

**RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

## **UNIVERSITÉ IBN-KHALDOUN DE TIARET**

**FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUEES**  
**DÉPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE**



# **MEMOIRE DE FIN D'ETUDES**

**Pour l'obtention du diplôme de Master**

**Domaine : Sciences et Technologie**

**Filière : Génie Electrique**

**Spécialité : Réseaux électriques et haute tension**

## **THÈME**

**Intégration des conditions aux limites absorbantes de MUR du second ordre dans un code de calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre appliquant la méthode FDTD**

**Préparé par :**

- **MOUZAZ Mohamed**
- **DRIBAT Mohamed**

**Devant le Jury :**

**Noms et prénoms**

**Mr. A. MOKHTARI**

**M<sup>elle</sup>. A. LAKHDAR**

**Mr. K. HABRI**

**Qualité**

**Président**

**Examineur**

**Encadreur**

**PROMOTION 2016**

## ***Remerciements***

Au terme de ce travail nos remerciements vont premièrement à «*dieu* » qui nous a aidé et qui nous a donné la sante et la volonté durant toutes ces années d'étude.

Nous tenons à remercier très vivement notre encadreur Mr. *HABRI Khaled* pour son suivit, ses conseils, et sa confiance que nous ont aidé a réalisé notre objectifs.

Nous tenons à exprimer notre sincère reconnaissance à Monsieur MOKHTARI Abdelkader, d'avoir accepté de présider le jury de soutenance.

Des remerciements particuliers vont à Mlle LAKHDAR Asmaa, pour avoir accepté d'examiner ce travail et de participer au jury en qualité d'examineur..

Nos grands remercient aussi pour tous les enseignants du département de Génie Electrique qui ont contribué à notre formation.

En fin nous tenons à exprimer notre reconnaissance à tous nos amis et collègues pour leur soutien et leur compréhension.

Nous ne terminerions pas sans associer à nos remerciements tous les membres de nos familles pour leur soutien.

## Sommaire

Introduction générale.....	2
----------------------------	---

### Chapitre I: la foudre : phénoménologie, Effets et protection

I.1 Introduction.....	5
I.2 Formation de la décharge électrique.....	6
I.3 Types d'éclairs de la foudre.....	7
I.4 Coups de foudre.....	8
I.4.1 Coup de foudre descendant négatif.....	8
I.4.2 Coup de foudre descendant positif.....	9
I.4.3 Coup ascendant (positif –négatif).....	9
I.5 Processus de la décharge négative nuage-sol.....	10
I.6 Principales caractéristiques.....	11
I.6.1 Forme d'onde.....	11
I.6.2 Vitesse de l'arc en retour.....	12
I.6.3 Champ électromagnétique rayonnée par la foudre.....	12
I.7 Déclenchement artificielle de la foudre est L'utilisation des tours instrumentées.....	14
I.8 Effets de la foudre.....	15
I.8.1 Effets thermiques.....	16
I.8.2 Effets dus aux amorçages.....	16
I.8.3 Effets électromagnétiques.....	16
I.8.4 Effets électrodynamiques.....	17
I.8.5 Effets électrochimiques.....	17
I.8.6 Effets acoustiques.....	17
I.8.7 Effets lumineux.....	17
I.9 moyens de protection.....	17
I.10 Conclusion.....	19

### Chapitre II: Modélisation du courant de foudre le long du canal par les modèles d'ingénieurs

II.1 Introduction.....	21
II.2 Différents modèles de l'arc en retour.....	21
II.3 Représentation analytique du courant d'arc en retour à la base du canal.....	23
II.3.1 Forme analytique d'onde "bi-exponentielle".....	23
II.3.2 Forme analytique d'onde " Heidler".....	25

II.3.3	Modèle hybride.....	26
II.4	Modèles d'ingénieurs.....	27
II.4.1	Modèle Bruce-Golden (BG) [Bruce and Gold 1941] .....	28
II.4.2	Modèle Ligne de transmission (TL).....	29
II.4.3	Modèle de la source de courant mobile -TCS .....	31
II.4.4	Modèle Ligne de Transmission Modifiée (MTL) .....	31
II.4.4.1	Décroissance exponentiel (MTLE).....	32
II.4.4.2	Décroissance linéaire (MTLL) .....	33
II.5	Généralisation de Rakov .....	34
II.6	Géométrie du problème .....	35
II.7	Formulation du champ électromagnétique rayonné par la foudre .....	35
II.7.1	Champ électromagnétique au-dessus du sol.....	35
II.7.1.1	Equations générales .....	35
II.7.1.2	Hypothèse d'un sol parfaitement conducteur .....	37
II.7.1.3	Approximation de Cooray-Rubenstein .....	39
II.7.1.4	Formulation du Wait .....	40
II.7.2	Champ électromagnétique en dessous du sol.....	41
II.7.2.1	Approximation de Cooray.....	41
II.7.2.2	Algorithme de Delfino et al.....	41
II.7.2.3	Méthode FDTD.....	42
II.8	Conclusion :.....	43

### **Chapitre III: Implémentation des conditions aux Limites absorbantes de Mur second**

#### **Ordre**

III.1	Introduction.....	46
III.2	Choix de la méthode numérique .....	46
III.3	Méthode des différences finies appliquée dans le Domain électromagnétique.....	47
III.3.1	Présentation de la méthode FDTD.....	47
III.3.2	Principe de base de la méthode FDTD .....	48
III.3.2.1	Développement en série de Taylor.....	48
III.3.2.2	Equations de Maxwell dans le domaine temporel.....	48
III.3.2.3	Discrétisation des équations de Maxwell .....	50
III.4	Conditions aux limites .....	53
III.4.1	Conditions aux limites absorbantes (absorbing boundary condition) .....	54

III.4.1.2 Conductions aux limites absorbantes de Mur .....	54
III.5 Discrétisation des conditions de Mur de second ordre par la méthode FDTD .....	59
III.6 Conditions aux limites au niveau du sol et à la limite complétant le canal de foudre .....	60
III.7 Résultats de simulation et analyses .....	62
III.7.1 Validation expérimentale du code de calcul développé.....	62
III.8 Comparaison avec des résultats obtenus par la méthode FDTD utilisant les conditions aux limites absorbantes de Mur du premier ordre .....	65
III.9 Conclusion.....	68
Conclusion générale .....	70
Références bibliographiques.....	73

## LISTE DES FIGURES

Figure I.1	Equilibre électrique entre la terre et l'atmosphère (adapté par Uman 1987 ).	6
Figure I.2	Répartition du champ électrique dans un nuage orageuse .	7
Figure I.3	Les différents types d'éclairs.	8
Figure I.4.1	Descendant négatif.	9
Figure I.4.2	Descendant positif.	9
Figure I.4.3	Ascendant négatif et Ascendant positif.	10
Figure I.5	principe d'une décharge	11
Figure I.6	Oscillogramme d'un courant de foudre.	11
Figure I.7	Champ électrique vertical correspondant au premier arc en retour (trait continu) et à l'arc en retour subséquent (trait pointillé) à des distances variant de 1 Km à 200 km .	13
Figure I.8	Densité du flux magnétique correspondant à un premier arc en retour (trait continu) et à un arc en retour subséquent (pointillés) à des distances variant de 1 Km à 200 Km .	13
Figure I.9	Exemple d'un déclenchement artificiel de la foudre en Floride .	14
<b>Figure 1.10</b>	Exemple de mesure de courant de foudre en utilisant une tour instrumentée. tour CN à Toronto au Canada.	
Figure II.1	Allure temporelle du courant à la base du canal calculé à l'aide du modèle bi-exponentiel. (A): Arc en retour, (B): Arc en retour subséquent	24
Figure II.2	Courant à la base du canal correspondant à un arc en retour subséquent Selon le modèle d'Heidler.	26
Figure II.3	Courant à la base du canal de foudre simulé à l'aide du modèle hybride.	27
Figure II.4	Propagation dans l'arc en retour par le modèle de BG	28
Figure II.5	Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le	29

	long du canal selon le modèle BG	
Figure II.6	Représentation schématique du modèle TL	30
Figure II.7	Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle TL	30
Figure II.8	Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle TCS	31
Figure II.9	Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle MTLE	32
Figure II.10	Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle MTLL	33
Figure II.11	Représentation du canal de foudre.	35
Figure II.12	Modèle géométrique intervenant dans les équations du champ	37
Figure III.1	Interprétation géométrique des dérivées	48
Figure III.2	Maillage et domaine d'étude	50
Figure III.3	Domaine de calcul à deux dimensions (2D) avec un système à coordonnées cylindriques	51
Figure III.4	Domaine de calcul et sa frontière	52
Figure III.5	Réflexion d'une onde à travers une frontière artificielle	55
Figure III.6	Diffraction d'une onde électromagnétique par un obstacle en présence d'une frontière artificielle	58
Figure III.7	Erreur théorique de la réflexion au 1 <sup>er</sup> et 2 <sup>ème</sup> ordre de MUR	59
Figure III.8	Maillage 2D-FDTD coordonnées cylindriques	60
Figure III.9	Variations temporelles du courant à la base du canal (A) calculée à l'aide du modèle d'Heidler, (B) courbe mesurée issue de la référence	63
Figure III.10	Variations temporelles du champ électrique vertical pour $r = 62m$ et $z = 5m$ (A) calculée par l'approche proposée, (B) courbe mesurée issue de la référence.	64
Figure III.11	Variations temporelles du champ magnétique azimutal pour $r = 97m$	64

---

et  $z = 5m$  (A) calculée par l'approche proposée, (B) mesurées  
référence

Figure III.12	Forme d'onde de champ électrique vertical à $r = 50m$ et $z = 5m$	66
Figure III.13	Forme d'onde de champ électrique radial à $r = 50m$ et $z = 5m$	66
Figure III.14	Forme d'onde de champ magnétique azimutal à $r = 50m$ et $z = 5m$	67

**LISTE DES TABLEAUX**

<b>Tableau II. 1</b> : Paramètres des fonctions bi- exponentielles simulant le courant de foudre à la base du canal	24
<b>Tableau II. 2</b> : Paramètres des deux fonctions d'Heidler simulant le courant de foudre à la base du canal	26
<b>Tableau II.3</b> : Paramètres du modèle hybride simulant le courant de foudre à la base du canal	27
<b>Tableau II.4</b> : Les paramètres $v$ et $P(z')$ pour cinq modèles d'ingénieur	34
<b>Tableau III. 1</b> : Paramètres des deux fonctions d'Heidler simulant le courant de foudre à la base du canal.	63
<b>Tableau III. 2</b> : Paramètres des deux fonctions d'Heidler utilisés dans le calcul du champ électromagnétique.	66

*Introduction*  
*générale*

## Introduction générale

Les effets électromagnétiques de la foudre représentent de nos jours un grand pôle d'intérêt pour les activités de la CEM. En effet, les perturbations électromagnétiques produites par un coup de foudre constituent un danger permanent pour tout système électrique ou électronique, allant des circuits imprimés jusqu'aux lignes et ouvrages constituant un réseau électrique ou un réseau de télécommunications. Pour les réseaux électriques le problème devient de plus en plus difficile à gérer car ces derniers connaissent un développement et un niveau de complexité de plus en plus croissant faisant intervenir des dispositifs de contrôle à base d'électronique, Ces dispositifs sensibles qui servent au pilotage à distance du réseau électrique sont très vulnérables et donc souvent perturbés par les champs électromagnétiques présents dans l'environnement du réseau électrique et ses composants. Ceci se traduit par une modification néfaste des ordres de décision engendrant souvent des dysfonctionnements du réseau électrique. Il devient alors impératif de faire des investigations théoriques et expérimentales afin d'identifier les champs électromagnétiques agresseurs et de quantifier leurs effets sur les différents éléments du réseau électrique. Ceci permettra d'adopter des stratégies de protection plus efficaces.

L'étude de l'interaction du champ électromagnétique rayonné par la foudre avec les systèmes électriques, ainsi que celle de la coordination des stratégies de protection sont généralement basées sur des distributions statistiques du courant mesuré à la base du canal de foudre obtenues en utilisant des tours instrumentées ou à l'aide des techniques de déclenchement artificiel de la foudre.

L'objectif de ce mémoire est la caractérisation du champ électromagnétique proche engendré par un coup de foudre en considérant le cas d'un coup de foudre tombant directement sur le sol.

Cette caractérisation est basée sur le développement de codes de calcul élaborés en matlab utilisant une méthode aux différences finies, appelée la FDTD (Finite-Difference Time-Domain) avec l'utilisation du condition aux limite absorbante dite Mur du second ordre

Le champ électromagnétique sera calculé au-dessus d'un sol parfaitement conducteur.

Le premier chapitre présente brièvement la phénoménologie des coups de foudre en particulier la phase dite de l'arc en retour associée à une décharge nuage-sol négative, les principales observations expérimentales relatives aux éclairs naturels et les différentes

caractéristiques et données expérimentales concernant le courant à la base du canal, la vitesse de l'arc en retour, ainsi que le champ électromagnétique rayonné.

Dans le deuxième chapitre, on présente la modélisation du rayonnement électromagnétique de la foudre. Nous abordons dans un premier temps les formulations mathématiques utilisées pour le calcul du champ électromagnétique au-dessus d'un sol Parfaitement conducteur. Nous présentons ensuite la forme analytique du courant à la base du canal de foudre ainsi que les modèles couramment employés dans la littérature de l'arc en retour dite «les modèles d'ingénieur» Une attention particulière sera réservée aux modèles d'Ingénieur.

Le calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre en considérant l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur fait l'objet du troisième et dernier chapitre qui présente tout d'abord les principes de base de la méthode FDTD. Notre apport principal dans ce travail est l'utilisation des conditions aux limites absorbantes de Mur du second ordre qui sont fondées sur le calcul des valeurs du champ électrique aux frontières fictives de la région d'analyse. Nous présentons ensuite, une évaluation de ce type de condition par la comparaison des résultats obtenus en adoptant les conditions aux limites absorbantes utilisées dans ce travail, avec ceux obtenus en adoptant le même type de condition mais au premier ordre.

*Chapitre : I*

*La foudre*  
*Phénoménologie*  
*Effets Et*  
*Protection*

## I.1 Introduction

La terre et l'électro-sphère, zone conductrice de l'atmosphère (épaisseur de l'ordre de 50 à 100 km), constituent un condensateur sphérique naturel qui se charge par Ionisation, d'où un champ électrique dirigé vers le sol de l'ordre de quelques Centaines de volts/mètre. L'air étant faiblement conducteur, il existe donc un courant De conduction permanent associé, de l'ordre de 1 500 A pour tout le globe terrestre. L'équilibre électrique est assuré lors des décharges par pointes, par pluies et coups de foudre (voir la figure I.1). La formation des nuages orageux, masses d'eau sous forme d'aérosols, S'accompagne de phénomènes électrostatiques de séparation de charges : les Particules légères chargées positivement sont entraînées par les courants d'air Ascendants, et les particules lourdes chargées négativement tombent sous l'action De leur poids. Il arrive également qu'à la base du nuage se trouvent des îlots de Charges positives à l'endroit de pluies intenses. Globalement à l'échelle Macroscopique, il y a création d'un dipôle. Lorsque le gradient limite de tenue au Claquage est atteint, une décharge se produit au sein du nuage ou entre nuages ou Entre nuage et sol. Dans ce dernier cas on parle de foudre. [1]

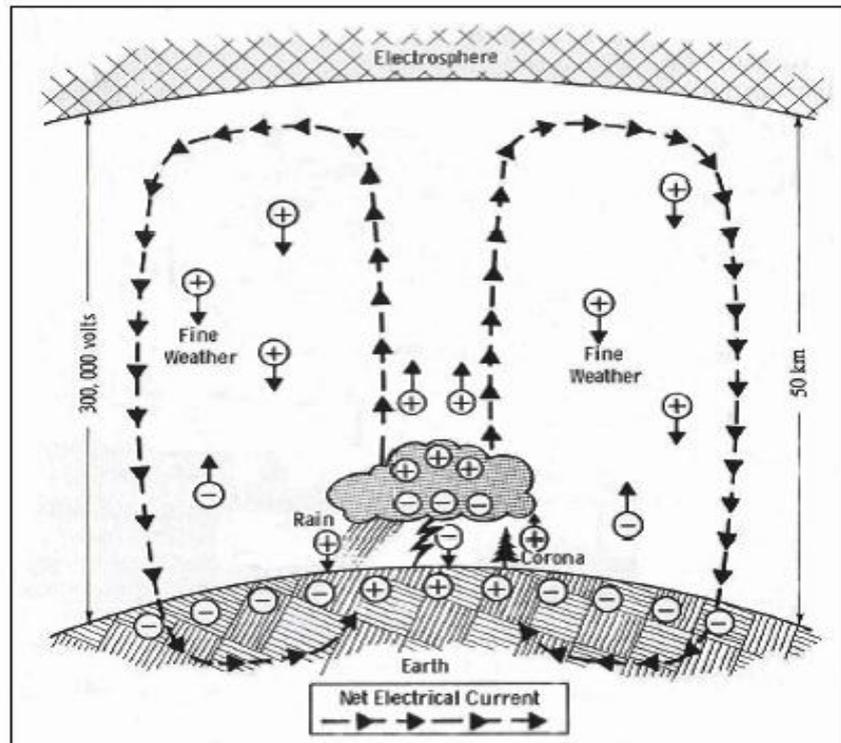
### **Donc en générale ou par définition [2]**

**La Foudre** est une manifestation de l'électricité d'origine atmosphérique, comportant une décharge électrique accompagnée d'une lumière vive (éclair) et d'une violente détonation (tonnerre). L'éclair est l'ensemble des manifestations lumineuses provoquées par les décharges d'origine atmosphérique.

**Le Tonnerre** : est le bruit induit par la décharge électrique, entre deux nuages ou entre la base d'un nuage et le sol, ou à l'intérieur d'un même nuage, dont l'éclair est la manifestation lumineuse. Remarque : la vitesse de la lumière étant de 300000 km/s, l'éclair est perçu au moment où il se produit. Mais le son se propage à 340 m/s seulement. Le tonnerre suit donc l'éclair. Le nombre n de secondes qui s'écoulent entre les deux phénomènes indique la distance qui sépare l'observateur de la décharge orageuse avec d en mètres,  $d = 340.n$ .

**L'Orage** : est une perturbation atmosphérique violente, accompagnée d'éclairs, de Tonnerre, de rafales de vent, d'averses de pluie ou de grêle : il existe aussi des orages magnétiques. Le cumulo-nimbus est une masse puissante de nuages sombres, en forme de double enclume à grand développement vertical (de 400 m à 15000 m d'altitude) et s'étendant sur une surface de

plusieurs km<sup>2</sup>. Le phénomène orageux fondamental est, pour le météorologue, lié aux cumulo-nimbus. Le mécanisme orageux consiste en une succession d'ascendances très rapides, provoquant la formation des cumulo-nimbus



**Figure I-1:** Equilibre électrique entre la terre et l'atmosphère (adapté par Uman 1987 [3]).

## I.2 Formation de la décharge électrique

Un nuage orageux, le cumulo-nimbus, s'étend sur plusieurs kilomètres carrés et se développe en hauteur jusqu'à des altitudes de 15 km. Les mouvements convectifs et la trajectoire des précipitations provoquent la génération d'hydrométéores chargés électriquement dans le corps du nuage, puis entraînent leur séparation. Les particules chargées positivement sont repoussées vers le haut, celles chargées négativement tombent vers la base du nuage. La structure électrostatique de la cellule orageuse est proche de celle d'un dipôle d'axe vertical formé de deux poches de charges de signe opposé et évaluées à plusieurs dizaines de coulombs. Des petites poches chargées positivement peuvent éventuellement être présentes à la base du nuage. Le champ électrique au sol correspondant à cette configuration est vertical et son amplitude varie avec la distance au centre du nuage. Par beau temps, le champ électrique au sol est de l'ordre de la centaine de volts par mètre. A l'approche d'un nuage chargé, il s'inverse et son amplitude évolue jusqu'à atteindre 250 fois sa valeur initiale [2]. (Figure I.2)

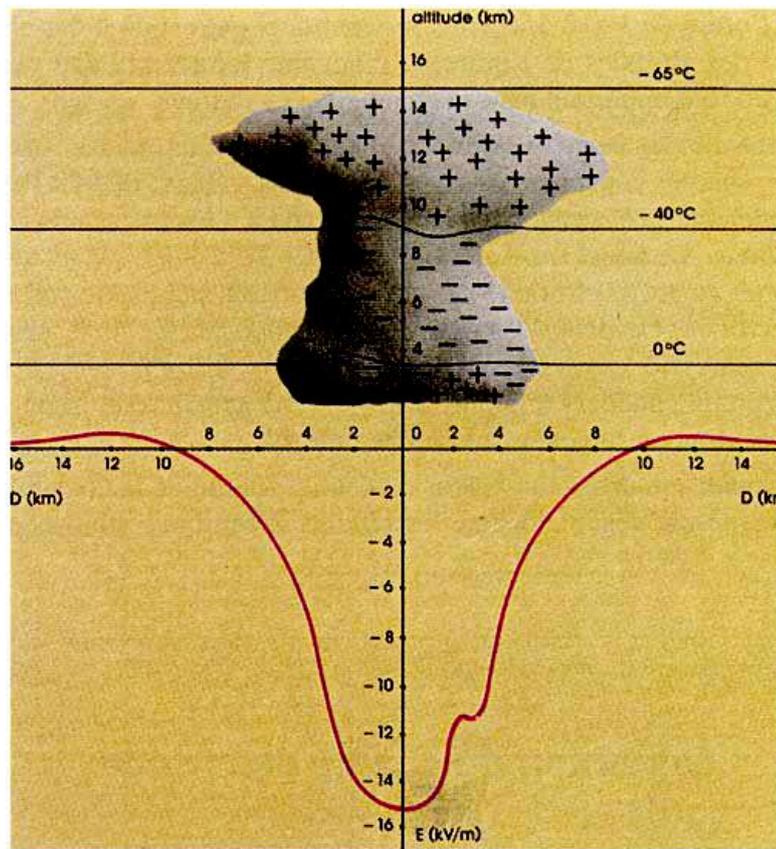


Figure I.2 : Répartition du champ électrique dans un nuage orageuse [4]

### I.3 Types d'éclairs de la foudre

Une décharge électrique se produit (éclair). Les cellules orageuses ne durent environ que 30 minutes et provoquent en moyenne deux à trois éclairs par minutes sur cette période.

Il existe quatre types d'éclairs: **nuage-sol**, **sol-nuage**, **nuage-nuage** et **intra-nuages**.

Dans le cas d'un éclair nuage-sol, la charge des nuages s'égalise avec le sol. L'impact foudre est déclenché par une ionisation de l'air du nuage vers le sol. Il est fréquent que les éclairs frappent le sol en terrain plat ou sur des bâtiments. La ramification à la terre est caractéristique des éclairs nuage-sol. Les éclairs sol-nuage, aussi appelés éclairs ascendants, peuvent atteindre des objets très fortement exposés comme des clochers, des mâts de radiotéléphonie mobile ou des hauts sommets.

Une ramification ascendante est caractéristique des éclairs sol-nuage.

