RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ IBN KHALDOUN DE TIARET



FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES

DÉPARTEMENT DE GÉNIE CIVIL

Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de Master

Spécialité : Génie Civil

Option : Structure

Présenté par :

Kaddour ikram

Katbi zahia

Sujet du mémoire

ETUDE DE LA VIBRATION LIBRE D'UNE POUTRE NANOCOMPOSITE À BASE DE **CNT** SUR FONDATION ELASTIQUE

Soutenu le 05/10/2020 devant le jury composé de :

Dr,	A. SAOULA	Président
Pr,	M. ZIDOUR	Rapporteur
Pr,	T.H. DAOUADJ	Examinateur
Dr,	T.BENSATTALAH	Examinateu

PROMOTION : 2019/2020

Remerciement :

Tout d'abord nous remercions avant tous, dieu le tout puissant qui nous a donné la santé, le courage, la volonté et la patience pour mener à bien ce travail.

Nous voudrions remercier chaleureusement notre promoteur Dr : Zidour Mohamed de nous avoir pris en charge, et pour sa disponibilité, son aide et ses précieux conseils.

Nous remercions les membres de jury qui nous feront l'honneur de présider et d'examiner ce modeste travail.

Nous tenons à adresser nos sincères remerciements à tous les enseignants de département génie civil qui ont contribué à notre formation d'ingénieur.

Enfin, à tous ceux ou celles qui nous ont apporté leur soutien de loin ou de prés, qu'ils trouvent ici, l'expression de notre vive et sincère reconnaissance.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à :

- Mes très chers parents pour leur précieux soutien, pour leur patience, pour leurs sourires réconfortants et pour leurs sacrifices qui m'ont permis d'atteindre cette étape dans ma vie. Que dieu me les gardes et les protège.
- Toute ma famille kaddour pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire.
- Mon binôme katbi zahia et sa famille, merci pour tous les efforts que tu as fait pour moi, merci pour les bons moments qu'on a partagé ensemble.
- Toutes mes amies, spécialement :<< Sarah, Assai, Fatima, Amina, Hanane >>.
- ✤ Tous les étudiants de la promotion structures 2019 /2020.
- Tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Kaddour ikram, Katbi zahia

Résumé :

Dans ce travail, la théorie des poutres de déformation par cisaillement d'ordre élevé est utilisée pour étudier la vibration libre d'une poutre nanocomposite renforcée par des nanotubes de carbone (NTCs), la particularité dans notre travail, c'est l'étude analytique de l'effet de la fondation élastique de type Kerr sur la vibration libre des poutres renforcées par des NTCs.

Une nouvelle théorie raffinée d'ordre élevé à trois variables est utilisé dans le présent travail. Deux types de distributions de matériaux de renforcement alignés de manière uni axiale sont utilisés: poutres à distribution uniforme (UD-CNT) et fonctionnellement graduées (FG-CNT). La validité de la présente théorie est vérifiée en comparant les résultats déterminés par cette théorie à d'autres résultats disponibles dans la littérature.

Les équations analytiques du modèle sont dérivées en utilisant le principe de Hamilton et les solutions exactes des fréquences sont obtenues. Les effets des différents paramètres tels que, les fractions volumiques, les rapports géométriques de la poutre, les paramètres de rigidité de la fondation et le type de renforcement sur la vibration libre sont analysés et discutées.

Mot clé: nanotube; vibration libre; nanocomposite; Hamilton; fréquences, kerr.



Abstract:

In this work, the high order shear strain beam theory is used to study the free vibration of a nanocomposite beam reinforced with carbon Nanotube (CNTs). The particularity of our work is the analytical study of the effect of the Kerr-type elastic foundation on the free vibration of beams reinforced with CNTs.

A new refined three-variable high order theory is used in this work. Two types of distributions of uniaxially aligned reinforcing materials are used: uniformly distributed (UD-CNT) and functionally graded (FG-CNT) plates. The validity of this theory is verified by comparing the results determined by this theory with other results available in the literature.

The analytical equations of the model are derived using Hamilton's principle and exact solutions of the frequencies are obtained. The effects of different parameters such as volume fractions, beam aspect ratios, foundation stiffness parameters and the type of reinforcement on the free vibration are analysed and discussed.

Keywords: Nanotube; free vibration; nanocomposite; Hamilton; frequencies, kerr



الملخص

في هذا العمل ، يتم استخدام نظرية التشوه عالية القص لدراسة الاهتزاز الحر لرافدة مركب نانوي مدعّم بأنابيب نانوية كربونية (NTCs) ، فإن خصوصية عملنا هي دراسة وتحليل تأثير الأساس المرن من نوع Kerr على الاهتزاز الحر لرافدة التي تعززها NTCs.

يستخدم في هذا العمل نظرية جديدة ذات دقة عالية مع ثلاثة متغيرات. يتم استخدام نوعين من توزيع مواد التعزيز بشكل أحادي المحور: : رافدة ذات توزيع منتظم (CNT-UD) توزيع تدريجي (CNT-FG). يتم التحقق من صحة النظرية الحالية من خلال مقارنة النتائج التي تحددها هذه النظرية مع النتائج الأخرى المتاحة سابقا.

يتم اشتقاق المعادلات التحليلية للنموذج باستخدام مبدأ ههاميلتون ويتم الحصول على الحلول الدقيقة للترددات. يتم تحليل ومناقشة تأثير الخصائص المختلفة مثل النسب الحجمية والنسب الهندسية للرافدة وصلابة الأساس ونوع التعزيز على الاهتزاز الحر.

الكلمة المفتاحية نانوتيب واهتزاز حر ومركب النانو هاملتون الترددات كير



Résumé	i
Abstract	ii
الملخص	iii
Liste des figures	iv
Liste des tableaux	v
Liste des notations	vi
Liste des abréviations	vii
Introduction générale	1

CHAPITRE I: Généralité sur les nanotubes de carbone

I.1	introduction	4
I.2	Carbone	4
I.3	Les différentes formes allotropiques naturelles du carbone	5
I	3.1 Graphite	5
I	3.2 diamant	5
I	3.3 les carbones mal organisés	6
I.4	Les différentes formes Allotropies synthétiques du carbone	7
I	4.1 Les fullerènes	8
I	4.2 Le graphène	9
I.5	Historique des nanotubes de carbone	.9
I.6	Les structures géométriques de nanotubes de carbone	10
1.6	5.1 Les nanotubes multicouches ou multiparois (MNTC)	11
I	.6.2 Les nanotubes mono couche (SWNTC)	11
I.7	Technique de synthèses de nanotubes de carbone	13
I	7.1 Méthode de l'arc électrique	13
I	7.2 L'ablation laser	15
I	7.3 Méthode dépôt chimique en phase vapeur	15
I	7.4 Méthode de décomposition catalytique	17
I.8	Domaine d'application des nanotubes de carbone	17
I.9	Purification des nanotubes	18
I.	9.1 Les méthodes chimiques	18
I	9. 2 Les méthodes physiques	18
I.10	risques et préventions	.19
I.11	Défauts structurel des nanotubes de carbone	21

I.12 Les propriétés des nanotubes de carbone	22
I.12.1 Propriété mécanique	22
I.12.2 Propriétés électroniques	22
I.12.3 Propriété thermique	23
I.12.4 Propriétés de forme	24
I.13 Les nanotubes de carbone dans le marché	24
I.14 Conclusion	26

CHAPITRE II: Les matériaux composites et les nano composites

II.1 Introduction	.28
II.2 Définition d'un matériau composite	.28
II.3 les éléments constituants d'un matériau composite	.29
11.4 les avenages et les inconvenients des materiaux composite	.30
II.4.1 Avantages	.30
II.4.2 Inconvénients	.30
II.5 Les Nano composite	.30
II.6 le polymère	.31
II.7 Généralités sur la structure de polymère	.31
II.8 Classification du polymère	.32
II.8.1 Classification suivant l'origine	.33
II.8.1.1 les polymères naturels	.32
II.8.1.2 Les polymères artificiels	.32
II.8.1.3 Des polymères synthétiques	.32
II.8.2 Classification selon la structure chimique	.32
II.8.2.1 Les homopolymères	.33
II.8.2.2 Les coporymères	. 33
II.8.3 Classification suivant l architecture	.34
II.8.3.1 Les polymères d'architecture linéaire	.34
II.8.3.2 Les architectures ramifiées	.34
II.8.3.3 Les polymères réticulés	.35
II.8.3.4 Les systèmes dendritiques	.35
II.9 Structures moléculaire des polymères solides	.35
II.9.1 Structure amorphe	.35
II.9.2 Structures cristallines	.36
II.10 la matrice	.37
II.10.1.1 La matrice de sources minérales	.37
II.10.1.2 Les matrices métalliques	.37
II.10.2 Les polymères organiques	.37
II.10.2.1 Resilies unermodurcissables (1D)	.3/
11.10.2.2 Result intimoplastique (11	. 30
II.10.2.3 les élastomères	.38

II.11 Le renfort	
II.11.1 Fibres de verre	
II.11.3 Fibres aramides	
II.11.4 Fibres céramiques	
II.12 Propriétés des nanocomposites (polymère/NTC)	40
II.12.1 Propriétés mécanique	40
II.12.2 Propriétés électrique	41
II.12.3 Conductivité thermique	41
II.13 Les nanocomposites et différences avec les composites « classiques »	42
II.14 Interface matrice-renfort dans les nanocomposites à matrice polymère	42
II.15 Techniques de mise en œuvre	43
II.15.1 Polymérisation in situ	43
II.15.2 Mélange en solution	43
II.15.3 Mélange à l'état fondu	43
II.16 Dispersion des renforts	44
II.16.1 Dispersion des nanotubes de carbone à l'aide d'ultrasons	45
II.16.2 Dispersion mécanique par tri cylindre	46
II.17 Analyse de l'orientation et de la dispersion de nanotubes de carbone mélar matrice polymère	ngés à une 49
II.17.1 Orientation préférentielle des MWNT par étirage	49
II. 18 Composites de fibres de carbone à matrice polymère	50
II.19 Les applications des nanocomposites dans la construction civile	51
II.20 Conclusion	
CHAPITRE III : Les théories des poutres et fondations élastiqu	ies
III.1 Introduction	54
III.2 Théories des poutres selon la prise en compte du cisaillement	54
II.2.1 Principe de Navier Bernoulli généralisé	54
III.2.2. Théorie des poutres (FSDBT)	56
III.2.3 La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (Higher Ord Deformation Theory HSDT	ler Shear 58

III.3 Les modèles Zig-Zag
III.4 Modélisation d'un système solide reposant sur un milieu élastique
III.4.1 Modèle élastique à un seul paramètre (Winkler)62
III.4.2 Modèle élastique à deux et plusieurs paramètres
III.4.2.1 Modèle Filanenko Borodich (1940)63
III.4.2.2 Le modèle d'Hetenyi (1950)64
III.4.2.3 Modèle de Pasternak (1954)65
III.4.2.4 Modèle de Vlasov (1960)
III.4.3 Modèle de Kerr (1964), modèle à trois paramètres
III.5 Conclusion
CHAPITRE IV: Formulation mathématique, résultat et interprétation
IV-1 Introduction
IV-2 Les poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone à gradation fonctionnelle
IV-2 Les poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone à gradation fonctionnelle
 IV-2 Les poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone à gradation fonctionnelle
 IV-2 Les poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone à gradation fonctionnelle
IV-2 Les poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone à gradation fonctionnelle
IV-2 Les poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone à gradation fonctionnelle .71 IV-3 Théorie et formulations .73 IV-3.1 Cinématique et équations constitutives .73 IV-3.2 La vibration libre .74 IV-3.3 Les solutions analytiques .76 IV-4 Discussion et interprétation des résultats .77
IV-2 Les poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone à gradation 71 fonctionnelle 71 IV-3 Théorie et formulations 73 IV-3.1 Cinématique et équations constitutives 73 IV-3.2 La vibration libre 74 IV-3.3 Les solutions analytiques 76 IV-4 Discussion et interprétation des résultats 77 IV-5 conclusion 82
IV-2 Les poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone à gradation fonctionnelle 71 IV-3 Théorie et formulations 73 IV-3.1 Cinématique et équations constitutives 73 IV-3.2 La vibration libre 74 IV-3.3 Les solutions analytiques 76 IV-4 Discussion et interprétation des résultats 77 IV-5 conclusion 82 Conclusion générale 82

Liste des figures :

Chapitre I

Figure I-1 : Représentation schématique a) Couche de graphène b) Empilement de couches de graphène (graphite)
Figure I-2 : Structure atomique du carbone diamant
Figure I-3 : Représentation schématique des différentes formes allotropiques du carbone
Figure I-4 : Le graphène, modèle de base des autres matériaux du carbone : mis en boulée fullerènes, enroulé en nanotubes ou empilé en graphite
Figure I-5 : structure modèle de nanotubes de carbone mono paroi (A), et nanotubes multi parois (B)
Figure I-6 : Structure multi-paroi d'un nanotube de carbone (MNTCs)11
Figure I-7 : Représentation schématique de la structure d'un nanotube de carbone mono paroi
Figure I-8 : Hélicité des nanotubes. 12
Figure I-9 : Représentation des nanotubes armachair, zigzag et chiraux .le vecteur T définie par la distance (OB) et vecteur C_h est définie par la distance (OA)
Figure I-10 : l'arc électrique
Figure I-11 : Schéma explicatif de la méthode d arc électrique14
Figure I-12: L'ablation laser
Figure I-13 : Schéma explicatif 15
Figure I-14 : Dépôt chimique en phase vapeur16
Figure I-15 : Schéma simplifié de la structure électronique des bandes de différents
matériaux: métaux, semi conducteurs et isolants
Figure I-16 : Prévisions d'évolution du marché des nanotubes de carbone de 2012 à 2016.
Figure I-17 : Secteurs d'activité des nanotubes de carbone en 2012



Chapitre II

Figure II-1 : Constituants d'un matériau composite
Figure II-2 : Exemple d'un nano composite
Figure II-3 : représentation de polymère
Figure II-4 : Classification des architectures macromoléculaires selon Tomolia
Figure II-5 : Schéma d'une structure amorphe 36
Figure II-6 : Représentation schématique d'un polymère semi-cristallisé
Figure II-7 : Organigramme illustrant les différentes familles de matrice
Figure II-8 : type de renfort
Figure II-9 : Elaboration de nanocomposites par voie direct en solution
Figure II-10: Elaboration de nanocomposites par voie directe en masse
Figure II-11 : représenter la formation et la cavitation des bulles 46
Figure II-12: Tri cylindre Exakt 80E (Source : Exakt Vertriebs GmbH, Allemagne)47
Figure II-13 : Schéma du circuit d'un fluide dispersé par tri cylindre (Source : IPAT, TUBraunschweig, Allemagne)47
Figure II-14 : Actions mécaniques exercées sur le fluide (Source : IPAT TU-Braunschweig, Allemagne)
Figure II-15 : Coupe du mélange PSIMWNT en sortie d'extrusion sans aucun étirage50
Figure II-16 : TEM d'une coupe perpendiculaire de fibre PS/MWNT
Figure II-17: Image TEM d'une coupe parallèle à l'étirage d'une fibre PS IMWNT50
Chapitre III
Figure III-1 : La cinématique de la théorie classique des poutres
Figure III-2 : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie des poutres du premier ordre
Figure. III-3 : La distribution (constante) des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur dans la théorie de Timoshenko 58
Figure III-4 : Illustration de la cinématique de la poutre d'ordre élevé
Figure. III-5 : La distribution (variable) des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur dans la théorie d'ordre élevé
Figure III-6 : Champ de déplacements du modèle zig-zag d'ordre élevé
Figure III-7 : Déformations des fondations élastiques sous pression uniforme
Figure III-8 : Modèle Filanenko Borodich
Figure III-9 : Modèle de fondation d'Hetenyi65



Figure III-10 : poutre repose sur une fondation élastique à deux paramètres (WinklerPasternak) au repos et après déformation
Figure III-11 : Poutre reposant sur une fondation de Vlasov
Figure III-12 : Modèle de Kerr
Chapitre IV :
Figure IV-1 : des sections transversales de différents modèles de renforcement72
Figure IV-2 : Effet du paramètre du module Winkler sur la fréquence de la poutre CNTRC $(L/h = 10; \beta s = 0, \beta c=0.8, Vcnt * = 0,12)$ 80
Figure IV-3 : Effet du paramètre du module de cisaillement de Pasternak sur les fréquences de la poutre CNTRC (L/h = 10 ; $\beta w = 0.1$, Vcnt * = 0,12)
Figure IV-4 : Effet du paramètre du module keer sur les fréquence du poutre CNTRC (L/h = 10 ; $\beta w = 0.8$, $\beta s = 0$, Vcnt * = 0,12)
Figure IV-5: Fréquences fondamentales sans dimension de poutre X- CNT en fonction du

rapport d'épaisseur pour plusieurs types de fondations avec (Vcnt*=0.12)......81



Liste des tableaux :

Tableau 4 : La fréquence adimensionnelle (ϖ) de la poutre CNT pour différente type derenforcement avec $V_{cnt} * = 0.28$ et la variation des paramètres (βw , $\beta s \beta c$) et le rapportd'épaisseur (L/h).79



Liste des notations :

 a_1 , a_2 : Les vecteurs unitaires.

- c_h : Vecteur chiral.
- Θ : Angle chiral.
- m, n : les indice de vecteur.
- δU_s : Énergie de déformation .
- δK : Énergie cinétique.
- ∂ : Dérivée partielle.
- σ_x : La contrainte normale.
- τ_{xz} : La contrainte transversale de cisaillement.
- β : Le coefficient de correction.
- V_{cnt}^{*} : La fraction de volumique.
- π : Une mobilité des électrons.
- ϖ : La fréquence adimensionnelle.
- ω : La fréquence propre.
- L : la longueur de la poutre.
- h : l'hauteur de la poutre.
- m : nombre de mode.

V_{cnt}: Fraction volumique de nanotube de carbone.

V_p: Fraction volumique de polymère.

- ρ^{p} : La masse volumique de polymère.
- ρ cnt : La masse volumique de nanotube de carbone.
- v^{p} : Coefficient de poisson de polymère.
- v^{cnt} : Coefficient de poisson de nanotube de carbone.
- E₁₁: Module de Young équivalente l'axe longitudinal.
- E₂₂: Module de Young équivalente l'axe transversal.

 E_{22}^{cnt} : Module de Young de nanotube de carbone suivant l'axe horizontale.



- E_{22}^{cnt} : Module de Young de nanotube de carbone suivant l'axe verticale.
- G_{12} : Module de cisaillement équivalent.
- G_{12}^{cnt} : Module de cisaillement de nanotube de carbone.
- $U_0(x)$:Déplacement axiale de la fibre moyenne.
- $W_0(x)$: Déplacement transversale de la fibre moyenne.
- γ_{xz} , ε_x : Composante de déformation.
- ϕ_x : La rotation due au cisaillement.
- η_1 , η_2 , η_3 : Coefficients de l'échelle.
- N, M, Q : Les efforts résultants.
- A_{11} : La rigidité de membrane.
- B_{11} : La rigidité de couplage.
- C_{11} : La rigidité de flexion.
- S : Elément de la matrice.



List d'abréviation

Liste d'abréviation :

- **AFM:** Microscopie à force atomique.
- 12C, 13C, 14C : les formes de carbone dans la nature.
- C60: Fullerène C60.
- C70: Fullerène C70.
- C80: Fullerène C80.
- C-C: Liaison carbone-carbone.
- **CNTRC :** Poutre de composite renforcée par des nanotubes de carbone.
- **CCVD** : Catalytic Chemical Vapor Deposition
- **CO:** Monoxyde de carbone.
- **DFT:** Density Functional Theory
- **DP**: Degré de polymerisation
- **DWCNT** : Nanotube de carbone bi-paroi.
- **FSDT:** Théorie de premier ordre de déformation de cisaillement(Timoshenko).
- GPa: Giga Pascal
- HiPCo: High Pressure dismutation of CO.
- HRTEM: High-resolution transmission electron microscopy
- HSDT : Théorie d'ordre élevé.
- MC : Matrice céramique
- MD: La dynamique moléculaire.
- MET : Microscope électronique à transmission et microscopie à effet tunnel
- MFA : Microscopie à force atomique
- MM : Mécanique moléculaire ; Matrice métallique
- MNCNT: Nanotube de carbone multi-paroi
- **MO** : Matrice organique.
- NTC & NTCs : Carbone(s) Nanotube (s).
- **PA** : le polyamide.



List d'abréviation

- **PC** : le polycarbonate **PE** : Polyéthylène. PEHD : Polyéthylène A Haute Densité **PET:** Poly téréphtalate éthylénique. **PMMA:** Poly méthacrylate de méthyle **PLA**: poly lactique. **PP** : le polypropylène. **PS** : le polystyrène **PVA**: polyvinylique **PVC:** Le polychlorure de vinyle. **SEB:** Single Euler Bernoulli beam **Sp¹**, **sp²**, **sp³**: trois formes allotropiques **STB:** Single Timoshenko beam. **STM:** Microscopie à effet tunnel. SWCNT : Nanotube de carbone mono-paroi **TD**: Thermodurcissables TEM : Microscopie électronique de transmission. **TP**: Thermoplastique. **TPa :** Terra pascale.
- **TSDT:** Les théories d'ordre élevé et du troisième ordre.



