

**RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

## **UNIVERSITÉ IBN-KHALDOUN DE TIARET**

**FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUEES**  
**DÉPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE**



# **MEMOIRE DE FIN D'ETUDES**

**Pour l'obtention du diplôme de Master**

**Domaine : Sciences et Technologie**

**Filière : Génie Electrique**

**Spécialité : Réseaux électriques et Haute tension**

## **THÈME**

**Analyse dimensionnelle d'une décharge  
couronne en géométrie pointe-plan**

**Préparé par :**

**LABID Hamadha**

**LARACHI Amina**

**Devant le Jury :**

<b>Nom et prénoms</b>	<b>Grade</b>	<b>Qualité</b>
<b>Mr. CHAALAL M.</b>	MAA	Président
<b>Mme. BOURNANE H.</b>	MAA	Examineur
<b>Mme. BEDOUI M.</b>	MAA	Examineur
<b>Mme. BEKAOUAL.Y</b>	MAA	Encadreur

**PROMOTION 2016 /2017**

## **REMERCIEMENTS**

En guise de reconnaissance, nous tenons à témoigner nos sincères remerciements à toutes les personnes qui ont contribués de près ou de loin à l'élaboration de ce modeste travail.

Nos sincères gratitudee à notre encadreur **Mme : BEKAOUALY** pour la qualité de son enseignement, ses conseils, et aussi pour sa grande disponibilité et ses encouragements tout au long de la rédaction de ce mémoire.

Nous tenons à remercier tous les enseignants du département de Génie Electrique pour leurs conseils pleins de sens et pour leurs contributions scientifiques durant toutes nos années d'étude.

Dans l'impossibilité de citer tous les noms, nos sincères remerciements vont à tous ceux et celles, qui de près ou de loin, ont permis par leurs conseils et leurs compétences la réalisation de ce mémoire.

Enfin, nous voulons remercier tout le corps professoral de l'université de UNIVERSITÉ IBN-KHALDOUN pour le travail énorme qu'il effectue pour nous créer les conditions les plus favorables pour le déroulement de nos études.

*LABID Hamadha*

*LARACHA Amina*

# Tables des matières

<b>Introduction générale</b> .....	1
<b>Chapitre I : Généralités sur les décharges électriques</b>	
I.1 Introduction.....	3
I.2 Aspect Historique.....	3
I.3 Définitions.....	3
➤ Plasmas thermiques .....	4
➤ Plasmas non thermiques .....	4
➤ Les décharges luminescentes (décharges "glow").....	4
➤ La décharge à barrière diélectrique (DBD).....	4
➤ La décharge couronne.....	5
➤ Phénomènes de collision.....	7
I.4 Paramètre physiques des plasmas.....	9
➤ Densité électronique .....	9
➤ Taux d'ionisation.....	9
➤ Température électronique.....	9
➤ Libre parcours moyen ( $\lambda$ ).....	9
➤ Longueur de Debye.....	10
I.5 Classification des décharges électriques selon la géométrie des électrodes.....	10
I.6 Phénomènes de multiplications électroniques .....	11
I.7 Description d'une décharge électrique .....	12
I.7.1. La décharge de Townsend .....	12
I.7.2. Limite du critère de Townsend .....	13
I.7.3 Loi de Paschen.....	14
I.7.4.Théorie des streamers .....	15

a) Streamer positifs.....	16
b) Streamers négatif.....	16
I.8. Caractéristique courant-tension et régimes de décharge.....	17
I.9. Conséquences négatives de l'effet couronne.....	18
I.9.1.Perturbations électromagnétiques .....	18
I.9.2. Bruit .....	19
I.9.3. Pertes électriques .....	19
I.10.Utilisations de l'effet de couronne .....	19
I.10.1 Parafoudre.....	20
I.10.2.Neutralisation .....	20
I.10.3. Précipitateurs électrostatiques .....	20
I.10.4. Séparateur électrostatique .....	21
I.10.6. Générateurs d'ozone.....	23
I.11.Conclusion.....	23

## **Chapitre II: Méthodologie des plans d'expériences**

II.1. Introduction .....	24
II.2. Processus d'acquisition des connaissances.....	24
II.2.1 : Choix de la méthode d'expérimentation.....	25
II.2.2 : Analyse des résultats .....	26
II.2.3 : Acquisition progressive de la connaissance.....	26
II.3. Terminologie .....	27
II.3.1 Les différents types de facteurs.....	27
II.3.2 Espace expérimental.....	27
II.3.3 Domaine d'étude .....	28
II.3.4 Points expérimentaux .....	28
II.3.5 Coordonnées centrées réduites.....	29
II.3.6 Matrice d'expérience .....	30



II.4 Technique de Screening .....	30
II.4.1 Plan factoriel complet .....	31
II.4.1.1 Plans complets à deux facteurs.....	31
a) Effet d'un facteur.....	33
b) Interaction entre deux facteurs.....	35
c) Calcul de l'effet d'un facteur.....	36
d) Matrice de calcul des effets.....	36
II. 4.1.2. Plans factoriels à k facteurs.....	37
II.5. Moyens d'évaluation des effets.....	39
II.5.1. Analyse de la variance.....	39
II.5.2. Représentation des effets .....	40
II.5.3. Histogrammes.....	40
II.6. Méthodologie des surfaces de réponses.....	40
II.6.1. Modèles mathématiques.....	41
II.6. 2. Plan composite .....	42
II.6. 2.1. Analyse statistique des modèles.....	43
A. Test de signification des coefficients du modèle.....	43
1. Réalisation du test de signification des effets.....	44
2. Intervalle de confiance des effets du modèle.....	45
B. Analyse statistique du modèle dans sa globalité .....	45
1) La variation due à la liaison linéaire.....	45
2) La variation résiduelle .....	45
3) La variation totale .....	45
C. Qualité du modèle .....	46
1) Qualité descriptive du modèle.....	47
2) Qualité prédictive du modèle.....	47
II.8. Logiciels des plans d'expérience .....	47
II.9. Conclusion.....	49

**Chapitre III : Etude expérimentale**

III.1. Introduction..... 50

III.2. Dispositif expérimental.....51

    1. Electrode pointe.....51

    2. Electrode « plan » .....51

    3. Mesure de l'humidité .....52

    4. Mesure de la température.....52

    5. Mesure de la tension et du courant.....53

III.3.Essais et résultats..... 53

    1. Influence du rayon de courbure..... 53

    2. Influence de la distance inter-électrodes.....56

III.4. Conclusion.....57

**Chapitre VI : Modélisation expérimentale du courant de l'effet couronne**

IV.1. Introduction..... 58

IV .2.Résultats ..... 58

    2.1.Calcul des effets et des interactions..... 58

    2. 2.Etablissement du modèle mathématique..... 61

    2.3 Estimation de la variance .....63

    2.4 Variance totale (variance des résidus)..... 64

    2.5 Variance sur un effet .....64

    2. 6 Intervalle de confiance des effets du modèle .....65

    2.7 Analyse de la variance .....66

    2.8 Qualité du modèle .....67

        a) Qualité descriptive du modèle .....67

        b) Qualité prédictive du modèle..... 67

2.9 Analyse graphique du modèle .....69

    a) Graphe d'adéquation du modèle et validation des mesures.....69

b) Courbes iso-réponses .....	70
IV.3. Conclusion .....	72
<b>Conclusion générale</b> .....	<b>73</b>
<b>Annexes</b>	

## Liste des figures :

Figure I-1 : Configurations des électrodes de DBD.....	5
Figure I-2 : Descriptif de la décharge couronne positive.....	6
Figure I-3 : Descriptif de la décharge couronne négative.....	6
Figure I-4 : différentes configurations d'une décharge électrique.....	10
Figure I-5 : Processus de multiplication électronique initié par un électron germe.....	11
Figure I-6 : Loi de Paschen pour différents gaz .....	14
Figure I-7 : Phases de la formation du streamer.....	16
Figure: I-8: Streamer positif.....	16
Figure I.9 : Streamer négatif.....	17
Figure I.10 : Caractéristique courant-tension des décharges à pression atmosphériques.....	17
Figure I.11 : Effet de couronne sur un éclateur (ligne de 500 kV) ; il correspond à une perte en ligne et à une production d'ozone troposphérique polluant.....	19
Figure I.12 : L'application de l'effet couronne pour le paratonnerre.....	20
Figure I.13: Principe de la précipitation électrostatique.....	21
Figure I.14: Principe de fonctionnement d'un séparateur électrostatique .....	22
Figure I.15: Générateur d'ozone fil / cylindre avec barrières diélectriques.....	23
Figure II.1 : Évolution d'obtention des idées .....	25
Figure II.2 : espace expérimentale.....	28
Figure II.3 : Définition du domaine d'étude.....	28
Figure II.4 : Points expérimentaux.....	29
Figure II.5. Les expériences à réaliser (domaine d'étude).....	32
Figure II.6 : Représentation de l'effet d'un facteur dans le plan vertical.....	35
Figure II.7 : Disposition des expériences dans un plan composite.....	43
Figure III.1 : Electrodes pointes utilisées.....	51
Figure III.2 : Image de l'électrode plan. ....	52
Figure III.3 : Hygromètre.....	52
Figure III.4 : Thermomètre.....	53
Figure III.5 : Générateur de tension.....	53
Figure III. 6 : Caractéristique $I = f(V)$ pour une distance inter-électrodes $d=0,5\text{cm}$ .....	54

Figure III. 7 : Caractéristique $I = f(V)$ pour une distance inter-électrodes $d= 1\text{cm}$ .....	54
Figure III. 8 : Caractéristique $I = f(V)$ pour une distance inter-électrodes $d=1,5\text{cm}$ .....	55
Figure III. 9 : Variation du courant en fonction du rayon de courbure du la pointe Pour une tension positive de $10\text{kv}$ .....	55
Figure III. 10.: Caractéristique $I = f(V)$ pour un rayon de courbure $z=50\mu\text{m}$ ...	56
Figure III. 11.: Caractéristique $I = f(V)$ pour un rayon de courbure $z=100\mu\text{m}$ ..	56
Figure III. 12.: Caractéristique $I = f(V)$ pour un rayon de courbure $z=150\mu\text{m}$ ..	57
Figure IV.1 : Histogramme des effets et leurs interactions.....	63
Figure IV. 2 : Graphe d'adéquation du modèle .....	69
Figure IV. 3 : Graphe de validation des mesures .....	70
Figure IV.4.a : L'influence du rayon de courbure de la pointe et de la distance inter-électrodes sur le courant.....	71
Figure IV.4.b : L'influence de la tension appliquée et de la distance inter-électrodes sur le courant.....	71
Figure IV.4.c: L'influence de la tension appliquée et le rayon de courbure de la pointe sur le courant.....	72

## Liste des tableaux :

Tableau II.1 : Matrice d'expériences.....	33
Tableau II.2 : Matrice de calcul des effets.....	37
Tableau II.3 : Tableau de l'analyse de régression.....	46
Tableau IV.1 : Valeurs minimale et maximale de chaque facteur.....	59
Tableau IV.2 : Résultats du plan factoriel complet.....	60
Tableau IV.3: Matrice de calcul des effets.....	61
Tableau IV.4 : Domaine d'étude.....	61
Tableau IV.5 : Estimation des effets du modèle.....	64
Tableau IV.6 : Analyse des effets du modèle mathématique.....	65
Tableau IV.7: Intervalle de confiance des coefficients du modèle mathématique.....	66
Tableau IV.8 : Analyse de la régression pour la polarité positif.....	66

# **Introduction Générale**

### *Introduction générale :*

On parle de décharge électrique pour décrire tout mécanisme de passage du courant dans un gaz. Le terme de décharge doit son origine au fait que la première méthode d'obtention de ces courants a été la décharge de condensateurs à air.

En pratique, un gaz contient toujours un certain nombre de particules chargées, celles-ci provient principalement d'électrons et d'ions résultant du rayonnement cosmique ou bien de la désintégration des gaz radioactifs émis par le sol (radon en particulier), leur densité est relativement faible dans l'air.

Par suite de la présence en permanence de ces particules chargées, l'application d'une tension même très faible aux bornes d'électrodes se traduit par l'apparition d'un courant dans le circuit extérieur consécutif au déplacement des charges à l'intérieur du gaz.

Une augmentation de la tension appliquée entraîne une croissance rapide de ce courant, le gaz passant ainsi d'un état quasi isolant à un état plus au moins conducteur. La transition entre ces deux situations peut prendre des formes extrêmement variées selon la nature de l'état du gaz (pression, température, humidité, propreté, dimensions et géométrie des électrodes).

Le gaz parcouru par un courant est le siège d'une décharge électrique dont il existe plusieurs types, ils sont nombreux et variés mais, dans tous les cas, ils sont caractérisés par l'existence de charges libres et d'un champ électrique.

Parmi ceux-ci on distingue la décharge couronne qui apparaît au voisinage de conducteurs de faibles rayons de courbure mis sous haute tension.

Notre étude rentre dans le cadre des travaux menés au laboratoire de Génie Electrique et des Plasmas de Tiaret. Elle s'intéresse à la décharge couronne dans une configuration point plan en polarité positive. Elle est dictée par rapport au moyen du laboratoire et des travaux antérieurs de ses membres. Dans une géométrie point plan, nos investigations vont nous permettent de trouver une loi de la caractéristique courant tension par un procédé mathématique se basant sur les plans d'expériences et l'analyse des mesures. Notre travail est divisé en quatre chapitres :

- **Premier chapitre** : Nous donnerons quelques définitions usuelles afin de se familiariser avec le vocabulaire de la discipline de la physique des décharges. Nous aborderons ensuite un bref historique afin de positionner notre étude dans le temps.



Nous rappellerons les différents paramètres et processus physiques qui interviennent au sein des décharges électriques et qui permettent ainsi de les classer. Un regard détaillé sera mis sur les différentes formes de décharges électriques et les mécanismes de claquage diélectrique. Nous aborderons ensuite les différentes applications que peuvent trouver les décharges électriques.

- ***Deuxième chapitre:*** Présentation de l’outil utilisé « Plan d’Expérience
- ***Troisième chapitre :*** Etude de l’influence des divers paramètres géométriques sur la caractéristique courant- tension de l’effet couronne en utilisant une géométrie pointe/plan en polarité positive dans l’air à la pression atmosphérique
- ***Quatrième chapitre :*** Etude expérimentale de l’évolution du courant de décharge en fonction des paramètres géométriques afin d’élaborer un modèle général du courant en utilisant le traitement des données et les plans d’expériences.

Nous terminerons ce travail avec une conclusion.

# **CHAPITRE I**

## **Généralités sur les décharges électriques**

## *1.1. Introduction :*

Les phénomènes de décharge électrique, étudiés pourtant depuis près de deux siècles, font toujours l'objet de recherche active auprès des scientifiques [1].[2]. On pourrait s'étonner de cet état de fait mais on comprendrait vite que cela n'est dû qu'à la très grande complexité du phénomène et des mécanismes qui le constituent. Cependant de grandes avancées ont été faites ces dernières décennies dans l'amélioration des moyens de diagnostic des premiers instants de la décharge et donc dans l'étude des mécanismes d'initiation [3]. Cela a permis d'accroître les connaissances sur le phénomène et d'avancer dans les applications qui ont d'ailleurs connu de bien plus larges expansions [4].

## *1.2. Aspect historique :*

L'étude scientifique des décharges électriques a commencé au XVIII<sup>ème</sup> siècle par l'observation expérimentale d'étincelles produites par des générateurs électrostatiques et des éclairs d'orages. Ensuite l'invention de piles suffisamment puissantes a permis à V.V. Petrov de produire le premier arc électrique en 1803 dans l'air. Humphrey Davy en fit ensuite l'étude. Mais ce fut Michael Faraday qui, entre 1831 et 1835, découvrit et commença l'étude des décharges luminescentes en utilisant des tubes contenant des gaz à une pression de l'ordre de 100 Pa sous 1000 Volt. Par la suite, à la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle et au début du XX<sup>ème</sup> siècle, la physique des décharges électriques dans les gaz a permis à la physique atomique de faire ses premiers progrès avec les travaux de William Crookes et de Thomson, avec en particulier la mise en évidence du rôle fondamental des électrons dans la décharge et la mesure du rapport  $e/m$ . Vers 1900, un élève de Thomson, Townsend, réalisa la première modélisation d'une décharge, correspondant au cas de la décharge luminescente en champ uniforme. Langmuir travailla aussi sur ces décharges et introduisit le concept du plasma. Au cours du XX<sup>ème</sup> siècle on passa à l'exploration des décharges électriques en fonction de la fréquence, tandis que la modélisation progressait en raison du développement d'applications de plus en plus nombreuses des décharges [5].

## *1.3. Définitions :*

Les plasmas de décharges réalisés au laboratoire et utilisés pour des applications technologiques sont des milieux faiblement ionisés contenant des électrons libres, des ions positifs et éventuellement des ions négatifs.

Selon les valeurs de températures et/ou de degré d'ionisation ces plasmas peuvent être classés en deux grandes catégories : les plasmas thermiques et les plasmas non thermiques hors équilibre [6], .

- **Plasmas thermiques** : sont générés par des torches à plasma ou des arcs, leurs températures sont typiquement comprises entre  $5000^{\circ}\text{K}$  et  $50000^{\circ}\text{K}$  [7] , dont la puissance varie de quelques kilowatts à quelques mégawatts, nécessitant la mise en jeu de courants importants.
- **Plasmas non thermiques** : sont généralement produits par décharge luminescente, décharge couronne ou courant inductif radiofréquence, leur température électronique de ( $1000^{\circ}\text{K}$  à  $10000^{\circ}\text{K}$ ) [7], est très supérieure à la température du gaz, proche de l'ambiante ( $\leq 500^{\circ}\text{K}$ ) , dans ce type de plasma, la majeure partie de l'énergie n'est pas convertie en chauffage du gaz mais en réactivité chimique par production d'espèces métastables, dissociées et ionisées.

Les puissances typiquement mises en jeu pour obtenir un plasma hors-équilibre vont de quelques watts à quelques kilowatts [8].

Selon les techniques utilisées pour les générer, la pression appliquée et la géométrie des électrodes, les plasmas hors équilibre se présentent sous différentes formes telles que la décharge luminescente, à barrière diélectrique (DBD) ou encore les décharges couronne [7].

- **Les décharges luminescentes (décharges "glow")** : Les décharges luminescentes sont le plus souvent générées à basse pression entre deux électrodes planes avec des tensions d'alimentation d'une centaine de volts. Ces décharges peuvent aussi être obtenues à pression atmosphérique avec d'autres géométries de réacteur. Les tensions d'alimentation sont alors beaucoup plus importantes. Le régime de décharge luminescente, notamment utilisé dans les tubes d'éclairage (tubes néon, tubes fluorescent).[9]
- **La décharge à barrière diélectrique (DBD)**: Ou ce qu'on appelle aussi la décharge silencieuse, combine le large volume d'excitation de la décharge *glow* avec les caractéristiques haute pression de la couronne. Dans ce type de décharges, un diélectrique couvre l'une des électrodes. la surface entière de l'électrode devient effective pour les réactions chimiques [10]. La DBD est initiée en chaque point du gap.

Les charges ainsi cumulées sur le diélectrique forment un champ électrique qui s'oppose au champ appliqué et permet d'interrompre le courant pendant quelques nanosecondes. La durée du pulse de courant dépend de la pression, des propriétés du gaz ainsi que de la nature du matériau diélectrique.

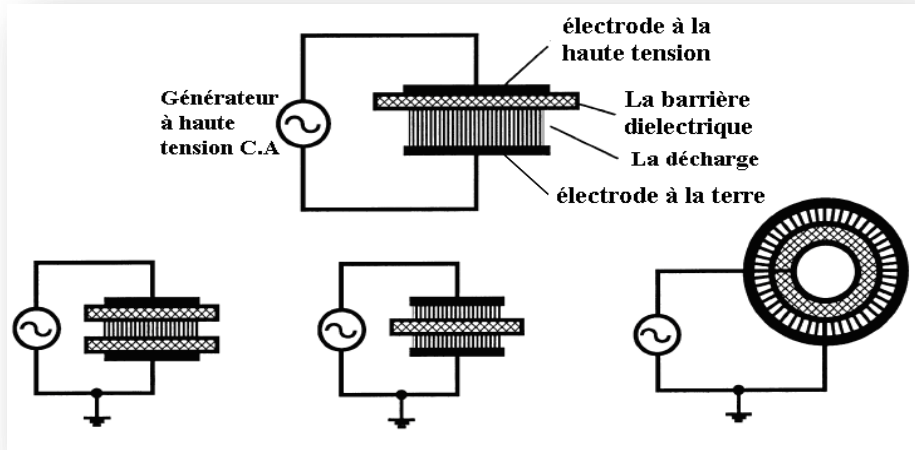


Figure I.1: Configurations des électrodes de DBD.

- **La décharge couronne** : est une décharge non homogène, générée à pression atmosphérique dans un système d'électrodes fortement dissymétriques (exemple : système pointe- plan). En effet, lors de la décharge, l'électrode de faible rayon de courbure soumise à une haute tension est le siège d'un fort champ électrique, qui constitue le facteur clé dans l'ionisation des espèces neutres présentes dans le gaz [10], il existe deux types de la décharge couronne :

1. **Décharge couronne positive** : est celle qui se produit quand la pointe est portée à un potentiel positif et la plaque à la terre. Dans ce cas, dans la zone de champ intense autour de la pointe, des électrons sont produits par photo-ionisation et sont accélérés vers l'anode (la pointe). Autour de celle-ci, se développe alors une région de forte ionisation : zone en pointillé à la (Figure I.2). Les ions positifs ainsi créés sont repoussés par l'anode, sous l'effet des forces de Coulomb, jusqu'à une distance de la pointe (inférieur au millimètre) au-delà de laquelle le champ électrique trop faible ( $<30 \text{ kV/cm}$  dans l'air à pression atmosphérique) ne permet plus la création d'ions positifs. Les ions positifs migrent donc vers la cathode (la plaque).

Cette zone unipolaire, puisqu'il n'y a que des ions positifs, est appelée région de « dérive » (Figure I.2) [11].

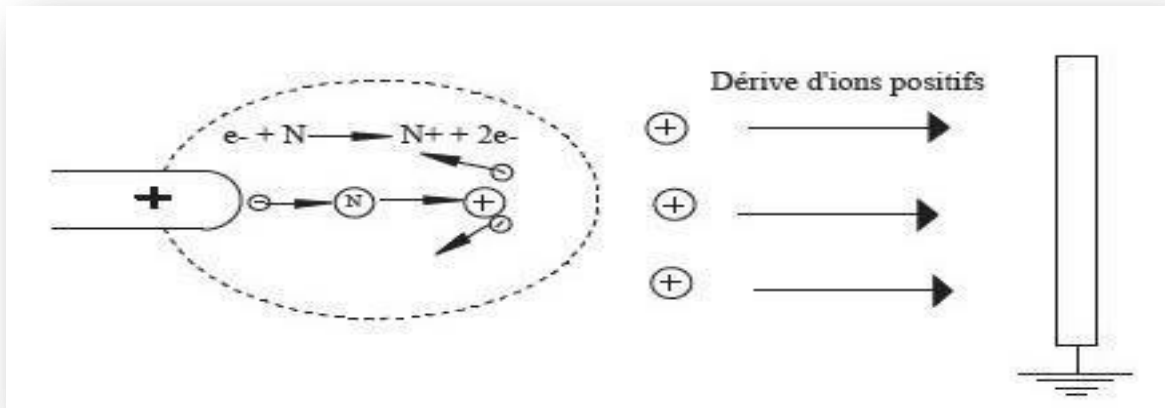


Figure I.2: Descriptif de la décharge couronne positive.

- Décharge couronne négative :** Dans le cas où la pointe est portée à un potentiel négatif, il y a toujours création d'électrons par photo-ionisation et apparition de la zone d'ionisation autour de la pointe. Goldman et Sigmond (1982) expliquent que les ions positifs alors créés reviennent rapidement à la cathode (Figure I.3). Seuls les ions négatifs créés par attachement dans une zone où le champ est plus faible peuvent migrer vers la plaque. De plus, lorsque la haute tension dépasse un seuil, il y a passage à l'arc [11].

