

**République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de
l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Ibn Khaldoun – TIARET**



**Faculté des Sciences de la Matière
Département de Physique**

Mémoire

Présenté par :

Assad Sarah

Pour obtenir le diplôme de

Master

Filière : Physique

Spécialité: Physique des matériaux

Thème :

**Etude et modélisation mathématique des écoulements des
poudres fines (ciments)**

Soutenu le : 10 /07/2019

Devant le jury:

M^r Baghdad Rachid	Grade	Professeur	Président
M^r Belarbi EL-Habib	Grade	Professeur	Examineur
M^r Turki Djamel	Grade	Professeur	Encadreur

ANNEE UNIVERSITAIRE 2018/2019



REMERCIEMENTS

Je remercie avant tout ALLAH l'Élevé le plus Puissant qui m'a offert la volonté et la santé et m'a aidé à réaliser et accomplir ce travail.

J'adresse mes vifs remerciements à mon Encadreur Mr. TURKI DJAMALE pour m'avoir constamment guidé tout long de mon projet et pour les précieux conseils qu'ils m'ont donnés, et pour leurs serviabilités, leurs disponibilités et leurs conseils constructifs.

Je tiens à remercier, le président de jury, Mr : BAGHEDAD.R et l'examineur, Mr : BELARBI.H pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant de juger ce travail.

Je tiens à remercier l'équipe de formation de 2eme année master physique des matériaux sans oublier l'équipe de, Université Ibn Khaldoun-Tiaret et a toutes les enseignants et les membres administratifs du Faculté de Science de la Matière.

Enfin, nous tenons également à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.



Dédicace

Ce travail est dédié à :

Mes parents

Mes sœurs **FAYZA** et **HALIMA**

Mes frères **AYEMAN** et **MOUHAMED**

Et à Tous mes amis(e) **KHALED** et
WEDADA et **HOUDA**, **YOUCEF**, et **AMINA**.

Sommaire

Introduction	1
--------------------	---

Chapitre I : Caractérisation du ciment

I. Caractérisation du ciment.....	3
I.1. Introduction	3
I.2. Définitions	3
I.3. La composition chimique	4
I.4.Principe de fabrication du ciment Portland	5
I.5. caractéristiques des matériaux utilisés.....	5
I.5.1. Composition minéralogique des clinkers	5
I.6. Analyse physique et mécanique	6
I.7.Propriétés physiques du clinker.....	6
I.8. Procèdes et techniques de fabrication du ciment	7
I.8.1.Broyage	8
I.9.Stockage et ensachage et expédition	9

Chapitre II : écoulement des poudres

II. 1. Description des poudres fines	10
II.2. Paramètres d'écoulement	10
II.3. L'indice de Hausner	10
II.3.Angle de repos (Talus).....	12
II.4. Classification des poudres	13

Chapitre III : Force d'interaction entre particule des poudres fines

III.1. Force d'interaction entre particules	15
III.1.1. Force de pesanteur	15
III.1.2. Force de capillarité	15
III.1.3. Force électrostatique.....	16
III.1.4. Forces de Van der Waals.....	17
III.2. Importance relative des différentes forces.....	19
III.3. Forces de contact	20
III.3.1.1. Modèle de sphères rigides (Force plastique).....	20
III.3.1.2. Modèles de sphères molles (Force élastique).....	20

III.3.2. Comparaison entre les forces (F_{vdw} , $F_{plastique}$, $F_{élastique}$)	20
II.4. Discussion des résultats	23

Chapitre IV : Fluidisation gaz-solide

IV.1- introduction	24
IV.2- Avantages et inconvénients.....	24
IV.3. Régime de fluidisation	24
IV.4. Limite du domaine de fluidisation	26
IV.5. Vitesse minimale de fluidisation	26
IV.6. Vitesse terminale de chute.....	28
IV.7. Historique et applications industrielles	28

Chapitre V : Modélisation numérique

V.1. Modélisation mathématique.....	30
V.2. Echelle micro (résolution directe)	31
V.3- Echelle macro : Modèles Euler-Euler	32
V.4. Echelle méso (Modèles Euler-Lagrange)	33
Conclusion.....	35
Bibliographie	36
Annexe A.....	39

Listes des figures

Figure I-1: Cemeteries d'oued sly chlef.....	3
Figure I-2: Constituant de base du ciment.....	4
Figure I-3 : Composition chimique du clinker.....	4
Figure I-4: Échantillon du clinker avant et après broyage.....	7
Figure I-5: Le ciment Portland.....	7
Figure I-6: Des silos cylindriques.....	8
Figure I-7: Remplissage les sacs de ciment.....	8
Figure I-8 : Les silos de ciment de la cimenterie de Béni-Saf.....	9
Figure.II-1: Dispositif utilisé pour la détermination de l'indice de Hausner	11
Figure.II-2: Tas de poudre formé par écoulement dans un entonnoir.....	12
Figure II-3: Classification de Geldart.....	14
Figure III-1: Pont liquide entre deux sphères.....	17
Figure III-2 : Interactions de Van der Waals entre deux sphères et entre des demi-espaces parallèles.....	19
Figure III-3 : Comparaison des intensités de différentes forces inter-particulaires pour des contacts ponctuels, dans l'air.....	20
Figure III-4 : Représentation et évolution de Force de Van der Waals en fonction du Rayon de ciment.....	22
Figure III-5 : Représente évolution de F plastique en fonction de R de ciment.....	23
Figure III-6 : Représente évolution de F élastique en fonction de R de ciment.....	23
Figure III-7 : représente évolution les trois Forces de contacte en fonction de R de ciment.....	24
Figure IV-1 : Comportement liquide des lits fluidisés gazeux.....	24

Figure IV-2 : Différente régimes de fluidisation.....	27
Figure V-1 : Exemple d'échelle de modélisation pour a) une approche DNS, b) une approche Euler-Lagrange et c) une approche Euler-Euler.....	31
Figure V-2 : Exemple de maillage non structuré épousant la surface des particules.....	32
FigureV-3 : Différents types de couplage entre les phases solide et fluide en fonction de la concentration de particules (base sur Elgobashi).....	34

Liste des Tableaux

Tableau I.1: Composition chimique du clinker de ciment portland ordinaire.....	4
Tableau I.2: Fabrication du ciment.....	5
Tableau I.5: Essais physiques des quatre (04) ciments.....	6
Tableau II.1: Interprétation de l'indice d'Hausner.....	11
Tableau II.2: Description des écoulements pour des différents angles de talus.....	12
Tableau II.3 : Coulabilité des poudres en fonction de la valeur de l'angle de repos.....	13
Tableau IV.1: Corrélations de la littérature pour prédire U_{mf}	28

Introduction

Introduction

Les poudres fines ont une place très importante dans la vie pratique. C'est une opération clé pour de nombreux domaines industriels (ciments, pharmacie, agro-alimentaire, matières plastiques). Travailler avec de la poudre peut s'avérer difficile, particulièrement au moment du traitement et stockage. La plupart de ces défis sont liés à l'écoulement des poudres. Les poudres ne créent pas seulement des difficultés dans les procédés mais le contrôle de l'apport et de l'administration est également très important. Afin de garantir un contrôle de la qualité efficace et un traitement de poudres homogène, les facteurs influencent l'écoulement des poudres comme le volume des particules, et les forces de cohésion.

La force de cohésion est la résistance interne de la poudre à l'écoulement. En se basant sur la force de cohésion, on peut prévoir si la poudre s'écoulera de manière fluide à travers le processus ou non, ce problème est résolu par la fluidisation.

La fluidisation est un phénomène où des particules solides sont mises en contact avec un fluide ascendant (gaz ou liquide), pour les mettre en suspension. Le terme fluidisation vient du fait que la suspension fluide / solide est amenée dans un état semblable à celui d'un fluide [1].

La fluidisation des gaz est l'une des meilleures techniques disponibles pour la dispersion des poudres de procédé appartenant aux classifications des groupes A et B de Geldart [2].

Les nano particules sont sous la classification de groupe C Geldart (≤ 30 microns), ce qui signifie que la fluidisation devrait être difficile en raison de forces cohérentes qui deviennent plus importantes lorsque la taille des particules diminue [3].

Un certain nombre d'études portant sur la modélisation et simulation de la fluidisation des agglomérats de nanoparticules se trouvent dans la littérature. Ces modèles sont basés soit sur force [1, 4,5] soit sur les équilibres d'énergie [6].

Le plan suivi s'articule autour de cinq chapitres dont nous donnons ci-après une brève présentation.

Le premier chapitre est consacré caractérisation de ciment, Introduction et définition sur le ciment, La composition chimique, Principe de fabrication du ciment Portland, caractéristiques des matériaux utilisées, Analyse physique et mécanique, Procèdes et techniques de fabrication du ciment, Stockage et ensachage et expédition. le deuxième chapitre écoulement des poudres, description des poudres fines, L'indice de Hausner, Angle de repos (Talus), la classification des poudres le troisième chapitre de ce mémoire traite Force d'interaction entre particule des poudres fine, Importance

Introduction

relative des différentes forces, Forces de contact, Modèle de sphères rigides (Force plastique), Modèles de sphères molles (Force élastique), présentation des résultats de comparaison entre les forces, le quatrième chapitre sera consacré à la fluidisation gaz-solides. Nous détaillons les régimes de fluidisation, les paramètres de fluidisation, historique et applications industrielles. Le dernier chapitre sera consacré en premier temps à la modélisation mathématique, en particulier l'échelle micro, équation de Navier-stokes, l'échelle macro et l'échelle méso, et les solutions d'équations.

I. Caractérisation du ciment

I.1. Introduction

Le ciment est un liant hydraulique (Définition : hydraulique = il durcit sous l'eau). Les romains furent les premiers à fabriquer un véritable liant hydraulique en mélangeant de la chaux aérienne avec des cendres volcaniques du Vésuve (cendres volantes appelées Pouzzolane).

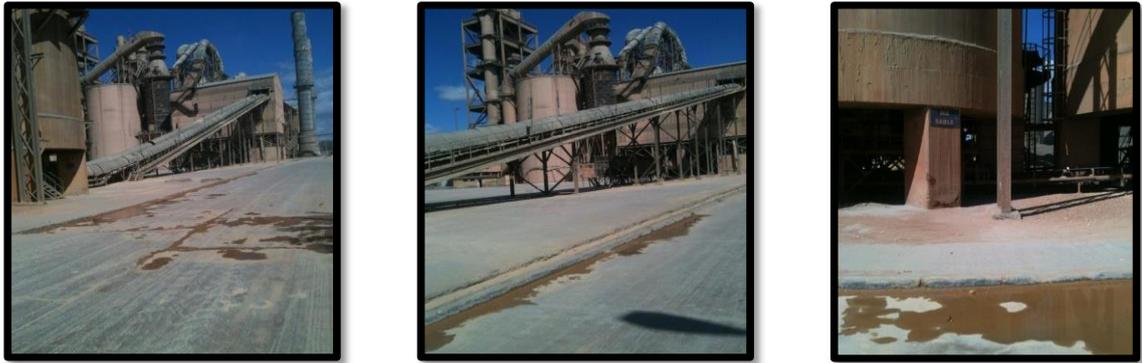


Figure I-1: Cemeteries d'oued sly chlef [8].

En 1756, l'anglais du nom de Sheaton a mis au point un produit, capable de faire prise sous l'eau. On parla pour la première fois de ciment. Ce ciment fût fabriqué à partir de pierres de l'île de Portland. D'où l'origine du nom donné aujourd'hui au ciment (Ciment Portland) [8].

I.2. Définitions

Le ciment est un liant hydraulique. C'est un matériau anhydre finement broyé qui, par simple mélange avec l'eau, développe des hydrates dont l'imbrication rigidifie le matériau granulaire non cohésif de départ en matériau cohésif présentant des propriétés mécaniques élevées. D'un point de vue minéralogique, le ciment peut être définie comme un mélange d'oxyde basique, CaO noté C, et d'oxydes acides ou amphotères comme SiO_2 , noté S, Al_2O_3 , noté A, ou Fe_2O_3 , noté F, en notation cimentaire [9]. Il existe deux grandes familles de Ciments :

1. Les ciments Portland, constitués majoritairement de silice et de chaux et qui sont utilisés principalement dans les bétons de bâtiments et les ouvrages de génie civil.
2. Les ciments alumineux qui se composent essentiellement d'alumine et de chaux. Ils été développés au début du 20^{ème} siècle. En raison de leur résistance aux attaques chimiques, de leur prise rapide ou de l'absence de chaux, ils sont utilisés en génie civil pour la confection de sols industriels, d'ouvrage d'assainissements ou des mises

en service rapides, et dans la réalisation de réfractaires monolithiques utilisés dans l'industrie sidérurgique ou verrière [10].

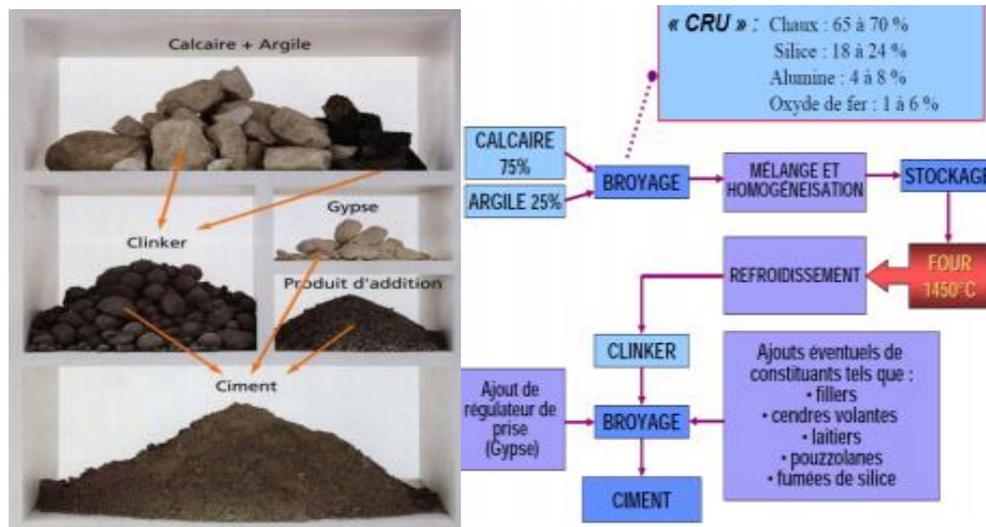


Figure I-2 : Constituant de base du ciment [11].

I.3. La composition chimique

Le clinker est principalement composé d'oxydes métalliques, les quatre principaux : l'oxyde de calcium (CaO), de silicium (SiO₂), d'aluminium (Al₂O₃) et de fer (Fe₂O₃), représentant environ 95% en masse. La composition chimique moyenne du clinker est présentée dans le tableau suivant :

Composants du clinker	SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	CaO	MgO	SO ₃	K ₂ O	Na ₂ O
Notations cimentière	S	A	F	C	M	S	K	N
% (en masse)	19-25	2-9	1-5	62-67	0-3	1-3	0.6	0.6

Tableau I-1: Composition chimique du clinker de ciment portland ordinaire [9].