Introduction générale

Introduction générale :

Les nanotechnologies, c'est l'ensemble des technologies de tous objets de l'ordre du nanomètre. Un nanomètre, c'est 0,000000001 mètre, c'est-à-dire un milliardième de mètre. ils sont au croisement de plusieurs disciplines scientifiques comme l'électronique, la mécanique, l'optique, la biologie, la chimie, génie civil...etc.. Diverses structures nanométriques sont apparues au cours des deux dernières décennies, parmi celles-ci on trouve principalement les nano fils, les nanoparticules et surtout les nanotubes de carbone.

Les nanotubes de carbone et depuis leurs découvertes en 1991, leur capacité de production a été fortement augmenté ces dernières années. En 2004, 65 tonnes ont été produites au plan mondial, correspondant à une valeur de 144 millions d'euros. Leurs utilisations comme un matériau indépendant ou un renfort dans un composite ont ouvert au niveau mondial de très grand intérêt et axes de recherche aux communautés scientifiques. Il concerne le domaine chimique relatif aux techniques et aux procédés de production des nanotubes de carbones, le domaine physique à partir des essais et des mesures pour la caractérisation de leurs propriétés intrinsèques et le domaine mécanique avec des applications sur le nanotube de carbone ou sur un nano composite à base de nanotube de carbone par l'étude de son comportement (Contrainte, déformation, vibration...etc.) [Belmahi, 2019].

Les nano composite sont des matériaux qui se caractérisent par le fait qu'au moins une dimension de la phase renforçante est de l'ordre du nanomètre. Ces matériaux présentent des propriétés améliorées relativement au polymère de base (matrice). La structure nanométrique de ces composites leur confèrent des propriétés mécanique, thermique, optique et physico-chimiques supérieures aux bas taux de renfort relativement au polymère matriciel, d'une part, et aux matériaux composites micrométriques. Cet effet des nano composites a déjà été mis à profit dans plusieurs applications : l'emballage (effet barrière), les câbles, des pièces pour l'automobile, La conception et la réalisation d'ouvrages ou de parties d'ouvrage, le renforcement, la protection, la maintenance et la réparation d'ouvrages existants.

L'un des phénomènes lié à ce matériau est La vibration transversale des poutres qui peut causer des problèmes tels que la fatigue et la transmission des vibrations à d'autres systèmes, L'analyse des vibrations est une thématique actuelle importante qui touche de nombreux domaines, tels que l'aéronautique, le génie civil, les transports, l'acoustique musicale ou encore le génie nucléaire.

Il y a eu un nombre considérable d'études sur les poutres reposant sur des fondations élastiques.

Introduction Générale

Les fondations sont modelées par des ressorts verticaux discrets .Certains chercheurs ont modélisé la fondation à deux paramètres différents ; un de ces modèles est le modèle type Pasternak. Ce deuxième paramètre prend en compte l'effet de l'interaction entre les points de cisaillement dans les fondations.

Dans notre travail, La vibration des poutres CNTRC ont été étudié en utilisant une théorie raffinée trigonométrique. Cette théorie est basée sur l'hypothèse que le champ de déplacement est constitué de deux composantes, une de flexion et l'autre de cisaillement, Les poutres CNTRC étudiées dans ce travail sont supposées être simplement appuyées et reposant sur une fondation élastique de type kerr. Des solutions analytiques des fréquences naturelles sont élaborées et discutées en détail. Pour montrer l'influence de la géométrie des poutres et des propriétés du matériau nano composite sur la valeur de la fréquence.

Les résultats obtenus avec la méthode actuelle ont été comparés avec les solutions trouvés dans d'autres modèles de la littérature, pour être dans le bon accord.

Notre travail composé de 4 chapitres : Dans le premier chapitre, on donne une vue générale sur les nanotubes de carbone en détaillant leurs propriétés mécaniques, électroniques, chimiques et les différentes techniques de synthèse des nanotubes de carbone.

Le seconde chapitre présentera des généralités sur les nano composites en détaillant leurs propriétés leurs utilisation et les différentes techniques de mélange (nanotubes de carbone/polymère).

Dans le troisième chapitre on donne les différentes théories et les modèles élastiques des poutres renforcée en ce basant sur la théorie raffinée d'ordre élevée.

Dans le dernier chapitre nous utilisons le développement Mathématique de la théorie de « d'ordre élevé pour étudie la vibration libre dans notre modèle. Plus des résultats et discussions du présent modèle.

Enfin, une conclusion générale et des perspectives ont été envisagées pour des futurs travaux et pour la suite de cette étude.

CHAPITRE - I-Généralités sur les nanotubes de carbones



I.1 Introduction :

Les nanotubes de carbone notés (NTC) font l'objet de nombreux travaux de recherches au niveau international depuis leur récente découverte en 1991 par Iijima. Les premières études ont rapidement laissé entrevoir des propriétés mécaniques et électriques exceptionnelles pour cette nouvelle forme du carbone, et des applications pratiques ont été Envisagées. A ce niveau, la synthèse en quantités importantes de NTC toujours plus purs constitue un verrou technologique à l'échelle mondiale. [Tagrara, 2016]

La science des nano formes de carbone est un domaine en plein essor depuis la découverte des fullerènes il y a 25 ans. Les synthèses de nanotubes multi- puis simple- feuillet et dernièrement du graphène ont apporté un constant renouveau à cet axe de recherche pluridisciplinaire. A ce jour, les CNTs continuent de susciter un intérêt remarquable et grandissant à plusieurs niveaux de la communauté scientifique, en incluant naturellement les physiciens et les chimistes, mais aussi les biologistes, notamment pour les applications thérapeutiques en médecine. Ceci s'explique en particulier par leur procédé de fabrication de plus en plus élémentaire et de moins en moins onéreux au niveau Industriel, mais surtout du fait de leurs propriétés intrinsèques multifonctionnelles exceptionnelles. Par ailleurs, les CNTs bénéficient d'une spécificité à combiner plusieurs aspects qui leurs permettent de pouvoir facilement s'incorporer dans des domaines pluridisciplinaires.[Meachel, 2009]

I.2 Le carbone :

Le carbone est un élément chimique de numéro atomique 6 et de symbole C.il possède trois isotrope naturels : C^{12} , C^{13} et C^{14} .il est l'élément le plus léger du groupe 14 du tableau périodique .il présente plusieurs formes allotropiques dont principalement le graphite et le diamant.

La combustion du carbone sous toutes ses formes a été le fondement du développement technologique dès la préhistoire. Les matériaux à base de carbone ont des applications dans de nombreux autres domaines : matériaux composite , batterie lithiumion, dépollution de l'air et de l'eau, électrodes pour les fours à arc ou la synthèse de l'aluminium, ... etc.

I.3 Les différentes formes naturelles du carbone :

I.3.1 Le graphite :

Le graphite est l'état la plus stable des composés carbonés et se présente dans sa forme la plus simple selon une nano couche 2D de cycles hexagonaux d'atomes de carbone hybridés sp^2 appelé graphène (figure I.1).en général, le graphite se trouve sous la forme d'un empilement de couche de graphène liées par des liaisons de type Van der Waals (Figures I.1).

L'alternance de doubles et simples liaisons dans le graphène permet de créer des liaisons conjuguées qui engendrent un système d'électrons π fortement délocalisés permettant la conductivité électrique.

Le graphite est donc considéré comme semi conducteur lorsqu'il subit une perturbation menant à une mobilité des électrons π . [Carole, 2009]



Figure I-1 Représentation schématique *a*) Couche de graphène *b*) Empilement de couches de graphène (graphite)

I.3.2 le diamant :

Le diamant est la forme la plus compacte du carbone. De manière naturelle, il ne se forme qu'à haute température et haute pression (> 1000 °C et plusieurs giga pascals) et n'est, en théorie, stable qu'à haute pression. Cependant, c'est une forme métastable du carbone, ce qui lui permet donc d'exister aux conditions ambiantes.

Le diamant possède une structure cubique à faces centrées avec la moitié des sites tétraédriques occupés. Chaque atome est lié à quatre autres atomes de carbone par des liaisons

hybridées sp3 formant ainsi des tétraèdres réguliers. Ainsi, contrairement au cas du graphite, tous les électrons de valence sont impliqués dans les liaisons covalentes.

C'est cette structure rigide qui fait du diamant le minéral naturel le plus dur qui soit.

(Figure I.2) [Elsa, 2010]



Figure I-2 Structure atomique du carbone diamant

I.3.3 Les carbones mal organisés :

Le carbone ne présente pas toujours une organisation cristalline. Des formes de carbone mal organisées peuvent exister. C'est notamment le cas du carbone amorphe. Il s'agit d'un réseau désordonné d'atomes de carbone, présentant des états d'hybridation sp2 et sp3. A l'état désordonné, naturel, le carbone amorphe est rare. Il faut aller le chercher dans les particules présentes dans les couches extérieures de l'atmosphère des étoiles froides, appelées poussières d'étoiles. Et encore, le carbone amorphe n'est présent que dans les poussières d'étoiles carbonées, étoiles particulières à la composition chimique anormale, où le carbone est en quantité supérieure à l'oxygène. Plus proche de nous, le carbone amorphe est synthétisé sous forme de couches minces, obtenues généralement par dépôt plasma. Il sert de revêtement apportant une tenue mécanique supplémentaire à des pièces industrielles. Dans ce cas, le carbone amorphe n'est jamais pur, mais légèrement hydrogéné. Notons qu'il est facile de synthétiser du carbone amorphe en laboratoire, en paralysant du sucre purifié à 900 °C, en l'absence d'air. Le graphite peut également se rencontrer sous une forme partiellement organisée. Le désordre structural est créé par des défauts d'empilement des plans de graphène, ce qui éloigne la structure de ce graphite des formes ordonnées vues précédemment, en perdant l'ordre orientation et en augmentant la distance inter-feuillets. Pour le différencier des graphites hexagonal et rhomboédrique, on parle de graphite turbostratique.

Le noir de carbone, utilisé notamment dans l'encre de chine, ou dans les suspensions de noir de carbone (Carbone Black Suspensions : CBS), est une autre forme de carbone mal organisée. Il est constitué de nanoparticules sphériques carbonées. Ces particules sont constituées de cristallites, de deux à trois plans réticulaires d'épaisseur, d'une structure similaire à celle du graphite.

Les cristallites sont liées entre eux par des atomes de carbone non engagés dans les plans cristallins et formant une phase amorphe. Notons que le carbone amorphe est souvent majoritaire. **[IZARDE, 2004]**

I.4 Les différentes formes Allotropies synthétiques du carbone :

I.4.1 Les fullerènes :

Un fullerène est une molécule composée de carbone pouvant prendre une forme sphérique, ellipsoïdale, d'un tube (appelé nanotube) ou d'un anneau (figure I.3). Les fullerènes sont similaires au graphite, et sont composés de feuilles d'anneaux hexagonaux liés, mais contenant des anneaux pentagonaux et parfois heptagonaux, ce qui empêche la feuille d'être plate. Le premier fullerène découvert, le C60 est composé de 12 pentagones et de 20 hexagones, chaque sommet correspondant à un atome de carbone et chaque côté à une liaison covalente. Il a une structure identique au dôme géodésique. Pour cette raison, il est appelé « buckminster fullerène », en l'honneur de Buckminster Fuller qui a conçu le dôme géodésique, ou « footballène ». [Sandra, 2009]



Figure I-3 Représentation schématique des différentes formes allotropiques du carbone. (a)structure d'un ballon de football C60. (b) C70. (c) C82 constitue la présence d'un métal dans la cage de carbone. (d) nanotube de carbone mono-feuillet (e). nanotube de carbone multi-feuillets

I.4.2 Le graphène :

Le graphène est le nom que l'on donne a un plan d'atomes de carbone assembles en 2 dimensions (2D) selon une structure en nid d'abeille. Il peut être considéré comme un matériau 2D parfait puisqu'il n'est constitue que d'une seule couche d'atomes (figure I.4). Le graphène sert de matériau de base pour des matériaux graphitiques de toutes dimensionnalités : fullerènes (0D), nanotubes (1D) [Iijima, 1991] ou graphite (3D) [Bustamante, 2008] . En effet, la taille nanométrique des fullerènes les rend assimilables à un point sans dimension et du fait de leur longueur largement supérieure à leur diamètre, les NTC sont assimilables à une ligne et donc à un objet unidimensionnel. Bien que connu comme faisant partie intégrante de ces allotropies, on a longtemps pensé que le graphène ne pouvait exister. Jusqu'a récemment, il était utilise comme objet théorique permettant de modéliser les propriétés des autres

matériaux carbonés. En 2004, le modèle devint réalité lorsque les premiers plans de graphène furent isolés [Wang, 2012],[Cong,2011]. Il fait ainsi depuis quelques années l'objet d'un intérêt croissant [Jiang, 2004] .[MEDJAHED, 2019].



Figure I-4 Le graphène, modèle de base des autres matériaux du carbone : mis en boulée fullerènes, enroulé en nanotubes ou empilé en graphite [Thostenson,2001]. [Benyounes, 2016]

I.5 Historique des nanotubes de carbone :

Le carbone est un élément chimique très abondant sur Terre et dans le monde du vivant. Jusqu'en 1985 le carbone était connu sous deux formes allotropiques : le graphite et le diamant. En 1985_les_fullerènes sont découverts par Richard Smalley, Harold Kroto et Robert Curl trois chercheurs de l'université de Rice à Houston. Ils découvrirent la molécule de C60 qui créa un vif intérêt dans le domaine des nanoparticules.

Les molécules de C60 furent premièrement crées par *vaporisation laser d'une cible de graphite à basse pression*. L'idée fut de prendre une forme proche de C60 : le graphite ; de le passer a l'état gazeux donc de séparé les feuillets et de retirer les interactions de Van Der Waals et ensuite de faire passer ces vapeurs dans une tuyère a une certaines vitesse puis ensuite refroidir cette vapeur et à la suite de ces opérations se formait les molécules de C60, il existe aussi le C70 ou encore le C80. En 1991, Iijima [Iijima 1991] met en évidence l'existence d'un nouvel état solide carboné en relation avec le fullerène, en observant des structures tubulaires par microscopie électronique dans des fibres de carbone qu'il nomme nanotubes de carbone, produits secondaires de la formation de fullerènes par la méthode à arc électrique. Iijima était la première personne à identifier les nanotubes de carbone comme une nouvelle forme allotropique du carbone. Deux ans plus tard, les équipes d'Iijima [Iijima 1993] et de Bethune [Bethune 1993] publient successivement la découverte de l'existence des nanotubes de carbone mono-parois SWCNTs. Depuis, un intense effort de recherche a été entreprise pour améliorer notre connaissance des NTCs.

I.6 Les structures géométriques de nanotubes de carbone :

Les nanotubes de carbone peuvent exister sous deux formes : les simple couches et les multicouches (figure I.5) les premiers ont seulement une couche de graphène enroulée même et son souvent appelés SWNTs (single-walled carbone nanotubes). Le diamètre des SWNTs est d'environ 1 nm et leur longueur est de plusieurs micromètres. Les nanotubes multicouches sont composés de différentes couches concentrique, qui ont la même <<<ch>exchiralité>>.ils forment une structure turbo-statique, c'est a dire un empilement de couche de carbone ordonnée .ils sont souvent appelé MWNTs (Multi Walled carbon Nanotubes).la distance entre deux couches est de 3.4 A et leur diamètre est de 2 à 25 nm (ceci dépend du nombre de couches).pour une longueur de 20 à 80 µm .[Aurélie cayla]



Figure I-5 : structure modèle de nanotubes de carbone mono paroi (A), et nanotubes multi parois (B).[Chantal, 2010]

I.6.1) Les nanotubes multicouches ou multi-parois (MNTC) :

Les nanotubes de carbone multicouches (MNTCs) sont constitués de plusieurs tubes concentriques n'ayant pas la même chiralité (Figure I.6). La distance entre les couches de MNTCs est de l'ordre de 3,4Å. Le diamètre varie avec le nombre de feuillets : entre quelques nanomètre set quelques centaines de nanomètres. Pour la longueur, elle peut varier de la centaine de nanomètre jusqu'à quelques micromètres voir une dizaine de micromètre.[**Pacchini, 2008**]



Figure I-6 Structure multi-paroi d'un nanotube de carbone (MNTCs) .

I.6.2 Les nanotubes mono couche (SWNTC) :

Un nanotube de carbone peut êtres décrit comme un feuillet de graphène enroulé sur lui même , de telle sort qu'il génère une forme cylindrique et tubulaire sont dits mono paroi SWNTs (figure I.7) , leur diamètre peut varier de 0.7 à 10 nm (saito) , bien que la plupart des SWNTs observés aient un diamètre inferieur à 2 nm .leur longueur , quant à elle , est en égale générale de l'ordre du micron mais peut atteindre plusieurs dizaine de microns selon les conditions de synthèse.si l'on se focalise sur leur très grand rapport d'an isométrie, c'est-àdire le rapport entre leur longueur et leur diamètre qui peut être aussi grand que 10^3 à 10^5 , ces nanotubes peuvent être considérés comme des structures unidimensionnelle

A l'issue de synthèse, les SWNTs ne se retrouvent toutefois que rarement isolés, mais préfèrent plutôt s'associer au sien de faisceaux de nanotubes, c'est-à-dire des agrégats constitués d'une dizaine à une certaine de nanotubes parallèles répartis au sien d'un réseau hexagonal. [MIAUDET, 2007].



Figure I-7 Représentation schématique de la structure d'un nanotube de carbone mono paroi.

Suivant l'orientation des motifs hexagonaux de carbone par rapport à l'axe du tube, il est possible de différencier les divers types de SWNT (figure I.8)



Figure I.8 Hélicité des nanotubes.

SWNTs est constitué d'un plan atomique de carbone en réseau hexagonal (graphène enroulé sur lui-même. cet enroulement peut être définit par l'angle d'hélicité (Θ =0) et le diamètre du nanotube. Par ailleurs, le vecteur C_h, définit par a l'équation 1 par des multiples entiers (n ,m) représentant une combinaison linéaire des vecteurs unitaires a₁ et a₂ du réseau de bravais du graphène (figure a et b) présente les tubes pouvant être de type zigzag (n,0) (Θ =0⁰),armchair (n ,n)(Θ =30⁰) ou chiral(n différent de m) (0⁰< Θ <30⁰).(figure I.9)

[Maxime, 2011]

 $C_h = na_1 + ma_2$



Figure I-9 : représentation des nanotubes armchair, zigzag et chiraux .le vecteur T définie par la distance (OB) et vecteur C_h est définie par la distance (OA) .

I.7 Technique de synthèses de nanotubes de carbone :

Quatre techniques principales de synthèse CNTs existent : par décharge d'arc électrique, par ablation laser et par décomposition chimique en phase vapeur (CVD) .

I.7.1) Méthode de l'arc électrique :

Historiquement la première méthode est la décharge d'arc électrique Une anode et une cathode de carbone sont placées à une distance fixe dans une atmosphère inerte typiquement de l'hélium sous pression. Une différence de potentiel est appliquée entre les électrodes de manière à former un arc électrique. La température élevée (4000 °C) fournie par l'arc entraine la sublimation de l'anode qui est transférée à la cathode où elle se condense. (Figure I.10) En absence de catalyseur, cette technique permet de synthétiser principalement des MWNTs. Pour fabriquer des SWNTs, il faut placer sur l'anode ou sur la cathode un catalyseur de type Co, Ni. Au cours de la synthèse, des impuretés se forment en plus des CNTs : carbone amorphe, fullerènes non tubulaire, ou encore des particules catalytiques. Des techniques de purification sont alors souvent utilisées pour éliminer ces impuretés. Cette technique de synthèse présente l'inconvénient de ne pas pouvoir fournir une quantité importante de nanotubes. En effet, une fois l'anode consommée, la synthèse doit être stoppée et un fonctionnement en continu n'est pas possible. De plus, le taux d'impuretés est élevé (de l'ordre de 25 wt%), entrainant un traitement de purification couteux. [**Brosse, 2009**]



Figure I-10 l'arc électrique

La qualité et la quantité des NTCs obtenus dépend de:

- Concentration de métal.
- la pression de gaz inerte utilisée.
- la nature de gaz.
- le courant utilisé.
- la distance A-C .
- la géométrie du système.



Figure I-11 Schéma explicatif de la méthode d arc électrique

I.7.2 L'ablation laser :

Dans cette méthode, Le premier exemple de cette synthèse a été mené par le groupe de R. E. Smalley en 1995. Les conditions de réaction sont très semblables à celles utilisées lors de l'utilisation de l'arc électrique. Dans ce montage, un laser continu ou pulsé est utilisé pour vaporiser une cible de graphite à l'intérieur d'un four chauffé à 1200°C (figure I.12). La vapeur de carbone formée prend rapidement de l'expansion et refroidie également très rapidement. Si graphite pur, NTC multi parois. Si Co, Ni, Fe ou Y, NTC simple paroi. Les NTCs obtenus par cette voie de synthèse se présentent sous forme de "corde" de Pour les NTCs simple paroi, cette méthode donne de meilleurs rendements, une plus faible distribution de diamètres et des NTCs ayant de meilleures propriétés. Plus important, les NTCs obtenus par l'ablation laser sont beaucoup plus purs que ceux produits par arc électrique. Selon le catalyseur, le laser et la température, le diamètre des NTCs simple paroi varie de 1,2 à 1,4 nm. Le problème majeur de cette technique, comparativement à la méthode de l'arc électrique, est la difficulté de synthétiser de grandes quantités de NTCs rapidement. Certaines techniques sont présentement développées afin d'augmenter la quantité de NTCs pouvant être produits par cette méthode. **[Jean-François Morin]**



Figure I-12 L'ablation laser



Figure I-12 Schéma explicatif

I.7.3 Méthode dépôt chimique en phase vapeur :

La synthèse de nanotubes de carbone par la méthode de dépôt chimique en phase vapeur (abrégée en CVD pour Chemical Vapor Deposition) a été effectuée pour la première fois par Endo et al. Dans cette méthode, des hydrocarbures (CH4, C6H6...) et de l'hydrogène sont mis en présence de catalyseurs métalliques (Fe, Co, Ni...), le tout dans un four porté à haute température (> 700C). Les nanotubes se forment alors sur les plots de catalyseurs. L'un des avantages de cette méthode est que les nanotubes se forment de façon continue (contrairement à la méthode d'ablation laser par exemple). Nous pouvons espérer trouver des conditions expérimentales permettant de fabriquer des nanotubes purs avec un contrôle parfait du diamètre et de la chiralité. Cependant, cela est encore loin d'être la réalité.

