel de calcul

Abaqus 6.14 emploie une technologie de résolution idéale pour les événements dynamiques lents et statiques, qui exigent des solutions de traitement des contraintes d'une extrême précision. Abaqus est pris en charge dans l'environnement de modélisation pour tous les besoins communs.

Le logiciel Abaqus permet de modéliser les structures par différents types d'éléments bidimensionnels, triangulaires à trois et six nœuds, et quadratiques à quatre nœuds et quadratique à huit nœuds.

Nous trouvons une variété de types de chargements notamment des charges concentrées, des charges uniformément et linéairement réparties ; des chargements dynamiques et des chargements thermiques.

Les résultats pris à tout point d'une exécution peuvent être utilisés comme conditions de départ pour la suite de l'analyse. La flexibilité offerte par cette intégration permet d'appliquer aux parties de l'analyse adaptées à une technique de résolution implicite, comme les analyses de transport statique, dynamique lente ou stationnaire.

III.3 Présentation du model

Notre étude se fait sur une plaque mince d'alliage

D'aluminium 2024 T3, soumise à un effort de traction (figure III.1).

Les propriétés mécaniques de cet alliage sont :

le module de Young $E = 73000$ MPa

la contrainte élastique $\sigma_e = 350$ MPa

Un chargement de traction d'amplitude $\sigma_0 = 50$ MPa.

le coefficient de Poisson $\nu = 0,3$

On a traité le cas d'une plaque qui présente deux fissures

Emanant d'une cavité circulaire de hauteur $H = 50$ mm,

de largeur $W = 50$ mm soit ($H/W = 1$) et

D'épaisseur $e = 2$ mm

Rayon de la cavité circulaire $R = 2$ mm;

Longueur de fissure $a = 1$ mm.

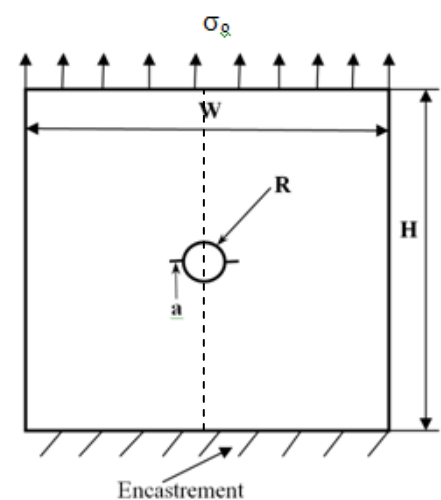


Figure III.1: Représentation schématique d'une plaque sollicitée en traction.

Tableau III.1 : les différentes propriétés de l'alliage d'aluminium 2024T3.

| Alliage d'aluminium 2024T3 | | | | | | | |
|---|------------------------------------|---|----------------|------------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|----------------------------|
| Signification de l'alliage 2024T3 | | | | | | | |
| Indique la série Alliage Al-Cu | | | | Indique l'état métallurgique | | | |
| ↓ | | ↓ | | | | | |
| 2 | | 0 | | 24 | | T3 | |
| | | ↑ | | | | → Les traitements thermiques | |
| | | Etat du matériau Primaire | | → leurs propriétés | | | |
| Propriétés de l'alliage d'aluminium 2024T3 | | | | | | | |
| alliage | Masse Volumique Kg/dm ³ | Intervalle de fusion Approximatif en C° | Rm Min-max MPa | Module de Young MPa | Résistant Au cisaillement MPa | Capacité thermique massive J/Kg°C | Résistivité (à 20°C) μΩ cm |
| 2024 | 2.77 | 500 - 638 | 340-475 | 73000 | 290 | 920 | 5,7 |

Remarque :

Nous avons un modèle d'une plaque avec deux fissures émanant d'une cavité circulaire, puisque ce modèle présente une certaine symétrie par rapport à l'axe vertical qui divise la cavité circulaire en deux demis cercles égaux, et vu le gain de nombre des éléments et des nœuds pour les deux parties de la plaque, aussi, pour pouvoir faire une simulation rapide, on a fait l'étude sur la moitié de la plaque avec un encastrement sur sa partie inférieure, avec un chargement en traction sur la partie supérieure, aussi, la partie gauche de la plaque puisque c'est une ligne médiane de la plaque a seulement un degré de liberté selon la direction du chargement.

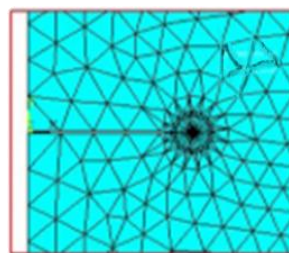


Figure III.2: Représentation du maillage adapté à notre model

Maillage triangulaire quadratique à 10 nœuds

Nombre des éléments : 52449

Nombre des Nœuds : 52963

.

III.4 Orientations de la fissure.

III.4.1 Orientation à 0°.

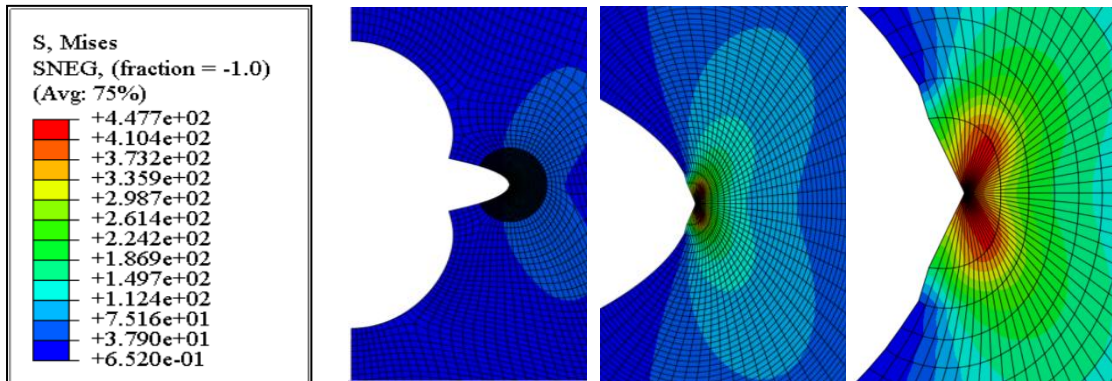


Figure III.3: Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Van Mises [MPa]

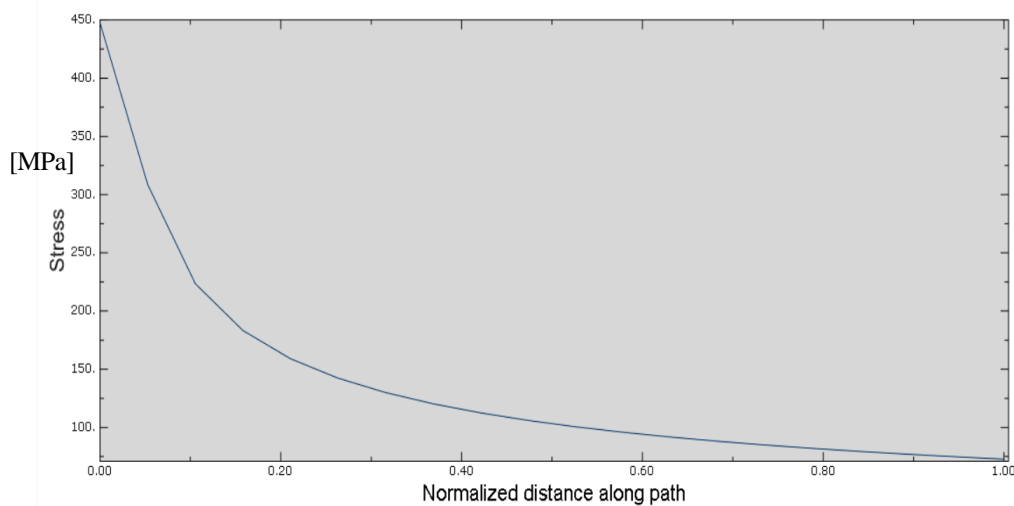


Figure III.4: Variation des contraintes de Van Mises en fonction de la distance normalisée.

L'effort de traction permet d'ouvrir les lèvres des deux fissures provoquant des zones plastiques confinées en tête de fissure entraînant des contraintes de Van Mises assez importantes, cela est dû la longueur de la fissure, ces deux zones connaissent un élargissement en hauteur, et puisque nous travaillons dans le domaine élastique, ces zone confinées ne causent aucun endommagement si on relâche l'effort de traction, car ces fissures reviennent à leurs état initiales et peuvent être fermées.

III.4.2 Orientation à 15°.

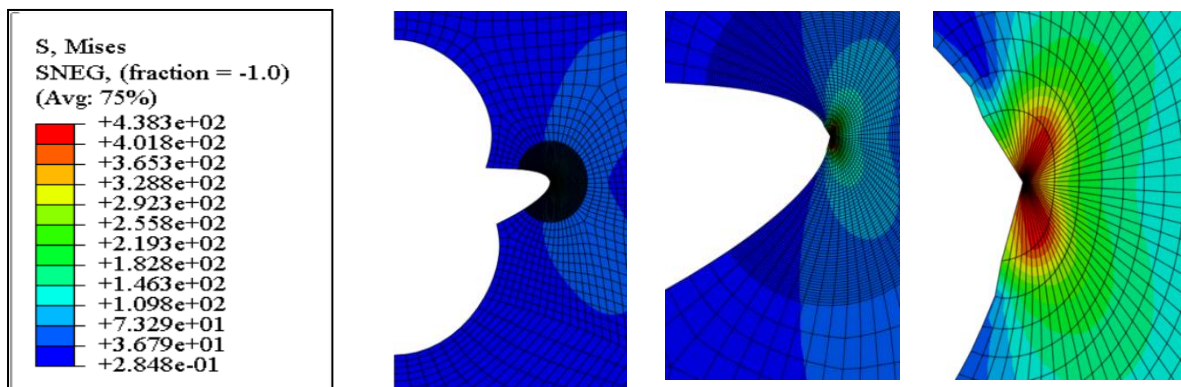


Figure III.5 : Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Van Mises [MPa]

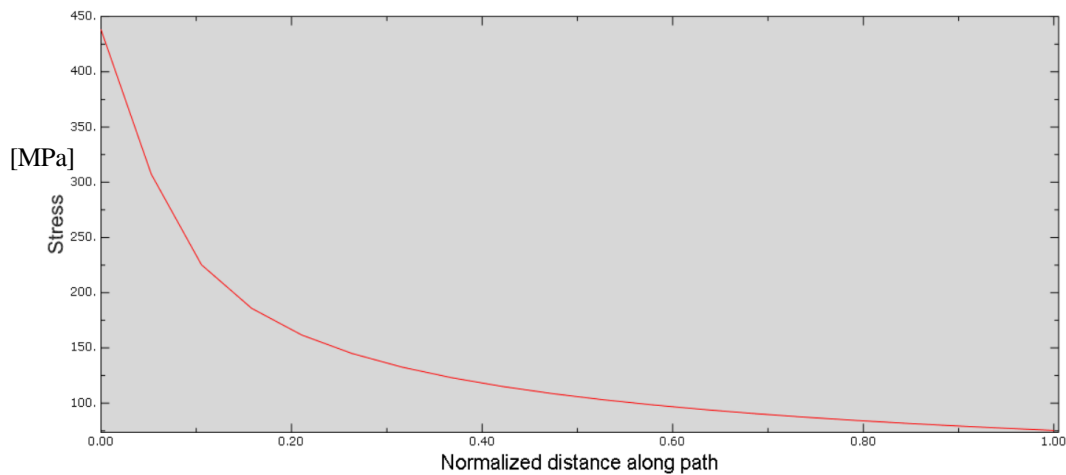


Figure III.6: Variation des contraintes de Van Mises en fonction de la distance normalisée.

La figure III.5 représente le répartition des contraintes de Van Mises pour une fissure émanant de l'entaille orientée à 15°, ces contraintes sont très importantes en tête de fissure qui atteignent environ 438.3 MPa comme contrainte maximale, et commencent à décroître en s'éloignant de la tête de la fissure et en s'éloignant de la zone plastique confinée et la contrainte maximale dans ce cas est légèrement inférieure au cas précédant pour une fissure horizontale.

Pour la figure III.6, qui représente la variation de la contrainte de Von mises pour chaque nœud et pour les différentes zones qui constitue la zone plastique confinée en fonction de la distance normalisée qui connaît un maximum en tête de fissure puis commence à décroître en s'éloignant de cette dernière jusqu'au dernier nœud qui n'est sollicité par aucune contrainte.

III.4.3 Orientation à 30°.

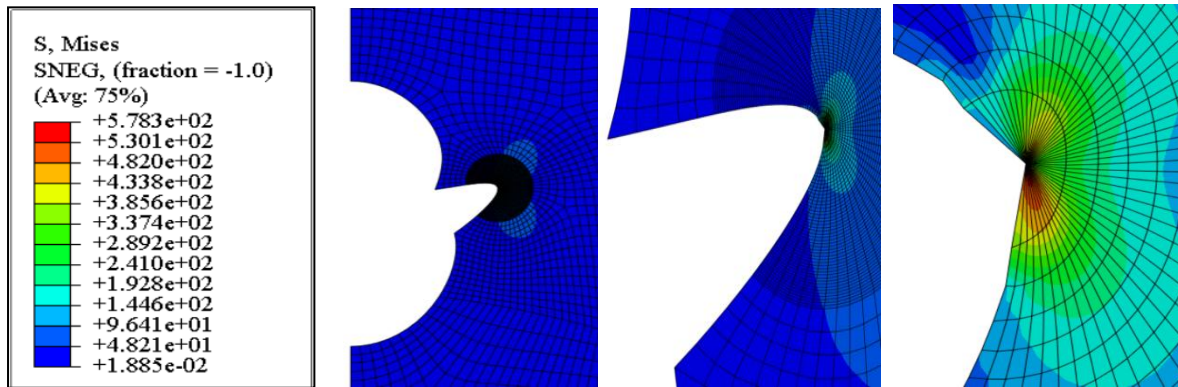


Figure III.7 : Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Van Mises [MPa]

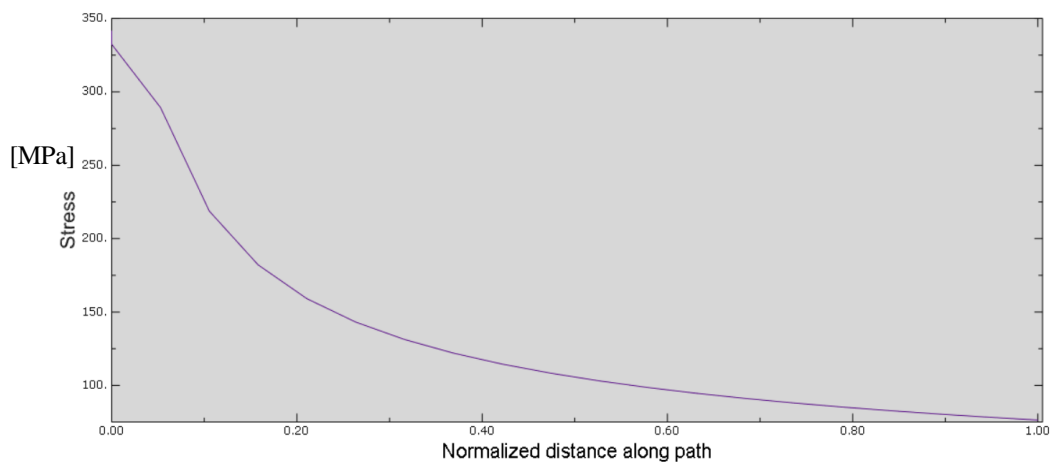


Figure III.8: Variation des contraintes de Van Mises en fonction de la distance normalisée.

Pour une orientation de la fissure à 30° de l'horizontale, on constate que la répartition des contraintes de Von mises présente une concentration de contrainte dans sa partie inférieure du papillon, et peuvent atteindre environ 578MPa, donc cette fissure dans cette orientation crée un champ de contraintes le plus élevé dans toute les orientations et peut causer l'amorçage de cette fissure.

Concernant la variation de la contrainte en fonction de la distance normalisée le long de la direction de la fissure présente une valeur maximale en tête de fissure puis elle décroît progressivement de nœud en nœud pour les différentes zones de la zone de plasticité confinée.

III.4.4 Orientation à 45°.

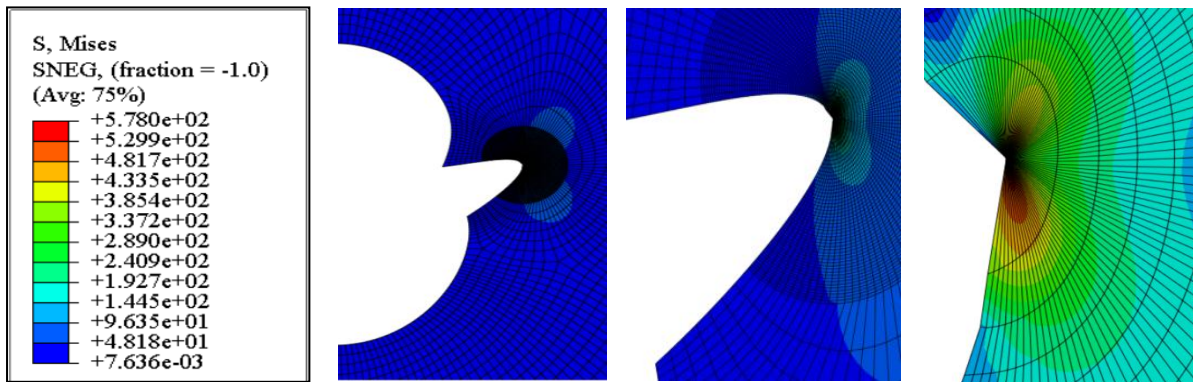


Figure III.9 : Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Van Mises [MPa]

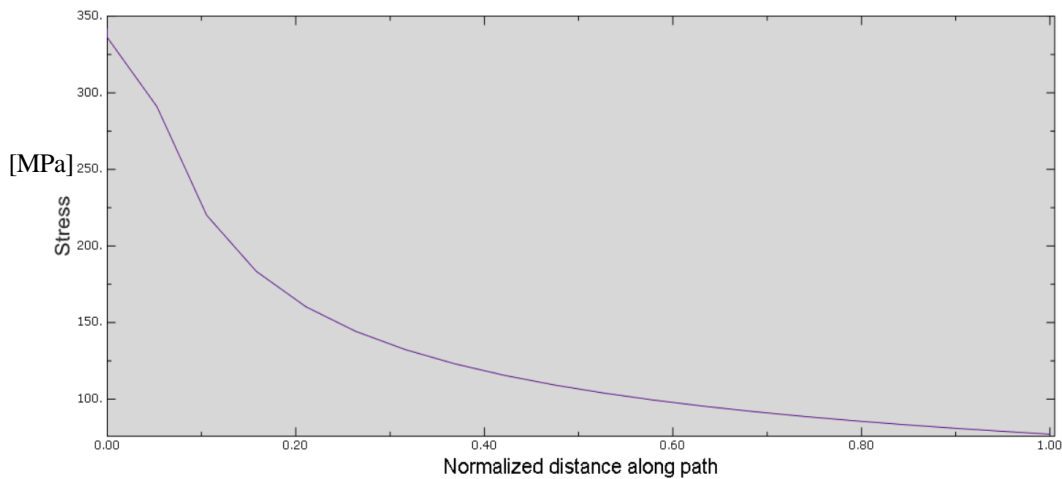


Figure III.10: Variation des contraintes de Van Mises en fonction de la distance normalisée.

Pour une fissure inclinée à 45°, il y'a une création d'un champs de contraintes très élevé surtout dans sa partie inférieure de la zone plastique confinée, c'est-à-dire qu'on remarque que la zone rouge qui représente les contraintes les plus élevés qui atteignent les 578MPa, ce sont les contraintes maximales qui sollicitent cette fissure dans cette orientation et vue le chargement en traction qui est proche de cette dernière qui influe directement et risque l'amorçage de cette fissure.

Pour la figure III.10 qui représente la variation de la contrainte équivalence de Van Mises en fonction de la distance normalisée, on remarque bien que cette contrainte est maximale au niveau de la tête de fissure qui connaît un champ de contrainte élevé puis elle décroît en s'éloignant de la tête de fissure dans la zone confinée à champs de contraintes moins faibles

III.4.5 Orientation à 60°.

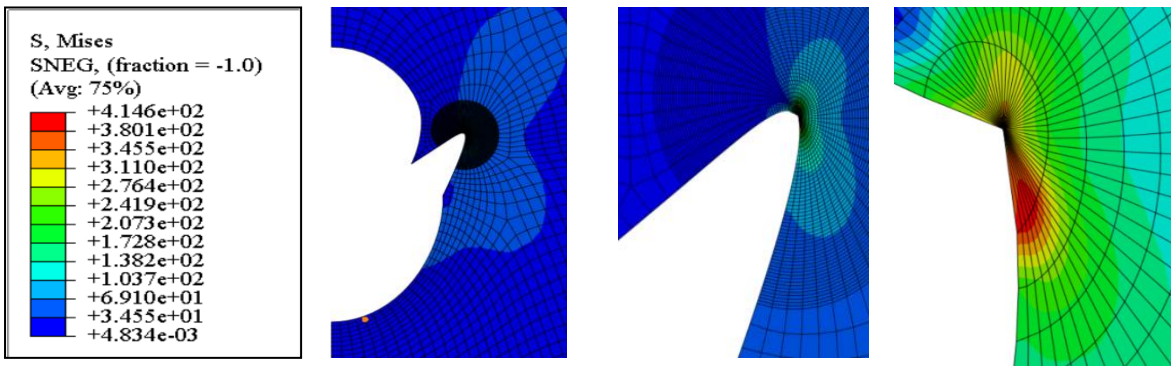


Figure III.11 : Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Van Mises [MPa]

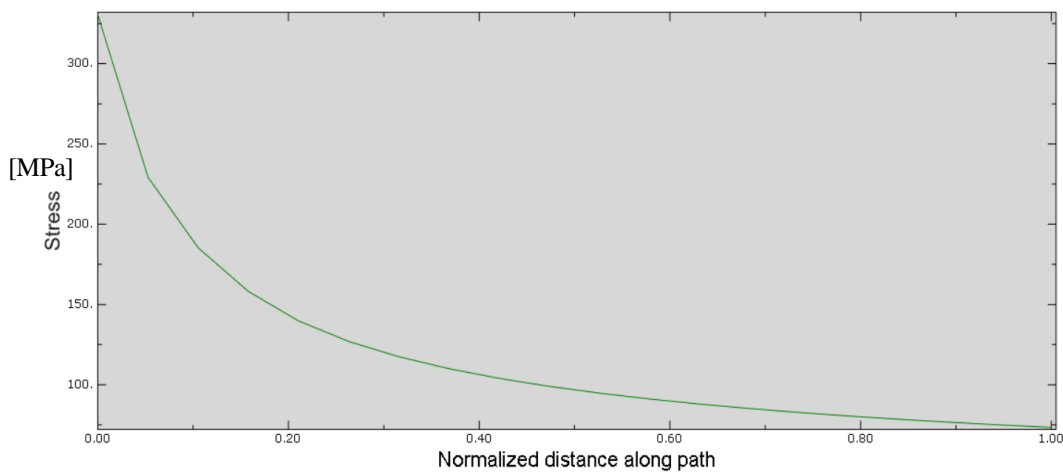


Figure III.12: Variation des contraintes de Van Mises en fonction de la distance normalisée.