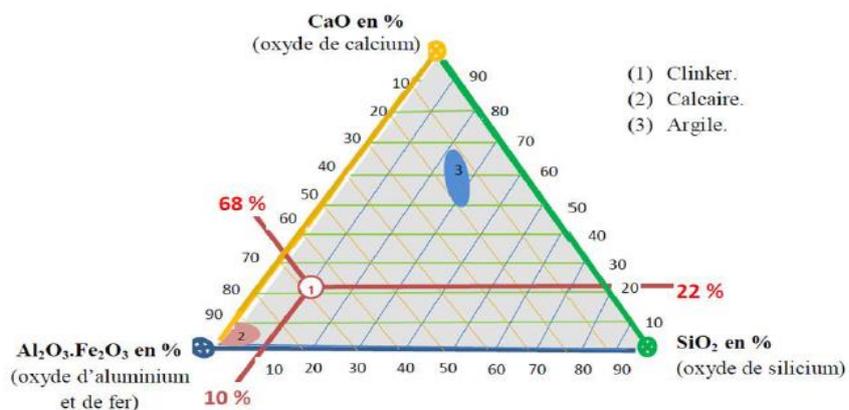


Figure I-3 : Composition chimique du clinker [9].

I.4.Principe de fabrication du ciment Portland

La cuisson à 1450°C d'un mélange composé d'environ 80 % de calcaire et 20 % d'argile, donne une roche artificielle appelée CLINKER. C'est le constituant de base du Ciment. Le clinker est ensuite broyé avec environ 5 % de gypse pour donner du ciment Portland artificiel (C.P.A.) [8].

Il existe 4 procédés de fabrication du ciment suivant l'état de la nature des matières premières et suivant certaines conditions économiques. La production journalière d'une usine est en moyenne égale à 2500 Tonnes. Parmi les procédés de fabrication on peut citer [8].

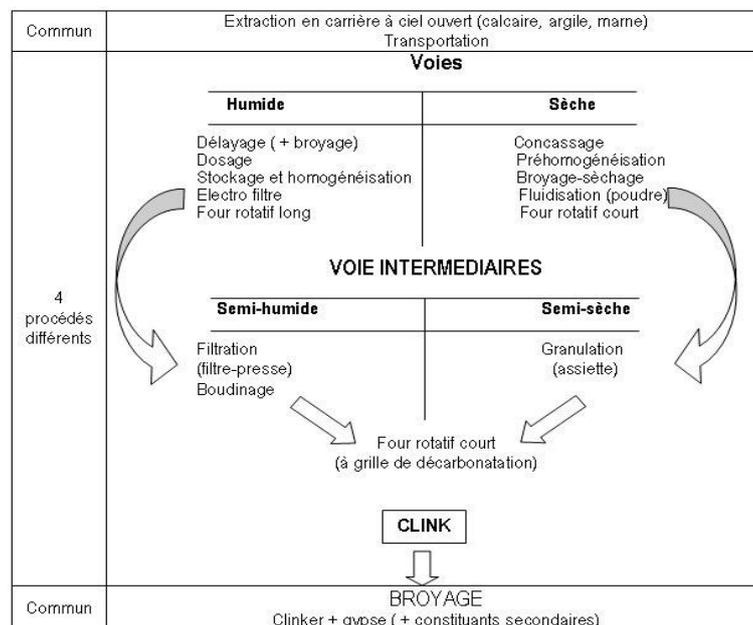


Tableau I-2: Fabrication du ciment [8].

I.5. Caractéristiques des matériaux utilisés

I.5.1. Composition minéralogique des clinkers

Les formules de Bogue sont utilisées mondialement pour calculer la composition minéralogique (potentielle) d'un clinker. Ce calcul, qui fait l'hypothèse de la formation de réseaux cristallins bien définis, sans aucune inclusion étrangère, ne tient pas compte des oxydes secondaires apportés par les matières premières. Pour un clinker Portland ordinaire, la composition minéralogique est définie par les formules suivantes et calculée à partir de la composition chimique [12].

$$C_3S = 4.07 \times CaO - 7.6 \times SiO_2 - 6.72 \times Al_2O_3 - 1.43 \times Fe_2O_3$$

$$C_2S = 2.87 \times SiO_2 - 0.75 \times C_3S$$

$$C_3A = 2.65 \times Al_2O_3 - 1.69 \times Fe_2O_3$$

$$C_3AF = 3.04 \times Fe_2O_3$$

I.6. Analyse physique et mécanique

I.6.1. Essais physiques sur les ciments

Les résultats des quatre (04) ciments sont donnés par le tableau I-3 suivant :

Ciment		Béni-Saf	Zahana	Saïda	Chlef
Essais					
Temps de prise (min)	Début	104	133	83	150
	Fin	194	219	150	219
E/C (%)		26.20	26	26.40	25.42
E : Eau (ml)		131	130	132	127.10
C : Ciment (g)		500	500	500	500
S.S.B (Surface Spécifique Blaine) (cm/g)		3496.19	3992.17	3291.79	3326.15
Expansion à chaud (mm)		0	0	1	0
Refus sur tamis de 90 μ m (%)		2.63	2.02	4.14	10.81
Masse volumique (Kg/dm ³)		1.051	0.839	1.011	1.036

Tableau I-3: Essais physiques des quatre (04) ciments [13].

I.7. Propriétés physiques du clinker

- Masse volumique apparente = 1215 kg/m³
- Masse volumique absolue = 3030 kg/m³
- Surface spécifique = 3500 cm²/g [14].



Figure I-4: Échantillon du clinker avant (a) et après broyage (b) [14].

I.8. Procèdes et techniques de fabrication du ciment

La production du ciment dans l'Union européenne est environ 10,5 % de la production mondiale. En 2008, on dénombrait dans l'Union européenne 268 installations produisant du clinker et du ciment fini, regroupant 377 fours au total. On recensait également 90 usines de broyage (broyeurs à ciment) et deux installations de production de clinker sans broyeur. En règle générale, les fours ont une capacité d'environ 3 000 tonnes de clinker/jour [15].

La production du ciment en Algérie est d'environ 18 millions de tonnes /an. Le pays compte 15 installations de cimenteries, 12 publiques et 3 privées (Lafarge holcim), réparties à travers le nord du territoire [15]. Le ciment portland est constitué principalement de clinker. Ce dernier est obtenue par mélange de matières premières naturelles de composition chimique adéquate. La préparation du cru consiste à mélanger de manière homogène du calcaire (80%) et des minéraux riches en silice et alumine (20%) : l'argile ou le kaolin, le cru et ensuite calciné à 1450°C pour former le clinker [15].

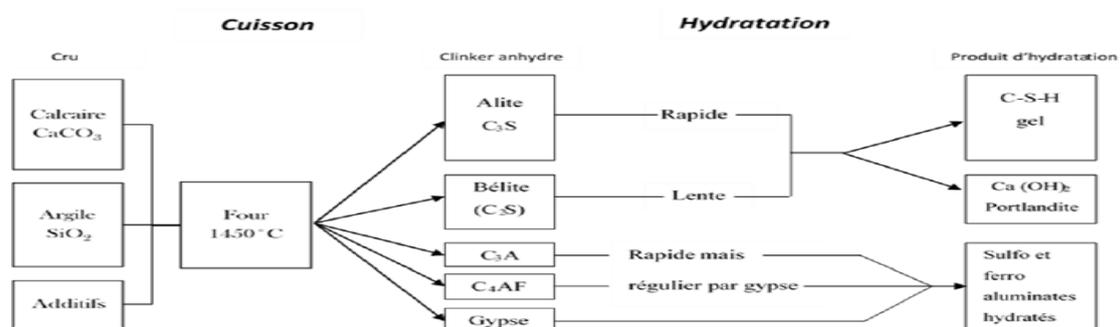


Figure I-5: Le ciment Portland, du cru au ciment hydraté l'alite est le composé majoritaire du clinker [16].

Il existe quatre grands procédés de fabrication du ciment : la voie sèche, semi-sèche, semi humide et humide [17].

I.8.1.Broyage

Il est ensuite véhiculé vers les trémies des broyeurs où il est finement broyé avec 3 à 5% de gypse afin de régulariser la prise.

Dans certains cas, en plus du gypse, on ajoute d'autres constituants tels que le laitier de Haut-fourneau, les pouzzolanes, les cendres volantes ou les fillers pour l'obtention de diverses catégories de ciment [18].

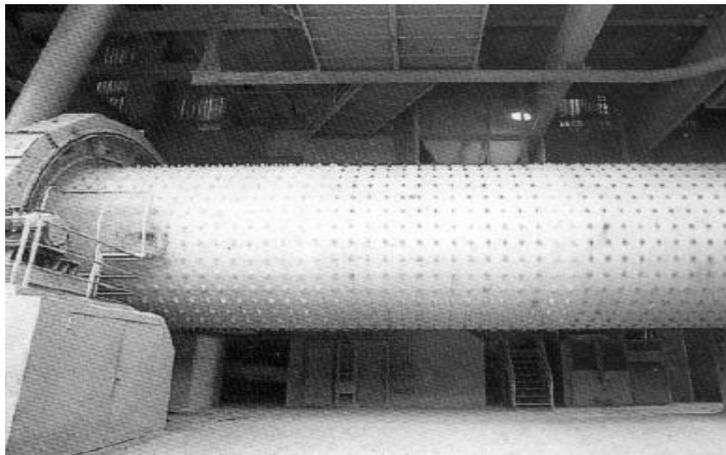


Figure I-6: des silos cylindriques [18].

Les grains de ciment étant récupérés à la sortie du broyeur sont expédiés vers des silos de stockage. Ces silos sont cylindriques et de capacité pouvant aller jusqu'à 10.000 tonnes [18].

Le ciment qui est produit à un prix unitaire relativement bas, supporte mal, en coût, de longs transports. L'expédition s'effectue selon deux modes :

-Le premier se fait en vrac, par bateaux, trains ou camions où l'extraction se fait sous le silo sur pont bascule par manches télescopiques.

-Le second se fait en sacs palettisés par camions; l'ensachage est effectué par des ensacheuses à plusieurs becs (jusqu'à 12 becs), qui assurent un débit de 100 tonnes par heure.



Figure I-7: Remplissage les sacs de ciment [18].

Les sacs ainsi remplis sont envoyés vers un atelier de palettisation qui met sur palettes les sacs de ciment [18].

I.9. Stockage et ensachage et expédition

A la sortie du broyeur, le ciment est transporté vers des silos de stockage, pour être soit ensaché soit expédié en vrac. L'ensachage, qui dans les pays industrialisés ne représente qu'environ 30 % de la production de ciment, s'effectue dans des sacs en papier kraft à l'aide de machines capables de remplir de 2000 à 4000 sacs par heure. La livraison en vrac est assurée par camions, wagons ou péniches [19].

Après le broyage du clinker et d'ajout additifs, le ciment est prêt à être vendu. Il est stocké dans d'immenses silos [20].

Le produit fini est stocké, à titre d'exemple à Béni-Saf dans 6 silos d'une capacité unitaire de 10000 T [21].



Figure I-8 : Les silos de ciment de la cimenterie de Béni-Saf [13].

II. 1. Description des poudres fines

Les systèmes particuliers sont classés selon leurs propriétés de taille, forme, porosité des grains, Porosité d'un ensemble de particules. Deux grandes catégories sont distinguées [22].

Les poudres à écoulement libre : en général, leur diamètre moyen est supérieur à 100 μm . Ces Poudres s'écoulent très facilement et ne posent aucun problème de montage. Par contre, Chaque particule d'une telle poudre a une forte mobilité individuelle. Ces poudres ont donc une forte tendance à ségréger [22].

II.2. Paramètres d'écoulement

Paramètres d'écoulement La détermination d'écoulement d'une poudre se fait par un assemblage de plusieurs paramètres, angle de talus, indice d'HAUSNER, et la cellule de cisaillement etc [23].

II.3. L'indice de Hausner

L'indice d'Hausner est une grandeur physique sans dimension qui décrit l'aptitude à l'écoulement d'une poudre ou d'un matériau granulaire. Cet indice a été défini par le métallurgiste des poudres autrichien Henry H. Hausner (1900-1995) [23,24].

Le rapport Hausner est un nombre qui est lié à la fluidité d'une poudre, mais en tenant compte de la granulaire ; Il est une valeur liée à la fluidité d'une poudre, mais en tenant compte de la densité et de la densité compactée. L'indice d' Hausner est égal au rapport de la masse volumique tassé :

$$HR = \frac{\rho_t}{\rho_a} \quad (\text{II.1})$$

ρ_t : La masse volumique tassée

ρ_a : La masse volumique apparente

L'indice d' Hausner (H) est liée à l'indice de Carr (C), un autre indicateur d'écoulement de poudre, par la formule : $IH=100/ (100-C)$. L'indice de Carr et l'indice de Hausner sont parfois critiqués : leur lien avec l'écoulement a été établi de manière empirique sans base théorique. Malgré cela, leur utilisation persiste en raison de facilité de mesure (l'équipement requis est léger et facile de mise en œuvre).

Les deux indices ne sont pas des propriétés absolues d'un matériau ; leur valeur peut varier en fonction de la méthodologie utilisée pour les déterminer [22]. Le rapport

Hausner est utilisé dans une grande variété d'industries comme pharmacie galénique, agroalimentaire, en bâtiment et travaux publics et en métallurgie des poudres.

Un rapport de Hausner supérieur à 1.2 est considéré comme une indication d'un mauvais écoulement mais d'une bonne compressibilité et d'une bonne cohésion. Les vibrations peuvent facilement tasser la poudre pendant le transport par exemple. Un indice de Hausner inférieure à 1.2 est considéré comme une indication d'un bon écoulement mais d'une faible compressibilité et d'une faible cohésion.

Indice d'Hausner	Aptitude d'écoulement
1.09-1.10	Excellent
1.10-1.14	Très bonne
1.14-1.19	Bonne
1.19-1.25	Régulier
>1.25	Mauvais

Tableau II-1: Interprétation de l'indice d'Hausner [22].

L'indice d'Hausner est le rapport entre la densité tassée et la densité aérée, est un indice permettant de qualifier la coulabilité d'une poudre. Les densités aérées et tassées des poudres ont été déterminées grâce au densimètre Densitap ETD-20, de société Granuloshop, équipé d'une éprouvette de 250 ml et 34.7 mm de diamètre .ce densimètre respecte les normes définies par la pharmacopée Européenne.

