



FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES  
DÉPARTEMENT GÉNIE CIVIL

**Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de Master**

**Filière :** Génie Civil

**Spécialité :** Structures

**Présenté par :**

Graif Yasmine

Habchi Fatima Zohra

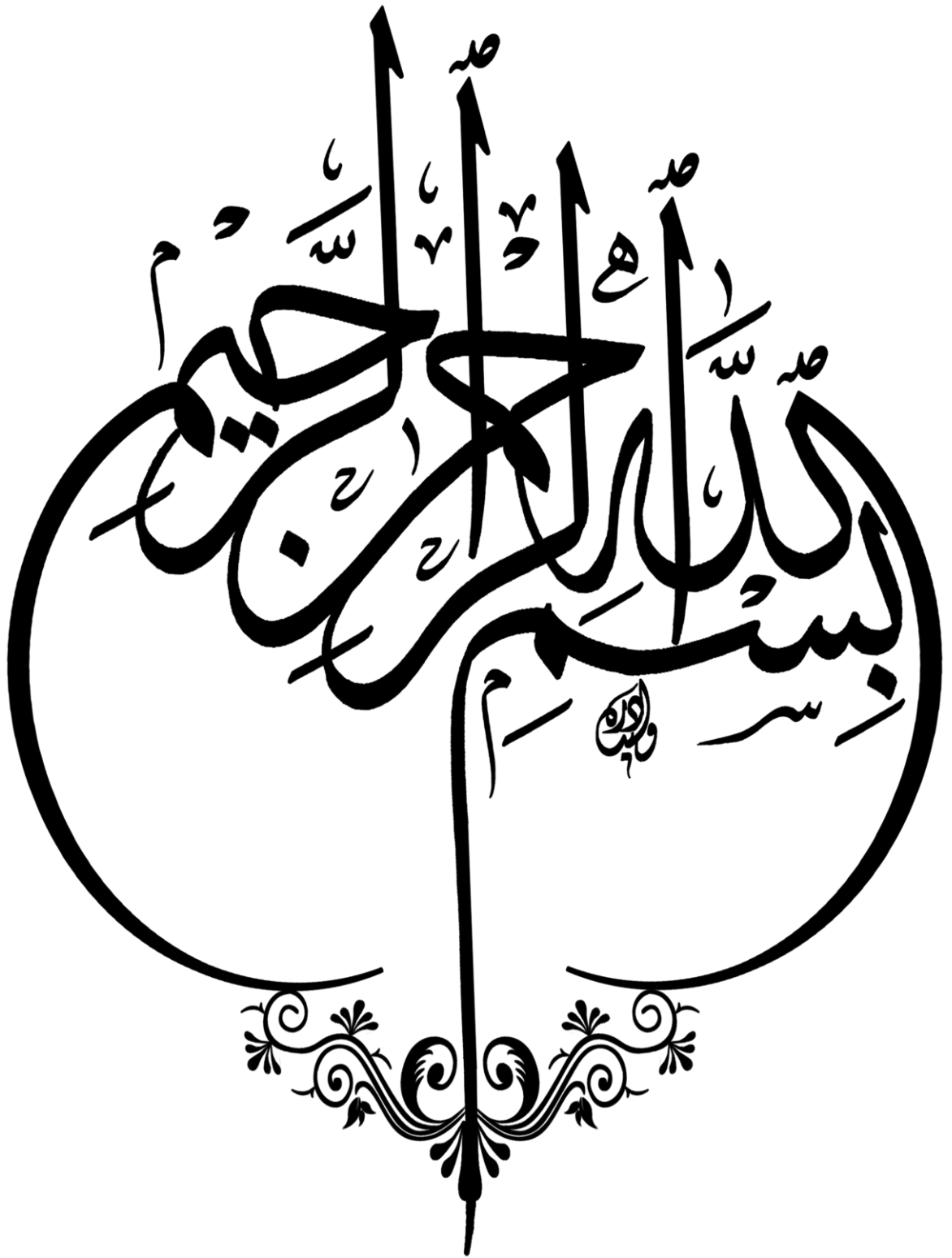
**Sujet du mémoire**

**Analyse et modélisation des poutres continues en acier  
renforcées par des plaques en matériaux composites**

*Soutenu publiquement le ...../09/2020 Devant le jury composé de :*

Prof. Zidour Mohamed	Président
Prof. Hassaine Daouadji Tahar	Rapporteur
Dr. Bensattalah Tayeb	Examineur
Dr. Saoula Abdelkader	Examineur

*Promotion : 2019 /2020*



## Remerciements

*Après avoir rendu grâce à Dieu le tout puissant et le miséricordieux nous tenons à remercier vivement tous ceux qui, de près ou de loin ont participé à la rédaction de ce document.*

*Nous tenons à exprimer nos remerciements avec un grand plaisir et un grand respect à notre encadreur Prof HASSAINE DAOUADJI Tahar Pour ses conseils, sa disponibilité et ses encouragements qui nous ont permis de réaliser ce travail dans les meilleures conditions.*

*Nous voudrions exprimer nos remerciements à Dr RABAHI Abderezak pour les orientations et les conseils qu'il a su me prodiguer durant l'évolution de notre recherche.*

*Nous tenons aussi à exprimer toute notre reconnaissance et nos remerciements à tous les membres des jurys pour le temps qu'ils nous ont consacré pour évaluer ce travail. Aussi , nous tenons à remercier Mr CHAIB Ouadhah notre professeur pour leurs aides et leurs conseils et leurs encouragements durant l'évolution de notre recherche.*

*On tient à remercier nos parents et nos familles qui ont toujours été présents.*

*En fin, nous exprimons toute nos vifs remerciements à tous les enseignants qui nous ont aidés et encouragé de près ou de loin, pendant notre formation, qu'ils trouvent ici l'expression de nos remerciements les plus sincères.*

## Résumé

La dégradation prématurée des éléments de structures métalliques nécessite un renforcement ou une réparation. Parmi les techniques de renforcement existantes, les matériaux composites se sont récemment développés et sont de plus en plus couramment utilisés comme alternative aux matériaux conventionnels, principalement en raison de leur haute résistance et rigidité spécifique, mais aussi à cause de leurs propriétés mécaniques ajustables dans des grandes proportions. Cependant, un problème important est associé au renforcement en flexion des poutres métalliques: le décollement de la plaque de renforcement. En effet, depuis que le renforcement par les matériaux composites a été mis en œuvre, de nombreux essais en laboratoire ont permis de conclure que le délaminage de la plaque de renforcement est le mode de rupture le plus fréquent dû à une forte concentration des contraintes au bord de la plaque de renforcement.

L'objectif du travail effectué dans le cadre de cette thèse est d'une part de contribuer au développement d'un modèle analytique pour prédire le comportement des contraintes interfaciales d'une poutre continue en acier renforcée en flexion sous chargement mécanique, et d'autre part d'expliquer les effets de la plaque composite sur ces contraintes. Dans le modèle adopté, les déformations de cisaillement dans l'adhérent sont prises en compte et en supposant une contrainte de cisaillement linéaire à travers la hauteur de la poutre métallique. Pour une poutre en acier de section en I, un coefficient géométrique est déterminé pour montrer l'effet des déformations de cisaillement des adhérents. En conséquence, la méthode peut être utilisée pour concevoir les poutres renforcées ayant une section géométrique qui change sur sa longueur. La présente méthode est basée sur la solution théorique améliorée pour la prédiction des contraintes d'interface, en prenant en compte les déformations de cisaillement des adhérents et en supposant une contrainte de cisaillement parabolique à travers l'épaisseur de la poutre et de la plaque collée. Les résultats de notre présent modèle ont été validés par comparaison aux résultats des contraintes d'interface issus de la littérature.

**Mot clés :** Poutre métallique, matériaux composite, collage, renforcement, décollement, contrainte d'interface.

## Abstract

The premature damage of the steel elements of structures requires a strengthening or a repairing. Among the existing techniques of reinforcement, the composite materials recently developed and are being increasingly used as alternatives for conventional materials primarily because of their high strength, specific stiffness, light weight and adjustable properties. However, a significant problem is associated in the flexural strengthening of the steel beams: debonding between the composite plate and steel beam. As matter of fact, since the reinforcement by composite materials was implemented, many tests laboratory allowed to conclude that the delamination of the reinforcement plate is the most frequent failure mode due to a high stresses concentration at the end of the reinforcement plate.

The objective of the work carried out within the framework of this thesis is on the one hand to contribute to the development of an analytical model to predict the behavior of the interfacial stresses of a continuous steel beam reinforced in bending under mechanical loading, and to on the other hand to explain the effects of the composite plate on these stresses. The adopted model is developed including the adherend shear deformations by assuming a linear shear stress through the depth of the steel beam. For steel I – beam section, a geometrical coefficient is determined to show the effect of the adherend shear deformations. Consequently, the method can be used to design strengthened beams having a geometrical section that change along its length. The present method is based on the improved theoretical solution to predict the interfacial stresses, by taking of account the adherend shear deformations and by assuming a parabolic shear stress through the thickness of both the steel beam and bonded plate. The results of our present model were validated by comparison with the results of interlaminar stresses resulting from the literature.

**Keywords:** Steel beam, composite materials, strengthening, reinforcement, delamination, interface stress.

## ملخص

يتطلب تدهور عناصر الهيكل المعدني التقوية والاصلاح، من بين تقنيات التعزيز الحالية تطوير المواد المركبة مؤخرًا و تستخدم بشكل متزايد كبديل للمواد التقليدية. ويرجع ذلك اساسا الى قوتها العالية وصلابتها و ايضا بسبب خصائصها الميكانيكية القابلة للتعديل و مع ذلك هناك مشكلة مرتبطة بتقوية الانحناء للحزم المعدنية منها انفصال لوحة التسليح . في الواقع منذ ان تم تنفيذ التعزيز بواسطة المواد المركبة ادت العديد من التجارب العلمية الى الاستنتاج ان تفريغ لوح التسليح هو اكثر انماط الفشل شيوعا بسبب التركيز العالي للضغوط في حافة لوحة التعزيز.

الهدف من العمل المنفذ في اطار هذه الاطروحة هو من ناحية المساهمة في تطوير نموذج تحليلي للتنبؤ بسلوك الضغوط البينية لشعاع فولاذي مستمر مقوى في الانحناء تحت التحميل الميكانيكي و من ناحية اخرى لشرح اثار الصفيحة المركبة على هذه الضغوط. في النموذج المعتمد تؤخذ سلالات القص في المادة اللاصقة في الاعتبار وافترض اجهاد القص الخطي عبر ارتفاع الحزمة المعدنية. بالنسبة لشعاع فولاذي على شكل I، يتم تحديد معامل هندسي لإظهار تأثير تشوهات القص للأعضاء وفقا لذلك يمكن استخدام الطريقة لتصميم الحزم المقواة ذات المقطع الهندسي الذي يتغير طوله.

تعتمد الطريقة الحالية على الحل النظري للتنبؤ بضغوط الواجهة، مع الأخذ في الاعتبار تشوهات القص ، نفرض اجهاد قص مكافئ من خلال سمك الحزمة واللوح اللاصقة، تم تحقق من صحة النتائج نموذجيا من خلال مقارنة مع نتائج قيود الواجهة

**الكلمات المفتاحية:** الشعاع المعدني، المواد المركبة، الترابط، التقوية، الفصل، اجهاد الواجهة.

## Liste des figures

### Chapitre I : Pathologies, techniques de renforcement des structures métallique

<b>Figure I. 1:</b> Poutre corrodé au bord de la mer .....	6
<b>Figure I. 2:</b> Corrosion d'un pont métallique .....	6
<b>Figure I. 3:</b> Structure atteinte par l'attaque des chlorures .....	7
<b>Figure I.4 :</b> Renforcement des poteaux, poutrelle par gainage en BA [13, 14].....	11
<b>Figure I.5 :</b> Renforcement d'un pont rail métallique par transformation en une structure mixte acier-béton [16].....	13
<b>Figure I. 6:</b> Renforcement par précontrainte additionnelles.....	14
<b>Figure I.7 :</b> Projection du béton par voie sèche.....	15
<b>Figure I. 8:</b> Renforcement par plats métalliques.....	15
<b>Figure I. 9:</b> Tablier de pont renforcer par matériaux composites .....	17
<b>Figure I. 10:</b> Rupture en tension de la poutre en I .....	19
<b>Figure I. 11:</b> Rupture en tension de la plaque composite .....	19
<b>Figure I. 12:</b> Instabilité locale de la poutre en I .....	20
<b>Figure I. 1.3:</b> Décollement de la plaque.....	20
<b>Figure I. 14:</b> Rupture en cisaillement.....	20

### Chapitre II : Généralités sur les matériaux composite.

<b>Figure II. 1 :</b> relation contrainte déformation en traction pour les différents composants ....	26
<b>Figure II. 2 :</b> Illustration d'un renfort fibreux unidirectionnel.....	27
<b>Figure II. 3 :</b> Modes de rupture des matériaux composites (Berthelot, 2002).....	29
<b>Figure II.4 :</b> composite stratifié .....	31
<b>Figure II.5:</b> Les coordonnées d'un stratifié .....	31
<b>Figure II. 6 :</b> Plan médium dans un stratifié déformé.....	33
<b>Figure II .7 :</b> Forces par unité de longueur .....	35
<b>Figure II.8 :</b> Moments par unité de longueur.....	37
<b>Figure II.9.</b> Couches symétriques.....	40

### Chapitre III: formulation mathématique des contraintes d'interfaces dans les poutres en acier renforcées par collage matériaux composites.

<b>Figure III .1:</b> Poutre métallique en I simplement appuyée renforcée par une plaque composite.....	46
---	----

**Figure III. 2:** Un segment différentiel de la poutre métallique renforcée par collage de composite..... 46

**Figure III .3:** Renforcement de membre de Porte-à-faux de RC avec la plaque composite ... 53

**Figure III.4:** Forces dans un élément infinitésimal d'un membre en porte-à-faux RC renforcé frP ..... 54

**Figure III .5:** Poutre continue renforcé par plaque FRP ..... 61

**Figure III .6a.** Forces dans un élément infinitésimal d'une poutre continue en acier renforcéepar collage des plaques en composite: renforcement en travée ..... 62

**Figure III .6b.** Forces dans un élément infinitésimal d'une poutre continue en acier renforcée par collage des plaques en composite: renforcement en appui ..... 65

**Chapitre 4: Résultats et analyse des contraintes d'interfaces dans les poutres en acier renforcées par collage matériaux composite.**

**Figure IV.1 :** caractéristique géométrique d'une poutre en acier continue renforcée par composite..... 70

**Figure IV.2 :** comparaison des contraintes d'interface de cisaillement d'une poutre en acier continue renforcée en travée par composite ..... 72

**Figure IV.3 :** comparaison des contraintes d'interface de normales d'une poutre en acier continue renforcée en travée par composite. .... 72

**Figure IV.4 :** comparaison des contraintes d'interface de cisaillement d'une poutre en acier continue renforcée en appuis par composite. .... 73

**Figure IV.5 :** comparaison des contraintes d'interface normales d'une poutre en acier continue renforcée en appuis par composite..... 73

**Figure IV.6 :** Effet de l'épaisseur sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en travée par plaque en carbodur..... 74

**Figure IV.7 :** Effet de l'épaisseur sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en travée par plaque en Tissu TFC..... 74

**Figure IV.8 :** Effet de la rigidité sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en appui par plaque en composite ..... 75

**Figure IV.9:** Effet de la rigidité sur les contraintes normales dans une poutre en acier continue renforcée en appui par plaque en composite ..... 75

**Figure IV.10:** Effet de longueurnon renforcée sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en travée par plaque en carbodur..... 76

**Figure IV.11:** Effet de longueurnon renforcée sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en travée par plaque en Tissu TFC..... 76

**Figure IV.12 :** Effet de longueurnon renforcée sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en travée par plaque en CFRP ..... 77



**Figure IV.13 :** Effet de l'épaisseur de couche d'adhésif sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en travée par plaque en Carbodur ..... 78

**Figure IV.14 :** Effet de l'épaisseur de couche d'adhésif sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en travée par plaque par Tissu..... 78

**Figure IV.15 :** Effet de l'épaisseur de couche d'adhésif sur les contraintes d'interface dans une poutre en acier continue renforcée en appui par plaque composite en CFRP ..... 79

**Figure IV.16 :** Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en appui par plaque en CFRP. .... 80

**Figure IV.17 :** Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes normale dans une poutre en acier continue renforcée en appui par plaque composite CFRP ..... 80

**Figure IV.18 :** Effet de la rigidité de la colle d'adhésive sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en travée par Carbodur ..... 81

**Figure IV.19:** Effet de la rigidité de la colle d'adhésive sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en travée par Tissu TFC..... 82

## Liste des Tableaux

**Chapitre I : Pathologies, techniques de renforcement des structures métallique.**

**Tableau I. 1: Différents schémas de renforcement d'une poutre métallique en I..... 18**

**Chapitre II : Généralités sur les matériaux composites**

**Tableau II. 1 : Propriétés des fibres de carbone (Berthelot, 2002) ..... 23**

**Tableau II. 2 : Propriétés des fibres de Kevlar (Berthelot, 2002) ..... 24**

**Tableau II. 3 : Propriétés des fibres de Verre (Berthelot, 2002) ..... 25**

**Tableau II. 4 : Propriétés des Résines thermodurcissables (Berthelot, 2002)..... 31**

**Tableau II. 5 : Caractéristiques typiques de l'adhésif d'époxy (FIB bulletin 14, 2001  
..... 32**

**Chapitre IV : Résultats et analyse des contraintes d'interfaces dans les poutres en acier renforcées par collage matériaux composite.**

**Tableau IV.1 : caractéristiques géométriques et propriétés mécaniques des matériaux..... 73.**

## Notation

$R_t$ : La résistance à la rupture des fibres.

$E_{ot}$ : Le module d'Young.

$A_R$ : L'allongement a la rupture.

$T_g$ : Température de transition vitreuse.

$a$ : Distance entre l'appui et le bord de la plaque composite.

$b$ : Distance entre le point d'application de la force concentrée et le bord de la plaque.

$b_0$ : Épaisseur de l'âme du profilée en I.

$t_0$ : Épaisseur de la semelle du profilée en I.

$b_1$ : Largeur de la poutre métallique.

$b_2$ : Largeur de la poutre composite.

$t_1$ : Hauteur de la poutre métallique.

$\tau(x)$ : Contrainte de cisaillement.

$\sigma_n(x)$ : Contrainte normal.

$\varepsilon_1^M(x)$  Et  $\varepsilon_2^M(x)$ : sont les déformations induites par le moment fléchissant de l'adhérent 1 et l'adhérent 2 respectivement.

$u_1(x)$  Et  $u_2(x)$ : sont les déplacements longitudinaux à la face inférieure de l'adhérent 1 et la face supérieure de l'adhérent 2.

$\varepsilon_1^N(x)$  Et  $\varepsilon_2^N(x)$ : sont les déformations normales de la poutre IPE et de la plaque de renforcement.

$y_1$  Et  $y_2$  sont les distance entre la face inférieure de l'adhérent 1 et la face supérieure de l'adhérent 2 Et leur centre de gravité respectifs.

$\varepsilon_1(x)$  Et  $\varepsilon_2(x)$ : déformations de la outre métallique de de la plaque composite respectivement.

$M_1$  Et  $M_2$ : les moments d'inertie et le moment fléchissant de la poutre en acier et la plaque composite.

$E_1$ ,  $E_2$  et  $E_a$ : les modules d'élasticité longitudinaux de l'acier, de la plaque composite de l'adhésif respectivement.

$I_1$  Et  $I_2$ : moment d'inertie de la poutre métallique et du composite respectivement.

$A_1$  Et  $A_2$ : section transversale de la poutre métallique et du composite respectivement.

$N_1$  Et  $N_2$ : les forces axiales de l'acier et de la plaque composite respectivement.

$V_1$  Et  $V_2$ : Effort tranchant appliqué dans la poutre métallique et dans la plaque composite.

$x$ : Distance comptée à partir du bord de la plaque composite.

$\tau_a(x)$ : Contrainte de cisaillement au niveau de la couche adhésive.

$\zeta$ : Coefficient qui tient compte de la forme géométrique de la section étudiée.

$t_a$ : L'épaisseur de la couche adhésive.

$R$ : Coefficient de proportionnalité.

$M_t$ : Moment de la poutre hybride.

$G_1$  ET  $G_2$ : Module de cisaillement de la poutre métallique et de la plaque composite.

$V_1$ : Coefficient de poisson de l'acier.

$V_a$ : Coefficient de poisson d'adhésif.

$B_1$  ET  $B_2$ : Constantes d'intégration.

$k_n$ : Rigidité normal de l'adhésif par unité de longueur.

$w_1(x)$  ET  $w_2(x)$ : Déplacement verticale de la poutre métallique et de la plaque composite.

$L$ : Longueur de la poutre métallique.

$L_p$ : Longueur de la plaque de renforcement composite.

$m_1, m_2, \lambda, \beta, n_1, n_2$  ET  $n_3$ : Paramètres définis par les équations en fonction de la méthode exposée ou développée.

<b>Introduction générale.....</b>	<b>1</b>
<b>I. Pathologies et techniques de renforcement des structures métalliques.....</b>	<b>4</b>
I.1.introduction: .....	4
I.2. Pathologies et principales causes des désordres affectant les ouvrages:.....	4
I.2.1. Dégradation des matériaux .....	4
I.2.2. Désordres dus aux erreurs de conception ou d'exécution:.....	9
I.2.3. Modification des conditions d'exploitation des ouvrages : .....	10
I. 2.4 Accroissement des charges .....	10
I. 2.5 Qualité et choix des aciers .....	10
I. 2.6 Causes accidentelles .....	11
I. 3. Les différentes techniques de renforcement des structures métalliques .....	12
I. 3.1. Introduction .....	12
I.3.2. Méthodes et techniques de renforcement: .....	12
I.3.3. Méthodes de réparation non structurales : .....	12
I.3.4. Méthodes de réparation structurales :.....	13
I.3.4.1. Réparation par adjonction d'armature complémentaire : .....	13
I.3.4.2. Méthode traditionnelle d'augmentation des sections (gainage ou chemisage) : ..	13
I.3.4.3. Renforcement des structures par précontraintes additionnelles.....	14
I.4.1. Renforcement par collage de plats métalliques : .....	15
I.4.2. Renforcement par collage de plats composites : .....	16
I.4.3. Renforcement des ouvrages en béton armé : .....	16
I.5. Les différents schémas de renforcement d'une poutre métallique en I :.....	17
I.6. Modes de rupture des poutres métalliques renforcées par matériaux composites : .....	18
I.6.1. La rupture due à la traction de la poutre métallique ou du FRP .....	19
I.6.2. Rupture due à la compression de la poutre métallique .....	19
I.6.3. Rupture due au décollement : .....	20
I.6.4. Rupture due au cisaillement : .....	20
I.7. Conclusion:.....	21
<b>II. Généralités sur les matériaux composites .....</b>	<b>22</b>
II. 1. 1. Introduction :.....	22
II.1.2.Définition d'un matériau composite .....	22
II. 1. 3. Revue des différents renforts disponibles :.....	23
II. 1. 3. 1. Les fibres de carbone : .....	23

II. 1. 3. 2. Les fibres de Kevlar :	23
II. 1. 3. 3. Les fibres de Verre :	24
II. 1. 4. Notion sur les matrices :	24
II. 1. 4. 1. Les matrices organiques :	25
II. 1. 4. 2. Résines thermodurcissables :	25
II. 1. 4. 3. Résines thermoplastiques :	25
II. 1. 4. 4. Les matrices métalliques :	26
II. 1.5. Problèmes liés à l'utilisation des matériaux composites dans le génie civil :	26
II. 1. 5. 1. Introduction :	26
II. 1. 5. 2. Résistance des matériaux composites :	26
II. 1. 5. 3. Elasticité à différentes échelles :	27
II. 1. 5. 4. Adhésif :	30
II . 2. Présentation de la théorie des plaques stratifiées :	30
II. 2. 1. Notation :	31
II. 2. 2. Hypothèses de la théorie des stratifiés :	32
II. 2. 3. Relation déformation – déplacement :	33
II. 2. 4. Les contraintes :	34
II. 2. 5. Les Forces par unité de longueur :	35
II. 2. 6. Moments par unité de longueur :	36
II. 2. 7. Relations constitutives du stratifié :	37
II. 2. 8. Stratifiés symétriques :	40
II. 3. Conclusion :	41
<b>III. Formulation mathématique des contraintes d'interfaces dans les poutres en acier renforcées par collage matériaux composites</b> .....	<b>43</b>
III .1. Introduction .....	43
III .2. Présentation de la formulation mathématique des contraintes d'interfaces .....	44
III .2.1. Hypothèse de la présente méthode :.....	44
III .2.3. Poutre acier sur deux appuis renforcée par composite: .....	45
III .4. Poutre continue en acier renforcée par collage externe de composite: .....	60
III .4.1. Renforcement en travée: .....	62
III .4.2. Renforcement en appui: .....	65
<b>IV: Résultats et analyse des contraintes d'interfaces dans les poutres en acier renforcées par collage matériaux composites</b> .....	<b>69</b>
IV.1. Introduction: .....	69

<b>IV.2.4. Etude paramétriques:</b> .....	<b>74</b>
IV.3. Effet de la rigidité de la plaque composite :	74
IV.4. Effet de la longueur non renforcée « a »:	76
IV.4. Effet de l'épaisseur de couche d'adhésif:	79
IV.5. Effet de l'orientation des fibres: cas d'un CFRP	81
IV.6. Effet de la rigidité de la colle d'adhésive:	82
IV.7. Conclusion:	83
<b>Conclusions</b> .....	<b>84</b>
<b>Références bibliographique</b> .....	<b>86</b>

## Introduction générale

Les pays à travers le monde ont acquis au fil des années un patrimoine bâti considérable. Qu'il s'agisse des charpentes métalliques, des ponts, des plates-formes marines, des silos et réservoirs, ces ouvrages vieillissent et s'endommagent. Ce patrimoine, que ça soit dans le monde ou en Algérie représente l'un des actifs les plus coûteux d'un pays et ces ouvrages demandent à être réhabilités. Le nombre d'ouvrage en état déficient varie selon la littérature. Aujourd'hui, en Algérie, la réhabilitation n'a concerné dans la majorité des cas que les bâtiments endommagés pendant les séismes. On note néanmoins, quelques initiatives de réhabilitation d'ouvrages existants non endommagés ont été renforcés par le procédé de composite à fibre de carbone et mis en œuvre par le produit Sika pour la première fois en janvier 1999 le pont de Cap Djinet à Boumerdes et en juin 2000 le Stade Municipal de Tlemcen, etc. ....

Par ailleurs, la durée de vie d'un ouvrage est déterminée par la diminution maximale admissible de la performance choisie. En dessous de cette valeur, la stabilité, la sécurité ou les performances fonctionnelles, ne sont plus suffisantes et par conséquent une action est à entreprendre d'urgence. Des sollicitations exceptionnelles peuvent entraîner une ruine immédiate de l'ouvrage ou raccourcir sa durée de vie. En effet, ces ouvrages atteindront d'ici peu leur durée de vie utile, d'où la nécessité de trouver des solutions économiques pour les réhabiliter efficacement. Le renforcement peut être avantageux face à une reconstruction à neuf et ce pour un niveau de performance comparable.

Le renforcement des structures métalliques représente un moyen avantageux de prolonger leur durée de vie. Plusieurs techniques de renforcement sont disponibles sur le marché, dont celle qui consiste dans le renforcement externe par des matériaux composites. Plusieurs chercheurs se sont en effet intéressés à ces nouveaux matériaux car ils possèdent des caractéristiques intéressantes pour répondre aux problèmes grandissants de déficience structurale et de dégradation environnementale de l'infrastructure nationale et mondiale. Parmi ces caractéristiques, mentionnons leur faible densité, leur très grande rigidité et résistance mécanique, l'immense variété d'applications et d'optimisations possibles ainsi que leur facilité de transport et d'installation. Cependant, bien que le collage offre plusieurs avantages, grâce à une répartition uniforme des contraintes sur la surface de contact et à l'utilisation d'adhésifs polymères qui ne sont pas sujets à la corrosion, l'association par collage avec le composite est plus délicate à appréhender dans la mesure où ce mode de liaison n'est pas



Classique en structure métallique. La concentration des contraintes qui tendent à séparer les deux parties et provoquent la rupture du renforcement. Dans de tels ouvrages, le décollement de la plaque de composite est un mode de rupture prédominant.

De nombreuses réparation et pathologie structurelles issues des erreurs de conception lors du dimensionnement ou lors de l'exécution des problèmes lié à la fatigue de la structure sous divers chargement : la dimension de la durée de vie théorique d'une structure, des défauts a résistance à l'effort tranchant en flexion due au chargement excessif la dégradation des matériaux et des structures comme la corrosion est aciers est souvent la raison principale d'une insuffisance de capacité structurale ainsi que les phénomènes sismique ont fortement endommagée sinon détruits de nombreux bâtiments conçus selon les enceins codes. La maintenance de ces structure et ces ouvrage consiste à la réparer en cherchant à compenser les pertes de rigidité ou de résistance a les renforcer en améliorant les performances et la durabilité des ouvrage, limiter la corrosion. A l'heure actuelle, les besoins en matière de maintenance, de réparation et de réhabilitation des ouvrages sont donc très importants que leur réalisation. La technique de renforcement par collage de matériaux composite est l'une des méthodes de réhabilitation les plus utilisée, peut contribuer à la réparation rapide et efficace des structure comme elle peut aussi rendre aux éléments porteurs leurs résistance et leurs rigidité.