La figure III.11 montre que pour une orientation de la fissure à 60°, cette dernière est sollicitée par des contraintes de Van Mises moins faibles comparativement aux différentes orientations citées ci-dessus, et la contrainte maximale atteint 414 MPa, et on remarque que la zone la plus sollicitée est située dans la partie inférieure, ainsi les lèvres de la fissure connaissent l'ouverture de leur partie supérieure vue que cette partie est plus proche au chargement de traction et la partie inférieure des lèvres reste à peu près fixe vue l'encastrement de la plaque dans sa partie inférieure.

III.4.6 Orientation à -15° .

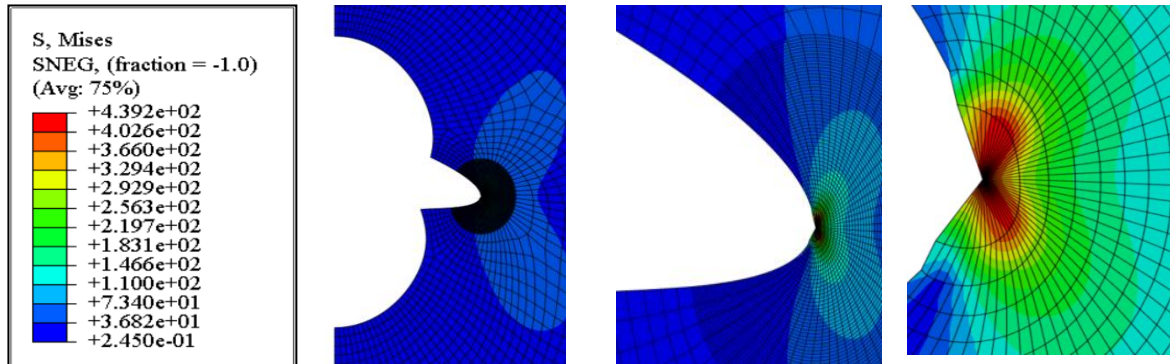


Figure III.13 : Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Van Mises [MPa]

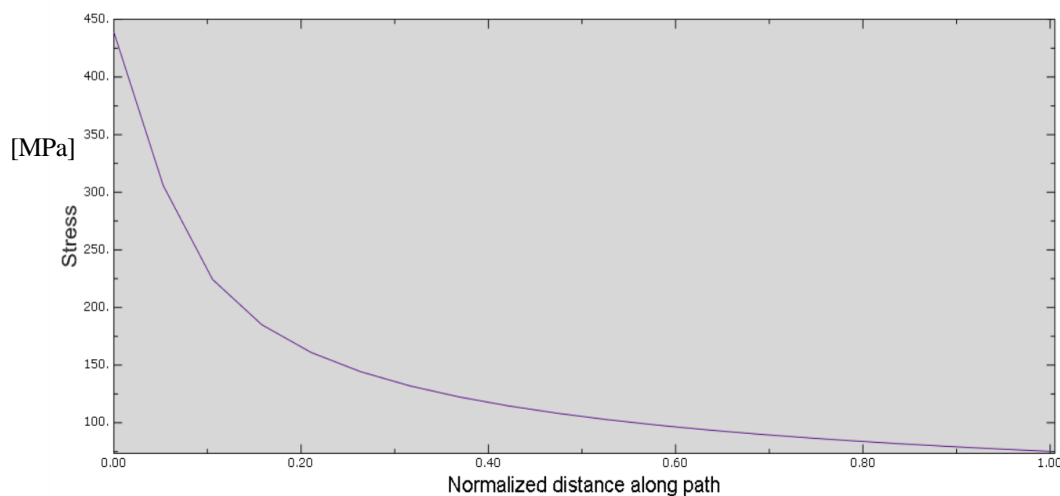


Figure III.14: Variation des contraintes de Van Mises en fonction de la distance normalisée.

Pour une inclinaison de la fissure à -15° , on remarque que la zone plastique confinée connaît sa forme originale sous forme des ailes de papillon avec une légère déviation inférieure vue l'encastrement de la plaque dans la partie inférieure et la contrainte maximale est de l'ordre de 439.2MPa, qui presque la même valeur de la contrainte maximale pour la fissure inclinée à $+15^\circ$ qui est de l'ordre de 438MPa , donc l'effet du chargement de traction pour ces deux orientations induit presque les mêmes contraintes maximales.

Pour la figure III.14 montre ainsi que au niveau de la tête de fissure, cette contrainte est maximale puis en s'éloignant de la zone d'amorçage, le champ de contraintes commence à s'affaiblir graduellement.

III.4.7 Orientation à -30°.

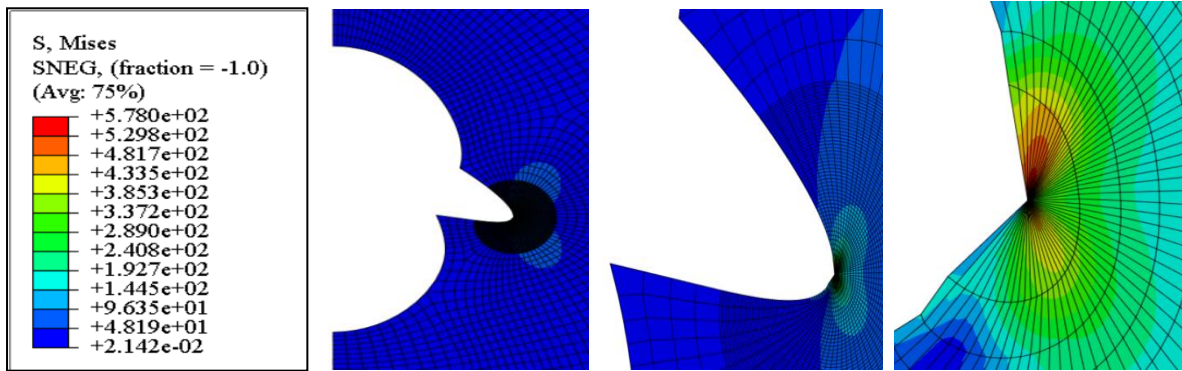


Figure III.15 : Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Van Mises [MPa]

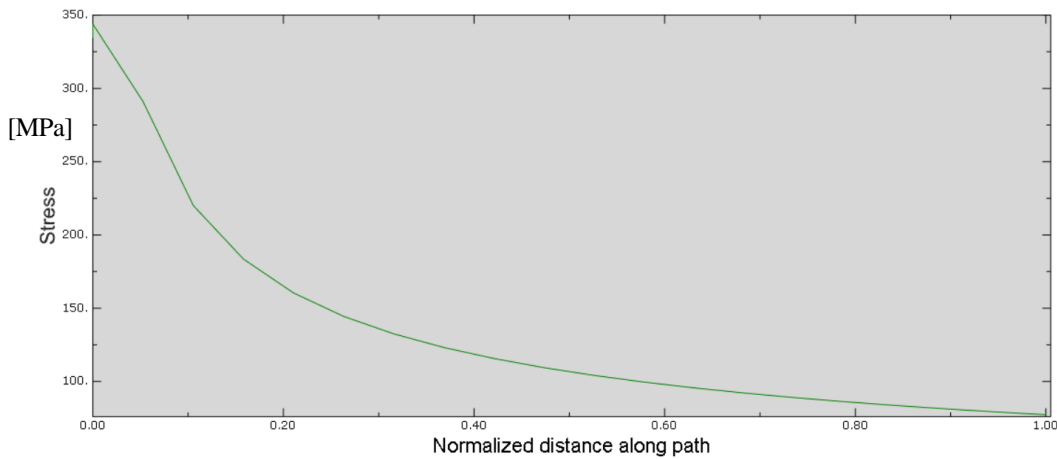


Figure III.16: Variation des contraintes de Van Mises en fonction de la distance normalisée.

La valeur de la contrainte maximale de Van Mises connaît une valeur importante qui atteint les 578MPa, mais la seule constatation est que la zone rouge, c'est-à-dire la zone à champs de contraintes les plus élevées se situe dans la partie supérieure de cette zone grâce au chargement de traction qui tire la fissure vers le haut, d'où la création des contraintes très élevées dans la partie supérieure et que les lèvres de la fissure s'ouvrent légèrement dans le coté supérieur de la fissure.

III.4.8 Orientation à -45° .

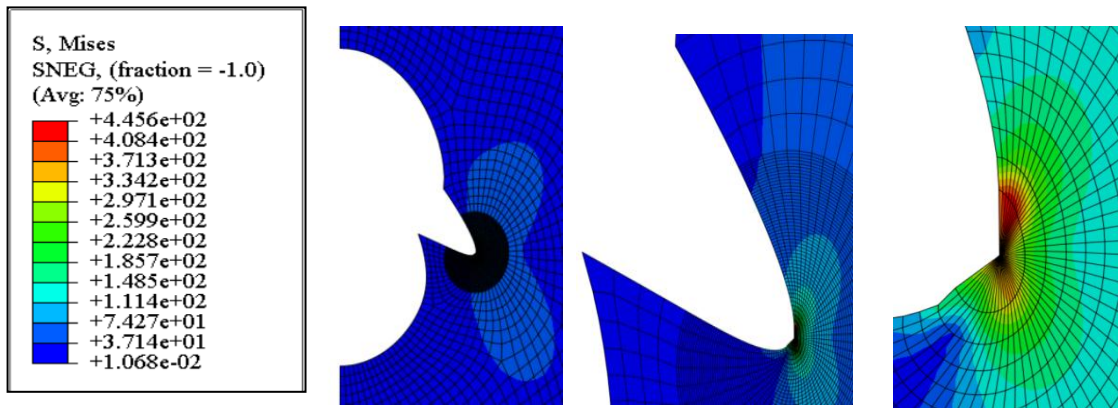


Figure III.17 : Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Van Mises [MPa]

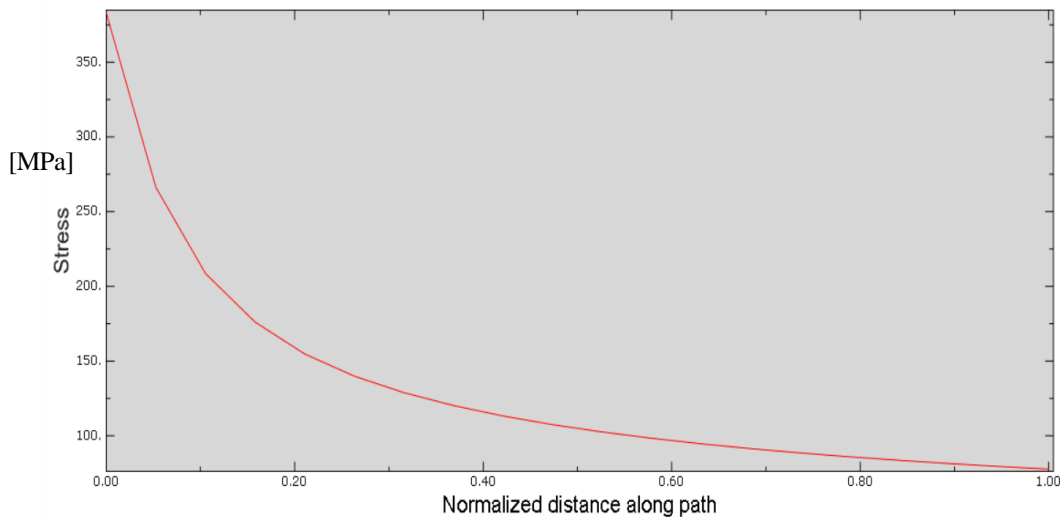


Figure III.18: Variation des contraintes de Van Mises en fonction de la distance normalisée.

La figure III.17 montre la répartition de la contrainte équivalente de Van Mises et présentation de la zone plastique confinée puisque nous travaillons dans le domaine élastoplastique, c'est-à-dire, notre matériau est l'alliage d'aluminium qui est un matériau ductile et notre chargement est inférieur à la limite élastique qui est de l'ordre de 350MPa, donc aucun risque d'endommagement, on constate que la contrainte maximale atteint les 445.6MPa au point de fissure et commence à s'affaiblir en s'éloignant de la tête de fissure et aussi on remarque que la lèvres supérieure de la fissure a connu une ouverture assez importante sollicitée par l'effort de traction.

Pour la variation de la contrainte équivalente de Van Mises en fonction de la distance normalisée de la zone plastique, elle connaît une contrainte maximale en tête de fissure puis commence à décroître au fur et à mesure qu'on s'éloigne du champ de contraintes élevées.

III.4.9 Orientation à -60° .

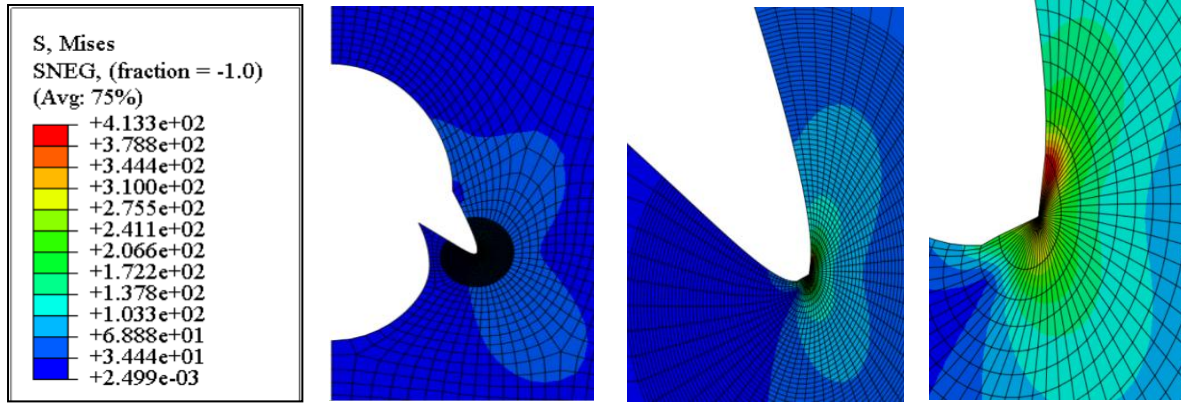


Figure III.19 : Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Van Mises [MPa]

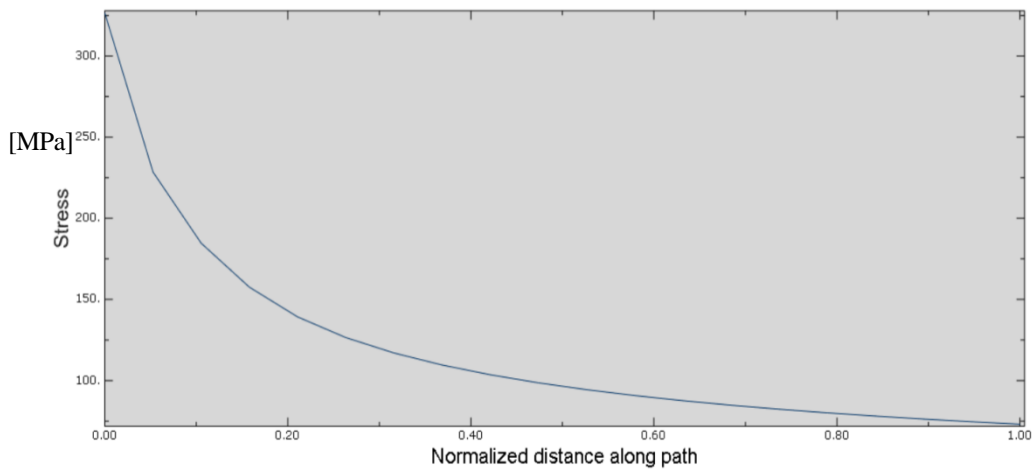


Figure III.20: Variation des contraintes de Van Mises en fonction de la distance normalisée.

Pour cette orientation , la contrainte maximale connaît une intensité moins faible relativement aux autres orientations qui est de l'ordre de 413.3MPa, donc à -60° , l'effet du chargement est moins sollicitant sur la valeur de la contrainte équivalente de Van Mises, vue la tête de la fissure est loin du chargement et aussi la lèvres supérieure de la fissure a connu une ouverture assez importante à savoir un chargement de traction dans la partie supérieure de la plaque et un encastrement dans sa partie inférieure.

III.5 Conclusion.

L'effort de traction permet d'ouvrir les lèvres des deux fissures provoquant des zones plastiques confinées en tête de fissure entraînant des contraintes de Van Mises assez importantes, cela est dû la longueur de la fissure, ces deux zones connaissent un élargissement en hauteur, et puisque nous travaillons dans le domaine élastique, ces zone confinées ne causent aucun endommagement si on relâche l'effort de traction , car ces fissures reviennent à leurs état initiales et peuvent être fermées.

L'orientation de la fissure pour les angles positifs entraine un champ de contraintes élevées qui se concentrent dans la partie inférieure de la zone plastique confinée et ces contraintes sont très importantes pour les angles $+30^\circ$ et $+45^\circ$.

Pour les angles négatifs, la même chose, c'est-à-dire qu'il y'a une concentration de contraintes dans la partie supérieure de la zone plastique confinée, c'est-à-dire où se concentrent les contraintes pour des orientations positives de la fissure.

Conclusion générale

L'effort de traction permet d'ouvrir les lèvres des deux fissures provoquant des zones plastiques confinées en tête de fissure entraînant des contraintes de Van Mises assez importantes, cela est dû à cette sollicitation de la plaque dans sa partie supérieure, ces deux zones connaissent un élargissement en hauteur, et puisque nous travaillons dans le domaine élastique, ces zones confinées ne causent aucun endommagement si on relâche l'effort de traction, car ces fissures reviennent à leurs états initiaux et peuvent être fermées.

L'orientation de la fissure pour les angles positifs entraîne un champ de contraintes élevées qui se concentrent dans la partie inférieure de la zone plastique confinée et ces contraintes sont très importantes pour les angles $+30^\circ$ et $+45^\circ$.

Pour les angles négatifs, la même chose, c'est-à-dire qu'il y a une concentration de contraintes dans la partie supérieure de la zone plastique confinée, où se concentrent les contraintes pour des orientations positives de la fissure.

D'après les résultats obtenus et d'après les différentes orientations de la fissure, on remarque que pour toutes les inclinaisons, les zones plastiques confinées en tête de fissure varient en dimensions et en forme, c'est-à-dire, la forme papillon est en fonction de l'angle d'orientation.

Pour la fissure horizontale (à 0°), la zone plastique confinée en tête de fissure est presque semblable dans la partie supérieure et inférieure, donc elle est symétrique de part et d'autre de la ligne horizontale, et ces deux formes de zones rouges, c'est-à-dire les zones à champ de contraintes très élevées à surfaces plus importantes à toutes les zones à contraintes élevées pour les différentes orientations.

Références bibliographiques :

- [1]-BOURAS, S. Etude par émission acoustique, de l'indentation Hertzienne et de l'indentation Vickers sur une vitro-céramique et sur des alumines. Thèse doct. ISAL (1993), pp. 186.
- [2]- Mr Ahmed BENHAMOUDA ,mémoire magistère-thème étude du comportement des fissures dans les tubes sous pression interne 2010.
- [3]- Shixiang Ma. Propagation de fissure en mo de mixte dans un milieu élasto-plastique avec prise en compte des contraintes résiduelles. Mechanics. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2005. French
- [4]-LAWN, BOR, and SWAIN, M. V: "Micro fracture Beneath Point Indentation in Brittle Solid". J. Mater. Sci, 1975, Vol. 10, n: 1, P 113-122.
- [5]-LAWN, B.R., EVANS, E.G. A model of crack indentation Elastic-Plastic Indentation Solids. J. Mater., Sci., 1977, Vol. 12, p. 2195-2199.
- [6] LANKFORD, and J., D.L. The Crack indentation in ceramic material subject to elastic-plastic indentation. J. Mater. , Sci. , 1979, Vol. 14, p. 1662-1668.
- [7]-LANKFORD, J., Threshold Microfracture during Elastic/Plastic Indentation of Ceramics: J. Mater. Sci., 1981, Vol. 16, p. 1177-1182.
- [8]-LIANG, K: « Contribution à l'étude des mécanismes de fissuration des matériaux céramiques de type oxyde ». Thèse. Sci : Institut National des sciences appliquées de Lyon (1990), p 206.
- [9]- GRIFFITH, A. A "The theory of rupture ". Proceedings of the first international congress of applied mechanics, Delpht 1924, p. 55, 63.
- [10]-FANTOZZI, G. Rupture des matériaux, institut national des sciences appliqués, Département Génie physique Matériaux, Département Génie mécanique Développement, 1974,Vol. 1et 2, p I. 20.
- [11]-G. R. IRWIN, "Analysis of Stresses and Strains near the End of Crack Traversing a plate", J. App. .Mech, vol. 9, p. 361-364, 1957.
- [12]- J. BESSON « ENDOMMAGEMENT ET RUPTURE » p 189-191.
- [13]- J. BESSON « Matériaux' pour l'ingénieur » p 190.
- [15]-ALMET, Information techniques aluminium, Caractéristiques mécaniques p 57
- [16] J. G. Kaufman, E. L.Rooy, Aluminium Alloy Castings, American Foundry Society, Columbus, Ohio, 2004.
- [17] M. Reboul, Corrosion des alliages d'aluminium, Techniques de l'Ingénieur, 2005.
- [19]-Christel AUGUSTIN-thèse « Prévion des cinétique de propagation des défauts de corrosion affectant les structures en alliage d'aluminium 2024"2)008

-
- [20] H.Neuber “Theory of stress concentration for shear-strained prismatical bodies with arbitrary nonlinear stress-strain law,” J .P. Mech, Vol.1.28, pp544-551, (1969).
- [21] E.Stowell., “Stress and strain concentration at a circular hole in an infinite plate “, NASA-TN 2073, (1950
- [22] H. F. Hardath & L. Ohman., “A study of elastic and plastic stress concentration factors due to notches and fillets in flat plates,” NACA Report 1117,(1953).
- [23] B.WWandt,” Effect of notches on low-cycle fatigue .A literature survey,” ASTM STP 490, (1972).