Les éclairs nuage-nuage se produisent quant à eux dans un nuage ou parfois entre deux nuages. Il n'y a donc aucune interaction avec le sol. [5]

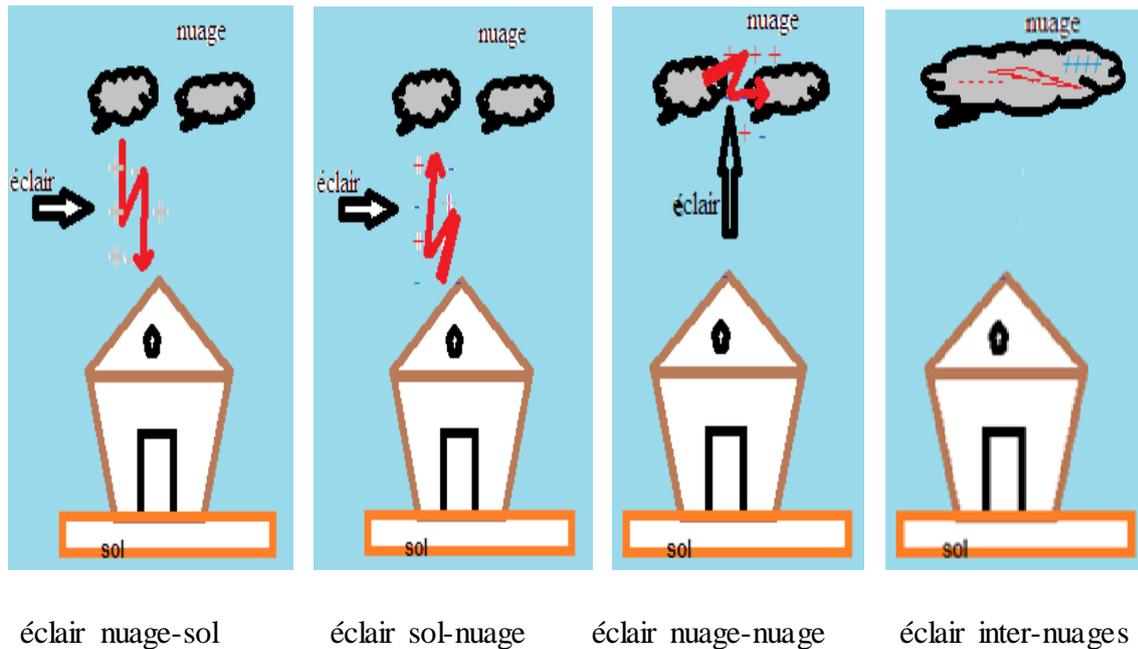


Figure I.3: Les différents types d'éclairs.

#### I.4 Coups de foudre [2]

Les aspérités du sol ou des structures créent un " effet de pointe " qui amplifie de façon très importante le champ électrique local. Cette augmentation du champ électrique se traduit par un effet "Corona " - ionisation locale de l'air : dit feu de St Elme - Un canal d'air ionisé reliant le nuage au sol permet l'écoulement du coup de foudre. On distingue quatre types caractéristiques de coups de foudre : négatif, positif, descendant et ascendant. Dans le monde **90%** des coups de foudre sont négatifs descendant. L'amplitude du courant peut être très forte, variant de **2000 à 200000** ampères.

##### I.4.1 Coup de foudre descendant négatif

Le bas du nuage est chargé négativement. Les décharges sont multiples et variées : à une première décharge partielle de durée de front de 10 à 15  $\mu\text{s}$  succèdent des décharges d'attaque plus raides et de descente plus douces (figure I.4.1).

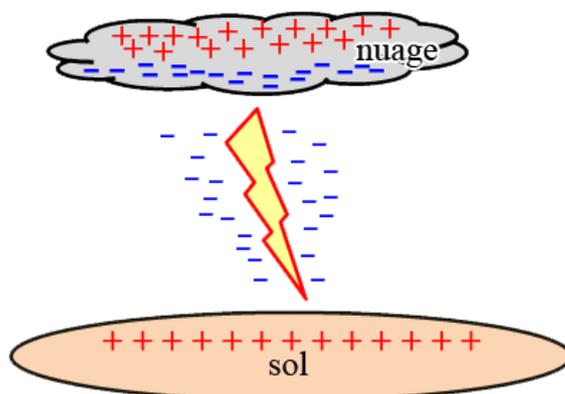


Figure I.4.1: Descendant négatif

### I.4.2 Coup de foudre descendant positif

Le bas du nuage est chargé positivement. Une seule décharge apparaît durant 0,1 à 0,2 s. La durée d'attaque varie entre 20 et 50  $\mu$ s. L'amplitude du courant des "coups de foudre positifs" est généralement supérieure à celle des "coups de foudre négatifs"(figure I.4.2).

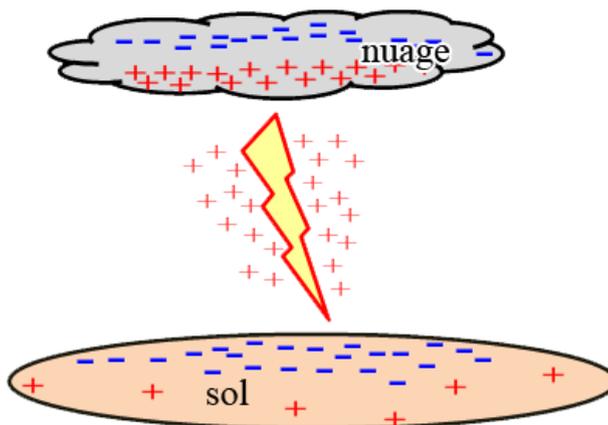


Figure I.4.2 : Descendant positif

### I.4.3 Coup ascendant (positif –négatif)

Il est caractérisé par une arborescence ouverte vers le haut. Dans le cas de sommet de montagne, de pics, de pylônes, de tours de grande hauteur, l'effet " Corona " peut créer une décharge partant du sol qui va se développer suffisamment loin pour atteindre le nuage.

Dès qu'un canal conducteur est créé, les charges accumulées dans le nuage vont s'écouler au sol. Le coup de foudre ascendant est très fréquent en zone de montagne (figure I.4.3).

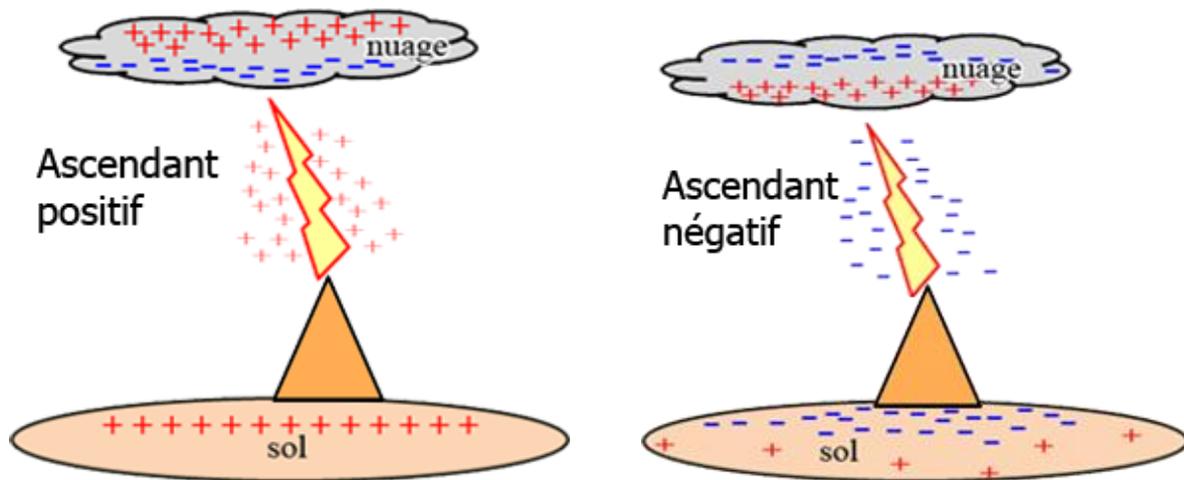


Figure I.4.3 : Ascendant négatif et Ascendant positif

### I.5 Processus de la décharge négative nuage-sol

Le processus de la décharge négative nuage-sol représenté figure peut être décomposé en 4 étapes: **1/** Le traceur par bond, **2/** La pointe de rencontre **3/** L'arc en retour, **4/** le traceur continu et les arcs en retour subséquents. La décharge positive progresse horizontalement en se ramifiant dans le nuage, tandis que la négative sort du nuage et se dirige vers le sol (figure I.5(A)). Un traceur se développe à partir du nuage. Ce traceur progresse par bonds vers le sol. Il est constitué des particules électriques arrachées au nuage par le champ électrique nuage-sol. A l'approche du sol, du fait de son potentiel élevé, le traceur provoque une intensification du champ électrique et initie une ou plusieurs décharges ascendantes, cette phase est appelée le processus d'attachement. La jonction entre une des décharges ascendantes et le traceur s'effectue à quelque dizaine de mètres au-dessus du sol. Lorsque la jonction entre le précurseur ascendant et le traceur est établie, une onde de potentiel se propage du sol vers le nuage et neutralise le canal chargé par le traceur. Le premier arc en retour produit alors un courant au niveau du sol de valeur crête typique 15 kA et d'une durée de quelque dizaines de microsecondes [6].

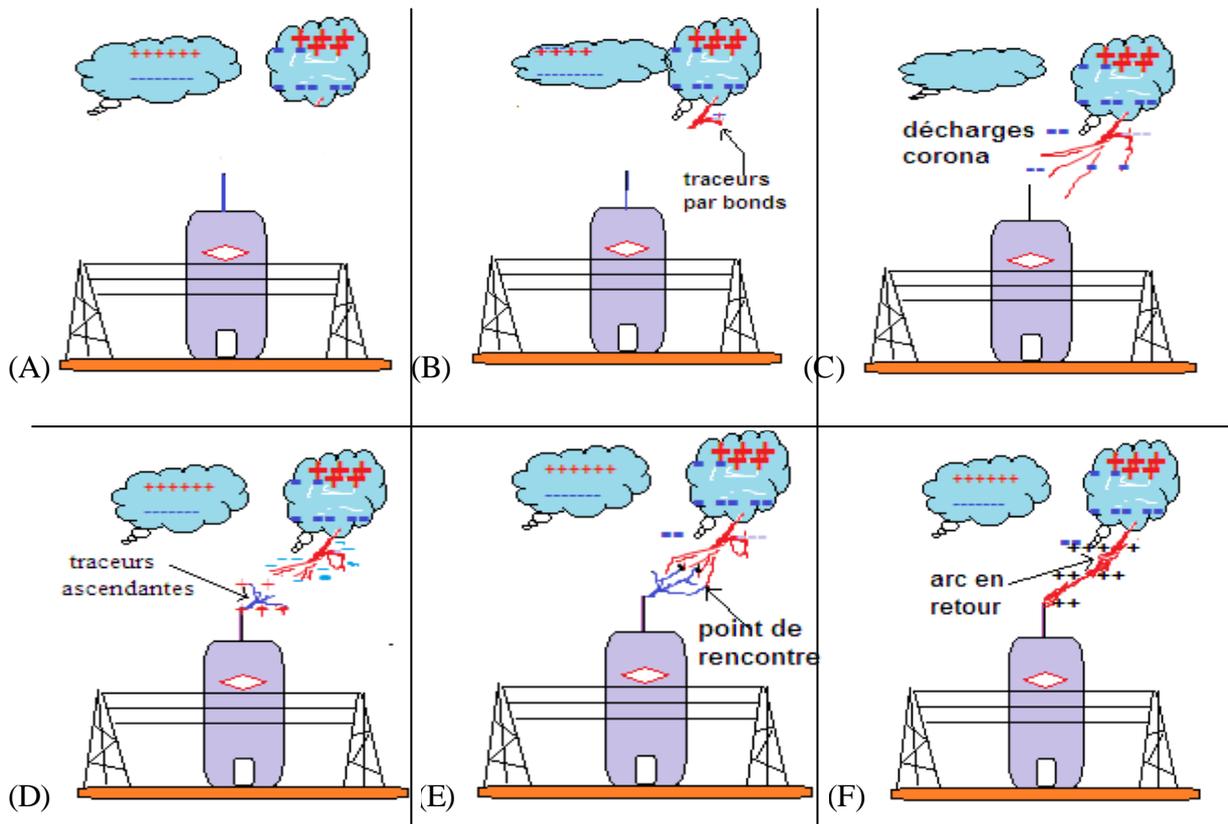


Figure I.5 : principe d'une décharge

## I.6 Principales caractéristiques

### I.6.1 Forme d'onde

Le phénomène physique de la foudre correspond à une source de courant impulsionnel, à savoir une suite de décharges d'une quantité d'électricité sur un court intervalle de temps. La forme d'onde réelle est très variable : elle consiste en un front de montée jusqu'à l'amplitude maximale (de quelques microsecondes à 20 microsecondes) suivi d'une queue de décroissance de quelques dizaines de microsecondes (figure I.6). Le domaine spectral associé s'étend dans une bande de 10 kHz à plusieurs MHz. [1]

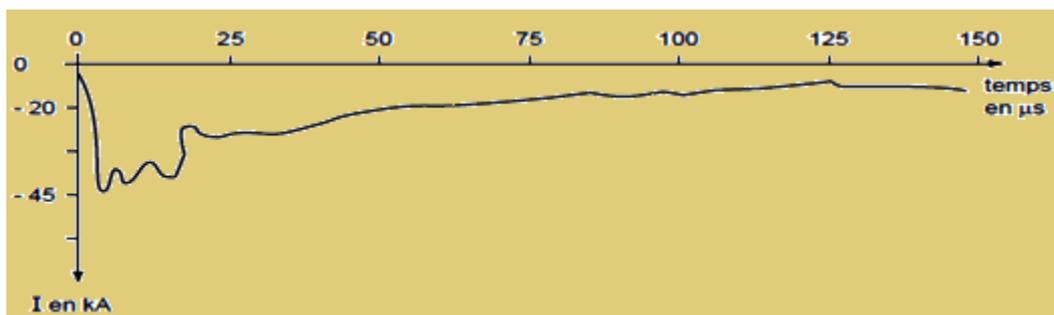


Figure I.6 Oscillogramme d'un courant de foudre. [1]

### I.6.2 Vitesse de l'arc en retour

La vitesse moyenne de l'arc en retour est de l'ordre du tiers de la vitesse de la lumière. La vitesse des arcs en retour subséquents est en général plus grande que celle des arcs en retour premiers. D'autre part, il a été mis en évidence que la vitesse de l'arc en retour, tant pour les premiers que pour les subséquents, décroît en fonction de la hauteur; cette décroissance est plus marquée pour les premiers arcs en retour [7].

### I.6.3 Champ électromagnétique rayonnée par la foudre

Le champ électromagnétique rayonnée par la foudre se propage dans l'espace par ses trois composantes ; deux électriques, horizontal ( $E_r$ ) et vertical ( $E_z$ ) et l'autre magnétique azimutal  $H_\varphi$ . Pour une approximation générale, ils présentent pour toute distance (entre 1 km et 200 km) un premier pic dont l'intensité est approximativement inversement proportionnelle à la distance. A des distances relativement proches, le champ magnétique présente une bosse à environ 30  $\mu$ s, alors que le champ électrique a une croissance en rampe après son pic initial. Les champs électrique et magnétique lointains (distance supérieure à environ 50 km) ont essentiellement la même forme d'onde, et présentent une inversion de polarité (voir figures I.7, I.8) Suivant les modèles géométriques du problème adoptés par les différents auteurs, le courant de la foudre se propage du sol vers le nuage selon l'axe vertical  $z$  figure suivante, le champs électromagnétiques en un point quelconque de l'espace s'obtient en sommant le long du canal de la foudre et son image au dessous du sol le champs électromagnétique crée par un dipôle de longueur  $dz'$  situé à une longueur  $z'$  au dessus du sol [7].

plusieurs contributions dues à des sources différentes participent dans la totalité des trois composantes du champ électromagnétique : il s'agit de la contribution électrostatique ( $E_{el}$ ) qui a pour source l'intégral du courant de la foudre (charge électrique déposée au sol), la contribution d'induction ( $E_{ind}, H_{ind}$ ) qui a pour source le courant de la foudre et la contribution de rayonnement ( $E_{ray}, H_{ray}$ ) qui a pour source le dérivée du courant [7]

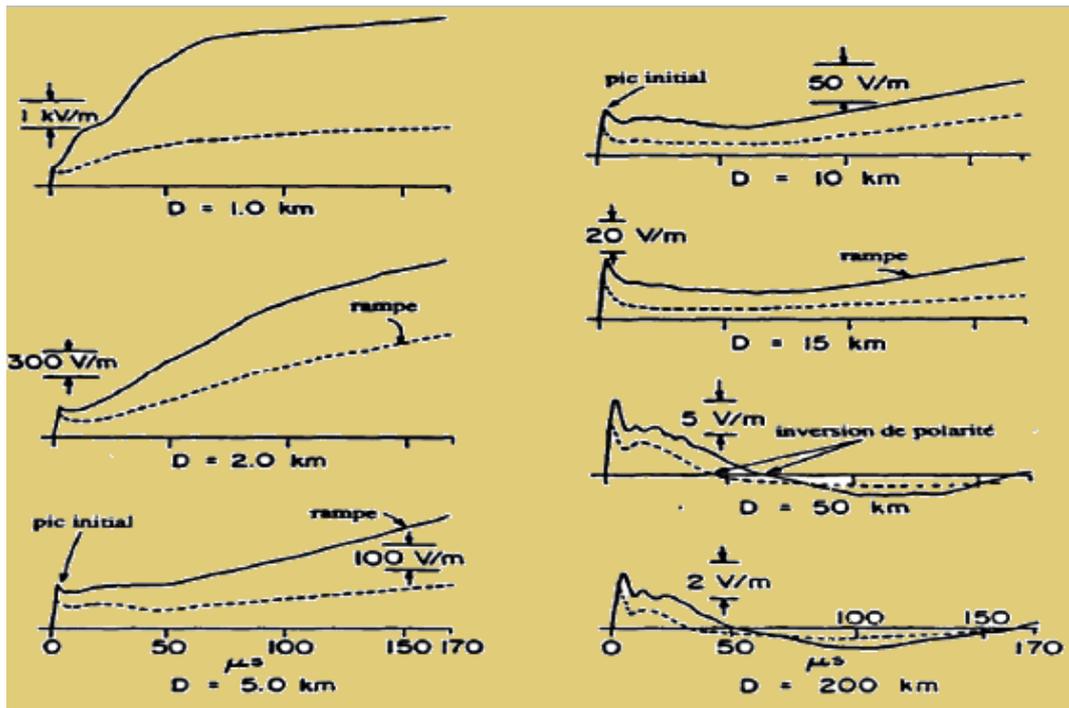


Figure I7 : Champ électrique vertical correspondant au premier arc en retour (trait continu) et à l'arc en retour subséquent (trait pointillé) à des distances variant de 1 Km à 200 km [8].

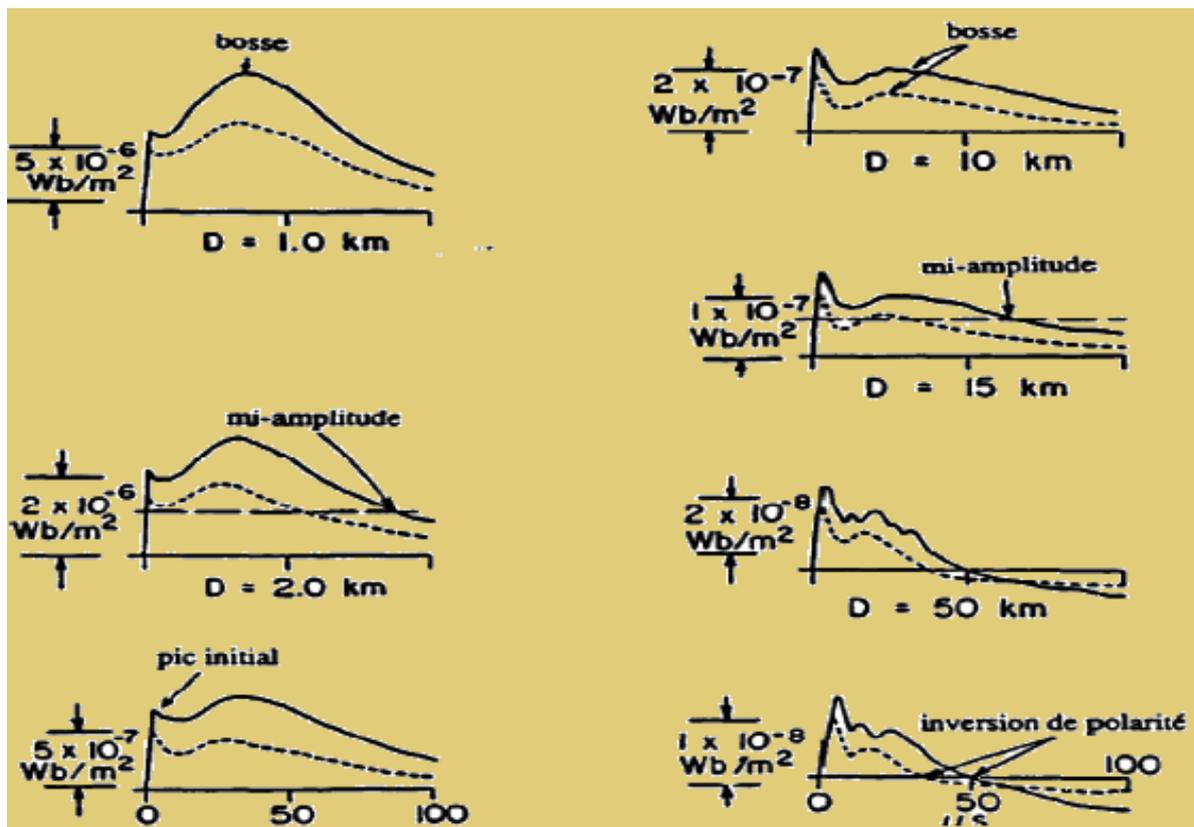


Figure I8: Densité du flux magnétique correspondant à un premier arc en retour (trait continu) et à un arc en retour subséquent (pointillés) à des distances variant de 1 Km à 200 Km [8].

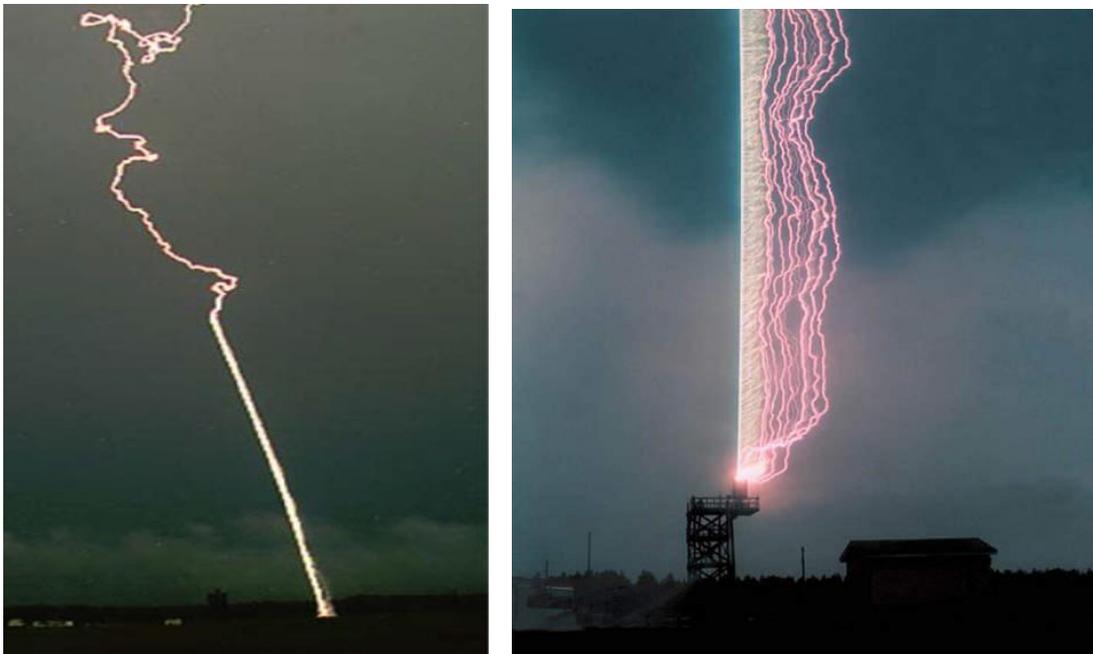
### I.7 Déclenchement artificielle de la foudre est L'utilisation des tours instrumentées

Pour mesurer directement le courant de l'arc en retour à la base du canal, la connaissance du point d'impact de la foudre est nécessaire. Les techniques utilisées de nos jours pour l'obtention des données expérimentales des courants de foudre sont :

1. Déclenchement artificiel de la foudre (Figure I. 9).
2. L'utilisation des tours instrumentées (Figure I.10).

Dans les deux techniques, l'idée principale est d'augmenter la probabilité des impacts de la foudre aux points prédéfinis.