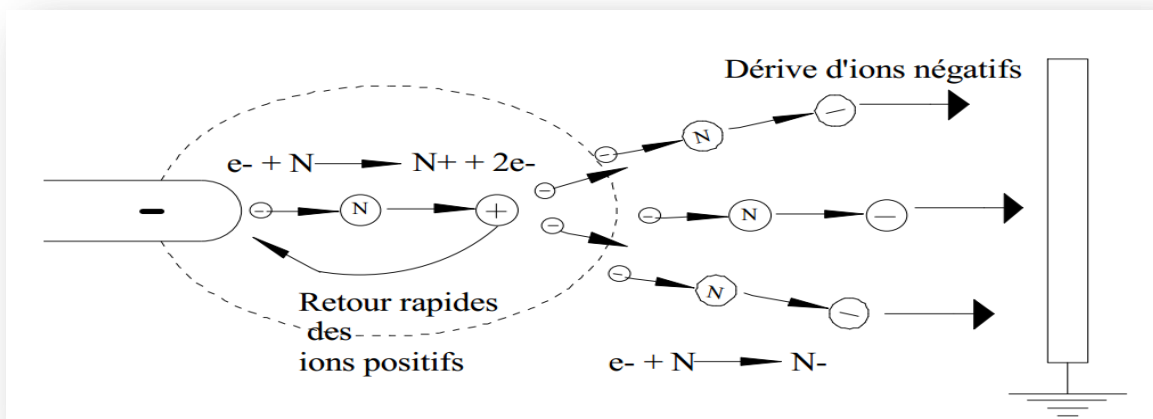


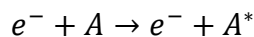
Figure I.3 : Descriptif de la décharge couronne négative

➤ **Phénomènes de collision :**

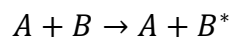
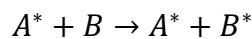
L'application d'un champ électrique suffisamment intense conduit à l'ionisation du gaz. Cette dernière se fait par le transfert de l'énergie cinétique des électrons aux molécules neutres du gaz, il existe deux types de collisions entre ces éléments[12]

1. **Les collisions élastiques :** sont responsables de la conduction et de la diffusion de la chaleur. Elles conduisent essentiellement à un changement de trajectoire des particules et des transferts d'énergie cinétique, sans modification des énergies internes.
  2. **Les collisions inélastiques :** sont responsables de changements au niveau de l'énergie interne des molécules, de la nature des particules (ionisation, dissociation, attachement électronique, etc.), en fonction de l'énergie cinétique des électrons. Ces collisions participent à la réactivité chimique des plasmas.
- ❖ **Excitation:** Lorsqu'un atome a absorbé suffisamment d'énergie pour qu'un de ses électrons (en général, le plus éloigné du noyau) passe à un niveau d'énergie plus supérieur, on dit que cet atome (ou cette molécule) a été excité.

Excitation par les électrons :

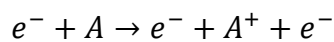


Excitation par les ions ou les atomes :

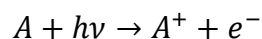


- ❖ **Ionisation :** Lorsqu'un atome (ou une molécule) a absorbé suffisamment d'énergie pour qu'un de ses électrons s'échappe à l'infini, on dit que cet atome (ou cette molécule) a été ionisé.

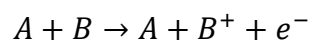
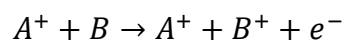
✓ Ionisation par les électrons :



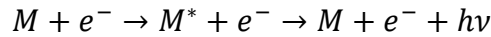
✓ Ionisation par les photons :



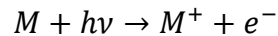
✓ Ionisation par les ions, atomes ou molécules:



- ❖ **Photo ionisation** : Les électrons peuvent être créés par photo ionisation. En effet des photons vont être libérés lors de la désexcitation des molécules suivant les mécanismes suivants :



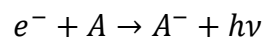
Ces photons sont susceptibles d'être absorbés par des molécules neutres qui se séparent alors en un cation et un électron.



Ces électrons peuvent à leur tour engendrer des avalanches électroniques.

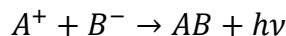
- ❖ **Recombinaison**: C'est le phénomène d'attachement de particules lors d'une rencontre entre ion positif et électron ou entre ion positif et ion négatif. Les ions peuvent être atomiques ou moléculaires.

L'attachement direct des électrons sur les atomes neutres est un cas particulier de la recombinaison :

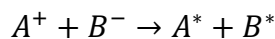


Recombinaison ion-ion : On connaît trois types de recombinaison ion-ion :

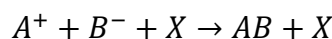
- ✓ La recombinaison radiative :



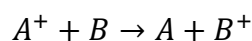
- ✓ La recombinaison mutuelle (échange de charge sans constitution de molécule) :



- ✓ La recombinaison à trois corps (X est en général, un atome ou une molécule) :

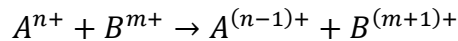


- ✓ Echange de charge :





C'est une capture d'électron par  $A$  et une perte d'électron pour  $B$ . d'une manière générale, on peut avoir :



Ici,  $A$  et  $B$  peuvent être des atomes ou des molécules.

- ❖ **Détachement** : C'est le phénomène qui se produit lorsqu'un ion perd son électron supplémentaire.
- ❖ **Dissociation** : La dissociation d'une molécule en deux ou plusieurs constituants est un phénomène assez probable car l'énergie nécessaire pour la réaliser est rarement supérieure à  $10 \text{ eV}$ .

### *1.4. Paramètre physiques des plasmas :*

Tous les plasmas n'ont pas les mêmes caractéristiques et peuvent être ainsi classifiés en fonction de certains paramètres précis. Ces paramètres sont essentiellement :

- **Densité électronique** : C'est le nombre d'électrons libres par unités de volume ( $\text{cm}^{-3}$ ).
- **Taux d'ionisation** : Représente le rapport du nombre d'électrons libre  $n_e$  sur le nombre de particules totales  $n_e + N$ , où  $N$  est le nombre de particules neutres par unité de volume. Le taux d'ionisation est alors donné par:

$$\tau_i = \frac{n_e}{n_e + N} \quad (I.1)$$

On utilise également le rapport  $n_e/N$  qui traduit l'importance des collisions entre particules chargées par rapport aux collisions entre particules chargées et neutres.

- **Température électronique** : qui correspond à la température absolue en Kelvin ( $^\circ\text{K}$ ) des électrons. On utilise aussi parfois l'énergie électronique  $kT_e$  (en électron-volt) avec  $k$  la constante de Boltzman, sachant que  $1 k T_e \approx 1,4 \times 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$ .
- **Libre parcours moyen ( $\lambda$ )**: correspond à la distance moyenne parcourue par une particule chargée entre deux collisions. Il dépend de la vitesse des particules, ainsi que de la probabilité de collision.

- **Longueur de Debye** : définit la longueur à partir de laquelle le champ électrique Coulombien issue d'une particule chargée est neutralisé par un ensemble de particules de signe opposées dans le volume environnant. Elle est donnée par la relation suivante:

$$\lambda_D = \left( \frac{2\varepsilon_0 k T_e}{n_e e^2} \right)^{1/2} \quad (I.2)$$

Avec :

$\varepsilon_0$  : la permittivité du vide ( $8,84 \times 10^{-12} F/m$ )

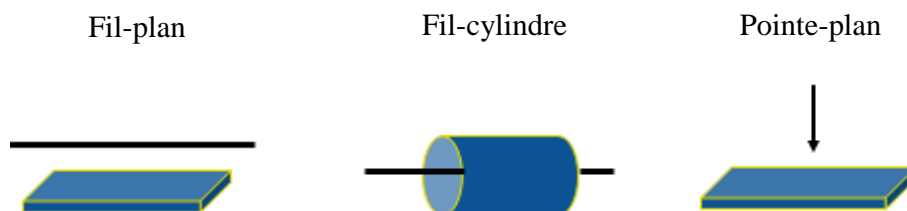
$e$  : la charge élémentaire d'un électron ( $1,6 \times 10^{-19} C$ ) [13].

Ces paramètres physiques définissent le milieu de décharge, qui dépend des éléments suivants:

- Nature du gaz.
- Pression et température du gaz.
- Tension appliquée (responsable de l'intensité du champ électrique).
- Géométrie des électrodes (responsable de la forme des lignes de champ).

### *1.5 .Classification des décharges électriques selon la géométrie des électrodes :*

Le comportement des décharges électriques dépendent fortement de la géométrie des électrodes, qui peuvent être classées en trois types : pointe-plan, fil-plan et fil-cylindre (Figure I.4), qui induisent des comportements électriques et des applications différentes. La configuration des électrodes définit la distribution des lignes de champ. La distance inter-électrodes est habituellement inférieure au centimètre.



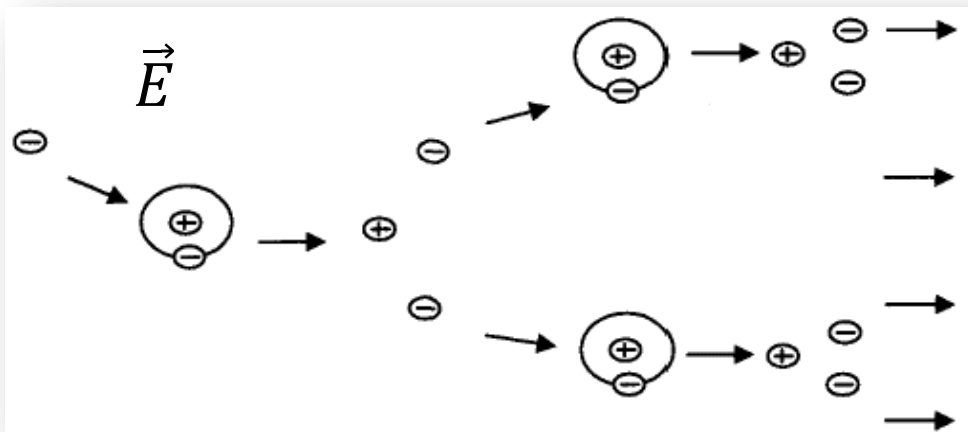
*Figure I.4: différentes configurations d'une décharge électrique.*

Lors de l'application d'une haute tension au niveau de l'électrode ayant le plus petit rayon de courbure, le champ électrique réduit produit dans l'espace inter-électrodes est fortement inhomogène.

L'utilisation de pointes métalliques pour l'étude des décharges est assez courante. Cela est dû à l'effet de pointe, qui permet d'obtenir localement un champ intense (au niveau des pointes et des angles métalliques). Ce champ intense favorise le claquage électrique des gaz. C'est pour cela que l'on utilise des pointes comme paratonnerre. L'utilisation de pointes a l'avantage de stabiliser le lieu de la décharge puisqu'on est sûr du point de départ et du point d'arrivée de celle-ci (mais rien n'impose que le trajet entre ces deux points soit une ligne droite). Ce sont souvent des décharges entre deux électrodes métalliques ; on n'utilise que rarement cette configuration avec des décharges à barrière diélectrique [14].

### *1.6. Phénomènes de multiplications électroniques :*

L'amorçage de la décharge commence par une série d'avalanches électroniques au voisinage de la pointe. La condition d'existence d'une décharge est la présence de particules chargées dans le gaz et l'application d'une tension suffisamment élevée entre les électrodes. Ces particules chargées ne sont que des électrons germes présents naturellement dans le gaz et qui vont être accélérés par le champ extérieur appliqué en direction de l'anode. Ils entrent en collision avec les molécules de gaz et perdent de l'énergie suite aux collisions inélastiques chaque collision ionisante permet la formation d'un nouvel électron qui est accéléré à son tour et vient impacter les molécules. La répétition de ce processus permet une croissance exponentielle du nombre d'électrons et d'ions positifs. C'est le phénomène de l'avalanche électronique. [15]



*Figure I.5: Processus de multiplication électronique initié par un électron germe.*

### *1.7. Description d'une décharge électrique :*

#### *1.7.1. La décharge de Townsend :*

L'énergie cinétique d'un électron détermine sa capacité à exciter ou à dissocier les molécules du gaz plasmagène. L'énergie acquise par un électron placé entre deux électrodes dépend de son libre parcours moyen et du champ électrique auquel il est soumis. L'obtention d'un nombre d'électrons suffisant pour exciter le gaz de façon significative exige un mécanisme de multiplication. Si l'énergie d'un électron est supérieure à l'énergie d'ionisation d'une molécule, alors un choc inélastique est susceptible de libérer un électron par ionisation.

L'électrons obtenu par ionisation est alors accéléré par le champ électrique et peut à son tour ioniser de nouvelles molécules.

Townsend a proposé, en 1914, l'introduction d'un coefficient d'ionisation « $\alpha$ » appelé premier coefficient de Townsend en vue de traduire mathématiquement ce phénomène d'ionisation.

Ce coefficient dépend du champ réduit « $\frac{E}{N}$ » (avec  $N$  désignant la densité du gaz) et de « $\frac{1}{\alpha}$ » qui représente le libre parcours moyen d'un électron entre deux collisions ionisantes. L'apparition d'un électron primaire au niveau de la cathode se traduit par l'arrivée de « $\exp \alpha d$ » électrons au niveau de l'anode.

La relation de Townsend s'écrit alors :

$$I = I_0 \exp(\alpha d)$$

Avec :

$I$  : Courant (A).

$I_0$  : Courant initial dû aux électrons primaires (A).

$d$  : Distance inter électrodes (m).

$\alpha$  : Premier coefficient de Townsend ( $m^{-1}$ ).

En dehors de ce mécanisme de multiplication des électrons proposé par Townsend, des électrons secondaires peuvent être émis par impact d'ions positifs « $M^+$ » sur la cathode ou par impact de photons émis par désexcitation radiative après impact électronique. La probabilité de produire ainsi des électrons secondaires se traduit par le critère d'auto-entretien de la décharge, où la condition d'apparition d'une décharge disruptive autonome (claquage) s'écrit [16] :

$$\gamma \cdot (\exp(\alpha d) - 1) = 1$$

Comme ce mécanisme est consommateur d'électrons, il est considéré comme compétitif du mécanisme d'ionisation. Pour prendre en compte ce phénomène, il convient alors d'introduire dans la relation de Townsend une probabilité d'attachement d'électrons «  $\eta$  » :

$$I = I_0 \cdot \exp^{(\alpha - \eta)d}$$

Le critère d'auto-entretien de la décharge s'écrit donc :

$$\gamma \cdot (\exp^{(\alpha - \eta)d} - 1) = 1$$

Et par conséquent on a [17] :

- Si  $\gamma \exp^{\alpha d} < 1$  : la décharge est dite non autonome car elle ne peut se maintenir d'elle-même par le fait des mécanismes secondaires si l'apport d'électrons créés par une source extérieure est interrompu.
- Si  $\gamma \exp^{\alpha d} = 1$  : le nombre d'ions créés par l'avalanche primaire est un moyen juste suffisant à maintenir la décharge par bombardement de la cathode. La décharge est autonome, c'est-à-dire qu'elle peut se maintenir en l'absence d'une source extérieure de production de charges. Ce critère définit donc la tension d'amorçage.
- Si  $\gamma \exp^{\alpha d} > 1$  : le processus des avalanches successives est cumulatif et le courant de décharge croît d'autant plus rapidement que «  $\exp^{\alpha d}$  » dépasse l'unité.

### *1.7.2. Limite du critère de Townsend :*

1. Le mécanisme d'avalanche décrit par Townsend ne conserve sa validité que pour des valeurs de produits «  $p \cdot d$  » inférieures à *200 torr*. Au-delà, l'expérimentation montre qu'il se produit des phénomènes peu compatibles avec le mécanisme d'avalanche de Townsend [16].
2. A partir de l'instant où le critère de Townsend est satisfait, un temps minimum est nécessaire pour que puissent apparaître les mécanismes secondaires d'ionisation. Il est imposé par le transit des ions positifs vers la cathode sous l'effet du champ électrique. Or, à des pressions voisines d'un bar, les temps mesurés sont de l'ordre du centième de ceux que nécessite le transit des ions positifs, en raison de leur fiabilité quand la pression augmente. A cet égard, le domaine de validité du modèle pourrait être étendu par l'intervention d'autres mécanismes tels le bombardement de la cathode par des photons émis au sein de l'avalanche primaire.
3. La densité du courant de décharge croît avec la pression, la faible mobilité des ions positifs crée alors une concentration de la charge d'espace qui modifie le champ appliqué initialement, et donc la valeur du coefficient «  $\alpha$  ».

On peut alors réécrire le critère de Townsend sous la forme plus générale :

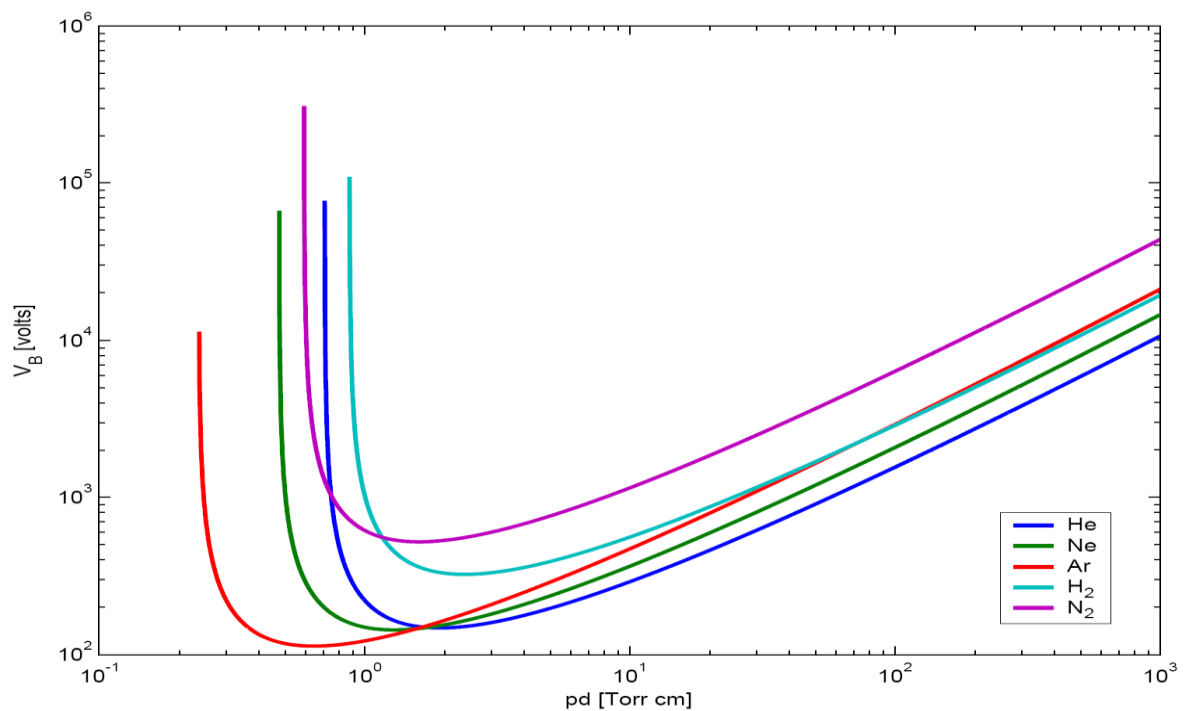
$$\gamma \{ \exp(ad) - 1 \} = 1$$

4. On ne peut expliquer cependant que la constitution de la cathode, par l'intermédiaire du coefficient  $\gamma$ , n'ait plus d'influence sur la tension d'amorçage pour les grandes valeurs du produit « $pd$ ». La décharge couronne près d'une pointe positive, mais elle est confirmée en champ homogène par l'observation du streamer ou dard se développant à partir de l'anode ou dans l'espace inter-électrodes.

### 1.7.3 Loi de Paschen :

Paschen a établi une loi empirique de comportement des gaz, connue sous le nom de loi de Paschen. Cette dernière énonce que la tension disruptive d'un gaz qui représente la tension à partir de laquelle une décharge est observée, entre deux électrodes parallèles dépend de la valeur du produit de la pression du gaz avec la distance inter-électrodes la relation s'écrit :

$$V_s = f(p.d)$$



*Figure I.6: Loi de Paschen pour différents gaz.*

Ces courbes montrent en que  $V_s$  a un minimum unique, pour une valeur :  $pd = (pd)_{min}$

Si l'on augmente le produit ( $pd$ ), un électron accéléré par le champ électrique aura une probabilité plus grande de rencontrer une molécule du gaz, mais l'énergie moyenne acquise entre deux collisions étant plus faible, la probabilité d'obtenir une collision ionisante diminue, à moins d'augmenter la tension. Si ( $pd$ ) est inférieur à  $(pd)_{min}$ , la tension d'amorçage croît également par diminution du nombre de collisions.

### I.7.4. Théorie des streamers :

Vers 1940, Craggs, Meek et Raether ont établi une théorie des streamers (ou théorie des décharges filamenteuses) complétées après par de nombreuses approches à caractère essentiellement expérimental.

Une avalanche initiée par un électron multiplie exponentiellement le nombre d'électrons en tête de cette avalanche. Ces électrons diffusent et la longueur de l'avalanche s'étend, entraînant une croissance du champ électrique induit par la charge d'espace.

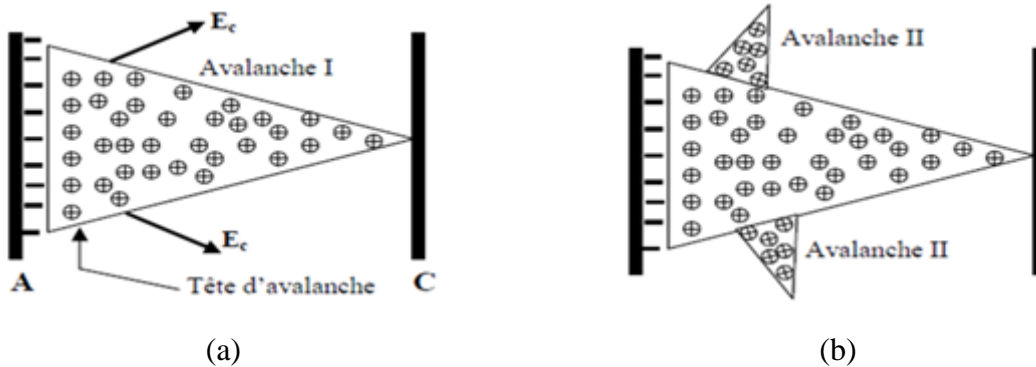
Pour une certaine valeur critique de cette longueur, le champ électrique induit devient comparable au champ électrique extérieurement appliqué. Dès lors, l'avalanche électronique se transforme en streamer [18].

Le mécanisme se déroule en 3 phases :

**Phase 1 :** Une avalanche électronique primaire est provoquée par un électron primaire qui se trouve près de la cathode. La vitesse des électrons étant 100 plus fois environ supérieure à celle des ions (d'après la figure I.7.a), l'avalanche se développe comme un nuage d'électrons laissant derrière elle une charge d'espace positive. Les ions positifs forment dans le gaz une charge d'espace positive tandis que l'anode absorbe les électrons. Le champ  $E_c$  de cette charge est maximal en tête d'avalanche (figure I.7.a).

**Phase 2 :** Des électrons secondaires créés par photo-ionisation autour de la charge d'espace. Ces électrons provoquent en tête d'avalanche de petites avalanches secondaires (figure I.7.b). Le champ de la charge d'espace renforce le champ entre la tête de l'avalanche et la cathode et crée également une composante radiale.

**Phase 3 :** La charge d'espace augmente en volume et devient un streamer. De nouvelles avalanches secondaires viennent s'ajouter à l'avalanche primaire et le streamer progresse (figure I.7.c). Quand il touche la cathode, le claquage se produit (figure I.7.d).



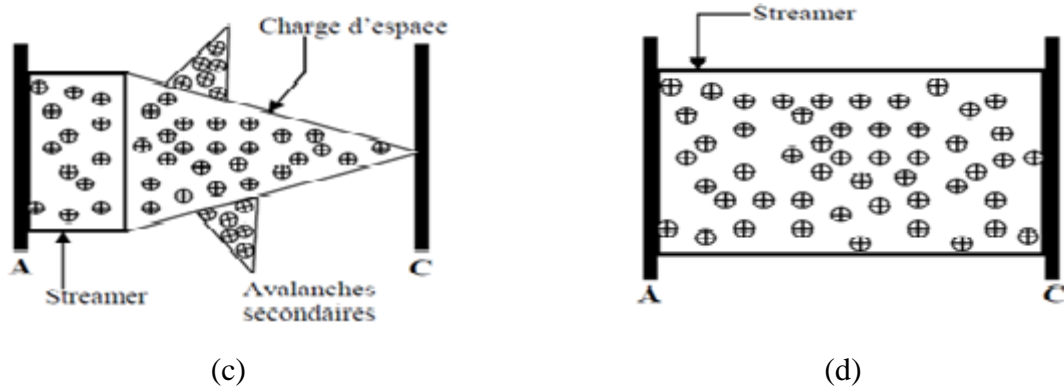


Figure I.7: Phases de la formation du streamer.

**a) Streamer positif :**

Le streamer positif (cathodique) se dirige de l'anode vers la cathode, dans le sens opposé au mouvement des électrons. La charge nette dans la tête du streamer est élevée et positive. La propagation du streamer est gouvernée par le champ électrique élevé qui résulte de cette charge. Les électrons qui se trouvent à proximité de la tête contribuent à la propagation de la manière suivante : ils neutralisent la charge d'espace positive et donc le champ électrique correspondant ; ensuite ils laissent les ions positifs derrière eux lorsqu'ils continuent leur dérive. Ce processus est répété tout au long de la distance parcourue par le streamer. La vitesse de propagation à la pression atmosphérique dans l'air est très grande (des valeurs autour de  $10^8 \text{ cm s}^{-1}$  soit 1% de la vitesse de la lumière dans le vide).