Webographie :

- [14]-www.metaux-detail.com. (26/04/2018)
- [18] FAA in Aircraft Metals :
http://www.faa.gov/library/manuals/aircraft/amt_handbook/media/FAA-8083-30_Ch05.pdf.
(19/05/2018)

Résumé

La présence des trous dans les plaques de milieu continu a une grande importance dans le domaine des structures de technologies modernes de la construction mécanique, l'aéronautique et le génie civil compte tenu de leur utilisation pour l'assemblage des différentes structures par rivetage, par vis ou par boulons. Cependant, le perçage de ces trous fait apparaître des dommages de nature différente dans ces structures qui nuisent à la durée de vie de ces systèmes mécaniques. Ce phénomène se traduit alors, à l'échelle macroscopique, par la création d'une surface de discontinuité que l'on appelle des fissures qui conduisent à l'affaiblissement de la structure durant leur fonctionnement en raison des concentrations de contrainte. L'objectif de ce travail consiste en une étude des contraintes équivalentes de Van Mises et leur rapport avec les différents angles d'orientation et le point d'amorçage de fissure.

Summary

The presence of holes in continuous media plates is of great importance in the field of modern mechanical engineering structures, aeronautics and civil engineering given their use for the assembly of different structures by riveting, by screws or bolts. However, the drilling of these holes shows damage of a different nature in these structures that affect the life of these mechanical systems. This phenomenon is then translated, at the macroscopic scale, by the creation of a discontinuity surface that is called cracks that lead to the weakening of the structure during their operation due to the stress concentrations. The objective of this work is to study the equivalent stresses of Van Mises and their relation with the different angles of orientation and the point of crack initiation..

المخلص:

إن وجود الثقوب في لوحات الوسائط المستمرة له أهمية كبيرة في مجال الهياكل الهندسية الميكانيكية الحديثة ، والملاحة الجوية والهندسة المدنية نظراً لاستخدامها لتجميع الهياكل المختلفة عن طريق التثبيت بالبراغي أو البراشيم. ومع ذلك ، فإن حفر هذه الثقوب يظهر ضرراً من طبيعة مختلفة في هذه البنى التي تؤثر على حياة هذه الأنظمة الميكانيكية. ثم تترجم هذه الظاهرة ، على المستوى الماكروسكوبي ، عن طريق إنشاء سطح انقطاعي يسمى الشقوق التي تؤدي إلى إضعاف البنية أثناء تشغيلها بسبب وعلاقتها بالزوايا المختلفة (Van Mises) تركيزات الضغط. الهدف من هذا العمل هو دراسة الإجهادات المكافئة لفون ميزس للتوجه ونقطة انطلاق الكراك.

Merci 

Remerciement

En premier lieu, nous remercions Dieu de nous avoir donné la force, le courage et la volonté pour achever ce modeste travail.

Noustenons à exprimer nos sincères gratitudee à Monsieur **MOULGADA Abd El-Madjid**, qui nous fait l'honneur de diriger et de veiller au bon déroulement de ce travail. Ses connaissances et son expérience ont été une source constante de savoir. Qu'il trouve en ces quelques lignes notre profonde sympathie.

Nos vifs remerciements vont à Monsieur **BENAMAR Badr**, de nous avoir fait l'honneur d'accepter, de présider et d'honorer de sa présence le jury de soutenance du présent mémoire.

Nous remercions également Monsieur **ZAGANE Mohamed.El salah**, pour l'intérêt qu'il a porté au travail effectué en acceptant de participer à notre soutenance en tant qu'examineur.

Finalement, nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à nos familles qui nous ont toujours soutenues et à tous ceux qui ont participé à la réalisation de ce mémoire. Ainsi que l'ensemble des enseignants qui ont contribué tout au long de notre formation plus précisément Monsieur **GUEMOUR Mohamed Boutkhil**.

Dédicaces

A nos chers parents ;

Grâce à leurs encouragements et leurs grand sacrifices ils ont pu crée le climat affectueux et propice à la poursuite de nos études.

Aucune dédicace ne puisse exprimer nos respects, nos considérations et nos profonds sentiments en vers eux,

Nous prions le bon dieu de les bénir, de veiller sur eux en espérant qu'ils seront toujours fiers de nous.

A nos frères et nos sœurs ainsi qu'à tous les membres de la famille ;

Ils vont trouver ici l'expression de nos sentiments, de respect et de reconnaissance pour le soutien qu'ils n'ont cessé de nous porter.

A tous nos proches spécialement :

Samer, Hamada, Nezar, Abu miri, Ammar, El hasani, El arbi, Youcef, Abdou, Kadiro, Sid Ahmed, Adam, Abd El-Hak, Islam et Mokhtar.

Ils vont trouver ici le témoignage d'un grand respect et d'une amitié infinie ;

A tous nos amis (e) de l'Université Ibn Khaldoun et de la résidence Habib Khalil que nous avons côtoyé durant nos années d'études plus précisément :

Kadi, Hakim, Karim, Kholoud, Malika, Djamila, Si Naceur, Fathi, El Hachemi, Mensor, Abdellah , Nadhir , Youcef, Hor.

On n'oubliera jamais nos mémoires qu'on a passé ensemble et qui resteront graver dans nos mémoires

Merci d'être là pour nous dans les bons et les mauvais moments.

§ MERCI à tous et à toutes §

**Aslan
Assir**

qui vous aiment

SOMMAIRE

Introduction générale

CHAPITRE I:INITIATION A LA MECANIQUE

LINEAIRE DE LA RUPTURE

| | PAGE |
|---|------|
| I.1.Introduction | 2 |
| I.2.Aperçu historique sur la mécanique de la rupture | 2 |
| I.3.Mécanismes et modèles de fissuration | 5 |
| I.4.Modes de rupture | 5 |
| I.5.Les types de fissuration | 6 |
| I.6.Formation des fissures | 6 |
| I.7.Mécanique de la rupture | 8 |
| I.8.Zone plastique au niveau de la pointe de la fissure | 9 |
| I.9.Utilisation de la mécanique de la rupture en conception | 10 |
| I.9.1.Critères de rupture | 11 |
| I.9.2.Critère énergétique (Analyse de Griffith) | 11 |
| I.9.3Critère de contraintes (Analyse d'Irwin) | 12 |
| I.9.4.Relation entre K_{IC} et G_{IC} | 14 |
| I.10.Endommagement et Rupture | 14 |
| I.10.1.Modes de Chargement | 14 |
| I.10.2.Classes de matériaux VIS-A-VIS de la rupture | 15 |
| I.11.Conclusion | 18 |
| CHAPITRE II : MODELISATION PAR ELEMENTS FINIS | |
| II.1.Introduction | 19 |
| II.2.Méthode des éléments finis | 19 |
| II.3.Eléments à une dimension | 19 |
| II.4.Eléments à deux dimensions | 19 |
| II.5.Eléments de références | 20 |
| II.5.1.Eléments rectangulaires | 20 |
| II.5.2.Eléments triangulaires | 22 |
| II.6.Méthode des éléments finis en élasticité linéaire | 23 |
| II.7.formulation des éléments finis en élastoplasticité | 25 |
| II.8.Principaux critères utilisés | 26 |
| II.8.1.Critère de Tresca | 26 |
| II.8.2.Critère de Van Mises | 27 |
| II.9.Représentation matricielle | 28 |
| II.10.Conclusion | 31 |

SOMMAIRE
CHAPITRE III : SIMULATION ET INTERPRITATION DES
RESULTATS

| | |
|---|----|
| III.1.Introduction | 32 |
| III.2.Présentation du logiciel de calcul | 32 |
| III.3.Présentation du model | 32 |
| III.4.Orientations de la fissure | 34 |
| III.5.Conclusion | 43 |
| Conclusion générale | 44 |
| Références bibliographiques | |

Liste des symboles

Liste des symboles

| Symbole | Signification |
|---------------|---|
| σ_E | Limite d'élasticité du matériau |
| σ_{ap} | Contraintes appliquées |
| γ | Coefficient de sécurité |
| U_{total} | L'énergie libre potentielle totale |
| U_e | Energie élastique stockée dans le matériau |
| W | Travail effectué par les forces extérieures. |
| G_I | L'énergie élastique libérée |
| G_{IC} | L'énergie de rupture du matériau |
| a | la longueur de fissure |
| G | Module de cisaillement du matériau |
| E | Module d'Young du matériau |
| ν | Coefficient de poisson du matériau |
| K | La ténacité |
| K_I | Facteur d'intensité de contrainte |
| K_{IC} | Facteur d'intensité critère |
| K_d | la ténacité dynamique |
| a_c | Taille critique de la fissure |
| σ_c | Contrainte critique à la rupture |
| U_i | Déplacement au voisinage du fond de fissure |
| r | Rayon de l'entaille |
| θ | Engel aigu |
| R_e | Limite élastique de matériau |
| $R_{e0,2}$ | Correspond à un allongement plastique de 0,2% |
| R_m | Résistance limite à la traction |
| A | L'allongement à la rupture |
| ρ | Densité du métal |
| ν | Coefficient de Poisson |
| T | Traitement thermique |
| T_3 | Traitement thermique de mis en solution |
| N_i | Fonction de forme |
| ξ, η | Les coordonnées locales |
| λ | |

| | |
|-------------------|---|
| $\{F\}$ | Forces nodales |
| $[K]$ | Matrice de rigidité |
| $\{u\}$ | Vecteur de déplacement nodale |
| $\{\alpha\}$ | Vecteur de coefficients inconnus |
| $\{u^e\}$ | Déplacement élémentaire. |
| $[A]$ | Matrice de coordonnées nodales |
| n | Nombre de nœuds par éléments |
| u_i | Vecteur des déplacements nodaux pour un élément particulier |
| $\{\sigma\}$ | Vecteur de composantes de contraintes |
| $[D]$ | Matrice d'élasticité |
| $\{\varepsilon\}$ | Vecteur de déformations |
| $[J]$ | Matrice jacobienne |
| D_T | Matrice élastique tangente. |

Liste des figures et tableaux

Liste des figures :

| | | |
|--------------------|---|-----------|
| Figure I.1 | Les trois Modes de rupture. | 5 |
| FigureI.2 | Schématisation de la séquence de formation de fissures sous l'action d'un indenteur Vickers. | 7 |
| Figure I.3 | Les différents types des fissures . | 8 |
| Figure I.4 | (a) Propagation d'une fissure (b) Lignes de force et concentration de contraintes. | 9 |
| Figure I.5 | Zone délimitant le voisinage d'une pointe de fissure. | 9 |
| FigureI.6 | Comparaison de l'approche classique (a) et de l'approche utilisant la MLR (b). | 11 |
| Figure I.7 | Microfissure elliptique sollicitée en tension uni axiale, dans une plaque infinie . | 11 |
| Figure I.8 | Schématisation des contraintes appliquées à un élément volumique au voisinage du front de fissure . | 12 |
| Figure I.9 | Charge limite et mode de pilotage du chargement . | 15 |
| Figure I.10 | Chargement cyclique . | 15 |
| Figure I.11 | Classes de matériaux vis-à-vis de la rupture en sollicitation monotone . | 17 |
| Figure II.1 | Eléments unidimensionnels. | 19 |
| FigureII.2 | Eléments triangulaires. | 19 |
| Figure II.3 | Eléments quadrilatéraux. | 20 |
| Figure II.4 | Elément rectangulaire linéaire. | 21 |
| Figure II.5 | Elément rectangulaire quadratique. | 21 |
| Figure II.6 | Elément triangulaire linéaire. | 22 |
| Figure II.7 | Elément triangulaire quadratique. | 23 |
| Figure II.8 | Représentation géométrique du critère de Tresca dans l'espace des contraintes principales. | 27 |
| Figure II.9 | Représentation géométrique du critère de Von Mises dans l'espace des contraintes principales. | 28 |

| | | |
|----------------------|---|-----------|
| Figure III.1 | Représentation schématique d'une plaque sollicitée en traction. | 32 |
| Figure III.2 | Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Von Mises | 33 |
| Figure III.3 | Variation des contraintes de Von Mises en fonction de la distance normalisée. | 34 |
| Figure III.4 | Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Von Mises | 34 |
| Figure III.5 | Variation des contraintes de Von Mises en fonction de la distance normalisée. | 35 |
| Figure III.6 | Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Von Mises | 35 |
| Figure III.7 | Variation des contraintes de Von Mises en fonction de la distance normalisée. | 36 |
| Figure III.8 | Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Von Mises | 36 |
| Figure III.9 | Variation des contraintes de Von Mises en fonction de la distance normalisée. | 37 |
| Figure III.10 | Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Von Mises | 37 |
| Figure III.11 | Variation des contraintes de Von Mises en fonction de la distance normalisée. | 38 |
| Figure III.12 | Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Von Mises | 38 |
| Figure III.13 | Variation des contraintes de Von Mises en fonction de la distance normalisée. | 39 |
| Figure III.14 | Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Von Mises | 39 |
| Figure III.15 | Variation des contraintes de Von Mises en fonction de la distance normalisée. | 40 |
| Figure III.16 | Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Von Mises | 40 |

| | | |
|----------------------|---|-----------|
| Figure III.17 | Variation des contraintes de Von Mises en fonction de la distance normalisée. | 41 |
| Figure III.18 | Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Von Mises | 41 |
| Figure III.19 | Variation des contraintes de Von Mises en fonction de la distance normalisée. | 42 |
| Figure III.20 | Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Von Mises | 42 |

Liste des tableaux :

| | | |
|----------------------|--|-----------|
| Tableau II.1 | Valeur de ξ η pour un élément quadratique iso paramétrique à 4 nœuds. | 20 |
| Tableau II.2 | Valeur de ζ et η pour l'élément à 8 nœuds. | 21 |
| Tableau II.3 | Fonction de formes et valeurs de ξ et η pour l'élément triangulaire à 3 nœuds. | 22 |
| Tableau II.4 | Formation de formes et valeurs de ξ et η pour l'élément triangulaire à 6 nœuds. | 22 |
| Tableau III.1 | les différentes propriétés de l'alliage d'aluminium 20240T3. | 33 |

Introduction Générale

Introduction Générale

La mécanique de la rupture a pour objet essentiel l'étude des fissures durant le chargement et de prévoir leur évolution jusqu'à la rupture de la structure. En fonction du chargement et du matériau considérés, si le milieu est globalement plastique ou viscoplastique, l'étude est du ressort de la mécanique non linéaire de la rupture, ou encore de l'approche locale, dans laquelle il est fait une description aussi précise que possible de l'état de contrainte et de déformation en pointe de fissure à l'aide de modèles de comportement non linéaire. Si au contraire la plasticité est absente ou reste confinée, les théories qui permettent de traiter le problème considèrent le matériau comme élastique partout : c'est la mécanique linéaire de la rupture (MLR), qui va être considérée dans cette partie. En effet la (MLR) considère les matériaux parfaitement élastiques, homogènes et isotropes. Elle permet de caractériser le comportement d'un matériau vis-à-vis d'une sollicitation, en présence d'une fissure.

D'autre part, elle est une étude consistant à la définition des critères de rupture en déterminant les relations entre les paramètres du matériau et les sollicitations extérieures nécessaires pour amorcer puis propager une fissure. Le rappel qui va suivre résume deux approches permettant d'élaborer des critères de rupture, le premier de Griffith basé sur une approche énergétique, et le second d'Irwin basé sur les contraintes présentes en front de fissure.

Les nouveaux concepts de la mécanique de la rupture furent ensuite utilisés pour montrer que la plupart des ruptures dans les fuselages d'avions étaient dues à des fissures de fatigue qui atteignaient une taille critique. Ces fissures prenaient naissance près des hublots dans les coins qui constituent des zones de forte concentration des contraintes. Les ruptures qui se produisaient dans les essieux d'engins roulants ou encore dans les rotors des turbines à vapeur furent aussi expliquées grâce à l'application de ces nouveaux concepts. Le concept de FIC fut également utilisé par Paris pour décrire la propagation des fissures de fatigue et progressivement les courbes de propagation des fissures de fatigue proposées par ces auteurs remplacèrent les courbes d'endurance pour une meilleure prédiction des durées de vie des structures.

Notre mémoire est réparti en trois chapitres :

Le premier chapitre porte sur Initiation à la mécanique linéaire de la rupture.

Le deuxième chapitre présente une modélisation par éléments finis et description du logiciel.

Le troisième chapitre est bien la simulation de notre model par un logiciel Abaqus 6.14 avec résultats et interprétations.

Et enfin, une conclusion générale.

I.1. Introduction :

La mécanique de la rupture a pour objet essentiel l'étude des fissures durant le chargement et de prévoir leur évolution jusqu'à la rupture de la structure. En fonction du chargement et du matériau considérés, si le milieu est globalement plastique ou viscoplastique, l'étude est du ressort de la mécanique non linéaire de la rupture, ou encore de l'approche locale, dans laquelle il est fait une description aussi précise que possible de l'état de contrainte et de déformation en pointe de fissure à l'aide de modèles de comportement non linéaire. Si au contraire la plasticité est absente ou reste confinée, les théories qui permettent de traiter le problème considèrent le matériau comme élastique partout : c'est la mécanique linéaire de la rupture (MLR), qui va être considérée dans cette partie. En effet la (MLR) considère les matériaux parfaitement élastiques, homogènes et isotropes. Elle permet de caractériser le comportement d'un matériau vis-à-vis d'une sollicitation, en présence d'une fissure[1]. D'autre part, elle est une étude consistant à la définition des critères de rupture en déterminant les relations entre les paramètres du matériau et les sollicitations extérieures nécessaires pour amorcer puis propager une fissure. Le rappel qui va suivre résume deux approches permettant d'élaborer des critères de rupture, le premier de Griffith basé sur une approche énergétique, et le second d'Irwin basé sur les contraintes présentes en front de fissure.

I.2. Aperçu historique sur la mécanique de la rupture

Eviter la rupture n'est pas en soi une idée nouvelle. Les concepteurs des structures de l'Egypte des pharaons (pyramides) ou ceux de l'empire romain nous ont laissé des édifices que l'on peut encore contempler ce qui prouve bien qu'ils avaient le souci d'éviter la ruine des structures. Les matériaux utilisés avant la révolution industrielle étaient cependant limités pour l'essentiel au bois de construction, à la pierre ou à la brique et au mortier. La brique et le mortier sont relativement fragiles lorsqu'on les utilise en traction ; les structures anciennes qui ont résisté au temps, étaient chargées en compression (pyramides, ponts romains...) et de façon générale toutes les structures de l'époque qui précède la révolution industrielle étaient conçues pour des chargements en compression. Il a fallu attendre la révolution industrielle au début du 19e siècle, avec l'utilisation de l'acier dont les propriétés mécaniques permettaient de concevoir des structures pouvant résister à des charges de traction. La comparaison des anciens ponts romains avec les ponts modernes de structure métallique montre bien que les premiers étaient chargés en compression alors que les seconds le sont plutôt en traction. L'utilisation de nouveaux matériaux ductiles (acier et autres alliages métalliques) pour des chargements en traction conduisit cependant à quelques problèmes ; des ruptures se produisaient parfois pour des niveaux de charges bien inférieurs à la limite d'élasticité ; on a dans un premier temps essayé d'éviter ces risques de ruptures en sur dimensionnant les structures, mais la nécessité d'alléger de plus en plus les structures et de réduire les coûts conduisit au développement des recherches sur la mécanique de la rupture.

Les premiers essais de rupture ont été menés par Léonard de Vinci bien avant la révolution industrielle, qui a montré que la résistance à la traction de fils de fer variait inversement avec leur longueur. Ces résultats suggéraient que les défauts contenus dans le matériau contrôlaient sa résistance ; plus le volume est important (fil de fer long) plus la probabilité de présence de fissure par exemple est importante.

Cette interprétation qualitative fût précisée plus tard en 1920 par Griffith qui établit une relation directe entre la taille du défaut et la contrainte de rupture. S'appuyant sur les travaux d'Inglis, Griffith appliqua l'analyse des contraintes autour d'un trou elliptique à la propagation instable d'une fissure ; il formule ainsi à partir du premier principe de la thermodynamique, une théorie de la rupture. Selon cette théorie, un défaut devient instable et conduit à la rupture lorsque la variation d'énergie liée à une propagation du défaut atteint l'énergie spécifique du matériau. Cette théorie prédit correctement la relation entre la contrainte de rupture et la taille du défaut dans les matériaux fragiles. Dans les matériaux ductiles et notamment les alliages métalliques, l'avancée d'un défaut s'accompagne d'une importante dissipation d'énergie due à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure et la théorie de Griffith qui ne considère que l'énergie de création de surface ne peut en rendre compte. Il a fallu attendre les travaux d'Irwin en 1948 qui proposa une modification de la théorie de Griffith en incluant justement dans le bilan énergétique, l'énergie due à la plastification, pour que l'approche de Griffith soit applicable aux matériaux ductiles.

La mécanique de la rupture passa du stade de curiosité scientifique à celui d'une discipline scientifique largement utilisée dans l'ingénierie de la construction, après ce qui arriva aux bateaux de la liberté lors de la deuxième guerre mondiale. Le principe de conception de ces bateaux avec une coque entièrement soudée constituait un grand succès jusqu'au jour où un de ces navires se fissa en deux parties entre la Sibérie et l'Alaska dans une mer très froide. Une dizaine d'autres navires sur les 2700 en service, subira ensuite le même sort. Les analyses des causes de rupture montraient que celles-ci étaient dues à la combinaison de trois paramètres :

Les joints de soudures contenaient des fissures.