La technique du déclenchement artificiel de la foudre permet de provoquer celle-ci lors de passage de nuages orageux et de l'attirer en un lieu déterminé. A l'approche d'un nuage orageux, on lance en direction du nuage une petite fusée (Figure I.9) qui déroule derrière elle un fil mince métallique s'échappant d'une bobine. Lorsque la fusée atteint une certaine hauteur, typiquement 200 à 300 m, un traceur ascendant est déclenché du sommet de la fusée. Le courant de foudre s'écoule alors le long du fil métallique, tout en le volatilisant.



**Figure I.9:** Le déclenchement artificiel de la foudre[6].

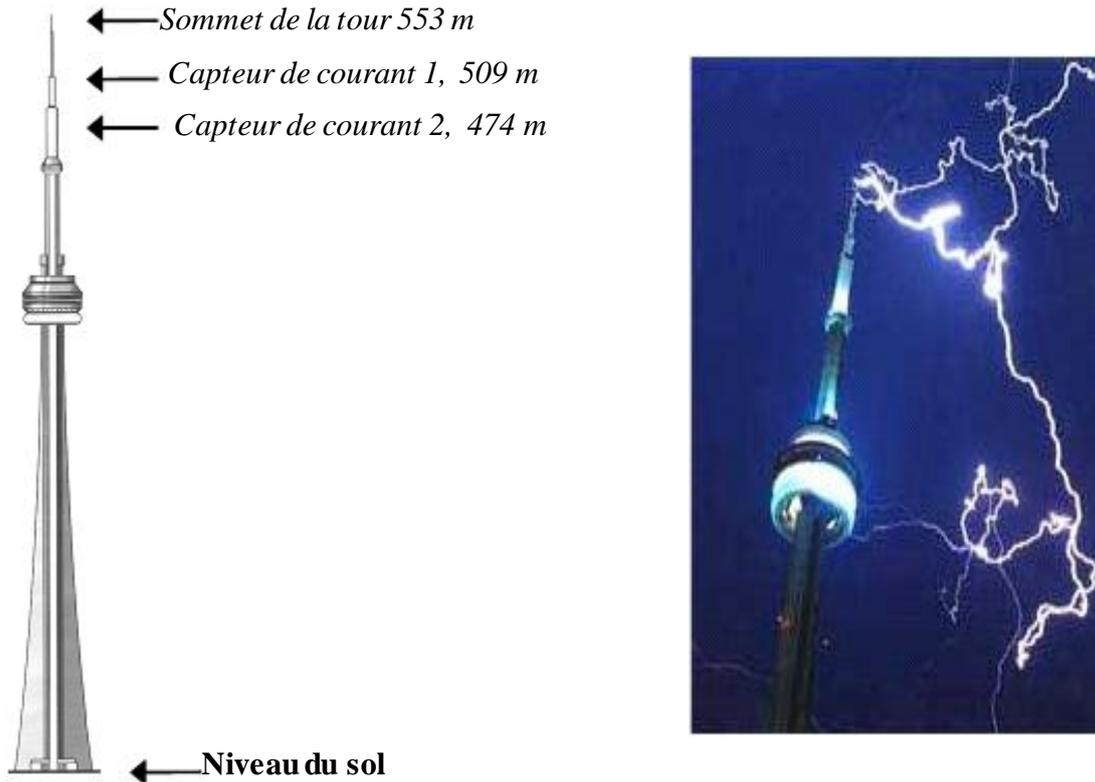


Figure 1.10 : Exemple de mesure de courant de foudre en utilisant une tour instrumentée. Tour CN à Toronto au Canada [6]

### I.8 Effets de la foudre [2]

La foudre est une courante électrique haute fréquence qui entraîne les mêmes effets que tout autre courant circulant dans un conducteur électrique, notamment :

- effets thermiques (effet Joule),
- effets dus aux amorçages : montée en potentiel des prises de terre à des tensions dangereuses dues à l'impédance élevée des conducteurs en haute fréquence,
- effets électromagnétiques,
- effets électrodynamiques,
- effets électrochimiques,
- effets acoustiques : tonnerre,
- effets lumineux : éclair.

### I.8.1 Effets thermiques

Ces effets sont liés :

- à la quantité de charges  $Q$  à écouler en un temps très bref : effets d'impact aux points de jonction de l'éclair avec un matériau conducteur par exemple perforation d'une tôle d'acier de 2 à 3 mm d'épaisseur
- aux effets Joule, qui sont fonction du matériau conducteur, du carré de l'intensité du courant et du temps de passage par exemple la soudure par point de contact de relais ou une vitrification locale.

En particulier dans les matériaux mauvais conducteurs, une partie de l'énergie est libérée sous forme de chaleur : l'eau contenue dans le bois ou la maçonnerie est échauffée et vaporisée d'où des arbres ou du béton éclatés. Un point de mauvais contact (quelques dixièmes d'ohms) provoquera des dégagements de chaleur suffisants pour faire fondre du métal et enflammer des matériaux situés à proximité.

### I.8.2 Effets dus aux amorçages

Le courant de foudre, de nature impulsionnel, présente des fronts de montée très raides. Dans ces conditions, l'impédance haute fréquence du circuit électrique conditionne les risques d'amorçages : une impédance élevée est particulièrement néfaste car elle conduit à des différences de potentiel considérables. Ces différences de potentiel se traduisent par :

- des destructions d'équipements électriques ou électroniques,
- des claquages (étincelles) entre descentes de paratonnerre et objets métalliques proches reliés au sol : risquent d'inflammation.

### I.8.3 Effets électromagnétiques

Le canal de foudre ainsi que les éléments écoulant le courant de foudre à la terre créent un champ électromagnétique. Des courants et tensions induits vont alors apparaître dans les conducteurs proches. A 100 m du point d'impact, un éclair peut induire une tension de 80 V/m<sup>2</sup> dans une boucle non protégée d'équipements interconnectés. Les différences de potentiels résultantes peuvent à leur tour entraîner des claquages dans les éléments électriques ou électroniques reliés à ces conducteurs. Ces claquages peuvent être également de forte intensité et créer un risque d'inflammation ou de destruction du même type que celui créé par le coup direct. Certains équipements sensibles aux perturbations électromagnétiques peuvent être perturbés ou détruits par le champ créé par un éclair proche.

#### **I.8.4 Effets électrodynamiques**

Ces effets sont ceux qui peuvent être rencontrés dès qu'un courant fort circule dans un conducteur : par analogie, on peut se référer aux phénomènes apparaissant sur des jeux de barres de poste de puissance en cas de court-circuit. Les effets peuvent être soit attractifs, soit répulsifs suivant la disposition des conducteurs les uns par rapport aux autres. Ces efforts peuvent atteindre plusieurs centaines à plusieurs milliers de newtons pour des coups de foudre violents et conduisent à des déformations mécaniques pouvant entraîner des ruptures ou des arrachages de support.

#### **I.8.5 Effets électrochimiques**

Ces effets sont relativement peu importants sur les installations au sol et les quantités de matière pouvant se décomposer par électrolyse restent faibles, même pour des quantités de charges transférées importantes. Une surveillance des prises de terre est nécessaire car il y a risque de corrosion.

#### **I.8.6 Effets acoustiques**

Les forces électrodynamiques liées au courant s'écoulant dans l'éclair créent une dilatation de l'air du canal de foudre, accompagnée d'une élévation de pression dans le canal. Cette surpression et sa disparition brutale, créent une onde de choc. La distance du canal de foudre et son orientation par rapport à l'observateur, déterminent le spectre sonore perçu par l'opérateur.

#### **I.8.7 Effets lumineux**

Les effets sur les installations sont limités aux équipements optiques (cellules, caméra...). D'autre part, les lésions oculaires sont à prendre en compte.

### **I.9 moyens de protection**

Après quelques principes généraux de protection, sont développés, plus en détail, les moyens de protection primaire (par décharge directe) puis secondaire (par limitation des perturbations transmises). [1]

La protection en général, et des personnes en particulier, est d'autant meilleure qu'un écoulement maximal des perturbations vers la terre est assuré, le plus près possible des sources de perturbation. La condition d'une protection efficace est donc d'assurer des impédances de terre minimales, en créant des maillages et des interconnexions de prises de

terre chaque fois que possible. En pratique, en HTB, dans les postes une impédance de terre inférieure à 1  $\Omega$  à fréquence industrielle est habituellement demandée, et pour les pylônes une impédance de 10 à 15  $\Omega$  est recherchée. Contre les courants de foudre et les élévations de potentiel qu'ils induisent, il y a lieu de distinguer plusieurs niveaux de protection (critère d'énergie) :

- premier niveau : dérivation vers le sol de l'essentiel de l'impact, et premier écrêtage. Ce niveau intéresse principalement les ouvrages susceptibles d'être foudroyés (lignes et postes).
- deuxième niveau : limitation de la tension résiduelle par écrêtage complémentaire. Il est destiné à protéger, contre les surtensions conduites, les équipements des postes et/ou des installations. Plusieurs dispositifs de protections répartis dans l'installation peuvent être nécessaires à la dissipation de l'énergie associée à l'écrêtage.
- troisième niveau : en BT, dans le cas d'équipements sensibles (informatique, automatismes, télécommunications, réseaux BT, ...), et en complément des niveaux précédents, des dispositifs supplémentaires tels que filtres série et/ ou limiteurs de surtensions peuvent être nécessaires.[1]

### **I.10 Conclusion**

Après un bref rappel de la phénoménologie de la foudre, et aux différentes observations expérimentales qui s'y rattachent en vue de mettre en évidence les principales caractéristiques des grandeurs mesurables à savoir le courant d'arc en retour, sa vitesse de propagation le long du canal de foudre, et le champ électromagnétique associé.

On peut dire que ce phénomène présente un grand danger pour l'homme, et pour les structures et les installations électriques,

## *Chapitre : II*

# *Modélisation du courant de foudre Le long du canal Par Les modèles d'ingénieurs*

## II.1 Introduction

Afin de protéger d'une manière efficace les systèmes électriques et électroniques contre les perturbations engendrées par la foudre, il est nécessaire de connaître et de caractériser son champ électromagnétique impulsionnel. Les variations les plus brutales et de grandes amplitudes du champ électromagnétique émis par une décharge de foudre ont lieu lors de la phase de l'arc en retour. Durant ces dernières années, plusieurs modèles de l'arc en retour ont été développés afin de permettre d'évaluer son rayonnement électromagnétique [8] & [9] – [10]. L'une des difficultés majeures liées à la modélisation du canal de foudre réside dans le fait que le courant ne peut être mesuré qu'à la base du canal. Or, pour déterminer les champs électriques et magnétiques rayonnés, il est nécessaire de connaître la distribution du courant le long du canal. Des études récentes basées sur des modélisations numériques et des observations expérimentales ont montré que la présence de la structure foudroyée, où celle utilisée pour la déclencher, contamine la mesure du courant de la foudre. Cette contamination, qui dépend de la géométrie de la structure elle-même, compromet la fiabilité des statistiques adoptées jusqu'alors pour les paramètres du courant de la foudre

Dans ce chapitre, nous passons en revue l'ensemble des modèles décrivant le rayonnement électromagnétique associé aux phases d'arcs en retour (premier et subséquent) de la foudre, ainsi que les différentes formulations mathématiques des champs électromagnétiques rayonnés par la foudre.

## II.2 Différents modèles de l'arc en retour

Depuis 1941, plusieurs modèles relatifs à la distribution spatio-temporelle du courant de foudre ont été proposés par la communauté scientifique. Il s'agit de modèles macro-sceptiques qui ont été développés dans le but d'évaluer le rayonnement électromagnétique d'un canal de foudre [9].

Les modèles de courant d'arc en retour proposés dans la littérature diffèrent l'un de l'autre. En général ils sont classés en quatre grandes classes:

- Les modèles « physiques ».
- Les modèles « électromagnétiques ».
- Modèles dits « RLC ».
- Modèles dits « d'ingénieurs ».

Dans les modèles d'ingénieurs, la distribution spatio-temporelle du courant dans le canal de foudre est basée sur les caractéristiques observées de l'arc en retour, à savoir le courant à la base du canal et la vitesse de propagation de l'arc en retour le long du canal de foudre.

1. La première catégorie définit la classe des modèles à gaz dynamique ou modèles "physiques", considère principalement l'évolution radiale d'une décharge électrique dans un plasma.
2. Dans les modèles électromagnétiques, la théorie des Antennes est adoptée pour simuler le canal de foudre. La distribution spatio-temporelle du courant le long du canal est obtenue par le biais de la résolution numérique des équations de Maxwell. Le calcul du champ électromagnétique s'effectue, en général, par l'utilisation de la méthode des moments.
3. Les modèles de la troisième catégorie sont connus sous le nom « modèles RLC » ou « modèles des lignes de transmission ». La décharge de foudre est représentée comme un processus transitoire sur une ligne de transmission caractérisée par une résistance, une inductance et une capacité, tous par unité de longueur. Ce type de modèles est utilisé pour déterminer le courant de foudre en fonction du temps et de la hauteur et par la suite le calcul du champ électromagnétique rayonné.
4. La dernière classe est celle des modèles d'ingénieur, dans lesquels la distribution spatiale et temporelle du courant du canal de foudre (ou la densité des charges du canal) est spécifiquement basée sur certaines observations des caractéristiques de l'arc en retour comme le courant à la base du canal, la vitesse de propagation ascendante du front d'onde et le profil de luminosité du canal de foudre.

Dans ce travail, nous utilisons les modèles d'ingénieur pour deux raisons utiles [8]:

- ✓ le nombre faible de paramètres à traiter.
- ✓ l'écriture simple du courant dans le canal de foudre qui est fonction du courant à sa base.

L'avantage de l'utilisation de ces modèles est qu'on dispose de données expérimentales notamment celle du courant mesuré à la base du canal de foudre.

### II.3 Représentation analytique du courant d'arc en retour à la base du canal

Différentes expressions analytiques peuvent être utilisées afin de simuler l'allure du courant de foudre [8].

#### II.3.1 Forme analytique d'onde "bi-exponentielle"

La bi-exponentielle est souvent utilisée en raison de sa simplicité. Par ailleurs, elle se prête bien à l'analyse fréquentielle du champ électromagnétique rayonné par la foudre puisque sa transformée de Fourier s'exprime analytiquement.

Ainsi, le courant du premier arc en retour a été modélisé par l'expression suivante [14]:

$$i(0, t) = I_0 \cdot (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad \text{II-1}$$

Où:

$I_0$ : Amplitude du courant,

$\alpha$ : Inverse du temps de montée de l'impulsion du courant

$\beta$ : Inverse de la durée de l'impulsion du courant.

t: le temps variant ( $0 \rightarrow 50(\mu\text{s})$ )

Quant à l'arc en retour subséquent, afin de pouvoir mieux représenter le premier pic typique des enregistrements expérimentaux, une expression contenant la somme de deux fonctions bi-exponentielles a été utilisée [15], elle s'écrit :

$$i(0, t) = i_1(0, t) + i_2(0, t) \quad \text{II-2}$$

Avec :

$$i_1(0, t) = I_{01} \cdot (e^{-\alpha_1 t} - e^{-\beta_1 t}) \quad \text{II-3}$$

$$i_2(0, t) = I_{02} \cdot (e^{-\alpha_2 t} - e^{-\beta_2 t}) \quad \text{II-4}$$

Et :

$I_1$ : Amplitude du courant  $i_1$ ,

$\alpha_1$ : Inverse du temps de montée de l'impulsion du courant  $i_1$ .

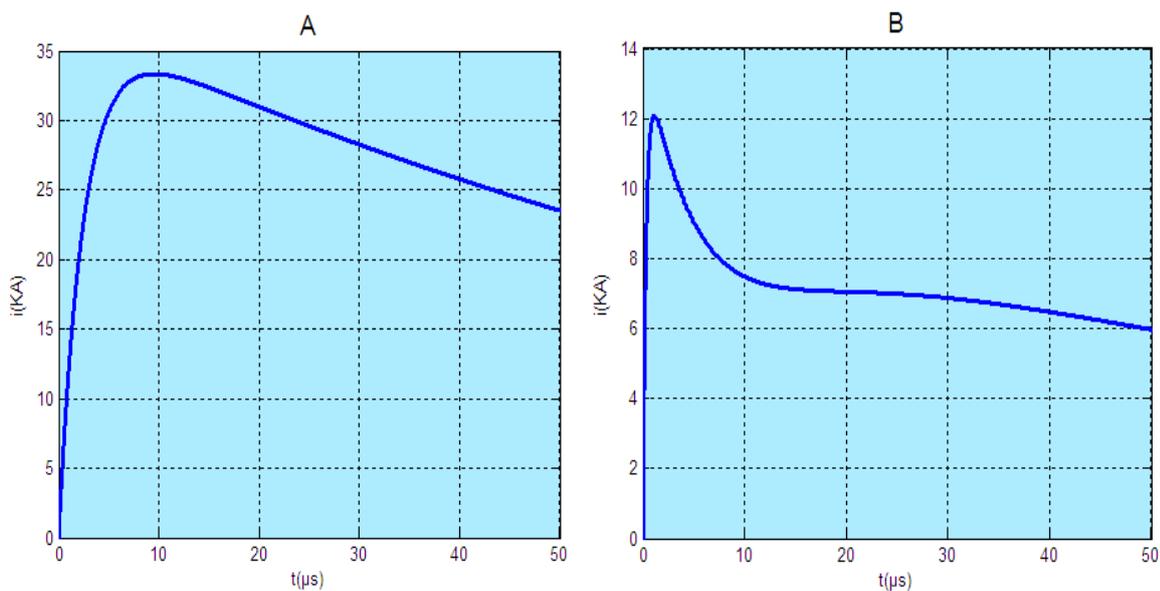
$\beta_1$  : Inverse de la durée de l'impulsion du courant  $i_1$ .

Même définitions pour le courant  $i_2$ .

A partir le code de calcul élaboré en labo , Le tableau II.1 présente les paramètres de ces deux fonctions. Ces paramètres, liés au temps de montée, à la valeur de crête et à la durée de l'impulsion du courant,

**Tableau II. 1** : Paramètres des fonctions bi-exponentielles simulant le courant de foudre à la base du canal [15]

	$I_{01}$ (KA)	$\alpha_1$ ( $S^{-1}$ )	$\beta_1$ ( $s^{-1}$ )	$I_{01}$ (KA)	$\alpha_2$ ( $s^{-1}$ )	$\beta_2$ ( $s^{-1}$ )
<b>Premier arc en retour</b>	37.3	$9.2 \times 10^3$	$4 \times 10^5$	-	-	-
<b>Arc en retour subséquent</b>	14.3	$18 \times 10^4$	$3 \times 10^6$	10	$10^4$	$9.4 \times 10^4$



**Figure II. 1** : Allure temporelle du courant à la base du canal calculé à l'aide du modèle bi-exponentiel. (A) : Arc en retour, (B) : Arc en retour subséquent

### II.3.2 Forme analytique d'onde " Heidler"

L'expression analytique du courant à la base du canal était proposée par Heidler en 1985, elle est référée par la fonction de Heidler [16]:

$$i(0, t) = \left(\frac{I_0}{\eta}\right) \left[ \frac{\left(\frac{t}{\tau_1}\right)^n}{1 + \left(\frac{t}{\tau_1}\right)^n} \right] \exp(-t/\tau_2) \quad \text{II-5}$$

Avec:

$t$  : le temps variant ( $0 \rightarrow 50(\mu\text{s})$ )

$I_0$  : Amplitude du courant,

$\tau_1$  : Temps de montée de l'impulsion du courant,

$\tau_2$  : Durée de l'impulsion du courant,

$n$  : Exposant variant de 2 à 10,

$\eta$  : Facteur de correction de l'amplitude du courant donné par :

$$\eta = \exp^{-(\tau_1/\tau_2)(n\tau_2/\tau_1)^{\frac{1}{n}}} \quad \text{II-6}$$

Pour l'arc en retour subséquent l'expression égale la somme de deux fonctions d'Heidler

$$i(0, t) = i_1(0, t) + i_2(0, t) \quad \text{II-7}$$

Où :

$$i_1(0, t) = \left(\frac{I_{01}}{\eta_1}\right) \left[ \frac{(t/\tau_{11})^{n_1}}{1+(t/\tau_{11})^{n_1}} \right] \exp(-t/\tau_{12}) \quad \text{II-8}$$

$$i_2(0, t) = \left(\frac{I_{02}}{\eta_2}\right) \left[ \frac{(t/\tau_{21})^{n_2}}{1+(t/\tau_{21})^{n_2}} \right] \exp(-t/\tau_{22}) \quad \text{II-9}$$

Avec :

$I_{01}$  : Amplitude du courant  $i_1$ ,

$\tau_{11}$  : Temps de montée de l'impulsion du courant  $i_1$ ,

$\tau_{12}$  : Durée de l'impulsion du courant  $i_1$ ,

$n_1$  : Exposant variant de 2 à 10,

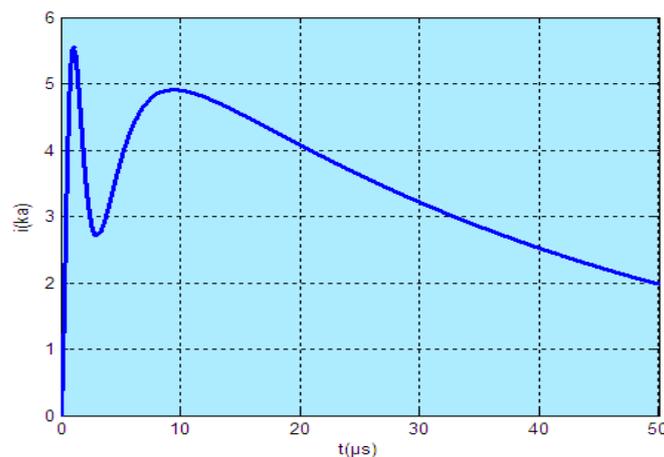
$\eta_1$  : Facteur de correction de l'amplitude du courant  $i_1$  donné par une expression de type (II.6)

Même définitions pour le courant  $i_2$ .

La Figure II-2 montre que la fonction de Heidler permet la représentation de la forme D'onde typique des arcs en retour pour les valeurs données dans le Tableau II-2. En effet, Cette représentation permet d'obtenir un pic de courant suivi d'une décroissance lente. A partir le code de calcule élaboré en labo La Transformée de Fourier de l'onde représentée sur la figure II-2, montre la concentration de L'énergie dans les basses fréquences dans le cas de l'onde foudre.

**Tableau II 2 :** Paramètres des deux fonctions d'Heidler simulant le courant de foudre à la base du canal [16].

La fonction : $i_1(0, t)$				La fonction : $i_2(0, t)$			
$I_{01}$ (kA)	$\tau_{11}$ ( $\mu s$ )	$\tau_{12}$ ( $\mu s$ )	$n_1$	$I_{02}$ (kA)	$\tau_{21}$ ( $\mu s$ )	$\tau_{22}$ ( $\mu s$ )	$n_2$
9.3	1.6	0.75	2	4.9	4.2	41	3



**Figure II. 2 :** Courant à la base du canal correspondant à un arc en retour subséquent

Selon le modèle d'Heidler.

