

**RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

## **UNIVERSITÉ IBN-KHALDOUN DE TIARET**

**Faculté des Sciences Appliquées**  
**Département de Génie Mécanique**

# **MEMOIRE DE FIN D'ETUDES**

**Pour l'obtention du diplôme de Master**

**Domaine : Sciences & Technologie**

**Filière : Génie Mécanique**

**Parcours : Master**

**Option : Énergétique**

## **THÈME**

**Étude de la convection mixte dans une cavité  
avec chauffage non uniforme sur les parois verticales**

**Préparé par:**

***Mr AICH Zoubir***  
***Mr SI ABDELHADI Youcef***

**Devant le Jury :**

<b>Nom et prénoms</b>	<b>Grade</b>	<b>Lieu d'exercice</b>	<b>Qualité</b>
<b>Chemloul Noureddine</b>	<b>MCA</b>	<b>UIK Tiaret</b>	<b>Président</b>
<b>CHAIB Khaled</b>	<b>MAB</b>	<b>UIK Tiaret</b>	<b>Examineur</b>
<b>MEKROUSSI Said</b>	<b>MCB</b>	<b>UIK Tiaret</b>	<b>Encadreur</b>

**PROMOTION 2017 /2018**

# ***REMERCIEMENTS***

*Avant tout, nous remercions ALLAH qui nous a donné la force et le courage  
Pour terminer ce modeste travail, ainsi nos très chers parents.*

*Nous remercions sincèrement et très chaleureusement, notre encadreur,  
Monsieur MEKROUSSI SAID, docteur à l'Université IBN-Khaldoun de Tiaret  
qui a dirigé notre travail.*

*Nous remercions aussi les membres de jury qui nous ont fait  
L'honneur d'accepter le jugement de notre travail.*

*Merci à tous les enseignants qui nous suivons au cours de cette formation à  
l'Université Ibn Khaldoun – Tiaret.*

*Pour tous, nous voulons exprimer nos sincères remerciements.*

# Dédicaces

*A nos très chers parents*

*A nos frères et sœurs*

*A nos amies*

## Résume

Dans ce travail, nous présentons une étude numérique du phénomène de la convection mixte dans une cavité carrée les deux parois verticales soumises à une distribution de la température sinusoïdale. La paroi haute considérée comme adiabatique à une vitesse constante et la paroi bas considérée comme adiabatique.

Les équations régissant ce phénomène, ont été résolues par une approche numérique basée sur la méthode des volumes finis. Pour différents nombres de Richardson.

Nous étudions les distributions des lignes des courants, des isothermes, ainsi que la variation du nombre de Nusselt.

**Mots clés :** convection mixte, température sinusoïdale, méthode des volumes finis, cavité carrée.

ملخص :

في هذا العمل ، نقدم دراسة عددية لظاهرة الحمل الحراري المختلط في تجويف مربع للجدارين الرأسيين الخاضعين لتوزيع درجة الحرارة الجيبية ، وقد اعتبر الجدار العالي ثابت الحرارة بسرعة ثابتة وكان الجدار المنخفض يعتبر ثابت الحرارة. تم حل المعادلات التي تحكم هذه الظاهرة من خلال نهج رقمي يعتمد على طريقة الحجم المحدد. لأعداد مختلفة من ريتشاردسون.

نحن ندرس توزيعات خطوط التيارات ، متساوي الحرارة ، وكذلك اختلاف رقم نسلت.

**الكلمات المفتاحية :** الحمل الحراري المختلط, درجة الحرارة الجيبية , طريقة الاحجام المنتهية , تجويف مربع الشكل.

## Abstracts

In this work, we present a numerical study of the phenomenon of mixed convection in a square cavity both vertical walls subjected to a distribution of the sinusoidal temperature. The high wall considered as adiabatic at a constant speed and the low wall considered as adiabatic.

The equations governing this phenomenon have been solved by a numerical approach based on the finite volume method. For different numbers of Richardson.

We study the distributions of the lines of the currents, the isotherms, as well as the variation of the Nusselt number.

**Key words:** mixed convection, sinusoidal temperature, finite volume method, square cavity.



# Sommaire

## SOMMAIRE

<b>Remerciement</b> .....	i
<b>Dédicace</b> .....	ii
<b>Résumé</b> .....	iii
<b>ملخص</b> .....	iii
<b>Abstracts</b> .....	iii
<b>Sommaire</b> .....	iv
<b>Liste des figures</b> .....	vii
<b>Liste de tableaux</b> .....	ix
<b>Nomenclature</b> .....	x
<b>Introduction générale</b> .....	1

### Chapitre I : Étude bibliographique

I.1 Introduction.....	2
I.2.1 Rappelset définitions.....	2
I.2.2 Types de convection.....	2
I.2.2.1 Convection naturelle.....	3
I.2.2.2 Convection forcée .....	3
I.2.2.3 Convection mixte .....	3
I.3 Instabilité de Rayleigh-Bénard .....	4
I.3.1 Domaines de stabilité .....	5
I.4 Loi de la convection .....	6
I.5 Régime d'échange convectif et les nombres sans dimension.....	7
I.6 Grandeurs sans dimension .....	7
I.6.1 Nombre de Reynolds .....	8
I.6.2 Nombre de Prandtl .....	8
I.6.3 Nombre de Grashof.....	9
I.6.4 Nombre de Richardson .....	9
I.6.5 Nombre de Nusselt .....	10
I.6.6 Nombre de Rayleigh.....	10
I.7 Domaines d'applications de la convection mixte .....	11
I.8 Revues bibliographique .....	11
I.8.1 Les Synthèses de la convection mixte .....	11

---

I.8.2 Les Synthèses de chauffage non uniforme .....	20
I.9 Conclusion .....	23
<b>Chapitre II : Modélisation et formulation mathématique</b>	
II.1 Introduction .....	24
II.2 Description du problème .....	24
II.3 Équations du Modèle mathématique .....	25
II.3.1 Equations générales en régime laminaire .....	25
II.3.1.1 Équation de continuité .....	25
II.3.1.2 Les équations de quantités de mouvements .....	25
II.3.1.3 Équation de la conservation d'énergie .....	26
II.4 Méthode numérique .....	27
II.4.1 Méthodes des différences finies .....	27
II.4.2 Méthodes des éléments finis .....	27
II.4.3 Méthodes des volumes finis .....	27
II.5 Maillage .....	27
II.5.1 Qualité du maillage .....	28
II.5.2 Indépendance du maillage .....	29
II.5.3 Traitement près des parois .....	29
II.6 Présentation du code de calcul .....	30
II.6.1 Pré-processeur "GAMBIT" .....	31
II.6.2 Solveur "FLUENT" .....	31
II.6.3 Post-processeur"FLUENT" .....	31
II.7 Méthode de résolution des équations de transport .....	31
II.7.1 Schémas de discrétisation .....	31
II.7.2 Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse .....	35
II.7.2.1 Algorithme SIMPLE .....	35
II.8 Résolution numérique .....	37
II.8.1 Paramètre de contrôle de la convergence .....	37
II.8.1.1 Critère de convergence .....	37
II.8.1.2 Sous-relaxation .....	37
II.9 Étapes de résolution du problème .....	38
II.10 Conclusion.....	38

---

## Chapitre III: Résultats et discussion

III.1 Introduction .....	39
III.2 Utilisation du Fluent .....	39
III.3 Domaine d'étude et conditions aux limites .....	39
III.4 Validation .....	40
III.5 Maillage du domaine .....	48
III.6 Critère de convergence .....	49
III.7 Distribution des lignes des courants et des lignes des isothermes .....	50
III.7.1 Les lignes de courants .....	53
III.7.2 Les isothermes .....	53
III.8 Profile de température .....	54
III.9 profil de vitesse .....	54
III.10 Le nombre de Nusselt .....	55
III.11 Conclusion .....	56
Conclusion générale .....	57
Bibliographie .....	58

# Liste des figures

# *Liste des figures*

## *Liste de figure de chapitre I :*

*Figure I-1* : transfert de chaleur par convection naturelle

*Figure I-2*: Dispositif de Rayleigh-Bénard

*Figure I- 3*: Mode de convection dans le plan (Pr, Ra) [3]

*Figure I-4* : Détermination du régime des échanges convectifs selon les valeurs respectives du nombre de Grashof

*Figure I-5* : Modèle physique de la cavité avec une source de chaleur sur la paroi latérale

*Figure I- 6* : Configuration étudiée [10]

*Figure I- 7* : Schéma de la cavité [13]

*Figure I- 8* : la Géométrie et les conditions aux limites utilisées par [15]

*Figure I- 9* : Forme de la cavité et les conditions aux limites utilisées par [19]

*Figure I- 10* : Les Modèle physique pour les trois cas utilisée par [22]

*Figure I- 11*: Cavité rectangulaire inclinée [23]

*Figure I- 12*: Canal vertical contenant un obstacle rectangulaire sur sa paroi chaude [24]

*Figure I- 13*: Géométrie de la référence [26]

*Figure I- 14*: Forme de la cavité et les conditions aux limites utilisées par [27]

*Figure I- 15*: Géométrie et conditions aux limites de la cavité [28]

*Figure I- 16*: Géométrie et conditions aux limites qui étudié par [29]

## *Liste de figure de chapitre II :*

*Figure II-1* : Configuration géométrique du problème considéré

*Figure II-2* : Types de maillage utilisé par "FLUENT"[31]

*Figure II- 3*: Traitement près des parois dans le "FLUENT" [32]

*Figure II- 4*: Structure de base du code "FLUENT"

*Figure II- 5*: Volume de contrôle pour la résolution en volumes finis

*Figure II-6*:Schéma unidimensionnel illustrant un volume élémentaire entourant un nœud P

**Figure II- 7** : Schéma représentatif de l'algorithme SIMPLE

### **Liste de figure de chapitre III :**

**Figure III- 1** : Domaine d'étude et conditions aux limites

**Figure III- 2** : Comparaisons : (a) les lignes de courant, (b) les lignes isothermes entre notre travail et les travaux de [29] pour  $Ra = 10^3$

**Figure III- 3** : Comparaisons : (a) les lignes de courant, (b) les lignes isothermes entre notre travail et les travaux de [29] pour  $Ra = 10^4$

**Figure III- 4** : Comparaisons : (a) les lignes de courant, (b) les lignes isothermes entre notre travail et les travaux de [29] pour  $Ra = 10^5$

**Figure III- 5** : Comparaisons : (a) les lignes de courant, (b) les lignes isothermes entre notre travail et les travaux de [29] pour rapport d'amplitude ( $\epsilon$ )

**Figure III- 6** : Comparaison de la variation du nombre de Nusselt locale le long de la paroi gauche entre notre travail et les travaux de Deng Chang [29]

**Figure III- 7** : Maillage 120x120 utilisé, généré par Gambit 2.2.30

**Figure III- 8** : Critère de convergence

**Figure III- 9** : Les Lignes de courant pour différents nombre de Richardson et  $Pr = 0.71$

**Figure III- 10** : Les isothermes pour différents nombre de Richardson et  $Pr = 0.71$

**Figure III- 11** : La distribution de la température sur les deux parois verticales

**Figure III- 12** : Profil de la vitesse verticale au centre de la cavité pour différents nombre de Richardson

**Figure III- 13** : variation de nombre de nusselt sur la paroi droit pour différents nombre de Richardson

**Figure III- 14** : variation de nombre de nusselt sur la paroi gauche pour différents nombre de Richardson

# Liste des tableaux



---

## Liste des tableaux

---

**Tableau I.1** : Nombre de Prandtl à 1000C pour des gaz courants.

**Tableau III.1** : Comparaison du nombre de Nusselt à la paroi gauche.

# Nomenclature

---

---

## Nomenclature

**Note :** Certains symboles n'apparaissant qu'occasionnellement dans le mémoire et définis dans le corps du texte ne sont pas répertoriés ici.

$a$	Diffusivité thermique	$[m^2/s]$
$c_p$	Chaleur spécifique massique	$[J/Kg \cdot K]$
$h$	Coefficient d'échange thermique	$[W/m^2 \cdot K]$
$P$	Champ de pression	$[Pa]$
$T$	Champ de température	$[K]$
$U$	Vitesse de la paroi mobile	$[m/s]$
$x$	Coordonnée spatiale	$[m]$
$y$	Coordonnée spatiale	$[m]$
$H$	Hauteur	$[m]$
$L$	Longueur	$[m]$
$T_p$	Température de paroi	$[K]$
$T_f$	Température de fluide	$[K]$
$T_{ex}$	Température de l'extérieur	$[K]$

### Symboles grecs

$\lambda$	Conductivité thermique	$[W / m \cdot K]$
$\mu$	Viscosité dynamique moléculaire	$[Pa \cdot s]$
$\nu$	Viscosité cinématique	$[m^2/s]$
$\beta$	Coefficient d'expansion thermique	$[K^{-1}]$

### Nombres adimensionnels

Nombre de Nusselt	$Nu = \frac{h \cdot L}{\lambda}$
Nombre de Nusselt local	$Nu_x = \frac{h_x \cdot x}{\lambda}$
Nombre de Prandtl	$Pr = \frac{\nu}{a}$
Nombre de Reynolds	$Re = \frac{U \cdot L}{\nu}$
Nombre de Reynolds local	$Re_x = \frac{U \cdot x}{\nu}$

### Abbreviations

2D	Bidimensionnel
3D	Tridimensionnel
CFD	Computational Fluid Dynamics
PISO	Pressure-Implicit with Splitting of Operators
QUICK	Quadratic Upwind Interpolation for Convection Kinematics
SIMPLE	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations
SIMPLEC	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Consistent

# Introduction générale

# Introduction générale

Le transfert de chaleur par convection est l'un des modes de transfert de chaleur que l'on rencontre fréquemment dans de nombreuses applications industrielles. On peut citer par exemple le domaine de climatisation et le chauffage dans l'habitat, le refroidissement dans les thermosiphons, les systèmes mécaniques ou électroniques, les systèmes de chauffage de fluides (air ou eau) impliquant les capteurs solaires, le séchage des produits agro-alimentaires, les échangeurs de chaleur et les serres agricoles.

On distingue trois modes de transfert de chaleur par convection:

- ❖ La convection naturelle ou libre, pour laquelle le mouvement du fluide résulte simplement de la variation de la masse volumique entre les régions chaudes et froides du fluide en présence d'un champ de gravité.

- ❖ La convection forcée, pour laquelle le mouvement est provoqué par un procédé mécanique indépendant des phénomènes thermiques (compresseur, pompe, ventilateur, etc...).

- ❖ La convection mixte correspond au couplage des deux phénomènes précédents (convection naturelle et forcée) quand les vitesses d'écoulement, dues aux deux types de convection sont considérées séparément, du même ordre de grandeur.

Le but de notre travail est donc de mener une étude de la convection mixte dans une cavité avec chauffage non uniforme sur les parois verticales.

Ce travail se compose de trois chapitres:

Le premier chapitre est consacré sur la généralité sur la convection et leurs types (naturelle, Forcée, mixte.) , et aussi on parle sur l'étude bibliographie concernant la convection mixte.

Le deuxième chapitre présente le code de calcul « Fluent 6.3 » et la procédure de simulation numérique.

Le troisième chapitre nous présentons les étapes de simulation et la discussion des différents résultats obtenues.

Finalement, ce mémoire est terminé par une conclusion générale.

# Chapitre I

## Etude bibliographique

## **I.1 Introduction**

Le transfert de chaleur est un processus d'une grande importance dans le domaine de l'industrie et des technologies. Bien qu'il manifeste sous diverses formes (rayonnement, conduction et convection), cette dernière est la plus visée dans certains domaines bien spécifiés tels que le refroidissement des processeurs et des composants électroniques, les radiateurs et les échangeurs de chaleur, ... etc.

Dans ce travail de mémoire nous avons étudiés la simulation numérique de ces phénomènes par l'utilisation d'un code industriel de mécanique des fluides et de transfert thermique (Fluent6.3).

## **I.2 Rappels et définitions**

### **I.2.1 Généralités sur la convection**

La convection est une mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes.

D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux particules fluides adjacentes, L'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces particules.

Ensuite ces dernières vont se mélanger avec d'autres particules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie, celle-ci est à présent emmagasinée dans les particules fluides et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement. [1]

### **I.2.2 Types de convection**

Il existe trois types de convection :

- Convection forcée ;
- Convection naturelle ;
- Convection mixte.



### I.2.2.1 La Convection naturelle

Dans laquelle le mouvement du fluide est produit par les différences de densité entre les particules chaudes et celles froides existant dans un fluide, situé dans un champ de forces massiques. Cette différence de densité, qui est la plupart du temps provoquée par une différence de température, avec la force de gravité, crée une force de flottabilité, qui par conséquent crée une différence de quantité de mouvement (figure.I.1).

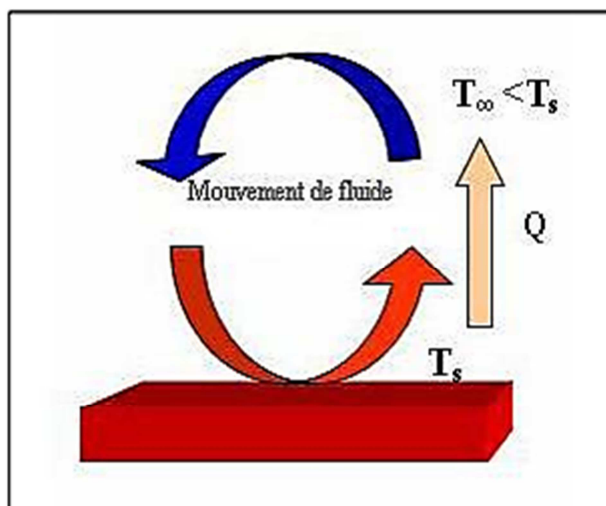


Figure.I.1: transfert de chaleur par convection naturelle

### I.2.2.2 la convection forcée

La convection est dite forcée lorsque le mouvement du fluide est provoqué par un champ de force extérieur. Dans les conditions naturelles, la convection forcée est due au vent qui est lui-même la résultante du gradient local de la pression atmosphérique. Le fluide échange de la chaleur avec des parois, mais son mouvement est pratiquement peu influencé par les différences de température [2]. Par exemple, dans un sèche-cheveux, l'air est chauffé au contact de résistances électriques est transporté plus loin grâce à un ventilateur.

### I.2.2.3 Convection mixte

Ce cas se rencontre dans les conditions ; lorsque la vitesse du vent est faible. Les mouvements de l'air sont alors produits à la fois par les facteurs qui entretiennent le vent et par les gradients verticaux de température. Les transferts de chaleur et de masse sont alors dus en partie à la convection naturelle et en partie à la convection forcée.

### I.3 Instabilité de Rayleigh-Bénard

Le phénomène de convection est généré par le développement d'instabilité dans un milieu initialement stable, auquel on superpose à un instant donné une petite perturbation. La nature de la perturbation n'est pas unique, mais conduit à différents types de convection, vitesse angulaire de rotation (instabilité de Taylor-Couette), densité, température. Dans ces deux derniers cas, le moteur de la convection est la poussée d'Archimède. La convection dite de Rayleigh-Bénard correspond au cas, simple en principe, d'un fluide compris entre deux plaques horizontales, portées à des températures différentes (Figure I.2). Si la température à la base  $T_1$  est supérieure à la température de surface  $T_0$ , et lorsque  $T = T_1 - T_0$  dépasse un certain seuil, un mouvement de matière se développe. Une partie du fluide, rendue 20 moins dense par les perturbations de température, remonte en surface, y relâche son surplus de chaleur, puis replonge. Il existe deux principaux freins au développement des instabilités ainsi initiées: la diffusion thermique, qui tend à homogénéiser la température des particules ascendantes avec le reste du milieu; et la viscosité qui augmente les forces de frottement. La capacité de la convection a surmonté ces difficultés et elle est exprimée à l'aide des nombres sans dimension, eux-mêmes définis à partir des propriétés physiques et géométriques du système.

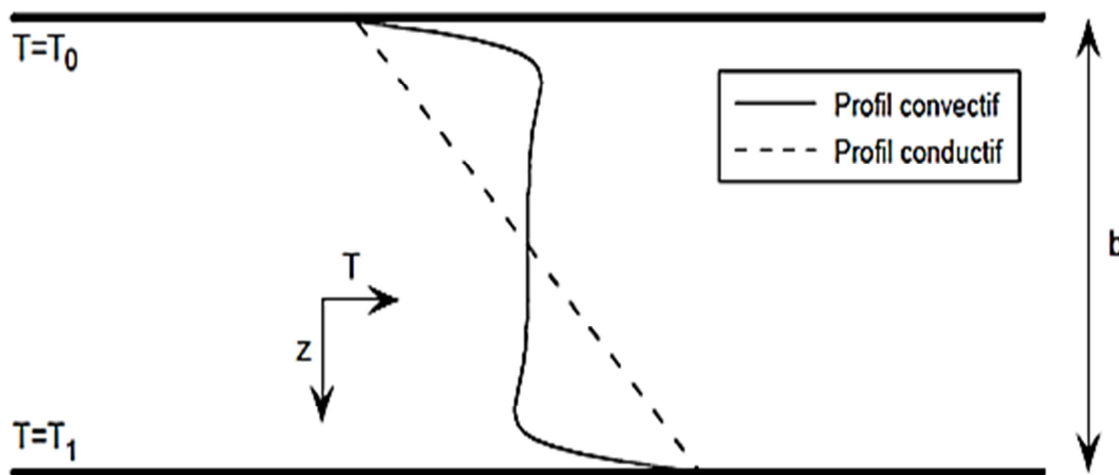


Figure I.2 : Dispositif de Rayleigh-Bénard.

Dans son mouvement, chaque particule de fluide transporte une certaine quantité de chaleur. La convection constitue ainsi une alternative au transport conductif de la chaleur, lorsque la diffusivité thermique du fluide est trop petite. La transition entre un transfert purement convectif et un transfert purement conductif de la chaleur s'effectue dans une zone de petite épaisseur (en comparaison avec les dimensions de la cellule), la couche limite thermique.

Une couche limite thermique va se développer lorsque l'interface entre deux milieux (eux-mêmes thermiquement homogènes) est caractérisée par une forte discontinuité de température. Ainsi, même si les gradients thermiques peuvent rester élevés, la couche limite thermique assure une transition thermique plus douce. Les couches limites contrôlent le flux de chaleur (entrant ou sortant), et le développement des instabilités, et il est donc important d'en avoir une bonne description.

### I.3.1 Domaines de stabilité

La solution la plus simple du problème de Rayleigh-Bénard est un système de rouleaux contrarotatifs, le nombre de rouleaux étant caractérisé par un nombre d'onde  $\alpha$ . Ce régime à l'avantage d'être plan, mais il n'est stable que dans certaines gammes de nombre de Rayleigh et de nombre d'onde. Passé un nombre de Rayleigh seuil, le système bidimensionnel est remplacé par un régime tridimensionnel stationnaire. Pour un nombre de Rayleigh encore plus élevé, la géométrie des cellules devient variable au cours du temps, conduisant à un régime convectif instationnaire.