- ✚ La plupart de ces fissures qui conduisaient à la rupture, se développaient à partir de zones de forte concentration de contrainte,
- ✚ L'acier de construction utilisé pour ces bateaux, qui convenait pour les assemblages par rivetage où il n'y avait pas de risque qu'une fissure traverse toute la coque, avait une faible ténacité.

Dès l'instant où la cause des ruptures était clairement identifiée, des plaques en acier de meilleure ténacité furent rivetées près des zones de forte concentration des contraintes pour arrêter la propagation des fissures. On développa ensuite des aciers de forte ténacité et on améliora le procédé de soudage ; c'est dans ces années après-guerre qu'un groupe de chercheurs dirigé par Irwin étudia en détail le problème de la rupture au laboratoire national de recherche de la marine américaine. Irwin considéra que les outils fondamentaux pour étudier la rupture existaient et proposa en 1948, une extension de l'approche de

Griffith aux matériaux ductiles en y incluant le terme de dissipation d'énergie due à l'écoulement plastique près des extrémités d'une fissure. Il développa ensuite en 1956 le concept de taux de restitution d'énergie à partir toujours de la théorie de Griffith mais sous une forme facilement exploitable par les concepteurs de structures. En 1957, s'appuyant sur les travaux de Westergaard qui analysa les champs de déplacements et de contraintes élastiques près de l'extrémité d'une fissure sous chargement donné, Irwin montra que les déplacements et les contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure peuvent être décrits à l'aide d'un paramètre unique qui était relié au taux de restitution d'énergie ; ce paramètre issu de la mécanique linéaire de la rupture, est le facteur d'intensité des contraintes (FIC).

Les nouveaux concepts de la mécanique de la rupture furent ensuite utilisés pour montrer que la plupart des ruptures dans les fuselages d'avions étaient dues à des fissures de fatigue qui atteignaient une taille critique. Ces fissures prenaient naissance près des hublots dans les coins qui constituent des zones de forte concentration des contraintes. Les ruptures qui se produisaient dans les essieux d'engins roulants ou encore dans les rotors des turbines à vapeur furent aussi expliquées grâce à l'application de ces nouveaux concepts. Le concept de FIC fut également utilisé par Paris pour décrire la propagation des fissures de fatigue et progressivement les courbes de propagation des fissures de fatigue proposées par ces auteurs remplacèrent les courbes d'endurance pour une meilleure prédiction des durées de vie des structures.

La période entre 1960 et 1980 vit une intensification des recherches sur la rupture avec deux écoles qui s'affrontaient. D'une part les tenants de l'approche utilisant la mécanique linéaire de la rupture et ceux qui s'intéressaient essentiellement à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure. La mécanique linéaire de la rupture cesse d'être valable lorsqu'une plastification importante précède la rupture. Pour tenir compte de l'effet de cette plastification sur les champs de contraintes et de déplacements à l'extrémité d'une fissure, plusieurs auteurs (Irwin, Dugdale et Barenblatt ...) proposèrent ce qu'on appelle une correction de zone plastique ; la taille de la fissure est alors augmentée de cette zone plastique pour retrouver les champs de contraintes élastiques décrits par le FIC.

Wells, un des représentants de la deuxième école, proposa en 1961 le déplacement à fond de fissure - ou CTOD « Crack Tip Opening Displacement » - comme paramètre alternatif à la mécanique linéaire de la rupture ou plus précisément au concept de FIC, lorsque la plastification devient importante comme c'est le cas dans les matériaux très ductiles. Plus tard, Hutchinson, Rice et Rosengren (HRR) développèrent un nouveau paramètre appelé intégrale J pour mieux décrire la répartition des contraintes dans les zones plastifiées (champ HRR). Begley et Landes caractérisèrent la ténacité à l'aide du paramètre J et développèrent une procédure standard pour l'utilisation de cette intégrale dans des cas pratiques.

Les récents développements de la mécanique de la rupture montrent que si les recherches se sont cristallisées sur l'effet de la plastification dans la période entre 1960 et 1980, on s'intéresse actuellement plus aux comportements viscoplastique et/ou viscoélastique. Les premiers se rencontrent à température élevée lorsque les phénomènes de fluage deviennent importants alors que les seconds caractérisent les matériaux polymères de plus en plus utilisés dans l'industrie. L'apparition des nouveaux matériaux composites nécessite également l'utilisation des concepts de la mécanique linéaire de la rupture pour décrire leur comportement. Plus récemment encore, de nouvelles approches tentent de relier le comportement local à l'échelle microscopique au comportement global lors de la rupture d'un matériau. Ces approches micro-macro deviennent parfois nécessaires lorsqu'on atteint les limites d'utilisation des autres approches plus classiques[2].

L'objet de mécanique de la rupture est l'étude des évolutions de cette surface (propagation de la fissure) en fonction des chargements appliqués et des caractéristiques du matériau Constituant.

I.3. Mécanismes et modèles de fissuration :

Afin de prévoir la rupture des pièces mécaniques sollicitées en fatigue, beaucoup de laboratoire ont tenté, au moins pour des raisons pratiques, d'établir des lois empiriques de fissuration, utilisées au bureau d'étude.

Si les mécanismes propres à la fatigue commencent à peine d'être connus, l'influence de certains paramètres sur la vitesse de fissuration est généralement mieux définie. Nous pouvons les classer en deux catégories :

- Les paramètres intrinsèques qui dépendent du matériau lui-même. Module de Young, limite d'élasticité, propriétés cycliques et état métallurgique du matériau.
- Les paramètres extrinsèques qui dépendent des conditions de l'essai, quel que soit le matériau étudié, température, environnement, dimension de l'éprouvette, rapport de charge R, etc.

I.4. Modes de rupture

Une fissure est définie comme la surface séparant localement un solide en deux parties. Le champ des déplacements est alors discontinu à travers cette surface et les trois composantes vectorielles de cette discontinuité forment les trois modes de rupture (Figure.I.1)

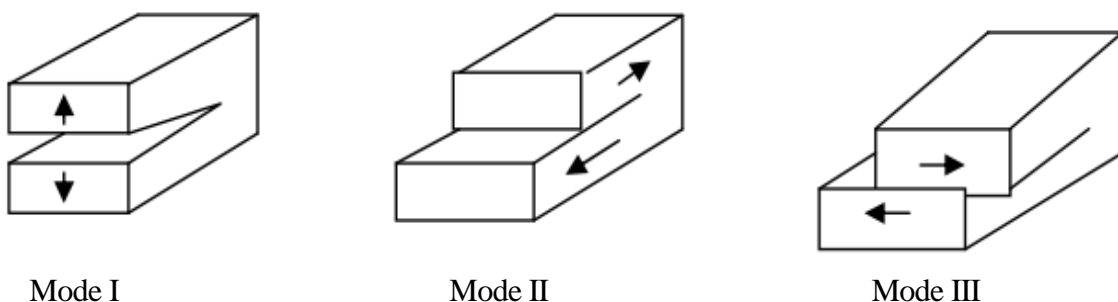


Figure I-1 : Les trois Modes de rupture

Mode I : mode d'ouverture de la fissure, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont perpendiculaires à la direction de propagation.

Mode II : mode de cisaillement dans le plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles à la direction de propagation.

Mode III : mode de cisaillement hors du plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles au fond de la fissure.

I-5 . Les Types de fissuration :

Le mécanisme de rupture par fissuration peut intervenir selon deux types de fissuration :

a .La fissuration brutale : pour les solides, ou pour les matériaux à très haute résistance, les contraintes de travail sont très élevées, une énergie potentielle considérable est ainsi créée ;

La présence de petites fissures peut alors conduire à une rupture brutale qui souvent ne s'accompagne pas de déformations plastiques macroscopiques par suite de la très faible ductilité.

b. La fissuration successive : il s'agit ici, d'une succession de mécanismes (fragile ductile) qui, sous contraintes répétées, entraîne la fissuration successive, appelée la rupture par fatigue. Les facteurs qui influencent le comportement à la rupture par fissuration des matériaux sont de deux natures : métallurgique et mécanique. Les facteurs mécaniques concernent l'état de déplacements, déformations et contraintes, ainsi que les conditions d'environnement tel que la température ou le taux d'humidité relative[3].

I-6. Formation des fissures :

Lorsqu'un indenteur Vickers est appliqué à la surface d'alliage D'aluminium avec une charge suffisamment élevée (selon le matériau), il se crée des fissures. Des observations au cours de l'indentation de matériau transparent ont montré que la configuration finale de ces fissures est achevée lorsque l'indenteur est déchargé. Cela montre que la force motrice de fissuration lors de l'indentation est due aux contraintes résiduelles créées par la zone de déformation plastique formée autour de l'empreinte d'indentation. L'initiation et le développement des fissures sur du verre sont décrits par B.Lawn et M.Swan[4] à travers les séquences suivantes (figure I-2).

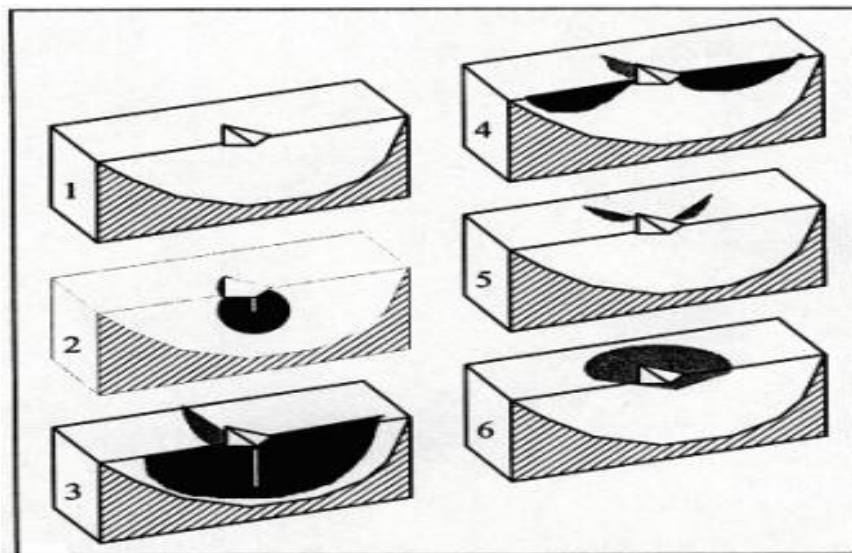


Figure I-2: Schématisation de la séquence de formation de fissures sous l'action d'un indenteur Vickers

(1) empreinte du diamant Vickers; (2) fissure médiane; (3) fissure half-penny; (4) fissure radiale primaire, (5) fissure radiale secondaire; (6) fissure latérale (b)[1].

1. En début du chargement, l'indenteur produit autour du point de contact une zone de déformation qui augmente avec la charge. C'est l'empreinte du diamant vickers. La pression moyenne P_0 sur l'élément de surface reste constante.
2. Au cours du chargement, une fissure dite fissure médiane se produit sous la zone de déformation et croît jusqu'à former un cercle à mesure que la charge augmente mais n'apparaît pas à la surface de l'éprouvette[4]. Elle s'initie aux défauts se trouvant à la
3. limite de la zone de déformation et se développe sous l'effet du champ de contraintes résultant du chargement élastique de l'indenteur sur la surface de l'éprouvette.
4. Lors du déchargement, la fissure médiane grandit, s'étale vers l'extérieur et apparaît en surface. Elle prend ainsi un autre profil et peut devenir soit une fissure dite du type half-penny au déchargement complet, soit :
5. Une fissure du type radial dite fissure radiale (ou fissure du type Palmqvist). Elle prend naissance aux défauts qui se trouvent près de la surface à la limite de la zone de déformation. Elle évolue de part et d'autre de celle-ci jusqu'à apparaître en surface, sous l'action des contraintes résiduelles, au déchargement complet. Si la fissure radiale se trouve dans le plan des diagonales de l'empreinte du diamant, elle est dite fissure radiale primaire sinon c'est une fissure radiale secondaire. Les fissures radiales forment en principe un couple de fissures perpendiculaires.
6. Aux charges d'indentation élevées, une fissure latérale se forme au déchargement, sous la zone de déformation et se développe presque parallèlement à la surface[4]. Elle est responsable du phénomène d'écaillage. D'une façon générale l'amorçage des fissures a lieu aux endroits de

fortes concentrations de contraintes, c'est-à-dire aux arêtes du diamant vickers et semble avoir deux aspects: les conditions de propagation d'un défaut préexistant pendant le chargement[5], d'une part, et l'existence d'un seuil de charge pour l'apparition d'un type de fissures, d'autre part. Lorsqu'un indenteur Vickers est appliqué à la surface d'un matériau céramique avec une charge suffisamment élevée (selon le matériau), il se crée un système de trois types de fissures [6-7](figure I.3)

- Fissure médiane** : elle s'étend en profondeur pendant le chargement sous l'action d'un champ élastique ;
- Fissure radiale** : elle s'étend en surface à partir des angles de l'indenteur et se développe sous l'action des contraintes résiduelles ;
- Fissure latérale** : elle provient également de l'action des contraintes résiduelles. Ces fissures se développent presque parallèlement à la surface et sont responsables de l'écaillage de l'échantillon.

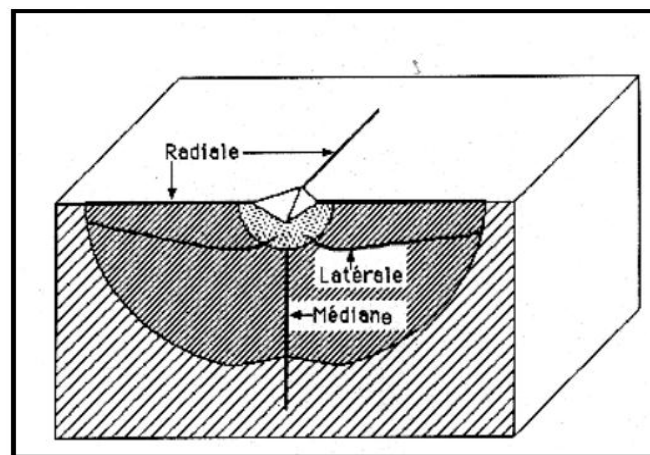


Figure I-3 : Les différents types des fissures[8]

I.7. Mécanique de la rupture :

Dans un matériau homogène soumis à une contrainte uni-axiale, l'effort se transmet d'un atome à l'autre en suivant des lignes de force qui sont parallèles (Fig.I.4). Dans un matériau qui possède une entaille, les lignes de force doivent contourner cette entaille, ce qui conduit à une concentration de ces lignes au voisinage de la pointe de l'entaille, donc une concentration de la contrainte dans cette région, appelée tête ou pointe de fissure.

La mécanique de la rupture étudie l'interaction entre la discontinuité géométrique (fissure) et le milieu continu avoisinant, ainsi que l'évolution de cette discontinuité. D'un point de vue mécanique, on peut distinguer schématiquement, dans un milieu fissuré, trois zones successives.

(Figure I.5)

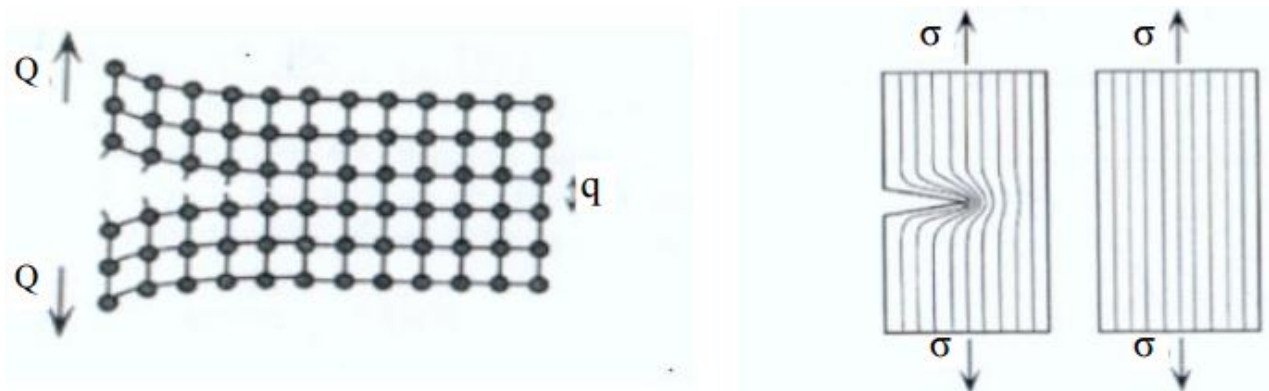


Figure I 4: (a) Propagation d'une fissure

(b) Lignes de force et concentration de contraintes[3]

I.8.Zone plastique au niveau de la pointe de la fissure

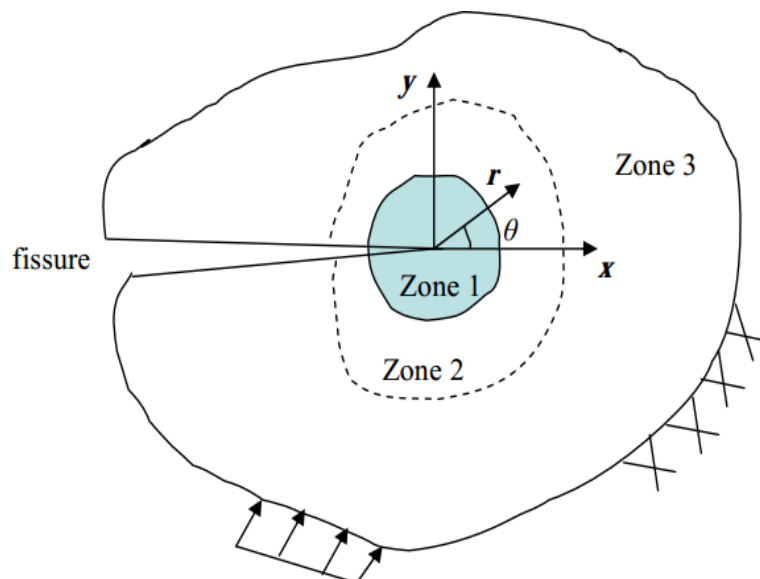


Figure I-5 : Zone délimitant le voisinage d'une pointe de fissure [3]

La zone d'élaboration 1: elle se trouve à la pointe de fissure et dans le sillage laissé par la fissure au cours de sa propagation. L'étude de cette zone est très complexe à cause des contraintes importantes qui ont fortement endommagé le matériau. Elle est discontinue au sens de la mécanique des solides. La théorie classique de la mécanique de la rupture réduit cette zone à un point pour les problèmes plans et à une courbe pour les problèmes tridimensionnels.

La zone singulière 2 : dans laquelle les champs de déplacements, déformations et contraintes sont continus et possèdent une formulation indépendante de la géométrie lointaine de la structure. On démontre que dans cette zone, les composantes de champ de contraintes sont infinies au voisinage du front de fissure ($r \rightarrow 0$).

Plus exactement, la singularité est en $(1/\sqrt{r})$ en milieu élastique linéaire. Le matériau ayant une limite élastique, il existe un rayon r_p autour de la pointe de fissure qui détermine la forme de la zone plastique. En fonction de la valeur de r_p , on dira que la rupture est fragile pour r_p petit et qu'elle est ductile pour r_p grand. Cette distinction sur la base du paramètre r_p est très importante car elle conditionne la validité de la théorie utilisée :

- La Mécanique Linéaire de la Rupture pour les ruptures fragiles.
- La Mécanique Non Linéaire de la Rupture dans le cas de zone plastique non négligeable (rupture ductile).

La zone 3 extérieure comprenant les champs lointains se raccordant d'une part, à la zone singulière, et d'autre part aux conditions aux limites en charges et en déplacements. Dans cette zone, les champs de déplacements, déformations et contraintes varient peu et peuvent être approximés par des polynômes communément utilisés dans la méthode des éléments finis.

Diverses méthodes d'analyse permettent d'étudier les champs de déplacements, déformations et contraintes au voisinage d'une fissure. On regroupe l'ensemble de ces méthodes sous deux types d'approches :

- ✓ Approches directes : qui sont fondées sur l'utilisation des fonctions d'Airy ; ces approches résolvent des problèmes plans et font appel à la recherche de fonctions analytiques. En particulier dans notre étude, nous avons utilisé l'expansion de Williams qui est basée sur ce type d'approches.
- ✓ Approches énergétiques qui sont basées sur l'analyse énergétique du milieu continu contenant une fissure. il s'agit d'un bilan énergétique global intégrant le taux de restitution d'énergie dû à un accroissement virtuel de la fissure.

I.9. Utilisation de la mécanique de la rupture en conception :

Le schéma figure I.6 a comparé l'approche classique pour le dimensionnement des structures basée sur la limite d'élasticité du matériau σ_E à l'approche utilisant le concept de ténacité K_C issu de la mécanique linéaire de la rupture (MLR). Dans le premier cas, on dimensionne les structures pour que les contraintes appliquées σ restent inférieures à la limite d'élasticité ($\sigma < \sigma_E$). On utilise en général un coefficient de sécurité pour prévenir tout risque de rupture fragile ($\sigma < \gamma \sigma_E$ avec $\gamma < 1$). Cette approche est à deux variables σ et σ_E ; elle fait abstraction de l'existence d'éventuels défauts sous forme de microfissures par exemple.

L'approche basée sur la mécanique linéaire de la rupture est à trois variables : la contrainte appliquée, la ténacité K_C qui remplace la limite d'élasticité et une variable additionnelle qui est la taille du défaut. Il y

a cependant deux approches alternatives de la mécanique de la rupture : l'une utilisant le concept d'intensité des contraintes critique (ténacité du matériau) et l'autre un critère d'énergie. Ces deux approches sont équivalentes dans certaines conditions. On va les présenter brièvement avant de préciser les hypothèses qui les sous-tendent et de rentrer dans les détails des calculs qu'elles mettent en œuvre.