### II.3.3 Modèle hybride

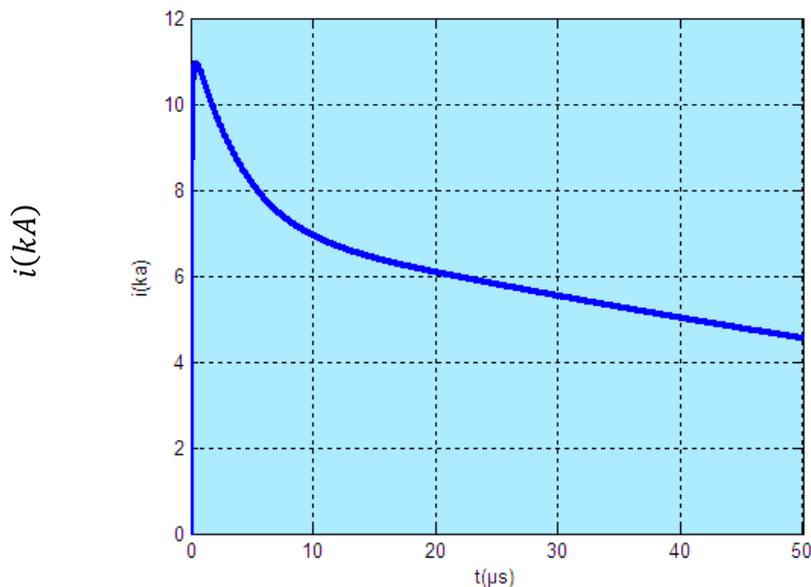
Nous pouvons citer aussi une autre formulation analytique proposée en 1990 par *Nucci et al* [16]. Cette formulation appartenant à un modèle connu sous le nom « *Modèle hybride* », du fait qu'elle constitue une sommation entre deux termes, l'un écrit sous la forme de la fonction d'Heidler, et l'autre écrit sous la forme bi-exponentielle. Cette formulation s'écrit comme suit :

$$i(0, t) = \left( \frac{I_{01}}{\eta} \right) \left[ \frac{\left( \frac{t}{\tau_1} \right)^n}{1 + \left( \frac{t}{\tau_1} \right)^n} \right] e^{(-t/\tau_2)} + I_{02} \cdot (e^{-\alpha_2 t} - e^{-\beta_2 t}) \quad \text{II.10}$$

Afin de reproduire par simulation l'onde de courant à la base du canal obtenue expérimentalement par *Leteinturier et al* [17], nous utilisons l'expression (II.10), et 986 à travers le tableau II.3, nous adoptons les paramètres relatifs à cette l'expression. A partir le code de calcul élaboré en labo L'allure du courant résultant (figure II.3) est caractérisée par un pic initial de 11 kA et une valeur maximale de la dérivée d'environ de 105 kA/μs.

**Tableau II.3** : Paramètres du modèle hybride simulant le courant de foudre à la base du canal [17].

Paramètres de la première fonction d'Heidler				Paramètres de la deuxième fonction bi-exponentielle		
$I_{01}$ (kA)	$\tau_1$ (μs)	$\tau_2$ (μs)	n	$I_{02}$ (kA)	$\tau_3$ (μs)	$\tau_4$ (μs)
9.9	0.072	5	2	7.5	100	6



**Figure II.3** : Courant à la base du canal de foudre simulé à l'aide du modèle hybride.

#### II.4 Modèles d'ingénieurs

Les modèles les plus utilisés par la communauté scientifique c'est les modèles dits « modèles d'ingénieurs ». Dans ces derniers, la distribution spatio-temporelle du courant de foudre est basée sur les observations expérimentales des caractéristiques de l'arc en retour

comme le courant à la base du canal, la vitesse de l'arc en retour et la luminosité. Ces modèles sont connus par leur simplicité, l'aspect physique de l'arc en retour n'est pas pris en compte, ils reproduisent le plus fidèlement possible les courbes expérimentales du champ électromagnétique pour des distances allant de quelques dizaines de mètres à quelques centaines de kilomètres. En 1997, Ces modèles d'ingénieurs en été généralisé par Rakov en une seule expression [8][9].les modèles plut populaire dans cette classe :

#### II.4.1 Modèle Bruce-Golden (BG) [Bruce and Gold 1941]

Ce modèle considère que le courant  $I(z',t)$  est égal au courant à la masse  $i(t)$  en dessous du front d'onde de la course de retour vers le haut-mobile; au-dessus du front d'onde[18], semblable à tous les autres course de retour modèles, le courant est nul (figure II.4). Mathématiquement :

$$i(z',t) = \begin{cases} i(0,t) & z' \leq v_f \cdot t \\ 0 & z' > v_f \cdot t \end{cases} \quad \text{II-11}$$

Où :  $v_f$  est la vitesse du front de l'arc en retour.

$z'$ : Altitude le long du canal.

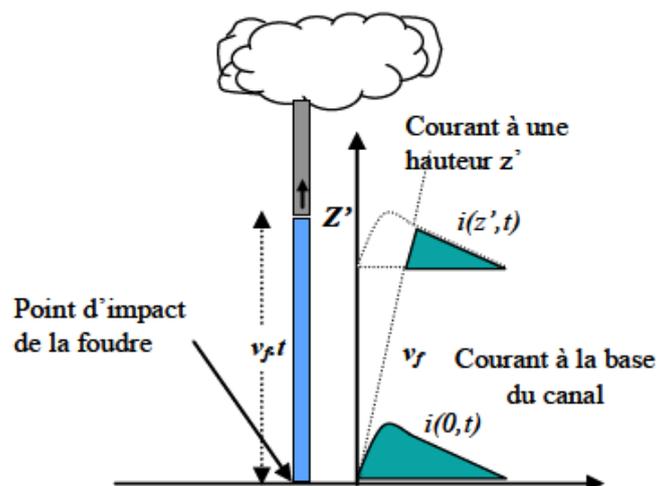
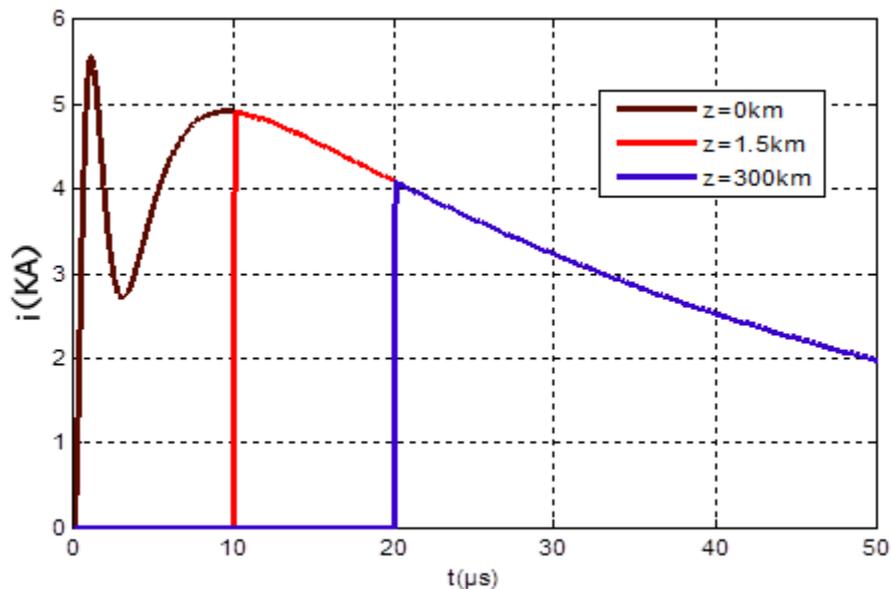


Figure II.4 : Propagation dans l'arc en retour par le modèle de BG [19]

Dans ce modèle, La discontinuité qui apparait au front d'onde de l'arc en retour implique une neutralisation instantanée des charges avant l'arrivée du courant. De plus le modèle présente

une autre limitation. En effet Bruce et Golde proposent que le courant en tout point du canal soit identique à celui situé à la base du canal à ce même instant (Figure II.5). Ceci exigerait une vitesse de propagation des charges infinie, résultats contraires à la recherche présentée par Nucci [15] presque 50 ans plus tard, en 1988.

À partir du code de calcul élaboré en labo la figure II.5 donne, à titre d'exemple, les variations temporelles du courant dans le canal aux trois hauteurs différentes ( $z' = 0$ ,  $z' = 2.5 \text{ km}$  et  $z' = 5 \text{ km}$ ) selon l'expression du modèle BG. Les paramètres du courant à la base du canal utilisés comme données initiales pour cette représentation sont ceux représentés dans le tableau II.2, avec une vitesse de propagation du courant le long du canal  $v_f = 150 \text{ m} / \mu\text{s}$ .



**Figure II.5:** Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle BG.

#### II.4.2 Modèle Ligne de transmission (TL)

Ce modèle assimile le canal de foudre à une ligne de transmission sans pertes où une impulsion de courant se propage à partir du sol à la vitesse de l'arc en retour  $v_f$ .

Ce modèle fut présenté par *Uman* et *Mclain* en 1969 [20]. (Figure II.6) La distribution du courant est définie par :

$$i(z', t) = \begin{cases} i\left(0, t - \frac{z'}{v_f}\right) & z' \leq v_f \cdot t \\ 0 & z' > v_f \cdot t \end{cases} \quad \text{II-12}$$

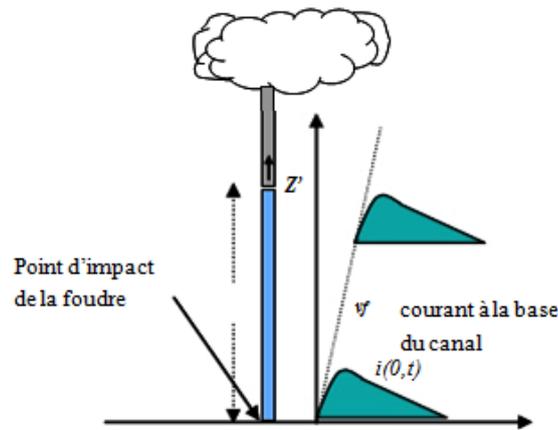


Figure II.6 : Représentation schématique du modèle TL [19]

Etant donné que l'intensité du courant le long du canal de foudre reste constante cela empêche tout transfert de charge entre le traceur et l'arc en retour. Or, des résultats obtenus à partir d'observations optiques ont montré que l'amplitude et la forme du courant changent en fonction de la hauteur et les mesures des variations du champ électrique associé au traceur ont mis en évidence que le traceur est bel et bien porteur d'une certaine densité de charge [9],

Pour montrer un exemple sur la représentation spatio-temporelle du modèle TL A partir le code de calcul élaboré en labo, nous adoptons les mêmes paramètres décrits au tableau II.2 et la même vitesse d'arc en retour utilisé dans l'exemple précédent pour les trois hauteurs dans le canal de foudre décrites auparavant.

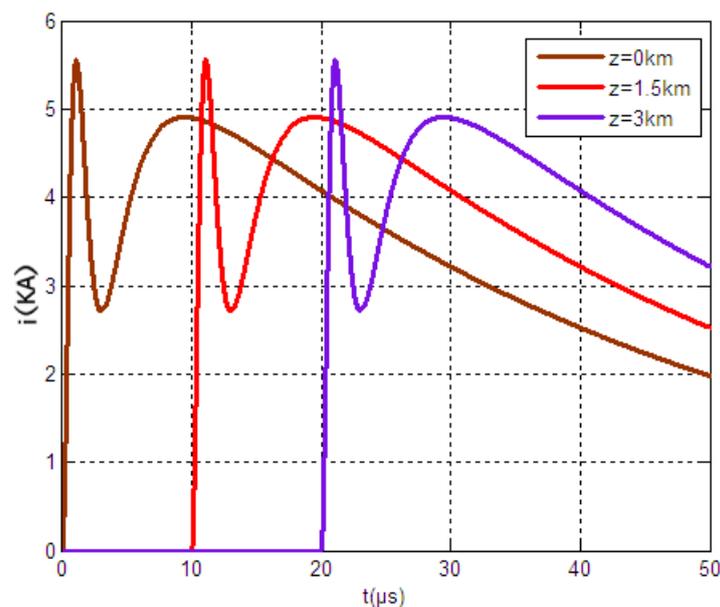


Figure II.7 : Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle TL

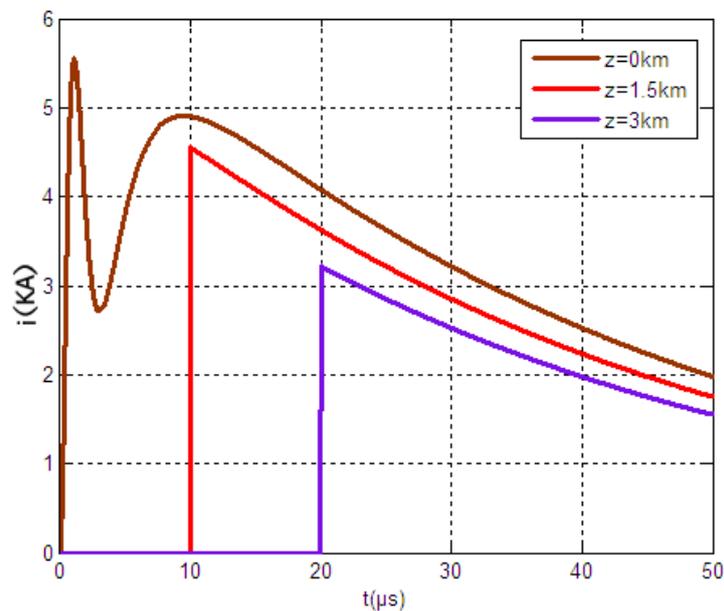
### II.4.3 Modèle de la source de courant mobile -TCS

Selon ce modèle, proposé par Heidler en 1985 [16], les charges du traceur sont instantanément neutralisées à l'arrivée du front de l'arc en retour. Une source de courant, associée au front de l'arc en retour, parcourt le canal du sol au nuage, à la vitesse  $v_f$ . Le courant injecté par cette source à la hauteur  $z'$  est supposé se propager dans le sens inverse à la vitesse de la lumière  $c$ , il atteint la base du canal avec un retard égal à  $z/c$ .

La formulation spatio-temporelle du courant de foudre, selon ce modèle, s'écrit :

$$i(z', t) = \begin{cases} i\left(0, t + \frac{z'}{c}\right) & z' \leq v_f \cdot t \\ 0 & z' > v_f \cdot t \end{cases} \quad \text{II-13}$$

En adoptant toujours les mêmes paramètres du courant à la base du canal cités dans les exemples précédents, A partir le code de calcul élaboré en labo nous illustrons à la figure II.8 la représentation spatio-temporelle du modèle TCS. De cette représentation, nous pouvons remarquer la similarité de ce modèle au modèle BG, notamment, en ce qui concerne la discontinuité présentée au front de l'onde de courant propagé du sol vers le nuage.



**Figure II.8** : Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle TCS

### II.4.4 Modèle Ligne de Transmission Modifiée (MTL)

Différents auteurs ont proposé deux modèles complémentaires basés sur le modèle TL, permettant de prendre en compte les pertes le long du canal [11].

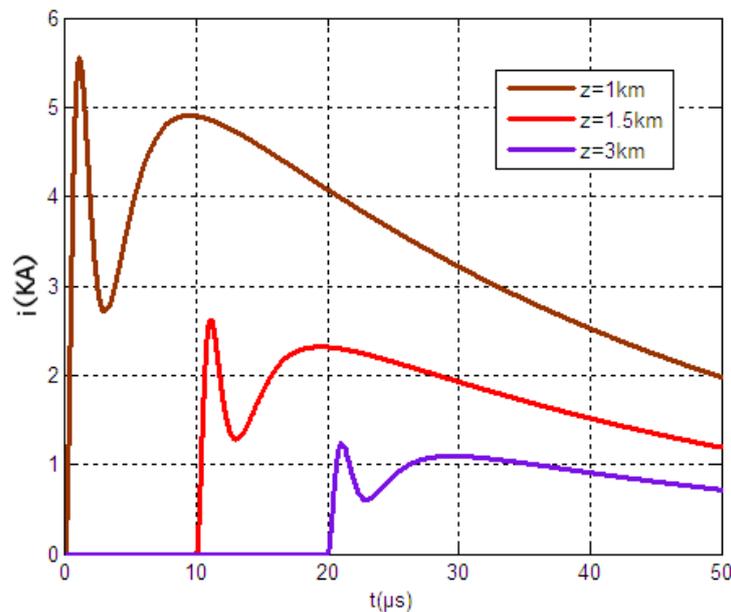
### II.4.4.1 Décroissance exponentiel (MTLE)

Propose d'abord par Nucci et Mazzetti en 1988 [15], puis repris par Rachidi et Nucci en 1990 [11], ce modèle rajoute au modèle TL existant, une décroissance du courant de foudre de forme exponentielle inverse en fonction de la hauteur du canal. D'où les expressions mathématiques du courant de foudre dans l'arc en retour en fonction de l'altitude donnée par les expressions II-14

$$i(z', t) = \begin{cases} i\left(0, t - \frac{z'}{v_f}\right) \cdot e^{-z'/\lambda} & z' \leq v_f \cdot t \\ 0 & z' > v_f \cdot t \end{cases} \quad \text{II-14}$$

$\lambda$  : est la constante d'affaiblissement du courant et a été estimée par Nucci et Rachidi a 2km [11], d'après les publications et mesures expérimentales de Lin et Uman [20] en 1979 et 1980

Les figures II.9 présentent la représentation spatio-temporelle du courant le long du canal selon les modèles MTLE



**Figure II.9:** Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle MTLE

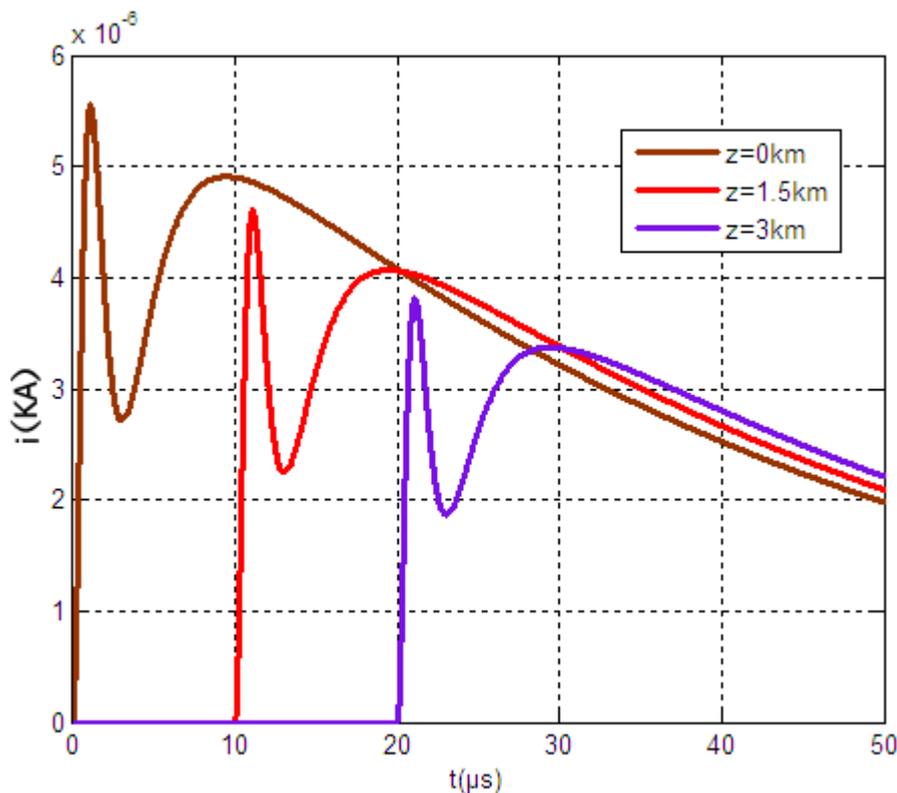
#### II.4.4.2 Décroissance linéaire (MTLL)

De même que la méthode MTLE, le MTLL, proposée par Rakov and Dulzon [21], suggère une décroissance du courant le long de l'arc en retour. Dans le cadre de la méthode MTLL, la décroissance est de forme linéaire et peut être traduite par la relation mathématique II-15.

$$i(z', t) = \begin{cases} i\left(0, t - \frac{z'}{v_f}\right) \cdot 1 - \frac{z'}{H} & z' \leq v_f \cdot t \\ 0 & z' > v_f \cdot t \end{cases} \quad \text{II-15}$$

Avec  $H$  la hauteur total du canal

La figure II.10 présente respectivement la représentation spatio-temporelle du courant le long du canal selon le modèle MTLL



**Figure II. 10 :** Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour subséquent le long du canal selon le modèle MTLL

Les figures II.9 et II.10 présentent respectivement la représentation spatio-temporelle du courant le long du canal selon les modèles MTLL et MTLE. Dans ces deux figures, nous

pouvons distinguer entre les deux modèles à travers la comparaison des formes de décroissance du courant le long du canal caractérisant chaque modèle (linéaire et exponentielle) et qui sont facilement remarquables sur ces deux exemples.

Les données adoptées dans ces exemples sont celles utilisées précédemment pour une hauteur  $H = 8 \text{ km}$  pour le modèle MTLL et  $\lambda = 2 \text{ km}$  pour le modèle MTLE.

## II.5 Généralisation de Rakov

Les modèles d'ingénieur les plus utilisés dans la littérature sont les modèles TL, MTLE, MTLL, BG et TCS. Dans les références [13], [22], [23] Rakov propose la représentation de ces modèles à l'aide d'une seule expression II-16. Cette dernière s'écrit comme suit :

$$i(z', t) = P(z') \cdot u\left(t - z'/v_f\right) \cdot i\left(0, t - z'/v\right) \quad \text{II-16}$$

$$\text{Où : } u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad \text{II.17}$$

**Tableau II.4** Les paramètres  $v$  et  $P(z')$  pour cinq modèles d'ingénieur [24]

modèle	$P(z')$	$v$
TL	1	$v_f$
MTLL	$1 - \left(\frac{z'}{H}\right)$	$v_f$
MTLE	$e^{-z'/\lambda}$	$v_f$
BG	1	$\infty$
TCS	1	$-c$

## II.6 Géométrie du problème

Pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par une décharge de foudre sol-nuage, la géométrie communément adoptée est celle présentée à la figure II.11. Le canal de foudre est considéré comme une antenne verticale unidimensionnelle de hauteur  $H$  placée au-dessus d'un plan conducteur. L'arc en retour se propage verticalement à partir du sol avec une vitesse  $v$ .  $U$  est parcouru par un courant dont la distribution spatio-temporelle  $i(z', t)$  détermine le champ électromagnétique en un point quelconque de l'espace [9].

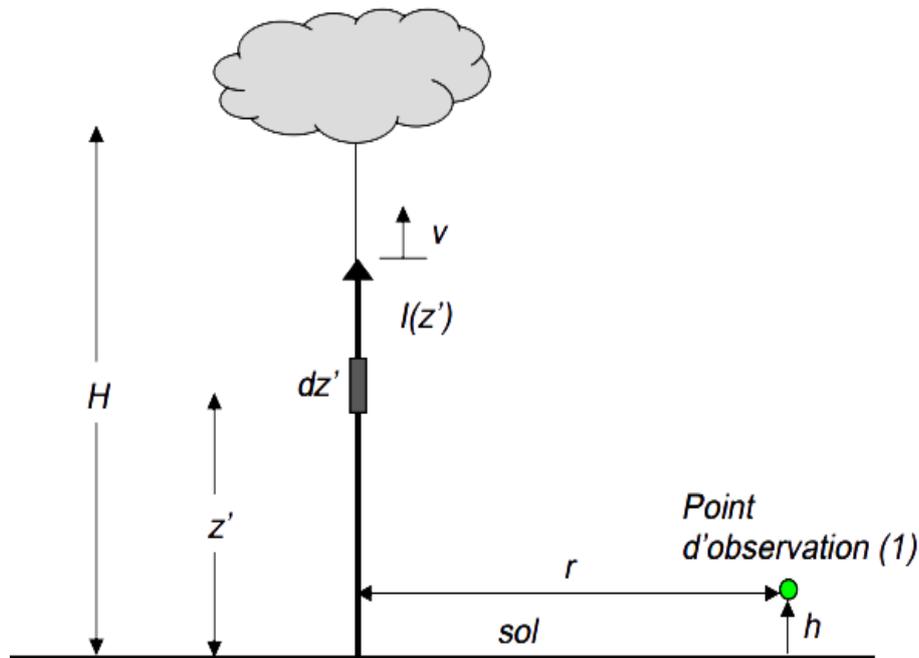


Figure II.11 : Représentation du canal de foudre.