Les nanotubes de carbone Un autre avantage de cette méthode est que l'on peut faire croître les nanotubes à des endroits prédéterminés. Cela peut s'avérer très intéressant pour toutes les applications en nanoélectronique, par exemple, pour fabriquer des matrices de transistors à base de nanotubes de carbone. Il existe également une technique de synthèse de forêts de SWNT par CVD assistée avec de l'eau qui supprime le carbone amorphe et permet ainsi une croissance non limitée : les SWNT ainsi créés peuvent atteindre une hauteur de plus de 2 cm ! De plus, il est possible d'aligner les nanotubes entre eux, perpendiculairement à la surface. Nous obtenons alors des « pelouses » de nanotubes. Cette propriété est très intéressante pour toutes les utilisations des propriétés d'émission de champ des nanotubes. En revanche, un inconvénient de cette méthode est qu'elle ne permet pas, pour le moment, de fabriquer de grandes quantités de nanotubes mono parois. En effet, si la production de nanotubes de carbone multi parois est relativement facile, celle de nanotubes de carbone mono paroi est difficile. [Charlotte, 2007]



Figure I-12 Dépôt chimique en phase vapeur

I.7.4 Méthode de décomposition catalytique :

Le procédé HiPCO (High Pressure dismutation of CO : décomposition sous haute pression de CO) a été développé par le groupe de R. Smalley [28]. Ce procédé fait partie de la famille des procédés de décomposition catalytique à moyenne température.

Un continu de penta carbonyle de fer (Fe(CO)5) et de monoxyde de carbone (CO) est introduit sous une pression de 10 atm dans une enceinte chauffée à 1200°C. L'originalité du procédé tient au fait que le catalyseur, nécessaire à la croissance des tubes O mono feuillets, est formé in situ par la décomposition du gaz précurseur. De surcroît, le monoxyde de carbone utilisé comme source de carbone pour la croissance des tubes ne se pyrolyse pas à 1200°C, ce qui permet d'obtenir des nanotubes de carbone mono feuillets exempts de toute impureté graphitique. Les nanotubes formés par cette technique sont assez originaux. Ils présentent une large distribution de longueurs (dont des nanotubes très petits), mais contiennent beaucoup de catalyseur résiduel. Cette technique permet la synthèse à grande échelle de nanotubes mono feuillets. Le procédé de fabrication est à continu, ce qui est très positif pour une industrialisation. Une Société commerciale (Carbon Nanotech) propose des nanotubes synthétisés par cette technique.

En outre, le fait de pouvoir obtenir des nanotubes avec un diamètre moyen très petit (de l'ordre de 0,7 nm) est un avantage en ce qui concerne les propriétés optiques puisque cela ramène la bande interdite des nanotubes semi-conducteurs vers des régions spectrales où les détecteurs sont les plus sensibles. **[Charlotte, 2007]**

I.8 Domaine d'application des nanotubes de carbone :

Du fait de leur dimension nanométrique et leurs propriétés spécifiques et exceptionnelles font des nanotubes de carbone des matériaux très intéressants du point de vue des applications et ouvrent de nombreuses perspectives. L'application la plus directe envisagée consiste à les utiliser comme additif pour les polymères (thermoplastiques, thermodurcissables et élastomères) à condition d'assurer leur bonne dispersion dans le composite, Il est peut être utile pour améliorer certains propriétés thermique, électrique, mécanique ou multifonctionnelle [Myriam, 2008]. Il est utilisé dans les fabrications suivantes [Régis, 2006 ; Bernard, 2007 ; Myriam, 2008] :

• Des nano-composants ou nano-composite électroniques (diodes, des transistors à un électron, etc.), excellents émetteurs d'électrons sous faible champ.
- Les articles de sport (vélos, raquettes de tennis...etc.).
- La médecine : employée comme muscles artificiels.

• dans l'automobile (peintures conductrices évitant l'emploi de solvants polaires), et L'industrie des Batteries à cause du stockage important de quantité d'hydrogène.

• L'aéronautique et la défense et marines (ailes d'avions, trains d'atterrissage des hélicoptères, etc.).

• Améliorations des propriétés mécaniques de pièces diverses (élasticités, résistance à la traction, à la fracture et à l'indentation).

• Dans les ouvrages de génie civil : des piles et colonnes de pont, des câbles pour ponts, remplacement des parties de pont détériorés (tablier et piles), dans les nouvelles structures de pont et tuyauteries anticorrosion.

Comme déjà montré ci-dessus et vu son échelle nanométrique, le nanotube de carbone est utilisé comme un renfort associé généralement à une matrice de type polymère pour donner un matériau d'une grande échelle, résistant et rentable. La matrice de notre nanocomposite considéré dans ce travail sera un polymère. Elle représente le milieu élastique, pour cela, Il nous a apparu donc important de faire par la suite un aperçu générale sur les matrices en particulier de type polymère.[**Belmahi**, **2019**]

I.9 Purification des nanotubes :

Dans la plupart des cas, un mélange de nanotubes, de carbone amorphe et de résidus catalytiques est récupéré à l'issue de la synthèse. L'utilisation des nanotubes implique, quel que soit leur type et la méthode de synthèse, la mise en œuvre d'un processus de purification préalable pour éliminer les impuretés. On peut distinguer:

Les impuretés solubles : des fullerènes (C60, C70), des hydrocarbures aromatiques] polycycliques.

Les impuretés insolubles : du carbone amorphe, des particules de graphite, des oignons
 de carbone, des particules métalliques de catalyseur (recouvertes de feuillets graphitiques).

Il est très facile de se séparer des impuretés solubles, un lavage au (CS2) [Bandow 1997] ou au toluène permet d'y parvenir. La question des impuretés insolubles est naturellement plus délicate et une grande variété de méthodes de purification ont été décrites, qu'on peut classer comme suit :

I.9.1 Les méthodes chimiques:

Basé sur la différence de réactivité entre impuretés et nanotubes, le carbone amorphe et les espèces mal graphitées étant plus réactives. On favorise des réactions d'oxydation et ainsi supprime les impuretés en produits solubles ou gazeux par L'utilisation d'un oxydant liquide (le plus souvent utilisé) ou gazeux. Cette étape permet de séparer le carbone amorphe et les particules métalliques. [**BOUCIF**, **2018**]

I.9. 2 Les méthodes physiques :

Elles basent sur la différence de forme entre les nanotubes, très longs et très anisotropes, et les nanoparticules d'impuretés, bien souvent de forme approximativement sphérique. On utilise sont principalement les techniques de la microfiltration, tangentielle. Ou directe, ou la chromatographie, d'exclusion stérique ou de permutation de gel. Des séparations reposant sur la différence de densité il s'agit de purification par centrifugation. Ces méthodes physiques permettent de se séparer des nanoparticules (catalyseur, graphite, oignons), le carbone amorphe étant trop divisé pour pouvoir être éliminé par ces méthodes. Tous les protocoles de purification sont une combinaison de plusieurs types de méthodes. Par exemple, la purification des nanotubes commerciaux consiste en un traitement à l'acide pour oxyder le carbone amorphe (méthode chimique), suivi d'une microfiltration tangentielle pour séparer les nanoparticules des SWNT (méthode physique). Un autre exemple de purification de SWNT décrit l'oxydation du carbone amorphe sous flux d'air (350° C), suivie de l'oxydation du catalyseur dans une solution de HCl concentrée. Deux microfiltration directes (une à 1 µm Ø, l'autre à 0,2 µm), en phase aqueuse avec tensioactif, permettent enfin d'éliminer les nanoparticules. [HADDOU, 2018]

I.10 risques et préventions:

Il y a encore très peu d'études sur la toxicité des nanotubes de carbone pour l'homme néanmoins, l'Institut National de Recherche et de Sécurité recommande de prendre le plus de précautions possibles lors de leur manipulation. La plupart des données toxicologiques proviennent d'études réalisées chez l'animal. Ces travaux sont de surcroît de portée limitée (expositions uniques de courte durée pour la détection rapide d'effets éventuels) et les caractéristiques physiques et chimiques des nanotubes utilisés y sont rarement précisées (types, granulométrie, présence de métaux, etc.). Or les propriétés toxicologiques des nanotubes de carbone sont directement corrélées à leurs caractéristiques physico-chimiques. [Ricaud 2008] L'appareil respiratoire constitue la voie majeure de pénétration de nanotubes de carbone dans l'organisme humain. Leur finesse les rend volatiles et leur diamètre nanométrique leur permet de pénétrer dans les cellules du corps humain. Toutes les étapes de la production allant de la réception et de l'entreposage des matières premières jusqu'au conditionnement et à l'expédition des produits finis, en passant par le transfert éventuel de produits intermédiaires peuvent risquer les salariés aux nanotubes de carbone. De même, leur utilisation et, plus précisément, leur manipulation, leur incorporation dans diverses matrices ainsi que l'usinage (découpe, polissage, nettoyage, perçage, etc.) de composites en contenant constituent des sources d'exposition supplémentaire. Leur nature (poudre, suspension dans un liquide, intégration dans une matrice polymère, etc.), les méthodes de synthèse utilisées, le degré de confinement des différentes étapes, la quantité de produits manipulée, les moyens de protection mis en place et la capacité des produits à se retrouver dans Chapitre I Généralités sur les nanotubes de carbone 33 l'air ou sur les surfaces de travail constituent les principaux paramètres qui influent sur le degré de risque. La zone de travail doit être signalisée, délimitée et restreinte aux seuls salariés directement concernés par la fabrication ou l'utilisation des nanotubes de carbone. Les zones susceptibles d'exposer aux nanotubes de carbone doivent être clairement identifiées et séparées des zones « propres ». Le passage des unes aux autres doit comporter les installations nécessaires au changement d'équipements de protection éventuels. L'installation de vestiaires doubles permet d'éviter tout risque de contamination à l'extérieur des aires de travail. Les sols et les surfaces de travail (de préférence lisses avec des coins arrondis) doivent être régulièrement et soigneusement nettoyés à l'aide de linges humides et d'un aspirateur équipé de filtres à très haute efficacité afin de réduire la contamination des lieux et la remise en suspension dans l'air des nanotubes de carbone déjà déposés. Tout renversement doit être immédiatement nettoyé selon une procédure établie en fonction du risque. La présence sur les lieux de travail d'éviers et de douches est nécessaire pour la décontamination des régions cutanées exposées aux nanotubes de carbone. Si le captage est insuffisant dans les ateliers de production ou d'utilisation des nanotubes de carbone, il est recommandé de porter un appareil de protection respiratoire ; en tenant compte du fait que les objets de taille nanométrique sont susceptibles de passer par la moindre fuite. Pour les travaux exposants (fabrication, manipulation, transfert de nanotubes de carbone, etc.), il est recommandé de porter un appareil isolant à apport d'air externe, à savoir un masque, une cagoule ou une combinaison complète à adduction d'air comprimé. [Zidour,2012]

I.11 Défauts structurel des nanotubes de carbone :

Les nanotubes de carbone sont constitués uniquement d'atomes de carbone hybridés sp2 et formant des réseaux d'hexagones. L'outil principal pour caractériser les nanotubes est la microscopie électronique, qui projette une image en deux dimensions. Pour accéder à la troisième dimension, il faut utiliser les microscopies à effet tunnel et à force atomique. La troisième dimension est en théorie accessible par TEM à l'aide d'une reconstruction numérique à partir d'images deux dimensions inclinées à différents angles. En pratique, cette opération est trop lourde pour être exploitable. Parmi les défauts présents dans les nanotubes pouvant avoir une influence notable sur les propriétés mécaniques, nous distinguons les dislocations, les agglomérats, et les défauts topologiques. Les atomes de carbone peuvent former par exemple des pentagones ou des heptagones plutôt que des hexagones. Les dislocations entraînent une diminution de la résistance à la rupture, alors que les défauts topologiques, lorsqu'ils induisent une courbure locale de la couche de graphite, peuvent diminuer le module élastique effectif d'un nanotube. Les pentagones, supposés à l'origine des courbures observées par TEM, ont été détectés par microscopie À effet tunnel car ils induisent une modification de la densité électronique locale.

Le nanotube multi parois est formé de plusieurs couches concentriques et, comme dans le cas du graphite, chaque couche interagit avec ses voisines par l'action des forces de Van der Waals.

Ces forces étant faibles, nous pouvons nous interroger sur la qualité du couplage mécanique entre les couches. La morphologie et la qualité structurale du nanotube multi parois vont dépendre étroitement de la méthode de synthèse utilisée. Les nanotubes produits par arc électrique contiennent peu de défauts structuraux du fait de la température élevée des atomes de carbone lors du processus de synthèse, et sont en majorité rectilignes. Les courbures observées sur certains

Nanotubes sont dus à des contraintes mécaniques plutôt qu'à des défauts de structure. Les nanotubes synthétisés par décomposition catalytique d'un hydrocarbure sont souvent très longs et sont parfois regroupés en fibres continues de nanotubes. **[Charlotte, 2007]**

I.12 Les propriétés des nanotubes de carbone :

Grace à leur structure atomique unique, les nanotubes de carbone présentent des propriétés remarquables en des nombres domaine :

I.12.1 Propriété mécanique :

Les CNTs possèdent une résistance à la traction élevée due à leur structure à base de graphène. Les liaisons fortes σ , de longueur 1,42 Å sont à l'origine de la rigidité du matériau suivant l'axe du tube. Par contre, le recouvrement latéral assuré par les liaisons π confère aux CNTs des liaisons plus faibles (Van der Waals). Mais contrairement à un plan de graphène, la forme cylindrique d'un CNT lui confère plus de stabilité structurelle, même sous contrainte. Si l'on considère un amas de CNTs comme un matériau uniforme, le module de Young (E) des CNTs dépasse 1 TPa. Cette valeur a été vérifiée pour les SWNTs par Robertson et al. à partir de modèles empiriques. D'autres études théoriques ont montré que la valeur du module de Young devrait chuter pour des CNTs de très petits diamètres (≤ 4 Å). Un tel résultat est physiquement intuitif car l'augmentation de la déformation de courbure implique un affaiblissement des liaisons C-C, et ceci apparaît donc au niveau des propriétés mécaniques. Une valeur aussi élevée E = 1,8 TPa a aussi été mesurée expérimentalement pour des MWNTs entrelacés par Ebbesen et al. [**BOUZLAR, 2009**].

I.12.2 Propriétés électroniques :

Dans le cadre de la théorie des bandes, les niveaux d'énergie discrets d'un atome isolé forment, dans un système périodique contenant un très grand nombre d'atomes, des bandes d'énergie séparées par des bande s interdites ou se chevauchant entre elles pour former une seule bande plus large (Figure). L'écart entre deux niveaux d'énergie successifs est appelé «Gap de Kubo» et est égale à 4E; 'l'énergie de Fenni (énergie du niveau occupé le plus haut pour un matériau massif) et *n* le nombre d atol11es. Quand *le* nombre d'atomes devient limité, les niveaux d'énergie deviennent discrets et les écarts entre les bandes modifiés, ce qui entraîne des changements significatifs dans les propriétés électroniques des nanomatériaux telles que la conductivité électrique et la susceptibilité magnétique. [**DRISS, 2008**]



Figure I-14 Schéma simplifié de la structure électronique des bandes de différents matériaux: métaux, semi conducteurs et isolants.

I.12.3 Propriété thermique :

La conductivité thermique des CNTs suivant l'axe du tube semble être la plus élevée parmi tous les matériaux connus à ce jour, et notamment le diamant. Cette Propriété intrinsèque remarquable des CNTs s'explique du fait de leur rigidité crée par les liaisons sp2, et par la structure unidimensionnelle du tube qui limite les phénomènes de diffusion. En raison de leur analogie avec le graphène, les CNTs sont stables Jusqu'à de très hautes températures (4000 K, point de fusion du graphite). Comme dans le cas des polymères et d'autres structures à faibles dimensions, l'entropie des CNTs augmente considérablement avec de faibles apports d'énergie, ce qui entraîne des changements physiques au niveau du matériau jusqu'à des températures de plusieurs centaines de degrés Celsius.

La conductivité thermique des SWNTs a été calculée par simulation de dynamique moléculaire égale à SWNT = 6000 W/mK, ce qui est largement supérieure à la conductivité du diamant. Ajumdar et al. Ont mesuré expérimentalement celle des MWNTs égale à MWNT = 3075 W/mK à température ambiante. [**BOZLAR**, 2009].

> I.12.4 Propriétés de forme :

Nous allons aborder séparément les propriétés de forme des nanotubes SWNTs. On peut distinguer plusieurs éléments remarquables dans la morphologie des nanotubes : Un nanotube de carbone monocouche constitue une macromolécule hautement anisotrope : avec un diamètre de l'ordre du nm et une longueur de l'ordre du µm, le rapport d'anisotropie est typiquement de plusieurs milliers. Les SWNTs qui ne sont ni armachair ni zigzag sont des molécules chirales. Les nanotubes possèdent en leur centre un canal lisse, droit et unidimensionnel, que l'on peut voir comme un réservoir nanométrique ou encore comme un moule ou un réacteur. [MEDJAHED, 2019]

I.13 Les nanotubes de carbone dans le marché :

Plus de 100 entreprises produisaient, en 2012, des nanotubes de carbone. On en attend 100 de plus d'ici 2017. Si l'on considère les capacités de production, le pôle Asie-Pacifique représente le premier pôle (44,2 %) suivi par l'Amérique du nord (29,2 %) et L'Union Européenne (24 %) (Maxime, 2013). De la même façon, on recense plus de 1000 entreprises, laboratoires ou autres institutions directement impliqués dans la recherche et le développement liés aux nanotubes de carbone. De ce fait, le marché des nanotubes de carbone est oligopolistique avec de gros producteurs qui fournissent de nombreux secteurs d'activité (industries des polymères et des composites ainsi que les marchés de l'électronique et de l'énergie notamment) (Maxime ,2013). Ces nanoparticules représentent 28 % du marché des nanomatériaux avec un chiffre d'affaire proche des 700 millions de dollars pour l'année 2010 (630 pour les MWNT et 40 pour les SWNT). Un milliard de dollars devrait en théorie être atteint en 2015-2016 (Figure I.15).



Figure I-15 - Prévisions d'évolution du marché des nanotubes de carbone de 2012 à 2016 (Maxime, 2013)

Le marché pour l'application des nanotubes est dominé par l'industrie des plastiques et matériaux composites qui en représentent 69 % et qui resteront les principaux secteurs d'application en 2016. Le secteur électrique et électronique est en seconde position avec 10% du marché et pourrait connaître une très forte croissance dans les prochaines années grâce à l'amélioration de la maîtrise des propriétés électriques des nanotubes de carbone. Le secteur de l'énergie devrait lui aussi se développer rapidement avec la possible utilisation des nanotubes dans les batteries, les éoliennes et les cellules photovoltaïques (Figure I.16).



Figure I-16 - Secteurs d'activité des nanotubes de carbone en 2012 (Maxime, 2013)

Le prix des nanotubes devrait chuter de 15 % d'ici quatre à cinq ans car les plus importants sites de production commencent à produire ces nanotubes à l'échelle industrielle et même pour certains à augmenter leur capacité de production (Maxime, 2013). Les principales applications actuelles et à venir des nanotubes de carbone concernent donc les applications mécaniques en tant que renfort dans les matériaux composites, les applications électroniques (grâce à leur conductivité électrique), le domaine de l'énergie (grâce à leur grande surface spécifiques notamment).[Tagrara, 2016]

I.14 Conclusion:

Dans ce chapitre, nous avons donné une généralité sur les nanotubes de carbone et détaillé quelques exemples de méthodes de synthèse des nanotubes de carbone en nous attachant à faire ressortir les avantages et les inconvénients de chacune d'entre elles. Nous avons aussi étudié la structure géométrique des nanotubes de carbone mono-paroi et multicouches, ensuite, nous avons donné leurs propriétés très intéressantes. Tel que les propriétés conductrices, mécanique, chimique et électronique qui dépassant les matériaux existant et donc pouvant révolutionner garce à leur applications de nombreux domaines existant.

