

**RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

## **UNIVERSITÉ IBN-KHALDOUN DE TIARET**

**FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUEES**  
**DÉPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE**



# **MEMOIRE DE FIN D'ETUDES**

**Pour l'obtention du diplôme de Master**

**Domaine : Sciences et Technologie**

**Filière : Génie Electrique**

**Spécialité : Réseaux électriques et Haute tension**

## **THÈME**

**Modèle dimensionnel de la caractéristique courant  
tension en géométrie fil-plan**

***Préparé par :***

**BENAMAR Khaldia**

**KHELIL Zohra**

**Devant le Jury :**

<b>Nom et prénoms</b>	<b>Grade</b>	<b>Qualité</b>
<b>Pr : MESSLEM Y.</b>	<b>Pr</b>	<b>Président</b>
<b>Mr : HEBRI K.</b>	<b>MAA</b>	<b>Examineur</b>
<b>Mme :BEKAOUAL.Y</b>	<b>MAA</b>	<b>Encadreur</b>

**PROMOTION 2015 /2016**

# Remerciements

*Nous remercions tout d'abord ALLAH de nous avoir donné le courage et la patience afin de mener ce travail à terme.*

*Arrivé au terme de notre travail, nous tenons à exprimer vivement notre profonde gratitude à notre Encadreur Mme. Υ. ΒΕΚΑΟΥΛΑ pour l'aide, le suivi et l'intérêt qu'elle n'a cessé de nous apporter jusqu'à l'achèvement de notre travail.*

*Nous tenons également à remercier l'ensemble des membres du jury qui ont fait l'honneur d'examiner notre travail. Pr. Υ. ΜΕΣΛΕΜ et Mr. ΗΕΒΡΙ.*

*Enfin, nos chaleureux remerciements vont également à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à notre formation.*

# Dédicaces

*A mon Grand père, ma Grand mère et mon père qui m'ont encouragé pendant les moments difficiles ... leurs présences à la soutenance restera un des meilleurs souvenirs...*

*A mon oncle Khaled qui m'a soutenu et encouragé...  
et*

*A mes frères Yousef et Younes et Mohamed et mes sœurs  
«Keltoum, Amel, Samra»*

*et a mes proches amies « Nour, Zohra, Amina »*

*Et a mes proches amis « Zaki, Mohamed »*

*Pour leurs soutiens tout au long de la période de la  
rédaction ; leurs présences à mes côtés a été capitale pour me  
Permettre de me consacrer à mes travaux...*

*A toute la famille et tous les amis ...*

**KHALDIA**

# Dédicaces

*A mon père et ma mère qui m'ont encouragé pendant les moments difficiles ... leurs présences à la soutenance restera un des meilleurs souvenirs...*

*A mes frères Mohamed et M'hamed et Mohamed et Mostapha et mes sœurs «Mokhtaria, Menoun, Fatiha, Hakima, Houaria, Houria, Nana» et a mes proches amies « Ghania, Nassima, Djamilâ, Khalida, Hanane, Siham, Amina»*

*Et a mes proches amis « Rabah, Abd kader, Brahim, Taky »*

*Pour leurs soutiens tout au long de la période de la rédaction ; leurs présences à mes côtés a été capitale pour me*

*Permettre de me consacrer à mes travaux...*

*A toute la famille et tous les amis ...*

ZOHRA

## Table des matières

Introduction générale.....	1
<b>Chapitre I : Généralités sur les décharges électriques</b>	
I.1. Introduction.....	3
I.2. Aspect Historique .....	3
I.3. Définitions.....	4
1) Les collisions élastiques.....	5
2) Les collisions inélastiques.....	6
I.4. Différents types de décharge électrique.....	7
➤ La décharge couronne.....	7
➤ La décharge à barrière diélectrique « DBD ».....	8
I.5. Paramètres physiques des plasmas.....	8
1. Libre parcours moyen.....	8
2. Longueur de Debye .....	9
3. Densité électronique .....	9
4. Taux d'ionisation .....	9
5. Fréquence du plasma .....	9
6. Température du plasma.....	9
I.6. Différentes géométries d'électrodes .....	10
I.7. Théorie de la décharge couronne .....	10
1) Sources des électrons germes.....	10
2) Avalanche électronique.....	11
3) Limite du critère de Townsend.....	13
4) Loi de Paschen.....	13
5) La théorie du « Streamer ».....	14
5.1) Types de streamers.....	14
I.8. Différents régimes de la décharge.....	16

I.9. Inconvénients de l'effet couronne .....	17
I.10. Utilisations de l'effet de couronne .....	18
I.12. Conclusion .....	22

## Chapitre II: Méthodologie des plans d'expériences

II.1. Introduction .....	23
II.2. Principe de la méthode .....	23
II. 3. Terminologie .....	25
➤ Les différents types de facteurs .....	25
➤ Espace expérimentale .....	26
➤ Domaine d'un facteur .....	26
➤ Coordonnées centrées réduites .....	27
➤ Matrice d'expérience .....	28
II.4. Technique de Screening .....	28
II.4.1. Plans factoriels .....	28
II.4.2. Concepts fondamentaux : effets, interactions .....	29
II.5. Plans factoriels complets .....	34
II.6. Plans factoriels fractionnaires .....	36
II. 6.1. Plans factoriels fractionnaires $2^{k-p}$ .....	38
II.6.1.1. Plans fractionnaire $2^{3-1}$ .....	38
II.6.2. Moyens d'évaluation des effets .....	42
II.6.2.1. Analyse de la variance .....	42
II.6.2.2. Représentation des effets .....	42
II.6.2.3. Histogrammes .....	42
II.7. Méthodologie des surfaces de réponses .....	43
II.7.1. Modèles mathématiques .....	43
II.7. 2. Plan composite .....	44
II.7. 2.1. Analyse statistique des modèles .....	45
II.8. Logiciels des plans d'expérience .....	49
II.8 Conclusion .....	51

**Chapitre III : Etude expérimentale**

III.1. Introduction.....	52
III.2. Dispositif expérimental.....	53
III.3.Essais et résultats.....	55
1. Influence de diamètre du fil.....	55
2. Influence de la distance inter-électrodes.....	58
III.4. Conclusion.....	59

**Chapitre VI : Modélisation expérimentale du courant de l'effet couronne**

IV.1. Introduction.....	60
IV .2.Résultats .....	60
2.1.Calcul des effets et des interactions.....	60
2. 2_Etablissement du modèle mathématique.....	63
2.3 Estimation de la variance .....	65
2.4 Variance totale (variance des résidus).....	66
2.5 Variance sur un effet .....	66
2. 6 Intervalle de confiance des effets du modèle .....	67
2.7 Analyse de la variance .....	68
2.8 Qualité du modèle .....	69
a) Qualité descriptive du modèle .....	69
b) Qualité prédictive du modèle.....	69
2.9 Analyse graphique du modèle .....	71
a) Graphe d'adéquation du modèle et validation des mesures.....	71
b) Courbes iso-réponses .....	72
IV.3. Conclusion .....	74
<b>Conclusion général .....</b>	<b>75</b>
<b>Références bibliographiques .....</b>	<b>77</b>
<b>Annexes .....</b>	<b>79</b>

# Liste des figures :

## **Chapitre I : Généralités sur les décharges électriques**

Figure I-1 : Les différents états et principaux changements d'états de la matière.....	5
Figure I-2 : Forme d'une couronne lumineuse autour du conducteur.....	6
Figure I-3 : Différentes configurations de décharge.....	8
Figure I-4 : Processus d'avalanche électrique.....	9
Figure I-5 : Mécanisme de Townsend.....	11
Figure I-6 : Tension de claquage pour différents gaz en fonction de (p.d).....	12
Figure I-7 : Représentation schématique du développement d'un streamer positif .....	13
Figure: I-8-a, Figure: I-8-b.....	14
Figure: 1-8-c, Figure: 1-8-d.....	14
Figure 1-9 : Caractéristique courant-tension d'une décharge couronne dans l'air à pression atmosphérique (configuration point-plan).....	15
Figure 1-10 : l'effet couronne sur une surface de conducteur humide (goutte de pluie).....	16
Figure 1-11 Parafoudre.....	17
Figure 1-12 : Vue schématique d'un filtre électrostatique.....	18
Figure I-13: Représentation schématique des lignes de champ pour une ligne de transmission.....	19
Figure-14: Principe de fonctionnement d'un dépoussiéreur électrostatique.....	20
Figure-15: Principe de fonctionnement d'un séparateur électrostatique .....	21

## **Chapitre II: Méthodologie des plans d'expériences**

Figure II.1 : L'environnement du système.....	23
Figure II.2 : Évolution d'obtention des idées.....	24
Figure : II.3.espace expérimentale.....	26



Figure II .4 : Le niveau bas du facteur est noté par - 1 et le niveau haut par +1. Le domaine de variation du facteur est constitué de toutes les valeurs comprises entre le niveau bas et le niveau haut.....	27
Figure. II.5. Définition du domaine d'étude.....	29
Figure II.6 : Représentation de l'effet d'un facteur dans le plan vertical passant par $x_2$ .....	32
Figure II.7. Projection des points d'expériences d'un plan fractionnaire sur les faces du cube.....	36
Figure II.8 : Division d'un plan factoriel complet $2^3$ en deux plans factoriels fractionnaires $2^{3-1}$ .....	39
Figure II.9 : Disposition des expériences dans un plan composite.....	45

### **Chapitre III : Etude expérimentale**

Figure III.1 : Images des trois fils utilisés.....	53
Figure III.2 : Image du dispositif (fil-plan) .....	53
Figure III.3 : Hygromètre.....	54
Figure III.4 : Thermomètre.....	54
Figure III.5 : Générateur de tension.....	55
Figure III. 6 : Caractéristique $I = f(V)$ pour une distance inter-électrodes $h=1\text{cm}$ .....	56
Figure III. 7 : Caractéristique $I = f(V)$ pour une distance inter-électrodes $h=1.5\text{cm}$ .....	56
Figure III. 8 : Caractéristique $I = f(V)$ pour une distance inter-électrodes $h=2\text{cm}$ .....	57
Figure III. 9 : Variation du courant en fonction du diamètre du fil Pour une tension positive de 10Kv.....	57
Figure III. 10.: Caractéristique $I = f(V)$ pour un fil du diamètre $d=0.5\text{mm}$ .....	58
Figure III. 11.: Caractéristique $I = f(V)$ pour un fil du diamètre $d=1\text{mm}$ .....	59
Figure III. 12.: Caractéristique $I = f(V)$ pour un fil du diamètre $d=1.5\text{mm}$ .....	59

### **Chapitre VI : Modélisation expérimentale du courant de l'effet couronne**

Figure IV.1 : Histogramme des effets et leurs interactions.....	65
.	
Figure IV. 2 : Graphe d'adéquation du modèle .....	72
Figure IV. 3 : Graphe de validation des mesures .....	72

Figure IV.4.a : L'influence du diamètre du fil et de la distance inter-électrodes sur le courant.....	73
Figure IV.4.b : L'influence de la tension appliquée et de la distance inter-électrodes sur le courant .....	74
Figure IV.4.c: L'influence de la tension appliquée et le diamètre du fil sur le courant .....	74

## Liste des tableaux :

Tableau II.1. Matrice d'expériences.....	30
Tableau II-2. Matrice de calcul des effets.....	34
Tableau II-3: Matrice d'expériences du plan fractionnaire du plan $2^3$ .....	37
Tableau II.4 : Matrice de calcul des effets du plan fractionnaire $2^{3-1}$ .....	40
Tableau II.5 : Effets des deux plans (complet et fractionnaire).....	41
Tableau II.6 : Tableau de l'analyse de régression.....	48
Tableau IV.1 : Valeurs minimale et maximale de chaque facteur.....	61
Tableau IV.2 : Résultats du plan factoriel complet.....	62
Tableau IV.3: Matrice de calcul des effets.....	63
Tableau IV.4 Domaine d'étude.....	63
Tableau IV.4 : Estimation des effets du modèle.....	66
Tableau IV.5 : Analyse des effets du modèle mathématique.....	67
Tableau IV. 6: Intervalle de confiance des coefficients du modèle mathématique.....	68
Tableau IV.7 : Analyse de la régression pour la polarité positif.....	68

## *Introduction générale :*

Les phénomènes de conduction dans les isolants gazeux suscitent un grand intérêt en particulier l'air à pression atmosphérique, en effet, si l'air est soumis à une tension électrique suffisante, un courant de particules chargées électriquement devient possible par l'ionisation partielle du milieu, alors l'air devient conducteur et la décharge se produit.

On parle de décharge électrique pour décrire tout mécanisme de passage du courant dans un gaz. Le terme de décharge doit son origine au fait que la première méthode d'obtention de ces courants a été la décharge de condensateurs à air.

En pratique, un gaz contient toujours un certain nombre de particules chargées, celles-ci provient principalement d'électrons et d'ions résultant du rayonnement cosmique ou bien de la désintégration des gaz radioactifs émis par le sol (radon en particulier), leur densité est relativement faible dans l'air.

Par suite de la présence en permanence de ces particules chargées, l'application d'une tension même très faible aux bornes d'électrodes se traduit par l'apparition d'un courant dans le circuit extérieur consécutif au déplacement des charges à l'intérieur du gaz. Une augmentation de la tension appliquée entraîne une croissance rapide de ce courant, le gaz passant ainsi d'un état quasi isolant à un état plus au moins conducteur. La transition entre ces deux situations peut prendre des formes extrêmement variées selon la nature de l'état du gaz (pression, température, humidité, propreté, dimensions et géométrie des électrodes).

Le gaz parcouru par un courant est le siège d'une décharge électrique dont il existe plusieurs types, ils sont nombreux et variés mais, dans tous les cas, ils sont caractérisés par l'existence de charges libres et d'un champ électrique.

Parmi ceux-ci on distingue *la décharge couronne* qui apparaît au voisinage de conducteurs de faibles rayons de courbure mis sous haute tension.

Cette décharge présente des aspects utiles: production d'ozone, filtrage des particules contenues dans l'air, destruction de particules organiques contenues dans l'atmosphère, traitement de surface de certains polymères, séparation électrostatique de matières conductrices et non-conductrices, dépoussiérage électrique...et des aspects nuisibles: les pertes par défaut d'isolement sur les lignes de transport d'énergie, les bruits audibles et les perturbations radioélectriques en particulier à proximité des lignes haute tension...

Notre étude a été effectuée au laboratoire de Génie Electrique et des Plasmas de Tiaret. Elle s'intéresse à la décharge couronne dans une configuration fil plan en polarité positive. Elle est dictée par rapport au moyen du laboratoire et des travaux antérieurs de ses membres.

Dans une géométrie fil plan, nos investigations vont nous permettent de trouver une loi de la caractéristique courant tension par un procédé mathématique se basant sur les plans d'expériences et l'analyse des mesures.

Notre travail est devisé en quatre chapitres :

- ❖ **Premier chapitre** : Etude générale de la décharge électrique qui nous permettra de comprendre les phénomènes physiques de la décharge.
- ❖ **Deuxième chapitre** : Présentation de l'outil utilisé « Plan d'Expérience »
- ❖ **Troisième chapitre** : Etude de l'influence des divers paramètres géométriques sur la caractéristique courant- tension de l'effet couronne en utilisant une géométrie fil/plan en polarité positive dans l'air à pression atmosphérique.
- ❖ **Quatrième chapitre** : Etude expérimentale de l'évolution du courant de décharge en fonction des paramètres géométriques afin d'élaborer un modèle général du courant en utilisant le traitement des données et les plans d'expériences.

Nous terminerons ce travail avec une conclusion et des perspectives.

## *1.1. Introduction :*

Les phénomènes de décharge électrique, étudiés pourtant depuis près de deux siècles, font toujours l'objet de recherche active auprès des scientifiques[1][2]. On pourrait s'étonner de cet état de fait mais nous comprendrions vite que cela n'est dû qu'à la très grande complexité du phénomène et des mécanismes qui le constituent. Cependant de grandes avancées ont été faites ces dernières décennies dans l'amélioration des moyens de diagnostic des premiers instants de la décharge et donc dans l'étude des mécanismes d'initiation. Cela a permis d'accroître les connaissances sur le phénomène et d'avancer dans les applications qui ont d'ailleurs connu de bien plus larges expansions[3]. Parmi ces applications, nous pouvons citer, par exemple la précipitation électrostatique, le traitement des surfaces ou le dépôt des couches minces...

L'objet de ce premier chapitre est d'effectuer une brève synthèse bibliographique sur les décharges électriques à pression atmosphérique. Nous commençons dans un premier temps par un aspect historique de la décharge électrique. Ensuite, nous donnerons quelques définitions usuelles, nous rappellerons les différents types de la décharge électrique où nous allons s'intéresser à la décharge couronne à pression atmosphérique. Ensuite, nous allons présenter la caractéristique courant-tension et pour terminer nous allons citer quelques avantages et inconvénients de l'effet couronne.

## *1.2. Aspect historique :*

Les premières publications sur l'effet couronne datent de (1911)[4]. Une des conséquences du transport de l'énergie électrique à de hauts niveaux de tension est l'apparition de l'effet de couronne autour des lignes de transport [5].

C'est ainsi que les premières expériences sur les fils conducteurs minces portés à des tensions suffisamment élevées ont montré qu'il se forme autour d'eux une gaine lumineuse, de couleur bleu-violet, dont l'épaisseur augmente avec la tension. C'est la présence de cette lueur qui a donné naissance à l'expression, universellement employée de décharge couronne ou corona effet [6]. Plusieurs études ont été menées pour expliquer les différents mécanismes mis en jeu lors de la formation, du développement et de la propagation de cette décharge. Townsend donna une théorie pour l'obtention d'une décharge auto entretenue. Cette théorie se retrouve limitée pour les hautes pressions [7]. Le pionnier de l'étude scientifique de l'effet couronne est un chercheur américain, R.W. Peek, qui, vers 1920 établit une loi empirique exprimant le seuil d'apparition de la décharge, en terme de champ électrique superficiel. Cette loi célèbre est toujours d'usage aujourd'hui. Par la suite on trouve de nombreuses théories qui ont été élaborées pour expliquer la formation des pertes par effet couronne. On peut citer les travaux de Ryan et Henline (1924), de Hessemeyer et Kostko (1925), de Holm (1927) [8]. Cependant, leur étude en laboratoire n'a véritablement commencé qu'au cours du siècle passé avec les progrès effectués dans le domaine de l'électricité. Les premiers essais en laboratoire datent de 1932 [5]. Le développement des systèmes de haute tension a donné une grande impulsion à la recherche sur les décharges couronne pour différents intervalles d'air. Vers les années 1940, Loeb, Meek et Raether, proposent un nouveau modèle de propagation de l'avalanche électronique lors de la décharge [7].

Vers les années 1950, les très hautes tensions utilisées pour le transport d'énergie électrique ont amené les concepteurs à considérer un autre phénomène. En effet, en présence de pluie, de brouillard ou de neige mouillée, on observe des vibrations mécaniques induites par effet couronne sur les conducteurs portés à la haute tension.

Les travaux de Clements et al en 1987 font une analyse complète sur la physico-chimie de la décharge électrique de type « pulsed streamer corona » ou « coronalike » avec deux électrodes immergées dans l'eau, avec et sans bulles d'air au travers de l'électrode haute tension. La spectroscopie d'émission est employée pour montrer la production de quantité significative des radicaux d'hydrogène dans la phase liquide [9].

Depuis le milieu des années 1990 [10], l'intérêt des constructeurs automobiles vis à vis des technologies liées aux plasmas froids produits par décharge couronne, pour la problématique NOx-particules des moteurs Diesel n'ont cessé de croître. Cependant le côté utile de la décharge couronne ne doit pas éluder un autre côté nuisible de cette décharge [11], comme les pertes de puissance au niveau des lignes de transport d'énergie haute tension et la détérioration d'isolation dans les matériels électriques utilisant la haute tension.

Les propriétés physico-chimiques des décharges couronne ont rapidement suscité un intérêt important dans différents domaines et les applications actuelles dans l'industrie sont nombreuses, des néons aux écrans plasma en passant par les ozoneurs[12]. De nombreux travaux ont été orientés dans la direction de l'analyse des différents paramètres caractérisant cette décharge. Tous ces travaux plus ou moins récents sur la décharge couronne montrent que la théorie de la décharge couronne n'est pas établie de manière indiscutable [13][11].

### ***1.3. Définitions :***

Un plasma est considéré comme un état de la matière qui suit l'état gazeux. On passe de l'un à l'autre par ionisation ou dé-ionisation (*figure I-1*). C'est un ensemble, plus ou moins dense, de particules de gaz ionisé obtenu en fournissant de l'énergie à la matière par adjonction d'un champ électrique ou magnétique, ou sous forme de chaleur.

Un plasma est obtenu à partir d'un gaz en lui apportant suffisamment d'énergie pour qu'une partie des particules neutres constituant ce gaz se transforment en espèces chargées positivement ou négativement[14]. Suivant la définition de Langmuir, un plasma est supposé électriquement neutre du point de vue macroscopique[15].

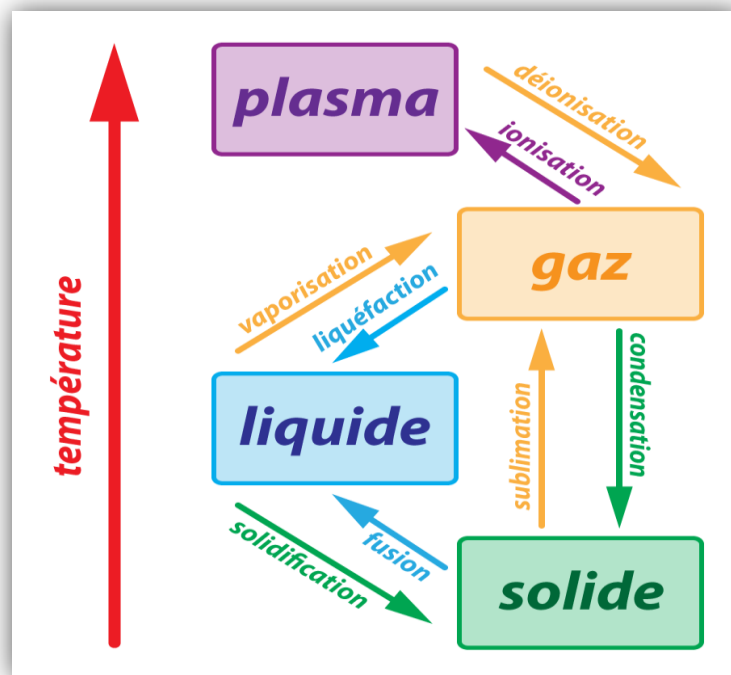


Figure I-1 : Les différents états et principaux changements d'états de la matière [16]

On parle, des plasmas chauds et des plasmas froids suivant une classification basée sur les températures électronique  $T_e$ , ionique  $T_i$  et celle des neutres  $T_n$ .

- Lorsque la température des neutres et des ions est proche de la température électronique ( $5000 - 50000^\circ\text{K}$ ), on parle de plasma thermique ou de plasma en équilibre thermodynamique. Ce sont des gaz fortement ionisés ;
- Lorsque la température des électrons ( $1000$  à  $10000^\circ\text{K}$ ) est très supérieure à la température des molécules du gaz (proche de la température ambiante), on parle de plasma froid ou de plasma hors équilibre thermodynamique. Ces gaz sont faiblement ionisés [17].

Les décharges électriques sont des plasmas froids, elles sont générées par une différence de potentiel électrique. Cependant, dans la plupart des cas, les décharges électriques sont établies à basse pression, car elles sont plus faciles à obtenir et plus stables qu'à pression atmosphérique.

Le plasma peut donc exister dans tous les environnements où l'énergie est suffisante pour maintenir l'existence des particules ionisées. De fait, il est usuel de considérer qu'il représente plus de 99 % de la matière de l'univers [18]. Le plasma fait partie de la vie de tous les jours, du soleil qui produit la lumière jusqu'aux milliers de pixels des écrans de télévision récents, en passant par le tube fluorescent.

On distingue deux types de collisions [19][20] :

- 1) **Les collisions élastiques:** Les atomes conservent la même structure interne, seule leur vitesse est accrue. Globalement, l'énergie cinétique du système reste inchangée, mais ces collisions sont responsables de phénomènes thermiques (conduction et diffusion de chaleur au sein du gaz) et hydrodynamiques (vent électrique).

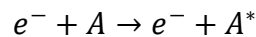


- 2) **Les collisions inélastiques:** Dans une collision inélastique, l'énergie interne des particules intéressées change aussi bien que leur énergie cinétique. Les photons peuvent intervenir dans de telles collisions. Le nombre et la diversité des réactions possibles croissent avec la complexité des particules intéressées. Les réactions inélastiques peuvent se grouper sous les titres : excitation, ionisation, recombinaison, échange de charge, attachement et détachement, dissociation. Donc les chocs inélastiques sont la source d'un nombre important de réaction physico-chimiques qui vont alors modifier les propriétés macroscopiques du gaz.

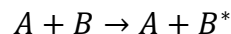
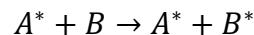
On distingue alors les phénomènes[17]:

- ❖ **Excitation:** Lorsqu'un atome a absorbé suffisamment d'énergie pour qu'un de ses électrons (en général, le plus éloigné du noyau) passe à un niveau d'énergie plus supérieur, on dit que cet atome (ou cette molécule) a été excité.

Excitation par les électrons :

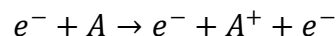


Excitation par les ions ou les atomes :

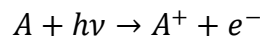


- ❖ **Ionisation :** Lorsqu'un atome (ou une molécule) a absorbé suffisamment d'énergie pour qu'un de ses électrons s'échappe à l'infini, on dit que cet atome (ou cette molécule) a été ionisé.

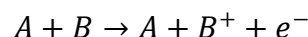
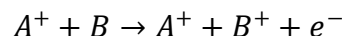
Ionisation par les électrons :



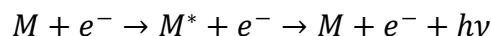
Ionisation par les photons :



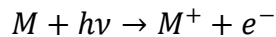
Ionisation par les ions, atomes ou molécules:



- ❖ **Photoionisation :** Les électrons peuvent être créés par photoionisation. En effet des photons vont être libérés lors de la désexcitation des molécules suivant les mécanismes suivants :



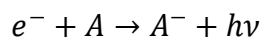
Ces photons sont susceptibles d'être absorbés par des molécules neutres qui se séparent alors en un cation et un électron.



Ces électrons peuvent à leur tour engendrer des avalanches électroniques.

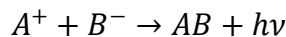
- ❖ **Recombinaison**: C'est le phénomène d'attachement de particules lors d'une rencontre entre ion positif et électron ou entre ion positif et ion négatif. Les ions peuvent être atomiques ou moléculaires.

L'attachement direct des électrons sur les atomes neutres est un cas particulier de la recombinaison :

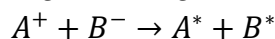


Recombinaison ion-ion : On connaît trois types de recombinaison ion-ion :

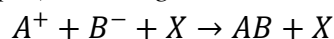
- ✓ La recombinaison radiative :



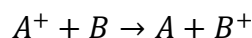
- ✓ La recombinaison mutuelle (échange de charge sans constitution de molécule) :



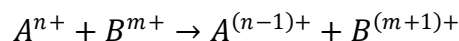
- ✓ La recombinaison à trois corps (X est en général, un atome ou une molécule)



- ❖ **Echange de charge** :



C'est une capture d'électron par A et une perte d'électron pour B. d'une manière générale, on peut avoir:



Ici, A et B peuvent être des atomes ou des molécules.

