



FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES
DÉPARTEMENT GÉNIE CIVIL

Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de Master

Spécialité : Génie Civil

Option : Génie de la construction

Présenté par :

Chakeur khaled ibn al walid

Bessas lakhdar

Sujet du mémoire

**Etude de comportement élasto-plastique des poutres
métalliques en flexion simple:**

Développement d'une approche analytique et simulation numérique

Soutenu publiquement le juin 2018 devant le jury composé de :

M. M. MIMOUNI

Président

M. B. DJEBLI

Rapporteur

M. A.B.BENYAMINA

Examineur

M. D.I. KLOUCHE

Examineur

M. G.ABADA

Examineur

PROMOTION : 2017/2018



Dédicace

*Avant tout, nous remercions notre dieu de n'avoir
dans santé, courage.*

Nous dédions ce modeste travail à vous

A nos parents,

A nos professeurs,

A nos frères

A tous nos amis.

*Qui nous doit une très grande partie de nos
réussites dans notre scolarité et qui sont toujours
présent dans tous les moments
difficiles de nos vies.*





REMERCIEMENT

Au terme de nos années d'études, nous sommes très heureux de pouvoir remercier tous

Nos professionnelles pour leurs contributions à notre formation.

En premiers lui, nous tenons remercier les personnes les plus sincères et L'expression de notre profonde Gratitude

Dans le même élan, nous Cesserons de louer les efforts Incommensurables qu'a fournis Notre professeur M^s djibli .B



Résumé

L'objectif de ce travail de mémoire est d'étudier le comportement mécanique des poutres métalliques dans le domaine élasto-plastique, pour pouvoir développer des méthodes de dimensionnement, adaptées à leur fonctionnement et surtout simples à mettre en œuvre. Pour ce faire, une approche couplée modélisation analytique-numérique a été choisie dans cette mémoire pour proposer des solutions adéquates.

en première partie, une solution analytique est proposée visant à caractériser la flèche globale à l'état non-linéaire dont le but de déterminer la charge ultime d'une telle poutre métallique à section symétrique (section rectangulaire, section en double T) soumise à l'effet d'une charge transversale concentrée à mi portée. Cette méthode analytique a été validée par une comparaison à des modèles éléments finis, dont la validation de ces derniers, repose sur les résultats d'essais expérimentaux évoqués en littérature.

La deuxième partie est consacrée à l'étude numérique du comportement mécanique des poutres métalliques. Le comportement non linéaire de ce type de poutres est étudié à l'aide d'une analyse numérique basée sur une modélisation par éléments finis. Cette analyse a pour but de prédire la résistance globale de la poutre.

Deux modèles sont utilisés dans la simulation numérique, un est intégré dans un modèle bidimensionnel utilisant les éléments finis quadratiques (QUA8) pour la modélisation des poutres à sections rectangulaires, et l'autre est intégré dans un modèle tridimensionnel utilisant les éléments finis coque (COQ4) pour la modélisation des poutres à sections en double T.

Ces analyses ont permis d'une part de valider le modèle analytique, d'autre part de mettre en évidence la réduction de la résistance des poutres métalliques dans le domaine non-linéaire.

Mots clés : poutres métalliques; solution analytique; simulation numérique ; comportement non-linéaire.

Abstract

The aim of this memory is to study the behavior of steel beams in order to develop design methods suitable for their design and especially simple to implement. To do this, a coupled approach analytical-numerical modeling was chosen in this memory.

In the first part, an analytical solution to characterize the non-linear global deflection is proposed whose purpose is to determine the ultimate load of such symmetrical cross-sectional steel beam (rectangular section, I-section) subjected to the effect of a transverse load concentrated at mid span. This analytical method was validated by comparison to the finite elements models, including the validation of these, based on the results of experimental tests available in the literature.

The second part is devoted to the numerical study of the mechanical behavior of steel beams. The nonlinear behavior of this type of beams is studied using a numerical analysis based on a finite element modeling. This analysis is designed to predict the overall strength of the beam.

Two models are used in the numerical simulation, one is integrated into a two-dimensional model using quadratic elements (QUA8) for modeling the rectangular section beams, and the other is integrated into a three-dimensional model using shell elements (COQ4) for modeling the I-section beams.

These analyzes allowed, on the one hand, to validate the analytical model, on the other hand to highlight the reduction of the resistance of the steel beams in the non-linear domain.

Key words: Steel beams; Analytical solution; Numerical simulation; Non-linear behavior.

ملخص

الهدف من هذا العمل من الذاكرة هو دراسة السلوك الميكانيكي للعوارض المعدنية في حقل المرنة، لتكون قادرة على تطوير أساليب أبعاد، وتكييفها لتشغيلها وخاصة سهلة التنفيذ. للقيام بذلك ، تم اختيار نهج النمذجة التحليل العددي يقترن في هذه الأطروحة لاقتراح الحلول المناسبة.

في الجزء الأول يقترح حل تحليلي لتوصيف الانحراف العالمي غير الخطي الذي يكون غرضه هو تحديد الحمل النهائي لهذه الحزمة المعدنية المستعرضة المتماثلة (المقطع المستطيل، IPE) المعرضين تأثير الحمولة المستعرضة تتركز في منتصف المدى. وقد تم التحقق من صحة هذه الطريقة التحليلية من خلال المقارنة مع نماذج العناصر المحدودة، بما في ذلك التحقق من صحة هذه، استنادا إلى نتائج الاختبارات التجريبية المذكورة في الأدب.

الجزء الثاني مخصص للدراسة العددية للسلوك الميكانيكي للأعمدة المعدنية. تمت دراسة السلوك غير الخطي لهذا النوع من الحزم باستخدام تحليل رقمي يعتمد على نمذجة العناصر المحدودة. يهدف هذا التحليل إلى التنبؤ بالقوة الكلية للحزمة

يستخدم نموذجان في المحاكاة العددية ، أحدهما متكامل في نموذج ثنائي الأبعاد باستخدام عناصر متناهية الترتيب (QUA8) لنمذجة الحزم المقطع المستطيلة ، والآخر مدمج في نموذج ثلاثي الأبعاد باستخدام عناصر العناصر المنتهية (COQ4)) لنمذجة الحزم ذات المقطع (IPE) .

مكنت هذه التحليلات ، من ناحية ، من التحقق من صحة النموذج التحليلي ، من ناحية أخرى لتسليط الضوء على الحد من مقاومة الحزم المعدنية في المجال اللاخطي.

الكلمات المفتاحية: عوارض معدنية- حل تحليلي- محاكاة رقمية- سلوك غير خطي.

TABLE DES MATIERES

Dédicaces	I
Remerciements	II
Résumé	III
Table des matieres	VI
Liste des figuers	VIII
Liste des tableaux	X
Nomenclatures	XI
Introduction générale	1

CHAPITRE 01 : REVUE DE LA LITTÉRATURE

1.1 Introduction	6
1.2 Travaux de recherches menées sur la plasticité des structures.....	6
1.3 Conclusion.....	11

CHAPITRE 02 : DEVELOPPEMENT D'UNE APPROCHE ANALYTIQUE DANS LE DOMAINE NON-LINEAIRE

2.1 Introduction	12
2.2 Rappels et notations.....	12
2.3 Modèle élasto-plastique.....	13
2.3.1 Essai de flexion pure	15
2.3.2 Facteur de forme (f).....	18
2.3.3 Essai de flexion simple.....	18
2.4 Expression de la flèche	22
2.5 Conclusion	27

CHAPITRE 03 : MODELISATION MECANIQUE PAR ELEMENTS FINIS

3.1 Introduction	28
3.2 Présentation du logiciel :	29
3.2.1 Introduction :	29
3.2.2 Environnement et langage :	29
3.2.3 Organisation d'un calcul :	29

3.2.3.1	Préparation du modèle de calcul :	29
3.2.3.2	Résolution du système d'équations :	31
3.2.3.3	Traitement des résultats :	31
3.3	Modélisation par éléments finis :	32
3.3.1.	Introduction :	32
3.3.2.	Modèle géométrique (Développement d'un modèle numérique)	32
3.3.3.	Modèles de comportement du matériau	33
3.3.4.	Conditions aux limites et chargement	34
3.4	Validation du modèle numérique	34
3.4.1.	Poutres métallique à section en double Té	34
3.4.2.	Poutres métallique à section rectangulaire	35
3.5	Conclusion	37

CHAPITRE 04 : ANALYSE NUMERIQUE

4.1	Introduction	38
4.2	Calibrage du modèle théorique par rapport au modèle numérique	38
4.2.1	Sections rectangulaires	39
4.2.2	Sections en profilés-IPE	41
4.3	Étude paramétrique	43
4.3.1	Influence de la section de la poutre	43
4.3.2	Influence de la portée de la poutre	45
4.3.3	Influence de la nuance de l'acier	48
4.3.4	Comparaison des résultats	51
4.4	Conclusion	54
	Conclusion générale	56
	Références bibliographiques	58

LISTE DES FIGUEURS

CHAPITRE 02 : DEVELOPPEMENT D'UNE APPROCHE ANALYTIQUE DANS LE DOMAINE NON-LINEAIRE

Fig.2.1 Modèle de Bernoulli : flexion plane	12
Fig.2.2 Essai deflexion.....	12
Fig.2.3 Diagramme de comportement élasto-plastique.	13
Fig.2.4 Diagramme moment-courbure pour une poutre fléchie.....	14
Fig.2.5 Répartition des contraintes dans une section plastifiée	14
Fig.2.6 État de contrainte	15
Fig.2.7 Poutre chargée à mi-portée	19
Fig.2.8 Diagramme du moment fléchissant	19
Fig.2.9 l'évolution de la zone plastique selon les phases du chargement.....	19
Fig.2.10 Zone plastique en flexion simple.....	20
Fig.2.11 Essai de flexion pure d'une section rectangulaire	22
Fig.2.12 Essai de flexion pure d'une section en double Té	22

CHAPITRE 03 : MODELISATION MECANIQUE PAR ELEMENTS FINIS

Fig.3.1. Organigramme du modèle de calcul.....	30
Fig.3.2. Noyau de calcul, pré et post traitements	32
Fig. 3.3. Modélisation des sections métalliques	33
Fig.3.4. Loi de comportement de l'acier	34
Fig.3.5. schéma statique de la poutre en double Té	35
Fig.3.6. comparaison des résultats d'une poutre à section en double Té.....	36
Fig.3.7. schéma statique de la poutre à section rectangulaire	36
Fig.3.8. comparaison des résultats d'une poutre à section rectangulaire	36

CHAPITRE 04 : ANALYSE NUMERIQUE

Fig.4.1. Évolution de la flèche Charge-Déplacement « sections rectangulaires ».....	40
--	----

Fig.4.2. Évolution de la flèche Charge-Déplacement « sections IPE »	42
Fig.4.3. comportement non-linéaire de différentes sections rectangulaire	43
Fig.4.4. comportement non-linéaire de différentes sections en profilé IPE.....	44
Fig.4.5. comportement non-linéaire de différentes sections en IPE avec raidisseurs	45
Fig.4.6. comportement non-linéaire pour différentes portées (section rectangulaire)	46
Fig.4.7. comportement non-linéaire pour différentes portées (IPE sans raidisseurs)	47
Fig.4.8. comportement non-linéaire pour différentes portées (IPE avec raidisseurs).....	48
Fig.4.9. comportement élasto-plastique pour différentes nuance de l'acier (Section rectangulaire).....	49
Fig.4.10. comportement élasto-plastique pour différentes nuance de l'acier	
(Section IPE sans raidisseurs)	50
Fig.4.11. comportement élasto-plastique pour différentes nuance de l'acier (Section IPE avec raidisseurs)	51
Fig.4.12. Comportement élasto-plastique pour une nuance de l'acier 235Mpa	52
Fig.4.13. Comportement élasto-plastique pour une nuance de l'acier 275Mpa	53
Fig.4.14. Comportement élasto-plastique pour une nuance de l'acier 355Mpa	53
Fig.4.15. Comportement élasto-plastique pour une nuance de l'acier 460Mpa	54

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE 04 : ANALYSE NUMERIQUE

Tableau 4.1. Caractéristiques géométriques des poutres de sections IPE.....	38
Tableau 4.1. Caractéristiques géométriques des poutres de sections rectangulaires	39

LISTE DES NOTATIONS

$Z(h)$	Moment statique de la section
$Z(c)$	Moment statique dans la zone élastique
E	Module de Young du matériau (module d'élasticité)
I	Moment d'inertie
M_f	Moment fléchissant de la poutre
T	L'effort tranchant
M	Moment élasto-plastique
χ	La courbure élasto-plastique
M_e	le moment qui correspond à la fin de la partie élastique
M_p	le moment qui correspond à la fin de la partie plastique
W_p	Module de résistance plastique de la section
σ_e	Contrainte limite
h	mi-hauteur de la section transversale d'une poutre
χ_e	La courbure élastique
c	Exprimé la zone élastique
b	Largeur de la section transversale d'une poutre
t_w	Epaisseur de l'âme
t_f	Epaisseur de la semelle
f	Facteur de forme
F_e	Charge varié dans le domaine élastique
F_p	Charge varié dans le domaine plastique
F	La charge appliquée à mi-porté

- a L'abscisse de la première section plastifiée
- $\theta(x)$ l'angle de rotation
- $y(x)$ La flèche dans cas double Té
- $v(x)$ La flèche dans le cas rectangulaire
- u Déplacement
- $I(c)$ moment quadratique de la zone élastique
- l La longueur de la poutre
- f_y limite élastique du matériau
- $\overline{\overline{K}}$ La matrice de la rigidité
- $\overline{\overline{C}}$ La matrice de l'amortissement
- $\overline{\overline{M}}$ La matrice de la masse
- $\overline{\omega}$ Mode propre

Introduction générale

1 Introduction

Jusqu'ici, on a essentiellement appris à calculer les éléments structuraux selon la méthode élastique, supposant que le milieu était continu et que le matériau obéissait à la loi de Hooke. L'hypothèse de linéarisation matérielle s'est développée dans la théorie de l'élasticité issue des travaux de Cauchy (1822). Elle a été amenée à un grand degré de perfection durant deux siècles environ de recherches. Ceci a permis aujourd'hui de résoudre, grâce aux méthodes numériques de discrétisation (éléments finis), les problèmes très complexes.

Mais le reproche fait à cette théorie est d'être basée sur une loi (droite brisée) qui ne représente absolument pas le comportement réel du matériau pour autant qu'il soit ductile, même faiblement- au-delà du domaine élastique borné par la limite d'élasticité σ_e . Selon le dimensionnement élastique, la ruine d'une structure serait atteinte dès qu'en un point quelconque, la contrainte de compression maximale atteint σ_e ($\sigma_{\max} = \sigma_e$).

Par ailleurs, cette méthode néglige la capacité d'adaptation élasto-plastique des matériaux ductiles que l'expérience montre être très importante et d'ailleurs très variable d'un matériau et d'une structure à l'autre. Elle est actuellement jugée très insuffisante pour mesurer avec précision la résistance ultime des structures employées en Génie Civil et, par suite, leur degré réel de sécurité.

La théorie de la plasticité, dont les premiers progrès importants datent de 1925 est basée sur le milieu continu et le modèle élastique parfaitement plastique. Ce dernier est caractérisé par le palier indéfini de plasticité et le déchargement élastique.

Néanmoins, ce modèle est bien meilleur que le modèle élastique. Il permet de prédire l'extension progressive des zones plastifiées dans une structure soumise à des charges croissantes et aussi, ce qui est d'un grand intérêt, la charge de ruine ou d'effondrement, dite charge limite, de cette structure. A cet effet le concept d'analyse limite a été introduit et qui présente en fait la partie de la théorie de la plasticité vouée au calcul des charges limites.

Le succès de la méthode plastique va en grandissant non seulement les calculs ne sont pas plus compliqués qu'en méthode élastique (ils peuvent être plus simples), mais aussi concordent fort bien avec les expériences menées jusqu'à la ruine sur des structures réelles [1].

2 Historique

Un bref rappel historique sur les travaux en plasticité est donné ci -après. On peut diviser ces travaux en trois grandes périodes :

2.1 Première période : les premiers travaux.

Les premiers travaux notoires sur la plasticité ont été réalisés en France avec la proposition de TRESCA en 1864 du premier critère de plasticité suivi par SAINTVENANT en 1870 qui développa théoriquement les propositions de TRESCA. En 1912, VON MISES en proposa un autre et ces deux critères sont encore utilisés de nos jours.

La possibilité de formation de ‘rotules plastiques’ dans les barres a été suggérée par Kazinczy en 1914 en Hongrie et par Kist en 1917 en Hollande. Kazinczy effectua des essais sur des poutres bi -encastrées et lia le nombre de sections plastifiées à la ruine de la poutre par formation d’un mécanisme.

Des études furent entamées dans plusieurs pays dont l’Allemagne, la Grande Bretagne, la France, les USA et l’URSS.

Des tests sur des portiques en acier furent réalisés à l’université de Bristol (Grande Bretagne) entre 1936 et 1939. Des études théoriques développées parallèlement aux états unis permirent de jeter les principes de bases du calcul plastique dès 1940.

2.2 Deuxième période : les travaux en Grande Bretagne.

A partir de 1943, l’équipe composée de Lord Baker, Horne, Roderick, Heyman et Neal conduisirent une série d’essais à l’université de Cambridge. Leurs conclusions furent incorporées dans les règles anglaises BS 449 publiées en 1948. Les propriétés plastiques de l’acier furent prises en compte dans la vérification des structures et permirent le calcul à la ruine de certaines structures : un bâtiment calculé en plasticité fut construit en 1952.

2.3 Troisième période : période actuelle.

Depuis 1950, les recherches théoriques se sont intensifiées et ont abouti à des résultats concrets. Deux centres furent principalement actifs :

- l’université de Cambridge en Grande Bretagne sous la direction de Lord Baker.
- l’université de Lehigh aux USA avec Beedle.

Introduction Générale

De nombreux essais sur des structures de grandeurs réelles furent effectués. Les développements théoriques permirent à Horne dès 1950 d'énoncer les principes fondamentaux du calcul plastique des ossatures.

L'utilisation du calcul plastique se répandit surtout dans les pays anglo-saxons où dès 1961, les USA disposaient de recommandations permettant le calcul plastique et des structures multi étagées étaient calculées sur cette base. En Grande Bretagne 90% des portiques à âme brisée à un niveau sont maintenant conçus grâce aux méthodes plastiques.

En France, la commission des recherches sur la plasticité en acier présidée par DUTHEIL publia dès 1947 une étude sur l'adaptation plastique dans les poutres. Cette commission affirmait qu'il n'était plus possible d'ignorer la phase plastique et recommandait des études systématiques pour aboutir à une technique fondée sur une considération plus précise des propriétés réelles du matériau.

Les règles françaises CM66 autorisèrent seulement une plastification partielle des solives et des poutres grâce à l'introduction d'un coefficient d'adaptation plastique. Les règles CM66 furent complétées par l'additif 80 (les CM80) qui définit le domaine d'application du calcul en plasticité des constructions en acier.

Le calcul plastique des sollicitations ainsi que la vérification de la résistance plastique des sections est maintenant consacré dans le nouveau règlement européen de calcul et de vérification des ossatures « l'Eurocode 3 ».