Chapitre -II-Les matériaux composites et les nano composites



II.1 Introduction :

Les matériaux composites sont des matériaux constitués d'au moins deux phases dont l'une en générale est une phase continue et représente la matrice, et l'(les) autre(s) constitue(nt) les charges dispersées à l'intérieur de cette matrice. La taille de ces charges va définir le type de composite : micro, nano... Le rôle de cette seconde phase est soit d'améliorer la ténacité du matériau (seconde phase moins rigide que la matrice), soit d'apporter un renforcement mécanique (charges plus rigides que la matrice). **[Florent, 2005]**

Au cours de ces dernières années, les matériaux composites connaissent un essor considérable dans la quasi-totalité des secteurs, ils disposent d'atouts importants par rapport aux matériaux traditionnels. Ils apportent de nombreux avantages notoires : légèreté, résistance mécanique et chimique, bon comportement à l'humidité et à la corrosion, maintenance réduite, liberté de formes. Ils permettent de prolonger la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques et chimiques. Ils participent au renforcement de la sécurité grâce à une bonne tenue aux chocs et au feu. Ils offrent une meilleure isolation thermique, acoustique et, pour certains d'entre eux, une bonne isolation électrique. Ils enrichissent aussi les possibilités de conception en permettant d'alléger des structures et de réaliser des formes complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions. Dans chacun des marchés d'application (bâtiment, automobile, électricité, industries de l'aérospatiale, réacteurs nucléaires, ...). Ces performances remarquables sont à l'origine de solutions technologiques innovantes.

Malheureusement, ces matériaux composites présentent parfois quelques anomalies internes qui ne sont pas forcément visibles en surface. Selon leur taux d'utilisation, les composites sont classés en deux grandes classes: les composites à grande diffusion et les composites hautes performances [Meftah, 2017]

Dans ce chapitre nous nous focaliserons sur les matériaux composites à matrice polymère souple et charges rigides.

II.2. Définition d'un matériau composite :

Un matériau composite peut être défini comme l'assemblage de deux ou plusieurs matériaux, l'assemblage final ayant des propriétés supérieures aux propriétés de chacun des matériaux constitutifs. On appelle maintenant de façon courante matériaux composites des arrangements de renforts (appelés aussi charges) qui sont noyés dans une matrice. La matrice assure la cohésion et l'orientation de la charge. Elle permet également de transmettre à la

Chapitre -II- Les matériaux composites et les nano composites

charge les sollicitations auxquelles est soumis le composite. Les matériaux ainsi obtenus sont très hétérogènes et souvent anisotropes. La nature de la matrice et de la charge, la forme et la proportion de charge, la qualité de l'interface et le procédé de production utilisé sont autant de paramètres qui peuvent influencer les propriétés du matériau composite. La matrice et le renfort peuvent être métalliques, céramiques ou plastiques, ce qui permet d'envisager une multitude de combinaisons. Nous ne présenterons pas ici une revue exhaustive sur les matériaux composites mais nous nous concentrerons sur ceux dont la matrice est constituée d'un polymère. **[Abdoulaye, 2008]**

II.3 Les éléments constituants d'un matériau composite :

Un matériau composite est constitué d'une matrice et d'un renfort, constitué de fibres.

La matrice est elle-même composée d'une résine et de charges dont le but est d'améliorer les caractéristiques de la résine tout en diminuant le coût de production. D'un point de vue mécanique, l'ensemble résine-charges se comporte comme un matériau homogène, et le composite est considéré comme constitué d'une matrice et d'un renfort. Le renfort apporte au matériau composite ses performances mécaniques élevées, alors que la matrice a pour rôle de transmettre aux fibres les sollicitations mécaniques extérieures et de protéger les fibres vis-à-vis des agressions extérieures. [**Berthelot, 2010**]



Figure II-1 Constituants d'un matériau composite

II.4 Les avantages et les inconvénients des matériaux composites :

On site les avantages et les inconvénients suivants : [Adim, 2015]

II.4.1 Avantages

• Gain de masse ;

• Mise en forme de pièces complexes (principe du moulage) et réduction du nombre d'interface (boulonnage, rivetage et soudure sur structures métalliques) ;

- Grande résistance à la fatigue ;
- Faible vieillissement sous l'action de l'humidité, de la chaleur, de la corrosion (sauf en cas de contact entre l'aluminium et des fibres de carbone) ;

• Insensibles aux produits chimiques « mécaniques » comme la graisse, huiles, liquides hydrauliques, peintures, solvants, pétrole, ...etc.

II.4.2 Inconvénients

- Vieillissement sous l'action de l'eau et de la température,
- Attention aux décapants de peinture qui attaquent les résines époxydes,
- Tenue à l'impact moyen par rapport aux matrices métalliques,
- Coût parfois prohibitifs (temps, coût, étude et mise en œuvre),
- Grande concentration de contraintes dans les composites stratifiés et les sandwichs.

II.5 Les Nano composite :

Les nano composites constituent une classe de matériaux à part entière: bien qu'ils aient La même composition que les composites classiques, notamment concernant la nature de La matrice, leur différence réside dans la taille des composants (matrice ou renfort) et dans le fait que certaines propriétés spécifiques n'apparaissent qu'a l'échelle du nanomètre. [Hassani, 2017].



Figure II-2 Exemple d'un nano composite

II. 6 Le polymère :

Les polymères sont des macromolécules formées par un grand nombre d'unités Monomères identiques ou différentes. Ils sont présents dans notre vie quotidienne et se sont Imposés dans tous les domaines de nos activités. Ils font l'objet de nombreux travaux de Recherche dans des laboratoires. Travers le monde. Pour cette raison, des recherches sont effectuées depuis des décennies sur les plastiques capables de conduire l'électricité aussi Bien que les métaux, ou d'émettre de la lumière de différentes couleurs. [**Djelloli, 2012**]



Figure II-3 représentation de polymère

II.7 Généralités sur la structure de polymère :

Le terme plastique est devenu le nom générique des composés organiques macromoléculaires. Les matériaux polymères sont utilisés pour leurs propriétés mécaniques et leurs Aptitudes à être facilement mis en forme. Ces qualités sont liées à la structure qui se décline a différents niveaux : de l'agencement des différents atomes et groupes d'atomes qui constituent la molécule de polymère (macromolécule) jusqu'a celui du matériau constituant l'objet final. Le terme générique de matière plastique ne désigne pas un matériau unique. Comme le terme métal ne désigne pas uniquement le fer ou l'aluminium, la matière plastique désigne de manière générique des matériaux qui différent les uns des autres par leurs structures, leurs modes d'obtention, leurs compositions et leurs propriétés. Tous les plastiques Ont néanmoins une chose en commun : ils sont constitués de grandes Chaînes moléculaires aussi appelées macromolécules. L'unité de base de ces chaines est Les monomères, ces macromolécules, et donc par extension les matières plastiques, sont également appelés Polymères (poly = plusieurs). La définition d'un polymère est : Produit constitue de molécules Caractérisées par un grand nombre de répétitions d'une ou de plusieurs espèces d'atomes ou de groups d'atomes (motifs constitutionnels) reliés entre eux en quantité suffisante pour Conduire à un ensemble de propriétés qui ne varient pratiquement pas avec l'addition ou l'élimination d'un seul ou d'un petit nombre de motifs constitutionnels. **[Reach, 2011]**.

II.8 Classification du polymère :

La classification des polymères peut se faire en adoptant un point de vue physique ou Chimique. Ils peuvent donc être classés suivant des critères tels que: L'origine, L'architecture ou Les propriétés du matériau.

II.8.1 Classification suivant l'origine: Les polymères peuvent être d'origine naturelle, artificielle ou synthétique.

II.8.1.1 Des polymères naturels : Ils sont très nombreux et existent dans la nature. On les divise généralement suivant leur provenance végétale, animale ou minérale.

II.8.1.2 Les polymères artificiels : Leur constituant de base est d'origine naturelle mais ils résultent d'une transformation chimique des fonctions portées par les unités monomères.

II.8.1.3 Des polymères synthétiques : Ils sont constitués de molécules monomères qui n'existent pas dans la nature. Cependant, les structures réalisées par synthèse sont souvent %proches de celles des polymères naturels. **[Zidour, 2012]**

I.8. 2 Classification en fonction de La structure chimique : Il existe deux types de polymères: Les homopolymères et Les copolymères :

II.8.2.1 Les homopolymères : sont des polymères qui ne possèdent qu'une seule unité, ces Homopolymères sont des longues chaînes formées par la répétition d'un monomère, leurs Propriétés mécaniques, écoulement à l'état fondu, optique, sont dues à la structure chimique des monomères et à la longueur des chaînes. **[Jouenne, 2005]**

Il existe au sein des homopolymères différentes familles, on trouve: les homopolymères Linéaires, branchés et étoilés.

II.8.2.2 Les copolymères :

Les copolymères sont des polymères qui possèdent plusieurs unités. Comme pour les Homopolymères, les copolymères peuvent se classer dans différentes familles. On parle alors de modes de copolymères.

$$\begin{array}{c} \bullet - \left(- \begin{array}{c} \mathbf{C} - \begin{array}{c} \mathbf{C} \\ \mathbf{H}_2 \end{array} \right)_n \left(- \begin{array}{c} \mathbf{C} \\ \mathbf{H}_2 \end{array} \right)_n \left(- \begin{array}{c} \mathbf{C} \\ \mathbf{H}_2 \end{array} \right)_n \\ \text{copolyéthylènestyrène} \end{array}$$

Parmi les différents modes de copolymères, nous trouvons:

• Le mode statistique.



• Le mode alterné.



• Le mode séquencé



• Le mode greffé.



Ou (A) et (B) seront deux unités différentes du copolymère.

Les polymères, qu'ils soient homo ou copolymères, peuvent être réticulés. Un Polymère réticulé est un polymère dont certaines de ses chaînes sont reliées entre elles par des ponts chimiques covalents. La plupart des polymères doivent être réticulés avant leur Utilisation. En effet, un polymère est un liquide et pour le maintenir en place, il faut le Réticuler. [Meriem, 2019] **II.8.3 Classification suivant l architecture :** Solon tomolia, les architectures macromoléculaires peuvent être divisées en quatre grandes familles : les polymères linéaires, ramifiés, réticulés et plus récemment, les polymères dendritiques.



Figure II-4 Classification des architectures macromoléculaires selon Tomolia

II.8.3.1 Les polymères d'architecture linéaire sont essentiellement obtenus par des techniques de polymérisation en chaîne (« vivante », depuis de nombreuses années, ou radicalaire contrôlée, plus récemment) ou des réactions de polymérisation par étapes ou polycondensation (entre monomères strictement di fonctionnels).

II.8.3.2 Les architectures ramifiées découlent de réactions de transfert de chaîne, ou bien sont générées par des réactions de greffage. Dans tous les cas, ces architectures linéaires ou ramifiées définissent le domaine des thermoplastiques. Le Nylon, le Plexiglas (polymères linéaires), dont la production a débuté dans les années 1930, ou bien le polyéthylène basse densité (polymère branché), produit à partir des années 1960, sont des exemples de thermoplastiques.

-L'introduction de liaisons covalentes entre chaînes de polymères linéaires ou ramifiés aboutit à la troisième famille,

II.8.3.3Les polymères réticulés : ou « crosslinked polymers ». Paul Flory a étudié le premier ces nouvelles architectures dès le début des années 1940. Elles définissent aujourd'hui le domaine communément appelé des thermodurcissables. Les résines époxy et les caoutchoucs sont des exemples de systèmes polymères réticulés.

II.8.3.4 Les systèmes dendritiques : constituent la quatrième famille d'architecture macromoléculaire. C'est Paul Flory en 1953 qui a le premier évoqué la possibilité de synthétiser des dendrimères à partir de monomères multifonctionnels, dans son célèbre livre "Principles of Polymer Chemistry" [P.J. Flory]. Mais ce n'est qu'à la fin des années 1970 que Vögtle [Buhleier] a décrit la première synthèse de dendrimères (qu'il a appelé « arborols »), suivi par Tomalia [Tomalia, D. A., Baker] et Newkome [G.R. Newkome]. **[Jouenne, 2005]**

II.9 Structures moléculaire des polymères solides :

II.9.1 Structure amorphe : A l'état dense, les polymères peuvent exister sous forme amorphe ou cristalline. A l'état amorphe, les macromolécules linéaires sont imbriquées de façon complexe et leur comportement dépend fortement de la température. A haute température, c'est-à-dire à l'équilibre thermodynamique, elles adoptent une conformation globale en pelote statistique, Si l'on refroidit le polymère, on va plus ou moins « figer » l'état structural de haute température. **[Haudin]**

Lorsque l'arrangement régulier des chaînes macromoléculaires n'est pas atteint, on obtient une structure amorphe. Autrement dit, une phase amorphe est une phase où il y a l'absence d'ordre à longues distances ([C. Oudet] [C. G'sell et J. M. Haudin]). Elle est souvent représentée à un « plat de spaghettis cuit » (Figure II.5). La structure amorphe des polymères est liée directement à la flexibilité des chaînes qui est définie par plusieurs termes : la longueur de chaîne, la ramification, l'effet d'encombrement spatial. Elle est particulièrement due à la possibilité de rotation autour des liaisons σ qui sont des liaisons principales dans le squelette des chaînes macromoléculaires [**Thanh Loan**]



Figure II-5 Schéma d'une structure amorphe [C. Oudet]

II.9.2 Structure cristallin :

Si certains polymères, tels le polystyrène ou les thermodurcissables, sont totalement amorphes à l'état solide, de nombreux autres, en revanche, ont la faculté de cristalliser : polymères naturels (cellulose, protéines fibreuses dans les tissus animaux) ou synthétiques (polyéthylènes, polypropylène, polyamides, polyesters thermoplastiques, etc.). Pour constituer des cristaux, les chaînes macromoléculaires doivent a priori présenter une rigoureuse régularité dans leur structure moléculaire, puis dans leur structure conformationnelle. **[Haudin]**



Figure II-6 : Représentation schématique d'un polymère semi-cristallisé

Chapitre -II- Les matériaux composites et les nano composites

II.10 La Matrice :

En général, les matrices ont essentiellement pour rôle de lier les fibres, de transférer les contraintes imposées sur le matériau aux fibres, de les protéger contre les agressions extérieures et de donner la forme finale du matériau. Il existe plusieurs types de matrices (résines), qui peuvent être classées en matrices organiques (thermoplastiques ou thermodurcissables, élastomères), et minérales (céramique, métallique). **[Nedjema 2017]**



Figure II-7 Organigramme illustrant les différentes familles de matrice .

II.10.1 La matrice de sources minérales :

II.10.1.1 Les matrices céramiques (MC) : dont la mise en forme fait appel à des précurseurs Liquides ou gazeux, qui réagissent pour former la matrice ;

II.10.1.2 Les matrices métalliques (MM) : qui sont initialement sous forme de métal fondu (ou, Parfois, de poudres métalliques que l'on met en forme par frittage). [**Belmahi, 2019**]

II.10.2 Les matrice de sources organiques :

Il existe trois types fondamentaux des matrices organiques :

II.10.2.1 Résine thermodurcissable (TD) :

Les polymères thermodurcissables sont des polymères infusibles, la voie fondue n'est donc pas adaptée à la mise en forme de composite à base de polymères de ce type.

Cependant, il s'agit souvent de polymères a l'état liquide a température ambiante qui Nécessite l'ajout d'un agent réticulant pour générer un réseau tridimensionnel solide et Infusible. Dans la plupart des cas, les nanotubes peuvent être incorpores a la résine liquide En apportant une certaine énergie mécanique. Le composite est ensuite mis en forme par L'ajout de l'agent réticulant.

Les polymères thermodurcissables en général, et les résines époxy en particulier, Ont été largement étudies comme matrice potentielle pour des composites a base de Nanotubes.

II.10.2.2 Résine thermoplastique (TP) :

Présentent une structure linéaire (ou légèrement ramifiée) enchevêtrée qui ne résulte pas d'une polymérisation. Lors de la mise en forme par chauffage, les macromolécules se replient puis se bloquent au cours d'un refroidissement d'où une solidification. Pour le matériau obtenu après mise en œuvre, les liaisons entre macromolécules sont des liaisons physiques faibles de type Van Der Waals : cette transformation est réversible.[Jérémie, 2011].

II.10.2.3 les élastomères :

Dont le renforcement par différentes fibres conduit à diverses applications dans le domaine de l'automobile. [Meftah, 2017].

II.11 Le renfort :

Les renforts assurent les propriétés mécaniques du matériau composite et un grand nombre de fibres sont disponibles sur le marché en fonction des coûts de revient recherchés pour la structure réalisée. Les renforts constitués de fibres se présentent sous les formes suivantes : linéique (fils, mèches), tissus surfaciques (tissus, mats), multidirectionnelle (tresse, tissus complexes, tissage tri directionnel ou plus). La classification des types de renforts couramment rencontrés est indiquée sur la figure II-8 :



Figure II-8 type de renfort

II.11.1 Fibres de verre : ont un excellent rapport performance prix qui les placent de loin au premier rang des renforts utilisés actuellement dans la construction de structures composites.

II.11.2 Fibres de carbone : Les fibres de carbone ont de très fortes propriétés mécaniques et sont élaborées à partir d'un polymère de base, appelé précurseur. Actuellement, les fibres précurseur utilisées sont des fibres acryliques élaborées à partir du polyacrylinitrique (PAN). La qualité des fibres de carbone finales dépend fortement des qualités du précurseur. Le principe d'élaboration est de faire subir aux fibres acryliques une décomposition thermique sans fusion des fibres aboutissant à une graphitation. Le brai qui est un résidu de raffinerie issu du pétrole ou de la houille est également utilisé pour produire des fibres de carbone. Quelques exemples de fibres de carbone classiquement rencontrées : T300, T800, MR40, TR50, IM6, IM7, GY, M55J.

II.11.3 Fibres aramides : Les fibres aramides ont des propriétés mécaniques élevées en traction comme les carbones mais leurs résistances à la compression est faible. La faible tenue mécanique en compression est généralement attribuée à une mauvaise adhérence des fibres à la matrice dans le matériau composite. Pour y remédier, des enzymages des fibres peuvent être utilisé. L'utilisation de composites à fibres hybrides permets également de remédier aux faiblesses des composites à fibres aramides. Des renforts hybrides de type verre–kevlar ou carbone–kevlar sont largement utilisés dans le domaine des loisirs (ski, raquette de tennis). Quelques exemples de fibres aramides : KEVLAR (Dupont de Nemours, USA), TWARON (Akzo, Allemagne-Hollande), TECHNORA (Teijin, Japon).

II.11.4 Fibres céramiques : Les matériaux composites de type céramiques sont souvent constitués de renforts et de matrice en céramique. Les fibres sont élaborées par dépôt chimique en phase vapeur sur un fil support. Ces fibres sont rencontrées dans des applications où la température est très élevée entre 500°C et 2 000°C. Ces matériaux sont utilisés notamment dans les parties chaudes des moteurs d'avions. Quelques exemples de fibres céramiques :

- fibres de Carbure de Silicium
- fibres de Bore
- fibres de Bore carbure de silicium 1.2.5. [Laurent, 2008]

II.12 Propriétés des nanocomposites (polymère/NTC) : les nanocomposites polymère/NTC présentent des propriétés physiques améliorées par rapport au polymère pur :

II.12.1 Propriétés mécanique :

Il a été démontré théoriquement (grâce à des modèles analytiques (Halpin et al, 1976 – Cox, 1952) ou encore des simulations numériques (Hine et al, 2002)) ainsi Qu'expérimentalement (Orefice ,2001- Miwa et al, 1994), que des particules à grand facteur De forme permettent d'améliorer certaines propriétés mécaniques de matériaux composites (Tels que le module d'élasticité ou encore la contrainte à rupture) de manière bien plus Prononcée que des particules isométriques.

Cet effet initialement observé pour des matériaux composites classiques a également été Mis en lumière pour des nanocomposites.

On peut citer quelques adaptations à l'échelle nanométrique du modèle de Halpin-Tsai (Tai et al, 2008- Sun et al, 2008) ou encore du modèle de Cox (Fornes et al, 2003). Ces Modèles prédisent respectivement que le module élastique du nanocomposites final et le Transfert de charge entre la nanocharges et la matrice, sont améliorés lorsque le facteur de Forme des nanocharges augmente.

Des mesures expérimentales valident ces modèles et montrent que des nanoparticules à Grand facteur de forme permettent effectivement, d'améliorer le module d'élasticité de ces Nanocomposites, leur contrainte à rupture ainsi que leur ténacité (résistance à la propagation d'une fracture) (Gojny et al, 2005 - Maiti et al, 2003).

Si l'on considère leur très grand facteur de forme couplé à leurs propriétés mécaniques Impressionnantes (leur contrainte à rupture notamment ainsi que leur rigidité), les nanotubes de carbone permettent, en les incorporant à une matrice polymère, de développer des nanocomposites de fort module avec de faibles taux de charge, autant de propriétés pouvant répondre au cahier des charges de matériaux de structure.

Plusieurs travaux se sont d'ailleurs concentrés sur le rôle joué par les nanotubes de Carbone, à différentes fractions volumiques ou massiques, sur les propriétés mécaniques de Nanocomposites chargés avec des NTC. Les travaux de Gojni et al (2005) comparent quant à eux les caractéristiques mécaniques de différents nanocomposites à matrice polyépoxyde associée à des SWNT, DWNT ou MWNT.