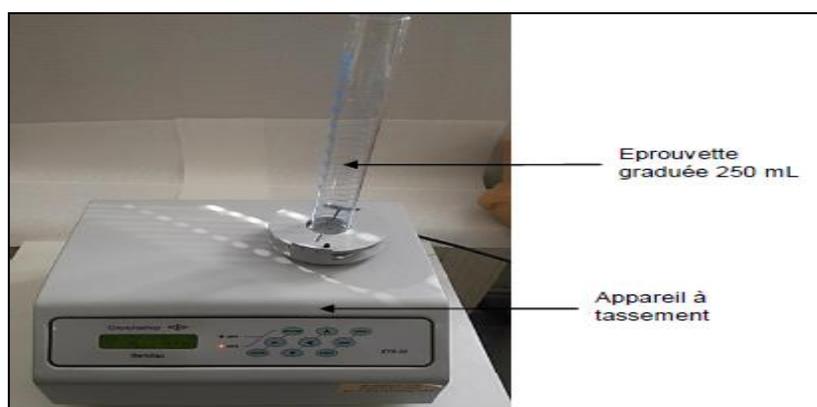


Figure II-1: Dispositif utilisé pour la détermination de l'indice de Hausner des poudres [22].

II.3. Angle de repos (Talus)

Le sable, assemblée de grains minéraux de taille submillimétrique un comportement collectif qui n'est ni celui d'un solide puisqu'il coule, ni celui d'un liquide. L'angle de talus est l'angle (par rapport à l'horizontale) formé par la poudre (ou le sable) qui coule, c'est une méthode simple et rapide pour mesurer l'écoulement des poudres. les angles faibles de talus correspondent à des écoulement libre, cependant que les angles les plus élevés signifient des écoulement non-libres (structure cohésive)[24,25]. D'après Carr ; l'écoulement des poudres classifient selon l'angle de talus (tableau).

Angle de talus	Description
25-30°	Ecoulement libre
30-38°	Moyennement libre
38-45°	Médiocre
45-55°	Cohésif
> 55°	Très cohésif

Tableau II-2 : Description des écoulements pour des différents angles de talus [24,25].

En effet, un tas de sable peut supporter des contraintes de cisaillement et en particulier sa surface n'est pas forcément horizontale .en fait, elle peut prendre une inclinaison mais limitée : cet angle maximal θ est appelé angle de repos, ou angle de talus .On peut l'observer en alimentant le monticule par son sommet [24,25].

La propriété la plus visible d'un milieu granulaire comme le sable sec, par exemple, est l'angle caractéristique du tas qu'il forme, appelé l'angle de talus ou simplement angle de repos, que l'on observe en versant la poudre à partir d'un entonnoir, illustré par la figure (II-2).

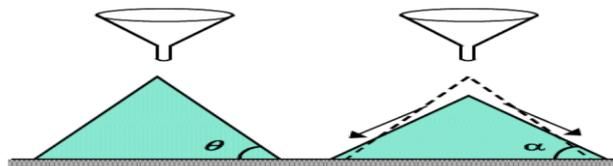


Figure II-2 : Tas de poudre formé par écoulement dans un entonnoir. L'angle θ est l'angle maximal observé lors de la formation du tas, et l'angle α est l'angle pour lequel l'écoulement se fige lorsque la pente du tas a dépassé l'angle θ [26].

La poudre à étudier est versée dans la trémie, équipée d'une grille de 1 mm d'ouverture, permettant les dés agglomération de la poudre. La poudre ainsi formée d'agglomérats tombe sur le support en plexiglas, en formant un demi-cône. La mesure du diamètre de base ainsi que de la hauteur du demi-cône ainsi formé permet de déterminer l'angle de repos [20] :

$$\tan(\alpha) = 2.h/d \quad (\text{II.6})$$

Avec :

h : la hauteur du demi-cône, et d le diamètre de sa base

Angle de repos (°)	Coulabilité	Cohésion
25 à 35	Excellente	Faible
35 à 45	Bonnes	Légères
> 45	Mauvaise à très mauvaise	Importante à très importante

Tableau II-3 : Coulabilité des poudres en fonction de la valeur de l'angle de repos [26].

II.4. Classification des poudres

Selon Geldart toutes les poudres n'ont pas la même aptitude à être fluidisées et en conséquence, elles peuvent se comporter différemment vis-à-vis de la fluidisation. Bien que différents critères aient été proposés, la classification de Geldart est la plus répandue (figure II.3), en fonction du diamètre moyen et de la masse volumique ρ_p des particules, la classification de Geldart donne le type de fluidisation qui est obtenu avec de l'air dans les conditions ambiantes. Il se dégage ainsi quatre groupes de particules caractérisés par un régime de fluidisation différent. (GELDART (D.).1973) [27].

Groupe A : Ce groupe correspond aux particules relativement fines et / ou de faible densité qui sont dites (aérables). Avant l'apparition des bulles, les poudres de cette catégorie présentent une fluidisation homogène avec une expansion prononcée de la couche granulaire. Ainsi, la vitesse minimale de bullage est supérieure à la vitesse minimale de fluidisation ($U_{mb}/U_{mf} > 1$). Pour une vitesse superficielle de gaz plus importante, des petites bulles sont présentes au sein du lit fluidisé. Elles dépassent

rarement 10 cm, même dans les réacteurs de grande taille. Il est à noter que ces bulles montent plus rapidement à la surface du lit que le gaz interstitiel.

Groupe B : Les poudres du groupe B ont un diamètre compris entre 40 et 50 μm et leur masse volumique varie de 100 à 400 Kg / m^3 . Les solides de cette catégorie sont aisément fluidisés avec des bulles de grandes tailles et en grand nombre qui apparaissent dès la mise en fluidisation ($U_{mb} - U_{mf}$). Le diamètre des bulles augmente avec la hauteur du lit et la vitesse excédentaire de gaz ($U - U_{mf}$). L'expansion de la couche granulaire est faible.

Groupe C : Il s'agit de poudres très fines qui sont dites (cohésives). Leur fluidisation est difficile à réaliser car les forces cohésives interparticulaires sont supérieures aux forces exercées par le fluide. La perte de charge à travers de la couche granulaire est inférieure au poids apparent du lit par unité de surface (formation de chemins préférentiels). La fluidisation peut alors être assistée par agitation mécanique, par vibration ou par ajout de particules afin de faciliter la fluidisation.

Groupe D : Il s'agit de matériaux denses et de diamètres importants. Cette catégorie de solides est caractérisée par le diamètre important des bulles. Parfois de l'ordre de la section du réacteur. Les bulles montent moins vite que le gaz interstitiel de sorte que le gaz entre par la base de la bulle et en ressort par le sommet. Ces solides sont utilisables dans les lits à jet.

A : fluidisation relativement facile et B : fluidisation facile.

C : poudres cohésives (fluidisation difficile) et D : fluidisation irrégulière.

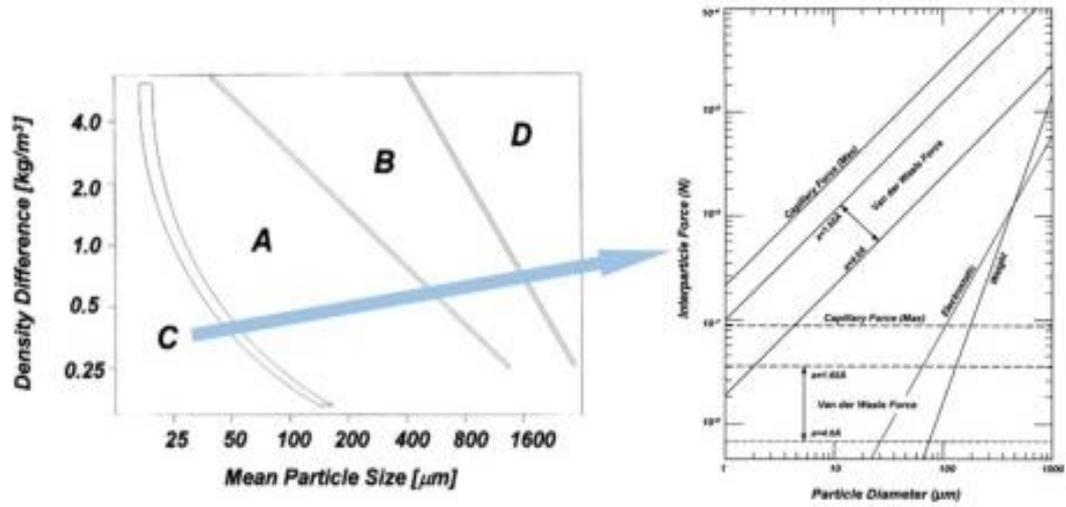


Figure II-3: classification de Geldart [28].

III.1. Forces d'interaction entre particules

Les différents mécanismes cohésifs n'interviennent pas de la même façon selon la nature du matériau granulaire et les conditions environnementales que l'on considère. Les mécanismes de cohésion par liaisons chimiques et les liaisons par ponts solides ne seront pas abordés ici [29].

III.1.1. Force de pesanteur

Cette force est proportionnelle au cube du diamètre de la particule d_p et s'exprime selon l'équation (III.1) [29] :

$$F_G = \frac{\pi \rho_p g d_p^3}{6} \quad (\text{III.1})$$

Où

F_G Force de pesanteur

ρ_p Représente la masse volumique de la particule (kg/m^3).

g L'accélération de la pesanteur (m/s^2).

d_p Diamètre de la particule (m).

III.1.2. Force de capillarité

La présence de ponts liquides au sein de milieux granulaires génère des forces de cohésion entre les grains. Ces forces dépendent de la quantité de liquide présente dans le milieu et de ces propriétés. Ces forces sont en fonction de la taille des particules (d_p) et de la tension superficielle du film liquide (γ). Dans le cas de deux sphères de même diamètre (figure III.1), la force capillaire, F_{cap} est donnée par l'équation (III.2) (Seville et al. 2000) [29] :

$$F_{cap} = 2\pi r_2 \gamma + \pi r_2^2 \Delta p \quad (\text{III.2})$$

Où ΔP représente la différence de pression de part et du ménisque est donnée par la relation suivante (Seville et al. 2000):

$$\Delta P = \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right] \quad (\text{III.3})$$

Où γ est la tension superficielle liquide-air (N.m-1), r_1 est le rayon de courbure externe du pont liquide (m) et r_2 son rayon de courbure interne (m)

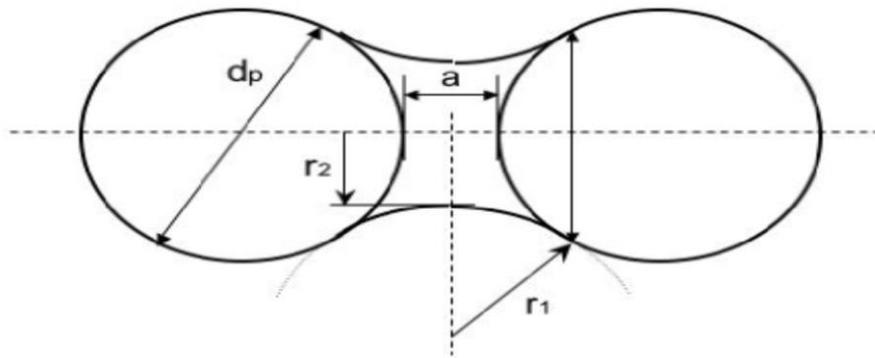


Figure III-1: Pont liquide entre deux sphères (Seville et al. 2000) [29].

Les conditions favorisant l'effet de capillarité sont (Hinds, 1999) :

- Une humidité relative supérieure à 60-70%,
- Des surfaces hydrophiles,
- Des particules hygroscopiques.

Lorsque l'une de ces conditions est présente, les forces de capillarité peuvent augmenter de façon importante et devenir supérieures aux forces de Van der Waals [29].

III.1.3. Force électrostatique

Les particules peuvent avoir des interactions électrostatiques. Dans ce cas, les particules accumulent des charges électriques conduisant à des interactions attractives ou répulsives. La force d'attraction électrostatique pour deux sphères de même diamètre, de charge électrique q_1 et q_2 , et séparées d'une distance z , est donnée par l'équation III.5 (Hinds, 1999) [29] :

$$F_e = \frac{q_1 q_2}{4\pi z^2 \epsilon_0} \quad (\text{III.5})$$

Où ϵ_0 est la permittivité du vide ($\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$).

q_1 et q_2 des charges électriques.

Z est la distance séparée.

Les forces électrostatiques peuvent être soit répulsives soit attractives, et contribuer dans ce dernier cas à la cohésion entre les particules. Cependant, cette action est inversement proportionnelle au carré de la distance entre les grains, et son action devient vite négligeable lorsque la distance inter particulaire augmente. De plus, excepté dans le cas de milieux particuliers, la matière contient en général autant de charges positives que de charges négatives et donc, au-delà de l'échelle des inhomogénéités, leurs influences se compensent [29].

III.1.4. Forces de Van der Waals

Les forces de Van der Waals ont été étudiées par Hamaker (1937). Ces forces dépendent de la nature des matériaux en contact, prise en compte dans la constante de Hamaker, et de la distance d'interaction. L'évaluation de la constante de Hamaker nécessite de nombreuses données physiques sur les matériaux. Contrairement à d'autres types d'interactions, les forces de Van der Waals existent quels que soient les corps que l'on considère (Krupp, 1967; Visser, 1972 et 1989 ; Zimon, 1982 ; Israelachvili, 1992) [29].

L'expression « forces de Van der Waals » est un terme collectif qui regroupe différents phénomènes d'interactions pouvant survenir entre des molécules ou des particules. L'interaction totale de Van der Waals résulte de la combinaison de trois types d'interactions:

- Les forces dipolaires correspondant au terme de Keesom,
- Les forces de polarisation traduites par le terme de Debye,
- Les forces de dispersion exprimées par le terme de London.

Le terme de London est le terme prépondérant dans l'interaction totale. De plus, Contrairement aux autres termes, les forces de Van der Waals sont présentes quelle que soit la nature des surfaces en interaction. Ces forces intermoléculaires dépendent de la distance de séparation z des molécules et sont inversement proportionnelles à z^7 . Cependant, la distance de séparation [29].

Reste limitée à la rugosité des particules qui est généralement de l'ordre de 0,4 nm (Visser, 1972 et 1989). Lorsque ces actions intermoléculaires sont intégrées entre des corps macroscopiques, comme par exemple des particules sphériques, la force résultante est moins sensible à la distance de séparation, elle est inversement

proportionnelle à z^2 dans le cas d'interaction sphère-sphère (Seville et al. 2000 ; Fayed et Otten, 1997) [29].

Hamaker a supposé que la force d'interaction entre deux objets macroscopiques pouvait être calculée en additionnant toutes les interactions entre des paires individuelles de molécules ou d'atomes [30]:

$$E = \int_{v_1} \rho_1 dr^3 \int_{v_2} \rho_2 dr^3 \frac{\beta}{r^6} \quad (\text{III.7})$$

Où

ρ_1, ρ_2 sont les nombres de molécules par unité de volume dans les deux corps, v_1 et v_2 sont leurs volumes. Quand on considère un système de deux infinis en interaction comme illustré à la figure (III.2), Hamaker a démontré que la dispersion libre l'énergie $E \parallel (d)$ pour une unité de surface est donnée par:

$$E \parallel (d) = - \frac{A_H}{12\pi} \cdot \frac{1}{d^2} \quad (\text{III.8})$$

De même, grâce à une intégration complète, il a obtenu l'énergie d'interaction pour des raisons différentes. Particules sphériques:

$$E_{S-S}(r) = - \frac{A_H}{6} \left[\frac{2R_1R_2}{r^2 - (R_1 + R_2)^2} + \frac{2R_1R_2}{r^2 - (R_1 - R_2)^2} + \ln \left[\frac{r^2 - (R_1 + R_2)^2}{r^2 - (R_1 - R_2)^2} \right] \right] \quad (\text{III.9})$$

Lorsque la constante de Hamaker est définie principalement comme $A_H = \pi^2 \rho^2 \lambda$, R_1 et R_2 sont les rayons des deux particules en interaction et r est la distance entre leurs centres.