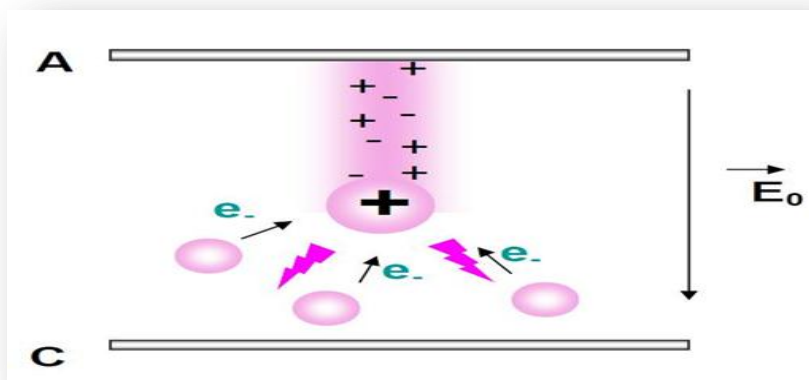


Figure I.8: Streamer positif.

**b) Streamer négatif :**

Le mécanisme de propagation est le même que celui qui vient d'être énoncé à la différence près que cette fois les électrons se propagent naturellement dans le sens de propagation du streamer.



Il faut noter que dans ce cas une propagation sans émission de photons est possible.

Les électrons de la tête du streamer sont accélérés dans le très fort gradient de charge d'espace et vont ensuite être piégés électro statiquement par les ions positifs formant un canal de plasma quasi neutre le canal du streamer.

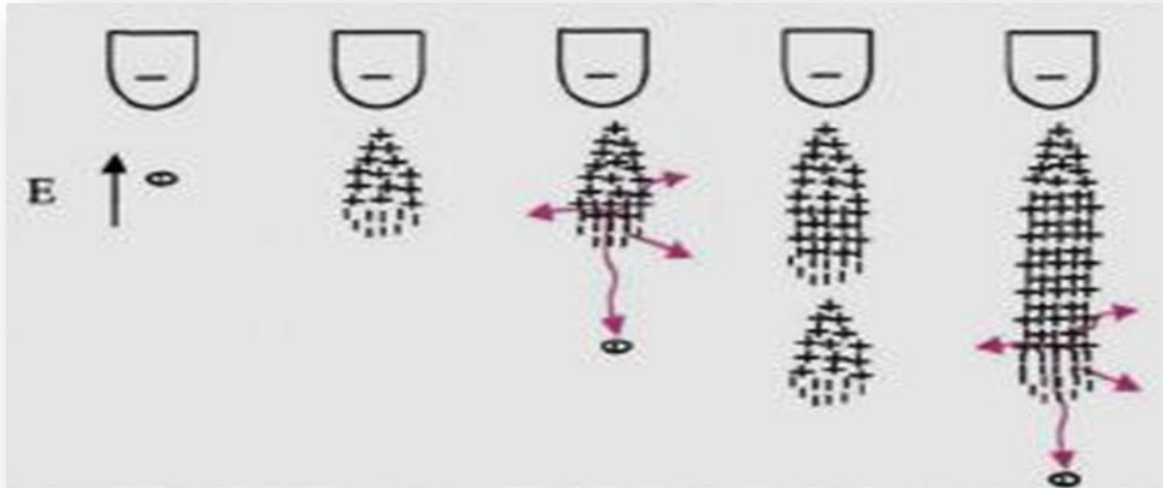


Figure I.9: Streamer négatif.

### I.8. Caractéristique courant-tension et régimes de décharge :

L'application d'une tension entre deux électrodes permet d'obtenir la caractéristique courant-tension de même en augmentant progressivement cette tension il apparaît alors les différents régimes de décharge sont les montrées dans la figure suivante :

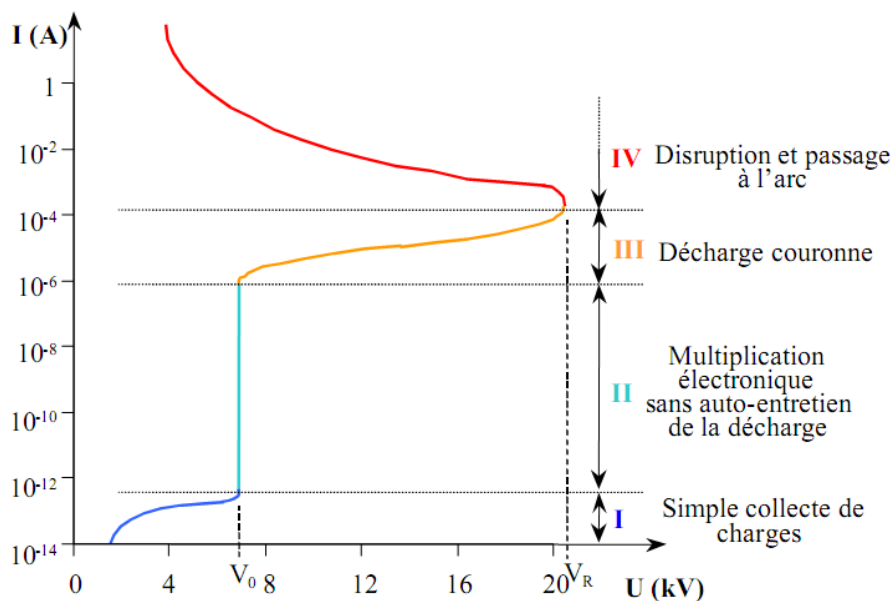


Figure I.10: Caractéristique courant-tension des décharges à pression atmosphériques[4].

- **Zone I :** Dans cette zone, le courant et la tension sont très faibles (moins de  $10^{-11}$  A, quelques  $10$  V). Le champ électrique résultant est donc insuffisant pour déclencher une avalanche électronique. En pratique, le courant provient de la collection aux électrodes de charges créées par l'ionisation du gaz par des agents extérieurs (radioactivité naturelle et/ou rayonnement cosmique). Ce courant n'existera pas en l'absence de ces agents, c'est pour cette raison qu'on l'appelle «décharge non autonome ».
- **Zone II:** Ce régime est caractérisé par une valeur seuil de tension  $U_0$  et une forte croissance du courant. Dans ce cas, le champ est suffisamment intense pour que le processus de multiplication (avalanche électronique) des électrons démarre. Cependant le critère d'auto-entretien n'est pas encore atteint, c'est à dire que les électrons ne se *renouvellent pas à la fin de chaque avalanche.*
- **Zone III :** C'est un régime stable de fonctionnement avec l'installation du critère d'auto-entretien. La charge d'espace apparaît et crée un champ local antagoniste au champ appliqué. Ceci tend, dans un premier temps, à diminuer le courant lorsqu'on augmente la tension appliquée. Cette zone représente le régime de décharge lumineuse dont le courant varie de  $10^{-4}$  A à  $10^{-1}$  A.
- **Zone IV:** L'émission thermoélectronique devient notable et le courant devient de plus en plus fort avec une chute importante de la tension : c'est le régime d'arc [19].

### ***1.9. Conséquences négatives de l'effet couronne :***

La décharge couronne se produit sur tous les conducteurs et lignes soumis à une haute tension. Dès que le champ électrique à la surface du conducteur devient suffisamment grand (supérieur au champ d'ionisation de l'air,  $\approx 30$  kV/cm), l'air s'ionise et forme autour du conducteur une couronne lumineuse. La lumière de la décharge couronne n'est visible que sur les lignes THT ( $U \geq 400$  kV), lorsqu'il fait sombre.

#### ***1.9.1. Perturbations électromagnétiques :***

La décharge couronne est à l'origine des perturbations des ondes radio, car les fréquences du courant de couronne (de l'ordre du MHz) sont du même ordre de grandeur que celles des ondes radio. Les charges créées par ionisation sont brusquement mises en mouvement par le champ superficiel. Le courant qui en résulte crée un champ électromagnétique variable qui se propage dans l'air et provoque la perturbation des ondes radio.

### *1.9.2. Bruit :*

L'effet couronne produit un bruit ressemblant au bourdonnement d'abeilles. Le déplacement brusque des ions par le champ superficiel produit une variation locale de la pression de l'air qui se transforme en ondes sonores. Le bruit est un facteur nuisible qui peut avoir des conséquences nuisibles sur le tissu biologique.

Le bruit est tellement gênant pour l'environnement qu'il devient le paramètre principal à prendre en considération lors de la réalisation de réseaux THT ( $U \geq 1000 \text{ kV}$ ) [20].

### *1.9.3. Pertes électriques :*

Dans une décharge couronne, une grande partie de l'énergie électrique est perdue dans les collisions entre les molécules neutres du gaz. Ainsi les pertes dépendent principalement de la quantité de charge produite. De plus elles sont fortement influencées par l'état de surface du conducteur et par les conditions climatiques.

En effet, la valeur moyenne annuelle des pertes par effet de couronne est relativement faible soit de l'ordre de quelques kW/cm [14] :



*Figure I.11: Effet de couronne sur un éclateur (ligne de 500 kV) ; il correspond à une perte en ligne et à une production d'ozone troposphérique polluant.*

### *1.10. Utilisations de l'effet de couronne:*

Les applications de la décharge couronne ont existé pendant plus d'une centaine d'années, à partir du premier dépoussiéreur électrostatique de Lodge [21]. Depuis lors, la décharge couronne a été intensivement employée dans plusieurs produits commerciaux et gagne d'attention pour l'usage dans d'autres applications.

**I.10.1 Parafoudre :** L'effet couronne augmente la conductivité de l'air autour de la pointe ; le canal de la foudre qui opte pour le chemin le moins résistant est capté par le paratonnerre [20].

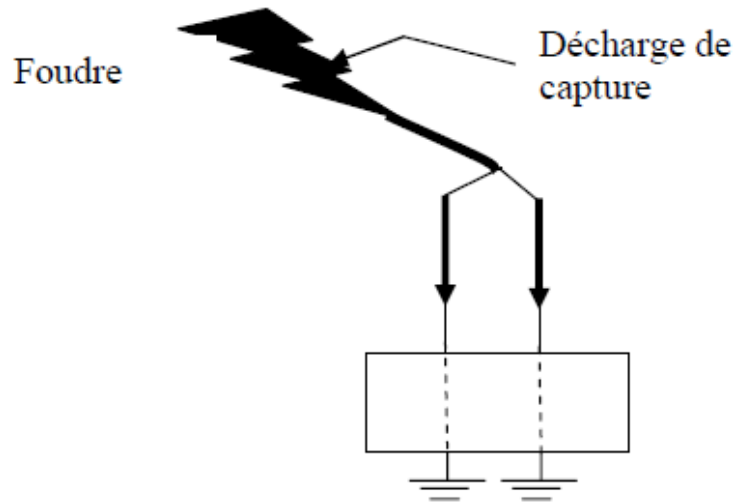


Figure I.12 : L'application de l'effet couronne pour le paratonnerre.

**I.10.2. Neutralisation :** La surface de l'avion se charge par frottement avec l'air. Les charges créées par effet couronne produit par des flèches disposées sur les ailes de l'avion éliminent par neutralisation les charges surfaciques [22].

**I.10.3. Précipitateurs électrostatiques :** Le système d'électrodes d'un précipitateur électrostatique est constitué d'un cylindre métallique (électrode collectrice), relié à la masse et un fil métallique fin (électrode ionisante) relié à un générateur de haute tension continue (Figure I.13). Le gaz véhiculant les particules à collecter circule dans le champ électrique créé dans l'espace inter-électrodes. Les ions générés par effet couronne autour de l'électrode fil «bombardent» ces particules qui, en fonction de la charge électrique acquise, sont attirées vers l'électrode collectrice. Les particules déposées sur cette électrode sont régulièrement enlevées par battage.

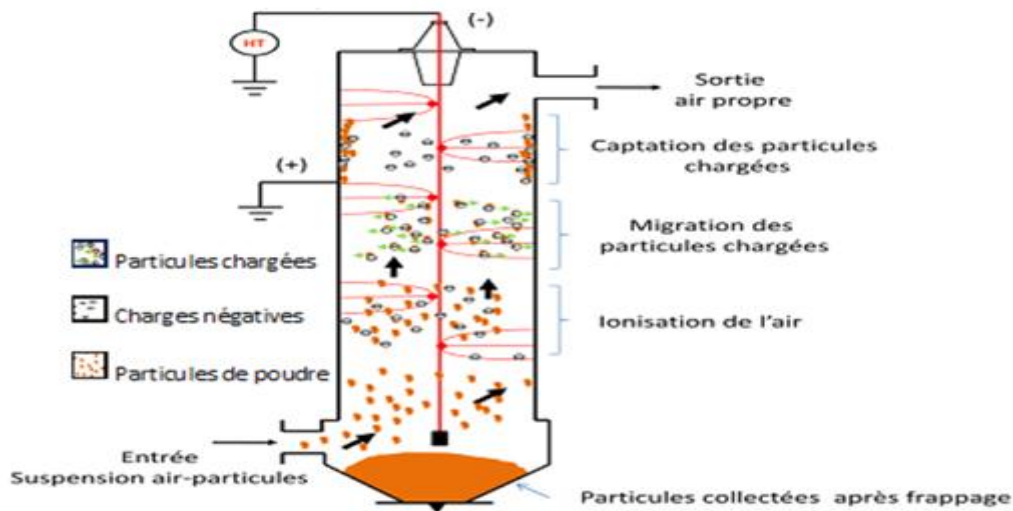


Figure I.13: Principe de la précipitation électrostatique.

**I.10.4. Séparateur électrostatique :** Un mélange de particules granuleuses acquiert des charges électriques créées par effet couronne grâce à une électrode à pointes reliée à une source de haute tension négative.

Ces particules se comportent différemment selon qu'elles sont isolantes ou métalliques et tombent dans des endroits différents.

Le schéma de la figure (I.14) montre les différents éléments composant le séparateur et le rôle de chacun d'eux. Des charges électriques sont créées par ionisation de l'air grâce à la décharge couronne générée par l'électrode à pointes, appelée électrode couronne.

Les granules déposés sur le cylindre tournant par le vibro – transporteur acquièrent tous une charge électrique  $q$  de même signe que le potentiel de la haute tension continue, et se comportent différemment suivant qu'ils soient électriquement conducteurs ou isolants. Les granules isolants restent "collés" au tambour et adhèrent à sa surface grâce à la force d'image électrique.

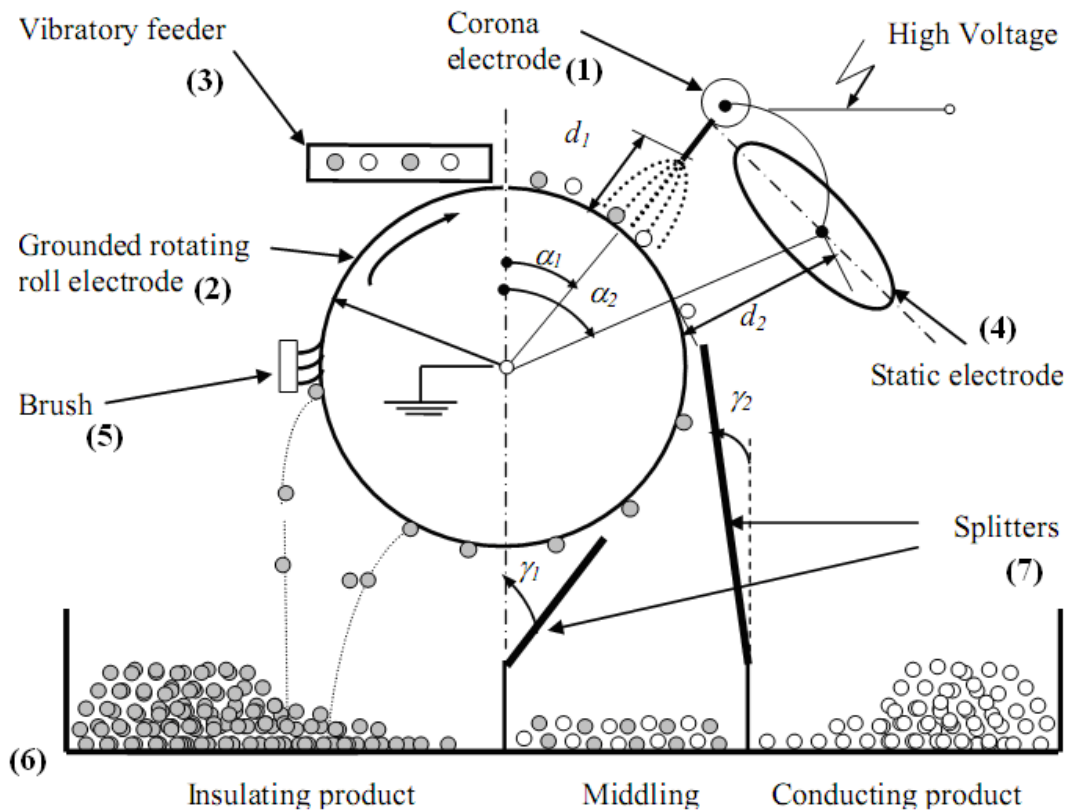
Ils tombent dans le collecteur, dans la partie qui leur est réservée, lorsque la force de pesanteur l'emporte sur la force d'image. Pour assurer la chute de ces particules, certains électro – séparateurs sont équipés par une autre électrode de neutralisation, pour éliminer la charge  $q$  par neutralisation.

Les particules qui ne tombent pas et qui restent "collées" sont éliminées mécaniquement par une brosse.

- ✓ Les granules conducteurs perdent rapidement la charge  $q$  acquise par effet couronne, à travers le cylindre relié à la terre. En arrivant dans la zone du champ électrostatique

généralité par l'électrode statique de forme elliptique, ils acquièrent par induction électrostatique une charge de signe opposé au potentiel de la haute tension continue. Ils sont ensuite attirés par l'électrode elliptique et déposés dans la partie droite du collecteur. Dans tous les cas, le produit granulaire à séparer est déposé sur la surface de l'électrode cylindrique reliée à la terre, qui l'introduit dans la zone du champ électrique. Deux mécanismes de charge sont simultanément employés: "bombardement ionique" et "induction électrostatique".

- ✓ Le premier est destiné aux particules isolantes seulement, passant à travers la décharge couronne, le deuxième implique seulement les particules conductrices en contact avec le tambour en présence d'un champ électrique externe, à savoir le champ électrostatique créé par électrode elliptique (Figure I.14)[14].



- (1) : Electrode couronne reliée à une H.T continue.
- 2) : Electrode cylindrique reliée à la terre.
- (3) : Vibro-transporteur. (4) : Electrode statique reliée à la même HT continue.
- (5) : Brosse. (6) : Collecteur de particules
- (7) : Electrode de neutralisation reliée à une H.T alternative

*Figure I.14: Principe de fonctionnement d'un séparateur électrostatique.*

### I.10.5. Générateurs d'ozone :

Une autre solution pour traiter les effluents gazeux est d'utiliser l'ozone ( $O_3$ ) : au lieu de créer un milieu fortement réactif, une espèce possédant un fort pouvoir oxydant est introduite dans le gaz à traiter. Cette espèce est l'ozone.

L'ozone est également utilisé dans le traitement de l'eau mais aussi dans de nombreux domaines comme l'industrie agro-alimentaire en tant que désinfectant ou conservateur [23].

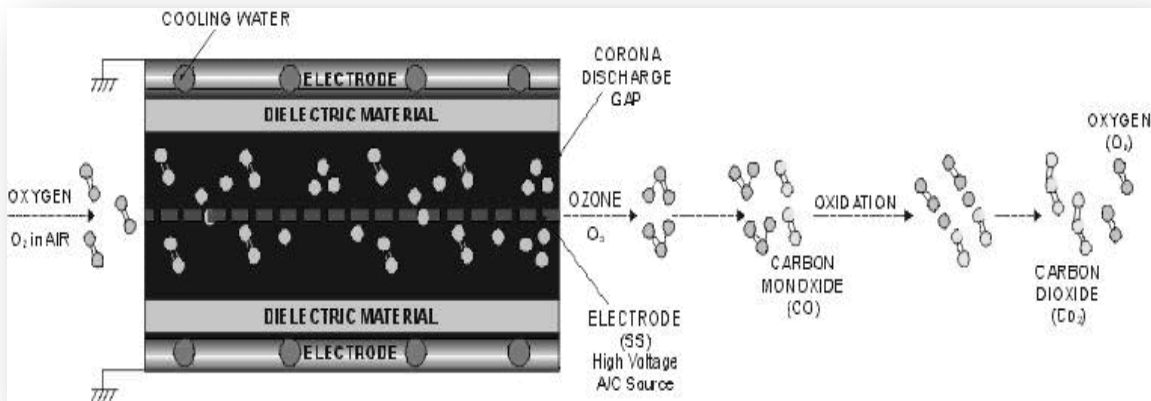


Figure I.15: Générateur d'ozone fil / cylindre avec barrières diélectriques

### I.11. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté une synthèse bibliographique de la décharge électrique Et en particulier la décharge couronne où nous avons entamé les différents paramètres physiques de la décharge électrique et les différents régimes de cette dernière. Nous avons terminé ce chapitre par quelques applications de la décharge couronne et leurs inconvénients. Dans le chapitre qui suit, nous donnerons la méthodologie des plans d'expériences.

# **CHAPITRE II**

## **Méthodologies des Plans d'Expériences**



### *II.1 Introduction :*

L'expérimentateur, quel que soit son domaine d'étude, est toujours confronté au problème difficile de l'organisation optimale de ses essais. La planification expérimentale regroupe un ensemble de techniques statiques destinées à analyser le comportement d'un système expérimental dans le but d'en comprendre et améliorer le fonctionnement [24].

La méthode des plans d'expériences n'est pas une technique nouvelle. Elle date en fait du début du siècle avec les travaux de Fisher (1925). D'abord utilisé dans un cadre agricole, les plans d'expériences sont maintenant très répandus dans les domaines de l'industrie électronique, de la métallurgie, des processus chimiques.

Cette technique est restée relativement confidentielle et n'a pas réussi à pénétrer de façon significative dans le domaine de recherche que vers les années soixante-dix.

Une des raisons de ce manque d'intérêt pour la méthode était probablement l'aspect trop théorique de l'approche proposée.

Il a fallu les travaux du docteur Taguchi dans les années soixante au Japon pour que les plans d'expériences soient utilisés à grande échelle [25].

### *II.2 Processus d'acquisition des connaissances :*

Augmenter ses connaissances, c'est trouver la réponse à une question posée. On commence donc par se poser une ou plusieurs questions (Figure II.1). Par exemple, si l'on désire connaître l'influence des paramètres géométriques ou bien climatiques sur le courant de l'effet couronne, pour une géométrie pointe-plan, on pourra se poser les questions suivantes :

- ✓ Quel est le rayon de courbure de la pointe ?
- ✓ Quelle est l'incidence de l'humidité sur le courant de la décharge couronne ?
- ✓ Quelle est l'incidence de la température sur le courant de la décharge couronne ?

Ces questions délimitent le problème à résoudre et fixent les travaux à exécuter. Il est donc important de se poser les questions qui correspondent réellement au problème. Bien sûr, avant d'entreprendre des expériences, il est prudent de vérifier que l'information cherchée n'existe pas déjà ailleurs. Dans ce but, on effectue un inventaire des connaissances, soit une bibliographie, soit une consultation d'experts, soit un calcul théorique, soit toute autre démarche ayant pour but de répondre, sans expérience, aux questions posées. Après cette phase d'enquête, les questions initiales peuvent être entièrement résolues et il n'y a plus de problème.

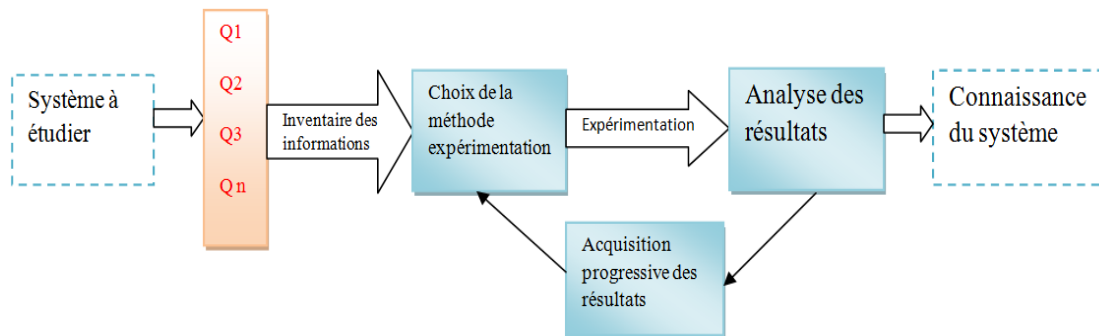
Comment peut-on choisir ces expériences pour :

- ✓ arriver rapidement aux meilleurs résultats possibles,

- ✓ éviter de réaliser des expériences inutiles,
- ✓ obtenir la meilleure précision possible sur les résultats,
- ✓ permettre d'avancer à coup sûr,
- ✓ établir la modélisation du phénomène étudié,
- ✓ découvrir la solution optimale

Le bon usage des plans d'expériences doit s'inscrire dans une méthode logique et rigoureuse dont la mise en œuvre est la responsabilité de l'expérimentateur. Si l'on considère le schéma d'acquisition des connaissances, on constate que la première étape consiste à définir le système que l'on se propose d'étudier, puis de poser les questions pour lesquelles on désire des réponses.