Ce travail s'inscrit dans la suite logique des travaux déjà réalisés par l'équipe des chercheurs de génie civil de l'université de Tiaret dirigé par notre encadreur. Il a pour objet d'analyser le comportement mécanique d'une poutre métallique – plaque composite assemblée par la technique du collage. Nous étudions ainsi la modélisation des contraintes d'interface (décollement) dans la poutre continue en acier chargée en flexion, renforcée par une plaque composite.

Dans ce qui suit, nous présentons les quatre chapitres formant le manuscrit du master :

- Une introduction rappelant le contexte général de la problématique de la réparation des ouvrages métalliques.
- Le premier chapitre dresse l'état des connaissances actuelles des désordres et sinistres que l'on peut rencontrer dans les structures métalliques. Cependant ces pathologies conduisent à un renforcement structurel, plusieurs techniques de renforcement de ces structures sont disponibles sur le marché. Une des techniques de renforcement les plus

utilisées; la réparation et le renforcement par collage des plaques métalliques, comme cette technique présente quelques désavantages liés à l'acier, l'utilisation des matériaux composites à fibre de carbone peut contribuer à la réparation rapide et efficace des structures métallique.

- Le deuxième chapitre est dédié à une étude bibliographique relative au comportement des matériaux composites, les principales propriétés des matériaux constitutifs. Nous avons également consacré dans ce chapitre, les connaissances de base sur les colles structurales et le traitement des surfaces des adhérents. En dernier lieu, une présentation de la théorie des stratifiés, ainsi que l'ensemble des expressions et équations nécessaires à l'utilisation de cette théorie dans notre étude.

- Le troisième et quatrième chapitre présente un développement analytique d'un modèle amélioré pour le calcul des contraintes d'interface acier - composite; pour le cas des poutres continue en acier métalliques renforcées en flexion par collage de plaque en matériaux composite. La validation du modèle a été effectuée par comparaison avec celui, de plus récent résultat, issu de la littérature. Une étude paramétrique a été présentée. De telles contraintes d'interface jouent un rôle fondamental dans les mécanismes des poutres renforcées par des plaques composites, parce qu'ils peuvent produire une rupture subite et prématurée. L'analyse fournit des calculs efficaces pour les contraintes d'interface (normales et de cisaillement) dans les poutres continue en acier renforcées par les plaques composites, en expliquant les divers effets des caractéristiques géométriques et mécaniques. Dans la présente analyse théorique, les déformations de cisaillement des adhérents sont prises en considération en supposant une contrainte de cisaillement parabolique à travers l'épaisseur de la poutre en acier et de la plaque collée.

Enfin, nous achevons ce manuscrit de master par une conclusion générale dans laquelle nous rappelons les principaux résultats que nous avons pu tirer de cette étude, et nous dégageons quelques perspectives de ce travail.

## I. Pathologies et techniques de renforcement des structures métalliques

### I.1.introduction:

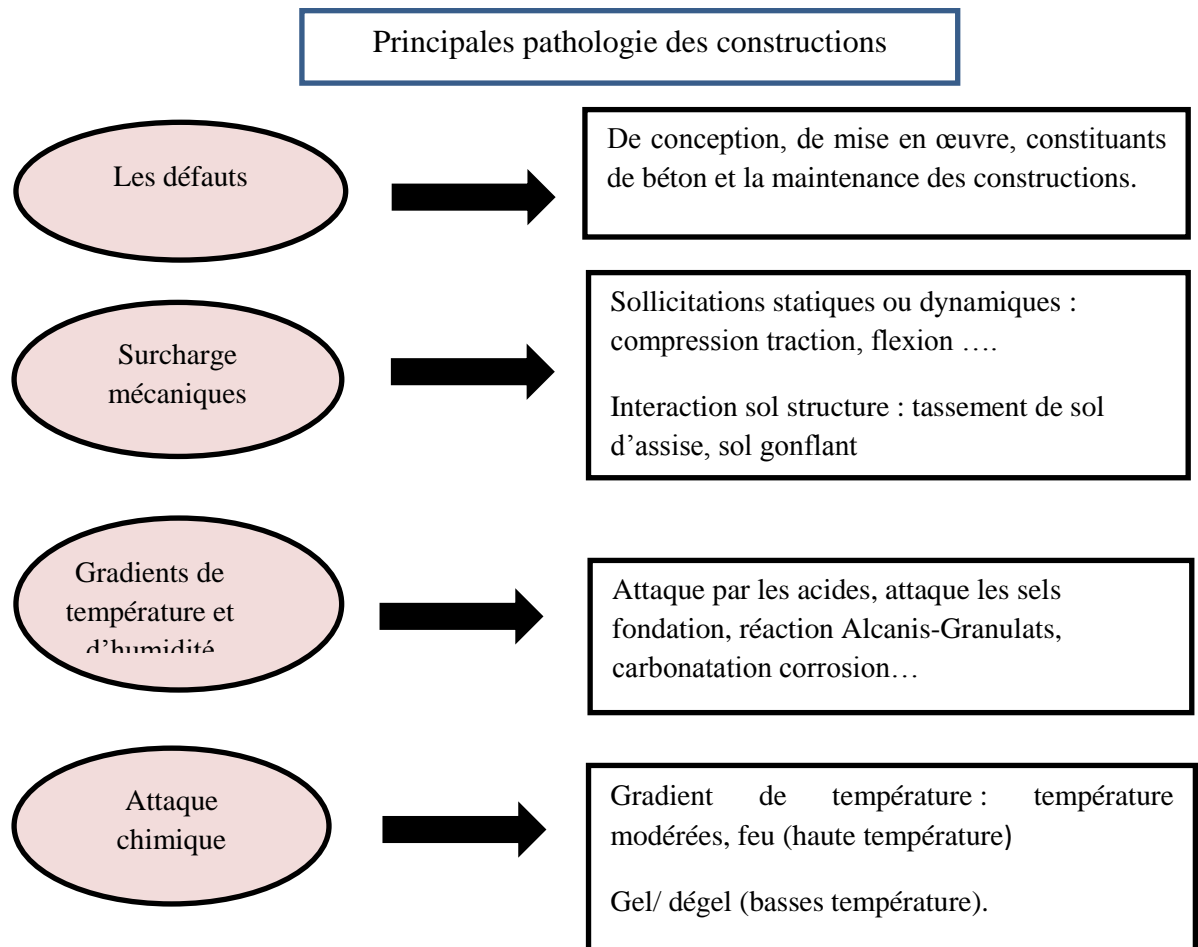
Cette revue bibliographique fait l'état de l'art des différentes techniques de renforcement, mais avant cette présentation il est utile de rappeler les pathologies conduisant à un renforcement structurel et qui d'ailleurs sont nombreuses.

Les ouvrages de génie civil sont dimensionnés pour une durée de vie moyenne. Toutefois, plusieurs types de désordres viennent réduire cette durée de vie prévisionnelle. Il existe un grand nombre de pathologies dans les ouvrages métalliques dont les origines peuvent être mécaniques, physico-chimiques, accidentelles ou encore liées aux erreurs de calcul, de conception, de réalisation ou de fabrication. Dans le cas des ponts métalliques, un grand nombre d'ouvrages présente un état de dégradation avancée causé par une exposition prolongée à un environnement agressif, ainsi que par une augmentation continue des charges d'utilisation qui sont aujourd'hui jusqu'à 40% plus élevées que les charges du dimensionnement. De plus, les derniers tremblements de terre en Algérie (Mascara en 1994, Ain Témouchent en 1997 et Boumerdes en 2003) ont démontré la vulnérabilité des ouvrages construits avant 1980. Par ailleurs les normes et techniques qui ont été utilisées à leur conception ont généralement été modifiées ou améliorées depuis la date de leur construction. De nombreux cas pathologiques relevés sur des ouvrages métalliques sont attribués à la présence des causes possibles.

### I.2. Pathologies et principales causes des désordres affectant les ouvrages:

#### I.2.1. Dégradation des matériaux

Les propriétés physiques sont particulièrement, le comportement mécanique du béton et des aciers sont susceptibles de se dégrader en fonction des conditions d'environnement définies par la localisation géographique de l'ouvrage. Les principales causes de vieillissement sont liées aux phénomènes suivants (Belblidia ,2018)



### Corrosion des armatures métalliques :

La corrosion de l'acier est la cause principale de la détérioration des infrastructures de génie civil et constitue un défi important pour l'industrie de la construction à travers le monde. L'ACC (l'Association Canadienne de la Construction) évalue les pertes globales concernant les infrastructures à environ 900 milliards de dollars.

La réparation et la restauration des structures métalliques endommagées par la corrosion absorbent une partie importante des budgets annuels de maintenance. Ce type de dommage est fréquent sur les ponts, les parkings souterrains, bâtiments industriels et les réservoirs métalliques. Ces dégradations sont d'autant plus courantes dans les régions marines ou celles où l'épandage des sels de déverglaçage est fréquent. Dans ce domaine, la corrosion se propage suivant deux processus, soit la corrosion chimique sous l'action des agents atmosphériques (l'oxygène de l'air en présence d'eau, le gaz carbonique présent dans l'air et

dans les gaz d'échappement) ou soit la corrosion par couple électrochimique entre la visserie et les pièces assemblées. Ces deux parties d'une structure sont de nature différente et forment un couple galvanique, le métal constituant l'anode se corrode. Cette dernière bien que fréquente dans l'assemblage par boulonnerie. La corrosion de l'acier peut être due également à l'utilisation fréquente des sels de déglacage sur les routes et les ponts (cas du climat froid du nord de l'Amérique par exemple). (Anadjmi ,2013)



**Figure I. 1:** Poutre corrodé au bord de la mer

### **Erosion, abrasion, chocs**

Les ouvrages sujets à l'érosion se situent essentiellement en milieu fluvial et maritime. Ils sont soumis au charriage d'éléments solides induits par les courants, à l'action des vagues à chaque marée.



**Figure I. 2:** Corrosion d'un pont métallique

La dégradation du béton par frottement se traduit par la création de défauts géométriques de surface, l'apparition d'épaufrure et par des éclatements superficiels qui entraînent la mise à nu des armatures et l'accélération des risques de corrosion.

### Altération physico-chimique

L'eau et l'hygrométrie des conditions ambiantes sont à l'origine de différents mécanismes de dégradation du béton. L'eau, lors de sa percolation au sein du béton, dissout des constituants tels que la chaux et augmente la porosité du béton. Si, de plus, l'atmosphère est chargée d'anhydride sulfureux, le béton voit sa résistance mécanique diminuer et son niveau d'alcalinité chuter. Cette perte d'alcalinité peut aussi être induite par la carbonation du béton. Une autre cause de vieillissement du béton correspond aux mécanismes d'alcali - réaction entre les granulats et le ciment. La formation de gels expansifs qui en résulte se traduit par un gonflement du béton et par le développement de fissures.

Les pertes de performances du béton favorisent la corrosion des armatures sous l'action combinée de l'eau et des chlorures. (Ouzaa, 2014)



**Figure I. 3:** Structure atteinte par l'attaque des chlorures

### Altération atmosphérique :

Si l'eau absorbée par le béton est exposée à des températures inférieures à zéro degré Celsius, elle gèle en augmentant le volume ; la pression résultante fissure le béton. Au moment du dégel la surface fissurée s'épauvre.

La meilleure protection à prendre est :

- De diminuer la porosité en utilisant un béton dense et de bonne qualité (le rapport eau-ciment est inférieure à 0.5).
- Utilisation des adjuvants pour accroître la résistance aux agents atmosphériques ;
- L'emploi d'un revêtement de coffrage absorbant pour accroître la densité de la surface du béton pour des ouvrages partiellement entrés ou placés en eau peu profonde (Ouzaa, 2014)

## La fatigue:

On peut définir cet effet comme la rupture d'un élément de l'ouvrage sous des efforts répétés et variables engendrant des contraintes égales ou inférieures à celles prises comme valeurs admissibles dans le projet. Les symptômes en sont de petites stries perpendiculaires à la direction des contraintes et représentant un grave danger, du fait, surtout, que les fractures qui en résultent risquent d'être très difficile à déceler. Si les fissures de fatigue ne sont pas décelées, elles peuvent provoquer l'effondrement de l'ouvrage sans aucun signe précurseur

La réparation d'éléments laissant apparaître des fissures de fatigue consiste à leur rendre la résistance perdue ; on obtient ce résultat dans la plupart des cas par le renforcement à l'aide de plaque (Belblidia, 2018)

## Tassements :

a) **Tassement uniforme** : Lorsque les tassements sont uniformes, ils ne provoquent pas de désordres dans les constructions, si ces dernières possèdent une certaine raideur. Ce type de tassements se rencontre principalement lorsque les fondations assez rigides reposent sur une importante couche de sol compressible ou une bi-couche. Généralement, dans le cas de sol compressible dont la couche est importante toutes les mesures nécessaires sont prises au moment de la conception. Il n'en est pas de même lorsqu'il s'agit d'une bi-couche constitué d'une couche très compressible surmontée d'une autre couche relativement résistance mais de faible épaisseur : la force portante a la partie supérieure de la couche compressible est alors fonction de la valeur du rapport  $H/B$  ( $H$  étant l'épaisseur de la couche résistance et  $B$  étant la largeur de la semelle) qui conditionne la répartition des charges au travers de la couche résistante. Cette répartition des charges peut alors être différente de la répartition à  $45^\circ$  et les tassements uniformes peuvent être plus importants que prévu. Dans les deux cas, si l'amplitude du tassement doit être importante, la seule solution consiste à surélever le plancher du rez de chaussée et de prévoir des canalisations suspendues et très flexibles au moment de la construction. (Ouzaa, 2014)

b) **Tassements différentiels** : Lorsqu'un sol tasse d'une façon inégale sous les différents points d'une fondation, on dit qu'il y a un tassement différentiel. Il se manifeste soit par un basculement soit par de graves désordres dans les éléments non structuraux et parfois dans la

structure elle-même si les efforts sont incompatibles avec la sécurité des matériaux. Les causes des tassements différentiels sont multiples, mais plus fréquemment rencontrés sont :

- Les sols compressibles
- Les remblais récents
- Les remblais d'épaisseur
- Les non homogénéité du sous-sol de fondations
- L'emploi des fondations hétérogènes
- Les affouillements du sol sous les fondations
- La modification du volume de certains sols en fondation de la teneur en eau.

### **L'effet d'impact :**

Les structures en acier exposées souffrent plus de l'impact d'objets en mouvement que les structures en béton. Ceci est dû à l'utilisation pour les ouvrages en acier de sections ayant des semelles et autres saillies d'assez faible épaisseur. Les dommages dus aux impacts se caractérisent par des déformations localisées des éléments affectés, qui présente une courbure ou une ondulation de faible longueur d'onde. On peut remédier à ce problème en renforçant l'élément à l'aide de plaque ou par gainage. Si les impacts sont susceptibles de se reproduire et si le poids et l'encombrement le permettent, la mise en place d'une gaine est la meilleure solution. (Ouzaa, 2014)

### **I.2.2. Désordres dus aux erreurs de conception ou d'exécution:**

Ce type de désordres peut être induit par des erreurs intervenant soit au stade du dimensionnement de l'ouvrage, soit au stade de son exécution. L'objectif réside dans la recherche des remèdes pour ces signes de fatigue. Ces erreurs sont à l'origine, généralement, d'un mauvais dimensionnement des sections et d'une disposition non satisfaisante des armatures qui se traduisent par des localisations de fissures ou des ruptures non acceptables. Les erreurs d'exécution qui sont susceptibles de justifier une intervention au niveau de l'ouvrage portent sur la mauvaise formulation du béton engendrant une porosité trop élevée, les imperfections de coffrage (trop minces, déformables), les défauts de bétonnage, les incohérences du ferrailage (manque de recouvrement, l'insuffisance d'enrobage, absence d'armature de peau) ou sur les conditions non satisfaisantes de décoffrage, de transport et de manutention. (Belblidia, 2018)



### **I.2.3. Modification des conditions d'exploitation des ouvrages :**

La pathologie des structures en génie civil dépend de plusieurs facteurs : le type de la structure, les matériaux utilisés, et la nature du sol des fondations, dans certains cas, on prend en considération des sollicitations extrêmes (climatiques ou accidentelles). Ce dernier influé par l'évolution du trafic, ou de la voirie, il est possible de justifier la nécessité de renforcer ou d'améliorer la portance d'un ouvrage. L'évolution des conditions de chargement est souvent induite soit par la modification des charges réglementaires sur essieux, soit par une modification de la fréquence des sollicitations qui s'exercent ou une sous-évaluation des charges d'exploitation.

### **I. 2.4 Accroissement des charges**

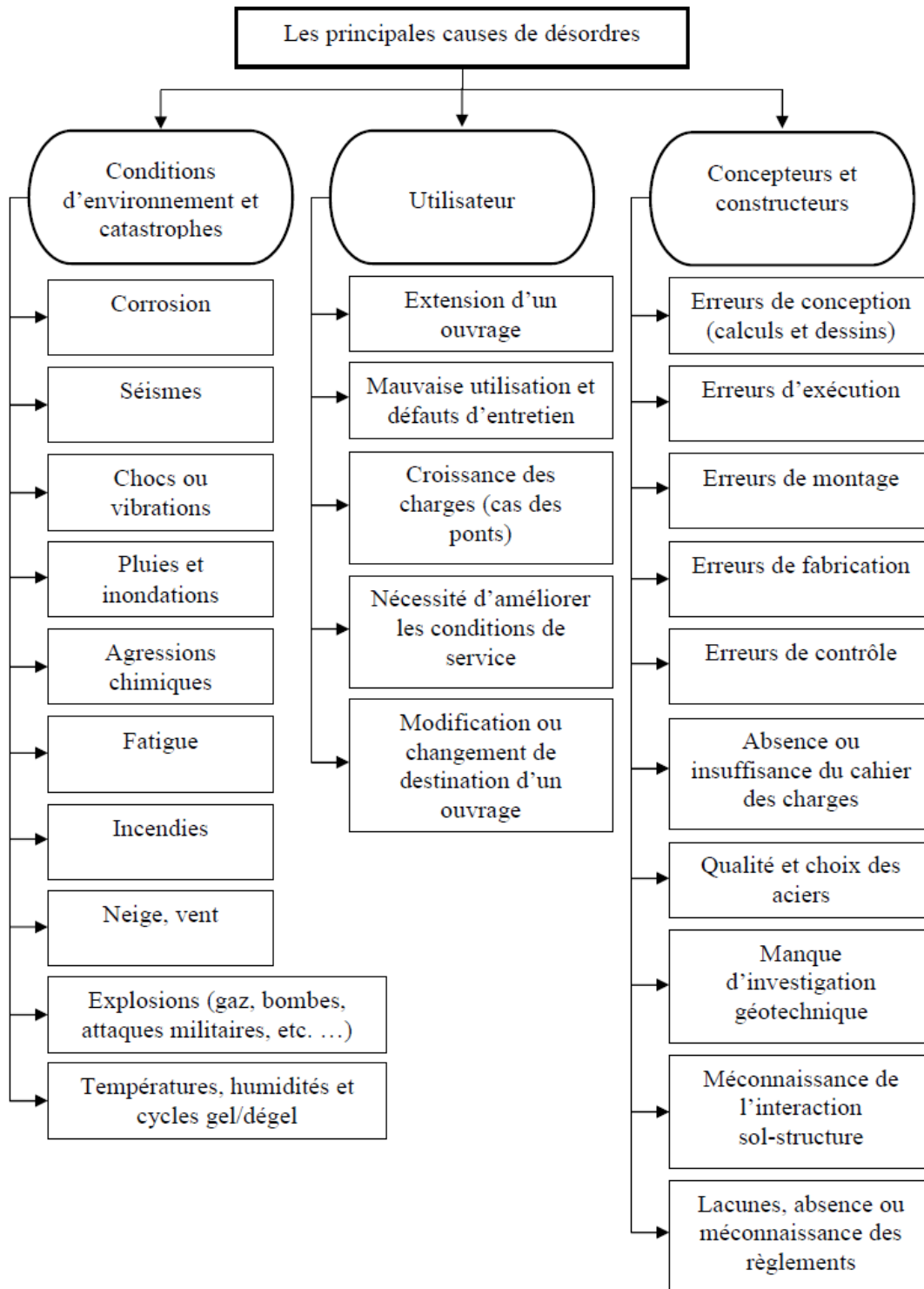
L'accroissement des charges sollicitant la structure métallique est du soit au changement d'usage de la structure (bâtiment d'habitation réhabilité en centre commerciale), soit à l'augmentation du niveau d'activité dans la structure (ancien pont soumis au trafic actuel) et en fin soit à l'installation de machinerie lourde dans les bâtiments industriels.

### **I. 2.5 Qualité et choix des aciers**

Les défauts de l'acier peuvent être à l'origine de ruptures de poutres puisqu'ils constituent des amorces de fissures. Ils sont malheureusement indécélables à l'œil nu, sauf s'ils débouchent en surface. En plus la fragilité des aciers ne conduit à des sinistres que dans les pièces soumises à des actions dynamiques, dans les cas : des contraintes rémanentes élevées, des pièces épaisses avec variation brusque de section, des sollicitations élevées sous actions dynamiques et

finalement dans le cas des basses températures de service. Les imperfections géométriques (flambement des éléments comprimés, cloquage des tôles, voilement des âmes) peuvent être à l'origine de désordres, surtout si elles sortent des tolérances admises par les normes.

### I. 2.6 Causes accidentelles



**Fig I.4:** Schématisation des désordres en trois groupes de famille

Les causes accidentelles tels que les cyclones, les actions de chocs, les explosions (gaz, bombes), incendie, séismes et les attaques militaires (souvent durant les opérations militaires, les travées des ponts servant de cible pour ralentir l'ennemi) peuvent être à l'origine des

désordres. D'une manière générale, on peut schématiser les causes de désordres en 3 principaux groupes voir la figure I. 4. :

### **I. 3. Les différentes techniques de renforcement des structures métalliques**

#### **I. 3.1. Introduction**

Dans le but d'éviter les reconstructions, qui sont parfois coûteux. Il est impératif de trouver des moyens efficaces pour réhabiliter et/ou renforcer les ouvrages existants. Le choix des techniques de renforcement s'effectue selon l'évaluation de faisabilité c'est-à-dire les critères habituels : coût, rapidité de mise en œuvre, durabilité, réversibilité (possibilité de retour ultérieur en arrière exemple des monuments historiques), disponibilité, compétence des entreprises locales et éventuel impératif de non interruption de l'exploitation d'un ouvrage.

#### **I.3.2. Méthodes et techniques de renforcement:**

Le renforcement est une opération qui consiste à augmenter le niveau de service et en particulier ( augmentation de la ductilité ,de la résistances ) d'une construction pour en permettre l'utilisation dans des conditions non prévus à l'origine ou lui procurer une protection suffisante contre les sollicitation dont il n'a pas été tenu compte dans les calculs.

Il est défini en fonction de la nature et de l'importance des désordres constatés, le choix de la méthode de réparation et des matériaux à mettre en œuvre, en tenant compte des critères économiques des matériaux de construction, des conditions de chantier et des contraintes de site. Le principe de renforcement ou de réparation consiste en adjonction de matière dans les zones où les sections sont trop sollicitées. Une section devient trop sollicitée si, du fait même des dispositions adoptées ou du changement des conditions d'exploitations, les efforts appliqués sont supérieurs à ceux pris en compte dans les calculs (problème de renforcement), ou bien si la résistance a diminué par suite de dégradation (problème de la réparation) (

#### **I.3.3. Méthodes de réparation non structurales :**

la réparation d'une structure est une opération qui consiste à lui restituer, par des deux travaux appropriée un niveau de service perdu, la baisse du niveau de service peut résulter de toutes sortes de causes ; les plus fréquentes sont la dégradation progressive des matériaux (agression atmosphérique, modification des propriété des matériaux), l'utilisation intensive (effet de répétition des charges) voire abusive (utilisation au-delà des charges prévues), les accidents et sinistres (incendies ,choc, séisme,....)

Des solutions de réparation graduelles peuvent être envisagées. Lorsque les désordres sont peu importants, des méthodes non structurales sont utilisées. Ces techniques de réparation dites « légères » consistent en une reprise du béton dégradé par ragréage ou injection. Le traitement du béton peut faire l'objet d'opération de ragréage par application de couches de peinture ou de mortier hydraulique ou polymérique après traitement de la poutre dégradée. La réparation par injection des fissures se fait bien évidemment à l'aide de produits aux caractéristiques bien définies et contrôlées, les conditions de mise en œuvre des produits de ragréage sont précisées dans la norme NF P 95-101

### I.3.4. Méthodes de réparation structurales :

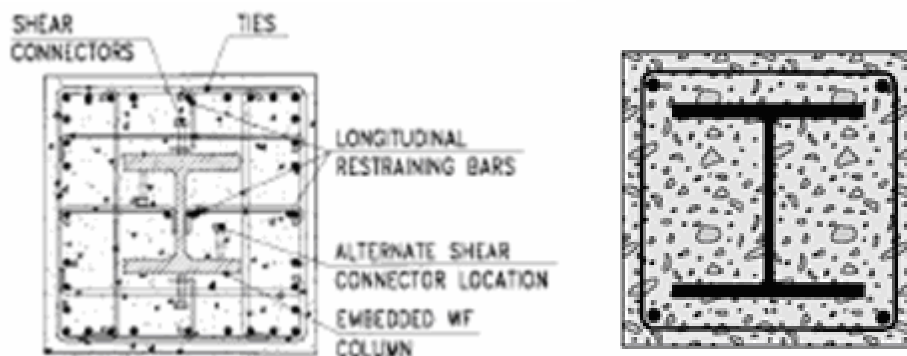
Les réparations et/ou renforcements structuraux des ouvrages en béton armé peuvent être effectués soit par ajout de forces, soit par ajout de matière. Parmi les méthodes de réparation structurales on distingue :

#### I.3.4.1. Réparation par adjonction d'armature complémentaire :

Des armatures complémentaires sont à prévoir lorsqu'il s'agit de remplacer des aciers corrodés ou coupés accidentellement. Cette solution peut également être envisagée lorsqu'il s'agit de renforcer une structure.

#### I.3.4.2. Méthode traditionnelle d'augmentation des sections (gainage ou chemisage) :

Cette technique consiste à augmenter la section d'origine (en béton ou métallique) à l'aide d'un coffrage de manière à envelopper l'élément existant. Le béton sera coulé dans ce coffrage (anadjami,2013)



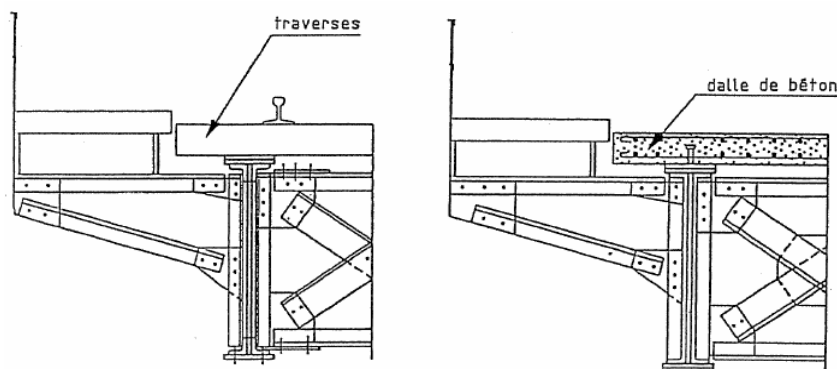
**Figure I.5 :** Renforcement des poteaux, poutrelle par gainage en BA.

a) Gainage d'un poteau métallique par le BA

b) Enrobage total d'une poutrelle en H

Les endroits les plus communs pour ce type de renfort sont les piliers soumis à la compression, les éléments (poutres ou dalles) soumis à la flexion et des efforts de cisaillement( figure I.5. a et I.5.b.)

L'utilisation du béton pour constituer des poutres mixtes combine une augmentation de résistance, la capacité de protection contre la corrosion apportée par le béton et la protection contre l'incendie (figure I. 6).



**Figure I.6 :** Renforcement d'un pont rail métallique par transformation en une structure mixte acier-béton.

#### **I.3.4.3. Renforcement des structures par précontraintes additionnelles**

Cette technique consiste à mettre en œuvre une précontrainte (câbles, barres ou torons) dans un ouvrage pour en améliorer la résistance d'ensemble vis-à-vis de la flexion et/ou de l'effort tranchant. Cette dernière permet la mise en œuvre et la conservation d'efforts de précontrainte appliqués à des ouvrages existants dans le but de leur redonner leur état de service (réparation) ou de leur donner un nouvel état de service (renforcement). Cette méthode de renforcement bien que très efficace présente quelques difficultés de mise en œuvre. En effet, elle nécessite de dimensionner soigneusement des ancrages et des forages à travers certaines parties de la structure existante sont nécessaires. La figure I. 7 montre le principe de renforcement par précontrainte additionnelle d'une structure métallique. Le câble métallique à haute résistance de diamètre 19 mm est attaché à la poutre et au poteau par le biais d'une plaque d'ancrage.(Anadjmi ,2013)



**Figure I. 7.** Renforcement par précontrainte additionnelles

#### **I.4.1. Renforcement par collage de plats métalliques :**

Ce procédé est un apport d'armatures extérieures soit pour consolider un élément dont les dégradations mettent en péril la résistance, soit pour remplacer des aciers oubliés, ou mal positionnés. La préparation des surfaces, la mise en œuvre des colles et la réalisation du placage, doivent impérativement être confinées à des entreprises spécialisées. (Belblidia, 2018)



**Figure I. 8:** Renforcement par plats métalliques

Des travaux de recherches sur le renforcement des membrures en plaques d'acier ont été menés en Afrique du Sud et en France dans les années 60 par L'Hermite qui s'est intéressé, à l'utilisation de ces composés adhésifs polymérisant à froid pour associer du béton ou du métal à des composants d'acier disposés extérieurement. Cette technique fut étendue sous l'impulsion par la suite au renforcement et à la réparation des structures en béton armé. Cette

technique fut utilisée d'abord dans le domaine du bâtiment industriel, s'est très vite répandue dans le domaine des ouvrages d'art, exemple du viaduc d'accès au pont de Gennevilliers en 1978. Elle a permis soit d'accroître la capacité portante d'un ouvrage, soit de renforcer localement une structure présentant des insuffisances de résistance.