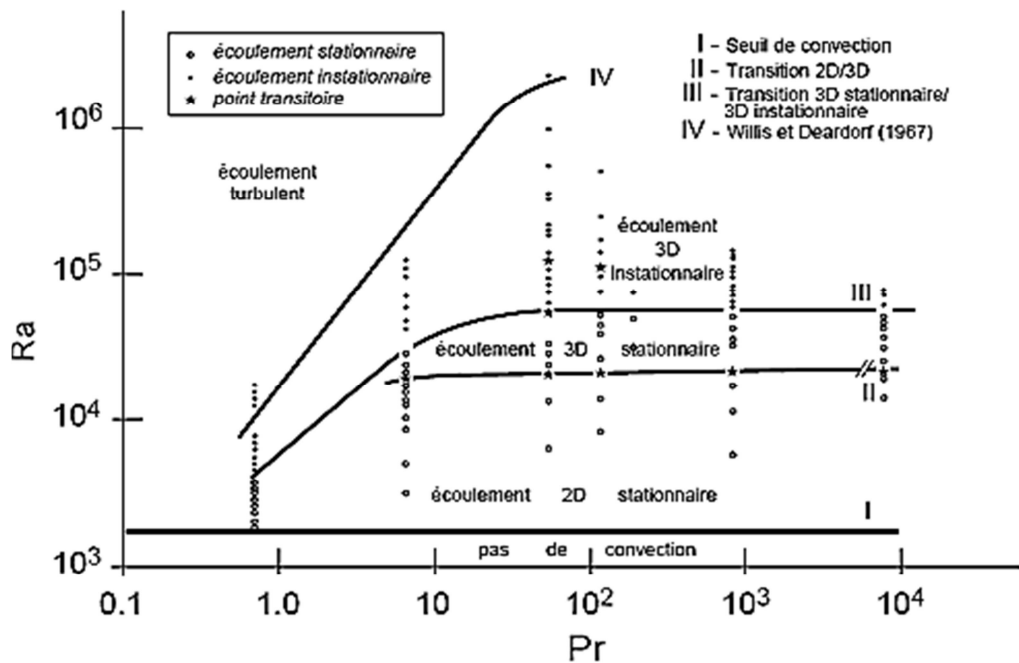


Figure I.3 : Mode de convection dans le plan ( $Pr$ ,  $Ra$ ), [3]

#### I.4 Loi de la convection

C'est le transfert de chaleur entre un solide et un fluide, l'énergie étant transmise par déplacement du fluide. Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de Newton. [4]

$$\Phi = h \cdot S(T_p - T_f) \quad (\text{I.1})$$

Avec :

$\Phi$  : Flux de chaleur transmis par convection (W)

$h$  : Coefficient de transfert de chaleur par convection ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ )

$T_p$  : Température de surface du solide ( $^\circ\text{C}$ )

$T_f$  : Température du fluide loin de la surface du solide ( $^\circ\text{C}$ )

$S$  : Aire de la surface de contact solide/fluide ( $\text{m}^2$ )

Si  $h$  est le coefficient moyen d'échange de chaleur par convection entre un fluide et une surface de dimension finie, alors la puissance totale échangée est:

$$\Phi = h \cdot S(T_p - T_f) \quad (\text{I.2})$$

Où

$$\phi = \frac{T_p - T_f}{\frac{1}{h \cdot S}} \quad (\text{I.3})$$

Le rapport  $\frac{1}{h \cdot S}$  est appelé la résistance thermique convective.

### I.5 Le régime d'échange convectif et les nombres sans dimension

L'étude des modes convectifs fait appel à des nombres sans dimensions qui permettent de caractériser l'écoulement, où on ne présentera que les trois cas suivant dans la figure ci-dessous qui permettant de déterminer le type de convection d'après bouldard.

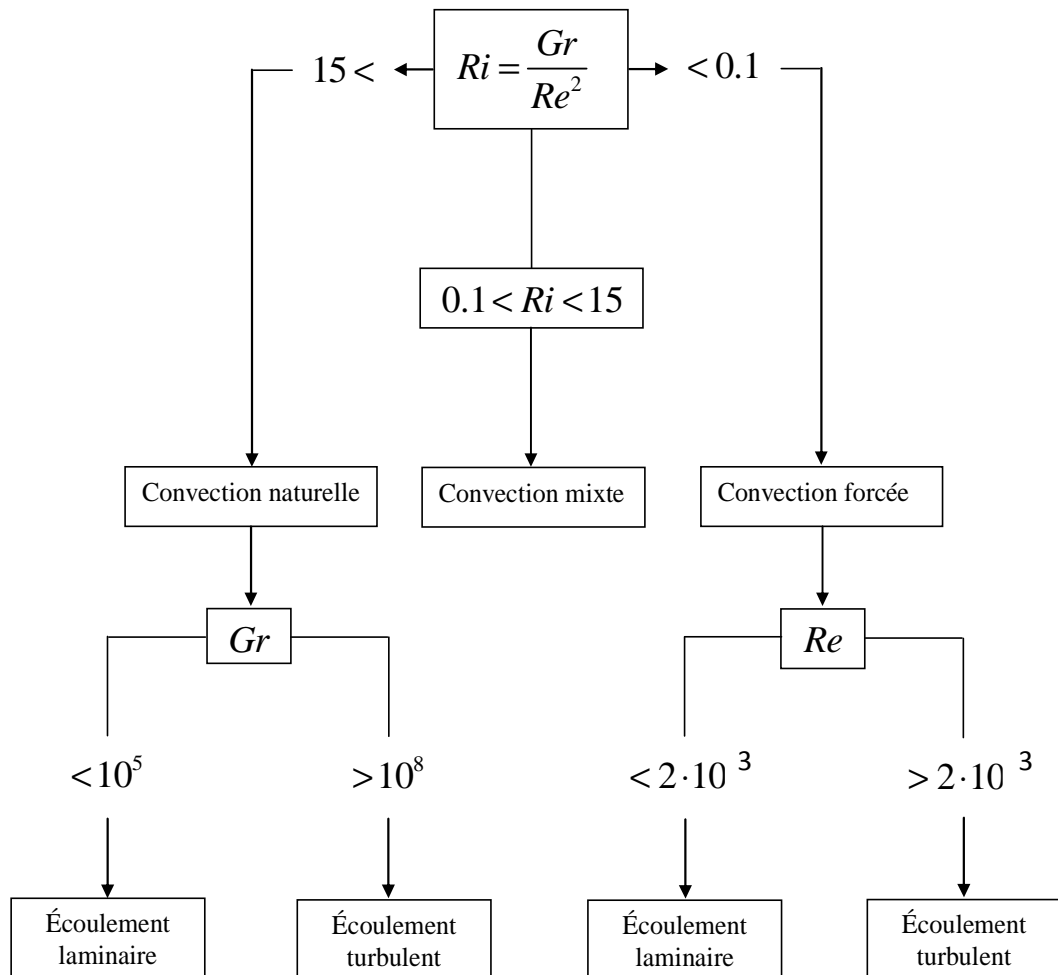


Figure I.4 : Détermination du régime des échanges convectifs selon les valeurs respectives du nombre de Grashof

### I.6 Grandeurs sans dimension

Une grandeur sans dimension (ou grandeur adimensionnelle) est une quantité permettant de décrire une caractéristique physique sans dimension ni unité explicite d'expression. Elle est constituée du produit ou rapport de grandeurs à dimensions, de telle façon que le rapport des unités équivaut à un. Ces grandeurs sans dimension interviennent particulièrement en mécanique des fluides et pour la description de phénomène de transfert lorsqu'on utilise la similitude de modèles réduits ou théorie des maquettes et construit l'interprétation des résultats d'essais.

Elles portent le nom de nombres sans dimension, nombres adimensionnels, ou encore de nombres caractéristiques. Les nombres adimensionnels les plus utilisés dans le domaine de la convection sont :

### I.6.1 Le nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds nous dit si on a un écoulement laminaire ou turbulent. Il est défini comme :

$$Re_x = \frac{\rho u x}{\mu} = \frac{u x}{\vartheta} \quad (I.4)$$

Avec  $\rho$  la densité [ $kg/m^3$ ],  $u$  la vitesse [ $m/s$ ],  $x$  la dimension caractéristique du système étudié et  $\mu$  et  $\vartheta$  la viscosité respectivement dynamique [ $Pa \cdot s$ ] et cinématique [ $m^2/s$ ].

### I.6.2 Le nombre de Prandtl

Le nombre de Prandtl est le rapport du temps caractéristique de la diffusion thermique sur le temps caractéristique de la diffusion de la quantité de mouvement. Le nombre de Prandtl peut ainsi prendre des valeurs très variées, selon le phénomène physique et le matériau qui entrent en jeu. Le nombre de Prandtl est défini comme :

$$Pr = \frac{\vartheta}{a} \quad (I.5)$$

Où  $a$  est la diffusivité thermique [ $m^2/s$ ]. Le nombre de Prandtl est donc le rapport entre l'épaisseur de la couche limite et l'épaisseur de la couche limite thermique. Le nombre de Prandtl peut aussi être écrit comme :  $Pr = \frac{\mu c_p}{k}$

GAZ	$Pr$
$H_2$	0.69
AIR	0.69
Ar	0.66
$CO_2$	0.75
CO	0.72
He	0.71
$N_2$	0.70
$O_2$	0.70
$H_2O$ (vapeur)	1.06

Tableau I.1 : Nombre de Prandtl à 1000C pour des gaz courants.

### I.6.3 Le Nombre de Grashof

Est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides pour caractériser la convection naturelle dans un fluide. Il correspond au rapport des forces de gravité sur les forces visqueuses. Ce nombre porte le nom de Franz Grashof, ingénieur allemand. On le définit de la manière suivante :

$$Gr = \frac{g\beta L^3(T_p - T_{ex})}{\nu^2} \quad (I.6)$$

Avec :

$g$  est l'accélération de la pesanteur [ $m/s^2$ ]

$\beta$  le coefficient de dilatation [ $1/K$ ]

$T_p$  la température aux parois

$T_{ex}$  la température externe.

Le nombre de Grashof joue un rôle identique à  $Re$  en convection forcée.

On peut déterminer le type de convection d'après Le rapport de  $Gr/Re^2$  :

### I.6.4 Le Nombre de Richardson

Le nombre de Richardson est défini comme le rapport entre le nombre de Grashof et le carré du nombre. On peut aussi mentionner que ce nombre est également le rapport entre l'énergie potentielle de pesanteur et l'énergie cinétique ; c'est à dire :

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} \quad (I.7)$$

Le rapport de  $Gr/Re^2$  détermine quelle type de convection on a :

- $\frac{Gr}{Re^2} \ll 1$  Convection forcée ;
- $\frac{Gr}{Re^2} \gg 1$  Convection naturelle ;
- $\frac{Gr}{Re^2} \approx 1$  Convection mixte.

### I.6.5 Le Nombre de Nusselt

Est un nombre adimensionnel utilisé dans les opérations de transfert thermique. Il représente le rapport entre le transfert thermique convectif et le transfert thermique conductif à travers une interface (souvent fluide/solide). Si la conduction est le principal mode de transfert, alors le nombre de Nusselt sera de l'ordre de l'unité. En cas de présence de convection (due par exemple au déplacement d'un fluide en régime turbulent), le transfert thermique s'effectuera principalement par déplacement du fluide et aura pour conséquence de faire tendre le nombre de Nusselt vers l'infini, On le définit de la manière suivante :

$$Nu = \frac{h.L}{K} \quad (I.8)$$

Avec :

h : Coefficient de transfert thermique.

L : Longueur caractéristique.

k : Conductivité thermique du fluide.

### I.6.6 Le nombre de Rayleigh

Le Nombre de Rayleigh, C'est le rapport entre les forces motrices du fluide (force d'Archimède) et les forces de frottement. L'analyse de stabilité linéaire conduit à définir un nombre de Rayleigh critique  $Ra_c$ , en dessous duquel les instabilités induites par les perturbations thermiques. L'expression du nombre de Rayleigh dépend du type de chauffage imposé, et s'exprime en fonction des grandeurs caractéristiques du système.

Le nombre de Rayleigh regroupe les nombres de Prandtl et Grashof est donné par :

$$Ra = Gr.Pr = \frac{g\beta L^3(T_p - T_{ex})}{\alpha.\vartheta} \quad (I.9)$$

Sa valeur nous indique si on est en laminaire ou turbulent pour un système en convection naturelle.



## I.7 Domaines d'applications de la convection mixte

L'étude de la convection mixte dans les cavités a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux de chercheurs. Ce problème est couramment rencontré dans une variété d'applications d'ingénierie. Ces applications comprennent le refroidissement des composants électroniques, des technologies de lubrification, les technologies de séchage, transformation des aliments, thermo hydraulique des réacteurs et la dynamique des lacs nucléaires. L'influence du champ magnétique sur le transfert de chaleur par convection et le flux de convection mixte du fluide sont d'une importance principale dans l'ingénierie. Un flux de convection libre et forcée combinée d'un fluide conducteur de l'électricité dans une cavité en présence d'un champ magnétique est d'une importance technique particulière en raison de sa fréquente occurrence dans de nombreuses applications industrielles telles que les réservoirs géothermiques, le refroidissement des réacteurs nucléaires, isolations thermiques et réservoirs de pétrole. Ces types de problèmes se posent également dans des boîtiers électroniques, des dispositifs microélectroniques au cours de leurs opérations.

## I.8 Revues bibliographique

Dans cette section, nous effectuons une revue bibliographique sur la convection mixte dans les différentes géométries. Nous nous intéressons ainsi à la convection dans une cavité, avec chauffage non uniforme :

### I.8.1 Les Synthèses de la convection mixte

**Papanicolaou et Jaluria [5]** ont analysé numériquement la convection mixte turbulente à partir d'une source de chaleur isolée dans une cavité carrée avec des ouvertures sur le côté opposé (figure. I.5). Deux valeurs du nombre de Reynolds ont été utilisées ( $Re = 1000$ ,  $Re = 2000$ ) et Le nombre de Grashof ( $Gr$ ) varie entre  $5.10^7$  et  $5.10^8$ . Pour les deux valeurs de  $Re$ , le nombre de Nusselt moyen (sur la surface de la source) dépend de la valeur de  $Gr$ . Les résultats montrent que la turbulence a été développée près de la paroi verticale droite de la cavité (en face de l'emplacement de la source de chaleur et près de l'orifice d'écoulement) ; la production de la turbulence à cet endroit a été principalement dûe au cisaillement, tandis qu'une petite quantité a été générée en raison de la flottabilité, le long de la paroi verticale de gauche (juste au-dessus et dans la couche limite thermique de la source de chaleur).

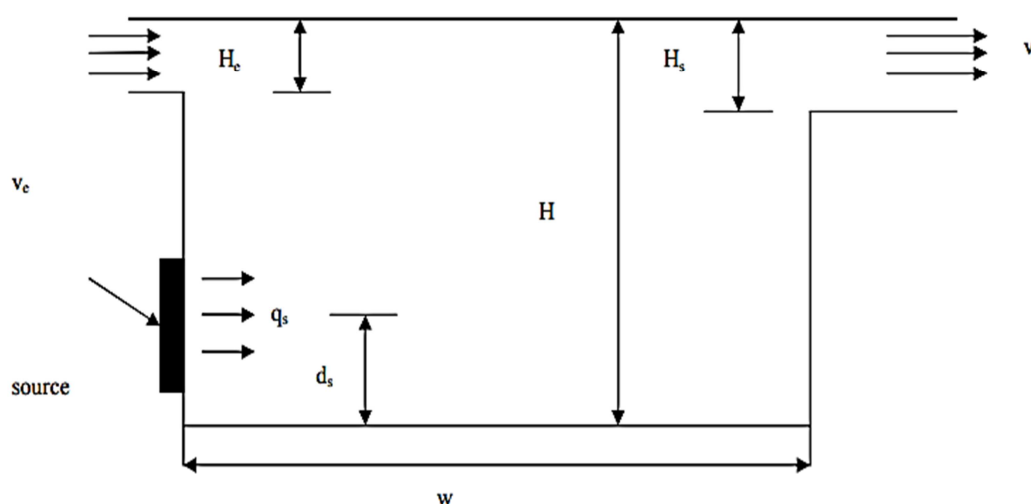


Figure I.5 : Modèle physique de la cavité avec une source de chaleur sur la paroi latérale

**Raji et Hasnaoui [6]** ont étudié numériquement la convection mixte laminaire dans une cavité rectangulaire ventilée et soumise à un flux de chaleur constant sur l'une des parois verticales. Les champs d'écoulement, la distribution de température et le transfert de chaleur moyen sont examinés pour des valeurs de nombres de Rayleigh et de Reynolds telles que  $10^3 \leq Ra \leq 10^6$  et  $5 \leq Re \leq 5 \cdot 10^3$ .

**Wu et Perng [7]** ont simulé la convection mixte à deux dimensions en régime laminaire stationnaire dans un canal horizontal contenant des blocks chauffés et une plaque en oblique d'un bloc en amont. L'effet d'une plaque oblique sur l'amélioration du transfert de chaleur est obtenu. Les résultats montrent que l'installation de la plaque peut effectivement améliorer les performances de transfert de chaleur et l'instabilité du champ d'écoulement

**A.Korichi et al. [8]**, ont étudié la simulation numérique de la convection mixte dans un canal à élargissement brusque en présence d'une source discrète. Le calcul est effectué pour différentes positions de la source. Le paramètre de la convection mixte est varié sur une large bande afin d'inclure le régime où la convection libre est dominante au régime où la convection forcée dominante ( $Gr=10^5$ ,  $Re=20$  à  $800$ ). Les champs de température et d'écoulement ainsi que le nombre de Nusselt sont présentés pour les différentes conditions. Ils ont été trouvés que le taux de transfert est étroitement lié à la position de la source, particulièrement dans le cas de la convection forcée dominante. Ils ont montré Pour obtenir un transfert de chaleur optimal, la source doit être placée en dehors de la zone de recirculation. La longueur et l'intensité de la recirculation sont liées à la fois au rapport de l'élargissement et au nombre de Reynolds.

**Icoz et Jaluria [9]** ont fait une méthodologie pour la conception et l'optimisation des systèmes de refroidissement des équipements électroniques. Deux configurations simples ont été utilisées pour démontrer cette approche.

**Tmartnhad et al. [10]**, de leur côté, ont étudié numériquement la convection mixte dans une cavité trapézoïdale dont la paroi horizontale inférieure est chauffée à température constante  $T_C$ , et la paroi supérieure inclinée est maintenue froide à une température  $T_F < T_C$ . La cavité est munie de deux ouvertures d'admission et d'évacuation du jet de ventilation. Les équations régissant sont résolues à l'aide d'une méthode aux différences finies. Les paramètres de contrôle sont les nombres de Rayleigh ( $Ra=10^5$ ), de Reynolds ( $10 \leq Re \leq 1000$ ) et de Prandtl ( $Pr=0.72$ ), les largeurs des ouvertures d'admission et d'évacuation de l'air sont respectivement  $C_1=0,23$  et  $C_2=0,38$  pour un angle d'inclinaison égale à  $22^\circ$ . Les résultats obtenus, montrent l'existence de solutions multicellulaires dont le nombre de cellules dépend de  $R_f$  et de  $Re$ . Le transfert de chaleur dépend aussi de manière sensible. Lorsque  $Re \leq 10$ , la convection naturelle domine et il y a absence de lignes ouvertes. Au-delà de cette valeur et jusqu'à  $Re = 100$  on est en pleine convection mixte. Les cellules de convection de type Rayleigh-Bénard sont toujours présentes et résistent au jet de ventilation. Lorsque  $Re$  dépasse 100, les cellules disparaissent et on a une structure simple formée de lignes ouvertes au-dessous d'une seule cellule d'entraînement, c'est la convection forcée qui s'installe. La quantité de chaleur évacuée à travers la paroi inférieure chaude augmente en fonction de Reynolds.

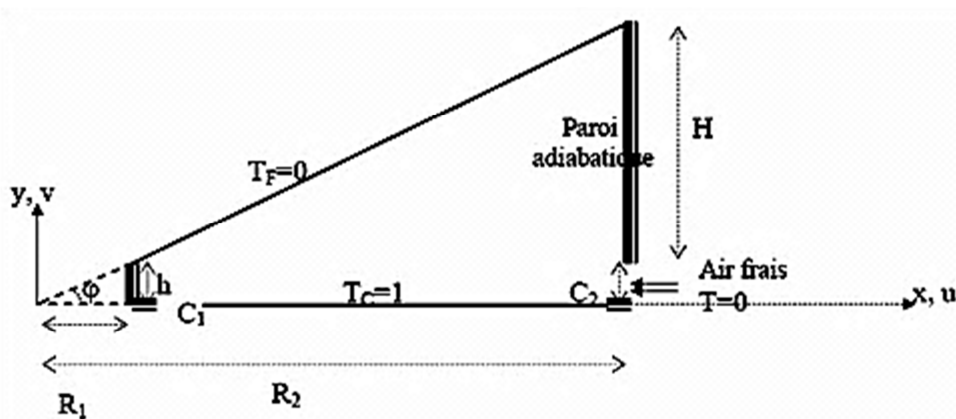


Figure I.6 : Configuration étudiée [10]

**S. Jaballah et al. [11]**, ont intéressé à l'étude des phénomènes de transfert de chaleur dans un échangeur à caloporteurs fluide et solide, formé de compartiments remplis de fluide et de milieux poreux et dont les frontières horizontales sont soumises à des flux de chaleur non uniforme. Le caloporteur fluide, saturant le milieu poreux, est injecté à une vitesse et une température

constantes et dont les particules fluides sont considérées en hors équilibre thermique local avec les particules solides composantes du milieu poreux. Cet écoulement est régi par les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement de Darcy- Brinkman et celles de la conservation de l'énergie dans les deux phases fluides et solides. Ils ont proposé d'analyser leurs effets sur le régime d'écoulement. Les calculs sont effectués pour une seule perméabilité de la grille poreuse (nombre de Darcy  $Da=10^{-4}$ ), le nombre de Reynolds,  $Re =10$  et un nombre de Rayleigh fixé à  $Ra=10^4$ .

**O. Kholai et al. [12]**, ont étudié la convection mixte dans un tube circulaire incliné par rapport à l'horizontale et chauffé à l'aide d'un flux de chaleur constant et uniforme sur toute sa surface circumférentielle été élaboré. L'écoulement à l'intérieur du tube est supposé laminaire pour un fluide newtonien et incompressible (l'eau). Les équations différentielles elliptiques émissantes sont résolues à l'aide de la méthode des volumes finis. Les résultats sont obtenus pour un nombre de Reynolds égale à 500 et différentes combinaisons du nombre de Grashof ( $10^4$ ,  $10^5$ ,  $10^6$ ) et d'angle d'inclinaison ( $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ). Le transfert de chaleur s'améliore avec l'augmentation du nombre de Grashof et la diminution de l'angle d'inclinaison. Pour mettre en évidence l'influence de la variation de l'angle du tube sur la structure de l'écoulement en convection mixte d'une part, et de mieux analyser les champs thermique et hydrodynamique d'autre part, ils ont fait varier l'angle d'inclinaison de  $0^\circ$  à  $90^\circ$  et aussi le taux de chauffage pariétal imposé, afin que le nombre de Grashof puisse prendre des valeurs de  $10^4$  -  $10^6$ . Les résultats de ce travail, ont permis d'évaluer l'influence de l'inclinaison et du taux de chauffage pariétal sur le développement des champs thermique et hydrodynamique d'une part et sur l'évolution axiale du nombre de Nusselt d'autre part. Les simulations numériques permettent de tirer les conclusions suivantes :

- ❖ L'apparition d'un écoulement secondaire avec un  $Gr = 10^6$ .
- ❖ L'augmentation du nombre de Grashof, entraîne une amélioration apparente du transfert de chaleur.

L'angle  $\alpha = 30^\circ$ , est un angle optimale pour un meilleur transfert de chaleur.

**Belhi et boudebous [13]** ont étudié numériquement à l'aide d'une formulation fonction de courant-vorticité ( $\psi-\omega$ ) la convection mixte dans une cavité carrée munie de plusieurs entrées. Les résultats montrent qu'au-delà d'un nombre d'entrées critique (12 pour le cas considéré) la réception des isothermes et des lignes de courant dans la cavité étudiée reste pratiquement inchangée.

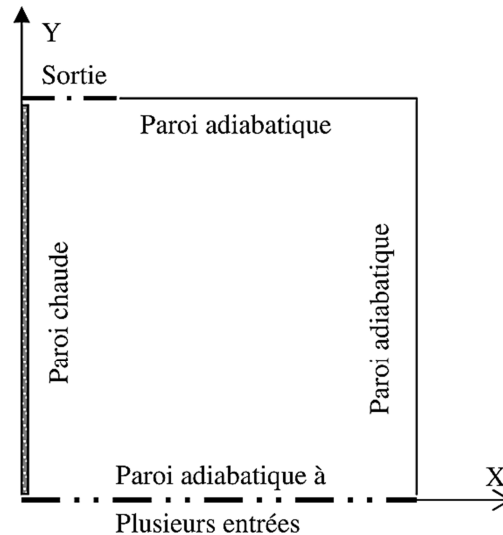


Figure I.7 : Schéma de la cavité [13]

**S.M. Saeidi et J.M. Khodadadi [14]**, ont étudié le phénomène de la convection mixte dans une cavité à une seule entrée et sortie, la vitesse d'entrée et sous une forme sinusoïdale pour des nombre de Reynolds variée entre 100 et 500 les résultats trouvés montrent un énorme transfert convectif par rapport à une vitesse linéaire.