Chapitre -II- Les matériaux composites et les nano composites

Différents états de dispersion sont alors générés par la fonctionnalisation chimique ou Non des DWNT et MWNT (les nanotubes de carbone sont fonctionnalisés amine et présentent Un état de dispersion final bien meilleur que les nanotubes originaux qui sont sous la forme D'agglomérats dans la matrice pour des fractions massiques de 0,1 à 0,5 %. [**Tagrara, 2016**]

II.12.2 Propriétés électrique :

La propriété majeure apportée par l'addition de NTC à une matrice polymère est une amélioration de la conduction électrique du matériau. L'augmentation des propriétés électrique dépend beaucoup du polymère utilisé, mais une conductivité électrique peut passer de 0,01 à 0,1 S/cm, c'est à dire une conductivité électrique 10 fois supérieure à la normale avec un ajout de seulement 5% en masse de NTC.117 Cette valeur de conductivité est alors largement suffisante pour disperser les charges électrostatiques d'un matériau. Le noir de carbone est l'agent le plus communément utilisé jusqu'à présent pour assurer cette propriété dans les matériaux polymères. Cependant, pour atteindre les propriétés électriques requises le taux de noir de carbone doit avoisiner les 15 à 20 % en masse ce qui à malheureusement la particularité de diminuer fortement les propriétés mécaniques du matériau. [Séverine, 2005]

II.12.3 Conductivité thermique

Biercuk et al. 124 ont augmenté les propriétés de conductivité thermique d'une résine époxydique commerciale. Une augmentation de 70% de la conductivité thermique a été mesurée à ? OK et de 125% à température ambiante avec un ajout de NTC de seulement 1% en masse. Ce résultat peut sembler prometteur, cependant, les résultats devraient être bien supérieurs à cela compte tenu de l'aspect « super conducteur »thermique des nanotubes. En effet, il a été calculé que pour un taux de charge de 1% en masse de NTC, le matériau devrait avoir une conductivité thermique 50 fois supérieure à celle du polymère pur. Cette grande différence entre expérience et théorie a été expliquée par Keblinski et al. 125 Normalement, les échanges d'énergie entre deux éléments sont immédiats pour des matériaux ayant des fréquences de vibrations proches. Seulement, les atomes formant les NTC vibrent à une fréquence bien supérieure à celle des atomes environnants. Cette particularité a pour résultat de créer une forte résistance interfaciale entre les NTC et les autres éléments et ainsi de fortement diminuer les transferts de chaleur. Une solution proposée pour limiter cette résistance interfaciale est de créer des liens forts entre les NTC et le matériau environnant afin de faciliter le transfert d'énergie d'un élément à un autre. Cependant, des précautions doivent être prises afin que ces liens ne détruisent pas la structure originelle super conductrice thermique des NTC. **[Séverine, 2005]**

II.13 Les nanocomposites et différences avec les composites « classiques » :

Les nano composites sont également composés d'une matrice contenant des charges. La différence par rapport aux matériaux composites classiques provient du fait que les charges possèdent au moins une dimension de l'ordre du nanomètre. Ces nanocharges peuvent être monodimensionnelles (NTC), bidimensionnelles (argiles en feuillets) ou encore tridimensionnelles (nanosphères).

Les (NC) présentent plusieurs intérêts par rapport aux composites classiques. Un premier Intérêt réside dans la surface interfaciale entre les nanocharges et la matrice. Pour un poids Donné, les nanoparticules présentent une surface d'échange beaucoup plus importante que les Particules de taille microscopique. Les (*NC*) ont donc de meilleures propriétés comparativement aux composites classiques, comme par exemple une meilleure répartition des contraintes à l'intérieur de la matrice.

Bien que l'ajout de charges microscopiques dans une matrice permette d'améliorer quelques Propriétés, cela se fait au détriment d'autres propriétés. Les (NC) présentent souvent des propriétés similaires aux composites classiques mais pour des teneurs en charges jusque 20 fois inférieures, limitant ainsi par la même occasion la dégradation des propriétés provoquée par l'ajout de charges macroscopiques.[**Penu**,2008]

II.13 Interface matrice-renfort dans les nanocomposites à matrice polymère :

La liaison entre la matrice et les renforts est un phénomène physico-chimique Fondamental qui est crée lors de la phase d'élaboration du matériau composite. C'est L'interface (matrice/renfort) qui sera déterminante au niveau des propriétés finales du Composite, et notamment du point de vue mécanique (Ajayan et al, 2007).

Il est à rappeler que pour la plupart des matrices polymères, la compatibilité avec les (CNTs) est faible du fait de leurs structures chimiques très différentes. En effet, l'adhésion Entre un CNT et un polymère est mauvaise du fait des tensions superficielles trop élevées (Gao et al ,2005). Ce désagrément empêche par ailleurs une dispersion efficace et homogène des (CNTs) à l'intérieur de la matrice.

Chapitre -II- Les matériaux composites et les nano composites

De nombreuses études sont menées afin de comprendre et d'améliorer les phénomènes à L'interface (Wei, 2006), (Ajayan et al, 2000). Il s'agit principalement de travailler au niveau De la cohésion entre les deux éléments constitutifs du composite.

Ceci peut être réalisé grâce à une modification de surface des (*CNTs*) avant leur Insertion dans la matrice. [**Tagrara ,2016**]

II.14 Techniques de mise en œuvre :

L'intercalation du polymère entre les galeries des couches de silicates, s'est avérée être une Approche efficace pour la synthèse des nanocomposites. Les méthodes de préparation sont divisées en trois grands groupes selon les matières premières et les techniques de transformation.

II.14.1 Polymérisation in situ :

Dans cette méthode, les couches silicates sont gonflées avec le monomère liquide ou une solution de monomère, donc la formation du polymère peut se produire entre les feuillets intercalés. La polymérisation peut être initiée soit, par la chaleur ou du rayonnement, la diffusion d'un Initiateur convenable, ou un initiateur organique ou un catalyseur fixé via un échange cationique à l'intérieur de l'espace inter lamellaire avant l'étape de gonflement. [Chaoui]

II.14.2 Mélange en solution

Cette méthode consiste à disperser des nanoparticules dans une solution polymère à l'aide d'un solvant adéquat, puis à évaporer ce solvant pour former des films ou des feuilles Nanocomposites. Elle permet en effet d'abaisser la viscosité permettant ainsi de faciliter la dispersion des (NTC). Le solvant du polymère utilisé doit également pouvoir disperser de manière homogène les nanotubes de carbone. La matrice polymère est tout d'abord mise en solution dans son solvant. Les nanotubes sont de leur côté dispersés dans le même solvant sous agitation par ultrasons. Cette solution de (NTC) est ensuite ajoutée à la matrice solubilisée sous agitation. Les nanotubes peuvent de cette manière s'introduire entre les chaînes macromoléculaires du polymère. Enfin Le solvant est extrait par évaporation.

L'un des principaux inconvénients de cette méthode est l'utilisation et l'élimination du

Solvant, sachant que ce solvant peut influencer les propriétés mécaniques du nanocomposite Comme le montrent Khan et al (2007).

Un autre inconvénient provient de l'utilisation des ultrasons, qui bien que très efficaces Pour disperser les (NTC), peuvent également détruire les chaînes macromoléculaires (Aubry, 2009).[tagrara ,2016]





II.14.3 Mélange à l'état fondu :

Cette méthode s'apparente à la voie directe en solution mais le milieu a cette fois une haute viscosité. C'est pourquoi, pour gérer les interactions polymère – nanocharges, il est souvent nécessaire de faire intervenir un agent comptabilisant, qui peut être un copolymère à blocs, un polymère fonctionnel ou un polymère greffé. La Figure 10 schématise la voie dite « fondu » pour l'élaboration de nanocomposite lamellaire avec pour agent comptabilisant un polymère greffé. Le processus d'intercalation par la fusion a été expérimenté pour la première fois en 1993 par Vaia et al [Adebowale, K.O.,]. Il s'agit de mélanger un thermoplastique fondu avec une argile organophile afin d'optimiser les interactions polymère-argile. Ensuite le polymère est ajouté et le mélange est recuit à une température supérieure à la température de transition vitreuse du polymère matrice, aboutissant à la formation d'un nanocomposite [Ming-qin Jiang,, Susmita Sen Gupta,].

Afin de disperser les charges, un cisaillement doit être appliqué dans le fondu grâce à des mélangeurs ou des disperseur. En général des agitateurs à haute vitesse sont utilisés. Mais pour certaines applications des extrudeuses, des broyeurs à billes ou des calandres peuvent être nécessaires en raison de la très haute viscosité des mélanges.

Chapitre -II- Les matériaux composites et les nano composites

L'identification du rôle de la température de mélange et de la masse moléculaire de la matrice a été proposée dans le cas du polystyrène par Vaia et al [Tushar Kanti Sen,], grâce à une étude de cinétique d'intercalation par suivi de l'évolution de l'intensité des pics de diffraction de l'argile. Une élévation de température tout comme une diminution de la masse moléculaire augmente la cinétique de l'intercalation.

L'intercalation par mélange à l'état fondu est maintenant appliquée à de nombreuses matrices polymères. On peut citer, par exemple, le polypropylène (PP). Cependant, une intercalation directe du PP n'a pu être obtenue qu'à partir d'une argile modifiée. Du fait de la polarité de la matrice polymère, l'interaction avec l'argile modifiée n'est pas suffisante pour obtenir l'intercalation. Les solutions généralement adoptées sont soit l'utilisation d'un PP greffé par de l'anhydride maléique (PP-MA) ou des groupes hydroxyles (PP-OH) [O. Abollino, A.], soit l'emploi d'un copolymère PP/PP-MA [Yanhui Li,]. L'intercalation par mélange à l'état fondu a été obtenue avec succès avec d'autres types de matrices telles que le polyamide 6 [Erdal Eren.], le polyamide 11 [Kalyani Swayampakula,], les copolymères comme le poly (styrène-β-butadiène) (SBS) [Sook-Keng Chang,] ou encore les élastomères [**Zenasni 2018**]



Figure II-10 Elaboration de nanocomposites par voie directe en masse.

II.15 Dispersion des renforts :

II.15.1 Dispersion des nanotubes de carbone à l'aide d'ultrasons :

La génération des ultrasons se fait par un appareil muni d'une sonde à ultrasons de Type Hielsher UPS200U. Contrairement aux bains à ultrasons, ce type d'appareil permet D'assurer une énergie acoustique constante en fonction du temps et uniformément repartie. La sonde est directement introduite dans le milieu réactionnel et émet des ultrasons à une Fréquence de 24kHz avec une puissance allant de 40 à 200W.

Les ondes sonores se transmettent par vibration dans toute substance solide, liquide ou Gaz ayant des propriétés élastiques. Dans les liquides et les gaz, les ultrasons produisent tour à tour des cycles de compression et d'expansion qui rapprochent les molécules les unes des Autres dans un cas et les éloignent dans l'autre. Si l'intensité des ultrasons est suffisamment Importante, l'extension peut donner naissance au phénomène de cavitation. Ce phénomène S'accompagne d'une augmentation drastique et localisée de la température et de la pression Pouvant atteindre 5000°C et 2000atm. La taille des bulles est, cependant, relativement petite par rapport au volume total et la chaleur produite est rapidement dissipée sans changer les conditions environnantes (pour des durées relativement courtes).

Lorsqu'elles entrent en contact avec une surface solide, les bulles explosent et Entraînent le liquide qui entre alors en collision avec la surface du solide avec des vitesses Pouvant atteindre dans certains cas 400 km/h. C'est ce phénomène qui est à l'origine de la Bonne distribution des NTC et de la dislocation des agrégats. **[Christian 2008]**



Figure II-11 représenter la formation et la cavitation des bulles [Castro],

II.15.2 Dispersion mécanique par tri cylindre :

A l'origine, cet appareil a été conçu pour broyer des produits dans l'industrie pharmaceutique ou alimentaire (Figure II-12). Son utilisation pour disperser les CNTs est récente. Thostenson et al. Ont montré que le tri cylindre est un outil assez performant pour disperser de manière homogène les CNTs dans une résine epoxy [Thostenson, E. T.; 2006]. Ils ont pu ainsi obtenir des niveaux de conductivités électrique et thermique supérieurs à d'autres travaux (utilisant notamment les ultrasons) cités dans la littérature.



Figure II.12 Tri cylindre Exakt 80E (Source : Exakt Vertriebs GmbH, Allemagne).

• Principe de fonctionnement :

Le principe général d'un tel système mécanique consiste à appliquer une combinaison de forces cisaillements et de pressions sur un fluide en régime laminaire.



Figure II-13 Schéma du circuit d'un fluide dispersé par tri cylindre (Source : IPAT, TUBraunschweig, Allemagne).

La solution à disperser est introduite au niveau des rouleaux 1 et 2. Le cylindre du milieu (numéro 2) tourne dans un sens opposé aux deux autres. On peut modifier la vitesse de rotation du rouleau de refoulement ω 3 (tr/min), qui peut varier entre 30 et 600 tr/min. Ensuite, les deux autres cylindres tournent à des vitesses de rotation différentes avec un rapport de démultiplication tel que :

$$\omega_2 = \frac{1}{3}\omega_3 \tag{II-1}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{3}\omega_3$$

Le second paramètre que l'on peut modifier avec cet appareil est la distance entre chaque rouleau. Elle peut être comprise entre 5 et $130 \,\mu$ m.

La combinaison de ces deux paramètres permettant aussi bien de régler la vitesse de rotation des rouleaux (forces de cisaillement) que la distance (pression exercée sur le fluide) entre eux peut être résumée sous cette forme :



Figure II-14 Actions mécaniques exercées sur le fluide (Source : IPAT TU-Braunschweig, Allemagne)

La dispersion de matériaux avec cet appareil s'effectue donc à partir de plusieurs paramètres ajustables. Nous avons dû travailler sur l'établissement d'un protocole précis afin d'obtenir les meilleurs résultats en matière de dispersion des CNTs. Dans notre cas, la solution liquide contenant uniquement la base et les agrégats de CNTs est versée au niveau des rouleaux 1 et 2. Le liquide est récupéré à l'aide d'une spatule puis réinjecté dans le circuit durant un temps déterminé. Une étude récente a démontré que l'utilisation d'un tri cylindre pour disperser des CNTs dans une matrice epoxy conduisait à de bons résultats en matière de dispersion [Nadler, M Mahrholz, 2008]. De plus, cette méthode évite de trop casser les CNTs.

Finalement, la dispersion mécanique par tri cylindre a été appliquée pour disperser aussi bien les CNTs que les hybrides Al2O3-CNT dans une matrice thermodurcissable. [Bouzlar, 2009]

II.16 Analyse de l'orientation et de la dispersion de nanotubes de carbone mélangés à une matrice polymère :

II.16.1 Orientation préférentielle des MWNT par étirage

Nous nous sommes intéressés tout d'abord à l'orientation préférentielle que prennent les MWNT à l'intérieur d'une matrice polymère lorsque celle-ci est soumise à un étirage. De manière générale, une fibre produite par étirage du polymère doit être sectionnée de manière parallèle et perpendiculaire à l'axe d'étirage pour pouvoir ensuite être examinée par microscopie. Cependant, le polypropylène utilisé jusqu'à présent dans cette étude est un polymère de Tg faible (-10°C), souple, et il n'a pas été possible d'obtenir de découpes utilisables en microscopie électronique à transmission. Pour cette raison, une matrice polymère polystyrène (PS) avec une plus haute température de transition vitreuse (Tg = 100°C) a été utilisée. Même si le polystyrène n'est pas un polymère utilisé en textile, celui-ci peut tout de même supporter un étirage sans se rompre, et former une fibre. Ce polymère sert donc de modèle afin de vérifier que les MWNT peuvent s'orienter dans une matrice polymère sous l'influence d'un étirage mécanique. Le mélange PS/MWNT (0,5% en poids) a été extrudé pendant 15 min à 250°C avec une vitesse de vis-de 250 tr/min dans la mini extrudeuse DAGA et a été étiré manuellement en sortie de filière. Les fibres ont été montées dans de la résine époxy et analysées en microscope électronique à transmission (TEM) .Les résultats obtenus au microscope électronique à transmission peuvent être observés sur les Figures 12, 13 et 14. Cette étude portant sur l'orientation des MWNT, les clichés ont donc été pris en évitant les agglomérats de MWNT, afin de simuler seulement le comportement des MWNT dispersés dans la matrice polymère. La première image (Figure II 15) correspond à l'échantillon n'ayant subi aucun étirage, aucune orientation préférentielle des MWNT ne peut être déterminée. Les deux autres images correspondent aux découpes perpendiculaire (Figure II 16) et parallèle (Figure II 17) à l'axe de la fibre. Sur la section perpendiculaire, de simples points sont observables, ceux-ci correspondent à la section des MWNT. Sur la découpe parallèle à l'étirage les MWNT apparaissent tout en longueur et avec une orientation préférentielle. Ces clichés démontrent qu'une forte orientation des MWNT se produit lorsqu'un polymère est soumis à un étirage, même faible, comme celui réalisé dans cette expérience. [Séverine, 2005].



Figure II.15 Coupe du mélange PSIMWNT en sortie d'extrusion sans aucun étirage.



Figure II-16 TEM d'une coupe perpendiculaire De fibre PS/MWNT.



Figure II.17 Image TEM d'une coupe parallèle À L'étirage d'une fibre PS IMWNT

II.17 Composites de fibres de carbone à matrice polymère :

Les composites (fibres de carbone)/ (résines) constituent des composites à très hautes performances. Leur résistance à la rupture, leur rigidité, leur résistance à la fatigue et à la corrosion sont plusieurs fois supérieures à celles des aciers et des alliages légers, tandis que, simultanément, leur densité est deux à cinq fois plus faible. De plus, leur coefficient de dilatation est pratiquement négligeable et très inférieur à celui des métaux. Les résines les plus fréquemment utilisées dans la confection de ces composites sont des résines époxydes, dès lors que leurs températures d'utilisation ne dépassent pas 200 °C. Ces résines présentent plusieurs avantages :

- Importante commodité de mise en œuvre
- Excellente adhérence aux fibres de carbone;
- Faible retrait au cours du durcissement;
- Très bonne résistance aux agents et/ou conditions extérieurs.

II.18 Les applications des nanocomposites dans la construction civile :

Selon Hamelin (Hamelin, 2007) (Hamelin, 2009), le développement des matériaux composites dans le secteur du Génie Civil suit deux orientations principales :

 \Rightarrow La conception et la réalisation d'ouvrages ou de parties d'ouvrage en matériaux composites.

 \Rightarrow Le renforcement, la protection, la maintenance et la réparation d'ouvrages existants. [Geoffre, 2010].

Les composites apportent au bâtiment la souplesse des formes, la résistance aux contraintes climatiques, et les composites renforcés de fibres de carbone la résistance aux séismes.

Les composites permettent de mieux protéger les bâtiments contre les agressions extérieures grâce à leurs qualités :

De résistance à la corrosion, qui justifie l'utilisation des composites dans la réhabilitation des ponts aux Etats Unis et en Grande Bretagne (matériaux pultrudés en particulier),

D'étanchéité et d'isolation thermique (panneaux isothermes),

D'isolation phonique,

De bonne tenue aux variations climatiques, de température et d'humidité (dômes, maisons mobiles).

II.19 Conclusion :

Le processus de l'introduction des matériaux composites à base des déférentes fibres a été accéléré par la mise au point de méthodes techniquement fiables et compétitives comparativement aux anciens procédés de renforcement à base d'acier. Les fibres de carbone présentent en effet divers avantages : faible densité, absence de corrosion, excellentes propriétés mécaniques, très bonne tenue à la fatigue et facilité de manipulation.

Les nanocomposites présentent des avantages face aux composites classiques:

- Une amélioration significative des propriétés mécaniques notamment de la résistance sans compromettre la ductilité du matériau car la faible taille des particules ne crée pas de larges concentrations de contraintes.

- Une augmentation de la conductivité thermique et de diverses propriétés notamment optiques qui ne s'expliquent pas par les approches classiques des composants. Les nanoparticules, ayant des dimensions en deçà des longueurs d'onde de la lumière visible, permettent au matériau de conserver ses propriétés optiques de départ ainsi qu'un bon état de surface.

CHAPITRE -III-TEORIE DES POUTRES ET FONDATIONS ELASTIQUES


III.1 : Introduction :

Les poutres représentent un élément très rependu pour modéliser les structures, soit en génie civil tel que les bâtiments, les ponts, les chemins de fer,...etc. soit en mécanique ou dans autres secteurs.

Pour résoudre les problèmes des structures ayant comme éléments structuraux des poutres dans le domaine élastique, il est nécessaire de choisir la bonne théorie écrivant correctement le comportement statique et dynamique de la structure ainsi que la méthode de résolution à appliquer. La théorie des poutres est un modèle utilisé dans le domaine de la résistance des matériaux. On utilise trois modèles :

➢ la théorie d'Euler-Bernoulli, qui néglige l'influence du cisaillement ;

la théorie de Timoshenko qui prend en compte l'effet du cisaillement en exigeant un facteur de correction ;

➢ la théorie d'ordre élevé qui prend en compte l'effet du cisaillement.

[TAGRARA 2017]

III.2 : Théories des poutres selon la prise en compte du cisaillement :

La construction d'une théorie de poutre nécessite l'introduction de certaines hypothèses, qui représentent des simplifications acceptables de la réalité. Plusieurs théories dans la littérature jouent sur la prise en compte ou non du cisaillement. On cite, dans ce qui suit, les trois les plus répandues.