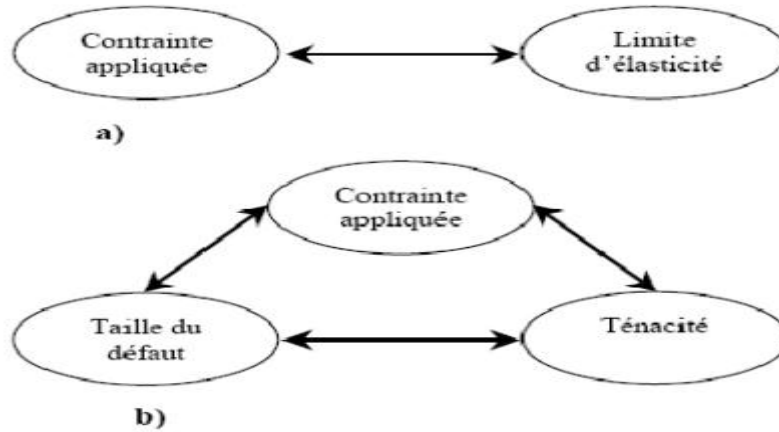


Figure I-6: Comparaison de l'approche classique (a) et de l'approche utilisant la MLR(b)[2]

I.9.1. Critères de rupture

Deux critères de rupture ont été proposés traitant le problème de la propagation brutale ou instable d'une fissure. Le premier est fondé sur l'équilibre thermodynamique d'un corps (critère énergétique) et le second sur l'étude du champ de contrainte au voisinage du front de fissure (critère mécanique).

I-9-2.Critère énergétique (Analyse de Griffith)

C'est à Griffith [9] que l'on doit en 1920 l'approche énergétique de la mécanique de la rupture. En se basant sur des considérations thermodynamiques, il a mis en évidence le fait que la rupture est un phénomène consommateur d'énergie, car pour augmenter la surface d'une fissure dans un matériau il faut fournir un certain travail. Soit une plaque infinie d'épaisseur unité et supposée parfaitement élastique contenant une microfissure de longueur $2a$ que l'on peut approximer à une ellipse soumis à des forces extérieures (contraintes de tension σ perpendiculaire à l'axe de la fissure (figure I-7).

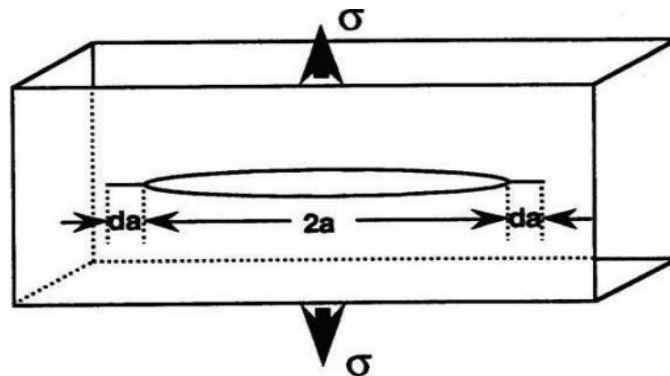


Figure I-7: Microfissure elliptique sollicitée en tension uni axiale, dans une plaque infinie[1]

L'énergie libre potentielle totale U_{total} du système s'écrit :

$$U_{total} = U_e + W \quad (I-1)$$

U_e : Energie élastique stockée dans le matériau.

W : Travail effectué par les forces extérieures.

Un accroissement da de la fissure (figure I-2), libère une énergie G_I telle que :

$$\frac{\partial}{\partial a}(W - U_e) = G_I \quad (I-2)$$

G_I représente l'énergie élastique libérée par unité de surface de progression de fissure en mode I, ou le taux de restitution de l'énergie du système appelée également force d'extension de la fissure.

Griffith a suggère que la fissure se propage lorsque G_I atteint une valeur critique G_{IC} caractéristique du matériau et a énoncé le critère énergétique gouvernant la rupture par la condition suivante :

$$G_I \geq G_{IC} \quad (I-3)$$

G_{IC} qui représente l'énergie de rupture du matériau est égale à l'énergie superficielle correspondant à la création de deux surfaces libres :

$$G_{IC} = 2\gamma_s \quad (I-4)$$

I.9.3. Critère de contraintes (Analyse d'Irwin) :

A l'approche globale de Griffith, Irwin a substitué une approche locale basée sur la détermination du champ de contraintes existant autour d'une fissure [10], en tenant compte de la zone plastique créée par accroissement virtuel de celle-ci. A partir d'une analyse théorique du : champ de contraintes au voisinage du front de fissure (figure I-8), Irwin a donné l'expression de ce champ en introduisant un nouveau paramètre qui est le coefficient d'intensité de contraintes noté K .

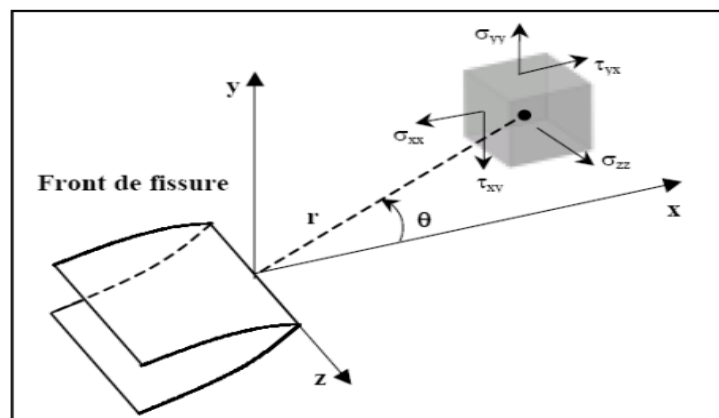


Figure I-8: Schématisation des contraintes appliquées à un élément volumique au voisinage du front de fissure[11]

En mode I, l'expression généralisée de ce facteur noté K_I s'écrit sous la forme :

$$K_I = Y \cdot \sigma a \cdot \sqrt{\pi} \quad (I-5)$$

K_I dépend uniquement de la contrainte appliquée σa , de la taille de fissure a et de la géométrie de l'éprouvette Y . Les expressions du champ de contraintes et du déplacement au voisinage du fond de fissure s'expriment donc d'une manière générale d'après Irwin sous les formes

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad i, j=x; y \quad (I-6)$$

$$U_i = K_I \sqrt{\frac{2r}{\pi}} g_i(\theta) \quad (I-7)$$

Où r et θ étant les coordonnées polaires du point considéré (figure I-8) par rapport au front de fissure. Par conséquent, il conclut qu'en un point de coordonnées polaires r et θ , pour le problème plan d'une fissure soumise à une contrainte de traction (mode I, figure I-1, les mêmes raisonnements sont valables pour les autres modes), les premiers termes des contraintes au voisinage de la fissure sont données par les expressions suivantes :

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (I-8)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (I-9)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \quad (I-10)$$

Les expressions des déplacements sont :

$$U_x = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(\chi - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (I-11)$$

$$U_y = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(\chi + 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (I-12)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{Module de cisaillement du matériau}$$

Avec E module d'Young du matériau, ν coefficient de poisson du matériau.

Irwin suggère que la fissure devient instable et se propage lorsque K_I atteint la valeur critique K_{IC} paramètre appelé ténacité qui traduit son aptitude à s'opposer à la propagation brutale d'une fissure en mode I.

$$K_{IC} = Y \cdot \sigma_c \sqrt{a_c \pi} \quad (\text{I-13})$$

a_c : Taille critique de la fissure.

σ_c : contrainte critique à la rupture

Il énonça ainsi le critère de rupture par la relation :

$$K \geq K_{IC} \quad (\text{I-14})$$

I-9.4. Relation entre K_{IC} et G_{IC}

Les deux critères de rupture ne sont pas indépendants. Irwin à associé le coefficient d'intensité de contrainte critique K_{IC} à une énergie superficielle G_{IC} absorbée lors de la propagation d'une fissure par la relation :

$$G_{IC} = \frac{K_{IC}^2}{E} \quad \text{En état de contraintes planes} \quad (\text{I-15})$$

$$G_{IC} = \frac{K_{IC}^2 \cdot (1 - \nu^2)}{E} \quad \text{en état de déformations planes} \quad (\text{I-16})$$

I-10. Endommagement et Rupture :

1-10.1. Modes de Chargement :

On distingue plusieurs modes de chargement des structures :

- (i) chargement monotone,
- (ii) chargement cyclique,
- (iii) chargement constant.

Chaque mode de chargement correspond à un mode de ruine particulier.

Chargement monotone : Dans ce cas le chargement croit de façon continue. Le chargement peut consister en un déplacement imposé ou une charge imposée. Dans le cas linéaire (élasticité) les deux cas sont similaires. Dans le cas d'un comportement plastique, il existe une charge limite que la structure ne peut pas dépasser. Dans le cas d'un chargement en force, il y a rupture brutale par instabilité plastique (figure 1). Il peut s'agir, par exemple, du cas d'un réservoir dont on augmente la pression.

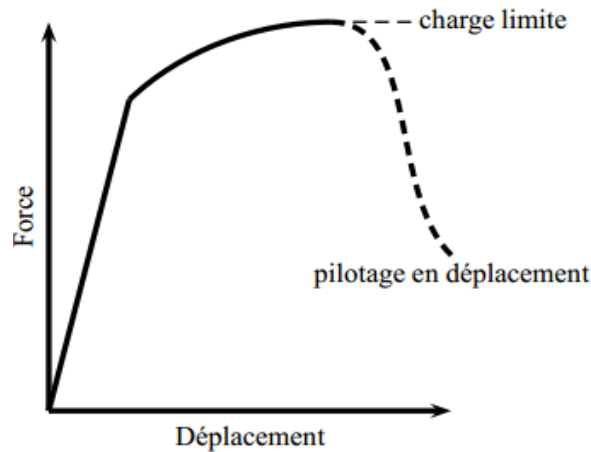


Figure I-9: Charge limite et mode de pilotage du chargement [12]

a) **Chargement cyclique** : La charge ou le déplacement varie de façon cyclique au cours du temps. La rupture est différée ; elle n'interviendra qu'au bout d'un nombre de cycles dépendant de la sévérité et du chargement (figure 2). On parle de *fatigue*. Des nombreuses structures sont sollicitées en fatigue : moteurs, pneus, ailes d'avions, hélices de bateau etc.

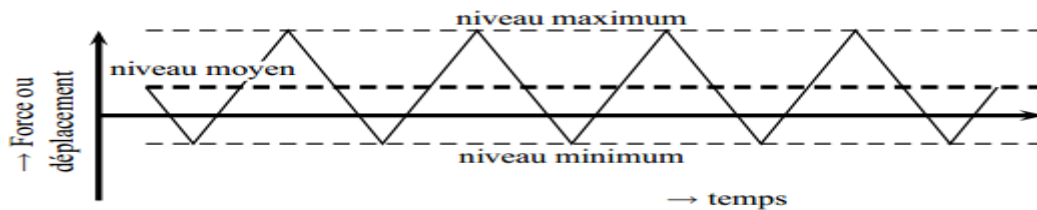


Figure I-10: Chargement cyclique [13]

b) **Chargement constant** : Dans ce cas une charge constante est appliquée sur une structure généralement à haute température (c'est à dire pour $T/T_f > 0.5$). Dans ce cas la structure flue. On se trouve également dans un cas de rupture différée.

c) **Chargements complexes** : Dans certains cas, le chargement peut être plus complexe que dans les cas précédents. Une structure à haute température peut voir son niveau de charge varier au cours du temps. On parle alors d'interaction fatigue-fluage. Une structure en fatigue dans laquelle se propage lentement une fissure peut subir une surcharge qui entraîne la rupture en charge limite.

1-10.2. Classes de matériaux VIS-A-VIS de la rupture :

Pour un essai sous chargement monotone d'une éprouvette de traction simple, on peut distinguer différents types de mode de rupture (figure 3) :

a) **Rupture élastique-fragile** Le comportement global est linéaire élastique et la rupture intervient de façon brutale (i.e. sans signes précurseurs). Les déformations à rupture sont généralement faibles ($< 1\%$). Les matériaux ayant ce type de comportement sont les céramiques massives, les verres.

b) Rupture quasi-fragile Le comportement global est non linéaire. Des décharges partielles indiquent une forte perte de rigidité qui indique une micro-fissuration du matériau. Cette micro-fissuration est la cause essentielle de la non-linéarité globale. Les matériaux ayant ce type de comportement sont :

Les composites en particulier les composites céramique-céramique,

Les bétons On observe ce comportement en compression. En traction les bétons ont généralement une rupture élastique-fragile. Les nouveaux bétons renforcés ont également une rupture quasi-fragile en traction.

c) Rupture plastique-fragile Le matériau plastifie mais rompt brutalement pour des déformations relativement faibles. C'est le cas des métaux de type cubique centre ou hexagonal lorsque la température est suffisamment faible.

d) Rupture ductile Le matériau plastifie et rompt progressivement. Une fissure stable peut s'amorcer au sein de la matière. L'endommagement peut-être diffus et relativement important. Les métaux cubiques à faces centrées ont ce comportement. Les métaux de type cubique centre sont ductiles pour une température suffisamment élevée.

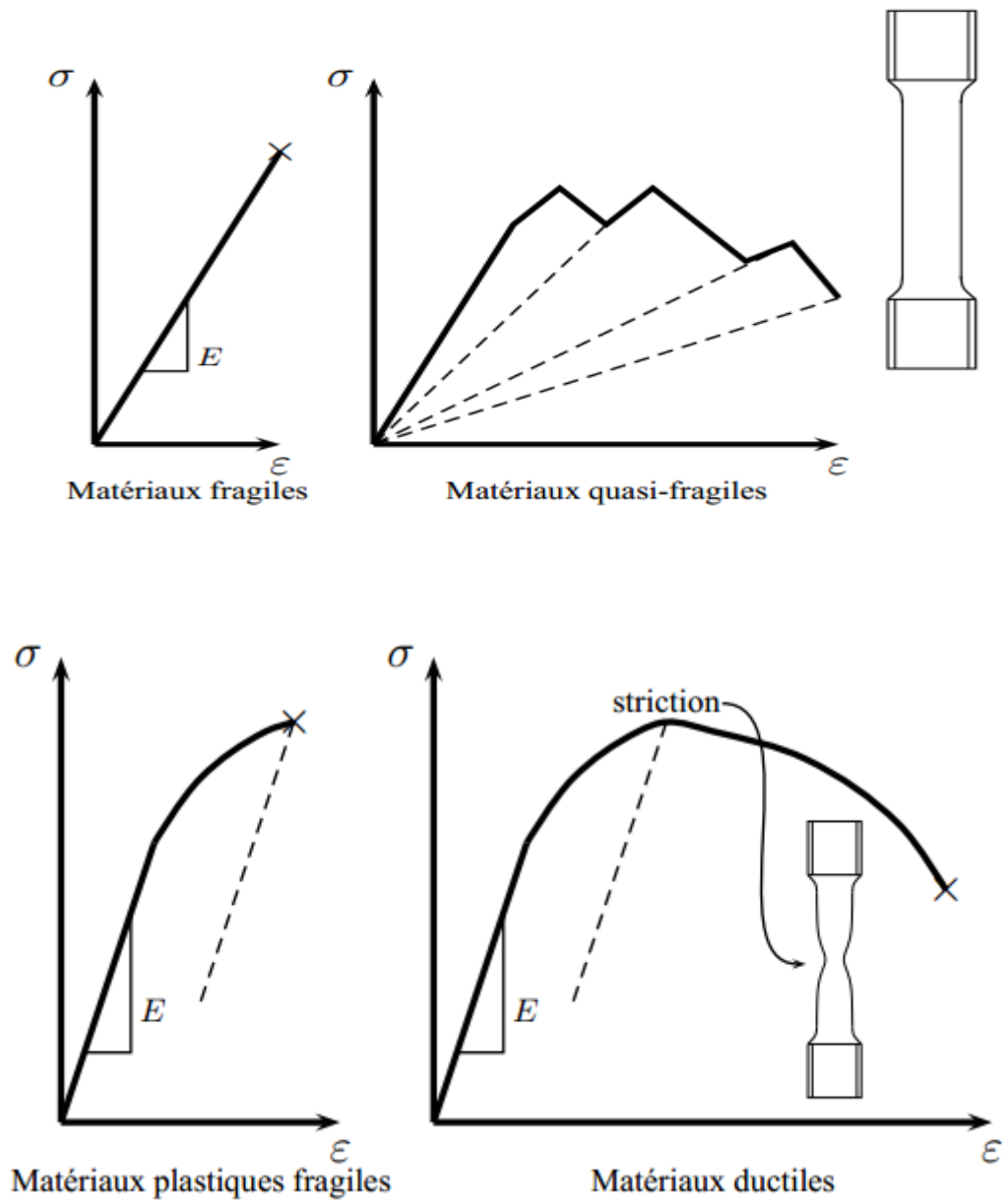


Figure I-11: Classes de matériaux vis-à-vis de la rupture en sollicitation monotone [12]

1-11. Conclusion :

Le comportement à la rupture d'une structure fissurée peut être décrit soit par l'approche globale basée sur un bilan énergétique soit par l'approche locale basée sur le champ de contraintes en pointe de fissure. Dans l'hypothèse du comportement élastique linéaire, les différentes expressions du taux de restitution d'énergie permettent, d'une part, d'avoir des relations avec le facteur d'intensités de contrainte et d'autre part, une caractérisation expérimentale simple. Si ces deux paramètres (K et G) sont essentiels pour la mécanique de la rupture, elles ne restent valables que pour un comportement élastique linéaire. Cependant, la prise en compte du comportement réel des structures est nécessaire pour définir d'autres paramètres de rupture tenant compte de l'effet de la plasticité.

II.1 Introduction

L'avenir est à l'outil numérique et à la réalité virtuelle; la simulation et l'analyse numérique se sont développées ces dernières années dans la recherche industrielle privée ou publique (constructeurs automobile, aéronautique, spatial...) améliorant ainsi la productivité des industriels et la vie de tous les consommateurs.

La solution d'analyse par éléments finis optimise le prototypage virtuel et la simulation numérique pour l'entreprise en utilisant les hypothèses de la mécanique de la rupture en élasticité et de la dynamique. Ainsi elle simule et améliore les performances des composants, des matériaux et des produits sujets à de fortes exigences opérationnelles (sécurité, endommagement...).

II.2 Méthode des éléments finis

L'utilisation de la méthode des éléments finis sur un domaine donné pour déterminer une fonction inconnue (contrainte, déplacement ...) nécessite la description du domaine considéré en un nombre fini de sous domaines appelés éléments finis, et le système continu sera remplacé par un système discrétisé équivalent. Elle fait appel aussi à des connaissances en mécanique des milieux continus et les lois de comportement en analyse numérique, et en informatique. Les éléments utilisés pour la discrétisation, peuvent être unidimensionnels (de forme linéaire), bidimensionnels (rectangulaire ou quadrilatérale), tridimensionnels (de forme tétraédrique ou hexagonale). Ces éléments sont liés les uns aux autres en un nombre fini de points appelés nœuds.

II. 3 Eléments à une dimension



Figure II-1 : Eléments unidimensionnels.

II. 4 Eléments à deux dimensions

a- Eléments triangulaires

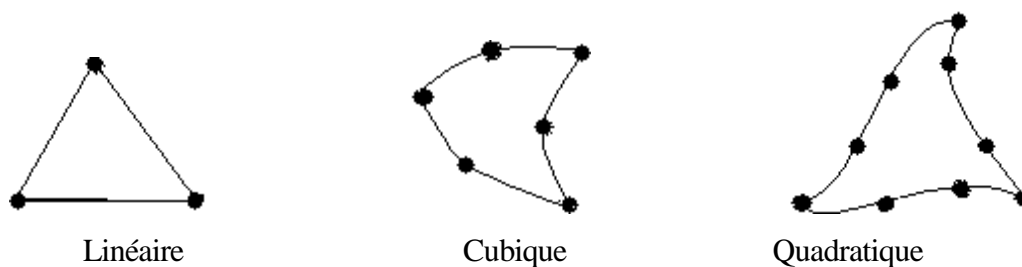


Figure II -2 : Eléments triangulaires

b- Eléments quadrilatéraux

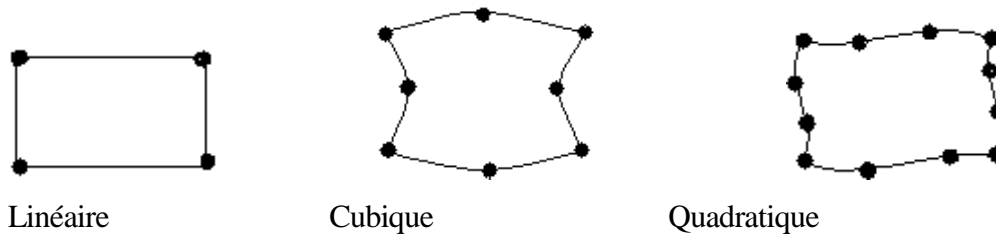


Figure II-3 : Eléments quadrilatéraux.

II. 5 Eléments de références

Un élément de référence est un élément de forme simple, repéré dans un espace de référence, qui peut être transformé en chaque élément réel. Les éléments uni, bi ou tridimensionnels seront transformés de coordonnées cartésiennes en élément curviligne c'est-à-dire que les relations de transformation peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = f \begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{Bmatrix} \quad (\text{II-1})$$

II. 5.1 Eléments rectangulaires

a- Eléments quadratiques à 4 nœuds

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + \xi \xi_i)(1 + \eta \eta_i) \quad (\text{II-2})$$

Les valeurs de ξ et η sont données dans le tableau II-(1) pour chaque nœud.

Tableau II-1 : Valeur de ξ η pour un élément quadratique iso paramétrique à 4 nœuds.

| Numéro du nœud | ξ | η |
|----------------|-------|--------|
| 1 | -1 | -1 |
| 2 | 1 | -1 |
| 3 | 1 | 1 |
| 4 | -1 | 1 |

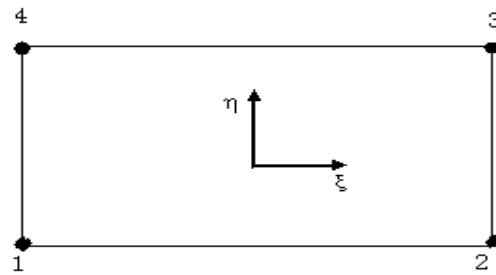


Figure II-4 : Elément rectangulaire linéaire

b- Eléments quadratiques à 8 nœuds

Pour les nœuds au sommet :

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + \xi \xi_i) (1 + \eta \eta_i) (\xi \xi_i + \eta \eta_i - 1); i = 1,3,5,7. \quad (II-3)$$

Nœuds au milieu :

$$N_i = \frac{\xi_i^2}{2} (1 + \xi \xi_i) (1 - \eta \eta_i) + \frac{\eta_i^2}{2} (1 + \eta \eta_i) (1 - \xi \xi_i); i = 2,4,6,8. \quad (II-4)$$

Les valeurs de ξ et η pour l'élément à 8 nœuds sont données par le tableau II-2 pour un chaque nœud.