Ensuite, l'expérimentateur doit organiser les essais qui lui permettront de répondre aux questions qui restent posées.



*Figure II.1 : Évolution d'obtention des idées*

Examinons plus en détail ces trois aspects sachant que les expériences sont organisées pour faciliter l'exploitation des résultats et pour permettre l'acquisition progressive des résultats d'intérêt.

### ***II.2.1 : Choix de la méthode d'expérimentation :***

La méthode d'expérimentation choisie doit faciliter l'interprétation des résultats. Elle doit également minimiser le nombre des essais sans toutefois sacrifier la qualité. La théorie des plans d'expériences assure les conditions pour lesquelles on obtient la meilleure précision possible avec le minimum d'essais. On a donc le maximum d'efficacité avec le minimum d'expériences et par conséquent le coût minimum.

### *II.2.2 : Analyse des résultats :*

L'analyse des résultats d'expériences est facilitée par le choix initial des expériences. Les résultats seront faciles à interpréter et riches d'enseignement si l'on a bien préparé les expériences.

Grâce aux ordinateurs et aux logiciels la construction des plans d'expériences et les calculs nécessaires à leur interprétation sont devenus très simples. Ces outils favorisent également les représentations graphiques qui illustrent de manière spectaculaire les résultats et améliorent la compréhension des phénomènes.

### *II.2.3 : Acquisition progressive de la connaissance :*

L'expérimentateur qui entreprend une étude ne connaît pas les résultats, il est donc sage d'avancer progressivement pour pouvoir réorienter les essais en fonction des premiers résultats. Une première ébauche permettra de mieux orienter les essais vers les seuls aspects intéressants de l'étude et d'abandonner les voies sans issues. Une première série d'expériences conduit à des conclusions provisoires ; en fonction de ces conclusions provisoires, on lance une nouvelle série d'essais. L'ensemble des deux séries d'expériences est utilisé pour obtenir un contour précis des résultats d'étude. L'expérimentateur accumule ainsi les seuls résultats dont il a besoin et s'arrête dès qu'il a obtenu ce qu'il cherche.

De manière générale, la méthode des plans d'expériences détermine et établit les liens existant entre deux types de variables :

- ✓ **La réponse** : grandeur physique étudiée ;
- ✓ **Les facteurs** : grandeurs physiques modifiable par l'expérimentateur, sensées influé sur les variations de la réponse.

Les deux principales utilisations possibles de la méthode des plans d'expériences (MPE) sont:

- ✓ La technique du Screening [24],[26] : Parmi les facteurs recensés par l'expérimentateur, cet outil permet de déterminer ceux qui ont une influence statiquement non négligeable sur les variations de la réponse .
- ✓ La méthodologie des surfaces de réponse [26]: Les variations de la réponse sont calculées en fonction des facteurs précédemment jugés influents. le but étant de déterminer comment la réponse varie.

### II.3. Terminologie :

La grandeur d'intérêt, qui est généralement notée  $y$ , porte le nom de réponse. Les variables qui peuvent modifier la réponse sont appelées facteurs.

On parle donc des facteurs qui influent sur une réponse. Les termes facteur et réponse sont universellement employés dans le domaine des plans d'expérience.

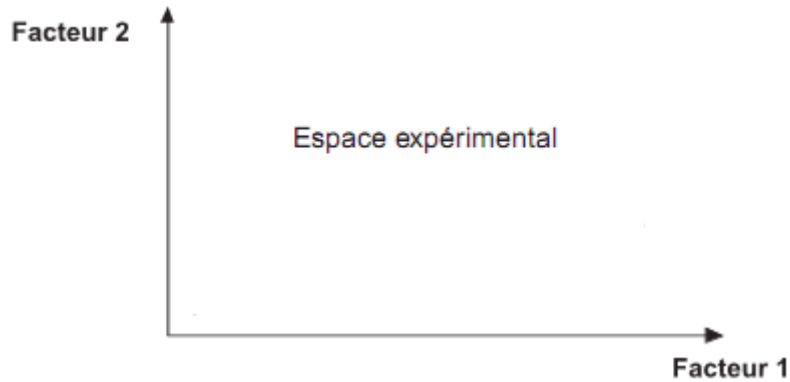
#### II.3.1 Les différents types de facteurs :

- ✓ **Facteurs continus** : La pression est un exemple de facteur continu. Dans un intervalle de pression donné, on peut choisir toutes les valeurs possibles. Il en est de même d'une longueur, d'une concentration ou d'une température. Les valeurs prises par les facteurs continus sont donc représentées par des nombres continus.
- ✓ **Facteurs discrets** : Au contraire, les facteurs discrets ne peuvent prendre que des valeurs particulières. Ces valeurs ne sont pas forcément numériques, on peut représenter un facteur discret par un nom, une lettre, une propriété ou même par un nombre qui n'a alors en soi aucune valeur numérique mais qu'une signification de repère. Par exemple, on peut s'intéresser aux couleurs d'un produit : bleu, rouge et jaune sont des facteurs discrets.
- ✓ **Facteurs ordonnables** : Il s'agit de facteurs discrets que l'on peut mettre dans un ordre logique. Par exemple, grand, moyen, petit, ou encore premier, deuxième, troisième et quatrième.
- ✓ **Facteurs booléens** : sont des facteurs discrets qui ne peuvent prendre que deux valeurs : haut ou bas, ouvert ou fermé, blanc ou noir, ... etc.

#### II.3.2 Espace expérimental :

Pour présenter l'espace expérimental nous utiliserons un espace à deux dimensions, ce qui facilitera les représentations graphiques. Il est ensuite facile d'étendre les notions introduites à des espaces multidimensionnels. Un facteur continu peut être représenté par un axe gradué et orienté. S'il y a un second facteur continu, il est représenté, lui aussi, par un axe gradué et orienté.

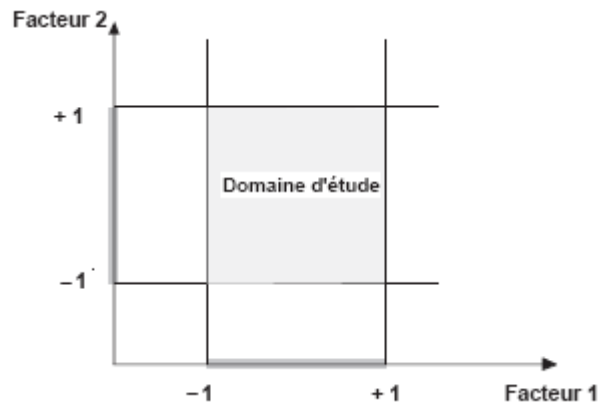
Ce second axe est disposé orthogonalement au premier. On obtient ainsi un repère cartésien qui définit un espace euclidien à deux dimensions. Cet espace est appelé l'espace expérimental (figure II.2). L'espace expérimental comprend tous les points du plan « facteur 1 × facteur 2 » et chacun d'eux représente une expérience.



*Figure II.2 : espace expérimental.*

**II.3.3 Domaine d'étude :**

Dans la pratique, l'expérimentateur sélectionne une partie de l'espace expérimental pour réaliser son étude. Cette zone particulière de l'espace expérimental est le domaine d'étude (Figure II.3). Ce domaine est défini par les niveaux hauts et les niveaux bas de tous les facteurs.



*Figure II.3 : Définition du domaine d'étude.*

**II.3.4 Points expérimentaux :**

Dans un espace à deux dimensions, le niveau  $i$  du facteur 1 noté  $x_{1i}$  et le niveau  $j$  du facteur 2 noté  $x_{2j}$ , peuvent être considérés comme les coordonnées d'un point de l'espace expérimental ou du domaine d'étude (Figure II.4). Une expérience donnée est représentée par un point dans ce système d'axes. C'est la raison pour laquelle une expérience est souvent désignée par l'expression point expérimental, point d'expérience ou même simplement point. Un plan d'expériences est donc représenté par un ensemble de points expérimentaux, eux-mêmes situés dans l'espace expérimental.

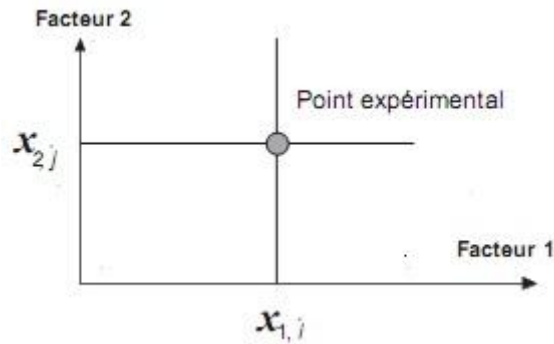


Figure II.4 : Points expérimentaux.

### II.3.5 Coordonnées centrées réduites :

L'utilisation des variables centrées réduites présente l'intérêt de pouvoir généraliser la théorie des plans d'expériences quels que soient les facteurs ou les domaines d'études retenus. Remplacer les variables naturelles par les variables codées va permettre d'avoir pour chaque facteur le même domaine de variation (entre  $-1$  et  $+1$ ) et de pouvoir ainsi comparer entre eux l'effet des facteurs.

Lorsque l'on attribue la valeur  $(-1)$  au niveau bas et la valeur  $(+1)$  au niveau haut, on effectue deux modifications importantes :

- On change l'unité de mesure : par exemple, si on prend la température comme facteur, le niveau bas est  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$  et le niveau haut  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ , il y a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  entre ces deux valeurs, soit 20 fois l'unité courante de température. Entre  $-1$  et  $+1$ , il y a deux unités nouvelles. La nouvelle unité vaut donc  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ , on lui donne le nom de *pas*.
- On déplace l'origine des mesures : dans l'exemple choisi, le milieu de l'intervalle  $[-1, +1]$  correspond à la température de  $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ . La nouvelle origine, notée zéro, diffère donc de l'origine exprimée en unités courantes.

Ces deux modifications entraînent l'introduction de nouvelles variables que l'on appelle variables centrées réduites (*v.c.r.*) (centrées pour indiquer le changement d'origine et réduites pour signaler la nouvelle unité).

Le passage des variables d'origine  $A$  aux variables centrées réduites  $x$ , et inversement, est donné par la formule suivante :

$$x = \frac{A - A_0}{pas} \quad (\text{II.1})$$

Avec :

$A_0$  : La valeur centrale en unités courantes.

L'intérêt des v.c.r. est de pouvoir présenter les plans d'expériences de la même manière quels que soient les domaines expérimentaux retenus et quels que soient les facteurs, ce qui donne une grande généralité de présentation à la théorie des plans d'expériences.

L'utilisation des v.c.r est très répandue dans les logiciels de plans d'expériences et certaines opérations comme la recherche des meilleurs points d'expériences par le critère de D'optimalité ne sont réalisables qu'avec ces variables.

Les variables codées résultent du rapport de deux grandeurs de même unité physique, elles sont donc sans dimension. La disparition des unités naturelles associée au fait que tous les facteurs ont le même domaine de variation (deux unités codées) permet la comparaison directe des effets des facteurs entre eux.

### *II.3.6 Matrice d'expérience :*

La MPE indique toutes les expériences à réaliser sous forme d'une matrice d'expérience (ou matrice des essais). Il s'agit d'une formulation mathématique du plan d'expérience qui lui est plus attaché aux aspects pratiques de l'expérimentation. La représentation géométrique d'un plan d'expérience est commode pour imaginer la position des points expérimentaux dans le domaine d'étude, mais elle ne peut plus être employée dès que le nombre de facteurs est supérieur à trois.

### *II.4 Technique de Screening [24].[27].[26] :*

La technique de Screening permet de déterminer parmi un ensemble initial de facteurs les éléments influents. Les plans d'expériences pour l'étude des effets des facteurs sont les dispositifs expérimentaux les plus anciens et les plus répandus aussi bien dans la littérature que dans les logiciels. Ils permettent l'étude des conséquences d'un changement de modalité de chaque facteur sur une réponse et les interactions éventuelles entre différents effets de facteurs agissant sur un processus.

Les plans d'expériences pour l'étude des effets des facteurs constituent généralement une étape préliminaire à une étude d'optimisation en permettant d'isoler, parmi des nombreux facteurs d'une étude ceux qui sont les plus influents :

On parle dans ce cas de plan de criblage (screening design). De façon plus générale les expressions dérivées de la locution anglaise « factoriel design » désignent des dispositifs expérimentaux pour l'étude des effets des facteurs. Les représentations graphiques les plus rencontrées afin de récupérer l'information contenue par le model associé à l'analyse des résultats d'essais d'un plan d'expériences pour l'étude des effets des facteurs sont les suivants :

- ✓ Le tracé des effets moyens des facteurs ;
- ✓ La contribution des facteurs dans la variation d'une réponse ;
- ✓ La représentation des couplages entre les effets des facteurs.

### *II.4.1 Plan factoriel complet :*

La réalisation d'un plan d'expériences peut être très simple ou très compliquée suivant le nombre de facteurs étudiés, et les hypothèses formulées. Les plans factoriels à deux niveaux sont les plus simples mais ils sont très utiles car ils ont de nombreuses applications soit sous forme de plans complets soit sous forme de plan fractionnaires.

#### *II.4.1.1 Plans complets à deux facteurs :*

L'étude d'un plan complet consiste à étudier toutes les combinaisons possibles des facteurs pris en considération dans l'expérience.

Nous allons d'abord décrire le cas simple du plan  $2^2$ , commençons par expliquer cette notation :

- le 2 en exposant signifie qu'il y a deux facteurs étudiés ;
- l'autre 2 signifient que chaque facteur prend deux niveaux.

Cette notation se généralise immédiatement pour un plan comportant l'étude de  $k$  facteurs prenant chacun deux niveaux, donc il s'agit d'un plan  $2^k$ . Le choix des meilleures expériences est le problème fondamental de l'expérimentateur.

On adopte une loi du premier degré par rapport à chaque variable. Cette loi est la suivante pour les plans factoriels complets comportant deux facteurs :

$$y = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_{12} x_1 x_2 \quad (\text{II-2})$$

Avec ces hypothèses, on démontre que le meilleur emplacement des points expérimentaux se situe aux sommets du carré représentant le domaine d'étude : points A, B, C et D. La figure II.5 illustre les expériences à réaliser et le domaine d'étude.

Mais cette représentation géométrique est commode pour comprendre le mécanisme des plans d'expériences, elle ne peut plus être employée dès que le nombre de facteurs est supérieur à trois.



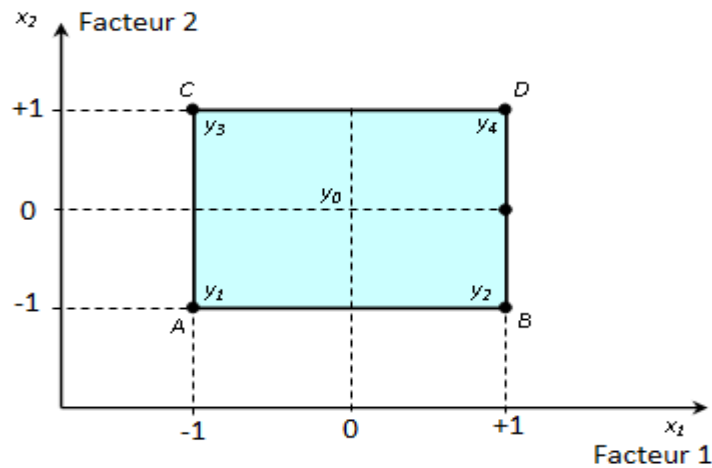


Figure II.5 : Les expériences à réaliser (domaine d'étude).

Pour les espaces multidimensionnels, nous adopterons une représentation matricielle. Pour montrer la correspondance entre les deux représentations, géométrique et matricielle, nous allons expliquer la construction de la matrice d'expériences du plan  $2^2$  associée à la figure II.5

La matrice d'expériences est constituée de deux sous-tableaux : le premier définit les essais à réaliser et le second le domaine d'étude (Tableau II.1). Le premier sous tableau comprend trois colonnes ; la première identifie les essais : ici par exemple : 1, 2, 3 et 4 ; la seconde et la troisième indiquent les coordonnées des points représentatifs des expériences prévues. Le deuxième sous tableau indique, en unités courantes, les valeurs des niveaux haut et bas de chacun des facteurs.

À titre d'exemple, l'étude de l'effet couronne nous a permis de mettre en évidence l'influence de plusieurs facteurs (géométrique et électrique) (Voir chapitre IV). Pour illustrer ce point on va choisir quatre points expérimentaux :

- ✓ facteur 1 ( $x_1$ ) : Rayon de courbure de la pointe.

Niveau bas : 50 $\mu$ m (-)

Niveau haut : 150 $\mu$ m (+)

- ✓ facteur 2 ( $x_2$ ) : Tension appliquée à la pointe.

Niveau bas : 08kV (-)

Niveau haut : 12kV (+).

Essais à réaliser		
N° Essai	<i><b>Facteur 1</b></i>	<i><b>Facteur 2</b></i>
<b>1 (A)</b>	-1	-1
<b>2 (B)</b>	+1	-1
<b>3 (C)</b>	-1	+1
<b>4 (D)</b>	+1	+1
Domaine d'étude		
Niveau -	50µm	08 kV
Niveau +	150µm	12kV

*Tableau II.1 : Matrice d'expériences.*

**a) Effet d'un facteur**

L'expérimentateur ayant réalisé les essais est en possession de quatre valeurs de la réponse :  $y_1, y_2, y_3$  et  $y_4$  ; Il a donc un système de quatre équations à quatre inconnues. Les inconnues étant les coefficients du modèle :  $a_0, a_1, a_2$  et  $a_{12}$ . ; En remplaçant dans la relation (II-2) les  $x_i$  par leur valeur du tableau II.1, on obtient :

$$y_1 = a_0 - a_1 - a_2 + a_{12}$$

$$y_2 = a_0 + a_1 - a_2 - a_{12} \tag{II.3}$$

$$y_3 = a_0 - a_1 + a_2 - a_{12}$$

$$y_4 = a_0 + a_1 + a_2 + a_{12}$$

La résolution de ce système donne :

$$a_0 = \frac{1}{4}(+y_1 + y_2 + y_3 + y_4)$$

$$a_1 = \frac{1}{4}(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4) \tag{II.4}$$

$$a_2 = \frac{1}{4}(-y_1 - y_2 + y_3 + y_4)$$

$$a_{12} = \frac{1}{4}(+y_1 - y_2 - y_3 + y_4)$$

✓ Signification de  $a_0$  :

Si nous donnons à  $x_1$  et à  $x_2$  la valeur zéro, nous définissons le centre du domaine d'étude. La relation (II.2) devient alors :

$$y_0 = a_0 \tag{II.5}$$

Le coefficient  $a_0$  est la valeur de la réponse au centre du domaine d'étude. La formule (II.4) montre également que  $a_0$  peut être considéré comme *la moyenne des quatre réponses*.

✓ Signification de  $a_1$  :

Donnons la valeur zéro à  $x_2$ , la relation (II.2) devient :

$$y = a_0 + a_1 \cdot x_1 \quad (\text{II.6})$$

Puis, donnons maintenant successivement à  $x_1$  les valeurs  $-1$  et  $+1$ , on obtient les deux réponses  $y_-$  et  $y_+$  :

$$y_- = +a_0 - a_1 \quad (\text{II.7})$$

$$y_+ = +a_0 + a_1 \quad (\text{II.8})$$

D'où :

$$a_1 = \frac{1}{2}(+y_+ - y_-) \quad (\text{II.9})$$

$y_-$  Est la valeur de la réponse pour le point de coordonnées  $x_1 = -1$  et  $x_2 = 0$ , c'est-à-dire celle qui correspond au point milieu du segment AC (Figure II.5).

Aucune expérience n'a été réalisée en ce point mais, si l'on utilise la relation (II.4), on vérifie que  $y_-$  est la moyenne des réponses au niveau bas du facteur  $I$ , en effet :

$$y_- = +a_0 - a_1 \quad (\text{II.10})$$

Ce qui donne :

$$y_- = \frac{1}{2}(+y_1 + y_3) \quad (\text{II.11})$$

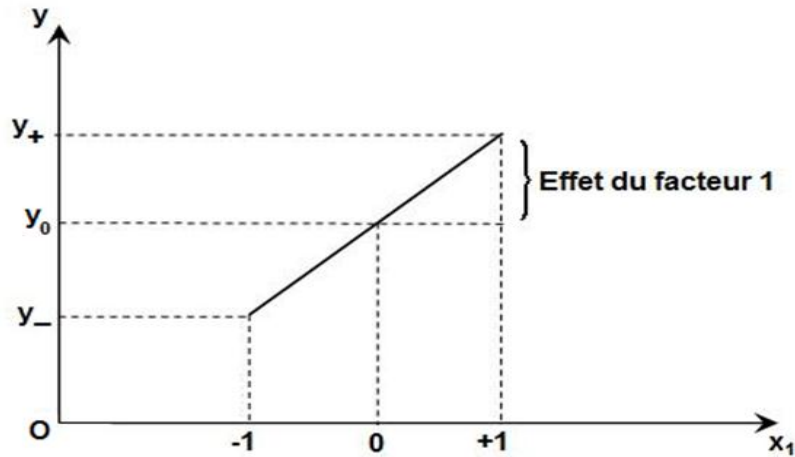
On montrerait de même que  $y_+$  est la moyenne des réponses au niveau haut du facteur  $I$  :

$$y_+ = \frac{1}{2}(+y_2 + y_4) \quad (\text{II.12})$$

$a_1$  est donc la demi-différence entre ces deux moyennes. On peut dire aussi que  $a_1$  représente la moitié de la variation de la réponse quand on passe du niveau bas au niveau haut du facteur  $I$ .

Ce résultat est important car il donne la signification du coefficient  $a_1$ . C'est la variation de la réponse due au facteur  $I$  seul, quand on passe du centre du domaine d'étude au niveau haut de ce facteur ;  $a_1$  s'appelle l'effet du facteur  $I$ .

On démontrerait de même que  $a_2$  est l'effet du facteur 2. Il est commode de représenter l'effet d'un facteur comme l'indique la figure (II.6) où l'on fait appel au plan de coupe  $yOx_1$  passant par  $x_2 = 0$  pour le facteur 1.



*Figure II.6 : Représentation de l'effet d'un facteur dans le plan vertical.*

**b) Interaction entre deux facteurs :**

L'effet d'un facteur a été défini au niveau zéro de l'autre facteur. Mais on peut aussi définir l'effet d'un facteur pour un autre niveau de l'autre facteur. En particulier, on peut introduire l'effet d'un facteur soit au niveau  $-1$ , soit au niveau  $+1$  de l'autre facteur. L'effet du facteur 1 au niveau  $-1$  du facteur 2 est la demi-différence entre  $y_2$  et  $y_1$ , et l'effet du facteur 1 au niveau  $+1$  du facteur 2 est la demi-différence entre  $y_4$  et  $y_3$ . Si ces deux effets sont égaux, on dit qu'il n'y a pas d'interaction entre les facteurs. Si ces deux effets sont différents, on dit qu'il y a interaction entre les deux facteurs.

Il y a donc interaction lorsque l'effet d'un facteur dépend du niveau de l'autre facteur.

Par définition, la valeur de l'interaction, notée  $E_{12}$ , est la demi-différence entre l'effet du facteur 1,  $e_+$ , au niveau haut du facteur 2 et l'effet du facteur 1,  $e_-$ , au niveau bas du facteur 2.

On a :

$$E_{12} = \frac{1}{2}(e_+ - e_-) \tag{II.13}$$

En développant :

$$E_{12} = \frac{1}{4}(+y_1 - y_2 - y_3 + y_4) \tag{II.14}$$

Si l'on compare la valeur de  $E_{12}$  à celle de  $a_{12}$ , relation (II.4), on constate qu'elle lui est égale. Si l'on faisait le même calcul pour le facteur 2, en prenant les niveaux haut et bas du facteur 1, on trouverait que l'interaction est la même et qu'elle est égale, elle aussi, à  $a_{12}$ .