II.2.1 : Principe de Navier Bernoulli généralisé

L'hypothèse de Navier Bernoulli consiste à supposer que les sections normales à la fibre moyenne restent planes pendant la déformation de la poutre ou des plaques. Cette hypothèse qui permet de calculer les contraintes normales dues ou moment fléchissant, est bien vérifiée dans le cas de flexion pure où l'effort tranchant est nul .Par contre, dans le cas de la flexion simple avec effort tranchant, les sections ne restent pas planes, mais se gauchissent en forme de lettre S très comprimée. De même lorsque nous étudions la torsion, nous verrons qu'une section non circulaire, ayant deux axes symétries, tient sous l'effet d'un couple de torsion, un gauchissement radial. Le principe de Navier Bernoulli est fondé sur les observations suivantes:

• Le gauchissement d'une section est toujours très petit vis-à-vis des dimensions de la section.

• La variation du gauchissement, lorsqu'on passe d'une section à une section infiniment voisine, est toujours très petite, non seulement vis-à-vis de la distance des deux sections infiniment voisines.

• Le principe de Navier Bernoulli revient à négliger le cisaillement et le gauchissement des sections transversales dans l'étude de déplacement et de déformation d'un élément de poutre ou de plaque [ADIM .2016]



Figure III-1 La cinématique de la théorie classique des poutres

En se basant sur les hypothèses ci-dessus, le champ de déplacement peut se donner par :

$$\begin{cases} u(x,z) = u_0 - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} \\ w(x,z) = w_0(x) \end{cases}$$
(3-1)

Ce champ se décompose en deux parties :

u(x, z) est le déplacement axial de la membrane $z(\partial w_0(x)/\partial x)$ est le déplacement axial dû à la flexion w(x, z) est le déplacement transversal $u_0(x)$ est le déplacement axial de la fibre moyenne $\partial_{W_0}(x)/\partial x$ est la rotation due à la flexion

 $W_0(x)$ est le déplacement transversal de la fibre moyenne

Sous ces considérations, les sections droites de la poutre ne subissent aucun glissement, en effet :

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x}$$
(3-2)

Qui en résulte une contrainte nulle de cisaillement

$$\tau_{xz} = G\gamma_{xz} = 0 \tag{3-3}$$

Avec G: le module de cisaillement transverse.

Donc on résume que le cisaillement est négligeable par cette théorie. Ce modèle donne des bons résultats pour les poutres élancées, mais il n'est pas valable pour les poutres courtes. [ZEMRI,2016]

III.2.2. Théorie des poutres (FSDBT) :

La théorie de Timoshenko est plus riche et plus générale que la théorie élémentaire des poutres au prix d'une fonction supplémentaire. Cette solution permet d'affiner les solutions analytiques issues de la théorie classique. Toutefois ces solutions sont entachées d'erreurs au voisinage des appuis et de la zone indentation où nous pouvons avoir des concentrations de contrainte et des champs de déplacement non homogènes. . Cette amélioration consiste à rajouter la déformation en cisaillement transverse dans les hypothèses cinématiques. La distribution de cette déformation est supposée constante dans l'épaisseur. Figure III-2.



Figure III-2 Schématisation des déformations dans le cas de la théorie des poutres du premier ordre

La théorie du premier ordre est basée sur le champ de déplacement suivant :

$$\begin{cases} u(x,z) = u_0 - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + \psi(z)\phi_x \\ w(x,z) = w_0(x) \end{cases}$$
(3-4)

Avec :

Le déplacement dû au cisaillement $z\Phi x$, où Φx est la rotation due au cisaillement.

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x = \phi_x$$
(3-5)

$$\tau_{xz} = G\gamma_{xz} = 0 \tag{3-6}$$

La théorie des déformations du premier ordre nécessite un facteur de correction du cisaillement qui est difficile à déterminer à cause de sa dépendance à la fois, de la géométrie, du coefficient de Poisson à travers l'épaisseur, des charges appliquées et des conditions aux limites.

Timoshenko a été le premier à avoir étudié les effets des déformations de cisaillement et de l'inertie de rotation dans l'analyse des poutres, c'est pourquoi le modèle de la poutre avec une théorie du premier ordre est aussi appelé modèle ou poutre de Timoshenko. [BELLIFA,2015]



Figure. III-3 La distribution (constante) des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur dans la théorie de Timoshenko

III.2.3 La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (Higher Order Shear Deformation Theory HSDT)

Dans cette théorie la distribution des champs de déplacement est non linéaire selon l'épaisseur de la poutre. Elle est plus précise que la théorie du premier ordre puisqu'elle introduit une fonction qui tient compte du phénomène de "gauchissement».Ce phénomène apparaît lorsque la section transversale de la poutre perd sa planéité (figure III-4). La fonction représente le gauchissement et sa dérivée $\Phi'(z)$ le cisaillement. [TAGRARA 2016]



Figure III-4 Illustration de la cinématique de la poutre d'ordre élevé

Le champ de déplacement est généralement écrit comme suit :

$$\begin{cases} u(x,z) = u_0 - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + \psi(z)\phi_x \\ w(x,z) = w_0(x) \end{cases}$$
(3-7)

On trouve les mêmes parties : le déplacement de la membrane, le déplacement dû à la flexion et le déplacement dû au cisaillement. Mais cette fois, le déplacement axial du au cisaillement n'est plus linaire. Donc, on remplace le « z » pour la théorie précédente par une fonction Ψ (z) qu'on l'appelle « fonction de gauchissement » ou « fonction de forme ». Cette dernière représente l'allure de la déformation de la section transversale, c'est ce qu'on appelle « le gauchissement », donc elle doit être impaire pour prendre la forme de « S » aplatie qui est remarquée lors de la déformation de la poutre. La fonction de gauchissement doit aussi satisfaire les conditions aux limites de la nullité des contraintes tangentielles aux surfaces supérieurs et inferieurs de la poutre.

En effet, les déplacements de la théorie classique des poutres (CBT) sont obtenus en prenant

$$\psi(z) = 0 \tag{3-8}$$

Alors que la théorie de premier ordre (FSDT) peut être obtenue en mettant

$$\psi(z) = z \tag{3-9}$$

Plusieurs modèles de fonctions de forme ont été proposés par plusieurs auteurs, chacune d'elle donne des résultats comparable et très proche.

Les déplacements de théorie cubique de déformation de cisaillement (FSDT) de Reddy [Reddy, 1997 et 1999] sont donnés par :

$$\psi(z) = z(1 - (\frac{4}{3h^2})z^2)$$
(3-10)

Dans le modèle de Reddy, le champ de déplacement membranaire est cubique. Ce modèle donne une bonne approximation pour les contraintes de cisaillement transverse par rapport à la solution d'élasticité tridimensionnelle.



Figure. III-5 La distribution (variable) des contraintes de cisaillement

à travers l'épaisseur dans la théorie d'ordre élevé.

La distribution des contraintes de cisaillement transverse est parabolique dans l'épaisseur. Les conditions aux limites sur les surfaces libres sont satisfaites.

Touratier [Touratier, 1991] a proposé le modèle sinusoïdal (SSDT) qui est différent des autres modèles d'ordre supérieurs puisqu'il n'utilise pas de fonction polynomiale. Une fonction trigonométrique sinusoïdale est donc introduite pour modéliser la répartition des contraintes de cisaillement dans l'épaisseur. La fonction de cisaillement transverse [ZEMRI, 2016] s'écrit comme ci-dessous :

$$\psi(z) = (h/\rho)\sin(\rho z/h)$$

(3-11)

Les contraintes de cisaillement transverses déterminées par les modèles (sinus) prennent une forme Co sinusoïdale dans l'épaisseur de la poutre. La précision de ce modèle par rapport à la solution exacte est meilleure que la théorie de Reddy.

La version exponentielle de la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (The exponentiel shear déformation plate theory ESDPT) développée par Karama [Karama et al. 2003] est obtenue en prenant :

$$\psi(z) = z e^{-2(z/h)^2}$$
(3-12)

La version hyperbolique de la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (The hyperbolic Shear déformation plate théory HSDPT) développée par Ait Atmane [Ait Atmane et al. 2010] est obtenue en prenant :

$$\psi(z) = \frac{\cosh(\rho/2)}{[\cosh(\rho/2) - 1]} - \frac{(h/\rho)\sinh((\rho/h)z)}{[\cosh(\rho/2) - 1]}$$
(3-13)
$$\varphi_z = 0$$
(3-14)

On peut décortiquer le déplacement transversal
$$w(x)$$
 en deux parties : $w_b(x)$ pour la flexion (bending) et $w_s(x)$ pour le cisaillement (shear), le champ de déplacement peut s'écrire .

$$\begin{cases} u(x,z) = u_0 - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f(z) \frac{\partial ws}{\partial x} \\ w(x,z) = w_b(x) + w_s(x) \end{cases}$$
(3-15)

Sachant que :
$$f(z) = z - \psi(z)$$
 (3-16)

III.3 : Les modèles Zig-Zag :

Pour mieux décrire la déformation en cisaillement des matériaux composites, certains auteurs ont associé la théorie d'ordre élevé à celle dite de zig-zag [Cho 1996] et [Choa 2000], Cette dernière est destinée justement à mieux décrire les effets d'interface. Ainsi, différents modèles issus de l'approche par couche ont été proposés. Le multicouche est subdivisé en sous-structures (correspondant en fait à chaque couche ou chaque ensemble de couches). On applique à chaque sous-structure une théorie du premier ordre ou un modèle d'ordre élevé. La cinématique des modèles zig-zag satisfait a priori les conditions de contact et elle est indépendante du nombre de couches. L'avantage principal du champ de déplacement des modèles zig-zag réside dans la bonne modélisation de la distorsion de la normale à la surface déformée, ainsi que dans la vérification des conditions de continuité, et ce sans augmenter pour autant le nombre et l'ordre des équations fondamentales de la théorie du premier ordre. Le recours à des coefficients de correction pour cisaillement transverse est évité. En se basant sur le concept de Di Sciuva [Di Sciuva 1984], plusieurs auteurs ont réalisé des améliorations significatives pour le modèle zig-zag ([Murakami 1986], [Averill 1994], [He 1994], [Icardi 2001], [Carrera 2004]). L'amélioration principale est l'introduction d'une distribution non linéaire des déplacements. On superpose le champ zig-zag (linéaire par morceau) à un champ de déplacement d'ordre élevé (souvent cubique) figure III-6. Les conditions de compatibilité sont satisfaites sur les surfaces supérieures et inférieures des plaques pour réduire le nombre.



Figure III-6 Champ de déplacements du modèle zig-zag d'ordre élevé

A travers notre lecture de la littérature en matière de théories d'ordre élevé, il apparaît que celles-ci sont certes intéressantes du point de vue précision, mais demeurent néanmoins coûteuses en temps de calcul et assez complexes en termes de formulations. **[ADIM, 2016].**

III.4 Modélisation d'un système solide reposant sur un milieu élastique

Plusieurs approches existent en mécanique pour modéliser un solide reposant sur un milieu élastique (sols, matrice polymère, etc.) : Winkler en 1867, Filonenko et Borodich en 1940, Hetényi en 1950 ; Winkler-Pasternak en 1954 et Vlasov en 1960 et Kerr en 1964 [Emile, 1994 ; Zimmos, 1987 ; Iancu, 2009a ; Vinod, 2014].

III.4.1 : Modèle élastique à un seul paramètre (Winkler)

Historiquement on peut dire que ce modèle développé à l'origine pour l'analyse des voies de chemin de fer a prouvé son efficacité, en commençant par Boussinesq 1885 qui a étudié le

problème d'un milieu semi-infini homogène isotrope linéaire élastique soumis à une charge verticale concentrée (P) [Iancu, 2008]. Vesic 1961, a comparé les résultats d'une poutre infinie sur une fondation élastique. En utilisant l'approche de Winkler, il a constaté que l'hypothèse de Winkler est pratiquement satisfaite pour des poutres relativement longues [Chandra, 1987] mais pas pour le cas des poutres de longueur finie, de section variable (moment d'inertie variable) ou un changement de module de la réaction du sol support [Iancu, 2014]. Gibson en 1967 a validé la discontinuité de déplacement qui apparaît entre la partie chargée et la partie non chargée de la surface de fondation (sol-Gibson) (figure III-7) où il a constaté que les déplacements sont presque constants en dessous de la zone chargée et sont négligeables en dehors de cette zone [Chandra, 1987 ; Iancu, 2009a]. Par la suite, Gibson à ainsi largement validé l'application du modèle de Winkler pour les sols, en particulier pour les sables dont le module augmente avec la profondeur [Chandra, 1987].



a - Fondation Winkler; b - fondations pratiques (réel) du sol.

Figure III-7 Déformations des fondations élastiques sous pression uniforme [Zimmos, 1987; Emile, 1994]:

Winkler suppose dans sa modélisation une poutre posée sur un support (fondation) élastique, modelé par une série de ressorts verticaux indépendants, identiques, infiniment rapprochés, sans effet d'accouplement, linéairement élastiques et d'une raideur constante $k_{\omega}(x)$. Ce modèle ne prend pas en compte les déformations de cisaillement transversal pour simplifier l'obtention des solutions analytiques ^[HetVenyi, 1961].

La raideur $k_{\omega}(x)$ indiquée ci-dessus est nommée par la constante de proportionnalité [Iancu, 2009b] et connue sous le nom de module de réaction de sol support [Chandra, 1987], Dans le cas d'un solide linéaire [Karasin, 2014] à rigidité constante [Iancu, 2014], on peut écrire la relation pression-flexion en tout point selon l'Eq.(III-17):

$f(x) = q(x) = -k_w w(x)$

(3-17)

 $k_{\omega}(x)$ est la réaction sous-jacente proportionnel au module de Young module du milieu élastique.

III.4.2 : Modèle élastique à deux et plusieurs paramètres.

Des théories pour améliorer le modèle de winkler ont été établis, en visualisant divers types d'interconnexions telles que des couches de cisaillement et des poutres le long des ressort introduites par Winkler, on cite : Filonenko-Borodich, 1940; Hetényi, 1950; Pasternak, 1954; Vlasov, en 1960 et Kerr, 1964 [Iancu, 2008 ; Madhav, 2015]. Ces théories ont pour objectifs de donner une représentation la plus proche à la réalité du support de fondation. En plus du modèle de Winkler représenté par des ressorts de raideur $k_w(x)$, les modèles à plusieurs paramètres contient d'autres paramètres liés au sol ou à des couches d'interfaces fictives. Dans le cas particulier où ces derniers s'annulent, la modélisation mécanique de la fondation converge vers la modélisation de Winkler [Iancu, 2008].

III.4.2.1 Modèle Filanenko Borodich (1940)

C'est un modèle à deux paramètres, il nécessite d'introduire une continuité entre les éléments de ressort individuels du modèle de Winkler. Pour cela les ressorts sont connectés à une membrane élastique mince sous l'effet d'une tension constante (traction) N (figure III-8).



Figure III-8 Modèle Filanenko Borodich [Zimmos, 1987].

La réaction du modèle peut être exprimée mathématiquement comme suit:

• Pour une fondation rectangulaire ou circulaire Eq. (III-18):

$$p = k_w - N\nabla^2 w \tag{3-18}$$

• Pour une bande de fondation Eq. (III-19) :

$$p = k_w - N\nabla^2 \frac{d^2 w}{dx^2}$$
(3-19)

Où, N est la force de traction.

et le Laplacien est définit par Eq.(III-20) :

$$\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2}{\partial^2 y}\right)$$
(3-20)

Par conséquent, l'interaction des éléments à ressort est caractérisée par l'intensité de la tension N dans la membrane.

III.4.2.2 Le modèle d'Hetenyi (1950)

Ce modèle suggéré dans la littérature peut être considéré comme un juste compromis entre deux approches extrêmes (à savoir la fondation de Winkler et le milieu continu isotrope). Dans ce modèle, l'interaction entre les ressorts discrets est réalisée en incorporant une poutre élastique ou une plaque élastique d'une rigidité D, qui ne subit que des déformations en flexion (figure III -9) [Madhav, 2015].



Figure III-9 Modèle de fondation d'Hetenyi [Madhav, 2015]

Ainsi en ajoutant au modèle de Winkler la rigidité de la plaque D, la relation de déflexion de pression s'écrit Eq. (III-21):

$$p = k_w + D\nabla^4 w \tag{3-21}$$

Avec le laplacien est calculé par Eq.(III-22):

$$\nabla^{4} = \left(\frac{\partial^{4}}{\partial^{4}x} + \frac{\partial^{4}}{\partial^{4}y} + 2\frac{\partial^{4}}{\partial^{2}x\partial^{2}y}\right)$$
(3-22)

Où D représente la rigidité en flexion de la plaque ou de la poutre élastique, donné par Eq. (III-23) :

$$D = \frac{(E_p h_p^{3})}{(12(1-\mu_p)^2)}$$
(3-23)

P est la pression dans l'interface entre la plaque et les ressorts, E_p et μ_p sont le module de Young et le coefficient de poisson de la plaque ou de la poutre, h_p est l'épaisseur de la plaque ou de la poutre.

III.4.2.3 Modèle de Pasternak (1954) :

Pasternak en 1954 a utilisé un modèle semblable à celle de Filanenko Borodich dans sa forme et équation, mais l'interaction de traction à été remplacé par une interaction de cisaillement entre les ressorts en reliant les extrémités des ressorts à une couche constituée d'éléments verticaux incompressibles qui ne se déforment que par cisaillement transversal [Emile, 1994 ; Zimmos, 1987; Dobromir, 2012]. C'est le modèle Winkler-Pasternak (figure III-10).



Figure III-10 poutre repose sur une fondation élastique à deux paramètres (WinklerPasternak) au repos et après déformation [Zimmos, 1987 ; Iancu, 2008 ; Iancu, 2009b ; Dobromir, 2012].

La relation pression-déflexion selon le modèle de Pasternak est donnée par l'Eq. (III-24) :

$$p = k_w - G\nabla^2 \omega \tag{3-24}$$

Où G est le module de cisaillement de la couche incompressible ou de la couche de cisaillement.

III.4.2.5 Modèle de Vlasov (1960)

Vlasov, en 1960, a adopté l'approche de la continuité simplifiée basée sur le principe variationnel et en déduit un modèle de base à deux paramètres. Dans sa méthode, la fondation a été traitée comme une couche élastique et les contraintes ont été imposées en limitant la déflexion dans la fondation à une forme de mode appropriée, $\varphi(z)$, le modèle de Vlasov à deux paramètres (figure III-11) prend en compte l'effet de l'énergie de déformation de cisaillement négligée dans le sol et les forces de cisaillement provenant du sol environnant en introduisant un paramètre arbitraire, γ , pour caractériser la distribution verticale de la déformation dans le sous-sol [Iancu, 2009a ; Madhav, 2015].



Figure III-11 Poutre reposant sur une fondation de Vlasov [Iancu, 2009a].

Supposons une poutre, supportée par un milieu élastique à deux paramètres, (Figure III-11). La réaction de ce milieu à deux paramètres soumise à une charge répartie, q(x) est décrite par l'Éq (III-25) :

$$p(x) = k_s(x)Bw(x) - k_1 B \frac{d^2 w(x)}{dx^2}$$
(3-25)

Best l'épaisseur de la poutre ; w est la déflexion de la ligne moyenne de la poutre ; k_s la raideur du sol élastique. En utilisant le calcul vibrationnel, les paramètres du modèle de Vlasov sont exprimés selon l'Éq. (III-26) et l'Éq. (III-27) [Iancu, 2009b] :

$$k_{s} = \int_{0}^{H} \frac{E_{s}(1-v_{s})}{2(1+v_{s})(1-2v_{s})} (\frac{d\varphi}{dz})^{2} dz$$
(3-26)

$$k_1 = \int_0^H \frac{E_s}{2(1+v_s)} \varphi^2 dz$$
 (3-27)

Avec $\varphi(z)$ est donnée par l'Éq. (III-28) :

$$\varphi(z) = \frac{\sinh \gamma (1 - \frac{z}{h})}{\sinh \gamma}$$
(3-28)

C'est une fonction définissant la variation de la déviation v (x, y), dans la direction z , qui satisfait la condition limite selon l'Éq (III-29) suivante :

$$\left(\frac{\gamma}{H}\right)^{2} = \frac{1 - 2v_{s}}{2(1 - v_{s})} \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\frac{dw}{dx})^{2} dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} w^{2} dx}$$
(3-29)

Puisque γ n'est pas connu a priori, pour cela, en supposant initialement une valeur approximative de γ , les valeurs de k_s et k₁ sont alors évaluées à l'aide des (Éq. (III-26) et Éq. (III-27)). À partir de la solution de la déflexion de la poutre, la valeur de γ est calculée à l'aide de l'Éq. (III-29). La nouvelle valeur de γ est à nouveau utilisée pour calculer les nouvelles valeurs de k_s et k₁. On utilise un processus itératif, la procédure est répétée jusqu'à ce que deux valeurs successives de γ soient approximativement égales [Iancu, 2009b].

III.4.3 Modèle de Kerr (1964), modèle à trois paramètres :

En tant que généralisation du concept de Pasternak, Kerr a proposé en 1964 un modèle de fondation à trois paramètres composé de deux couches de ressorts élastiques de raideurs différentes k_1 et k_2 et relié es entre elles par une couche de cisaillement d'un module de cisaillement *G* (Figure. III-12). L'équation différentielle régissant la réponse de ce modèle est donnée par [Kerr, 1964 ; Celep, 2007 ; Madhav, 2015].