**Mekroussi et al [15]** ont étudié numériquement la convection mixte dans une cavité carrée, utilisons une ondulation sur la paroi inférieure de la cavité. Les résultats pour la présentation des lignes de courants et des isothermes pour différents angles variés de  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $150^\circ$  jusqu'à  $180^\circ$ , respectivement. Les effets de l'angle d'inclinaison sur le nombre de Nusselt pour les trois formes géométriques (quatre, cinq et six ondulations) sont étudiés, le nombre Grashof varie jusqu'à  $Gr = 10^4$  et le nombre de Prandtl reste constant  $Pr = 0,71$ . L'air est considéré comme un fluide.

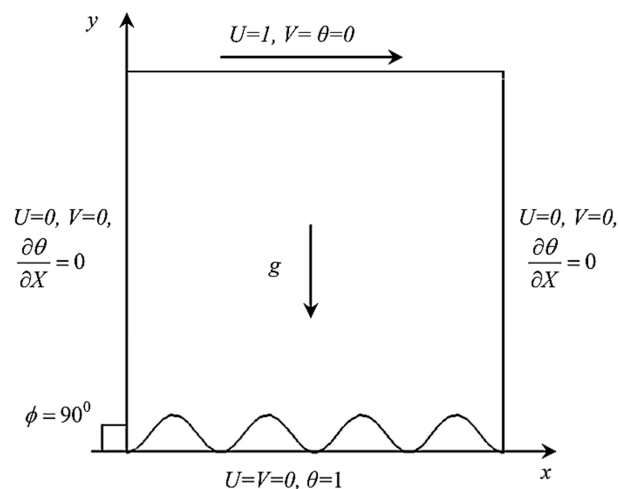


Figure I.8 : la Géométrie et les conditions aux limites utilisées par [15]

**Lin et Chen [16].** Ont fait une étude numérique de l'instabilité thermique dans un écoulement en convection mixte sur des plaques horizontales et inclinées . Les résultats montrent que l'augmentation de l'inclinaison stabilise l'instabilité thermique et n'a pas d'effets prononcés sur le nombre de Nusselt et fait augmenter la valeur du nombre de Grashof critique.

**Bousedra et al. [17]** ont étudié expérimentalement la convection mixte dans un écoulement laminaire d'eau dans la région d'entrée d'une conduite semi circulaire avec des inclinaisons ascendante et descendante, d'un angle variant entre -20 et +20, en imposant un flux de chaleur constant et axial. L'expérience a été conçue pour déterminer l'effet de l'inclinaison, en particulier, descendante sur la température de la paroi et sur les nombres de Nusselt local et global pour trois valeurs du nombre de Reynolds 500, 1000 et 1500 et pour différents nombres de Grashof. Les résultats révèlent que pour les inclinaisons ascendantes, le nombre de Nusselt et la température de la paroi augmentent avec le nombre de Grashof. Pour les inclinaisons descendantes, le nombre de Reynolds a un effet très important sur le nombre de Nusselt moyen.

**Barletta [18]** a fait une étude d'analyse de la convection mixte dans un canal vertical en tenant compte de l'effet de la dissipation visqueuse. Les deux parois verticales ont été considérées isothermes ou différentiellement chauffées. Les champs de vitesses et de températures adimensionnels et le nombre de Nusselt ont été évalués dans les deux cas. Les résultats montrent que l'effet de la dissipation visqueuse peut être important, spécialement, dans le cas de l'écoulement ascendant. L'une des conséquences des termes de la dissipation visqueuse et que le transfert de chaleur n'est pas dû simplement à la conduction pure comme dans le cas où on néglige la dissipation visqueuse

**Al-Amiri et al. [19],** ont étudié le transfert thermique par convection mixte dans une cavité à paroi mobile avec une surface de fond ondulée. Les résultats de ce travail ont montré que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation de l'amplitude de l'ondulation et du nombre de Reynolds. Ils ont montré que le transfert de chaleur optimal est atteint pour un petit nombre de Richardson

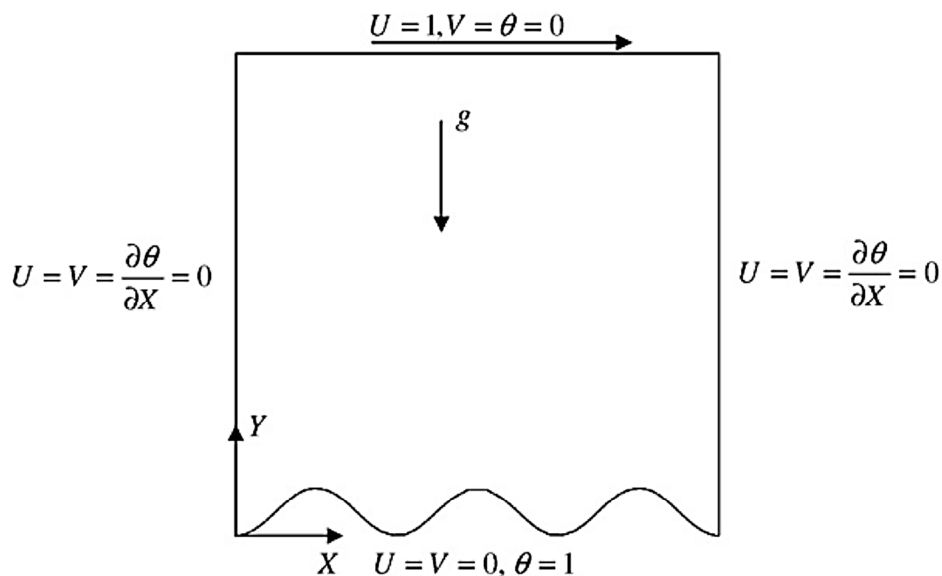


Figure I.9 : Forme de la cavité et les conditions aux limites utilisées par [19]

**Sublon et al. [20]**, ont utilisé un outil numérique CFD 3D qui a été développé pour modéliser un écoulement de convection mixte à l'intérieur de canaux horizontaux. Le système est constitué de quatre espaces annulaires superposés de longueur 5 m et d'entrefer 5 cm, chaque cylindre interne dégage un flux de chaleur uniforme, l'ensemble est placé à l'intérieur d'une enceinte dont la partie supérieure est à température imposée. Le gradient de température ainsi constitué entraîne un mouvement de convection de l'air. Une maquette très instrumentée a été construite à l'échelle 1 pour valider les calculs de la circulation et des échanges convectifs.

**Raji et al. [21]** ont procédé à des simulations numériques de la convection mixte dans une cavité inclinée, de longueur finie, contenant deux blocs adiabatiques. La cavité est chauffée par le bas de manière discrète par une température constante. Ils ont examiné l'influence du nombre de Rayleigh, de l'inclinaison de la cavité ainsi que la hauteur des blocs sur le transfert thermique. Ils ont trouvé qu'il est possible de contrôler le transfert thermique à travers la paroi froide et la sortie du canal.

**Oztop et al. [22]** ont étudié numériquement la convection mixte bidimensionnelle stationnaire dans une cavité carrée portant deux parois mobiles verticales et chauffées différentiellement, les parois horizontales sont maintenues adiabatiques. Trois cas ont été considérés qui dépendent de la direction du mouvement des parois (figure I.10). Toutes les simulations ont été réalisées avec les valeurs des nombres de Richardson ( $0.01 < Ri < 100$ ), le nombre de Prandtl ( $Pr = 0.7$ ). Les résultats montrent que le nombre de Richardson influe sur l'écoulement du fluide et le transfert thermique pour  $Ri < 1$ , et par conséquent, le transfert de chaleur est assez meilleur.

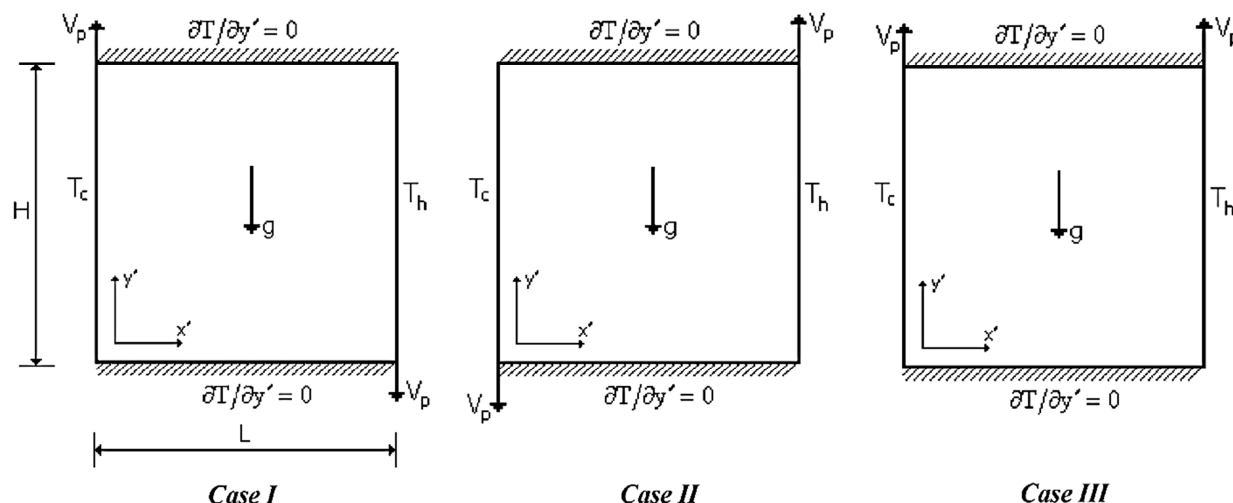


Figure I.10 : Les Modèles physiques pour les trois cas utilisés par [22]

**Sharif [23]** a étudié numériquement à l'aide du FLUENT la convection mixte dans une cavité rectangulaire bidimensionnelle. La paroi supérieure de la cavité rectangulaire est maintenue à une plus haute température et la surface inférieure à basse température, tandis que les deux surfaces gauche et droite sont adiabatique (figure I.11). L'étude numérique est faite pour un nombre de Rayleigh varié de 105 à 107 et un nombre de Reynolds  $Re = 408.21$ . Les résultats montrent que le nombre de Nusselt local augmente avec l'augmentation de l'angle de l'inclinaison pour la convection forcée dominante. Aussi, le nombre de Nusselt globale et moyen augmente avec l'augmentation avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison pour le cas ( $Ri = 0.1$ ), tandis qu'il augmente plus rapidement dans le cas où ( $Ri = 10$ ).

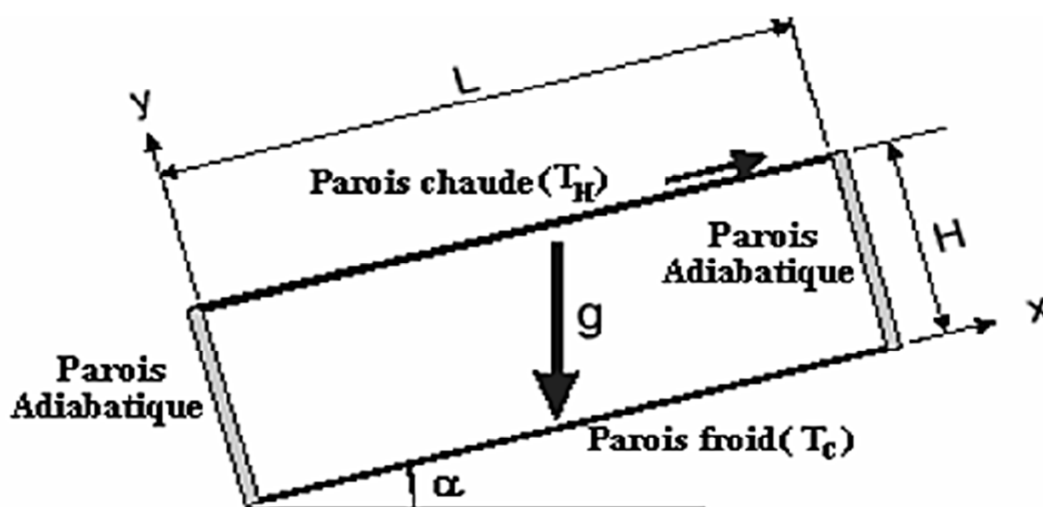


Figure I.11 : Cavité rectangulaire inclinée [23]



**Habchi et Acharya [24]** ont fait une investigation numérique de la convection mixte de l'air dans un canal vertical (figure I.12), contenant un obstacle sur l'une de ses parois supposée chauffée, alors que l'autre est considérée comme adiabatique ou chauffée aussi (deux cas).

Les résultats indiquent qu'à de faibles valeurs du nombre Richardson, le maximum de la vitesse se trouve à proximité de la paroi adiabatique et de la paroi chaude lorsque  $Ri$  augmente. Un écoulement inverse est prédit derrière l'obstacle, où les variations de température sont faibles. Le nombre de Nusselt moyen en amont et au niveau de l'obstacle augmente lorsque  $Ri$  diminue. Derrière cet obstacle, le nombre de Nusselt diminue lorsque le nombre Grashof augmente. Pour les deux cas, les nombres de Nusselt moyens sont plus petits que ceux dans un conduit lisse.

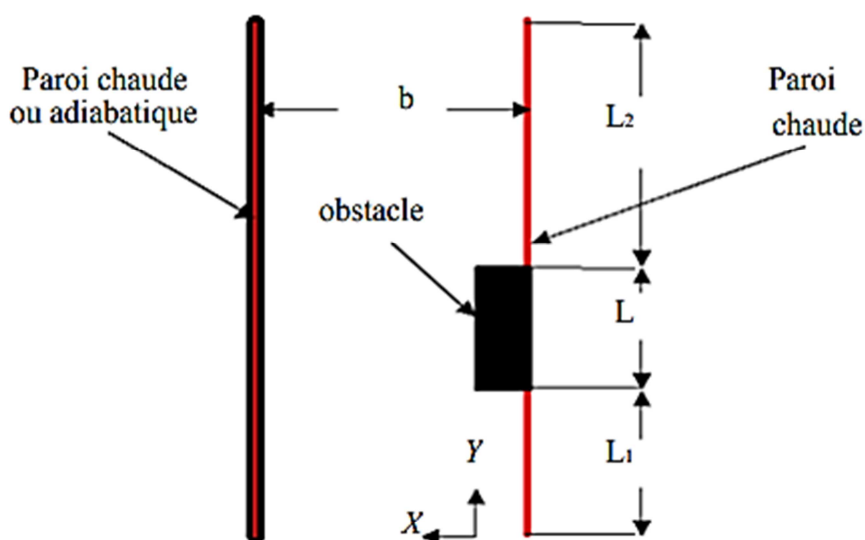
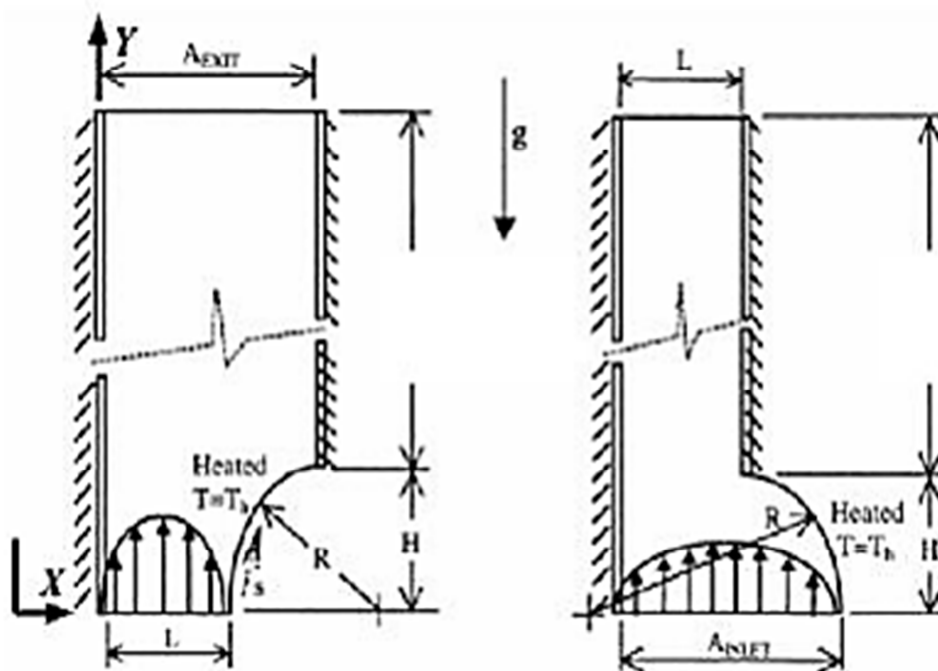


Figure I.12 : Canal vertical contenant un obstacle rectangulaire sur sa paroi chaude [24]

**Saldana [25]** a fait une étude numérique de la convection mixte dans un canal tridimensionnel chauffé par sa paroi inférieure (marche) à une température constante, tandis que la paroi supérieure est maintenue à une température plus inférieure. La marche est conductrice de la chaleur et les deux autres faces sont adiabatiques. Les effets des forces de buoyance sur la distribution de la vitesse et de la température ont été étudiés pour trois différents nombres de Richardson ( $Ri=0$ ,  $Ri=2$ ,  $Ri=3$ ) et pour un nombre de Reynolds  $Re$  fixé à 200. Les résultats montrent que les champs de vitesse et de température pour la convection forcée sont très différents de ceux de la convection mixte et lorsque les forces de buoyance deviennent prédominantes, une importante couche limite est localisée au niveau de la paroi supérieure, les

rouleaux convectifs deviennent plus bouclés et les composantes de la vitesse deviennent plus grandes.

Le transfert de chaleur par convection mixte a été étudié numériquement par **Moukalled et al [26]** dans deux canaux verticaux, ayant des parois courbées considérées comme des sources de chaleur. La première a une forme concave et l'autre une forme convexe (figure I.13). Les résultats ont été obtenus pour plusieurs rapports de courbure ( $R/L$ ) (concave et/ou convexe) et pour certaines valeurs du nombre de Richardson  $Ri = Gr/Re^2$ , et ont été comparés avec ceux des canaux droits. Ils montrent que le transfert global dans la surface convexe est toujours plus grand que celui dans un canal droit à égale hauteur pour de faibles rapports ( $R/L$ ) et des  $Ri$  élevés. Cependant, au dessous d'une valeur critique,  $Ri_{cr}$ , l'amélioration du transfert de chaleur est obtenue avec les surfaces concaves.



(a) Canal avec une entrée convexe;

(b) canal avec une entrée concave

Figure I.13 : Géométrie de la référence [26]

### I.8.2 Les Synthèses de chauffage non uniforme

**S. Sivasankaran et al [27]**. Une étude numérique sur la convection mixte dans une cavité à couvercle (figure 1.14), avec une distribution de température sinusoïdale sur les parois latérales verticales. Les deux autres murs sont conservés comme adiabatiques, Le nombre de Richardson

joue un rôle important pour déterminer le mode de convection. Les résultats montrent que le taux de transfert de chaleur augmente lorsque le rapport d'amplitude augmente. Les nombres moyens de Nusselt augmentent d'abord, puis diminuent lorsqu'on augmente l'écart de phase de  $0$  à  $\pi$ . Le chauffage non uniforme sur les deux murs fournit un taux de transfert de chaleur plus élevé que le chauffage non uniforme d'un mur.

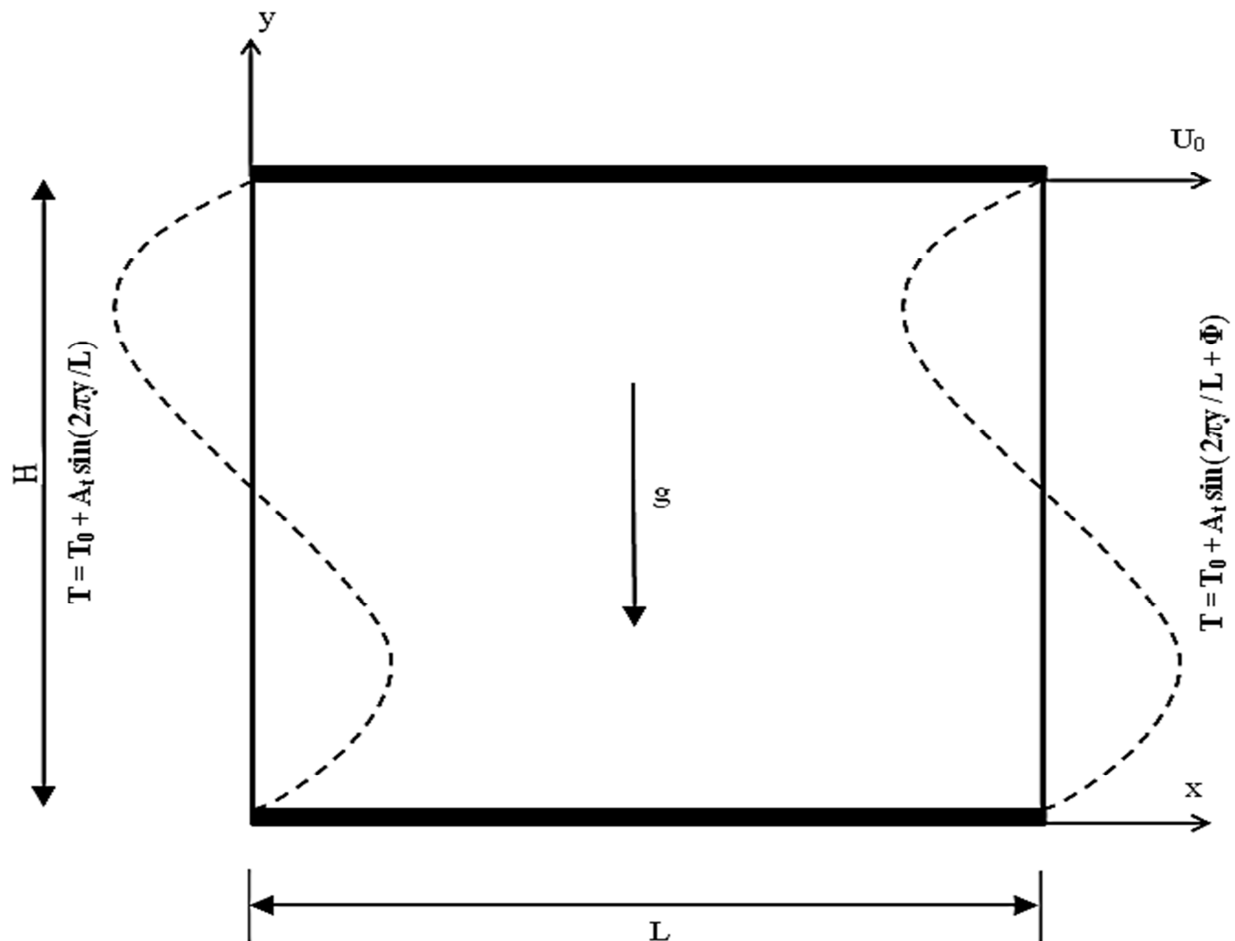


Figure I.14 : Forme de la cavité et les conditions aux limites utilisées par [27]

**S. Mekroussi et al [28]** ont étudié numériquement la convection mixte dans une cavité compliquée avec un chauffage non uniforme sur les deux parois latérales (figure I.15). L'étude numérique est faite pour différents nombres de Richardson  $Ri=0.01$ ,  $Ri=1$ ,  $Ri=100$ . Les résultats montrent que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de l'amplitude. Cela signifie que le non-uniformement de la répartition de la température sinusoïdale sur la paroi latérale est bénéfique pour améliorer le transfert de chaleur par rapport au cas où la paroi est maintenue une température uniforme.