Tableau II-2 : Valeur de ξ et η pour l'élément à 8 nœuds.

| Numéro du nœud | ξ | η |
|----------------|-------|--------|
| 1 | -1 | -1 |
| 2 | 0 | -1 |
| 3 | 1 | -1 |
| 4 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | 1 |
| 6 | 0 | 1 |
| 7 | -1 | 1 |
| 8 | -1 | 0 |

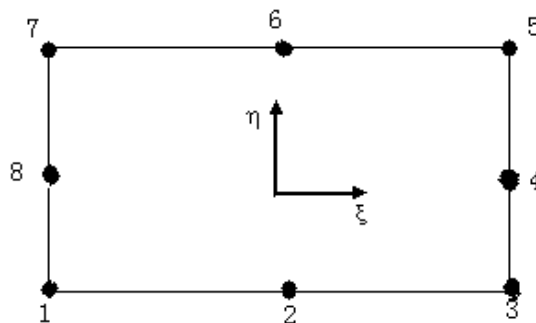


Figure II-5 : Elément rectangulaire quadratique.

II.5.2 Eléments triangulaires

a- Eléments triangulaires à 3 nœuds

Pour cet élément les fonctions de formes ainsi que les valeurs de ξ et η sont données par le **tableau**

Tableau II-3 : Fonction de formes et valeurs de ξ et η pour l'élément triangulaire à 3 nœuds

| Numéro du nœud | N | ξ | η |
|----------------|------------------|-------|--------|
| 1 | $1 - \xi - \eta$ | -1 | -1 |
| 2 | ξ | 1 | 0 |
| 3 | η | 0 | 1 |

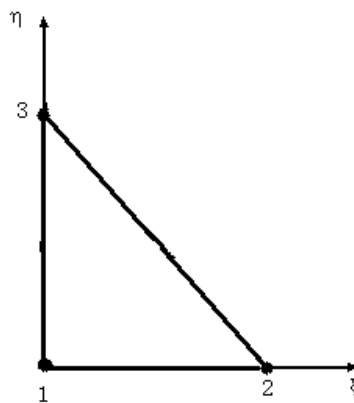


Figure II-6 : Élément triangulaire linéaire

b- Élément triangulaire à 6 nœuds

Pour cet élément les fonctions de formes ainsi que les valeurs de ξ et η sont données par le **tableau II. (4)** avec : $\lambda = 1 - \xi - \eta$

Tableau II-4 : Formation de formes et valeurs de ξ et η pour l'élément triangulaire à 6 nœuds .

| Numéro du nœud | N | ξ | η |
|----------------|-------------------------|---------------|---------------|
| 1 | $-\lambda (1-2\lambda)$ | 0 | 0 |
| 2 | $4\xi\lambda$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| 3 | $-\xi(1-2\zeta)$ | 1 | 0 |
| 4 | $4\xi\eta$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| 5 | $-\eta(1-2\eta)$ | 0 | 1 |
| 6 | $4\eta\lambda$ | 0 | $\frac{1}{2}$ |

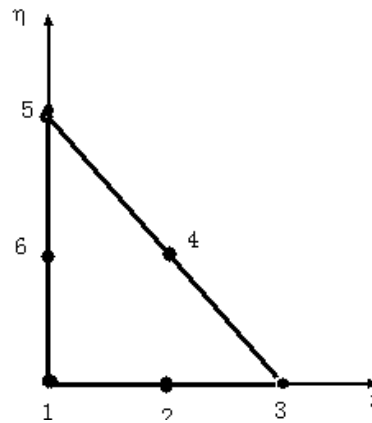


Figure II-7 : Elément triangulaire quadratique .

II.6 Méthode des éléments finis en élasticité linéaire

L'objectif de la méthode des éléments finis est d'obtenir la relation liant les déplacements $\{u\}$ aux forces nodales $\{F\}$, tel que :

$$\{F\} = [K] \cdot \{u\} \quad (\text{II-5})$$

$[K]$ est la matrice de rigidité.

La première étape dans l'analyse est de choisir une fonction de déplacement $[f(x, y, z)]$ qui définit l'état de déplacement de tous les points de l'élément. Cette fonction est sous forme de polynôme facile à dériver ou à intégrer. La relation de la fonction de déplacement s'écrit comme suit :

$$\{u(x, y, z)\} = [f(x, y, z)] \cdot \{\alpha\} \quad (\text{II-6})$$

avec :

$f(x, y, z)$: est la fonction de déplacement ;

$U(x, y, z)$: Vecteur de déplacement nodale ;

$\{\alpha\}$: vecteur de coefficients inconnus.

Ayant choisi le polynôme de déplacement, l'étape suivante consiste à relier l'état de déplacement à ses déplacements nodaux après avoir trouvé le vecteur de coefficient $\{\alpha\}$ d'après la relation :

$$\{\alpha\} = [A^{-1}] \cdot \{u^e\} \quad (\text{II-7})$$

Avec :

$\{u^e\}$: Déplacement élémentaire.

$[A]$: Matrice de coordonnées nodales.

En remplaçant l'équation (II-7) dans l'équation (II-6), on aura :

$$\{u(x, y, z)\} = [f(x, y, z)] \cdot [A^{-1}] \cdot \{u^e\} \quad (\text{II-8})$$

Le produit $[f(x, y, z)] \cdot [A^{-1}]$ nous donne les fonctions de forme $[N]$, qui sont données par les coordonnées locales $N=N(\xi, \eta, \zeta)$

L'équation (II-8) s'écrit :

$$u = \sum_{i=1}^n N_i \cdot u_i \quad \text{et} \quad \delta u = \sum_{i=1}^n N_i \cdot \delta u_i \quad (\text{II-9})$$

Où la transformation est définie en fonction des coordonnées des nœuds selon :

$$x = \sum N_i x_i \quad ; \quad y = \sum N_i y_i \quad ; \quad z = \sum N_i z_i \quad (\text{II-10})$$

Avec : $\sum N_i = 1$

Où :

n : est le nombre de nœuds par éléments ;

u_i : est le vecteur des déplacements nodaux pour un élément particulier ;

N_i : fonction de forme.

Les déformations sont reliées aux déplacements par :

$$\{\varepsilon\} = [\mathbf{B}] \cdot \{\alpha\} \quad (\text{II-11})$$

$$\{\varepsilon\} = [\mathbf{B}] \cdot [\mathbf{A}^{-1}] \cdot \{u^e\} \quad (\text{II-12})$$

Avec :

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix}$$

Les composantes des contraintes dans l'élément sont reliées à celles des déformations par la relation :

$$\{\sigma\} = [\mathbf{D}] \cdot \{\varepsilon\} \quad (\text{II-13})$$

Où :

$\{\sigma\}$: vecteur de composantes de contraintes ; $[\mathbf{D}]$: la matrice d'élasticité

En remplaçant l'expression (II-12) dans (II-13) on obtient :

$$\{\sigma\} = [\mathbf{D}] \cdot [\mathbf{A}^{-1}] \cdot \{u^e\} \quad (\text{II-14})$$

En contraintes planes :

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

L'équilibre d'une structure soumise à un chargement extérieur, est assuré si le travail interne dû à la variation de l'énergie de déformation est égal au travail externe dû à un déplacement virtuel.

Soit :

$$W_{\text{int}} = W_{\text{ext}} \quad (\text{II-15})$$

Avec : $W_{\text{int}} = \int \{d\varepsilon\}^T \{\sigma\} dv$ et $W_{\text{ext}} = \{\text{du}\}^T \{F\}$

On aura finalement :

$$\{F\} = [A^{-1}]^T \int_V [B]^T [D][B][A^{-1}] \{u\} dv \quad (\text{II-16})$$

Ainsi la matrice de rigidité $[K]$ s'écrit :

$$[K] = \int_V [B]^T [D][B] dv \quad (\text{II-17})$$

En fonction de ξ et η la matrice de rigidité s'exprime par :

$$[K] = h \int_V [B]^T [D][B] \det J d\xi d\eta \quad (\text{II-18})$$

Où : h est l'épaisseur de l'élément de volume dv ; $[J]$ est la matrice jacobienne défini par :

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \quad (\text{II-19})$$

II.7 formulation des éléments finis en élastoplasticité

L'objectif de la théorie mathématique de la plasticité est de définir une relation analytique entre les contraintes et les déformations pour un matériau à comportement élastoplastique. Caractérisé par des déformations permanentes irréversibles.

Les premières études expérimentales concernant le phénomène de plasticité ont été menées par Tresca. C'est vers 1970 que Saint Venant et Levy publient la théorie mathématique de la plasticité. A partir de ce moment interviennent des noms très connus dans le domaine de la plasticité comme : Prandtl, Von Mises, Hencky, etc....

II.8 Principaux critères utilisés

II.8.1 Critère de Tresca

Historiquement, il semble que ce soit le premier critère de plasticité qui a été proposé au siècle dernier, en mécanique des sols.

Tresca a postulé que le critère de plasticité fait intervenir la scission maximum τ_{\max} et s'écrit donc :

$$f = 2(\tau_{\max} - \tau_0) \quad (\text{II-20})$$

Où : τ_0 est la scission limite, caractéristique du matériau considéré.

Nous n'admettons ici que l'équation (II-20) est équivalente à [..]

$$f = \max_{i,j_0} (\sigma_I - \sigma_{II}) - \sigma_0 \quad (\text{II-21})$$

Ou bien :

$$f = \left\{ \begin{array}{l} |\sigma_I - \sigma_{II}| - \sigma_0 \\ \text{ou} \\ |\sigma_I - \sigma_{III}| - \sigma_0 \\ \text{ou} \\ |\sigma_{III} - \sigma_I| - \sigma_0 \end{array} \right. \quad (\text{II-22})$$

Pour un état de traction uniaxiale où

$$\sigma_I \neq 0, \sigma_{II} = \sigma_{III} = 0, \text{ on a : } f = \sigma_I - \sigma_0$$

On constate que la contrainte d'écoulement est σ_0 . Le critère de Tresca signifie que la plastification se

produit quand le cisaillement maximum atteint une valeur critique $S = \frac{\sigma_0}{2}$. Ce critère peut donc se

mettre sous la forme :

$$f = \max_{i,j} (\sigma_i - \sigma_j) - 2S \quad (\text{II-23})$$

Dans l'espace des contraintes principales, la surface d'écoulement du critère de Tresca est un hexagone régulier défini dans le plan perpendiculaire à l'axe $\frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,1)$, et de coté $\frac{2}{\sqrt{3}} = \sigma_0$

La représentation graphique de ce critère est donnée sur la figure (II-8).

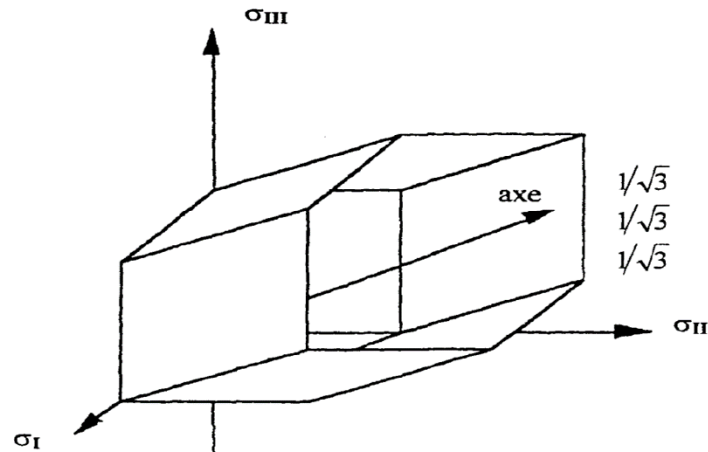


Figure II.8 : Représentation géométrique du critère de Tresca dans l'espace des contraintes principales

II.8.2 Critère de Van Mises

C'est le critère le plus utilisé, il est applicable à des corps plastiques isotropes tels que les alliages métalliques il est courant d'utiliser ce critère.

Il semble que Van Mises ait eu le projet de construire un critère de plasticité en partant du critère de Tresca et en recherchant une forme analytique plus manipulable. il eut l'idée de construire le cylindre de révolution circonscrit au cylindre à base hexagonale de Tresca. Le seuil de plasticité ici est lié à l'énergie du cisaillement élastique

L'équation de Von Mises est l'équation d'un cylindre à base circulaire axé sur le trisectrice du Repère $(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})$ et de rayon $R = \sigma_0$:

$$f = (\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 - 2\sigma_0^2 \quad (\text{II-24})$$

Dont la représentation graphique est donnée sur la figure (II-9):

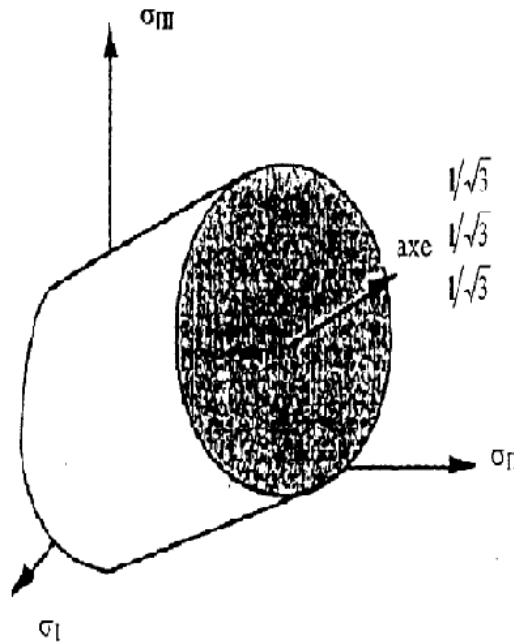


Figure II.9 : Représentation géométrique du critère de Von Mises dans l'espace des contraintes principales

II.9 Représentation matricielle

Dans un régime élasto-plastique, le tenseur de déformation et le tenseur de l'incrément de déformation peuvent être décomposés en composantes de déformations élastiques et plastiques, soit:

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^e + \epsilon_{ij}^p \tag{II-25}$$

Et :

$$d\epsilon_{ij} = (d\epsilon_{ij})^e + (d\epsilon_{ij})^p \tag{II-26}$$

Sachant que :

$$(d\epsilon_{ij})^e = \frac{1+\nu}{E} d\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} d\sigma_{kk} \delta_{ij} \tag{II-27}$$

En substituant l'équation (II-26) à l'équation (II-27), on obtient :

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} d\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} d\sigma_{kk} \delta_{ij} + (d\varepsilon_{ij})^p \quad (\text{II-28})$$

Afin de déterminer les déformations totales à partir de l'équation il restera à déterminer les composantes de la déformation plastique.

La modélisation du comportement élasto-plastique nécessite l'introduction d'une fonction d'écoulement définie par une équation de la forme :

$$f(\sigma, k) = f(\sigma) - f(k) = 0 \quad (\text{II-29})$$

Où: σ est le vecteur des contraintes,

k est le paramètre d'écrouissage gouvernant la fonction d'écoulement.

En différenciant l'équation (II-29), on aura :

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial f}{\partial k} dk = 0 \quad (\text{II-30})$$

Ou bien :

$$df = a^i d\sigma - Ad\lambda = 0 \quad (\text{II-31})$$

D'où :

$$a^i d\sigma = Ad\lambda \quad (\text{II-32})$$

Avec :

$$a^T = \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma_x}, \frac{\partial f}{\partial \sigma_y}, \frac{\partial f}{\partial \sigma_z}, \frac{\partial f}{\partial \tau_{xy}}, \frac{\partial f}{\partial \tau_{yz}}, \frac{\partial f}{\partial \tau_{xz}} \right] \quad (\text{II-33})$$

Et :

$$A = -\frac{1}{d\lambda} \frac{\partial f}{\partial k} dk \quad (\text{II-34})$$

De l'équation (II-31) on peut écrire

$$d\varepsilon = [D]^{-1} d\sigma + d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (\text{II-35})$$

Où : D est la matrice usuelle des constants élastiques.

Multiplions l'équation (II-35) par a^T . D , ainsi on aura :

$$a^t .D.d\varepsilon = a^T d\sigma + a^t .D.d\lambda.a \quad (\text{II-36})$$

En substituant l'équation (II-32) dans (II-36), on obtient :

$$d\lambda = \frac{a^T .D.a}{A + a^T .D.a} .d\varepsilon \quad (\text{II-37})$$

Si on pose : $a^t .D. = dD^t$ tel que $dD = D.a$

L'expression (II-37) devient :

$$d\lambda = \frac{dD^T}{A + dD^T .a} .d\varepsilon \quad (\text{II-38})$$

Si l'équation (II-38) est substituée dans (II-35) on aura:

$$d\varepsilon = [D]^{-1} .d\sigma + \frac{a.dD^T}{A + dD^T .a} d\varepsilon \quad (\text{II-39})$$

En élasto-plasticité la relation contrainte déformations est de la forme

$$d\sigma = D_T .d\varepsilon \quad (\text{II-40})$$

Où :

D_T est la matrice élastique tangente.

De l'équation (II-39), on a

$$[D]^{-1} .d\sigma = \left[1 - \frac{a.dD^T}{A + dD^T .a} \right] d\varepsilon \quad (\text{II-41})$$

Ou bien:

$$d\sigma = \left[D - \frac{dD.dD^T}{A + dD^T .a} \right] d\varepsilon \quad (\text{II-42})$$

Par conséquent D_T est identifié par:

$$D_T = D - \frac{dD.dD^t}{A + dD^T .a} \quad (\text{II-43})$$

Dans le cas d'un matériau a comportement élastoplastique, les composantes des contraintes et des déformations sont linéaires reliées par l'expression :

$$\{\sigma\} = [D]_T \cdot \{\varepsilon\} \quad (\text{II-44})$$

La matrice de rigidité $[K]_{;T}$ tangente est déterminée par :

$$[K]^e = \int_V [B]^T [D]_T [B] dv \quad (\text{II-45})$$

II-10. Conclusion

Le calcul d'une structure par la méthode des éléments finis exige, pour être efficace, d'accorder le plus grand soin à la phase de modélisation. La précision des résultats dépend de la qualité du modèle, mais également du maillage réalisé.

Aussi, il est recommandé d'effectuer une étude de convergence à partir de la comparaison des résultats issus de maillages plus ou moins affinés.

Enfin, la validation des résultats passe par une analyse des déplacements et des contraintes attestant que les hypothèses de départ (petitesse des déplacements et linéarité de comportement du matériau) ne sont pas mises en défaut.

III.1 Introduction :

Le but de notre recherche est de faire une analyse par la méthode des éléments finis l'effet des propagations de deux fissures émanant d'une cavité circulaire sur la taille et la forme de la zone plastique en fond d'entaille dans le cas d'une plasticité confinée.

L'orientation de la fissure joue un rôle primordiale pour sa propagation, cela est l'objet de notre étude et voir tous les cas possibles des fissures dans différentes orientations (de -60° jusqu'à 60°), en négligeant la fissure verticale (à 90°) car son effet est négligeable et tend vers zéro, car sa direction est parallèle au chargement imposé sur notre plaque.

III.2 Présentation du logiciel de calcul

Abaqus 6.14 emploie une technologie de résolution idéale pour les événements dynamiques lents et statiques, qui exigent des solutions de traitement des contraintes d'une extrême précision. Abaqus est pris en charge dans l'environnement de modélisation pour tous les besoins communs.

Le logiciel Abaqus permet de modéliser les structures par différents types d'éléments bidimensionnels, triangulaires à trois et six nœuds, et quadratiques à quatre nœuds et quadratique à huit nœuds.

Nous trouvons une variété de types de chargements notamment des charges concentrées, des charges uniformément et linéairement réparties ; des chargements dynamiques et des chargements thermiques.

Les résultats pris à tout point d'une exécution peuvent être utilisés comme conditions de départ pour la suite de l'analyse. La flexibilité offerte par cette intégration permet d'appliquer aux parties de l'analyse adaptées à une technique de résolution implicite, comme les analyses de transport statique, dynamique lente ou stationnaire.

III.3 Présentation du model

Notre étude se fait sur une plaque mince d'alliage

D'aluminium 2024 T3, soumise à un effort de traction (figure III.1).

Les propriétés mécaniques de cet alliage sont :

le module de Young $E = 73000$ MPa

la contrainte élastique $\sigma_e = 350$ MPa

Un chargement de traction d'amplitude $\sigma_0 = 50$ MPa.

le coefficient de Poisson $\nu = 0,3$

On a traité le cas d'une plaque qui présente deux fissures

Emanant d'une cavité circulaire de hauteur $H = 50$ mm,

de largeur $W = 50$ mm soit ($H/W = 1$) et

D'épaisseur $e = 2$ mm

Rayon de la cavité circulaire $R = 2$ mm;

Longueur de fissure $a = 1$ mm.

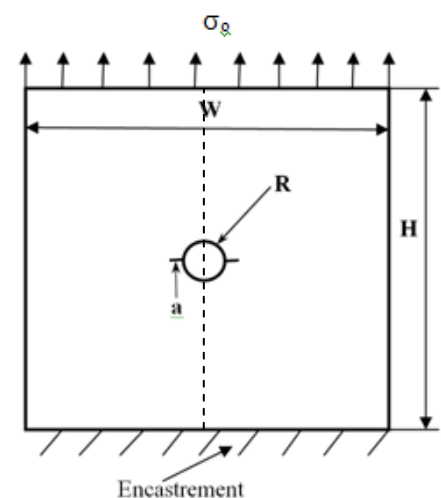


Figure III.1: Représentation schématique d'une plaque sollicitée en traction.

Tableau III.1 : les différentes propriétés de l'alliage d'aluminium 2024T3.

| Alliage d'aluminium 2024T3 | | | | | | | |
|---|------------------------|---|----------------|------------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|----------------------------|
| Signification de alliage 2024T3 | | | | | | | |
| Indique la série Alliage Al-Cu | | | | Indique l'état métallurgique | | | |
| ↓ | | 2 0 24 | | ↓ | | | |
| | | ↑ | | → Les traitements thermiques | | | |
| Etat du matériau Primaire | | | | → leurs propriétés | | | |
| Propriétés de l'alliage d'aluminium 2024T3 | | | | | | | |
| alliage | Masse Volumique Kg/dm3 | Intervalle de fusion Approximatif en C° | Rm Min-max MPa | Module de Young MPa | Résistant Au cisaillement MPa | Capacité thermique massive J/Kg°C | Résistivité (à 20°C) µΩ cm |
| 2024 | 2.77 | 500 - 638 | 340-475 | 73000 | 290 | 920 | 5,7 |

Remarque :

Nous avons un modèle d'une plaque avec deux fissures émanant d'une cavité circulaire, puisque ce modèle présente une certaine symétrie par rapport à l'axe vertical qui divise la cavité circulaire en deux demis cercles égaux, et vue le gain de nombre des éléments et des nœuds pour les deux parties de la plaque, aussi, pour pouvoir faire une simulation rapide, on a fait l'étude sur la moitié de la plaque avec un encastrement sur sa partie inférieure, avec un chargement en traction sur la partie supérieure, aussi, la partie gauche de la plaque puisque c'est une ligne médiane de la plaque a seulement un degré de liberté selon la direction du chargement.