- ❖ **Détachement** : C'est le phénomène qui se produit lorsqu'un ion perd son électron supplémentaire.
- ❖ **Dissociation** : La dissociation d'une molécule en deux ou plusieurs constituants est un phénomène assez probable car l'énergie nécessaire pour la réaliser est rarement supérieure à 10 eV.

#### ***I.4. Différents types de décharge électrique :***

Dans les plasmas froids on distingue la décharge couronne et la décharge à barrière diélectrique :

- ***La décharge couronne*** : toutes les décharges pré-disruptives apparaissant sous forme de lueurs diverses qui prennent naissance au voisinage d'une électrode à faible rayon de courbure au dans un champ non uniforme se qualifient une décharge couronne [4].

La décharge couronne est liée à l'apparition de l'avalanche électronique qui se développe dans un intervalle gazeux séparant deux électrode asymétrique soumises à un champ électrique hétérogène à des pressions de quelques tors à quelques atmosphères.

La décharge couronne se manifeste dans les conditions naturelles. Elle apparaît lorsque la valeur maximale du champ électrique atteint celle du champ d'ionisation du gaz « air » et se manifeste sur toute la gamme fréquences de la tension. La décharge couronne est caractérisée par des phénomènes de nature optique acoustique et électrique [6].

L'effet de couronne se produit sur tous les conducteurs et lignes soumis à une haute tension. Dès que le champ électrique à la surface du conducteur devient suffisamment grand (supérieur au champ d'ionisation de l'air,  $\approx 30 \text{ kV/cm}$ )[21], l'air s'ionise et forme autour du conducteur une couronne lumineuse de couleur violet (Figure I-2).

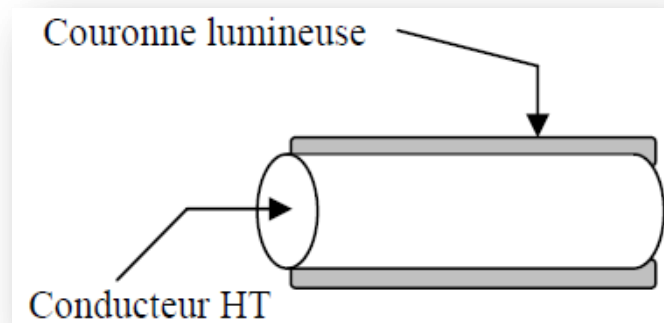


Figure I-2 : Forme d'une couronne lumineuse autour du conducteur

- La décharge à barrière diélectrique « DBD » : est un plasma froid hors équilibre, elles sont caractérisées par la présence d'un matériau semi-conducteur au contact de l'une, des deux électrodes ou au centre de la zone de décharge. Ce matériau permet d'appliquer des tensions de l'ordre de quelques  $kV$  tout en maintenant le régime de décharge hors équilibre et de travailler sur une plage plus grande de potentiel.

Ce plasma faiblement ionisé ( $n_e = 10^9 - 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ) est caractérisé par une température électronique de quelques électron – volts ( $eV$ ) bien supérieure à celle des espèces neutres ( $\sim 300^\circ K$ ) qui sont majoritaires.

La génération d'ozone par un plasma DBD dans l'air est l'application principale de ce type de plasma à travers le monde, utilisé surtout pour le traitement de l'eau [20].

### 1.5. Paramètres physiques des plasmas :

Tous les plasmas n'ont pas les mêmes caractéristiques physiques et peuvent être classifiés en fonction de certains paramètres. Ces paramètres sont essentiellement [22]:

#### **1. Libre parcours moyen :**

Le libre parcours moyen ( $\lambda$ ) est la distance qu'une particule (électron, ion, neutre, etc.) traverse entre deux collisions. A cause de la nature statistique des collisions, il a une distribution spécifique. Il est décrit en général par l'équation suivante [15] :

$$\gamma = \frac{1}{\pi N(r_1 + r_2)}$$

Avec :

$r_1, r_2$  : sont les rayons des particules en collisions.

$N$  : est la densité des particules (nombres de particules par unité de volume).

## 2. Longueur de Debye :

La longueur de Debye  $\lambda_D$  définit la longueur à partir de laquelle le champ électrique Coulombien issue d'une particule chargée est neutralisé par un ensemble de particules de signe opposées dans le volume environnant. Elle est donnée par la relation suivante [23] :

$$\lambda_D = \left( \frac{2\varepsilon_0 K T_e}{n_e e^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

## 3. Densité électronique :

La densité électronique  $n_e$  c'est le nombre d'électrons libres par unités de volume ( $cm^3$ ) [18].

## 4. Taux d'ionisation :

Le taux d'ionisations  $\tau_i$  représente le rapport du nombre d'électrons libre  $n_e$  sur le nombre de particules totales  $n_e + N$ , où  $N$  est le nombre de particules neutres par unité de volume. Le taux d'ionisation est alors donné par [18] :

$$\tau_i = \frac{n_e}{n_e + N}$$

On parle de gaz faiblement ionisée lorsque  $\tau_i < 10^{-4}$  (principales interactions de type collisions électrons-neutres) et de gaz fortement ionisés lorsque  $\tau_i > 10^{-4}$  (interactions de type collisions électrons-électrons ou électrons-ions) [24].

## 5. Fréquence du plasma :

Le comportement collectif des plasmas se manifeste lorsqu'on écarte le plasma de l'équilibre. Le milieu retourne alors à l'équilibre en oscillant à la fréquence plasma électronique. La pulsation plasma électronique s'écrit par la relation suivante:

$$\omega_e = \sqrt{\frac{n_e q_e^2}{\varepsilon_0 m_e}}$$

## 6. Température du plasma :

La température du plasma est définie comme la moyenne des énergies de translation des particules dans la décharge. Étant donné la différence de masses qui existe entre les électrons et les espèces lourdes, ces deux populations sont souvent considérées comme étant deux systèmes chacun dans leur propre équilibre thermodynamique. C'est pourquoi, lorsqu'on parle de plasma, on entend souvent parler de plusieurs températures (électronique, ionique, gaz) qui peuvent être toutes différentes. La température électronique est souvent considérée comme le paramètre le plus important pour déterminer et démontrer les phénomènes dans le plasma.

En général,  $T_e \gg T_i > T_n$ , où  $T_e$  est la température électronique,  $T_i$  la température ionique et  $T_n$  la température des neutres, proche de la température ambiante [25].

Ces paramètres physiques définissent le milieu de décharge, qui dépend des éléments suivants :

- ❖ Nature du gaz ;
- ❖ Pression et température du gaz ;
- ❖ Tension appliquée (responsable de l'intensité du champ électrique) ;
- ❖ Géométrie des électrodes (responsable de la forme des lignes de champ).

### I.6. Différentes géométries d'électrodes :

Lors de l'application d'une haute tension au niveau de l'électrode ayant le plus petit rayon de courbure, le champ électrique réduit produit dans l'espace inter électrodes est fortement inhomogène. Il a une valeur élevée au voisinage de cette électrode puis décroît rapidement au fur et à mesure qu'on s'approche de la cathode plane. A proximité de la pointe anodique, l'amplitude importante du champ électrique réduit permet de générer des électrons avec des énergies suffisantes pour ioniser le gaz. C'est une zone où se développent les avalanches électroniques ce qui permet rapidement l'accumulation d'une charge d'espace à l'origine de la propagation de la décharge. Naturellement dans cette zone proche de la pointe les processus d'ionisation prédominent sur les processus d'attachement des électrons. En revanche, si on s'éloigne de la pointe, le champ électrique devient plus faible.



Figure I-3 : Différentes configurations de décharge.

### I.7. Théorie de la décharge couronne :

#### 1) Sources des électrons germes :

La décharge électrique s'établissant dans un espace gazeux soumis à un potentiel, nécessite la présence de charges libres dans le milieu : électrons germes. Ces électrons libres présents dans le milieu gazeux, gagneront de l'énergie sous l'action du champ électrique externe et en perdent sous l'effet des collisions élastiques et inélastiques avec les particules présentes dans le gaz [7].

Nous allons maintenant donner quelques indications sur les sources possibles d'électrons germes, nécessaires à l'amorçage de la décharge :

#### ✓ Rayonnement cosmiques ou radioactivité naturelle :

Sous l'effet de l'irradiation par rayonnements cosmiques ou par les processus de radioactivité naturelle, 7 à 20 électrons par  $cm^3/sec$  sont produits dans l'air à la pression atmosphérique [26].

#### ✓ Détachement d'électrons des ions négatifs :

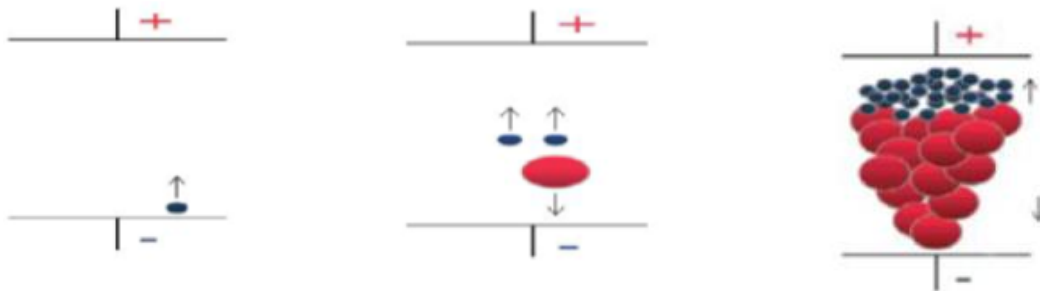
C'est le processus principal de production d'électrons à partir d'ions négatifs. Ces derniers peuvent préexister dans l'espace inter-électrodes, c'est le cas de la présence des impuretés telles que  $O_2$  ou  $HO_2$  et les pourvoyeurs principaux en électrons germes seront les ions négatifs  $O_2^- (H_2O)_n$  ou  $H_2O^- (H_2O)_n$  liés aux impuretés [27], [28].

✓ *Contribution de la cathode :*

Dans le cas d'une configuration pointe positive-plan négatif, la cathode est, généralement des cas, une source d'électrons germes peu efficace, parce qu'elle est d'une part soumise à un champ électrique faible et d'autre part située à une distance importante de la zone de décharge.

2) *Avalanche électronique :*

Pour initier une avalanche, un électron primaire doit être bien situé, c'est-à-dire dans une zone appelée « volume critique ». Le volume critique est le volume du gaz autour de l'électrode *H.T* dans lequel des avalanches peuvent se développer pour atteindre la taille critique de streamer [29][30]. Bien que l'avalanche soit une décharge non autonome qui ne draine pas assez du courant, il est intéressant de l'étudier car il constitue toujours le mécanisme précurseur de la perte de rigidité diélectrique d'un gaz. L'initiation d'une avalanche électronique sous un champ électrique appliqué est tel qu'un ou plusieurs électrons puissent acquérir une énergie suffisante pour ioniser les molécules embrassées au cours de leur trajet vers l'anode. Lors de chaque collision ionisante, cet électron germe va libérer un nouvel électron qui pris dans le champ électrique sera à son tour capable d'ioniser les molécules de gaz[30].



a. Accélération de l'électron      b. Ionisation par collision      c. Avalanche électronique

Figure I-4 : Processus d'avalanche électrique[31].

Suivant le même processus de multiplication électronique, un électron peut donner naissance à une avalanche contenant  $n_e$  électrons. Dans le cas général, le champ électrique varie le long de linge du champ suivie par l'avalanche, ne s'exprime alors [32]:

$$N_e = \exp \int_0^l (\alpha - \eta) \cdot dl$$

Avec :

$\alpha$  : étant le premier coefficient de Townsend définissant le nombre moyen de paires d'ion-électron créés par un électron primaire sur une distance du parcours d'un centimètre, dans la direction du champ.

$\eta$  : représente le facteur d'attachement du gaz de remplissage.

Pour que la décharge passe à une décharge autonome (régime de Townsend), il faut qu'une succession d'avalanches puisse se produire en l'absence de tous agents ionisant. On observe alors un phénomène peu ou pas lumineux (décharge sombre de Townsend).

Dans la théorie de Townsend, les ions positifs de l'avalanches électronique vont vers la cathode (électrode négative). Si ces derniers ont une énergie suffisante, ils peuvent arracher des électrons de la cathode qui vont renforcer l'avalanche. Lors que l'intensité du champ électrique est suffisante, ce phénomène devient important [31][33].

L'avalanche s'auto entretient et le claquage se produit même si la tension n'est plus appliquée. L'accroissement d'une quantité ( $dn$ ) d'un nombre initiale  $n_0$  d'électrons libres qui devient d'une longueur ( $dx$ ) dans un gaz à pression  $p$  sous l'effet d'un champ toujours uniforme  $E$ , est donné par le coefficient suivant :

$$\alpha = \frac{1}{n_0} \frac{dn}{dx}$$

Cette première phase d'ionisation est dite processus  $\alpha$ , où  $\alpha$  désigne le premier coefficient de Townsend, qu'est défini comme étant le nombre moyen de paires ions-électrons (ou le nombre moyen de chocs ionisants) qu'un électron effectue par unité de longueur dans la direction du champ électrique. Il dépend du champ électrique, de la pression et de la nature du gaz.  $\alpha/p$  Croit avec  $E/p$  avec une influence de la nature du gaz. Au bout d'un certain parcours, les électrons ne sont plus énergétiques pour créer de nouvelles paires électrons-ions positifs. Il s'en suit la cessation de multiplication électronique; d'où le développement de l'avalanche s'arrête.

Pour qu'une avalanche s'auto entretient et le claquage se produit, il faut que les nouveaux électrons germes puissent rapidement apparaître. Il existe de nombreux processus pouvant conduire à la création de nouveaux germes. Citons les plus importants[33].

-Au sien du gaz : au lieu d'être ionisés par collision avec un électron, les atomes peuvent être excités, puis se désexciter en émettant un photon. Le photon peut à son tour ioniser un autre atome par photon-ionisation.

-Au de la cathode : les ions positifs formés au cours des collisions ionisantes bombardent la cathode et peuvent extraire des électrons.

C'est ce dernier processus qui a retenu l'attention de Townsend. Il introduit un deuxième coefficient noté ( $\gamma$ ) qui représente le nombre d'électrons arrachés à la cathode par un ion positif. Ce coefficient dépend de la nature du matériau constituant la cathode et du gaz.

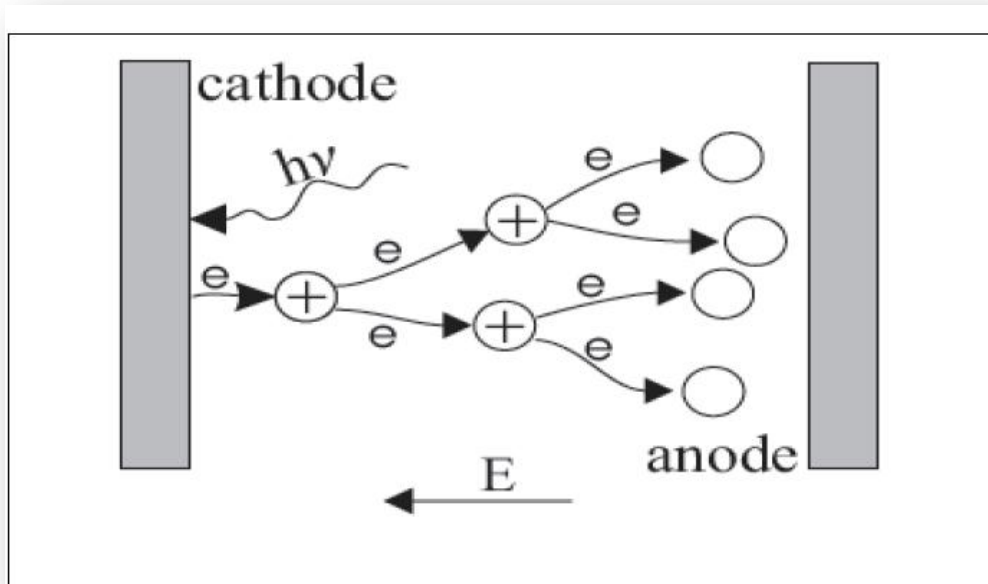


Figure I-5 : Mécanisme de Townsend [1].

### 3) Limite du critère de Townsend :

Si  $I_0$  représente un courant initial du aux électrons produits par l'agent ionisant extérieur, le courant  $I$  d'une décharge qui s'établit entre deux électrodes distantes de  $d$  est exprimé par la relation classique suivante [1][34]:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{\eta}{\eta_0} = \frac{e^{\alpha d}}{1 - y(e^{\alpha d} - 1)}$$

D'où :

$$I = I_0 \frac{e^{\alpha d}}{1 - y(e^{\alpha d} - 1)}$$

Pour:  $1 = y(e^{\alpha d} - 1)$ , le courant de système devient infini ce que signifie que le courant  $I_0$  n'est plus nécessaire à l'entretien de l'ionisation. La décharge est alors dite autonome.  $1 = y(e^{\alpha d} - 1)$  exprime le critère de Townsend.

C'est la condition pour avoir une décharge entretenue (indépendante de  $I_0$ ).

Comme ce mécanisme est consommateur d'électrons, il est compétitif du mécanisme d'ionisation.

Pour prendre ce phénomène, il convient alors d'introduire dans la relation de Townsend une probabilité d'attachement électronique  $\eta$ [35][36].

$$I = I_0 e^{(\alpha - \eta)d}$$

Le critère d'auto-entretien de la décharge s'écrit donc :

$$y(e^{\alpha d} - 1) = 1$$

Dans le cas où le champ est non uniforme, le critère de Townsend s'écrit :

$$y \cdot \exp\left(\int_0^d [a \cdot dx - 1]\right) = 1$$

Pour que la décharge soit autonome, il est nécessaire que les ions positifs, les photons et les métastables apparaissant dans l'espace inter-électrode produisent au moins un électron afin de remplacer tout électron qui quittera la zone d'ionisation. Pour Townsend, le passage à la décharge autonome est dû à l'effet  $\gamma$  (émission d'électrons secondaire par les ions positifs qui tombent sur la cathode). [1]

### 4) Loi de Paschen :

La tension d'alimentation minimale pour déclencher la décharge est appelée tension du claquage. Il existe une relation qui lie la valeur de cette tension du claquage à la pression du gaz et de la distance inter électrode : la loi de Paschen. Cette loi est habituellement représentée par la courbe caractéristique  $U_s = f(p \cdot d)$ , où  $p$  est la pression et  $d$  la distance inter électrode, et dépend de la nature du gaz introduit.[35]



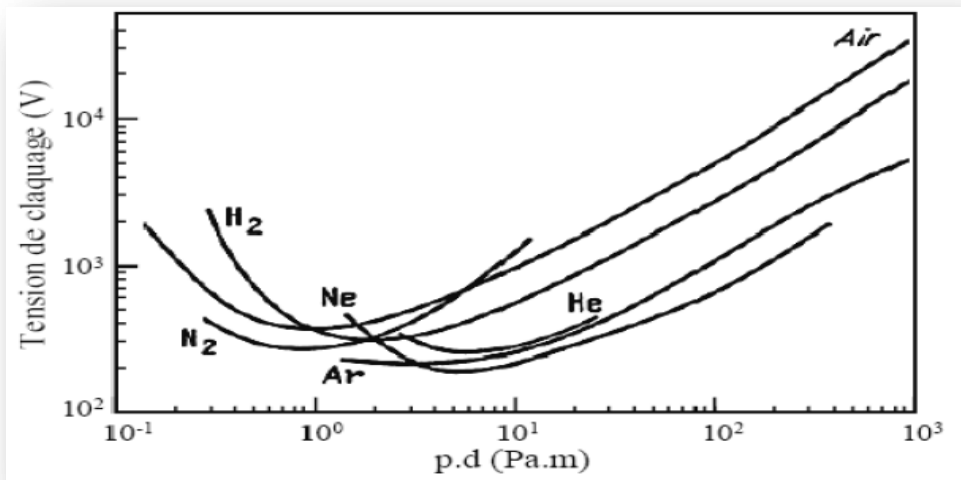


Figure 1-6 : Tension de claquage pour différents gaz en fonction de  $(p.d)$  [36].

Nous pouvons constater que pour un gaz à pression atmosphérique ( $p=1,013.10^5 pu$ ), les courbes passent par un minimum pour une distance inter électrode d'environ  $10\mu m$  ( $(p.d)=0,5$  à  $5$  environ). Cela signifie que, pour la production des décharge à pression atmosphérique dans les conditions d'utilisation usuelles ( $d \geq 1mm$ ), la tension du claquage est une fonction croissante de la distance inter électrode [10,13]

### 5) La théorie du « Streamer » :

Vers 1940, Craggs, Meek et Raether ont établi une théorie des streamers (ou théorie des décharges filamenteuses) complétées après par de nombreuses à caractères essentiellement expérimental [12,15].

Une avalanche initiée par un électron multiplie exponentiellement le nombre d'électrons en tête de cette d'avalanche. Ces électrons diffusent et la longueur de l'avalanche s'étend, entraînant une croissance du champ électrique induit devient comparable au champ électrique extérieurement appliqué. Dès lors, l'avalanche électronique se transforme en streamer [15].

Les mécanismes de base de cette théorie sont :

1. La création d'une avalanche primaire du type Townsend par un électron germe
2. Le renforcement du champ électrique local par la charge d'espace positive laissée par la 1ère première avalanche.
3. La transition avalanche –streamer lorsque le champ de charge d'espace devient de l'ordre de grandeur du champ électrique appliqué.

#### 5.1) Types de streamers :

##### a) Streamer positifs :

Les streamers positifs ont été beaucoup plus étudiés dans les investigations scientifiques [29] que les streamers négatifs, des différences fondamentales peuvent être notées dans leur développement. Dans le cas du streamer positif, l'avalanche primaire initiée par un électron germe amène la présence d'une charge d'espace positive près de la cathode et une injection d'électrons devant l'électrode positive comme le montre la figure (1-7) suivante :

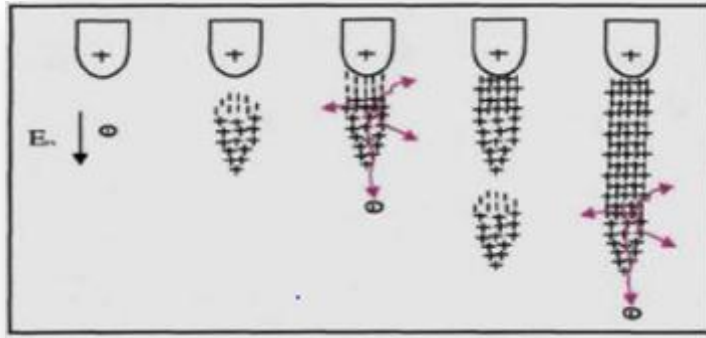


Figure I-7 : Représentation schématique du développement d'un streamer positif [8]

Le phénomène est plus complexe dans ce type de streamers car la zone du champ électrique intense n'est plus juxtaposée à la source des électrons. Les électrons qui sont au voisinage de la pointe ne produisent rien qui puisse entretenir le phénomène[29][31].

La cathode ne joue pas le rôle de pourvoyeuse des électrons car cette cathode est située loin de la zone où le champ électrique est intense [29]. Si le champ est assez fort, les électrons germes produits sous l'action du rayonnement ultraviolet émis par une avalanche créent des nouvelles avalanches. Le champ est renforcé par l'avalanche, le champ devenant trop faible au voisinage de la cathode[29][31][37].

#### b) Streamers négatifs :

**Phase 1 :** Un électron primaire se trouvant près de la cathode provoque une avalanche électronique primaire. La vitesse des électrons étant environ 100 fois plus supérieure à celle des ions, l'avalanche se développe comme un nuage d'électrons laissant derrière elle, une charge d'espace positive. Les électrons sont absorbés par l'anode, tandis que les ions positifs forment dans le gaz une charge d'espace positive. Le champ  $E_c$  de cette charge maximale en tête d'avalanche.

**Phase 2 :** Des électrons secondaires sont créés par photo ionisation autour de la charge d'espace. Ces électrons provoquent en tête d'avalanche de petites avalanches secondaires. Le champ de la charge d'espace renforce le champ entre la tête de l'avalanche et la cathode et crée également une composante radiale.

**Phase 3 :** La charge d'espace augmente en volume et devient un *streamer*. Des nouvelles avalanches secondaires viennent s'ajouter à l'avalanche primaire et le streamer progresse. Quand il touche la cathode, à ce moment se produit le claquage. voir la figure I- 8[38].

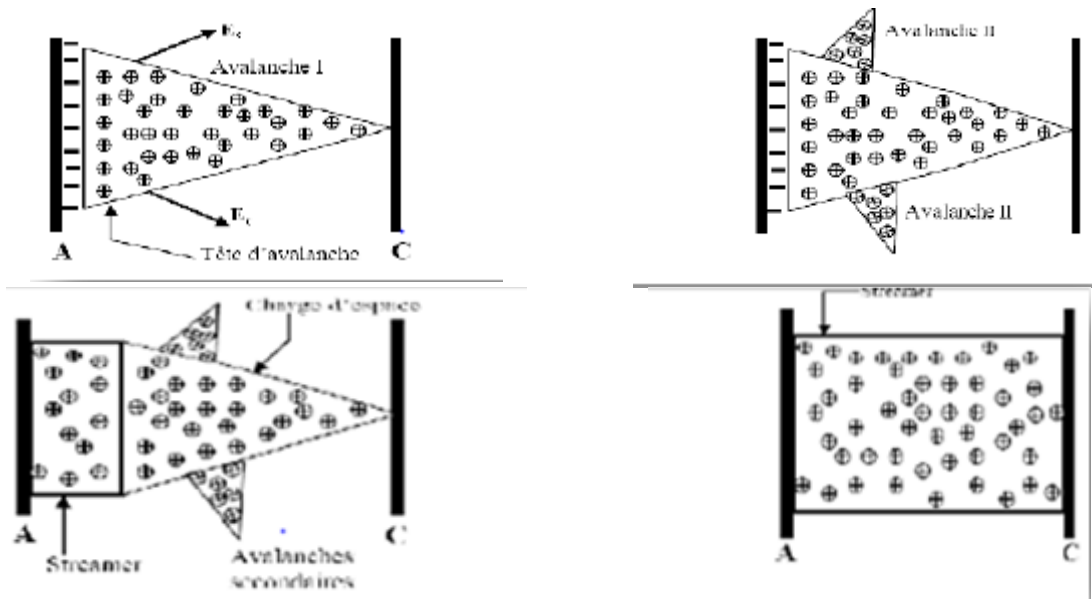


Figure I-8 : Représentation schématique du développement d'un streamer négatif[38]

**I.8. Différents régimes de la décharge :**

La figure (1-9) décrit le comportement du courant en fonction de la valeur de la tension appliquée. La courbe permet de distinguer quatre régimes régissant la décharge couronne [39][40][13].