### c) Calcul de l'effet d'un facteur :

Reprenons la formule (II-4) qui donne l'effet du facteur 1 :

$$a_1 = \frac{1}{4}(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4) \quad (\text{II.15})$$

On constate :

- que toutes les réponses participent au calcul de l'effet ;
- que chaque réponse est précédée d'un signe et que la suite de ces signes est la même que celle de la colonne du facteur 1 dans la matrice d'expériences, soit  $- + - +$  ;
- qu'il y a un coefficient, (ici  $\frac{1}{4}$ ), dont le dénominateur est égal au nombre d'expériences effectuées.

On remarque qu'il en est de même pour le facteur 2, la suite des signes étant cette fois  $- - + +$ , c'est-à-dire celle de la colonne du facteur 2 dans la matrice d'expériences.

Le calcul pratique d'un effet est le suivant : on multiplie chaque réponse par le signe correspondant de la colonne du facteur ; on additionne les produits et l'on divise la somme par le nombre d'expériences.

### d) Matrice de calcul des effets :

Nous venons de voir que les signes de la matrice d'expériences permettent de calculer les effets. Mais il faudrait pouvoir calculer aussi la moyenne et l'interaction.

- Calcul de la moyenne :

Le processus de calcul adopté pour les effets peut s'appliquer en utilisant une colonne de signes  $+$  puisqu'il n'y a que ce signe dans la formule (II-4), celle de  $a_0$ .

- Calcul de l'interaction

La suite des signes de la relation (II-4), celle de  $a_{12}$ , est  $+ - - +$ . Chacun de ces signes provient du produit  $x_1 x_2$  figurant dans la relation (II-2). On peut retrouver cette suite de signes de la manière suivante : on écrit, en colonne, les signes correspondant à  $x_1$  et à  $x_2$ , puis on applique la règle des signes :

$x_1$	$x_2$	$x_1x_2$
-	-	+
+	-	-
-	+	-
+	+	+

Cette colonne de signes permet de calculer l'interaction par le même mécanisme que celui déjà décrit pour les effets ou la moyenne.

Ayant la matrice d'expériences, il est facile de construire la *matrice de calcul des effets* (Tableau II-2) en ajoutant une colonne de signes + pour la moyenne et en calculant celle de l'interaction par la règle des signes.

$N^{\circ}$ Essai	Moyenne	$x_1$	$x_2$	$x_1 * x_2$
<b>1</b>	+1	-1	-1	+1
<b>2</b>	+1	+1	-1	-1
<b>3</b>	+1	-1	+1	-1
<b>4</b>	+1	+1	+1	+1

*Tableau II-2 : Matrice de calcul des effets.*

**II. 4.1.2. Plans factoriels à k facteurs :**

Il s'agit de plans pour lesquels on étudie  $k$  facteurs prenant chacun deux niveaux. Le modèle mathématique adopté a priori est un polynôme prenant en compte la moyenne, les effets de chaque facteur et toutes les interactions entre les facteurs pris deux à deux, trois à trois, quatre à quatre, ...,  $k$  à  $k$ .

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ijl} x_i x_j x_l + \dots + \sum a_{ij\dots k} x_i x_j \dots x_k \quad (\text{II.16})$$

Un plan  $2^k$  comporte  $2^k$  points expérimentaux qui se situent aux  $2^k$  sommets d'un hyper cube de  $k$  dimensions. Le modèle mathématique contient  $2^k$  coefficients qui sont les inconnues. L'ensemble des résultats d'un plan  $2^k$  conduit donc à un système de  $2^k$  équations à  $2^k$  inconnues, si l'on ne tient pas compte des erreurs expérimentales. Ce système peut se mettre sous la forme matricielle :

$$Y = X.a \quad (\text{II.17})$$

Avec :

$Y$  : vecteur ayant pour composantes les réponses de chaque essai, et représenté par une matrice colonne  $(2^k, 1)$ ,

$a$  : vecteur ayant pour composantes la moyenne, les effets des facteurs et toutes les interactions, et représenté par une matrice colonne  $(2^k, 1)$  ; ces composantes sont les inconnues que l'on cherche à déterminer,

$X$  : matrice carrée  $(2^k, 2^k)$  composée de  $-1$  et  $+1$  suivant les valeurs des niveaux  $x_i$ .

Si nous reprenons le système du plan  $2^2$  du paragraphe II.4.1.1., la relation (II-17) prend la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{II.18})$$

La matrice  $X$  comporte une colonne de  $+1$  et trois colonnes ayant chacune autant de signes positifs que de signes négatifs. Si l'on multiplie signe à signe deux quelconques de ces quatre colonnes et que l'on additionne les produits, on trouve zéro. On dit que la matrice est orthogonale. Cette propriété est très importante car, dans ce cas, l'inverse de  $X$  est égale à la transposée de  $X$  divisée par le nombre de lignes  $n$ . En effet, d'après *Hadamard*, on a, pour ce type de matrice, la relation suivante :

$$X^t \cdot X = n \cdot I \quad (\text{II.19})$$

Avec :

$n$  : un nombre multiple de 4 ;

$I$  : matrice unité.

$X^t$  : transposée de  $X$

Pour les plans factoriels complets et dans le cas particulier où les points expérimentaux coïncident avec les sommets du domaine expérimental, la matrice  $X$  est une matrice d'Hadamard, on a donc :

$$X^t \cdot X \cdot a = X^t \cdot Y$$

$$n.I.a = X^t.Y$$

Ainsi :

$$a = \frac{X^t.Y}{n} \quad (\text{II.20})$$

Cette relation est valable pour tous les plans factoriels complets. Chaque élément de  $a$  est donc de la forme :

$$a_i = \frac{1}{n} [\pm y_1 \pm y_2 \pm y_3 \pm \dots \pm y_n] \quad (\text{II.21})$$

La relation semblable à (II.4) nous permet de généraliser le processus de calcul que nous avons décrit pour le plan  $2^2$  pour tous les plans  $2^k$ .

## **II.5. Moyens d'évaluation des effets :**

### **II.5.1. Analyse de la variance :**

L'analyse statistique représente une aide potentiel pour la validation des effets des plans factoriels complets ou fractionnaires afin d'interpréter les résultats et la modélisation obtenue. Dans le cas présent l'analyse statistique permet d'identifier les effets probablement significatifs ou actifs.

L'analyse statistique fait appel à la mise en œuvre des tests statistiques, procédures bien définies qui permettent de traduire à partir d'une probabilité le caractère significatif des effets moyens qu'il permet d'identifier les procédures de constructions des tests statistiques renvoient à des hypothèses et nécessitent la connaissance de la validité naturelle des résultats d'essais. Les valeurs des réponses en ces ponts (essais) doivent être analysées afin de mesurer l'influence des facteurs et des interactions sur les variations constatées de la réponse.

La principale méthode répondant à cet objectif est l'analyse de la variance. D'une façon générale, le principe de l'analyse de la variance est de partager la variation totale en une composante factorielle correspondant au modèle étudié, et en composante résiduelle, la première doit être testée par rapport à la deuxième.

En conclusion, on peut dire que l'analyse de la variance évalue la probabilité que les variances des termes à évaluer soient significativement différentes de la variance résiduelle.

Ces résultats permettent donc de déterminer les facteurs et les interactions dont les probabilités sont inférieures à un niveau fixé arbitrairement. Selon ce niveau de signification, ces termes peuvent être rejetés, c'est-à-dire supprimés de l'étude.



Cette opération est importante, car en diminuant le nombre de dimensions du problème, elle autorise et favorise l'utilisation de démarches coûteuses et généralement dépendantes du nombre de facteurs.

### *II.5.2. Représentation des effets :*

Cette représentation a été déjà établie au point (II.4.1) c'est une représentation très simple qui consiste à traduire le comportement d'un facteur ou bien d'une interaction simplement par un segment de droite dont le coefficient directeur est égale à la valeur de l'effet. Dans le cas des interactions entre facteurs, seules celles d'ordre deux sont facilement représentables et aisément compréhensibles.

### *II.5.3. Histogrammes :*

Lorsqu'on possède un nombre important de réponses effectuées dans les mêmes conditions, il est instructif de construire un graphique illustrant leur répartition. La contribution de chacun des facteurs est calculée à partir du modèle, il s'agit du pourcentage de la variation d'une réponse expliquée par le changement de modalité des facteurs. Cet affichage particulier n'apporte que peu d'intérêt si ce n'est de faciliter la comparaison des effets entre eux. Il n'est pas possible de savoir si un facteur représenté par son effet est significatif ou non. Cette représentation complète souvent la trace moyenne des effets.

### *II.6. Méthodologie des surfaces de réponses : [26], [27]*

La méthodologie des surfaces de réponses (MSR) constitue le second volet de la méthode des plans d'expérience. On notera l'utilisation du sigle d'origine anglo-saxonne RSM, mise pour « Réponse Surface méthodologie ». Les plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponses sont apparus dans la seconde moitié du XX<sup>ième</sup> siècle. Leur construction permet de minimiser les incertitudes affectant les prédictions d'une réponse au sein du domaine expérimental. Cette technique vise à déterminer d'une façon quantitative les variations de la fonction réponse vis-à-vis des facteurs d'influence significative. Elle vient ainsi s'appliquer à la suite de l'étude du screening, puisque logiquement elle n'utilise que les facteurs précédemment jugés influents.

La récupération de l'information s'effectue de manière numérique mais quand il n'y a que deux facteurs, il est possible de visualiser les surfaces de réponses de régressions obtenues sous deux formes :

- ✓ Les surfaces de réponses ;
- ✓ Les courbes iso-réponses.

**II.6.1. Modèles mathématiques :**

Les modèles mathématiques expriment la réponse en fonction des niveaux des facteurs, on distingue plusieurs types de modèles parmi lesquels on peut citer :

- Modèles du mathématicien ;
- Modèles de l'expérimentateur ;
- Modèles du statisticien.

Le modèle mathématique du mathématicien est caractérisé par l'absence d'erreur expérimentale, le second induit l'erreur d'ajustement (ou écart d'ajustement) à laquelle s'ajoute l'erreur expérimentale. Le troisième ne fait intervenir que l'écart d'ajustement.

Dans l'étude de la modélisation, l'expérimentateur devra choisir le modèle qui convient le mieux au phénomène qu'il étudie.

Dans le cadre du plan pour l'étude des surfaces de réponse, une seule forme de modélisation a été retenue par la méthodologie de la recherche expérimentale ; il s'agit des modèles polynomiaux du second degré.

Le modèle mathématique est analogue à la relation (II.22) à laquelle on ajoute un terme carré:

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ijl} x_i x_j x_l + \dots + \sum a_{ij\dots k} x_i x_j \dots x_k + \sum a_{ii} x_i^2 \quad (\text{II.22})$$

Dans le cas d'un plan à deux facteurs, la formule est la suivante :

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{12} x_1 x_2 + a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 \quad (\text{II.23})$$

Il y a donc six inconnues à déterminer.

Le plan d'expériences fournit un certain nombre de valeurs de la réponse  $y$ .

L'interprétation du plan consiste donc à trouver les coefficients et, par la suite, résoudre un système d'équations  $n$  (s'il y a  $n$  réponses) et  $p$  inconnues (s'il y a  $p$  coefficients). Il est commode d'écrire ce système sous forme matricielle sans tenant compte des erreurs expérimentales :

$$Y = X \cdot a \quad (\text{II.24})$$

$$(n, 1) \quad (n, p) \quad (p, 1)$$

La résolution de ce système est généralement conduite selon la méthode des moindres carrés, et la solution est notée  $\hat{a}$ .

Cette solution est donnée par la formule suivante:

$$\hat{a} = (X^t \cdot X)^{-1} X^t y \quad (\text{II.25})$$

Le calcul de l'inconnue  $\hat{a}$  est beaucoup moins facile que pour les plans  $2^k$ . L'emploi d'un logiciel se révèle absolument nécessaire.

Parmi les plans qui donnent accès à des modèles mathématiques du second degré on peut citer:

- ✓ Les plans composites ;
- ✓ Les plans de Duehlert ;
- ✓ Les plans Box-Behnken ;
- ✓ Les plans de Roquemore ;
- ✓ Les plans D-optimaux.

Ces plans sont regroupés sous la dénomination de plans pour surface de réponses. Parmi ces cinq derniers plans, le plan composite. Est souvent la meilleure façon de compléter un plan factoriel de type  $2^k$ .

### *II.6. 2. Plan composite :*

Les plans composites centrés, connue dans la littérature anglo saxo par « design of experiment », font partie des plans d'expérience pour l'étude des surfaces de réponse.

Ce type de dispositif expérimental, permet d'estimer les effets moyens des facteurs et les interactions entre les effets des facteurs. Lorsque ces derniers sont quantitatifs, il arrive que l'on souhaite compléter cette première approche par une étude d'optimisation.

La première partie de l'étude est un plan factoriel complet ou fractionnaire complétée par des points au centre pour vérifier la validité du modèle du premier degré. Si les tests de validation sont positifs l'étude s'achève le plus souvent, mais s'ils sont négatifs on entreprend des essais supplémentaires pour établir un modèle du second degré. Les essais supplémentaires constituent la seconde étape du déroulement de l'étude. Ces nouveaux essais sont représentés par des points d'expériences situés sur les axes de coordonnées et par des nouveaux points centraux. Les points situés sur les axes de coordonnées sont appelées les points en étoile

Un plan composite est constitué de trois parties

- ***un plan factoriel*** : c'est un plan factoriel complet ou fractionnaire à deux niveaux par facteurs, les points expérimentaux sont aux sommets du domaine cubique d'étude ;
- ***au moins un point expérimental situé au centre du domaine expérimental***. En effet, on ajoute toujours des points expérimentaux situés au centre du domaine d'étude et cela aussi bien pour les plans factoriels que pour les plans composite;
- ***les points axiaux*** : ce sont les points expérimentaux qui sont situés sur les axes de chacun des facteurs.



Où :

$n$ : Le nombre d'expériences réalisées ;

$p$ : Le nombre de coefficients du modèle.

Dans ces conditions, on peut montrer que tous les effets ont la même variance donnée par :

$$S_i^2 = \frac{S^2}{n} \quad (\text{II.27})$$

Cela apporte une grande simplification au niveau des calculs.

Si l'on réalise un plan complet et que l'on calcule tous les effets, le calcul de  $S^2$  est impossible puisque alors  $n = p$  (un plan complet  $2^3$  conduit à 8 expériences et 8 effets : 1 effet pour la constante, 3 effets pour les facteurs, 3 effets pour les interactions d'ordre 2 et enfin 1 effet pour l'interaction d'ordre 3). C'est pour cela que, dans la pratique, il est d'usage de négliger les interactions d'ordre élevé (3 ou plus). C'est souvent le contexte et la connaissance de lois régissant le phénomène étudié qui permet de négliger certaines interactions et donc de pouvoir conduire des calculs statistiques.

### 1. Réalisation du test de signification des effets :

Le test utilisé est le test « t » de Student. Un effet sera dit significatif (c'est-à-dire que la variable ou l'interaction qui lui est associée a une influence sur la réponse), s'il est, pour un risque donné, significativement différent de 0. On testera donc l'hypothèse :

$$H_0 = \ll a_i = 0 \gg \quad (\text{II.28})$$

Contre l'hypothèse :

$$H_1 = \ll a_i \neq 0 \gg \quad (\text{II.29})$$

Pour cela, on calcul

$$t_i = \frac{|a_i|}{s_i} \quad (\text{II.30})$$

On utilise alors une table dite de Student (voir l'annexe) à  $\nu = n - p$  degrés de liberté ( $n$  est le nombre d'expériences réalisées et  $p$  le nombre d'effets y compris la constante). On choisit un risque de première espèce  $\alpha$  (le plus souvent 1% ou 5%) et on lit dans cette table la valeur  $t_{crit}(\alpha, \nu)$ , en utilisant la partie relative à un test bilatéral. La règle du test est alors la suivante :

- ✓ Si  $t_i > t_{crit}(\alpha, \nu)$ : on rejette  $H_0$  au risque toléré.
- ✓ Si  $t_i < t_{crit}(\alpha, \nu)$  : on accepte  $H_0$  au risque toléré.

Si l'hypothèse  $H_0$  est acceptée, cela veut dire que l'effet en question n'est pas, au risque  $\alpha$  significativement différent de 0 et donc que la variable qui lui est associée n'a pas d'influence sur la réponse.

**2. Intervalle de confiance des effets du modèle :**

Rappelons que si l'on détermine tous les effets, on ne peut pas calculer la variance commune des résidus. On supposera donc, dans la suite, que l'on a négligé au moins un effet.

On calcule alors  $S^2$  donnée par l'équation (II.26)

Puis on en déduit variance commune des effets. On choisit alors un risque  $\alpha$  et on détermine avec la table de Student le nombre  $t(\alpha, \nu)$ . L'intervalle de confiance d'un effet  $a_i$  est alors donné par :

$$[a_i - t(\alpha, \nu)S_i, a_i + t(\alpha, \nu)S_i] \tag{II.31}$$

**B. Analyse statistique du modèle dans sa globalité :**

Cette première étape de l'analyse statistique aboutit à la construction du tableau d'analyses des régressions et à la détermination de la qualité descriptive du modèle. L'analyse de régression consiste à expliquer la variation totale de la réponse définie à partir de la somme des carrés des écarts entre les résultats d'essais et leurs moyennes.

Précisons ces notions en introduisant un vocabulaire spécifique à l'analyse de variance.

On notera par la suite  $y_i$  les réponses observées lors de la réalisation des expériences et  $Y_i^{pré}$  la réponse estimée à l'aide du modèle linéaire. On notera, de même,  $Y_{moy}$  la moyenne des réponses.

❖ On définit alors trois types de "variations" :

**1) La variation due à la liaison linéaire :**

$$SCE = \sum (Y_i^{pré} - Y_{moy})^2 \tag{II.32}$$

SCE se lit : "somme des carrés des écarts dues à la liaison".

**2) La variation résiduelle :**

$$SCR = \sum (Y_i - Y_i^{pré})^2 \tag{II.33}$$

SCR se lit : "somme des carrés des écarts des résidus".

**3) La variation totale :**

$$STC = SCE + SCR \tag{II.34}$$

STC se lit : "somme totale des carrés des écarts".

On définit de plus un "carré moyen" qui est le quotient d'une somme de carrés par son degré de liberté.

SCE aura  $(p - 1)$  degrés de liberté ( $p$  est le nombre de coefficients estimé à partir du modèle).

SCR aura  $(n - p)$  degrés de libertés (est le nombre d'expériences réalisées).

STC aura  $(n - 1)$  degrés de liberté.

Le tableau de l'analyse de régression permet de regrouper les différentes étapes permettant d'aboutir à l'analyse statistique du modèle dans sa globalité.

Source	Somme des carrés	Degré de liberté	Carré moyen	$F_{obs}$
Modèle	SCM	$(p - 1)$	$CML = \frac{SCM}{p - 1}$	$F_{obs} = \frac{CML}{s^2}$
Résidus	SCE	$(n - p)$	$s^2 = \frac{SCE}{n - p}$	
Total	STC	$(n - 1)$		

*Tableau II.3 : Tableau de l'analyse de régression.*

Le test F permet alors de comparer pour un risque fixé à l'avance le  $F_{obs}$  que l'on a calculé dans le tableau précédent avec un  $F(\text{critique})$  lu dans la table de Fisher-Snedecor (voir l'annexe) avec  $(p - 1)$  et  $(n - p)$  degrés de liberté.

Le test est le suivant :

- ❖ Hypothèse  $H_0$  : " les deux carrés moyens sont de même grandeur" donc le modèle (régression) établie n'est pas significatif.
- ❖ Hypothèse  $H_1$  : " le carré moyen dû à la régression est significativement plus grand que le carré moyen dû aux résidus" donc la régression est globalement significative

La règle du test est alors pour un risque  $\alpha$  choisi:

- ✓ Si  $F_{obs}$  est inférieure au  $F(\text{critique})$ , on accepte l'hypothèse  $H_0$  .
- ✓ Si  $F_{obs}$  est supérieur au  $F(\text{critique})$ , on accepte l'hypothèse  $H_1$  avec la confiance  $1 - \alpha$ .

**C. Qualité du modèle :** De manière générale, l'expérimentateur souhaite savoir quel modèle retenir d'un point de vue significatif et d'un point de vue prédictif. L'analyse statistique d'un modèle permet alors l'estimation de deux coefficients particuliers :

- ✓ Le coefficient de détermination ajusté  $R_{ajust}^2$  permet de résumer globalement la qualité descriptive du modèle
- ✓ Le coefficient  $Q^2$  permet de résumer globalement la qualité prédictive du modèle..

**1) Qualité descriptive du modèle :**

Le tableau d'analyse de régression (Tableau II.3) permet d'établir immédiatement le coefficient de détermination à partir de la relation suivante :

$$R^2 = \frac{SCM}{SCT} = 1 - \frac{SCE}{SCT} \quad (II.35)$$

Ce coefficient traduit la contribution du modèle dans la restitution de la variation de la réponse observée. Par définition, le coefficient de détermination appartient à l'intervalle suivant :  $0 \leq R^2 \leq 1$

En présence de plusieurs variables explicatives, ce qui est généralement le cas dans l'analyse des résultats d'essais provenant d'un plan d'expériences, il faut impérativement éviter l'utilisation du coefficient de détermination pour comparer la qualité descriptive de différents modèles.

Le tableau (II.3) permet de corriger le coefficient de détermination défini à partir de l'équation (II.45). Pour tenir compte du nombre de coefficients présents dans un modèle et pour comparer différents modèles entre-eux, on définit le coefficient de détermination ajusté à partir de la formule suivante :

$$R_{ajust}^2 = 1 - \frac{SCE/(n-p)}{SCT/(n-1)} \quad (II.36)$$

Par définition, le coefficient de détermination ajusté appartient à l'intervalle suivant :

$$-\infty \leq R_{ajust}^2 \leq 1$$

Plus la valeur du coefficient de détermination ajusté est proche de 100, plus la qualité descriptive du modèle est satisfaisante.

**2) Qualité prédictive du modèle :**

Le modèle obtenu peut servir à prédire la valeur de la réponse non encore réalisés. Cette approche est très courante dans un problème d'optimisation.

Au même titre que l'on a défini précédemment la qualité descriptive d'un modèle à partir du coefficient de détermination  $R_{ajust}^2$ , il est possible de définir maintenant la qualité prédictive d'un modèle à partir d'un coefficient noté  $R_{ajust}^2$  ou  $Q^2$  .

**II.8. Logiciels des plans d'expérience :**

La plupart des logiciels qui traitent des plans d'expériences sont inclus dans des logiciels de statistiques. Les premiers logiciels de plans d'expériences étaient très pauvres et mal adaptés aux besoins des expérimentateurs. Depuis peu, un effort considérable a été entrepris par les



informaticiens et les statisticiens pour que ces logiciels répondent mieux à l'esprit et aux besoins des expérimentateurs. Cette introduction s'est faite petit à petit sous la pression de la demande.

Ces logiciels sont encore très marqués par leur origine statistique et peuvent rebuter certains utilisateurs. Mais l'on constate un progrès constant vers l'amélioration, c'est-à-dire vers une meilleure prise en compte des exigences des expérimentateurs. Néanmoins, ces logiciels nécessitent tous une bonne connaissance de la méthode des plans d'expériences et ne peuvent pas être utilisés sans une formation solide aux plans d'expériences.

Ces logiciels comportent, en général, les chapitres suivants :

➤ Construction des plans d'expériences :

Plans factoriels complets, plans factoriels fractionnaires, plans à plus de deux niveaux (surfaces de réponse), plans de mélanges, plans D-optimaux ;

➤ Interprétation et analyse :

Calcul des effets, des interactions, des coefficients du modèle mathématique, modélisation, calcul des réponses prédites, analyse des résidus ;

➤ Représentations graphiques :

Diagramme des effets, diagramme des interactions, diagramme des résidus, diagramme de Daniel, courbes iso réponses en 2-D ou 3-D ;

➤ Aide :

Tutorial, aide en ligne, possibilité d'importer et d'exporter des fichiers de données dans différents formats, parfois hotline.

Parmi ces logiciels, on cite le logiciel *MODDE* de la société *Umetrics*, qui est un logiciel spécialisé pour la construction et l'analyse de plans d'expériences.

Soulignons que dans notre travail on a réalisé un programme sous Excel ; qui est tout aussi performant que le logiciel *MODDE*, vu qu'il donne les mêmes valeurs que celui-ci. Il a été utilisé durant toute notre étude et a donné des résultats très fiables.

Ce programme permet d'effectuer les tâches suivantes :

- ✓ Calcul des effets et les interactions entre les facteurs (donc le modèle mathématique) ;
- ✓ Analyse statistiques des modèles :
  - 1- Test de signification des coefficients.
  - 2- Analyse statistique du modèle.
  - 3- Qualité du modèle.