3 Problématique

Lorsque les sollicitations dans une structure sont calculées à l'aide d'une analyse globale élastique, il convient de considérer que le matériau a un comportement linéaire quel que soit le niveau de contrainte.

Cependant la structure possèdera toujours une réserve de résistance plus ou moins importante lorsqu'en une de ses sections la contrainte devient égale à la contrainte limite élastique (cette réserve de résistance varie avec le degré d'hyperstaticité de la structure).

L'analyse globale plastique fait intervenir la résistance maximale de la structure. La ruine de la structure interviendra dès que le chargement atteint ou dépasse une valeur limite

Introduction Générale

qui est la charge de ruine. On doit donc déterminer cette charge de ruine et par conséquent étudier le comportement de la structure, au delà des limites du domaine élastique. Ce comportement dépendra aussi des caractéristiques du matériau utilisé.

4 Objectifs de la recherche

Les objectifs assignés au présent mémoire peuvent être classés comme suit :

- Développement d'une approche analytique permettant d'étudier le comportement élasto-plastique des poutres simplement appuyée (soumises à des charges verticales appliquées au milieu de la portée), de section transversales différentes (rectangulaires, IPE).
- Développement d'un modèle numérique dans le domaine non-linéaire en utilisant le logiciel CAST3M.
- Validation du modèle numérique développé avec l'approche analytique.
- Déterminer les charges ultimes de différentes poutres à la base du modèle numérique pour le début de plastification des sections et la plastification totale de rotule plastique.

5 Structuration du mémoire

Le plan du mémoire est structuré comme suit :

Le premier chapitre présente une revue générale sur les principales études et recherches consacrées aux problèmes des poutres métalliques dans le domaine élasto-plastique.

Le deuxième chapitre de cette recherche consiste sur un développement d'une approche analytique permettant d'étudier le comportement élasto-plastique des poutres simplement appuyée (soumises à des charges verticales appliquées au milieu de la portée), de section transversales différentes (rectangulaires, IPE).

Le troisième chapitre expose la modélisation des poutres métalliques et le choix d'élément en utilisant le logiciel (Cast3m) basé sur la méthode des éléments finis. En outre, on donne un aperçu sur la présentation de cet outil de calcul.

Le chapitre quatre est réservé pour une étude paramétrique à l'état élasto-plastique, en exploitant le modèle numérique validé dans le chapitre précédent.

Introduction Générale

Enfin, on achève ce travail par une conclusion générale portant sur les différents aspects traités dans ce mémoire.

Chapitre 01

Revue de la littérature

1.1 Introduction

Le développement de la plasticité dans les éléments d'une structure (poutres) a été effectué dans le but de calculer leurs comportement jusqu'à la ruine. L'objectif principal du calcul plastique est la prédiction de la charge de ruine des ossatures suite à des déformations de flexion excessive. Il est donc nécessaire d'examiner en détail le comportement des poutres fléchies jusqu'à la ruine et déterminer la résistance ultime en flexion des poutres.

Dans ce contexte, un bilan (présentation chronologique) sur quelques travaux de recherches disponibles mené sur des poutres et des portiques, est présenté et donne des informations sur le comportement non linéaire et le calcul plastique introduisant la notion de rotule plastique pour mieux dimensionner ce type de structures.

1.2 Travaux de recherches menées sur la plasticité des structures

En 1998, Seung-EockKim et Wai-FahChen [2] ont effectué une analyse numérique par éléments finis en introduisant la notion de rotule plastique sur un nombre requis d'éléments d'une poutre soumise à un chargement transversal réparti. Une des particularités des méthodes d'analyse numérique est de modéliser avec précision un membre (poutre) à un ou deux éléments en tenant compte des non-linéarités matérielles et géométriques pour l'efficacité de calcul.

Ils ont trouvé qu'un modèle à deux éléments est adéquat pour prédire la résistance avec précision. D'où ils ont conclu que l'analyse numérique par éléments finis utilisant la notion de rotule plastique est efficace dans un tel calcul.

En 2008, un travail de recherche rapporté par Chi KinLu [3] met l'accent sur les effets des non-linéarités matérielles des poutres mixtes avec recours à la méthode introduisant la notion de la rotule plastique. De nombreuses combinaisons de sections en acier et en béton forment des sections mixtes arbitraires. Deuxièmement, les propriétés des matériaux des poutres mixtes varient remarquablement à travers leurs sections transversales de l'acier ductile au béton fragile. Troisièmement, le béton est faible en traction, de sorte que les changements de la section mixte dépendent de la distribution de la charge. A cet effet, l'approche par l'analyse inélastique en zone plastique peut évaluer la résistance des éléments, en tenant compte des non-linéarités matérielles pour chaque fibre à travers la section mixte.

En conséquence, de nombreux chercheurs adoptent généralement l'approche par l'analyse numérique inélastique des structures mixtes en zone plastique. D'autre part, la méthode introduisant la notion de rotule plastique décrit intégralement le comportement de matériau non linéaire d'une section mixte globale.

Par conséquent, les propriétés adaptées à utiliser dans la rigidité des rotules plastiques sont nécessaires pour représenter le comportement du matériau à travers toute une section mixte arbitraire. Du point de vue de l'efficacité numérique et de convergence, la méthode introduisant la notion de rotule plastique est supérieure à la méthode de la zone plastique.

Par conséquent, à la base de l'approche par la notion de rotule plastique, la façon d'incorporer les non-linéarités de matériau d'une section mixte arbitraire dans la formulation de rigidité de rotule plastique devient un objectif principal du présent document. Le comportement non linéaire de différents types de poutres mixtes est étudié dans ce travail, y compris deux poutres mixtes simplement appuyées, une poutre mixte en porte-à-faux et une poutre mixte continue à deux travées.

En 2009, BorisŠtok et MiroslavHalilovič ont effectué analyse [4] sur la flèche des poutres de section rectangulaire soumises à l'effet d'un chargement spécifique (uniforme), résultant une répartition quadratique du moment de flexion et supposant un comportement élasto-plastique sans écrouissage. Dans le cadre d'une approche à faible déformation et à faible déplacement, des solutions analytiques sont dérivées, qui permettent d'effectuer des analyses élasto-plastiques des poutres sous une forme analytique limitée. En conséquence, le tracé de l'évolution de la réponse élasto-plastique montre clairement une propagation de la zone plastique à travers le volume, c'est-à-dire sa propagation le long de l'axe longitudinal de la poutre dès le début de plastification (formation de la première rotule) dans la section transversale jusqu'à ce que la ruine commence à apparaître dans la structure (son effondrement).

En 2010, JI Bin et Chen Wanji ont présenté une solution analytique en théorie élasto-plastique de contrainte [5] pour les poutres en flexion pure sous petite déformation. Cette solution considère les effets de la déformation élastique et de la déformation plastique, et donne implicitement la relation entre le moment de flexion et la courbure. Cette solution s'avère plus efficace dans les matériaux à fort écrouissage plastique ou à faible déformation plastique. De plus, les résultats numériques montrent que la solution peut être utilisée pour

prédire les effets de taille dans les tests micro-courbure et pour mesurer leur paramètre de longueur de matériau.

En 2010, Y.WenQ et Y.Zeng ont présenté une nouvelle approche par une analyse non linéaire en éléments finis sur les portiques plans, en utilisant le concept de raideur sécante incrémentale [6]. Ces portiques sont soumis à l'effet des charges externes monotones croissantes. Pour décrire le comportement élasto-plastique d'un élément typique poutre, un ensemble de coefficients de plasticité dits multiplicateurs de charge sont introduits progressivement sur un historique de charge incrémentielle, influençant sur les propriétés de rigidité élastique jusqu'à l'apparition de la ruine. La méthode proposée est développée pour fournir la précision des approches de plasticité distribuée, tout en maintenant l'efficacité de calcul des méthodes introduisant la notion de rotule plastique. Afin de maintenir l'équilibre pendant la déformation plastique, chaque membre (composante) est isolé séparément, les effets propageant la plasticité sont automatiquement pris en compte. Il convient de noter que la matrice de rigidité des éléments constituant la structure (portique) de la présente étude est explicitement formulée, ce qui rend les intégrations numériques inutiles. L'efficacité du processus de la solution est proposée selon un schéma d'itération directe basé sur la raideur sécante incrémentale. La procédure de la solution converge rapidement lors de l'analyse incrémentale-itérative. La présente méthode a été implémentée dans un programme informatique à éléments finis utilisant FORTRAN. Les résultats des exemples numériques ont démontré que la présente approche semble être fiable et efficace pour prédire la réponse inélastique des portiques plans.

L'analyse par calcul plastique (Plastic Design Analysis « PDA ») est un développement récent, cas d'une procédure spécifique de calcul basée sur le déplacement latérale des cadres rigide en acier. La PDA est une dérivée de la méthode classique d'analyse et de calcul plastique (Plastic Analysis and Design « PAD »). Cette dernière (PAD) ne peut qu'estimer le chargement ultime en cas de ruine, tandis que PDA a été développé pour répondre à des problèmes de conception importants tels que les effets P-delta, formation séquentielle des rotules et déplacements latéraux au début de ruine (effondrement). Ceci est obtenu tout d'abord par une liaison de la rigidité globale des cadres de la structure au déplacement cible le plus critique, ensuite à la demande en capacité imposée aux éléments du cadre.

À cet effet, en 2012, une méthode pratique de prévision de la formation des rotules plastiques [7], est introduite dans ce travail de recherche. L'analyse par calcul plastique

(PDA), tel que présentée dans cette recherche, est basée sur plusieurs concepts de calcul complémentaires ainsi sur de nouvelles formules qui n'apparaissent pas dans la littérature auparavant

En 2013, Jian et YingWu ont présenté dans un travail de recherche [8] l'aspect théorique et la mise en œuvre numérique de nouveaux éléments finis dotés de rotules plastiques encastrées pour l'analyse des poutres de Timoshenko et d'Euler-Bernoulli en cas de rupture. D'une part, de manière similaire au modèle de rotule encastrée, la rotule plastique est décrite par un modèle cohésif entre les résultantes de contrainte et les déplacements. D'autre part, le champ de contrainte dans l'élément est évalué à partir d'une relation constitutive (loi de comportement) de la section transversale comme dans le modèle de rotule plastique classique. Le point crucial est l'introduction d'un champ de déformation inélastique cohérent dépendant à la fois du schéma d'interpolation (pas simplement la longueur caractéristique) des éléments finis de base et du mode de rotule concerné. De plus, la condition de continuité de traction est fortement appliquée.

En se basant sur la thermodynamique, un modèle multi surface modélisant la rotule plastique et une loi de comportement non-linéaire pour la section transversale de la poutre ont été ensuite établies. En particulier, les déplacements sont considérés comme des variables internes et peuvent être déterminés au niveau du point de l'apparition de la rotule plastique. Par conséquent, il n'est pas nécessaire d'introduire la perte correspondante à la raideur élastique, les degrés de liberté supplémentaires ou la concentration statique au niveau de l'élément comme dans le modèle de rotule encastrée. Outre les caractéristiques citées ci-dessus, la méthode proposée définit également un cadre très pratique pour sa mise en œuvre numérique.

Des éléments finis standards (poutres / barres) et les algorithmes bien développés pour les modèles de matériaux inélastiques peuvent être employés avec des modifications mineures. Plusieurs exemples numériques représentatifs sont présentés, vérifiant que le modèle proposé tient compte de la taille et de la finesse du maillage, ceci est dû à sa résolution correcte par la notion de rotule plastique des points de vue cinématique et statique.

Les méthodes pratiques courantes pour l'analyse plastique des structures en acier sont principalement basées sur la notion des rotules plastiques ou sur la notion des rotules plastiques modifiées. Ces méthodes sont simples et pratiques mais elles ont quelques

inconvenients. Le principal défaut de ces méthodes est de considérer la concentration des effets non linéaires en un seul point et de négliger la plastification progressive du matériau. En 2015, une recherche [9] s'est concentrée sur les effets de propagation de la plasticité dans la section et la longueur de l'élément. La méthodologie proposée utilise une section variable dans la région plastique de l'élément. Les résultats de cette méthode sur des cas pratiques sélectionnés sont présentés et comparés aux solutions exactes ainsi qu'aux résultats d'autres méthodes. La comparaison montre que la méthode proposée est plus précise, plus facile et plus efficace à mettre en œuvre.

1.3 Conclusion

Dans ce chapitre une présentation chronologique des études menées sur la plasticité des structures (poutres et portiques) en l'occurrence la formation de la rotule plastique, a été présentée.

Le chapitre qui suit est consacré sur le développement d'une approche analytique permettant d'étudier le comportement élasto-plastique des poutres métalliques de section différentes (section rectangulaire, section en IPE). Ainsi des modèles éléments finis ont été décrits afin de mener une analyse numérique dans le domaine non linéaire pour prédire le comportement mécanique (à savoir l'estimation de la charge ultime) des poutres métalliques dans les chapitres qui suivent.

Chapitre 02

*Développement d'une
approche analytique dans le
domaine non-linéaire*

2.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude de l'évolution élasto-plastique des poutres. La loi de comportement élasto-plastique est obtenue à partir d'un modèle en flexion pure (moment de flexion constant). L'application de cette loi en flexion simple nous amène à introduire la notion de rotule plastique. Nous présentons alors le modèle simplifié basé sur l'utilisation des rotules plastiques. Ce modèle est appliqué à l'étude élasto-plastique des poutres métalliques, en déduisant la charge ultime engendrant la rotule plastique.

2.2 Rappels et notations

Considérons une poutre longue rectiligne en flexion dans le plan (xoy) dans le cadre des hypothèses de Bernoulli et des petits déplacements qui entraînent $\vec{\theta} = v_{,x}\vec{z}_0$ et $\vec{u}(M, t) = (-yv_{,x}, v, 0)^T$

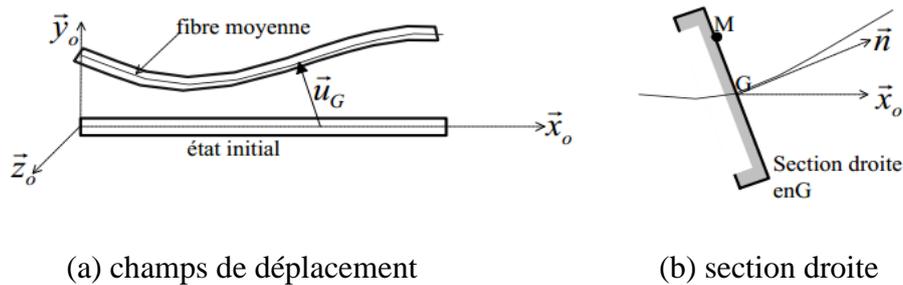


Fig.2.1 Modèle de Bernoulli : flexion plane

Les petites déformations supposent $\epsilon_{xx} = -yv_{,x^2}$. Le milieu est isotrope homogène élastique et l'état de contrainte est uni-axial, soit $\sigma_{xx} = E\epsilon_{xx}$.

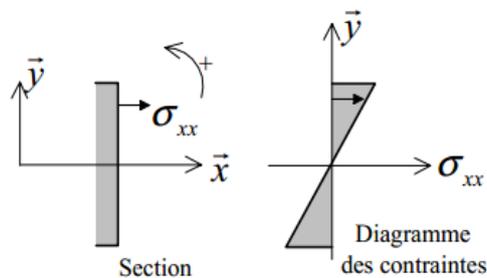


Fig.2.2 Essai de flexion

Intégrons les contraintes sur la section pour obtenir la loi de comportement élastique des poutres :

$$M_f = EIv_{,x^2}$$

Cette loi relie les deux grandeurs utilisées lors des calculs, le moment de flexion et la flèche. En statique, l'équation d'équilibre des moments donne :

$$T = -M_{f,x} = -EIv_{,x^3}$$

La loi de comportement du matériau étant définie au niveau local, exprimons les relations entre la contrainte physique et le moment fléchissant. Ces relations nous seront utiles par la suite pour exprimer les lois de comportement élasto-plastique.

$$\sigma_{xx} = -\frac{y}{I}M$$

Et pour les déformations

$$\epsilon_{xx} = -y\chi$$

2.3 Modèle élasto-plastique

Notre objectif est donc d'exprimer la loi de comportement élasto-plastique en fonction de la loi de comportement du matériau.

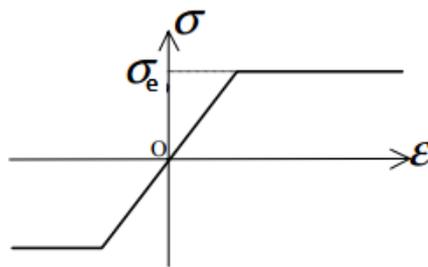


Fig.2.3 Diagramme de comportement élasto-plastique.

Pour simplifier la présentation nous supposons le matériau élasto-plastique parfait. La courbe d'écrouissage du matériau identifiée par un essai de traction est représentée ci-après (module d'élasticité E , limite en traction σ_e).

Le comportement de la poutre est régi par deux valeurs fondamentales du moment qui sont M_e et M_p . M_e est le moment qui correspond à la fin de la partie élastique de la courbe quand la contrainte dans les fibres extrêmes supérieures et inférieures atteint la valeur de la limite d'écoulement σ_e . M_p qui est le moment de résistance plastique de la section quand les

contraintes sont uniformément égales à la limite d'écoulement σ_e sur toute la hauteur de la section correspond à la formation de la rotule plastique.

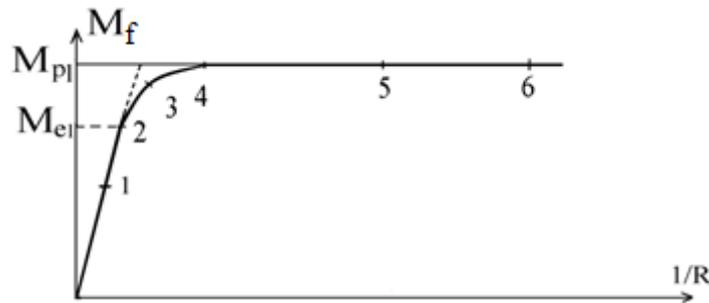


Fig.2.4 Diagramme moment-courbure pour une poutre fléchie

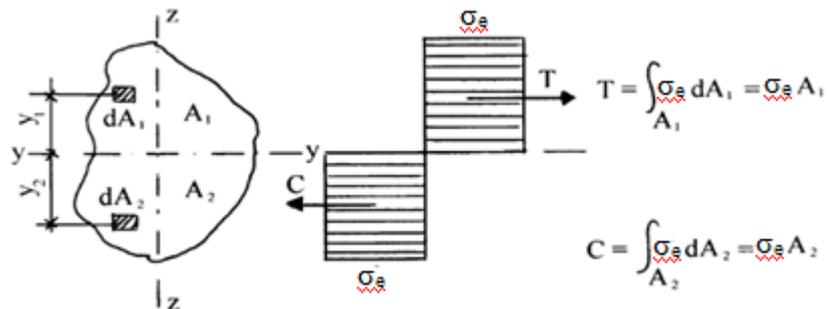


Fig.2.5 Répartition des contraintes dans une section plastifiée

La formation de la rotule plastique correspond au diagramme bi-rectangulaire de contraintes pour une section de forme quelconque. La section étant entièrement plastifiée, les contraintes sont égales à la limite d'écoulement σ_e sur toute sa hauteur (figure 5).