L'équation différentielle gouvernante de ce modèle peut être exprimée selon l'Éq (III-30)

$$\left(1 + \frac{k_2}{k_1}\right)q = \frac{GH}{k_1}\frac{d^2q}{dx^2} = k_2\omega - GH\frac{d^2\omega}{dx^2}$$
(3-30)

Où k_1 et k_2 sont les raideurs des la première et la deuxième couches ou séries de ressorts. *w* est la déflexion de la première couche.[**Belmahi.2019**]

III.5 : Conclusion :

Dans ce chapitre on a, donné un aperçu sur les différentes théories des poutres tels que la théorie classique des poutres (Théorie d'Euler Bernoulli), Théorie de déformation en cisaillement premier ordre (Théorie de Timoshenko) et la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé, avec une présentation des approches existent en mécanique pour modéliser un solide reposant sur une fondation élastique, les modèles sont : Winkler en 1867, Filonenko et Borodich en 1940, Hetényi en 1950 ; Winkler-Pasternak en 1954 et Vlasov en 1960 et Kerr en 1964.

Dans le cadre de ce travail de recherche. On va appliquer une nouvelle théorie de déformation d'ordre élevé pour analyser la vibration libre d'une poutre sous effet des nanocharges dans un milieu élastique parce que cette théorie est plus précise et plus pratique que les autres.

IV-1 Introduction:

Dans ce chapitre, nous avons étudié la vibration libre d'une poutre nanocomposite a base de nanotube de carbone à paroi simple (SWCNT) type armachair et la matrice Polymer, sur une fondation élastique type kerr. La théorie considérée est celle de la poutre d'ordre élevée raffinée simple et efficace, une solution analytique générale de la vibration libre a été dérivée par l'application des équations d'équilibres en utilisant le principe de Hamilton .On supposent que la structure a les même propriétés à n'importe quel points, on prend les conditions au limites (poutre simplement appuyée).

Plusieurs aspects des paramètres des ressorts, des rapports d'épaisseur, des fractions volumiques des NTC, des types de La distribution des NTC, etc., qui ont un impact considérable sur les solutions analytiques, est également étudiée.. Nous avons passé à un calcul adimensionnel afin de comparer les résultats déterminés par cette théorie à d'autres résultats disponibles dans la littérature.

IV-2- Les poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone à gradation fonctionnelle :

Notre étude est constituée d'un mélange de SWCNT et matrice polymère. Soutenu par la fondation élastique kerr.

Pour un matériau nanocomposite, les propriétés du matériau peut être calculées .on utilise la loi de mélange : [Bakhti et al. 2013, Kaci et al. 2012, Wattanasakulpong and Ungbhakorn 2013]

$$E_{11} = \eta_1 V_{cnt} E_{11}^{cnt} + V_p E^p$$
(4-1)

$$\frac{\eta_2}{E_{22}} = \frac{V_{cnt}}{E_{22}^{cnt}} + \frac{V_p}{E^p}$$
(4-2)

$$\frac{\eta_3}{G^{cnt}_{12}} = \frac{V_{cnt}}{G_{12}^{cnt}} + \frac{V_p}{G^p}$$
(4-3)

Où E_{11}^{cnt} ; E_{22}^{cnt} et G_{12}^{cnt} sont respectivement le module de Young et le module de cisaillement de SWCNT.

Et Ep et Gp sont les propriétés matérielles correspondantes de la matrice polymère. Vent et Vp sont des fractions volumiques pour le nanotube de carbone et la matrice polymère, respectivement, avec les relations de $V_{ent} + V_P = 1$. Pour introduire les propriétés des matériaux en fonction de la taille du SWCNT, le CNT Les paramètres d'efficacité, **n**i (i = 1,

2, 3), sont pris en compte. Ils peuvent être obtenus en faisant correspondre les modules élastiques des CNTRC estimés par la simulation MD avec les résultats numériques déterminés [Han and Elliott 2007] En utilisant la même règle, le coefficient de Poisson (v) et La densité de masse (ρ) des poutres CNTRC est exprimée comme suit :

$$\rho = V_{cnt} v^{cnt} + V_p v^p , \quad \rho = V_{cnt} \rho^{cnt} + V_p \rho^p$$
(4-4)

E<R Dans ce travail, les paramètres d'efficacité des NTC (ηi) associés à la fraction de volume V_{cnt} * sont :

case	$\eta_{_1}$	$\eta_2 = \eta_3$
V [*] _{cnt} =0.12	1.2833	1.0566
V [*] _{cnt} =0.17	1.3414	1.7101
V [*] _{cnt} =0.28	1.3238	1.7380

 $O\hat{u} v^{cnt}$, v^{p} , *et* ρ^{cnt} , ρ^{p} sont des coefficients de Poisson et les densités des NTC et des polymères

Respectivement.

Quatre modèles différents de renforcement sur les sections transversales sont prises en compte dans cette étude, comme l'indique la (figure IV-1) . la fonction de distribution des nanotubes de carbone est comme suit :



Figure IV-1 : des sections transversales de différents modèles de renforcement

UD- Beam:
$$V_{cnt} = V_{cnt} *$$
 (4-5a)

O-Beam:
$$V_{cnt} = 2(1-2\frac{z}{h})V_{cnt} *$$
 (4-5b)

X-Beam:
$$V_{cnt} = 4(\frac{z}{h})V_{cnt} *$$
 (4-5c)

V-Beam:
$$V_{cnt} = 2(1+2\frac{z}{h})V_{cnt}$$
 * (4-5d)

où *Vcnt*^{*} est la fraction volumique considérée des NTC, qui peut être déterminée à partir de la équation suivante :

$$V_{cnt}^{*} = \frac{W_{cnt}}{W_{cnt} + (\rho^{cnt} / \rho^{m})(1 - W_{cnt})}$$
(4-6)

 $O\hat{u}$ W_{cnt} est la fraction de masse des NTC. L'équation (IV-5) montre que les poutres O-, X- et V sont des types de poutres à gradation fonctionnelle dont les constituants matériels sont variés continuellement dans leurs épaisseurs .tandis que l'UD-Beam a uniformément distribué les CNT renforcement. **[Yas and Samadi 2012]**

IV-3 Théorie et formulations :

IV-3.1 Cinématique et équations constitutives

dans ce chapitre on a essayé de suivre le model de la théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT),(la méthode raffinée). Cette théorie basée sur le principe ; qu'après déformation, la section plane ne reste ni plane ni perpendiculaire par rapport à la ligne moyenne de la poutre.

Le champ de déplacement de la théorie actuelle est donné comme suit [Bourada et al. (2015)]

$$\begin{cases} u(x, z, t) = u_0 - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f(z) \frac{\partial ws}{\partial x} \\ w(x, z, t) = w_b(x, t) + w_s(x, t) \end{cases}$$
(4-7)

 $u_{0\,,}\,u\,(x\,$, z,t) et $w\,(x\,$, z,t $\,)$ et sont respectivement le déplacement axial (suivant l'axe X) et transversal

(suivant l'axe Z) ou dite encore la flèche.

 $w_b et w_s$ sont les composantes des déplacements de flexion et de cisaillement dans le plan médian de la poutre. Dans cet ouvrage, la fonction de forme f(z) est choisie basée sur une fonction trigonométrique comme suit [**tagrara**, **2016**]

$$f(z) = z - \frac{h}{\pi} \sin \frac{\pi}{h}$$
(4-8)

Les contraintes non nulle sont donnée par :

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + zk_x^b + f(z)k_x^s \\ \gamma_{xz} = g(z)\gamma_{xz}^s \end{cases}$$
(4-9a)

$$\varepsilon_{x} = \frac{\partial u_{0}}{\partial x}, k_{x}^{b} = -\frac{\partial w_{b}}{\partial x}, k_{x}^{s} = -\frac{\partial^{2} w_{s}}{\partial x^{2}}, \gamma_{xz}^{s} = \frac{\partial w_{s}}{\partial x}$$

$$g(z) = 1 - f'(z),$$
(4-9b)

$$f'(z) = 1 - \frac{df(z)}{dz}$$
(4-9c)

ou x, z, w, \varepsilon_x, \gamma_{xz} sont : La coordonnée longitudinale , La coordonnée mesuré à partir de l'axe neutre du nanotube. Le déplacement transversal. La déformation normale. La déformation transversale de cisaillement, respectivement. Et on a la relation Contrainte-Déformation (Loi de Hooke) :

$$\begin{cases} \sigma_{x} = Q_{11}(z)\varepsilon_{x} \\ \tau_{xz} = Q_{55}(z)\gamma_{xz} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_{11}(z) = \frac{E_{11}(z)}{1 - v^{2}} \\ Q_{55}(z) = G_{12}(z) \end{cases}$$
(4-10b)

IV-3.2 La vibration libre :

Le principe de "Hamilton" est utilisé pour dériver les équations du mouvement. Il sert à trouver l'équation d'équilibre de la vibration du nanotube de carbone. Ce principe peut être énoncé pour une vibration libre sous une forme analytique générale

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta U + \delta V + dK) dt$$
 (4-11)

 δU : la variation virtuelle de l énergie de déformation.

 δV : la variation virtuelle de l énergie potentiel

 δK : la variation virtuelle de l énergie cinétique.

La variation virtuelle de l'énergie de déformation de la poutre s'écrit :

$$\delta U = \int_0^L \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dz dx$$
(4-12)

Avec :

 σ_x : La contrainte normale. τ_{xz} : La contrainte transversale de cisaillement. en remplace ((IV-9a)), et ((IV-10a)) dans l équation (IV-12)

On obtient :

$$\delta U = \int_0^L \left(N \frac{d\delta u_0}{dx} - M_b \frac{d^2 \delta w_b}{dx^2} - M_s \frac{d^2 \delta w_s}{dx^2} + Q \frac{d\delta w_s}{dx} \right) dx$$
(4-12)

où N, Mb, Ms et Q sont représentent respectivement le moment de flexion et le moment de cisaillement et la contraint et la force de cisaillement

$$(N, M_b, M_s) = \int_0^L (1, z, f) \sigma_x dz \,, \ Q = \int_{-h/2}^{h/2} g \,\tau_{xz} dz \tag{4-13}$$

La variation de l'énergie potentielle par la force de réaction de la fondation (fe) peut s'écrire comme [Akavci 2014, Zidi et al. 2014, , Yaghoobi et al. 2014]

$$\delta V = -\int_0^L \left[fe(\delta w_b + \delta w_s) \right] dx \tag{4-14}$$

Où K_w , *Kc et* K_s *et* sont les constantes élastiques de Winkler et keer et de la couche de cisaillement qui peuvent être déterminées *de* $K_w = \beta_w A_{110} / L^2$ *et* $K_s = \beta_s A_{110}$ dans lequel $K_c = \beta c A_{110} / L^2$) β_w , β_s , β_c sont les facteurs constantes de contrainte correspondantes. Il est également défini que A_{110} est la rigidité d'extension ou la valeur de A_{110} d'une poutre en matériau matriciel pur.

Où la force de réaction de la fondation est donnée comme :

$$fe = \frac{1}{1 + (k_w/k_c)} (k_w w - k_s \frac{d^2 w}{dx^2} - \frac{k_s D_0}{k} + \frac{d^6 w}{dx^6})$$
(4-15)

- La variation virtuelle de l'énergie cinétique:

$$- dk = \int_{0}^{L} \int_{-h/2}^{h/2} \rho(z) [(u'\delta u')(w'\delta w')] dx dz$$

$$\delta k = \int_{0}^{L} [I_{0}[u_{0}'\delta u_{0}' + (w_{b}' + w_{s}')(\delta w_{b}' + \delta w_{s}')] - I_{1}(u_{0}'\frac{d\delta w_{b}'}{dx} + \frac{dw_{b}'}{dx}\delta u_{0}') + I_{2}(\frac{dw_{b}'}{dx}\frac{d\delta w_{b}'}{dx}) - J_{1}(u_{0}'\frac{d\delta w_{s}'}{dx} + \frac{dw_{s}'}{dx}\delta u_{0}') + K_{2}(\frac{dw_{s}'}{dx}\frac{d\delta w_{s}'}{dx}) + J_{2}(\frac{dw_{b}'}{dx}\frac{d\delta w_{s}}{dx} + \frac{dw_{s}'}{dx}\frac{d\delta w_{b}'}{dx})] dx$$
(4-16)

- Où la convention de point (') indique la dérivation par rapport à la variable temporelle t ; $\rho(z)$ est la masse volumique ; *et* (I_0 , I_1 , J_1 , I_2 , J_2 , K_2) sont les inerties de masse définies comme :

$$(I_0, I_1, J_1, I_2, J_2, K_2) = \int_0^L (1, z, f, z^2, zf, f^2) \rho(z) dz$$
(4-17)

- En remplaçant les expressions δU , δV et δK des équations (IV-12), (IV-14) et (IV-16) par les équations (9) et en intégrant par parties les variables .On obtient les équations de mouvement comme suivantes :

$$\delta u_0 : \frac{dN}{dx} = I_0 u_0'' - I_1(\frac{dw_b'}{dx}) - J_1(\frac{dw_s''}{dx})$$
(4-18a)

$$\delta w_{b} : \frac{d^{2}M_{b}}{dx^{2}} - fe = I_{0}(w_{b}^{"} + w_{s}^{"}) + I_{1}(\frac{du_{0}^{"}}{dx}) - I_{2}(\frac{d^{2}w_{b}^{"}}{dx^{2}}) - J_{2}(\frac{d^{2}w_{s}^{"}}{dx^{2}})$$

$$\delta w_{s} : (\frac{d^{2}w_{s}^{"}}{dx^{2}}) + \frac{d\varphi}{dx} = I_{0}(w_{b}^{"} + w_{s}^{"}) + J_{1}(\frac{du_{0}^{"}}{dx}) - J_{2}(\frac{d^{2}w_{b}^{"}}{dx^{2}}) - K_{2}(\frac{d^{2}w_{s}^{"}}{dx^{2}})$$
(4-18b)
$$\delta w_{s} : (\frac{d^{2}w_{s}^{"}}{dx^{2}}) + \frac{d\varphi}{dx} = I_{0}(w_{b}^{"} + w_{s}^{"}) + J_{1}(\frac{du_{0}^{"}}{dx}) - J_{2}(\frac{d^{2}w_{b}^{"}}{dx^{2}}) - K_{2}(\frac{d^{2}w_{s}^{"}}{dx^{2}})$$
(4-18c)

En remplaçant l'équation (IV-9a) dans l'équation (IV-10a). Puis les résultats obtenus dans l'équation

$$\begin{cases} N = A_{11} \frac{du_0}{dx} - B_{11} \frac{d^2 w_b}{dx^2} - B_{11}^s \frac{d^2 w_s}{dx^2} \\ M_b = B_{11} \frac{du_0}{dx} - D_{11} \frac{d^2 w_b}{dx^2} - D_{11}^s \frac{d^2 w_s}{dx^2} \\ M_s = B_{11}^s \frac{du_0}{dx} - D_{11}^s \frac{d^2 w_b}{dx^2} - H_{11}^s \frac{d^2 w_s}{dx^2} \\ Q = A_{55}^s \frac{dw_s}{dx} \\ Q = A_{55}^s \frac{dw_s}{dx} \\ Ou : A_{11}, B_{11}, D11, B_{11}^s, D_{11}^s, H_{11}^s \text{ sont les rigidités de la poutre , définie par :} \\ (A_{11}, B_{11}, D_{11}, B_{11}^s, D_{11}^s, H_{11}^{s}) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, z^2, f(z), zf, f^2(z)) dz \\ A_{55}^s = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{55} [g(z)]^2 dz \end{cases}$$

$$(4-20)$$

IV-3.3 Les solutions analytiques:

La méthode de la solution Navier est utilisée pour obtenir les solutions analytiques d'un a pris en charge la poutre de la CNTRC. La solution est supposée être de la forme :

Où U_m , W_{bm} , et W_{sm} sont des paramètres quelconques à déterminer, ω est la fréquence propre associé au même mode propre, $et \lambda = m\pi / L$.

En remplaçant les expressions de u_0 , w_b , w_s de l équation (IV-21) dans l équation (IV-19) et en dérive, on obtient :

$$fe = \frac{1}{1 + (k_w/k_c)} (k_w w - k_s \frac{d^2 w}{dx^2} - \frac{k_s D_0}{k_c} \frac{d^6 w}{dx^6})$$
$$- A_{11} \lambda^2 U_m + B_{11} \lambda^3 W_{bm} + B_{11}^{s} \lambda^3 W_{sm} = I_0 w^2 U_m + I_1 \lambda w^2 W_{bm} + J_1 \lambda w^2 W_{sm}$$

$$B_{11}\lambda^{3}U_{m} + D_{11}\lambda^{4}W_{bm} + D_{11}{}^{s}\lambda^{4}W_{sm} - \frac{1}{1 + \frac{k_{w}}{k_{c}}}[k_{w}W_{bm} + k_{w}W_{sm} - k_{s}\lambda^{2}W_{bm} - k_{s}\lambda^{2}W_{sm} + \frac{k_{s}D_{0}}{k_{c}}\lambda^{6}w_{bm} + \frac{k_{s}D_{0}}{k_{c}}\lambda^{6}W_{sm} = -I_{0}w^{2}W_{bm} - I_{0}w^{2}W_{sm} + I_{1}\lambda w^{2}U_{m} - I_{2}\lambda^{2}w^{2}W_{bm} - J_{2}\lambda^{2}w^{2}W_{sm}$$

$$B_{11}{}^{s}\lambda^{3}U_{m} - D_{11}{}^{s}\lambda^{4}W_{bm} - H_{11}{}^{s}\lambda^{4}W_{sm} - A_{55}{}^{s}\lambda^{2}W_{sm} - \frac{1}{1 + \frac{k_{w}}{k_{c}}}[k_{w}W_{bm} + k_{w}W_{sm} - k_{s}\lambda^{2}W_{bm} - k_{s}\lambda^{2}W_{sm} + \frac{k_{s}D_{0}}{k_{c}}\lambda^{6}w_{bm} + \frac{k_{s}D_{0}}{k_{c}}\lambda^{6}W_{sm} = -I_{0}w^{2}W_{bm} - I_{0}w^{2}W_{sm} + J_{1}\lambda w^{2}U_{m} - J_{2}\lambda^{2}w^{2}W_{bm} - K_{2}\lambda^{2}w^{2}W_{sm}$$

Les solutions analytiques peuvent être obtenues à partir des équations suivantes :

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{bmatrix} - \omega \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_m \\ w_b \\ w_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(4-22)

$$S_{11} = A_{11}\lambda^{2}; S_{12} = -B_{11}\lambda^{3}; S_{13} = -B_{11}^{s}\lambda^{3};$$

$$S_{21} = -B_{11}\lambda^{3} ; S_{22} = D_{11}\lambda^{4} + \frac{1}{1 + (k_{w}/k_{c})}(k_{w} + k_{s}\lambda^{2} + \frac{k_{s}D_{0}}{k_{c}}\lambda^{6})$$

$$S_{23} = D_{11}^{s}\lambda^{4} + \frac{1}{1 + (k_{w}/k_{c})}(k_{w} + k_{s}\lambda^{2} + \frac{k_{s}D_{0}}{k_{c}}\lambda^{6})$$

$$m_{11} = I_{0}; m_{12} = I_{1}\lambda; m_{13} = -J_{1}\lambda;$$

$$m_{22} = -I_{1}\lambda; m_{23} = I_{0} + I_{2}\lambda^{2};$$

$$K = X e^{2}$$

$$(4-23)$$

$$m_{33} = I_0 + J_2 \lambda^2 \tag{4-24}$$

IV-4 Discussion et interprétation des résultats :

Dans cette partie, les résultats numériques des comportements de vibration de la CNTRC sont présentés et discutés. Les caractéristiques effectives des matériaux des poutres CNTRC à des températures ambiantes utilisées tout au long de ce travail sont données comme suit. Polyméthyle Le méthacrylate (PMMA) est utilisé comme matrice et ses propriétés matérielles sont les suivantes : v $^{p} = 0.3$; $\rho^{p} = 1190$ kg/m3 et $E^{p} = 2.5$ GPa. Pour le matériau de renforcement, on choisit le armachair (10, 10) SWCNTs avec les propriétés

suivantes [**Yas et Samadi 2012**] : v ^{cnt} = 0,19 ; ρ^{cnt} = 1400 kg/m3 ; E₁₁ ^{cnt} = 600 GPa ; E₂₂ ^{cnt} = 10 GPa et G₁₂^{cnt} = 17,2 GPa., on a la formule adimensionnelle suivante :

•
$$\varpi = \omega L \sqrt{\frac{L}{A}}$$

Où A_{110} et I_{00} sont respectivement A_{11} I_{00} et I_0 I_0 de poutre en matériau de matrice pure et ϖ est la fréquence adimensionnelle.

Tableau IV-1 : Comparaison des fréquences pour une poutre CNTRC avec et sans fondation élastique (L / h = 15, V^{*}cnt = 0.12)

La source	βw	$=0, \beta s=0, \beta$	3c =∞	$\beta w = 0.1, \beta s = 0.02, \beta c = \infty$			
	UD-CNT	O-CNT	X-CNT	UD-CNT	O-CNT	X-CNT	
(Wattanasakulpong et Ungbhakorn, 2013)	0.0985	0.0575	0.1291	0.1287	0.0876	0.1590	
(Yas et Samadi, 2012)	0.0986	0.0588	0.1288	0.1287	0.0889	0.1590	
(tagrara et al, 2015)	0.9749	0.7446	1.1163	1.1140	0.9192	1.2397	
Present	0.9749	0.7445	1.1162	1.1140	0.9191	1.2396	

Afin de prouver la validité de la présente formulation dans le cas de l'analyse des vibrations, les fréquences calculées des poutres de la CNTRC sont comparées numériquement à celles de [**Tagrara(2015), Wattanasakulpong et Ungbhakorn (2013), Yas et Samadi (2012)**] Le tableau 1 : on voit que les résultats obtenus à partir de la formulation proposée sont en excellent accord avec celles obtenues à partir des résultats précédents, On constate également que l'O-CNT a le plus faible taux de fréquence, tandis que le X-CNT, le plus élevé.