L'application de *MODDE* possède des fonctionnalités pouvant être regroupées sous la forme suivante :

- ✓ Définition de l'investigation, intégration des facteurs et des réponses ;
- ✓ Intégration des objectifs : *MODDE 12* nous permet d'identifier deux objectifs
  - Screening : c'est la recherche des facteurs les plus importants ;
  - RSM : c'est l'optimisation avec les facteurs les plus importants.
- ✓ Analyse des résultats : le menu « analyse » permet de simuler le modèle par la méthode MLR (Multiple Linear Regression) ou PLS (Projection to Latent Structure) pour passer ensuite à l'ajustement des coefficients, des effets, de l'analyse de la variance et le tracé des résidus.
- ✓ Prédiction des résultats : une fois le modèle obtenu est bon, on peut dessiner son contour afin de sélectionner les meilleures conditions expérimentales.

Enfin, on peut dire que le logiciel avec les différentes commandes offre une grande facilité de son utilisation, réduit le temps de calcul, permet d'améliorer la qualité des produits et l'estimation de ses facteurs. Tous ces avantages poussent plus l'expérimentateur à l'utiliser dans de nombreux domaines.

### *II.9. Conclusion :*

C'est ainsi que s'achève le chapitre consacré à la méthodologie des plans d'expériences.

Comme on a pu le constater, la conception d'une expérience va bien au-delà de la simple présentation d'une matrice d'expériences dans un catalogue de plan d'expériences.

En conclusion, il est important de retenir que la construction d'un plan d'expériences déroule de l'hypothèse d'une forme particulière de modélisation, adaptée aux objectifs d'une étude, afin d'explorer un domaine expérimental. Les éléments de réponse aux questions posées se traduiront le plus souvent sous forme de représentations graphiques. Bien que les logiciels facilitent aujourd'hui la construction des plans d'expériences de manière très interactive. Il ne faut pas pour autant en oublier l'esprit de la démarche méthodologique.

# **CHAPITRE III**

## **Etude Expérimentale**

### III.1. Introduction :

Le but de ce chapitre est de déterminer la caractéristique courant-tension de la décharge couronne dans une configuration pointe plan en polarité positive, dans l'air à la pression atmosphérique, en fonction de différents paramètres géométrique (rayon de courbure de la pointe ( $z$ ) et la distance inter-électrodes ( $d$ )). La pointe est soumise à un potentiel continu positif et le plan est mis à la terre.

Le banc d'essai (pointe /plan) a été réalisé dans le Laboratoire de Génie Electrique et des Plasmas.

On détermine la caractéristique courant – tension en fonction des paramètres considérés pris séparément :

- 1) **Paramètres électriques** : niveau de la tension appliquée ;
- 2) **Paramètres géométriques** : dimension du pointe et distance inter-électrodes ;

Les paramètres climatiques sont considérés non contrôlables.

Cette étude nous permettra de confirmer et de valider notre modèle qui sera établie au chapitre suivant.

On sait déjà que c'est la tension qui dicte l'évolution du courant. Mais avant d'entamer l'étude nous allons présenter la formule de Peek qui déterminera la valeur de la tension seuil à laquelle on pourra obtenir le démarrage du processus de couronne.

L'effet visuel apparait généralement suivant la formule semi-empirique[28] :

$$V_0 = 21,1\delta m_v r \left[ 1 + \frac{0,3}{\sqrt{\delta r}} \right] \ln \left( \frac{d}{r} \right) \text{ kV} \quad (\text{III.1})$$

Avec :

$V_0$  : Tension seuil ;

$m_v$  : Facteur d'irrégularité égale à 1 pour électrode bien polie ;

$d$  : La distance inter-électrodes et  $r$  le rayon de courbure en cm.

$\delta = \frac{P}{P_0} \frac{273+t_0}{273+t}$  : La densité d'air avec  $P_0$  et  $t_0$  la pression et la température de référence de même  $P$  et  $t$  pression et température ambiante.

Pour une distance inter-électrodes de  $0,5\text{cm}$  on peut déterminer approximativement le seuil critique d'apparition de l'effet couronne :

- Le rayon de  $50\mu\text{m}$ :  $V_0 = 2,52 \text{ kV}$  ;
- Le rayon de  $100\mu\text{m}$ :  $V_0 = 3,21 \text{ kV}$  ;
- Le rayon de  $150\mu\text{m}$ :  $V_0 = 3,81 \text{ kV}$ .

De même pour une distance inter-électrodes de  $1\text{ cm}$  on a :

- Le rayon de  $50\mu\text{m}$ :  $V_0 = 2,90\text{ kV}$  ;
- Le rayon de  $100\mu\text{m}$ :  $V_0 = 3,84\text{ kV}$  ;
- Le rayon de  $150\mu\text{m}$ :  $V_0 = 4,56\text{ kV}$ .

De même pour une distance inter-électrodes de  $1,5\text{ cm}$  on a :

- Le rayon de  $50\mu\text{m}$ :  $V_0 = 3,13\text{ kV}$  ;
- Le rayon de  $100\mu\text{m}$ :  $V_0 = 4,18\text{ kV}$  ;
- Le rayon de  $150\mu\text{m}$ :  $V_0 = 4,99\text{ kV}$ .

### III.2. Dispositif expérimental :

#### 1. Electrode pointe :

On a utilisé trois pointes de rayon de courbure différent ( $50, 100$  et  $150\ \mu\text{m}$ ).

Avant chaque ensemble de mesures, les pointes subissent un polissage avec du papier à verre, un nettoyage avec de l'alcool, et ils seront soumises à des claquages électriques à fin d'assurer une surface propre et uniforme. La figure III.1 représente les images des trois pointes utilisées.



Pointe de rayon  $50\mu\text{m}$



Pointe de rayon  $100\mu\text{m}$



Pointe de rayon  $150\mu\text{m}$

*Figure III.1: Electrodes pointes utilisées.*

#### 2. Electrode « plan » :

Comme la géométrie étudiée est celle de «pointe-plan», l'électrode « plan » reliée à la terre est en aluminium et elle a une forme rectangulaire.



*Figure III 2: Image de l'électrode plan.*

### 3. Mesure de l'humidité :

L'humidité est un élément important pour caractériser l'état de l'atmosphère. L'humidité relative de l'air (ou degré d'hygrométrie), couramment notée  $\varphi$ , correspond au rapport de la pression partielle de vapeur d'eau contenue dans l'air,  $P_{vap}$ , sur la pression de vapeur saturante ou tension de vapeur à la même température  $P_{sat}(T)$ . Exprimée souvent en pourcentage, son expression est alors:

$$\varphi[\%] = \frac{p_{vap}}{p_{sat}(T)} \times 100 \quad (III.1)$$

L'humidité relative est souvent appelée degré hygrométrique. Elle est mesurée à l'aide d'un hygromètre.

On utilise dans nos mesures un hygromètre à cheveux.



*Figure III.3 : Hygromètre.*

### 4. Mesure de la température :

Le thermomètre est sans aucun doute l'instrument météorologique le plus utilisé. On a utilisé un thermomètre à mercure.



*Figure III.4 : Thermomètre.*

### **5. Mesure de la tension et du courant :**

Les mesures des tensions et des courants sont prélevées par un générateur de tension positive qui nous permet de mesurer la tension et le courant simultanément et il sert à faire varier la tension appliquée (Figure III.5). Notons qu'on avait un problème pour mesurer les faibles courants ( $< 0,1\mu A$ ) ce qui nous a conduit à insérer un voltmètre en parallèle et une résistance de  $10M\Omega$ .



*Figure III.5 : Générateur de tension.*

### **III.3. Essais et résultats :**

Le principe consiste à appliquer une tension positive, continue et variable à l'électrode active (pointe) et de mesurer le courant  $I$ .

Les caractéristiques représentant la conductivité de l'air en fonction de la tension appliquée ont été relevées en fonction des divers paramètres : rayon de courbure de la pointe, distance inter électrodes.

#### **1. Influence du rayon de courbure:**

L'influence du rayon de courbure de la pointe a été étudiée à la pression atmosphérique et à la température ambiante  $\theta = 21^\circ C$ , on a utilisé trois pointes ayant des rayons de courbure de  $50\mu m$ ,  $100\mu m$  et  $150\mu m$  pour des intervalles inter-électrodes de  $0,5cm$ ,  $1cm$  et  $1,5cm$ .

Le dispositif expérimental utilisé est celui représenté dans la figure III.1 et III 2.

Ainsi pour étudier la variation du courant en fonction de la tension appliquée, nous soumettons la pointe à un potentiel électrique  $V$  continu, positif à l'aide de l'alimentation haute tension (H.T) (figure III.5).

Nous augmentons progressivement la tension électrique et nous mesurons le courant généré par la décharge couronne, nous opérons de la sorte en partant d'une tension nulle jusqu'à des valeurs élevées de claquage. Compte tenu de ce qui précède, nous avons tracé les caractéristiques  $I = f(V)$  en polarité positive pour diverses valeurs de la distance inter électrodes. (Figures III.6, III.7, III.8).

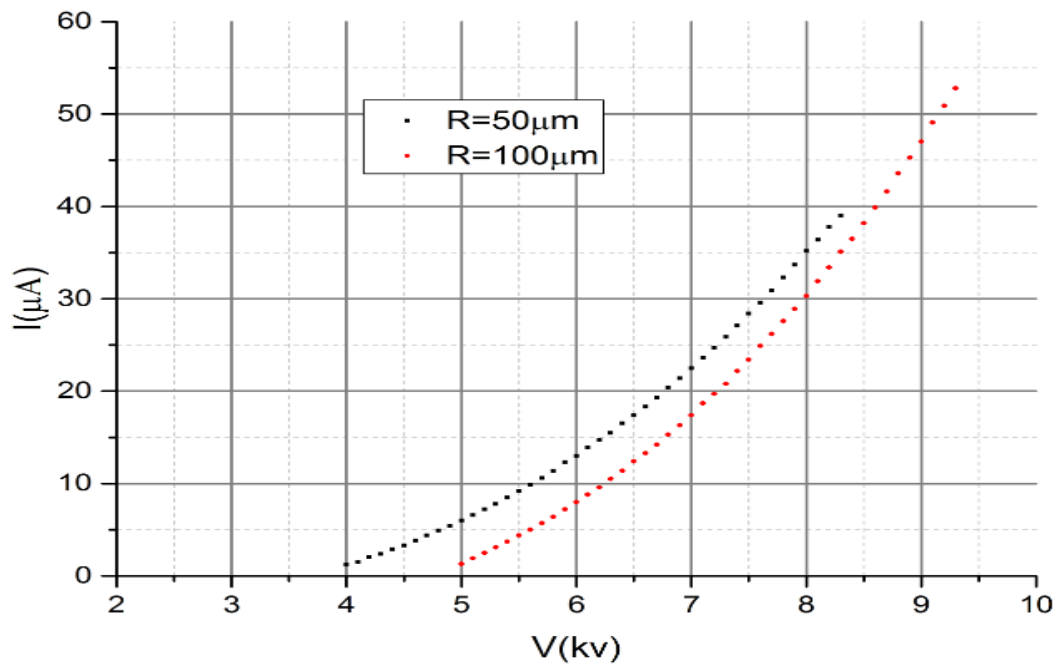


Figure III. 6 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour une distance inter-électrode  $d = 0.5 \text{ cm}$ .

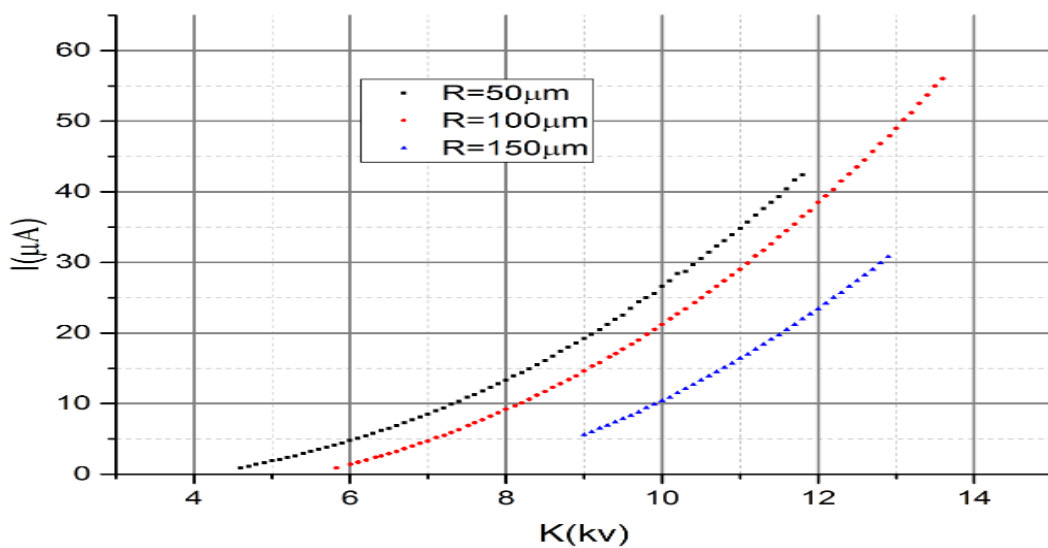
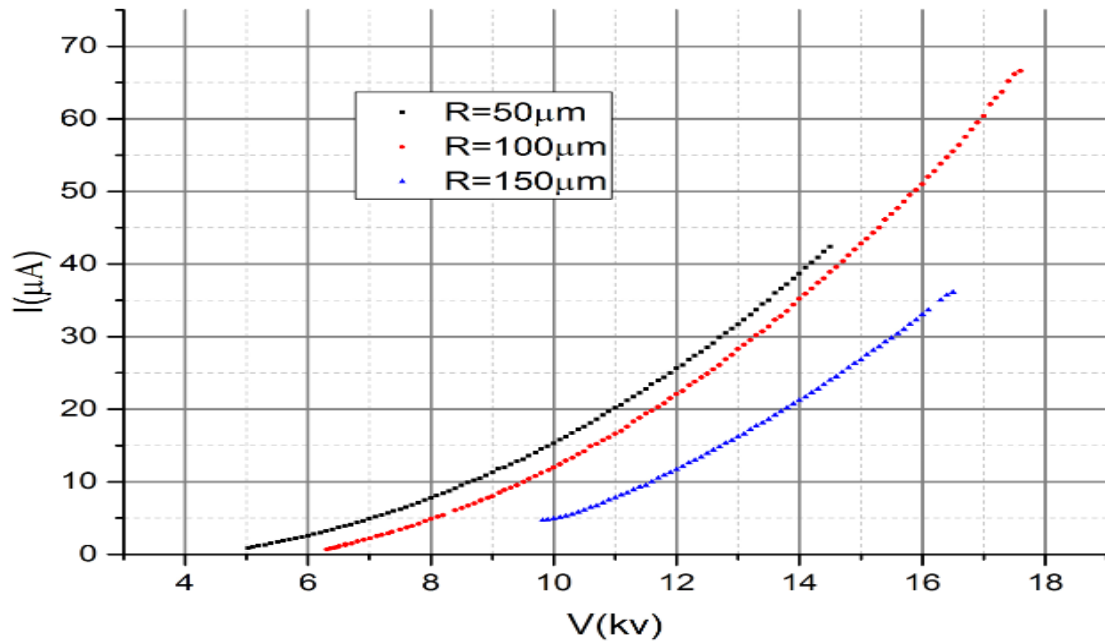


Figure III. 7 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour une distance inter-électrode  $d = 1 \text{ cm}$

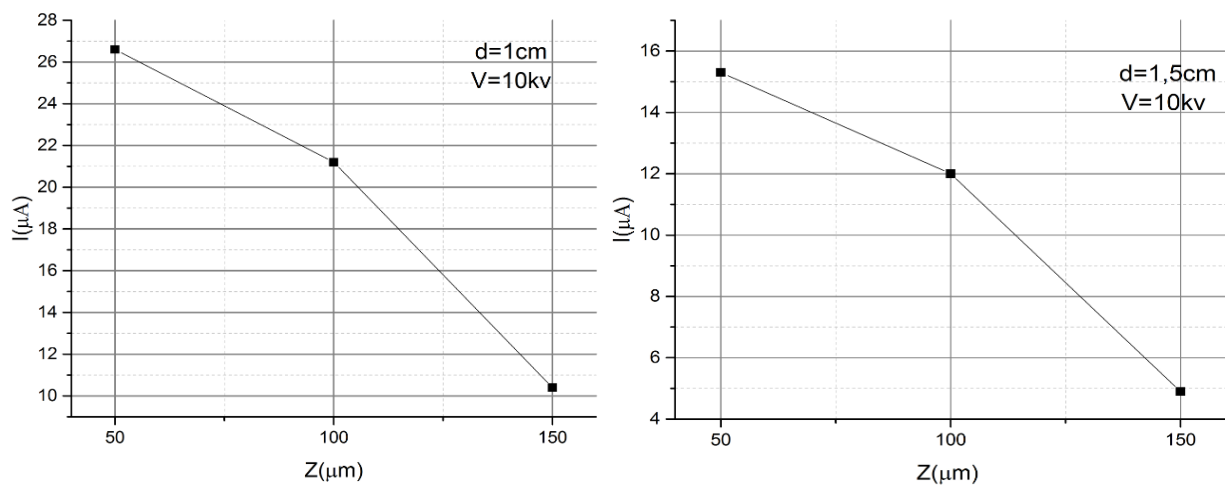




*Figure III. 8 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour une distance inter-électrode  $d=1.5cm$ .*

Ces courbes sont tout à fait classiques et correspondent elles aussi à ce qui est publié par ailleurs. Nous pouvons constater que le rayon de courbure du la pointe a une contribution négative à la valeur du courant.

Dans le but de mettre en évidence l'influence du rayon de courbure du la pointe de la zone active, on a représenté la variation du courant de couronne en fonction du rayon de courbure du la pointe  $z$ ;  $I=f(d)$ , pour les distances de  $1cm$  et  $1.5cm$  à une tension de  $10 kV$  (Figure III.9). Ces deux dernières courbes confirment ce qui a été dit ci-dessus. On retrouve la même tendance que les résultats calculées.



*Figure III. 9 : Variation du courant en fonction du rayon de courbure du la pointe Pour une tension positive de  $10kV$ .*

## 2. Influence de la distance inter-électrodes :

Nous avons étudié la variation du courant en fonction de la distance inter-électrodes, on a utilisé les trois électrodes pointe de rayon de courbure différents ( $50\mu\text{m}$ ,  $100\mu\text{m}$ ,  $150\mu\text{m}$ ) pour des distance inter-électrodes variables (1cm, 3cm et 5cm).

Les résultats obtenus concernant la variation du courant en fonction de la distance inter-électrodes sont représentés aux figures III.10, III.11, et III.12.

Les mêmes remarques que précédemment, une augmentation de la tension seuil avec la distance inter-électrodes.

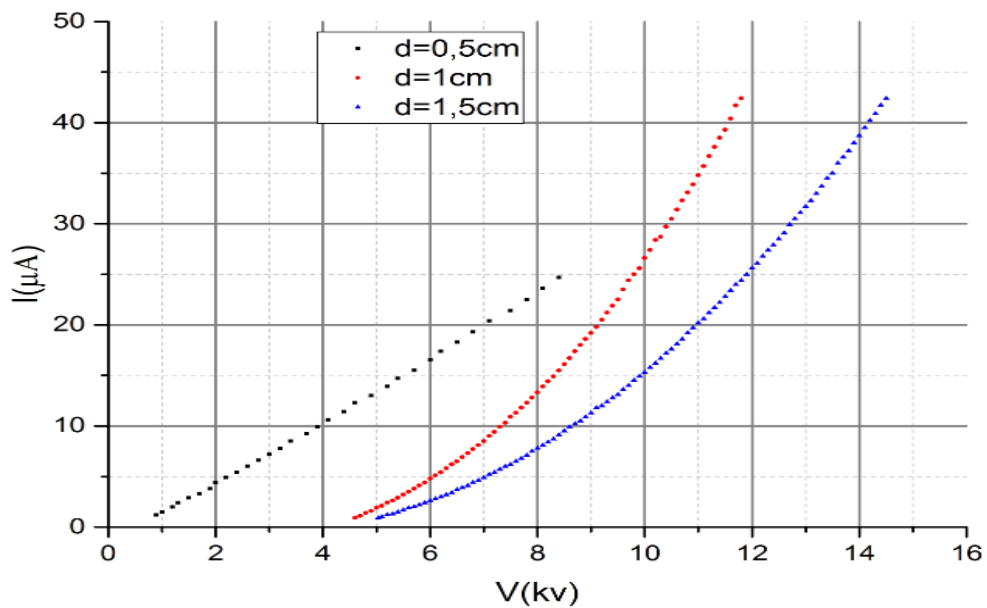


Figure III. 10 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour un rayon de courbure  $z=50\mu\text{m}$

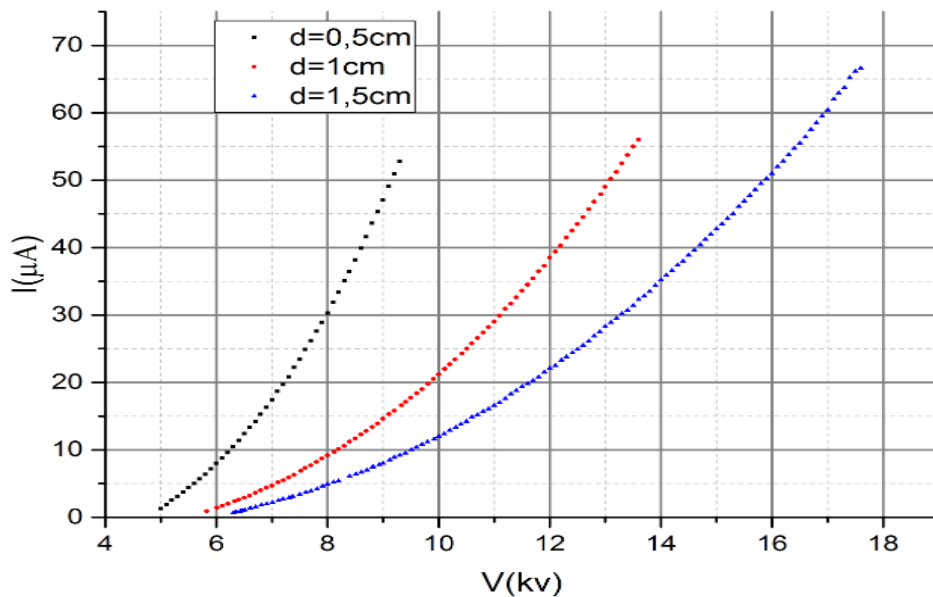
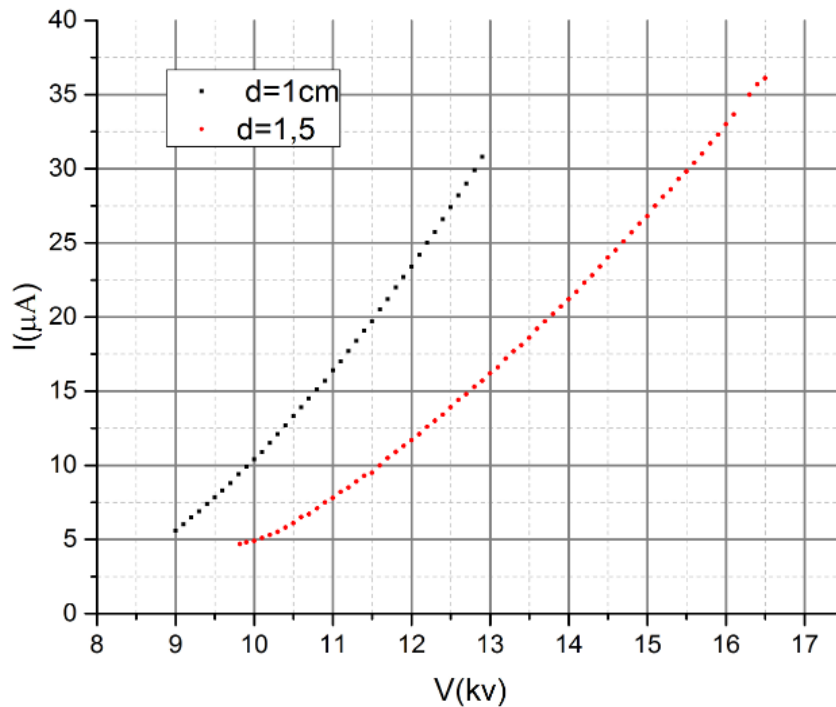


Figure III. 11 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour un rayon de courbure  $z=100\mu\text{m}$



*Figure III.12 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour un rayon de courbure  $r=150\mu\text{m}$*

On trouve aussi dans ces courbes l'effet négatif de la distance inter électrodes sur la valeur du courant de l'effet couronne. Cela est dû à l'augmentation du champ réduit qui est le rapport de la tension sur la distance.

### **III.4. Conclusion :**

L'étude menée sur la géométrie pointe/plan nous a permis de mieux comprendre les phénomènes de décharge électrique. On sait bien que le champ a une influence déterminante sur les mécanismes de décharge, ce qui va automatiquement modifier les caractéristiques électriques de la première couronne au voisinage de l'électrode. De même que la distance, elle agit sur les valeurs réduites du champ.