Dans le cas où la section est entièrement plastifiée sur toute sa hauteur, la contrainte vaut $+\sigma_e$ dans la partie supérieure de la section et $-\sigma_e$ dans la partie inférieure de la section.

Le moment de résistance de la section qui est le moment plastique M_p est égal à :

$$M_p = \int y_1 \sigma_e dA_1 + \int y_2 \sigma_e dA_2 = \sigma_e (\int y_1 dA_1 + \int y_2 dA_2)$$

Les intégrales représentant les moments statique de chaque demi-section, on peut donc réécrire l'expression pour le moment plastique

$$M_p = \sigma_e (S_1 + S_2) = \sigma_e W_p$$

Où W_p qui est la somme des moments statiques de chaque demi-section par rapport à l'axe des aires égales est appelé le module de résistance plastique de la section.

2.3.1 Essai de flexion pure

- **Évolution élastique** : Considérons un essai de flexion pure réalisé sur une poutre de section symétrique.

Le moment de flexion est uniforme le long de la poutre et vaut M . Pour cet essai, l'effort tranchant est nul. La solution obtenue avec les hypothèses de Bernoulli est donc exacte pour les matériaux incompressibles, et quasi-exacts pour les matériaux compressibles.

Compte tenu de la répartition des contraintes dans la section, les fibres les plus éloignées de la fibre moyenne plastifient en premier. Compte tenu de l'hypothèse de symétrie, ces fibres sont situées à une distance $\pm h$ de la fibre moyenne.

Il y a début de plastification lorsque : $(\sigma_{xx})_{y=\pm h} = \sigma_e$

$$\rightarrow M_e = \frac{I}{h} \sigma_e \quad (M_e \text{ est le moment de début de plastification})$$

La déformation correspondante (courbure) est : $\chi_e = \frac{1}{Eh} \sigma_e$

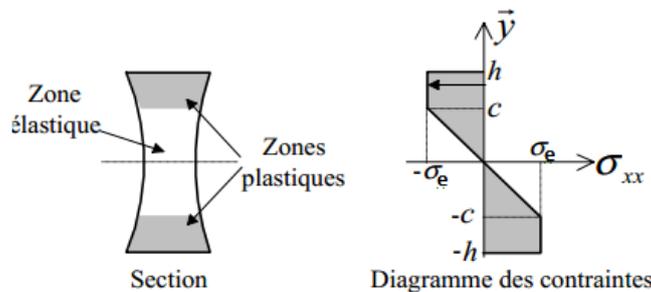


Fig.2.6 État de contrainte

- **Évolution élasto-plastique** : Pour $M > M_e$, il y a évolution élasto-plastique du matériau à partir des fibres extérieures. Le moment étant uniforme sur la longueur, dans toute section de la poutre, nous obtenons l'état de contrainte représenté ci-dessous.

Le matériau étant supposé élasto-plastique parfait au-delà de la cote « c » la contrainte dans la zone plastique est uniforme $\sigma_{xx} = \pm \sigma_e$. Conservons l'hypothèse de Bernoulli pour exprimer « c » en fonction des variables (E, χ) et σ_e .

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = -\sigma_e \\ \sigma_{xx} = E\epsilon_{xx} = -Ec\chi \end{cases} \rightarrow c = \frac{\sigma_e}{E\chi}$$

Comme en élasticité, pour écrire la loi de comportement, il faut intégrer sur une section le champ des contraintes afin d'obtenir une relation entre le moment de flexion et la courbure:

$$M_f = \int_{-h}^h -y\sigma_{xx}dS = 2 \int_0^h -y\sigma_{xx}dS$$

Et puisque la section est supposée symétrique :

$$M_f = 2 \int_0^c -y\left(-\frac{y}{c}\sigma_e\right)dS + 2 \int_c^h y\sigma_e dS$$

Notons respectivement le moment quadratique de la zone élastique I (c), le moment statique de la zone élastique Z(c) et le moment statique de la section Z(h) :

$$\begin{aligned} I(c) &= 2 \int_0^c y^2 dS \\ Z(c) &= 2 \int_0^c y dS \\ Z(h) &= 2 \int_0^h y dS \end{aligned}$$

Nous obtenons la loi de comportement élasto-plastique $M_f = f(\chi)$, en fonction du module d'élasticité E et de limite en traction σ_e :

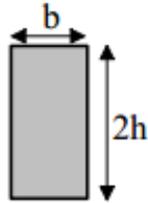
$$M = M_f = \sigma_e \left(\frac{I(c)}{c} + Z(h) - Z(c) \right)$$

Il est donc possible de modéliser, pour un chargement monotone, le comportement élasto plastique d'une poutre soumise à un moment de flexion uniforme sur sa longueur,. Ce modèle construit sur les hypothèses de Bernoulli en élasticité, suppose que les déformations plastiques les respectent aussi.

Il est à noter que quelque soit la forme de sa section les calculs se présentent de la même façon.

Etudions la loi de comportement élasto-plastique ($M_f = f(\chi)$) de deux cas de sections différentes, section rectangulaire et section en double T respectivement :

• Cas d'une section rectangulaire



$$I(h) = \frac{2}{3} b \cdot h^3$$

$$I(c) = \frac{2}{3} b \cdot c^3$$

$$w_p = Z(h) = b \cdot h^2$$

$$Z(c) = b \cdot c^2$$

$$M = \sigma_e b \left(h^2 - \frac{1}{3} c^2 \right)$$

On sait que :

$$c = h \frac{\chi_e}{\chi}$$

$$M = \sigma_e b h^2 \left(1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\chi_e}{\chi} \right)^2 \right)$$

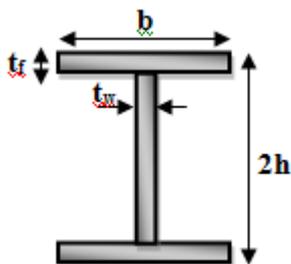
Or

$$M_p = \sigma_e b h^2 = \sigma_e w_p$$

Donc

$$M = M_p \left(1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\chi_e}{\chi} \right)^2 \right)$$

• Cas d'une section en double T



$$I(h) = \frac{2}{3} t_w \cdot h^3 + 2 b t_f h^2 - 2 t_w t_f h^2$$

$$I(c) = \frac{2}{3} t_w \cdot c^3 + 2 b t_f c^2 - 2 t_w t_f c^2$$

$$\frac{I(c)}{c} = \frac{2}{3} t_w \cdot c^2 + 2 b t_f c - 2 t_w t_f c$$

$$w_p = Z(h) = t_w \cdot h^2 + 2 b t_f h - 2 t_w t_f h$$

$$Z(c) = t_w \cdot c^2 + 2 b t_f h - 2 t_w t_f h$$

$$M = \sigma_e \left(-\frac{1}{3} t_w c^2 + t_w \cdot h^2 + 2 b t_f h - 2 t_w t_f h \right)$$

On sait que :

$$c = h \frac{\chi_e}{\chi}$$

$$M = \sigma_e \left(-\frac{1}{3} t_w h^2 \left(\frac{\chi_e}{\chi} \right)^2 + t_w \cdot h^2 + 2b t_f h - 2t_w t_f h \right)$$

$$M = \sigma_e \left(-\frac{1}{3} t_w h^2 \left(\frac{\chi_e}{\chi} \right)^2 + w_p \right)$$

$$M = M_p - \sigma_e \frac{t_w h^2}{3} \left(\frac{\chi_e}{\chi} \right)^2$$

2.3.2 Facteur de forme (f)

Le rapport $M_p/M_e (= w_p/w_e)$ représente le facteur de forme plastique de la section f.

Ce rapport caractérise la réserve vis à vis de la plastification totale d'une section donnée. Plus ce rapport est grand, plus grande est la phase élasto-plastique, soit une plus grande sécurité par rapport au chargement élastique limite. En contre partie la charge limite élastique sera plus petite, il faut donc trouver le bon compromis.

Plus ce rapport tend vers 1 meilleur est la section du point de vue élastique (toutes les fibres plastifient en même temps).

- **Cas d'une section rectangulaire**

$$f=1.5$$

- **Cas d'une section en double T**

$$f=1.15$$

2.3.3 Essai de flexion simple

En pratique, il est rare d'obtenir un état de contrainte constant par morceaux. Cela signifie que les zones plastiques sont réduites à des sections dont la position évolue au cours du chargement.

Étudions le cas d'une poutre sur deux appuis chargée en son centre par une force supposée ponctuelle.

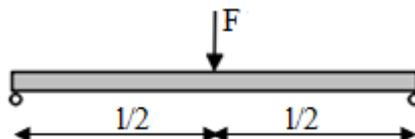


Fig.2.7 Poutre chargée à mi-portée

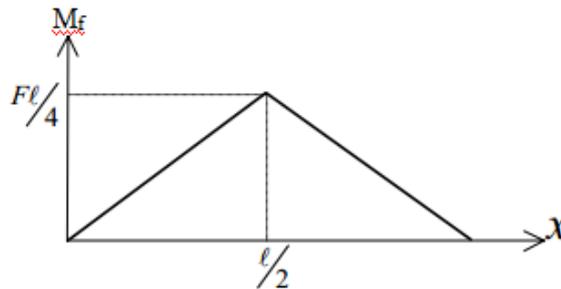


Fig.2.8 Diagramme du moment fléchissant

Le diagramme du moment de flexion est représenté sur la figure ci-dessous. Les zones plastiques apparaissent dans la section $x = l/2$ où le moment est maximal. Puis les zones plastiques s'étendent aux sections voisines avec l'augmentation du chargement.

-Modélisation : Pour étudier l'évolution élasto-plastique nous adoptons la loi de comportement élasto-plastique obtenue en flexion pure. De ce fait nous négligeons les effets de l'effort tranchant dans la zone plastique.

Le début de la phase élasto-plastique correspond à : $F_e = 4 \frac{M_e}{l}$
 La section $x = l/2$ est complètement plastifiée pour $F_p = 4 \frac{M_p}{l}$

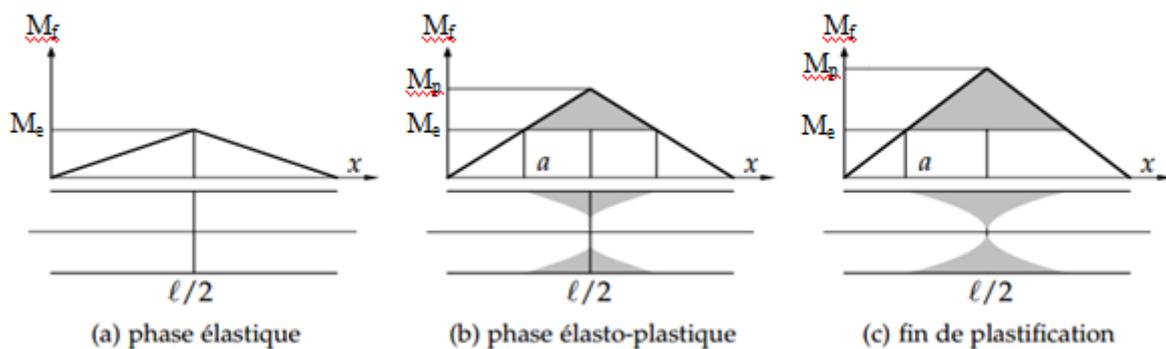


Fig.2.9 l'évolution de la zone plastique selon les phases du chargement.

-Étude de la zone plastique : L'abscisse de la première section plastifiée est simple à exprimer :

$$a = 2 \frac{M_e}{F}$$

La forme de cette zone est définie par la cote « c » avec :

$$c = \frac{\sigma_e}{E\chi}$$

La figure ci-dessous représente la zone plastique qui est limitée par une parabole d'équation $c(x)$ définie pour $F_e < F \leq F_p$.

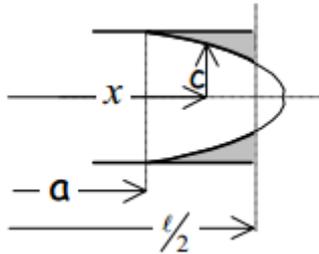


Fig.2.10 Zone plastique en flexion simple

- Cas d'une section rectangulaire

$$\chi = \frac{\chi_e}{\sqrt{3\left(1 - \frac{M}{M_p}\right)}} \quad \rightarrow \quad c = \frac{\sigma_e}{E\chi_e} \sqrt{3\left(1 - \frac{M}{M_p}\right)}$$

$$\rightarrow c = h \sqrt{3\left(1 - \frac{F \cdot x}{2 \cdot M_p}\right)}$$

$$\text{or } F_p = 4 \frac{M_p}{l}$$

$$\rightarrow c(x) = h \sqrt{3\left(1 - \frac{2 \cdot F \cdot x}{F_p \cdot l}\right)}$$

- Cas d'une section en double T

Posons :

$$\alpha = h \sqrt{\frac{t_w}{w_p}}$$

$$\chi = \alpha \frac{\chi_e}{\sqrt{3 \left(1 - \frac{M}{M_p}\right)}} \quad \rightarrow \quad c = \frac{\sigma_e}{\alpha E \chi_e} \sqrt{3 \left(1 - \frac{M}{M_p}\right)}$$

$$\rightarrow c = \frac{h}{\alpha} \sqrt{3 \left(1 - \frac{F \cdot x}{2 \cdot M_p}\right)}$$

$$\text{or } F_p = 4 \frac{M_p}{l}$$

$$\rightarrow c(x) = \frac{h}{\alpha} \sqrt{3 \left(1 - \frac{2 \cdot F \cdot x}{F_p \cdot l}\right)}$$

-Étude de la déformation

- Cas d'une section rectangulaire

zone élastique ($x \leq a$) : $\chi = \frac{M}{EI} = \frac{F}{2EI} x = \frac{M_e}{EI} \frac{x}{a} = \chi_e \frac{x}{a}$

zone élasto – plastique ($a \leq x \leq l/2$) : $\chi = \frac{\chi_e}{\sqrt{3 \left(1 - \frac{M}{M_p}\right)}}$

La figure ci-après représente l'évolution de la courbure en fonction de x pour les 3 phases de chargement présentées précédemment.

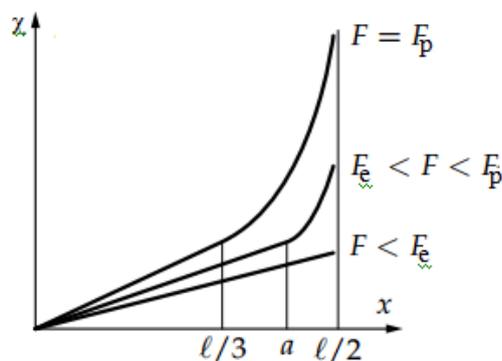


Fig.2.11 Essai de flexion pure d'une section rectangulaire

- Cas d'une section en double T

zone élastique ($x \leq a$) :

$$\chi = \frac{M}{EI} = \frac{F}{2EI} x = \frac{M_e}{EI} \frac{x}{a} = \chi_e \frac{x}{a}$$

zone élasto – plastique ($a \leq x \leq l/2$) :

$$\chi = \alpha \frac{\chi_e}{\sqrt{3 \left(1 - \frac{M}{M_p}\right)}}$$

La figure ci-après représente l'évolution de la courbure en fonction de x pour les 3 phases de chargement présentées précédemment.

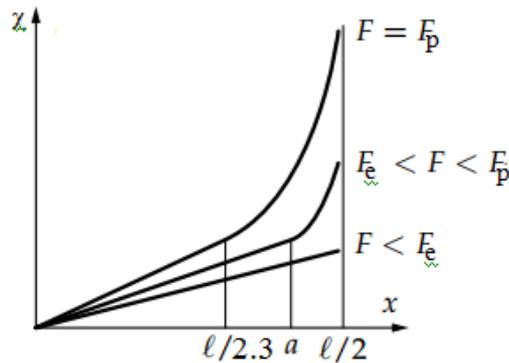


Fig.2.12 Essai de flexion pure d'une section en double T

Pour $F = F_p$ la courbure a un comportement asymptotique et tend vers l'infini. Tout se passe comme si la poutre était formée de deux tronçons articulés.

2.4 Expression de la flèche

Pour obtenir l'expression de la flèche il faut intégrer les relations qui définissent la courbure en fonction de x.

D'où la courbure ce n'est que l'équation différentielle suivante :

$$\chi = \frac{M}{EI} = \frac{d^2y}{dx^2} = v_{,x^2}$$

En intégrant une première fois, on obtient l'équation de l'angle de rotation

$$\theta(x) = \frac{dy}{dx} = \int \frac{M(x)}{EI} dx + C_1$$

En intégrant une seconde fois, il vient

$$y(x) = \int \left[\int \frac{M(x)}{EI} dx + C_1 \right] dx + C_2$$

Où C_1 et C_2 sont les constantes d'intégration à déterminer à partir des conditions aux limites.

Il faut noter que dans le cas des poutres ayant plusieurs tronçons dont chacun possède sa propre équation du moment, il faut substituer l'expression de M dans chacune des équations différentielles et procéder à l'intégration. Les constantes d'intégration dans ce cas sont déterminées en utilisant les conditions aux appuis des extrémités de la poutre et aux conditions de continuité aux limites des tronçons.