Tableau IV-2 : La fréquence adimensionnelle (ϖ) de la poutre CNT pour différente type de renforcement avec Vcnt * = 0.12 et la variation des paramètres (β w, β s β c) et le rapport d'épaisseur (L/h)

			L/h=10				L/h=60			
$\beta_{\rm w}$	β_s	β_c	UD	0	X	V	UD	0	X	V
0	0	8	1.2593	1.006	1.3916	1.1272	0.2843	0.2049	0.3439	0.2360
0.1	0	8	1.2975	1.0539	1.4263	1.1697	0.4227	0.3740	0.4649	0.3919
0.1	0.02	8	1.3698	1.1416	1.4924	1.2492	0.6099	0.5771	0.6398	0.5889
0.1	0.02	0.1	1.6341	1.4477	1.7384	1.5340	0.5025	0.4622	0.5385	0.4768

Tableau IV-3 : La fréquence adimensionnelle (ϖ) de la poutre CNT pour différente type de renforcement avec Vcnt * = 0.17 et la variation des paramètres (β w, β s β c) et le rapport d'épaisseur (L/h)

			L/h=10				L/h=60			
$\beta_{\rm w}$	β_s	β_c	UD	0	Х	V	UD	0	Х	V
0	0	8	1.5700	1.2447	1.7383	1.3921	0.3430	0.2461	0.4153	0.2834
0.1	0	8	1.6005	1.2829	1.7660	1.4263	0.4634	0.3970	0.5192	0.4212
0.1	0.02	8	1.6592	1.3552	1.8194	1.4917	0.6374	0.5909	0.6791	0.6074
0.1	0.02	0.1	1.8814	1.6193	2.0243	1.7351	0.5366	0.4804	0.5855	0.5005

Tableau IV-4 : La fréquence adimensionnelle (ϖ) de la poutre CNT pour différente type de renforcement avec Vcnt * = 0.28 et la variation des paramètres (β w, β s β c) et le rapport d'épaisseur (L/h).

			L/h=10				L/h=60			
β_{w}	βs	β _c	UD	0	Х	V	UD	0	Х	V
0	0	∞	1.8279	1.5035	1.9636	1.6464	0.4285	0.3075	0.5171	0.3534
0.1	0	∞	1.8537	1.5347	1.9877	1.6750	0.5281	0.4356	0.6022	0.4692
0.1	0.02	∞	1.9037	1.5846	2.0344	1.7300	0.6383	0. 6147	0.7421	0.6389
0.1	0.02	0.1	2.0968	1.8205	2.2164	1.9402	0.5922	0. 5115	0.6591	0.5403

Il est clair que les fréquences de vibration augmente avec l'augmentation de la fraction volumique Vcnt*.

Quel que soit le type de renforcement de la poutre. On remarque aussi que l'augmentation du rapport L/h conduit à une diminution de la valeur de la fréquence, ce dernier diminue pour tous les types de renforcement, pareil pour le changement de la fraction volumique .La poutre X-CNT donne la plus grande valeur de la fréquence tandis que la poutre en O-CNT donne la plus faible valeur de la fréquence. On observe que les poutres supportées par les fondations élastiques ont des fréquences plus élevé que ceux des poutres sans fondation élastique. De plus, le modèle Kerr donne la plus grande valeur de la fréquence de la fréquence par rapport aux autres fondations et ca pour tous les types de renforcement.



Figure IV-2 Effet du paramètre du module Winkler sur la fréquence de la poutre CNTRC (L/h = 10 ; β s = 0, β c=0.8, Vcnt * = 0,12)



Figure IV-3 Effet du paramètre du module de cisaillement de Pasternak sur les fréquences de la poutre CNTRC (L/h = 10 ; $\beta w = 0.1$, Vcnt * = 0,12)



Figure IV-4 Effet du paramètre du module keer sur les fréquence du poutre CNTRC (L/h = 10; $\beta w = 0.8$, $\beta s=0$, Vcnt * = 0,12)



Figure IV-5 Validation de la fréquence adimensionnelle d'une poutre X-CNT en fonction du rapport L/h pour différent types de fondations avec Vcnt*=0.12

Les figures 1, 2 et 3 montrent la variation du paramètre de fréquence des différentes types des poutres CNTRC avec la paramètre de module de Winkler et le module de cisaillement de Pasternak et Kerr respectivement. On peut déduire la fréquence du X- Beam est supérieure à celle des poutres avec d'autres distributions de NTC. On constate également que les fréquences augmentent de prés de linéairement. L'augmentation des paramètres de la fondation élastique nous a donne une augmentation des fréquences. Les poutres contenant des fractions volumiques des nanotubes de carbone plus élevées ont et les fréquences sont plus importantes ce qui rend ces poutres plus rigides. L'augmentation des rapports d'épaisseur dans conduit à une diminution des fréquences, en particulier dans la gamme de L/h= 5 à 50.

IV-5 Conclusion :

Dans ce chapitre on a étudie l'influence de différents paramètres sur le comportement dynamique des poutres nanocomposites renforcées par des nanotubes de carbone à simple paroi.

Une théorie trigonométrique raffinée de la poutre utilisée pour étudier la vibration libre des poutres reposant sur la fondation élastique type kerr. Les équations de mouvement ont été obtenues à l'aide de la méthode principe de Hamilton. On a vérifié l'exactitude de la méthode théorique actuelle numériquement par comparaison avec certains résultats disponibles. D'après la comparaison du résultats numériques, entre les quatre distributions de nanotubes de carbone (UD-CNT, V-CNT, OCNT,X-CNT) on constate que la X-Beam est la plus rigide parmi les différents types de poutres CNTRC , alors que le O-Beam est le plus faible.

Aussi les valeurs du rapport des fréquences des poutres nanocomposites (ϖ) diminuent avec l'augmentation du rapport géométrique (L/h).

Concernant les fractions volumique V_{cnt}^{*} , on constate que les poutres contenant des fractions volumiques des nanotubes de carbone plus élevées ont des fréquences sont plus importantes.

L'augmentation des paramètres de la fondation élastique nous a donné une augmentation des fréquences. Cependant, il a été montré que l'influence du paramètre de Pasternak est plus signifiante par rapport à celle de Winkler et keer.

Enfin, on peut dire que la présente de cette théorie est simple et surtout efficace pour étudier le phénomène de la vibration libre de la poutre en polymère renforcée par des nanotubes de carbone reposant sur fondation élastique type keer.

Conclusion générale

Conclusion générale :

Les nano composites polymère/nanotube de carbone sont des matériaux en plein développement, Particulièrement intéressants en raison de l'amélioration des propriétés macroscopiques du polymère que peut apporter un renfort nanométrique pour de faibles fractions volumiques introduites.

La particularité dans notre travail c'est l'étude analytique de l'effet de la fondation élastique de type Kerr sur la vibration libre des poutres renforcées par des NTCs. Il est conclu que la présence du milieu élastique influe sur les fréquences de vibration d'un nanotube de carbone. L'augmentation des paramètres de la fondation élastique nous a donnée une augmentation des fréquences.

On peut dire que la disposition des nanotubes de carbone dans la matrice polymère influe sur la vibration libre, on a trouvé que la distribution des renforts en forme X-CNT rend les poutres plus rigides tandis que la distribution en forme O-CNT les rend plus souples.

Aussi, les valeurs du rapport des fréquences (ϖ) diminuent avec l'augmentation du rapport (L/h) et augmentation de la fraction volumique V_{cnt} *.

En suite, la présence du milieu élastique influe sur les fréquences de vibration d'un nanotube de carbone. On observe que les poutres supportées par les fondations élastiques ont des fréquences plus élevé que ceux des poutres sans fondation élastique. De plus, le modèle Kerr donne la plus grande valeur de la fréquence par rapport aux autres fondations et ca pour tous les types de renforcement.

Cette étude peut servir comme une base de données pour les futurs chercheurs dans le but de développer et d'approfondir les connaissances dans le domaine d'utilisation des nano composites à base de nanotube de carbone pour les applications dans les domaines civils.

Après les résultats obtenus et pour mieux cerner le comportement mécanique d'une poutre en polymère renforcée par des nanotubes de carbone sur une fondation élastique nous envisageons les perspectives suivantes :

- L'utilisation de différentes théories pour l'analyse de la vibration libre d'une poutre en polymère renforcée par des nanotubes de carbone repose sur une fondation élastique type keer sous diverse condition d'appuis,
- Introduire de l'effet de la température sur la vibration libre d'une poutre en polymère renforcée par des nanotubes de carbone.

- L'analyse du comportement mécanique de la poutre en polymère renforcée par des nanotubes de carbone sur fondation élastique type keer on utilisant la méthode des éléments finis.

Références bibliographique

Références bibliographique :

[Abdoulaye SEYNI] Propriétés physico-chimiques et d'usage de matériaux composites à charge dégradable produits par co-broyage.doctorat

[ADIM, 2016] Etude de la stabilité des plaques en matériaux composites : analyse et modélisation, thèse de Doctorat.

[Afaq. K.S., 2003] Développement d'un Nouveau Modèle pour les Structures Composites Multicouches et Sandwichs avec Prise en compte du Cisaillement Transverse et des Effets de Bord.

[Ait Amar Meziane et al., 2014] Abdelouahed Tounsi, Abdelaziz H.H, An efficient and simple refined theory for buckling and free vibration of exponentially graded sandwich plates under various boundary conditions, J. Sandw. Struct. Mater., 16(3), 293-318.

(Amadou Lamine, 2010] Nanocomposites poly (dimethyliloxane) - silice ou oxyde de titane génère in situ: *synthèse*, structure et propriétés doctorat

[Anne carine Brosse, 2009] Dispersion des nanotubes de carbone à l'aide de copolymères tri blocs dans des matrices en polyamide : Relation morphologie-propriétés électriques. Thèse de doctorat

[Antoine, 2009] Dispersion et Filage continu par coagulation de nanotubes de carbone. Doctorat

[Aurélie, 2010] Elaboration de détecteur souples et température mise en œuvre et caractérisation de multi filaments a base de polymères immiscibles chargés en nanotube de carbone. Thèse de doctorat

[Bakhti, K, Kaci, A, Bousahla, A.A, Houari, M.S.A, Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., 2013] "Large deformation analysis for functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using an efficient and simple refined theory", Steel and Composite Structures, 14(4), 335-347.

[Bellifa, 2015], Application de la théorie du gradient de déformation à l'étude de la réponse des structures multi échelles. Thèse de Doctorat

[Belmahi, 2019]: Étude de la vibration d'un nanotube de carbone situé dans un milieu élastique

[**Berthelot, 2010**] J.M. Berthelot. Mécanique des matériaux et structures composites, institut supérieur des matériaux et mécaniques avancés, le Mans, France.

[**BOUCIF, 2018**] La charge critique de flambement d'un Nanocomposite à base de Nanotube de carbone. Sujet de mémoire

[Buhleier, E., Wehner, W., Vögtle, F]. Synthesis (1978), 155.

[C. Oudet, 1993] : Polymères: Structure et propriétés: Introduction, Editor MASSON, 1993.

[Carole Aubry, 2009] développement et mise en œuvre de structures textiles multifonctionnelles contenant des nanotubes de carbone application aux capteurs chimiques pour la détection de solvants. Thèse de doctorat

[Carrera E., 2004] On the use of the Murakami's zig-zag function in the modelling of layered plates and shells, Computers & structures, 82, 7, 541-5

[Chantal SEMAAN, 2010] Polymères Nanostructures à base de nanotube de carbone (2010). Thèse de doctorat

[Charlotte BERNARD, 2007] Propriétés mécaniques des nanotubes de carbone en tant que nano sondes et leur fonctionnalisation par bio-nanoparticules. Thèse de doctorat

[Cho M., Parmerter R., 1993], Efficient higher order composite plate theory for general lamination configurations, AIAA Journal, 31, 7, 1299-1306

[CHRISTIAN PENU, 2008] C. Penu, Nanocomposites à matrice polyamide 6 ou polystyrène et à renforts de nanotubes de carbone : Du procédé de synthèse aux phénomènes de percolation, Thèse de Doctorat, L'Institu NationalPolytechnique de Lorraine, 2008

[**Di Sciuva M., 1986**], Bending, vibration and buckling of simply supported thick multilayered orthotropic plates: an evaluation of a new displacement model, Journal of Sound and Vibration, 105, 3, 425-442

[**Di Sciuva M.**, (1987)] An improved shear-deformation theory for moderately thick multilayered anisotropic shells and plates, Journal of Applied Mechanics, 54, 3, 589-596

[DJELLOULI A, 2012] Contribution à l'étude des propriétés thermiques et électriques des matériaux composites à base de polymères. Magistère

[**DRISS**, 2008] synthèse de matériaux nano composites par assemblage de nanoparticule métalliques (Au, Cu) et d'oxydes de métaux (Ti02, Zr02) pour application en catalyse .Thèse de doctorat.

[Elsa Garrido, 2010] fonctionnalisation de nanotubes de carbone pour leur incorporation dans des matrices métallique .Thèse de doctorat

[Florent Dalmas, 2005] Composites à matrice polymère et nanorenforts flexibles : propriétés mécaniques et électriques. Doctorat

[Flory P.J] Principles of Polymer Chemistry; Ithaca, NY: Cornell University Press, (1953).
[Geoffrey PROMIS, 2010] : composites fibres/matrice minérale : du matériau a la structure thèse du doctorat

[Glos, 2004] « Glossaire des matériaux composites ». C.A.R.M.A -Actualisation,

[Haddou Meriem2018] Comportement d'une poutre en nanocomposite gradué soumise à un chargement statique. Sujet de mémoire

[Hammani, 2017]: Valorisation et recyclage des mélanges nanocomposites PP/PA66/Nano argiles par l'utilisation de PP recyclé **.sujet de master**

[Han, Y., Elliot. J., 2007] "Molecular dynamics simulations of the elastic properties of polymer/carbon nanotube composites", Comp. Mater. Sci., 39, 315–323.

[Hassani, 2017] Hassani Dhiba, mémoire de master, Etude de l'effet des nanoparticules sur

[Hermane, 2010] Synthèse de nanotubes de carbone pour l'obtention de vias d'interconnexions électriques et de drains thermiques. Thèse de doctorat

[**Icardi U., 2001**] A three-dimensional zig-zag theory for analysis of thick laminated beams, Composite Structures, 52, 1, 123-135

[Icardi U., 2001] Higher-order zig-zag model for analysis of thick composite beams with inclusion of transverse normal stress and sublaminates approximations, Composites Part B: Engineering, 32, 4, 343-354

[IZARDE, 2004] Nanotube de carbone : Système pour la limitation optique .thèse de Doctorat

[Jérémie Aucher]. Etude comparative du comportement composite à matrice thermoplastique ou thermodurcissable. Autre. INSA de Rouen, 2009. Français. ffNNT : 2009ISAM0012ff.

[Jouenne, 2005] : S. Jouenne, Thèse de Doctorat ; option chimie et physicochimique des

[Karama M., Afaq K., Mistou S., 2003], Mechanical behaviour of laminated composite beam by the new multi-layered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity, International Journal of Solids and Structures, 40, 6, 1525-1546

[Karama M., et al., 1998], Bending, buckling and free vibration of laminated composite with a transverse shear stress continuity model, Composites Part B: Engineering, 29, 3, 223-234

[Karell, 2010] Karell Saint-Auban (2010), Etude de dispersions de nanotubes de carbone par des polymères pour l'élaboration de composites conducteurs et structurés, Université-Bordeaux I.

[Khmissi, 2016] Etude numérique de l'effet de la température sur le comportement du flambage des plaques stratifiées en utilisant un élément fini basé sur la théorie de troisième ordre de Reddy, thèse de Doctorat

L'endommagement de l'interface d'un Bio-nano composite, université Dr .Tahar Moulay de

[Laurent Gornet, 2008]. Généralités sur les matériaux composites. Engineering school. 2008. cel-00470296v1

[M. D. L. d. Castro; F. P. Capote, 2007] Analytical applications of ultrasound, Editeur: Elsevier,2007.

[MEFTAH Ali, 2017] Construction d'un nouveau champ de déplacement pour l'analyse de la Propriétés physico-chimiques et d'usage de matériaux composites à charge

[Maxime, 2011] Identification des parois des nanotubes de carbone a double parois par spectroscopie Raman. Sujet de mémoire

[Meachel Bouzlar, 2009] Modification de surface des nanotubes de carbone par un polymère conducteur électrogénéré pour la réalisation de nano composites multifonctionnels. Thèse de doctorat

[**Medjahed**, **2019**] Analyse de la vibration libre d'une poutre en polymère renforcée par des nanotubes de carbone. Sujet de mémoire

[Moingeon. F., 2006] Thèse de Doctorat ; option chimie; Université Louis Pasteur Strasbourg I, (2006).

[Molahcene Née abdelli fathia, 2008] Elaboration et caractérisation de nano composites Cellulose/Montmorillonite .sujet de magistère

[**Murakami H., 1986**] Laminated composite plate theory with improved in-plane responses, Journal of Applied Mechanics, 53, 3, 661-666

[Nguyen V.T., (2004)], Modélisation globale et locale des structures multicouches par éléments finis de plaque, Thèse de Doctorat, Ecole des Ponts ParisTech

[Ossadzow C., Touratier M., (2001)], An improved shear-membrane theory for multilayered shells, Composite Structures, 52, 1, 85-95

[**Ould Larbi, L, Kaci, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., 2013**], "An efficient shear deformation beam theory based on neutral surface position for bending and free vibration of functionally graded beams", Mechanics Based Design of Structures and Machines, 41, 421–433.

[**Pacchini sebastien, 2008**] Etude des potentialités des nanotubes de carbone dans un domaine hyperfréquence : Application à l'élaboration de matériaux nano composites et contribution à la miniaturisation de composants électromécaniques (NEMS).Thèse de doctorat

[PIERRE MIAUDET, 2007] Structure et propriétés de fibres de nanotubes de carbone à haute énergie de rupture. Thèse de doctorat.

[**Reach**], REACH for Polymers, meilleures méthodes d'essai et techniques disponibles©2011, Smithers Rapra, (2011). Saida,(2017).

[CHAOUI], Elaboration et caractérisation de nanocomposite à matrice polymère : Approche expérimentale. Thèse de doctorat. UNIVERSITE FERHAT ABBAS- SETIF

[Sandra, 2009] Elaboration et caractérisation de nanostructures carbones par procède CVD assiste par plasma microonde

[Séverin, 2005] Développement de nouvelles techniques de caractérisation qualitative et quantitative de nanocomposites à matrice polymère : Application au textile. Thèse de doctorat

[**Tagrara**, **2015**] Tagrara Samira Hassiba, article, on bending, buckling and vibration responses of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams, (2015)

[**Tagrara**, **2017**] thèse, Analyse de la flexion statique, le flambement et la vibration des structures composites renforcées par des nanotubes de carbone, UNIVERSITE DJILLALI LIABES SIDI BEL ABBES, (2017).

[**Thanh Loan Nguyen, 2014**]. Approche multi-échelles dans les matériaux polymères : de la caractérisation nanométrique aux effets d'échelles. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Technologie de Compiègne, 2014. Français. FfNNT: 2014COMP1951

[Tomalia D.A., J. M .J. Fréchet, 2001] Dendrimers and other Dendritic Polymers; Wiley, NewYork,(2001).

[Tomalia, D. A., Baker, H., Dewald, J., Hall, M., Kallos, G., Martin, S., Roeck, J., Ryder, [J., Smith, P., Polym. J., 1985], 17, 117.

[Touratier M., 1991, An efficient standard plate theory, International journal of engineering science, 29, 8, 901-916

[Web]http://mms2.ensmp.fr/mat_paris/microstructure/polycop/Ch_8_Micro_Polymeres.pdf

[Yaghoobi, H., Valipour, M.S., Fereidoon, A., Khoshnevisrad, P., [2014] "Analytical study on post-buckling and nonlinear free vibration analysis of FG beams resting on nonlinear

elastic foundation under thermo-mechanical loading using VIM" Steel and Composite Structures, 17(5), 753–776doctorat en science, UNIVERSITÉ DJILALI LIABES, SIDI BEL ABBES, ALGÉRIE.

[Yas, M.H., Samadi, N., 2012] "Free vibrations and buckling analysis of carbon nanotubereinforced composite Timoshenko beams on elastic foundation", International

[**ZEMRI, 2016**], Etude comparative entre la théorie locale et non locale d'élasticité: Application aux structures homogènes, thèse de Doctorat

[Zidi, M., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Adda Bedia, E.A., Anwar Bég, O., 2014], "Bending analysis of FGM plates under hygro-thermo-mechanical loading using a four variable refined plate theory", Aerospace Science and Technology, 34,

[**Zidour, 2012**] : Etude du comportement mécanique des nanotubes en carbone entourés par une matrice polymère. Thèse de doctorat