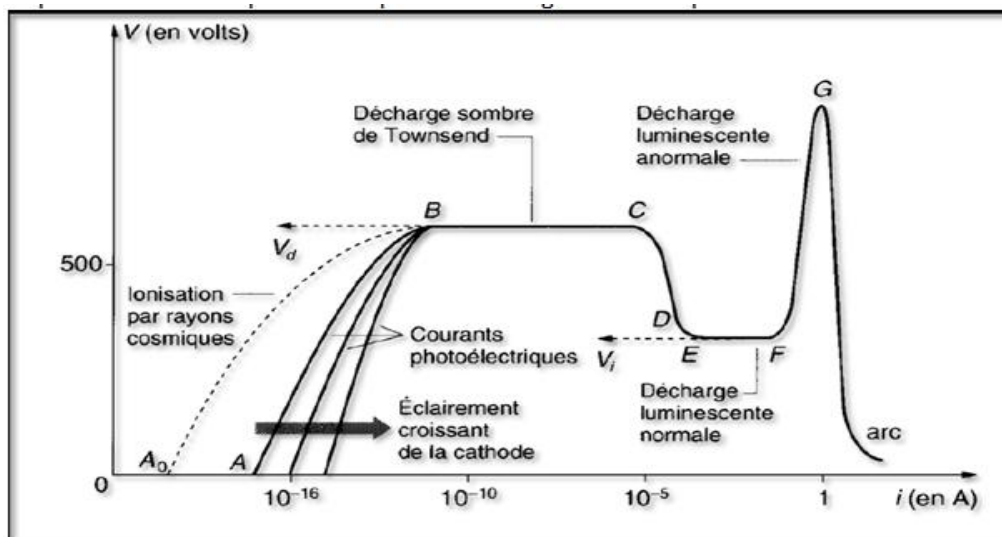


Figure I-9 : Caractéristique courant-tension d'une décharge couronne dans l'air à pression atmosphérique [41][18][35]

- ❖ **Premier régime** : consiste en la collecte des espèces chargées présentes naturellement dans le milieu. Ces espèces sont produites par l'impact de rayonnement cosmiques ou de particules issues de la désintégration spontanée de certains atomes (radioactivité naturelle) sur le gaz présent dans l'espace inter électrodes.

- ❖ **Second régime** : qui se produit à partir d'une tension seuil «  $V_0$  », traduit le déclenchement de l'avalanche électronique de Townsend mais ne répond pas encore au critère d'auto-entretien de la décharge, la décharge est qualifiée de non autonome car elle dépend de processus d'ionisation externes pour donner naissance aux électrons germes. Le courant augmente très fortement pour une très faible variation de la tension appliquée.
- ❖ **Troisième régime** : l'ionisation du gaz par la décharge est suffisante pour ne plus nécessiter de phénomènes d'ionisation extérieurs : la décharge est auto-entretenu. C'est le régime de la décharge couronne, où apparaissent les dards, appelés aussi streamers, qui est responsable de la composante impulsionnelle du courant.
- ❖ **Quatrième régime** : au-delà d'une tension appliquée «  $V_r$  », la température du canal augmente fortement, ce qui provoque la dilatation brutale du gaz. Le champ réduit «  $\frac{E}{N}$  » est alors suffisamment important pour que les phénomènes d'ionisation deviennent majoritaires par rapport à l'attachement électronique. Le régime d'arc est atteint, le milieu passe à l'état de plasma thermique.

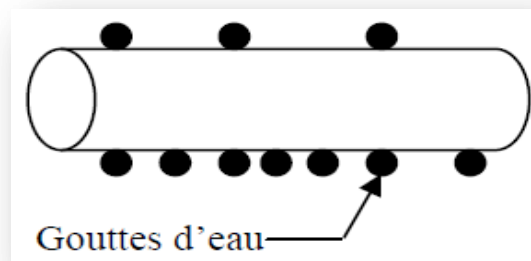
### **I.9. Inconvénients de l'effet couronne :**

#### **1. Influence de la pluie :**

Les lignes haute tension sont conçues de telle façon que l'effet couronne ne devrait pas poser de problèmes par temps sec ; c'est lorsque le temps est pluvieux qu'il devient vraiment gênant.

Les gouttes sur la surface du conducteur forment de véritables pointes qui rendent l'effet couronne beaucoup plus intense et les pertes considérables. *Figure (I-10)*.

Lorsque la pluie est forte, elle provoque au contraire le lavage du conducteur.



*Figure I-10 : l'effet couronne sur une surface de conducteur humide (goutte de pluie).*

#### **2. Perturbation électromagnétique :**

L'effet couronne est à l'origine des perturbations des ondes radio, car les fréquences du courant de couronne (de l'ordre du  $MHz$ ) sont du même ordre de grandeur que celles des ondes radio. Les charges créées par ionisation sont brusquement mises en mouvement par le champ superficiel. Le courant qui en résulte crée un champ électromagnétique variable qui se propage dans l'air et provoque la perturbation des ondes radio.

### 3. Bruit :

L'effet couronne produit un bruit ressemblant au bourdonnement d'abeilles. Le déplacement brusque des ions par le champ superficiel produit une variation locale de la pression de l'air qui se transforme en ondes sonores. Le bruit est un facteur nuisible qui peut avoir des conséquences nuisibles sur le tissu biologique.

Le bruit est tellement gênant pour l'environnement qu'il devient le paramètre principal à prendre en considération lors de la réalisation de réseaux T.H.T ( $U \geq 1000 \text{ kV}$ ).

### 4. Dégagement d'ozone :

La décharge couronne, à l'instant de la décharge de claquage, est aussi accompagnée d'un dégagement d'odeur due à la formation de l'ozone.

Par ailleurs, en présence de l'humidité, de l'acide nitrique est produit qui cause la corrosion du conducteur.

## I.10. Utilisations de l'effet de couronne :

Les applications de la décharge couronne ont existé pendant plus d'une centaine d'années, à partir du premier dépoussiéreur électrostatique de Lodge[38]. Depuis lors, la décharge couronne a été intensivement employée dans plusieurs produits commerciaux et gagne d'attention pour l'usage dans d'autres applications, parmi ces applications, on peut citer :

### 1. Filtrage électrostatique :

Le principe du fonctionnement du précipitateur électrostatique est basé sur l'action du champ électrique sur les charges ou les particules chargées. La force électrique agit directement sur les particules chargées à retenir ; donc ces forces sont des forces séparatrices. Ce phénomène de précipitation électrostatique se retrouve largement dans les filtres électrostatiques (appelés également dépoussiéreurs électrostatiques). Les électrofiltres traitent des fumées de charbon, l'air pollué, des brouillards d'huile, des fumées de soudage, des gaz évacués par les moteurs diesel, ... etc

Les dépoussiéreurs électrostatiques sont de plusieurs types : électrofiltres à un seul étage qui sont les plus utilisés dans les applications industrielles à cause de leur construction simple et de leur robustesse. Électrofiltres à deux étages qui ont une construction plus compliquée et des dimensions réduites. Ils sont utilisés principalement pour la filtration de l'air ambiant dans certains bâtiments et halles de production. Ces séparateurs sont aussi utilisés dans le cas des fumées faiblement chargées. Les configurations les plus utilisées des électrofiltres à un seul étage sont : fil injecteur sur l'axe d'un cylindre, nappe de fils entre deux plaques parallèles ou ensembles d'électrodes ionisantes du type représenté dans la figure I-11.

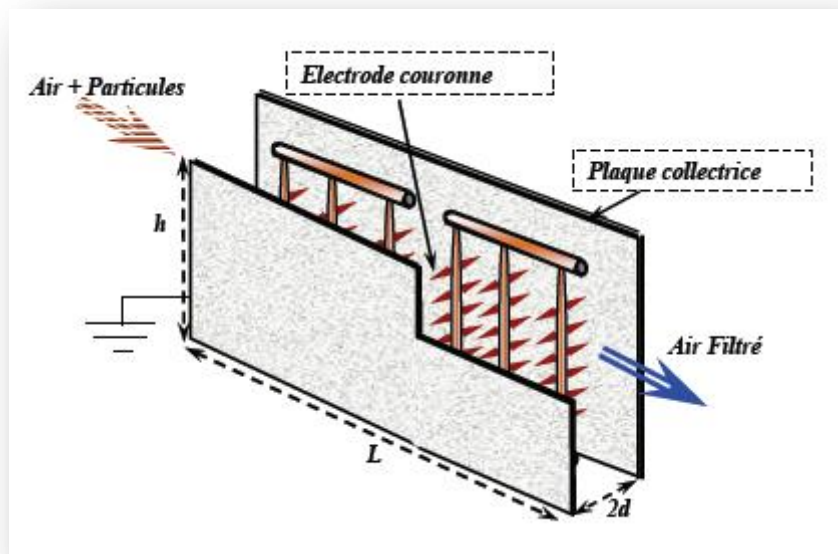


Figure 1-11 : Vue schématique d'un filtre électrostatique.

Le dépoussiéreur électrostatique montré (figure. 1-11) se compose d'un ensemble de cylindres conducteurs sur lesquels il y a des électrodes pointe ; ces électrodes, au potentiel  $V_{appl}$ , sont situées à mi-distance des deux électrodes planes parallèles qui sont au potentiel  $0$ . Des décharges couronne se forment au voisinage de l'extrémité des pointes et les ions qui ont la même polarité que la pointe sont repoussés vers le plan. Cela conduit à la formation d'une charge d'espace ionique ayant une densité très forte à proximité des pointes et qui décroît vers le plan collecteur. Certains de ces ions sont captés par les poussières en raison de la distorsion locale du champ électrique causée par la différence de la valeur entre la permittivité relative des particules et celle du gaz. Ainsi, les particules dans le gaz ou l'air seront chargées en captant les ions, jusqu'à atteindre une charge maximale. Ces particules sont soumises à la force électrique et se dirigent vers le plan où elles s'accumulent en formant une couche qui adhère à la paroi. Ces couches sont détachées par le frappage de l'électrode plane ou emportées par lavage. L'air ou le gaz filtré sort de l'autre côté de l'électrofiltre. En dehors de cette technique d'élimination ou de la récupération des poussières nuisibles, on peut utiliser la charge d'espace ionique pour charger et projeter sur un objet des particules ou gouttelettes de peinture ou des fibres textiles. Les vastes applications des filtres électrostatiques dans le domaine industriel ou dans le domaine de la pollution de l'air, posent des questions sur l'efficacité de collecte et sur le rendement industriel et économique de la précipitation électrostatique. Donc il faut bien comprendre le fonctionnement de ces appareils et les phénomènes physiques qui gouvernent cette application parce que la précipitation électrostatique met en jeu des phénomènes électriques, aérodynamiques et mécaniques des suspensions qui sont étroitement liés. Afin de connaître le comportement dans le temps des particules chargées, il est nécessaire de déterminer leurs trajectoires en fonctions des données électriques et mécaniques. Le fonctionnement d'un électrofiltre est efficace seulement si les particules ont une résistivité électrique suffisamment élevée ; les électrofiltres ne peuvent pas collecter les poussières métalliques ou les particules en présence de vapeur d'eau, cas dans lesquels la conductivité électrique des particules est trop importante.



Plusieurs paramètres jouent des rôles importants sur l'efficacité du précipitateur électrostatique : la géométrie du dispositif, la nature des gaz utilisés, la forme des électrodes injectrices et collectrices...etc

### 2. Pertes dans les lignes de haute tension :

L'un des problèmes rencontrés dans les lignes de transmission d'électricité à haute tension est celui de la perte de puissance électrique à cause de l'effet couronne (Fig.1-12). Ces pertes sont négligeables par beau temps mais deviennent importantes par temps de pluie. En effet les gouttes d'eau sur les fils conducteurs s'allongent sous l'action du champ électrique et donnent un effet de pointe très intense déclenchant un effet couronne et. Les pertes sont multipliées par 100 au début d'une pluie. Quand le fil est mouillé, il n'y a plus formation de gouttes et les pertes diminuent. Un fil gras favorise la formation des gouttes, donc les pertes par effet couronne, tandis qu'un fil propre les réduit. Les pertes peuvent atteindre  $100kW$  par  $km$  de ligne.

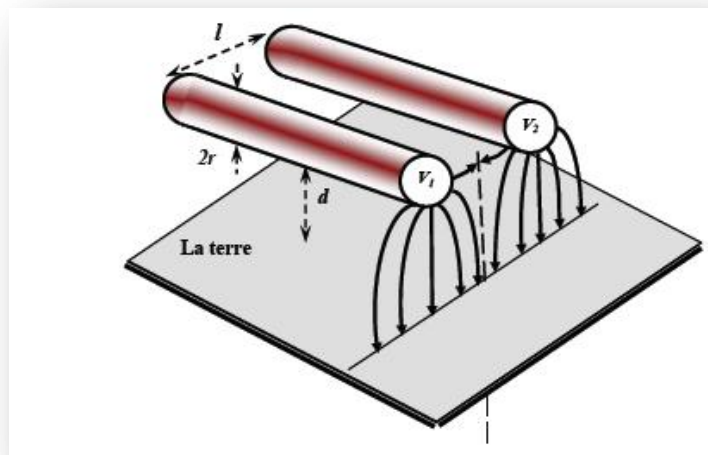


Figure I-12: Représentation schématique des lignes de champ pour une ligne de transmission.

Le facteur essentiel pour contrôler l'apparition de décharges couronne est le diamètre des fils. On est limité dans l'augmentation du diamètre par la rigidité mécanique qui en résulte. On peut cependant réduire le champ et diminuer les pertes en prenant deux ou plusieurs conducteurs en parallèle. Remarquons que, à la limite, un grand nombre de conducteurs en parallèle seraient équivalents à un conducteur unique de grand diamètre. L'effet couronne joue un rôle important dans l'amortissement des surtensions sur les lignes et constitue à ce titre une protection non négligeable des lignes et des installations électriques à très haute tension.

### 3. Dépoussiéreurs électrostatiques:

Les dépoussiéreurs électrostatiques, appelés aussi « électro filtres », font partie des systèmes de dépollution des fumées industrielles qui offrent une bonne efficacité de collecte avec une faible perte de charge.

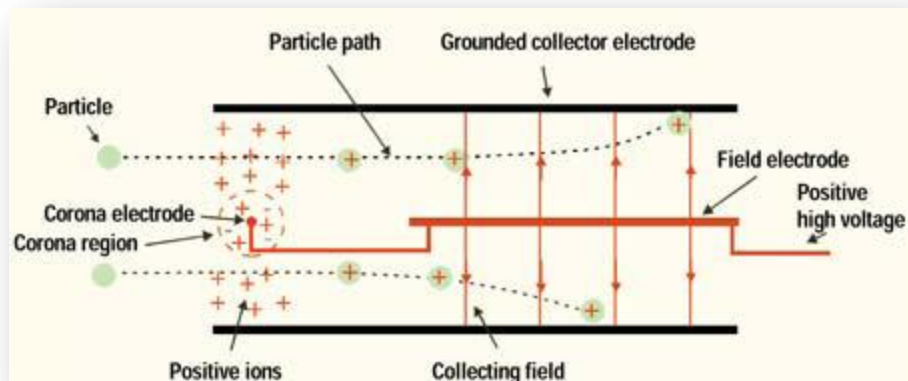


Figure I-13: Principe de fonctionnement d'un dépoussiéreur électrostatique.

Le principe de tels systèmes est de charger les particules présentes dans les fumées qui s'écoulent dans les cheminées à l'aide d'une électrode active, et de les attirer vers une électrode de collecte. Le système est composé d'une ou plusieurs électrodes actives, c'est-à-dire portées à un potentiel électrique, et d'électrodes collectrices le plus souvent reliées à la masse. Les électrodes actives peuvent être de différentes formes.

L'application d'une haute tension entre les deux électrodes génère un écoulement appelé : vent ionique. Son origine s'explique par le mouvement des porteurs de charge entre les électrodes drainant avec eux les molécules neutres de l'air.

Un dépoussiéreur électrostatique ou électro filtre utilise l'effet couronne pour ioniser les poussières contenues dans l'air, les accélérer et les déposer sur des électrodes collectrices d'où elles seront éliminées par frappe ou lavage[42].

#### 4. Séparateurs électrostatiques :

Comme la plupart des applications de l'électrostatique, la séparation des matériaux granulaires a réalisé un développement significatif ces 30 dernières années[38][43]

De nouvelles technologies ont été développées, et le spectre des matériaux traités est devenu extrêmement large. En dépit de la diversification, la séparation haute tension à tambour représente la plus importante partie du marché.

##### ✓ -Principe de fonctionnement d'un séparateur électrostatique :

Le schéma de la figure (I-14) montre les différents éléments composant le séparateur et le rôle de chacun d'eux. Des charges électriques sont créés par ionisation de l'air grâce à la décharge couronne générée par l'électrode à pointes (1), appelée électrode. Les granules déposés sur le cylindre tournant (2) par le vibra – transporteur,(3) acquièrent tous une charge électrique  $q$  de même signe que le potentiel de la haute tension continue, et se comportent différemment suivant qu'ils soient électriquement conducteurs ou isolants.

Les granules isolants restent collés au tambour et adhèrent à sa surface grâce à la force d'image électrique. Ils tombent dans le collecteur (6), dans la partie qui leur est réservée, lorsque la force de pesanteur l'emporte sur la force d'image. Pour assurer la chute de ces particules, certains électro – séparateurs sont équipés par une autre électrode de neutralisation (7), pour éliminer la charge  $q$  par neutralisation. Les particules qui ne tombent pas et qui restent collées sont éliminées mécaniquement par une brosse (5).



Les granules conducteurs perdent rapidement la charge  $q$  acquise par effet couronne, à travers le cylindre relié à la terre. En arrivant dans la zone du champ électrostatique généré par l'électrode statique de forme elliptique (4), ils acquièrent par induction électrostatique une charge de signe opposé au potentiel de la haute tension continue. Ils sont ensuite attirés par l'électrode elliptique et déposés dans la partie droite du collecteur.

Dans tous les cas, le produit granulaire à séparer est déposé sur la surface de l'électrode cylindrique reliée à la terre, qui l'introduit dans la zone du champ électrique. Deux mécanismes de charge sont simultanément employés: "bombardement ionique" et "induction électrostatique". Le premier est destiné aux particules isolantes seulement, passant à travers la décharge couronne, le deuxième implique seulement les particules conductrices en contact avec le tambour en présence d'un champ électrique externe, à savoir le champ électrostatique créée par électrode elliptique.

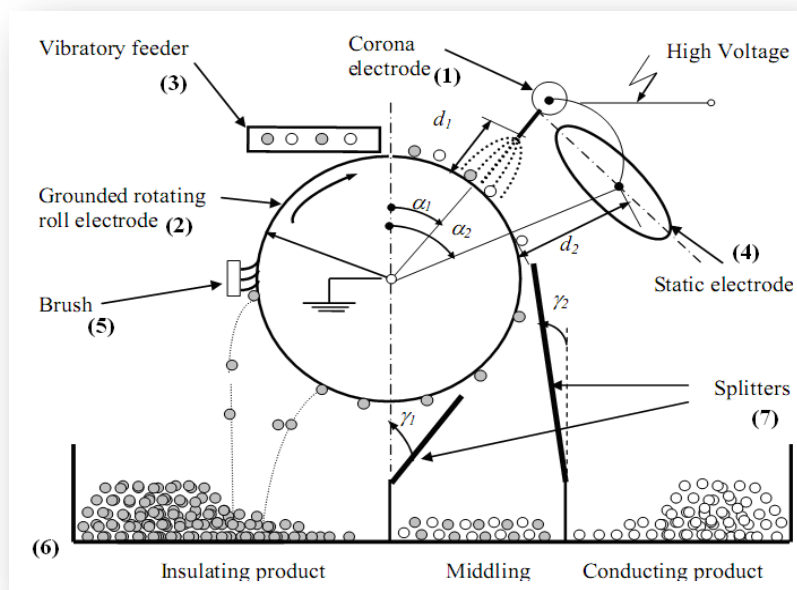


Figure I-14: Principe de fonctionnement d'un séparateur électrostatique

- (1) : Electrode couronne reliée à une H.T continue.
- (2) : Electrode cylindrique reliée à la terre.
- (3) : Vibro-transporteur.
- (4) : Electrode statique reliée à la même HT continue.
- (5) : Brosse.
- (6) : Collecteur de particules.
- (7) : Electrode de neutralisation reliée à une H.T alternative

### I.11. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté une synthèse bibliographique de la décharge électrique où nous avons entamé les différents paramètres physiques de la décharge électrique et les différents régimes de cette dernière. Nous avons terminé ce chapitre par quelques applications de la décharge couronne et leurs inconvénients.

Dans le chapitre qui suit, nous donnerons la méthodologie des plans d'expériences.

### II.1. Introduction :

L'expérimentateur, quel que soit son domaine d'étude, est toujours confronté au problème difficile de l'organisation optimale de ses essais. La planification expérimentale regroupe un ensemble de techniques statiques destinées à analyser le comportement d'un système expérimental dans le but d'en comprendre et améliorer le fonctionnement.

Dans toutes les entreprises, et quel que soit le secteur d'activité, le technicien ou l'ingénieur est amené à comprendre comment réagit un système en fonction des différents facteurs qui sont susceptibles de le modifier. Pour vérifier l'évolution du processus, il mesure une réponse, et à partir de différents essais, il va tenter d'établir des relations de cause à effet entre la (ou les) réponse(s) et les différents facteurs (figure II.1).

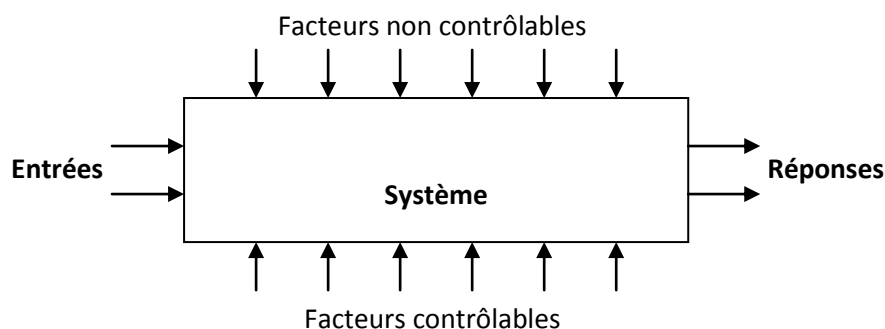


Figure II.1 : L'environnement du système

Parmi les facteurs, on distinguera :

- ✓ Les facteurs contrôlables qui dépendent directement du choix.
- ✓ Les facteurs non contrôlables qui varient indépendamment des choix (conditions climatiques, environnement d'utilisation...).

Il n'est pas simple de réaliser de telles relations entre réponse et facteurs, surtout s'il existe des interactions entre les facteurs ; **les plans d'expériences** permettent de réaliser ce type de relation, en minimisant le nombre d'expériences tout en maximisant la précision du résultat.

La méthode des plans d'expériences n'est pas une technique nouvelle. Elle date en fait du début du siècle avec les travaux de Fisher (1925). D'abord utilisé dans un cadre agricole, maintenant très répandus dans les domaines de l'industrie électronique, de la métallurgie, des processus chimiques,...etc. et ils sont devenus en quelques sortes la vedette des méthodes de contrôle du processus, notamment depuis l'apparition des travaux de docteur Taguchi[44].

### II.2. Principe de la méthode :

Augmenter ses connaissances, c'est trouver la réponse à une question posée. On commence donc par se poser une ou plusieurs questions (Figure II.2). Par exemple, si l'on désire connaître l'influence des paramètres géométriques ou bien climatiques sur le courant de l'effet couronne, pour une géométrie pointe-plan, on pourra se poser les questions suivantes qui, bien sûr, ne sont pas limitatives :

- ✓ Quel est diamètre du fil ?
- ✓ Quelle est l'incidence de l'humidité sur le courant de la décharge couronne ?
- ✓ Quelle est l'incidence de la température sur le courant de la décharge couronne ?

Ces questions délimitent le problème à résoudre et fixent les travaux à exécuter. Il est donc important de se poser les questions qui correspondent réellement au problème. Bien sûr, avant d'entreprendre des expériences, il est prudent de vérifier que l'information cherchée n'existe pas déjà ailleurs.

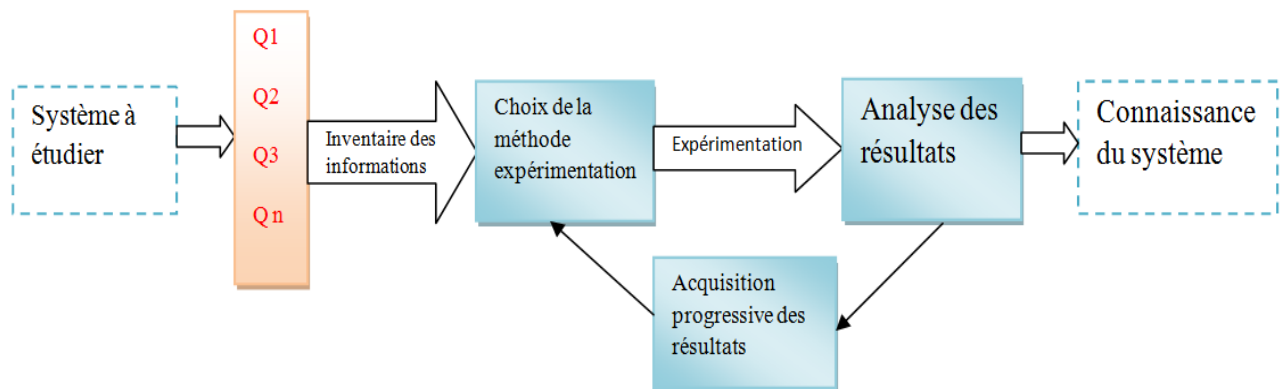


Figure II.2 : Évolution d'obtention des idées

L'expérimentateur qui réfléchit aux expériences, doit se poser les questions suivantes :

- ✓ Comment sélectionner les expériences qui sont à faire ?
- ✓ Quelles sont les expériences qu'il ne faut pas effectuer ?
- ✓ Existe-t-il une meilleure stratégie qu'une autre ?

On entend par meilleure, une stratégie :

- ✓ Qui conduirait le plus rapidement possible aux résultats espérés ;
- ✓ Qui éviterait de réaliser des expériences inutiles ;
- ✓ Qui apporterait la meilleure précision possible sur les résultats ;
- ✓ Qui permettrait d'avancer à coût sur ;
- ✓ Qui conduirait à la modélisation et à l'optimisation des phénomènes étudiés.

Les trois aspects essentiels du processus d'acquisition des connaissances sont les suivantes :

- ✓ Le choix de la méthode d'expérimentation,
- ✓ L'analyse des résultats,
- ✓ L'acquisition progressive de la connaissance.

De manière générale, la méthode des plans d'expériences cherchera à déterminer et à établir les liens existant entre deux types de variables :

- ✓ **La réponse** : grandeur physique étudiée ;
- ✓ **Les facteurs** : grandeurs physiques modifiable par l'expérimentateur, sensées influencer sur les variations de la réponse.

Les deux principales utilisations possibles de la méthode des plans d'expériences (MPE) sont :

✓ *La technique du Screening*[45] :

Parmi les facteurs recensés par l'expérimentateur, cet outil permet de déterminer ceux qui ont une influence statiquement non négligeable sur les variations de la réponse. On procède ainsi implicitement à une simplification du problème. On recherche pourquoi la réponse varie (en fonctions de quels facteurs)

✓ *La méthodologie des surfaces de réponse*[46]:

Les variations de la réponse sont calculées en fonction des facteurs précédemment jugés influents. Cette étude est d'avantage quantitative, le but étant de déterminer comment la réponse varie.