Lorsque les particules sont à proximité ($[r / (R_1 + R_2)] \rightarrow 1$). L'équation (III.9) est simplifiée mathématiquement à la formule bien connue pour l'énergie d'interaction [30]:



Figure III-2 : Interactions de Van der Waals entre deux sphères (à gauche) et entre des demi-espaces parallèles (droite) [30].

$$E_{S-S}(d \ll R) = - \frac{A_H}{6} \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)} \frac{1}{d} \quad (\text{III.10})$$

Ce modèle a été et est toujours utilisé pour calculer la contribution des forces de dispersion à l'adhésion et à la cohésion entre matériaux particulaires, notamment en études et simulations [30]. Ainsi, dans le cas de deux sphères de tailles différentes, d_{p1} et d_{p2} , distantes de $z(m)$, cette force, notée F_{vdw} , s'exprime par l'équation (à l'adhésion et à la cohésion entre matériaux particulaires, notamment en poudre études et simulations [30]. Ainsi, dans le cas de deux sphères de tailles différentes, d_{p1} et d_{p2} , distantes de $z(m)$, cette force, notée F_{vdw} , s'exprime par l'équation (III.11) [29] :

$$F_{vdw} = \frac{A}{12 z^2} \left[\frac{d_{p1} d_{p2}}{d_{p1} + d_{p2}} \right] \quad (\text{III.11})$$

Où A est la constante de Hamaker (J) qui dépend du matériau et du milieu environnant (Hamaker, 1937) [29].

III.2. Importance relative des différentes forces

La figure (III.4) présente l'évolution comparée de la force de Van der Waals, de la force capillaire, de la force électrostatique et de la force de pesanteur en fonction de la taille des grains (Seville et al. 2000). Sur cette figure, nous pouvons voir que plus la taille des grains est faible, plus les forces de capillarité et de Van der Waals sont prédominantes par rapport à la force électrostatique et au poids. De plus, cette étude comparative montre que, quelle que soit la taille des particules, la force capillaire a une action d'intensité plus importante que les autres forces et en particulier la force de Van der Waals [29].

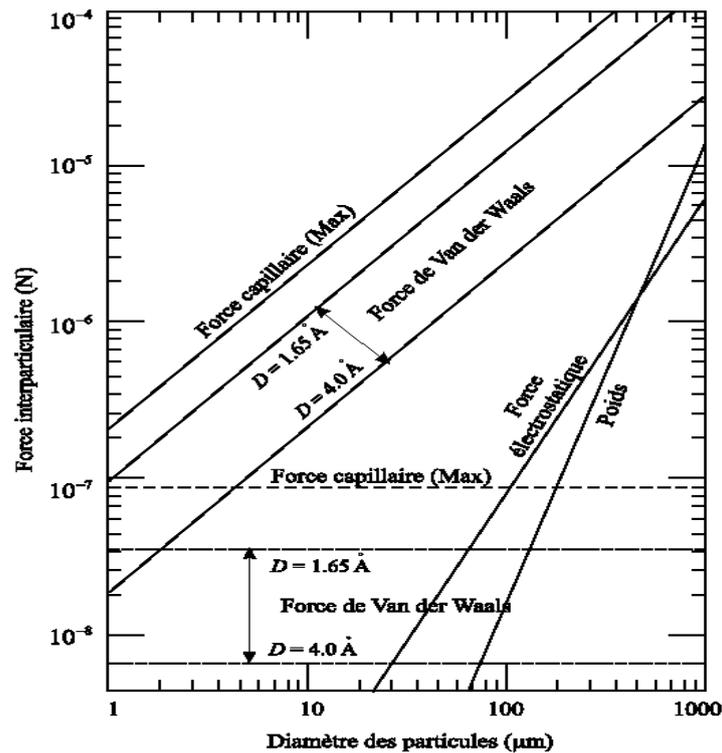


Figure III-3 : Comparaison des intensités de différentes forces interarticulaires pour des contacts ponctuels, dans l'air (d'après Seville et al, 2000) [29].

Légende : en traits pleins, pour des grains de même taille, en pointillés, pour une aspérité de taille caractéristique $0,1 \mu\text{m}$ en contact avec un plan. La force de Van der Waals est déterminée pour une constante de Hamaker $A = 6,5 \times 10^{-20} \text{ J}$ (cas du quartz) et des distances entre particules variant entre $1,65$ et $4,0$ angströms. La force de capillarité est estimée à sa valeur maximale, lorsque les grains sont en contact ($\gamma = 73 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, cas de L'eau). La force électrostatique est considérée à son intensité maximale (charge de signe opposé), pour une charge surfacique de $10 \mu\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$. Le poids est évalué pour une masse volumique de $3 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ [29].

III.3. Forces de contact

Il existe deux grandes familles de modèles pour exprimer les forces de contact entre particules et entre particules et murs, les modèles à sphères rigides et les modèles à sphères molles [31].

III.3.1.1. Modèle de sphères rigides (Force plastique)

Dans les modèles de sphères rigides (en anglais "hard sphere model"), les collisions sont instantanées, la dynamique de collision est donc binaire et les particules ne se

chevauchent pas. Afin de bien capter l'instant au quel à lieu le contact, il est important d'avoir un pas de temps très fin. Ce type de modèle est proche de ceux utilisés en dynamique moléculaire [31].

III.3.1.2. Modèles de sphères molles (Force élastique)

Les modèles de sphères molles (en anglais "soft sphere model"), sont beaucoup utilisés pour modéliser des contacts entre objets. Avec cette méthode, les objets sont autorisés à se recouvrir partiellement pendant le choc. Contrairement à la méthode précédemment présentée, ici le choc n'est donc pas instantané [31].

III.3.2. Comparaison entre les forces (F_{vdw} , $F_{plastique}$, $F_{élastique}$)

Quand il y a une interaction entre particules le modèle de Molerus (O. Molerus) [32] donnée par.

$$F_N + F_{VDW} = F_s$$

$$F_s = F_{plastique} \text{ ou}$$

$$F_s = F_{élastique}$$

- **les Forces de van der waals :**

$$F_{vdw} = \frac{A \cdot R}{12 \cdot Z^2}$$

Avec :

A la constante de Hamaker sa valeur en ciment est égal: $A = 1.72 \times 10^{-20}(\text{j})$

Z Est la distance entre les particules: $Z = 4 \times 10^{-10}(\text{m})$.

- **La force élastique :**

Donnée par cette formule (D. Turki, N. Fatah) [33].

$$F_{plastique} = \frac{7534.5\sigma^3 y R^2}{K^2}$$

- **La force élastique :**

Donnée par cette formule (D. Turki, N. Fatah) [33].

$$F_{élastique} = \frac{371.4\sigma^3 y R^2}{K^2}$$

Avec :

La contrainte $\sigma = 0,516. 10^6 Pa$

La contrainte $\gamma = 0,32. 10^9 Pa$

Le module de Young $K = 1.6985. 10^{11}$

Et R le rayon de particule $R(\mu m) = (1, 2, 3 \dots 9)$.

D'après les calculs on trouve les graphes suivant.

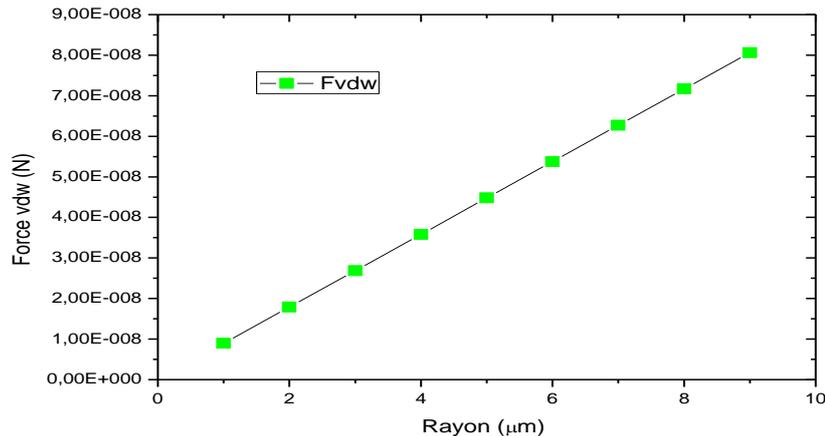


Figure III-4 : Représentation et évolution de la Force de Van der Waals en fonction de R de ciment.

- **Discussion des résultats**

Sur cette figure, nous pouvons voir que plus la taille des grains, est faible, plus les forces de Van der Waals ne sont prédominantes. De plus, cette étude montre que, quelle que soit la taille des particules, les forces de Van der Waals sont présent, Et que la courbe est linéaire et croissante, dans ce cas les particules sont en contact direct les unes avec les autres.

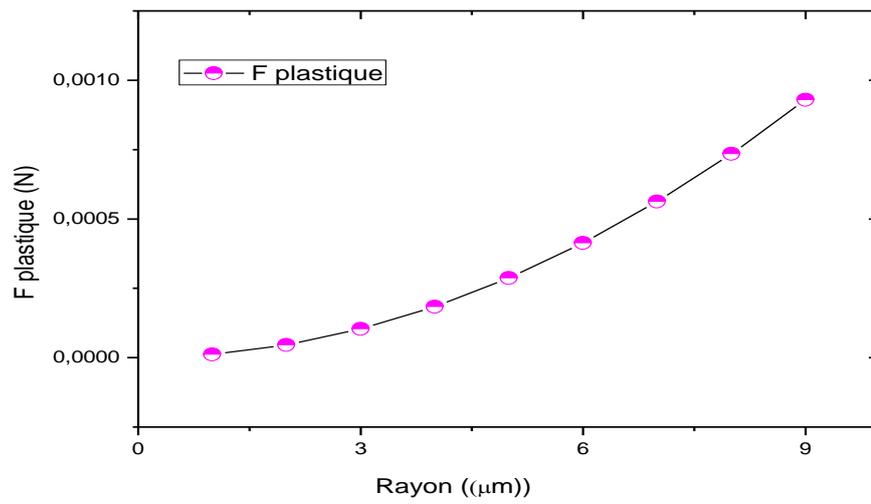


Figure III-5 : Evolution de F plastique en fonction de R de ciment.

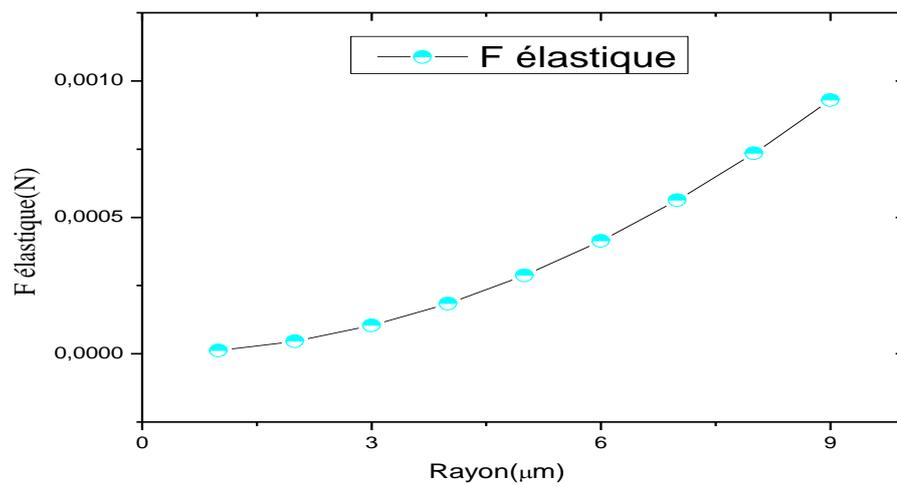


Figure III-6 : Evolution de la Force élastique en fonction de R de ciment.

- Les trois Forces de contact :

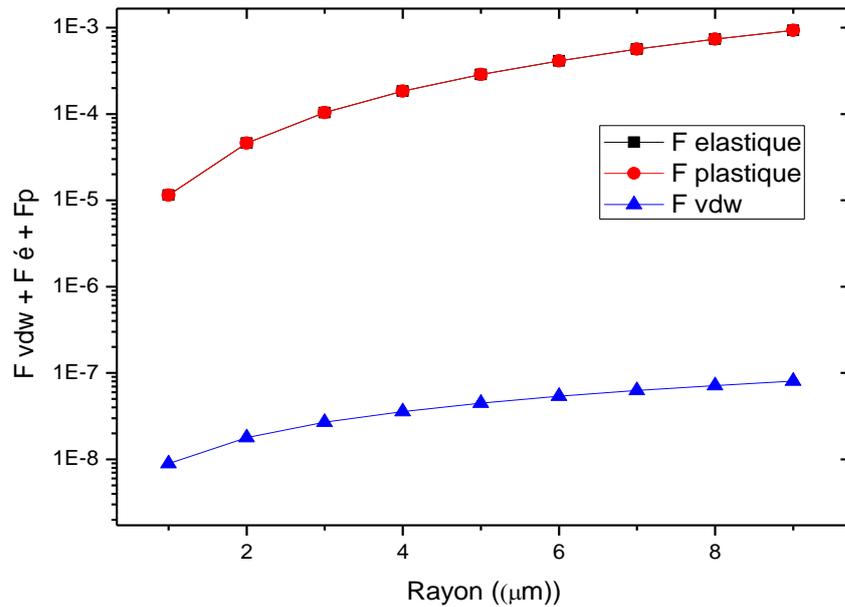


Figure III-7 : représentation et évolution des trois Forces de contact

En fonction de R de ciment.

II.4. Discussion des résultats

On a comparé les résultats obtenus, et on remarque que la force de van der Waals est toujours inférieure aux deux autres forces plastiques et élastiques.

Aussi lorsque le rayon augmente, la courbe des forces est croissante, on en déduit que la relation forces et rayon est une relation directe.

La fluidisation des poudres fines est difficile à réaliser car les forces cohésives inter-particulaires sont supérieures aux forces exercées par le fluide, et la contrainte σ , étant supérieure, affecte la force et augmente la cohésion des particules, surtout dans les états de repos du fluide.

On peut déduire du graphique de l'évolution des trois forces de contact, la cohésion des particules existe et elle est due à une force plastique.