## II.7 Formulation du champ électromagnétique rayonné par la foudre

### II.7.1 Champ électromagnétique au-dessus du sol

#### II.7.1.1 Equations générales

Le problème du rayonnement électromagnétique d'un dipôle au-dessus d'un plan conducteur a été traité par *Baños* en 1966 [25] en déterminant la solution analytique exacte des équations de Maxwell pour chaque milieu en accord avec les conditions aux limites sur l'interface air-sol. En coordonnées cylindriques, les expressions du champ, créé par un dipôle électrique placé à une hauteur  $z'$ , sont données dans le domaine fréquentiel par l'expression suivante [26] (voir figure II.12) :

$$\begin{pmatrix} dE_r(r,z,j\omega) \\ dE_z(r,z,j\omega) \\ dH_\varphi(r,z,j\omega) \end{pmatrix} = \frac{I(z',j\omega)dz'}{4\pi} \begin{pmatrix} \frac{j\omega\mu_0}{k_2^2} \frac{\partial^2}{\partial r\partial z} \\ \frac{j\omega\mu_0}{k_2^2} (\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_2^2) \\ -\frac{\partial}{\partial r} \end{pmatrix} (G_{22} - G_{21} + k_1^2 V_{22}) \quad \text{II.18}$$

Avec :

$$G_{21} = \frac{e^{jk_2 R}}{R} = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\gamma_2(z'-z)}}{\gamma_2} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad \text{II.19}$$

$$G_{22} = \frac{e^{jk_2 R_1}}{R_1} = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\gamma_2|z'-z|}}{\gamma_2} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad \text{II.20}$$

$$V_{22} = \int_0^{+\infty} \frac{2e^{-\gamma_2(z'-z)}}{k_2^2 \gamma_1 + k_1^2 \gamma_2} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad \text{II.21}$$

Et:

$$R = \sqrt{r^2 + (z' - z)^2}$$

$$R_1 = \sqrt{r^2 + (z' + z)^2}$$

$$k_1 = \sqrt{\omega^2 \mu_g \varepsilon_g + j\omega \mu_0 \sigma_g}$$

$$k_2 = \omega \sqrt{\mu_0 \omega_0}$$

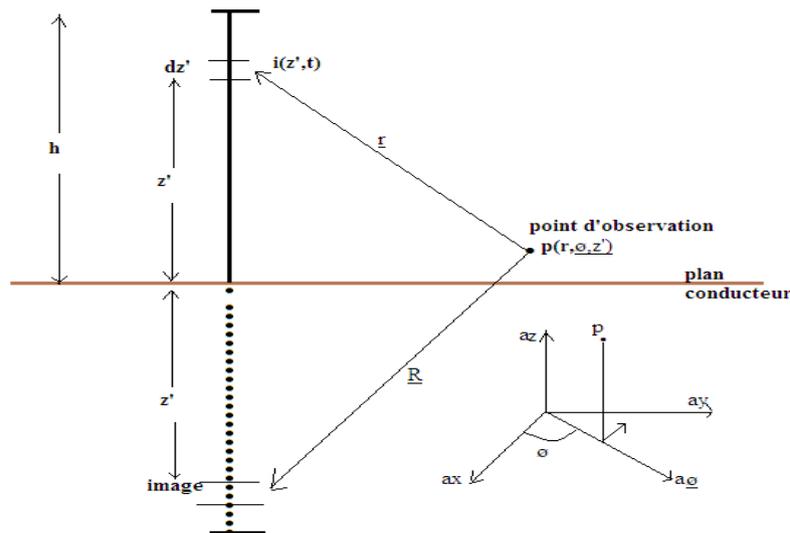
$$\gamma_1 = \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}$$

$$\gamma_2 = \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}$$

En un point quelconque de l'espace, le champ électromagnétique est caractérisé par :

- Le champ électrique vertical  $E_z$ ;
- Le champ électrique radial  $E_r$ ;
- Le champ magnétique azimutal  $H_\varphi$ .

Où,  $E_r(r,z,\omega)$ ,  $E_z(r,z,j\omega)$  et  $H_\varphi(r,z,j\omega)$  sont respectivement les composantes radiales et verticales du champ électrique et le champ magnétique azimutal. Les paramètres  $\mu_g, \varepsilon_g, \sigma_g$  étant respectivement la permittivité diélectrique, la perméabilité magnétique et la conductivité électrique du sol,  $J_0$  est la fonction de Bessel d'ordre 0,  $I(z',j\omega)$ , désigne la transformée de Fourier de la distribution du courant le long du canal.



**Figure II. 12 :** Modèle géométrique intervenant dans les équations du champ

L'expression (II.18) contient les intégrales (II.19), (II.20) et (II.21) dites de *Sommerfeld* [26] qui présentent l'inconvénient d'être gourmandes en temps de calcul [9]. De plus, la nécessité d'effectuer une transformée de Fourier inverse afin de revenir dans le domaine temporel, n'est pas sans poser des problèmes d'ordre numérique [9].

### II.7.1.2 Hypothèse d'un sol parfaitement conducteur

En adoptant l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur, le calcul du champ électromagnétique devient plus simple. Dans ce cas, les formes d'ondes du champ électromagnétique peuvent être obtenues dans le domaine temporel de deux manières différentes : D'une part, grâce à l'utilisation des équations de Maxwell et de la théorie des images (présentée par *Uman* dans la référence [3]), et d'autre part en faisant tendre la conductivité du sol vers l'infini dans les intégrales de Sommerfeld citées auparavant (présentée par *Le teinturier* dans la référence [27]).

On suppose que le courant de l'arc en retour se propage du sol vers le sommet du canal et répond aux différents modèles d'ingénieur, Le champ total rayonné en un point  $p(r, \varphi, z)$  situé au-dessus du sol, s'obtient donc par sommation des contributions de chaque dipôle et de son image de longueur infinitésimal  $dz'$ , situé à la hauteur  $z'$ , et traversé par un courant  $i(z', t)$  comme représenté sur la Figure II.11. En approximant le canal foudre à une antenne filaire rectiligne perpendiculaire à un sol parfaitement conducteur, on peut alors exprimer le

rayonnement total du canal en point  $p(r, \varphi, z)$  par l'intégration le long du canal des expressions (II.22), (II.23) et (II.24) :

$$dE_{zP}(r, z, t) = \frac{dz'}{4\pi\epsilon_0} \left[ \begin{array}{l} \frac{2(z-z')^2 - r^2}{R^5} \int_0^t i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right) d\tau \quad \text{Contribution électrostatique} \\ + \frac{2(z-z')^2 - r^2}{cR^4} i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right) \quad \text{Contribution induite} \\ - \frac{r^2}{c^2 R^3} \frac{\partial i(z', t-R/c)}{\partial t} \quad \text{Contribution rayonnée} \end{array} \right] \quad \text{II.22}$$

$$dE_{rP}(r, z, t) = \frac{dz'}{4\pi\epsilon_0} \left[ \begin{array}{l} \frac{3(z-z')}{R^5} \int_0^t i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right) d\tau \quad \text{Contribution électrostatique} \\ + \frac{3(z-z')}{cR^4} i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right) \quad \text{Contribution induite} \\ - \frac{r(z-z')}{c^2 R^3} \frac{\partial i(z', t-R/c)}{\partial t} \quad \text{Contribution rayonnée} \end{array} \right] \quad \text{II.23}$$

$$dH_{\varphi P}(r, z, t) = \frac{dz'}{4\pi} \left[ \begin{array}{l} \frac{r}{R^3} i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right) \quad \text{Contribution induite} \\ + \frac{r}{cR^2} \frac{\partial i(z', t-R/c)}{\partial t} \quad \text{Contribution rayonnée} \end{array} \right] \quad \text{II.24}$$

$$\text{Avec : } R = \sqrt{r^2 + (z' - z)^2}$$

Où l'indice "P" indique que le sol est parfaitement conducteur,  $\epsilon_0$  est la permittivité diélectrique du vide,  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide,  $c$  la vitesse de la lumière,  $R$  la distance du dipôle au point d'observation,  $r$  la distance radiale entre le canal de foudre et le point d'observation et  $z'$  la hauteur du point d'observation par rapport au sol.

Cependant, le champ électrique vertical et le champ électrique radial représentent la somme de trois contributions :

1. Une contribution électrostatique ayant pour source l'intégrale du courant de l'arc en retour et représentant la charge du canal.
2. Une contribution induite ayant pour source le courant de l'arc en retour.
3. Une contribution rayonnée ayant pour source la dérivée du courant de l'arc en retour.

Le champ magnétique azimuthal est, quant à lui, composé par une composante rayonnée (ayant pour source la dérivée du courant de l'arc en retour) et une composante induite (ayant pour source le courant de l'arc en retour).

Bien que l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur permette une simplification importante des équations du champ, elle n'est pas toujours valable. Pour des distances ne dépassant pas quelques kilomètres, elle est une approximation raisonnable dans le calcul du champ électrique vertical et le champ magnétique azimutal comme il a été montré par plusieurs auteurs (*Rachidi et al* [9], *Rubenstein* [28], *Zeddani et Degauque* [29]). Quant à la composante radiale du champ électrique, elle est beaucoup plus affectée par la conductivité finie du sol. Pour les distances supérieures à plusieurs kilomètres, la propagation au-dessus d'un sol de conductivité finie n'est plus négligeable et a pour conséquence majeure une atténuation des composantes hautes fréquences, qui se traduit par une diminution de la valeur de pic et de la raideur du front du champ [8].

### II.7.1.3 Approximation de Cooray-Rubenstein

La prise en compte rigoureuse de la conductivité du sol nécessite l'utilisation des Intégrales de Sommerfeld qui présentent l'inconvénient d'être lentement convergentes. Ainsi, différents auteurs ont proposé des formules simplificatrices permettant de calculer le champ horizontal en tenant compte de la conductivité du sol [30]. La formule la plus simple est celle connue sous le nom « *l'approximation de Cooray-Rubenstein* » (*Rubenstein* [28], *Cooray* [30]) qui permet d'obtenir un bon compromis entre le temps de calcul et la précision. La formulation proposée considère que le champ électrique vertical et le champ magnétique azimutal sont indépendants de la conductivité du sol.

Selon cette approximation le champ électrique radial est donné dans le domaine fréquentiel par l'expression suivante :

$$E_r(r, z, j\omega) = E_{rP}(r, z, j\omega) - H_{\varphi P}(r, z = 0, j\omega) \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_g + \sigma_g / j\omega}} \quad \text{II.25}$$

Si la conductivité du sol est élevée, l'expression (II.25) peut être simplifiée comme suit :

$$E_r(r, z, j\omega) = E_{rP}(r, z, j\omega) - H_{\varphi P}(r, z = 0, j\omega) \frac{1+j}{\delta \sigma_g} \quad \text{II.26}$$

$$\text{Avec : } \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \varepsilon_g \sigma_g}}$$

$\delta$  : désigne l'épaisseur de peau,

En 2002, *Cooray* [31] a rapporté qu'une erreur de plus de 25% est observée sur le pic initial du champ horizontal calculé par l'expression (II.25) à une hauteur de quelques dizaines de mètres. Et il a proposé une modification dans le terme du champ électrique radial correspondant au cas d'un sol parfaitement conducteur et intervenant à l'expression (II.25). Cette modification minimise l'erreur à moins de 5% :

$$E_{rP}(r, z, j\omega) = [E_{rP}(r, z, j\omega)]_s + [E_{rP}(r, z, j\omega)]_i + 0.4[E_{rP}(r, z, j\omega)]_r \quad \text{II.27}$$

Les indices  $s$ ,  $i$  et  $r$  désignent, respectivement, les contributions : électrostatique, induite et de rayonnée correspondantes au champ électrique radial calculé avec l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur.

#### II.7.1.4 Formulation du Wait

L'idée principale de la formulation approximative pour le cas d'un sol homogène, était toujours l'utilisation du concept de l'impédance de la surface du sol qui est définie par le rapport entre le champ électrique et le champ magnétique tangentiels à cette surface. Cependant, ce principe a constitué la base théorique de la formulation approximative décrite auparavant à savoir l'approximation de *Cooray-Rubenstein* [28] [30]. La validité de cette approximation a été encourageante pour utiliser ce même principe afin d'établir des approximations aussi valables pour le cas d'un sol stratifié.

Récemment en Novembre 2009, *Shoory et al.* [32] ont utilisé la formulation simplifiée de *Wait* pour évaluer la composante verticale du champ électrique engendré par une décharge de foudre en présence d'un sol stratifié. Ces chercheurs ont considéré deux cas de stratification du sol à savoir : une stratification horizontale et une stratification verticale. En effet, dans le cas d'un sol stratifié horizontalement, la composante verticale du champ électrique a été calculée à l'aide de deux approximations différentes. Aussi, les valeurs des paramètres électromagnétiques de la couche supérieure du sol tels que la conductivité électrique et la permittivité diélectrique relative, ont été fixées à des valeurs plus faibles que celles des paramètres de la couche inférieure. Pour plus des détails théoriques ainsi que les résultats obtenus sur cette approximation voir les références [32], [14].

## II.7.2 Champ électromagnétique en dessous du sol

Le problème de l'évaluation des perturbations induites par la foudre dans les câbles souterrains a récemment attiré plus d'attention des chercheurs comparé au passé, et ceci à cause de l'augmentation du nombre des installations électriques situées en dessous du sol durant ces dernières années. L'objectif a été le développement de modèles et d'outils de calcul du champ électromagnétique produit par la foudre en dessous du sol, Afin de permettre ensuite l'estimation des courants et des tensions induites par ce champ dans les câbles enterrés [14].

La formule générale (II.18) a été développée par *Baños* [25], est mathématiquement adaptable au problème du rayonnement électromagnétique de la foudre en un point situé en dessous du sol, mais malheureusement, du point de vue numérique, elle présente toujours les inconvénients cités auparavant.

### II.7.2.1 Approximation de Cooray

En 2001, *Cooray* [33] a proposé des expressions simplifiées permettant le calcul des champs électriques pénétrant dans le sol et générés par une onde de type foudre. Ces expressions du champ se basent sur la connaissance du champ électrique dans le cas d'un sol de conductivité finie, au niveau de l'interface sol-air. Ainsi dans le domaine fréquentiel, et sachant que la coordonnée verticale du point d'observation  $z$  est négative, ces expressions sont données par :

$$E_z(r, z, j\omega) = E_z(r, z = 0, j\omega) \frac{\varepsilon_0 e^{z k_g}}{\sigma_g + j\omega\varepsilon_g} \quad \text{II.28}$$

$$E_r(r, z, j\omega) = E_r(r, z = 0, j\omega) e^{k_g z} \quad \text{II.29}$$

$$H_\varphi(r, z, j\omega) = H_\varphi(r, z = 0, j\omega) e^{k_g z} \quad \text{II.30}$$

$$\text{Avec : } k_g = \sqrt{j\omega\mu_0\sigma_g - \omega^2\mu_0\varepsilon_g}$$

### II.7.2.2 Algorithme de Delfino et al.

Récemment, en 2006 *Delfino et al* [34]. Ont proposé un algorithme efficace pour l'évaluation exacte du champ électromagnétique en dessous d'un sol imparfait. Ces auteurs ont présenté l'expression (II.18) à une autre forme connue sous le nom « *fonction de Green* » qui

s'écrit de la manière suivante : Avec :  $n = \frac{k_1}{k_2}$

$$\begin{cases} E_z(r, z, j\omega) = \frac{j}{2\pi\omega\epsilon_0} \int_0^H \int_0^{+\infty} \frac{\lambda^3}{n^2\gamma_2 + \gamma_1} I(z', j\omega) J_0(\lambda r) \exp(\gamma_1 z - \gamma_2 z') d\lambda dz' \\ E_r(r, z, j\omega) = \frac{-j}{2\pi\omega\epsilon_0} \int_0^H \int_0^{+\infty} \frac{\lambda^2 \gamma_1}{n^2\gamma_2 + \gamma_1} I(z', j\omega) J_1(\lambda r) \exp(\gamma_1 z - \gamma_2 z') d\lambda dz' \\ H_\varphi(r, z, j\omega) = \frac{n^2}{2\pi} \int_0^H \int_0^{+\infty} \frac{\lambda^2}{n^2\gamma_2 + \gamma_1} I(z', j\omega) J_0(\lambda r) \exp(\gamma_1 z - \gamma_2 z') d\lambda dz' \end{cases} \quad \text{II.31}$$

Le paramètre  $n$  désigne le nombre de réfraction complexe,  $k_1$  et  $k_2$  désignent les nombres d'onde dans le sol et l'air respectivement,  $J_1$  est la fonction de Bessel d'ordre 1.

### II.7.2.3 Méthode FDTD

La méthode numérique des différences finies dite FDTD (Finité- Différence Time-Domain) à été introduite dans le domaine de l'électromagnétisme en 1966 par *Yee* [35]. Elle été ensuite raffinée et employée par beaucoup de chercheurs dans différents secteurs comportant des phénomènes de dispersion d'ondes électromagnétiques, et de couplage onde- structure.

Cependant, dans le domaine de recherche lié à la foudre, la méthode FDTD à été largement utilisé, pour calculer les surtensions et les courants induits dans les lignes aériennes causés par des coups de foudre indirects. En revanche, pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre, cette méthode a été présentée dans plusieurs travaux sur la base des approches hybrides combinant la FDTD et d'autres méthodes analytiques. A notre connaissance, la méthode FDTD a été introduite pour la première fois d'une manière complète dans le calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre, en 2007 par *Mimouni et al* [36]. Le calcul à été effectué par ces auteurs au-dessus et en dessous d'un sol caractérisé par une conductivité finie, cette méthode consiste à résoudre les équations de Maxwell par l'utilisation des différences finies.

## II.8 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté une revue générale sur la modélisation du rayonnement électromagnétique associé à la phase d'arc en retour et celle de l'arc en retour subséquent d'une décharge de foudre dans le but de mettre en évidence les modèles décrivant le courant dans le canal de foudre. Parmi quatre catégories de ces modèles, nous avons donné une importance particulière aux modèles d'ingénieur qui présentent l'avantage de la description de la distribution spatio-temporelle du courant le long du canal à partir des valeurs instantanées du courant à la base du canal. Nous avons présenté ensuite, les différentes approches utilisées par la communauté scientifique afin de déterminer le champ électromagnétique rayonné par la foudre au-dessus et en dessous du sol et même pour le cas d'un sol stratifié (formulation de Wait). En effet, la formule générale qui fait intervenir les intégrales de Sommerfeld, présente l'inconvénient d'être gourmande en temps de calcul. De plus, elle nécessite d'effectuer une transformée de Fourier inverse afin de revenir dans le domaine temporel, ce qui est relativement délicat du point de vue numérique. Pour remédier à ces inconvénients, plusieurs chercheurs ont utilisé l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur qui a un peu soulagé les calculs du fait qu'ils se déroulent dans le domaine temporel. De plus, cette hypothèse est une bonne approximation de la composante verticale du champ électrique et la composante azimutale du champ magnétique au-dessus du sol, et pour les distances qui ne dépassent pas quelques kilomètres. Pour la composante radiale du champ électrique, cette approximation n'est pas valable à cause de la forte sensibilité de cette composante à la conductivité du sol. Cependant, il existe plusieurs approximations dans la littérature, utile pour le calcul de la composante radiale du champ électrique. Parmi celles-ci, on trouve la formule de *Cooray-Rubenstein* qui permet d'obtenir une approximation assez satisfaisante de cette composante au-dessus du sol et pour toutes les distances considérées.

Concernant le calcul du champ électromagnétique en dessous d'un sol de conductivité finie, nous avons cité trois approches à savoir :

1. La formule de Cooray qui est une bonne approximation pour des grandes valeurs de la conductivité du sol soit les valeurs supérieures à 0.001 S/m.
2. L'algorithme de *Delfino et al.* qui donne la solution exacte du champ électromagnétique en dessous du sol pour toutes les valeurs considérées de la conductivité du sol.

3. La méthode FDTD qui présente l'intérêt d'être capable de calculer le champ électromagnétique rayonné dans n'importe quelle position du point d'observation considérées (au-dessus ou bien en dessous du sol), tout en abordant le problème du rayonnement électromagnétique de la foudre avec moins d'hypothèses simplificatrices.

## *Chapitre : III*

# *Implémentation des conditions aux Limites absorbantes de Mur second Ordre*

### III.1 Introduction

La résolution du problème de rayonnement électromagnétique de la foudre consiste en la détermination du champ électromagnétique rayonné à n'importe quel instant et en n'importe quel point d'observation autour du canal. En réalité, la foudre est un phénomène lié aux plusieurs paramètres physiques et géométriques qui rendent cette résolution très délicate, ce qui a obligé la plupart des chercheurs à utiliser des hypothèses simplificatrices en vue de diminuer la complexité du problème en supposant une géométrie relativement simple et abordable (par exemple : la supposition d'un canal rectiligne et vertical, sol parfaitement conducteur,...etc.). Cependant, cette démarche est légitime, vu que les résultats basés sur certaines hypothèses montrent parfois une bonne approximation lorsqu'on les compare à ceux obtenus par voie expérimentale.

Dans ce chapitre, nous présentons le calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre en considérant l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur. Tout d'abord, les principes de base de la méthode FDTD utilisée dans nos simulations seront décrits. Notre contribution est l'implémentation des conditions aux limites absorbantes de Mur de second ordre

Le code de calcul développé dans le cadre de ce mémoire, et sur la base de ce type d'ABCs, sera passé par une phase de validation à travers la comparaison de nos résultats obtenus en exploitant notre code de calcul avec ceux obtenus expérimentalement. Nous présentons ensuite, une évaluation ces ABCs à travers la comparaison des résultats obtenus en adoptant ces dernières avec ceux obtenus en usant les ABCs de Mur de premier ordre.

### III.2 Choix de la méthode numérique

Le choix de méthodes numériques est souvent conditionné par le type d'analyse des structures envisagées, en essayant toutefois de trouver un compromis entre les temps de calcul, la précision de la méthode, ainsi que les moyens informatiques mis à notre disposition.

Nous pouvons dégager deux grandes familles de méthodes numériques d'analyse : la méthode temporelle et la méthode fréquentielle. La première méthode permet d'accéder aux évolutions spatio-temporelles des grandeurs physiques. La seconde ne fournit que les évolutions spatio-fréquentielles.

Le Domain d'analyse dans ce travail est un Domain spatio-temporelle pour La résolution du problème de rayonnement électromagnétique de la foudre

Donc il est Plusieurs méthodes numériques permettent de résoudre ce problème en domaine Spatio-temporel [35] :

- ✓ la méthode des Différences Finies en Domaine Temporel (FDTD),
- ✓ la méthode des Éléments Finis en Domaine Temporel (FETD),
- ✓ la méthode des Volumes Finis en Domaine Temporel (FVTD),
- ✓ la méthode Galerkin Discontinue en Domaine Temporel (DGTD),
- ✓ la méthode des équations intégrales en temps.

La méthode des différences finies dans le domaine temporel « FDTD » , plus simple conceptuellement et la plus aisée a mettre en œuvre est l'une des méthodes les plus utilisées en modélisation électromagnétique Elle permet de modéliser la structure à étudier d'une manière très proche de la réalité .