Il faut reconnaître, en effet l'existence de quelques difficultés à savoir :

- L'acier, sujet à la corrosion, demande protection et entretien,
- Les tôles sollicitées le long d'une seule face, sont soumises à des contraintes de flexion d'autant plus intenses que leur épaisseur est plus grande si bien que leur résistance en traction ne peut être mobilisée que partiellement, pour la même raison, il est exclu d'utiliser des tôles d'épaisseur supérieure à 5 mm, ce qui restreint les possibilités de renforcement,
- La raideur de la tôle impose une planéité rigoureuse de la surface du support (cas du béton) de façon que l'épaisseur de la colle soit constante,
- La mise en place de la tôle est délicate car il est difficile d'éviter la présence de bulles d'air dans l'épaisseur de la colle,
- Les tôles sont lourdes, leur manutention est pénible,
- Pendant toute la durée de durcissement de la colle, il est nécessaire d'appliquer une pression de contact non négligeable sur toute la surface de la tôle, ce qui exige des moyens importants,
- Cette méthode de renforcement permet l'interruption de l'exploitation de l'ouvrage.

#### **I.4.2. Renforcement par collage de plats composites :**

Les premières études sur le comportement mécanique d'une structure en charpente métallique, renforcée par collage de matériau composite sont réalisées dans le laboratoire fédéral Suisse. L'augmentation de la capacité portante, par rapport à une poutre non renforcée de référence était de 200%. La constatation a été faite que la propagation des fissures de cisaillement peut entraîner le décollement prématuré du renforcement extérieur en matériau composite. (Belblidia, 2018)

#### **I.4.3. Renforcement des ouvrages en béton armé :**

La majorité des dommages des structures en béton sont causés par des déficiences au niveau de détails de construction des éléments structuraux ; bien que les causes qui conduisent à un renfort structurel soient aussi nombreuses que le nombre de structures elles-mêmes. Citons par exemple : l'accroissement des charges qui sollicitent la structure, la rénovation des

structures anciennes, le changement de la forme de la structure, les dégâts dans la structure, la nécessité d'améliorer les conditions en service. Les travaux de réhabilitation ou de réparation des colonnes ont conduit à la recherche de nouvelles méthodes de renforcement à partir de méthodes connues, telles que l'installation des chemises en acier (*steel jacket*) autour des colonnes en béton. L'intérêt pour des matériaux composites collés offre des avantages évidents. Entre autres, ils permettent une facilité d'installation et une durabilité accrue comparativement à l'enveloppe d'acier conventionnelle.

#### **I.5. Les différents schémas de renforcement d'une poutre métallique en I :**

En génie civil, les matériaux composites utilisés sont essentiellement des composites carbone - époxyde ou verre - époxyde. Leurs performances mécaniques spécifiques sont en effet supérieures à celles de l'acier, principalement la résistance à la traction et en compare

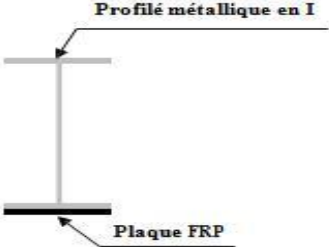
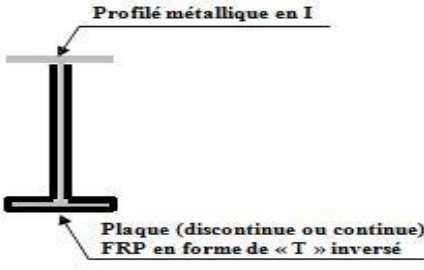
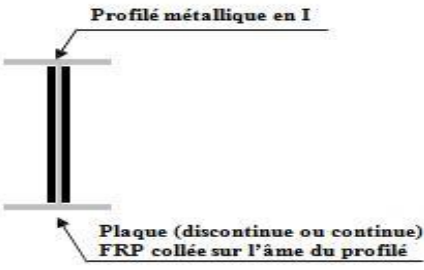


**Figure I. 9:** Tablier de pont renforcé par matériaux composites

En génie civil, les matériaux composites utilisés sont essentiellement des composites carbone - époxyde ou verre - époxyde. Leurs performances mécaniques spécifiques sont en effet supérieures à celles de l'acier, principalement la résistance à la traction et en compression. Le tableau (I.1) représente les différents schémas de collage de matériaux composites sur une poutre métallique en I travaillant en flexion, chaque schéma est prévu pour un objectif particulier (en flexion et/ou en cisaillement)



**Tableau I. 1:** Différents schémas de renforcement d'une poutre métallique en I

Schémas de renforcement	Objectif du schéma de renforcement
 <p>Le schéma illustre une poutre métallique en I. Une plaque FRP est appliquée sur la face inférieure de l'âme. Des étiquettes indiquent 'Profilé métallique en I' et 'Plaque FRP'.</p>	<p>en flexion</p>
 <p>Le schéma illustre une poutre métallique en I. Une plaque FRP en forme de T inversé est appliquée sur la face inférieure de l'âme. Des étiquettes indiquent 'Profilé métallique en I' et 'Plaque (discontinue ou continue) FRP en forme de « T » inversé'.</p>	<p>en flexion et cisaillement</p>
 <p>Le schéma illustre une poutre métallique en I. Une plaque FRP est collée sur l'âme du profilé. Des étiquettes indiquent 'Profilé métallique en I' et 'Plaque (discontinue ou continue) FRP collée sur l'âme du profilé'.</p>	<p>en cisaillement</p>

### I.6. Modes de rupture des poutres métalliques renforcées par matériaux composites :

La combinaison des matériaux composites comme renforcement de poutres métalliques produit de nouveaux modes de rupture, ces ruptures peuvent se situer à différents niveaux dans la poutre métallique, dans le composite ou dans l'interface acier composite. Les principaux modes de rupture susceptibles d'être observés dans les poutres métalliques renforcées extérieurement par des plaques en matériaux composites et travaillant en flexion, sont décrits ci-après (CNR-DT202, 2007).

### I.6.1. La rupture due à la traction de la poutre métallique ou du FRP

Quelques éléments métalliques anciens sont réalisés en fer de fonte, qui est un matériau présentant une rupture fragile en traction. Dans ce cas, la conception est habituellement destinée à réduire les contraintes normales produites par les charges permanentes et les surcharges, afin d'augmenter la sécurité contre la rupture sur la face tendue de l'élément métallique particulièrement utile, sinon obligatoire, puisque dans ce cas-là une réduction des contraintes de traction du substrat est réalisée sans réduction préliminaire des contraintes dues aux charges de service (afin d'augmenter la résistance à la fatigue), aussi bien que l'augmentation de la capacité portante ultime de la poutre renforcée par matériau composite. La rupture classique de la poutre métallique dans la zone tendue en sous face et la rupture fragile en tension de la plaque de Concernant les poutres en fer de fonte, l'utilisation de FRP prétendu pourra être surcharges. En cas des poutres métalliques à rupture ductile (fer puddlé, acier), le renforcement par matériau composite a pour fonction de réduire les contraintes dans la poutre métallique sous des composite sont représentées par les figures (I.9) et (I.10).

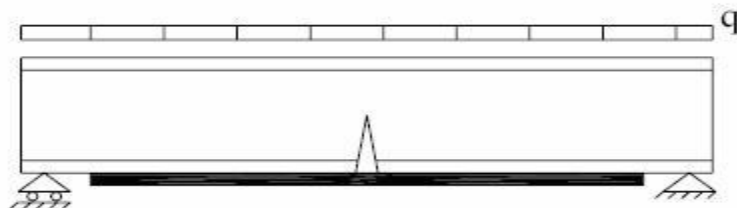


Figure I. 10: Rupture en tension de la poutre en I

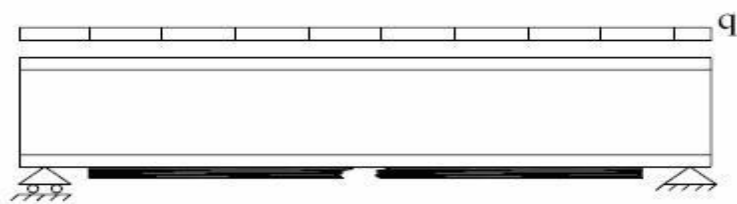


Figure I. 11: Rupture en tension de la plaque composite

### I.6.2. Rupture due à la compression de la poutre métallique

La rupture due à la compression de la poutre métallique se produit avec différents modes selon le type du matériau de substrat et de la géométrie de la section. Quelques métaux, tels que le fer de fonte sont caractérisés par le non linéarité en traction, avec une réduction progressive de la rigidité, contrairement au fer puddlé et l'acier. Dans le cas des poutres en acier, les codes modernes de conception, tels que l'Eurocode 3 donne des règles pour établir

le type du mode de rupture due à la compression. Dans le cas de la fonte ou du fer puddlé, une recherche spécifique est recommandée pour établir le type de mode de rupture due à la compression. (Instabilité locale) cette dernière est représentée par la figure (I.11).

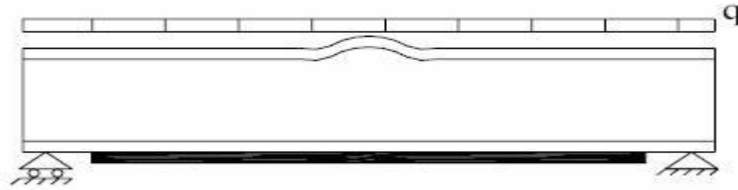


Figure I. 12: Instabilité locale de la poutre en I

### I.6.3. Rupture due au décollement :

L'analyse de la section composite (poutre métallique et FRP) est habituellement effectuée dans l'hypothèse d'un collage parfait entre la poutre métallique et FRP. Mais, ce n'est pas toujours le cas, car l'adhésif est réalisé d'une couche mince et déformable. La concentration de forte contrainte et déformation se produit normalement à l'interface entre la poutre métallique et le FRP où les discontinuités se produisent, comme à l'extrémité de la plaque FRP. Cette concentration de contrainte est à l'origine de la rupture due au décollement. La rupture par délaminage ou décollement à l'interface entre la poutre métallique et la plaque composite au niveau des extrémités est représentée par la figure (I.12).

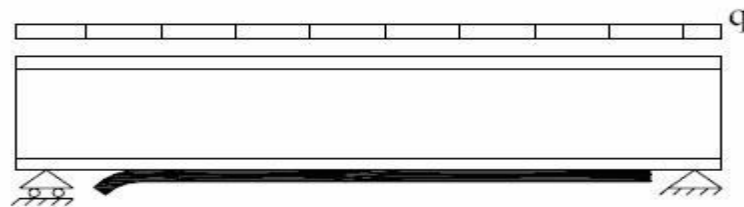


Figure I. 1.3:Décollement de la plaque.

### I.6.4. Rupture due au cisaillement :

Puisque le renforcement en flexion implique une augmentation des charges verticales agissantes, il est nécessaire de vérifier la poutre contre le cisaillement et la rupture par instabilité locale proche des appuis. La rupture en cisaillement par instabilité locale de la poutre métallique est représentée par la figure (I.13).

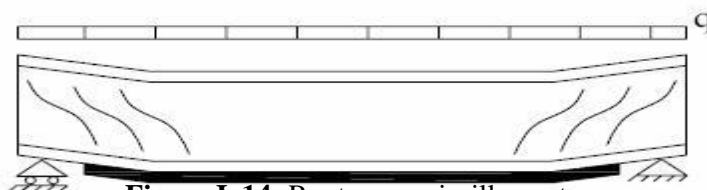


Figure I. 14: Rupture en cisaillement.

## **I.7. Conclusion:**

Une investigation sur les pathologies et les méthodes de renforcement des structures métalliques endommagées a été entreprise et nous a permis de mettre en évidence la notion de la durée de vie d'un ouvrage, ainsi que la nécessité éventuelle d'une réparation ou d'une réhabilitation. C'est une des préoccupations des maîtres d'ouvrages et répond à des enjeux économiques. De nombreux mécanismes peuvent induire des dommages importants voir irréversibles pour les structures métalliques. Il a été montré précédemment que l'acier se dégrade sous l'action de nombreux facteurs. En tenant compte de l'aspect financier des ouvrages de génie civil, il est essentiellement important de les renforcer afin d'augmenter leur durée de vie soit en améliorant les performances et la durabilité de l'ouvrage, soit en compensant les pertes de rigidité ou de résistance et enfin en limitant la corrosion.

Les désordres existants dans le gros œuvre se manifestent généralement par des fissures, des déformations et flèches excessives, des traces d'écrasement ou de cisaillement, de flambement ou de gonflement. Ils peuvent être causés par l'insuffisance de résistance des matériaux, relativement aux charges appliquées, l'insuffisance des dimensions des pièces métalliques ou des armatures, leur mauvaise disposition. Mais ils peuvent être dus à des surcharges excessives, des vibrations ou des changements des sens répétés des efforts. De nombreux mécanismes peuvent induire des dommages importants voir irréversibles pour les structures métalliques. Il a été montré précédemment que l'acier se dégrade sous l'action de nombreux facteurs. En tenant compte de l'aspect financier des ouvrages de génie civil, il est essentiellement important de les renforcer afin d'augmenter leur durée de vie soit en améliorant les performances et la durabilité de l'ouvrage, soit en compensant les pertes de rigidité ou de résistance et enfin en limitant la corrosion. L'utilisation des matériaux composites dans l'industrie croît de jour en jour dans une diversité d'applications toujours plus grande. C'est grâce à leur microstructure évoluée et à leurs caractéristiques mécaniques élevées, faible poids, très bonnes performances vis-à-vis de la corrosion, durabilité vis-à-vis des agressions chimiques. Par conséquent les composites constituent une solution prometteuse au problème de réhabilitation des ouvrages de génie civil.

## II. Généralités sur les matériaux composites

### II. 1. 1. Introduction :

Les matériaux composites disposent d'atouts importants par rapport aux matériaux traditionnels. Ils apportent de nombreux avantages fonctionnels : légèreté, résistance mécanique et chimique, maintenance réduits, liberté de forme. Ils permettent d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés. Ils offrent une meilleure isolation thermique, et pour certains d'entre eux une bonne isolation électrique. Ils enrichissent aussi les possibilités de conception en permettant d'alléger les structures et de réaliser des formes complexes aptes à remplir plusieurs fonctions.

Dans chacun des marchés d'application (bâtiments, automobile, équipements industriel...)

Ces performances remarquables sont à l'origine de solutions innovantes

Les matériaux composites offrent aux industriels et aux concepteurs de la possibilité nouvelle d'associer fonctions, formes et matériaux au sein de la réalisation. C'est un système de plus en plus performant.

### II.1.2. Définition d'un matériau composite

Un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux matériaux ou plus de nature différente; ce complément permet d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composantes prises séparément.

Les matériaux composites structuraux sont principalement constitués de deux phases :

- **Le renfort** : son rôle est d'assurer la fonction mécanique. Il se présente généralement sous la forme des fibres dont l'orientation au sein du composite dépend de la sollicitation mécanique qu'elle doit supporter.
- **La matrice** : son but est de réaliser la liaison entre les renforts, leur protection vis-à-vis des agents agressifs et la prévention contre une rupture catastrophique.

D'une manière générale, les matériaux composites structuraux de part la nature du renfort sont fortement anisotropes, c'est-à-dire que leurs propriétés sont très différentes suivant la direction considérée. D'autre part, les matériaux composites sont légers, c'est-à-dire que les masses volumiques de leurs constituants sont de l'ordre de 1 à 3.5 g / cm<sup>3</sup>.

### II. 1. 3. Revue des différents renforts disponibles :

Les principales fibres utilisées sont : Fibre de Carbone ; Fibre de Kevlar ; Fibre de Bore et Fibre de Verre (Berthelot, 2002).

#### II. 1. 3. 1. Les fibres de carbone :

Suivant les conditions de fabrication, il existe toute une variété de fibres de carbone. Mais, actuellement trois sortes sont commercialisées :

- 1- Les fibres haute résistance classique (types : As4, As6, T300 et X635) .
- 2- Les fibres à haute résistance module intermédiaire (types : IM6, X636).
- 3- Les fibres à haut module (types : M40 et HM5).

D'un fabricant à l'autre, les propriétés mécaniques varient suivant les propriétés physiques et mécaniques moyennes. Elles sont données dans le tableau 2. 1:

**Tableau II. 1 :** Propriétés des fibres de carbone (Berthelot, 2002)

Propriétés en traction	HR		IM		HM
$R_t$ (MPa)	3000 à 5000	4000 à 4500	47000 à 52000	2000 à 2500	1100 à 2000
$E_{oT}$ (MPa)	220000 à 240000	235000 à 250000	275000 à 300000	350000 à 400000	450000 à 500000
$A_R$ (%)	1.2 à 1.5	1.6 à 1.8	1.4 à 1.6	0.5 à 0.7	0.3 à 0.5
Masse volumique (g / cm <sup>3</sup> )	1.75 à 1.8	1.75 à 1.8	1.7 à 1.8	1.8 à 1.85	1.9 à 1.95

$R_T$ ,  $E_{oT}$  et  $A_R$  sont respectivement la résistance à la rupture; le module de Young et l'allongement à la rupture.

Une particularité importante de ces fibres est leur coefficient de dilatation thermique négatif ou quasi nul dans le sens de la fibre, c'est-à-dire que les fibres se raccourcissent quand on les chauffe et s'allongent quand on les refroidit.

#### II. 1. 3. 2. Les fibres de Kevlar :

Aromatique (les aramides). Actuellement, il existe deux types de produits : les fibres de Kevlar 49 et les fibres de Kevlar 29. Les premiers sont principalement utilisés pour la confection des composites, alors que les autres entrent surtout dans la constitution des cordes, cordages et câbles.

Les propriétés physiques et mécaniques de ces deux types de fibres sont représentées Les fibres de Kevlar sont des fibres synthétiques à base de polyamide dans le tableau 2. 2.

**Tableau II. 2 :** Propriétés des fibres de Kevlar (Berthelot, 2002)

Propriétés en traction	Kevlar 49	Kevlar 29
$R_t$ (MPa)	3000	2700
$E_{oT}$ (MPa)	120000 à 130000	60000
$A_R$ (%)	2.1	4
Masse volumique ( $g / cm^3$ )	1.45	1.44

Du point de vu dilatation, le Kevlar présente la même particularité dans le sens de fibres que celle du carbone.

### II. 1. 3. 3. Les fibres de Verre :

Il existe une multitude de fibres de verre dont les propriétés dépendent de leur composition. Actuellement, trois types de fibres de verre sont commercialisés sous forme de files. Ce sont les variétés E, S et R. Ces deux derniers sont très voisines (l'une est Américaine et l'autre est Française).

Les propriétés des ces fibres sont présentées dans le tableau 2. 3.

**Tableau II. 3 :** Propriétés des fibres de Verre (Berthelot, 2002)

Propriétés en traction	Verre E	Verre R	Verre S
$R_t$ (MPa)	3400	4400	4900
$E_{oT}$ (MPa)	73000	86000	87000
$A_R$ (%)	4.9	5.2	-----
Masse volumique ( $g / cm^3$ )	2.54	2.55	2.54

### II. 1. 4. Notion sur les matrices :

Actuellement, on distingue deux catégories de matrices: les matrices organiques (résines synthétiques) et les matrices métalliques (Berthelot, 2002).

### II. 1. 4. 1. Les matrices organiques :

Un très grand nombre de matériaux plastiques peut être utilisé comme matrice dans les matériaux composites. Elles peuvent aussi bien appartenir à la famille des résines « Thermodurcissables » qu'à celles des résines « thermoplastiques ».

### II. 1. 4. 2. Résines thermodurcissables :

Les résines thermodurcissables sont employées comme matrice des matériaux composites structuraux. Comme leur nom le laisse indiquer, ces produits durcissent après un cycle de chauffage appelé « cycle de polymérisation ». A l'issue de celui-ci, le matériau est un solide relativement rigide qui ne fond pas et ne se ramollit pas en température.

De ce fait, ils ne peuvent être mis en forme qu'une seule fois et ceci avant qu'ils ne durcissent, donc avant l'accomplissement du cycle de polymérisation.

Les résines thermodurcissables les plus répandues sont les polyesters, les époxydes, les polyamides et les phénoliques. Le tableau 2. 4 présente les propriétés physiques et mécaniques de ces résines après polymérisation.

**Tableau II. 4 :** Propriétés des Résines thermodurcissables (Berthelot, 2002)

Propriétés en traction	Polyester	Epoxyde	Polyamide	Phénolique	Silicone
$E_{oT}$ (MPa)	30 à 90	30 à 100	Environ 90	20 à 60	20 à 60
$A_R$ (%)	2000 à 3000	2500 à 4000	Environ 3000	1000 à 5000	Environ 3000
Densité (g / cm <sup>3</sup> )	1.1 à 1.3	1.1 à 1.3	Environ 1.3	1.2 à 1.4	1 à 1.1

### II. 1. 4. 3. Résines thermoplastiques :

Les résines thermoplastiques chauffées, elles deviennent facilement déformables. Lorsqu'on les soumet à des gradients de température, elles commencent par se ramollir puis elles fondent. De ce fait, leur utilisation en température est limitée par leurs mises en œuvre qui est grandement facile. Les variétés qui pourraient être appliquées sont: les poly sulfones, les polyarylsulfones, les polycarbonates et le nylon polyester thermoplastique.



#### II. 1. 4. 4. Les matrices métalliques :

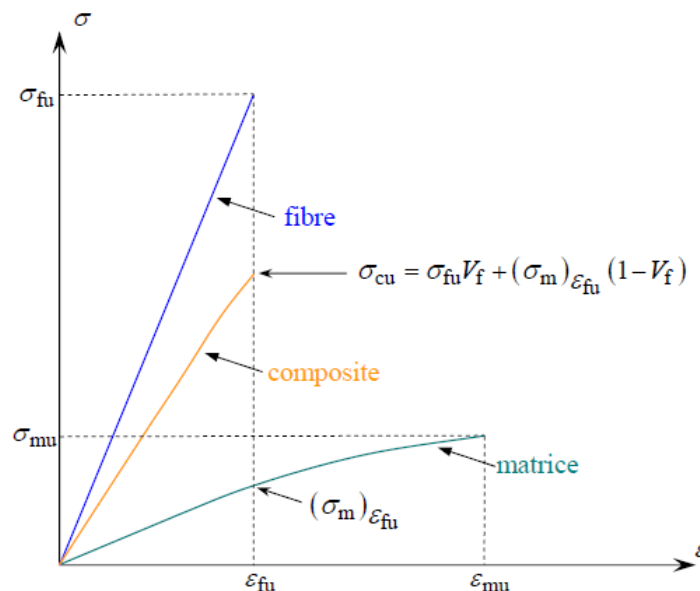
L'utilisation de matériaux composites à des températures supérieures à 3000°C interdit pratiquement l'usage des matrices organiques et suppose donc que l'élément de renforcement soit noyé au sein d'une matrice métallique. Les plus employées sont les métaux légers et leurs alliages en particulier l'aluminium, le titane et le nickel.

#### II. 1.5. Problèmes liés à l'utilisation des matériaux composites dans le génie civil :

##### II. 1. 5. 1. Introduction :

Depuis les premières applications des composites en génie civil, qui remontent au début des années 1980, et avec le développement des différents procédés et techniques de mise en œuvre, l'utilisation des composites a largement intéressé les laboratoires de recherche et les organismes industriels. Cependant, et malgré les nombreux avantages qu'offrent les matériaux composites, (propriétés mécaniques élevés, poids faible, résistance à la corrosion, etc.), leurs adaptations aux applications de renforcement révèlent de nombreux problèmes. Ces problèmes peuvent être liés directement à la mécanique des composites (matériaux hétérogènes et anisotropes) qui restent toujours un sujet de recherche, ou encore les problèmes liés à la structure renforcées (décollement, durabilité, etc.).

##### II. 1. 5. 2. Résistance des matériaux composites :



**Figure II. 1 :** relation contrainte déformation en traction pour les différents composants  
(Berthelot, 2002)

En général, le composite est formulé pour satisfaire à des critères de résistances, de rigidité ou bien de tenue à l'action de l'environnement. Les propriétés finales dépendent des propriétés élémentaires de chaque constituant (figure 2. 1). L'évaluation des propriétés des matériaux composites se fait à différentes échelles. Il s'agit d'une approche multi- échelles : celle de la fibre élémentaire, du pli élémentaire puis du composite.

### II. 1. 5. 3. Elasticité à différentes échelles :

#### A l'échelle de la fibre :

Expérimentalement, il a été montré (Berthelot, 2002) que la résistance moyenne des fibres diminue au fur et à mesure que sa longueur augmente.

#### A l'échelle du pli élémentaire :

A l'échelle du pli élémentaire, le matériau composite a deux directions privilégiées (figure 2. 2) : la direction longitudinale (L) et la direction transversale (T). Dans un matériau composite unidirectionnel, les fibres sont le plus souvent réparties d'une manière aléatoire, plutôt que suivant un arrangement régulier. Il n'existe pas qu'une seule possibilité d'arrangement des fibres mais une infinité de possibilités (Berthelot, 2002).

Des expressions simplifiées et pratiques des modules peuvent être obtenues en faisant une approche simplifiée du comportement mécanique de la cellule élémentaire du matériau composite unidirectionnel (Berthelot, 2002).

Si nous considérons un composite constitué de deux composants: une résine de caractéristiques  $E_m$  et  $\nu_m$  et des fibres longues unidirectionnelles considérées isotropes et de caractéristiques  $E_f$  et  $\nu_f$ , le taux volumique de fibres dans la résine est noté  $V_f$ .

Le matériau ainsi constitué est isotrope transverse dans la mesure où l'on observe une unique différence entre les caractéristiques selon les directions L et T.

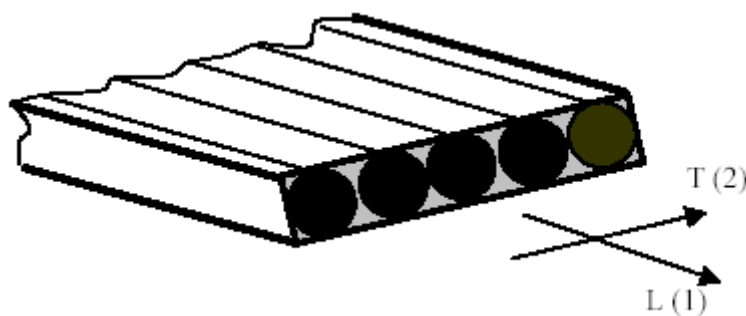


Figure II. 2 : Illustration d'un renfort fibreux unidirectionnel

Il existe des formules simplifiées qui permettent la prédiction de ces coefficients à partir des caractéristiques des constituants. Ces lois simplifiées sont connues sous le nom de lois des mélanges dans le cas des unidirectionnels. Ces lois de mélange s'inscrivent dans le concept d'homogénéisation des caractéristiques de matériaux multi-phasiques ou hétérogènes (les composites notamment). Ces lois trouvent de nombreuses validations dans la littérature scientifique. Elles sont nombreuses et s'adaptent en fonction du type de constituant, du taux de fibre ou encore de l'arrangement des fibres dans la résine.

Un exemple de formule simplifiée est défini par les expressions suivantes, des caractéristique du mélange renfort – matrice (Berthelot, 2002):

- Teneur en masse de renfort :  $M_{fib} = (\text{masse de renfort}) / (\text{masse total})$
- Teneur en masse de matrice :  $M_m = (\text{masse de matrice}) / (\text{masse total})$

$$M_{fib} + M_m = 1 \quad (\text{II-1})$$

- Teneur en volume de renfort :  $V_{fib} = (\text{volume de renfort}) / (\text{volume total})$
- Teneur en volume de matrice :  $V_m = (\text{volume de matrice}) / (\text{volume total})$

$$V_{fib} + V_m = 1 \quad (\text{II-2})$$

La fraction volumique des fibres  $V_{fib}$  typique est de l'ordre de 0,60 – 0,65.