IV.1- introduction

Dans un lit de particules solides reposant sur une grille horizontale située au fond d'une colonne. En injectant un gaz à travers ce lit à une vitesse superficielle U dans le sens ascendant. A la traversée de la couche fixe de grains solides, le courant de gaz subit une chute de pression due aux force de frottement visqueux entre le gaz et les particules. tant que le lit reste fixe, la perte de charge augmente avec la vitesse superficielle du gaz, lorsque la chute de pression devient égale au poids apparent de la couche par unité d'aire la couche se fluidise .Ce seuil de fluidisation est atteint pour une vitesse superficielle de gaz appelée vitesse minimale de fluidisation et généralement notée U_{mf} (khashayar saleh.2014)[34].

IV.2- Avantages et inconvénients

Les lits fluidisés présentent des propriétés avantageuses par rapport aux lits fixes (ou aux autres réacteurs de type gaz-solide) [34]. Mélange intensif de la phase solide: ainsi, la suspension est pratiquement homogène en température. Cette homogénéité donne aux lits fluidisés un avantage indéniable par rapport aux lits fixes qui sont souvent soumis à un fort gradient de température.

Un coefficient de transfert en matière et de chaleur élevé entre la phase gaz et les particules solide; ainsi un bon contact gaz-solide est assuré. Un coefficient de transfert de chaleur élevé entre le lit et les surface (parois du réacteur ou tubes d'échangeur). Facilité de manutention de La phase solide due au comportement proche de celui d'un liquide: les particules peuvent être alimentées et extraites de façon continue (réacteur ouvert). Perte de charge inférieure à celles obtenues avec un lit fixe pour une même vitesse superficielle de gaz [34].

Néanmoins, ces avantages ne sont pas sans contrepartie et les limites des lits fluidisés doivent être connues avant d'envisager l'usage de ce procédé à échelle industrielle. Les principaux inconvénients sont les suivant [34].

- Phénomène de bullage.
- Non-uniformité du temps de séjour des particules.
- Attrition.
- difficultés de modélisation, conception et dimensionnement à échelle industrielle [35].

IV.3. Régime de fluidisation

Selon la vitesse de fluidisation et la nature des particules solides, on observe différents régimes de fluidisation présenter sur la figure (IV.2) (Kunii (D) et Levenspiel(o) 1991) [36].

Lit fixe (figure 3.2.a)

Pour une vitesse inférieure à la vitesse minimale de fluidisation U_{mf} , le lit reste fixe et conserve son aspect compact. Le gaz passe entre les particules sans les soulever et subit une perte de charge due aux frottements avec la surface des grains. Cette perte de charge reste inférieure au poids du lit rapporté à la section droite de la colonne [36].

Minimum de fluidisation (fluidisation particulaire ou homogène) (figure 3.2.b)

A la vitesse minimale de fluidisation, U_{mf} le poids des particules est précisément compensé par ces forces de frottement, Les particules bougent légèrement et la vitesse du gaz, la hauteur et la porosité du lit augmentent lentement. On parle alors de fluidisation «homogène » [36].

Lit bouillonnant (fluidisation agrégative ou hétérogène) (figure 3.2.c)

A vitesse légèrement supérieure à U_{mf} on observe la formation de cavités pratiquement vide de particules que l'on appelle plus communément « bulle » : la fluidisation est alors dite « hétérogène ». la vitesse superficielle de gaz à partir de laquelle ces bulles apparaissent est appelée « vitesse minimale de bullage » et est notée U_{mb} .en générale. Les vitesses minimales de fluidisation et de bullage sont relativement proches.

Au delà de U_{mb} et sur une plage de vitesse relativement large, le lit reste fluidisé et les bulle ont une forme régulière, souvent sphérique. Chaque bulle entraîne dans son sillage une certaine quantité de particules, ce qui crée un mouvement et une agitation permanent des grains solides au sein du lit fluidisé, il s'agit du régime de fluidisation bouillonnante. On parle également de « lit dense » dans la mesure où la limite supérieure du lit (la surface du lit) est clairement définie [36]. Ces bulles se forment au voisinage du distributeur, appelé aussi grille de fluidisation. Au cours de leur ascension, elles grossissent par coalescence et viennent éclater en surface. Une certaine quantité de particules solides est ainsi projetée à la surface du lit par éclatement des bulles. Ce qui crée une zone turbulente où la concentration en solide est plus faible que dans la zone dense inférieure : il s'agit de la « splash zone » [36].

Pistonnage (figure 3.2.d)

Dans les colonnes de faible section droite, il peut arriver que le diamètre des bulles atteigne celui du réacteur. Le phénomène de pistonnage peut alors rapidement se substituer à la fluidisation en régime bouillonnant. Les bulles de gaz « poussent » des particules devant elles. Il y a alternance dans le lit de passage de grosses bulles et de lit stable. La surface du lit se soulève et retombe de manière très régulière. L'écoulement sous forme de bouchons fluides est accompagné de large fluctuation de perte de pression. Le pistonnage pose le problème de l'extrapolation à échelle industrielle de résultats obtenus à section plus importante, ne le présente pas [36].

Lit turbulent (figurer 3.2.e)

A mesure que la vitesse de fluidisation augmente, la taille et le nombre de bulles croissent progressivement et l'agitation de suspension est de plus violente. L'entraînement des particules au-dessus du lit dense devient appréciable et la surface supérieure de ce lit s'estompe peu à peu. A des vitesses importantes, le mouvement des bulles est chaotique et leur forme devient irrégulière. Il s'agit du régime de fluidisation turbulent [36].

Lit transporté (figure 3.2.f)

Lorsque la vitesse terminale de chute libre des particules (U_t) est dépassée, ces dernières quittent le lit fluidisé et sont entraînées par la courent gazeux (transporte pneumatique). Le lit est « dilué » (faible concentration volumique en solide) et sa surface supérieure disparaît. On appelle ce régime le lit transporté. Il est également possible de récupérer les particules dans des dispositifs annexes (cyclones) afin de les réintroduire dans le lit fluidisé. On parle alors de lit fluidisé circulant [36].

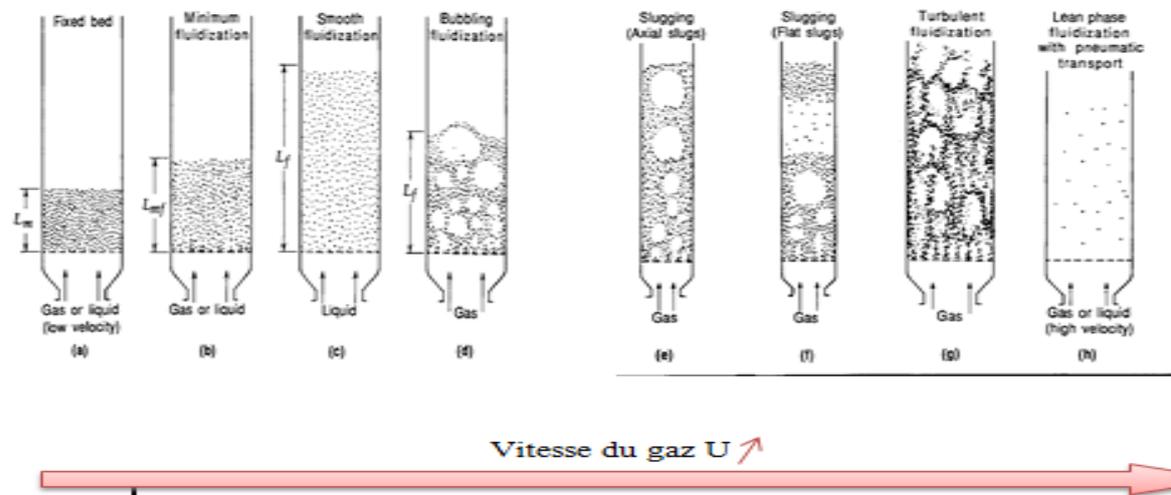


Figure IV-2 : Différents régimes de fluidisation [36].

IV.4. Limite du domaine de fluidisation

La fluidisation est un phénomène intermédiaire entre l'état fixe et le transport, elle se produit dans une gamme de vitesses comprises entre la vitesse au minimum de fluidisation U_{mf} et la vitesse terminale de chute (U_t) des particules (Jiménez Mungula, 2007) [37].

IV.5. Vitesse minimale de fluidisation

La vitesse au minimum de fluidisation est un paramètre fondamental très important pour caractériser le procédé de fluidisation, elle représente la limite minimale de la vitesse d'écoulement des lits fluidisés, elle peut être influencée par des paramètres expérimentaux et géométriques. Diverses méthodes sont employées pour sa détermination, parmi les quelle on pourrait citer la méthode classique de Richardson (1971) qui consiste en la mesure des pertes de charges totales à travers le lit à débit décroissant [38].

On trouve dans la littérature de nombreuses relations permettant de calculer la vitesse minimale de fluidisation. Les auteurs proposent, pour la plus part, des corrélations dérivées de l'équation d'Ergun (1952). Cette dernière permet de calculer la perte de charge subie par un fluide à travers un lit fixe de particules identiques. En utilisant les nombres adimensionnelles de Reynolds et d'Archimède, la relation d'Ergun au minimum de fluidisation peut être exprimée par (Tannous, 1994) [38].

$$Ar = 150 \frac{(1-\varepsilon_{mf})}{\varepsilon_{mf}^3 \varphi^2} Re_{mf} + 1.75 \frac{1}{\varepsilon_{mf}^3 \varphi} Re_{mf}^2 \quad (IV.1)$$

Avec :

$$Re_{mf} = \frac{\rho_f d_p U_{mf}}{\mu_f} \quad (IV.2)$$

$$Ar = \frac{d_p^3 (\rho_s - \rho_f) \rho_f g}{\mu_f^2} \quad (IV.3)$$

Où :

U_{mf} : La vitesse minimale de fluidisation (m/s).

ε_{mf} : La porosité du lit au minimum de fluidisation.

φ : Le facteur de sphéricité.

μ : La viscosité dynamique du fluide (Pa.s).

ρ_f : La masse volumique du fluide (kg/m³).

ρ_s : La masse volumique du solide (kg/m³).

d_p : Le diamètre des particules (m).

g : l'accélération de la pesanteur (m/s²)

La connaissance de la porosité au minimum de fluidisation ε_{mf} , et le facteur de Sphéricité φ doivent être connus pour une bonne précision dans le calcul de U_{mf} . Parmi les auteurs qui ont utilisé l'équation d'Ergun pour estimer la vitesse minimale de fluidisation, nous pouvons citer Noda et al. (1986). Ces auteurs ont étudié des systèmes Fluidisés contenant des mélanges binaires de solides de différentes tailles et densités. Dans ce cas, la vitesse minimale de fluidisation déterminée expérimentalement correspond à la vitesse. Pour laquelle toutes les particules sont mises en fluidisation (aussi bien les fines que les grosses particules). D'autres auteurs considèrent que la vitesse minimale de fluidisation est une propriété intrinsèque de l'état fluidisé et que ce paramètre dépend fortement des propriétés physicochimiques des deux phases constituant le lit fluidisé (masse volumique du solide et fluide, viscosité du fluide, diamètre des particules) Parmi ces auteurs, Coltters & Rivas (2004), ont rassemblé six séries de données de la littérature relatives au charbon et en les testant, ces auteurs ont proposé une corrélation très simple dans laquelle ne figure ni le facteur de sphéricité ni la porosité au minimum de fluidisation. Ces corrélations sont regroupées dans le tableau (IV.1) [38].

Auteurs	Corrélations
Coltters et Riva (2004)	$U_{mf}=(8.5557 * 10^{-3})X^{(0.46093\pm 0.28872)}$
K. Noda et al (1986)	$U_{mf}=(0.114^2 + 0.0605 * Ar)^{1/2}-0.114$

Tableau IV-1: Corrélations de la littérature pour prédire U_{mf} [38].

Avec :

$$\mathbf{X}=\frac{d_p^2(\rho_s-\rho_f)g}{\mu}\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)^{1.23}\quad\left[\frac{m}{s}\right]\quad\text{(IV.4)}$$

$$1000\mu\text{m}\leq d_p\leq 3578\mu\text{m}$$

IV.6. Vitesse terminale de chute

La vitesse terminale de chute des particules est la vitesse maximale de fluidisation U_t , au-delà de cette vitesse d'écoulement, les particules sont entraînées par le fluide et commencent à quitter la colonne de fluidisation. Cette vitesse peut être exprimée par la relation suivante (N.Kecheroud, 2012) [39].

$$U_t = \left(\frac{4g d_p (\rho_s - \rho_f)}{3 \rho_f C_d} \right)^{1/2} \quad (\text{IV.5})$$

Avec :

C_d : Coefficient de traînée qui peut s'exprime en fonction de Reynolds

IV.7. Historique et applications industrielles

Les premières applications de la technique des lit fluidisés remonte au moyen âge, dès Le XV^{me} siècle les lits fluidisés ont été utilisés pour la purification des minerais; il s'agissait de mettre en suspension de petit grains de minerai dans une cuve d'eau fortement agitée, cette opération rendait possible la séparation de la gangue du minerai métallique plus lourd, cependant cette technique était purement artisanale et Parfaitement discontinu [40].

La technique de fluidisation s'impose dans un nombre croissant de domaines : pétrole et pétrochimie, chimie organique et chimie minérale, agroalimentaire, métallurgie, matériaux de construction et bien d'autres domaines [41].

V.1. Modélisation mathématique

En fonction de l'échelle de longueur à laquelle les écoulements fluide-particules sont décrits, différentes approches sont utilisées pour décrire le comportement des deux phases. Premièrement, à l'échelle la plus fine considérée dans cette étude, que nous appelons échelle micro, les équations de Navier-Stokes (NS) sont résolues directement autour des particules, les trajectoires de ces dernières sont quant à elles calculées individuellement de façon lagrangienne [42].

Deuxièmement, en se plaçant à une échelle de longueur bien plus grande, que nous appelons échelle macro, les particules sont considérées comme formant une phase continue (voir figure V.1-(c)) [42].

Le comportement des deux phases, fluide et solide, est alors décrit par des équations moyennées en espace faisant intervenir la fraction volumique de chacune des phases. Entre ces deux échelles de description, il existe une troisième approche se basant sur une formulation moyennée du fluide, mais pour laquelle les trajectoires des particules sont calculées individuellement. Cette approche est souvent appelée "mésos", "micro-macro" ou "Euler-Lagrange" car elle constitue une combinaison des deux échelles de longueur présentées précédemment. La figure (V-1) illustre le changement d'échelle qui est opéré lors de l'utilisation des différents modèles [42].