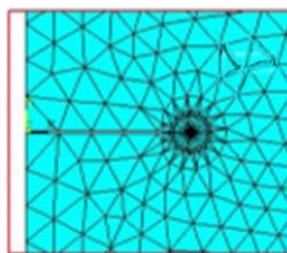


Figure III.2: Représentation du maillage adapté à notre model

Maillage triangulaire quadratique à 10 nœuds

Nombre des éléments : 52449

Nombre des Nœuds : 52963

.

III.4 Orientations de la fissure.

III.4.1 Orientation à 0°.

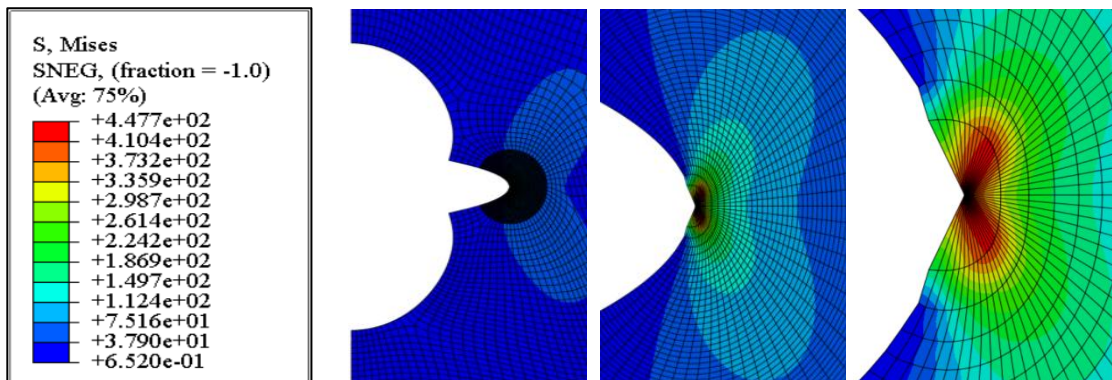


Figure III.3: Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Van Mises [MPa]

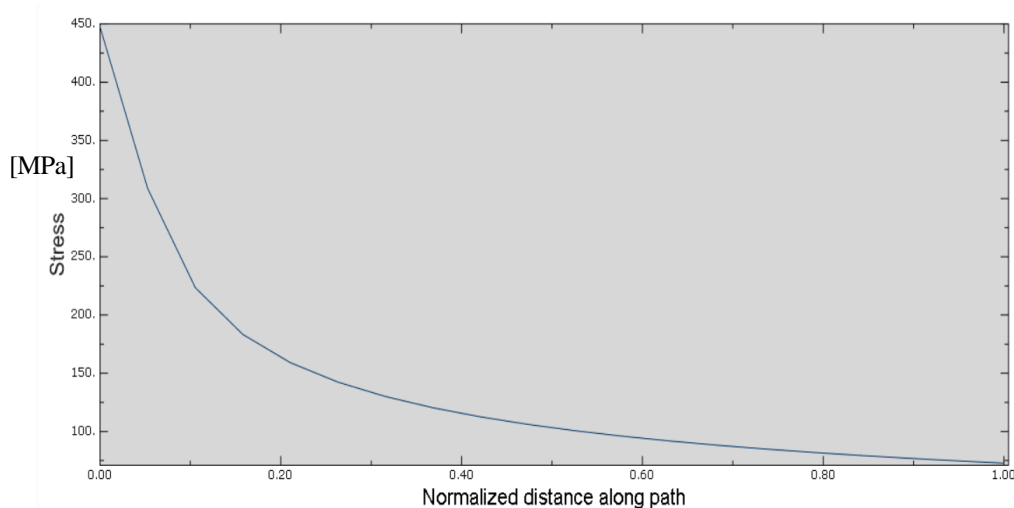


Figure III.4: Variation des contraintes de Van Mises en fonction de la distance normalisée.

L'effort de traction permet d'ouvrir les lèvres des deux fissures provoquant des zones plastiques confinées en tête de fissure entraînant des contraintes de Van Mises assez importantes, cela est dû la longueur de la fissure, ces deux zones connaissent un élargissement en hauteur, et puisque nous travaillons dans le domaine élastique, ces zone confinées ne causent aucun endommagement si on relâche l'effort de traction, car ces fissures reviennent à leurs état initiales et peuvent être fermées.

III.4.2 Orientation à 15°.

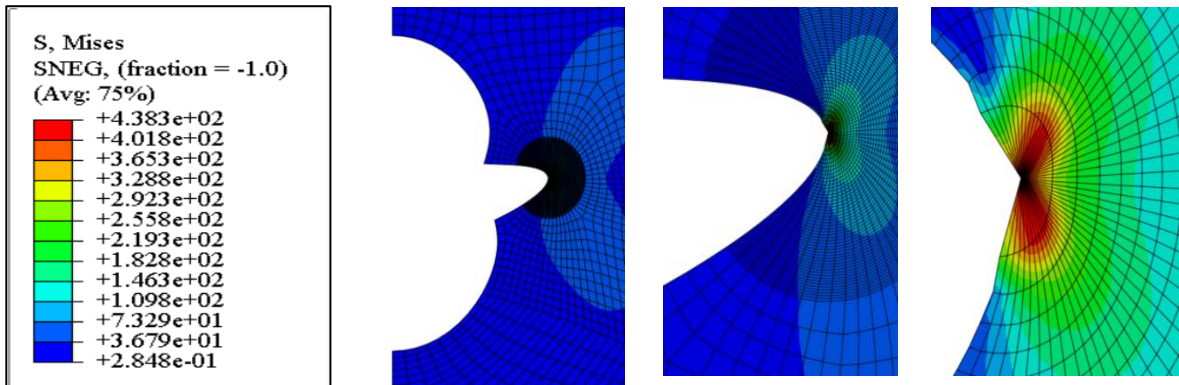


Figure III.5 : Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Van Mises [MPa]

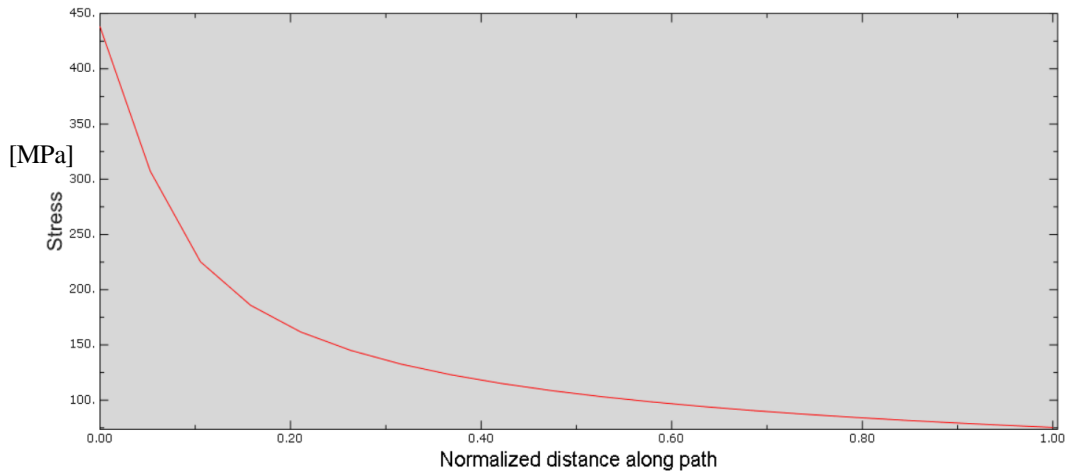


Figure III.6: Variation des contraintes de Van Mises en fonction de la distance normalisée.

La figure III.5 représente le répartition des contraintes de Van Mises pour une fissure émanant de l'entaille orientée à 15°, ces contraintes sont très importantes en tête de fissure qui atteignent environs 438.3 MPa comme contrainte maximale, et commencent à décroître en s'éloignant de la tête de la fissure et en s'éloignant de la zone plastique confinée et la contrainte maximale dans ce cas est légèrement inférieure au cas précédant pour une fissure horizontale.

Pour la figure III.6, qui représente la variation de la contrainte de Von mises pour chaque nœud et pour les différentes zones qui constitue la zone plastique confinée en fonction de la distance normalisée qui connaît un maximum en tête de fissure puis commence à décroître en s'éloignant de cette dernière jusqu'au dernier nœud qui n'est sollicité par aucune contrainte.

III.4.3 Orientation à 30°.

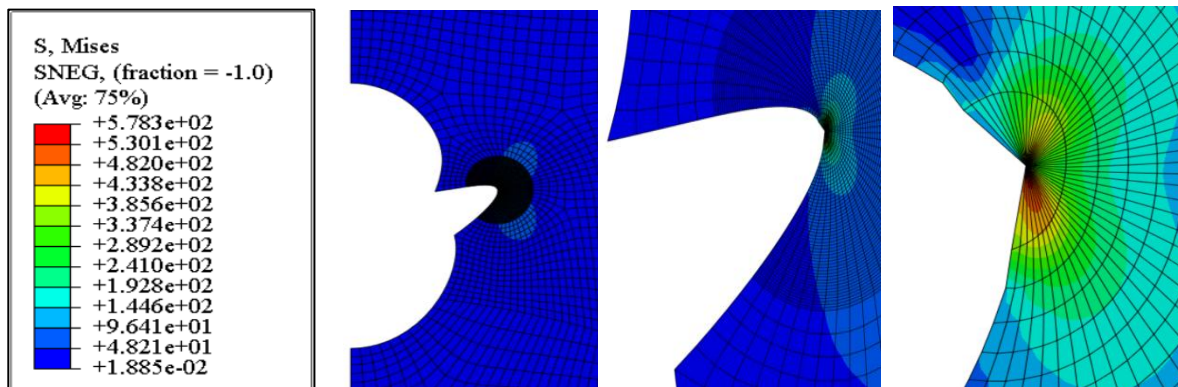


Figure III.7 : Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Van Mises [MPa]

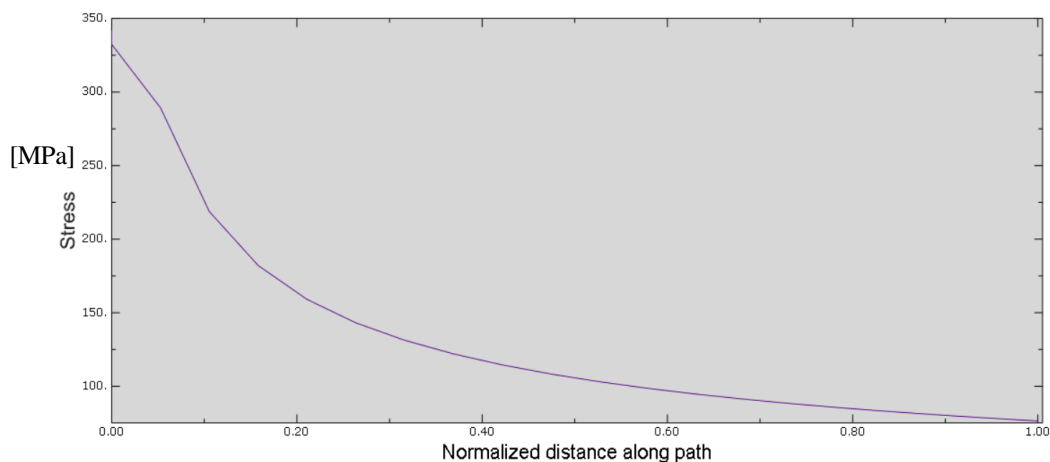


Figure III.8: Variation des contraintes de Van Mises en fonction de la distance normalisée.

Pour une orientation de la fissure à 30° de l'horizontale, on constate que la répartition des contraintes de Von mises présente une concentration de contrainte dans sa partie inférieure du papillon, et peut atteindre environ 578MPa, donc cette fissure dans cette orientation crée un champ de contraintes le plus élevé dans toute les orientations et peut causer l'amorçage de cette fissure.

Concernant la variation de la contrainte en fonction de la distance normalisée le long de la direction de la fissure présente une valeur maximale en tête de fissure puis elle décroît progressivement de nœud en nœud pour les différentes zones de la zone de plasticité confinée.

III.4.4 Orientation à 45°.

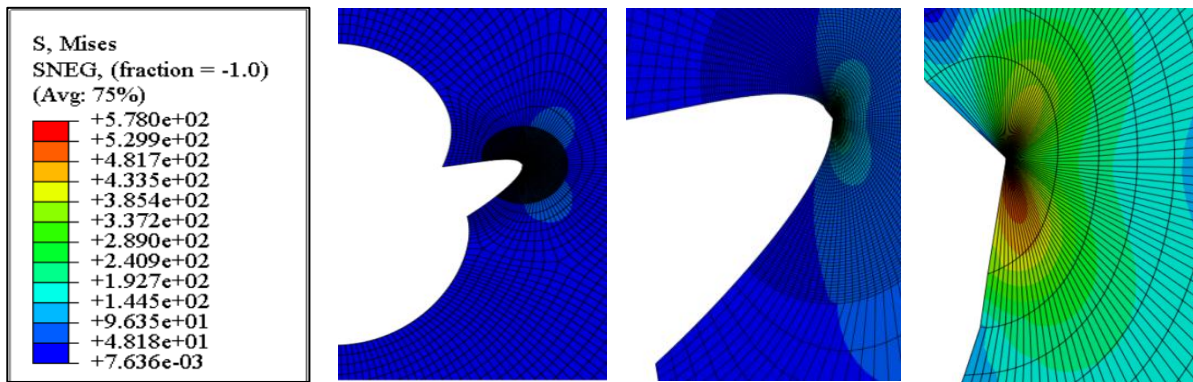


Figure III.9 : Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Van Mises [MPa]

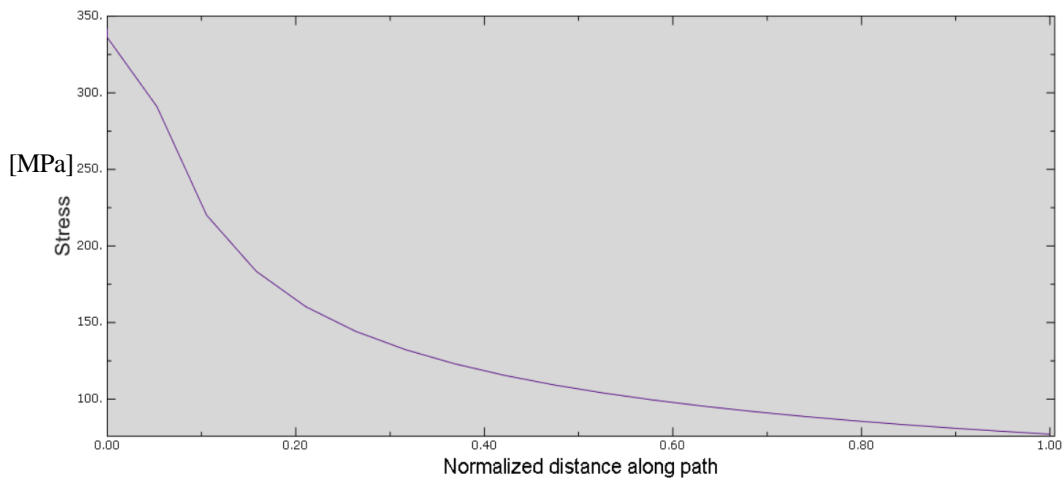


Figure III.10: Variation des contraintes de Van Mises en fonction de la distance normalisée.

Pour une fissure inclinée à 45°, il y'a une création d'un champs de contraintes très élevé surtout dans sa partie inférieure de la zone plastique confinée, c'est-à-dire qu'on remarque que la zone rouge qui représente les contraintes les plus élevés qui atteignent les 578MPa, ce sont les contraintes maximales qui sollicitent cette fissure dans cette orientation et vue le chargement en traction qui est proche de cette dernière qui influe directement et risque l'amorçage de cette fissure.

Pour la figure III.10 qui représente la variation de la contrainte équivalence de Van Mises en fonction de la distance normalisée, on remarque bien que cette contrainte est maximale au niveau de la tête de fissure qui connaît un champ de contrainte élevé puis elle décroît en s'éloignant de la tête de fissure dans la zone confinée à champs de contraintes moins faibles

III.4.5 Orientation à 60°.

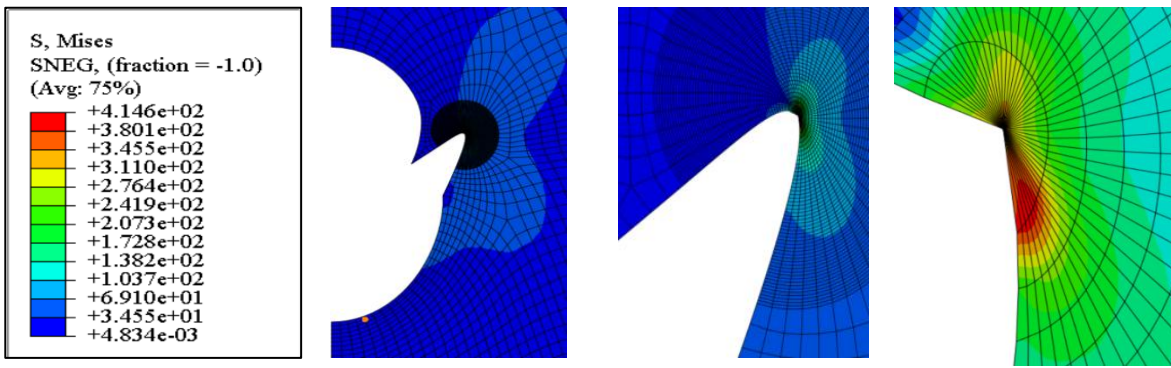


Figure III.11 : Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Van Mises [MPa]

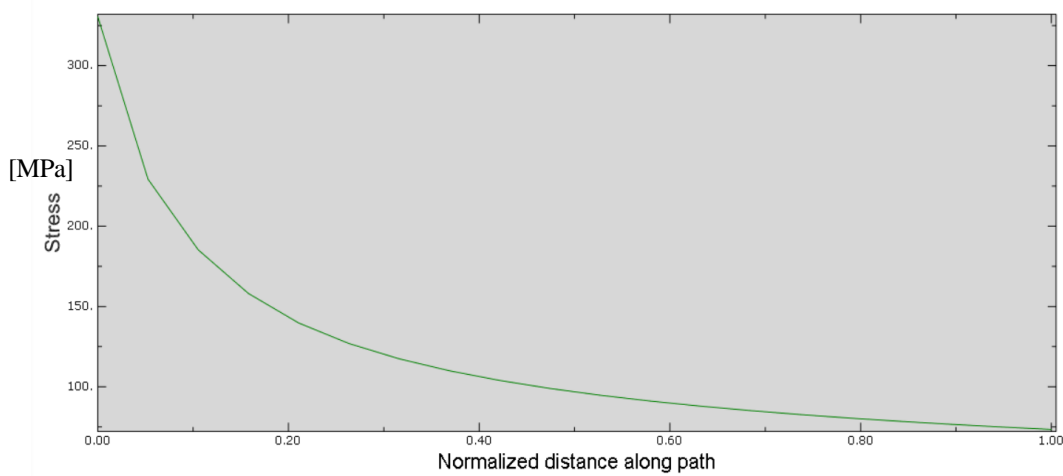


Figure III.12: Variation des contraintes de Van Mises en fonction de la distance normalisée.

La figure III.11 montre que pour une orientation de la fissure à 60°, cette dernière est sollicitée par des contraintes de Van Mises moins faibles comparativement aux différentes orientations citées ci-dessus, et la contrainte maximale atteint 414 MPa, et on remarque que la zone la plus sollicitée est située dans la partie inférieure, ainsi les lèvres de la fissure connaissent l'ouverture de leur partie supérieure vue que cette partie est plus proche au chargement de traction et la partie inférieure des lèvres reste à peu près fixe vue l'encastrement de la plaque dans sa partie inférieure.

III.4.6 Orientation à -15° .

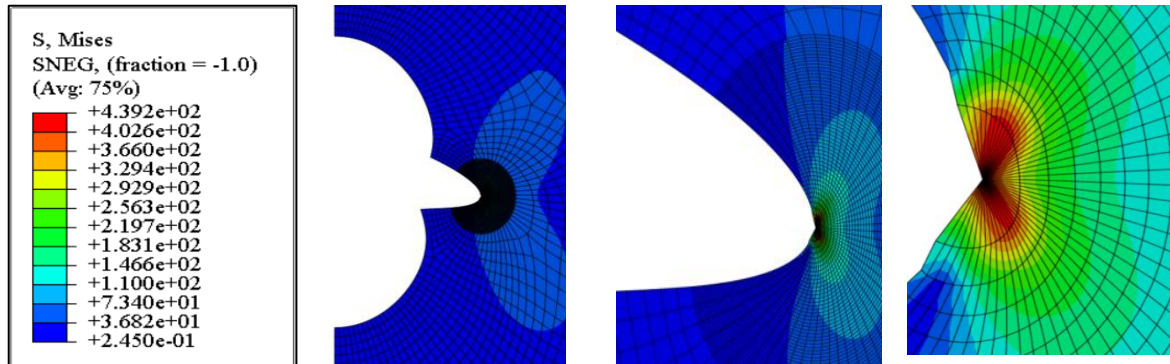


Figure III.13 : Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Van Mises [MPa]

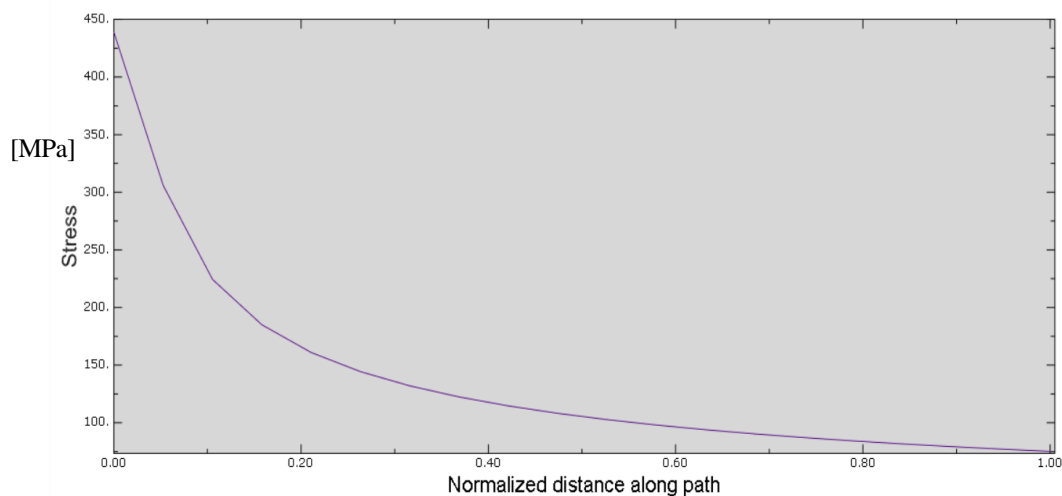


Figure III.14: Variation des contraintes de Van Mises en fonction de la distance normalisée.