- Module d'élasticité du composite:  $E_f = E_{fib} V_{fib} + E_m V_m \quad (\text{II-3})$

- Résistance en traction du composite:  $f_f = f_{fib} V_{fib} + f_m V_m \quad (\text{II-4})$

- Coefficient de poisson du composite:  $\nu_f = \nu_{fib} V_{fib} + \nu_m V_m \quad (\text{II-5})$

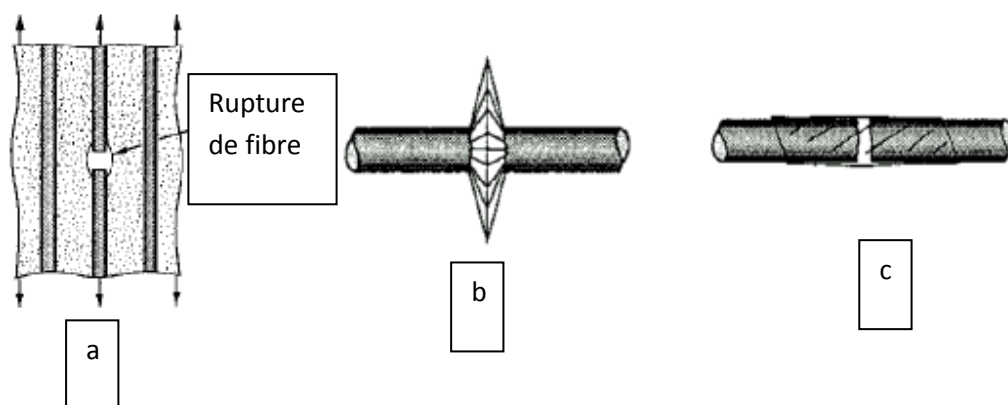
où :  $E_f$  est le module d'Young du matériau composite dans la direction des fibres,  $E_{fib}$  le module d'Young des fibres,  $E_m$  le module d'Young de la matrice,  $V_{fib}$  la fraction volumique des fibres,  $V_m$  la fraction volumique de la matrice,  $f_f$  la résistance en traction du matériau composite,  $f_{fib}$  la résistance en traction des fibres,  $f_m$  la résistance en traction de la matrice,  $\nu_f$  est le coefficient de poisson du composite,  $\nu_{fib}$  est le coefficient de poisson des fibres,  $\nu_m$  est le coefficient de poisson de la matrice. La résistance et le module d'Young des fibres sont plus importants par rapport à ceux de la matrice, le comportement mécanique des matériaux composites est donc piloté par les propriétés mécaniques des fibres et la quantité de fibres (fraction volumique).

- **A l'échelle du composite multicouche :**

Concernant le multi - couche, les propriétés du composite dépendent de l'orientation de l'empilement des couches élémentaires. Plusieurs approches existent concernant les modules d'élasticité. Dans un premier temps, nous pouvons citer les travaux de Berthelot qui ont exprimé les rigidités de composite en considérant les modules de compression latérale des fibres et de la matrice ou en considérant le cisaillement transverse entre couches. Les développements de ces modèles prennent en considération des fibres de diamètre identiques réparties suivant un arrangement hexagonal.

Berthelot (2002) précise que, lorsque le rapport largeur sur épaisseur est inférieur à 10, les effets d'empilement de couches restent négligeables sur le comportement mécanique du composite. Les contraintes et les déformations d'un multicouche sont liées par des matrices de souplesses ou de rigidité (Berthelot, 2002).

Pour caractériser la réponse mécanique des composites, la théorie de l'élasticité linéaire a été adaptée à ces nouveaux matériaux anisotropes et aux structures multicouches, c'est la théorie des plaques stratifiées. En revanche, la possibilité de prédire sa résistance n'est toujours pas parfaitement remplie en raison, notamment, de la forte anisotropie du composite et donc de la variation de sa résistance en fonction de la direction et du signe des contraintes. Généralement, on distingue trois mécanismes élémentaires d'endommagement dans un composite, soit la rupture de la fibre, la fissuration de la matrice et la décohésion de l'interface fibre- matrice (figure 2. 3) (Berthelot 2002).



**Figure II. 3 :** Modes de rupture des matériaux composites (Berthelot, 2002):

a) rupture de la fibre, b) rupture de la matrice, c) rupture de l'interface fibre - matrice

#### II. 1. 5. 4. Adhésif :

Dans le cas d'une réparation d'une structure en béton armé par matériaux composite, il faut utiliser un adhésif pour coller la plaque composite sur la surface en béton. Un adhésif est nécessaire pour coller le matériau composite sur une surface, dont l'objectif est de transmettre les contraintes de cisaillement entre le béton et le composite. D'après le bulletin 14 de la FIB, les caractéristiques typiques d'un adhésif époxy avec une cure à froid sont les suivants :

**Tableau II. 5 :** Caractéristiques typiques de l'adhésif d'époxy ( FIB bulletin 14, 2001)

Densité (kg/ m <sup>3</sup> )	1100 - 1700
Module d'Young (GPa)	0,50 - 20
Module d cisaillement (GPa)	0,80 - 8
Coefficient de Poisson	0,30 - 0,40
Résistance en traction (MPa)	9 - 30
Résistance à l'effort tranchant (MPa)	10 - 30
Résistance en compression (MPa)	55 - 110
Déformation en traction à la rupture (%)	0,50 - 5
Température de transition vitreuse (°C)	45 - 80

#### II . 2. Présentation de la théorie des plaques stratifiées :

Cette présentation est consacré au développement des équations qui décrivent la réponse élastique linéaire des composites stratifiées soumise à des charges dans le plan et en flexion.

Les couches individuelles sont supposées être homogènes, orthotropes, ou transversalement isotrope et dans un état de contraintes planes. Un stratifié type avec un système de coordonnées locales et globales est représenté dans la figure 2 .4.

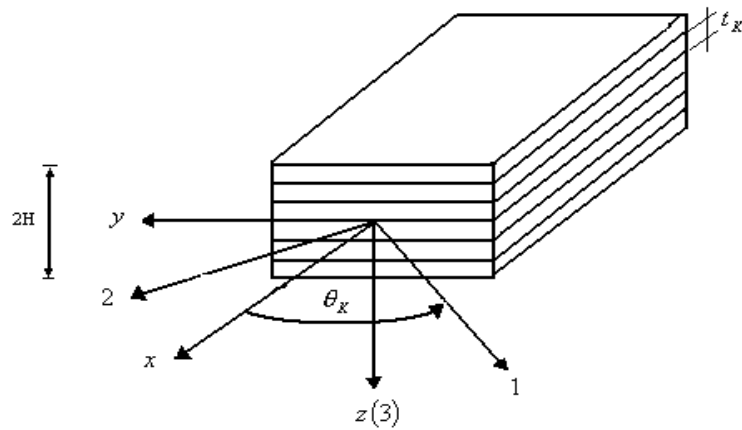


Figure II.4 : composite stratifié

II. 2. 1. Notation :

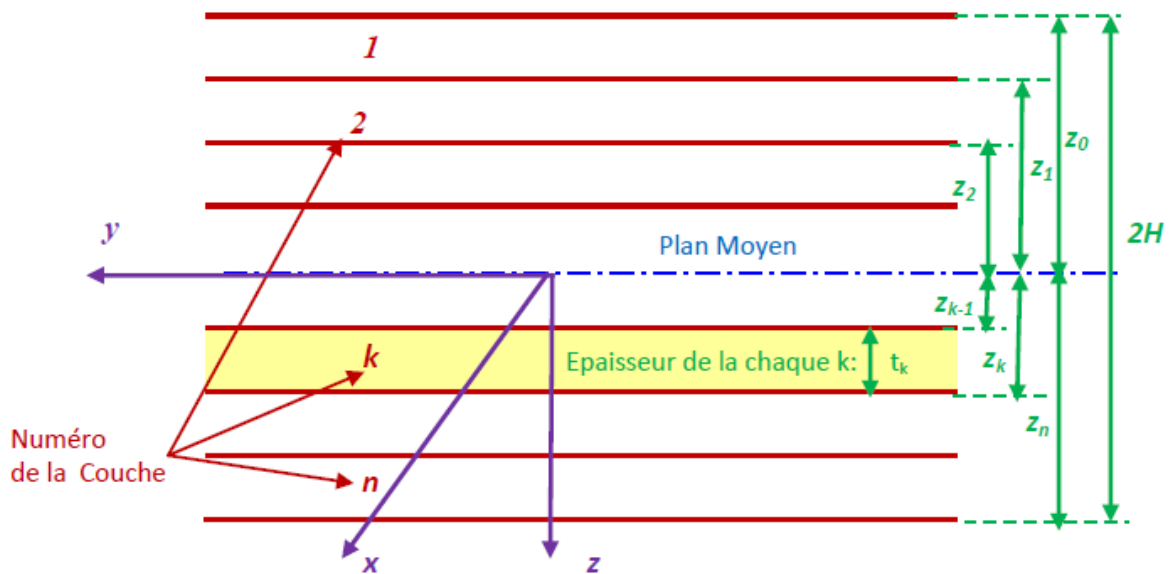


Figure II.5: Les coordonnées d'un stratifié

Pour le stratifié présenté dans la figure 2.5, nous prenons le système de coordonnées globales (X, Y, Z) avec l'axe Z perpendiculaire au plan du stratifié et est positif vers le bas. L'origine du système de coordonnées est localisée dans le plan médium du stratifié.

Le stratifié a « N couches » (plis) numérotées du haut vers le bas ; chaque couche a des orientations différentes des fibres notées  $\theta_k$ . Comme c'est indiqué dans la figure 2. 5, l'épaisseur de chaque couche est  $t_k=z_k-z_{k-1}$  et l'épaisseur totale est « 2H ».

Le tableau 2. 6 montre les notations décrivant les séquences d'empilement d'un stratifié.

**Tableau II. 6 :** Exemple des notations des stratifiés

Séquences des couches	Stratifié	Couches
8 couches @ 0°	[0 <sub>8</sub> ]	8
2@ +45, 2@ -45 symétriques	[45 <sub>2</sub> / -45 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub>	8
+45 / -45 / +45 / -45 symétriques	[(±45) <sub>2</sub> ] <sub>s</sub>	8
+45 / - 45 / 0 / 90 symétriques	[±45 / 0 / 90] <sub>s</sub>	8
50 groupes [±45 / 0 / 90] symétriques	[(±45 / 0 / 90) <sub>50</sub> ] <sub>s</sub>	400
+θ , -θ symétriques	[±θ] <sub>s</sub>	4

### II. 2. 2. Hypothèses de la théorie des stratifiés :

Les hypothèses suivantes sont fondamentales pour la théorie des plaques stratifiées (Berthelot, 2002):

- L'interface entre les couches est parfaite (Continuité des déplacements et des déformations) ;
- Chaque couche est un matériau homogène avec des propriétés effectives connues ;
- Les propriétés de la couche individuelle peuvent être isotropes, orthotropes ou transversalement isotropes ;
- Chaque couche est dans un état de contrainte plane ;
- Le stratifié se déforme selon les hypothèses de « Kirchhoff - Love » pour la flexion et la traction des plaque minces :
  - La normale au plan médium reste droite et est normale au plan médium déformé après déformation ;
  - Les normales au plan médium ne changent pas de longueur.

### II. 2. 3. Relation déformation – déplacement :

La première hypothèse de « Kirchhoff - Love » exige que les déformations de cisaillement  $\gamma_{zx}$  et  $\gamma_{zy}$  soient nulles.

La deuxième hypothèse de « Kirchhoff - Love » exige que le déplacement transversal suivant l'axe « Z » du plan médium est une fonction de x et y seulement c'est-à-dire  $w = w(x, y)$

La figure 2. 6 illustre un schéma du plan X - Z d'une surface moyenne déformée.

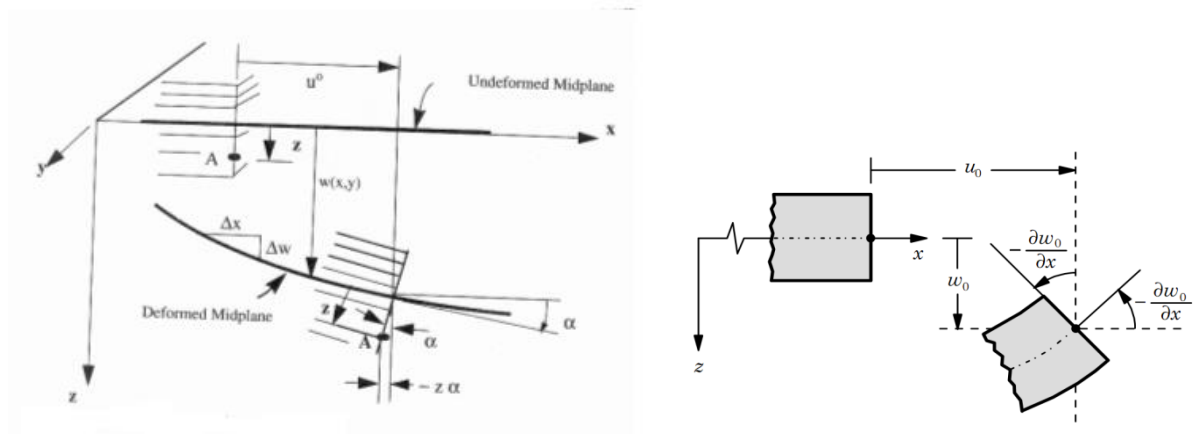


Figure II. 6 : Plan médium dans un stratifié déformé

Supposons que les déplacements sont petits, la pente  $\alpha$  de la surface déformée sera aussi

petite ce qui implique que : 
$$\text{tg } \alpha = \frac{\partial w}{\partial x} \approx \alpha \quad (\text{II-6})$$

Le déplacement total « u » du point A (figure 2.6) peut être écrit comme la somme du déplacement du plan moyen  $u^0$  plus le déplacement dû à la rotation  $\alpha$  de la normale au plan

moyen. Ainsi : 
$$u = u^0 - z \text{tg } \alpha = u^0 - z \alpha = u^0 - z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\text{II-7})$$

De la même façon que pour le plan Y- Z, nous aurons : 
$$v = v^0 - z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (\text{II-8})$$

$v^0$  : Le déplacement du plan médium suivant l'axe Y.

Puisque les normales ne changent pas de longueurs, le déplacement transversal  $w$  est indépendant de « z » et peut être écrit sous la forme suivante : 
$$w(x, y) = w^0(x, y) \quad (\text{II-9})$$



Où : l'indice supérieur « 0 » représente le plan médium.

Les équations déformations- déplacements peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u^0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \varepsilon^0_x + z k_x \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v^0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \varepsilon^0_y + z k_y \\ \gamma_{xy} &= \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \frac{\partial u^0}{\partial y} - 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial v^0}{\partial x} = \gamma_{xy}^0 + z k_{xy}\end{aligned}\quad (\text{II-10})$$

Où les courbures  $\{k\}$  sont définies comme suit :

$$k_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad k_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad k_{xy} = -2\frac{\partial^2 w}{\partial xy} \quad (\text{II-11})$$

En combinant les équations (II-10) et (II-11) nous aurons :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon^0_x \\ \varepsilon^0_y \\ \gamma^0_{xy} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II-12})$$

Ou plus simplement :  $\{\varepsilon_x\} = \{\varepsilon^0\}_x + z \{k\}_x \quad (\text{II-13})$

La dernière équation exprime les déformations totales  $\{\varepsilon_x\}$  à chaque cotes « z » dans le stratifié en fonction des déformations au niveau du plan médium  $\{\varepsilon^0\}_x$  et les courbures  $\{k\}_x$ , c'est l'équation fondamentale de la théorie des stratifiés.

#### II. 2. 4. Les contraintes :

L'expression des contraintes peut être maintenant déterminée en écrivant la relation qui existe entre ces dernières et les déformations et par l'utilisation de l'équation (II-13):

$$\{\sigma\}_x = [\bar{Q}]^k \{\varepsilon\}_x \quad (\text{II-14})$$

Où :  $[\bar{Q}]^k$  matrice de rigidité réduite transformée du k<sup>ieme</sup> pli correspondant à la cote z.

**Remarque :** Un point très important dans l'utilisation des équations constitutives des stratifiés est que la matrice transformée  $[\bar{Q}]^k$  varie avec l'orientation des fibres de chaque couche

A partir des équations (II-13) et (II-14), nous pouvons écrire :

$$\{\sigma\}^k = [\bar{Q}]^k \{\varepsilon^0\} + [\bar{Q}]^k z \{k\} \quad (\text{II-15})$$

### II. 2. 5. Les Forces par unité de longueur :

Les forces par unité de longueur  $\{N_x, N_y, N_{xy}\}$  (figure 2. 7) sont définies comme suit :

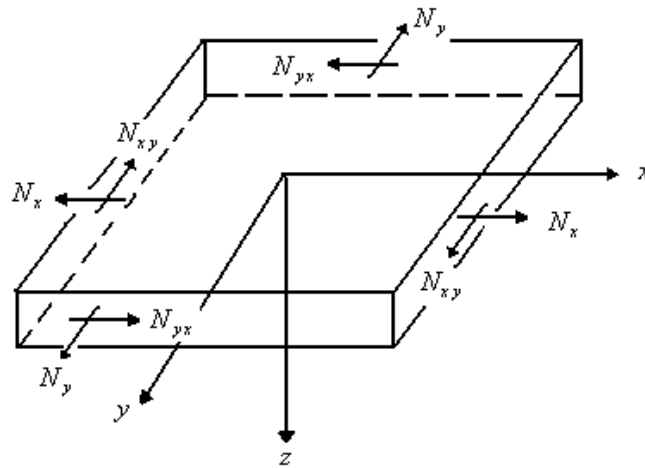


Figure II .7 : Forces par unité de longueur

$$\begin{aligned} N_x &= \int_{-H}^{+H} \sigma_x dz \\ N_y &= \int_{-H}^{+H} \sigma_y dz \\ N_{xy} &= \int_{-H}^{+H} \tau_{xy} dz \end{aligned} \quad (\text{II-16})$$

Les trois équations peuvent être écrites sous la forme condensée :  $\{N\} = \int_{-H}^{+H} \{\sigma\} dz$  (II-17)

A partir des équations (II15) et (II-16), nous aurons :

$$\{N\} = \int_{-H}^{+H} [\bar{Q}]^k \{\varepsilon^0\} dz + \int_{-H}^{+H} [\bar{Q}]^k \{k\} z dz \quad (\text{II-18})$$

$$\text{Ou bien sous une autre forme : } \{N\} = \sum_{k=1}^n \left( \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\bar{Q}] dz \right) \{\varepsilon^0\} + \sum_{k=1}^n \left( \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\bar{Q}]^k z dz \right) \{k\} \quad (\text{II-19})$$

Cette dernière équation peut être écrite sous la forme suivante :

$$\{N\} = [A] \{\varepsilon^0\} + [B] \{k\} \quad (\text{II-20})$$

$$\text{Où : } [A] = \sum_{k=1}^n [\bar{Q}]^k (z_k - z_{k-1}) \quad (\text{II-21})$$

$$[B] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [\bar{Q}]^k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (\text{II-22})$$

**Remarque :** La matrice  $[\bar{Q}]^k$  est constante à travers chaque couche mais peut être différente d'une couche à une autre.

L'équation (II-20) relie les forces de membrane par unité de longueur aux déformations du plan médium  $\{\varepsilon^0\}$ , et les courbures du stratifié  $\{k\}$  par les matrices  $[A]$  et  $[B]$ . La matrice  $[A]$  représente « la matrice de membrane » et la matrice  $[B]$  représente « la matrice de couplage membrane - flexion ».

## II. 2. 6. Moments par unité de longueur :

On définit les moments par unité de longueur  $\{M_x, M_y, M_z\}$  (figure II.8) comme l'intégrale des forces «  $\sigma_i z dz$  », ainsi :

$$M_x = \int_{-H}^{+H} \sigma_x z dz \quad M_y = \int_{-H}^{+H} \sigma_y z dz \quad M_{xy} = \int_{-H}^{+H} \tau_{xy} z dz \quad (\text{II-23})$$

$$\text{Ou bien sous une forme condensée : } \{M\} = \int_{-H}^{+H} \{\sigma\} z dz \quad (\text{II-24})$$

Substituant l'équation (II-15) dans l'équation (II-24), nous aurons l'expression des moments par unité de longueur :

$$\{M\} = [B]\{\varepsilon^0\} + [D]\{k\} \quad (II-25)$$

Où la matrice de flexion est définie comme suit :

$$[D] = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [\bar{Q}]^k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (II-26)$$

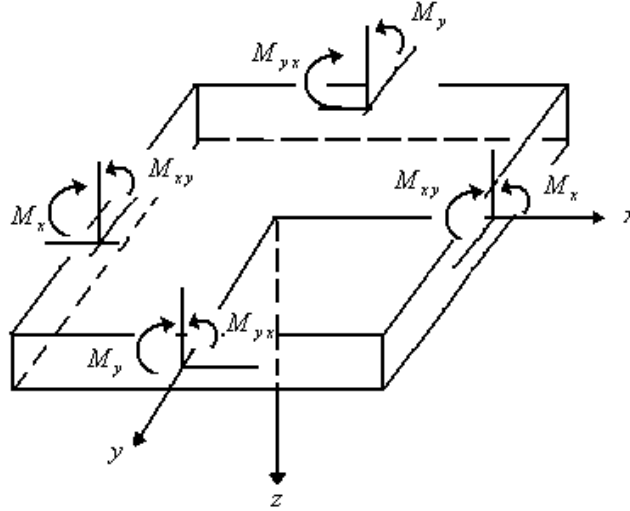


Figure II.8 : Moments par unité de longueur

**II. 2. 7. Relations constitutives du stratifié :**

Les équations (II-20) et (II-25) peuvent être combinées pour donner l'équation fondamentale de la théorie des stratifiés :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ k \end{Bmatrix} \quad (II-27)$$

Cette équation peut être écrite sous une forme plus détaillée comme suit :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (II-28)$$

Les équations (II-27) ou (II-28) montrent clairement le couplage de la réponse en flexion et de membrane du stratifié, illustrée par la matrice  $[B]$ . Si la matrice  $[B] = [0]$ , alors l'effet de membrane est découplé de l'effet de flexion.

L'équation (II-27) peut être inversée pour donner l'expression suivante:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (\text{II-29})$$

Reprenons les équations (II-20) et (II-25)

$$\{N\} = [A]\{\varepsilon^0\} + [B]\{k\} \quad (\text{II-30})$$

$$\{M\} = [B]\{\varepsilon^0\} + [D]\{k\} \quad (\text{II-31})$$

$$\text{La résolution de l'équation (II-30) donne : } \{\varepsilon^0\} = [A]^{-1}\{N\} - [A]^{-1}[B]\{k\} \quad (\text{II-32})$$

En substituant l'équation (II-32) dans l'équation (II-31), nous aurons :

$$\{M\} = [B][A]^{-1}\{N\} + ([D] - [B][A]^{-1}[B])\{k\} \quad (\text{II-33})$$

Les équations (II-32) et (II-33) peuvent être écrites sous une autre forme :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A^* & B^* \\ C^* & D^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ k \end{Bmatrix} \quad (\text{II-34})$$

Où :

$$\begin{aligned} [A^*] &= [A]^{-1} \\ [B^*] &= [A]^{-1}[B] \\ [C^*] &= [B][A]^{-1} \\ [D^*] &= [D] - [B][A]^{-1}[B] \end{aligned} \quad (\text{II-35})$$

L'équation (II-34) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\{\varepsilon^0\} = [A^*]\{N\} + [B^*]\{k\} \quad (\text{II-36})$$

$$\{M\} = [C^*]\{N\} + [D^*]\{k\} \quad (\text{II-37})$$

A partir de l'équation (II-37), nous pouvons déterminer l'expression de la courbure  $\{k\}$

$$\{K\} = -[D^*]^{-1}[C^*]\{N\} + [D^*]^{-1}\{M\} \quad (\text{II-38})$$

Substituant l'équation (II-38) dans l'équation (II-36)

$$\{\varepsilon^0\} = \left( [A^*] - [B^*][D^*]^{-1}[C^*] \right) \{N\} + [B^*][D^*]^{-1}\{M\} \quad (\text{II-39})$$

Les équations (II-39) et (II-38) peuvent être écrites :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (\text{II-40})$$

Où :

$$\begin{aligned} [A'] &= [A^*] - [B^*][D^*]^{-1}[C^*] \\ [B'] &= [B^*][D^*]^{-1} \\ [C'] &= -[D^*]^{-1}[C^*] \\ [D'] &= [D^*]^{-1} \end{aligned} \quad (\text{II-41})$$

A partir des équations (II-41) et (II-35), nous aurons :

$$\begin{aligned} [A'] &= [A]^{-1} + [A]^{-1}[B][D^*]^{-1}[B][A]^{-1} \\ [B'] &= -[A]^{-1}[B][D^*]^{-1} \\ [C'] &= -[D^*]^{-1}[C^*] \\ [D'] &= [D^*]^{-1} \end{aligned} \quad (\text{II-42})$$

A partir des expressions de  $[B']$  et  $[C']$  (II-42), nous remarquons que :

$$[C'] = [B']^T \quad (\text{II-43})$$

Ainsi, les équations (II-29) et (II-40) peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ B^T & D' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (\text{II-44})$$

Ou bien sous une forme plus détaillée :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}' & A_{12}' & A_{16}' & B_{11}' & B_{12}' & B_{16}' \\ A_{12}' & A_{22}' & A_{26}' & B_{12}' & B_{22}' & B_{26}' \\ A_{16}' & A_{26}' & A_{66}' & B_{16}' & B_{26}' & B_{66}' \\ B_{11}' & B_{12}' & B_{16}' & D_{11}' & D_{12}' & D_{16}' \\ B_{12}' & B_{22}' & B_{26}' & D_{12}' & D_{22}' & D_{26}' \\ B_{16}' & B_{26}' & B_{66}' & D_{16}' & D_{26}' & D_{66}' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II-45})$$

### II. 2. 8. Stratifiés symétriques :

Pour un stratifié symétrique, la matrice de couplage  $[B]$  est nulle. Cela peut être montré en considérant la contribution de deux couches identiques p et q (même matériau, même orientation des fibres et même épaisseur). Ces deux couches sont symétriques par rapport au plan médium (figure 2.9).

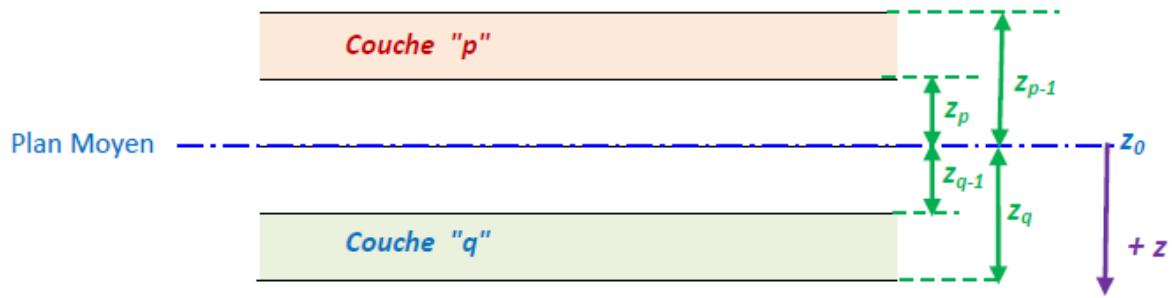


Figure II.9. Couches symétriques

Puisque les deux couches sont de même matériau et ils ont la même orientation de fibres (par rapport au repère global) nous pouvons écrire que :  $\bar{Q}_{ij(p)} = \bar{Q}_{ij(q)}$  (II-46)

Vu la symétrie des deux couches, nous aurons :  $z_p = z_{q-1}$  (II-47)

$$z_{p-1} = z_q \quad (\text{II-48})$$

A partir de la définition de la matrice  $[B]$  (II-22), nous aurons :

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \bar{Q}_{ij(p)} (z_p^2 - z_{p-1}^2) + \frac{1}{2} \bar{Q}_{ij(q)} (z_q^2 - z_{q-1}^2) \quad (\text{II-49})$$

Par la substitution de l'équation (II-46) dans l'équation (II-49), nous obtenons :

$$B_{ij(p+q)} = \frac{1}{2} \bar{Q}_{ij(p)} [z_p^2 - z_{p-1}^2 + z_{p-1}^2 - z_p^2] = 0 \quad (\text{II-50})$$

Ainsi, la contribution de n'importe quelle deux couches est nulle pour tous les termes  $B_{ij}$ .

Donc, la matrice  $[B]$  est nulle pour un stratifié symétrique. Par contre, la contribution des termes  $A_{ij}$  et  $D_{ij}$  pour deux couches symétriques est non nulle c'est-à-dire :

$$A_{ij(p+q)} = 2\bar{Q}_{ij} (z_p - z_{p-1}) = 2\bar{Q}_{ij} (t_p) \neq 0 \quad (\text{II-51})$$

$$D_{ij(p+q)} = \frac{2}{3} \bar{Q}_{ij} (z_p^3 - z_{p-1}^3) \neq 0 \quad (\text{II-52})$$

Où :  $t_p$  est l'épaisseur de la couche p.

Les équations constitutives d'un stratifié symétriques sont :

$$\{N\} = [A] \{\mathcal{E}^0\} \quad (\text{II-53})$$

$$\{M\} = [D] \{k\} \quad (\text{II-54})$$

### II. 3. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté une synoptique sur les matériaux composites. On s'est intéressé à ceux résultant de l'assemblage d'une matrice et d'un renfort se présentant sous forme de fibres. Cette présentation montre les caractères avantageux de ces matériaux à savoir légèreté et une grande résistance à la traction. Le plus souvent, les matériaux composites se présentent sous forme d'un empilement de couches donnant lieu à un stratifié, pour cela nous avons donc exposé dans ce chapitre les relations qui existent entre les composantes de déformation et celles de déplacement qui nous ont permis l'obtention de l'équation fondamentale de la théorie des stratifiés. A partir de cette dernière équation et en exprimant les forces et les moments par unité de longueur, les matrices de membrane, de flexion et de couplage ont été déterminées. Comme ce stratifié va être appliqué à la face de tension inférieure d'une poutre en béton dans le but de la renforcer, il est impératif d'étudier la zone



de contact béton – composite appelée interface. Une investigation sur les différentes méthodes de renforcement et de réparation des poutres en béton armé par collage de matériaux composite et les théories de calcul des contraintes d'interface issues de la littérature ont été présentées en chapitre 2. En se basant sur la théorie des stratifiés exposée dans ce chapitre et l'approche de la compatibilité des déformations une nouvelle approche pour le calcul des contraintes au niveau de l'interface sera présentée dans ce qui suit.