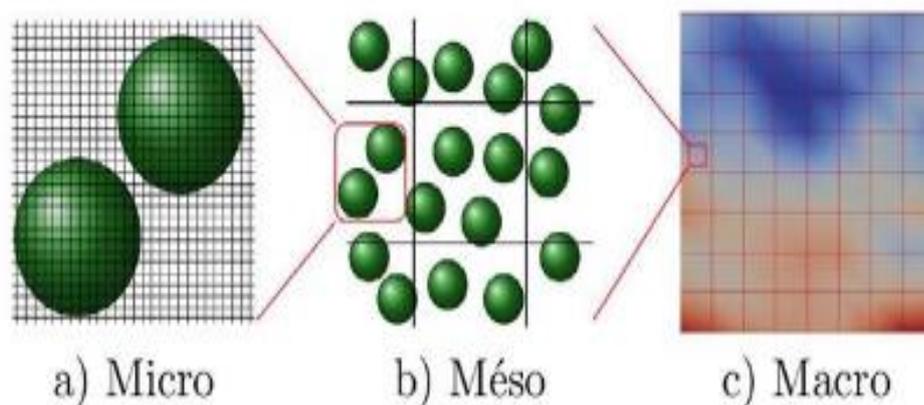


Figure V-1 d'échelle de modélisation pour a) une approche DNS, b) une approche Euler-Lagrange et c) une approche Euler-Euler [42].

V.2.Echelle micro (résolution directe)

Les systèmes fluide-particules peuvent être décrits en résolvant directement les équations de NS¹ pour le fluide tandis que la trajectoire des particules est calculée individuellement. Pour mettre en place ce type de méthode où l'écoulement est résolu de façon précise autour de chaque particule, le maillage fluide doit être plus fin que la plus petite échelle spatiale caractéristique de l'écoulement. Il existe deux approches totalement différentes pour construire ce maillage, soit il occupe uniquement l'espace entre les particules [42].

Maillage adaptatif

Dans le cas d'une inclusion d'objets dans le fluide, ici des particules, il est naturel de vouloir utiliser un maillage qui épouse la géométrie des objets afin de résoudre directement les équations de NS¹ dans le domaine occupé par le fluide. Comme l'illustre la (figure V.2), pour de telles configurations, le maillage doit être non structuré afin de s'adapter au mieux aux surfaces des objets, que ceux-ci soit en mouvement ou non [43].

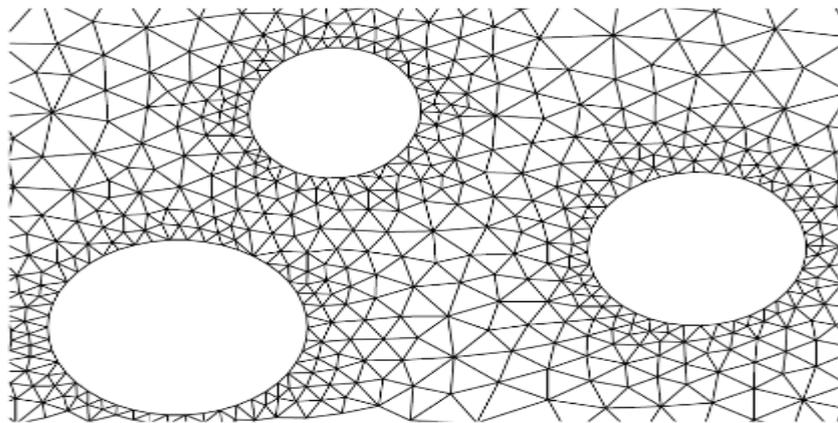


Figure V-2 : Exemple de maillage non structuré épousant la surface des particules (B. Maury) [43].

Tout d'abord, si les objets sont fixes, le maillage est généré une seule fois avant de débiter la résolution des équations. Cette étape peut prendre du temps dans le cas de géométries complexes, comme par exemple pour un lit fixe de particules dont les zones occupées par le fluide sont parfois très étroites, rendant la construction du maillage laborieuse [42]. En revanche, si les objets sont mobiles, le maillage construit

¹ Navier-Stokes

avant la simulation nécessite d'être modifiée pour prendre en compte le changement de géométrie du domaine occupé par le fluide. Si les particules se déplacent, le maillage peut être étiré, c'est à dire que les connections entre les nœuds du maillage restent les mêmes mais que les dimensions des mailles sont modifiées afin de suivre au mieux le déplacement des surfaces des objets. Mais lorsque le déplacement des objets est important, l'augmentation du rapport de forme des mailles engendre une détérioration de la solution obtenue, il est donc nécessaire de générer un nouveau maillage et de projeter la solution de l'ancien maillage sur le nouveau. Cette étape peut s'avérer très chronophage dans le cas de lit dense de particules, surtout en trois dimensions, et doit être renouvelée d'autant plus fréquemment que le déplacement des objets est important [42].

Maillage fixe

Afin de s'affranchir des contraintes engendrées par l'utilisation de maillages adaptatifs, à savoir le temps passé à remailler l'espace occupé par le fluide lorsque les particules se sont déplacées, de nouvelles méthodes utilisant un maillage fixe ont été introduites. Les méthodes à maillage fixe sont également appelées méthodes de domaine fictif car elles sont basées sur l'utilisation d'un maillage occupant tout le domaine, y compris celui occupé par les particules. La vitesse du fluide calculée aux nœuds recouverts par les particules est alors totalement fictive ou égale à la vitesse des particules selon la méthode employée. Ce genre de méthode permet notamment d'utiliser des maillages cartésiens, ce qui simplifie grandement l'écriture et l'implémentation des schémas numériques. Le cœur de ces méthodes est de faire en sorte que le fluide "voit" les particules, et que les quantités de mouvement s'échangent entre les phases fluide et solide [42].

V.3- Echelle macro : Modèles Euler-Euler

La simulation numérique des écoulements fluide-particules, et plus généralement des écoulements multiphasiques, peut également être basée sur une approche purement eulérienne des phases. Elles sont alors considérées comme continues et s'interpénètrent entièrement [44,45]. Ainsi, les équations de continuité et de quantité de mouvement pour chacune des phases sont respectivement (MANUEL BERNARD) [46].

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_1 \rho_1) + \nabla \cdot (\varepsilon_1 \rho_1 \mathbf{u}_1) = 0; \\ \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_1 \rho_1 \mathbf{u}_1) + \nabla \cdot (\varepsilon_1 \rho_1 \mathbf{u}_1) = -\varepsilon_1 \nabla P_T + \varepsilon_1 \rho_1 \mathbf{g} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_1 + T_1. \end{cases} \quad (\text{V.1})$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_2 \rho_2) + \nabla \cdot (\varepsilon_2 \rho_2 \mathbf{u}_2) = 0; \\ \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_2 \rho_2 \mathbf{u}_2) + \nabla \cdot (\varepsilon_2 \rho_2 \mathbf{u}_2) = -\varepsilon_2 \nabla P_T + \varepsilon_2 \rho_2 \mathbf{g} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_2 + T_2. \end{cases} \quad (\text{V.2})$$

Ou

$\rho_k(\mathbf{t}, \mathbf{x}) \geq 0$ Est la densité de la phase \mathbf{k} , avec $k \in \{1, 2\}$;

$\mathbf{u}_k(\mathbf{t}, \mathbf{x}) \in \mathbb{R}^N$ Le champ de vitesse

$\boldsymbol{\tau}_k$ et $0 \leq \varepsilon_k(\mathbf{t}, \mathbf{x}) \leq 1$ sont le tenseur des contraintes effectives et la fraction volumique de la phase \mathbf{k} , respectivement.

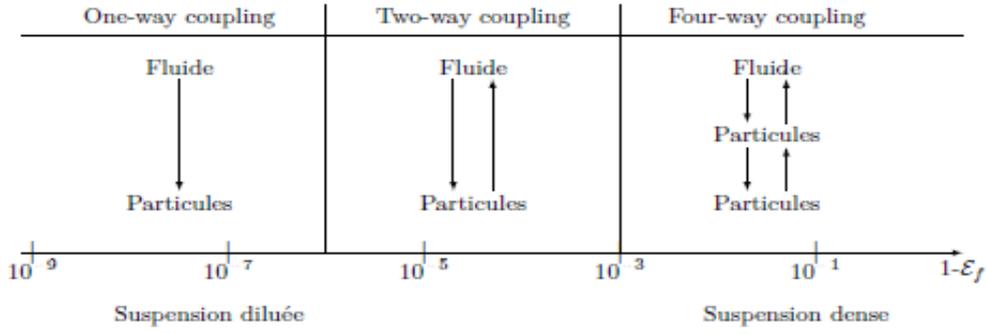
T_k . Représente l'échange de quantité de mouvement entre les deux phases

Diminue de la contribution de la pression moyenne du fluide. Cette approche permet de modéliser des systèmes aux dimensions bien plus étendues que l'approche DNS, c'est pourquoi ce type de modèle est souvent utilisé dans des codes de calcul industriels. En revanche, l'utilisation d'une grille fluide large ainsi que l'assimilation du solide à une phase continue impliquent une perte d'information sur le comportement des particules et du fluide. Pour y remédier, il est nécessaire de mettre en œuvre des modèles de fermeture dans le cas d'écoulements turbulents ainsi que des lois de comportement modélisant le comportement et l'action de la phase solide dans le cas d'écoulements fluide-particules [46].

V.4.Echelle méso (Modèles Euler-Lagrange)

Le principe des modèles Euler-Lagrange, également appelés Discrète Elément Méthode / Computational Fluid Dynamics (DEM-CFD) ou Combine Continuum and Discrète Model (CCDM), consiste à décrire la phase continue (liquide ou gazeuse) de façon eulérienne et à assurer un suivi lagrangien des particules (MANUEL BERNARD) [46]. **Restriction de Modèle Euler-Lagrange**

Il existe différentes variantes de l'approche Euler-Lagrange suivant le couplage utilisé comme l'illustre la figure V.3. Pour l'étude d'écoulements fluide-particules denses, il est recommandé d'utiliser un modèle de couplage fort, où l'action des particules sur le fluide est prise en compte, de même que les collisions inter-particulaires (MANUEL BERNARD) [46].



FigureV-3 : Différents types de couplage entre les phases solide et fluide en fonction de la concentration de particules (base sur Elgobashi) [47].

La perte de charge Δp est donnée en fonction de la vitesse du gaz de fluidisation par la solution des équations de Navier-stokes.

Equation 3 et 4 sont résolues numériquement par la méthode de SIMPLER (voir l'annexe A) (semi-Implicitmethod for pressure –Liked- Equation –Revised ; pantankar, 1980) la solution donne la vitesse et la pression.

$$\frac{\delta(\epsilon\rho_g)}{\delta t} + \Delta \cdot (\epsilon\rho_g \mathbf{u}_g) = 0 \quad \text{Equilibre de masse (V.3)}$$

$$\frac{\delta(\epsilon\rho_g \mathbf{u}_g)}{\delta t} + \Delta \cdot (\epsilon\rho_g \mathbf{u}_g \mathbf{u}_g) = -\epsilon\Delta \cdot \mathbf{P} - \beta(\mathbf{u}_g - \mathbf{v}_p) - \Delta \cdot \epsilon\boldsymbol{\tau} + \epsilon\rho_g \cdot \mathbf{g} \quad \text{Equilibre des moments (V.4)}$$

Avec :

$$\boldsymbol{\tau} = - \left[\left(\mu_b - \frac{2}{3} \mu_g \right) (\Delta \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} + \mu_g [(\Delta \mathbf{u}) + (\Delta \mathbf{u})^T] \right] \quad \text{(V.4)}$$

μ_b est viscosité du fluide et μ_g viscosité de cisaillement.

$$\beta = 150 \cdot \frac{(1-\epsilon)^2}{\epsilon} \cdot \frac{\mu_g}{d_p^2} + 1.75(1 - \epsilon) \frac{\rho_g}{d_p} |\mathbf{u}_g - \mathbf{v}_p| \quad \text{Pour } \epsilon < 0.8 \quad \text{(V.5)}$$

$$= \frac{3}{4} C_d \frac{\epsilon(1-\epsilon)}{d_p} \rho_g |\mathbf{u}_g - \mathbf{v}_p| \cdot \epsilon^{-2.65} \quad \text{Pour } \epsilon > 0.8 \quad \text{(V.6)}$$

Conclusion

Les poudres fines ont une place très importante dans la vie pratique. C'est une opération clé pour de nombreux domaines industriels (ciments, pharmacie, agro-alimentaire, matières plastiques. . .).

Ce travail, qui avait pour but l'étude de la modélisation mathématique et l'écoulement d'une poudre fine. Nous avons choisi le ciment en raison des problèmes rencontrés lors de l'emballage et du stockage.

Le ciment est considéré comme une poudre fine appartenant au groupe C sur la base de la classification de Geldart sont classés selon leurs propriétés de taille, forme, porosité des grains, leur diamètre moyen, qui est en général inférieur à 30 μm . Ces poudres possèdent de fortes liaisons inter-particulaires comme (force de van der Waals, force élastique, plastique, les forces électrostatiques, force de pesanteur, force de capillarité.) comme il a été montré dans les figure (III-3). Ceci montre que la liaison de particules est due principalement aux forces d'interaction plastique formant ainsi des agglomérats de différentes tailles.

Après avoir connu la classification du ciment et les propriétés du groupe auquel il appartient si on utilise l'échelle la plus fine considérée dans cette étude, que nous appelons échelle micro, les équations de Navier-Stokes (NS) sont résolues directement autour des particules, les trajectoires de ces dernières sont quant à elles calculées individuellement de façon lagrangienne.

La perte de charge Δp est donnée en fonction de la vitesse du gaz de fluidisation par la solution des équations de Navier-Stokes (NS).

Le but de ce travail est la désintégration des agglomérats pour faciliter le processus d'écoulement.