- **Cas d'une section rectangulaire**

Zone élastique ($x \leq a$)

$$y(x) = \chi_e \left[\frac{1}{6a} x^3 + a \left(\sqrt{3 - \frac{l}{a} - \frac{3}{2}} \right) x \right]$$

Zone plastique ($a \leq x \leq l/2$)

$$y(x) = \chi_e \left[\frac{a^2}{3} \left(\sqrt[3]{3 - \frac{2}{a}x} \right) + a \left(\sqrt{3 - \frac{l}{a}} \right) x - \frac{5}{3} a^2 \right]$$

L'évolution de la flèche au milieu de la poutre est donnée par les deux expressions suivantes :

Phase élastique ($F = F_e$)

$$a = 2 \frac{M_e}{F} = \frac{2 F_e l}{F \cdot 4} = \frac{l}{2}$$

$$y\left(\frac{l}{2}\right) = \chi_e \left[-\frac{l^2}{12} \right] = \frac{M^{max}}{EI} \left[-\frac{l^2}{12} \right]$$

$$\text{Or, } M^{max} = \frac{Fl}{4}$$

$$\text{D'où, } y\left(\frac{l}{2}\right) = \left[-\frac{Fl^3}{48EI} \right]$$

Phase plastique (F = F_p)

$$a = 2 \frac{M_e}{F_p} = 2 \frac{M_e}{4M_p} l = \frac{l M_e}{2 M_p} = \frac{l}{2} \frac{2}{3} = \frac{l}{3}$$

$$y\left(\frac{l}{2}\right) = \chi_e \left[-\frac{5}{27} l^2 \right] = \frac{M^{max}}{EI} \left[-\frac{5}{27} l^2 \right]$$

$$\text{Or, } M^{max} = \frac{Fl}{4}$$

$$\text{D'où, } y\left(\frac{l}{2}\right) = \left[-\frac{5 Fl^3}{108 EI} \right]$$

- **Cas d'une section en double T**

Zone élastique (x ≤ a)

$$y(x) = \chi_e \left[\frac{1}{6a} x^3 + a \left(\alpha \left(0.8 \sqrt{3 - \frac{1.3l}{a} - \frac{1}{2}} \right) - \frac{1}{2} \right) x \right]$$

Zone plastique (a ≤ x ≤ l/2)

$$y(x) = \chi_e \left[0.2a^2 \left(\sqrt[3]{3 - \frac{2.6}{a} x} \right) + 0.8\alpha a \left(\sqrt{3 - \frac{1.3l}{a}} \right) x - a^2(0.5\alpha + 0.38) \right]$$

L'évolution de la flèche au milieu de la poutre est donnée par les deux expressions suivantes :

Phase élastique ($F = F_e$)

$$a = 2 \frac{M_e}{F} = \frac{2 F_e l}{F} = \frac{l}{2}$$

$$y\left(\frac{l}{2}\right) = \chi_e \left[-\frac{l^2}{12} \right] = \frac{M^{max}}{EI} \left[-\frac{l^2}{12} \right]$$

$$\text{Or, } M^{max} = \frac{Fl}{4}$$

$$\text{D'où, } y\left(\frac{l}{2}\right) = \left[-\frac{Fl^3}{48EI} \right]$$

Phase plastique ($F = F_p$)

$$a = 2 \frac{M_e}{F_p} = 2 \frac{M_e}{4M_p} l = \frac{l}{2} \frac{M_e}{M_p} = \frac{l}{2} \frac{1}{1.15} = \frac{l}{2.3}$$

$$y\left(\frac{l}{2}\right) = \chi_e [-0.19l^2](0.5\alpha + 0.38) = \frac{M^{max}}{EI} [-0.19l^2](0.5\alpha + 0.38)$$

$$\text{Or, } M^{max} = \frac{Fl}{4}$$

$$\text{D'où, } y\left(\frac{l}{2}\right) = \left[-\frac{5}{105} (0.5\alpha + 0.38) \frac{Fl^3}{EI} \right]$$

Le début de plastification (formation de la première rotule plastique) se produit pour $c = h$, là où on retrouve M_e (moment de début de plastification) correspondant à $(a = l/3)$ c'est-à-dire pour $(x \leq a)$; d'où l'expression de la flèche correspondante est :

- Cas d'une section rectangulaire**

$$v(x) = \chi_e \left[\frac{1}{6a} x^3 + a \left(\sqrt{3 - \frac{l}{a} - \frac{3}{2}} \right) x \right]$$

On sait que :

$$\chi_e = \frac{\sigma_e}{Eh}$$

D'où,

$$v(x) = \frac{\sigma_e}{Eh} \left[\frac{x^3}{2l} + \frac{l}{2} x \right]$$

Or, la flèche maximale est :

$$v\left(\frac{l}{2}\right) = -\frac{3l^2}{16Eh} \sigma_e$$

- Cas d'une section en double T

$$v(x) = \chi_e \left[\frac{1}{6a} x^3 + a \left(\alpha \left(0.8 \sqrt{3 - \frac{1.3l}{a} - \frac{1}{2}} \right) - \frac{1}{2} \right) x \right]$$

On sait que :

$$\chi_e = \frac{\sigma_e}{Eh}$$

D'où,

$$v(x) = \frac{\sigma_e}{Eh} \left[\frac{x^3}{2.6l} - (0.22\alpha + 0.22)x \right]$$

Or, la flèche maximale est :

$$v\left(\frac{l}{2}\right) = -\frac{(0.11\alpha + 0.062)l^2}{Eh} \sigma_e$$

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, un modèle analytique a été développé ci-dessus afin de prédire le comportement d'une poutre métallique dans le domaine élasto-plastique.

Ce modèle est basé sur l'étude de la flèche totale à l'état non-linéaire dont le but de déterminer la charge ultime d'une telle poutre métallique à section symétrique (section rectangulaire, section en double T) soumise à l'effet d'une charge transversale concentrée à mi portée.

Les résultats obtenus par la méthode analytique seront comparés avec les résultats obtenus numériquement en utilisant le logiciel Castem qui est basé sur la méthode des éléments finis.

Nous allons donc, dans le chapitre suivant apporter une attention particulière au choix du maillage et des lois de comportement afin de pouvoir élaborer un modèle numérique fiable, représentatif de la réalité et suffisamment souple pour le calcul de la charge ultime des poutres métalliques à section symétrique (section rectangulaire, section en double T).

Chapitre 03

*Modélisation mécanique par
éléments finis*

3.1 Introduction

Le problème mécanique que pose la réalité quotidienne concerne des corps, au temps le dire, qui n'ont jamais des formes simples et pour lesquelles on peut espérer des solutions analytiques simples, il devient alors nécessaire de recourir à une pratique plus systématique de la décomposition en morceaux déformables ou modélisation. En conséquence, la méthode des éléments finis est généralement considérée comme l'outil le plus puissant à l'analyse linéaire dans la conception des structures, même si, pour des raisons pratiques (résistance, esthétique...), on limite souvent le domaine de fonctionnement normal des structures à des déplacements faibles, de sorte que des calculs linéaires suffisent à prédire leur comportement, cependant, il ne doit pas être perdu de vue que les structures réelles ont un comportement en général non-linéaire.

La méthode des éléments finis nécessite l'utilisation intensive de l'ordinateur, c'est une méthode très générale qui s'applique à la majorité des problèmes rencontrés dans la pratique : problèmes linéaire ou non linéaire, définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions.

Dans ce type d'approche, où la précision de l'analyse dépend directement du maillage et des éléments utilisés, les utilisateurs ont pris l'habitude de vérifier qu'il était suffisamment fin pour conduire à des résultats fiables. Un logiciel basé sur la méthode des éléments finis, tel que Cast3m constitue un outil extrêmement efficace dont l'utilisation permet de résoudre une immense variété de problèmes. Il s'agit d'un véritable outil, aux multiples facettes, qui permet de se concentrer sur les véritables problèmes de l'ingénieur.

L'objectif de ce travail est de prouver l'efficacité du logiciel utilisé (Cast3m) pour un tel calcul mécanique non linéaire. Dans ce chapitre nous allons commencer par une présentation générale du logiciel en donnant un aperçu global sur l'organisation d'un calcul mécanique (mené sur ce logiciel), ensuite nous exposons la modélisation par éléments finis afin d'estimer le comportement mécanique d'une poutre métallique dans le domaine non-linéaire.

3.2 Présentation du logiciel :**3.2.1 Introduction :**

Cast3m est un logiciel de calcul de structures basé sur la méthode des éléments finis. Il a été développé au Département de Mécanique et Technologie (DMT) du Commissariat à l'Energie Atomique de France (CEA). La principale particularité de Cast3m, est de permettre à l'utilisateur d'adapter ses calculs selon les problèmes qu'il doit résoudre.

Ce code de calcul présente un système complet intégrant non seulement des fonctions de calculs proprement dites mais également des fonctions de construction de modèle (pré- processeur) et de traitement de résultats (post- processeur). Il traite différents problèmes à savoir :

- La mécanique statique et dynamique avec des comportements en :
 - Elasticité linéaire classique.
 - Plasticité et la viscoplasticité.
- Thermique.
- Thermo-mécaniques couplées.

3.2.2 Environnement et langage :

Le logiciel Cast3m fonctionne sur tout ordinateur PC ou compatible utilisant types de Windows. Afin de convertir les informations en entités informatiques par le programme, il faut disposer d'une interface. C'est le langage GIBIANE qui va permettre de communiquer directement avec le programme.

3.2.3 Organisation d'un calcul :**3.2.3.1 Préparation du modèle de calcul :**

Le modèle de calcul représente l'ensemble des données que doit préparer l'utilisateur pour décrire les caractéristiques complètes du problème à analyser. Il peut être décrit par le schéma suivant de la figure 3.1:

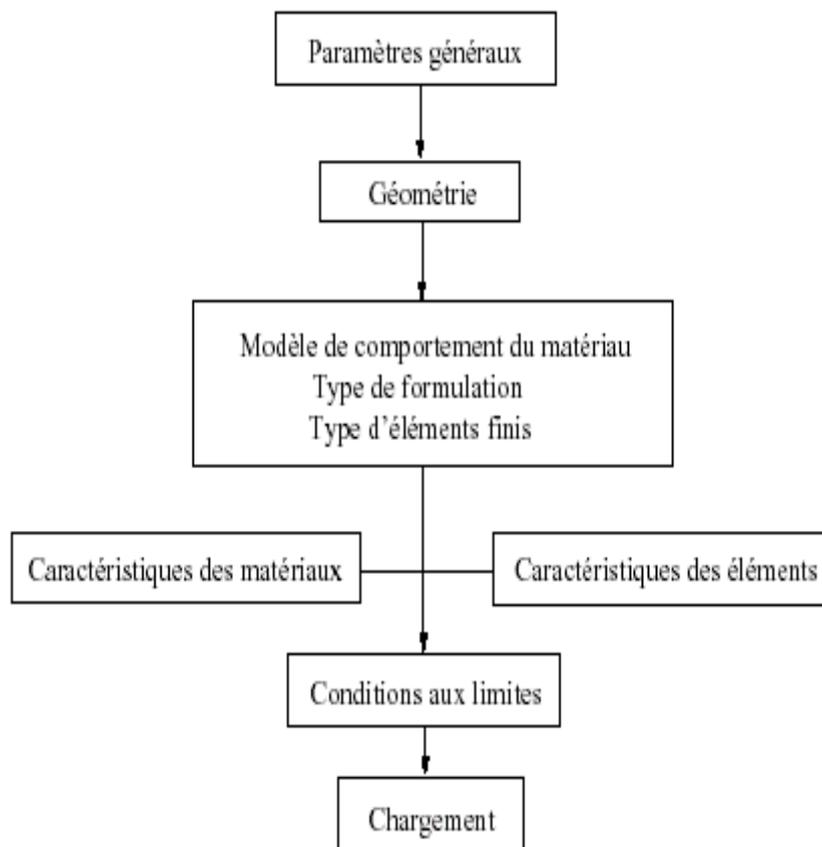


Fig.3.1. Organigramme du modèle de calcul.

- Les paramètres généraux sont définis avec les options générales de calcul.
- La géométrie représente la forme discrétisée du domaine à étudier.
- Le modèle associe au maillage une loi de comportement du matériau, la formulation éléments finis ainsi que le type d'éléments utilisés.
- Les caractéristiques des matériaux définissent les propriétés physiques des matériaux : module d'Young, coefficient de Poisson, masse volumique, (pour un calcul non linéaire, on ajoute la limite élastique du matériau f_y).
- Les caractéristiques des éléments sont relatives à certaines données supplémentaires selon les types d'éléments choisis qui ne peuvent se déduire de la géométrie. Par exemple, pour les coques il est nécessaire d'indiquer leur épaisseur, pour les poutres leur section et leur différentes inerties.
- Les conditions aux limites doivent s'ajouter à la matrice de rigidité.
- Application des chargements externes.

3.2.3.2 Résolution du système d'équations :

Une fois réalisée la préparation du modèle de calcul, on peut constituer le système $\overline{\overline{M}} \cdot \overline{\overline{u}} + \overline{\overline{C}} \cdot \overline{\overline{u}} + \overline{\overline{K}} \cdot \overline{\overline{u}} = \overline{\overline{F}}$ et le résoudre. Il faut donc dans un premier temps calculer les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité.

Par exemple : pour une analyse statique linéaire (calcul de la flèche) la résolution sera sur le système : $\overline{\overline{K}} \cdot \overline{\overline{u}} = \overline{\overline{F}}$.

pour une analyse modale (calcul des modes propres), le système à résoudre devient :

$$\overline{\overline{K}} - \omega^2 \overline{\overline{M}} = 0.$$

3.2.3.3 Traitement des résultats :

Il s'avère indispensable de traiter les résultats d'une analyse effectuée avec Cast3m. Ce traitement permet le calcul de grandeurs dérivées plus faciles à appréhender ou une visualisation en vue d'une meilleure interprétation des résultats. Deux groupes d'opérateurs sont disponibles à cet effet, l'un étant réservé au post-traitement des données et l'autre à la représentation graphique. Il est ensuite possible de sauvegarder les résultats en vue de les restituer dans des calculs ultérieurs.

Les programmes de calcul par éléments finis classiques sont structurés selon cette logique (voir Fig.3.2), chaque étape étant associée à un module du code :

- le préprocesseur pour la définition du maillage et du modèle mathématique.
- le programme de calcul qui envoie une série de processus selon la procédure de calcul choisi par l'utilisateur, celui-ci ne peut maîtriser l'enchaînement des processus.
- La procédure agit comme une boîte noire sur laquelle l'utilisateur n'a aucune possibilité d'intervention.
- le post-processeur qui procède aux traitements nécessaires après avoir reçu les résultats des modules précédents.

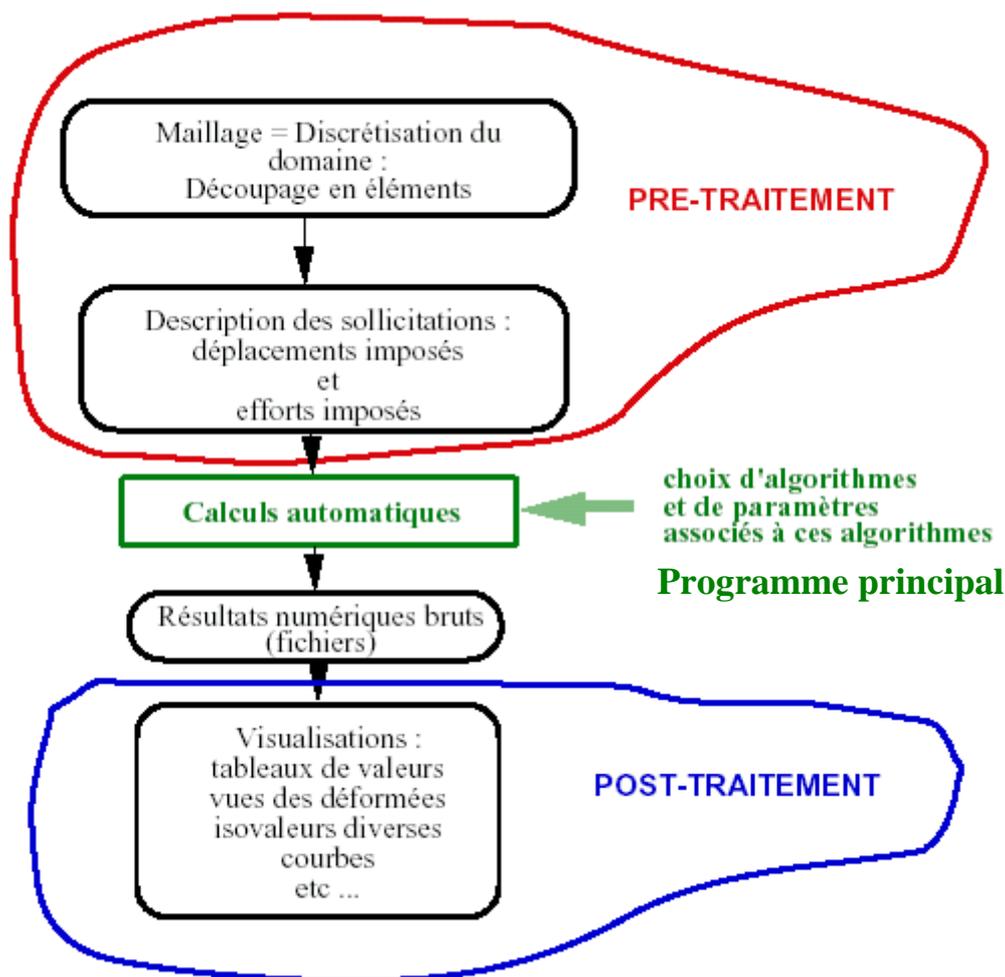


Fig.3.2. Noyau de calcul, pré et post traitements

3.3 Modélisation par éléments finis :

3.3.1 Introduction :

Actuellement, l'outil informatique et les logiciels de dimensionnement font largement appel à des modélisations conduisant à gérer des ensembles d'hypothèses qu'il était difficile de prendre en compte dans le passé. Depuis de nombreuses années les ingénieurs de bureau d'études confrontés à des problèmes de dimensionnement pour lesquels le prototype réel et la structure elle-même utilisent comme modèles de connaissance des modèles éléments finis.

3.3.2 Modèle géométrique (Développement d'un modèle numérique)

Le maillage de la poutre métallique du modèle Cast3M est réalisé avec des éléments en trois dimensions (3D) de type coque mince à 4 nœuds COQ4 pour les sections en double T et des éléments en deux dimensions (2D) de type quadratiques à 8 nœuds nommé QUA8 pour les sections rectangulaires.

Pour le cas des sections en double T, les parois (métalliques) des poutres et de la colonne sont modélisées à l'aide d'éléments coques. Les sections droites sont modélisées en plaçant les éléments coques à la fibre moyenne de chaque plat formant la section (voir figure 3.3-a).

Pour le cas des sections rectangulaires, la modélisée se fait à l'aide d'éléments coques dans le plan moyen de la partie pleine de la section droite de la poutre (voir figure 3.3-b).



a- Section en double T en COQ4

b- Section rectangulaire en QUA8

Fig. 3.3. Modélisation des sections métalliques

3.3.3 Modèles de comportement du matériau

Le matériau acier est modélisé à l'aide d'une loi de comportement de type bilinéaire élasto-plastique parfaite sans écrouissage (figure 3.4) basée sur le critère tridimensionnel des contraintes de Von Mises. Les caractéristiques mécaniques de l'acier sont définies comme suit : $E = 210 \text{ GPa}$ et $\nu = 0.3$.

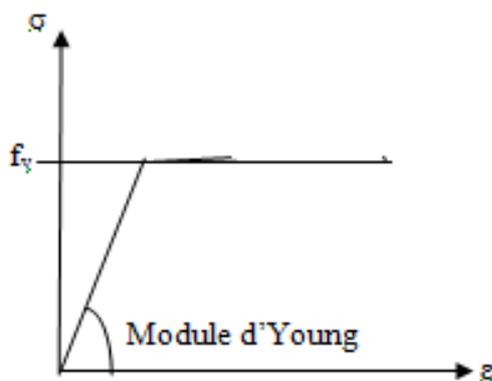


Fig.3.4. Loi de comportement de l'acier

3.3.4 Conditions aux limites et chargement

- **Section en double T**

Les appuis sont représentés par des conditions aux limites sur toute la largeur de la semelle. L'appui simple des poutres est modélisé en bloquant les déplacements verticaux de la semelle inférieure à la section correspondante. Par ailleurs, pour éviter un déversement de la poutre, un maintien latéral « continu » est appliqué le long de la jonction âme – semelle (supérieure et inférieure) en bloquant les déplacements latéraux au droit de l'âme.

- **Section rectangulaire**

L'appui simple des poutres est modélisé en bloquant le déplacement vertical au niveau du point à la section correspondante.

Les efforts ponctuels pour les de types de sections sont introduits dans les nœuds de la structure et le chargement du modèle est réalisé par déplacement imposé monotone croissant. Le calcul élasto-plastique s'effectue par la procédure incrémentale PASAPAS de Cast3M [10].