On rappelle que, pour que les mécanismes d'ionisation deviennent prépondérants par rapport aux mécanismes d'attachement, il faut que le champ atteigne une valeur minimale et que l'avalanche initiale ait une taille suffisante pour créer des avalanches secondaires. Nous avons constaté que la reproduction des mesures est conditionnée par l'état de surface ce qui nous oblige à faire un polissage et un nettoyage pour chaque série de test. Dans notre cas, nous avons étudié la caractéristique courant-tension dans l'air à pression atmosphérique, la température et l'humidité ne sont pas prises en considération, il aurait été préférable que cette étude soit faite dans une enceinte fermée où on pourra contrôler la température et l'humidité.

# **CHAPITRE IV**

## **Modélisation Expérimentale du courant de l'effet couronne**

### ***IV.1. Introduction :***

La décharge couronne représente l'ensemble des phénomènes liés à l'apparition d'une conductivité dans un gaz au voisinage d'un conducteur de faible rayon de courbure, porté à une tension suffisante.

Cette décharge a lieu généralement dans un milieu gazeux, soumis à des champs électriques intenses mais non disruptifs, séparant deux électrodes, elle se caractérise par des phénomènes de nature optique, acoustique et électrique qui dépendent de trois classes de paramètres[29]:

- ***Electriques*** : tels que la nature et la polarité de la tension appliquée à l'électrode active (négative ou positive).
- ***Géométriques*** : tels que la forme, et les dimensions des électrodes ainsi que la distance inter-électrodes.
- ***Physiques*** : liés à la nature du gaz inter-électrodes, à sa densité, à sa pression, à sa température et à sa teneur en vapeur d'eau et en impuretés.

Le matériau constituant les électrodes jouent également un rôle non négligeable.

Le rayon de courbure de la pointe, la distance inter-électrodes, la valeur de la tension forment un ensemble de facteurs. Lorsque Le rayon de courbure de la pointe et la distance inter électrodes varient simultanément par exemple, le quel influe plus ?? Pour répondre à cette question, nous employons la méthodologie des plans d'expériences, qui est un outil qui s'est avéré efficace pour la modélisation et l'analyse des interactions entre les facteurs. Nous examinons dans ce chapitre les facteurs géométriques (rayon de courbure de la pointe  $Z$ , intervalle inter électrodes  $d$ ) par contre les facteurs climatique (température et humidité) ne sont pas pris en considération.

### ***IV.2.Résultats :***

#### ***2.1Calcul des effets et des interactions :***

Notons que cette étude a été effectuée dans le laboratoire de génie électrique et des Plasmas, en maintenant la température et une humidité fixes ( $T = 21^{\circ}C$  et  $H = 35\%$ ) et on a utilisé une source de tension positive. On a tenu trois facteurs géométriques :

- 1) Le rayon de courbure de la pointe «  $Z$  » ;
- 2) La distance inter-électrodes «  $d$  » ;
- 3) La tension appliquée «  $V$  » ;

## ***Modélisation expérimentale du courant de l'effet couronne***

Le choix des niveaux de chaque facteur est indispensable car il définit le domaine d'étude à l'intérieur duquel les conclusions de l'expérimentation seront valables et celui hors duquel les conclusions de l'expérimentation ne seront vraisemblablement pas valables. Le domaine expérimental suivant a été retenu pour réaliser le plan d'expérience :

<b>Facteur</b>	<b>Valeur minimale</b>	<b>Valeur maximale</b>
<b>Rayon de courbure (Z)</b>	50 $\mu\text{m}$	150 $\mu\text{m}$
<b>Distance inter-électrodes(d)</b>	0.5cm	1.5cm
<b>Tension(V)</b>	8kV	12Kv

*Tableau IV.1 : Valeurs minimale et maximale de chaque facteur*

Le choix du plan est en général facile. Etant donné qu'on dispose de trois facteurs à deux niveaux, le plan factoriel complet s'annonce comme étant une première étape d'analyse de notre problème. Ce plan qui peut être utilisé pour la modélisation, donne des modèles du premier degré avec interactions.

Le dispositif expérimental utilisé est celui des figures ( III.1, III.2) Rappelons que chaque point de mesure correspond à la moyenne d'une dizaine de mesures. Dans le travail présenté ici, on s'est intéressé aux plans composites à faces centrées (CCF) qui permettent la modélisation par surfaces de réponse (RMS). L'avantage principal de la méthode des plans composites à faces centrées (CCF) est de pouvoir faire les essais séquentiellement, c'est-à-dire essayé de modéliser d'abord le processus avec un polynôme de premier degré. La première étape de ce travail consiste donc à élaborer un plan factoriel complet. Si le modèle linéaire obtenu est validé nous arrêtons les essais, sinon nous passons à la modélisation avec un polynôme du deuxième ordre et en réalisant un plan composite CCF. Les résultats des 11 essais du plan d'expérience factoriel complet sont reportés dans le tableau IV.2 :

EXP N°	Z (µm)	d (cm)	V (kV)	I (µA)
1	50	0.5	8	9.49
2	150	0.5	8	2.39
3	50	1.5	8	7.8
4	150	1.5	8	3.82
5	50	0.5	12	37.8
6	150	0.5	12	33.45
7	50	1.5	12	25.6
8	150	1.5	12	11.7
9	100	1	10	21.2
10	100	1	10	21.2
11	100	1	10	21.2

*Tableau IV.2 : Résultats du plan factoriel complet.*

L'interprétation du plan d'expériences se limite au calcul des effets et des interactions. La manière classique de procéder est celle décrite précédemment (chapitre II). Nous allons effectuer ce calcul selon la méthode classique ; il est à rappeler que la méthode matricielle peut être utilisée mais dans les deux cas, le modèle mathématique est celui qui est associé aux plans factoriels :

$$y = a_0 + a_z * X_z + a_d * X_d + a_v * X_v + a_{z-d} * X_z \cdot X_d + a_{z-v} * X_z \cdot X_v + a_{d-v} * X_d \cdot X_v$$

Qui se résume en valeur réelle à l'équation :

$$y = a_0 + a_z * \left(\frac{z - 100}{50}\right) + a_d * \left(\frac{d - 1}{0.5}\right) + a_v * \left(\frac{V - 10}{2}\right) + a_{z-d} * \left(\frac{z - 100}{50}\right) \cdot \left(\frac{d - 1}{0.5}\right) + a_{z-v} * \left(\frac{z - 100}{50}\right) \cdot \left(\frac{V - 10}{2}\right) + a_{d-v} * \left(\frac{d - 1}{0.5}\right) \cdot \left(\frac{V - 10}{2}\right)$$

Les effets sont calculés à partir de la matrice d'expérience, cette dernière est déterminée selon la procédure décrite au Tableau II. 01. La construction de la matrice d'expérience, est présentée dans le tableau IV.3

## *Modélisation expérimentale du courant de l'effet couronne*

Moy.	X <sub>z</sub>	X <sub>d</sub>	X <sub>v</sub>	I <sub>z-d</sub>	I <sub>z-v</sub>	I <sub>d-v</sub>	I (μA)
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	9.49
1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	2.39
1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	7.8
1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	3.82
1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	37.8
1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	33.45
1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	25.6
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	11.7
1	0	0	0	0	0	0	21.2
1	0	0	0	0	0	0	21.2
1	0	0	0	0	0	0	21.2

*Tableau IV.3: Matrice de calcul des effets.*

	Z (μm)	d (cm)	V (kV)
Niveau(-)	50	0.5	8
Niveau(0)	100	1	10
Niveau(+)	150	1.5	12

*Tableau IV.4 : Domaine d'étude.*

### *2. 2. Etablissement du modèle mathématique :*

$a_o$  Est une constante, c'est la valeur de la réponse au centre du domaine. Cette constante est la moyenne de toutes les réponses. On obtient donc :

$$\begin{aligned}
 a_o &= \frac{\sum_{i=1}^{11}(I)_i}{n} \\
 &= \frac{9,49 + 2,39 + 7,8 + 3,82 + 37,8 + 33,45 + 25,6 + 11,7 + 21,2 + 21,2 + 21,2}{11} \\
 &= 17,79\mu A
 \end{aligned}$$

L'effet du rayon de courbure de la pointe ( $a_z$ ) est calculé en multipliant chaque réponse par la valeur du signe figurant dans la colonne du facteur 1 (le rayon de courbure), c'est-à-dire  $I_1$  par  $-1$ ,  $I_2$  par  $+1$ ,  $I_3$  par  $-1$  et ainsi de suite. Rappelons que les points au centre ne sont pas pris en compte pour le calcul des effets et des interactions.



On obtient :

$$\begin{aligned} a_z &= \frac{-y_1 + y_2 - y_3 + \dots + y_8}{8} \\ &= \frac{-9,49 + 2,39 - 7,8 + 3,82 - 37,8 + 33,45 - 25,6 + 11,7}{8} \\ &= -3,67 \mu A \end{aligned}$$

La même procédure est adoptée pour les effets et les interactions des autres facteurs.

➤ L'effet de la distance inter-électrodes ( $d$ ) :

$$\begin{aligned} a_d &= \frac{-y_1 - y_2 + y_3 + \dots + y_8}{8} \\ &= \frac{-9,49 - 2,39 + 7,8 + 3,82 - 37,8 - 33,45 + 25,6 + 11,7}{8} \\ &= -4,28 \mu A \end{aligned}$$

➤ L'effet de la tension appliquée ( $V$ ) :

$$\begin{aligned} a_V &= \frac{-y_1 - y_2 - y_3 - y_4 \dots + y_{11}}{8} \\ &= \frac{-9,49 - 2,39 - 7,8 - 3,82 + 37,8 + 33,45 + 25,6 + 11,7}{8} = 10,63 \mu A \end{aligned}$$

Calculons maintenant, les effets des interactions entre les facteurs :

➤ L'interaction entre le rayon de courbure et la distance inter-électrodes ( $I_{z-d}$ ) est calculée en multipliant chaque réponse par la valeur du signe figurant dans la 5<sup>ème</sup> colonne, c'est-à-dire  $I_1$  par  $+1$ ,  $I_2$  par  $-1$ ,  $I_3$  par  $-1$  et ainsi de suite :

$$\begin{aligned} I_{z-d} &= \frac{+y_1 - y_2 - y_3 + y_4 \dots + y_8}{8} \\ &= \frac{9,49 - 2,39 - 7,8 + 3,82 + 37,8 - 33,45 - 25,6 + 11,7}{8} = -0,80 \mu A \end{aligned}$$

La même procédure est adoptée pour les autres interactions :

➤ L'interaction entre le diamètre du fil et la tension appliquée ( $I_{z-V}$ ):

$$\begin{aligned} I_{z-V} &= \frac{+y_1 - y_2 + y_3 - y_4 \dots + y_8}{8} \\ &= \frac{9,49 - 2,39 + 7,8 - 3,82 - 37,8 + 33,45 - 25,6 + 11,7}{8} = -0,90 \mu A \end{aligned}$$

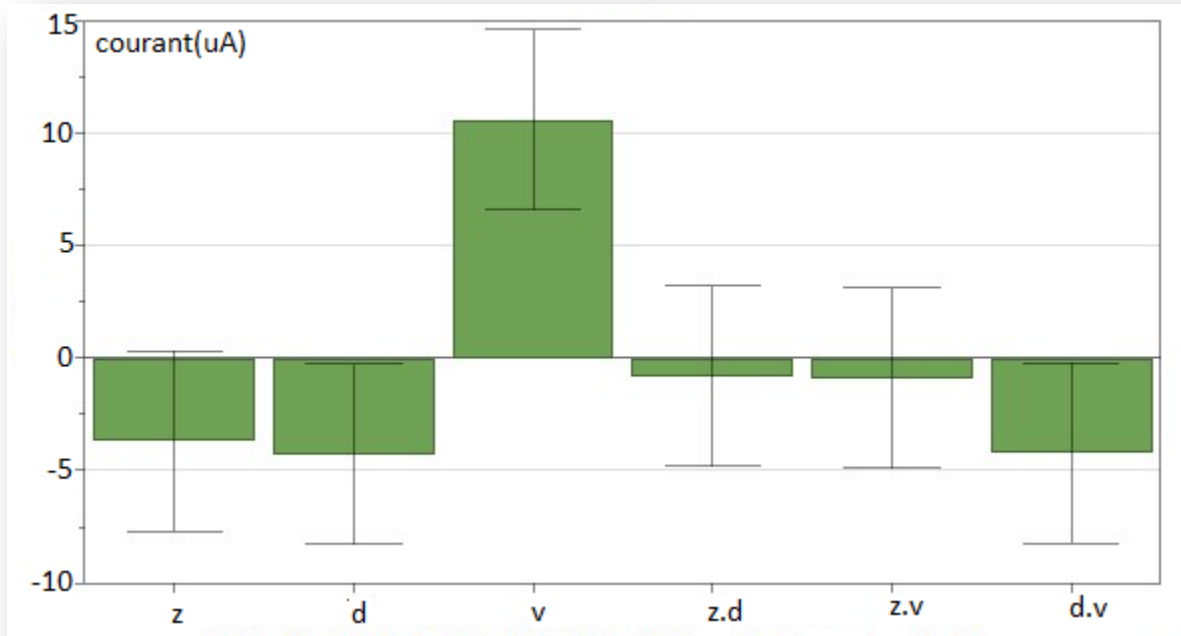
➤ L'interaction entre la distance inter-électrodes et la tension appliquée ( $I_{d-V}$ ):

$$\begin{aligned} I_{d-V} &= \frac{+y_1 + y_2 - y_3 - y_4 \dots + y_8}{8} \\ &= \frac{9,49 + 2,39 - 7,8 - 3,82 - 37,8 - 33,45 + 25,6 + 11,7}{8} \\ &= -4,21 \mu A \end{aligned}$$

## ***Modélisation expérimentale du courant de l'effet couronne***

Les valeurs des effets et leurs interactions associées aux facteurs dans le modèle mathématique montrent le degré d'influence de chaque facteur.

Les coefficients sont également représentés par un histogramme, dans la figure VI.1 :



*Figure IV.1 : Histogramme des effets et leurs interactions.*

Ainsi le modèle mathématique du courant de couronne peut être exprimé par l'équation mathématique dans le plan factoriel par :

$$y = 17,79 - 3,67 \cdot X_z - 4,28 \cdot X_d + 10,63 \cdot X_v - 0,80 \cdot X_z \cdot X_d - 0,90 \cdot X_z \cdot X_v - 4,21 \cdot X_d \cdot X_v$$

En valeurs réelles par :

$$I = 17,79 - 3,67 \cdot \left(\frac{z - 100}{50}\right) - 4,28 \cdot \left(\frac{d - 1}{0,5}\right) + 10,63 \cdot \left(\frac{V - 10}{2}\right) \\ - 0,80 \cdot \left(\frac{z - 100}{50}\right) \cdot \left(\frac{d - 1}{0,5}\right) - 0,90 \cdot \left(\frac{z - 100}{50}\right) \cdot \left(\frac{V - 10}{2}\right) \\ - 4,21 \cdot \left(\frac{d - 1}{0,5}\right) \cdot \left(\frac{V - 10}{2}\right)$$

### ***2.3 Estimation de la variance :***

Une fois le modèle mathématique recherché est établi, il faut maintenant évaluer la qualité du modèle. Pour ce faire on effectue l'analyse de la variance. En utilisant les équations du paragraphe (§§II.5.1), cette première étape aboutit à la construction du tableau IV.4 :

## Modélisation expérimentale du courant de l'effet couronne

$X_z$	$X_d$	$X_v$	$z. d$	$z. v$	$d. v$	$Y$	$Y_{pré}$	SCM	SCE
-1	-1	-1	+1	+1	+1	9.49	9,19	73,96	0,09
+1	-1	-1	-1	-1	+1	2.39	5,25	157,06	8,20
-1	+1	-1	-1	+1	-1	7.8	10,66	50,73	8,20
+1	+1	-1	+1	-1	-1	3.82	3,52	203,63	0,09
-1	-1	+1	+1	-1	-1	37.8	40,66	523,38	8,20
+1	-1	+1	-1	+1	-1	33.45	33,15	235,93	0,09
-1	+1	+1	-1	-1	+1	25.6	25,30	56,40	0,09
+1	+1	+1	+1	+1	+1	11.7	14,56	10,38	8,20
0	0	0	0	0	0	21.2	17,79	0,00	11,65
0	0	0	0	0	0	21.2	17,79	0,00	11,65
0	0	0	0	0	0	21.2	17,79	0,00	11,65

*Tableau IV.5 : Estimation des effets du modèle.*

### 2.4 Variance totale (variance des résidus) :

La variance résiduelle est définie par l'équation (II.33) :

$$S^2 = \frac{SCE}{v_e} = \frac{\sum(Y_i^{pré} - Y_{moy})^2}{(N - P)}$$

$$S^2 = \frac{68,134}{11 - 7} = 17,034$$

### 2.5 Variance sur un effet :

Cette valeur est définie par l'équation (II.37) :

$$S_i^2 = \frac{S^2}{N} = \frac{17,034}{11} = 1,55$$

$$S_i = 1,24$$

On établit le test statistique,  $t_{obs}$  à partir de la relation (II.37):

$$t_{obs} = \frac{|a_i|}{S_i}$$

On rappelle que l'équation mathématique qui traduit le modèle est donnée par :

$$I = 17,79 - 3,67 \cdot \left(\frac{z - 100}{50}\right) - 4,28 \cdot \left(\frac{d - 1}{0.5}\right) + 10,63 \cdot \left(\frac{V - 10}{2}\right)$$

$$- 0,80 \cdot \left(\frac{z - 100}{50}\right) \cdot \left(\frac{d - 1}{0.5}\right) - 0,90 \cdot \left(\frac{z - 100}{50}\right) \cdot \left(\frac{V - 10}{2}\right)$$

$$- 4,21 \cdot \left(\frac{d - 1}{0.5}\right) \cdot \left(\frac{V - 10}{2}\right)$$

## Modélisation expérimentale du courant de l'effet couronne

Comme exemple, le coefficient de la distance inter-électrodes( $d$ ) possède :

$$t_d = \frac{4,28}{1,24} = 3,45$$

Le modèle mathématique a été déterminé à partir de 11 essais et possède 7 coefficients. Ainsi il y a  $\nu = 11 - 7 = 4$  degrés de liberté, la table de « Student» (voir annexe B), donne, pour un risque de 5% avec  $\nu = 4$ ,  $t_{crit}(0,05,4) = 2,776$ . Un effet sera significatif au risque de 5% si le test statistique  $t_{obs}$  correspondant est supérieur à 2,776. Ainsi l'effet  $t_d$  de distance inter-électrodes est supérieur à  $t_{crit}$  et donc significatif. En faisant le même calcul pour toutes les variables, on obtient le tableau IV.5 :

Variables	Effet	$t_{obs}$	Résultats
<b>Constante</b>	14,29	14,29 > 2,776	Significatif
<b>Rayon de courbure (Z)</b>	2,95	2,95 > 2,776	Significatif
<b>Distance inter-électrode (d)</b>	3,44	3,44 > 2,776	Significatif
<b>Tension appliquée (V)</b>	8,54	8,54 > 2,776	Significatif
<b><math>z \times d</math></b>	0,65	0,65 < 2,776	Non Significatif
<b><math>z \times V</math></b>	0,72	0,72 < 2,776	Non Significatif
<b><math>d \times V</math></b>	3,38	3,38 > 2,776	Significatif

*Tableau IV.6 : Analyse des effets du modèle mathématique.*

Il faut remarquer que l'analyse de la variance permet de définir le seuil à partir duquel un effet n'est plus significatif, quatre effets et une interaction ont une probabilité d'au moins 95% d'être significatifs. Il est évident que le rayon de la pointe ( $z$ ), la distance inter-électrodes ( $d$ ) et la tension appliquée ( $V$ ) ont une influence significative sur la valeur du courant de l'effet couronne. Ces trois facteurs et l'interaction ( $d \times V$ ) significatives devront être utilisés pour l'optimisation du phénomène, pour augmenter ou bien diminuer l'effet couronne.

On en déduit alors la formule simplifiée du courant en ( $\mu A$ ) :

$$I = 17,79 - 3,67 \cdot \left(\frac{z - 100}{50}\right) - 4,28 \cdot \left(\frac{d - 1}{0,5}\right) + 10,63 \cdot \left(\frac{V - 10}{2}\right) - 4,21 \cdot \left(\frac{d - 1}{0,5}\right) \cdot \left(\frac{V - 10}{2}\right)$$

### **2.6 Intervalle de confiance des effets du modèle :**

Après la détermination des effets significatifs et non significatifs, l'étape suivante consiste à établir l'intervalle de confiance des coefficients du modèle mathématique.

L'intervalle de confiance est exprimé par :

$$[a_i - t(a, \nu)S_i, a_i + t(a, \nu)S_i] = [a_i - 2,776 * 1,24, a_i + 2,776 * 1,24]$$

Le tableau IV.6 regroupe les calculs de l'intervalle de confiance pour tous les coefficients du modèle établi.

## **Modélisation expérimentale du courant de l'effet couronne**

**Remarque :**  $t(a, \nu) = t(0,05, 4) = 2,776$  . C'est-à-dire  $a = 0,05 = 5\%$  (tolérance ou bien risque) et  $\nu = 4$  c'est le nombre de degré de liberté.

<b>Coefficients du modèle</b>	<b>Limite inférieure</b>	<b>Limite supérieure</b>
<b><math>a_0 = 17,79</math></b>	15,76	19,81
<b><math>a_z = -3,67</math></b>	-5,69	-1,64
<b><math>a_d = -4,28</math></b>	-6,30	-2,25
<b><math>a_v = 10,63</math></b>	8,60	12,66
<b><math>z \times d = -0,80</math></b>	-2,83	1,22
<b><math>z \times V = -0,90</math></b>	-2,92	1,13
<b><math>d \times V = -4,21</math></b>	-6,24	-2,18

*Tableau IV. 7: Intervalle de confiance des coefficients du modèle mathématique.*

Le tableau IV.6 permet de confirmer les résultats du tableau IV.5. Il est clair que par exemple  $a_0 = 17,79$  est significativement différent de zéro au risque de 5% alors que, l'interaction ( $z \times v$ ) comme deuxième exemple n'est pas significativement différent de zéro au même risque.

### **2.7 Analyse de la variance :**

L'analyse statistique du modèle dans sa globalité se poursuit par la construction d'un test statistique. Le tableau d'analyse de régression (Chapitre II. Tableau II.3), permet de regrouper les différentes étapes, permettant d'aboutir à l'analyse statistique.

<b>Source</b>	<b>Somme des carrés</b>	<b>Degré de liberté</b>	<b>Carré moyen</b>	<b><math>f_{obs}</math></b>
<b>Modèle</b>	SCM = 1311,481	6	218,580	12,832
<b>Résidus</b>	SCE = 68,134	4	17,034	
<b>Total</b>	SCT = 1379,615	10		

*Tableau IV.8 : Analyse de la régression pour la polarité positif.*

La table de Fisher-Snedecor (annexe C) donne pour  $\nu_1 = 6$  et  $\nu_2 = 4$ ,  $F_{crit} = 6,16$  pour un risque de 5%. Etant donné que ( $F_{obs} = 69,537$ ) > ( $F_{crit} = 6,16$ ) on accepte donc l'hypothèse de linéarité du modèle.

### 2.8 Qualité du modèle :

#### a) Qualité descriptive du modèle :

Le tableau d'analyse de régression (VI.7) permet d'établir immédiatement le coefficient de détermination à partir de l'équation II. :

$$R^2 = \frac{SCM}{SCT} = 1 - \frac{SCE}{SCT}$$
$$R^2(\%) = \frac{1311,481}{1379,615} \times 100 = 95.06 \%$$

Dans l'analyse des résultats d'essais, il faut impérativement éviter l'utilisation du coefficient  $R^2$ . Il faut recourir plutôt à l'utilisation du coefficient de détermination ajusté  $R_{ajust}^2$ .

Le tableau d'analyse de régression permet de corriger le coefficient défini à partir de l'équation (II. 35). On définit le coefficient  $R_{ajust}^2$  à partir de l'équation (II.36) :

$$R_{ajust}^2 = 1 - \frac{SCE/(N - P)}{SCT/(N - 1)}$$
$$R_{ajust}^2(\%) = \left( 1 - \frac{68,134/(11 - 7)}{1379,615/(11 - 1)} \right) * 100 = 87,65\%$$

Il faut remarquer que  $R_{ajust}^2$  est proche de 100%, ce qui veut dire que la qualité descriptive du modèle est satisfaisante. Ainsi on peut dire que dans le domainé d'étude choisi le modèle obtenu pourra servir à prédire la valeur de la réponse du courant en polarité positive dans une configuration pointe plan.