### **III. Formulation mathématique des contraintes d'interfaces dans les poutres en acier renforcées par collage matériaux composites**

#### **III .1. Introduction**

Dans ce chapitre, une analyse d'interface améliorée est présentée pour supporter une poutre métallique collée avec une plaque composite; ce qui a été objet de recherche cette dernière décennie. Il est montré que les contraintes de cisaillements et normales à l'interface sont influencées par le matériau et les caractéristiques géométriques de la poutre.

Cette recherche est utile pour l'amélioration du comportement mécanique de l'interface et de la conception des structures mixte Composites-Béton Armé ou Composite-Acier.

Les matériaux composites ont été identifiés en tant que nouveaux matériaux innovateurs pour la réparation et le renforcement des structures. Ainsi son utilisation est une solution efficace pour augmenter la résistance globale des structures. Les matériaux composites ont été utilisés avec succès pour réparer les structures métalliques aéronautiques pendant un certain nombre d'années. Dans le domaine du génie civil, les plaques composites ont été principalement utilisées pour la réhabilitation des structures en béton, bien que le renforcement des structures métalliques utilisant le FRP intéresse significativement les chercheurs ces dernières années. Les principaux avantages du FRP sont leur rapport haute résistance - poids et leur excellente résistance contre les attaques de corrosion et les attaques chimiques. Un sujet important surgissant dans l'étude des poutres en acier collées est l'évaluation des interactions à l'interface acier - FRP. En fait ces interactions permettent la transmission des contraintes de la poutre à la plaque ; si elles vont au-delà d'une valeur limite, la rupture prématurée de la poutre renforcée peut se produire.

La détermination des contraintes d'interface a été recherchée cette dernière décennie concernant les poutres en acier ou en béton renforcées par des plaques en acier ou en matériaux composites.

En particulier, plusieurs solutions analytiques ont été développées. Toutes ces solutions sont valables pour les matériaux élastiques linéaires et utilisent la même hypothèse c'est-à-dire que l'adhésif est sujet à des contraintes normales et de cisaillement qui sont constantes à travers l'épaisseur de la couche adhésive. C'est cette hypothèse qui permet d'obtenir des solutions relativement simples. Dans ces solutions existantes, deux approches différentes ont été

utilisées. Roberts et Roberts et haji - Kazemi ont employé une approche d'analyse par étapes, alors que Smith et Teng (2001), Tounsi (2006) et Hassaine Daouadji (2019) considèrent directement les conditions de la compatibilité de déformation. Récemment, Tounsi (2008) a développé les solutions théoriques pour les contraintes d'interface dans les poutres en béton renforcées par une plaque en FRP basées également sur les conditions de la compatibilité de déformation.

Des techniques très récentes sont mises au point (modélisations, expériences...) telles que les différents types de collage utilisant les matériaux composites types FRP qui donnent des résultats appréciables. Ces types de collage ont pu diminuer l'influence de l'effet des contraintes d'interface qui sont affectées par le phénomène de vieillissement. Le modèle adopté décrit mieux la réponse réelle de la poutre en acier, de la plaque en FRP et permet l'évaluation des contraintes d'interface, dont la connaissance est très importante dans la conception de telles structures.

## **III .2. Présentation de la formulation mathématique des contraintes d'interfaces**

### **III .2.1. Hypothèse de la présente méthode :**

**L'approche analytique est basée sur les hypothèses suivantes (Hassaine Daouadji 2019):**

1. Tous les matériaux considérés sont élastiques linéaires.
2. La poutre est simplement supportée et peu profonde, c'est-à-dire que les sections planes restent planes en flexion.
3. Aucun glissement n'est autorisé à l'interface de la liaison (c'est-à-dire qu'il y a une liaison parfaite à l'interface de l'acier adhésif ou de la plaque FRP).
4. L'adhésif est supposé jouer uniquement un rôle dans le transfert des contraintes de la poutre continue en acier au renforcement de la plaque stratifiée FRP;
5. Les contraintes dans la couche adhésive ne changent pas dans le sens de l'épaisseur;
6. L'analyse des contraintes de cisaillement suppose que les courbures de la poutre et de la plaque sont égales (car cela permet de découpler les équations de la contrainte de cisaillement et de la contrainte de pelage). Cependant, cette hypothèse n'est pas faite dans

la solution de contrainte normale, c'est-à-dire que lorsque la poutre est chargée, une séparation verticale se produit entre la poutre en acier et la plaque en FRP.

7. On suppose une distribution de déformation par cisaillement parabolique, à travers la profondeur de la poutre et de la plaque collée.
8. Les déformations en flexion de la poutre et des composites FRP sont supposées.

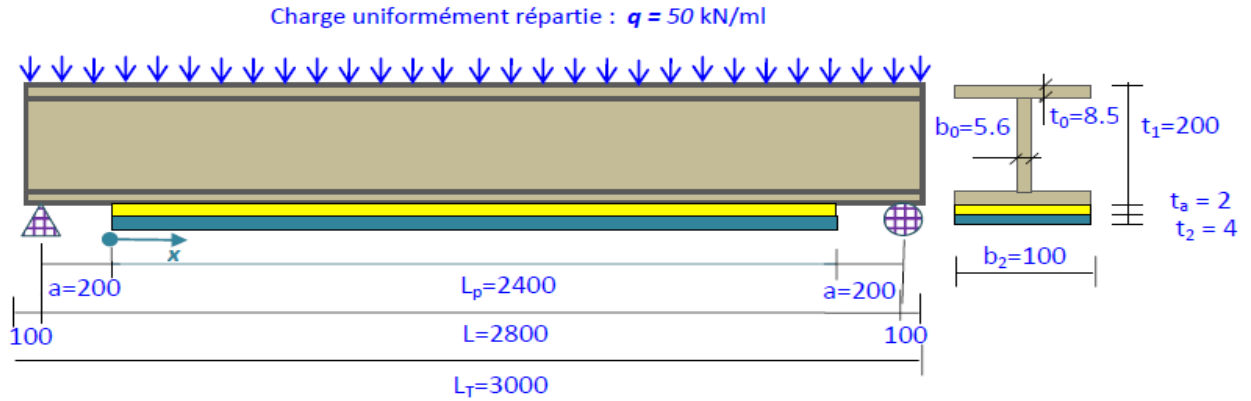
### **III .2.2. Type des poutres en acier considérées par l'étude:**

Le but de ce chapitre est l'étude du comportement mécanique des poutres continue en acier renforcées par collage externe des matériaux composites. Pour cela, on procédera à l'approche par décomposition de la poutre continue en deux types de poutre élémentaire, à savoir une poutre sur deux appuis simple renforcée en travé (partie inférieur) par composite et une poutre console renforcée en appui (partie supérieur) par composite, dont le résultat final sera la superposition des deux poutres élémentaires. Comme le mode de rupture le plus important de ces poutres en acier renforcées est le décollement de la plaque composite, en raison des contraintes d'interface élevées à la proximité du bord de la plaque collée. Dans cette partie, une méthode améliorée pour le calcul des contraintes d'interface a été développée pour les poutres en acier élémentaires renforcée par composite.

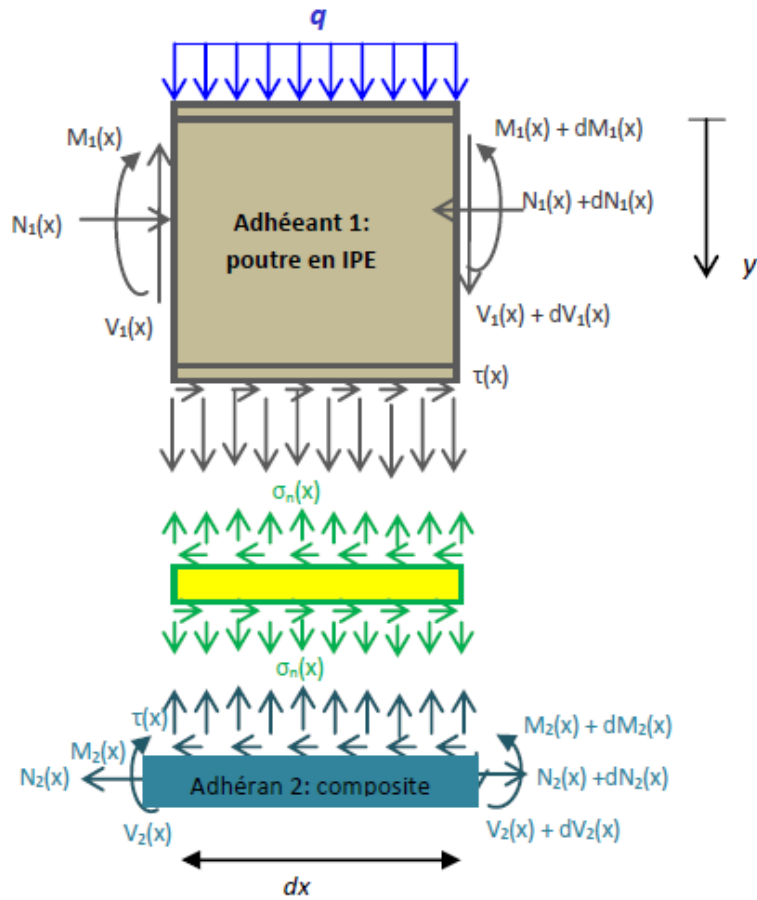
### **III .2.3. Poutre acier sur deux appuis renforcée par composite:**

Il s'agit de l'étude d'une poutre isostatique en acier sur deux appuis simple renforcée en flexion par collage externe des matériaux composites et chargée par une charge uniformément répartie.

**Schéma statique de la poutre renforcée:**



**Fig III .1:** Poutre métallique en I simplement appuyée renforcée par une plaque composite



**Fig III . 2 :** Un segment différentiel de la poutre métallique renforcée par collage de composite

**Les déformations:**

Les déformations de la poutre métallique et de la plaque de renforcement à l'interface adhérent – adhésif son exprimé comme suit :

$$\varepsilon_1(x) = \frac{du_1(x)}{dx} = \varepsilon_1^M(x) + \varepsilon_1^N(x) \quad \text{(III-1)}$$

$$\varepsilon_2(x) = \frac{du_2(x)}{dx} = \varepsilon_2^M(x) + \varepsilon_2^N(x) \quad \text{(III-2)}$$

$u_1(x)$  et  $u_2(x)$  sont les déplacements longitudinaux à la face inférieure de l'adhérent 1 et la face supérieure de l'adhérent 2

$\varepsilon_1^M(x)$  et  $\varepsilon_2^M(x)$  sont les déformations induites par le moment fléchissant de l'adhérent 1 et l'adhérent 2 respectivement.

$$\varepsilon_1^M(x) = \frac{y_1}{E_1 I_1} M(x) \quad \text{et} \quad \varepsilon_2^M(x) = \frac{y_2}{E_1 I_2} M(x) \quad \text{(III-3)}$$

Où  $y_1$  et  $y_2$  sont les distance entre la face inférieure de l'adhérent 1 et la face supérieure de l'adhérent 2 Et leur centre de gravité respectifs

$\varepsilon_1^N(x)$  et  $\varepsilon_2^N(x)$  sont les déformations normales de la poutre IPE et de la plaque de renforcement et sont données comme suit:

$$\varepsilon_1^N(x) = \frac{du_1^N(x)}{dx} = \frac{N_1}{E_1 A_1} + \frac{1}{3G_1} \mu \frac{d\tau(x)}{dx} \quad \text{(III-4)}$$

$$\varepsilon_2^N(x) = \frac{du_2^N(x)}{dx} = \frac{N_2}{E_2 A_2} - \frac{t_2}{3G_1} \frac{d\tau(x)}{dx} \quad \text{(III-5)}$$

Avec :

$$\mu = \frac{1}{2A_1 t_1^2} [b_1(-t_0^3 + 6t_1^2 t_0 - t_1^3 + (t_1 - t_0)^3) + b_0(3t_1^2(t_1 - 2t_0) - (t_1 - t_0)^3 + t_0^3)] \quad \text{(III-6)}$$

Pour une section rectangulaire ( $b_1=b_0$ ) on a  $\mu=1$

Pour une section en I on a  $\mu < 1$

En remplace (3), (4) et (5) dans l'équation (1) et (2) on trouve :

$$\varepsilon_1^N(x) = \frac{du_1(x)}{dx} = \frac{y_1}{E_1 I_1} M_1(x) + \frac{1}{E_1 A_1} N_1(x) + \frac{1}{3G_1} \mu \frac{d\tau(x)}{dx} \quad (\text{III-7})$$

$$\varepsilon_2^N(x) = \frac{du_2(x)}{dx} = \frac{-y_2}{E_2 I_2} M_2(x) + \frac{1}{E_2 A_2} N_2(x) - \frac{t_2}{3G_2} \frac{d\tau(x)}{dx} \quad (\text{III-8})$$

$$A_1 = 2b_0 t_0 + b_0 (t_0 + 2t_0) \quad (\text{III-9})$$

$$I_1 = \frac{b_0 (t_1 - 2t_0)^3}{2} + 2 \left[ \frac{b_1 t_0^3}{12} + b_0 t_0 \frac{(t_1 - t_0)^2}{4} \right] \quad (\text{III-10})$$

**La distribution des contraintes de cisaillement dans l'interface composite – Acier:**

$$\tau_a = \tau(x) = k_s [u_2(x) - (u_1(x))] \quad (\text{III-11})$$

$$k_s = \frac{G_a}{t_a}$$

$k_s$ : Est la rigidité au cisaillement de la couche d'adhésive.

$G_a$ : le module de cisaillement de l'adhésive.

$t_a$ : l'épaisseur de d'adhésive.

$u_1(x)$  et  $u_2(x)$  sont les déplacements longitudinaux à la face inférieure de l'adhérent 1 et la face supérieure de l'adhérent 2.

En dérivant l'expression (11) nous obtenons

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = k_s \left[ \frac{du_2(x)}{dx} - \frac{du_1(x)}{dx} \right] \quad (\text{III-12})$$

En remplacent l'équation (7) et (8) dans l'équation (12)

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = K_s \left[ \frac{-y_2}{E_2 I_2} M_2(x) + \frac{N_2(x)}{E_2 A_2} - \frac{t_2}{3G_2} \frac{d\tau(x)}{dx} - \frac{y_1}{E_1 I_1} M_1(x) - \frac{N_1(x)}{E_1 A_1} - \frac{1}{3G_1} \mu \frac{d\tau(x)}{dx} \right] \quad (\text{III-13})$$

On dérivent l'équation(13) encore une fois on trouve :

$$\frac{d^2 \tau(x)}{dx} = K_s \left[ \frac{-y_2}{E_2 I_2} \frac{dM_2(x)}{dx} + \frac{1}{E_2 A_2} \frac{dN_2}{dx} - \frac{t_2}{3G_2} \frac{d\tau(x)}{dx} - \frac{y_1}{E_1 I_1} \frac{dM_1(x)}{dx} + \frac{1}{E_1 A_1} \frac{dN_1}{dx} - \frac{1}{3G_1} \mu \frac{d^2 \tau(x)}{dx} \right] \quad (\text{III-14})$$

L'équilibre horizontal donne :

$$\frac{dN_1(x)}{dx} = -b_1 \tau(x) \quad (\text{III-15})$$

$$\frac{dN_2(x)}{dx} = -b_2 \tau(x) \quad (\text{III-16})$$

Ou :

$$N_1(x) = N(x) = b_2 \int_0^x x \, dx \quad (\text{III-17})$$

$$N_2(x) = N(x) = b_2 \int_0^x x \, dx \quad (\text{III-18})$$

Tel que:  $b_2$  est la largeur de la plaque composite

Supposant que les courbures dans l'adhérent 1 et 2 sont égales, la relation entre les moments dans les deux adhérents peut être écrite comme suit :

$$M_1(x) = RM_2(x) \quad (\text{III-19})$$

Avec :

$$R = \frac{E_1 I_1}{E_2 I_2} \quad (\text{III-20})$$

Le moment d'équilibre total

$$M_T(x) = M_1(x) + M_2(x) + N(x)(y_1 + y_2 + t_a) \quad (21)$$

En remplaçant l'équation( 15) ,( 16) et( 19) dans l'équation

$$M_1(x) = \frac{R}{(R+1)} \left[ M_T(x) - b_2 \int_0^x \tau(x) (y_1 + y_2 + t_a) dx \right] \quad (\text{III-22})$$

$$M_2(x) = \frac{R}{(R+1)} \left[ M_T(x) - b_2 \int_0^x \tau(x) (y_1 + y_2 + t_a) dx \right] \quad (\text{III-23})$$

En dérivant les expressions (22) et (23) nous aurons :

$$\frac{dM_1(x)}{dx} = V_1(x) = \frac{R}{R+1} [V_T - b_2 \tau(x) (y_1 + y_2 + t_a)] \quad (\text{III-24})$$

$$\frac{dM_2(x)}{dx} = V_2(x) = \frac{1}{R+1} [V_T - b_2 \tau(x) (y_1 + y_2 + t_a)] \quad (\text{III-25})$$

La substitution des forces de cisaillement (les équations (24) et (25) et les forces axiales les équations (17) et (18) dans l'équation (14) , donnent l'équation suivante :

$$\frac{d^2 \tau(x)}{dx^2} = k_s \left[ \frac{-y_2}{E_2 I_2} \left( \frac{1}{R+1} [V_T - b_2 \tau(x) (y_1 + y_2 + t_a)] \right) + \frac{b_2}{E_2 A_2} \tau(x) - \frac{y_1}{E_2 I_2} \left[ \left( \frac{1}{R+1} [V_T - b_2 \tau(x) (y_1 + y_2 + t_a)] \right) + \frac{b_2}{E_2 A_2} \tau(x) - k_s \left[ \frac{t_2}{3G_2} + \frac{t_1}{3G_1} \mu \right] \frac{d^2 \tau(x)}{dx^2} \right] \right] \quad (\text{III-26})$$



L'équation ci-dessus peut être réécrite comme suit:

$$\frac{d^2 \tau(x)}{dx^2} - k_1 b_2 \left( \frac{(y_1+y_2)(y_1+y_2+t_a)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} + \frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \right) \tau(x) + k_1 \left( \frac{y_1+y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) V_T(x) = 0 \quad (\text{III-27})$$

Avec :

$$K_1 = \frac{1}{\frac{t_a}{G_a} + \frac{t_{1*R}}{4G_1}} \quad (\text{III-28})$$

La solution de l'équation différentielle est donné par:

$$\tau(x) = \beta_1 \cos(x) + \beta_2 \sin(x) m_1 V_T(x) = 0 \quad (\text{III-29})$$

Où

$$\lambda^2 = k_1 b_2 \left( \frac{(y_1+y_2)(y_1+y_2+t_a)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} + \frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \right) \quad (\text{III-30})$$

$$m_1 = \frac{k_1}{\lambda^2} \left( \frac{y_1+y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) \quad (\text{III-31})$$

### **Condition aux limites**

Condition initial on a :

$$\tau\left(\frac{lp}{2}\right) = \beta_1 \cos\left(\frac{\lambda P}{2}\right) + \beta_2 \sin\left(\frac{\lambda P}{2}\right) m_1 V_T\left(\frac{lp}{2}\right) = 0 \quad (\text{III-32})$$

A la fin de la plaque on a :

$$N_1(0) = N_2(0) = M_2(0) = 0 \quad (\text{III-33})$$

On a sait que :

$$M_1(0) = M_T(0) = \frac{q a}{2} (L a) \quad (\text{III-34})$$

En remplaçant X=0 dans l'équation (29) on trouve :

$$\frac{d\tau(x=0)}{dx} = \frac{-k_1 y_1 q a}{E_1 y_1} \frac{1}{2} (l - a) \quad (\text{III-35})$$

$$m_2 = \frac{k_1 y_1}{E_1 I_1} \text{ on obtenu : } \frac{d\tau(x=0)}{dx} = \frac{-m_2 q a}{2} (l - a) \quad (\text{III-36})$$

$$\text{On sait que : } V_t(x) = \frac{q l}{2} - q x' \text{ avec } x' = x + a \quad (\text{III-37})$$

$$X = \frac{lp}{a} \Leftrightarrow X' = \frac{l}{2} \text{ d'où on a } V_t\left(\frac{lp}{2}\right) = 0 \quad (\text{III-38})$$

En substituant l'équation (37) dans l'équation (29) puis en dérivent l'équation (29)

Substituant : on a remplacé  $x=0$  on tire  $\beta_2$

Sachant que :  $\sinh 0 = 0$  et  $\cosh 0 = 1$

$$\beta_2 = \frac{-m_2 q a}{2\lambda} (l - a) + \frac{m_1}{\lambda} q \quad (\text{III-39})$$

En substituant l'équation (38) dans l'équation (32) et on tire  $\beta_1$

$$\beta_1 = -\beta_2 \tanh\left(\frac{\lambda l_p}{2}\right) \quad (\text{III-40})$$

$$\left(\frac{\lambda l_p}{2}\right) > 10 \Leftrightarrow \tanh\left(\frac{\lambda l_p}{2}\right) = 1$$

$$\text{D'où } \beta_1 = -\beta_2 \quad (\text{III-41})$$

$$\text{On sait que } \sinh(x) = \frac{e^{\lambda x} - e^{-\lambda x}}{2} \text{ et } \cosh(x) = \frac{e^{\lambda x} + e^{-\lambda x}}{2} \quad (\text{III-42})$$

On remplace les équations (37), (39) et (42) dans l'équation (29) on obtient l'expression de la contrainte de cisaillement sous la charge uniformément répartie :

$$\tau(x) = \left[ \frac{m_2 a}{2} (L - a) - m_1 \right] \frac{q e^{-\lambda x}}{\lambda} + m_1 \left( \frac{L}{2} - a - x \right) \quad 0 \leq x \leq l_p \quad (\text{III-43})$$

### **La distribution des contraintes normales dans l'interface composite – Acier :**

La contrainte normale dans l'adhésive peut être exprimée comme suit :

$$\sigma_x(x) = k_n \Delta w(x) = k_n [w_2(x) - w_1(x)] \quad (\text{III-44})$$

$w_1(x)$  et  $w_2(x)$  Sont les déplacements verticaux de l'adhérent 1 et 2 respectivement.

$k_n$  : Est la rigidité normale de la couche d'adhésive par unité de longueur et peut déduire comme suit :

$$k_n = \frac{\sigma_n}{\Delta w(x)} = \frac{\sigma_n}{\Delta w(x)/t_a} \left( \frac{1}{t_a} \right) = \frac{E_a}{t_a} \quad (\text{III-45})$$

En dérivant l'équation (48) deux fois il en résulte

$$\frac{d^2 \sigma_n(x)}{dx^2} = k_a \left[ \frac{d^2 w_2(x)}{dx^2} - \frac{d^2 w_1(x)}{dx^2} \right] \quad (\text{III-46})$$

Et on la dérivent encore deux fois on obtient

$$\frac{d^4 \sigma_n(x)}{dx^4} = k_a \left[ \frac{d^4 w_2(x)}{dx^4} - \frac{d^4 w_1(x)}{dx^4} \right] \quad (\text{III-47})$$

$$\frac{d^2 w_1(x)}{dx^2} = -\frac{M_1(x)}{E_1 I_1} \text{ et } \frac{d^2 w_2(x)}{dx^2} = -\frac{M_2(x)}{E_2 I_2} \quad (\text{III-48})$$

L'équilibre des adhérents 1 et 2 mène aux relations suivantes :

$$\text{L'adhérent 1 : } \frac{dM_1(x)}{dx} = V_1(x) - b_2 y_1 \tau(x) \quad (\text{III-49})$$

$$\text{L'adhérent 2 : } \frac{dV_1(x)}{dx} = -b_2 \sigma(x) - q \quad (\text{III-50})$$

En substituant les dérivés des équations (53) et (54) dans l'équation (52) dérivée deux fois on obtient :

$$\text{L'adhérent 1 : } \frac{d^4 w_1(x)}{dx^4} = \frac{1}{E_1 I_1} b_2 \sigma(x) + \frac{y_1}{E_1 I_1} b_2 \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{q}{E_1 I_1} \quad (\text{III-51})$$

$$\text{L'adhérent 2 : } \frac{d^4 w_2(x)}{dx^4} = \frac{1}{E_2 I_2} b_2 \sigma(x) + \frac{y_2}{E_2 I_2} b_2 \frac{d\tau(x)}{dx} \quad (\text{III-52})$$

La substitution des équations (55) et (56) dans la quatrième dérivée de la contrainte normale obtenue à partir de l'équation (51) donne l'équation différentielle régissant la contrainte normale d'interface :

$$\frac{d^4 \sigma_n(x)}{dx^4} = \frac{E_a b_2}{t_a} \left( \frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \right) \sigma_n(x) + \frac{E_a b_2}{t_a} \left( \frac{y_1}{E_1 I_1} + \frac{y_2}{E_2 I_2} \right) \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{q E_a}{t_a E_1 I_1} = 0 \quad (\text{III-53})$$

La solution générale de l'équation différentielle d'ordre 4 est :

$$\sigma_n(x) = e^{-\beta x} [c_1 \cos(\beta x) + c_2 \sin(\beta x)] + e^{\beta x} [c_3 \cos(\beta x) + c_4 \sin(\beta x)] - n_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_2 q \quad (\text{III-54})$$

Pour des larges valeurs de " x " on suppose que la contrainte normale tend vers zéro, et il en résulte  $C_3=C_4=0$ . La solution générale devient :

$$\sigma_n(x) = e^{-\beta x} [c_1 \cos(\beta x) + c_2 \sin(\beta x)] - n_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_2 q \quad (\text{III-55})$$

Avec:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{E_a b_2}{4 t_a} \left( \frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \right)} \quad (\text{III-56})$$

$$n_1 = \frac{y_1 E_2 I_2 - y_2 E_1 I_2}{(E_1 I_1 + E_2 I_2)} \quad (\text{III-57})$$

$$n_2 = \frac{E_2 I_2}{b_2 (E_1 I_1 + E_2 I_2)} \quad (\text{III-58})$$

les constantes d'intégration  $c_1$  et  $c_2$  sont donnée par :

$$c_1 = \frac{E_a}{2\beta^3 t_a E_1 I_1} [V_T(0) + \beta M_T(0)] - \frac{n_3}{2\beta^3} \tau(0) + \frac{n_1}{2\beta^3} \left( \frac{d^4 \tau(0)}{dx^4} + \beta \frac{d^3 \tau(0)}{dx^3} \right) \quad (\text{III-59})$$

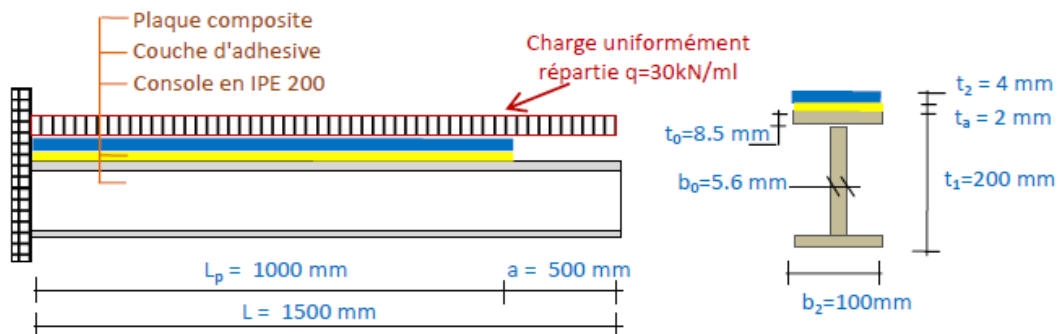
$$c_2 = \frac{E_a}{2\beta^3 t_a E_1 I_1} M_T(0) - \frac{n_1}{2\beta^3} \frac{d^3 \tau(0)}{dx^3} \quad (\text{III-60})$$

$$\text{Ou : } n_3 = \frac{E_a b_2}{t_a} \left( \frac{e}{E_1 I_1} - \frac{D'_{11} t_2}{2b_2} \right) \quad (\text{III-61})$$

### III .3. Poutre console en acier renforcée par composite:

Il s'agit de l'étude d'une poutre console en acier renforcée par collage externe des matériaux composites, chargée par une charge uniformément répartie.