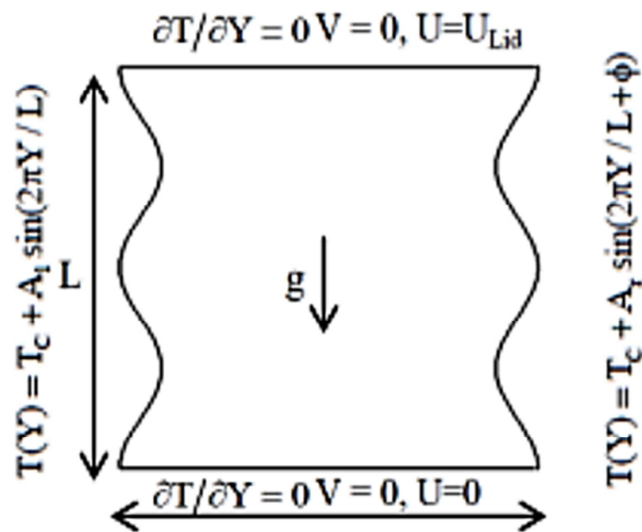


Figure I.15 : Géométrie et conditions aux limites de la cavité [28]

**Deng et Juan Chang [29]**, ils ont étudié numériquement le transfert de chaleur dans une enceinte rectangulaire à température sinusoïdale sur les deux parois latérales et Les parois horizontales sont isolées thermiquement (figure I.16). Les résultats ont été obtenus pour nombre de Rayleigh varie entre  $10^3 \leq Ra \leq 10^6$  et le rapport d'amplitude  $0 \leq \varepsilon \leq 1$  et d'écart de phase ( $\varphi = 0 - \pi$ ) et d'allongement ( $Ar = 0,25-4$ ). Les résultats montrant que le transfert de chaleur par convection naturelle dans les enceintes avec deux distributions de température sinusoïdales sur les parois latérales est supérieur à celui avec un seul profil de température sinusoïdal sur une paroi latérale.

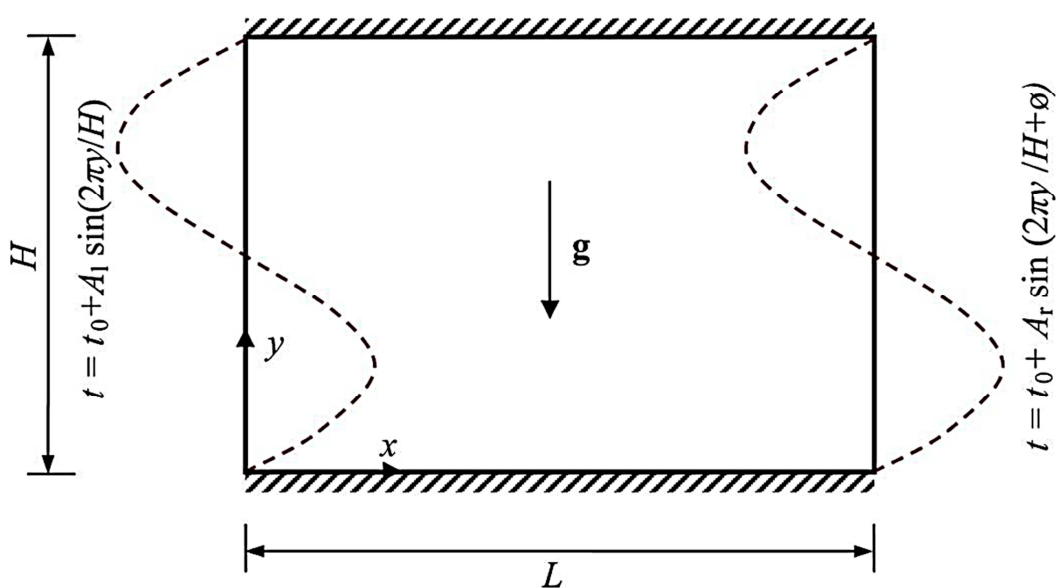


Figure I.16 : Géométrie et conditions aux limites qui étudié par [29]

**I.9 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons présente un rappel sur les trois types de convection et sur la théorie de la convection et nous avons effectuons une revue bibliographique concernant la convection.

Dans le chapitre suivant, nous allons présenter les méthodes numériques utilisées dans le code de calcul, ainsi que le processus de calcul numérique « FLUENT ».

# Chapitre II

## Modélisation et formulation mathématique

## II.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons le modèle physique et les hypothèses simplificatrices. Nous formulons le problème physique régissant le phénomène de convection mixte dans une cavité avec chauffage non uniforme sur les parois verticales.

Il convient dans ce chapitre de présenter brièvement les équations utilisées pour résoudre les divers écoulements ainsi que le transfert de chaleur. Les équations de Navier-Stokes permettent de prédire le comportement des fluides en mouvement. Ces équations expriment les lois de conservation de masse (ou de continuité), de quantité de mouvement et d'énergie, ainsi que la géométrie et les conditions aux limites.

Pour notre travail, la résolution du problème est effectuée par le logiciel FLUENT, qui est basé sur la méthode des volumes finis.

## II.2 Description du problème

Le code "FLUENT" a été utilisé pour simuler l'écoulement d'air dans la cavité. La configuration géométrique considérée dans le présent travail est illustrée dans la figure(II.1). On considère l'écoulement d'air incompressible dans une cavité carrée bidimensionnelle, ( $L=H=1\text{m}$ ) dont les parois horizontales sont adiabatiques et la paroi horizontale haute a une vitesse constante dirigée vers la droite  $U = 1\text{m/s}$ . les parois verticales a une distribution de température sinusoïdale.  $L$  est la hauteur et la largeur de la cavité. Le nombre de Prandtl est fixe  $Pr = 0.71$ , et le nombre Richardson varie jusqu'à  $Ri = 10$ . L'écoulement se fait à la direction ( $x$ ).

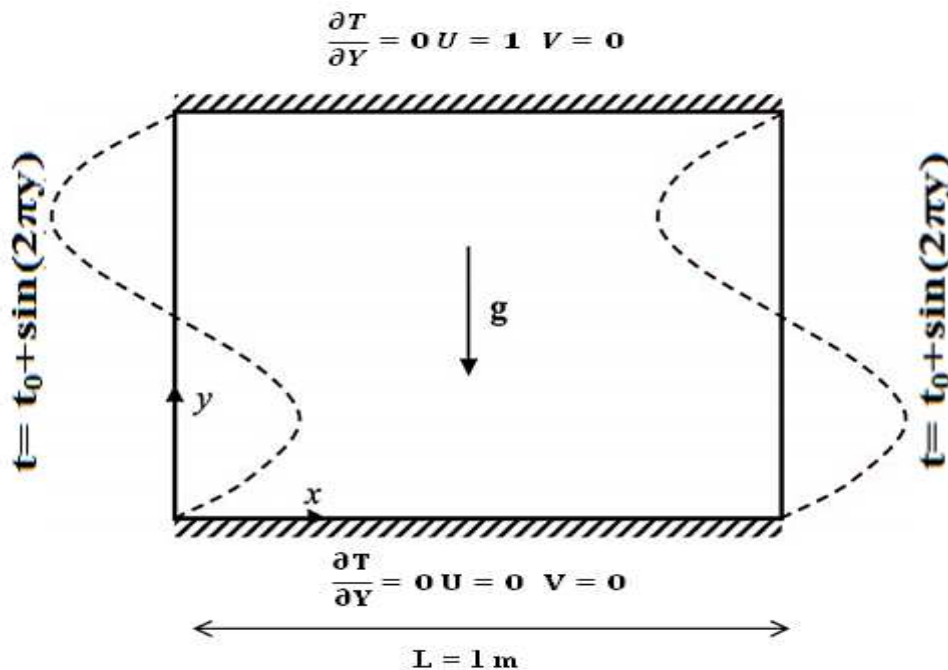


Figure II.1 : Configuration géométrique du problème considéré

### II.3 Équations du Modèle mathématique

Afin d'analyser et valider le comportement d'un système, la modélisation permet la représentation logique, mathématique et graphique de ce dernier. La simulation a pour but de faire vivre un système, donc c'est une méthode qui consiste à utiliser un modèle comme substitut de la réalité. Un modèle mathématique ou numérique désigne un algorithme, et on peut parler de logiciel ou programme lorsqu'il s'agit d'un modèle de simulation.

À l'heure actuelle, le CFD est parmi le peu de moyens permettant de produire des solutions complètes des équations de bilan.

#### II.3.1 Équations générales en régime laminaire

On appelle ainsi des écoulements dont les quels les lignes de courant ont un aspect régulier.

Les différentes couches du fluide glissent alors les unes sur les autres sans échange de matière.

Ce sont les plus faciles à étudier car l'exploitation des symétries permet de prévoir l'orientation du champ de vitesse [30].

Les équations exprimant les phénomènes d'écoulements sont principalement celles de dérivées des lois physiques de conservation de masse de la quantité de mouvement et de l'énergie, les équations dont nous disposons sont les suivantes :

##### II.3.1.1 Équation de continuité

C'est l'équation qui exprime la loi de conservation de masse aux cours de l'écoulement. Elle s'exprime mathématiquement sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (\text{II.1})$$

Puisque l'écoulement est permanent  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  donc l'équation II.1 devient :  $\text{div} \vec{V} = 0$

Où  $\rho$  est la masse volumique et  $\vec{V}$  est le vecteur vitesse.

En supposant que la masse volumique  $\rho$  est constante, qui après simplification devient :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.2})$$

##### II.3.1.2 Les équations de quantités de mouvements

Le principe de conservation de la quantité de mouvement permet d'établir les relations entre les caractéristiques du fluide et son mouvement et la cause qui le produit. On peut indiquer que le taux de variation de quantité de mouvement contenu dans le volume est égal à la somme de toutes les forces extérieures qui lui sont appliquées, pour un fluide newtonien incompressible,



les équations de Navier Stokes pour la convection mixte en 2D s'écrivent sous la forme suivante :

Équation de quantité de mouvement suivant l'axe (x):

$$\rho \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II.3})$$

Équation de quantité de mouvement suivant l'axe (y):

$$\rho \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \frac{\partial p}{\partial y} = \mu \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] - \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] g \quad (\text{II.4})$$

Avec :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{II.5})$$

### II.3.1.3 Équation de la conservation d'énergie

L'équation de la conservation d'énergie est obtenue à partir du premier principe de la thermodynamique. Ce principe met en relation les différents termes, soit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II.6})$$

Où :

$u, v$  : Composantes du vecteur vitesse.

$x, y$  : Les coordonnées cartésiennes.

$t$  : Le temps.

$\lambda$  : La conductivité thermique.

$T$  : La température de fluide.

$T_0$  : La température de référence.

$C_p$  : La chaleur spécifique du fluide à pression constante.

$\rho_0$  : Masse volumique de référence.

$\mu$  : La viscosité dynamique.

$\beta$  : Coefficient de dilatation.

## II.4 Méthode numérique

### II.4.1 Méthodes des différences finies

C'est la méthode la plus ancienne, le principe fondamental de cette méthode consiste au domaine d'étude un maillage en nœuds dont la finesse permet de donner une approximation des contours du domaine. Ensuite, en appliquant le développement dans chaque nœud du maillage, ce qui permet d'obtenir un nombre d'équation algébrique égale au nombre des valeurs d'inconnues des grandeurs étudiées.

### II.4.2 Méthodes des éléments finis

La méthode consiste à mailler l'espace en régions élémentaires dans lesquelles on représente la grandeur recherchée par une approximation polynomiale. Le maillage peut être constitué de triangles ou de rectangles aux sommets desquels on recherche des volumes de l'inconnue en supposant que, dans ce domaine, l'inconnue varie linéairement en fonction des coordonnées. Une telle méthode nécessite donc de mailler tout l'espace étudié. Elle conduit à des tailles importantes en mémoire des calculateurs et à des temps de calcul longs qui nécessitent souvent des stations de travail pour la résolution des problèmes industriels.

### II.4.3 Méthodes des volumes finis

La méthode des volumes finis est caractérisée par son avantage à satisfaire la conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie dans tous les volumes finis ainsi que dans tout le domaine de calcul. Elle facilite la linéarisation des termes non linéaires dans les équations de conservation telle que le terme source par exemple. La méthode consiste à partager le domaine de calcul en plusieurs volumes, où chaque volume entoure un nœud.

## II.5 Maillage

Le code de calcul "FLUENT" dans sa version 6.3 traite plusieurs types de maillages structurés, non-structurés ou hybrides. Un maillage structuré est généralement composé de mailles quadrilatérales en deux dimensions (2D ou maillage surfacique) et hexaédriques en trois dimensions (3D ou maillage volumique), tandis qu'un maillage non-structuré va être composé de mailles quadrilatérales ou triangulaires en 2D et hexaédriques ou tétraédriques en 3D. Dans un maillage hybride les mailles proches des parois sont des quadrilatères en 2D et des hexaèdres en 3D et les mailles du reste du domaine sont des triangles en 2D et des tétraèdres en 3D. En proche paroi, il est nécessaire d'avoir des mailles les plus petites possibles pour bien modéliser les écoulements à cet endroit, cette particularité est d'autant plus importante en régime turbulent, on l'appelle (l'inflation). En 3D, les mailles qui font les liaisons entre les hexaèdres et les tétraèdres

sont des prismes ou des pyramides. La figure (III.2) représente les différents types de maillage utilisé par notre code.

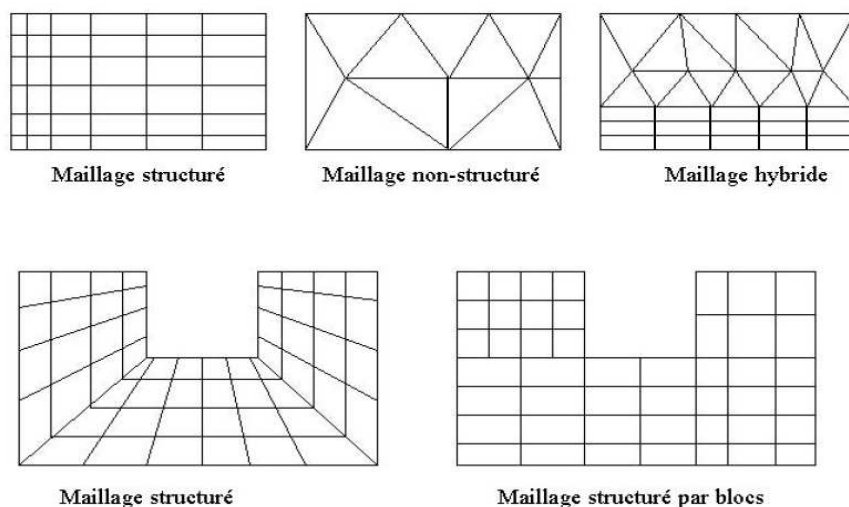


Figure III.2 : Types de maillage utilisé par "FLUENT"[31]

### II.5.1 Qualité du maillage

Avant de poursuivre et de simuler des écoulements avec un maillage, il est nécessaire de s'assurer de sa qualité. Ce dernier joue un rôle important dans la précision et la stabilité du calcul numérique.

Sous "GAMBIT", la mesure de l'obliquité équiangle est normalisée comme suit [31] :

$$\max \left[ \frac{q_{\max} - q_e}{180 - q_e}, \frac{q_e - q_{\min}}{q_e} \right] \quad (\text{II.7})$$

Où :

$q_{\max}$  : Le plus grand angle de la face ou de la cellule.

$q_{\min}$  : Le plus petit angle de la face ou de la cellule.

$q_e$  : Angle d'une face ou cellule parfaitement régulière ( $60^\circ$  pour un triangle), ( $90^\circ$  pour un carré). Notons que par définition  $0 \leq q_e \leq 1$ .

Pour que le maillage soit bien précis il est souhaitable de prendre en considération la variation de tailles entre deux cellules adjacentes n'excède pas 20%. Le maillage doit être réalisé de sorte à minimiser la diffusion de l'erreur numérique.

### II.5.2 Indépendance du maillage

Il est tout d'abord important de rappeler que le maillage peut être modifié dans la phase de simulation à l'aide du code "FLUENT". On peut par exemple, faire une adaptation de maillage à l'aide de l'option (adapt), selon divers critères permettant de définir des régions à l'intérieur du domaine de calcul. L'adaptation n'est toutefois permise que sur la base d'une première solution pour l'écoulement.

L'indépendance du maillage a été réalisée en utilisant un raffinement de solution adaptatif, puisque des cellules peuvent être rajoutées là où elles sont nécessaires dans la grille après obtention des résultats de simulation. Le maillage initial a été adapté en mettant plus de cellules dans les régions où le gradient de vitesse est plus élevé qu'un niveau choisi. Ce processus a été répété jusqu'à ce que les résultats soient devenus indépendants du maillage.

En effet, il existe une manière pratique dans "FLUENT", qui consiste en la surveillance de la valeur moyenne de certaines variables. Quand cette valeur cesse de changer, on cesse les itérations sans devoir attendre jusqu'à la convergence itérative, on adapte ensuite le maillage et on relance les itérations. La solution peut être considérée indépendante du maillage quand la valeur moyenne cesse de changer entre les adaptations.

### II.5.3 Traitement près des parois

Dans le code de calcul "FLUENT", il existe deux approches pour modéliser l'écoulement près des parois (Figure II.3), l'une se base sur des formules semi empirique dites fonction de paroi pour lier la couche complètement turbulente et la paroi sans compte tenir les autres couches, l'autre consiste à raffiner le maillage de tel sorte que la distance entre le premier nœud et la paroi soit inférieur à l'épaisseur de la couche visqueuse.

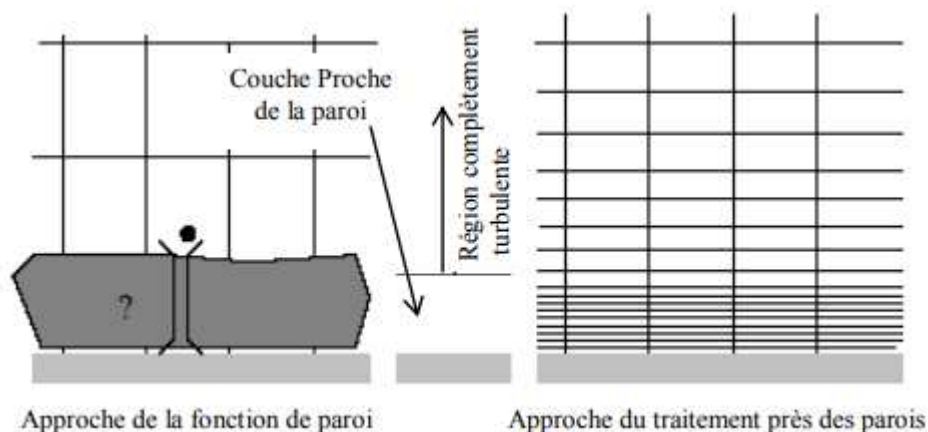


Figure. II.3 : Traitement près des parois dans le "FLUENT" [32]

## II.6 Présentation du code de calcul

Le code de calcul "FLUENT" est commercialisé par le groupe FLUENT. Ce groupe est actuellement l'un des pôles de compétence en mécanique des fluides numérique les plus importants. Il développe et commercialise une solution complète sous forme de logiciels de CFD (Computational Fluid Dynamics) généralistes qui simule tous les écoulements fluides, compressibles ou incompressibles, impliquant des phénomènes physiques complexes tels que la turbulence, le transfert thermique, les réactions chimiques, les écoulements multiphasiques pour toute l'industrie.

Les produits et services proposés par le groupe "FLUENT" aident les ingénieurs à développer leurs produits, à optimiser leur conception et à réduire leurs risques.

Ce code est largement utilisé dans l'industrie aéronautique, automobile et offre une interface sophistiquée qui facilite son utilisation. Le logiciel "FLUENT" modélise par la méthode des volumes finis des écoulements très variés dans des configurations plus ou moins complexes. Il est composé, comme tout logiciel de type CFD, de trois éléments clés qui sont : le pré-processeur, le solveur et le post-processeur. Nous détaillons ci-dessous ces trois éléments.

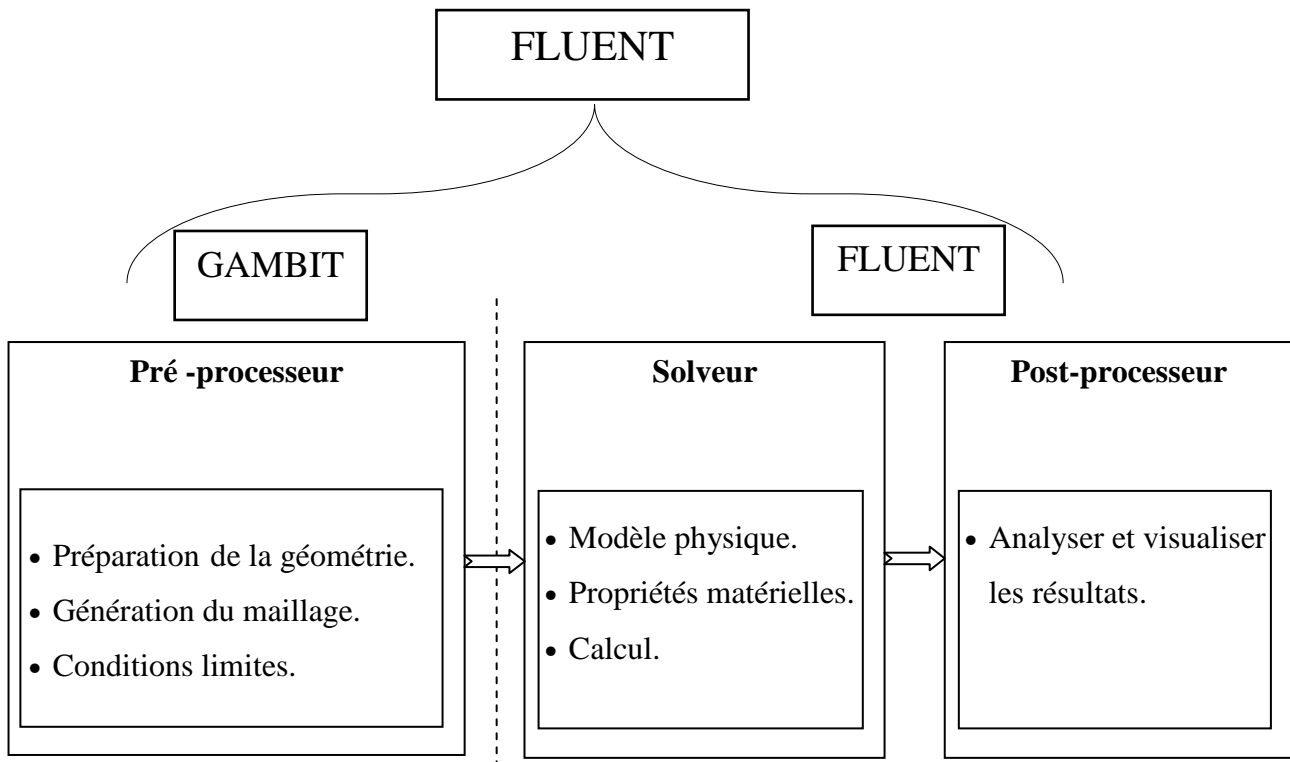


Figure II.4: Structure de base du code "FLUENT"

### II.6.1 Pré - processeur "GAMBIT"

Il permet à l'utilisateur de construire la géométrie du domaine de calcul et de subdiviser ce dernier en petits volumes de contrôle ou cellules de calcul. L'ensemble de ces volumes élémentaires constitue le maillage.

La définition des conditions aux limites appropriées, au niveau des cellules qui coïncident ou touchent la frontière du domaine de calcul, se fait également à ce niveau.

### II.6.2 Solveur "FLUENT"

Pour des fluides incompressibles, les calculs se font en pression relative. La méthode utilisée est la méthode des volumes finis.

Cette méthode a l'avantage d'être conservatrice, c'est-à-dire que tout le flux sortant d'un volume de contrôle entre dans les volumes voisins. Les étapes de calcul dans le solveur sont les suivantes :

- Intégration des équations continues sur chaque volume de contrôle. Le théorème d'Ostrogradski est utilisé pour transformer certaines intégrales de volume en intégrales de surface.
- Discrétisation en espace et en temps (pour les écoulements non permanents) des équations : substitution des dérivées partielles par des approximations en différences finies ; transformation du système d'équations en système algébrique,
- Résolution du système algébrique par un processus itératif ; utilisation d'un algorithme pour corriger la pression et les composantes de la vitesse afin d'assurer la conservation de la masse.

### II.6.3 Post-processeur "FLUENT"

Le Post-processeur permet de visualiser les différents résultats à l'écran (champs de vitesse, champs de température, ligne de courant ...etc.).

## II.7 Méthode de résolution des équations de transport

### II.7.1 Schéma de discrétisation

Notre code emploie la méthode des volumes finis pour la résolution des systèmes d'équations utilisés pour modéliser les mouvements des fluides. En fait, avec la méthode des volumes finis, un problème physique donné est résolu suivant trois principales étapes :

- Division du domaine de calcul en volumes de contrôle via un maillage
- Intégration des équations sur chaque volume de contrôle afin de les transformer en équations algébriques,
- Résolution des équations ainsi discrétisées.