3.4 Validation du modèle numérique

Afin de confirmer la fiabilité des deux types d'éléments finis (COQ4, QUA8) à utiliser dans la modélisation, nous analysons le comportement non linéaire de deux poutres métalliques de sections différentes (section en double T, section rectangulaire) simplement appuyées, sollicitées en flexion par l'application d'une force transversale en milieu de travée.

La validation du modèle éléments finis repose sur les résultats d'essais expérimentaux évoqués en littérature [11], réalisés sur deux poutres en acier.

3.4.1 Poutres métallique à section en double T

Il s'agit d'une poutre console en acier de 6m à section en double T fabriquée en HEA340, représentée sur la figure 3.5

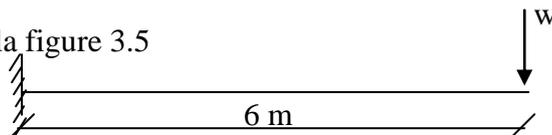


Fig.3.5. schéma statique de la poutre en double T

Cette poutre isostatique est soumise à une flexion 2 points où le chargement est introduit par un seul vérin hydraulique. La valeur mesurée de la limite d'élasticité de l'acier est 235.E6.

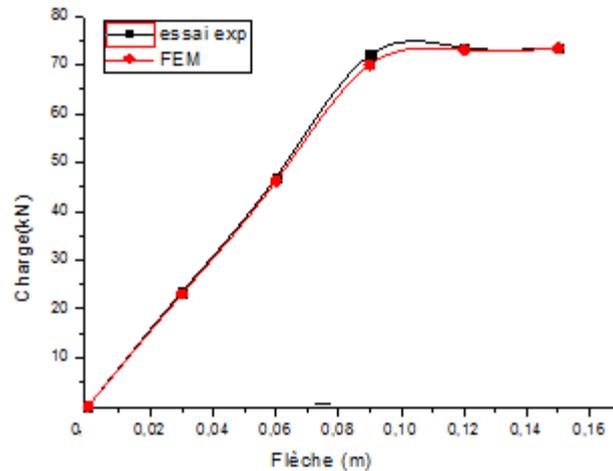


Fig.3.6. comparaison des résultats d'une poutre à section en double T

L'essai expérimental a été simulés avec Cast3M dans. Une comparaison des résultats en termes de charge ultime et de flèche à l'extrémité de la poutre est donnée en Figure 3.6.

D'après les deux courbes de la figure 3.6, il est à remarquer qu'un résultat comparable est obtenu entre la solution expérimentale et la solution numérique utilisant l'élément fini (COQ4).

Ce type d'éléments fini (COQ4) est retenu dans la modélisation tridimensionnelle des poutres à sections en double T que nous allons étudier dans notre étude paramétrique.

3.4.2 Poutres métallique à section rectangulaire

Il s'agit d'une poutre bi-encastree à section rectangulaire (0.18x0.30) en acier de 6m représentée sur la figure 3.7.

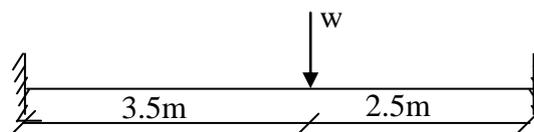


Fig.3.7. schéma statique de la poutre à section rectangulaire

Cette poutre isostatique est soumise à une flexion 3 points où le chargement est introduit par un seul vérin hydraulique. La valeur mesurée de la limite d'élasticité de l'acier est $390.E6$.

L'essai expérimental a été simulés avec Cast3M dans. Une comparaison des résultats en termes de charge ultime et de flèche à mi-portée est donnée en Figure 3.8

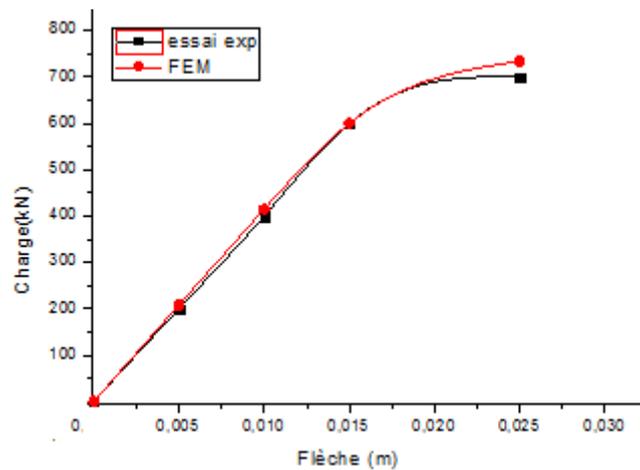


Fig.3.8. comparaison des résultats d'une poutre à section rectangulaire

De même d'après les deux courbes de la figure 3.8, il est à constater qu'un résultat comparable est obtenu entre la solution expérimentale et la solution numérique utilisant l'élément fini (QUA8).

Ce type d'éléments fini (QUA8) est retenu dans la modélisation bidimensionnelle des poutres à sections rectangulaires que nous allons étudier dans notre étude paramétrique.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons commencé par décrire le code de calcul Cast3m permettant d'étudier la flexion simple des poutres en élasto-plasticité par la méthode des éléments finis. La relation force-déplacement est alors fournie par les courbes présentées dans l'aperçu proposé sur le calcul élasto-plastique.

Finalement, ces relations (force-déplacement) ont été introduites dans le code éléments finis sous une forme de procédures programmées en utilisant le logiciel Cast3m, à la base des tests expérimentaux disponibles dans la littérature nous constatons qu'un résultat comparable a été obtenu pour les deux types d'étude des poutres à sections en double T et rectangulaires avec des éléments coque (COQ4) et quadratique (QUA8) respectivement.

Dans le chapitre qui suit, nous allons faire une étude paramétrique en retenant les mêmes types d'éléments (COQ4 et QUA8). Nous prendrons différents exemples de poutres métalliques fléchies qui se veulent représentatifs des différentes situations envisageables avec ces deux types d'éléments (COQ4 et QUA8) en utilisant le logiciel Cast3m.

Chapitre 04

Analyse numérique

4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent nous avons donné une présentation générale du logiciel Cast3m. Nous avons aussi présélectionné les éléments finis convenables (quadratique à 8 nœuds « QUA8 » pour les sections rectangulaires et coque à 4 nœuds « COQ4 » pour les sections IPE) afin de mener une étude paramétrique sur les poutres métalliques à âmes pleines dans le domaine non-linéaire où nous allons tester ce code de calcul pour divers exemples.

Dans ce chapitre nous allons tout d'abord, valider ces deux modèles numériques (QUA8, COQ4) avec l'approche analytique proposée ci-dessus afin de prouver la fiabilité de cette dernière pour l'étude de ce type de poutres métalliques dans le domaine non-linière, en suite, mener une étude paramétrique pour différents cas envisageables

Il s'agit de poutres métalliques à une seule travée de longueurs et sections différentes (rectangulaires et profilés en IPE), pour différents cas envisageables.

Nous étudierons alors, des poutres isostatiques, chargées par une charge ponctuelle à mi-portée, il est à rappeler que dans le modèle numérique le chargement est réalisé par un déplacement imposé monotone croissant.

4.2 Calibrage du modèle théorique par rapport au modèle numérique

Une comparaison de résultats est établie dans les figures ci-dessous, entre les valeurs obtenues par l'approche analytique proposée à celles obtenues par les solutions numériques en utilisant le logiciel Cast3m.

Cette comparaison est effectuée en fonction de différentes sections en gardant uniquement la portée de la poutre constante.

Les caractéristiques géométriques des poutres sont données dans les deux tableaux 1 et 2. L'acier utilisé des sections de différentes poutres est de nuance S235.

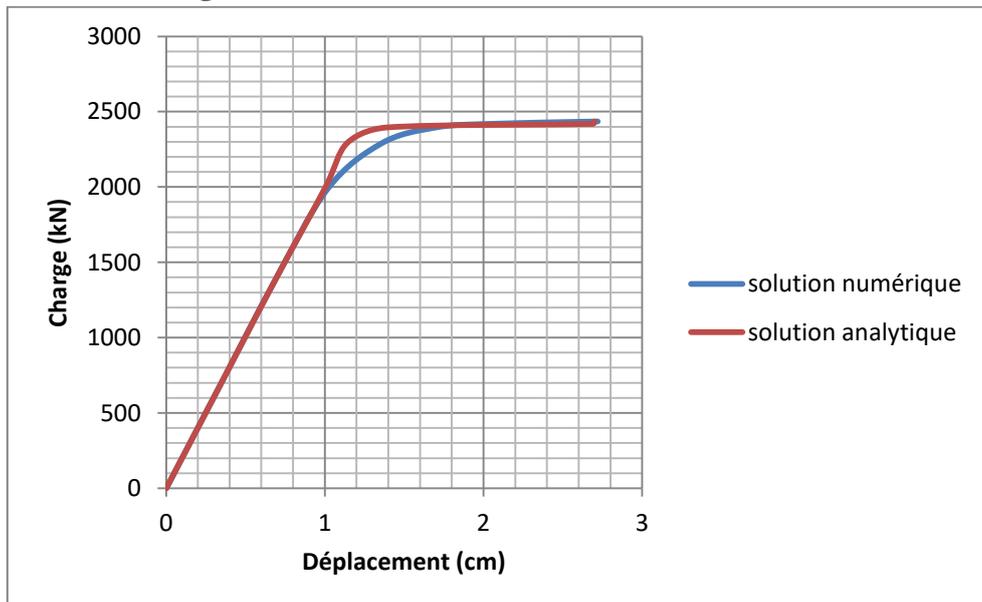
Tableau. 4.1. Caractéristiques géométriques des poutres de sections IPE

Section	H (mm)	b _f (mm)	t _f (mm)	t _w (mm)	r (mm)	L (m)
IPE300	300	150	10.7	7.1	15	6
IPE400	400	180	13.5	8.6	21	
IPE500	500	200	16	10.2	21	
IPE600	600	220	19	12	24	

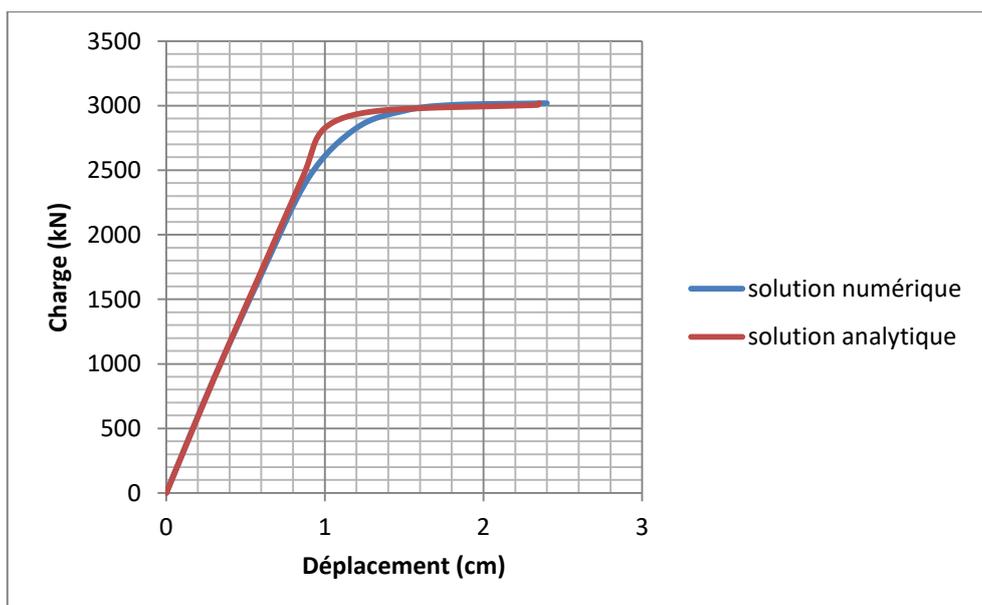
Tableau. 4.1. Caractéristiques géométriques des poutres de sections rectangulaires

Section rectangulaire	b (mm)	H (mm)	L (m)
	250		400
450			
500			
550			

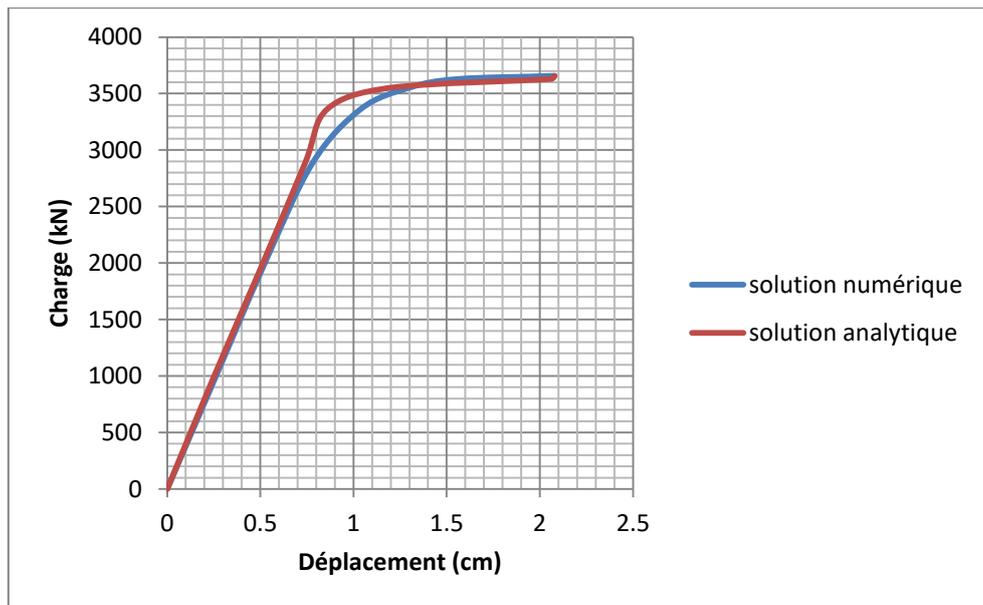
4.2.1 Sections rectangulaires



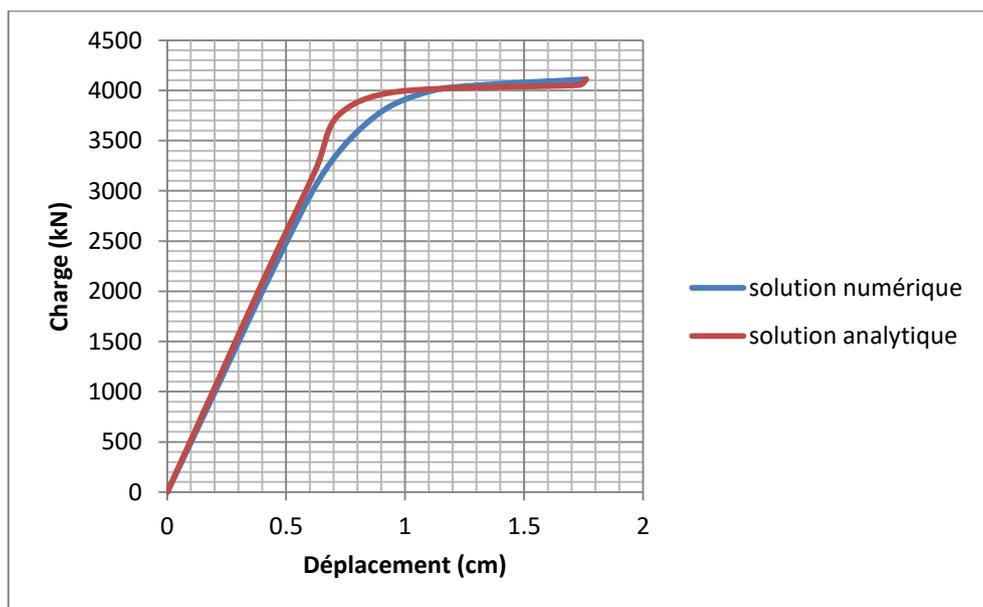
a- Section (0.25x0.40)



b- Section (0.25x0.45)



c- Section (0.25x0.50)

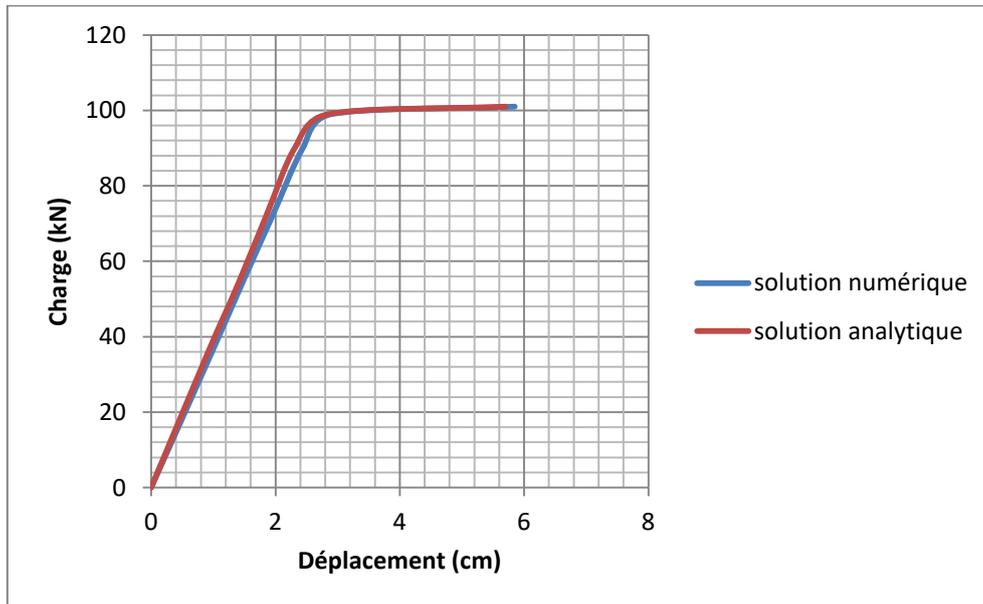


d- Section (0.25x0.55)

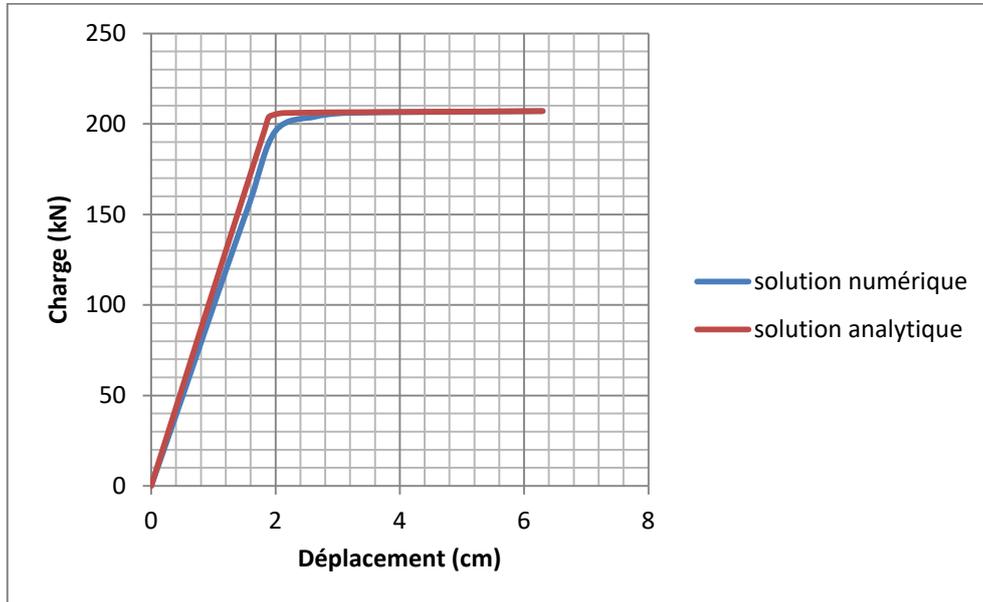
Fig.4.1. Évolution de la flèche Charge-Déplacement « sections rectangulaires »

D'après les courbes de l'évolution de la flèche Charge-Déplacement des poutres de sections rectangulaires représentées par la figure 3.1, il est bien remarqué que les résultats obtenus par la solution analytiques sont presque identiques à celles obtenues numériquement.