### III.3 Méthode des différences finies appliquée dans le Domain électromagnétique

#### III.3.1 Présentation de la méthode FDTD

Nous présentons ici le fondement de la méthode des différences finies, ou Différences Finies en Domaine Temporel (FDTD), appliquée à la résolution d'un problème électromagnétique dans le domaine temporel. La propagation d'ondes électromagnétiques dans l'espace est un problème bien connu parfaitement modélisé par les équations de Maxwell (voir III.1/ III.2). En 1966, **K. Yee** proposa une technique de résolution numérique de ces équations (III.8). Le schéma numérique utilisé, désormais appelé schéma de **Yee**, fondé sur la discrétisation en temps et en espace des équations de Maxwell par des différences finies centrées, permet de calculer à chaque instant discret du temps la solution du problème électromagnétique en chaque point d'un espace discret. Cette technique est aujourd'hui très largement utilisée dans tous les domaines d'application de l'électromagnétisme [8]

### III.3.2 Principe de base de la méthode FDTD

#### III.3.2.1 Développement en série de Taylor

Prenons  $f(r)$  une fonction continue et dérivable, il est possible d'obtenir une approximation pour la dérivée au point  $r_0$ , en se basant sur le développement en série de Taylor, ce qui nous Donne le résultat suivant :

- La Dérivation de 1<sup>er</sup> ordre :

$$\frac{\partial f}{\partial r} = \frac{f\left(r_0 + \frac{\Delta r}{2}\right) - f\left(r_0 - \frac{\Delta r}{2}\right)}{\Delta r} \quad \text{III.1}$$

- La Dérivation de 2<sup>ém</sup> ordre:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} = \frac{f(r_0 + \Delta r) - 2f(r_0) + f(r_0 - \Delta r)}{\Delta r^2} \quad \text{III.2}$$

III.1 et III.2 On appelle approximation centrée

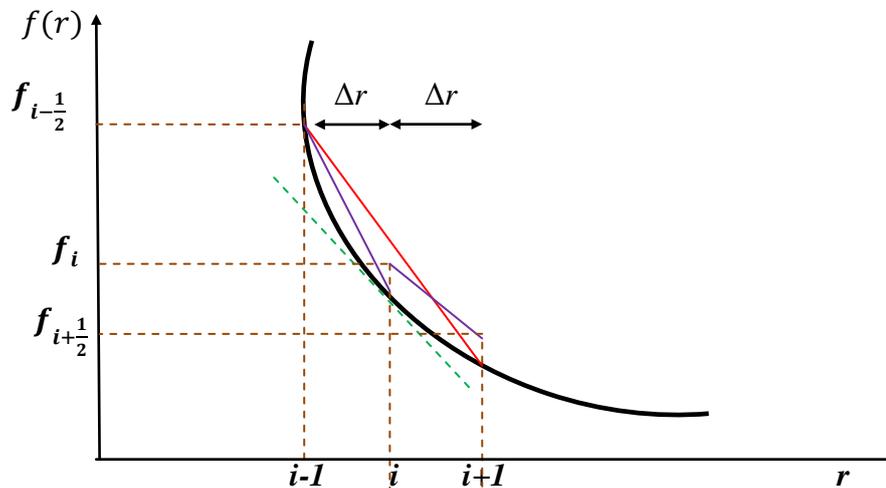


Figure III.1 Interprétation géométrique des dérivées

#### III.3.2.2 Equations de Maxwell dans le domaine temporel

Les équations de Maxwell décrivent la propagation d'ondes électromagnétiques dans tout type de milieu. On considère par la suite un milieu homogène, anisotrope, dépourvu de sources, non dispersif et pouvant présenter des pertes électriques et magnétiques. Ainsi, dans un

tel milieu les équations de Maxwell sous forme différentielle s'écrivent de la manière suivante [8]

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \text{rot}(E) \quad \text{III.3}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \sigma \cdot \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \text{rot}(H) \quad \text{III.4}$$

Avec :

$\vec{E}$ : Champ électrique;

$\vec{H}$ : Champ magnétique;

$\mu$ : Perméabilité magnétique;

$\varepsilon$ : Permittivité diélectrique;

$\sigma$ : Conductivité électrique.

Les phénomènes électromagnétiques sont représentés à l'aide des deux grandeurs physiques vectorielles  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$ , respectivement appelées champ électrique et champ magnétique. Les propriétés intrinsèques du milieu sont quant à elles représentées par les grandeurs  $\mu$ ,  $\varepsilon$  et  $\sigma$

Le développement mathématique des équations (III.3) et (III.4) en utilisant une représentation spatiale basée sur des coordonnées cylindriques conduit à un système d'équations aux dérivées partielles exprimé sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial z} \right] \\ \sigma E_r + \varepsilon \frac{\partial E_r}{\partial t} = \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \\ \sigma E_z + \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi) \end{cases} \quad \text{III.5}$$

Avec:

$E_r$ : Champ électrique radial ;

$E_z$ : Champ électrique vertical ;

$H_\varphi$ : Champ magnétique azimutal.

$r$ : Distance radiale entre le point d'observation et le canal de foudre ;

$z$ : Hauteur (ou profondeur si  $< 0$ ) du point d'observation par rapport au sol.

Dans la région d'analyse prise en compte dans ce mémoire (en dessus du sol) :  $\sigma = 0$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_0$  et  $\mu = \mu_0$ , Ce qui peut rendre l'expression précédente (III.5) à la manière suivante:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial z} \right] \\ \varepsilon_0 \frac{\partial E_r}{\partial t} = \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \\ \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi) \end{cases} \quad \text{III.6}$$

### III.3.2.3 Discrétisation des équations de Maxwell [8]

Supposons que l'on veuille mettre en œuvre un schéma aux différences finies permettant de résoudre numériquement l'équation (III.1 et III.2) dans un domaine d'étude fini noté  $\Omega$ , dans un contour limitant le domaine  $\Omega$  notée  $\Psi$  (figure III.2)

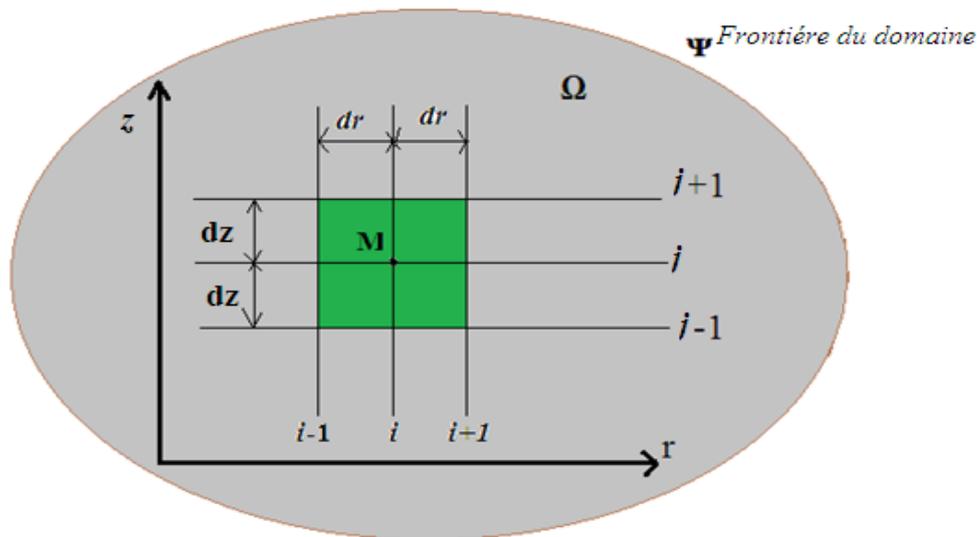


Figure III.2 Maillage et domaine d'étude.

Pour écrire le principe de base de la résolution, on considère une fonction scalaire spatio-temporelle  $f(r, z, t)$  définie en tout point  $P(r, z)$  dans  $\Omega$  et à chaque instant  $t$  appartenant un intervalle temporel fini  $\mathcal{T}$ . L'ensemble spatial  $\Omega$ , et l'ensemble temporel  $\mathcal{T}$  sont exprimés respectivement par les relations (III.5) et (III.6) :

$$[p(r, z) \in \Omega] \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq r \leq r_{max} \\ z_{min} \leq z \leq z_{max} \end{cases} \quad \text{III.7}$$

$$t \in \mathcal{T} \Leftrightarrow 0 \leq t \leq t_{max} \quad \text{III.8}$$

La discrétisation spatiale (maillage) dans deux directions  $r$  et  $z$  avec des pas spatiaux  $\Delta r$  et  $\Delta z$  respectivement, génère un réseau des nœuds (voir figure III.3) dont la position de chacun est obtenue par:

$$\begin{cases} r = r_i = i. \Delta r \\ z = z_j = j. \Delta z \end{cases} \quad \text{III.9}$$

Avec:  $i$  : Incrément dans la direction de  $r$ ; et  $j$  : Incrément dans la direction de  $z$ .

La discrétisation temporelle avec le pas  $\Delta t$  est exprimée par la relation suivante :

$$t = t_n = n. \Delta t \quad \text{III.10}$$

$n$ : Incrément dans le temps.

On peut donc évaluer la fonction  $f$  à n'importe quel nœud et à n'importe quel instant comme suit:

$$f(r, z, t) = f(i\Delta r, j\Delta z, n. \Delta t) = f^n(i, j) \quad \text{III.11}$$

$$\text{Avec: } \begin{cases} 0 \leq i \leq i \text{ max} \\ 0 \leq j \leq j \text{ max} \\ 0 \leq n \leq n \text{ max} \end{cases}$$

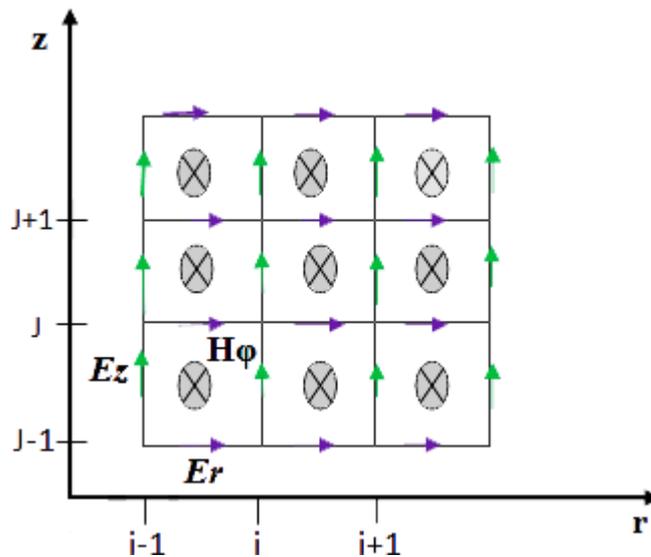


Figure III.3 : Domaine de calcul à deux dimensions (2D) avec un système à coordonnées cylindriques

Le principe de base de la méthode FDTD, s'appuie sur la discrétisation des dérivées partielles de la fonction  $f(r, z, t)$  à partir des approximations On appelle approximation centrée (voir III.1 , III.2). Cette discrétisation s'exprime de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left. \frac{\partial f(r, z, t)}{\partial r} \right|_{i\Delta r} = \frac{f^n(i + \frac{1}{2}, j) - f^n(i - \frac{1}{2}, j)}{\Delta r} \\ \left. \frac{\partial f(r, z, t)}{\partial z} \right|_{j\Delta z} = \frac{f^n(i, j + \frac{1}{2}) - f^n(i, j - \frac{1}{2})}{\Delta z} \\ \left. \frac{\partial f(r, z, t)}{\partial t} \right|_{n\Delta t} = \frac{f^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - f^{n-\frac{1}{2}}(i, j)}{\Delta t} \end{array} \right. \quad \text{III.12}$$

A partir des équations aux dérivées partielles du système (III.5), et en utilisant les approximations du premier ordre des dérivées partielles décrites dans l'expression (III.12), on peut obtenir un système d'équations algébriques linéaires dont les inconnues sont les valeurs des trois composantes du champ électromagnétique en chaque nœud du maillage résultant de la discrétisation spatiale, et à chaque instant  $t_n$  résultant de la discrétisation temporelle. En effet, ces trois composantes s'écrivent de la manière suivante :

**Champ électrique vertical ( $E_z$ ):**

$$E_z^{n+1}\left(i, j + \frac{1}{2}\right) = E_z^n\left(i, j + \frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 r_i \Delta r} \left[ \left(r_{i+\frac{1}{2}}\right) \cdot H_\varphi^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) - \left(r_{i-\frac{1}{2}}\right) \cdot H_\varphi^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) \right] \quad \text{III.13}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} 1 \leq i \leq i_{max} \\ 0 \leq j \leq j_{max} - 1 \\ 0 \leq n \leq n_{max} - 1 \end{cases}$$

• **Champ électrique radial ( $E_r$ ):**

$$E_r^{n+1}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) = E_r^n\left(i + \frac{1}{2}, j\right) - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta z} \left[ H_\varphi^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) - H_\varphi^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}\right) \right] \quad \text{III.14}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} 0 \leq i \leq i_{max} - 1 \\ 0 \leq j \leq j_{max} \\ 0 \leq n \leq n_{max} - 1 \end{cases}$$

- *Champ magnétique azimutal* ( $H_\phi$ ) :

$$H_\phi^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}\right) = H_\phi^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\mu_0 \cdot \Delta r} \cdot \left[ E_z^n\left(i+1,j+\frac{1}{2}\right) - E_z^n\left(i,j+\frac{1}{2}\right) \right] - \frac{\Delta t}{\mu_0 \cdot \Delta z} \cdot \left[ E_r^n\left(i+\frac{1}{2},j+1\right) - E_r^n\left(i+\frac{1}{2},j\right) \right] \quad \text{III.15}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} 0 \leq i \leq i_{max} - 1 \\ 0 \leq j \leq j_{max} - 1 \\ 0 \leq n \leq n_{max} - 1 \end{cases}$$

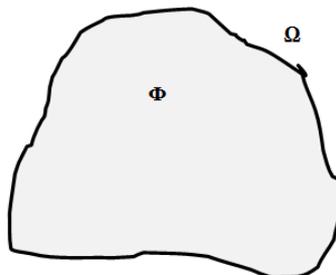
Enfin, il est à noter que le choix des pas spatiales  $\Delta r$  et  $\Delta z$ , et le pas temporel  $\Delta t$ , doivent remplir une condition de stabilité de calcul qui est exprimée par l'équation:

$$\Delta t < \frac{\min(\Delta r, \Delta z)}{2c} \quad \text{III.16}$$

#### III.4 Conditions aux limites

Les équations de Maxwell définies par le système d'équations (III.3) et (III.4) forment un système d'équations différentielles aux dérivées partielles. Afin de déterminer une solution convenable décrivant le phénomène physique étudié dans un domaine  $\Phi$  présentant une frontière  $\Omega$  (figure III.4), il faut imposer des conditions aux limites et des conditions initiales.

Ces conditions peuvent être de différents types selon le problème physique étudié. Nous rappelons ici les principaux types très souvent rencontrés dans les problèmes de modélisation.



**Figure III.4** : Domaine de calcul et sa frontière

### III.4.1 Conditions aux limites absorbantes (absorbing boundary condition)

Pour simuler la propagation d'ondes électromagnétiques dans un milieu non borne (structure ouverte), il faut ramener les calculs effectifs a un domaine borne à l'aide de conditions aux limites artificielles choisies de façon ce que la solution obtenue soit la plus proche possible de la restriction de la solution exacte. La difficulté consiste à conserver un problème aux limites bien posé tout en cherchant à minimiser les réflexions parasites sur la frontière artificielle Le développement des conditions aux limites fortement absorbantes (C.L.A.) a été l'un des secteurs les plus actifs dans la recherche des méthodes aux différences finies (FDTD) au cours des dernières années. Pour cela, il existe de nombreuses méthodes permettant de simuler l'espace infini [38-39].

#### III.4.1.2 Conductions aux limites absorbantes de Mur

Ces conditions développées par *Mur* (basés sur les équations d'Engquist-Majda [39]), possèdent l'avantage d'être faciles à implémenter numériquement. En effet, Elles consistent en l'extrapolation des valeurs du champ magnétique aux nœuds situés sur les limites du domaine discrétisé suivant le principe de discrétisation de la méthode FDTD (figure III.8), à partir des valeurs du champ magnétique pré calculées aux nœuds situés au voisinage intérieur immédiat de ces limites. Si ces dernières sont suffisamment éloignées de la source du champ électromagnétique, les valeurs du champ magnétique sur les frontières du domaine sont obtenues par l'extrapolation du premier ou du deuxième ordre.

##### a) Equation d'onde par ENGQUIST-MAJDA

Pour commencer notre étude sur les C.L.A. les plus modernes, considérons un espace bidimensionnel de la FDTD montré dans la figure III.5 Le but d'une C.L.A. (utilisée sur la frontière du volume de calcul considéré) est d'absorber toutes les ondes se propageant sous n'importe quel angle à travers la frontière artificielle. Une équation différentielle partielle qui permet la propagation d'une onde dans une direction est appelée équation d'ondes unidirectionnelle. Une fois appliquée à la frontière d'une grille de FDTD, une telle équation modélisé numériquement l'absorption des ondes dispersées [39].

Afin d'illustrer cela, nous considérons l'équation d'ondes bidimensionnelle dans des coordonnées cartésiennes :

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] U = 0 \quad \text{III.17}$$

Avec  $U$  étant n'importe quelle composante de champ électrique ( $E$ ) ou magnétique ( $H$ ) et  $c$  la vitesse de phase de l'onde.

Nous pouvons définir un opérateur différentiel partiel  $L$  :

$$L = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad \text{III.18}$$

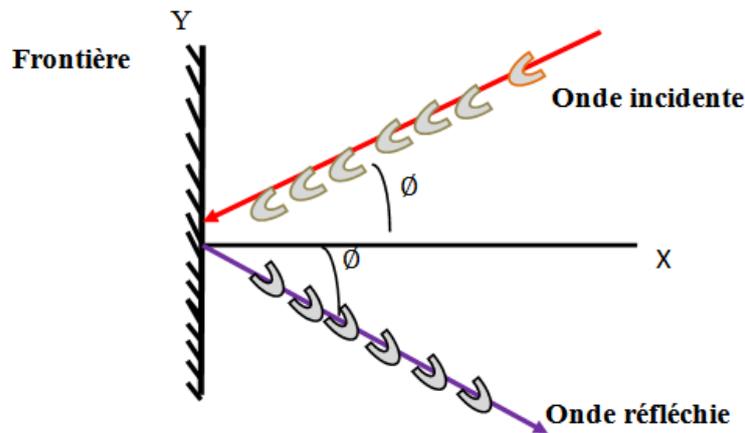


Figure III.5 : Réflexion d'une onde à travers une frontière artificielle

L'équation d'onde peut se mettre sous la forme  $LU = 0$ ,  $L$  est factorisé :

$$L U = L^+ L^- U = 0 \quad \text{III.19}$$

Les deux opérateurs  $L^+$  et  $L^-$  sont définis par :

$$\begin{cases} L^+ = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \sqrt{1 + (S)^2} \\ L^- = \frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \sqrt{1 + (S)^2} \end{cases} \quad \text{III.20}$$

avec :

$$s = \left( \frac{\partial}{\partial y} \right) / \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \quad \text{III.21}$$

Engquist et Majda ont montré que l'application de l'équation d'ondes  $L^-$  ou  $L^+$  à la fonction d'onde  $U$  absorbe une onde plane incidente sur la frontière avec n'importe quel angle  $\theta$ . La difficulté de l'opérateur d'Engquist-Majda réside dans le fait qu'il est non linéaire car il comporte un terme en racine carrée

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \sqrt{1 - (s)^2} \right] U = 0 \quad \text{III.22}$$

Avec une approximation en séries de Taylor en premier ordre on peut écrire :

$$\sqrt{1 - s^2} \approx 1 \quad \text{III.23}$$

Engquist-Majda devient :

$$\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial U}{\partial t} = 0 \quad \text{III.24}$$

On a une solution exacte à la frontière si nous connaissons la vitesse de phase relativement à la direction de  $x$  :

$$U(x,y) = U_0 e^{j(\beta_x x + \beta_y y)} e^{j\omega t} \quad \text{III.25}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{1}{v_{px}} \frac{\partial U}{\partial t} = \left( j\beta_x - \frac{j\omega}{v_{px}} \right) U = j\omega \left( \frac{\beta_x}{\omega} - \frac{1}{v_{px}} \right) U = 0 \quad \text{III.26}$$

Cela est vrai pour une onde non dispersive avec un seul angle. Pour des exemples où on a plusieurs angles arbitraires, une précision au deuxième ordre est exigée.

Dans ce cas, le développement en série de Taylor au deuxième ordre s'écrit:

$$\sqrt{1 - s^2} \approx 1 - \frac{1}{2} s^2 \quad \text{III.27}$$

Ceci mène à la forme suivante de l'opérateur  $L^-$ :

$$L^- = \frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left( 1 - \frac{1}{2} s^2 \right) \approx \frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{c}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} / \frac{\partial}{\partial t} \quad \text{III.28}$$

Introduisons l'opérateur CLA :

$$L^{-1}U = \left( \frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{c}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} / \frac{\partial}{\partial t} \right) U = 0 \iff \left( \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{c} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{c}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) U = 0 \quad \text{III.29}$$

L'équation d'onde de deuxième ordre se traduit sur le plan ( $x=0$ ) :

$$\left( \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial t} - \frac{1}{c} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{c}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (x=0) \quad \text{III.30}$$

Et de la même manière pour les autres frontières :

$$\left( \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial t} - \frac{1}{c} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{c}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (y=0) \quad \text{III.31}$$

$$\left( \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \frac{c}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (x=h) \quad \text{III.32}$$

$$\left( \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \frac{c}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (y=h) \quad \text{III.33}$$

### b) Application aux équations de Maxwell

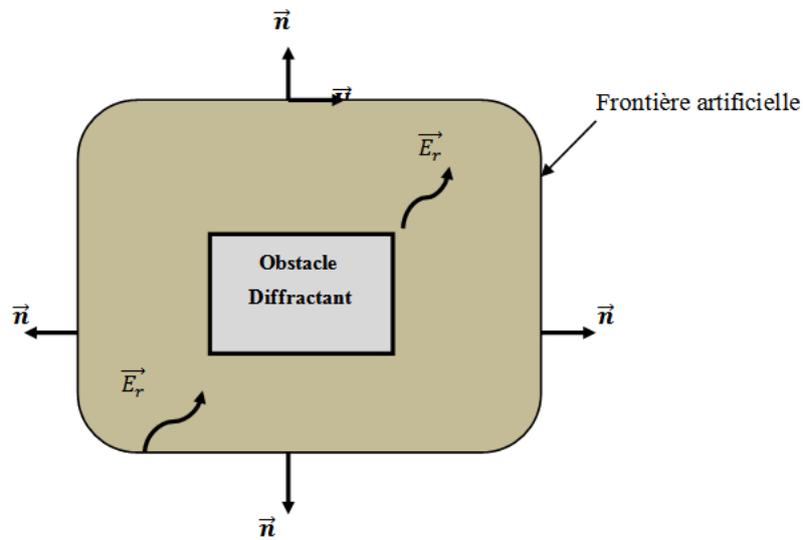
Sur la base de l'étude précédente, nous nous bornerons ici à donner les principaux résultats sans les démontrer, dans le cas de structures ouvertes (guide d'ondes, lignes planaires...). Pour de plus amples informations, le lecteur pourra se référer aux travaux d'Engquist [39] et de Mur [38].

#### a) Opérateur de Mur sur les conditions aux limites absorbantes

Dans le cas d'une approximation du premier ordre, la condition limite absorbante peut s'écrire:

$$\left( \frac{\partial}{\partial n} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \vec{U}_T = 0 \quad \text{III.34}$$

Où  $n$  représente la normale à la frontière artificielle (figure III.6),  $\vec{U}_T$  le vecteur des composantes du champ électromagnétique tangent à cette frontière et  $t$  le temps.