**Schéma statique de la poutre renforcée:**



**Figure III .3.** Renforcement de membre de porte-à-faux de RC avec la plaque composite.

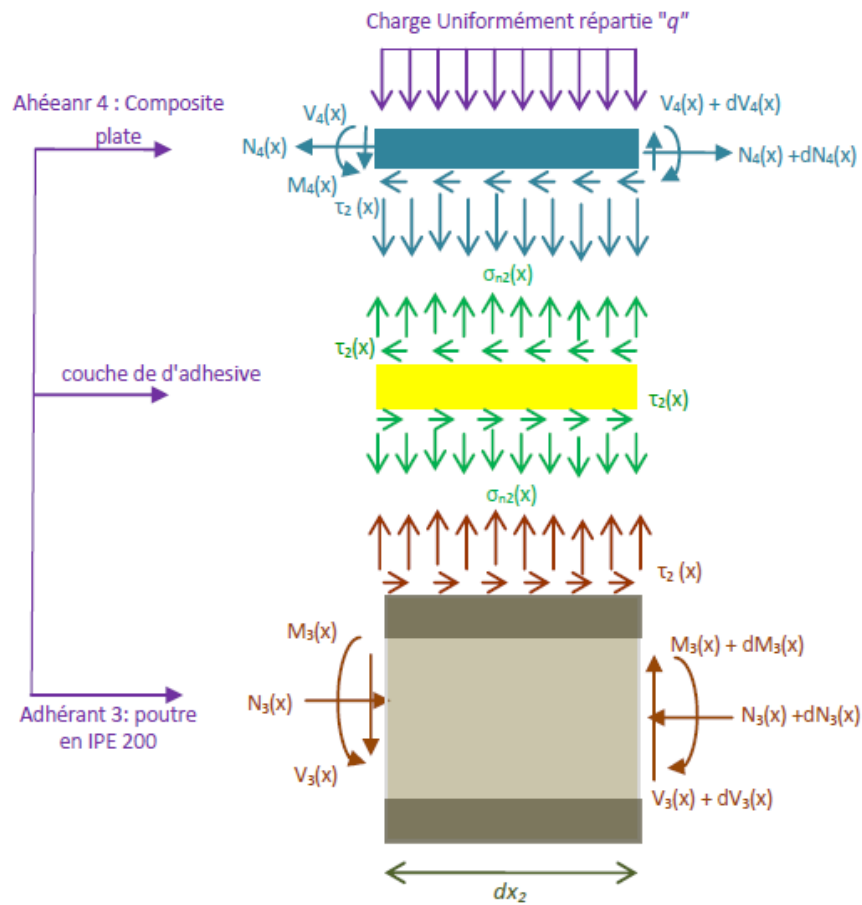


Figure III .4. Forces dans un élément infinitésimal d'une poutre console renforcé par composite.

**Equations d'élasticité:**

La déformation  $\varepsilon_3(x)$  dans l'acier au voisinage de la couche d'adhésive peut être exprimé par:

$$\varepsilon_3(x) = \frac{du_3(x)}{dx} = \frac{y_{31}}{E_3 I_3} M_3(x) + \frac{N_3}{E_3 A_3} \tag{III-62}$$

En se basant sur la théorie des plaques stratifiés, la déformation  $\varepsilon_3(x)$  de la plaque composite au voisinage de la couche d'adhésive est donnée par :

$$\varepsilon_4(x) = \frac{du_4(x)}{dx} = -D'_{11} \frac{y_4}{b_4} M_4(x) + A'_{11} \frac{N_4(x)}{b_4} \tag{III-63}$$

Où  $u_3(x)$  et  $u_4(x)$  sont les déplacements horizontaux de la poutre métallique et la plaque composite respectivement.  $M_3(x)$  et  $M_4(x)$  sont respectivement les moments de flexion appliqués à la poutre en acier et la plaque composite ;  $E_3$  est le module de Young de l'acier ;  $I_3$

le moment d'inertie,  $y_3$  est la distance entre l'axe neutre à la fibre inférieure de l'acier,  $N_3$  et  $N_4$  sont les forces axiales appliquées à l'acier et à la plaque composite respectivement,  $b_4$  et  $t_4$  sont la largeur et l'épaisseur de la plaque de renforcement,  $[A']=[A^{-1}]$  est l'inverse de la matrice de membrane  $[A]$ ,  $[D']=[D^{-1}]$  est l'inverse de la matrice de flexion.

En écrivant les conditions d'équilibre de l'adhérant 1 (acier), nous aurons :

$$\text{La direction x: } \frac{dN_3(x)}{dx} = -b_4\tau(x) \quad (\text{III-64})$$

$\tau(x)$  est la contrainte de cisaillement dans la couche d'adhésive.

$$\text{Dans la direction y: } \frac{dV_3}{dx} = -[\sigma_n(x)b_4 + qb_3] \quad (\text{III-65})$$

$V_3(x)$  est l'effort tranchant de l'adhérent 3.

$\sigma(x)$  est la contrainte normale au niveau de la couche d'adhésive,  $q$  est la charge répartie et  $b_3$  la largeur de l'adhérent 3.

$$\text{Moment d'équilibre: } \frac{dM_3}{dx} = V_3(x) - \tau(x)b_4.y_3 \quad (\text{III-66})$$

L'équilibre de la plaque de renforcement dans les directions x et y, ainsi que le moment de l'équilibre sont écrits comme suit:

$$\text{Direction x: } \frac{dN_4(x)}{dx} = b_4\tau(x) \quad (\text{III-67})$$

$$\text{Direction y: } \frac{dV_3}{dx} = \sigma_n(x)b_4 \quad (\text{III-68})$$

$$\text{Le moment d'équilibre: } \frac{dM_4}{dx} = V_4(x) - \tau(x)b_4.y_4 \quad (\text{III-69})$$

$V_4(x)$  est l'effort tranchant de l'adhérent 4.

### **Distribution des contraintes de cisaillement dans l'interface composite – Acier**

On considère dans ce qui suit, la rigidité de la plaque de renforcement est nettement inférieure à celle de la poutre métallique à renforcer. Le moment de flexion dans la plaque composite peut être négligé pour simplifier les opérations de dérivation de la contrainte de cisaillement.

La contrainte de cisaillement au niveau de la couche d'adhésive peut être exprimée comme suit :

$$\tau(x) = K_s \Delta u(x) = K_s [u_4(x) - u_3(x)] \quad (\text{III-70})$$

Où  $K_s$  est la rigidité au cisaillement de la couche d'adhésive par unité de longueur. A partir de l'équation (70) on peut en déduire l'expression de  $K_s$  qui est donnée par :

$$K_s = \frac{\tau(x)}{\Delta u(x)} = \frac{\tau(x)}{\Delta u(x)/t_a} \frac{1}{t_a} = \frac{G_a}{t_a} \quad (\text{III-71})$$

$\Delta u(x)$  est le déplacement relatif à l'interface de l'adhésif,  $G_a$  et  $t_a$  sont respectivement le module et l'épaisseur de la couche d'adhésive.

En différentiant les équations (70), (62) et (63) par rapport à  $x$ , et en négligeant le moment de flexion de la plaque composite nous aurons :

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = K_s \left[ \frac{du_4(x)}{dx} - \frac{du_3(x)}{dx} \right] \quad (\text{III-72})$$

En substituant l'équation (62) et (63) dans (72) nous aurons

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = K_s \left[ \left[ -D_{11}' \frac{y_4}{b_4} M_4(x) + A_{11}' \frac{N_4(x)}{b_4} \right] - \left[ \frac{y_3}{E_3 I_3} M_3(x) + \frac{N_3}{E_3 A_3} \right] \right] \quad (\text{III-73})$$

En supposant que les courbures dans l'adhérent 3 et 4 sont égales la relation entre le moment dans les deux adhérents peut être écrite comme suit :

$$M_3(x) = R M_4(x) \quad (\text{III-74})$$

$$R = \frac{E_3 I_3 D_{11}'}{b_4} \quad (\text{III-75})$$

Le moment total d'équilibre de l'élément différentiel de la figure 2 est donné par:

$$M_T(x) = M_3(x) + M_4(x) + N(x)(y_3 + y_4 + t_a) \quad (\text{III-76})$$

$M_T(x)$  est le moment total

$$N(x) = N_3(x) = N_4(x) = b_4 \int_0^x \tau(x) dx \quad (\text{III-77})$$

Le moment de flexion de la poutre renforcée exprimé en fonction du moment total appliqué et des contraintes de cisaillement d'interface est donné par :

$$M_3(x) = \frac{R}{R+1} \left[ M_T(x) - b_4 \int_0^x \tau(x)(y_3 + y_4 + t_a) dx \right] \quad (\text{III-78})$$

$$M_4(x) = \frac{1}{R+1} \left[ M_T(x) - b_4 \int_0^x \tau(x)(y_3 + y_4 + t_a) dx \right] \quad (\text{III-79})$$

En dérivant les expressions (78) et (79) nous aurons :

$$\frac{dM_3(x)}{dx} = \frac{R}{(R+1)} [V_T(x) - b_4 \tau(x)(y_3 + y_4 + t_a)] \quad (\text{III-80})$$

$$\frac{dM_4(x)}{dx} = \frac{1}{(R+1)} [V_T(x) - b_4 \tau(x)(y_3 + y_4 + t_a)] \quad (\text{III-81})$$

En dérivant l'équation (73) nous aurons:

$$\frac{d^2 \tau(x)}{dx^2} = K_S \left[ \frac{A'_{11}}{b_4} \frac{dN_4(x)}{dx} - D'_{11} \frac{y_4}{b_4} \frac{dM_4(x)}{dx} - \frac{y_3}{E_3 I_3} \frac{dM_3(x)}{dx} + \frac{1}{E_3 I_3} \frac{dN_3(x)}{dx} \right] \quad (\text{III-82})$$

La substitution de l'effort tranchant équations (80) et (81) et l'effort normal (équations (76) dans l'équation (82) nous permet d'obtenir l'équation différentielle suivante

$$\frac{d^2 \tau(x)}{dx^2} - K_1 \left( A'_{11} + \frac{b_4}{E_3 A_3} + \frac{(y_3 + y_4)(y_3 + y_4 + t_a)}{E_3 I_3 D'_{11} + b_4} b_4 D'_{11} \right) \tau(x) + K_1 \left( \frac{(y_3 + y_4)}{E_3 I_3 D'_{11} + b_4} D'_{11} \right) V_T(x) = 0 \quad (\text{III-83})$$

Avec :



$$K_1 = \frac{1}{\left( \frac{t_a}{G_a} + \frac{t_1}{4G_1} \right)} \quad (\text{III-84})$$

La solution de l'équation différentielle (équation (83) ci-dessus est donné par :

$$\tau(x) = B_3 \cosh(\lambda x) + B_4 \sinh(\lambda x) + m_3 V_T(x) \quad (\text{III-85})$$

Avec :

$$\lambda^2 = K_1 \left( A'_{11} + \frac{b_4}{E_3 A_3} + \frac{(y_3 + y_4)(y_3 + y_4 + t_a)}{E_3 I_3 D'_{11} + b_4} b_4 D'_{11} \right) \quad (\text{III-86})$$

$$m_3 = \frac{K_1}{\lambda^2} \left( \frac{(y_3 + y_4)}{E_3 I_3 D'_{11} + b_4} D'_{11} \right) \quad (\text{III-87})$$

$$\tau(x) = (2m_3 + m_4 a^2) \frac{q}{2\lambda} e^{-\lambda x} + m_3 q(a + x) \quad (\text{III-88})$$

$$\text{Avec :} \quad m_4 = \frac{K_s y_3}{E_3 I_3} \quad (\text{III-89})$$

### **Distribution des contraintes normales dans l'interface composite – Acier**

La contrainte normale dans l'adhésive peut être exprimée comme suit :

$$\sigma_n(x) = K_n \Delta w(x) = K_n [w_4(x) - w_3(x)] \quad (\text{III-90})$$

$K_n$  est la rigidité normale de la couche d'adhésive par unité de longueur et peut déduite comme suit :

$$K_n = \frac{\sigma_n(x)}{\Delta w(x)} = \frac{\sigma_n(x)}{\Delta w(x)/t_a} \left( \frac{1}{t_a} \right) = \frac{E_a}{t_a} \quad (\text{III-91})$$

$w_3(x)$  et  $w_4(x)$  sont les déplacements verticaux de l'adhérent 3 et 4 respectivement.

En dérivant l'équation (90) deux fois il en trouve :

$$\frac{d^2 \sigma_n(x)}{dx^2} = K_n \left[ \frac{d^2 w_4(x)}{dx^2} - \frac{d^2 w_3(x)}{dx^2} \right] \quad (\text{III-92})$$

En considérant les relations moment courbure de la poutre en acier et la plaque de renforcement respectivement nous pouvons écrire

$$\frac{d^2 w_3(x)}{dx^2} = -\frac{M_3(x)}{E_3 I_3}, \quad (\text{III-93})$$

$$\frac{d^2 w_4(x)}{dx^2} = -\frac{D'_{11} M_4(x)}{E_4 I_4} \quad (\text{III-94})$$

En se basant sur les équations d'équilibre, les équations différentielles d'équilibre des adhérents 3 et 4 exprimées en fonction des contraintes de cisaillement et des contraintes normales sont données comme suit :

$$\text{Adhérent 3 : } \frac{d^4 w_3(x)}{dx^4} = \frac{1}{E_3 I_3} b_4 \sigma_n(x) + \frac{y_2}{E_3 I_3} b_4 \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{q}{E_3 I_3} \quad (\text{III-95})$$

$$\text{Adhérent 4 : } \frac{d^4 w_4(x)}{dx^4} = -D'_{11} \sigma_n(x) + D'_{11} y_4 \frac{d\tau(x)}{dx} \quad (\text{III-96})$$

En dérivent l'équation(92) encore deux fois :

$$\frac{d^4 \sigma_n(x)}{dx^4} = K_n \left[ \frac{d^4 w_4(x)}{dx^4} - \frac{d^4 w_3(x)}{dx^4} \right] \quad (\text{III-97})$$

La substitution des équations (95) et (96) dans l'équation (93) on obtient

$$\frac{d^4 \sigma_n(x)}{dx^4} + K_n \left( D'_{11} + \frac{b_4}{E_3 I_3} \right) \sigma_n(x) - K_n \left( D'_{11} y_4 - \frac{y_3 b_4}{E_3 I_3} \right) \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{q K_n}{E_3 I_3} = 0 \quad (\text{III-98})$$

La solution générale de l'équation différentielle d'ordre 4 est :

$$\sigma_n(x) = e^{-\beta x} [C_5 \cos(\beta x) + C_6 \sin(\beta x)] + e^{\beta x} [C_7 \cos(\beta x) + C_8 \sin(\beta x)] - n_3 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_4 q \quad (\text{III-99})$$

Pour des larges valeurs de " x " on suppose que la contrainte normale tend vers zéro, et il en résulte  $C_7 = C_8 = 0$ . La solution générale devient

$$\sigma_n(x) = e^{-\beta x} \left[ C_5 \cos(\beta x) + C_6 \sin(\beta x) \right] - n_3 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_4 q \quad (\text{III-100})$$

Où :

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{K_n}{4} \left( D'_{11} + \frac{b_4}{E_3 I_3} \right)} \quad (\text{III-101})$$

$$n_3 = \left( \frac{y_3 b_4 - D'_{11} E_3 I_3 y_4}{D'_{11} E_3 I_3 + b_4} \right) \quad (\text{III-102})$$

$$n_4 = \frac{1}{D'_{11} E_3 I_3 + b_4} \quad (\text{III-103})$$

Les constantes d'intégration  $C_5$  et  $C_6$  sont données par :

$$C_5 = \frac{K_n}{2\beta^3 E_3 I_3} \left[ V_T(0) + \beta M_T(0) \right] - \frac{n_5}{2\beta^3} \tau(0) + \frac{n_3}{2\beta^3} \left( \frac{d^4 \tau(0)}{dx^4} + \beta \frac{d^3 \tau(0)}{dx^3} \right) \quad (\text{III-104})$$

$$C_6 = -\frac{K_n}{2\beta^2 E_3 I_3} M_T(0) - \frac{n_3}{2\beta^2} \frac{d^3 \tau(0)}{dx^3} \quad (\text{III-105})$$

Où

$$n_5 = b_4 K_n \left( \frac{y_3}{E_3 I_3} - \frac{D'_{11} y_4}{b_4} \right) \quad (\text{III-106})$$

#### III .4. Poutre continue en acier renforcée par collage externe de composite:

Schéma statique de la poutre continue concernée par l'étude:

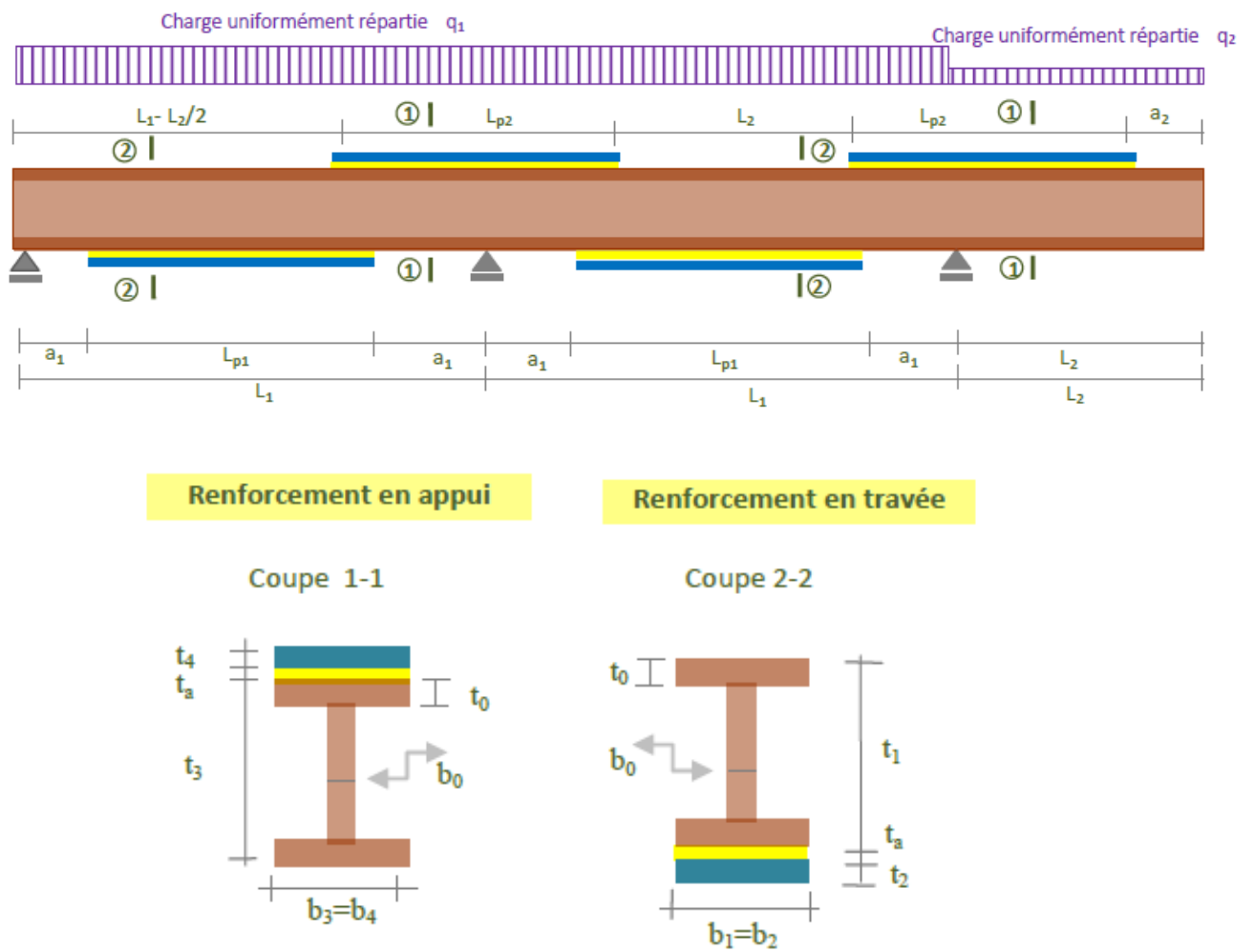
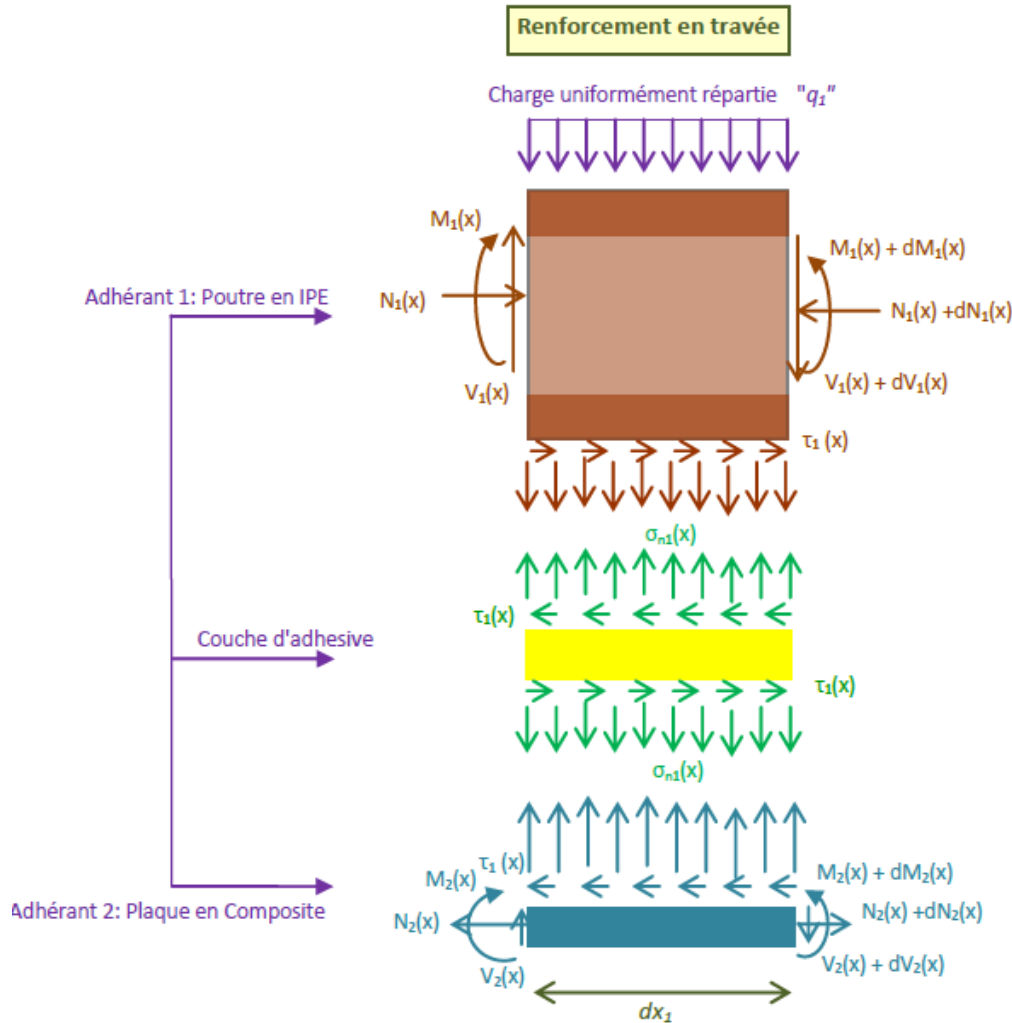


Fig III .5. Poutre continue en acier renforcée par collage des plaques en composite.

### III .4.1. Renforcement en travée:



**Fig III .6a.** Forces dans un élément infinitésimal d'une poutre continue en acier renforcée par collage des plaques en composite: renforcement en travée.

#### *Distribution des contraintes de cisaillement dans l'interface composite – Acier :*

L'équation différentielle de la contrainte d'interface de cisaillement exprimée comme suit : (Hassaine Daouadji 2019):

$$\frac{d^2 \tau(x)}{dx^2} - \frac{b_2 \left[ \frac{(y_1 + y_2)(y_1 + y_2 + t_a)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} + \frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} \right]}{\frac{t_a}{G_a} + \frac{t_1}{4G_1} \varphi + \frac{5t_2}{12G_2}} \tau(x) + \frac{\left[ \frac{y_1 + y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right]}{\frac{t_a}{G_a} + \frac{t_1}{4G_1} \varphi + \frac{5t_2}{12G_2}} V_{T_{1-2}}(x) = 0 \quad (\text{III-107})$$

Où  $\varphi$  est un coefficient géométrique qui est donné par

$$\varphi = \frac{1}{2A_1 t_1^2} \left[ b_1 \left( -t_0^3 + 6t_0 t_1^2 - t_1^3 + (t_1 - t_0)^3 \right) + b_0 \left( 3t_1^2 (t_1 - 2t_0) - (t_1 - t_0)^3 + t_0^3 \right) \right] \quad (\text{III-108})$$

Par souci de simplicité, les solutions générales présentées ci-dessous sont limitées à un chargement uniformément réparti sur une partie ou sur toute la portée de la poutre, ou les deux. Pour un tel chargement,  $d^2 V_T(x)/dx^2 = 0$ , la solution générale de l'Eq. (107) est donné par:

$$\tau(x) = \eta_1 \cosh(\xi_1 x) + \eta_2 \sinh(\xi_1 x) + \frac{(t_1 + t_2)}{2b_2 \left[ \frac{(t_1 + t_2)(t_1 + t_2 + 2t_a)}{4(E_1 I_1 + E_2 I_2)} + \frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} \right]} V_{T1-2}(x) \quad (\text{III-109})$$

avec:

$$\xi_1 = \left[ \frac{b_2 \left[ \frac{(t_1 + t_2)(t_1 + t_2 + 2t_a)}{4(E_1 I_1 + E_2 I_2)} + \frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} \right]}{\frac{t_a}{G_a} + \frac{t_1}{4G_1} \varphi + \frac{5t_2}{12G_2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III-110})$$

Avec  $\eta_1$  et  $\eta_2$  sont des coefficients constants déterminés à partir des conditions aux limites. Dans la présente étude, une poutre simplement supportée a été étudiée et soumise à une charge uniformément répartie.

Pour notre cas d'une charge uniformément répartie, la formule de la contrainte de cisaillement est donnée par l'équation suivante:

$$\tau(x) = \left[ \frac{1}{\xi_1} \left( \frac{t_a}{G_a} + \frac{t_1}{4G_1} \varphi + \frac{5t_2}{12G_2} \right) (\alpha_2 + \alpha_1) \Delta T_1 - \frac{t_1 M_{t1-2}(0)}{E_1 I_1} \right] e^{-\xi_1 x} + \frac{(t_1 + t_2)(a_1 q_1 + x - \frac{e^{-\xi_1 x}}{\xi_1} q_1)}{2\xi_1^2 \left( \frac{t_a}{G_a} + \frac{t_1}{4G_1} \varphi + \frac{5t_2}{12G_2} \right) (E_1 I_1 + E_2 I_2)} \quad (\text{III-111})$$

$0 \leq x \leq L_{P1}$

### ***Distribution des contraintes normales dans l'interface composite – Acier***

L'équation différentielle de la contrainte d'interface normale exprimée comme suit : (Hassaine Daouadji 2019):

$$\frac{d^4 \sigma_n(x)}{dx^4} + \frac{E_a b_2}{t_a} \left( \frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \right) \sigma_n(x) + \frac{E_a b_2}{t_a} \left( \frac{y_1}{E_1 I_1} - \frac{y_2}{E_2 I_2} \right) \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{q_1 E_a}{t_a E_1 I_1} = 0 \quad (\text{III-112})$$

La solution générale de cette équation différentielle du quatrième ordre est

$$\sigma_n(x) = e^{-\gamma_1 x} [\eta_3 \cos(\gamma_1 x) + \eta_3 \sin(\gamma_1 x)] + e^{\gamma_1 x} [\eta_5 \cos(\gamma_1 x) + \eta_6 \sin(\gamma_1 x)] - \left[ \frac{y_1 E_2 I_2 - y_2 E_1 I_1}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right] \frac{d\tau(x)}{dx} - \left[ \frac{E_2 I_2}{b_2 (E_1 I_1 + E_2 I_2)} \right] q_1 \quad (\text{III-113})$$

Pour les grandes valeurs de x, on suppose que la contrainte normale s'approche de zéro et, par conséquent,  $\eta_5 = \eta_6 = 0$ . La solution générale devient donc

$$\sigma_n(x) = e^{-\gamma_1 x} [\eta_3 \cos(\gamma_1 x) + \eta_4 \sin(\gamma_1 x)] - \frac{y_1 E_2 I_2 - y_2 E_1 I_1}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \frac{d\tau(x)}{dx} - \frac{E_2 I_2}{b_2 (E_1 I_1 + E_2 I_2)} q_1 \quad (\text{III-114})$$

Avec :

$$\gamma_1 = \left[ \frac{E_a b_2}{4 t_a} \left( \frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \right) \right]^{\frac{1}{4}} \quad (\text{III-115})$$

Comme décrit par Tounsi (2006), les constantes  $\eta_3$  et  $\eta_4$  de l'équation (114) sont déterminées en utilisant les conditions aux limites appropriées et elles sont écrites comme suit:

$$\eta_3 = \frac{E_a [V_{T1-2}(0) + \alpha M_{T1-2}(0)]}{2\gamma_1^2 E_1 I_1} - \frac{E_a}{t_a 2\gamma_1^3} \left( \frac{y_1 b_2}{E_1 I_1} - \frac{y_2 b_2}{E_2 I_2} \right) \tau(0) + \frac{y_1 E_2 I_2 - y_2 E_1 I_1}{2\gamma_1^3 (E_1 I_1 + E_2 I_2)} \left( \frac{d^4 \tau(0)}{dx^4} + \gamma_1 \frac{d^3 \tau(0)}{dx^3} \right) \quad (\text{III-116})$$

$$\eta_4 = \frac{-E_a M_{T1-2}(0)}{2\gamma_1^2 t_a E_1 I_1} - \frac{y_1 E_2 I_2 - y_2 E_1 I_1}{2\gamma_1^2 (E_1 I_1 + E_2 I_2)} \frac{d^3 \tau(0)}{dx^3} \quad (\text{III-117})$$

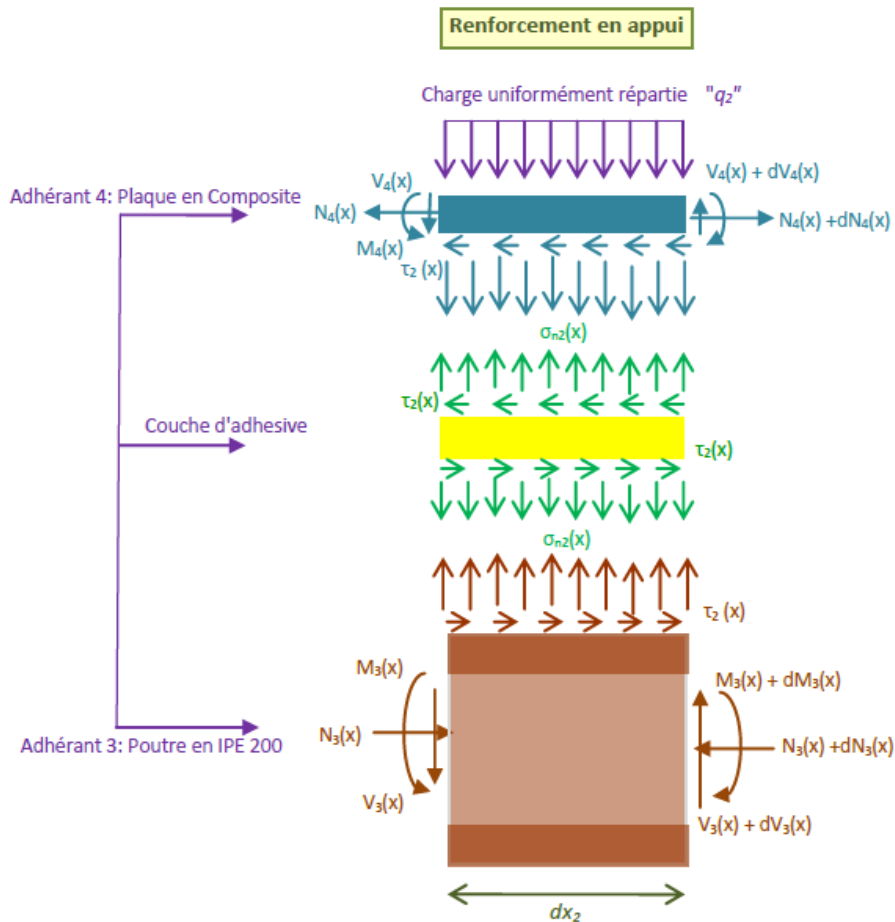
Les expressions ci-dessus pour les constantes  $\eta_3$  et  $\eta_4$  ont été laissées en termes de moment de flexion  $M_{T1-2}(0)$  et de force de cisaillement  $V_{T1-2}(0)$  à l'extrémité de la plaque de sous-face. Les constantes  $\eta_3$  et  $\eta_4$  étant déterminées, la contrainte normale interfaciale peut alors être trouvée en utilisant l'équation (114).