Ces équations sont mises sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i \varphi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right) + S_\varphi \quad (\text{II.8})$$

Où  $\varphi$  représente une grandeur intensive telle que  $U_i, H_m, k, \varepsilon$  ou  $\overline{u_i' u_j'}$ , selon le modèle de turbulence utilisé.

$\Gamma_\varphi$  Est un coefficient de diffusion et  $S_\varphi$  un terme de source dont les expressions respectives dépendent du modèle de turbulence choisi. Sous cette forme générale, tous les termes non-convectifs ou non-diffusifs sont inclus dans le terme source  $S_\varphi$ .

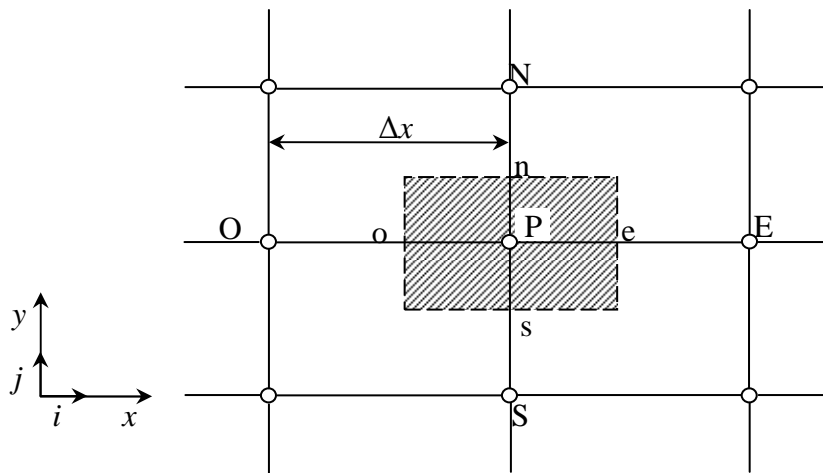


Figure II.5 : Volume de contrôle pour la résolution en volumes finis

La figure (II.5) représente la discrétisation en volumes finis des équations de transport. Les différentes grandeurs de l'écoulement sont calculées au centre de chaque volume de contrôle, aux point P, E, O, N et S. l'intégration de l'équation II.8 dans un volume de contrôle fait intervenir les valeurs, ainsi que les flux de diffusion et de conservation et de convection de ces grandeurs aux frontières du volume de contrôle. Ainsi, pour le calcul des grandeurs au point P, leurs valeurs les interfaces e, o, n et s sont également nécessaires. Plusieurs méthodes d'interpolation peuvent alors être utilisées connaissant leurs valeurs au centre des volumes de contrôle adjacents.

Les schémas d'interpolation employés dans les codes CFD sont en général basés sur la méthode de différences finies. Cette méthode appliquée à des volumes de contrôle est décrite par nombre d'auteurs comme **Patankar** [33] et **Roache** [34]. Des études doctorales comme celles de **Buchmann** [35] et **Theodosiu** [35] présentent également le détail des différents schémas d'interpolation utilisés dans les codes CFD. Dans ce paragraphe, l'accent est plutôt mis sur les

critères à prendre en compte pour assurer à la fois la stabilité et la bonne précision des résultats CFD.

On note ainsi que bien qu'une approximation par différences finies centrées des termes de diffusion au deuxième ordre soit adaptée à la majorité des problèmes, cette technique ne donne pas de résultats satisfaisants en ce qui concerne les termes convectifs. En effet,

La méthode des différences centrées ne prend pas correctement en compte la direction de l'écoulement. La figure II.6 permet d'illustrer ce défaut majeur.

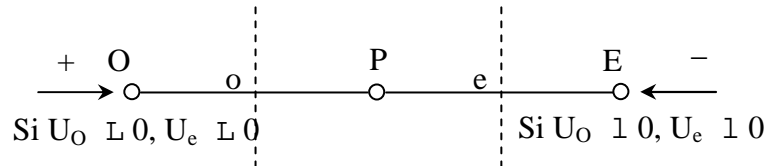


Figure II.6 : Schéma unidimensionnel illustrant un volume élémentaire entourant un noeud P

Les valeurs d'une entité  $\varphi$  les interfaces e et o sont déterminées par une approximation linéaire à l'aide des expressions suivantes :

$$\varphi_e = \frac{1}{2}(\varphi_P + \varphi_E) \quad (\text{II.9})$$

$$\varphi_o = \frac{1}{2}(\varphi_o + \varphi_P) \quad (\text{II.10})$$

Sur la base de ces deux dernières expressions, on peut noter que les points situés en amont et aval ont le même poids pour le calcul des valeurs à l'interface quelle que soit la vitesse de l'écoulement.

Mais il peut exister un fort transport de la gauche vers la droite (ou inversement) de l'interface. Dans un tel cas, cette formulation n'est plus valable parce qu'elle peut générer des instabilités numériques quand le transport à travers une face d'un volume de contrôle est prépondérant par rapport à la diffusion. Le nombre de Peclet de maille permet à cet effet de quantifier l'importance relative des phénomènes convectifs et diffusifs :

$$Pe_{\text{maille}} = \frac{\rho U \Delta x}{\Gamma_\varphi} \quad (\text{II.11})$$



Où  $\rho U$  et  $\Gamma_\varphi$  sont considérés constants le long de  $\Delta x$ . On a ainsi pu constater que lorsque le nombre de Peclet de maille construit sur la dimension du maillage et de la vitesse à l'interface est supérieur à 2, la discrétisation centrée des termes convectifs, en régime permanent, conduit à des instabilités numériques [37].

Pour éviter ces instabilités numériques, des approximations décentrées sont proposées. Les échanges diffusifs sont modélisés de la même façon que dans le schéma à différences centrées. En revanche, les échanges convectifs n'ont lieu que de l'amont vers l'aval de l'écoulement. Ce schéma amont (upwind) est précis au premier ordre sur la base d'un développement de Taylor. Il est inconditionnellement stable du point de vue numérique mais susceptible d'introduire une diffusion numérique « artificielle » pouvant affecter la précision du calcul Launder [38].

Pour éviter que la précision du calcul ne soit affectée par les effets de la diffusion numérique, on peut raffiner le maillage et/ou aligner le maillage sur l'écoulement. Malheureusement, le raffinement du maillage reste limité par la puissance de calcul des ordinateurs. De plus, l'alignement du maillage sur l'écoulement n'est possible qu'avec un écoulement simple dont la direction principale peut être alignée au maillage. En effet, lorsque que les écoulements sont complexes, il est difficile d'aligner le maillage sur le mouvement. Il faut donc recourir à des méthodes de discrétisation spatiale d'ordre plus élevé pour réduire la diffusion numérique.

Ainsi, des schémas d'ordre 3 et plus ont été proposés mais l'implémentation des conditions limite s'est avérée difficile à réaliser. Ces derniers schémas sont en outre peu stables. Un compromis satisfaisant entre la stabilité et la précision du calcul prédominant convectif a été trouvé avec les approximations amont (upwind) au second ordre [39].

On peut citer également le schéma d'ordre supérieur, QUICK, proposé par Leonard [40] et qui a été utilisé dans l'étude doctorale de Lepers [41]. Ce dernier a pu noter que comparé à un schéma amont (upwind) au deuxième ordre, le schéma Quick n'améliore pas beaucoup la précision des résultats numériques.

Pour notre étude, le schéma d'interpolation QUICK (QuadraticUpwind Interpolation [42]) est utilisé. Ce schéma calcule la valeur à l'interface d'une grandeur, en fonction de ses valeurs au centre des volumes de contrôle adjacents et de volumes plus éloignés en amont de l'interface considérée.

## II.7.2 Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse

Trois algorithmes sont disponibles dans le logiciel de calcul :

- SIMPLE : le plus robuste
- SIMPLEC : il donne une convergence plus rapide pour les problèmes simples.
- PISO : il est utile pour des problèmes des écoulements instables.

L'algorithme choisit dans notre étude est l'algorithme SIMPLE [33]. A l'initialisation du calcul, un champ de pression fixé a priori est introduit dans l'équation de bilan de la quantité de mouvement, permettant de calculer un premier champ de vitesse. La combinaison des équations de bilan de masse et de quantité de mouvement permet ensuite de corriger ces premiers champs de pression et de vitesse. Les autres équations de transports sont ensuite résolues et le champ de pression corrigé est utilisé pour initialiser le calcul à l'itération suivante. Cette succession d'opération est répétée jusqu'à ce que les critères de convergences soient atteints.

### II.7.2.1 Algorithme SIMPLE

La discrétisation d'une équation de transport diffusion sur un volume de contrôle par la méthode des volumes finis fait intervenir les valeurs des vitesses aux interfaces des volumes ( $U_e$ ,  $U_w$ ,  $U_n$ ,  $U_s$ ). Il est donc intéressant de calculer ces vitesses directement sur les interfaces (sans avoir à effectuer d'interpolations).

D'autre part, la discrétisation de l'équation de continuité et du gradient de pression avec l'utilisation d'une interpolation linéaire peut induire des erreurs importantes du fait qu'une répartition de pression ou de vitesse en "damier" est vue comme un champ uniforme. Pour contourner ces difficultés on préfère utiliser des grilles décalées "staggeredgrid". Une grille principale est construite sur laquelle on calcule la pression, la température et la concentration. Deux grilles décalées vers la droite et vers le haut respectivement sont utilisées pour le calcul des vitesses horizontale et verticale.

L'algorithme SIMPLE, acronyme pour « Semi-ImplicitMethod for Pressure Linked-Equations» permet de résoudre le système d'équations discrétisées. Cet algorithme stipule l'existence d'une relation entre les vitesses corrigées et les pressions corrigées, en vue de vérifier l'équation de conservation de la masse.

Le schéma représentatif de ce processus itératif est le suivant :

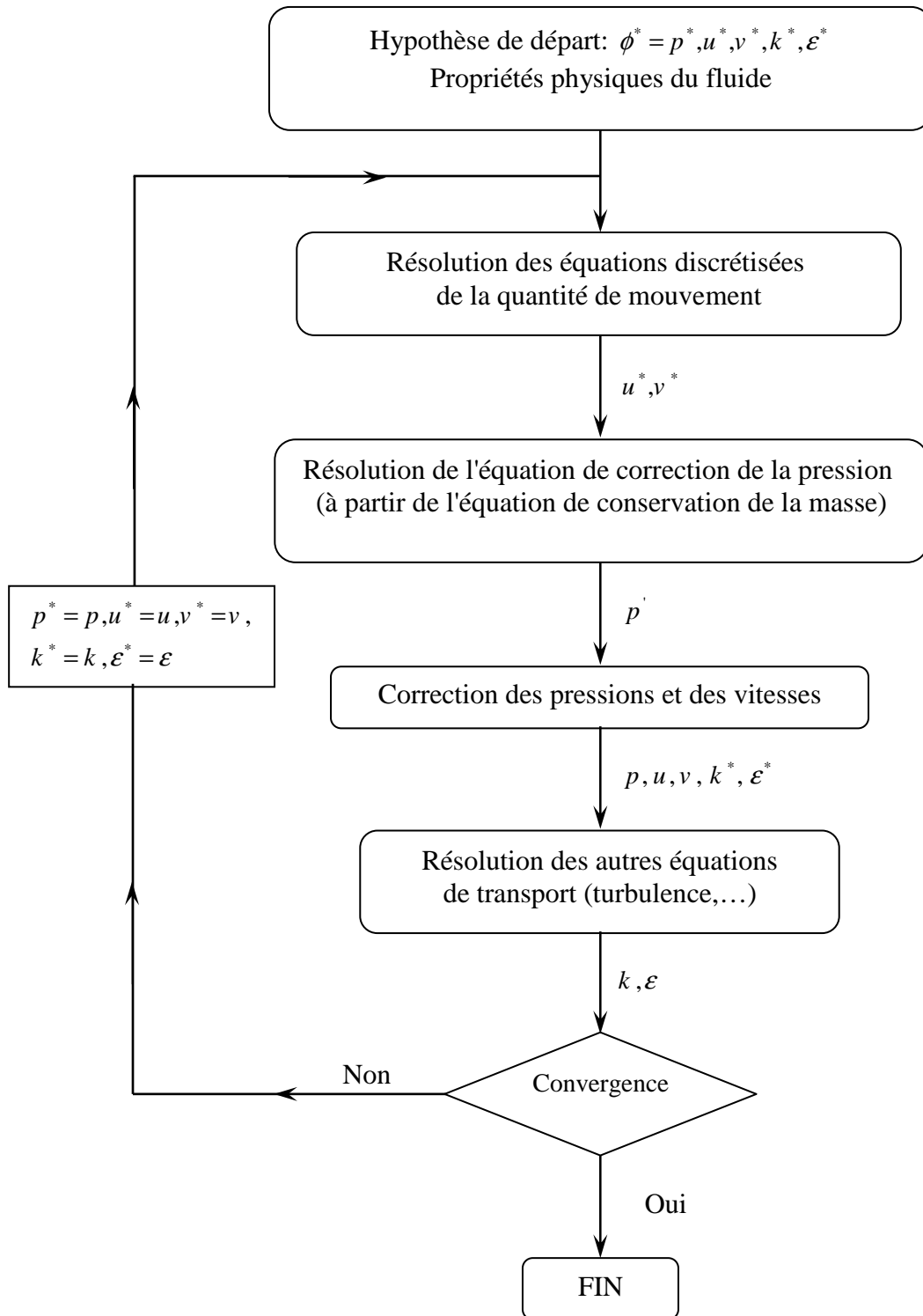


Figure III.6 : Schéma représentatif de l'algorithme SIMPLE

$u$  et  $v$  sont les deux composantes du vecteur de vitesse,  $p$  représente la pression,  $\phi^*$  est défini par :

$$\phi = \phi^* + \phi', \quad \phi' \text{ est une correction.}$$

## II.8 Résolution numérique

### II.8.1 Paramètre de contrôle de la convergence

La façon d'obtenir une solution convergée est un des éléments essentiels de prédiction d'écoulement au moyen des codes CFD.

Le code "FLUENT" propose différentes techniques pour accélérer le processus de convergence est augmentée si une bonne estimation de la solution est donnée comme condition initiale. Nous avons recours à plusieurs techniques décrites ci-dessous

#### II.8.1.1 Critère de convergence

La résolution numérique des problèmes de type CFD nécessite un processus itératif. Pour apprécier la convergence du processus itératif, des critères de convergence doivent être pris en compte.

Ainsi, la convergence du processus itératif est déterminée par le concept de résidu. Après l'étape de discrétisation, l'équation de conservation d'une variable  $\phi$  donnée sur une cellule de centre P peut s'exprimer comme suit :

$$a_p \cdot \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (\text{II.12})$$

Où :  $a_p$  et  $a_{nb}$  représentent les contributions convectives et diffusives, l'indice  $nb$  est lié aux centres de cellules adjacentes.  $b$  représente la contribution de partie constante du terme source  $\Phi_\phi$ .

Le résidu normalisé a alors pour expression :

$$R^\phi = \frac{\sum_{\text{Domaine}} \left| \sum_{nb} a_{nb} \cdot \phi_{nb} + b - a_p \cdot \phi_p \right|}{\sum_{\text{Domaine}} \left| a_p \cdot \phi_p \right|} \quad (\text{II.13})$$

Ces expressions des résidus sont valables pour toutes les grandeurs sauf la pression, dans le cas de cette grandeur, le résidu est déterminé à partir de l'équation de continuité :

$$R^C = \sum_{\text{Domaine}} \left| \text{taux de création de matière dans le domaine} \right| \quad (\text{II.14})$$

#### II.8.1.2 Sous-relaxation

A cause de la non linéarité des équations résolues, il est possible, pour atténuer les fluctuations de la solution, de réduire les variations des variables d'une itération à une autre en introduisant une sous-relaxation.

Il n'existe pas des règles générales concernant des meilleures valeurs des coefficients de sous-relaxation, mais il existe des recommandations pour chacune des grandeurs, généralement basé sur des connaissances empiriques.

### **II.9 Etapes de résolution du problème**

Les principales étapes utilisées dans notre simulation sont les suivantes :

1. Détermination du domaine de calcul (construction de la géométrie).
2. Discrétisation du domaine de calcul (maillage).
3. Identification des conditions aux limites.
4. Choix du modèle mathématique.
5. Choix de l'algorithme de solution.
6. Solution du modèle mathématique.
7. Visualisation et interprétation des résultats.

### **II.10 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons élaboré les hypothèses considérées dans notre travail. Nous avons ainsi, défini les méthodes numériques d'une part, et la présentation du code de calcul d'autre part.

Dans le chapitre suivant, nous allons présenter les dernières étapes de notre processus FLUENT, à savoir le calcul numérique de la solution, la visualisation des résultats et la validation.

# Chapitre III

## Résultats et discussion

### III.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats de la simulation numérique pour un modèle de deux dimensions, donc l'objectif principal est de montrer la capacité du code de calcul CFD "FLUENT" à modéliser l'écoulement de convection mixte dans une cavité avec chauffage non uniforme sur les parois verticales, et de déterminer les lignes de courants et les isothermes, ainsi que le nombre de Nusselt. Pour vérifier la fiabilité de notre code de calcul nous avons comparé nos résultats avec des travaux extraits de **Qi-Hong Deng & Juan-Juan Chang** [29].

### III.2 Utilisation du Fluent

Est un code de calcul commercial très utilisé pour résoudre les problèmes de la mécanique des fluides ainsi que les transferts de chaleur. Dans cette étude, on a utilisé ce code pour faire la simulation numérique de la convection mixte dans une cavité avec chauffage non uniforme sur les parois verticales. On a étudié l'influence de plusieurs paramètres sur l'écoulement et le transfert de chaleur dans la cavité.

### III.3 Domaine d'étude et conditions aux limites

Le problème traité est un transfert de chaleur en deux dimensions dans une cavité avec chauffage non uniforme et à paroi mobile. Le système physique considéré dans la présente étude est présenté dans la figure (III.1), avec une distribution de température sinusoïdale sur les parois verticales. La paroi haute considérée comme adiabatique est mobile à une vitesse constante, la paroi basse considérée comme adiabatique. Le nombre de Richardson varie jusqu'à  $Ri = 10$  alors que le nombre de Prandtl est fixé  $Pr = 0,71$ .

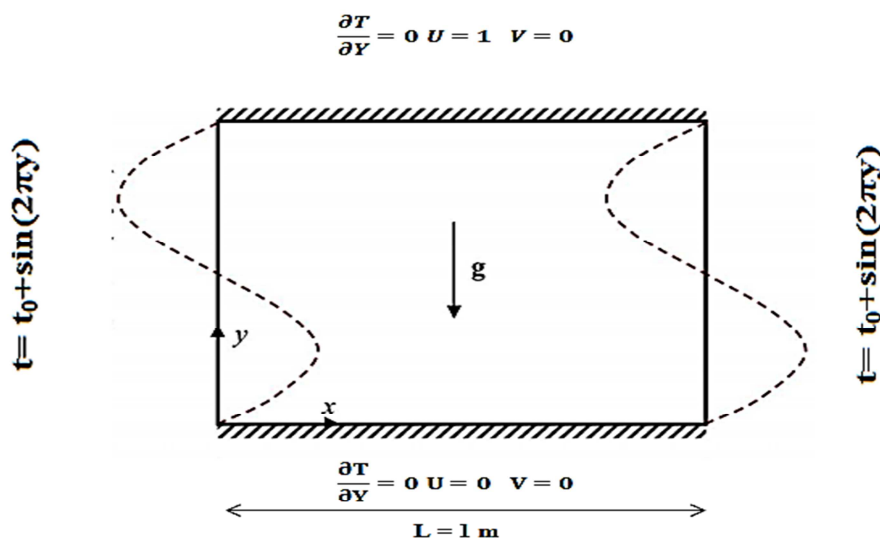


Figure III.1 : Domaine d'étude et conditions aux limites

Trois conditions aux limites ont été considérées

- La paroi supérieure de la cavité est mobile avec une vitesse  $U = 1$  m/s.
- Les deux parois verticales de la cavité à une température sinusoïdale.
- Les deux parois horizontales sont adiabatiques.

### III.4. Validation

Pour l'accord de nos résultats nous avons vérifié puis remanié et validé le code de calcul afin de l'adapter à notre problème.

Pour vérifier la fiabilité de notre code de calcul nous avons comparé nos résultats avec les travaux extraits de la littérature **Qi-Hong Deng & Juan-Juan Chang [29]**.

Nous avons comparé les résultats de notre code avec ceux de **Qi-Hong Deng & Juan-Juan Chang [29]**. pour des nombres de Rayleigh  $Ra = 10^3, 10^4$  et  $10^5$  et rapport d'amplitude ( $\epsilon$ ) varie de 0 jusqu'à 0.75, nous avons constaté une bonne concordance pour un maillage rectangulaires. Où ils ont considéré une enceinte rectangulaire à température sinusoïdale sur les deux parois latérales.

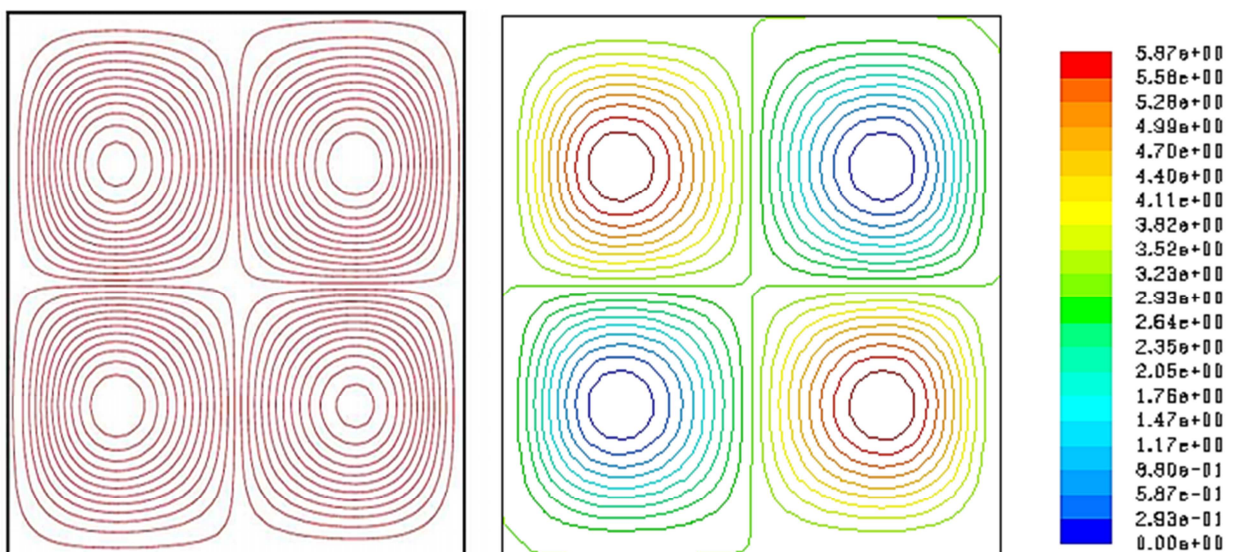
Les figures (III.2, III.3, III.4 et III.5) présentent une comparaison de la variation des profils des lignes de courant et ligne des isothermes.

Les écoulements dans ce type de configuration ont été étudiés par **Qi-Hong Deng & Juan-Juan Chang [29]**.

Après l'exploitation des résultats, une bonne concordance a été observée entre nos résultats et les travaux de **Qi-Hong Deng & Juan-Juan Chang [29]**.