Bibliographie

- [1]. Leturia, M, & Saleh, K. (2014). Fluidisation gaz-solide-Bases et théorie.
- [2]. Beddow, J. K. (1995). Professor Dr. Henry H. Hausner, 1900–1995. *Particle & Particle Systems Characterization*, 12(4), 213-213.
- [3]. Yu, Q., Dave, R. N., Zhu, C., Quevedo, J. A., & Pfeffer, R. (2005). Enhanced fluidization of nanoparticles in an oscillating magnetic field. *AIChE Journal*, 51(7), 1971-1979.
- [4]. Visser, J. (1989). Van der Waals and other cohesive forces affecting powder fluidization. *Powder Technology*, 58(1), 1-10.
- [5]. Rumpf, H. (1990). *Particle Technology (English edition)*. Powder technology series. London: Chapman and Hall.
- [6]. Podczec, F., & Jones, B.E.(Eds.).(2004). *Pharmaceutical capsules*. Pharmaceutical Press.
- [7]. NOIRFONTAINE, M. N. D. (2000). Etude structurale et cristallographie du composé majoritaire du ciment anhydre: le silicate tricalcique (Doctoral dissertation, Palaiseau, Ecole polytechnique).
- [8]. Mohammed medjdoub ET Mohammed alae Eddine taifouri (2016). Fabrication de béton ordinaire par l'utilisation des adjuvants, spécialité génie civil.
- [9]. Aïtcin, P.C. (2007). *Binders for durable and sustainable concrete*. CRC Press.
- [10]. Auvray, J. M. (2003). Elaboration et caractérisation à haute température de bétons réfractaires à base d'alumine spinelle (Doctoral dissertation, Thèse de doctorat, Université de Limoges).
- [11]. Technologie du béton : gu\formation\béton\techno béton v05_01-BETON Degussa Construction Chemicals France.
- [12]. Houti, F. B., & Belhachemi, B. Etude expérimentale de l'agressivité de l'eau de mer sur les mortiers en ciment.
- [13]. MEBARKI, H. Etude comparative des clinkers de l'ouest Algérien: Analyse Physico-chimique et Applications (Doctoral dissertation).
- [14]. Salhi, K. (2007). Etude de l'influence de l'ajout du sable de dune et le laitier granulé finement broyés au ciment sur la stabilité de béton (Doctoral dissertation, Université Mohamed Khider-Biskra).
- [15]. Govin, A. (2004). Aspects physico-chimiques de l'interaction bois-ciment. Modification de l'hydratation du ciment par le bois (Doctoral dissertation, Ecole

- [16]. NOIRFONTAINE, M. N. D. (2000). Etude structurale et cristallographie du composé majoritaire du ciment anhydre: le silicate tricalcique (Doctoral dissertation, Palaiseau, Ecole polytechnique).
- [17]. YAHIA Mohamed (2016). Contribution à la valorisation d'un déchet de cimenterie (ciment hydraté) pour l'élaboration d'un nouveau ciment, (Département de génie civil ; université Mohammed Boudiaf - m'silla faculté de technologie).
- [18]. Hacene, S. B., Ghomari, F., Schoefs, F., & Khelidj, A. (2009). Etude expérimentale et statistique de l'influence de l'affaissement et de l'air occlus sur la résistance à la compression des bétons. *Journal Scientifique Libanais*, 10(2), 81-100.
- [19]. Dreux, G. & Festa, J. (2007). *Nouveau Guide du Béton et de ses Constituants*, 8ème édition, 3ème tirage.
- [20]. Yousef Slimani. (2010) .La durabilité d'un mortier a base de ciment de Béni-Saf en solutions basiques, acide et neutre (Diplôme d'ingénieur d'état en chimie et génie des procédés, Département de chimie, Université Abou-Bakr Belkaïd).
- [21]. Mohammed Amine Benhadda. (2012) La durabilité du mortier à base de ciment de Béni-Saf vis-à-vis de milieux basiques NaOH et NHOH (Diplôme d'ingénieur d'état en chimie industrielle, Génie des procédés, Université Abou-Bakr Belkaïd).
- [22]. Demeyre, J.F., & des Mines d'Albi, É. (2004). Mécanismes et dynamique du mélange des poudres et caractérisation de l'homogénéité de mélanges de poudres. Centre des poudres et procédés. Ecole des Mines 81013 ALBI Cedex, 9.
- [23]. Beddow, J. K. (1995). Professor Dr. Henry H. Hausner, 1900–1995. *Particle & Particle Systems Characterization*, 12(4), 213-213.
- [24]. Podczec, F., & Jones, B.E.(Eds.).(2004). *Pharmaceutical capsules*. Pharmaceutical Press.
- [25]. Chehbouni, A., Chaouki, J., Guy, C., & Klvana, E. D. (1995). Effets de différents paramètres sur les vitesses de transition de la fluidisation en régime turbulent. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 73(1), 41-50.
- [26]. Condotta, R. (2005). Coulabilité des poudres cohésives: mesures aux faibles contraintes, granulaires humides et application à une poudre industrielle (Doctoral dissertation, Institut National Polytechnique de Toulouse).
- [27]. Geldart, D. (1973). Types of gas fluidization. *Powder technology*, 7(5), 285-292.
- [28]. DELEBARRE, A. (2001). Archétypes et pratiques de l'innovation: le cas des lits fluidisés. *Gérer et comprendre*, 19-30.

- [29]. Boulaud, M. D., & DEI, D. A. Etude de la mise en suspension de particules par chute de poudre.
- [30]. Djafri, Y., & Turki, D. (2018). Dispersion Adhesion Forces between Macroscopic Objects–Basic Concepts and Modeling Techniques: A Critical Review. *Reviews of Adhesion and Adhesives*, 6(4), 441-463.
- [31]. Bernard, M. (2014). Approche multi-échelle pour les écoulements fluide-particules (Doctoral dissertation, École Doctorale Mécanique, Énergétique, Génie civil et Procédés (Toulouse); 154236012).
- [32]. Molerus, O. (1975). Theory of yield of cohesive powders. *Powder Technology*, 12(3), 259-275.
- [33]. Turki, D., & Fatah, N. (2010). Description of consolidation forces on nanometric powders. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 27(4), 555-562
- [34]. Leturia, M., & Saleh, K. (2014). Fluidisation gaz-solide-Bases et théorie.
- [35]. Felice, R. D. (1995). Review article number 47 hydrodynamics of liquid fluidisation. *Chem. Eng. Sci.*, 50, 1213-1245.
- [36]. Levenspiel, O. (1991). Fluidization engineering. Butterworth-Heinemann.
- [37]. Jimenez-Munguia, M. T. (2007). Agglomération de particules par voie humide en lit fluidisé (Doctoral dissertation, ENSIA (AgroParisTech)).
- [38]. Tannous, K., Hemati, M., & Laguerie, C. (1994). Caractéristiques au minimum de fluidisation et expansion des couches fluidisées de particules de la catégorie D de Geldart. *Powder technology*, 80(1), 55-72.
- [39]. Kechroud, N. (2018). Caractérisation du comportement dynamique de la phase continue d'un lit fluidise liquide–solide par anémométrie laser et analyse temps-fréquence (Doctoral dissertation).
- [40]. Dumon, R. (1980). Les applications industrielles des lits fluidisés. Masson.
- [41]. Randrianarivelo, T. N. (2005). Etude numérique des interactions hydrodynamiques fluides/solides: application aux lits fluidisés (Doctoral dissertation, Bordeaux 1).
- [42]. MOUHOUBI (s). Khaled (G), (2013).Réalisation, mise au point et étude des caractéristiques hydrodynamiques d'un réacteur à lit fluidisé liquide-solide de section rectangulaire”, Génie des procédés.
- [43]. Maury, B. (1999). Direct simulations of 2D fluid-particle flows in bi-periodic domains. *Journal of computational physics*, 156(2), 325-351.
- [44]. Gidaspow, D. (1994). Multiphase flow and fluidization: continuum and kinetic theory descriptions. Academic press.

- [45]. Enwald, H., Peirano, E., & Almstedt, A. E. (1996). Eulerian two-phase flow theory applied to fluidization. *International Journal of Multiphase Flow*, 22, 21-66.
- [46]. Bernard, M. (2014). Approche multi-échelle pour les écoulements fluide-particules (Doctoral dissertation, École Doctorale Mécanique, Énergétique, Génie civil et Procédés (Toulouse); 154236012).
- [47]. Elghobashi, S. (1991). Particle-laden turbulent flows: direct simulation and closure models. In *Computational fluid Dynamics for the Petrochemical Process Industry* (pp. 91-104). Springer, Dordrecht.Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne).

Annexe A

Equation 1 et 2 sont résolues numériquement par la méthode de SIMPLER (semi-implicit method for pressure –Liked- Equation –Revised ; pantankar, 1980) la solution donne la vitesse et la pression.

$$\frac{\delta(\varepsilon\rho_g)}{\delta t} + \Delta \cdot (\varepsilon\rho_g \mathbf{u}_g) = 0 \quad \text{Equilibre de masse (1)}$$

$$\frac{\delta(\varepsilon\rho_g \mathbf{u}_g)}{\delta t} + \Delta \cdot (\varepsilon\rho_g \mathbf{u}_g \mathbf{u}_g) = -\varepsilon\Delta \cdot \mathbf{P} - \beta(\mathbf{u}_g - \mathbf{v}_p) - \Delta \cdot \varepsilon\boldsymbol{\tau} + \varepsilon\rho_g \cdot \mathbf{g} \quad \text{Equilibre des moments (2)}$$

Avec

$$\boldsymbol{\tau} = - \left[\left(\mu_b - \frac{2}{3} \mu_g \right) (\Delta \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} + \mu_g [(\Delta \mathbf{u}) + (\Delta \mathbf{u})^T] \right] \quad (3)$$

μ_b « viscosité du fluide » et μ_g « viscosité de cisaillement »

$$\beta = 150 \cdot \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon} \cdot \frac{\mu_g}{d_p^2} + 1.75(1-\varepsilon) \frac{\rho_g}{d_p} |\mathbf{u}_g - \mathbf{v}_p| \quad \text{Pour } \varepsilon < 0.8 \quad (4)$$

$$= \frac{3}{4} C_d \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)}{d_p} \rho_g |\mathbf{u}_g - \mathbf{v}_p| \cdot \varepsilon^{-2.65} \quad \text{Pour } \varepsilon > 0.8 \quad (5)$$

Le paramètre de transfert de quantité de moment β dépend du nombre de Reynolds des particules.

$$\left\{ \begin{array}{l} C_d = \begin{cases} 0.44 & R_e \geq 1000 \\ \frac{24}{R_e} \left(1 + 0.15(R_{ep})^{0.687} \right) & R_e \leq 1000 \end{cases} \\ R_e = \frac{\varepsilon\rho_g |\mathbf{u}_g - \mathbf{v}_p| \cdot d_a}{\mu_g} \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\delta(\varepsilon\rho_g)}{\delta t} + \frac{\delta(\varepsilon\rho_g u_x)}{\delta x} + \frac{\delta(\varepsilon\rho_g u_y)}{\delta y} = 0 \\ \frac{\delta(\varepsilon\rho_g u_x)}{\delta t} + \frac{\delta(\varepsilon\rho_g u_x u_x)}{\delta x} + \frac{\delta(\varepsilon\rho_g u_x u_y)}{\delta y} = -\varepsilon \frac{\delta P}{\delta x} - \beta \cdot (u_x - v_x) \frac{4}{3} \varepsilon \mu_g \left[\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \right] + \frac{\mu_g \varepsilon}{3} \cdot \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} + \mu_g \cdot \varepsilon \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \\ \frac{\delta(\varepsilon\rho_g u_y)}{\delta t} + \frac{\delta(\varepsilon\rho_g u_y u_x)}{\delta x} + \frac{\delta(\varepsilon\rho_g u_y u_y)}{\delta y} = -\varepsilon \frac{\delta P}{\delta y} - \beta \cdot (u_y - v_y) \frac{4}{3} \varepsilon \mu_g \left[\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \right] + \frac{\mu_g \varepsilon}{3} \cdot \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} + \mu_g \cdot \varepsilon \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} - \varepsilon\rho_g \cdot \mathbf{g} \end{array} \right. \quad (7)$$

La méthode de SIMPLER résout les équations en adoptant une méthode itérative.

Pour la discrétisation des équations différentielles une grille de calculs est utilisée. Les valeurs initiales sont placées dans des nœuds différents.

La pression $\mathbf{p} = \mathbf{P} / \rho_g$ dans le point $(i; j)$, les composante des vitesses \mathbf{u}_x dans les points $(i + 1, j)$ et les composantes des vitesses \mathbf{u}_y dans les points $(i, j + 1)$.

Ce modèle utilise la simple discrétisation du deuxième ordre.

Différentielle	Discrétisation	type
$\frac{\delta u}{\delta t}$	$\frac{u^{n+1}-u^n}{\Delta t}$	Ordre (h)
$\frac{\delta^2 u}{\delta^2 x}$	$\frac{u_{i+1,j}-2u_{i,j}+u_{i-1,j}}{\Delta x^2}$	Ordre (h ²)
$\frac{\delta u^2}{\delta x}$	$\frac{u_{i+1,j}^2-u_{i-1,j}^2}{2\Delta x}$	
$\frac{\delta p}{\delta x}$	$\frac{p_{i+1,j}-p_{i,j}}{\Delta x}$	

Cette discrétisation est appliquée aux équations des moments :

$$\begin{aligned}
& (\mathbf{u}_x)_{i+1,j}^{n+1} = \\
& (\mathbf{u}_x)_{i+1,j} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\mathbf{u}_x)_{i+2,j}^2 - (\mathbf{u}_x)_{i,j}^2] - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\mathbf{u}_x \mathbf{u}_y)_{i+1,j+1} - (\mathbf{u}_x \mathbf{u}_y)_{i+1,j-1}] - \\
& \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{p}_{i+2,j} - \mathbf{p}_{i,j}) - \frac{\beta \Delta t}{\rho_g \varepsilon} [(\mathbf{u}_x)_{i+1,j} - (\mathbf{v}_x)_{i+1,j}] + \frac{4 \mu \Delta t}{3 \Delta x^2 \rho_g} [(\mathbf{u}_x)_{i+3,j} - 2(\mathbf{u}_x)_{i+1,j} + \\
& (\mathbf{u}_x)_{i-1,j}] + \frac{\mu \Delta t}{3 \Delta x \Delta y \rho_g} \left[[(\mathbf{u}_y)_{i+2,j+1} - (\mathbf{u}_y)_{i,j+1}] - [(\mathbf{u}_y)_{i+2,j-1} - (\mathbf{u}_y)_{i,j-1}] \right] + \\
& \frac{\mu \Delta t}{3 \Delta y^2 \rho_g} [(\mathbf{u}_x)_{i+1,j+2} - 2(\mathbf{u}_x)_{i+1,j} + (\mathbf{u}_x)_{i+1,j-2}] \quad (8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (\mathbf{u}_x)_{i-1,j}^{n+1} = \\
& (\mathbf{u}_x)_{i-1,j} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\mathbf{u}_x)_{i,j}^2 - (\mathbf{u}_x)_{i-2,j}^2] - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\mathbf{u}_x \mathbf{u}_y)_{i-1,j+1} - (\mathbf{u}_x \mathbf{u}_y)_{i-1,j-1}] - \\
& \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{p}_{i,j} - \mathbf{p}_{i-2,j}) - \frac{\beta \Delta t}{\rho_g \varepsilon} [(\mathbf{u}_x)_{i-1,j} - (\mathbf{v}_x)_{i-1,j}] + \frac{4 \mu \Delta t}{3 \Delta x^2 \rho_g} [(\mathbf{u}_x)_{i+1,j} - 2(\mathbf{u}_x)_{i-1,j} + \\
& (\mathbf{u}_x)_{i-3,j}] + \frac{\mu \Delta t}{3 \Delta x \Delta y \rho_g} \left[[(\mathbf{u}_y)_{i,j+1} - (\mathbf{u}_y)_{i-2,j+1}] - [(\mathbf{u}_y)_{i-2,j-1} - (\mathbf{u}_y)_{i-2,j-1}] \right] \quad (9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (\mathbf{u}_x)_{i,j+1}^{n+1} = \\
& (\mathbf{u}_y)_{i,j+1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\mathbf{u}_y)_{i,j+2}^2 - (\mathbf{u}_y)_{i,j}^2] - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\mathbf{u}_x \mathbf{u}_y)_{i+1,j+1} - (\mathbf{u}_x \mathbf{u}_y)_{i-1,j+1}] - \\
& \frac{\Delta t}{\Delta y} (\mathbf{p}_{i,j+2} - \mathbf{p}_{i,j}) - \frac{\beta \Delta t}{\rho_g \varepsilon} [(\mathbf{u}_y)_{i,j+1} - (\mathbf{v}_y)_{i,j+1}] + \frac{4 \mu \Delta t}{3 \Delta y^2 \rho_g} [(\mathbf{u}_y)_{i,j+3} - 2(\mathbf{u}_y)_{i,j+1} + \\
& (\mathbf{u}_y)_{i,j-1}] + \frac{\mu \Delta t}{3 \Delta x \Delta y \rho_g} \left[[(\mathbf{u}_x)_{i+1,j+2} - (\mathbf{u}_x)_{i-1,j+2}] - [(\mathbf{u}_y)_{i-1,j} - (\mathbf{u}_y)_{i-1,j}] \right] + \\
& \frac{\mu \Delta t}{\Delta x^2 \rho_g} [(\mathbf{u}_y)_{i+2,j+1} - 2(\mathbf{u}_y)_{i,j+1} + (\mathbf{u}_x)_{i-2,j+1}] - g \Delta t \quad (10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\mathbf{u}_x)_{i,j-1}^{n+1} = & (\mathbf{u}_y)_{i,j-1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\mathbf{u}_x)_{i,j}^2 - (\mathbf{u}_y)_{i,j-2}^2] - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\mathbf{u}_x \mathbf{u}_y)_{i+1,j-1} - (\mathbf{u}_x \mathbf{u}_y)_{i-1,j-1}] - \\
& \frac{\Delta t}{\Delta y} (\mathbf{p}_{i,j} - \mathbf{p}_{i,j-2}) - \frac{\beta \Delta t}{\rho_g \varepsilon} [(\mathbf{u}_y)_{i,j-1} - (\mathbf{v}_y)_{i,j-1}] + \frac{4 \mu \Delta t}{3 \Delta y^2 \rho_g} [(\mathbf{u}_y)_{i,j+1} - 2(\mathbf{u}_y)_{i,j-1} + \\
& (\mathbf{u}_y)_{i,j-3}] + \frac{\mu \Delta t}{3 \Delta x \Delta y \rho_g} [[(\mathbf{u}_x)_{i+1,j} - (\mathbf{u}_x)_{i+1,j-2}] - [(\mathbf{u}_x)_{i-1,j} - (\mathbf{u}_x)_{i-1,j-2}]] + \\
& \frac{\mu \Delta t}{\Delta x^2 \rho_g} [(\mathbf{u}_y)_{i+2,j-1} - 2(\mathbf{u}_y)_{i,j-1} + (\mathbf{u}_y)_{i-2,j-1}] - g \cdot \Delta t \quad (11)
\end{aligned}$$