**Figure III.6** : Diffraction d'une onde électromagnétique par un obstacle en Présence d'une frontière artificielle.

La condition aux limites du second ordre, quant à elle, peut s'écrire :

$$\left( \frac{1}{c} \frac{\partial^2}{\partial n \partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \right) \vec{U}_T = 0 \quad \text{III.35}$$

Le choix de l'ordre des conditions aux limites absorbantes dépend principalement de l'angle incident sous laquelle les ondes arrivent sur la frontière artificielle.

$$\vec{E}_x^{\text{inc}} = e^{j(\omega t + kx \cos \varphi - ky \sin \varphi)} + R e^{j(\omega t - kx \cos \varphi - ky \sin \varphi)} \quad \text{III.36}$$

$$\text{MUR ordre 1} \quad \frac{\partial E_x}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0 \quad R_1 = \frac{\cos \varphi - 1}{\cos \varphi + 1}$$

$$\text{MUR ordre 2} \quad \left( \frac{\partial^2 E_x}{\partial x \partial t} - \frac{1}{c} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} + \frac{C}{2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (x = 0)$$

$$R_2 = \frac{\cos \varphi - 1 + \frac{\sin^2 \varphi}{2}}{\cos \varphi + 1 - \frac{\sin^2 \varphi}{2}}$$

La figure III.7 représente l'erreur théorique de la réflexion au 1<sup>er</sup> et 2<sup>ème</sup> ordre de MUR [38]

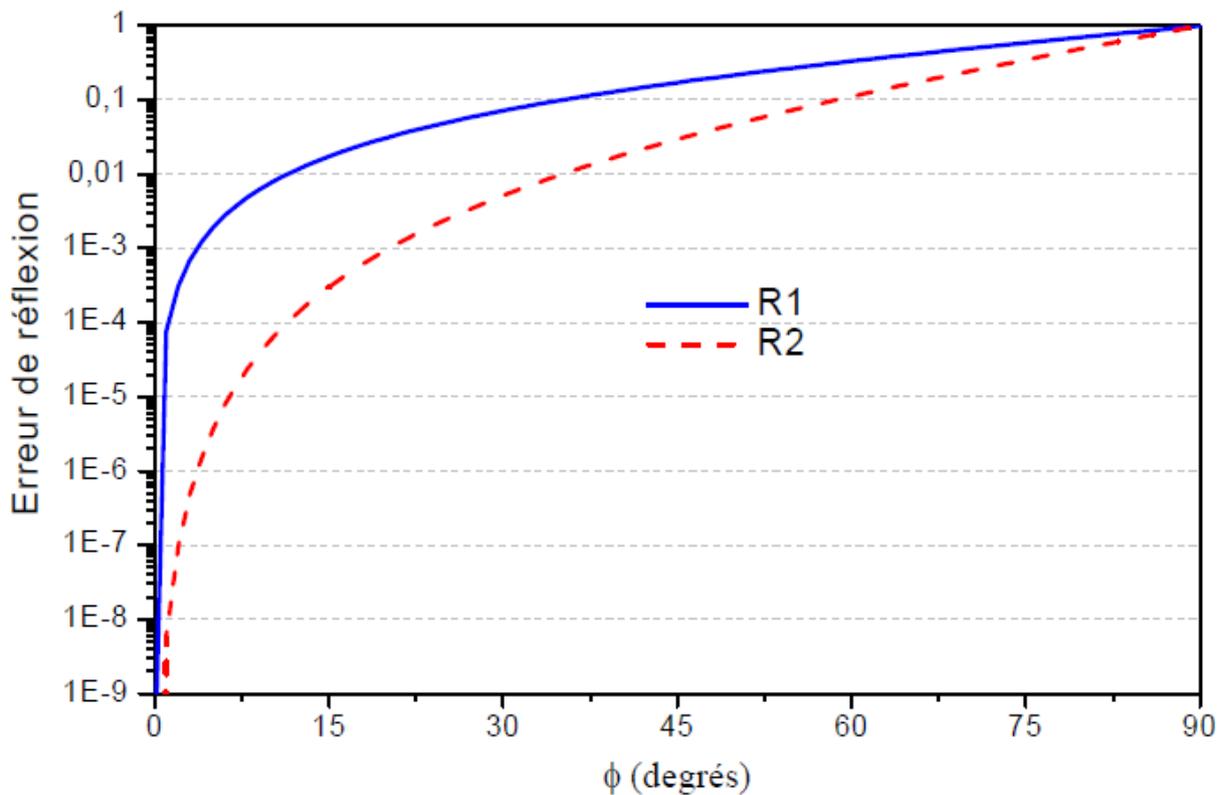


Figure III.7 : Erreur théorique de la réflexion au 1<sup>er</sup> et 2<sup>ème</sup> ordre de MUR [38]

### III.5 Discrétisation des conditions de Mur de second ordre par la méthode FDTD

L'équations correspondent aux conditions de Mur de second ordre (III.35) et sont discrétisées par la méthode des différences finies de Mur (figure III.8). Nous présenterons seulement le résultat de la discrétisation de la condition absorbante pour les composantes  $H_\phi$  et  $E_u$  du champ électrique dans le cas d'une grille à pas spatiale constant dans les deux directions ( $\Delta r = \Delta z = \Delta l$ ) qui s'écrit comme :

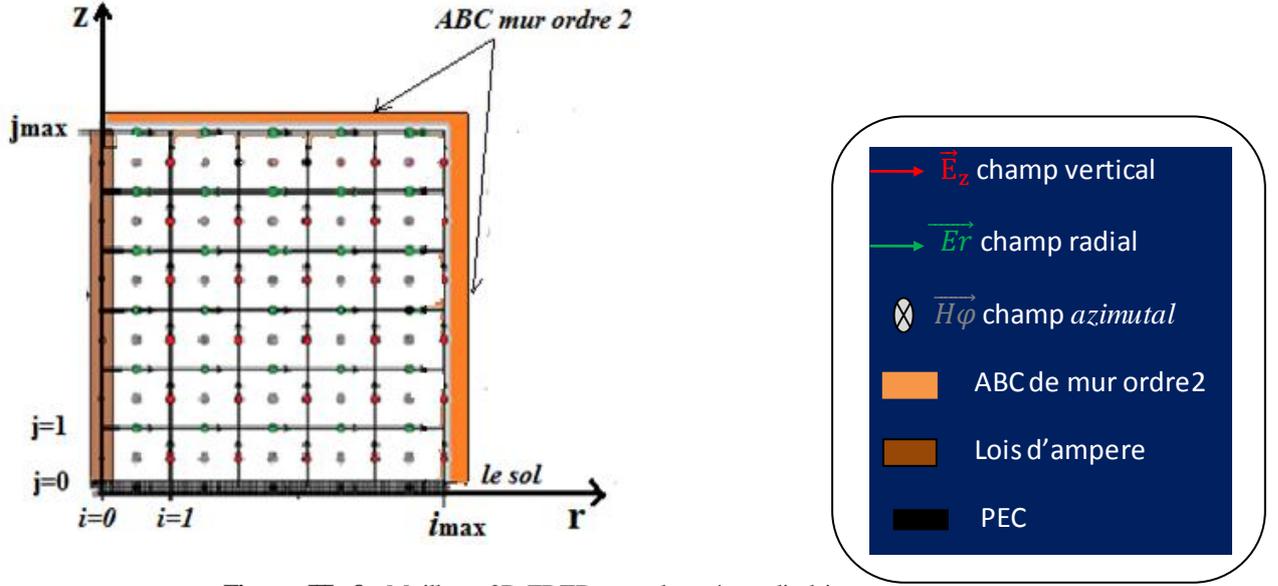


Figure III. 8 : Maillage 2D-FDTD coordonnées cylindriques

### A. Dans la direction radiale

$$\begin{aligned}
 H_{\varphi}^{n+\frac{1}{2}}\left(i_{\max} + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) &= -\frac{r_{i_{\max}-\frac{1}{2}}}{r_{i_{\max}+\frac{1}{2}}} H_{\varphi}^{n-\frac{3}{2}}\left(i_{\max} - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) \\
 &+ \frac{c\Delta t - \Delta l}{(c\Delta t + \Delta l) r_{i_{\max}+\frac{1}{2}}} \left[ \begin{aligned} &(r_{i_{\max}-\frac{1}{2}}) H_{\varphi}^{n+\frac{1}{2}}\left(i_{\max} - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) + \\ &(r_{i_{\max}+\frac{1}{2}}) H_{\varphi}^{n-\frac{3}{2}}\left(i_{\max} + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) \end{aligned} \right] \quad \text{III.37} \\
 &+ \frac{\Delta l^2 - c^2 \Delta t^2}{(c\Delta t \Delta l + \Delta l^2) r_{i_{\max}+\frac{1}{2}}} \left[ \begin{aligned} &(r_{i_{\max}+\frac{1}{2}}) H_{\varphi}^{n-\frac{1}{2}}\left(i_{\max} + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) + \\ &(r_{i_{\max}-\frac{1}{2}}) H_{\varphi}^{n-\frac{1}{2}}\left(i_{\max} - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) \end{aligned} \right] \\
 &+ \frac{c^2 \Delta t^2}{(2c\Delta t \Delta l + 2\Delta l^2) r_{i_{\max}+\frac{1}{2}}} \left[ \begin{aligned} &(r_{i_{\max}+\frac{1}{2}}) H_{\varphi}^{n-\frac{1}{2}}\left(i_{\max} + \frac{1}{2}, j + \frac{3}{2}\right) + \\ &(r_{i_{\max}-\frac{1}{2}}) H_{\varphi}^{n-\frac{1}{2}}\left(i_{\max} - \frac{1}{2}, j + \frac{3}{2}\right) + \\ &(r_{i_{\max}+\frac{1}{2}}) H_{\varphi}^{n-\frac{1}{2}}\left(i_{\max} + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) + \\ &(r_{i_{\max}-\frac{1}{2}}) H_{\varphi}^{n-\frac{1}{2}}\left(i_{\max} - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}\right) \end{aligned} \right]
 \end{aligned}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} 0 \leq j \leq j_{max} \\ 0 \leq n \leq n_{max} - 1 \end{cases}$$

$$\text{Et : } \Delta r = \Delta z = \Delta l$$

### B. Dans la direction verticale

$$\begin{aligned}
H_{\varphi}^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j_{max}+\frac{1}{2}\right) &= -H_{\varphi}^{n-\frac{3}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j_{max}-\frac{1}{2}\right) \\
&+ \frac{c\Delta t - \Delta l}{(c\Delta t + \Delta l)} \left[ H_{\varphi}^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j_{max}-\frac{1}{2}\right) + \right. \\
&\quad \left. H_{\varphi}^{n-\frac{3}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j_{max}+\frac{1}{2}\right) \right] \quad \text{III.38} \\
&+ \frac{\Delta l^2 - c^2\Delta t^2}{(c\Delta t\Delta l + \Delta l^2)} \left[ H_{\varphi}^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j_{max}+\frac{1}{2}\right) + \right. \\
&\quad \left. H_{\varphi}^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j_{max}-\frac{1}{2}\right) \right] \\
&+ \frac{c^2\Delta t^2}{(2c\Delta t\Delta l + 2\Delta l^2)} \left[ H_{\varphi}^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{3}{2}, j_{max}+\frac{1}{2}\right) + \right. \\
&\quad H_{\varphi}^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{3}{2}, j_{max}-\frac{1}{2}\right) + \\
&\quad H_{\varphi}^{n-\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j_{max}+\frac{1}{2}\right) + \\
&\quad \left. H_{\varphi}^{n-\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j_{max}-\frac{1}{2}\right) \right]
\end{aligned}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} 0 \leq i \leq i_{max} - 1 \\ 0 \leq n \leq n_{max} - 1 \end{cases}$$

## III.6 Conditions aux limites au niveau du sol et à la limite comptent le canal de foudre

- *Au niveau du sol*

Comme montre la figure III.4, la condition à la limite assurant l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur qui consiste à mettre le champ électrique tangentiel à la surface du sol égal à zéro. Cette condition est connue sous le nom « condition de conducteur parfait » ( « *The Perfect électrique Conducteur* » **PEC**). Elle est donnée par la relation suivante :

$$E_r^n \left( i + \frac{1}{2}, 0 \right) = 0 \quad \text{III.39}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} 0 \leq i \leq i_{max} - 1 \\ 0 \leq n \leq n_{max} \end{cases}$$

- **A la limite qui comporte le canal de foudre**

A la limite qui comporte le canal, et selon la loi d'Ampère, le champ électrique vertical peut être écrit sous la forme [8]:

$$E_z^{n+1} \left( 0, j + \frac{1}{2} \right) = E_z^n \left( 0, j + \frac{1}{2} \right) + \frac{4 \cdot \Delta t}{\varepsilon_0 \cdot \Delta r} H_\varphi^{n+\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2} \right) - \frac{4 \cdot \Delta t}{\pi \varepsilon_0 \cdot \Delta r^2} I^{n+\frac{1}{2}} \left( j + \frac{1}{2} \right) \quad \text{III.40}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} 0 \leq j \leq j_{max} - 1 \\ 0 \leq n \leq n_{max} - 1 \end{cases}$$

### III.7 Résultats de simulation et analyses

#### III.7.1 Validation expérimentale du code de calcul développé

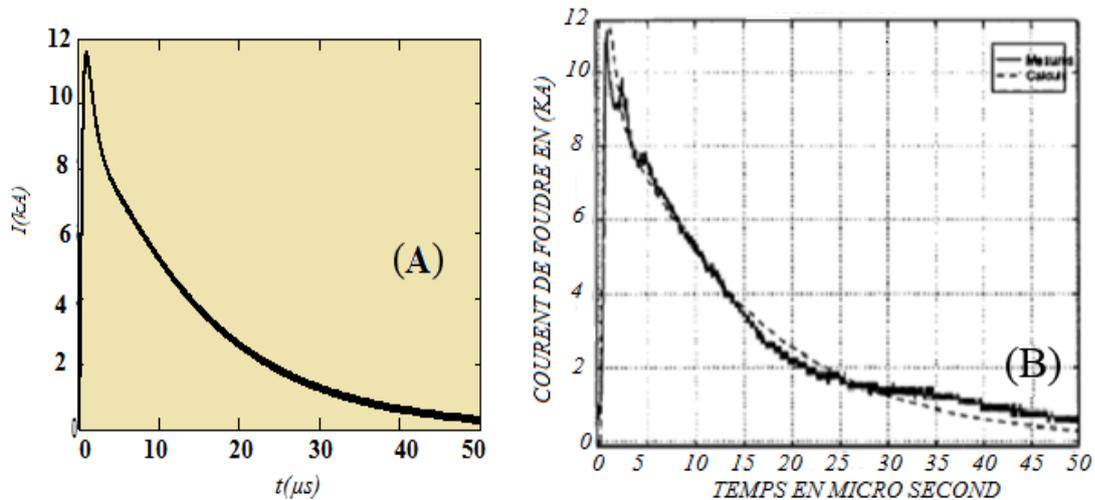
La validation expérimentale du code de calcul développé est réalisée à travers une comparaison entre les résultats de simulation obtenus en exploitant notre code de calcul développé sur la base de l'approche décrites ci-dessus, et des mesures issues de la référence [41] et qui ont été effectuées lors d'une campagne expérimentale en Août 1995 au Centre Spatial Kennedy, en Floride.

Le courant à la base du canal est modélisé par la somme de deux fonctions d'Heidler dont les paramètres, sont ceux illustrés dans le tableau III.1.

Dans la figure III.9.A, nous présentons l'allure temporelle du courant à la base du canal calculée à l'aide du modèle d'Heidler. La figure III.9.B présente l'Allure temporelle mesurée lors de la campagne expérimentale suscitée.

**Tableau III. 1:** Paramètres des deux fonctions d'Heidler simulant le courant de foudre à la base du canal [41].

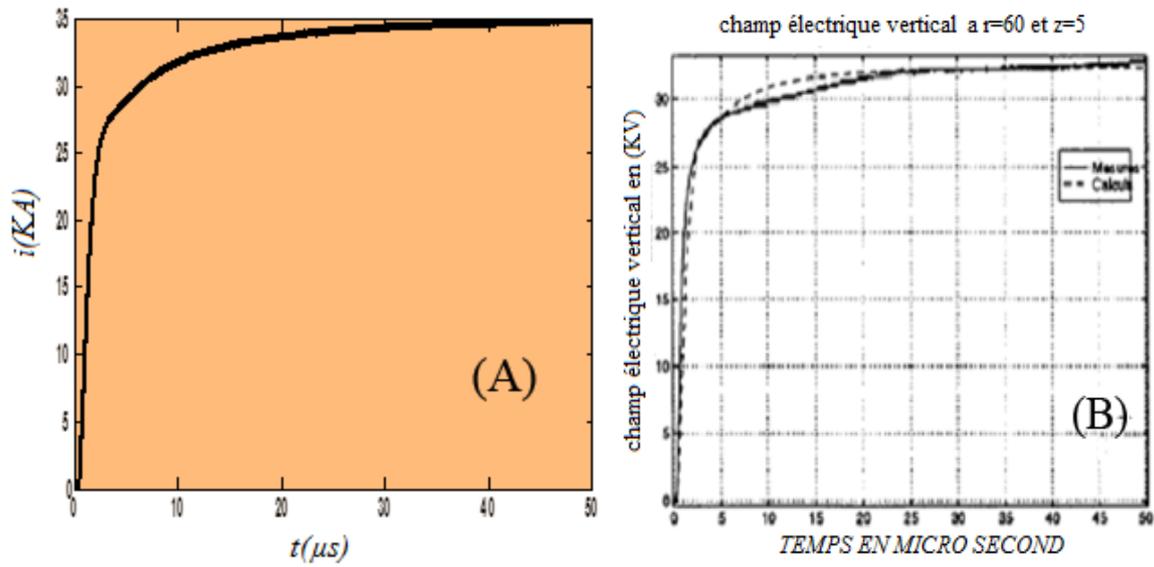
Paramètres de la première fonction d'Heidler				Paramètres de la deuxième fonction d'Heidler			
$I_{01}(\text{KA})$	$\tau_{11}(\mu\text{s})$	$\tau_{12}(\mu\text{s})$	$n_1$	$I_{02}(\text{KA})$	$\tau_{21}(\mu\text{s})$	$\tau_{22}(\mu\text{s})$	$n_2$
10.5	0.6	0.9	2	7	1.4	14	2

**Figure III. 9 :** Variations temporelles du courant à la base du canal (A) calculée à l'aide du modèle d'Heidler, (B) courbe mesurée issue de la référence [41].

A l'issue de cette comparaison, nous pouvons conclure que les résultats du courant à la base du canal obtenus à travers notre code de calcul, concordent avec ceux obtenus expérimentalement (figure III.8).

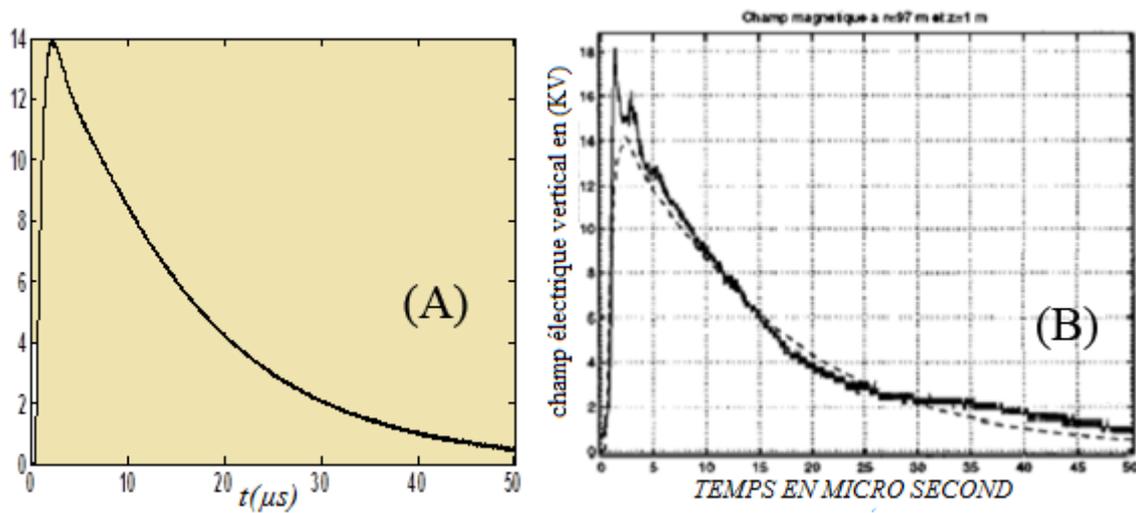
Les figures (III.10.(A) et III.11.(A) ) présentent respectivement la forme d'onde du champ électrique vertical évaluée à une distance radiale (par rapport au canal de foudre)  $r = 62m$  et à une hauteur (par rapport au sol)  $z = 5m$  ainsi que celle du champ magnétique azimutal évaluée à une distance radiale  $r = 97m$  et à une hauteur  $z = 5m$ . La forme d'onde mesurée du champ électrique vertical et celle du champ magnétique azimutal sont présentées respectivement dans les figures III.10.(B) et III.11.(B)

Le canal de foudre est représenté par le modèle MTLE, avec une vitesse de propagation du courant le long du canal  $v_f = 0.8 \times 10^8 m/s$ , et un taux de décroissance de ce courant le long du canal  $\lambda = 1km$ .



**Figure III. 10 :** Variations temporelles du champ électrique vertical pour  $r = 62m$  et  $z = 5m$

(A) calculée par l'approche proposée, (B) courbe mesurée issue de la référence [41].



**Figure III. 11 :** Variations temporelles du champ magnétique azimutal pour  $r = 97m$  et  $z = 5m$  (A) calculée par l'approche proposée, (B) mesurées référence [41].

D'après cette comparaison, nous pouvons remarquer la bonne concordance entre les courbes calculées à l'aide de l'approche proposée dans ce travail, et celles obtenues à travers des mesures effectuées lors de la campagne expérimentale au Centre Spatial Kennedy [41].

### III.8 Comparaison avec des résultats obtenu par la méthode FDTD utilisant les conditions aux limites absorbantes de Mur du premier ordre

Dans une optique de tirer quelques avantages liées à l'utilisation des ABCs de Mur de second ordre, Nous avons comparé les résultats obtenus en adoptant ces derniers et avec ceux obtenus en utilisant en adoptant des ABCs de Mur du premier ordre. Nous allons essayer à travers cette comparaison de montrer que le rapprochement de la limite verticale de la région d'analyse, calculée par les ABCs de Mur du premier ordre, vers le point d'observation apporte une erreur notable sur les résultats obtenus. Cependant, cette erreur est moins significative lorsqu'il s'agit des ABCs de Mur de second ordre. Cette comparaison a été réalisée dans ce travail de la manière suivante :

Les figures III.12, III.13 et III.14 présentent respectivement les formes d'ondes du champ électrique vertical, du champ électrique radial et du champ magnétique azimutal évaluées au point d'observation ( $r = 50 \text{ m}$ ,  $z = 5 \text{ m}$ ). Pour voir l'effet du rapprochement de la limite verticale vers ce point d'observation, nous avons tracé à nouveau chacune de ces formes d'ondes pour les trois cas suivants:

- Limite suffisamment éloignée du point d'observation pour avoir une bonne précision, placée à  $r_{max} = 1000 \text{ m}$ , et calculée en adoptant les conditions aux limites absorbantes de Mur du second ordre.
- Limite proche du point d'observation, placée à  $r_{max} = 150 \text{ m}$ , et calculée en adoptant les conditions aux limites absorbantes de Mur du premier ordre.
- Limite proche du point d'observation, placée à  $r_{max} = 150 \text{ m}$ , et calculée en adoptant les conditions aux limites absorbantes de Mur du second ordre.

Le canal de foudre est représenté dans cette simulation par le modèle MTLE, avec une vitesse de propagation du courant le long du canal  $v_f = 1.5 \times 10^8 \text{ m/s}$ , et un taux de décroissance de ce courant le long du canal  $\lambda = 2 \text{ km}$ .

Les paramètres du courant à la base du canal adoptée dans la simulation sont présentés dans le tableau III.2.