Pour résumer, la méthode des plans d'expériences (MPE) est donc l'ensemble de techniques complémentaires aidant son utilisateur dans la détermination des expériences à réaliser ainsi que la compréhension et l'exploitation des résultats obtenus. Ces outils s'appuient essentiellement sur des bases statistiques et algébriques. Cette particularité induit la possibilité quasi permanente de connaître des erreurs concédées sur les données expérimentales et sur celles qui en sont déduites.

Les travaux présentés dans cette thèse portent sur l'application de la MPE à l'étude de l'effet couronne. La MPE a pour but la détermination des modèles mathématiques approchés des réponses exprimées en fonction des facteurs.

### **II. 3. Terminologie :**

La grandeur d'intérêt, qui est généralement notée  $y$ , porte le nom de réponse. Les variables qui peuvent modifier la réponse sont appelées facteurs. On parle donc des facteurs qui influent sur une réponse. Les termes facteur et réponse sont universellement employés dans le domaine des plans d'expériences.

#### **➤ Les différents types de facteurs :**

La construction des plans et l'explication des résultats dépendent en grande partie des types de facteurs rencontrés dans l'étude. On distingue plusieurs types de facteurs[45]. Nous porterons les types de facteurs suivants : les facteurs continus, les facteurs discrets, les facteurs ordonnables et les facteurs booléens.

- ❖ **Facteurs continus** : La pression est un exemple de facteur continu. Dans un intervalle de pression donné, on peut choisir toutes les valeurs possibles. Il en est de même d'une longueur, d'une concentration ou d'une température. Les valeurs prises par les facteurs continus sont donc représentées par des nombres continus.
- ❖ **Facteurs discrets** : Au contraire, les facteurs discrets ne peuvent prendre que des valeurs particulières. Ces valeurs ne sont pas forcément numériques : on peut représenter un facteur discret par un nom, une lettre, une propriété ou même par un nombre qui n'a alors en soi aucune valeur numérique mais qu'une signification de repère.

Par exemple, on peut s'intéresser aux couleurs d'un produit : bleu, rouge et jaune sont des facteurs discrets.

- ❖ **Facteurs ordonnables** : Il s'agit de facteurs discrets que l'on peut mettre dans un ordre logique. Par exemple, grand, moyen, petit, ou encore premier, deuxième, troisième et quatrième.
- ❖ **Facteurs booléens** : Les facteurs booléens sont des facteurs discrets qui ne peuvent prendre que deux valeurs : haut ou bas, ouvert ou fermé, blanc ou noir, ...etc.

Nous insisterons sur les facteurs continus qui sont les plus couramment utilisés.

➤ **Espace expérimentale** :

Pour montrer l'espace expérimental nous utiliserons un espace à deux dimensions, « facteur 1 × facteur 2 » et chacun d'eux représente une expérience. Ce qui facilitera les représentations graphiques (Figure II.3). L'espace expérimental comprend tous les points du plan[47].



Figure : II.3. espace expérimentale

S'il y a un troisième facteur, on le représente aussi par un axe orienté et gradué, et on le positionne perpendiculairement aux deux premiers. À partir de quatre facteurs, on opère de même, mais il n'y a plus de représentation géométrique possible et l'on doit adopter une représentation purement mathématique de l'espace expérimental qui est un hyper volume à quatre dimensions.

- **Domaine d'un facteur** [45]: Un expérimentateur qui lance une étude s'intéresse à une grandeur qu'il mesure à chaque essai. Cette grandeur s'appelle la **réponse**, c'est la grandeur d'intérêt. La valeur de cette grandeur dépend de plusieurs variables. Au lieu du terme «variable» on utilisera le mot **facteur**. La réponse dépend donc de un ou de plusieurs facteurs. Le premier facteur peut être représenté par un axe gradué et orienté (Figure II.4). La valeur donnée à un facteur pour réaliser un essai est appelée **niveau**. Lorsqu'on étudie l'influence d'un facteur, en général, on limite ses variations entre deux bornes. La borne inférieure est le niveau bas. La borne supérieure est le niveau haut.

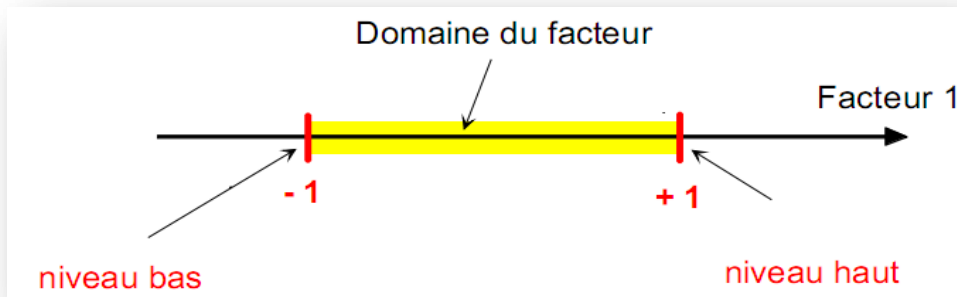


Figure II.4 : Le niveau bas du facteur est noté par  $-1$  et le niveau haut par  $+1$ . Le domaine de variation du facteur est constitué de toutes les valeurs comprises entre le niveau bas et le niveau haut.

➤ **Coordonnées centrées réduites :**

Lorsque l'on attribue la valeur  $(-1)$  au niveau bas et la valeur  $(+1)$  au niveau haut, on effectue deux modifications importantes :

- On change l'unité de mesure : par exemple, si on prend la température comme facteur, le niveau bas est  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$  et le niveau haut  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ , il y a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  entre ces deux valeurs, soit 20 fois l'unité courante de température. Entre  $-1$  et  $+1$ , il y a deux unités nouvelles[47].

La nouvelle unité vaut donc  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ , on lui donne le nom de *pas*.

- On déplace l'origine des mesures : dans l'exemple choisi, le milieu de l'intervalle  $[-1, +1]$  correspond à la température de  $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ . La nouvelle origine, notée zéro, diffère donc de l'origine exprimée en unités courantes[48].

Ces deux modifications entraînent l'introduction de nouvelles variables que l'on appelle variables centrées réduites (v.c.r.) (centrées pour indiquer le changement d'origine et réduites pour signaler la nouvelle unité).

Le passage des variables d'origine  $A$  aux variables centrées réduites  $x$ , et inversement, est donné par la formule suivante :

$$x = \frac{A - A_0}{\text{pas}} \quad (\text{II.1})$$

Avec :

$A_0$  : La valeur centrale en unités courantes.

L'intérêt des v.c.r. est de pouvoir présenter les plans d'expériences de la même manière quels que soient les domaines expérimentaux retenus et quels que soient les facteurs, ce qui donne une grande généralité de présentation à la théorie des plans d'expériences.

L'utilisation des v.c.r. est très répandue dans les logiciels de plans d'expériences et certaines opérations comme la recherche des meilleurs points d'expériences par le critère de Doptimalité n'est réalisable qu'avec ces variables.

Les variables codées résultent du rapport de deux grandeurs de même unité physique, elles sont donc sans dimension. La disparition des unités naturelles associée au fait que tous les facteurs ont le même domaine de variation (deux unités codées) permet la comparaison directe des effets des facteurs entre eux.

➤ *Matrice d'expérience :*

La MPE indique toutes les expériences à réaliser sous forme d'une matrice d'expérience (ou matrice des essais). Il s'agit d'une formulation mathématique du plan d'expérience qui lui est plus attaché aux aspects pratiques de l'expérimentation.

La représentation géométrique d'un plan d'expérience est commode pour imaginer la position des points expérimentaux dans le domaine d'étude, mais elle ne peut plus être employée dès que le nombre de facteurs est supérieur à trois.

**II.4. Technique de Screening**[46][48]:

En a étudiés la technique de Screening permet de déterminer parmi un ensemble initial de facteurs les éléments influents. Les plans d'expériences pour l'étude des effets des facteurs sont les dispositifs expérimentaux les plus anciens et les plus répandus aussi bien dans la littérature que dans les logiciels. Ils permettent l'étude des conséquences d'un changement de modalité de chaque facteur sur une réponse et les interactions éventuelles entre différents effets de facteurs agissants sur un processus.

Les plans d'expériences pour l'étude des effets des facteurs constituent généralement une étape préliminaire à une étude d'optimisation en permettant d'isoler, parmi des nombreux facteurs d'une étude ceux qui sont les plus influents :

On parle dans ce cas de plan de criblage (screening design). De façon plus générale les expressions dérivées de la locution anglaise « factorial design » désignent des dispositifs expérimentaux pour l'étude des effets des facteurs. Les représentations graphiques les plus rencontrées afin de récupérer l'information contenue par le model associé à l'analyse des résultats d'essais d'un plan d'expériences pour l'étude des effets des facteurs sont les suivants:

1. Le tracé des effets moyens des facteurs ;
2. La contribution des facteurs dans la variation d'une réponse ;
3. La représentation des couplages entre les effets des facteurs.

**II.4.1.Plans factoriels :**

L'étude d'un phénomène peut, le plus souvent, être schématisé de la manière suivante : On s'intéresse à une grandeur  $Y$  que nous appellerons par la suite *Réponse* qui dépend d'un grand nombre de variables,  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , que nous appellerons *Facteurs*.

La modélisation mathématique consiste à trouver une fonction  $f$  telle que  $Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Une méthode classique d'étude consiste en la mesure de la réponse  $Y$  pour plusieurs valeurs de la variable  $x_i$  tout en laissant fixe la valeur des  $(n - 1)$  autres variables. On itère alors cette méthode pour chacune des variables. Ainsi, par exemple, si nous avons 4 variables et si l'on décide de donner 5 valeurs expérimentales à chacune d'elles, nous sommes conduits à effectuer  $5^4 = 625$  expériences. Ce nombre élevé dépasse les limites de faisabilité tant en temps qu'en coût. Il faut donc réduire le nombre d'expériences à effectuer sans pour autant perdre la qualité des résultats recherchés. Le traitement de ces résultats se fait à l'aide du calcul statistique et de l'analyse de la variance.

### II.4.2. Concepts fondamentaux : effets, interactions :

Les plans d'expériences factoriels à deux niveaux sont les plus simples, ils sont aussi les plus utiles car ils forment la base de tous les débuts d'étude. Les premiers résultats obtenus grâce à ces plans peuvent toujours être complétés par de nouvelles expériences permettant d'atteindre le degré de précision et d'information recherché.

Nous allons d'abord décrire le cas simple du plan  $2^2$ , commençons par expliquer cette notation :

- ❖ le 2 en exposant signifie qu'il y a deux facteurs étudiés ;
- ❖ l'autre 2 signifie que chaque facteur prend deux niveaux.

Cette notation se généralise immédiatement pour un plan comportant l'étude de  $k$  facteurs prenant chacun deux niveaux, donc il s'agit d'un plan  $2^k$ .

On peut donner une représentation géométrique du domaine d'étude (figure II.5). Chaque point de ce domaine représente des conditions opératoires possibles donc une expérience que l'opérateur pourrait réaliser.

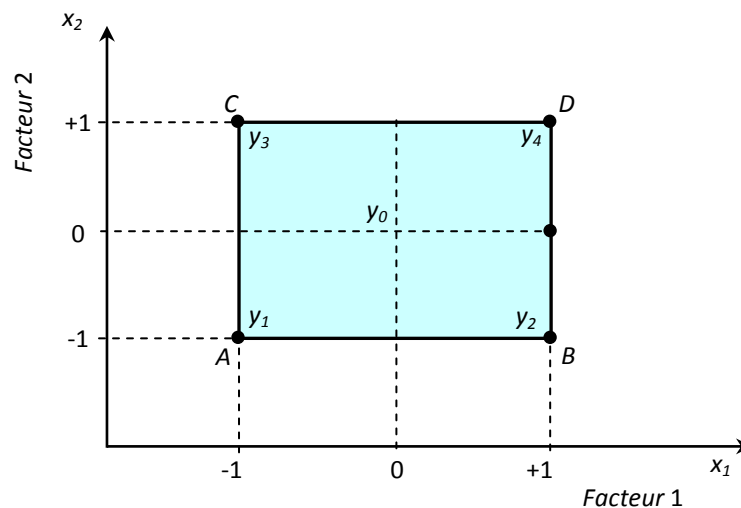


Figure. II.5. Définition du domaine d'étude

Le choix des meilleures expériences est le problème fondamental de l'expérimentateur. En l'absence de toute information sur la fonction  $f$ , on se donne, a priori, une loi d'évolution de la réponse en fonction des variables. Comme on ne désire effectuer, dans un premier temps, que deux essais par facteur, soit deux niveaux par facteur, on adopte une loi du premier degré par rapport à chaque variable. Cette loi est la suivante pour les plans factoriels complets comportant deux facteurs:

$$Y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{12} x_1 x_2 \quad (\text{II-2})$$

Avec ces hypothèses, on démontre que le meilleur emplacement des points expérimentaux se situe aux sommets du carré représentant le domaine d'étude : points A, B, C et D.



La figure II.5 illustre les expériences à réaliser et le domaine d'étude. Mais cette représentation géométrique est commode pour comprendre le mécanisme des plans d'expériences, elle ne peut plus être employée dès que le nombre de facteurs est supérieur à trois.

Pour les espaces multidimensionnels, nous adopterons une représentation matricielle. Pour montrer la correspondance entre les deux représentations, géométrique et matricielle, nous allons expliquer la construction de la matrice d'expériences du plan  $2^2$  associée à la figure II.5.

La matrice d'expériences est constituée de deux sous-tableaux : le premier définit les essais à réaliser et le second le domaine d'étude (Tableau II.1). Le premier sous tableau comprend trois colonnes ; la première identifie les essais : ici par exemple : 1, 2, 3 et 4 ; la seconde et la troisième indiquent les coordonnées des points représentatifs des expériences prévues. Le deuxième sous tableau indique, en unités courantes, les valeurs des niveaux haut et bas de chacun des facteurs. À titre d'exemple, nous avons indiqué des tensions et des distances inter-électrodes. Les deux représentations, géométrique et matricielle, sont équivalentes. Il faut savoir passer de l'une à l'autre pour bien interpréter les résultats des plans d'expériences.

Essais à réaliser		
N° Essai	Facteur 1	Facteur 2
1 (A)	-1	-1
2 (B)	+1	-1
3 (C)	-1	+1
4 (D)	+1	+1
Domaine d'étude		
Niveau -	1cm	10 kV
Niveau +	2cm	18Kv

Tableau II.1. Matrice d'expériences

#### a) Effet d'un facteur :

L'expérimentateur ayant réalisé les essais est en possession de quatre valeurs de la réponse:  $y_1, y_2, y_3$  et  $y_4$  ; Il a donc un système de quatre équations à quatre inconnues. Les inconnues étant les coefficients du modèle :  $a_0, a_1, a_2$  et  $a_{12}$ . ; En remplaçant dans la relation (II-2) les  $x_i$  par leur valeur du tableau II.1, on obtient :

$$y_1 = a_0 - a_1 - a_2 + a_{12} \quad (\text{II-3})$$

$$y_2 = a_0 + a_1 - a_2 - a_{12} \quad (\text{II-4})$$

$$y_3 = a_0 - a_1 + a_2 - a_{12} \quad (\text{II-5})$$

$$y_4 = a_0 + a_1 + a_2 + a_{12} \quad (\text{II-6})$$

La résolution de ce système donne :

$$a_0 = \frac{1}{4} (+y_1 + y_2 + y_3 + y_4) \quad (\text{II-7})$$

$$a_1 = \frac{1}{4} (-y_1 + y_2 - y_3 + y_4) \quad (\text{II-8})$$

$$a_2 = \frac{1}{4} (-y_1 - y_2 + y_3 + y_4) \quad (\text{II-9})$$

$$a_{12} = \frac{1}{4} (+y_1 - y_2 - y_3 + y_4) \quad (\text{II-10})$$

- Signification de  $a_0$

Si nous donnons à  $x_1$  et à  $x_2$  la valeur zéro, nous définissons le centre du domaine d'étude. La relation (II-2) devient alors :

$$y_0 = a_0 \quad (\text{II-11})$$

Le coefficient  $a_0$  est la valeur de la réponse au centre du domaine d'étude. La formule (II-6) montre également que  $a_0$  peut être considéré comme *la moyenne des quatre réponses*.

- Signification de  $a_1$  :

Donnons la valeur zéro à  $x_2$ , la relation (II.2) devient :

$$y = a_0 + a_1 \cdot x_1 \quad (\text{II-12})$$

Puis, donnons maintenant successivement à  $x_1$  les valeurs  $-1$  et  $+1$ , on obtient les deux réponses  $y_-$  et  $y_+$  :

$$y_- = +a_0 - a_1 \quad (\text{II-13})$$

$$y_+ = +a_0 + a_1 \quad (\text{II-14})$$

D'où :

$$a_1 = \frac{1}{2} (+y_+ - y_-) \quad (\text{II-15})$$

$y_-$  : est la valeur de la réponse pour le point de coordonnées  $x_1 = -1$  et  $x_2 = 0$ , c'est-à-dire celle qui correspond au point milieu du segment AC (Figure II.3).

Aucune expérience n'a été réalisée en ce point mais, si l'on utilise la relation (II.11), on vérifie qu'est  $y_-$  la moyenne des réponses au niveau bas du facteur  $I$ , en effet :

$$y_- = +a_0 - a_1 \quad (\text{II-16})$$

Ce qui donne :

$$y_- = \frac{1}{2} (+y_1 + y_3) \quad (\text{II-17})$$

On montrerait de même que  $y_+$  est la moyenne des réponses au niveau haut du facteur  $I$  :

$$y_+ = \frac{1}{2} (+y_2 + y_4) \quad (\text{II-18})$$

$a_1$  est donc la demi-différence entre ces deux moyennes. On peut dire aussi que  $a_1$  représente la moitié de la variation de la réponse quand on passe du niveau bas au niveau haut du facteur 1.

Ce résultat est important car il donne la signification du coefficient  $a_1$ . C'est la variation de la réponse due au facteur 1 seul, quand on passe du centre du domaine d'étude au niveau haut de ce facteur ;  $a_1$  s'appelle *l'effet du facteur 1*.

On démontrerait de même que  $a_2$  est *l'effet du facteur 2*. Il est commode de représenter l'effet d'un facteur comme l'indique la figure I.6 où l'on fait appel au plan de coupe  $yo x_1$  passant par  $x_2 = 0$  pour le facteur 1.

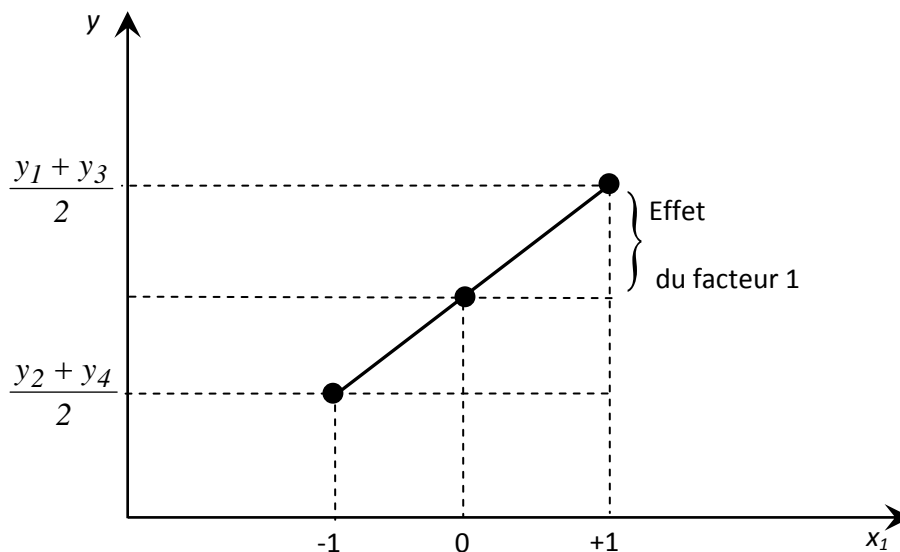


Figure I.6 : Représentation de l'effet d'un facteur dans le plan vertical passant par  $x_2$

### b) Interaction entre deux facteurs :

L'effet d'un facteur a été défini au niveau zéro de l'autre facteur. Mais on peut aussi définir l'effet d'un facteur pour un autre niveau de l'autre facteur. En particulier, on peut introduire l'effet d'un facteur soit au niveau  $-1$ , soit au niveau  $+1$  de l'autre facteur. L'effet du facteur 1 au niveau  $-1$  du facteur 2 est la demi-différence entre  $y_2$  et  $y_1$ , et l'effet du facteur 1 au niveau  $+1$  du facteur 2 est la demi-différence entre  $y_4$  et  $y_3$ . Si ces deux effets sont égaux, on dit qu'il n'y a pas d'interaction entre les facteurs. Si ces deux effets sont différents, on dit qu'il y a interaction entre les deux facteurs.

Il y a donc interaction lorsque l'effet d'un facteur dépend du niveau de l'autre facteur.

Par définition, la valeur de l'interaction, notée  $E_{12}$ , est la demi-différence entre l'effet du facteur 1,  $e_+$ , au niveau haut du facteur 2 et l'effet du facteur 1,  $e_-$ , au niveau bas du facteur 2.

On a :

$$E_{12} = \frac{1}{2}(e_+ - e_-) \quad (\text{II-19})$$

En développant :

$$E_{12} = \frac{1}{4}(+ y_1 - y_2 - y_3 + y_4) \quad (\text{II-20})$$

Si l'on compare la valeur de  $E_{12}$  à celle de  $a_{12}$ , relation (II-10), on constate qu'elle lui est égale. Si l'on faisait le même calcul pour le facteur 2, en prenant les niveaux haut et bas du facteur 1, on trouverait que l'interaction est la même et qu'elle est égale, elle aussi, à  $a_{12}$ .

### c) Calcul de l'effet d'un facteur :

Reprenons la formule (II-8) qui donne l'effet du facteur 1 :

$$a_1 = \frac{1}{4}(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4) \quad (\text{II-21})$$

On constate :

- que toutes les réponses participent au calcul de l'effet ;
- que chaque réponse est précédée d'un signe et que la suite de ces signes est la même que celle de la colonne du facteur 1 dans la matrice d'expériences, soit  $- + - +$  ;
- qu'il y a un coefficient, (ici  $1/4$ ), dont le dénominateur est égal au nombre d'expériences effectuées.

On remarque qu'il en est de même pour le facteur 2, la suite des signes étant cette fois  $- - + +$ , c'est-à-dire celle de la colonne du facteur 2 dans la matrice d'expériences.

Le calcul pratique d'un effet est le suivant : on multiplie chaque réponse par le signe correspondant de la colonne du facteur ; on additionne les produits et l'on divise la somme par le nombre d'expériences.

### d) Matrice de calcul des effets :

Nous venons de voir que les signes de la matrice d'expériences permettent de calculer les effets. Mais il faudrait pouvoir calculer aussi la moyenne et l'interaction.

#### ▪ Calcul de la moyenne

Le processus de calcul adopté pour les effets peut s'appliquer en utilisant une colonne de signes  $+$  puisqu'il n'y a que ce signe dans la formule (II-8).

#### ▪ Calcul de l'interaction

La suite des signes de la relation (II-11) est  $+ - - +$ . Chacun de ces signes provient du produit  $x_1 x_2$  figurant dans la relation (II-2). On peut retrouver cette suite de signes de la manière suivante : on écrit, en colonne, les signes correspondant à  $x_1$  et à  $x_2$ , puis on applique la règle des signes :

$x_1$	$x_2$	$x_1x_2$
-	-	+
+	-	-
-	+	-
+	+	+

Cette colonne de signes permet de calculer l'interaction par le même mécanisme que celui déjà décrit pour les effets ou la moyenne.

Ayant la matrice d'expériences, il est facile de construire la matrice de calcul des effets (Tableau II-2) en ajoutant une colonne de signes + pour la moyenne et en calculant celle de l'interaction par la règle des signes.

N° Essai	Moyenne	Facteur 1	Facteur 2	Interaction 12
1	+1	-1	-1	+1
2	+1	+1	-1	-1
3	+1	-1	+1	-1
4	+1	+1	+1	+1

Tableau II-2. Matrice de calcul des effets

### II.5. Plans factoriels complets

Il s'agit de plans pour lesquels on étudie  $k$  facteurs prenant chacun deux niveaux. Le modèle mathématique adopté a priori est un polynôme prenant en compte la moyenne, les effets de chaque facteur et toutes les interactions entre les facteurs pris deux à deux, trois à trois, quatre à quatre, ...,  $k$  à  $k$ .

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ijl} x_i x_j x_l + \dots + \sum a_{ij\dots k} x_i x_j \dots x_k \tag{II-21}$$

Un plan  $2^k$  comporte  $2^k$  points expérimentaux qui se situent aux  $2^k$  sommets d'un hyper cube de  $k$  dimensions. Le modèle mathématique contient  $2^k$  coefficients qui sont les inconnues. L'ensemble des résultats d'un plan  $2^k$  conduit donc à un système de  $2^k$  équations à  $2^k$  inconnues, si l'on ne tient pas compte des erreurs expérimentales. Ce système peut se mettre sous la forme matricielle :

$$Y = Xa \tag{II-22}$$

**Avec :**

$Y$  : vecteur ayant pour composantes les réponses de chaque essai, et représenté par une matrice colonne ( $2^k, 1$ ),

$a$  : vecteur ayant pour composantes la moyenne, les effets des facteurs et toutes les interactions, et représenté par une matrice colonne  $(2^k, 1)$  ; ces composantes sont les inconnues que l'on cherche à déterminer,

$X$  : matrice carrée  $(2^k, 2^k)$  composée de  $- 1$  et  $+ 1$  suivant les valeurs des niveaux  $x_i$ .

Si nous reprenons le système du plan  $2^2$  du paragraphe II.4.2., la relation (II-22) prend la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \tag{II-23}$$

La matrice  $X$  comporte une colonne de  $+ 1$  et trois colonnes ayant chacune autant de signes positifs que de signes négatifs. Si l'on multiplie signe à signe deux quelconques de ces quatre colonnes et que l'on additionne les produits, on trouve zéro. On dit que la matrice est orthogonale. Cette propriété est très importante car, dans ce cas, l'inverse de  $X$  est égale à la transposée de  $X$  divisée par le nombre de lignes  $n$ . En effet, d'après *Hadamard*, on a, pour ce type de matrice, la relation suivante :

$$X^t X = nI \tag{II-24}$$

Avec  $n$  multiple de 4 et  $I$  représentant la matrice unité. L'opération compliquée de l'inversion d'une matrice se réduit alors à la transposition de  $X$ , soit un simple échange de lignes et de colonnes. Le calcul de l'inconnue  $a$  s'effectue à partir de la relation (II-22), en tenant compte de la relation :

$$\left. \begin{array}{l} X^t Y = X^t X a \\ X^t Y = nI a \\ a = \frac{1}{n} X^t Y \end{array} \right\} \tag{II-25}$$

Cette relation est valable pour tous les plans factoriels complets. Chaque élément de  $a$  est donc de la forme :

$$a_1 = \frac{1}{n} [\pm y_1 \pm y_2 \pm y_3 \pm \dots \pm y_n] \tag{II-26}$$

La relation semblable à (II-7), (II-8), (II-9) et (II-10) nous permet de généraliser le processus de calcul que nous avons décrit pour le plan  $2^2$  pour tous les plans  $2^k$ .

### II.6.Plans factoriels fractionnaires

Les plans factoriels fractionnaires sont très utiles car ils permettent de diminuer considérablement le nombre de essais. Mais, pour que les résultats de tels plans soient correctement interprétés, il faut avoir la condition d'orthogonalité. Deux actions disjointes, *i.e.* ne comportant pas de facteur en commun, sont orthogonales si, à chaque niveau de l'une, tous les niveaux sont associés le même nombre de fois dans le plan d'expériences (figure II-5).