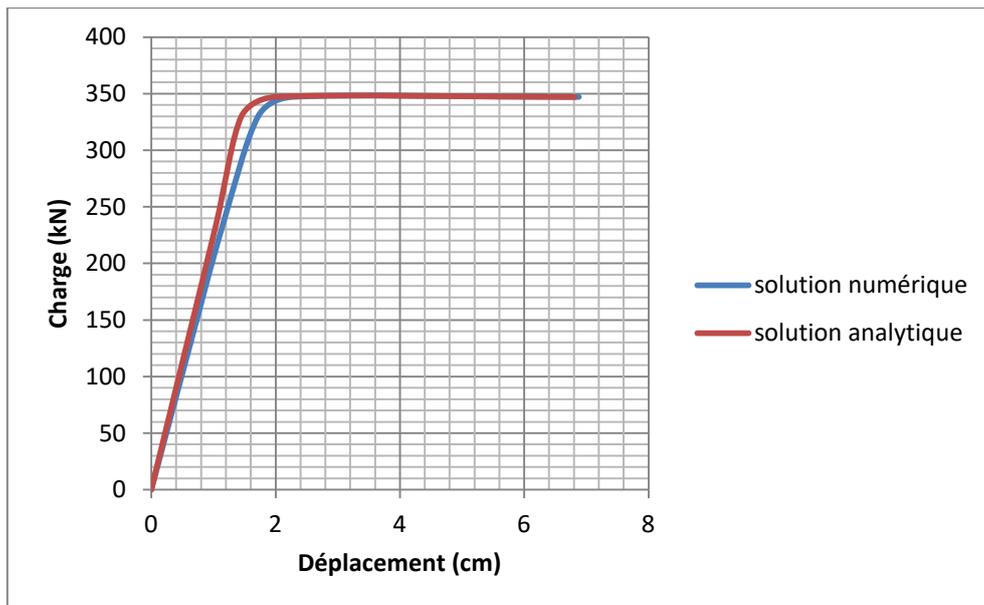
4.2.2 Sections en profilés-IPE



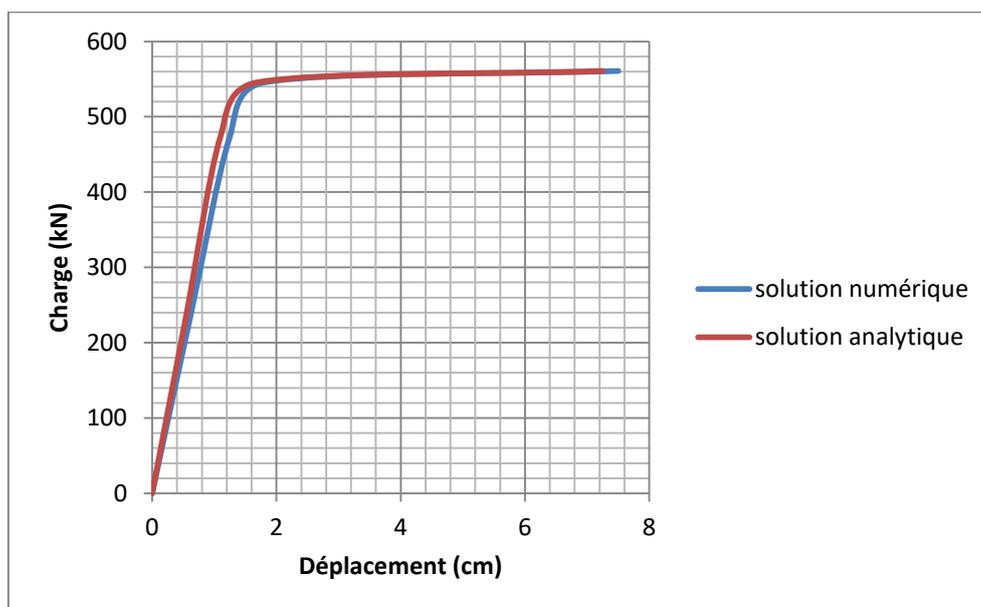
a- Section (IPE300)



b- Section (IPE400)



c- Section (IPE500)



d- Section (IPE600)

Fig.4.2. Évolution de la flèche Charge-Déplacement « sections IPE »

De même, d'après les courbes de l'évolution de la flèche Charge-Déplacement des poutres de sections en profilés « IPE » représentées par la figure 3.2, il est bien remarqué que les résultats obtenus par la solution analytiques sont presque de même ordre de grandeur à celles obtenues numériquement.

4.3 Étude paramétrique

Après avoir validé le modèle numérique avec la méthode analytique proposée ci-dessus, des applications sont menées en vue d'une analyse numérique dans le domaine non-linéaire pour prédire le comportement des poutres métalliques à âmes pleines sur appuis simples à l'état élasto-plastique.

A cet effet, une étude paramétrique est menée à savoir l'influence de la section, de la portée, de la nuance de la poutre sur le comportement de celle-ci dans le domaine non-linéaire, ainsi la comparaison entre les résistances pour le cas des poutres en profilé IPE avec et sans raidisseurs.

Il est à noter que pour les types de poutres à sections en profilé IPE, deux cas sont traités les poutres avec raidisseurs et les poutres sans raidisseurs.

4.3.1 Influence de la section de la poutre

Nous allons montrer l'influence de la section de la poutre sur son comportement à l'état non-linéaire, en faisant varier la section et garder la même portée (4m).

Les graphes des figures ci-dessous (figure 3.3 et figure 3.4) représentent la variation de la charge en fonction du déplacement à mi-portée de la poutre de différents types et section.

- Poutres à sections rectangulaires

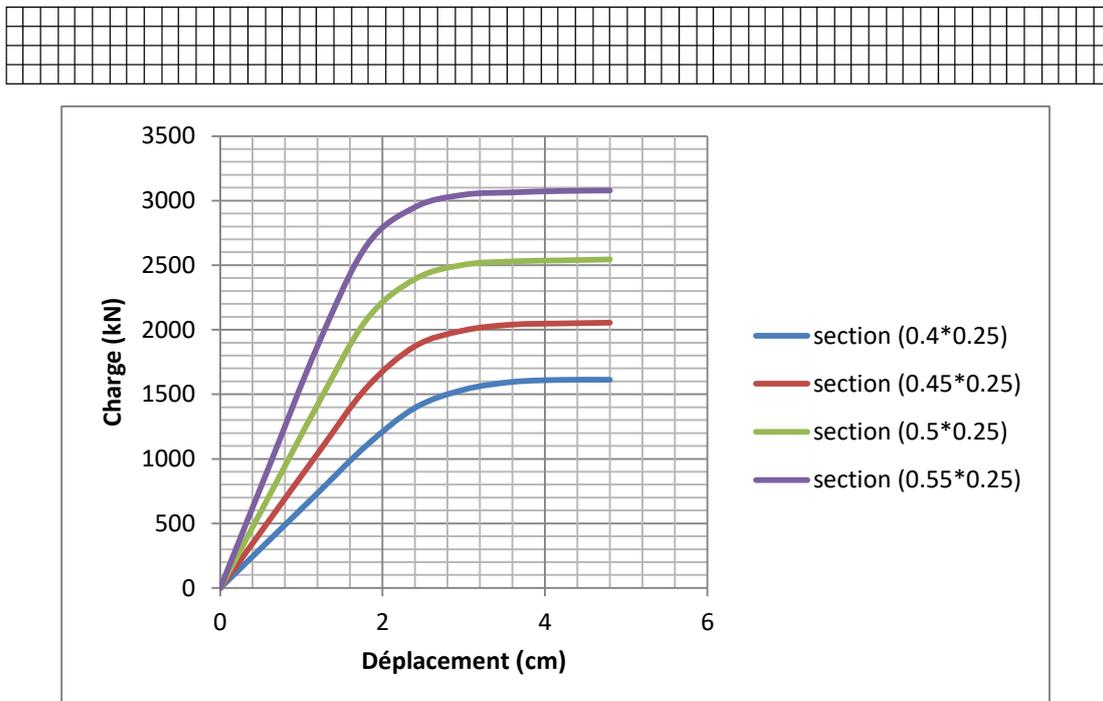


Fig.4.3. comportement non-linéaire de différentes sections rectangulaire

On peut conclure donc d'après les résultats obtenus selon les graphes de la figure 3.3 représentée ci dessus, que plus la section augmente et plus la résistance à la flexion augmentent.

Il est également à constater que les valeurs de la charge ultime correspondantes aux sections (0.25x0.40), (0.25x0.45), (0.25x0.50) et (0.25x0.55) sont d'ordre 1600kN, 2000kN, 2500kN et 3100kN respectivement.

- **Poutres à sections en profilés-IPE sans raidisseurs**

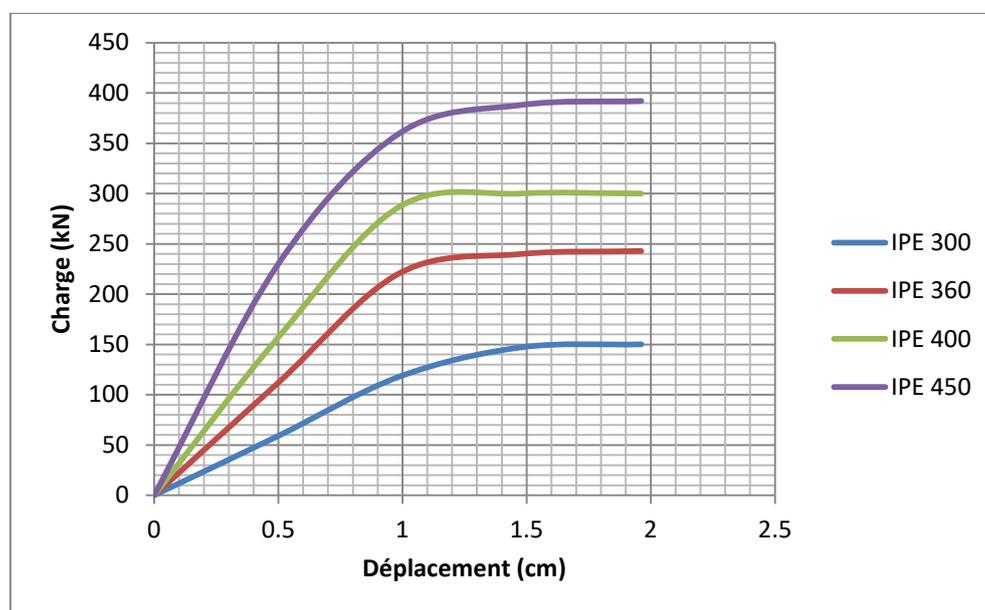
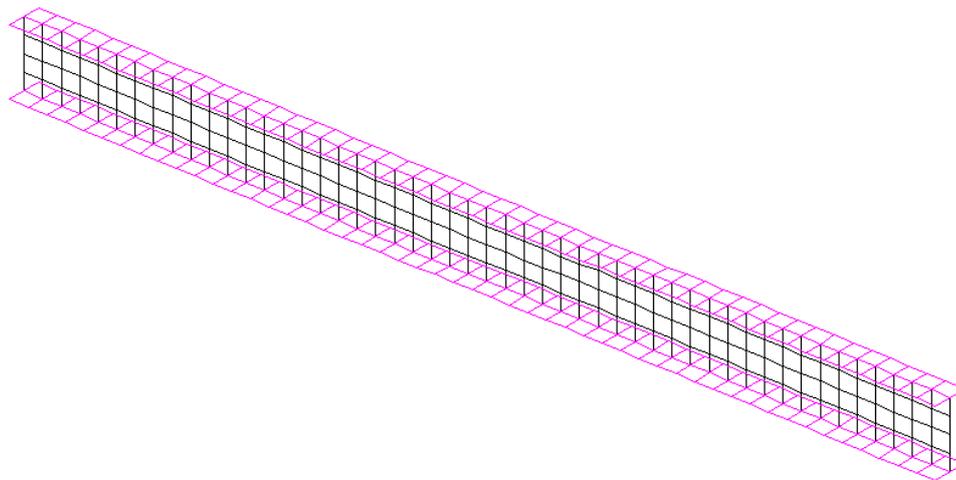


Fig.4.4. comportement non-linéaire de différentes sections en profilé IPE

De même pour le cas des sections en profilé IPE, On peut soulever la même conclusion d'après les résultats obtenus selon les graphes de la figure 3.4 représentée ci dessus, c'est à dire plus la section du profilé en IPE augmente et plus la résistance à la

flexion augmentent.

Il est également à constater que les valeurs de la charge ultime correspondantes aux sections (IPE300), (IPE360), (IPE400) et (IPE450) sont d'ordre 150kN, 240kN, 300kN et 390kN respectivement.

- **Poutres à sections en profilés-IPE avec raidisseurs**

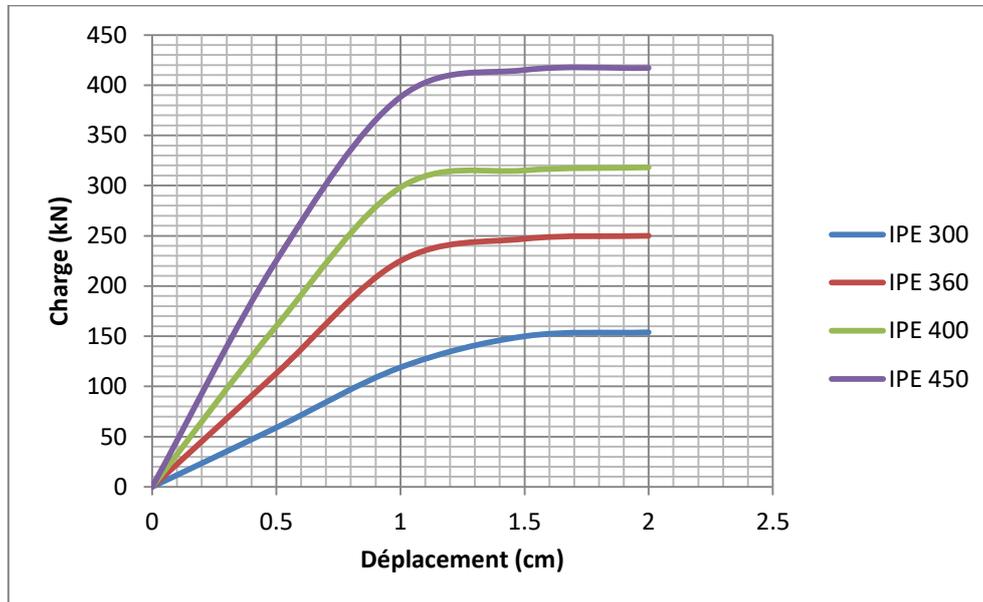
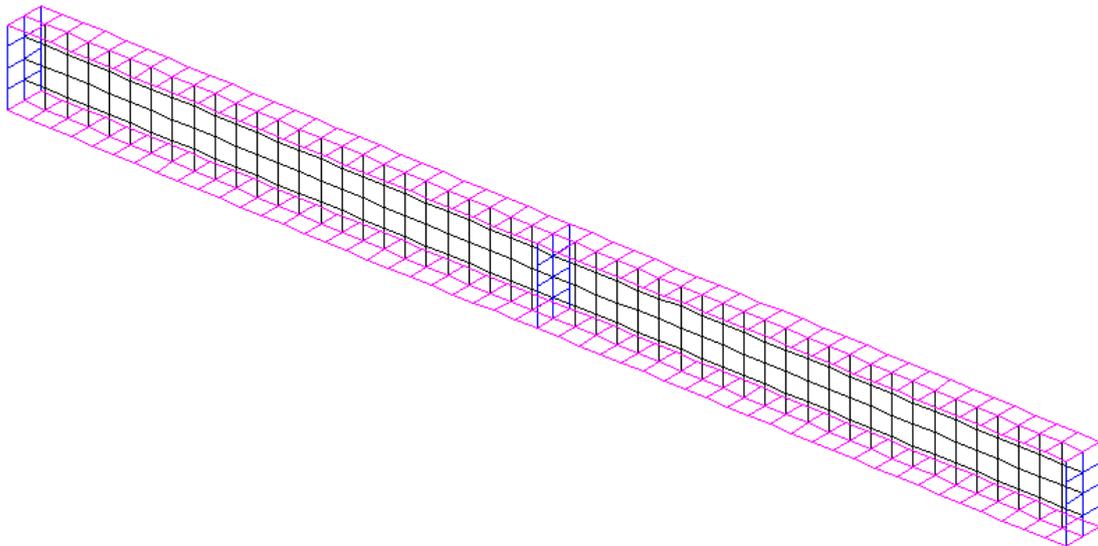


Fig.4.5. comportement non-linéaire de différentes sections en IPE avec raidisseurs

De même d'après les résultats obtenus selon les graphes de la figure 3.5 représentée ci dessus, on peut soulever la même conclusion pour le cas des sections en profilé IPE avec raidisseurs, c'est à dire plus la section du profilé en IPE augmente et plus la résistance à la flexion augmentent.

Il est également à constater que les valeurs de la charge ultime correspondantes aux sections (IPE300), (IPE360), (IPE400) et (IPE450) sont d'ordre 160kN, 250kN, 315kN et 415kN respectivement.

4.3.2 Influence de la portée de la poutre

Nous allons montrer l'influence de la portée de la poutre sur son comportement à l'état non-linéaire, en faisant varier la portée et garder la même section [IPE 450 et section rectangle (0.25*0.45)].