Tableau III. 2: Paramètres des deux fonctions d'Heidler utilisés dans le calcul du champ électromagnétique[16]

Paramètres de la première fonction d'Heidler				Paramètres de la deuxième fonction d'Heidler			
$I_{01}(\text{KA})$	$\tau_{11}(\mu\text{s})$	$\tau_{12}(\mu\text{s})$	$n_1$	$I_{02}(\text{KA})$	$\tau_{21}(\mu\text{s})$	$\tau_{22}(\mu\text{s})$	$n_2$
10.7	0.25	2.5	2	6.5	2.1	230	2

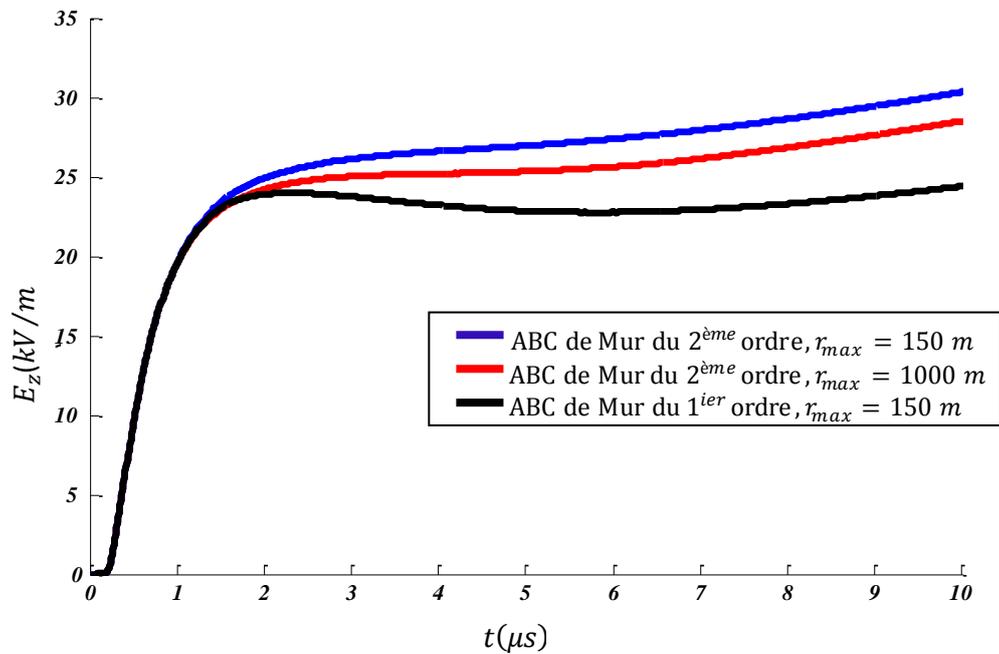


Figure III.12 : Forme d'onde de champ électrique vertical à  $r = 50\text{m}$  et  $z = 5\text{m}$ .

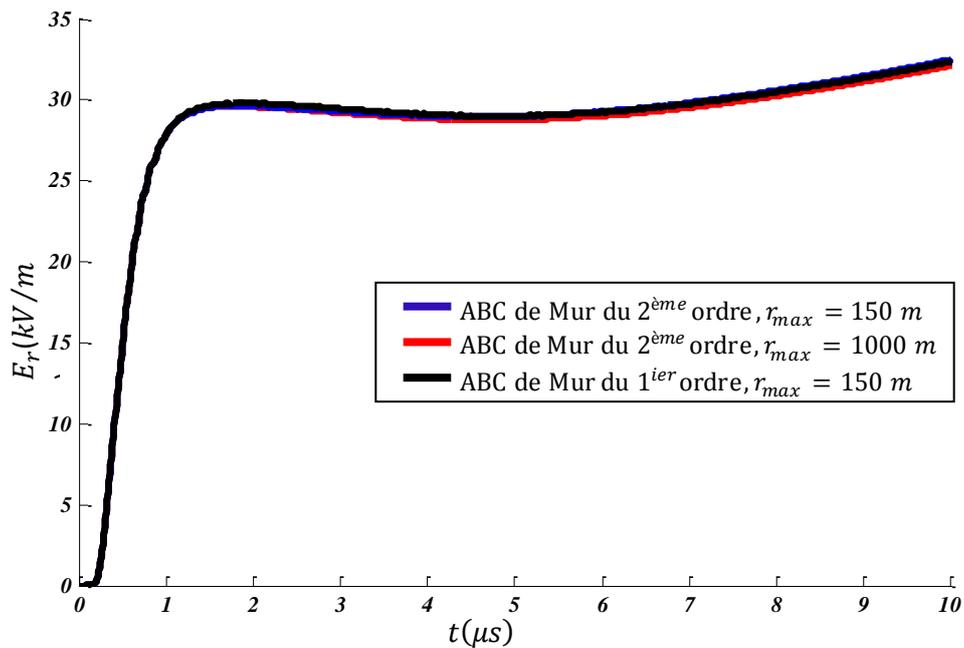


Figure III.13 : Forme d'onde de champ électrique radial à  $r = 50\text{m}$  et  $z = 5\text{m}$

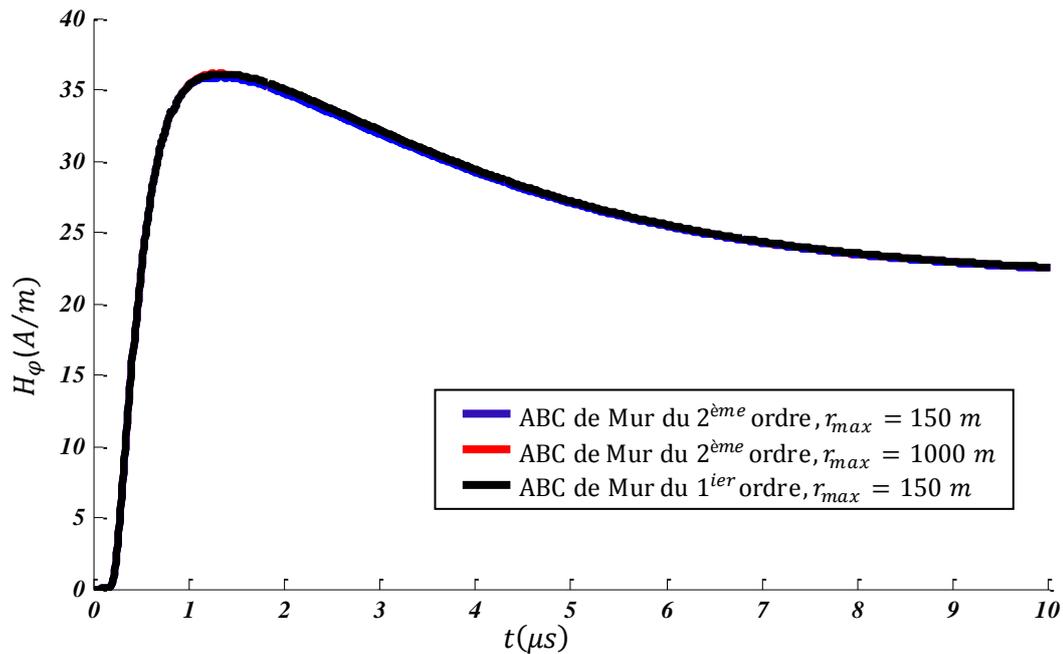


Figure III.14 : Forme d'onde de champ magnétique azimutal à  $r = 50m$  et  $z = 5m$ .

D'après cette comparaison, et si nous considérons que les formes d'ondes obtenues Pour le premier cas correspondant à une ABC de Mur de second ordre placée à  $r_{max} = 1000 m$ , ont une bon précision vu que cette ABC est suffisamment éloignée du point d'observation, nous pouvons mettre le doigt sur l'erreur notable apportée sur ces formes d'ondes et en particulier celle du champ électrique vertical, calculée dans le deuxième cas relatif à une ABC de Mur du premier ordre placée à  $r_{max} = 150 m$ . Cette erreur est moins significative par rapport aux formes d'ondes du champ électrique horizontal et du champ magnétique azimutal. Cependant, cette sensibilité de la forme d'onde du champ électrique vertical par rapport au rapprochement de la limite verticale de la région d'analyse vers le point d'observation se diminue dans le troisième cas qui correspond à un ABC de Mur de second ordre placée à  $r_{max} = 150 m$ .

Nous pouvons affirmer donc que les ABCs de Mur de second ordre ont amélioré la précision de calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre comparativement avec les ABCs de Mur du premier ordre. Ce qui nous permettra ensuite d'améliorer le plan de prédiction de rayonnement électromagnétique de la foudre.

### III.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le rayonnement électromagnétique basée sur la méthode FDTD qui a été utilisée pour déterminer le champ électromagnétique rayonné à l'intérieur de la région d'analyse, et ceux des conditions aux limite de Mur de seconde ordre pour évaluer ce champ dans les limites de cette région. Dans un but de simplification, nous avons utilisé l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur. En effet, la validation expérimentale du code de calcul développé sur la base de cette méthode a été réalisée à travers une comparaison entre les résultats obtenus à l'issue de la simulation, et des mesures tirées de la littérature et qui ont été effectuées lors d'une campagne expérimentale en Août 1995 au Centre Spatial Kennedy, en Floride. Ainsi, cette comparaison a montré clairement la bonne concordance entre résultats obtenus en exploitant notre code de calcul et ceux obtenus à travers des mesures.

Dans ce même chapitre, et comparativement à un code de calcul basé sur la méthode FDTD en adoptant les ABCs de même type mais de premier ordre, nous avons pu mettre en évidence que l'utilisation des ABCs de Mur de seconde ordre constitue un élément améliorant dans la précision de calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre, ce qui nous permettra la mise en œuvre de ce type de limites absorbantes.

# *Conclusion générale*

## Conclusion

Le travail présenté dans ce mémoire, s'inscrit dans le cadre général de l'étude de la compatibilité électromagnétique consistant en la caractérisation du rayonnement électromagnétique de la foudre. Nous nous sommes intéressés plus particulièrement à l'étude du champ électromagnétique rayonné par la foudre. Aussi, cette étude a pour objectif de mettre en œuvre des conditions aux limites absorbantes de Mur de second ordre.

Après avoir rappelé dans le premier chapitre la théorie relative à la physique du phénomène de la foudre et aux différentes observations expérimentales qui s'y rattachent, nous avons présenté dans le deuxième chapitre une revue générale sur la modélisation du rayonnement électromagnétique associé à une décharge de foudre dans le but de mettre en évidence les modèles décrivant le courant dans le canal de foudre. Parmi les quatre catégories de ces modèles, nous avons donné une importance particulière aux modèles d'ingénieur. Nous avons présenté dans ce même chapitre, les différentes approches utilisées par la communauté scientifique afin de déterminer le champ électromagnétique rayonné par la foudre au-dessus d'un sol homogène et celui du sol stratifié.

Dans le dernier chapitre, nous avons étudié le rayonnement électromagnétique de la foudre à la lumière de la méthode FDTD qui a été utilisée pour déterminer le champ électromagnétique rayonné dans le Domain d'analyse, et ceux des conditions aux limites de Mur de second ordre pour évaluer ce champ dans les limites de cette région. Dans un but de simplification, nous avons utilisé l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur.

En effet, la validation expérimentale du code de calcul développé a été réalisée à travers une comparaison entre les résultats obtenus à l'issue de la simulation, et des mesures tirées de la littérature et qui ont été effectuées lors d'une campagne expérimentale en Août 1995 au Centre Spatial Kennedy, en Floride. Ainsi, cette comparaison a montré clairement la bonne concordance entre les résultats obtenus en exploitant notre code de calcul et ceux obtenus à travers des mesures.

Dans ce même chapitre, et comparativement à un code de calcul basé sur la méthode FDTD en adoptant le même type des ABCs de Mur mais du premier ordre, nous avons pu mettre en évidence que l'augmentation de l'ordre de ces ABCs du 1 vers 2 peut apporter plus de précision dans les calculs.

Enfin, nous espérons par ce modeste travail avoir contribué à l'étude de la foudre sous un éclairage nouveau.

*Références  
bibliographiques*

## Références bibliographiques

- [1] Benoît de Metz-Noblat, [ «*la foudre est les installations électriques HT*» Cahier Technique Merlin Gerin n° 168 / p.2 (1993, édition juillet ). n° 168.
- [2] direction des risques professionnels et de la santé au travail « *la foudre risques et préventions SP* » (DECEMBRE 2004). d'Aubigny 69436 Lyon cedex 03 n 1076
- [3] Uman, M. A. « *The lightning discharge* », *Courier Corporation*,. » (2001).
- [4] «Récupéré sur [www.developpement-durable.gouv.fr](http://www.developpement-durable.gouv.fr) N° 54. » ( 2013, septembre).
- [5] J.-L. B. Arboleda. « *Lightning currents and electromagnetic fields associated with return strokes to elevated strike objects* », ( 2003.). Universidad del Valle, Cali,.
- [6] A.Jazzar, « Modélisation électromagnétique d'un choc de foudre en Aéronautique », Thèse de doctorat, Université de Grenoble. (2012).
- [7] Dib, « *L'impact de La Foudre Sur les Réseaux Electriques Etude, Analyse et Modélisation* », *thèse de doctorat*. Université Badji Mokhtar Annaba, (22 Mai 2007).
- [8] Mimouni Abdenbi « Analyse des problèmes de compatibilité électromagnétique par modélisation et simulation du rayonnement électromagnétique de la foudre » thèse de doctorat 2007.
- [9] F., Rachidi, "*Effets électromagnétiques de la foudre sur les lignes de transmission aériennes: modélisation et simulation*", Thèse N° 974 (1991), Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- [10] N. Theethayi, and V. Cooray "On the representation of the lightning return stroke process as a current pulse propagating along a transmission line", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 20 (2), pp. 823-837, 2005.
- [11] C.A. Nucci, G. Diendorfer, M. A. Uman, F. Rachidi, M. Ianoz, and C. Mazzetti, "Lightning return stroke current models with specified channel base current: A review and comparison", Journal of Geophysical Research, Vol. 95, n°. D12, pp. 20395 - 20408, 1990.
- [12] A.Darcherif, « Contribution à la modélisation des phénomènes d'interférences électromagnétiques dans les réseaux électriques », Thèse de Doctorat de L'INPG de Grenoble, 1990.
- [13] N. Theethayi, and V. Cooray "Transmission line model – an idealisation or reality", Power tech Conference, June 23-26, Bologna, Italy, 2003.

- [14] k.Habri, « Etude du rayonnement électromagnétique de la foudre en présence d'un sol stratifié », Mémoire de magister Université des Sciences et de technologie d'ORAN, 2010.
- [15] C. A. Nucci, C. Mazzetti, F. Rachidi, and M. Ianoz, « Analyse du champ électromagnétique dû à une décharge de foudre dans les domaines temporel et fréquentiel », *Ann. Télécommunication*, vol. 43, n° 11-12, p. 625-637, 1988.
- [16] F. Heidler, « Analytic lightning current functions for LEMP calculations », *Munich Ger.*, p. 63-66, 1985.
- [18] C. E. R. Bruce and R. H. Golde, « The lightning discharge », *J. Inst. Electr. Eng.*, 88 (6), p. 487-520, 1941.
- [19] Ghemri Boualem, " etude et analyse du couplage champ electromagnetique-lignes de transmission".Thèse de magister.
- [20] M. A. Uman and D. K. MacLain, « Magnetic field of the lightning return stroke », *J. Geophys. Res.*, 74 (28), p. 6899-6909, 1969.
- [21] V. A. Rakov and A. A. Dulzon, « Calculated electromagnetic fields of lightning return strokes », *Tekhnicheskaya Elektrodinamika*, n° 1, p. 87-89, 1987.
- [22] **V.A. Rakov** *Engineering models of the lightning return stroke*. Proceeding of international symposium on Lightning protection. Curitiba. 2003.
- [23] **V.A. Rakov** *Return Stroke Modeling : Recent Developements*. International Conference on Grounding and Earthing. Rio de Janeiro. 2002.
- [24] V. A. Rakov and M.A. Uman, « Review and evaluation of lightning return stroke models including some aspects of their application », *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 40 (4), p. 403-26, 1998.
- [25] A. Baños, « Dipole radiation in the presence of a conducting half-space », Oxford, 1966.
- [26] A. Sommerfeld, « Über die Ausbreitung des wellen in der drahtlosen Telegraphie », *Ann. Phys.*, vol. 28, 1909.
- [27] C. Leteinturier, C. Weidman, and J. Hamelin, « Current and electric field derivatives in triggered lightning return strokes », *J. Geophys. Res.*, vol. 95, p. 811- 828, 1990.
- [28] M. Rubinstein, « An approximate Formula for the calculation of the horizontal electric field from lightning at close, intermediate, and long range », *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 38(3), p. 531-535, 1996.

- 
- [29] A. Zeddami, and P. Degauque, « Current and voltage induced on a telecommunication cable by a lightning stroke », *edited by H.P. Corp*, p. 377- 400, 1990.
- [30] V. Cooray, « Horizontal fields generated by return strokes », *Radio Sci.*, vol. 27, n° 4, p. 529-537, 1992
- [31] V. Cooray, « Some considerations on the Cooray-Rubinstein Formulation used in deriving the horizontal electric field of lightning return strokes over finitely conducting ground », *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 44(4), p. 560-566, 2002
- [32] A. Shoory, F. Rachidi, V. Cooray, R. Moini and S. H. H. Sadeghi, « On simplified approaches for the evaluation of lightning electromagnetic fields above a stratified ground », *X Int. Symp. Light. Prot. Curitiba Brazi*, nov. 2009.
- [33] V. Cooray, « Underground electromagnetic fields generated by the return strokes of lightning flashes », *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 43(1), p. 75-84, 2001.
- [34] F. Delfino, R. Procopio, M. Rossi, F. Rachidi, and C.A. Nucci, « Evaluation of underground lightning electromagnetic fields », *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 49, n° 2, p. 401-411, Mai 2007.
- [35] K. S. Yee, « Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media », *IEEE Trans Antennas Propogate*, vol. 14, p. 302-307, 1966.
- [36] A. Mimouni, F. Rachidi and Z. Azzouz, « Electromagnetic environment in the immediate vicinity of a lightning return stroke », *J. Light. Res. JOLR*, vol. 2, p. 64-75, 2007.
- [37] O. M. Ramahi, « Complimentary boundary operators for wave propagation problems », *J Comput Phy*, vol. 133, p. 113-128, 1997.
- [38] G. Mur, « Absorbing boundary conditions for the finite difference approximation of the time domain electromagnetic field equations », *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 23, n° 4, p. 377-382, 1981.
- [39] G. Zheng, A. A. Kishk, A. W. Glisson, and A. B. Yakovlev « Implementation of MUR'S absorbing boundaries with periodic structures to speed up the design process using finite-difference time-domain method » *Progress In Electromagnetics Research, PIER 58, 101–114, 2006.*
- [40] Wei Shao, Bing-Zhong Wang, and Xiao-Fei « Second-Order Absorbing Boundary Conditions for Marching-on-in-Order Scheme »
- [41] D. Orzan, « Couplage interne et externe entre un champ électromagnétique et un réseau de lignes multifilaires », thèse N° 1768, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1998.

## Résumé

L'objectif de ce mémoire a été la caractérisation du rayonnement électromagnétique de la foudre pour un sol considéré comme parfaitement conducteur en se basant sur le développement de code de calcul élaboré sous environnement **Matlab**, utilisant une méthode aux différences finies, appelée **FDTD** (*Finite-Difference Time-Domain*). Dans le but d'introduire des éléments améliorant pour la précision et le temps de calcul et notamment les conditions aux limites absorbante, Notre apport principal dans ce travail se repose sur implémentation des conditions aux limites absorbantes dites de *Mur* de second ordre.

En effet, la caractérisation du champ électromagnétique rayonné par la foudre nécessite au préalable la connaissance de la distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour, ce dernier est lié au courant à la base du canal de foudre à travers des modèles dites « *les modèles d'ingénieurs* ». Nous avons dans un premier temps abordé la modélisation du courant associé à la phase d'arc en retour ainsi que celle du courant à la base du canal. Des simulations de ces deux courants ont été ensuite effectuées, sur la base de ces modèles.

Le code développé a été ensuite validé à travers des comparaisons des résultats obtenus avec des résultats expérimentaux tirés de la littérature. Nous nous sommes ensuite intéressés par la comparaison de nos résultats obtenus à travers notre code de calcul basé sur la méthode FDTD utilisant les conditions aux limites absorbantes de *Mur* de second ordre, avec ceux obtenus en usant la même méthode et même type de ABC mais du premier ordre. Cette comparaison a montré une amélioration remarquable au niveau de la précision lorsque on utilise les ABCs de *Mur* de second ordre notamment pour les courbes du champ électrique vertical.

## ملخص

إن الهدف من هذه المذكرة هو الوصول إلى نتيجة تمكننا من معرفة خصائص الأشعة الكهرومغناطيسية المنبعثة من الصاعقة على أرض لها ناقلية غير متناهية وذلك باستخدام برنامج على الحاسوب يعتمد على **MATLAB** يحاكي الواقع تماما يستند على طريقة عددية مهمة تسمى باختصار **FDTD** هذه الطريقة تساعد في تحديد الحقول المغناطيسية زمانا ومكانا مما يسهل لنا الحساب, لكن لاشك أن للحقل المغناطيسي انعكاسات غير إيجابية يعني غير فيزيائية توجد عند الحدود الوهمية تؤثر على حسابنا للحقل الكهرومغناطيسي مما يستدعي منا حل هذا المشكل وذلك باستخدام شروط على الحدود الوهمية تساهم في امتصاص وتقليل هذه الانعكاسات .

كما هو معروف في هذا المجال هناك عدة شروط تستخدم تختلف في التأثير والأخطاء الناتجة عنها. من أهم هذه الشروط هي التي وضعها احد الباحثين يدعى **MUR** حيث يوجد فيها درجات حسب درجة الاشتقاق المستعملة فيها ونحن في هذه المذكرة سوف نقوم باستخدام الدرجة الثانية منها **MUR2<sup>eme</sup>ordre** وذلك لملاحظة الفرق الذي أحدثه التحسين الذي قام به **MUR** من خلال مقارنتها مع الدرجة الأولى, لكن كل هذا يحتاج إلى معرفة شيء مهم في الغاية وهو معرفة الخصائص الزمنية والمكانية للحقل, مما جعلنا نعتمد على نماذج مهمة تستخدم في هذا المجال تسمى « **Modèles d'ingénieurs** » هذه الأخيرة تساهم بشكل كبير في حساب التيار الكهربائي عند الصاعقة وفي أسفل القناة وقد قمنا بهذه المقارنة واستنتجنا أن هناك فرق بين الدرجتين في الدقة والأخطاء ووجدنا أن التحسين الذي قام به **MUR** قدم نتائج أفضل من السابق

## Résumé

L'objectif de ce mémoire a été la caractérisation du rayonnement électromagnétique de la foudre pour un sol considéré comme parfaitement conducteur en se basant sur le développement de code de calcul élaboré sous environnement **Matlab**, utilisant une méthode aux différences finies, appelée **FDTD** (*Finite-Difference Time-Domain*). Dans le but d'introduire des éléments améliorant pour la précision et le temps de calcul et notamment les conditions aux limites absorbante, Notre apport principal dans ce travail se repose sur implémentation des conditions aux limites absorbantes dites de *Mur* de second ordre.

En effet, la caractérisation du champ électromagnétique rayonné par la foudre nécessite au préalable la connaissance de la distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour, ce dernier est lié au courant à la base du canal de foudre à travers des modèles dites « **les modèles d'ingénieurs** ». Nous avons dans un premier temps abordé la modélisation du courant associé à la phase d'arc en retour ainsi que celle du courant à la base du canal. Des simulations de ces deux courants ont été ensuite effectuées, sur la base de ces modèles.

Le code développé a été ensuite validé à travers des comparaisons des résultats obtenus avec des résultats expérimentaux tirés de la littérature. Nous nous sommes ensuite intéressés par la comparaison de nos résultats obtenus à travers notre code de calcul basé sur la méthode FDTD utilisant les conditions aux limites absorbantes de *Mur* de second ordre, avec ceux obtenus en usant la même méthode et même type de ABC mais du premier ordre. Cette comparaison a montré une amélioration remarquable au niveau de la précision lorsque on utilise les ABCs de *Mur* de second ordre notamment pour les courbes du champ électrique vertical.