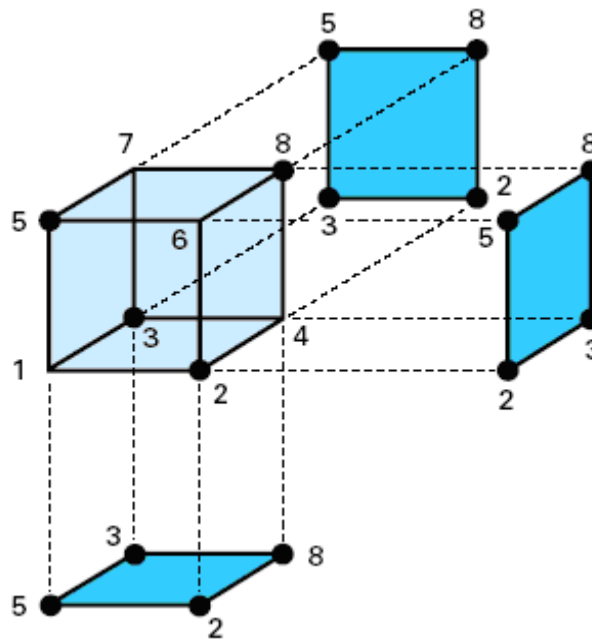


Figure II.7. Projection des points d'expériences d'un plan fractionnaire sur les faces du cube

Un plan d'expériences est orthogonal vis-à-vis du modèle si toutes les actions disjointes du modèle sont orthogonales dans le plan d'expériences.

Pour trois facteurs prenant deux niveaux, le plan complet est noté  $2^3$ . Il comporte huit essais. Le plan fractionnaire, moitié du plan complet, n'a que quatre essais soit  $1/2 \cdot 2^3$  ou  $2^{3-1}$  essais. Chaque chiffre de cette notation a une signification :

- ❖ le 3 signifie qu'il y a trois facteurs étudiés ;
- ❖ le 2 signifie que chaque facteur prend deux niveaux ;
- ❖ le 1 signifie qu'il y a un facteur supplémentaire par rapport au plan complet sur lequel est construit le plan de base.

Le plan de base  $2^3$  peut avoir un facteur supplémentaire, on le notera  $2^{4-1}$  : quatre facteurs étudiés, deux niveaux par facteur et un facteur supplémentaire.

Le plan de base  $2^3$  peut avoir deux facteurs supplémentaires, on le notera  $2^{5-2}$  : cinq facteurs étudiés, deux niveaux par facteur et deux facteurs supplémentaires.

Un plan fractionnaire à deux niveaux avec lequel on étudie  $k$  facteurs dont  $p$  supplémentaires se note  $2^{k-p}$ .

On prend l'exemple d'un plan complet  $2^3$  et écrivons la matrice d'expériences pour quatre essais : 2, 3, 5 et 8. Ces essais sont disposés comme l'indique la figure II-8 et leurs coordonnées conduisent à une matrice orthogonale.

La matrice d'expériences du plan fractionnaire est donnée par le tableau II-3 où les essais ont été volontairement mis dans un certain ordre.

N° essai	Facteur 1	Facteur 2	Facteur 3	Réponse
5	-1	-1	+1	$y_5$
2	+1	-1	-1	$y_2$
3	-1	+1	-1	$y_3$
8	+1	+1	+1	$y_8$
Niveau -	Faible	faible	A	
Niveau +	Forte	forte	B	

Tableau II-3: Matrice d'expériences du plan fractionnaire du plan  $2^3$

Pour calculer les effets, on applique la même méthode que pour les plans complets : on multiplie les réponses par les signes correspondants des colonnes, on additionne ces produits et on divise leur somme par le nombre d'essais.

Comme conclusion de ce sous-chapitre que le modèle du premier degré permet de calculer la valeur de la réponse au centre du domaine d'étude. Il est facile de comparer cette valeur calculée à la mesure réelle effectuée en ce point. Si ces deux valeurs diffèrent peu, on peut considérer le modèle du premier degré comme valide; si elles diffèrent trop, il faut adopter un modèle polynomial du second degré. On réalise alors des expériences supplémentaires pour déterminer tous les coefficients de ce nouveau modèle.

Au lieu d'effectuer une seule mesure au centre du domaine, on peut en faire plusieurs. Cela permet d'obtenir une estimation de l'erreur expérimentale.

On remarquera que des mesures au point central introduisent un niveau supplémentaire d'étude des facteurs. Il y a maintenant trois niveaux par facteur : - 1, 0 et + 1.



**II. 6.1. Plans factoriels fractionnaires  $2^{k-p}$ :**

Les plans factoriels complets sont des plans sans risque, car chaque point expérimental choisi est le siège d'un essai. En effet, dans ce type de plan toutes les interactions peuvent être calculées. En présence de 4 facteurs à 3 niveaux le domaine expérimental est défini par l'ensemble  $3^4 = 81$  essais, pour 11 facteurs à 2 niveaux  $2^{11} = 2048$  essais. Comme on peut le constater, le nombre des essais réalisables dépasse le plus souvent les ressources que l'on peut affecter économiquement et techniquement à une étude. La question que l'on peut se poser : est-il nécessaire de réaliser toutes les expériences du plan complet pour estimer le modèle du système ? En d'autres termes, est-il nécessaire de réaliser un essai à chaque point retenu ?

Les plans factoriels fractionnaires  $2^{k-p}$  sont un des aspects les plus intéressants de la méthode des plans d'expérience. Ils donnent la possibilité de réaliser des plans factoriels à  $k$  facteurs avec moins de  $2^k$  expériences. Les méthodes de calcul et de représentation exposées précédemment resteront les mêmes dans le cas des plans fractionnaires. L'étude des plans factoriels fractionnaires est capitale car c'est grâce à ces plans que l'on diminue considérablement le nombre d'expérience. Dans ce qui suit, on va se limiter à l'étude d'un modèle comportant trois facteurs à deux niveaux  $2^{3-1}$ .

**II.6.1.1. Plans fractionnaire  $2^{3-1}$ :**

Pour trois facteurs prenant deux niveaux, le plan complet est noté  $2^3$ . Il comporte huit essais.

Le plan fractionnaire correspondant n'a que quatre essais soit  $\left(\frac{1}{2}\right) 2^3$  c'est-à-dire  $2^{3-1}$  essais.

La signification de cette dernière notation est la suivante :

- ✓ le 3 signifie qu'il y a trois facteurs étudiés ;
- ✓ le 2 signifie que chaque facteur prend deux niveaux ;
- ✓ le 1 signifie qu'il y a un facteur supplémentaire par rapport au plan complet sur lequel est construit le plan de base.

On veut étudier 3 facteurs en ne faisant que 4 essais. Si on effectue 4 essais, on obtient un système de 4 équations à 8 inconnues (formule (II.22)) :

$$(4,1) \quad (4,8) \quad (8,1) \quad Y = X \cdot a \quad (II.27)$$

**Où :**

$$X = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix}$$

**Et :**

$$a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{23} \\ a_{123} \end{bmatrix}$$

Le modèle mathématique de la réponse d'un plan factoriel à 3 facteurs comporte 8 coefficients :

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{123}x_1x_2x_3 \text{ (II.29)}$$

**Avec :**

$$a_0 = \frac{1}{8} (+y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8)$$

$$a_1 = \frac{1}{8} (-y_1 + y_2 - y_3 + y_4 - y_5 + y_6 - y_7 + y_8)$$

$$a_2 = \frac{1}{8} (-y_1 - y_2 + y_3 + y_4 - y_5 - y_6 + y_7 + y_8)$$

$$a_3 = \frac{1}{8} (-y_1 - y_2 - y_3 - y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8)$$

$$a_{12} = \frac{1}{8} (+y_1 - y_2 - y_3 + y_4 + y_5 - y_6 - y_7 + y_8)$$

$$a_{13} = \frac{1}{8} (+y_1 - y_2 + y_3 - y_4 - y_5 + y_6 - y_7 + y_8) \quad \text{(II. 28)}$$

$$a_{23} = \frac{1}{8} (+y_1 + y_2 - y_3 - y_4 - y_5 - y_6 + y_7 + y_8)$$

$$a_{123} = \frac{1}{8} (-y_1 + y_2 + y_3 - y_4 + y_5 - y_6 - y_7 + y_8)$$

On prend la précaution de choisir les 4 essais pour que la matrice soit  $X$  une matrice orthogonale d'*Hadamard*. Les 4 points choisis sont disposés comme l'indique la figure II.8.

Supposant que le plan d'expérience qu'on va réaliser est divisé par 2, c'est-à-dire  $2^{3-1}$ , donc on va réaliser 4 essais numérotés 5, 2, 3 et 8 (voir la figure II.8).

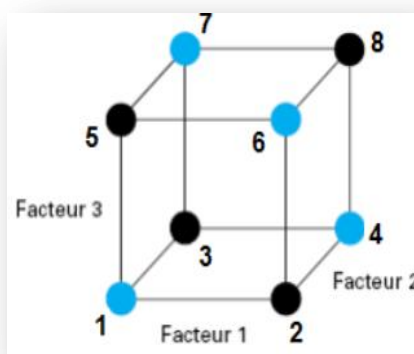


Figure II.8 : Division d'un plan factoriel complet  $2^3$  en deux plans factoriels fractionnaires  $2^{3-1}$ , un plan noir et un plan cyan

Un plan est un ensemble de points d'expériences. L'ensemble des points "noirs" forme un plan optimal (matrice d'*Hadamard*); de même l'ensemble des points "cyan".

La matrice d'expériences se présente selon le tableau suivant :

N°Essais	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>
2	+1	-1	-1
3	-1	+1	-1
5	-1	-1	+1
8	+1	+1	+1

Tableau II.4 : Matrice de calcul des effets du plan fractionnaire  $2^{3-1}$

- ❖ Calculons les effets relative à notre matrice réduites et notons les avec un indice  $f$  pour différencier des effets du plan complets.

$$a_{0f} = \frac{1}{4} (+y_2 + y_3 + y_5 + y_8)$$

$$a_{1f} = \frac{1}{4} (+y_2 - y_3 - y_5 + y_8) \quad (\text{II.29})$$

$$a_{2f} = \frac{1}{4} (-y_2 + y_3 - y_5 + y_8)$$

$$a_{3f} = \frac{1}{4} (-y_2 - y_3 + y_5 + y_8)$$

La question qui se pose immédiatement, le modèle de notre plan fractionnaire traduit il toutes les réponses ?

Le modèle du plan fractionnaire est donnée par :

$$y = a_{0f} + a_{1f}x_1 + a_{2f}x_2 + a_{3f}x_3 \quad (\text{II.30})$$

**Remarque :** L'indice  $f$  c'est pour indiquer le plan fractionnaire.

Ainsi on a déterminé un modèle en réalisant uniquement quatre essais pourtant le plan complet comporte  $2^3 = 8$  essais, ainsi on a économisé quatre essais.

Cependant le plan fractionnaire à quatre essais ne permettra pas d'étudier les interactions (*supposées nulles*). Dans le cas où une interaction parmi les quatre possibles ( $x_1x_2$ ,  $x_1x_3$ ,  $x_2x_3$ ,  $x_1x_2x_3$ ) est non nulle, les coefficients du modèle seront perturbés par cette interaction. Ainsi l'utilisation des plans fractionnaires n'est pas sans risque.

Le modèle établi doit être comparé avec celui du plan complet.

$$y = a_{0f} + a_{1f}x_1 + a_{2f}x_2 + a_{3f}x_3$$

$a_{0f}, a_{1f}, a_{2f}, a_{3f}$  : Coefficients à identifier.

	Plan complet	Plan fractionnaire
Moyenne	$a_0$	$a_{0f}$
Facteur 1	$a_1$	$a_{1f}$
Facteur 2	$a_2$	$a_{2f}$
Facteur 3	$a_3$	$a_{3f}$

Tableau II.5 : Effets des deux plans (complet et fractionnaire)

On dira que le modèle du plan fractionnaire est un bon modèle si :

$$a_{0f} \approx a_0$$

$$a_{1f} \approx a_1$$

$$a_{2f} \approx a_2 \quad (\text{II.31})$$

$$a_{3f} \approx a_3$$

Ainsi si les résultats obtenus sont presque comparables avec ceux du plan complet de huit essais, le modèle est valide et il semble que pour un effort moindre, on peut obtenir les mêmes résultats.

Dans le plan complet l'effet du facteur 3 (formule II.30) est donné par :

$$a_3 = \frac{1}{8}(-y_1 - y_2 - y_3 - y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8)$$

L'interaction entre le facteur 1 et le facteur 2 est donnée par :

$$a_{12} = \frac{1}{8}(+y_1 - y_2 - y_3 + y_4 + y_5 - y_6 - y_7 + y_8)$$

Si on additionne les deux équations précédentes on trouve :

$$a_3 + a_{12} = \frac{1}{4}(-y_2 - y_3 + y_5 + y_8)$$

$$a_{3f} = \frac{1}{4}(-y_2 - y_3 + y_5 + y_8)$$

On remarque que cette dernière équation correspond à l'effet du facteur 3 correspondant au plan fractionnaire  $2^{3-1}$  en d'autre terme on peut écrire que :

$$a_{3f} = a_3 + a_{12}$$

C'est-à-dire qu'est  $a_{3f}$  égale à l'effet principal  $a_3$  augmenté de l'interaction  $a_{12}$ , la quantité  $a_{3f}$  peut être appelée alias ou contraste ou simplement effet. Pour conclure, on peut dire qu'il est possible d'obtenir des résultats avec quatre essais au lieu de huit, mais on est alors obligé de tenir compte du fait que les effets principaux sont mélangés.

## *II.6.2. Moyens d'évaluation des effets :*

### *II.6.2.1. Analyse de la variance*

L'analyse statistique représente une aide potentiel pour la validation des effets des plans factoriels complets ou fractionnaires afin d'interpréter les résultats et la modélisation obtenue. Dans le cas présent l'analyse statistique permet d'identifier les effets probablement significatifs ou actifs.

L'analyse statistique fait appel à la mise en œuvre des tests statistiques, procédures bien définies qui permettent de traduire à partir d'une probabilité le caractère significatif des effets moyens qu'il permet d'identifier les procédures de constructions des tests statistiques renvoient à des hypothèses et nécessitent la connaissance de la validité naturelle des résultats d'essais. Les valeurs des réponses en ces points (essais) doivent être analysées afin de mesurer l'influence des facteurs et des interactions sur les variations constatées de la réponse.

La principale méthode répondant à cet objectif est l'analyse de la variance. D'une façon générale, le principe de l'analyse de la variance est de partager la variation totale en une composante factorielle correspondant au modèle étudié, et en composante résiduelle, la première doit être testée par rapport à la deuxième.

En conclusion, on peut dire que l'analyse de la variance évalue la probabilité que les variances des termes à évaluer soient significativement différentes de la variance résiduelle.

Ces résultats permettent donc de déterminer les facteurs et les interactions dont les probabilités sont inférieures à un niveau fixé arbitrairement. Selon ce niveau de signification, ces termes peuvent être rejetés, c'est-à-dire supprimés de l'étude.

Cette opération est importante, car en diminuant le nombre de dimensions du problème, elle autorise et favorise l'utilisation de démarches coûteuses et généralement dépendantes du nombre de facteurs.

### *II.6.2.2. Représentation des effets :*

Cette représentation a été déjà établie au point (II.5.1) c'est une représentation très simple qui consiste à traduire le comportement d'un facteur ou bien d'une interaction simplement par un segment de droite dont le coefficient directeur est égale à la valeur de l'effet. Dans le cas des interactions entre facteurs, seules celles d'ordre deux sont facilement représentables et aisément compréhensibles

### *II.6.2.3. Histogrammes :*

Lorsqu'on possède un nombre important de réponses effectuées dans les mêmes conditions, il est instructif de construire un graphique illustrant leur répartition. La contribution de chacun des facteurs est calculée à partir du modèle, il s'agit du pourcentage de la variation d'une réponse expliquée par le changement de modalité des facteurs. Cet affichage particulier n'apporte que peu d'intérêt si ce n'est de faciliter la comparaison des effets entre eux. Il n'est pas possible de savoir si un facteur représenté par son effet est significatif ou non. Cette représentation complète souvent la trace moyenne des effets.

### II.7. Méthodologie des surfaces de réponses [46][48]:

La méthodologie des surfaces de réponses (MSR) constitue le second volet de la méthode des plans d'expérience. On notera l'utilisation du sigle d'origine anglo-saxonne RSM, mise pour « Réponse Surface méthodologie ». Les plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponses sont apparus dans la seconde moitié du XX<sup>ème</sup> siècle. Leur construction permet de minimiser les incertitudes affectant les prédictions d'une réponse au sein du domaine expérimental. Cette technique vise à déterminer d'une façon quantitative les variations de la fonction réponse vis-à-vis des facteurs d'influence significative. Elle vient ainsi s'appliquer à la suite de l'étude du screening, puisque logiquement elle n'utilise que les facteurs précédemment jugés influents.

La récupération de l'information s'effectue de manière numérique mais quand il n'y a que deux facteurs, il est possible de visualiser les surfaces de réponses de régressions obtenues sous deux formes : -Les surfaces de réponses.

-Les courbes iso-réponses.

#### II.7.1. Modèles mathématiques :

Les modèles mathématiques expriment la réponse en fonction des niveaux des facteurs, on distingue plusieurs types de modèles parmi lesquels on peut citer :

- Modèles du mathématicien ;
- Modèles de l'expérimentateur ;
- Modèles du statisticien.

Le modèle mathématique du mathématicien est caractérisé par l'absence d'erreur expérimentale, le second induit l'erreur d'ajustement (ou écart d'ajustement) à laquelle s'ajoute l'erreur expérimentale. Le troisième ne fait intervenir que l'écart d'ajustement.

Dans l'étude de la modélisation, l'expérimentateur devra choisir le modèle qui convient le mieux au phénomène qu'il étudie.

Dans le cadre du plan pour l'étude des surfaces de réponse, une seule forme de modélisation a été retenue par la méthodologie de la recherche expérimentale ; il s'agit des modèles polynomiaux du second degré.

Le modèle mathématique est analogue à la relation (II.22) à laquelle on ajoute un terme carré:

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ijl} x_i x_j x_l + \dots + \sum a_{ij \dots k} x_i x_j \dots x_k + \sum a_{ii} x_i^2 \quad (\text{II.32})$$

Dans le cas d'un plan à deux facteurs, la formule est la suivante :

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{12} x_1 x_2 + a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 \quad (\text{II.33})$$

Il y a donc six inconnues à déterminer.

Le plan d'expériences fournit un certain nombre de valeurs de la réponse  $y$ .

L'interprétation du plan consiste donc à trouver les coefficients et, par la suite, résoudre un système d'équations  $n$  (s'il y a  $n$  réponses) et  $p$  inconnues (s'il y a  $p$  coefficients). Il est commode d'écrire ce système sous forme matricielle sans tenant compte des erreurs expérimentales :

$$Y = X \cdot a \quad (\text{II.34})$$

$$(n, 1)(n, p)(p, 1)$$

La résolution de ce système est généralement conduite selon la méthode des moindres carrés, et la solution est notée  $\hat{a}$ .

Cette solution est donnée par la formule suivante:

$$\hat{a} = (X^t \cdot X)^{-1} X^t y \quad (\text{II.35})$$

Le calcul de l'inconnue  $\hat{a}$  est beaucoup moins facile que pour les plans  $2^k$ . L'emploi d'un logiciel se révèle absolument nécessaire.

Parmi les plans qui donnent accès à des modèles mathématiques du second degré on peut citer:

- ✓ Les plans composites ;
- ✓ Les plans de Duehlert ;
- ✓ Les plans Box-Behnken ;
- ✓ Les plans de Roquemore ;
- ✓ Les plans D-optimaux.

Ces plans sont regroupés sous la dénomination de plans pour surface de réponses. Parmi ces cinq derniers plans, le plan composite. Est souvent la meilleure façon de compléter un plan factoriel de type  $2^k$ .

### II.7. 2. Plan composite :

Les plans composites centrés, connue dans la littérature anglo saxo par « design of experiment », font partie des plans d'expérience pour l'étude des surfaces de réponse.

Ce type de dispositif expérimental, permet d'estimer les effets moyens des facteurs et les interactions entre les effets des facteurs. Lorsque ces derniers sont quantitatifs, il arrive que l'on souhaite compléter cette première approche par une étude d'optimisation.

La première partie de l'étude est un plan factoriel complet ou fractionnaire complétée par des points au centre pour vérifier la validité du modèle du premier degré. Si les tests de validation sont positifs l'étude s'achève le plus souvent, mais s'ils sont négatifs on entreprend des essais supplémentaires pour établir un modèle du second degré. Les essais supplémentaires constituent la seconde étape du déroulement de l'étude. Ces nouveaux essais sont représentés par des points d'expériences situés sur les axes de coordonnées et par des nouveaux points centraux. Les points situés sur les axes de coordonnées sont appelées les points en étoile (Figure II. 12)

Un plan composite est constitué de trois parties :

- **un plan factoriel** : c'est un plan factoriel complet ou fractionnaire à deux niveaux par facteurs, les points expérimentaux sont aux sommets du domaine cubique d'étude ;
- **au moins un point expérimental situé au centre du domaine expérimental**. En effet, on ajoute toujours des points expérimentaux situés au centre du domaine d'étude et cela aussi bien pour les plans factoriels que pour les plans composite;
- **les points axiaux** : ce sont les points expérimentaux qui sont situés sur les axes de chacun des facteurs.

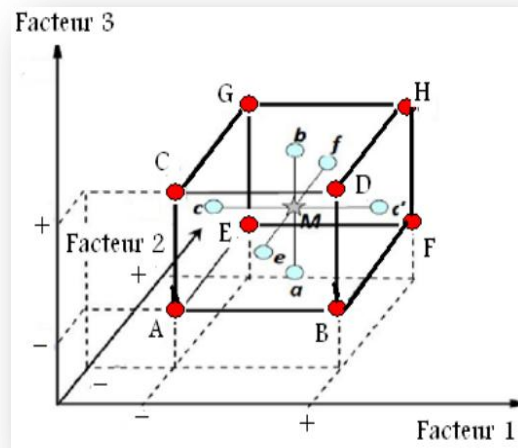


Figure II.9 : Disposition des expériences dans un plan composite.

L'intérêt des plans composites réside dans le fait qu'ils prennent facilement la suite d'un premier plan factoriel dont les résultats sont inexplicables par un modèle du premier degré. Il suffit d'effectuer les expériences correspondantes aux points en étoile et de faire les calculs sur l'ensemble de toutes les expériences. Les plans composites sont parfaitement adaptés à l'acquisition progressive des résultats. Le nombre de niveaux d'un plan composite est de cinq par facteur : le point central, les deux niveaux du plan factoriel et les deux niveaux des points en étoile.

Les points en étoile sont sur les axes des facteurs. Mais quelles coordonnées faut-il leur donner ?

Mettons-nous dans le cas idéal où tous les emplacements sont possibles et où les contraintes expérimentales ne gênent pas. La disposition des points expérimentaux dépend alors du critère d'optimalité que l'on choisit. En général, on s'arrange pour que les erreurs sur les coefficients du modèle soient les plus petites possibles.

### II.7. 2.1. Analyse statistique des modèles :

L'analyse statistique, dont la mise en œuvre est parfois redoutée par les expérimentateurs, apporte des éléments d'aide à la décision. L'analyse statistique devient donc une étape importante.

Les tests statistiques portent naturellement sur les résultats obtenus :

#### A. Test de signification des coefficients du modèle :

On appelle « effets » les coefficients des facteurs et ceux des interactions dans l'écriture du modèle. Les calculs statistiques qui permettent de savoir si les effets sont significatifs, de calculer les intervalles de confiance ou de valider la linéarité du modèle font intervenir d'une part les résidus  $e_i$ , c'est-à-dire la différence entre la valeur expérimentale et la valeur prédite par le modèle, et d'autre part un estimateur sans biais de la variance commune des résidus. Cet estimateur est donné par :

$$S^2 = \frac{1}{n-p} \sum e_i^2 \quad (\text{II.36})$$



**Où :**

$n$ : Le nombre d'expériences réalisées ;

$p$ : Le nombre de coefficients du modèle.

Dans ces conditions, on peut montrer que tous les effets ont la même variance donnée par :

$$S_i^2 = \frac{S^2}{n} \quad (\text{II.37})$$

Cela apporte une grande simplification au niveau des calculs.

Si l'on réalise un plan complet et que l'on calcule tous les effets, le calcul de  $S^2$  est impossible puisque alors  $n = p$  (un plan complet  $2^3$  conduit à 8 expériences et 8 effets : 1 effet pour la constante, 3 effets pour les facteurs, 3 effets pour les interactions d'ordre 2 et enfin 1 effet pour l'interaction d'ordre 3). C'est pour cela que, dans la pratique, il est d'usage de négliger les interactions d'ordre élevé (3 ou plus). C'est souvent le contexte et la connaissance de lois régissant le phénomène étudié qui permet de négliger certaines interactions et donc de pouvoir conduire des calculs statistiques.

**1. Réalisation du test de signification des effets :**

Le test utilisé est le test « t » de Student. Un effet sera dit significatif (c'est-à-dire que la variable ou l'interaction qui lui est associée a une influence sur la réponse), s'il est, pour un risque donné, significativement différent de 0. On testera donc l'hypothèse :

$$H_0 = \ll a_i = 0 \gg \quad (\text{II.38})$$

Contre l'hypothèse :

$$H_1 = \ll a_i \neq 0 \gg \quad (\text{II.39})$$

Pour cela, on calcul

$$t_i = \frac{|a_i|}{S_i} \quad (\text{II.40})$$

On utilise alors une table dite de Student (voir l'annexe) à  $\nu = n - p$  degrés de liberté ( $n$  est le nombre d'expériences réalisées et  $p$  le nombre d'effets y compris la constante). On choisit un risque de première espèce  $\alpha$  (le plus souvent 1% ou 5%) et on lit dans cette table la valeur  $t_{crit}(\alpha, \nu)$ , en utilisant la partie relative à un test bilatéral. La règle du test est alors la suivante :

- ✓ Si  $t_i > t_{crit}(\alpha, \nu)$ : on rejette  $H_0$  au risque toléré.
- ✓ Si  $t_i < t_{crit}(\alpha, \nu)$  : on accepte  $H_0$  au risque toléré.

Si l'hypothèse  $H_0$  est acceptée, cela veut dire que l'effet en question n'est pas, au risque  $\alpha$  significativement différent de 0 et donc que la variable qui lui est associée n'a pas d'influence sur la réponse.

## 2. Intervalle de confiance des effets du modèle :

Rappelons que si l'on détermine tous les effets, on ne peut pas calculer la variance commune des résidus. On supposera donc, dans la suite, que l'on a négligé au moins un effet.

On calcule alors  $S^2$  donnée par l'équation (II.36)

Puis on en déduit variance commune des effets. On choisit alors un risque  $\alpha$  et on détermine avec la table de Student le nombre  $t(\alpha, \nu)$ . L'intervalle de confiance d'un effet  $a_i$  est alors donné par :

$$[a_i - t(\alpha, \nu)S_i, a_i + t(\alpha, \nu)S_i] \quad (\text{II.41})$$

### B. Analyse statistique du modèle dans sa globalité :

Cette première étape de l'analyse statistique aboutit à la construction du tableau d'analyses des régressions et à la détermination de la qualité descriptive du modèle. L'analyse de régression consiste à expliquer la variation total de la réponse définie à partir de la somme des carrés des écarts entre les résultats d'essais et leurs moyennes.