Les graphes des figures ci-dessous (figure 3.6, figure 3.7 et figure 3.8) représentent la variation de la charge en fonction du déplacement à mi-portée de la poutre de différentes portées

- **Poutres à sections rectangulaires**

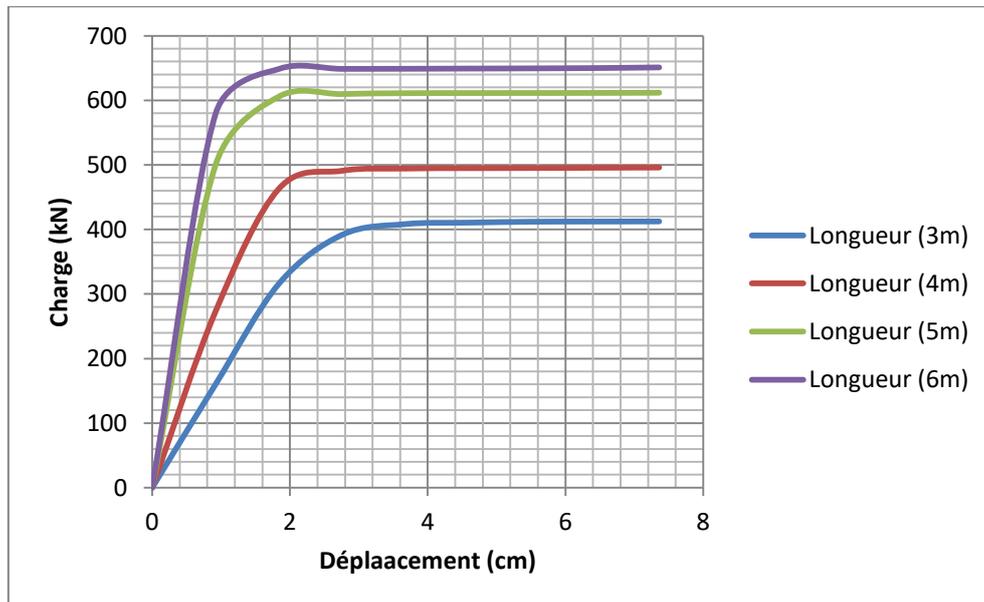
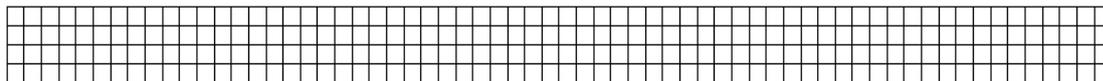


Fig.4.6. comportement non-linéaire pour différentes portées (section rectangulaire)

Selon les courbes de l'évolution de la charge en fonction du déplacement des poutres de sections rectangulaires pour différentes portées représentées dans la figure 3.6, il est à remarquer que la longueur a une influence remarquable sur le comportement non-linéaire, c'est-à-dire plus la portée de la poutre est importante et plus les poutres à sections rectangulaires sont résistantes.

Il est également à constater que les valeurs de la charge ultime correspondantes aux portées 3m, 4m, 5m et 6m sont d'ordre 420kN, 500kN, 610kN et 660kN respectivement.

- **Poutres à sections en profilés-IPE sans raidisseurs**

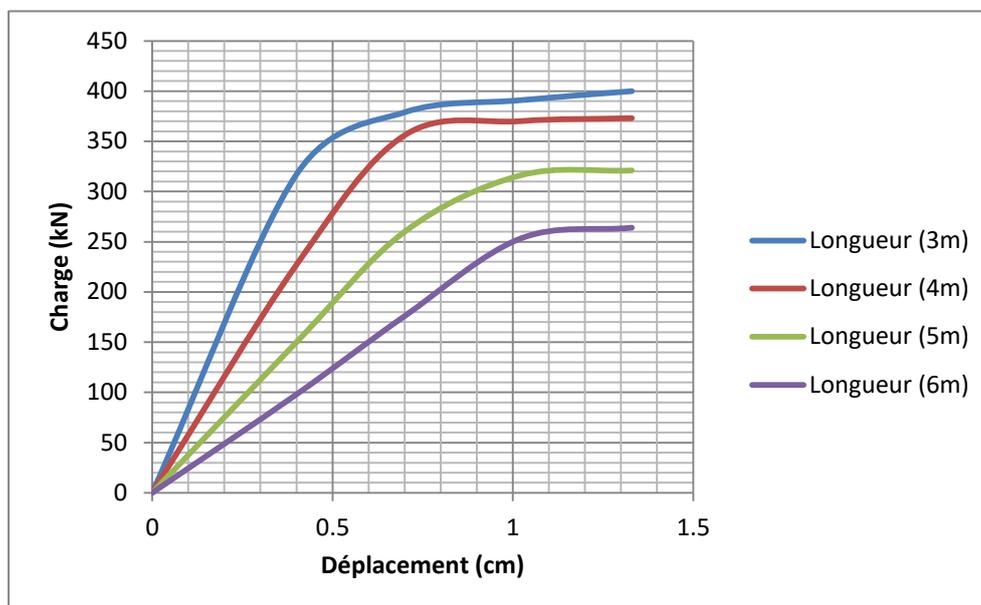
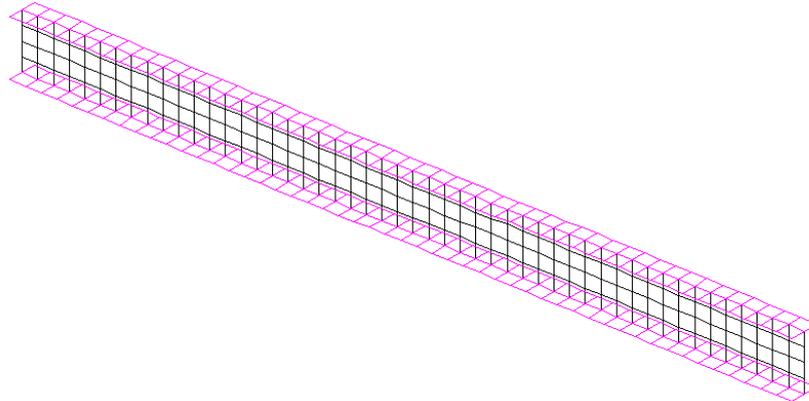


Fig.4.7. comportement non-linéaire pour différentes portées (IPE sans raidisseurs)

Selon les courbes de l'évolution de la charge en fonction du déplacement des poutres de sections en profilés IPE sans raidisseurs pour différentes portées représentées dans la figure 3.7, il est à remarquer que la longueur a une influence remarquable sur le comportement non-linéaire, c'est-à-dire plus la portée de la poutre est importante (élancée) et moins elle est la résistance de ce type de poutres.

Il est également à constater que les valeurs de la charge ultime correspondantes aux portées 3m, 4m, 5m et 6m sont d'ordre 400kN, 370kN, 320kN et 260kN respectivement.

- **Poutres à sections en profilés-IPE avec raidisseurs**

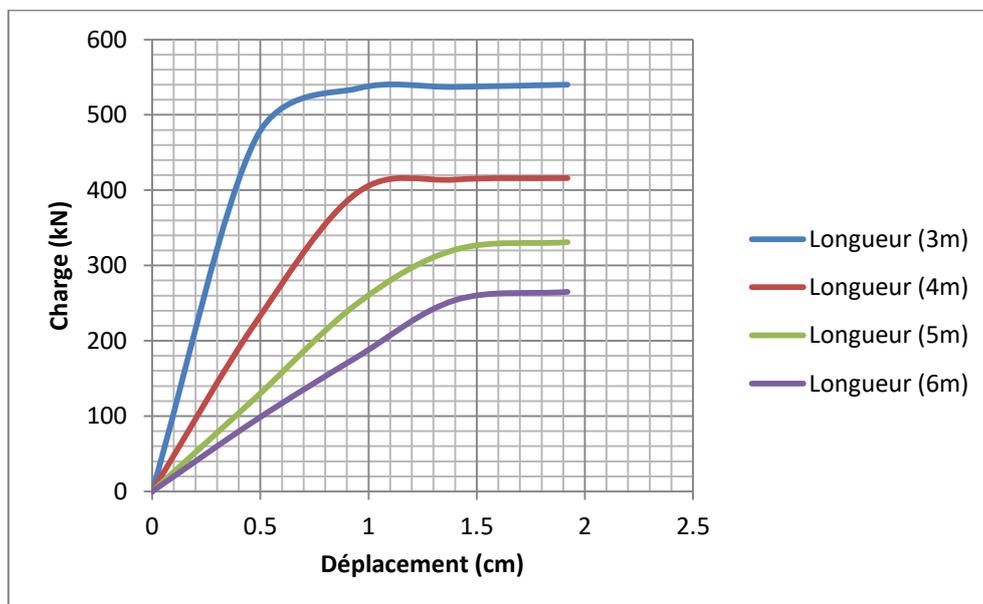
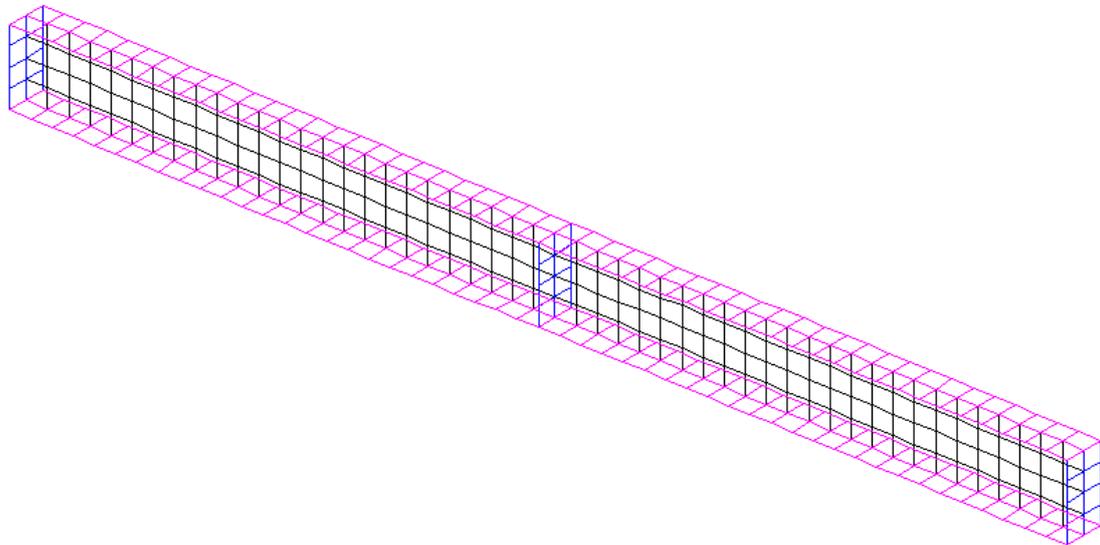


Fig.4.8. comportement non-linéaire pour différentes portées (IPE avec raidisseurs)

De même, selon les courbes de l'évolution de la charge en fonction du déplacement des poutres de sections en profilés IPE avec raidisseurs pour différentes portées représentées dans la figure 3.8, il est à remarquer que la longueur a une influence remarquable sur le comportement non-linéaire, c'est-à-dire plus la portée de la poutre est importante (élancée) et moins elle est la résistance de ce type de poutres.

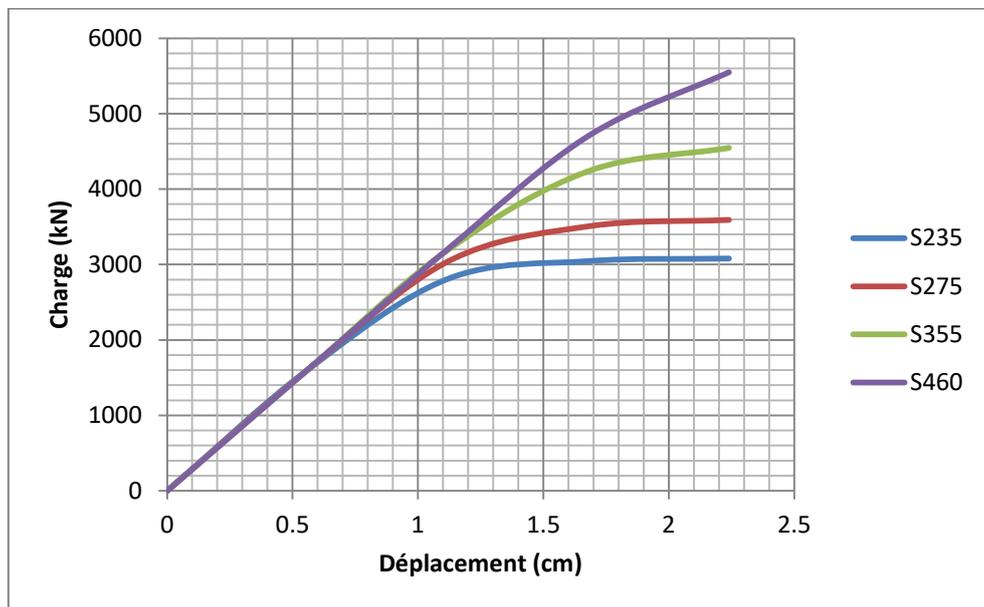
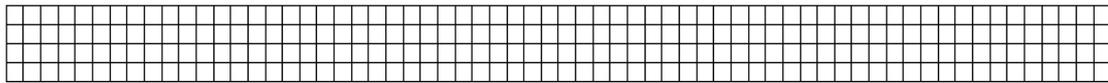
Il est également à constater que les valeurs de la charge ultime correspondantes aux portées 3m, 4m, 5m et 6m sont d'ordre 540kN, 420kN, 325kN et 260kN respectivement.

4.3.3 Influence de la nuance de l’acier

Dans ce paragraphe il s’est avéré utile de donner une impression sur l’influence de la nuance de l’acier utilisé de la poutre sur son comportement à l’état élasto-plastique, en faisant varier la nuance de l’acier et garder la même portée et la même section de la poutre.

Les graphes des figures ci-dessous (figure 3.9, figure 3.10 et figure 3.11) représentent la variation de la charge en fonction du déplacement à mi-portée de la poutre.

- **Poutres à sections rectangulaires**

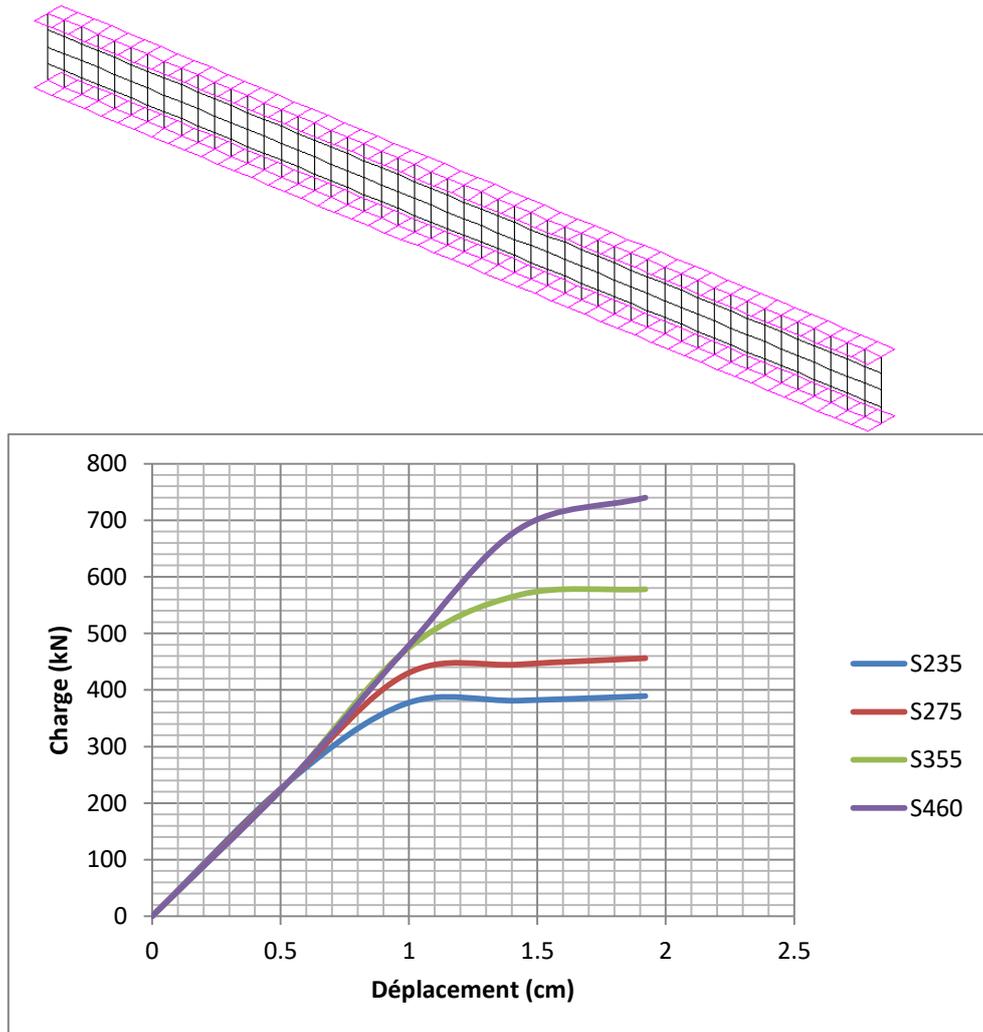


*Fig.4.9. comportement élasto-plastique pour différentes nuance de l’acier
(Section rectangulaire)*

D’après les courbes du comportement élasto-plastique d’une poutre à section rectangulaire pour différentes nuance de l’acier, voir figure 3.9, il est à remarquer à l’état élastique, que le comportement de la poutre représente les mêmes valeurs de grandeur quelque soit la nuance de l’acier , par contre à l’état plastique, il est à constater que plus la nuance de l’acier augmente, et plus la résistance de la poutre est élevée.

Il est également à constater que les valeurs de la charge ultime correspondantes aux nuances de l’acier (S235), (S275), (S355) et (S460) sont d’ordre 3081kN, 3591kN, 4546kN et 5551kN respectivement.