#### b) Qualité prédictive du modèle :

Par analogie avec le coefficient de détermination  $R^2$ , on obtient le coefficient  $R_{Predictif}^2$  Encore noté  $Q^2$ :

$$Q^2 = 1 - \frac{P_{ress}}{SCT}$$

Un modèle sera d'autant plus prédictif que l'erreur de prédiction est faible ainsi on définit la statistique, noté par l'équation:

$$P_{ress} = \sum_{i=1}^n e_i^2$$

Tant que la valeur de  $P_{ress}$  est faible, le modèle postulé ou bien établi est prédictif.

$$P_{ress} = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^{n=11} (Y_i - Y_{pre})^2$$

$Y_{pre}$ : C'est la matrice colonne calculé.

$$Y_{pré} = X.A$$

X : matrice de calcul des effets de dimension (11,7) :

$$\begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A : matrice des coefficients du modèle de dimension (7,1)

$$A^t = [17,79, -3,67, -4,28, 10,63, -0,80, -0,90, -4,21]$$

$$Y_{pré}^t = [9,19,5,25,3,52,40,66,33,15,25,30,14,56,17,79,17,79,17,79]$$

$$DIM = (Y_{Pré}) = (11,1)$$

$Y_i$  : Matrice colonne de DIM(11,1) (c'est la réponse  $I$  du courant)

$$Y_i^t = [9,49,2,39,7,8,3,82,37,8,33,45,25,6,11,7,21,2,21,2,21,2]$$

**Remarque :** Les différentes matrices sont tirées du tableau (IV.4)

Le calcul matriciel est trop long il est fait en utilisant un tableur sous EXCEL. Ainsi l'erreur de dérivée est calculée à partir d'un produit matriciel, ce qui donne

$$P_{ress} = \sum_{i=1}^{11} e_i^2 = 68,13$$

$$Q^2(\%) = \left(1 - \frac{68,134}{1379,615}\right) \cdot 100 = 95,06 \%$$

Plus la valeur du coefficient  $Q^2(\%)$  est proche de 100% plus la qualité prédictive du modèle est satisfaisante. La valeur obtenue  $Q^2 = 95,06\%$  permet de conclure que le modèle peut être retenu pour prédire les valeurs dans le domaine.

Un bon modèle mathématique doit avoir des critères  $R^2$  et  $Q^2$  dont la valeur numérique soit proche de l'unité, le coefficient de détermination étant proche de l'unité ce qui renforce la validité du modèle.

Dans le cas de ce premier plan d'expérience, les valeurs de  $R^2$ ,  $Q^2$  et  $R_{adj}^2$ , calculés sont :

$$R^2 = 95,05\% ; Q^2 = 95,06 \%; R_{adj}^2 = 87,65 \%$$

Le modèle du premier ordre est adéquat ; la conclusion de cette étude est que le modèle du premier degré est largement satisfaisant pour interpréter les valeurs expérimentales.

### 2.9 Analyse graphique du modèle :

Nous avons utilisé le logiciel MODDE 12, qui est un programme Windows qui permet la création et l'évaluation du plan d'expériences [30]. Le programme assiste l'utilisateur à l'interprétation des résultats et la prédiction des réponses. Il calcule les coefficients mathématiques du modèle, trace les surfaces de réponses, et identifie le meilleur ajustement des paramètres pour une optimisation du processus.

En plus, le programme vérifie si les résultats expérimentaux obtenus sont logiques et détecte tous résultats douteux.

#### a) Graphe d'adéquation du modèle et validation des mesures :

Le graphe d'adéquation du modèle est un moyen simple de porter un jugement sur la qualité descriptive du modèle. Cette figure restitue le nuage des points défini, à partir des valeurs des réponses mesurées et des réponses prédites par le modèle (Tableau IV.4). Plus le nuage des points est aligné sur la première bissectrice, plus la qualité descriptive du modèle est satisfaisante Figure IV. 2

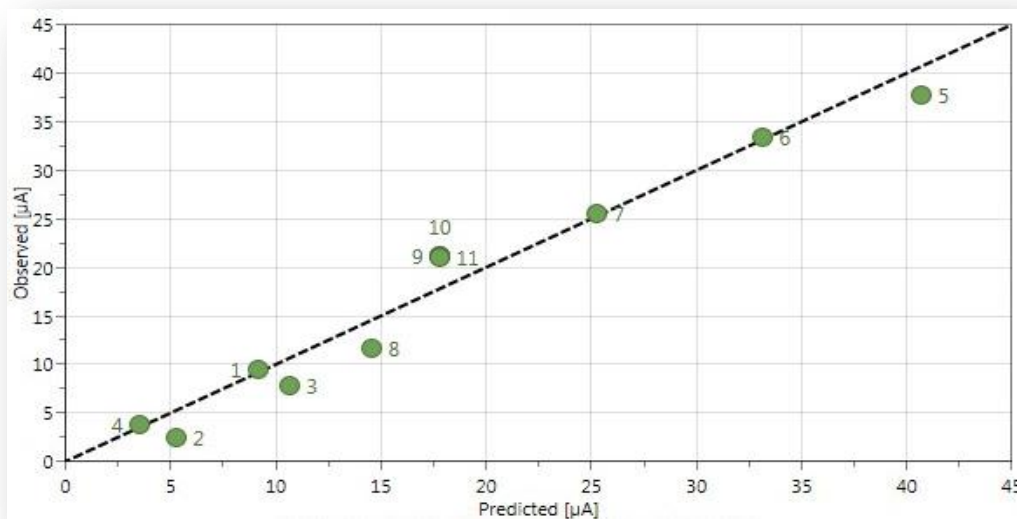


Figure IV. 2 : Graphe d'adéquation du modèle.

Le logiciel permet de valider les résultats des mesures, qui doivent être dans un intervalle variant de  $[-4, +4]$ . Dans le cas contraire l'essai n'appartient pas au domaine.



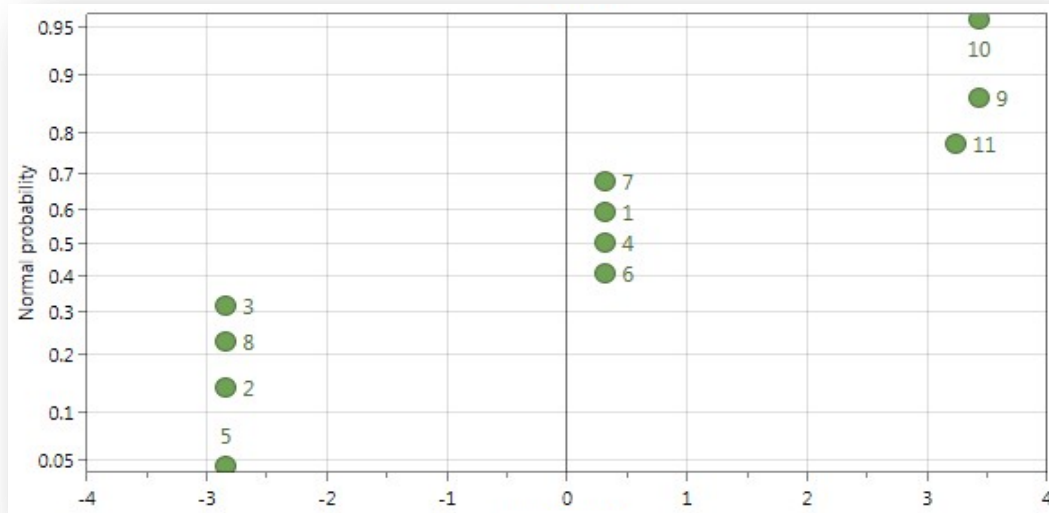


Figure IV. 3 : Graphe de validation des mesures.

### b) Courbes iso-réponses :

Le logiciel MODDE 12 permet également la modélisation par les surfaces de réponses, qui peut aussi être utilisée pour interpréter les résultats du plan d'expériences dans le plan défini par la variation du courant en fonction des paramètres géométriques (rayon de courbure de la pointe, distance inter-électrodes et tension appliquée) les courbes iso-réponses permettent de délimiter les différentes régions du plan qui correspondent aux différentes classes du courant de couronne.

Ainsi dans le plan  $(d, z)$ , il faut remarquer la grande influence de la distance inter-électrode  $d$  par rapport au rayon de courbure de la pointe  $z$ . Ces deux paramètres ont une contribution négative (les classes de courant diminuent de 24 jusqu'à 10  $\mu\text{A}$ ) pour une tension de 10kV (figure IV.4.a). Dans le plan  $(d, V)$  il y a une grande contribution de ces deux paramètres, mais d'une façon opposée (la tension conduit à une augmentation du courant alors que l'intervalle conduit à une diminution) pour un rayon de courbure, de 100 $\mu\text{m}$  (figure IV.4.b). Dans le plan  $(V, z)$  les mêmes constatations sont à remarquer pour une distance inter-électrode de 1,5cm (figure IV.4.c).

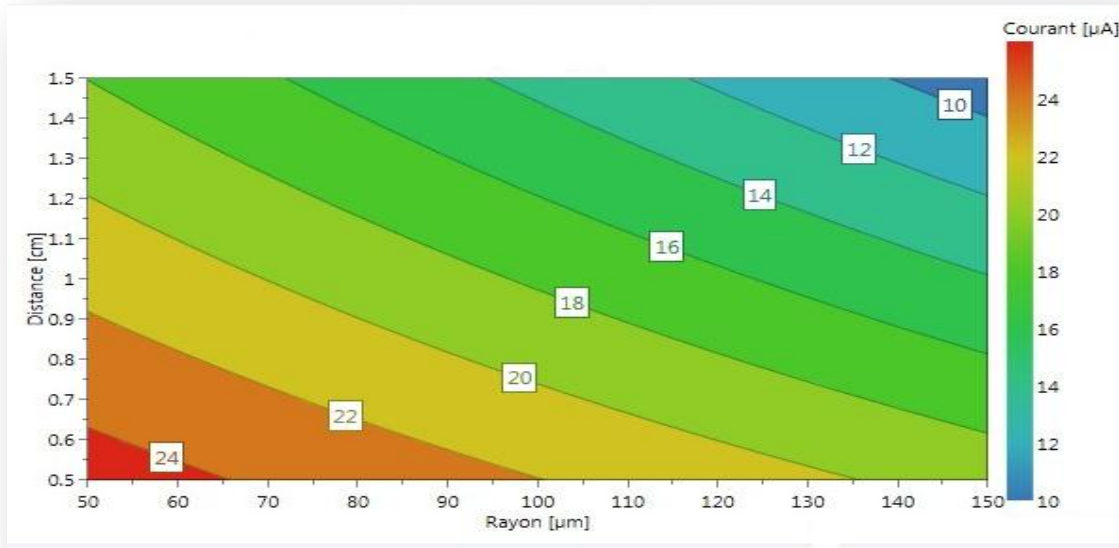


Figure IV.4 a : L'influence du rayon de courbure de la pointe et de la distance inter-électrodes sur le courant .

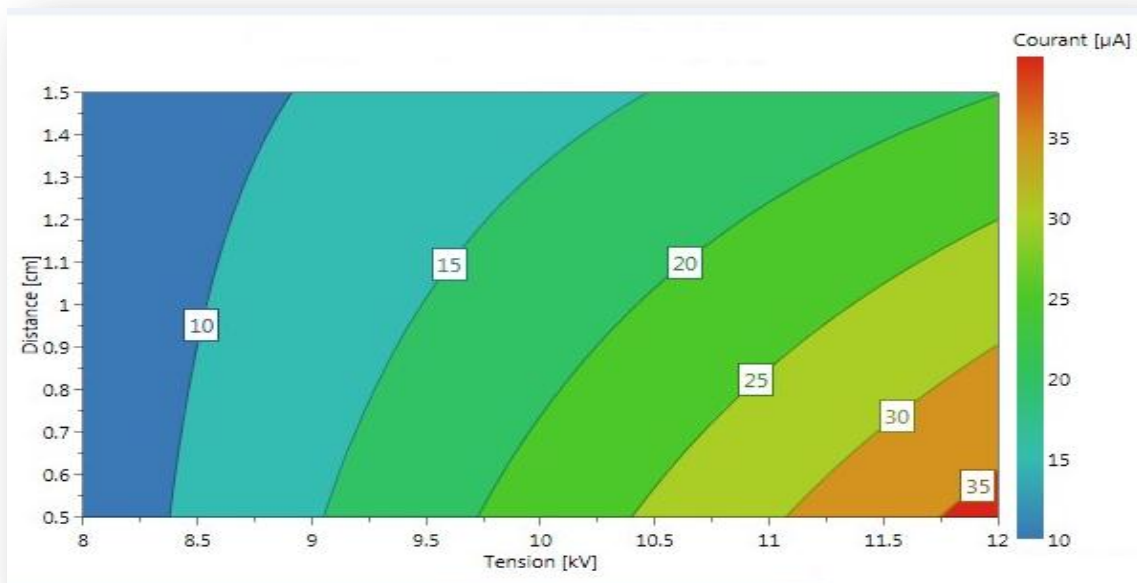


Figure IV.4.b : L'influence de la tension appliquée et de la distance inter-électrodes sur le courant.

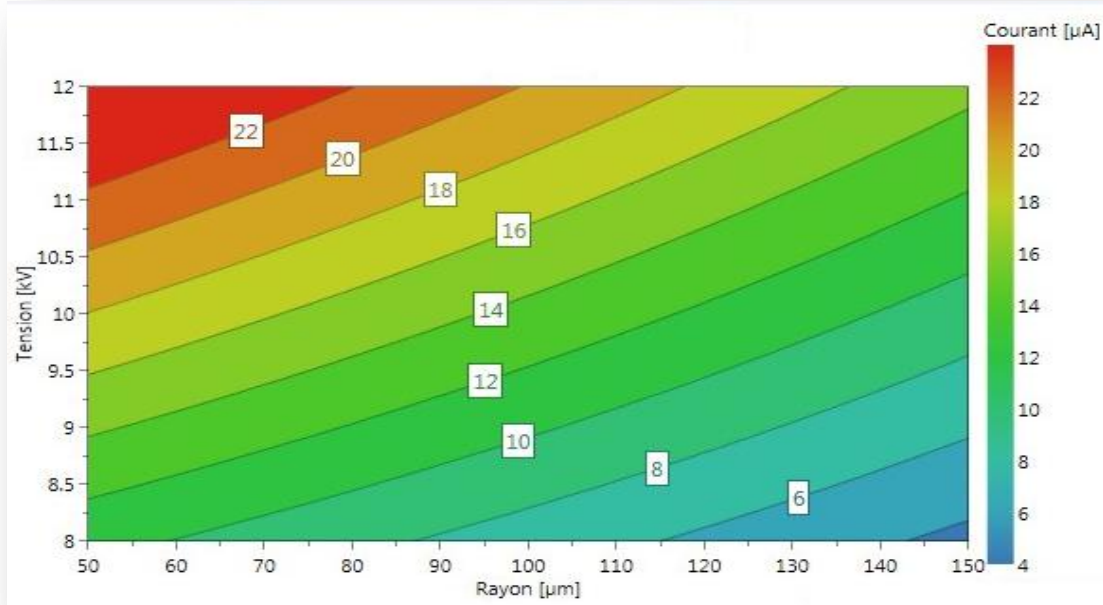


Figure IV.4.c : L'influence de la tension appliquée et le rayon de courbure de la pointe sur le courant.

### IV.3. Conclusion :

L'étude expérimentale que nous avons développée dans ce chapitre est en concordance avec les travaux de Hartmann [31]. Le modèle ainsi défini de la valeur du courant met en évidence le degré d'influence des différents paramètres, la tension en premier lieu, ainsi que l'influence des paramètres géométriques (rayon de courbure de la pointe et la distance inter-électrodes). L'analyse dimensionnelle par la méthode des plans d'expériences répond parfaitement à ce type de problème. En effet, on retrouve l'effet positif de la tension sur le courant de l'effet couronne, l'effet négatif du rayon de courbure de la pointe et de la distance inter-électrode. Nous recommandons à ce que les essais doivent être effectués dans des conditions de stabilité, soit dans une enceinte fermée, soit en présence de flux qui doit être pris comme facteur dans le plan factoriel qui sera choisi.

# **Conclusion Générale**

### Conclusion générale:

Le travail présenté dans ce mémoire consiste à l'étude de l'effet couronne dans l'air à la pression atmosphérique en fonction de la tension et de certains paramètres géométriques tels que le rayon de courbure et la distance inter-électrode, où la configuration utilisée est de type point-plan et la polarité de la tension est positive.

Ce travail a été divisé en trois parties :

Dans le premier chapitre, nous avons présenté une étude bibliographique de la décharge électrique où nous avons entamé les différents paramètres physiques de la décharge électrique et les différents régimes de cette dernière. Nous avons terminé ce chapitre par des applications et des inconvénients de la décharge couronne.

Dans le deuxième chapitre nous avons présenté les principes fondamentaux de la méthode des plans d'expériences. Cette méthode nous a permis d'organiser au mieux nos essais. Nous avons obtenu le maximum de renseignements avec le minimum d'expériences. La compréhension de la méthode des plans d'expériences s'appuie sur deux notions essentielles, celle d'espace expérimental et celle de modélisation mathématique des grandeurs étudiées. Elle nous a permis de trouver le lien qui existe entre une grandeur d'intérêt,  $y$ , dans notre cas le courant et des variables,  $x_i$ , tension et paramètres géométriques (rayon de courbure de la pointe et distance inter-électrode). Chaque plan d'expérience permet de déduire un modèle de la réponse « *grandeur d'intérêt* », donc d'explorer une zone particulière du domaine d'étude. A partir de cette étude, nous avons pu construire un plan d'expérience suivant les variables étudiées et qui servira dans la fin de ce travail. Notons que l'essentiel des calculs ont été réalisés par notre tableur « *Excel* » ce qui nous donne un outil fini pour des futures études.

Dans le troisième chapitre, nous avons effectué un simple calcul à l'aide de la formule de Peek afin de trouver la valeur de la tension seuil à laquelle nous pouvons obtenir le démarrage du processus de couronne, ensuite nous avons présenté une description générale du dispositif expérimental avec lequel nous avons pu réaliser nos expériences, à la fin de ce chapitre nous avons étudié l'influence des paramètres géométriques (rayon de courbure de la pointe et la distance inter-électrode) pris séparément sur la valeur du courant de l'effet couronne. A partir des résultats obtenus, nous avons constaté que la tension a une contribution positive sur la valeur du courant par contre le rayon de courbure de la pointe et la distance inter-électrode ont une contribution négative.

Dans le dernier chapitre nous avons effectué une analyse dimensionnelle par la méthode des plans d'expériences. En effet, nous avons trouvé l'effet positif de la tension sur le courant de l'effet couronne, l'effet négatif du rayon de courbure de la pointe et la distance inter-électrode ce qui confirme les résultats obtenus dans le chapitre précédent. La méthode des plans d'expériences nous a permis de voir l'influence des interactions entre les facteurs. En effet, les interactions (du rayon de courbure de la pointe, tension) et (distance inter-électrode, la tension) ont un effet négatif sur le courant de l'effet couronne.

Nous recommandons à ce que les essais doivent être effectués dans des conditions de stabilité, dans une enceinte fermée afin que l'humidité et la température soient contrôlées. L'utilisation d'un pico-ampèremètre est nécessaire pour mesurer des faibles valeurs de courant.

# **Références Bibliographique**

**REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE :**

- [1] E. Nasser, *Fundamentals of gaseous ionization and plasma electronics*. Wiley-Interscience, 1971.
- [2] A. v Engel, *Ionized Gases Clarendon*. Oxford, England, 1965.
- [3] S. Y. Li, K. D. Srivastava, et G. D. Theophilus, « Nanosecond streak photography of discharges on spacer surface in gases », *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, vol. 2, n° 1, p. 114–120, 1995.
- [4] R. S. Sigmond et M. Goldman, « Corona discharge physics and applications », *Electr. Breakdown Disch. Gases*, p. 1–64, 1983.
- [5] C. Tendero, C. Tixier, P. Tristant, J. Desmaison, et P. Leprince, « Atmospheric pressure plasmas: A review », *Spectrochim. Acta Part B At. Spectrosc.*, vol. 61, n° 1, p. 2–30, 2006.
- [6] A. M. Pointu, J. Perrin, et J. Jolly, « Plasmas froids de décharges: propriétés électriques », *Tech. L'Ingénieurs D*, vol. 2830, p. 1998.
- [7] T. Yokoyama, M. Kogoma, T. Moriwaki, et S. Okazaki, « ERRATUM: The mechanism of the stabilisation of glow plasma at atmospheric pressure », *J. Phys. Appl. Phys.*, vol. 23, p. 1749, 1990.
- [8] R. Ghalloussi-Alloui, « Contribution à l'étude du vieillissement de membranes échangeuses d'ions utilisées dans les procédés d'électrodialyse pour l'industrie agroalimentaire », Université Paris-Est, 2012.
- [9] A. A. Driss, « Etude du streamer anodique et cathodique dans un plasma haute pression », Université Mohamed Boudiaf des sciences et de la technologie d'Oran.
- [10] R. Zhang, R.-J. Zhan, X.-H. Wen, et L. Wang, « Investigation of the characteristics of atmospheric pressure surface barrier discharges », *Plasma Sources Sci. Technol.*, vol. 12, n° 4, p. 590, 2003.
- [11] A. Labergue, « Etude de décharges électriques dans l'air pour le développement d'actionneurs plasmas—Application au contrôle de décollements d'écoulements », Université de Poitiers, 2005.
- [12] M. S. Djedjiga, « Effet de la décharge couronne sur les surfaces isolantes et les métalliques. », Université Mouloud Maameri de Tizi Ouzou.
- [13] A. Labergue, « Etude de décharges électriques dans l'air pour le développement d'actionneurs plasmas—Application au contrôle de décollements d'écoulements », Université de Poitiers, 2005.
- [14] Y. Bekaoual et Y. Messlem, *Etude de l'évolution du courant de la décharge couronne*. Éditions Universitaires Européenes, 2013.
- [15] A. Abahazem, « Etude expérimentales des décharges couronne pour la dépollution des gaz », Université de Toulouse, Université Toulouse III-Paul Sabatier, 2009.
- [16] J. Jarrige, « Etude expérimentale des décharges électriques impulsives nanoseconde à pression atmosphérique. Application au traitement des effluents gazeux et à la décontamination de surface », Rouen, 2008.
- [17] B. Yacine, « Détermination des conditions d'ionisation caractérisant le seuil de claquage de l'air par la logique floue », PhD thesis, Magister en Electronique, Option Matériaux Electrotechniques, Université de Batna, 2005.
- [18] A. Imene, « Effet des conditions aux limites sur la propagation du streamer positif dans l'azote », University of sciences and technology in Oran, 2016.
- [19] T. H. Dang, « Etude des décharges électriques dans l'eau et application à l'élimination de polluants et optimisation du rendement énergétique », Université de Grenoble, 2010.



- [20] J. composé de Mrs, A. TILMATINE, et S. B. A. UDL, « CONTRIBUTION A L'ETUDE DE LA DEPOLLUTION DES GAZ TOXIQUES PAR DECHARGES ELECTRIQUES ».
- [21] K. R. Parker, « Why an electrostatic precipitator? », in *Applied Electrostatic Precipitation*, Springer, 1997, p. 1–10.
- [22] C. Sarra-Bournet, « Fonctionnalisation de surface de polymères par plasma à la pression atmosphérique. Amination de surface et dépôt de couches minces par un procédé de décharge par barrière diélectrique », Université de Toulouse, Université Toulouse III-Paul Sabatier, 2009.
- [23] A. Fridman, *Plasma chemistry*. Cambridge university press, 2008.
- [24] G. JACQUES, « Introduction aux plans d'expériences 3eédition [e-book] », 2006.
- [25] P. Maurice, « Les plans d'expériences par la méthode de Taguchi », Les éditions d'organisation, 1997.
- [26] J. Goupy, « Les plans d'expérience pour surface de réponse, éditions Dunod », 1999.
- [27] F. Louvet et L. Delplanque, « Les plans d'expériences: une approche pragmatique et illustrée », France: Association Expérimentique, 2005
- [28] F. W. Peek, *Dielectric phenomena in high voltage engineering*. McGraw-Hill Book Company, Incorporated, 1920.
- [29] M. Rezzouga, A. Tilmatine, R. Gouri, K. Medles, et L. Dascalescu, « Experimental modeling of high-voltage corona discharge using design of experiments », *Front. Electr. Electron. Eng. China*, vol. 2, n° 2, p. 139–143, 2007.
- [30] F. Z. BECHLAGHEM, « L'INFLUENCE DU TRANSFERT D'ENERGIE SUR LA DYNAMIQUE DE MELANGE GAZEUX », 2010.
- [31] G. Hartmann, « Theoretical evaluation of Peek's law », *IEEE Trans. Ind. Appl.*, n° 6, p. 1647–1651, 1984.

## ***REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE***

---