Précisons ces notions en introduisant un vocabulaire spécifique à l'analyse de variance.

On notera par la suite  $y_i$  les réponses observées lors de la réalisation des expériences et  $Y_i^{pré}$  la réponse estimée à l'aide du modèle linéaire. On notera, de même,  $Y_{moy}$  la moyenne des réponses.

❖ On définit alors trois types de "variations" :

#### 1) La variation due à la liaison linéaire :

$$SCE = \sum (Y_i^{pré} - Y_{moy})^2 \quad (\text{II.42})$$

SCE se lit : "somme des carrés des écarts dues à la liaison".

#### 2) La variation résiduelle :

$$SCR = \sum (Y_i - Y_i^{pré})^2 \quad (\text{II.43})$$

SCR se lit : "somme des carrés des écarts des résidus".

#### 3) La variation totale :

$$STC = SCE + SCR \quad (\text{II.44})$$

STC se lit : " somme totale des carrés des écarts".

On définit de plus un "carré moyen" qui est le quotient d'une somme de carrés par son degré de liberté.

SCE aura  $(p - 1)$  degrés de liberté ( $p$  est le nombre de coefficients estimé à partir du modèle).

SCR aura  $(n - p)$  degrés de libertés (est le nombre d'expériences réalisées).

STC aura  $(n - 1)$  degrés de liberté.

Le tableau de l'analyse de régression permet de regrouper les différentes étapes permettant d'aboutir à l'analyse statistique du modèle dans sa globalité.

Source	Somme des carrés	Degré de liberté	Carré moyen	$F_{obs}$
Modèle	SCM	$(p - 1)$	$CML = \frac{SCM}{p - 1}$	$F_{obs} = \frac{CML}{s^2}$
Résidus	SCE	$(n - p)$	$s^2 = \frac{SCE}{n - p}$	
Total	STC	$(n - 1)$		

Tableau II.6 : Tableau de l'analyse de régression.

Le test F permet alors de comparer pour un risque fixé à l'avance le  $F_{obs}$  que l'on a calculé dans le tableau précédent avec un  $F(\text{critique})$  lu dans la table de Fisher-Snedecor (voir l'annexe) avec  $(p - 1)$  et  $(n - p)$  degrés de liberté.

Le test est le suivant :

- ❖ Hypothèse  $H_0$  : " les deux carrés moyens sont de même grandeur" donc le modèle (régression) établie n'est pas significatif.
- ❖ Hypothèse  $H_1$  : " le carré moyen dû à la régression est significativement plus grand que le carré moyen dû aux résidus" donc la régression est globalement significative

La règle du test est alors pour un risque  $\alpha$  choisi:

- ✓ Si  $F_{obs}$  est inférieure au  $F(\text{critique})$ , on accepte l'hypothèse  $H_0$ .
- ✓ Si  $F_{obs}$  est supérieur au  $F(\text{critique})$ , on accepte l'hypothèse  $H_1$  avec la confiance  $1 - \alpha$ .

### C. Qualité du modèle :

De manière générale, l'expérimentateur souhaite savoir quel modèle retenir d'un point de vue significatif et d'un point de vue prédictif. L'analyse statistique d'un modèle permet alors l'estimation de deux coefficients particuliers :

- ✓ Le coefficient de détermination ajusté  $R_{ajust}^2$  permet de résumer globalement la qualité descriptive du modèle. Il est généralement familier des utilisateurs de la méthode des moindres carrés.
- ✓ Le coefficient  $Q^2$  permet de résumer globalement la qualité prédictive du modèle.

Suivant la définition des coefficients  $R_{ajust}^2$  et  $Q^2$ , on retrouve les deux grandes familles de méthodes d'analyse statistique, à savoir l'analyse descriptive et l'analyse prédictive.

*1) Qualité descriptive du modèle :*

Le tableau d'analyse de régression (Tableau II.6) permet d'établir immédiatement le coefficient de détermination à partir de la relation suivante :

$$R^2 = \frac{SCM}{SCT} = 1 - \frac{SCE}{SCT} \quad (\text{II.45})$$

Ce coefficient traduit la contribution du modèle dans la restitution de la variation de la réponse observée. Par définition, le coefficient de détermination appartient à l'intervalle suivant :

- ✓  $0 \leq R^2 \leq 1$
- ✓ En présence de plusieurs variables explicatives, ce qui est généralement le cas dans l'analyse des résultats d'essais provenant d'un plan d'expériences, il faut impérativement éviter l'utilisation du coefficient de détermination pour comparer la qualité descriptive de différents modèles. Il faut recourir à l'utilisation du coefficient de détermination ajusté  $R_{ajust}^2$ .

Le tableau (II.6) permet de corriger le coefficient de détermination défini à partir de l'équation (II.45). Pour tenir compte du nombre de coefficients présents dans un modèle et pour comparer différents modèles entre-eux, on définit le coefficient de détermination ajusté à partir de la formule suivante :

$$R_{ajust}^2 = 1 - \frac{SCE/(n-p)}{SCT/(n-1)} \quad (\text{II.46})$$

Par définition, le coefficient de détermination ajusté appartient à l'intervalle suivant :

$$-\infty \leq R_{ajust}^2 \leq 1$$

Plus la valeur du coefficient de détermination ajusté est proche de 100, plus la qualité descriptive du modèle est satisfaisante.

*2) Qualité prédictive du modèle :*

Le modèle obtenu peut servir à prédire la valeur de la réponse non encore réalisés. Cette approche est très courante dans un problème d'optimisation.

Au même titre que l'on a défini précédemment la qualité descriptive d'un modèle à partir du coefficient de détermination  $R_{ajust}^2$ , il est possible de définir maintenant la qualité prédictive d'un modèle à partir d'un coefficient noté  $R_{ajust}^2$  ou  $Q^2$ .

**II.8. Logiciels des plans d'expérience :**

La plupart des logiciels qui traitent des plans d'expériences sont inclus dans des logiciels de statistiques. Les premiers logiciels de plans d'expériences étaient très pauvres et mal adaptés aux besoins des expérimentateurs. Depuis peu, un effort considérable a été entrepris par les informaticiens et les statisticiens pour que ces logiciels répondent mieux à l'esprit et aux besoins des expérimentateurs. Cette introduction s'est faite petit à petit sous la pression de la demande.

Ces logiciels sont encore très marqués par leur origine statistique et peuvent rebuter certains utilisateurs. Mais l'on constate un progrès constant vers l'amélioration, c'est-à-dire

vers une meilleure prise en compte des exigences des expérimentateurs. Néanmoins, ces logiciels nécessitent tous une bonne connaissance de la méthode des plans d'expériences et ne peuvent pas être utilisés sans une formation solide aux plans d'expériences.

Ces logiciels comportent, en général, les chapitres suivants :

- Construction des plans d'expériences :  
Plans factoriels complets, plans factoriels fractionnaires, plans à plus de deux niveaux (surfaces de réponse), plans de mélanges, plans D-optimaux ;
- Interprétation et analyse :  
Calcul des effets, des interactions, des coefficients du modèle mathématique, modélisation, calcul des réponses prédites, analyse des résidus ;
- Représentations graphiques :  
Diagramme des effets, diagramme des interactions, diagramme des résidus, diagramme de Daniel, courbes iso réponses en 2-D ou 3-D ;
- Aide :  
Tutorial, aide en ligne, possibilité d'importer et d'exporter des fichiers de données dans différents formats, parfois hotline.

Parmi ces logiciels on cite le logiciel *MODDE* de la société *Umetrics*, qui est un logiciel spécialisé pour la construction et l'analyse de plans d'expériences. Il permet de bâtir et d'analyser des plans de criblage, en surface de réponse, Taguchi, de mélanges, D-optimaux, des plans multi variés « *Onion Designs* » ainsi que des plans comportant à la fois des composants et des facteurs de procédés. Pour estimer les modèles, il utilise soit la méthode des moindres carrés usuelle (*MLR*) soit la méthode des moindres carrés partiels (*PLS*). Cela permet notamment d'ajuster un modèle reliant les variations de toutes les réponses aux facteurs en prenant en compte la structure de covariances.

Soulignons que dans notre travail on a réalisé un logiciel interactif sous Excel ; qui est tout aussi performant que le logiciel *MODDE*, vu qu'il donne les mêmes valeurs que celui-ci. Il a été utilisé durant toute notre étude et a donné des résultats très fiables.

Ce programme permet d'effectuer les tâches suivantes :

- ✓ Calcul des effets et les interactions entre les facteurs (donc le modèle mathématique) ;
- ✓ Analyse statistiques des modèles
  - 1- Test de signification des coefficients.
  - 2- Analyse statistique du modèle.
  - 3- Qualité du modèle.

### *II.8 Conclusion*

C'est ainsi que s'achève le chapitre consacré à la méthodologie des plans d'expériences.

Comme on a pu le constater, la conception d'une expérience va bien au-delà de la simple présentation d'une matrice d'expériences dans un catalogue de plan d'expériences.

En conclusion, il est important de retenir que la construction d'un plan d'expériences déroule de l'hypothèse d'une forme particulière de modélisation, adaptée aux objectifs d'une étude, afin d'explorer un domaine expérimental. Les éléments de réponse aux questions posées se traduiront le plus souvent sous forme de représentations graphiques. Bien que les logiciels facilitent aujourd'hui la construction des plans d'expériences de manière très interactive. Il ne faut pas pour autant en oublier l'esprit de la démarche méthodologique.

### III.1. Introduction :

Le but de ce chapitre est de déterminer la caractéristique courant-tension de la décharge couronne dans une configuration fil-plan en polarité positive, dans l'air à pression atmosphérique, en fonction de différents paramètres géométriques (diamètre du fil et la distance inter-électrode). Le fil est soumis à un potentiel continu positif et le plan est mis à la terre. Le banc d'essai (fil/plan) a été réalisé dans le Laboratoire de Génie Electrique et des Plasmas.

On détermine la caractéristique courant – tension en fonction des paramètres considérés pris séparément :

- 1) **Paramètres électriques** : niveau de la tension appliquée ;
- 2) **Paramètres géométriques** : dimension du fil et distance inter-électrodes ;

Les paramètres climatiques sont considérés non contrôlables.

Cette étude nous permettra de confirmer et de valider notre modèle qui sera établie au chapitre suivant.

On sait déjà que c'est la tension qui dicte l'évolution du courant. Mais avant d'entamer l'étude nous allons présenter la formule de Peek qui déterminera la valeur de la tension seuil à laquelle on pourra obtenir le démarrage du processus de couronne.

L'effet visuel apparaît généralement suivant la formule semi-empirique[48] :

$$V_0 = 21,1\delta m_v r \left[ 1 + \frac{0,3}{\sqrt{\delta r}} \right] \ln \left( \frac{d}{r} \right) \text{ kV} \quad (\text{III.1})$$

Avec :

$V_0$  : Tension seuil ;

$m_v$  : facteur d'irrégularité égale à 1 pour électrode bien polie ;

$d$  : la distance inter-électrodes et  $r$  le rayon de courbure en cm.

$\delta = \frac{P}{P_0} \frac{273+t_0}{273+t}$  : la densité d'air avec  $P_0$  et  $t_0$  la pression et la température de référence de même  $P$  et  $t$  pression et température ambiante.

Pour une distance inter-électrodes de 1cm on peut déterminer approximativement le seuil critique d'apparition de l'effet couronne :

- Le fil de diamètre 0.5mm :  $V_0 = 5,64 \text{ kV}$  ;
- Le fil de diamètre 1mm :  $V_0 = 7,4 \text{ kV}$  ;
- Le fil de diamètre 1.5mm :  $V_0 = 8,59 \text{ kV}$ .

De même pour une distance inter-électrodes de 2cm on a :

- Le fil de diamètre 0.5mm :  $V_0 = 6,70 \text{ kV}$  ;
- Le fil de diamètre 1mm :  $V_0 = 9,11 \text{ kV}$  ;
- Le fil de diamètre 1.5mm :  $V_0 = 10,89 \text{ kV}$ .

### III.2. Dispositif expérimental :

#### 1. Fils utilisés :

On a utilisé trois fils en cuivre de diamètre différents (0.5, 1 et 1.5 mm).

Avant chaque ensemble de mesures, les fils subissent un polissage avec du papier à verre, un nettoyage avec de l'alcool, et ils seront soumises à des claquages électriques à fin d'assurer une surface propre et uniforme. La figure III.1 représente les images des trois fils utilisés.



*fil de diamètre  
0,5mm*

*fil de diamètre  
1mm*

*fil de diamètre  
1,5mm*

*Figure III.1 : Images des trois fils utilisés.*

#### 2. Electrode « plan » :

Comme la géométrie étudiée est celle de « fil-plan », l'électrode « plan » reliée à la terre est en aluminium et elle a une forme rectangulaire.

L'image de la figure III.2 montre notre dispositif (fil/plan).



*Figure III.2 : Image du dispositif (fil-plan).*



### 3. Mesure de l'humidité :

L'humidité est un élément important pour caractériser l'état de l'atmosphère. L'humidité relative de l'air (ou degré d'hygrométrie), couramment notée  $\varphi$ , correspond au rapport de la pression partielle de vapeur d'eau contenue dans l'air,  $P_{vap}$ , sur la pression de vapeur saturante ou tension de vapeur à la même température  $P_{sat}(T)$ . Exprimée souvent en pourcentage, son expression est alors:

$$\varphi[\%] = \frac{P_{vap}}{P_{sat}(T)} \times 100 \quad (III.1)$$

L'humidité relative est souvent appelée degré hygrométrique. Elle est mesurée à l'aide d'un hygromètre.

Une fois atteinte la saturation (100% d'humidité relative), des gouttelettes d'eau apparaissent dans l'air et l'humidité relative ne varie plus. On a création d'un brouillard.

Il convient toutefois de distinguer l'**humidité absolue** (correspondant à la quantité d'eau contenue à un moment donné dans un certain volume d'air) en gramme par mètre cube  $g.m^{-3}$ . Il existe plusieurs types d'hygromètres. Le plus simple étant l'hygromètre à cheveux puis l'hygromètre électronique, tous deux permettant une lecture directe de l'humidité relative.

On utilise dans nos mesures un hygromètre à cheveux.



Figure III.3 : Hygromètre

### 4. Mesure de la température :

Le **thermomètre** est sans aucun doute l'instrument météorologique le plus utilisé. On a utilisé un thermomètre à mercure.



Figure III.4 : Thermomètre

### 5. Mesure de la tension et du courant :

Les mesures des tensions et des courants sont prélevées par un générateur de tension positive qui nous permet de mesurer la tension et le courant simultanément et il sert à faire varier la tension appliquée (Figure III.5). Notons qu'on avait un problème pour mesurer les faibles courants ( $< 0,1\mu A$ ) ce qui nous a conduit à insérer un voltmètre en parallèle et une résistance de  $10M\Omega$ .



Figure III.5 : Générateur de tension.

### III.3. Essais et résultats :

Le principe consiste à appliquer une tension positive, continue et variable à l'électrode active (fil) et de mesurer le courant  $I$ .

Les Caractéristiques représentant la conductivité de l'air en fonction de la tension appliquée ont été relevées en fonction des divers paramètres : distance inter électrodes, diamètre du fil.

#### 1. Influence du diamètre du fil :

L'influence du diamètre du fil a été étudiée à la pression atmosphérique ( $1014\text{ mm.Hg}$ ) et à la température ambiante  $\theta = 20^\circ C$ , on a utilisé trois fils ayant des diamètres de  $0.5\text{mm}$ ,  $1\text{mm}$  et  $1.5\text{mm}$  pour des intervalles inter-électrodes de  $1\text{cm}$ ,  $1.5\text{cm}$  et  $2\text{cm}$ .

Le dispositif expérimental utilisé est celui représenté à la figure III.2.

Ainsi pour étudier la variation du courant en fonction de la tension appliquée, nous soumettons le fil à un potentiel électrique  $V$  continu, positif à l'aide de l'alimentation haute tension ( $H.T$ ) (figure III.5).

Nous augmentons progressivement la tension électrique et nous mesurons le courant généré par la décharge couronne, nous opérons de la sorte, en polarité positive, en partant d'une tension nulle jusqu'à des valeurs élevées de claquage. Compte tenu de ce qui précède, nous avons tracé les caractéristiques  $I = f(V)$  en polarité positive pour diverses valeurs de la distance inter électrodes. (Figures III.6, III.7, III.8).

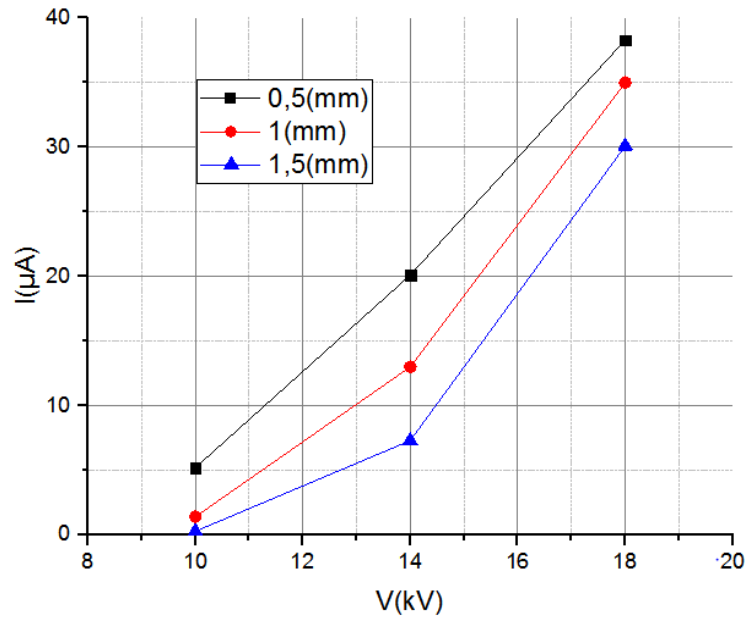


Figure III. 6 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour une distance inter-électrodes  $h = 1\text{ cm}$ .

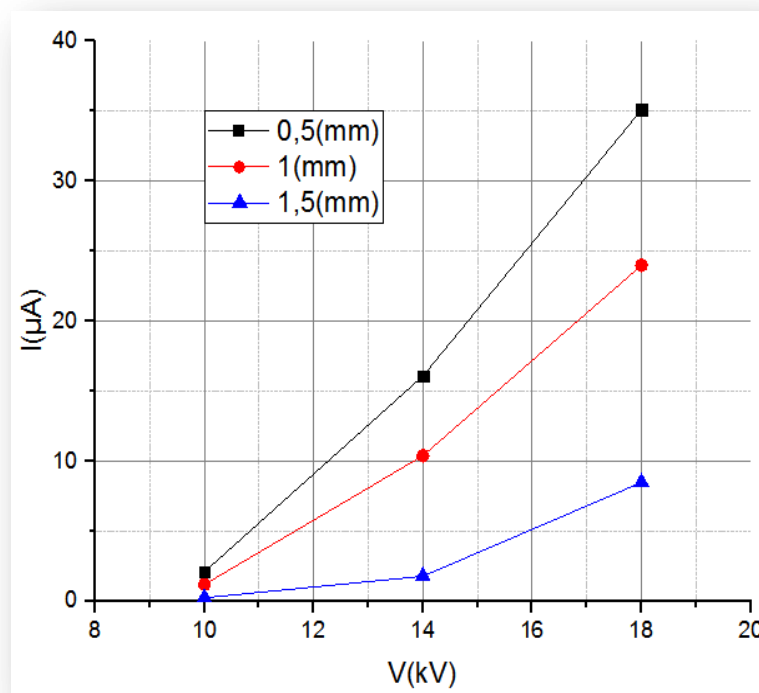


Figure III. 7 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour une distance inter-électrodes  $h = 1.5\text{ cm}$ .

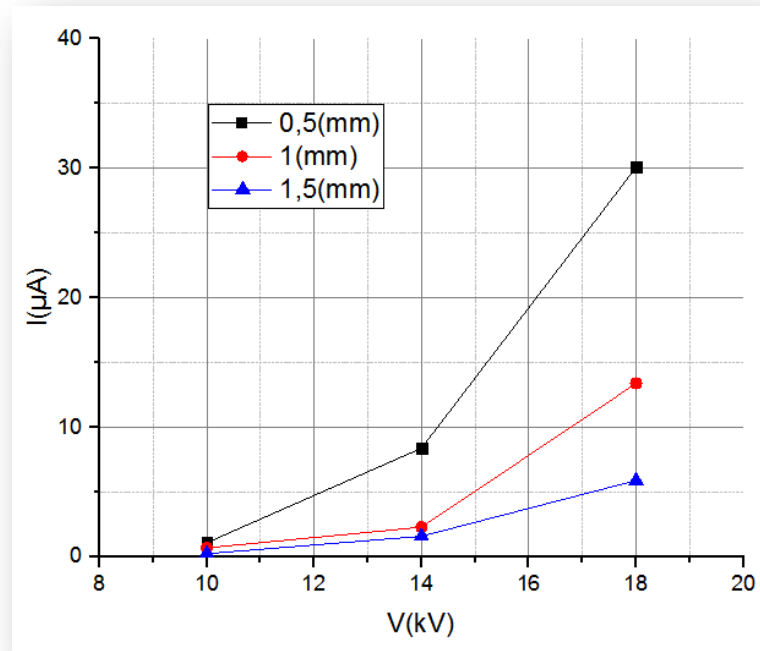


Figure III. 8 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour une distance inter-électrodes  $h=2cm$ .

Ces courbes sont tout à fait classiques et correspondent elles aussi à ce qui est publié ailleurs. Nous pouvons constater que le diamètre du fil a une contribution négative à la valeur du courant.

Dans le but de mettre en évidence l'influence du diamètre du fil de la zone active, on a représenté la variation du courant de couronne en fonction du diamètre du fil;  $I=f(d)$ , pour les distances de  $1cm$  et  $1.5cm$  à une tension de  $10kV$ (Figure III.9). Ces deux dernières courbes confirment ce qui a été dit ci-dessus. On retrouve la même tendance que les résultats calculés.

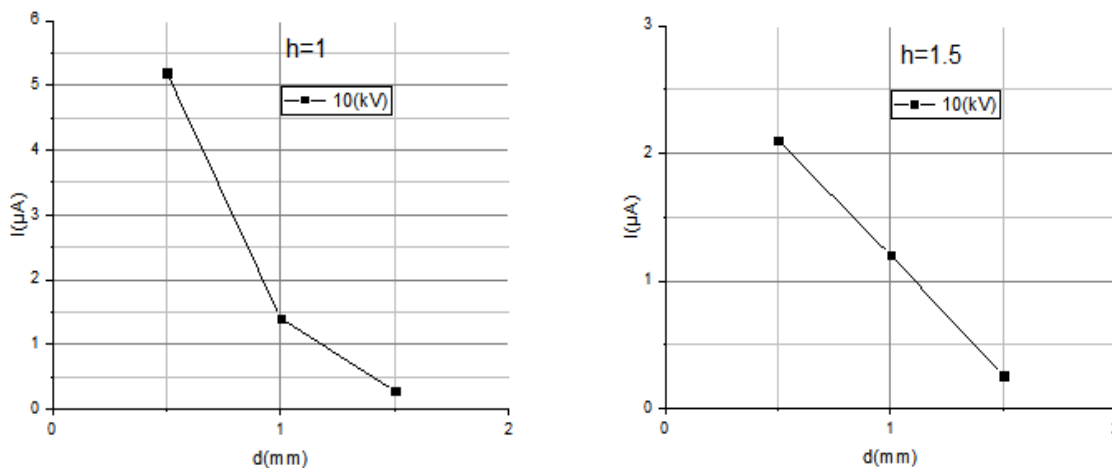


Figure III. 9 : Variation du courant en fonction du diamètre du fil Pour une tension positive de  $10kV$ .

2. Influence de la distance inter-électrodes :

Nous avons étudié la variation du courant en fonction de la distance inter-électrodes, on a utilisé les trois fil de diamètre différents (0.5mm, 1mm, 1.5mm) pour des distance inter-électrodes variables (1cm, 1.5cm et 2cm)

Les résultats obtenus concernant la variation du courant en fonction de la distance inter-électrodes sont représentés aux figures III.10, III.11, et III.12.

Les mêmes remarques que précédemment, une augmentation de la tension seuil avec la distance inter-électrodes.

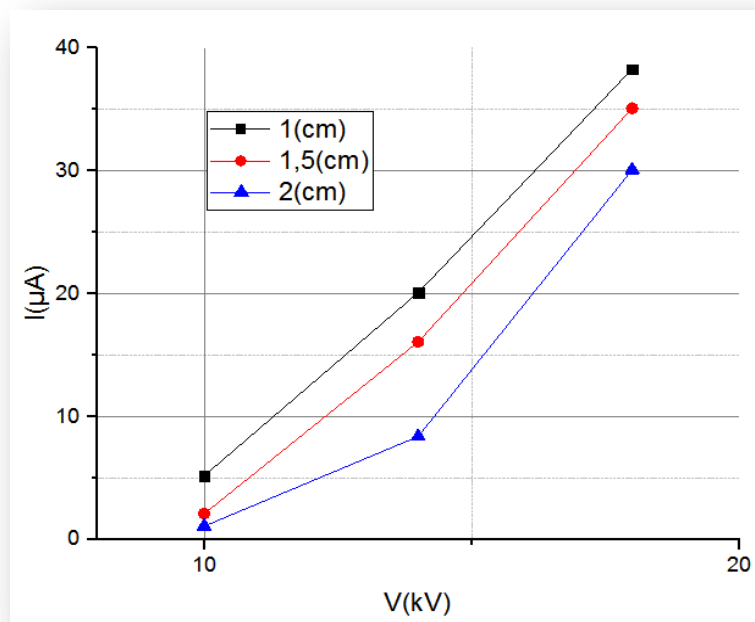


Figure III. 10.: Caractéristique  $I = f(V)$  pour un fil du diamètre  $d=0.5mm$ .