- Poutres à sections en profilés-IPE sans raidisseurs

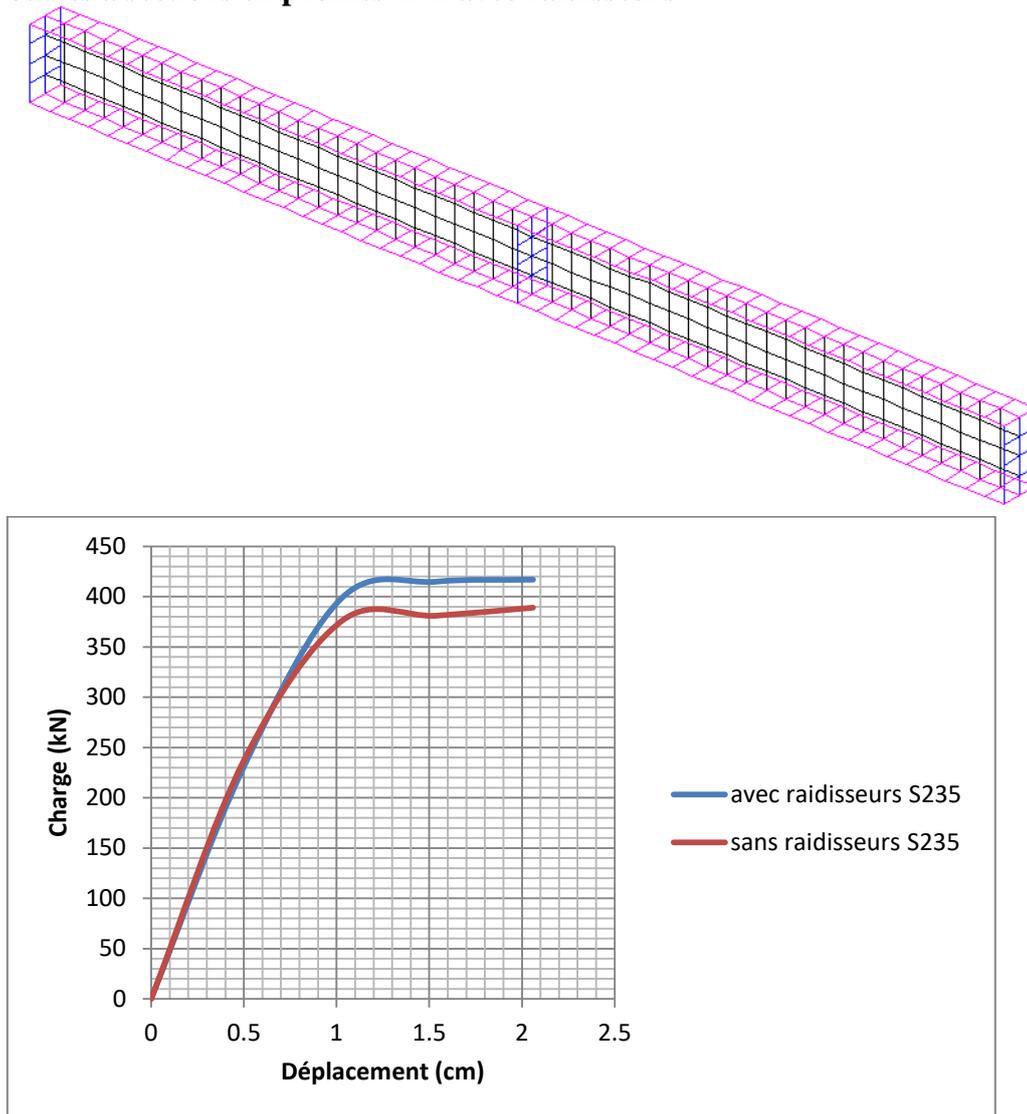


*Fig.4.10. comportement élasto-plastique pour différentes nuance de l'acier
(Section IPE sans raidisseurs)*

De même d'après les courbes du comportement élasto-plastique d'une poutre sans raidisseurs à section en profilé IPE pour différentes nuance de l'acier, voir figure 3.10, il est à remarquer à l'état élastique, que le comportement de la poutre représente les mêmes valeurs de grandeur quelque soit la nuance de l'acier, par contre à l'état plastique, il est à constater que plus la nuance de l'acier augmente, et plus la résistance de la poutre est élevée.

Il est également à constater que les valeurs de la charge ultime correspondantes aux nuances de l'acier (S235), (S275), (S355) et (S460) sont d'ordre 389kN, 456kN, 578kN et 740kN respectivement.

- Poutres à sections en profilés-IPE avec raidisseurs



*Fig.4.11. comportement élasto-plastique pour différentes nuances de l'acier
(Section IPE avec raidisseurs)*

De même d'après les courbes du comportement élasto-plastique d'une poutre avec raidisseurs à section en profilé IPE pour différentes nuances de l'acier, voir figure 3.11, il est à remarquer à l'état élastique, que le comportement de la poutre représente les mêmes valeurs de grandeur quelque soit la nuance de l'acier, par contre à l'état plastique, il est à constater que plus la nuance de l'acier augmente, et plus la résistance de la poutre est élevée.

Il est également à constater que les valeurs de la charge ultime correspondantes aux nuances de l'acier (S235), (S275), (S355) et (S460) sont d'ordre 417kN, 487kN, 624kN et 785kN respectivement.

4.3.4 Comparaison des résultats

Une comparaison des résultats a été faite dans ce paragraphe vis à vis le renforcement de la poutre au niveau du chargement concentrée. Dans ce contexte, nous avons fait une comparaison entre la résistance des poutres raidées et celle des poutres sans raidisseurs, fabriquées en profilé IPE450 pour différentes nuance de l'acier, en gardant la même portée de 4m.

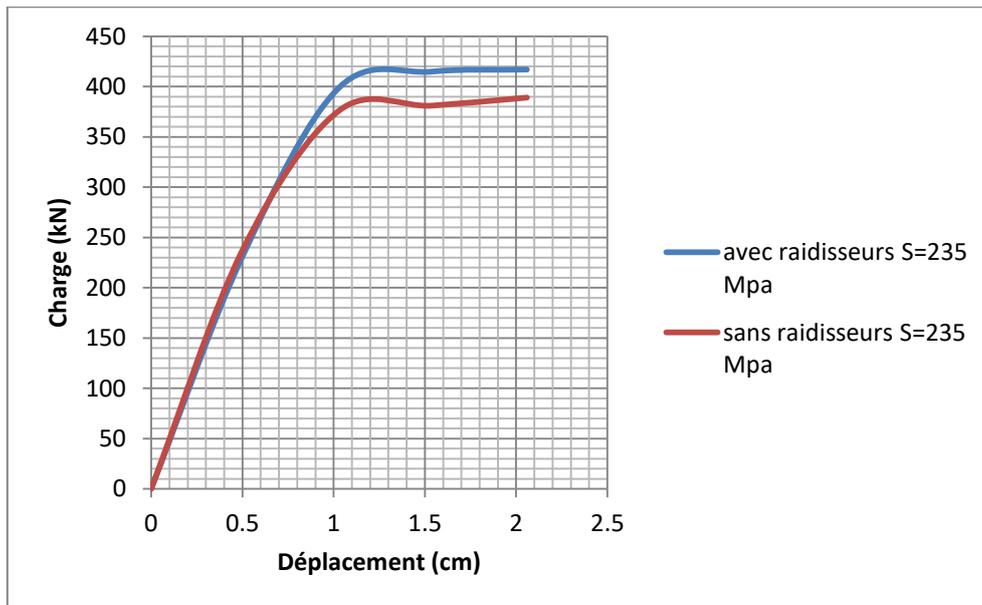


Fig.4.12. Comportement élasto-plastique pour une nuance de l'acier 235Mpa

Selon les courbes de l'évolution de la charge en fonction du déplacement des poutres à sections en profilés IPE représentées dans la figure 3.12, il est à remarquer que pour une nuance de l'acier égale à 235MPa, les raidisseurs ont une influence marquante sur le comportement non-linéaire, c'est-à-dire les poutres avec raidisseurs sont plus résistantes que les poutres sans raidisseurs.

Il est également à constater que la charge ultime est estimée d'une valeur égale à 417kN pour les poutres avec raidisseurs, tandis que pour les poutres sans raidisseurs la charge ultime est estimée d'une valeur égale à 389kN

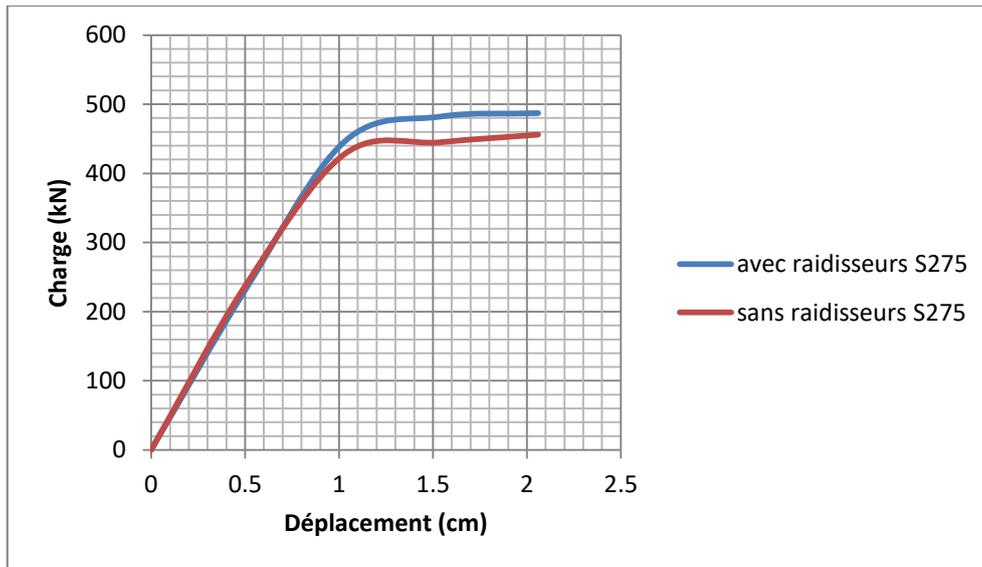


Fig.4.13. Comportement élasto-plastique pour une nuance de l'acier 275Mpa

De même pour le cas d'acier de nuance égale à 350MPa, il est à remarquer d'après les courbes de l'évolution de la charge en fonction du déplacement des poutres de sections en profilés IPE représentées dans la figure 3.13, que les raidisseurs a une influence marquante sur le comportement non-linéaire, c'est-à-dire les poutres avec raidisseurs sont plus résistantes que les poutres sans raidisseurs.

Il est également à constater que la charge ultime est estimée d'une valeur égale à 487kN pour les poutres avec raidisseurs, tandis que pour les poutres sans raidisseurs la charge ultime est estimée d'une valeur égale à 456kN

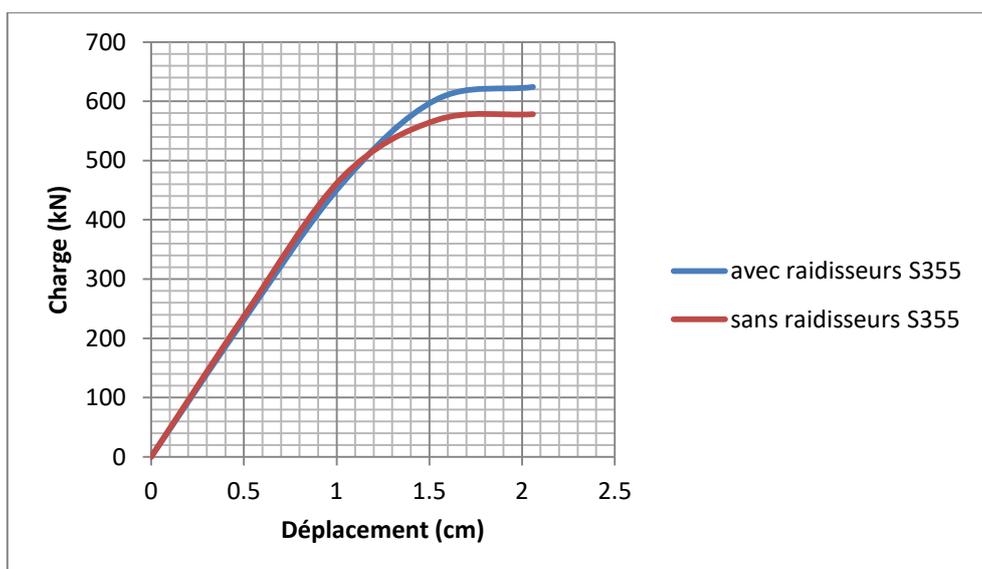


Fig.4.14. Comportement élasto-plastique pour une nuance de l'acier 355Mpa

De même pour le cas d'acier de nuance égale à 400MPa, il est à remarquer d'après les courbes de l'évolution de la charge en fonction du déplacement des poutres de sections en profilés IPE représentées dans la figure 3.14, que les raidisseurs a une influence marquante sur le comportement non-linéaire, c'est-à-dire les poutres avec raidisseurs sont plus résistantes que les poutres sans raidisseurs.

Il est également à constater que la charge ultime est estimée d'une valeur égale à 624kN pour les poutres avec raidisseurs, tandis que pour les poutres sans raidisseurs la charge ultime est estimée d'une valeur égale à 578kN

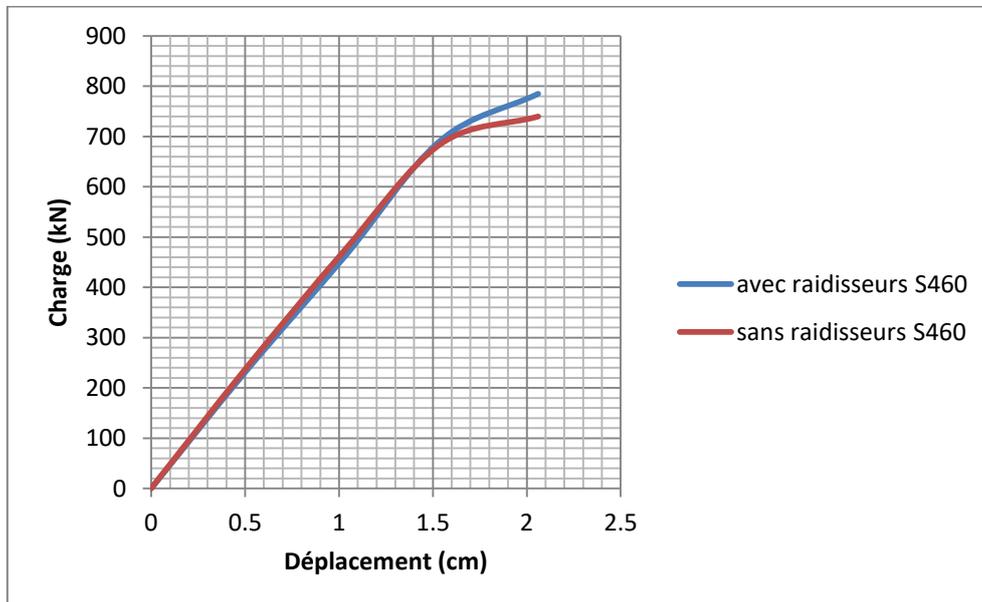


Fig.4.15. Comportement élasto-plastique pour une nuance de l'acier 460Mpa

De même pour le cas d'acier de nuance égale à 500MPa, il est à remarquer d'après les courbes de l'évolution de la charge en fonction du déplacement des poutres de sections en profilés IPE représentées dans la figure 3.13, que les raidisseurs a une influence marquante sur le comportement non-linéaire, c'est-à-dire les poutres avec raidisseurs sont plus résistantes que les poutres sans raidisseurs.

Il est également à constater que la charge ultime est estimée d'une valeur égale à 785kN pour les poutres avec raidisseurs, tandis que pour les poutres sans raidisseurs la charge ultime est estimée d'une valeur égale à 740kN.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, une analyse numérique non linéaire a été menée afin de prédire le comportement à l'état élasto-plastique des poutres métalliques à âmes pleines de différentes sections.

Cette analyse numérique montre l'application possible des deux modèles MEF 2D et 3D à l'étude du comportement non linéaire des poutres métalliques à sections rectangulaires et en profilé IPE respectivement, ainsi elle permet de représenter l'influence de certains paramètres à savoir la section, la portée et la nuance de l'acier utilisé sur le comportement global de la poutre métallique en étudiant la capacité portante ultime.

Conclusion générale

CONCLUSION GÉNÉRALE

Les objectifs principaux de notre travail étaient, d'une part d'élaborer un modèle analytique simple pour prédire le comportement dans le domaine non linéaire des poutres métalliques de sections différentes sous l'effet d'un chargement transversal appliquée à mi-portée et d'autre part de mener des analyses numériques à la base des modèles reposant sur les résultats d'essais expérimentaux évoqués en littérature.

Une méthode analytique a été présentée dans la première partie de ce mémoire pour prédire le comportement dans le domaine élasto-plastique à la base d'un calcul de la flèche totale des poutres métalliques de différentes sections (rectangulaires et en profilé IPE) symétriques, soumises à l'effet de charges transversales. Cette solution analytique a été validée par une comparaison à des modèles éléments finis, dont la validation de ces derniers, repose sur les résultats d'essais expérimentaux évoqués en littérature.

Une analyse numérique basée sur le logiciel d'éléments finis en 2D et 3D CAST3M a été menée pour étudier le comportement des poutres métallique à l'état élasto-plastique. Les poutres à sections rectangulaires ont été modélisées à l'aide d'éléments finis quadratiques (QUA8), tandis que les poutres en profilé IPE ont été modélisées à l'aide d'éléments coques(COQ4). Une attention particulière a été apportée au choix du maillage et des lois de comportement utilisées. Les deux modèles numériques qui ont été validé par des études comparatives avec des essais expérimentaux et numériques disponibles ont permis de faire les conclusions suivantes:

Plus la section augmente et plus la résistance à la flexion augmente quel que soit la section envisagée à savoir la section rectangulaire et la section en profilé IPE dans sa forme raide ou sans raidisseurs.

Plus la portée de la poutre est importante et plus les poutres à sections rectangulaires sont résistibles

Plus la portée de la poutre en profilé IPE (dans sa forme raide ou sans raidisseurs) est importante et moins elle est la résistance de ce type de poutres.

Plus la nuance de l'acier augmente, et plus la résistance de la poutre est élevée quel que soit la section envisagée à savoir la section rectangulaire et la section en profilé IPE dans sa forme raide ou sans raidisseurs.

Les raidisseurs a une influence remarquable sur le comportement non-linéaire, c'est-à-dire les poutres avec raidisseurs sont résistantes que les poutres sans raidisseurs.

En résumé, le travail entrepris a permis de prouver que l'approche analytique proposée peut être facile à appliquer pour prédire le comportement mécanique à l'état élasto-plastique des poutres métalliques symétriques de différentes sections et portées avec diverses caractéristiques géométriques, soumises à une charge transversale appliquée à mi-portée.

Ainsi, il a permis de montrer la fiabilité des modèles numériques en deux et trois dimensions, représentatifs de la réalité et suffisamment souple, élaborer dans le sens de permettre à bien mener des analyses numériques dans le domaine non linéaire pour prédire le comportement mécanique des poutres métalliques.

*Référence
bibliographique*

Références bibliographiques :

- [1] Analyse des structures et milieux continus : mécanique des structures, François Frey

- [2] S. EockKim et W. FahChen 1998. “A sensitivity study on number of elements in refined plastic-hinge analysis”, J. Computers & Structures, Volume 66, Issue 5, Pages 665-673

- [3] C. Kinlu 2008 “ Inelastic finite element analysis of composite beams on the basis of the plastic hinge approach” , Engineering Structures, Volume 30, Issue 10, Pages 2912-2922

- [4] B. Štok et M. Halilović 2009 “Analytical solutions in élasto-plastic bending of beams with rectangular cross section”, Applied Mathematical Modelling. Volume 33, Issue 3, Pages 1749-1760

- [5] J.Bin et C.Wanji 2010 “ A new analytical solution of pure bending beam in couple stress elasto-plasticity: Theory and applications”, International Journal of Solids and Structures, Volume 47, Issue 6, Pages 779-785

- [6] Y.WenQ et Y.Zeng 2010 “ A novel approach to élasto-plastic finite element analysis of beam structures using the concept of incremental secant stiffness” ,Finite Elements in Analysis and Design , Volume 46, Issue 11, Pages 982-991

- [7] M.Grigoriana et C.Grigorianb 2012 “ Recent developments in plastic design analysis of steel moment frames” , Journal of Constructional Steel Research, Volume 76, Pages 83-92

- [8] Jian et Y.Wu 2013 “ New enriched finite elements with softening plastic hinges for the modeling of localized failure in beams” , Computers & Structures, Volume 128, Pages 203-218

- [9] CEA “commissariat à l’énergie atomique ”, CAST3M Web site, <http://www.cast3m.cea.fr>

- [10] D. Ehsan, A. Sajad, M. T. Fariborz, G. Aastha, M. Rasoul 2015 “New Practical Approach to Plastic Analysis of Steel Structures” , *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 59(1), pp. 27–35