### III .4.2. Renforcement en appui:

#### Distribution des contraintes de cisaillement dans l'interface composite – Acier

L'équation différentielle de la contrainte d'interface de cisaillement exprimée comme suit :  
(Hassaine Daouadji 2019):

$$\frac{d^2 \tau(x)}{dx^2} - \left( \frac{t_a}{G_a} + \frac{t_3}{4G_3} \varphi + \frac{5t_4}{12G_4} \right) \left[ A_{11} + \frac{b_4}{E_3 A_3} + \frac{(y_3 + \frac{t_4}{2})(y_3 + t_a + \frac{t_4}{2})}{E_3 I_3 D_{11} + b_4} b_4 D_{11} \right] \tau(x) + \left( \frac{t_a}{G_a} + \frac{t_3}{4G_3} \varphi + \frac{5t_4}{12G_4} \right) \left[ \frac{(y_3 + \frac{t_4}{2})}{E_3 I_3 D_{11} + b_4} D_{11} \right] V_{T3-4}(x) = 0 \quad \text{(III-118)}$$



**Fig III .6b.** Forces dans un élément infinitésimal d'une poutre continue en acier renforcée par collage des plaques en composite: renforcement en appui.



Où  $\varphi$  est un coefficient géométrique qui est donné comme

$$\varphi = \frac{1}{2A_3t_3^2} \left[ b_3 \left( -t_0^3 + 6t_0t_3^2 - t_3^3 + (t_3 - t_0)^3 \right) + b_0 \left( 3t_3^2(t_3 - 2t_0) - (t_3 - t_0)^3 + t_0^3 \right) \right] \quad (\text{III-119})$$

La solution de l'équation différentielle (équation (118)) ci-dessus est donnée par:

$$\tau(x) = \eta_7 \cosh(\xi_2 x) + \eta_8 \sinh(\xi_2 x) + \left[ \frac{1}{2\xi_2^2} \left( \frac{t_a}{G_a} + \frac{t_3}{4G_3} \varphi + \frac{5t_4}{12G_4} \right) \left( \frac{(2y_3 + t_4)}{E_3 I_3 D_{11}} \right) D_{11} \right] V_{T3-4}(x) \quad (\text{III-120})$$

Avec:

$$\xi_2 = \left[ \frac{A_{11} + \frac{b_4}{E_3 A_3} + \frac{(2y_3 + t_4)(2y_3 + 2t_a + t_4)}{4E_3 I_3 D_{11}} b_4 D_{11}}{\frac{t_a}{G_a} + \frac{t_3}{4G_3} \varphi + \frac{5t_4}{12G_4}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III-121})$$

Pour notre cas d'une charge uniformément répartie, la formule de la contrainte de cisaillement est donnée par l'équation suivante:

$$\tau(x) = \eta_8 e^{-\xi_2 x} + \left[ \frac{1}{2\xi_2^2} \left( \frac{t_a}{G_a} + \frac{t_3}{4G_3} \varphi + \frac{5t_4}{12G_4} \right) \left( \frac{(2t_3 + t_4)}{E_3 I_3 D_{11}} \right) D_{11} \right] q_2 (a_2 + x) \quad 0 \leq x \leq L_{p2} \quad (\text{III-122})$$

avec:

$$\eta_8 = \frac{1}{\xi_2} \left( \frac{t_a}{G_a} + \frac{t_3}{4G_3} \varphi + \frac{5t_4}{12G_4} \right) ((\alpha_4 - \alpha_3) \Delta T - \frac{t_3 M_{t3-4}(0)}{E_3 I_3}) - \left[ \frac{1}{2\xi_2^2} \left( \frac{t_a}{G_a} + \frac{t_3}{4G_3} \varphi + \frac{5t_4}{12G_4} \right) \left( \frac{(2t_3 + t_4)}{E_3 I_3 D_{11}} \right) D_{11} \right] \frac{q_2}{\xi_2} \quad (\text{III-123})$$

### ***Distribution des contraintes normales dans l'interface composite – Acier:***

L'équation différentielle de la contrainte d'interface normale exprimée comme suit : (Hassaine Daouadji 2019):

$$\frac{d^4 \sigma_n(x)}{dx^4} + \frac{E_a}{t_a} \left( D_{11} + \frac{b_4}{E_3 I_3} \right) \sigma_n(x) - \frac{E_a}{t_a} \left( D_{11} \frac{t_4}{2} - \frac{y_3 b_4}{E_3 I_3} \right) \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{q_2 E_a}{E_3 I_3 t_a} = 0 \quad (\text{III-124})$$

La solution générale de cette équation différentielle du quatrième ordre est

$$\sigma_n(x) = e^{-\gamma_2 x} [\eta_9 \cos(\gamma_2 x) + \eta_{10} \sin(\gamma_2 x)] + e^{\gamma_2 x} [\eta_{11} \cos(\gamma_2 x) + \eta_{12} \sin(\gamma_2 x)] - \frac{2y_3 b_4 - D_{11}' E_3 I_3 t_4}{2D_{11}' E_3 I_3 + b_4} \frac{d\tau(x)}{dx} - \frac{q_2}{D_{11}' E_3 I_3 + b_4} \quad (\text{III-125})$$

Pour de grandes valeurs de  $x$ , on suppose que la contrainte normale s'approche de zéro et, par conséquent,  $\eta_{11} = \eta_{12} = 0$ . La solution générale devient donc

$$\sigma_n(x) = e^{-\gamma_2 x} [\eta_9 \cos(\gamma_2 x) + \eta_{10} \sin(\gamma_2 x)] - \frac{2y_3 b_4 - D_{11}' E_3 I_3 t_4}{2D_{11}' E_3 I_3 + b_4} \frac{d\tau(x)}{dx} - \frac{q_2}{D_{11}' E_3 I_3 + b_4} \quad (\text{III-126})$$

avec:

$$\gamma_2 = \left[ \frac{E_a}{4t_a} \left( D_{11}' + \frac{b_4}{E_3 I_3} \right) \right]^{\frac{1}{4}} \quad (\text{III-127})$$

Comme le décrit Hassaine Daouadji (2019), les constantes  $\eta_9$  et  $\eta_{10}$  de l'équation (125) sont déterminées en utilisant les conditions aux limites appropriées et elles sont écrites comme suit:

$$\eta_9 = \frac{\frac{E_a}{E_3 I_3 t_a}}{2 \left[ \frac{E_a}{4t_a} \left( D_{11}' + \frac{b_4}{E_3 I_3} \right) \right]^{\frac{3}{4}}} [V_{T3-4}(0) + \gamma_2 M_{T3-4}(0)] - \frac{\frac{b_4 E_a}{t_a} \left[ \frac{y_3}{E_3 I_3} - \frac{D_{11}' t_4}{2b_4} \right]}{2 \left[ \frac{E_a}{4t_a} \left( D_{11}' + \frac{b_4}{E_3 I_3} \right) \right]^{\frac{3}{4}}} \tau(0) + \frac{\frac{2y_3 b_4 - D_{11}' E_3 I_3 t_4}{2D_{11}' E_3 I_3 + b_4}}{2 \left[ \frac{E_a}{4t_a} \left( D_{11}' + \frac{b_4}{E_3 I_3} \right) \right]^{\frac{3}{4}}} \left( \frac{d^4 \tau(0)}{dx^4} + \left[ \frac{E_a}{4t_a} \left( D_{11}' + \frac{b_4}{E_3 I_3} \right) \right]^{\frac{1}{4}} \frac{d^3 \tau(0)}{dx^3} \right) \quad (\text{III-128})$$

$$\eta_{10} = - \frac{E_a}{2 \left[ \frac{E_a}{4t_a} \left( D_{11}' + \frac{b_4}{E_3 I_3} \right) \right]^{\frac{1}{2}} E_3 I_3 t_a} M_{T3-4}(0) - \frac{2y_3 b_4 - D_{11}' E_3 I_3 t_4}{2(2D_{11}' E_3 I_3 + b_4) \left[ \frac{E_a}{4t_a} \left( D_{11}' + \frac{b_4}{E_3 I_3} \right) \right]^{\frac{1}{2}}} \frac{d^3 \tau(0)}{dx^3} \quad (\text{III-129})$$

Les expressions ci-dessus pour les constantes  $\eta_9$  et  $\eta_{10}$  ont été laissées en termes de moment de flexion  $M_T(0)$  et de force de cisaillement  $V_T(0)$  à l'extrémité de la plaque de soffite. Avec les constantes  $\eta_9$  et  $\eta_{10}$  déterminées, la contrainte normale interfaciale peut alors être trouvée en utilisant l'équation (126).

### **III.5. Conclusion :**

La technique de renforcement des ouvrages en acier par collage de matériaux composites est utilisée avec succès. Dans cette optique, l'ensemble des résultats a mis clairement en évidence l'influence du composite en particulier sur la capacité portante des poutres en acier qui peut être augmentée et peut contribuer à la réparation rapide et efficace des structures, comme elle peut aussi rendre aux éléments porteurs leur résistance, leur rigidité et leur portance. Cependant, le mode de rupture le plus important des ces poutres renforcées est le décollement de la plaque composite en raison des contraintes d'interface élevées à la proximité du bord de la plaque de renforcement collée (Effets de bord). Des prédictions exactes de telles contraintes sont donc nécessaires pour prévoir ce mode de ruine. La présente étude propose une méthode analytique permettant d'analyser les contraintes d'interface au niveau de la couche d'adhésif d'une poutre métallique et des matériaux composites a été prise en compte dans l'analyse théorique en supposant une répartition linéaire des contraintes à travers l'épaisseur de l'adhésif. Dans ce contexte nous avons proposé une méthode analytique pour la détermination des contraintes d'interface d'une poutre continue en acier renforcé en flexion par collage externe d'une plaque en matériaux composite sous une charge uniformément répartie. Cette présente solution pour la détermination des contraintes d'interface dans une poutre continue en acier renforcée par une plaque de composite en prenant en compte les déformations des adhérents dues aux cisaillements. Une modélisation des contraintes au niveau de l'interface poutre en acier continue - plaque composite a été présenté, la validation du modèle sera présenté en chapitre 4 suivi d'une étude paramétrique. Cette recherche vient de confirmer et de compléter certains points précédemment menés sur le sujet de réhabilitation des ouvrages métallique.

## **IV: Résultats et analyse des contraintes d'interfaces dans les poutres en acier renforcées par collage matériaux composites**

### **IV.1. Introduction:**

Divers paramètres influent sur les valeurs maximales des contraintes de cisaillement et des contraintes normales Pour les poutres renforcées. Dans ce chapitre nous présentons les résultats analytiques de l'effet de concentration des contraintes d'interfaces provoquant le délaminage de la plaque de renforcement. Parmi les paramètres que nous jugeons utile à présenter en utilisant la présente méthode pour les deux types de composites à savoir le carבוד et le tissu en fibre de carbone ; nous citons l'influence de l'épaisseur de la couche d'adhésive , la longueur non renforcée, le module d'élasticité de l'adhésif.

## IV.2. Analyse des contraintes d'interfaces dans les poutres en acier renforcées par collage matériaux composites: application numérique.

### IV.2.1. Schéma statique de la poutre renforcée:

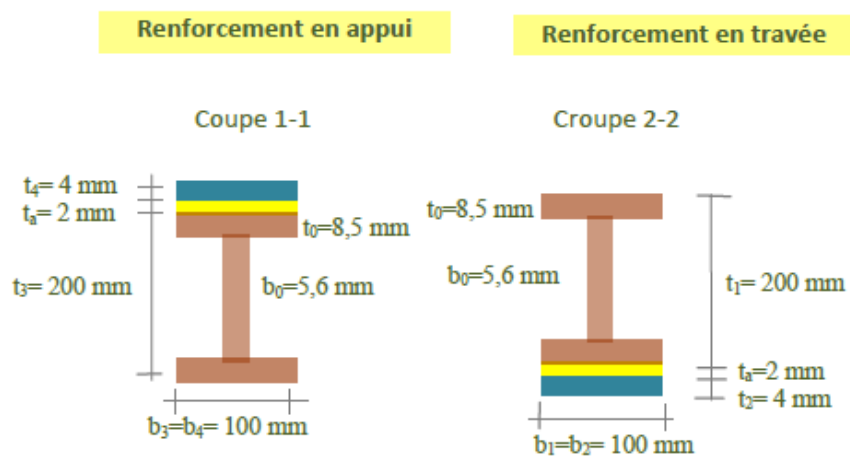
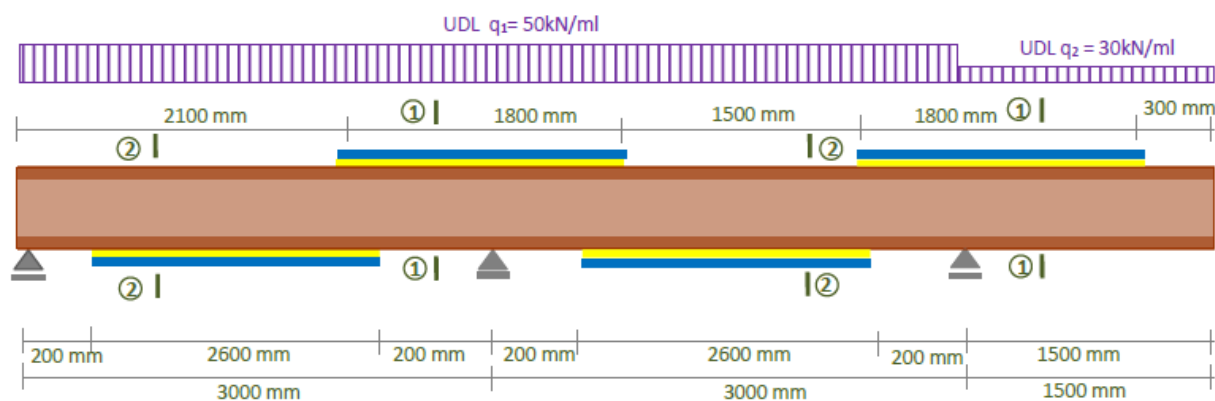


Fig IV .1. Caractéristique géométrique d'une poutre en acier continue renforcée par composite.

### IV.2. 2 Caractéristiques mécaniques des matériaux utilisés:

Les caractéristiques mécaniques des matériaux ainsi que les autres paramètres utilisés sont rapportées sur les tableaux ci-dessous:

**Tableau IV.1** : Caractéristiques géométriques et propriétés mécaniques des matériaux.

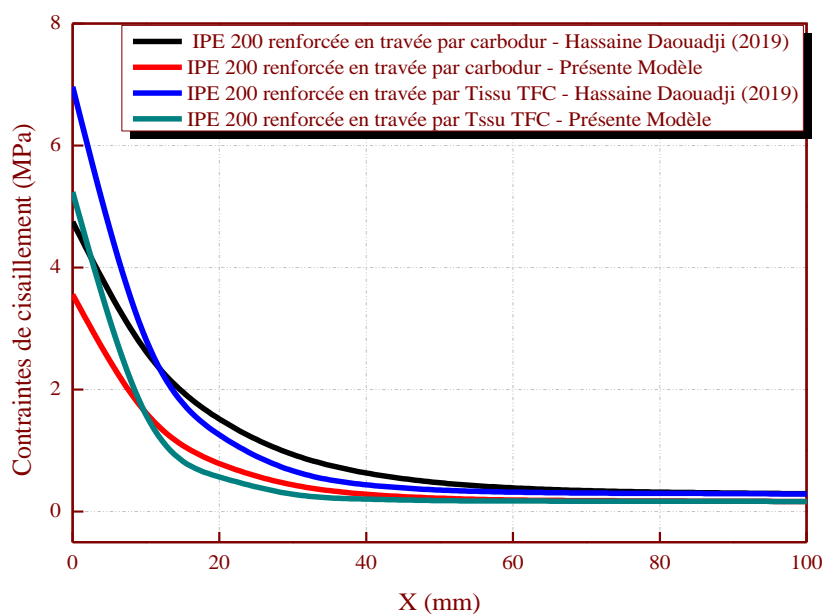
Composantes	Largeur (mm)	Epaisseur (mm)	Module de Young (MPa)	Coef de Poisson
Adhésif	$b_a=100\text{ mm}$	$t_a = 2\text{ mm}$	$E_a=4500$	0,35
Plaque GFRP	$b_2= b_4=100\text{ mm}$	$t_2=t_4=4\text{mm}$	$E_2=E_4=50000$	0,28
Plaque CFRP	$b_2= b_4=100\text{ mm}$	$t_2=t_4=4\text{mm}$	$E_2=E_4=140000$	0,28
Sika Carbodur	$b_2= b_4=100\text{ mm}$	$t_2=t_4=1,2\text{mm}$	$E_2=E_4=165000$	0,28
Sika wrap (Tissu)	$b_2= b_4=100\text{ mm}$	$t_2=t_4=0,48\text{mm}$	$E_2=E_4=230000$	0,28
Poutre en acier	$b_1= b_3=100\text{ mm}$	$t_1=t_3=200\text{mm}$	$E_1=E_3=200000$	0,3

### IV.2.3. Validation de la présente méthode:

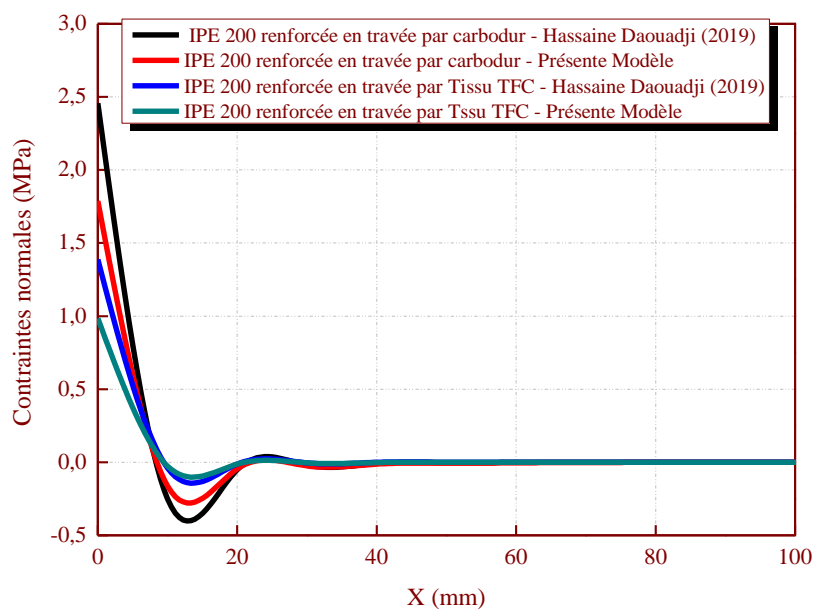
La présente méthode a été validée en effectuant une comparaison des résultats des contraintes d'interfaces avec ceux obtenus à partir des solutions analytiques telles que : la méthode de Hassaine Daouadji 2019 et Xue-jun He 2019. Pour une poutre en acier continu renforcée en flexion par plaque composite.

Les résultats obtenus à partir des solutions analytiques pour les contraintes maximales de la présente méthode coïncident avec ceux issus de la méthode de Hassaine Daouadji 2019 et Xue-jun He 2019 comme il est illustré dans les figures IV .2; IV .3; IV .4 et IV .5.

**Renforcement en travée:**

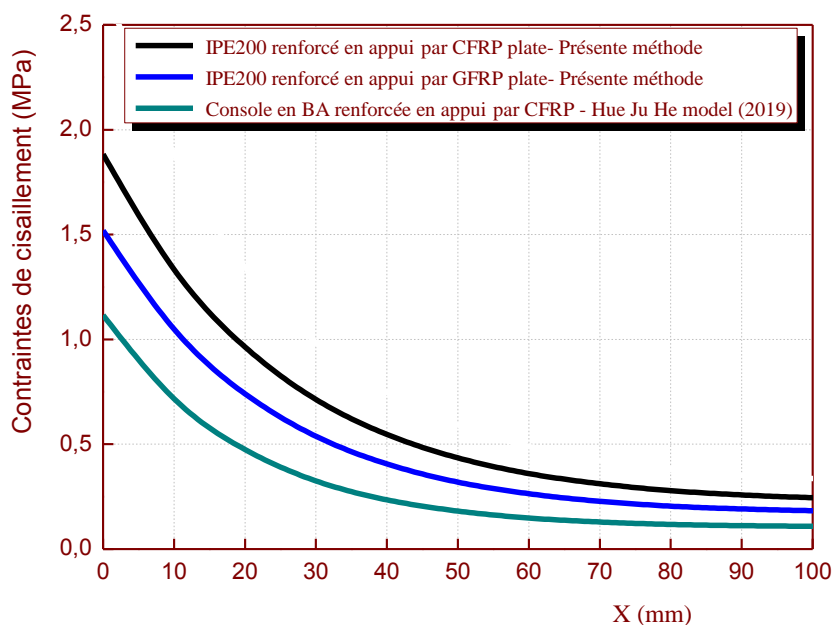


**Fig IV .2.** Comparaison des contraintes d'interface de cisaillement d'une poutre en acier continue renforcée en travée par composite.

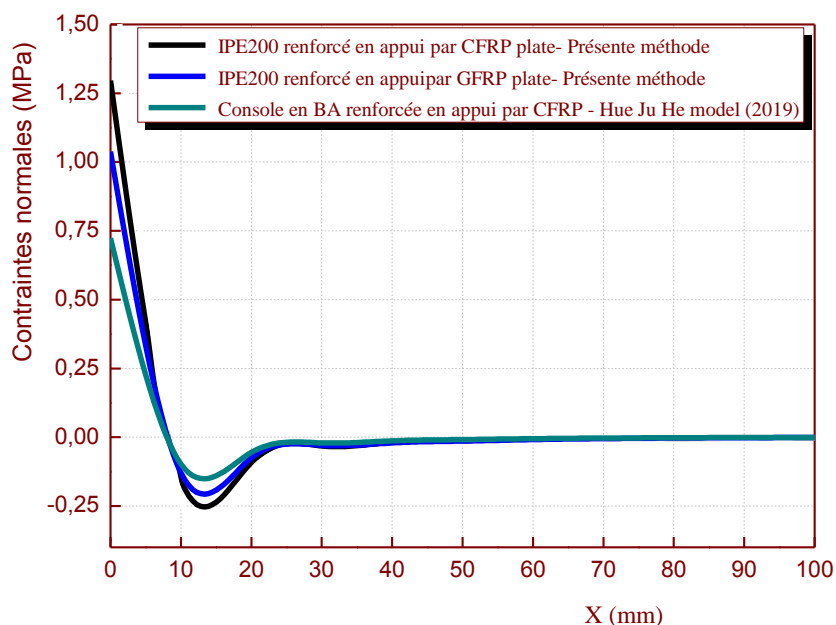


**Fig IV .3.** Comparaison des contraintes d'interface normales d'une poutre en acier continue renforcée en travée par composite.

**Renforcement en appui:**



**Fig IV .4.** Comparaison des contraintes d'interface de cisaillement d'une poutre en acier continue renforcée en appui par composite.



**Fig IV .5.** Comparaison des contraintes d'interface normales d'une poutre en acier continue renforcée en appui par composite.