Ecrire ces équations sous les formes suivantes

$$(\mathbf{u}_x)_{i+1,j}^{n+1} = \mathbf{A}_{i+1,j} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{p}_{i+2,j} - \mathbf{p}_{i,j}) \quad (\mathbf{a})$$

$$(\mathbf{u}_x)_{i-1,j}^{n+1} = \mathbf{A}_{i-1,j} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{p}_{i,j} - \mathbf{p}_{i-2,j}) \quad (\mathbf{b})$$

$$(\mathbf{u}_y)_{i,j+1}^{n+1} = \mathbf{A}_{i,j+1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} (\mathbf{p}_{i,j+2} - \mathbf{p}_{i,j}) \quad (\mathbf{c})$$

$$(\mathbf{u}_y)_{i,j-1}^{n+1} = \mathbf{A}_{i,j-1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} (\mathbf{p}_{i,j} - \mathbf{p}_{i,j-2}) \quad (\mathbf{d})$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_{i-1,j} = & (\mathbf{u}_x)_{i-1,j} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\mathbf{u}_x)_{i,j}^2 - (\mathbf{u}_x)_{i-2,j}^2] - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\mathbf{u}_x \mathbf{u}_y)_{i-1,j+1} - (\mathbf{u}_x \mathbf{u}_y)_{i-1,j-1}] - \\
& \frac{\beta \Delta t}{\rho_g \varepsilon} [(\mathbf{u}_x)_{i-1,j} - (\mathbf{v}_x)_{i-1,j}] + \frac{4 \mu \Delta t}{3 \Delta x^2 \rho_g} [(\mathbf{u}_x)_{i+1,j} - 2(\mathbf{u}_x)_{i-1,j} + (\mathbf{u}_x)_{i-3,j}] + \\
& \frac{\mu \Delta t}{3 \Delta x \Delta y \rho_g} \left[[(\mathbf{u}_y)_{i,j+1} - (\mathbf{u}_y)_{i-2,j+1}] - [(\mathbf{u}_y)_{i-2,j-1} - (\mathbf{u}_y)_{i-2,j-1}] \right] \quad (\mathbf{1a})
\end{aligned}$$

De la même façon les autres paramètres sont donnés par la suite :

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_{i+1,j} = & (\mathbf{u}_x)_{i+1,j} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\mathbf{u}_x)_{i+2,j}^2 - (\mathbf{u}_x)_{i,j}^2] - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\mathbf{u}_x \mathbf{u}_y)_{i+1,j+1} - (\mathbf{u}_x \mathbf{u}_y)_{i+1,j-1}] - \\
& \frac{\beta \Delta t}{\rho_g \varepsilon} [(\mathbf{u}_x)_{i+1,j} - (\mathbf{v}_x)_{i+1,j}] + \frac{4 \mu \Delta t}{3 \Delta x^2 \rho_g} [(\mathbf{u}_x)_{i+3,j} - 2(\mathbf{u}_x)_{i+1,j} + (\mathbf{u}_x)_{i-1,j}] + \\
& \frac{\mu \Delta t}{3 \Delta x \Delta y \rho_g} \left[[(\mathbf{u}_y)_{i+2,j+1} - (\mathbf{u}_y)_{i,j+1}] - [(\mathbf{u}_y)_{i+2,j-1} - (\mathbf{u}_y)_{i,j-1}] \right] + \\
& \frac{4 \mu \Delta t}{3 \Delta x^2 \rho_g} [(\mathbf{u}_x)_{i+1,j+2} - 2(\mathbf{u}_x)_{i+1,j} + (\mathbf{u}_x)_{i+1,j-2}] \quad (\mathbf{1b})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_{i,j+1} = & (\mathbf{u}_y)_{i,j+1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\mathbf{u}_y)_{i,j+2}^2 - (\mathbf{u}_y)_{i,j}^2] - \\
& \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\mathbf{u}_x \mathbf{u}_y)_{i+1,j+1} - (\mathbf{u}_x \mathbf{u}_y)_{i-1,j+1}] - \frac{\beta \cdot \Delta t}{\rho_g \cdot \varepsilon} [(\mathbf{u}_y)_{i,j+1} - (\mathbf{v}_y)_{i,j+1}] + \\
& \frac{4 \cdot \mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta y^2 \cdot \rho_g} [(\mathbf{u}_y)_{i,j+3} - 2(\mathbf{u}_y)_{i,j+1} + (\mathbf{u}_y)_{i,j-1}] + \frac{\mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \rho_g} [(\mathbf{u}_x)_{i+1,j+2} - \\
& (\mathbf{u}_x)_{i-1,j+1}] - [(\mathbf{u}_x)_{i+1,j} - (\mathbf{u}_x)_{i-1,j}] - g \cdot \Delta t \quad (1c)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_{i,j-1} = & (\mathbf{u}_y)_{i,j-1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\mathbf{u}_x)_{i,j}^2 - (\mathbf{u}_y)_{i,j-2}^2] - \\
& \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\mathbf{u}_x \mathbf{u}_y)_{i+1,j-1} - (\mathbf{u}_x \mathbf{u}_y)_{i-1,j-1}] - \frac{\beta \cdot \Delta t}{\rho_g \cdot \varepsilon} [(\mathbf{u}_y)_{i,j-1} - (\mathbf{v}_y)_{i,j-1}] + \\
& \frac{4 \cdot \mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta y^2 \cdot \rho_g} [(\mathbf{u}_y)_{i,j+1} - 2(\mathbf{u}_y)_{i,j-1} + (\mathbf{u}_y)_{i,j-3}] + \frac{\mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \rho_g} [(\mathbf{u}_x)_{i+1,j} - (\mathbf{u}_x)_{i+1,j-2}] - \\
& [(\mathbf{u}_x)_{i-1,j} - (\mathbf{u}_x)_{i-1,j-2}] + \frac{\mu \cdot \Delta t}{\Delta x^2 \cdot \rho_g} [(\mathbf{u}_y)_{i+2,j-1} - 2(\mathbf{u}_y)_{i,j-1} + (\mathbf{u}_y)_{i-2,j-1}] - g \cdot \Delta t \\
(1d)
\end{aligned}$$

Equation de continuité ou équilibre de masse s'écrit :

$$\frac{\delta(\varepsilon \rho_g)}{\delta t} + \frac{\delta(\varepsilon \rho_g \mathbf{u}_x)}{\delta x} + \frac{\delta(\varepsilon \rho_g \mathbf{u}_y)}{\delta y} = \mathbf{0} \quad \rightarrow \quad \frac{\delta(\mathbf{u}_x)}{\delta x} + \frac{\delta(\mathbf{u}_y)}{\delta y} = \mathbf{0}$$

La discrétisation de ces équations donne :

$$\frac{(\mathbf{u}_x)_{i+1,j}^{n+1} - (\mathbf{u}_x)_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{(\mathbf{u}_y)_{i,j+1}^{n+1} - (\mathbf{u}_y)_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y} = \mathbf{0} \quad (e)$$

Remplacer les équations a, b, c dans l'équation (e) :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\Delta x} \left[\mathbf{A}_{i+1,j} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{p}_{i+2,j} - \mathbf{p}_{i,j}) - \mathbf{A}_{i-1,j} + \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{p}_{i,j} - \mathbf{p}_{i-2,j}) \right] + \frac{1}{\Delta y} \left[\mathbf{A}_{i,j+1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} (\mathbf{p}_{i,j+2} - \right. \\
\left. \mathbf{p}_{i,j}) - \mathbf{A}_{i,j-1} + \frac{\Delta t}{\Delta y} (\mathbf{p}_{i,j} - \mathbf{p}_{i,j-2}) \right] = \mathbf{0}
\end{aligned}$$

D'où

$$\frac{\mathbf{p}_{i+2,j} - 2\mathbf{p}_{i,j} + \mathbf{p}_{i-2,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{\mathbf{p}_{i,j+2} - 2\mathbf{p}_{i,j} + \mathbf{p}_{i,j-2}}{(\Delta y)^2} = \frac{\mathbf{A}_{i+1,j} - \mathbf{A}_{i-1,j}}{\Delta x \cdot \Delta t} + \frac{\mathbf{A}_{i,j+1} - \mathbf{A}_{i,j-1}}{\Delta y \cdot \Delta t}$$

Avec $\Delta x = \Delta y = h$ on obtient l'équation de poisson

La méthode de Laplace de quatre points est appliquée pour une itération de calcul, pour résoudre l'équation de poisson :

$$\nabla^2 \mathbf{p}_{i,j} = \frac{(\mathbf{p}_{i+2,j} + \mathbf{p}_{i-2,j} + \mathbf{p}_{i,j+2} + \mathbf{p}_{i,j-2} - 4\mathbf{p}_{i,j})}{(\Delta x)^2 \cdot (\Delta y)^2} = \frac{1}{\Delta t \cdot (\Delta x) \cdot (\Delta y)} [\mathbf{A}_{i+1,j} + \mathbf{A}_{i-1,j} + \mathbf{A}_{i,j+1} - \mathbf{A}_{i,j-1}] (f)$$

$$\mathbf{p}_{i,j}^* = \frac{\Delta x^2 \Delta y^2}{2\Delta t} \left[-\frac{\Delta t}{\Delta x^2} (\mathbf{p}'_{i+2,j} + \mathbf{p}'_{i-2,j}) - \frac{\Delta t}{\Delta x^2} (\mathbf{p}'_{i,j-2} + \mathbf{p}'_{i,j+2}) + \left[\frac{1}{\Delta x} [(\mathbf{u}_x)_{i+1,j} - (\mathbf{u}_x)_{i-1,j}] + \frac{1}{\Delta y} [(\mathbf{u}_y)_{i,j+1} - (\mathbf{u}_y)_{i,j-1}] \right] \right] \quad (g)$$

Les pressions et les vitesses sont données en deux composantes initiales et corrigées :

$$p = p^* + p' \qquad \mathbf{u}_x = \mathbf{u}_x^* + \mathbf{u}_x' \qquad \mathbf{u}_y = \mathbf{u}_y^* + \mathbf{u}_y'$$

D'où le symbole (*) indique la partie initiale et le symbole (') indique la partie corrigée.

Equation (g) est utilisée pour tous les points Intérieure de la maille. Quand une étape de la procédure d'itération est accomplie, on doit vérifier si la solution converge, ceci peut être simplement examiné par un accroissement maximum de la valeur de pression dans la maille si cette valeur est comparée à une certaine valeur (ξ) de référence.

Le système d'équations linéaires de poisson (f) s'écrit :

$$\frac{1}{h^2} \begin{Bmatrix} 1 & & \\ & -4 & \\ & & 1 \end{Bmatrix} \cdot p_{i,j} = \frac{1}{h\Delta t} [A_{i+1,j} - A_{i-1,j} + A_{i,j+1} - A_{i,j-1}]$$

La méthode de SIMPLER aux conditions de limites est appliquée comme suit :

La simple expression $\frac{\partial p}{\partial n=0}$ d'où n est la normale aux parois, pour $i=0,1,\dots,N_x-1$ points de la maille on applique : $p_{i,0} = p_{i,1}$ ceci donne $p_{1,0} = p_{1,1}$, $p_{2,0} = p_{2,1}$, $p_{3,0} = p_{3,1}$ etc $p_{1,n_y-1} = p_{1,n_y-2}$

Cette procédure est appliquée aux parois supérieure et inférieure, respectivement.

Pour les vitesses on suppose des conditions de limites sans glissement, donc on a des valeurs nulles de vitesses pour chaque paroi. Donc pour chaque $j=0,\dots,N_y-1$ On pose :

$$c_{0,j} = 0 \text{ Et } (\mathbf{u}_y)_{n_x-1,j} = 0$$

La même procédure est appliquée pour la vitesse (\mathbf{u}_x) pour $i=0,\dots,N_x-1$ et pour

$j=0,\dots,N_y-1$. Pour une cavité en mouvement posons (\mathbf{u}_x) égale à 1 pour $j=0$ ligne.

Le problème est de fixer les conditions de limites aux autres parois d'où aucun point de vitesse n'est présent. On peut évaluer ces vitesses tout maille, donc pour la vitesse u et pour chaque $j=0,\dots,N_y-1$ on pose :

$(\mathbf{u}_x)_{0,j} = -\frac{2}{3}(\mathbf{u}_x)_{1,j}$ Et $(\mathbf{u}_x)_{nx-2,j} = -\frac{2}{3}(\mathbf{u}_x)_{nx-3,j}$ les memes conditions sont utilisées pour les autres parois et vitesses (\mathbf{u}_y) .