Pour une inclinaison de la fissure à -15° , on remarque que la zone plastique confinée connaît sa forme originale sous forme des ailes de papillon avec une légère déviation inférieure vue l'encastrement de la plaque dans la partie inférieure et la contrainte maximale est de l'ordre de 439.2MPa, qui presque la même valeur de la contrainte maximale pour la fissure inclinée à $+15^\circ$ qui est de l'ordre de 438MPa , donc l'effet du chargement de traction pour ces deux orientations induit presque les mêmes contraintes maximales.

Pour la figure III.14 montre ainsi que au niveau de la tête de fissure, cette contrainte est maximale puis en s'éloignant de la zone d'amorçage, le champ de contraintes commence à s'affaiblir graduellement.

III.4.7 Orientation à -30° .

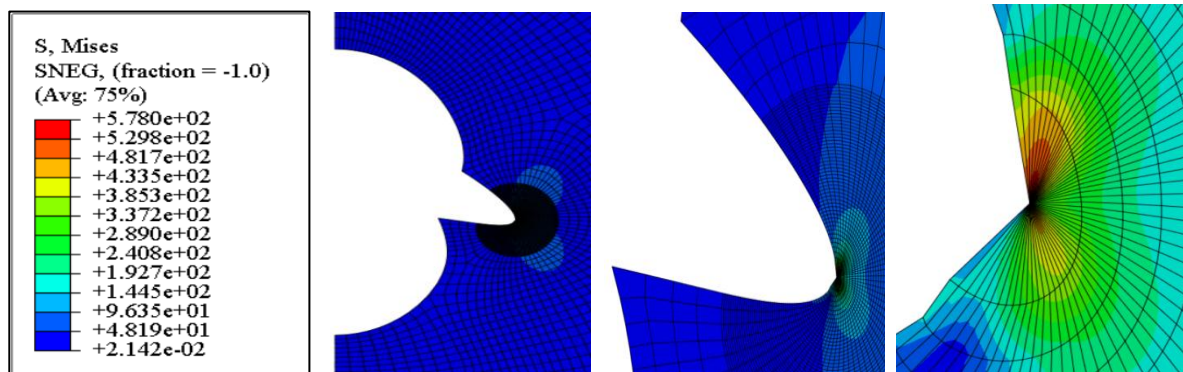


Figure III.15 : Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Van Mises [MPa]

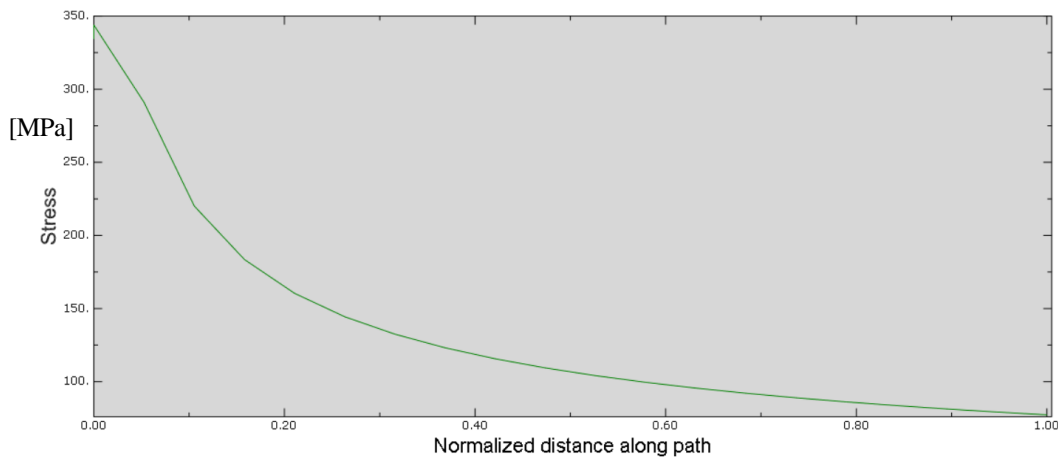


Figure III.16: Variation des contraintes de Van Mises en fonction de la distance normalisée.

La valeur de la contrainte maximale de Van Mises connaît une valeur importante qui atteint les 578MPa, mais la seule constatation est que la zone rouge, c'est-à-dire la zone à champs de contraintes les plus élevées se situe dans la partie supérieure de cette zone grâce au chargement de traction qui tire la fissure vers le haut, d'où la création des contraintes très élevées dans la partie supérieure et que les lèvres de la fissure s'ouvrent légèrement dans le côté supérieur de la fissure.

III.4.8 Orientation à -45° .

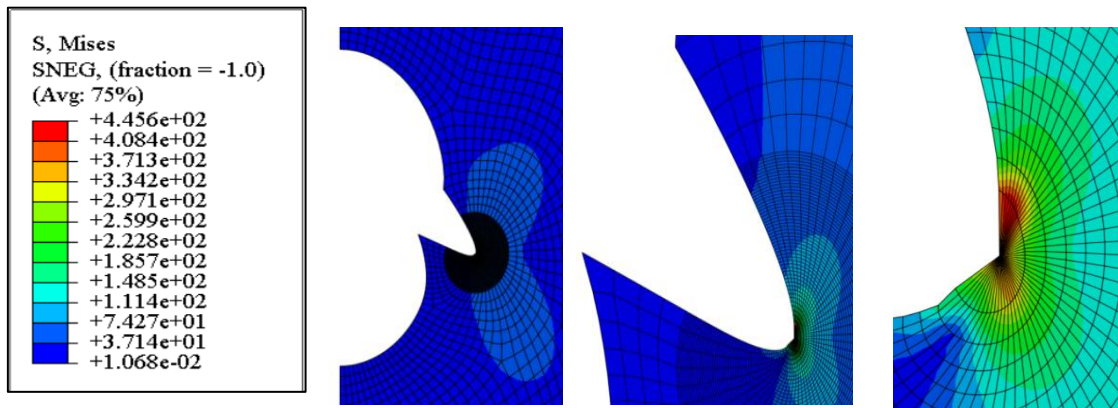


Figure III.17 : Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Van Mises [MPa]

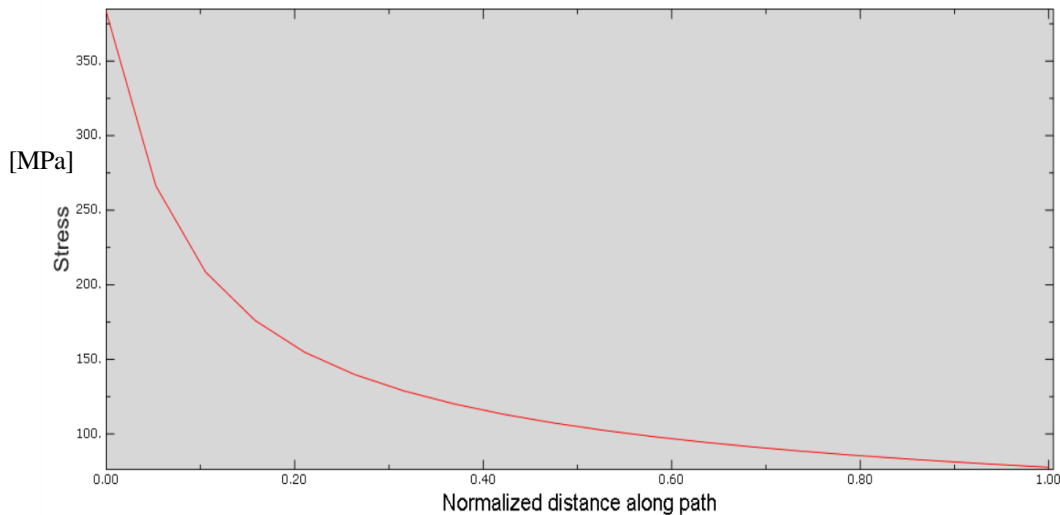


Figure III.18: Variation des contraintes de Van Mises en fonction de la distance normalisée.

La figure III.17 montre la répartition de la contrainte équivalente de Van Mises et présentation de la zone plastique confinée puisque nous travaillons dans le domaine élastoplastique, c'est-à-dire, notre matériau est l'alliage d'aluminium qui est un matériau ductile et notre chargement est inférieur à la limite élastique qui est de l'ordre de 350MPa, donc aucun risque d'endommagement, on constate que la contrainte maximale atteint les 445.6MPa au point de fissure et commence à s'affaiblir en s'éloignant de la tête de fissure et aussi on remarque que la lèvres supérieure de la fissure a connu une ouverture assez importante sollicitée par l'effort de traction.

Pour la variation de la contrainte équivalente de Van Mises en fonction de la distance normalisée de la zone plastique, elle connaît une contrainte maximale en tête de fissure puis commence à décroître au fur et à mesure qu'on s'éloigne du champ de contraintes élevées.

III.4.9 Orientation à -60° .

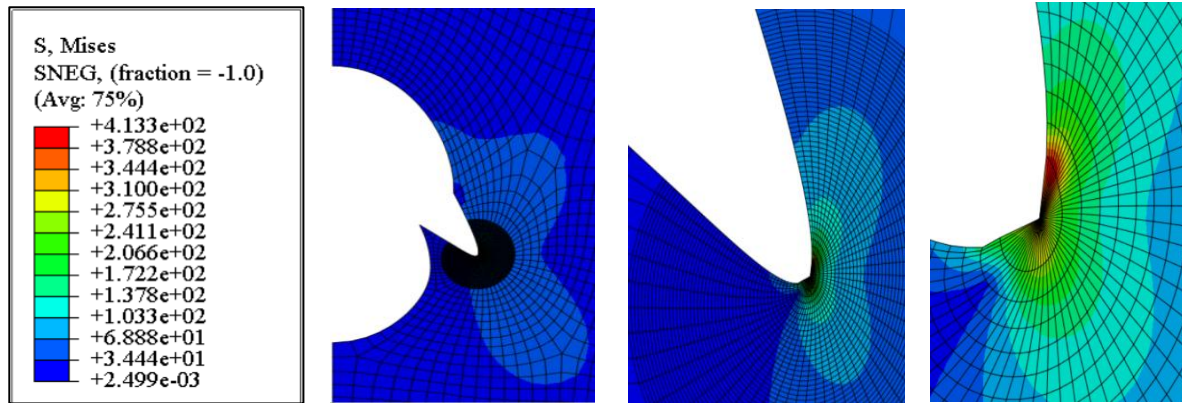


Figure III.19 : Configuration de la zone plastique avec répartition des contraintes de Van Mises [MPa]

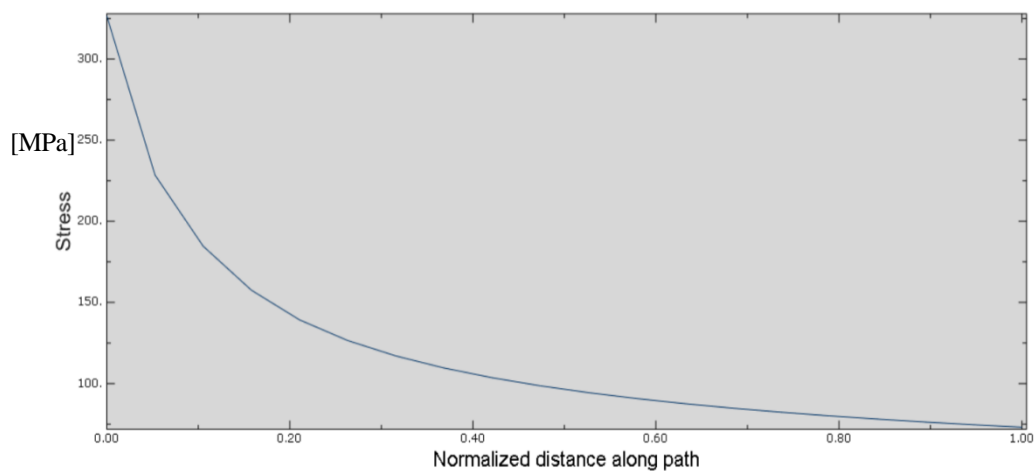


Figure III.20: Variation des contraintes de Van Mises en fonction de la distance normalisée.

Pour cette orientation , la contrainte maximale connaît une intensité moins faible relativement aux autres orientations qui est de l'ordre de 413.3MPa, donc à -60° , l'effet du chargement est moins sollicitant sur la valeur de la contrainte équivalente de Van Mises, vue la tête de la fissure est loin du chargement et aussi la lèvres supérieure de la fissure a connu une ouverture assez importante à savoir un chargement de traction dans la partie supérieure de la plaque et un encastrement dans sa partie inférieure.

III.5 Conclusion.

L'effort de traction permet d'ouvrir les lèvres des deux fissures provoquant des zones plastiques confinées en tête de fissure entraînant des contraintes de Van Mises assez importantes, cela est dû la longueur de la fissure, ces deux zones connaissent un élargissement en hauteur, et puisque nous travaillons dans le domaine élastique, ces zone confinées ne causent aucun endommagement si on relâche l'effort de traction , car ces fissures reviennent à leurs état initiales et peuvent être fermées.

L'orientation de la fissure pour les angles positifs entraine un champ de contraintes élevées qui se concentrent dans la partie inférieure de la zone plastique confinée et ces contraintes sont très importantes pour les angles $+30^\circ$ et $+45^\circ$.

Pour les angles négatifs, la même chose, c'est-à-dire qu'il y'a une concentration de contraintes dans la partie supérieure de la zone plastique confinée, c'est-à-dire où se concentrent les contraintes pour des orientations positives de la fissure.

Conclusion générale

L'effort de traction permet d'ouvrir les lèvres des deux fissures provoquant des zones plastiques confinées en tête de fissure entraînant des contraintes de Van Mises assez importantes, cela est dû à cette sollicitation de la plaque dans sa partie supérieure, ces deux zones connaissent un élargissement en hauteur, et puisque nous travaillons dans le domaine élastique, ces zones confinées ne causent aucun endommagement si on relâche l'effort de traction, car ces fissures reviennent à leurs états initiaux et peuvent être fermées.

L'orientation de la fissure pour les angles positifs entraîne un champ de contraintes élevées qui se concentrent dans la partie inférieure de la zone plastique confinée et ces contraintes sont très importantes pour les angles $+30^\circ$ et $+45^\circ$.

Pour les angles négatifs, la même chose, c'est-à-dire qu'il y a une concentration de contraintes dans la partie supérieure de la zone plastique confinée, où se concentrent les contraintes pour des orientations positives de la fissure.

D'après les résultats obtenus et d'après les différentes orientations de la fissure, on remarque que pour toutes les inclinaisons, les zones plastiques confinées en tête de fissure varient en dimensions et en forme, c'est-à-dire, la forme papillon est en fonction de l'angle d'orientation.

Pour la fissure horizontale (à 0°), la zone plastique confinée en tête de fissure est presque semblable dans la partie supérieure et inférieure, donc elle est symétrique de formes de part et d'autre de la ligne horizontale, et ces deux formes de zones rouges, c'est-à-dire les zones à champ de contraintes très élevées à surfaces plus importantes à toutes les zones à contraintes élevées pour les différentes orientations.

Références bibliographiques :

- [1]-BOURAS, S. Etude par émission acoustique, de l'indentation Hertzienne et de l'indentation Vickers sur une vitro-céramique et sur des alumines. Thèse doct. ISAL (1993), pp. 186.
- [2]- Mr Ahmed BENHAMOUDA ,mémoire magistère-thème étude du comportement des fissures dans les tubes sous pression interne 2010.
- [3]- Shixiang Ma. Propagation de fissure en mo de mixte dans un milieu élasto-plastique avec prise en compte des contraintes résiduelles. Mechanics. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2005. French
- [4]-LAWN, BOR, and SWAIN, M. V: "Micro fracture Beneath Point Indentation in Brittle Solid". J. Mater. Sci, 1975, Vol. 10, n: 1, P 113-122.
- [5]-LAWN, B.R., EVANS, E.G. A model of crack indentation Elastic-Plastic Indentation Solids. J. Mater., Sci., 1977, Vol. 12, p. 2195-2199.
- [6] LANKFORD, and J., D.L. The Crack indentation in ceramic material subject to elastic-plastic indentation. J. Mater. , Sci. , 1979, Vol. 14, p. 1662-1668.
- [7]-LANKFORD, J., Threshold Microfracture during Elastic/Plastic Indentation of Ceramics: J. Mater. Sci., 1981, Vol. 16, p. 1177-1182.
- [8]-LIANG, K: « Contribution à l'étude des mécanismes de fissuration des matériaux céramiques de type oxyde ». Thèse. Sci : Institut National des sciences appliquées de Lyon (1990), p 206.
- [9]- GRIFFITH, A. A "The theory of rupture ". Proceedings of the first international congress of applied mechanics, Delph 1924, p. 55, 63.
- [10]-FANTOZZI, G. Rupture des matériaux, institut national des sciences appliqués, Département Génie physique Matériaux, Département Génie mécanique Développement, 1974, Vol. 1 et 2, p I. 20.
- [11]-G. R. IRWIN, "Analysis of Stresses and Strains near the End of Crack Traversing a plate", J. App. .Mech, vol. 9, p. 361-364, 1957.
- [12]- J. BESSON « ENDOMMAGEMENT ET RUPTURE » p 189-191.
- [13]- J. BESSON « Matériaux pour l'ingénieur » p 190.
- [15]-ALMET, Information techniques aluminium, Caractéristiques mécaniques p 57
- [16] J. G. Kaufman, E. L.Rooy, Aluminium Alloy Castings, American Foundry Society, Columbus, Ohio, 2004.
- [17] M. Reboul, Corrosion des alliages d'aluminium, Techniques de l'Ingénieur, 2005.
- [19]-Christel AUGUSTIN-thèse « Prévion des cinétique de propagation des défauts de corrosion affectant les structures en alliage d'aluminium 2024"2)008

[20] H.Neuber “Theory of stress concentration for shear-strained prismatical bodies with arbitrary nonlinear stress-strain law,” J .P. Mech, Vol.1.28, pp544-551, (1969).

[21] E.Stowell., “Stress and strain concentration at a circular hole in an infinite plate “, NASA-TN 2073, (1950

[22] H. F. Hardath & L. Ohman., “A study of elastic and plastic stress concentration factors due to notches and fillets in flat plates,” NACA Report 1117,(1953).

[23] B.WWandt,” Effect of notches on low-cycle fatigue .A literature survey,”
ASTM STP 490, (1972).

Webographie :

[14]-www.metaux-detail.com. (26/04/2018)

[18] FAA in Aircraft Metals :

http://www.faa.gov/library/manuals/aircraft/amt_handbook/media/FAA-8083-30_Ch05.pdf.

(19/05/2018)

Résumé

La présence des trous dans les plaques de milieu continu a une grande importance dans le domaine des structures de technologies modernes de la construction mécanique, l'aéronautique et le génie civil compte tenu de leur utilisation pour l'assemblage des différentes structures par rivetage, par vis ou par boulons. Cependant, le perçage de ces trous fait apparaître des dommages de nature différente dans ces structures qui nuisent à la durée de vie de ces systèmes mécaniques. Ce phénomène se traduit alors, à l'échelle macroscopique, par la création d'une surface de discontinuité que l'on appelle des fissures qui conduisent à l'affaiblissement de la structure durant leur fonctionnement en raison des concentrations de contrainte. L'objectif de ce travail consiste en une étude des contraintes équivalentes de Van Mises et leur rapport avec les différents angles d'orientation et le point d'amorçage de fissure.

Summary

The presence of holes in continuous media plates is of great importance in the field of modern mechanical engineering structures, aeronautics and civil engineering given their use for the assembly of different structures by riveting, by screws or bolts. However, the drilling of these holes shows damage of a different nature in these structures that affect the life of these mechanical systems. This phenomenon is then translated, at the macroscopic scale, by the creation of a discontinuity surface that is called cracks that lead to the weakening of the structure during their operation due to the stress concentrations. The objective of this work is to study the equivalent stresses of Van Mises and their relation with the different angles of orientation and the point of crack initiation..

الملخص:

إن وجود الثقوب في لوحات الوسائط المستمرة له أهمية كبيرة في مجال الهياكل الهندسية الميكانيكية الحديثة ، والملاحة الجوية والهندسة المدنية نظراً لاستخدامها لتجميع الهياكل المختلفة عن طريق التثبيت بالبراغي أو البرايشيم. ومع ذلك ، فإن حفر هذه الثقوب يظهر ضرراً من طبيعة مختلفة في هذه البنى التي تؤثر على حياة هذه الأنظمة الميكانيكية. ثم تترجم هذه الظاهرة ، على المستوى الماكروسكوبي ، عن طريق إنشاء سطح انقطاعي يسمى الشقوق التي تؤدي إلى إضعاف البنية أثناء تشغيلها بسبب تركيزات الضغط. الهدف من هذا العمل هو دراسة الإجهادات المكافئة لفون ميزس (Van Mises) وعلاقتها بالزوايا المختلفة للتوجه ونقطة انطلاق الكراك.