#### IV.2.4. Etude paramétriques:

#### IV.3. Effet de la rigidité de la plaque composite :

#### Renforcement en travée: analyse par épaisseur

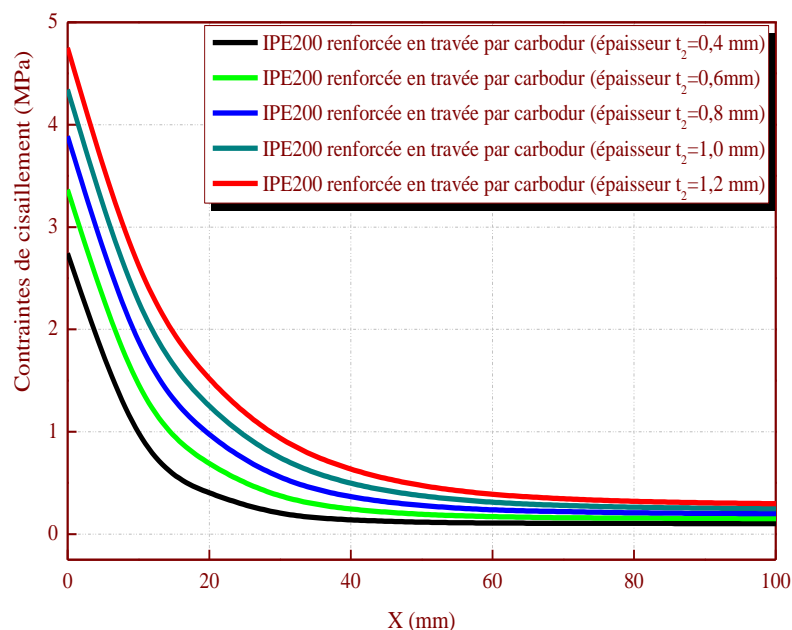


Fig IV .6. Effet de l'épaisseur sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en travée par plaque en Carbodur

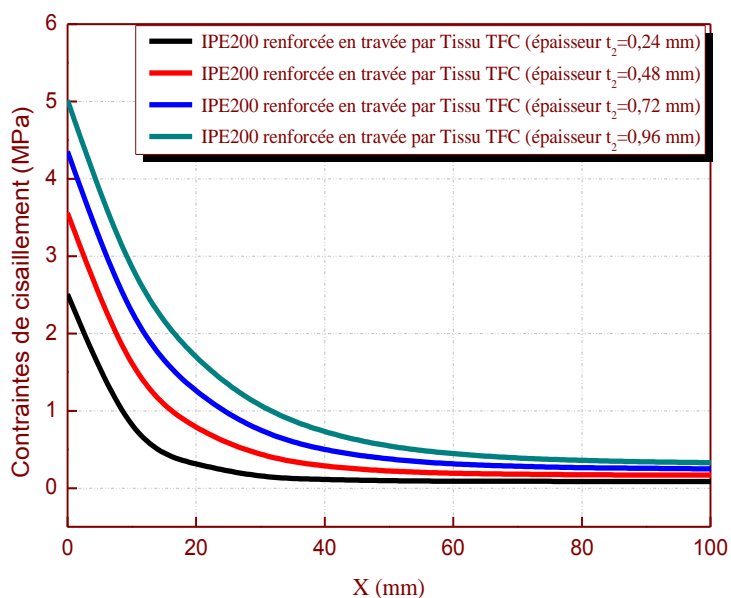
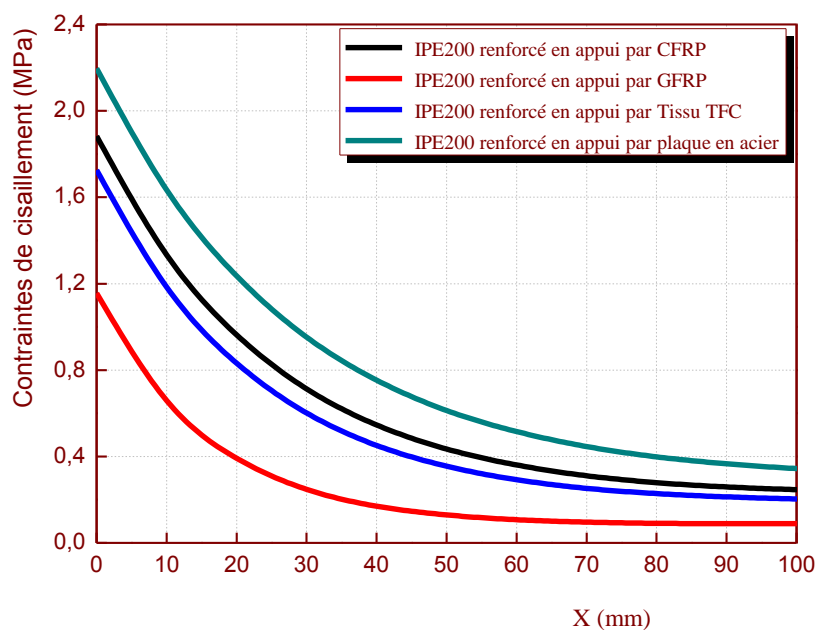
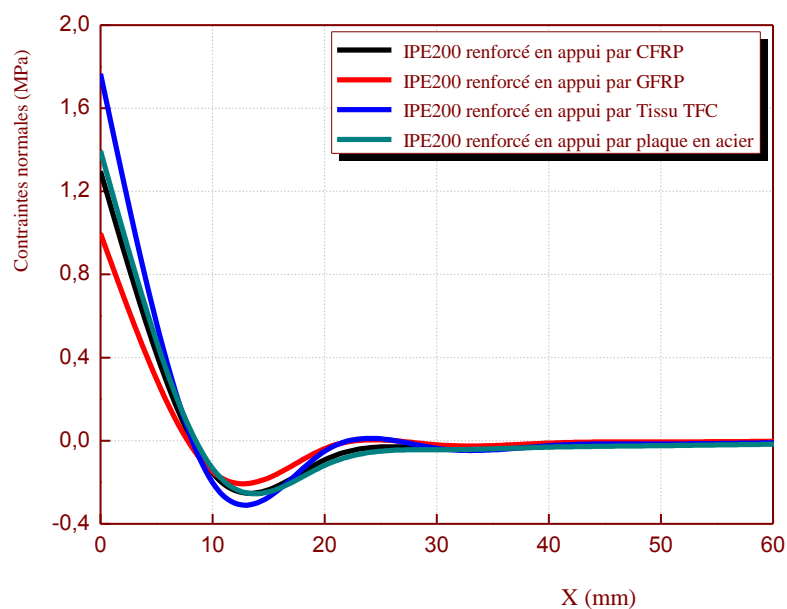


Fig IV .7. Effet de l'épaisseur sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en travée par plaque en Tissu TFC

**Renforcement en appui: analyse par rigidité**



**Fig IV .8.** Effet de la rigidité sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en appui par plaque en composite

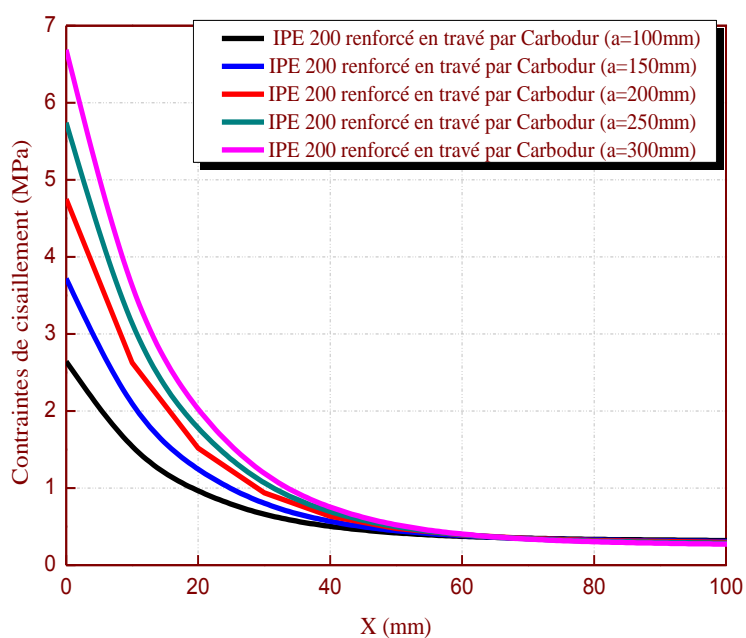


**Fig IV .9.** Effet de la rigidité sur les contraintes normales dans une poutre en acier continue renforcée en appui par plaque en composite

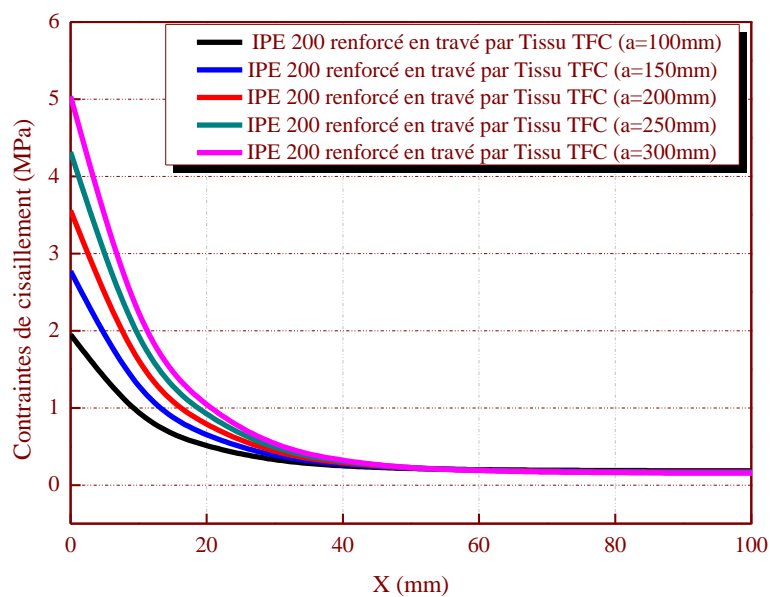
Les figures (IV .6, IV .7, IV .8, IV .9 ) Représentent L'effet de l'épaisseur du composite sur les contraintes de cisaillement , en remarque que lorsque en augmente cette épaisseur les contraintes de cisaillement et les contraintes normal se diminue .

#### IV.4. Effet de la longueur non renforcée « a »:

##### *Renforcement en travée:*

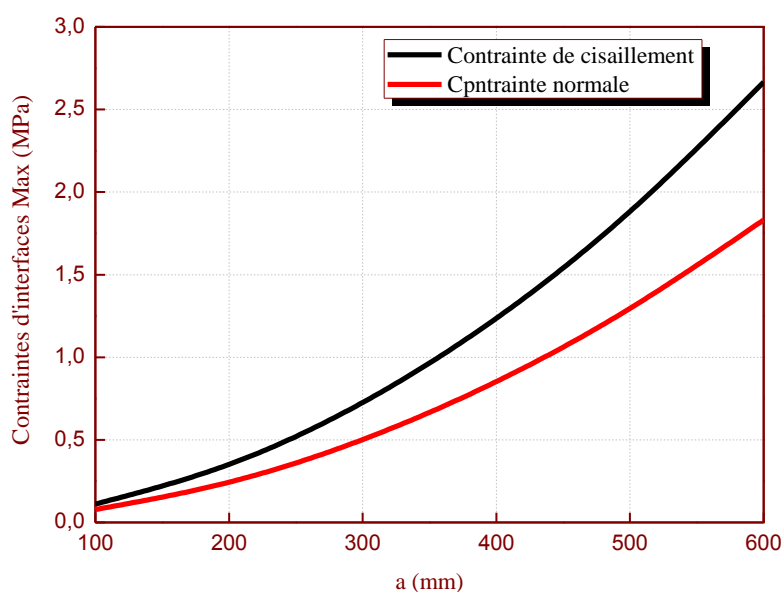


**Fig IV .10.** Effet de la longueur non renforcée sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en travée par plaque en Carbodur



**Fig IV .11.** Effet de la longueur non renforcée sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en travée par plaque en Tissu en TFC

**Renforcement en appui:**



**Fig IV .12.** Effet de la longueur non renforcée sur les contraintes d'interface dans une poutre en acier continue renforcée en appui par plaque composite CFRP

L'influence de la longueur non renforcé sur les contraintes d'interface maximal est représenté dans La figure (IV .12 ), Quand on augmente la longueur non renforcé (a) :

la contrainte de cisaillement et la contrainte normale augmente .L'influence de la longueur non renforcée (longueur entre le bord de la plaque et le support) sur les contraintes d'interface maximales est présentée sur la figure (IV .12). On constate que la longueur « a » est proportionnelle aux contraintes d'interface, à savoir que l'augmentation de cette longueur (c'est à dire la longueur de la plaque LP diminue) mène à l'augmentation des contraintes d'interface maximales (contraintes au bord de la plaque) d'une façon significative. Ces résultats démontrent que, quel que soit le cas de renforcement (carbodur, tissu...etc.) y compris le cas où le renforcement se limite à la zone centrale où le moment de flexion est maximum, il est recommandé de prolonger la plaque de renforcement le plus possible aux appuis.

#### IV.4. Effet de l'épaisseur de couche d'adhésif:

##### Renforcement en travée:

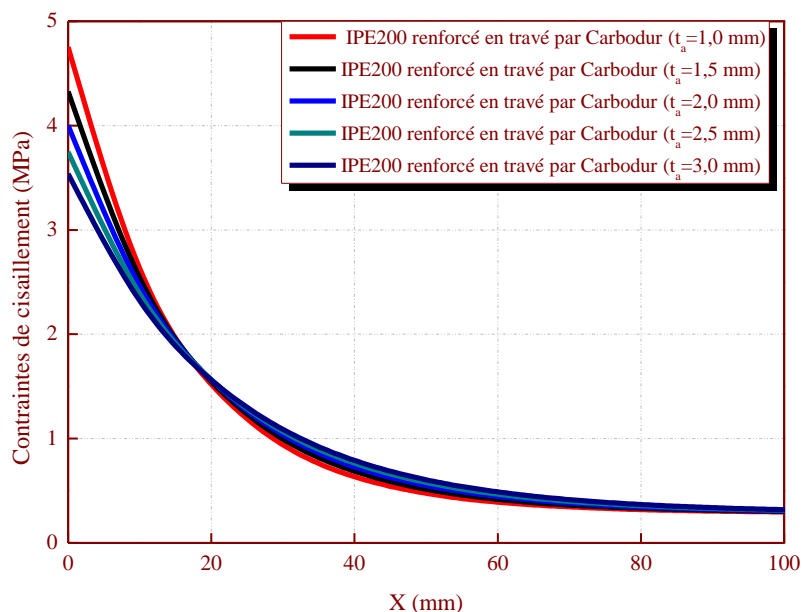


Fig IV .13. Effet de l'épaisseur de couche d'adhésif sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en travée par Carbodur

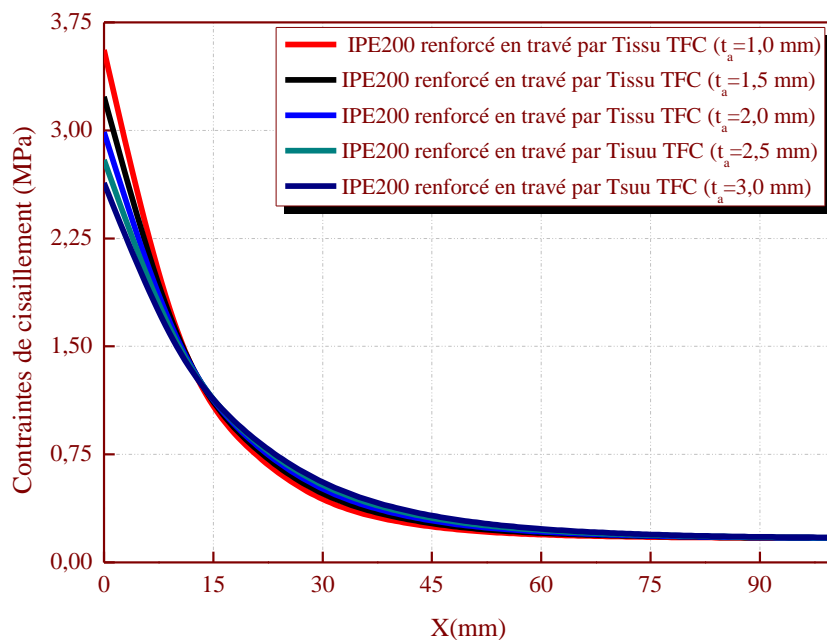
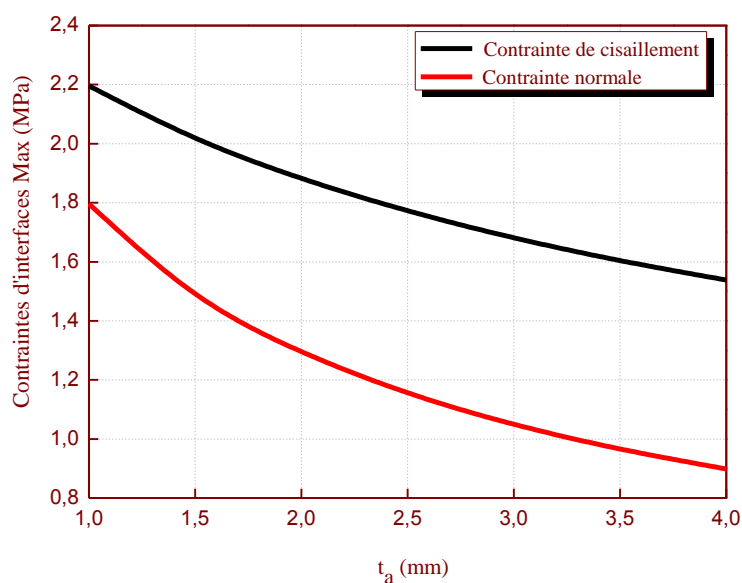


Fig IV .14. Effet de l'épaisseur de couche d'adhésif sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en travée par Tissu TFC

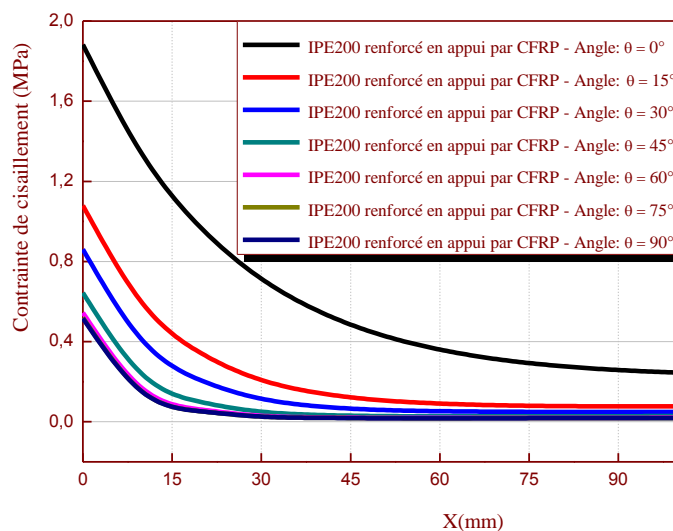
**Renforcement en appui:**



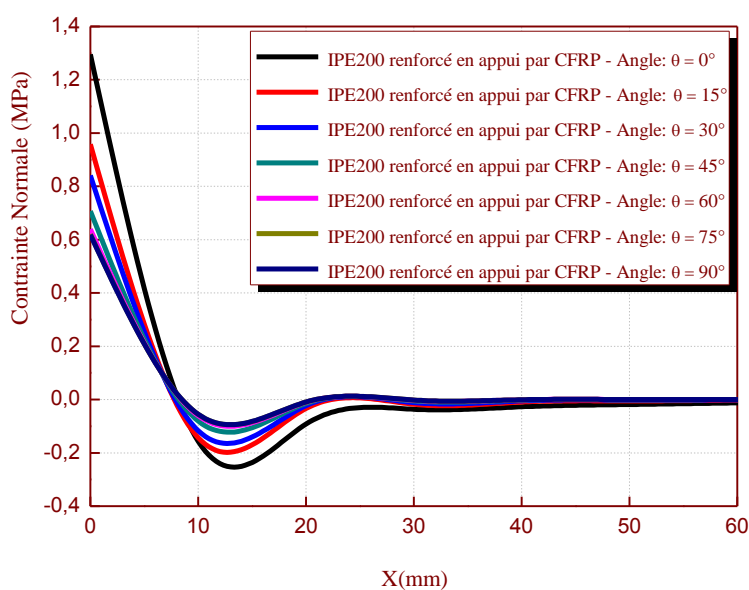
**Fig IV .15.** Effet de l'épaisseur de couche d'adhésif sur les contraintes d'interface dans une poutre en acier continue renforcée en appui par plaque composite CFRP

L'effet de l'épaisseur de la couche d'adhésif sur la variation des contraintes d'interface est représenté sur les figures (IV .13 , IV .14, IV .15). L'augmentation de l'épaisseur de la couche d'adhésif mène à une réduction significative des contraintes d'interface maximales. Ainsi, l'utilisation d'une couche d'adhésif plus épaisse, particulièrement aux voisinages des bords, est fortement recommandée (Le maximum des contraintes de cisaillement diminue à mesure que l'épaisseur de l'adhésif augmente ou l'épaisseur (nombre de plis) de la plaque de composite diminue).

### IV.5. Effet de l'orientation des fibres: cas d'un CFRP Renforcement en appui:



**Fig IV .16.** Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en appui par plaque composite CFRP



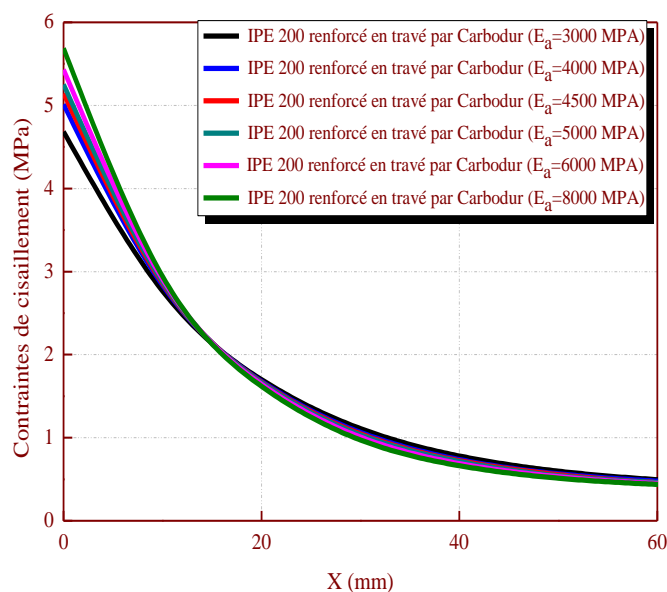
**Fig IV .17.** Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes normale dans une poutre en acier continue renforcée en appui par plaque composite CFRP



Les figures ( IV .16, IV .17 ) illustrent la variation des contraintes d'interface en fonction de l'orientation des fibres ( ) Ces dernières nous ont permis de montrer le lien tangible entre l'orientation des fibres et l'évolution des contraintes d'interface.

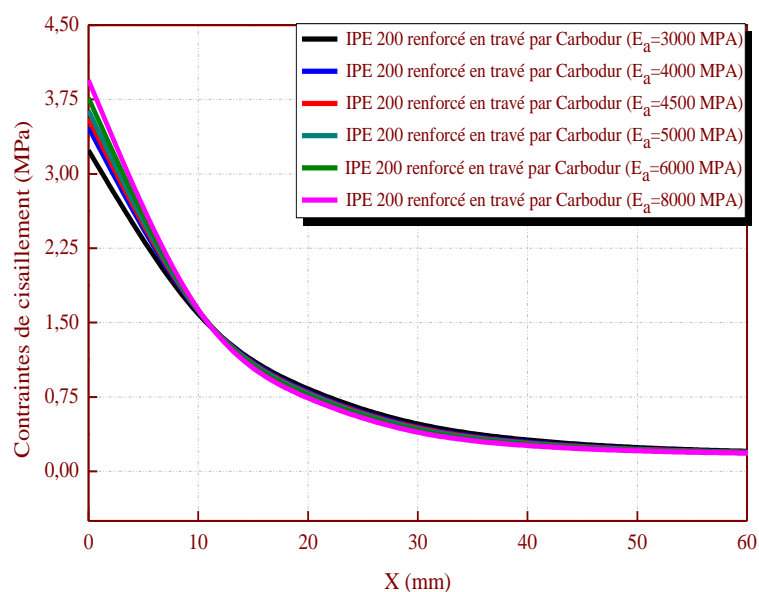
#### IV.6. Effet de la rigidité de la colle d'adhésive:

##### Renforcement en travée:



**Fig IV .18.** Effet de la rigidité de la colle d'adhésive sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en travée par Carbodur

Les figures ci-dessus ( IV .18, IV .19 ) montrent les contraintes de cisaillement qui ont une forme du module d'élasticité de la couche d'adhésif constante avec une augmentation du module d' Young de la couche d'adhésif « Ea », avec n'importe quel type de renforcement.



**Fig IV .19.** Effet de la rigidité de la colle d'adhésive sur les contraintes de cisaillement dans une poutre en acier continue renforcée en travée par Tissu TFC

#### IV.7. Conclusion:

Dans la présente étude, une nouvelle analyse théorique des contraintes d'interfaces a été présentée. Les résultats de la présente solution ont été validés par ceux obtenus par la méthode de la méthode de Hassaine Daouadji 2019. Une bonne concordance entre les résultats des deux méthodes est observée.

Cette étude paramétrique nous a permis de tirer les conclusions suivantes :

- Prolonger le plus possible la longueur de la plaque de renforcement aux appuis , réduit les contraintes aux bord pour éviter le problème de décollement .
- Le maximum de contrainte de cisaillement et normale diminue à mesure que l'épaisseur de la colle d'adhésive augmente.
- Les déformations de flexion et de cisaillement de la plaque de renforcement n'ont qu'un très léger effets sur les valeurs finales des contraintes normales et de cisaillement d'interfaces.

## Conclusions Générale

L'objectif visé dans cette recherche était de contribuer au développement d'une approche générale rigoureuse pour l'analyse des contraintes d'interface dans les poutres continue en acier renforcées par des plaques en matériaux composites. Cette méthode repose d'une part sur l'utilisation de la nouvelle solution théorique présentée par l'équipe des chercheurs de génie civil de l'université de Tiaret travaillant sur la réhabilitation du patrimoine faisant partie du laboratoire LGéo2D, dans laquelle les déformations du au cisaillement des adhérents ont été incluses et d'autre part en supposant que la contrainte de cisaillement est linéaire à travers la hauteur de la poutre métallique. Cette étude vise à montrer si la réduction de la rigidité sur les contraintes d'interface. Le modèle adopté décrit mieux la réponse réelle de la poutre continue en acier et la plaque en matériaux composite et permet l'évaluation des contraintes d'interface, dont la connaissance est très importante dans la conception de telles structures. En comparant avec d'autres résultats connus dans la littérature, la présente solution fournit des prédictions satisfaisantes de la contrainte tangentielle d'interface dans les poutres continue en acier renforcées en flexion.

Une étude paramétrique a été réalisée afin de mettre en évidence l'effet des différents paramètres sur la distribution des contraintes d'interface dans une poutre continue en acier renforcée en flexion par une plaque en matériau composite. Les conclusions et les recommandations de cette recherche peuvent être décrites comme suit :

- La plaque doit toujours être ancrée sur toute la longueur de la poutre afin d'empêcher le décollement et le glissement et de permettre une participation totale du renforcement, autrement dit prolonger le plus possible la longueur de la plaque de renforcement aux appuis, réduits les contraintes aux bords.
- Le maximum des contraintes d'interface est observé aux bords de la plaque puis diminuée.
- Les déformations de flexion et de cisaillements de la plaque de renforcement m'ont qu'un très léger effet sur les valeurs finales des contraintes d'interfaces normales et de cisaillement.
- Les contraintes d'interface sont influencées par les paramètres géométriques tels que l'épaisseur de la couche d'adhésif même a une réduction significative des contraintes d'influence maximales.

- Des détails typiques aux bords de la plaque de renfort permettant la réduction des contraintes d'interface, par exemple une diminution de l'épaisseur au bord de la plaque composite, un ancrage boulonné ou bien une plaque FRP latérale qui sert à un renforcement en cisaillement et d'empêcher le décollement du renfort.

Dans cette étude, notre connaissance et notre compréhension des phénomènes régissant le comportement des renforcements ou des réparations des poutres en acier ont progressé. Néanmoins plusieurs perspectives semblent se profiler à l'issue de ce travail :

- Il semble d'abord souhaitable de poursuivre la validation avec une modélisation en numérique par élément finis MEF.
- D'autres améliorations pourraient être apportées au modèle théorique comme, par exemple, la prise en compte l'effet de glissement entre la colle et l'acier de la poutre à la modélisation.
- Il est possible d'optimiser la quantité de matériaux composites à utiliser (optimisation dimensionnelle des plaques en matériaux composites).
- Comportement à la fatigue des poutres métalliques qui sont soumises à des charges cycliques puisque cette situation représente la réalité dans le cas des poutres de pont métallique.
- Afin d'empêcher le décollement, la plaque de renforcement doit rester solidaire de la poutre par l'ajout d'ancrages. Il est intéressant d'analyser la performance de différents types d'ancrages.
- Une autre possibilité serait de combiner le renforcement en flexion au renforcement en cisaillement.

Comme le montrent les points précédents, les domaines de recherche impliquant des techniques de renforcement par matériaux composites sont encore vastes et les perspectives d'utilisation de ces techniques restent aujourd'hui très intéressantes.

## Références bibliographique

- Andjami M, (2013) "Analyse du comportement mécanique des poutrelles métallique renforcées par collage externe des plaques composites " Mémoire du master en Génie Civil de l'Université de Tiaret.
- Benferhat R., Rabahi A., T. Hassaine Daouadji, Boussad A., Adim B. (2018) "Analytical analysis of the interfacial shear stress in RC beams strengthened with prestressed exponentially-varying properties plate" *Advances in Materials Research*, Volume 7, Number 1, pages 29-44.
- Belblidia M, (2018) "contribution à l'étude du comportement des poutres métalliques des ouvrages d'art renforcées par différents types de composite ", Mémoire du master en Génie Civil de l'Université de Tiaret.
- Berthelot J.M. (2002), "Matériaux composites: comportement mécanique et analyse des structures", édition Masson, 4ème édition, Le Mans, France.
- Boukhezar M, (2009) " réhabilitation et renforcements des poutres au moyen des matériaux composites " Mémoire de Magister université de Constantine.
- Chaded A., T. Hassaine Daouadji, Rabahi A., Adim B., Benferhat R., and Fazilay A.(2018) "A high-order closed-form solution for interfacial stresses in externally sandwich FGM plated RC beams", *Advances in Materials Research*, vol. 6 no. 4 pp 317-328.
- Guelmine L, "Pathologies des constructions", Mémoire du master en Génie Civil de l'Université de Bordj Bou Arreridj.
- Hateb S, (2016) "Maintenance et réhabilitation des structures par Matériaux composites" , Mémoire du master en Génie Civil de l'Université Souk-Ahras.
- Hassaine Daouadji T., A. Rabahi, B. Abbes, B. Adim (2016) "Theoretical and finite element studies of interfacial stresses in reinforced concrete beams strengthened by externally FRP laminates plate", *Journal of Adhesion Science and Technology*, 2016, Volume 30, No 12, pages 1253–1280.
- Hassaine Daouadji T. (2017) "Analytical and numerical modeling of interfacial stresses in beams bonded with a thin plate", *Advances in Computational Design*, Vol. 2, No. 1 pages 57-69.

- Hassaine Daouadji T., Rabahi A., Benferhat R. and Adim B. (2019) "Flexural behaviour of steel beams reinforced by carbon fibre reinforced polymer: Experimental and numerical study" *Structural Engineering and Mechanics* Vol. 72, No. 4 pages 409-419.
- Hassaine Daouadji T, (2020) "Cours des matériaux composite" destiné aux doctorants de la faculté des sciences appliquées de l'université de Tiaret.
- Ouzaa K, (2015) " Réhabilitation des structures" , Doctorat en Génie civil de l'université d'Oran) .
- Rabahi A., Benferhat R., T. Hassaine Daouadji, (2019) "Elastic analysis of interfacial stresses in prestressed PFGM-RC hybrid beams" *Advances in Materials Research*, vol. 7 no. 2 83-103.
- Tounsi A. (2006) "Improved theoretical solution for interfacial stresses in concrete beams strengthened with FRP plate", *International Journal of Solids and Structures*, volume 43, Issues 14–15, pages 4154-4174
- Tounsi A., T. Hassaine Daouadji, Benyoucef S., Adda bedia E A. (2008) "Interfacial stresses in FRP-plated RC beams: Effect of adherend shear deformations", *International journal adhesion and adhesives*, volume 29 pages 313-351.
- Xue-jun He, Chao-Yang Zhou and Yi Wang (2019) "Interfacial stresses in reinforced concrete cantilever members strengthened with fibre-reinforced polymer laminates", *Advances in Structural Engineering* 1–12.