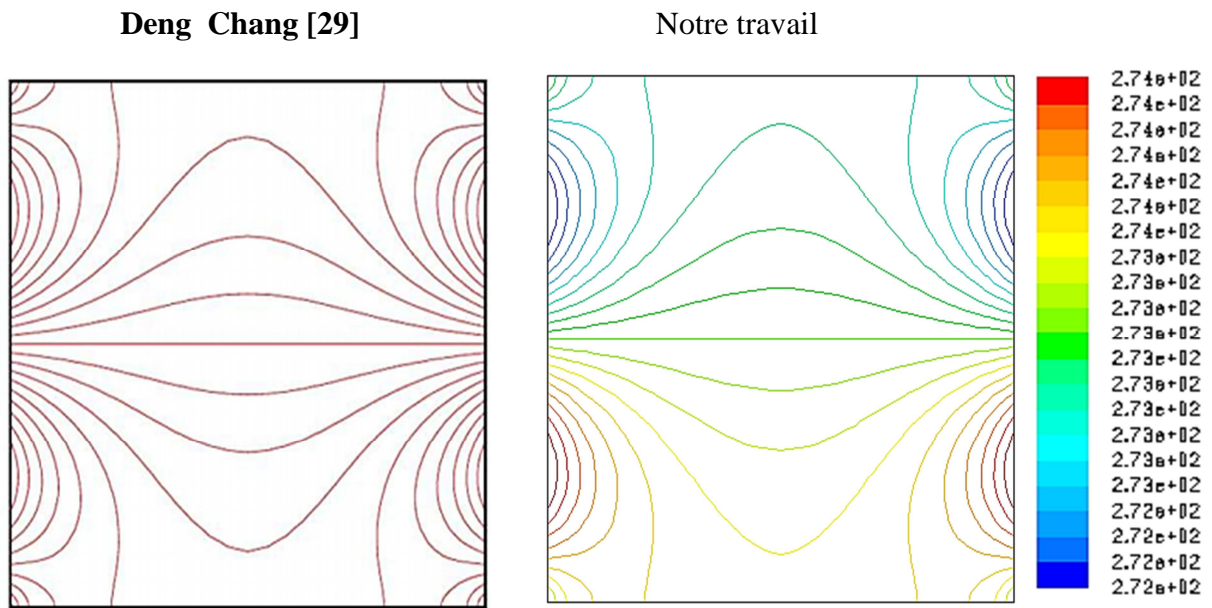
**Deng Chang [29]**

Notre travail



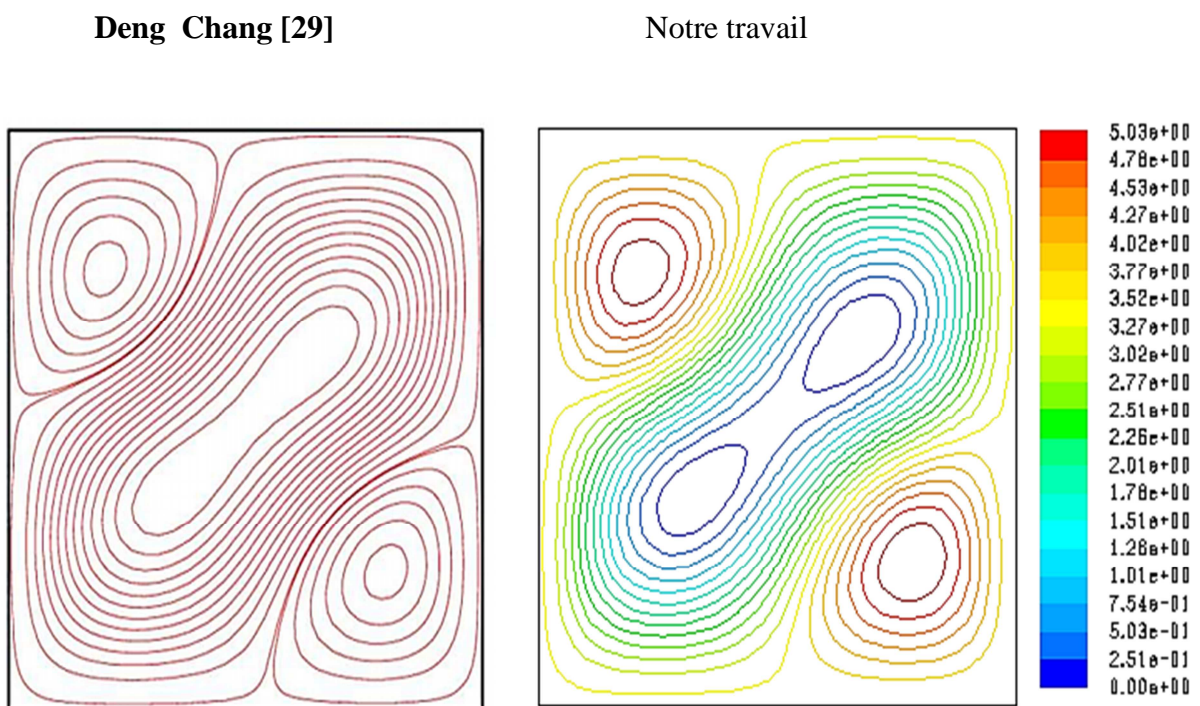
(a) Lignes de courants



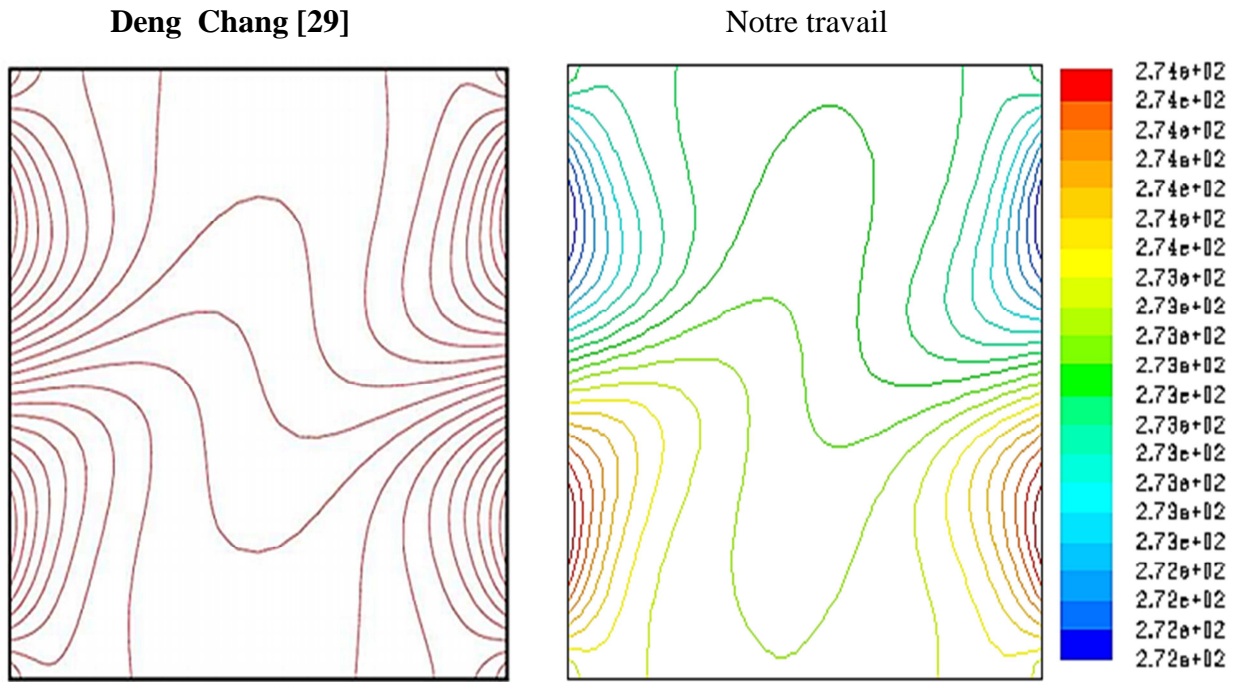


(b) les lignes isothermes

Figure III.2 : Comparaisons : (a) les lignes de courant, (b) les lignes isothermes entre notre travail et les travaux de [29] pour  $Ra = 10^3$ .

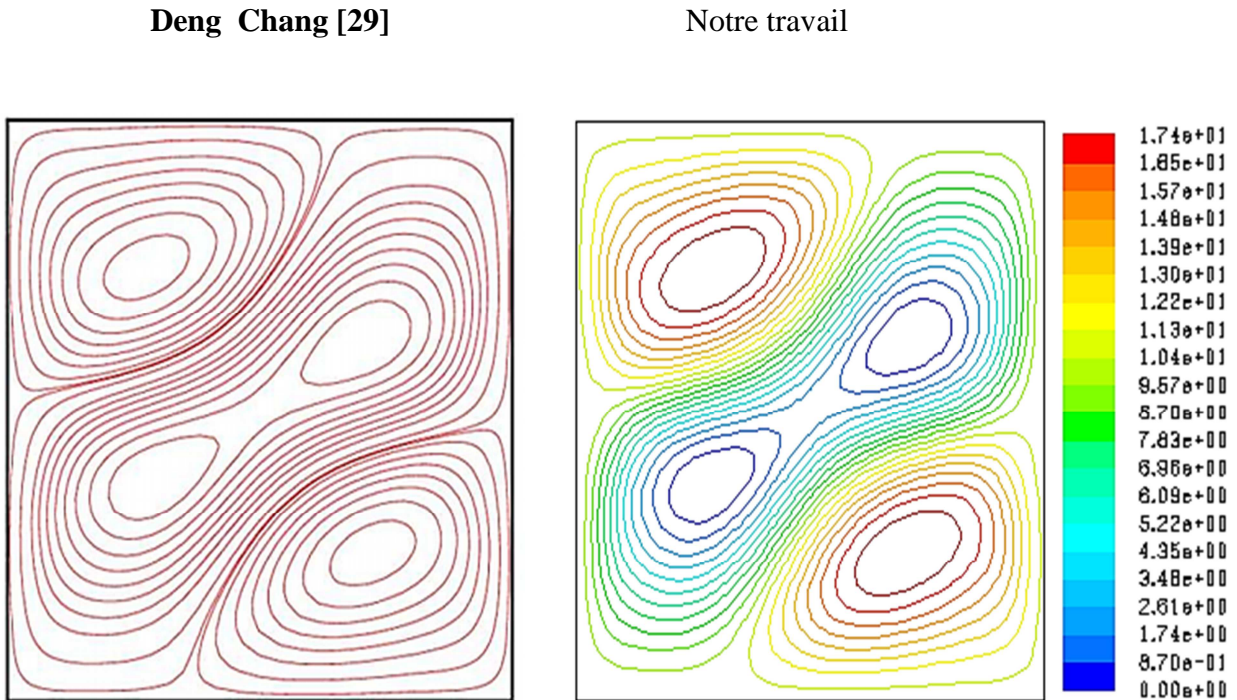


(a) Lignes de courants



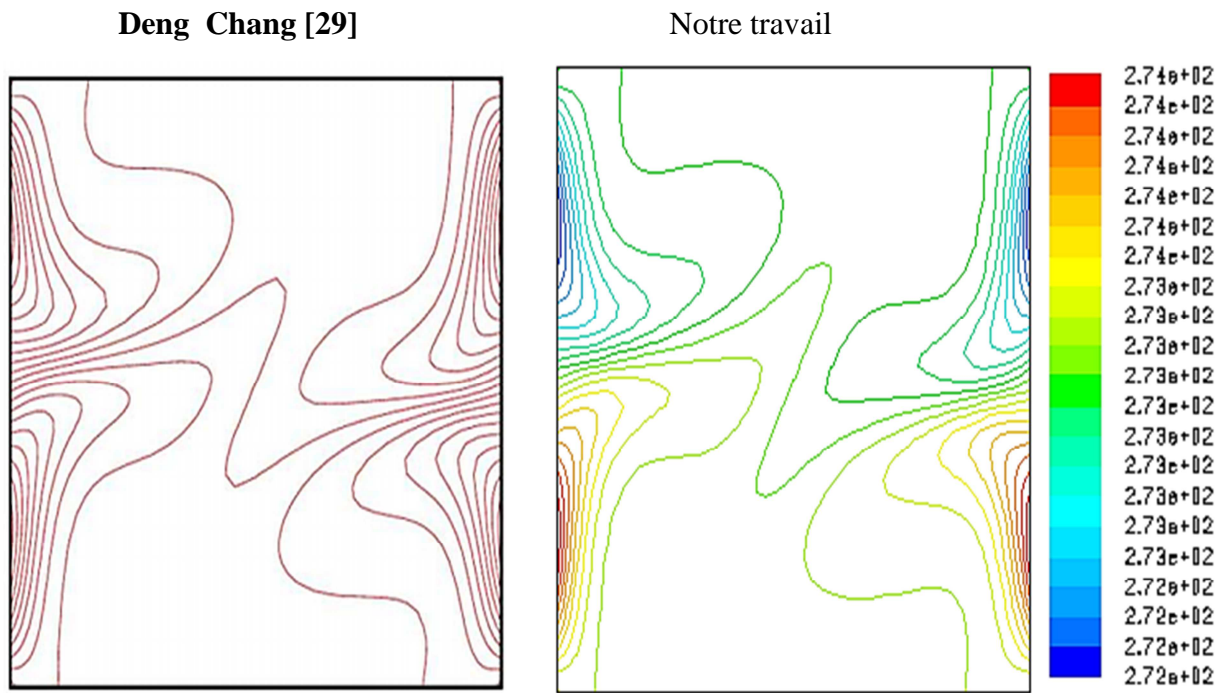
(a) les lignes isothermes

Figure III.3 : Comparaisons : (a) les lignes de courant, (b) les lignes isothermes entre notre travail et les travaux de [29] pour  $Ra = 10^4$ .



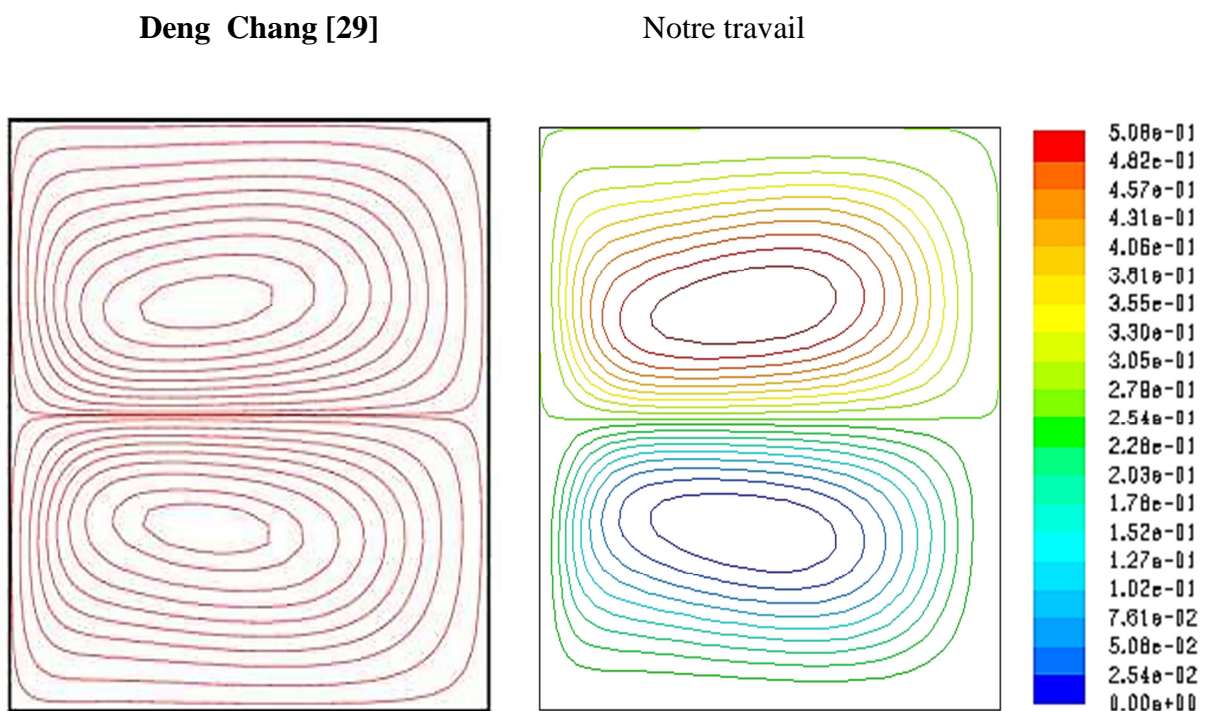
(a) Lignes de courants



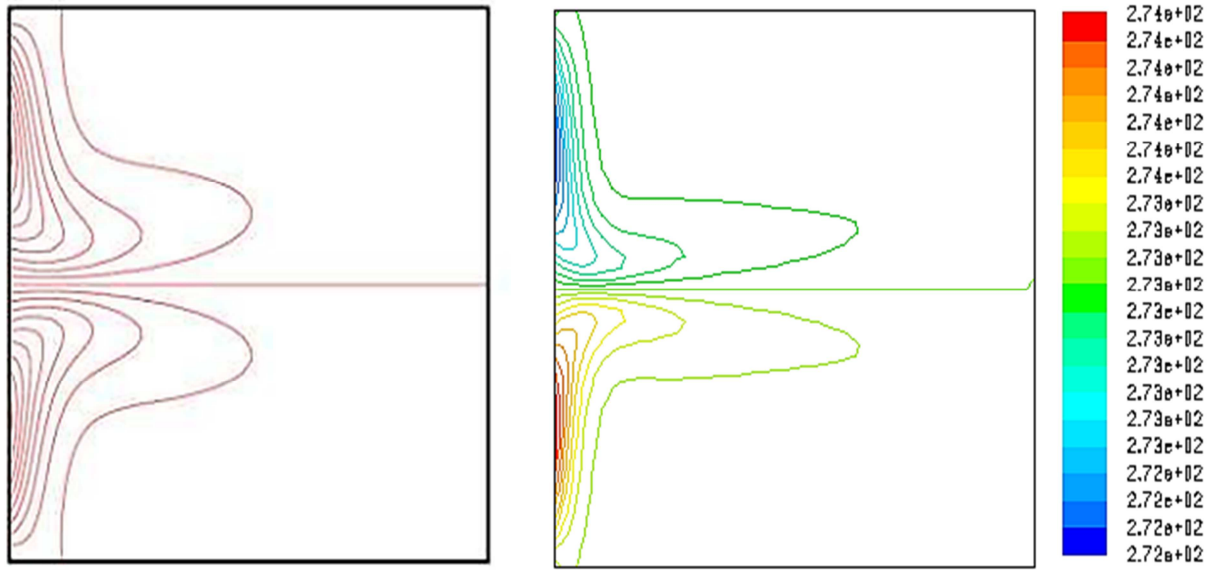


(b) les lignes isothermes

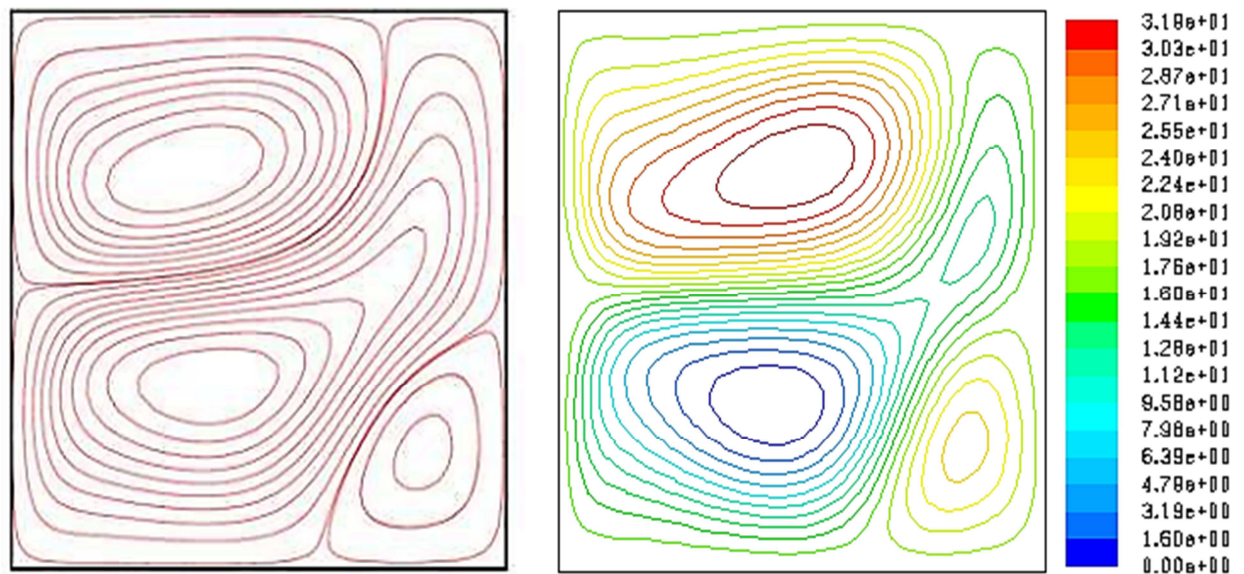
Figure III.4 : Comparaisons : (a) les lignes de courant, (b) les lignes isothermes entre notre travail et les travaux de [29] pour  $Ra = 10^5$ .



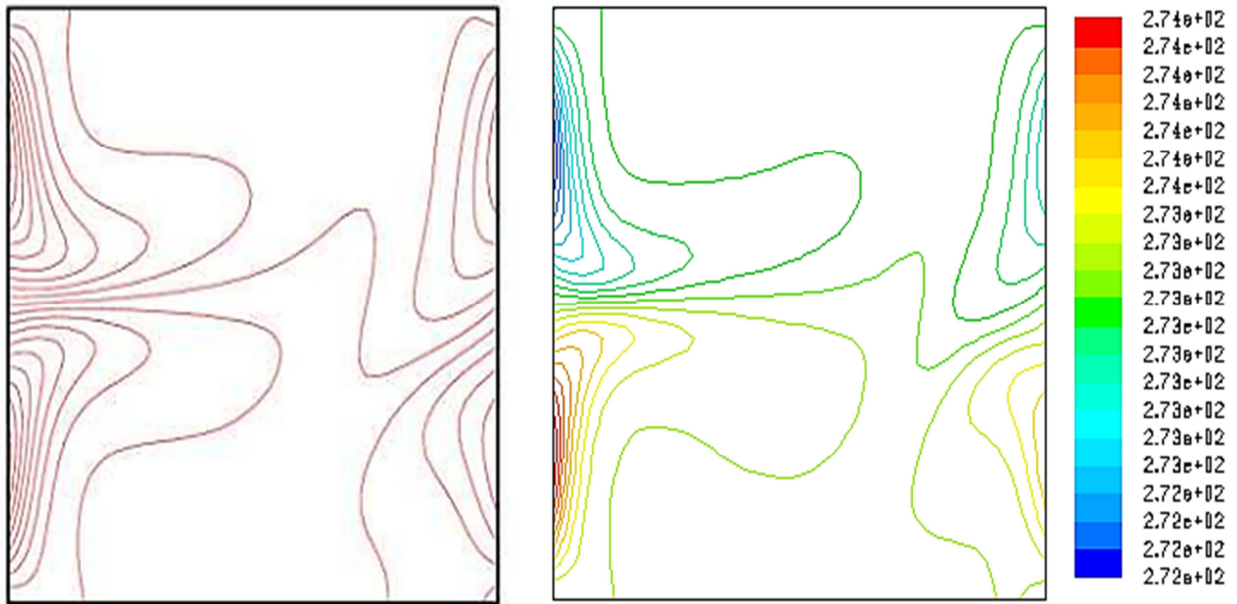
(a) Lignes de courants ( $\epsilon = 0$ )



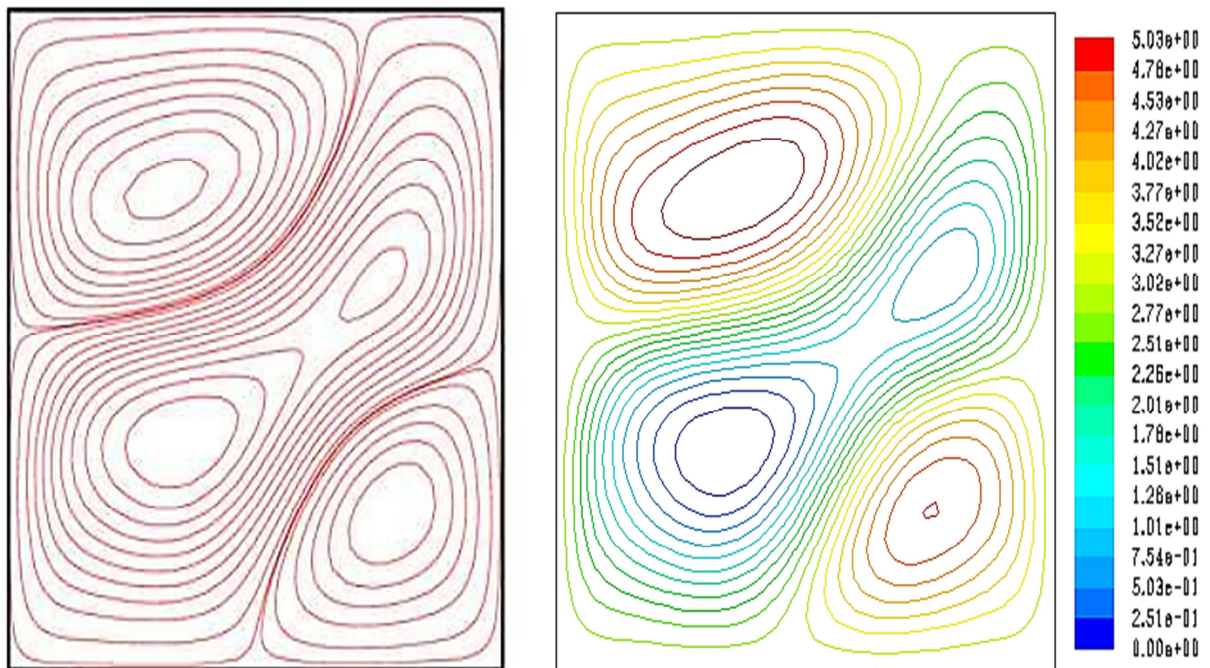
(b) les lignes isothermes ( $\epsilon = 0$ )