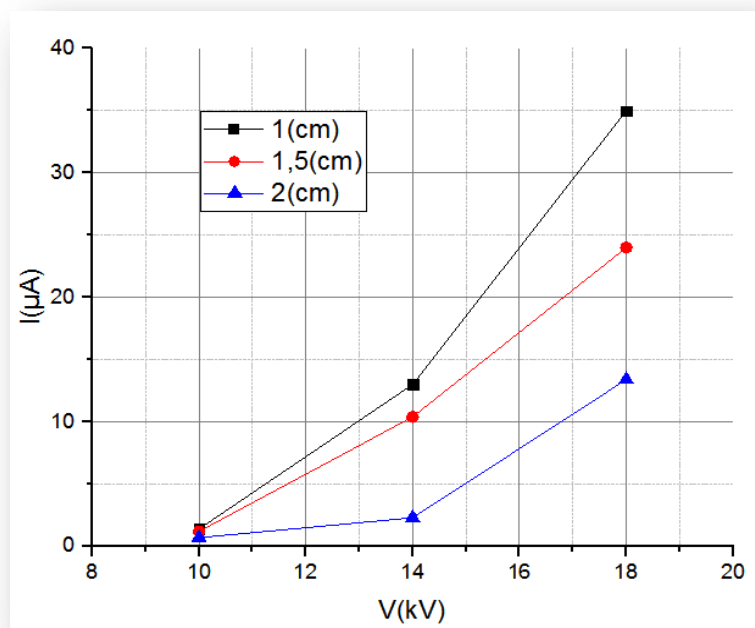


Figure III. 11.: Caractéristique  $I = f(V)$  pour un fil du diamètre  $d=1mm$

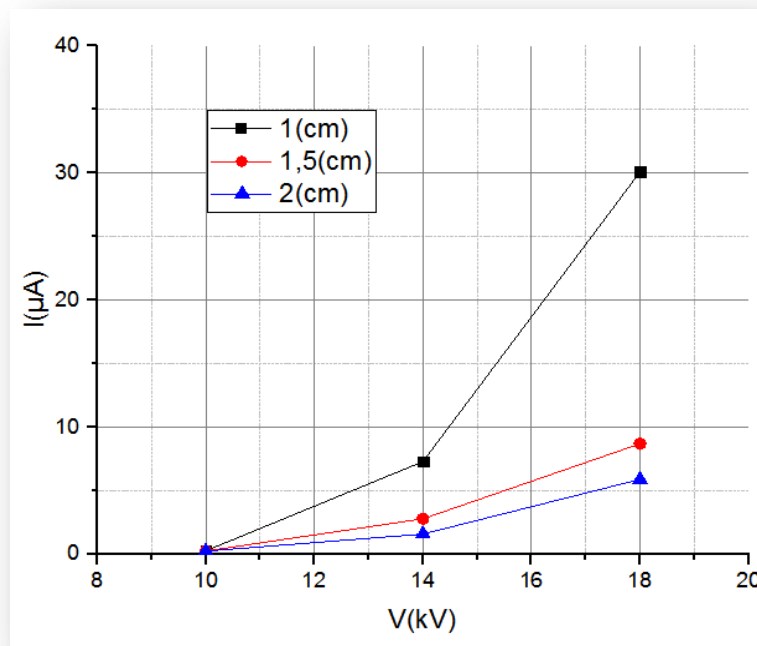


Figure III. 12.: Caractéristique  $I = f(V)$  pour un fil du diamètre  $d=1.5\text{mm}$

#### III.4. Conclusion :

L'étude menée sur la géométrie fil/plan nous a permis de mieux comprendre les phénomènes de décharge électrique. On sait bien que le champ a une influence déterminante sur les mécanismes de décharge, ce qui va automatiquement modifier les caractéristiques électriques de la première couronne au voisinage de l'électrode. De même que la distance, elle agit sur les valeurs réduites du champ.

On rappelle que, pour que les mécanismes d'ionisation deviennent prépondérants par rapport aux mécanismes d'attachement, il faut que le champ atteigne une valeur minimale et que l'avalanche initiale ait une taille suffisante pour créer des avalanches secondaires. Nous avons constaté que la reproduction des mesures est conditionnée par l'état de surface ce qui nous oblige à faire un polissage et un nettoyage pour chaque série de test. Dans notre cas, nous avons étudié la caractéristique courant-tension dans l'air à pression atmosphérique, la température et l'humidité ne sont pas prises en considération, il aurait été préférable que cette étude soit faite dans une enceinte fermée où on pourra contrôler la température et l'humidité.

### *IV.1. Introduction :*

L'effet couronne est un phénomène de décharge électrique partielle entraînée par l'ionisation du milieu entrant un conducteur[48].

Cette décharge a lieu généralement dans un milieu gazeux, soumis à des champs électriques intenses mais non disruptifs, séparant deux électrodes, elle se caractérise par des phénomènes de nature optique, acoustique et électrique qui dépendent de trois classes de paramètres[49]:

- *Électriques* : tels que la nature et la polarité de la tension appliquée à l'électrode active (négative ou positive).
- *Géométriques* : tels que la forme, et les dimensions des électrodes ainsi que la distance inter-électrodes.
- *Physiques* : liés à la nature du gaz inter-électrodes, à sa densité, à sa pression, à sa température et à sa teneur en vapeur d'eau et en impuretés.

Le matériau constituant les électrodes jouent également un rôle non négligeable.

Le diamètre de fil, la distance inter-électrodes, la valeur de la tension forment un ensemble de facteurs. Lorsque le diamètre du fil et la distance inter électrodes varient simultanément par exemple, lequel influence plus ??

Pour répondre à cette question, nous employons la méthodologie des plans d'expériences, qui est un outil qui s'est avéré efficace pour la modélisation et l'analyse des interactions entre les facteurs. Nous examinons dans ce chapitre les facteurs géométriques (le diamètre de fil  $d$ , l'intervalle inter électrodes  $h$ ) par contre les facteurs climatique (température et humidité) ne sont pas pris en considération.

### *IV.2. Résultats :*

#### *2.1 Calcul des effets et des interactions :*

Notons que cette étude a été effectuée dans le laboratoire de génie électrique et des Plasmas, en maintenant la température et une humidité fixes ( $T = 20^{\circ}C$  et  $H = 59\%$ ). et on a utilisé une source de tension positive. On a retenu trois facteurs géométriques :

- 1) Le diamètre du fil «  $d$  » ;
- 2) La distance inter-électrodes «  $h$  » ;
- 3) La tension appliquée «  $V$  » ;

Le choix des niveaux de chaque facteur est indispensable car il définit le domaine d'étude à l'intérieur duquel les conclusions de l'expérimentation seront valables et celui hors duquel les conclusions de l'expérimentation ne seront vraisemblablement pas valables. Le domaine expérimental suivant a été retenu pour réaliser le plan d'expérience :

Facteur	Valeur minimale	Valeur maximale
Le diamètre de fil ( $d$ )	0,5mm	1,5mm
Distance inter-électrodes ( $h$ )	1cm	2cm
Tension ( $V$ )	10kV	18Kv

*Tableau IV.1 : Valeurs minimale et maximale de chaque facteur*

Le choix du plan est en général facile. Etant donné qu'on dispose de trois facteurs à deux niveaux, le plan factoriel complet s'annonce comme étant une première étape d'analyse de notre problème. Ce plan qui peut être utilisé pour la modélisation, donne des modèles du premier degré avec interactions.

Le dispositif expérimental utilisé est celui de la figure III.2, Rappelons que chaque point de mesure correspond à la moyenne d'une dizaine de mesures. Dans le travail présenté ici, on s'est intéressé aux plans composites à faces centrées (CCF) qui permettent la modélisation par surfaces de réponse (RMS). L'avantage principal de la méthode des plans composites à faces centrées (CCF) est de pouvoir faire les essais séquentiellement, c'est-à-dire essayer de modéliser d'abord le processus avec un polynôme de premier degré. La première étape de ce travail consiste donc à élaborer un plan factoriel complet. Si le modèle linéaire obtenu est validé nous arrêtons les essais, sinon nous passons à la modélisation avec un polynôme du deuxième ordre et en réalisant un plan composite CCF. Les résultats des 11 essais du plan d'expérience factoriel complet sont reportés dans le tableau IV.2 :



EXP N°	d (mm)	h (cm)	V (kV)	I ( $\mu A$ )
1	0,5	1	10	5.2
2	1,5	1	10	0.28
3	0,5	2	10	1.1
4	1,5	2	10	0.25
5	0,5	1	18	38.3
6	1,5	1	18	30.1
7	0,5	2	18	17
8	1,5	2	18	5.9
9	1	1,5	14	10.4
10	1	1,5	14	10.3
11	1	1,5	14	10.2

*Tableau IV.2 : Résultats du plan factoriel complet.*

L'interprétation du plan d'expériences se limite au calcul des effets et des interactions. La manière classique de procéder est celle décrite précédemment (chapitre II). Nous allons effectuer ce calcul selon la méthode classique ; il est à rappeler que la méthode matricielle peut être utilisée mais dans les deux cas, le modèle mathématique est celui qui est associé aux plans factoriels :

$$y = a_0 + a_d * X_d + a_h * X_h + a_v * X_v + a_{d-h} * X_d \cdot X_h + a_{d-v} * X_d \cdot X_v + a_{h-v} * X_h \cdot X_v$$

Qui se résume en valeur réelle à l'équation :

$$y = a_0 + a_d * \left(\frac{d-1}{0,5}\right) + a_h * \left(\frac{h-1,5}{0,5}\right) + a_v * \left(\frac{V-14}{4}\right) + a_{d-h} * \left(\frac{d-1}{0,5}\right) \cdot \left(\frac{h-1,5}{0,5}\right) + a_{d-v} * \left(\frac{d-1}{0,5}\right) \cdot \left(\frac{V-14}{4}\right) + a_{h-v} * \left(\frac{h-1,5}{0,5}\right) \cdot \left(\frac{V-14}{4}\right)$$

Les effets sont calculés à partir de la matrice d'expérience, cette dernière est déterminée selon la procédure décrite au Tableau II. 2. La construction de la matrice d'expérience, est présentée dans le tableau IV.3 :

Moy.	X <sub>d</sub>	X <sub>h</sub>	X <sub>v</sub>	I <sub>d-h</sub>	I <sub>d-v</sub>	I <sub>h-v</sub>	I (μA)
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	5.2
1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	0.28
1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	1.1
1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	0.25
1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	38.3
1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	30.1
1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	17
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	5.9
1	0	0	0	0	0	0	10.4
1	0	0	0	0	0	0	10.3
1	0	0	0	0	0	0	10.2

Tableau IV.3: Matrice de calcul des effets.

	d (mm)	h (cm)	V (kV)
Niveau(-)	0,5	1	10
Niveau(0)	1	1,5	14
Niveau(+)	1,5	2	18

Tableau IV.4 Domaine d'étude

## 2. 2. Etablissement du modèle mathématique :

$a_0$  Est une constante, c'est la valeur de la réponse au centre du domaine. Cette constante est la moyenne de toutes les réponses. On obtient donc :

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{\sum_{i=1}^{11} (I)_i}{n} \\
 &= \frac{5,2 + 0,28 + 1,1 + 0,25 + 38,3 + 30,1 + 17 + 5,9 + 10,4 + 10,3 + 10,2}{11} \\
 &= 11,73 \mu A
 \end{aligned}$$

L'effet du diamètre du fil ( $a_d$ ) est calculé en multipliant chaque réponse par la valeur du signe figurant dans la colonne du facteur 1 (le diamètre), c'est-à-dire  $I_1$  par  $-1$ ,  $I_2$  par  $+1$ ,  $I_3$  par  $-1$  et ainsi de suite. Rappelons que les points au centre ne sont pas pris en compte pour le calcul des effets et des interactions. On obtient :

$$\begin{aligned} a_d &= \frac{-y_1 + y_2 - y_3 + \dots + y_{11}}{8} \\ &= \frac{-5,2 + 0,28 - 1,1 + 0,25 - 38,3 + 30,1 - 17 + 5,9}{8} = -3,13 \mu A \end{aligned}$$

La même procédure est adoptée pour les effets et les interactions des autres facteurs.

➤ L'effet de la distance inter-électrodes ( $h$ ) :

$$\begin{aligned} a_h &= \frac{-y_1 - y_2 + y_3 + \dots + y_{11}}{8} = \frac{-5,2 - 0,28 + 1,1 + 0,25 - 38,3 - 30,1 + 17 + 5,9}{8} \\ &= -6,20 \mu A \end{aligned}$$

➤ L'effet de la tension appliquée ( $V$ ) :

$$\begin{aligned} a_v &= \frac{-y_1 - y_2 - y_3 - y_4 \dots + y_{11}}{8} = \frac{-5,2 - 0,28 - 1,1 - 0,25 + 38,3 + 30,1 + 17 + 5,9}{8} \\ &= 10,56 \mu A \end{aligned}$$

Calculons maintenant, les effets des interactions entre les facteurs :

➤ L'interaction entre le diamètre du fil et la distance inter-électrodes ( $I_{d-h}$ ) est calculée en multipliant chaque réponse par la valeur du signe figurant dans la 5<sup>ème</sup> colonne, c'est-à-dire  $I_1$  par  $+1$ ,  $I_2$  par  $-1$ ,  $I_3$  par  $-1$  et ainsi de suite :

$$\begin{aligned} I_{d-h} &= \frac{+y_1 - y_2 - y_3 + y_4 \dots + y_{11}}{8} \\ &= \frac{+5,2 - 0,28 - 1,1 + 0,25 + 38,3 - 30,1 - 17 + 5,9}{8} = 0,15 \mu A \end{aligned}$$

La même procédure est adoptée pour les autres interactions :

➤ L'interaction entre le diamètre du fil et la tension appliquée ( $I_{d-v}$ ):

$$\begin{aligned} I_{d-v} &= \frac{+y_1 - y_2 + y_3 - y_4 \dots + y_{11}}{8} \\ &= \frac{+5,2 - 0,28 + 1,1 - 0,25 - 38,3 + 30,1 - 17 + 5,9}{8} = -1,69 \mu A \end{aligned}$$

➤ L'interaction entre la distance inter-électrodes et la tension appliquée ( $I_{h-v}$ ):

$$\begin{aligned} I_{h-v} &= \frac{+y_1 + y_2 - y_3 - y_4 \dots + y_{11}}{8} \\ &= \frac{+5,2 + 0,28 - 1,1 - 0,25 - 38,3 - 30,1 + 17 + 5,9}{8} = -5,17 \mu A \end{aligned}$$

Les valeurs des effets et leurs interactions associées aux facteurs dans le modèle mathématique montrent le degré d'influence de chaque facteur.

Les coefficients sont également représentés par un histogramme, dans la figure VI.1 :

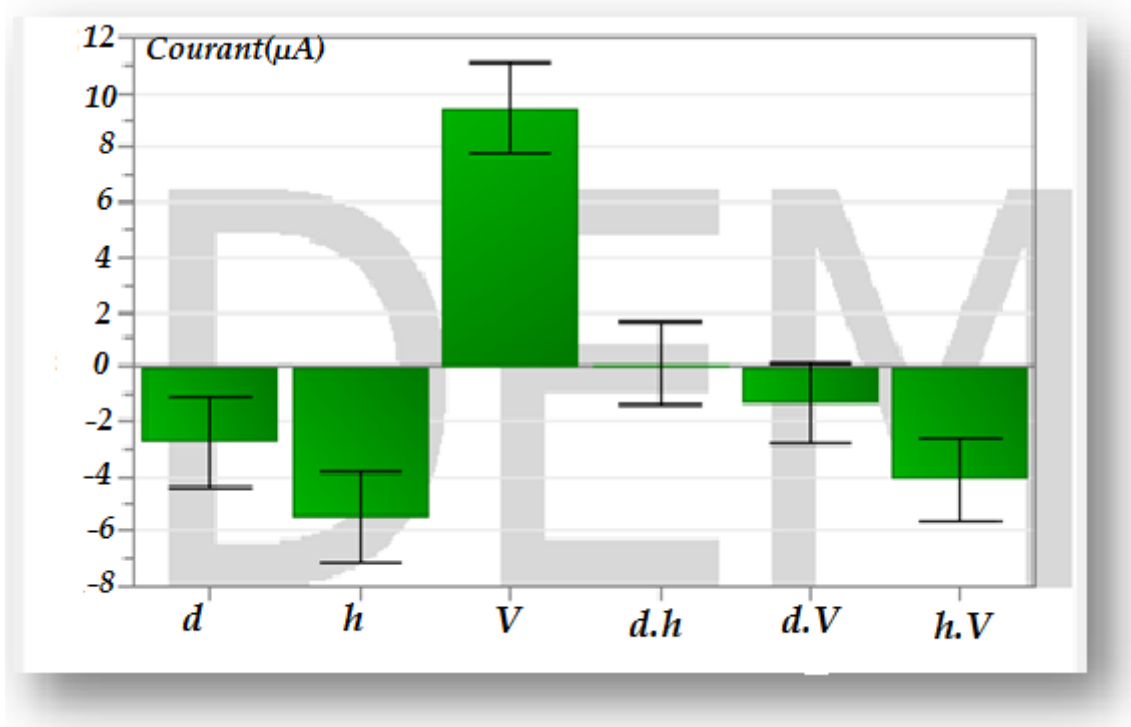


Figure IV.1 : Histogramme des effets et leurs interactions.

Ainsi le modèle mathématique du courant de couronne peut être exprimé par l'équation mathématique dans le plan factoriel par :

$$y = 11,73 - 3,13.X_d - 6,20.X_h + 10,56.X_V + 0,15.X_d.X_h - 1,69.X_d.X_V - 5,17.X_h.X_V$$

En valeurs réelles par :

$$y = 11,73 - 3,13.\left(\frac{d-1}{0,5}\right) - 6,20.\left(\frac{h-1,5}{0,5}\right) + 10,56.\left(\frac{V-14}{4}\right) + 0,15.\left(\frac{d-1}{0,5}\right).\left(\frac{h-1,5}{0,5}\right) - 1,69.\left(\frac{d-1}{0,5}\right).\left(\frac{V-14}{4}\right) - 5,17.\left(\frac{h-1,5}{0,5}\right).\left(\frac{V-14}{4}\right)$$

### 2.3 Estimation de la variance :

Une fois le modèle mathématique recherché est établi, il faut maintenant évaluer la qualité du modèle. Pour ce faire on effectue l'analyse de la variance. En utilisant les équations du paragraphe (§§II.7.2), cette première étape aboutit à la construction du tableau IV.4 :

X <sub>d</sub>	X <sub>h</sub>	X <sub>v</sub>	d.h	d.V	h.V	Y	Y <sub>pré</sub>	SCM	SCE
-1	-1	-1	+1	+1	+1	5.2	3.79	63.00	1.98
+1	-1	-1	-1	-1	+1	0.28	0.62	123.54	0.11
-1	+1	-1	-1	+1	-1	1.1	1.44	105.99	0.11
+1	+1	-1	+1	-1	-1	0.25	-1.16	166.09	1.98
-1	-1	+1	+1	-1	-1	38.3	38.64	723.88	0.11
+1	-1	+1	-1	+1	-1	30.1	28.69	287.73	1.98
-1	+1	+1	-1	-1	+1	17	15.59	14.92	1.98
+1	+1	+1	+1	+1	+1	5.9	6.24	30.20	0.11
0	0	0	0	0	0	10.4	11.73	0.00	1.77
0	0	0	0	0	0	10.3	11.73	0.00	2.04
0	0	0	0	0	0	10.2	11.73	0.00	2.34

Tableau IV.4 : Estimation des effets du modèle.

#### 2.4 Variance totale (variance des résidus) :

La variance résiduelle est définie par l'équation (II.33) :

$$S^2 = \frac{SCE}{v_e} = \frac{\sum(Y_i^{pré} - Y_{moy})^2}{(N - P)}$$

$$S^2 = \frac{14,53}{11 - 7} = 3,63$$

#### 2.5 Variance sur un effet :

Cette valeur est définie par l'équation (II.37) :

$$S_i^2 = \frac{S^2}{N} = \frac{3,63}{11} = 0,33$$

$$S_i = 0,57$$

On établit le test statistique,  $t_{obs}$  à partir de la relation (II.37):

$$t_{obs} = \frac{|a_i|}{S_i}$$

On rappelle que l'équation mathématique qui traduit le modèle est donnée par :

$$y = 11,73 - 3,13 \cdot \left(\frac{d-1}{0,5}\right) - 6,20 \cdot \left(\frac{h-1,5}{0,5}\right) + 10,56 \cdot \left(\frac{V-14}{4}\right) + 0,15 \cdot \left(\frac{d-1}{0,5}\right) \cdot \left(\frac{h-1,5}{0,5}\right)$$

$$- 1,69 \cdot \left(\frac{d-1}{0,5}\right) \cdot \left(\frac{V-14}{4}\right) - 5,17 \cdot \left(\frac{h-1,5}{0,5}\right) \cdot \left(\frac{V-14}{4}\right)$$

Comme exemple, le coefficient de la tension appliquée  $V$  possède :

$$t_V = \frac{10,56}{0,57} = 18,38$$

Le modèle mathématique a été déterminé à partir de 11 essais et possède 7 coefficients. Ainsi il y a  $\nu = 11 - 7 = 4$  degrés de libertés, la table de « Student » (voir annexe B), donne, pour un risque de 5% avec  $\nu = 4$ ,  $t_{crit}(0,05,4) = 2,776$ . Un effet sera significatif au risque de 5% si le test statistique  $t_{obs}$  correspondant est supérieur à 2,776. Ainsi l'effet  $t_V$  de la tension appliquée est supérieur à  $t_{crit}$  et donc significatif. En faisant le même calcul pour toutes les variables, on obtient le tableau IV.5 :

Variables	Effet	$t_{obs}$	Résultats
Constante	20.41	20,41 > 2,776	Significatif
Diamètre du fil ( $d$ )	5.45	5,45 > 2,776	Significatif
Distance inter-électrode ( $h$ )	10.80	10,80 > 2,776	Significatif
Tension appliquée ( $V$ )	18.38	18,38 > 2,776	Significatif
$d \times h$	0.25	0,25 < 2,776	Non Significatif
$d \times V$	2.94	2,94 > 2,776	Significatif
$h \times V$	9.00	9,00 > 2,776	Significatif

**Tableau IV.5 : Analyse des effets du modèle mathématique**

Il faut remarquer que l'analyse de la variance permet de définir le seuil à partir duquel un effet n'est plus significatif, quatre effets et deux interactions ont une probabilité d'au moins 95% d'être significatifs. Il est évident que le diamètre du fil ( $d$ ), la distance inter-électrodes ( $h$ ) et la tension appliquée ( $V$ ) ont une influence significative sur la valeur du courant de l'effet couronne. Ces trois facteurs et les interactions ( $d \times V$ ) ( $h \times V$ ) significatives devront être utilisés pour l'optimisation du phénomène, pour augmenter ou bien diminuer l'effet couronne. On en déduit alors la formule simplifiée du courant en ( $\mu A$ ) :

$$I = 11,73 - 3,13 \cdot \left(\frac{d-1}{0,5}\right) - 6,20 \cdot \left(\frac{h-1,5}{0,5}\right) + 10,56 \cdot \left(\frac{V-14}{4}\right) - 1,69 \cdot \left(\frac{d-1}{0,5}\right) \cdot \left(\frac{V-14}{4}\right) - 5,17 \cdot \left(\frac{h-1,5}{0,5}\right) \cdot \left(\frac{V-14}{4}\right)$$

## 2. 6 Intervalle de confiance des effets du modèle :

Après la détermination des effets significatifs et non significatifs, l'étape suivante consiste à établir l'intervalle de confiance des coefficients du modèle mathématique.

L'intervalle de confiance est exprimé par :

$$[a_i - t(a, \nu)S_i, a_i + t(a, \nu)S_i] = [a_i - 2,776 * 0,57, a_i + 2,776 * 0,57]$$

Le tableau IV.6 regroupe les calculs de l'intervalle de confiance pour tous les coefficients du modèle établi.

**Remarque :**  $t(a, \nu) = t(0,05, 4) = 2,776$ . C'est-à-dire  $a = 0,05 = 5\%$  (tolérance ou bien risque) et  $\nu = 4$  c'est le nombre de degré de liberté .

Coefficients du modèle	Limite inférieure	Limite supérieure
$a_0 = 11.73$	10.13	13.33
$a_d = -3.13$	-4.73	-1.54
$a_h = -6.20$	-7.80	-4.61
$a_v = 10.56$	8.96	12.15
$d \times h = 0.15$	-1.45	1.74
$d \times V = -1.69$	-3.29	-0.10
$h \times V = -5.17$	-6.77	-3.58

**Tableau IV. 6: Intervalle de confiance des coefficients du modèle mathématique.**

Le tableau IV.6 permet de confirmer les résultats du tableau IV.5. Il est clair que par exemple  $a_0 = 11,73$  est significativement différent de zéro au risque de 5% alors que, l'interaction ( $d \times h$ ) comme deuxième exemple n'est pas significativement différent de zéro au même risque.

### 2.7 Analyse de la variance :

L'analyse statistique du modèle dans sa globalité se poursuit par la construction d'un test statistique. Le tableau d'analyse de régression (Chapitre II. Tableau II.6), permet de regrouper les différentes étapes, permettant d'aboutir à l'analyse statistique.

Source	Somme des carrés	Degré de liberté	Carré moyen	$f_{obs}$
Modèle	SCM = 1515,341	6	252,557	69,537
Résidus	SCE = 14,528	4	3,632	
Total	SCT = 1529,869	10		

**Tableau IV.7 : Analyse de la régression pour la polarité positif.**

La table de Fisher-Snedecor (annexe C) donne pour  $\nu_1 = 6$  et  $\nu_2 = 4$ ,  $F_{crit} = 6,16$  pour un risque de 5%. Etant donné que  $(F_{obs} = 69,537) > (F_{crit} = 6,16)$  on accepte donc l'hypothèse de linéarité du modèle.

### 2.8 Qualité du modèle :

#### a) Qualité descriptive du modèle :

Le tableau d'analyse de régression (VI.7) permet d'établir immédiatement le coefficient de détermination à partir de l'équation II. :

$$R^2 = \frac{SCM}{SCT} = 1 - \frac{SCE}{SCT}$$

$$R^2(\%) = \frac{1515,341}{1529,869} \times 100 = 99,05 \%$$

Dans l'analyse des résultats d'essais, il faut impérativement éviter l'utilisation du coefficient  $R^2$ . Il faut recourir plutôt à l'utilisation du coefficient de détermination ajusté  $R_{ajust}^2$ .

Le tableau d'analyse de régression permet de corriger le coefficient défini à partir de l'équation (II. 45). On définit le coefficient  $R_{ajust}^2$  à partir de l'équation (II.46) :

$$R_{ajust}^2 = 1 - \frac{SCE/(N - P)}{SCT/(N - 1)}$$

$$R_{ajust}^2(\%) = \left( 1 - \frac{14,528/(11 - 7)}{1529,869/(11 - 1)} \right) * 100 = 97,63 \%$$

Il faut remarquer  $R_{ajust}^2$  qui est proche de 100%, ce qui veut dire que la qualité descriptive du modèle est satisfaisante. Ainsi on peut dire que dans le domaine d'étude choisi le modèle obtenu pourra servir à prédire la valeur de la réponse du courant en polarité positive dans une configuration fil plan.

#### b) Qualité prédictive du modèle :

Par analogie avec le coefficient de détermination  $R^2$ , on obtient le coefficient  $R_{predictif}^2$  encore noté  $Q^2$ :

$$Q^2 = 1 - \frac{P_{ress}}{SCT}$$



Un modèle sera d'autant plus prédictif que l'erreur de prédiction est faible ainsi on définit la statistique, noté par l'équation:

$$P_{ress} = \sum_{i=1}^n e_i^2$$

Tant que la valeur de  $P_{ress}$  est faible, le modèle postulé ou bien établi est prédictif.

$$P_{ress} = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^{n=11} (Y_i - Y_{pre})^2$$

$Y_{pre}$  : C'est la matrice colonne calculé.

$$Y_{pré} = X.A$$

X : matrice de calcul des effets de dimension (11,7) :

$$\begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A : matrice des coefficients du modèle de dimension (7,1)

$$A^t = [11.73, -3.13, -6.20, 10.56, 0.15, -1.69, -5.17]$$

$$Y_{pré}^t = [3.79, 0.62, 1.44, -1.16, 38.64, 28.69, 15.59, 6.24, 11.73, 11.73, 11.73]$$

$$DIM = (Y_{pré}) = (11,1)$$

$Y_i$  : Matrice colonne de DIM(11,1) (c'est la réponse I du courant)

$$Y_i^t = [5.2, 0.28, 1.1, 0.25, 38.3, 30.1, 17.5, 9, 10.4, 10.3, 10.2]$$

**Remarque :** Les différentes matrices sont tirées du tableau (IV.4)

Le calcul matriciel est trop long il est fait en utilisant un tableur sous EXCEL. Ainsi l'erreur de dérivée est calculée à partir d'un produit matriciel, ce qui donne

$$P_{ress} = \sum_{i=1}^{11} e_i^2 = 14,53$$

$$Q^2(\%) = \left(1 - \frac{14,53}{1529,869}\right) \cdot 100 = 99,05 \%$$

Plus la valeur du coefficient  $Q^2$  (%) est proche de 100% plus la qualité prédictive du modèle est satisfaisante. La valeur obtenue  $Q^2 = 99,05\%$  permet de conclure que le modèle peut être retenu pour prédire les valeurs dans le domaine.

Un bon modèle mathématique doit avoir des critères  $R^2$  et  $Q^2$  dont la valeur numérique soit proche de l'unité, le coefficient de détermination étant proche de l'unité ce qui renforce la validité du modèle.

Dans le cas de ce premier plan d'expérience, les valeurs de  $R^2$ ,  $Q^2$  et  $R_{adj}^2$ , calculées sont :

$$R^2 = 99,05\% \quad \% ; \quad Q^2 = 99,05 \quad \% ; \quad R_{adj}^2 = 97,63 \quad \% \quad \%$$

Le modèle du premier ordre est adéquat ; la conclusion de cette étude est que le modèle du premier degré est largement satisfaisant pour interpréter les valeurs expérimentales.

### **2.9 Analyse graphique du modèle :**

Nous avons utilisé le logiciel MODDE 10.1 (Umetrics AB, Umea, Sweden), qui est un programme Windows qui permet la création et l'évaluation du plan d'expériences. Le programme assiste l'utilisateur à l'interprétation des résultats et la prédiction des réponses. Il calcule les coefficients mathématiques du modèle, trace les surfaces de réponses, et identifie le meilleur ajustement des paramètres pour une optimisation du processus.

En plus, le programme vérifie si les résultats expérimentaux obtenus sont logiques et détecte tous résultats douteux.

#### **a) Graphe d'adéquation du modèle et validation des mesures :**

Le graphe d'adéquation du modèle est un moyen simple de porter un jugement sur la qualité descriptive du modèle. Cette figure restitue le nuage des points défini, à partir des valeurs des réponses mesurées et des réponses prédites par le modèle (Tableau IV.4). Plus le nuage des points est aligné sur la première bissectrice, plus la qualité descriptive du modèle est satisfaisante. Figure IV. 2

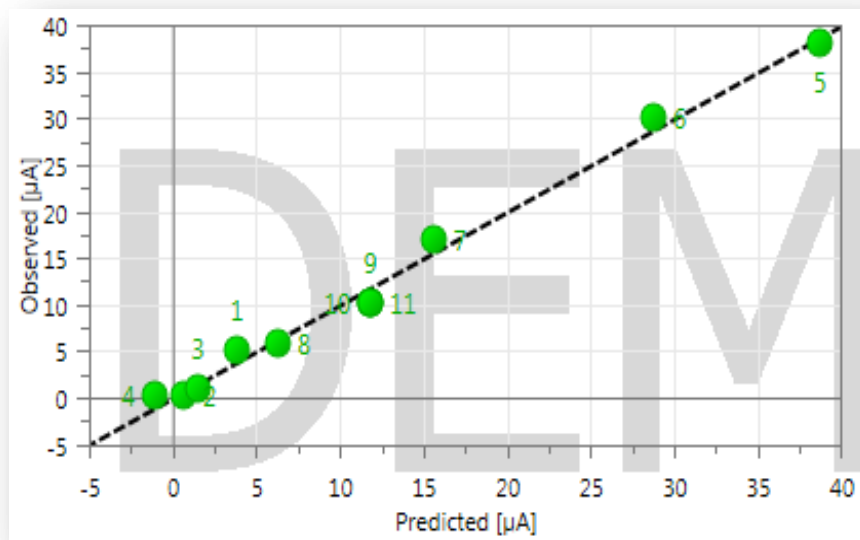


Figure IV. 2 : Graphe d'adéquation du modèle

Le logiciel permet de valider les résultats des mesures, qui doivent être dans un intervalle variant de  $[-1, +1]$ . Dans le cas contraire l'essai n'appartient pas au domaine.

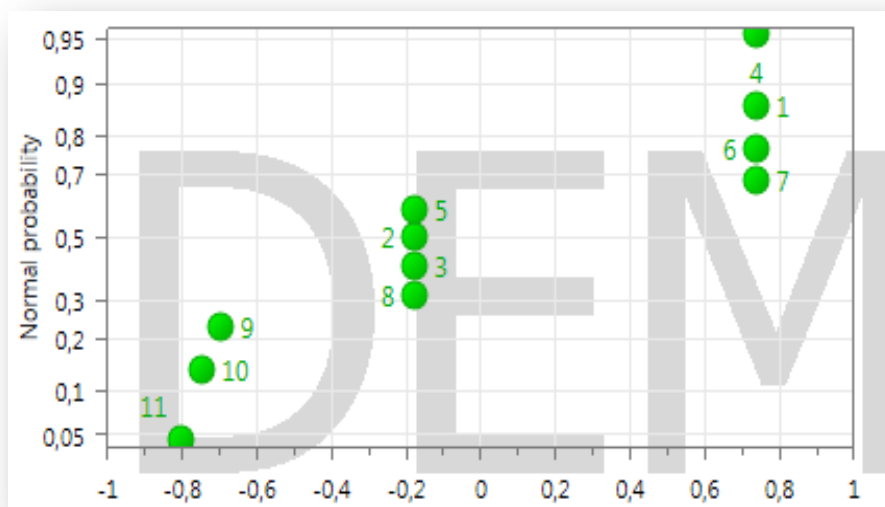


Figure IV. 3 : Graphe de validation des mesures

**b) Courbes iso-réponses :**

Le logiciel MODDE 10.1 permet également la modélisation par les surfaces de réponses, qui peut aussi être utilisée pour interpréter les résultats du plan d'expériences dans le plan défini par la variation du courant en fonction des paramètres géométriques (diamètre du fil, distance inter-électrodes et tension appliquée) les courbes iso-réponses permettent de délimiter les différentes régions du plan qui correspondent aux différentes classes du courant de couronne.

Ainsi dans le plan  $(h, d)$ , il faut remarquer la grande influence de la distance inter-électrode  $h$  par rapport au diamètre du fil  $d$ . Ces deux paramètres ont une contribution négative (les classes de courant diminuent de 20 jusqu'à 4  $\mu A$ ) pour une tension de 14kV (figure IV.4.a). Dans le plan  $(h, V)$  il y a une grande contribution de ces deux paramètres, mais d'une façon opposée (la tension conduit à une augmentation du courant alors que l'intervalle conduit à une diminution) pour un diamètre de 1,5mm (figure IV.4.b). Dans le plan  $(V, d)$  les mêmes constatations sont à remarquer pour une distance inter-électrode de 2cm (figure IV.4.c).

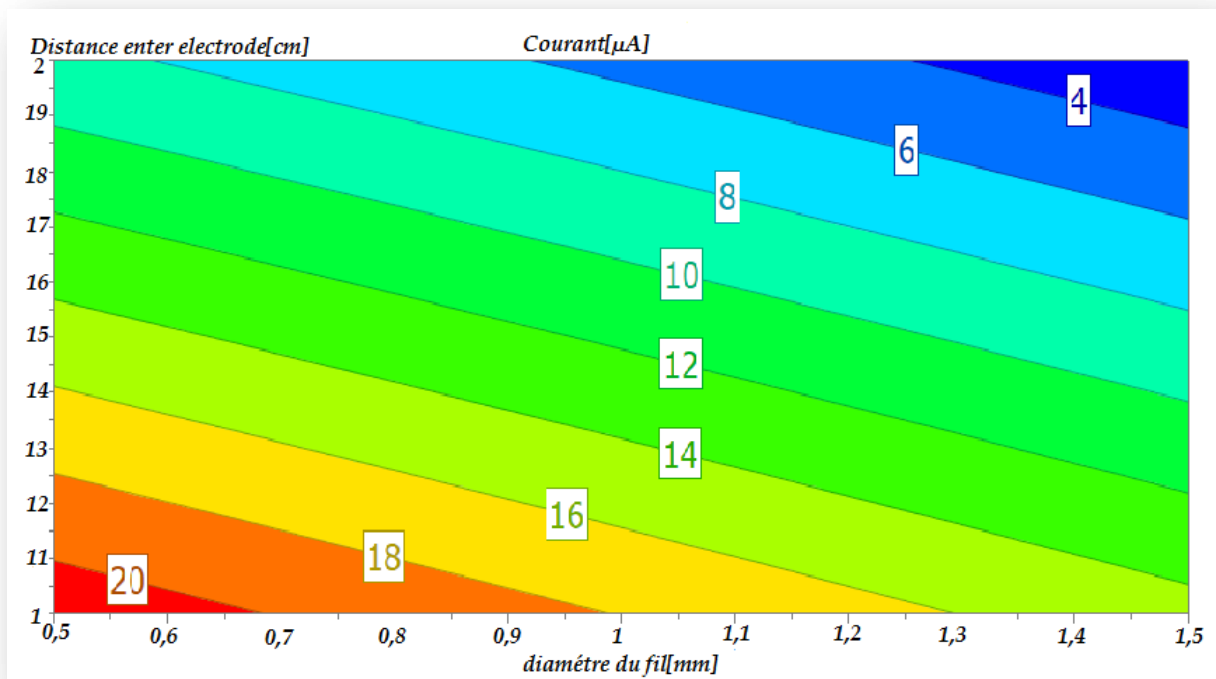


Figure IV.4.a : L'influence du diamètre du fil et de la distance inter-électrodes sur le courant

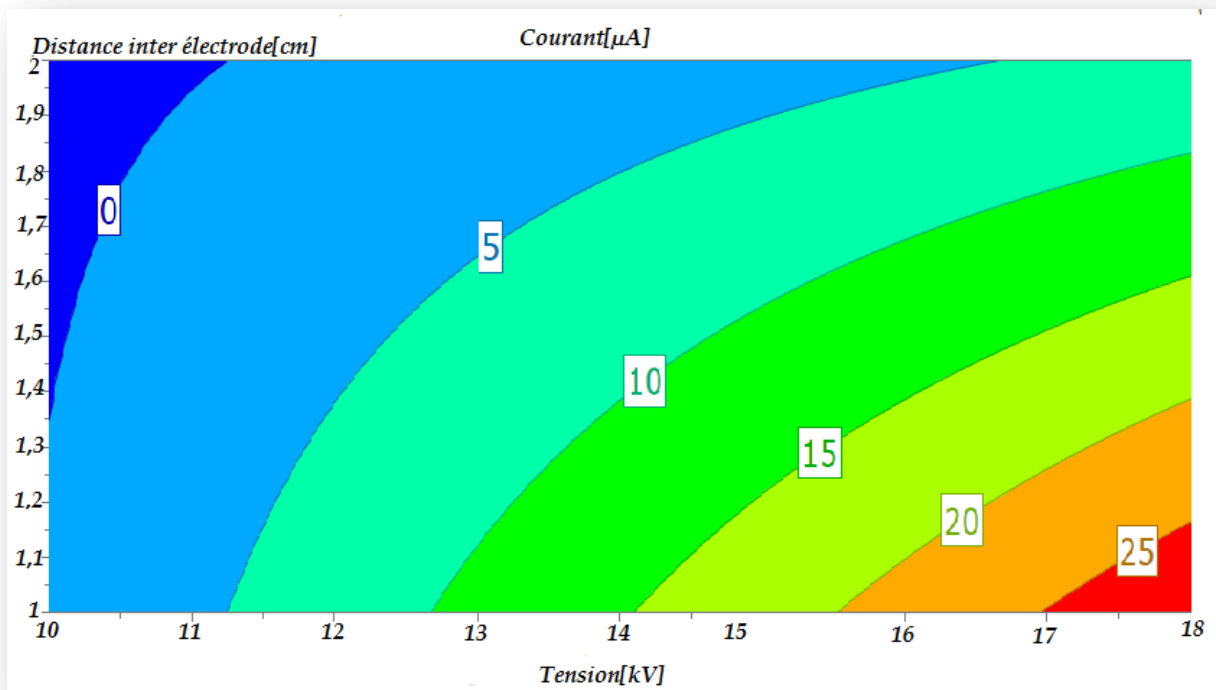


Figure IV.4.b : L'influence de la tension appliquée et de la distance inter-électrodes sur le courant

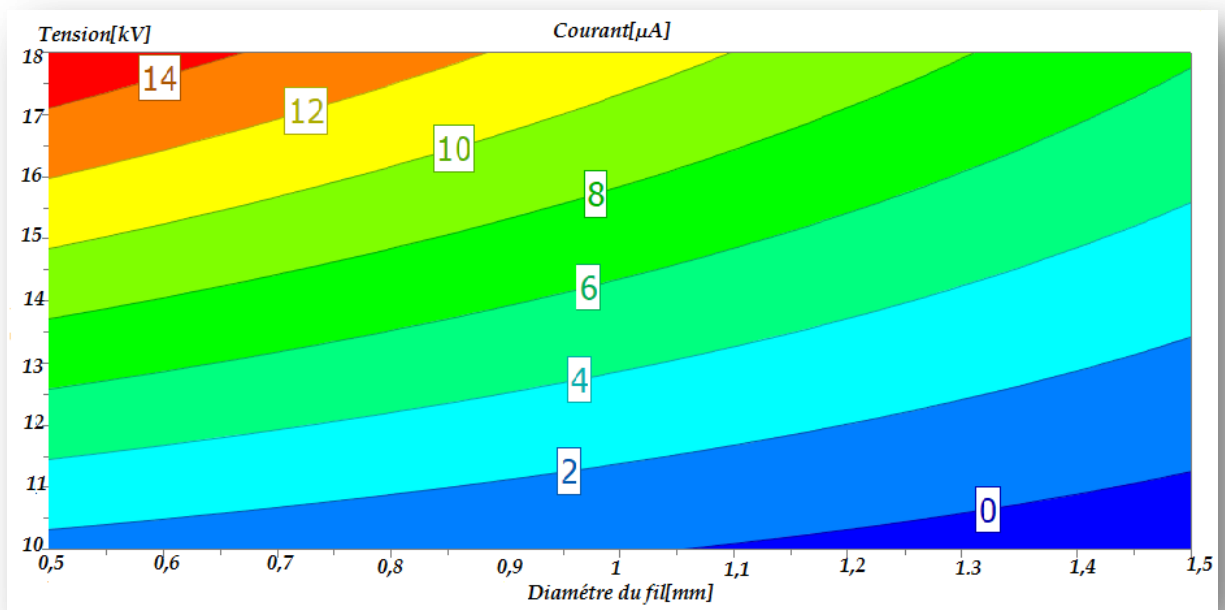


Figure IV.4.b : L'influence de la tension appliquée et le diamètre du fil sur le courant

### *IV.3. Conclusion*

Le modèle ainsi défini de la valeur du courant met en évidence le degré d'influence des différents paramètres, la tension en premier lieu, ainsi que l'influence des paramètres géométriques (diamètre du fil et la distance inter-électrodes).

L'analyse dimensionnelle par la méthode des plans d'expériences répond parfaitement à ce type de problème. En effet, on retrouve l'effet positif de la tension sur le courant de l'effet couronne, l'effet négatif du diamètre du fil et de la distance inter-électrode

Nous recommandons à ce que les essais doivent être effectués dans des conditions de stabilité.

### *Conclusion générale:*

Le travail présenté dans ce mémoire consiste à élaborer un modèle dimensionnel du courant de l'effet couronne en fonction de la tension et de certains paramètres géométriques tels que le diamètre du fil et de la distance inter-électrode. En effet, la configuration utilisée est de type fil/plan et, la polarité de la tension est positive.

Ce travail a été divisé en quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, nous avons présenté une étude bibliographique de la décharge électrique où nous avons entamé les différents paramètres physiques de la décharge électrique et les différents régimes de cette dernière. Nous avons terminé ce chapitre par des applications et des inconvénients de la décharge couronne.

Dans le deuxième chapitre nous avons présenté les principes fondamentaux de la méthode des plans d'expériences. Cette méthode nous a permis d'organiser au mieux nos essais. Nous avons obtenu le maximum de renseignements avec le minimum d'expériences. La compréhension de la méthode des plans d'expériences s'appuie sur deux notions essentielles, celle d'espace expérimental et celle de modélisation mathématique des grandeurs étudiées. Elle nous a permis de trouver le lien qui existe entre une grandeur d'intérêt,  $y$ , dans notre cas le courant et des variables,  $x_i$ , tension, paramètres géométriques. Chaque plan d'expérience permet de déduire un modèle de la réponse « grandeur d'intérêt », donc d'explorer une zone particulière du domaine d'étude. A partir de cette étude, nous avons pu construire un plan d'expérience suivant les variables étudiées et qui servira dans la fin de ce travail. Notons que l'essentiel des calculs ont été réalisés par notre tableur « Excel » ce qui nous donne un outil fini pour des futures études.

Dans le troisième chapitre, nous avons effectué un simple calcul à l'aide de la formule de Peek afin de trouver la valeur de la tension seuil à laquelle nous pouvons obtenir le démarrage du processus de couronne, ensuite nous avons présenté une description générale du dispositif expérimental avec lequel nous avons pu réaliser nos expériences, à la fin de ce chapitre nous avons étudié l'influence des paramètres géométriques (diamètre du fil et la distance inter-électrode) pris séparément sur la valeur du courant de l'effet couronne. A partir des résultats obtenus, nous avons constaté que la tension a une contribution positive sur la valeur du courant par contre le diamètre du fil et la distance inter-électrode ont une contribution négative.

Dans le dernier chapitre nous avons effectué une analyse dimensionnelle par la méthode des plans d'expériences. En effet, nous avons trouvé l'effet positif de la tension sur le courant de l'effet couronne, l'effet négatif du diamètre du fil et de la distance inter-électrode ce qui confirme les résultats obtenus dans le chapitre précédent. La méthode des plans d'expériences nous a permis de voir l'influence des interactions entre les facteurs. En effet, les interactions (diamètre du fil, tension) et (distance inter-électrode , la tension ) ont un effet négatif sur le courant de l'effet couronne.

Nous recommandons à ce que les essais doivent être effectués dans des conditions de stabilité, dans une enceinte fermée à fin que l'humidité et la température soient contrôlés, et peuvent être prient comme des facteurs dans le plan factoriel qui sera choisi.



- [1] M.-A. M. Handala., « Étude de la décharge de surface sous tension alternative 50 Hz : effet sur une interface isolante air/solide », Thèse de doctorat d'Etat, UMM T.O, 2007.
- [2] « Matières plastiques & adjuvant hygiène et sécurité », INRS, ED638, 2006.
- [3] F. Z. BECHLAGHEM, « L'INFLUENCE DU TRANSFERT D'ENERGIE SUR LA DYNAMIQUE DE MELANGE GAZEUX », 2010.
- [4] M. Moudoud, « contribution à l'étude d'une isolation solide/air soumise a une tension alternative 50hz" », Thèse de magister en électrotechnique, M.M.T.O, 1997.
- [5] J. Jarrige, « Etude expérimentale des décharges électriques impulsionnelles nanoseconde à pression atmosphérique. Application au traitement des effluents gazeux et à la décontamination de surface », Rouen, 2008.
- [6] M. Hamel, *Influence de la variation de la température ambiante sur les vibrations induites par effet de couronne*. Université du Québec à Chicoutimi Chicoutimi, 1991.
- [7] C. Potvin, « Comportement et effet de la charge d'espace sur les mécanismes des vibrations induites par effet de couronne », Mémoire d'ingénieur, l'université de Québec, 2000.
- [8] B. Benamar, « La faisabilité de l'électrofiltration d'une atmosphère chargée en poussières de bois: Etude expérimentale et numérique », Nancy 1, 2008.
- [9] A. Abahazem, « Etude expérimentales des décharges couronne pour la dépollution des gaz », Université de Toulouse, Université Toulouse III-Paul Sabatier, 2009.
- [10] C. Gary, *Effet couronne sur les réseaux électriques aériens*. Ed. Techniques Ingénieur, 1998.
- [11] N. Ibrahima, « Initiation Et Développement Des Décharges Couronnes Sur Une Surface De Glace », *Univ. Qué.*, 2003.
- [12] L. V. Hoang et others, « Comparaison des rendements énergétiques de dégradation de trois composés organiques par plusieurs procédés d'oxydation avancés en milieu aqueux », Poitiers, 2009.
- [13] S. Eymerie, « Etude expérimentale des décharges atmosphériques générées par impulsions nanosecondes: Application au traitement des particules de suie Diesel », Rouen, 2003.
- [14] M. F.Bitam, « Etude d'une isolation combinée huile/papier isolant : Approche non destructive », Thèse de doctorat d'état en électrotechnique, UMM, T-O, 2007.
- [15] K. Hamoumeche, « Étude de l'interaction entre une barrière de papier et une décharge couronne en géométrie pointe-plan », Thèse de magister, UMMTO, 2009.
- [16] K. F,P Fauchais, *Les générateurs à plasmas*, Phys.APPL.16. 1981.
- [17] C. Sarra-Bournet, « Design et réalisation d'un réacteur plasma à pression atmosphérique pour des traitements de surfaces dans le domaine des biomatériaux », Université Laval, 2007.
- [18] R. Jousot, « Etude, caractérisation et amélioration d'un actionneur plasma: application au contrôle de la transition d'une couche limite de Blasius », Université d'Orléans, 2010.
- [19] Y. Bekaoual et Y. Messlem, *Etude de l'évolution du courant de la décharge couronne*. Éditions Universitaires Européenes, 2013.
- [20] A. Labergue, « Etude de décharges électriques dans l'air pour le développement d'actionneurs plasmas–Application au contrôle de décollements d'écoulements », Université de Poitiers, 2005.
- [21] U. Kogelschatz, « Dielectric-barrierdischarges: theirhistory, dischargephysics, and industrial applications », *Plasma Chem. Plasma Process.*, vol. 23, n° 1, p. 1–46, 2003.
- [22] A. Tilmatine, S. Flazi, K. Medles, Y. Ramdani, et L. Dascalescu, « Séparation électrostatique: complément des procédés mécaniques de recyclage des déchets industriels », *J. Electrostat.*, vol. 61, n° 1, p. 21–30, mai 2004.

- [23] A. Sublet, « Caractérisation de décharges à barrières diélectriques atmosphériques et sub-atmosphériques et application à la déposition de couches d'oxyde de silicium », 2007.
- [24] S. ] P. K. A. Mamun, [ *Introduction to Dusty Plasma Physics*, Series in plasma physique. 2002.
- [25] L. Léger, « Contrôle actif d'un écoulement d'air par un plasma froid surfacique », Poitiers, 2003.
- [26] C. Oudet, « Polymères structure et propriétés, Introduction, édition Masson Milan Barcelone Paris 1994 », *Sites Web*, p. 130, 2006.
- [27] B. F. J. Schonland, *Atmospheric Electricity Methuen*. London, 1953.
- [28] B. Senouci, « Influence des impuretés sur la formation et le mode de la décharge dans le SF<sub>6</sub> (6) comprimé en polarité positive », Paris 6, 1987.
- [29] G. Berger, E. Marode, O. Belabed, B. Senouci, I. Gallimberti, et A. Osgualdo, « Effect of water vapour on the discharge regimes and the deviations from similarity law in compressed SF<sub>6</sub> for positive polarity », *J. Phys. Appl. Phys.*, vol. 24, n° 9, p. 1551, 1991.
- [30] T. Guerrero Olivera, *Etude expérimentale du contournement des isolateurs recouverts de glace sous tensions de foudre et de manoeuvre*. Université du Québec à Rimouski [Rimouski, 2004.
- [31] M. Hairour, « Etude diélectrique d'une isolation hybride gaz-solide pour appareillage haute tension », Citeseer, 2008.
- [32] C. Douat, G. Bauville, M. Fleury, M. Laroussi, et V. Puech, « Dynamics of colliding microplasma jets », *Plasma Sources Sci. Technol.*, vol. 21, n° 3, p. 34010, 2012.
- [33] S. I. Yakovlenko, « Similarity law for a homogeneous discharge in the presence of a strong field and analogues of the Stoletov constant for the pulsed regime », *Laser Phys.*, vol. 17, n° 3, p. 268–281, 2007.
- [34] A. Vincent, « Conception et simulation d'un réacteur fil-cylindre à décharge couronne avec barrière diélectrique adapté au traitement des oxydes d'azote dans des effluents marqués par un isotope », Paris 6, 2002.
- [35] C. G. Garton, A. G. Day, H. F. Church, et L. L. Alston, « Intrinsic and related forms of breakdown in solids », *High Volt. Technol. Oxf. Univ. Press U. K.*, p. 144–183, 1968.
- [36] P. Vencent, « "Etude expérimentale du microdécharges comme source de rayonnement ultraviolet intense"; - », Thèse de Doctorat, Université Paris sud, 2011.
- [37] L. L. Alston, « The impulse initiation of arc discharges », *Proc. IEE-Part Power Eng.*, vol. 106, n° 26, p. 133–140, 1959.
- [38] E. Aubert, « Diagnostic optique du vieillissement électrique des résine époxydes sous faible champ électrique », Université de Toulouse, Université Toulouse III-Paul Sabatier, 2008.
- [39] J. Jolibois, « Etude et développement d'un actionneur plasma à décharge à barrière diélectrique: application au contrôle d'écoulement sur profil d'aile », Poitiers, 2008.
- [40] F. Koliatene, « Contribution à l'étude de l'existence des décharges dans les systèmes de l'avionique », Université de Toulouse, Université Toulouse III-Paul Sabatier, 2009.
- [41] B. Khaddour, « Modélisation du champ électrique modifié par la charge d'espace injectée », Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG, 2006.
- [42] L. M. Dumitran, « Collection des fines particules dans un dépoussiéreur électrostatique », Grenoble 1, 2001.
- [43] L. Dascalescu, A. Samuila, A. Mihalcioiu, S. Bente, et A. Tilmatine, « Robust design of electrostatic separation processes », *Ind. Appl. IEEE Trans. On*, vol. 41, n° 3, p. 715–720, 2005.

- [44] P. Maurice, « Les plans d'expériences par la méthode de Taguchi », *Éditions D'organisation*, 1997.
- [45] J. Goupy, *Plans d'expériences*. Ed. Techniques Ingénieur, 2006.
- [46] J. Goupy, *Plans d'expériences pour surfaces de réponse*. Dunod, 1999.
- [47] F. Louvet et L. Delplanque, « Les Plans d'expériences: une approche pragmatique et illustrée », *Des. Exp. Fr. Touch Ed. Expérimentative-ISBN*, p. 2-95251126, 2005.
- [48] F. W. Peek, *Dielectric phenomena in high voltage engineering*. Mc Graw-Hill Book Company, Incorporated, 1920.
- [49] M. Rezzouga, A. Tilmatine, R. Gouri, K. Medles, et L. Dascalescu, « Experimental modeling of high-voltage corona discharge using design of experiments », *Front. Electr. Electron. Eng. China*, vol. 2, n° 2, p. 139-143, 2007.