(c) Lignes de courants ( $\epsilon = 0.5$ )

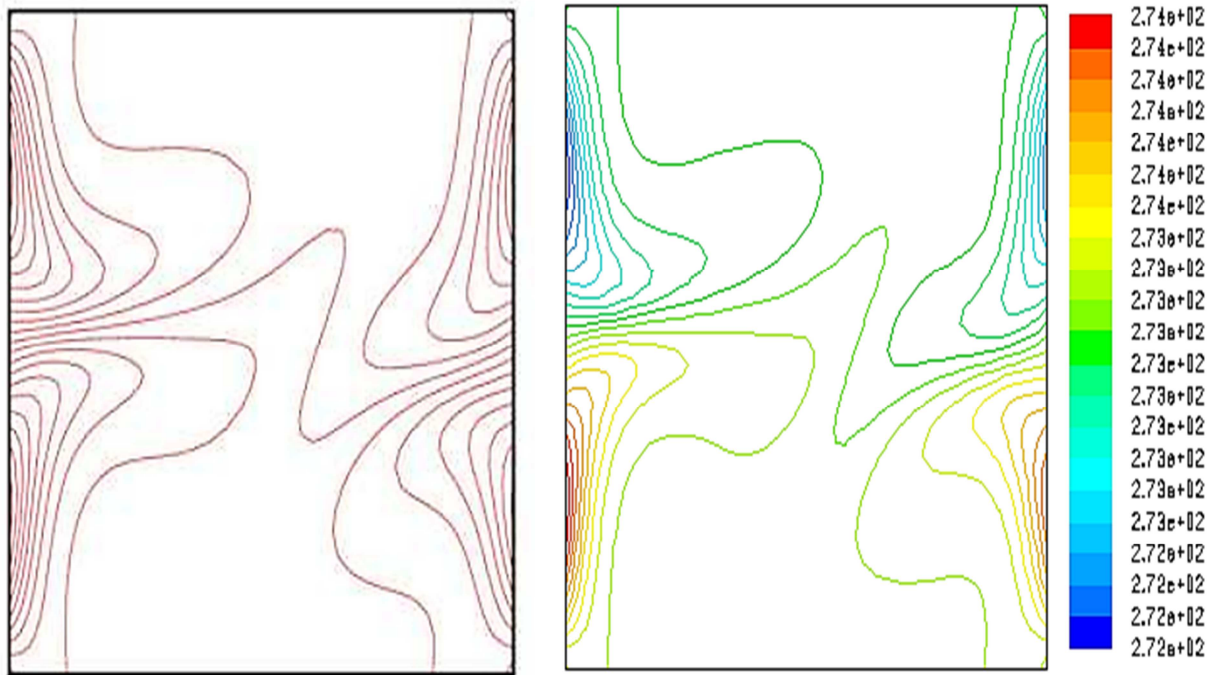


(d) les lignes isothermes ( $\epsilon = 0.5$ )



(e) Lignes de courants ( $\epsilon = 0.75$ )





(f) les lignes isothermes ( $\varepsilon = 0.75$ )

Figure III.5 : Comparaisons : (a) les lignes de courant, (b) les lignes isothermes entre notre travail et les travaux de [29] pour rapport d'amplitude ( $\varepsilon$ )

Où  $\varepsilon = A_r / A_l$  est le rapport d'amplitude de la température sinusoïdale de la paroi droit à celui sur la paroi latéral gauche.

D'autre part nous avons fait une comparaison sur la distribution du nombre de Nusselt le long de la paroi gauche de la cavité entre le présent travail et celui de **Deng Chang [29]** pour différents nombres de Rayleigh et  $Pr = 0.7$ , La comparaison donne un bon accord entre les deux résultats comme indiqué dans la figure (III.6).

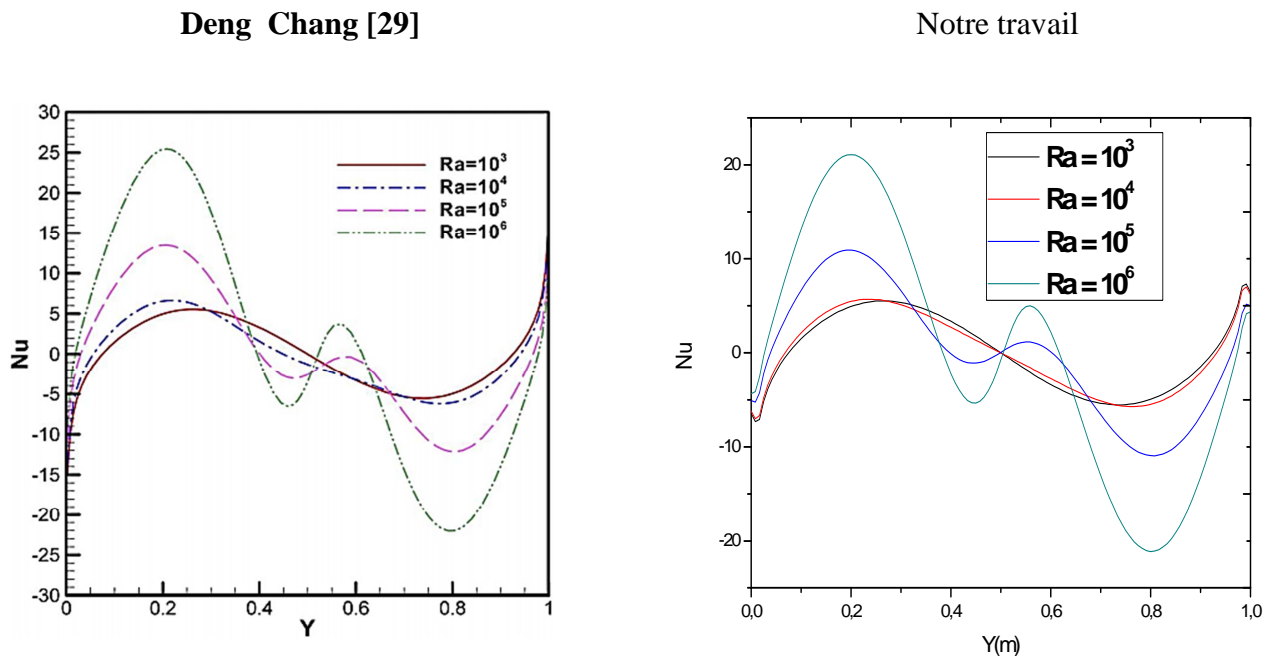


Figure. III.6: Comparaison de la variation du nombre de Nusselt le long de la paroi gauche entre notre travail et les travaux de **Deng Chang [29]**

Les comparaisons du nombre de Nusselt à la paroi gauche sont présentées dans le tableau (III.1) .

Ra = $10^3$			Ra = $10^4$		
Notre travail	<b>Deng Chang [29]</b>	Différence (%)	Notre travail	<b>Deng Chang [29]</b>	Différence (%)
5.34	5.23	2.05	5.16	5.03	2.5

Tableau III.1 : Comparaison du nombre de Nusselt à la paroi gauche.

### III.5 Maillage du domaine

La géométrie et le maillage ont été réalisés à l'aide du logiciel (GAMBIT) dans sa version 2.2.30. La configuration numérique étudiée est discrétisée en domaines de calcul suivant un maillage structurés. Le maillage utilisé est illustré par la figure (III.7). Dans notre cas, et après plusieurs essais, nous avons utilisé un maillage de (120x120).

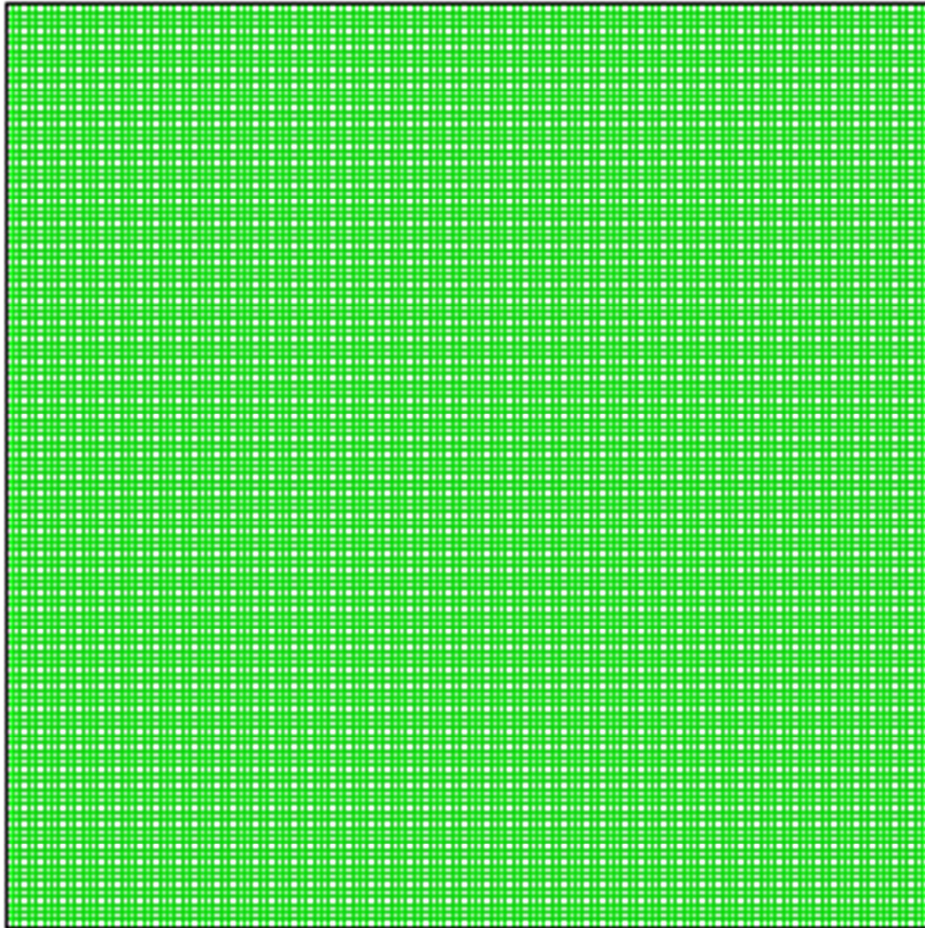


Figure III.7 : Maillage 120x120 utilisé, généré par Gambit 2.2.30



### III.6 Critère de convergence

La figure (III.8) montre la courbe de résidus, tracée en fonction du nombre d'itérations, durant la phase de simulation. Le critère de convergence par défaut est de  $10^{-3}$ , cette valeur est généralement insuffisante pour assurer une bonne convergence. Dans notre cas, la valeur de  $10^{-6}$  a été prise.

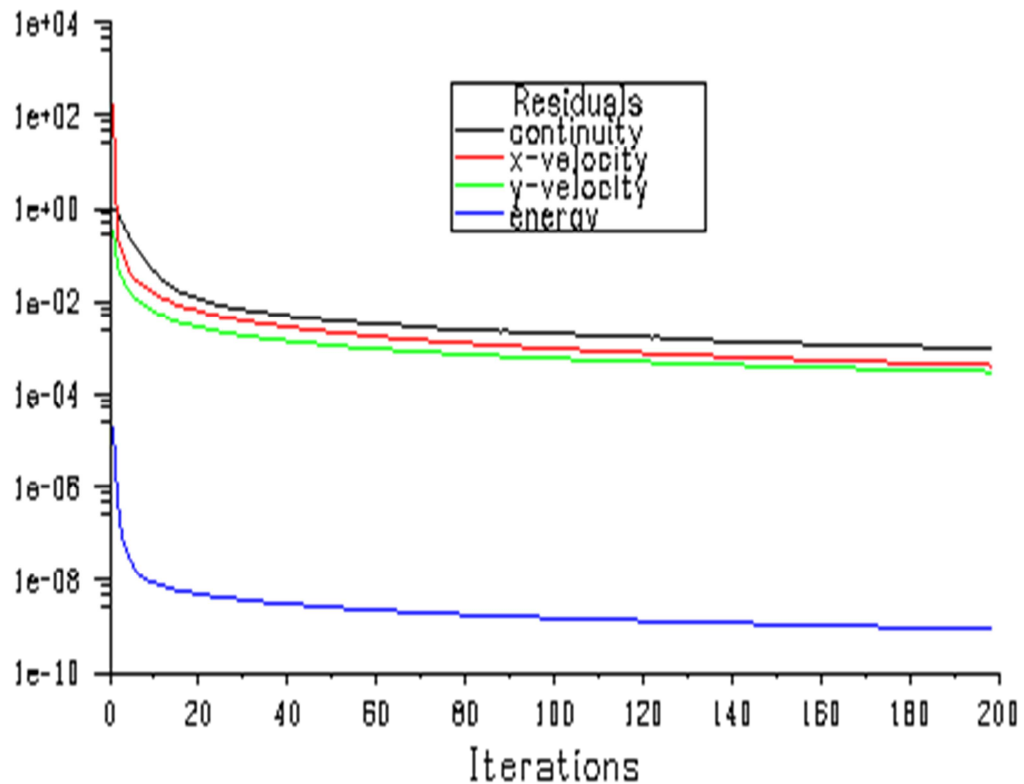
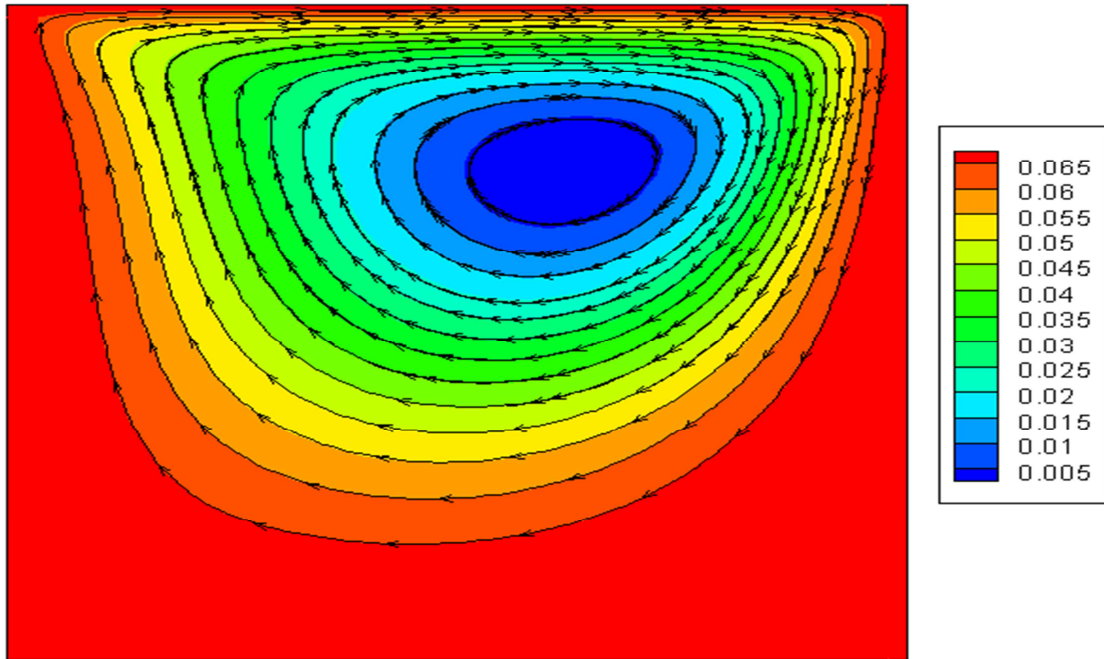


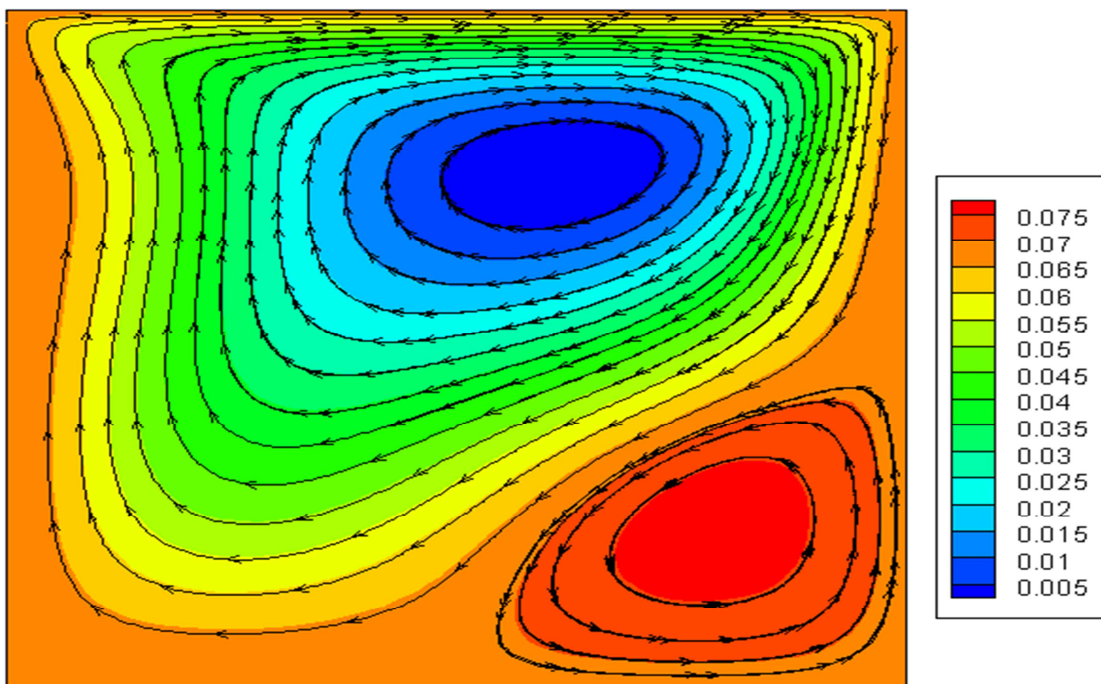
Figure. III.8 Critère de convergence

**III.7 Distribution des lignes des courants et des lignes des isothermes**

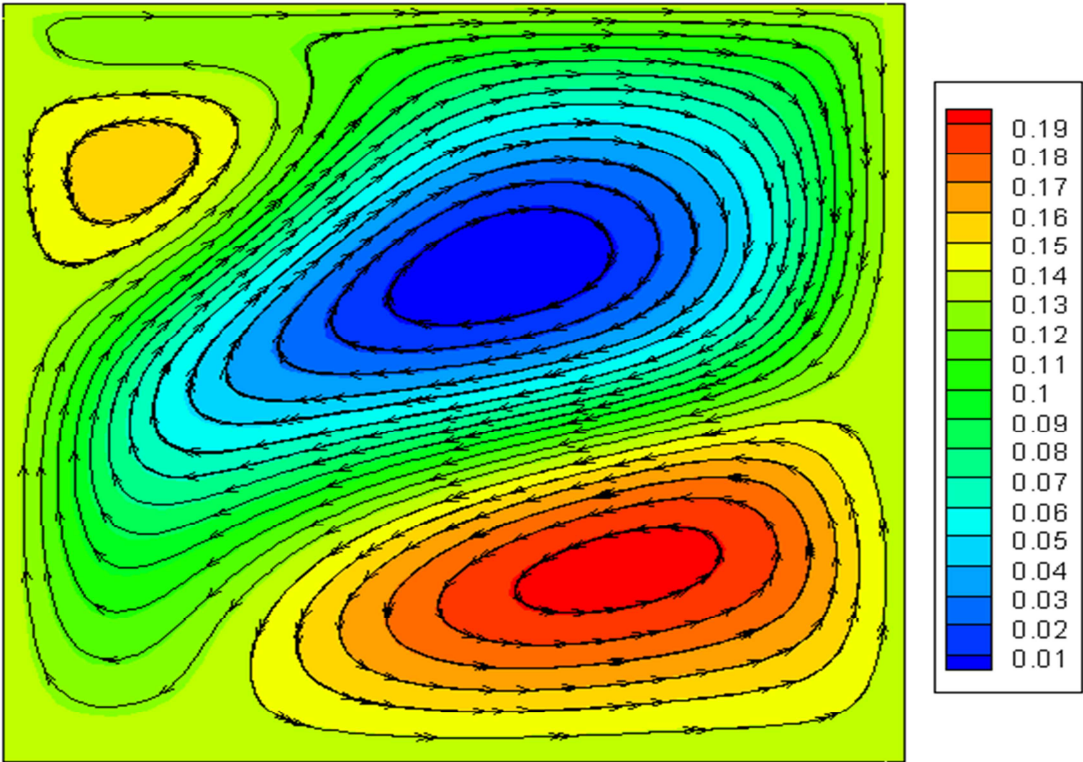
Les figures (III.9- III.10) représentent respectivement les lignes de courant (contours de courant) et les lignes isothermes correspondant aux nombre de Prandtl  $Pr = 0.71$  et pour différentes valeurs de nombres Richardson.



Ri =0.1

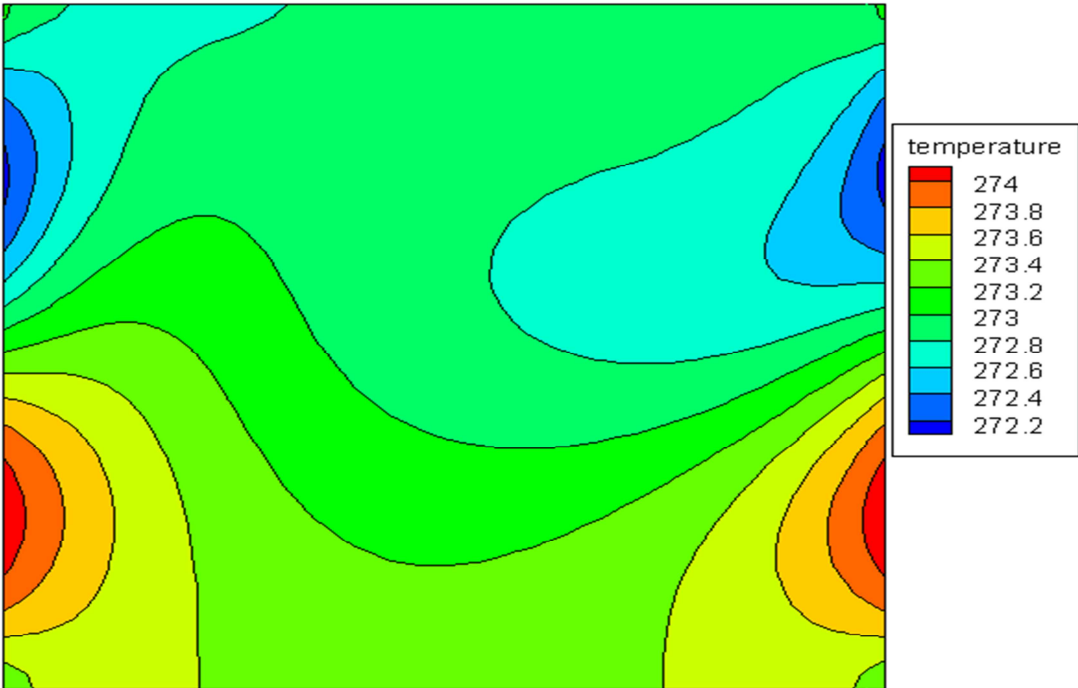


Ri =1

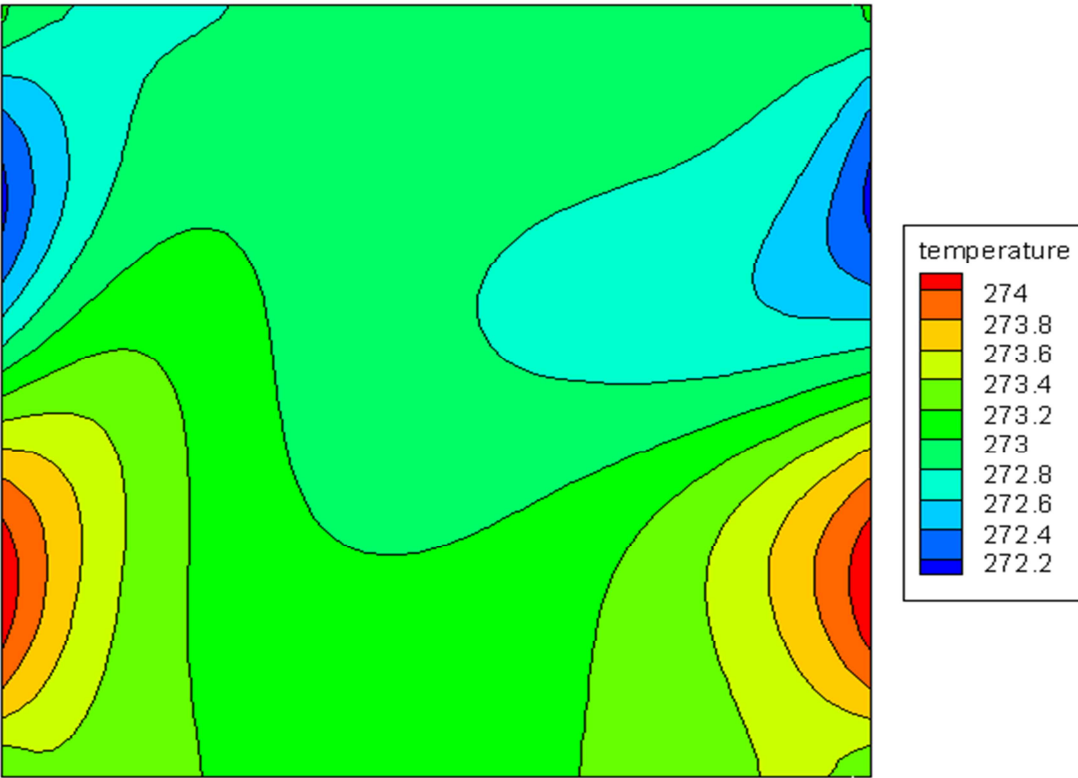


Ri =10

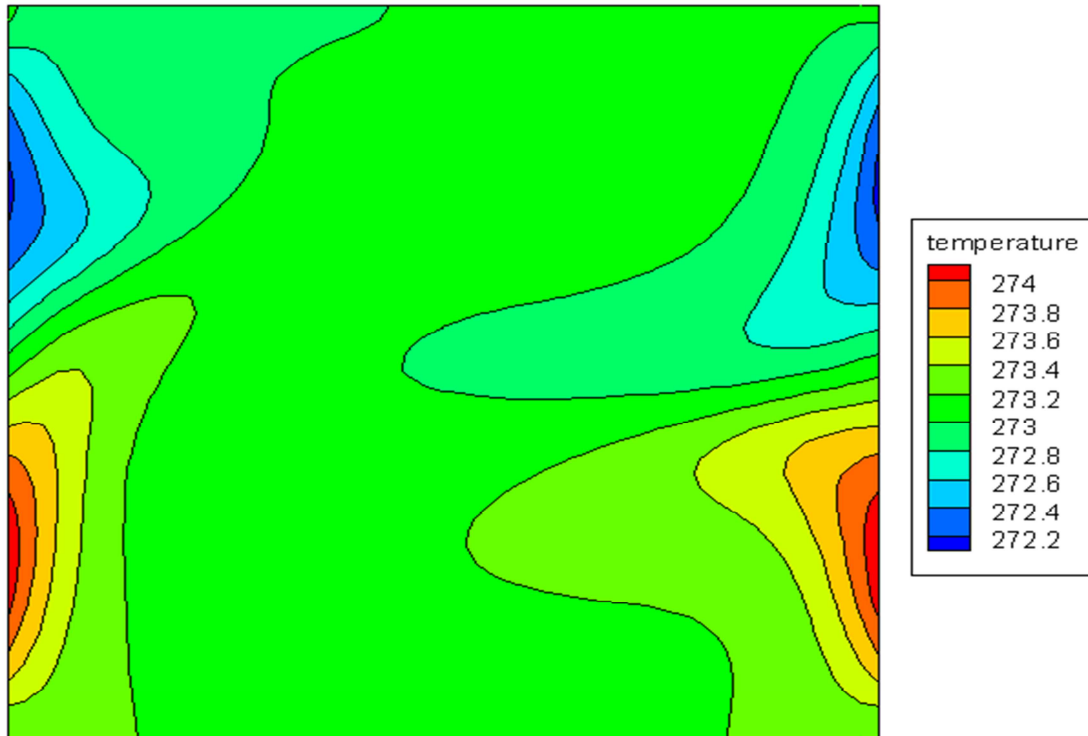
Figure III.9: Les Lignes de courant pour différents nombre de Richardson et Pr = 0.71.



$Ri = 0.1$



$Ri = 1$



Ri=10

Figure III.10: Les isothermes pour différents nombre de Richardson et  $Pr = 0.71$ .

### III.7.1 Les lignes de courant

La figure (III.9) représente le contour des lignes de courant pour des nombres des Richardson varie de 0.1 jusqu'à 10, pour  $Ri = 0.1$  on remarque que la totalité des lignes de courant prend le sens de la paroi mobile c'est à dire il tourne vers la droite, une zone de circulation situe près la paroi mobile avec une vitesse de 0.005 ; pour  $Ri = 1$  nous avons remarqué une création d'une nouvelle zone de recirculation situe dans le bas cette zone est dû à l'augmentation de nombre de Richardson, le même raisonnement pour  $Ri = 10$ , une nouvelle zone a été créé en face de la deuxième zone de recirculation, on conclue que le nombre de zone de recirculation augment en fonction de l'augmentation de nombre de Richardson.

### III.7.2 Les isothermes

La figure (III.10) illustrant les lignes isothermes pour différents nombre de Richardson, on trouve que la distribution de la température pour les deux parois verticales est sinusoïdale, dans la demi-cavité inferieure on observe des gradients de températures très élevés près de la paroi par rapport au demi- cavité supérieur, ainsi que la distribution prend le sens de paroi supérieur.

### III.8 Profil de température

La figure (III.11) montrent la distribution de la température au niveau des deux parois, on remarque que la forme de la température prend la même forme sinusoidale de la fonction  $T = t_0 + \sin(2\pi y)$

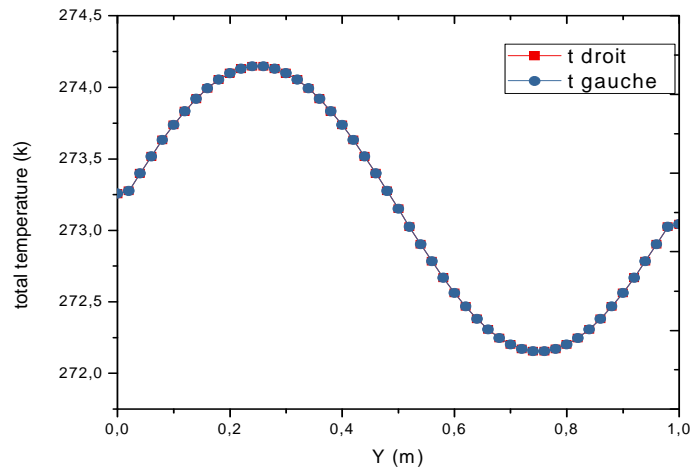


Figure III.11: La distribution de la température sur les deux parois verticales

### III.9 profil de vitesse

La figure (III.12) montre l'influence de la vitesse verticale en fonction de position pour différents nombre de Richardson. On remarque que pour  $0 < x < 0.4$  la vitesse verticale de l'écoulement diminue quand le nombre de Richardson augmente, par contre pour  $0.4 < x < 1$  la vitesse augmente quand le nombre de Richardson augmente.

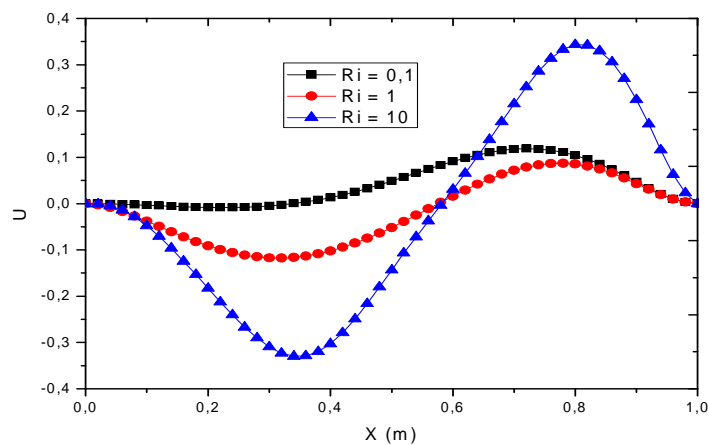


Figure III.12 : Profil de la vitesse verticale au centre de la cavité pour différents nombre de Richardson

### III.10 Le nombre de Nusselt

Les figures (III.13- III.14), représentant la variation de nombre de nusselt pour les deux parois verticales en fonction de la hauteur de la cavité et les différents nombre de Richardson , pour  $0 < y < 0.5$  le nombre de nusselt augment avec le nombre de Richardson ,cette augmentation est due à la présence de gradient de température près de la paroi chaude, pour  $0.5 < y < 1$ , on remarque une diminution de Nusselt pour  $Ri=0.1$ ,  $Ri=1$  et  $Ri =10$ , la diminution est a cause de l'absence des gradients de températures. On remarque aussi une augmentation pour  $Ri =10$  et dans la position  $y =0.7$ , ce changement est principalement due a la création de la troisième zone de recirculation.

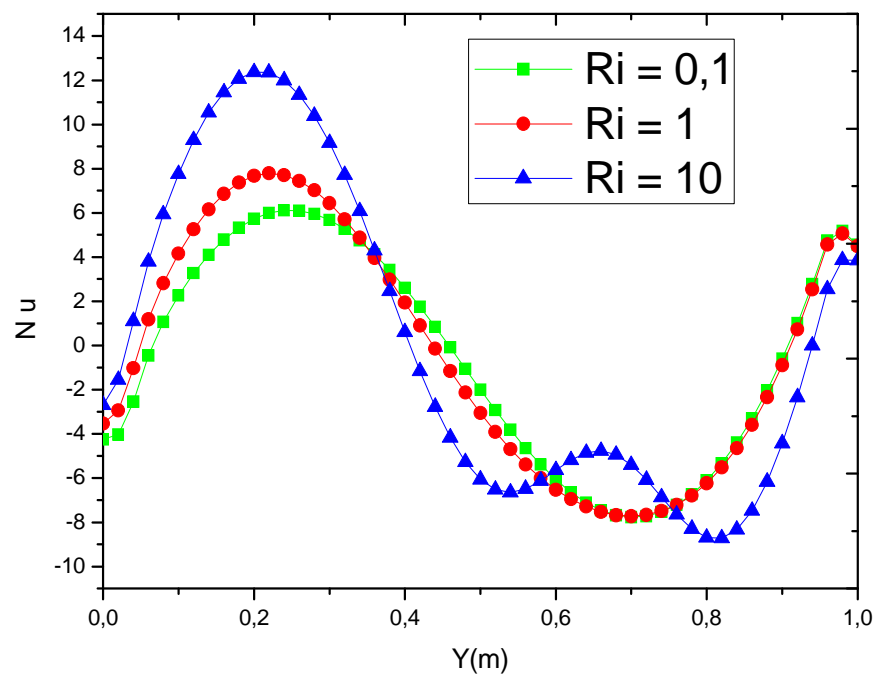


Figure III.13 : variation de nombre de nusselt sur la paroi droit pour différents nombre de Richardson

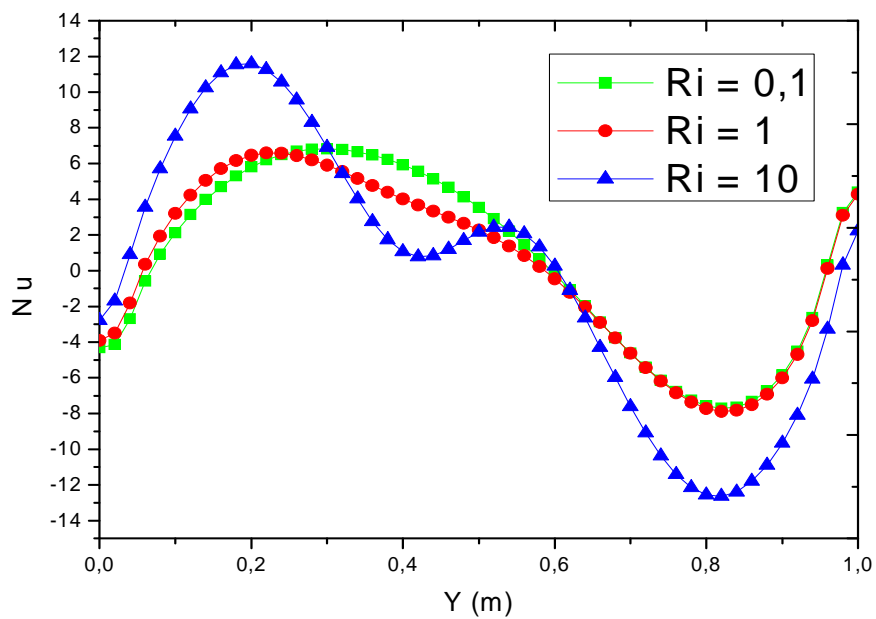


Figure III.14 : variation de nombre de nusselt sur la paroi gauche pour différents nombre de Richardson

### III.11 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons, tout d'abord, présenté le modèle géométrique en deux dimensions que nous avons construit à l'aide du logiciel "GAMBIT" dans sa version 2.3.3 nous avons identifié et défini les types de conditions aux limites appropriées. Nous avons ensuite validé le code de calcul, et comparé nos résultats avec les travaux extraits de la littérature **Deng Chang [29]**.

Finalement nous avons visualisé les résultats de simulation. Ces résultats ont été validés en respectant les critères de validation du processus CFD.



# Conclusion générale

# CONCLUSION GENERALE

Le travail présenté dans cette mémoire est une étude numérique de la convection mixte dans une cavité avec chauffage non uniforme sur les parois verticales, les deux parois horizontales sont adiabatiques, la paroi supérieure de la cavité est mobile avec une vitesse  $U = 1$  m/s. Le fluide utilisé comme écoulement est l'air.

La simulation numérique a été faite avec le code du CFD (FLUENT). La validation dynamique et thermique de cette simulation a montré une bonne concordance entre nos résultats et les travaux de **Deng Chang [29]**.

Nous avons montré, par cette simulation et fait ressortir les points suivants:

- ❖ la forme de la température prend la même forme sinusoïdale sur les deux parois verticales.
- ❖ La température du fluide est chaude sur la demi-cavité inférieure par rapport au demi-cavité supérieur.
- ❖ La température du fluide diminue sensiblement avec le rapprochement à la paroi mobile.
- ❖ La valeur du nombre de Richardson a un effet sur le transfert thermique.
- ❖ La valeur du nombre de Nusselt augmente avec le nombre de Richardson à la demi-cavité inférieure et diminue sur l'autre demi de la cavité (supérieur).
- ❖ La totalité des lignes de courant prend le sens de la paroi mobile. et le nombre de zone de recirculation augmente avec l'augmentation de nombre de Richardson.

# Bibliographie

---

# Bibliographie

- [1] **H. Salhi.** Etude numérique du transfert de chaleur de nano-fluide dans les enceintes, mémoire, Université de batna, **2009**
- [2] **R. Haxaire.** Caractérisation et modélisation des écoulements d'aire dans une serre. Thèse de doctorat, Université de Nice Sophia Antipolis, **1999**
- [3] **R. Krishnamurti.** On the transition to turbulent convection. Part 2. The transition to time-dependent flow, *J. Fluid Mech.*, 42, pages 309-320, **1970**
- [4] **Y. Jannot,** Transferts thermiques, Cours 2eme année, Ecole des Mines Nancy, **2011**
- [5] **E. Papanicolaou et Y. Jaluria** "Computation of turbulent flow in mixed convection in a cavity with a localised heat source", *ASME Journal of Heat Transfer*, vol 117: pp. 649 - 657. **1995**
- [6] **A. Raji, et M. Hasnaoui,** *Corrélations en convection mixte dans des cavités ventilées. Rev.Gen. Therm.* 37, pages 874-884, **1998**
- [7] **Wu, H.W. et Perng, S.W...** "Effect of an oblique plate on the heat transfer enhancement of mixed convection over heated blocks in horizontal channel", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol 42: pp. 1217 – 1235, **1999**
- [8] **A. Korichi, H. Cherifi & L. Ouferr,** " Etude du transfert de chaleur par convection mixte dans un élargissement brusque d'un canal rectangulaire à paroi inférieure chauffée ", 16<sup>èmes</sup> congrès français de mécanique, Nice, 1-5 septembre **2003**
- [9] **T. Icoz, et Y. Jaluria** "Design of cooling system for electronic equipment using both experimental and numerical inputs", *ASME Journal of Electronic Packaging*, vol 126: pp. 465 – 471, **2004**
- [10] **I. Tmartnhad, M. Najam, M. El Alami, R. Sehaqui, et F. Penot.** Convection mixte dans une cavité trapézoïdale chauffée par le bas. 12èmes journées internationales de thermiques, Tanger, Maroc, Novembre, **2005**
- [11] **S. Jaballah, R. Bennacer, H. Sammouda, A. Belghith,** " Etude de la convection mixte dans un canal a couches poreuses hors équilibre thermique local ", 13èmes journées internationales de thermique Albi, France **2007**

- 
- [12] **O. Kholai, A. Bellaouar et M. Kadja**, " Etude numérique de la convection mixte dans un tube incliné ", 13èmes journées internationales de thermique, Albi, France du 28 au 30 août **2007**
- [13] **M. Belhi et S. Boudebous**. Étude numérique de la convection mixte dans une cavité carrée munie de plusieurs entrées. Congrès Français de Thermique, juin **2007**
- [14] **S.M. Saeidi et J.M. Khodadadi** , "*Transient flow and heat transfer leading to periodic state in a cavity with inlet and outlet ports due to incoming flow oscillation*", *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 530–538 **2007**
- [15] **S. MEKROUSSI, D. Nehari, M. Bouzit , N.S Chemloul**, *Analysis of mixed convection in an inclined lid-driven cavity with a wavy wall*, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Volume 27, Issue 7, pp 2181-2190, July **2013**
- [16] **M.H. Lin, C. Tai Chen**. "Numerical Study of thermal instability in mixed convection flow over horizontal and inclined surface", *International Journal of Heat and Mass Transfer* . vol 45 pp 1595 – 1603, **2002**
- [17] **A. A. Bousedra, H. M. Soliman**. "Experimental investigation of laminar mixed convection in an inclined semicircular duct under buoyancy assisted and opposed conditions", *International Journal of Heat and Mass Transfer* . vol 43pp 1103 – 1111, **2000**
- [18] **A. Barletta**. "Laminar mixed convection with viscous dissipation in a vertical channel ", *International Journal of Heat and Mass Transfer* .vol 41 pp 3501 – 3513, **1998**
- [19] **A. Al-Amiri, K. hanafer, J. Bull, and I. Pop**. *Effect of sinusoidal wavy bottom surface on mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity*. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pages 1771-1780, **2007**
- [20] **J. Sublon, B. Duret et M. Favre-Marinet**. Convection mixte en espace annulaire horizontal, étude théorique et validation expérimentale. Congrès Français de Thermique, SFT 2007, Île des Embiez, **2007**
- [21] **A. Raji, M. Hasnaoui, et Z. Zrikem**. *Convection mixte dans un canal incliné de longueur finie contenant des obstacles et chauffé de manière isotherme et discrète*. *Rev. Gén. Therm. Fr.* N° 399, pages 202-209, **1995**
- [22] **H. F. Oztop et I. Dagtekin**. *Mixed convection in two-sided lid-driven differentially heated square cavity*. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47, pages 1761-1769. **2004**

- [23] **M. A. R. Sharif**, *Laminar mixed convection in shallow inclined driven cavities with hot moving lid on top and cooled from bottom. Applied Thermal Engineering* 27, pages 1036-1042, **2007**
- [24] **S. HABCHI et S. ACHARYA**. “Laminar mixed convection in partially blocked vertical channel”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 29, No. 11, pp.1711-1722, 1986
- [25] **J. G. B. Saldana**. “Numerical Simulation of mixed convection over a three dimensional Horizontal Backward – Facing Step “, *National Polytechnic Institute, Mexico*, May **2005**
- [26] **F. Moukalled, A. Doughan, S. Acharya**. “Parametric study of mixed convection in channels with concave and convexes surfaces”, *International Journal of Heat and Mass Transfer* vol 43,pp 1947 – 1963, **2000**
- [27] **S. Sivasankaran , V. Sivakumar P. Prakash** Numerical study on mixed convection in a lid-driven cavity with non-uniform heating on both sidewalls. *International Journal of Heat and Mass Transfer* vol 53,pp 4304–4315,**2010**
- [28] **S. Mekroussi , S. Kherris , B. Mebarki , A. Benchatti** Mixed convection in complicated cavity with non-uniform heating on both sidewalls. *International Journal of Heat and technology* Vol. 35, No. 4 , , pp. 1023-1033, December **2017**
- [29] **Qi-Hong Deng & Juan-Juan Chang** Natural Convection in a Rectangular Enclosure with Sinusoidal Temperature Distributions on both Side Walls. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology* Vol. 45, issue 5 **2008**
- [30] **S. Candel**. Mécanique des fluides. Deuxième édition, Paris, **1995**
- [31] **Fluent Incorporated**. Gambit 2.2 User’s Guide, Modeling Guide. Chapitre 4, **2005**
- [32] **Fluent Incorporated**. Fluent 6.2 User’s Guide, Modeling turbulence. Volume 2, Chapitre 11, **2005**
- [33] **S. V. Patankar**. Numerical Heat transfer and Fluid Flow. McGraw-Hill Book Company, **1980**
- [34] **P. J. Roache**. Computational fluid dynamics. Albuquerque : Hermosa Publishers, 446 p. (ISBN 0-913478-05-9). **1982**

- [35] **P. Buchmann.** Modélisation numérique de la convection naturelle en cavité et d'écoulements libres de jets : Application à la climatisation d'un local de grand volume. Thèse présentée au conservatoire des arts et métiers, Pagination multiple, **1995**
- [36] **C. Theodosiu.** Modélisation des Systèmes Techniques dans le Domaine des Equipements des Bâtiments à l'aide des Codes de type CFD. Thèse soutenue devant l'INSA de Lyon, **2001**
- [37] B. E. Launder, and W. P. Jones. The Prediction of Laminarisation with a Two-Equation Model of Turbulence. International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 15, pages 301- 314, **1972**
- [38] **B. E. Launder, and D. B. Spalding.** The numerical computation of turbulent flows. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 3, pages 269-289, **1974**
- [39] **H. K. Versteeg, and W Malalasekra.** An introduction to computational fluid dynamics. Essex : Longman Scientific & Technical, **1995**
- [40] **A. Leonard.** Energy cascade in large-eddy simulations of turbulent fluid flows. Adv. In Geophysics, Vol. A, n°18, pages 237-248, **1974**
- [41] **S. Lepers.** Modélisation des écoulements de l'air dans les bâtiments à l'aide des codes CFD : contribution à l'élaboration d'un protocole de validation. Thèse de doctorat de l'INSA de Lyon, **2000**
- [42] **B. P. Leonard.** A stable and accurate convective modeling procedure based on quadratic upstream interpolation. Computer Methods Applied in Mechanical Engineering.19 (1), pages 59-98, **1979**