

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENTSUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE SITÉ IBN KHALDOUN DE TIARET.



FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES
DÉPARTEMENT GÉNIE CIVIL
Option : Ouvrages d'Art et Infrastructures (O.A.I)

Présenté par :

MALEK Sofiane

KERKOUB Abdelkarim Lotfi

Sujet du mémoire

***Modélisation de la déformée des plaques
orthotropes en utilisant la méthode des
éléments finis.***

Soutenu publiquement le 12 / 06 /2017 devant le jury composé de :

Mr : TLIDJI YOUCEF

Président

Mr : ABDE LAZIZ HADJ HENNI

Rapporteur

Mr : DRAICHE KADA

Examineur

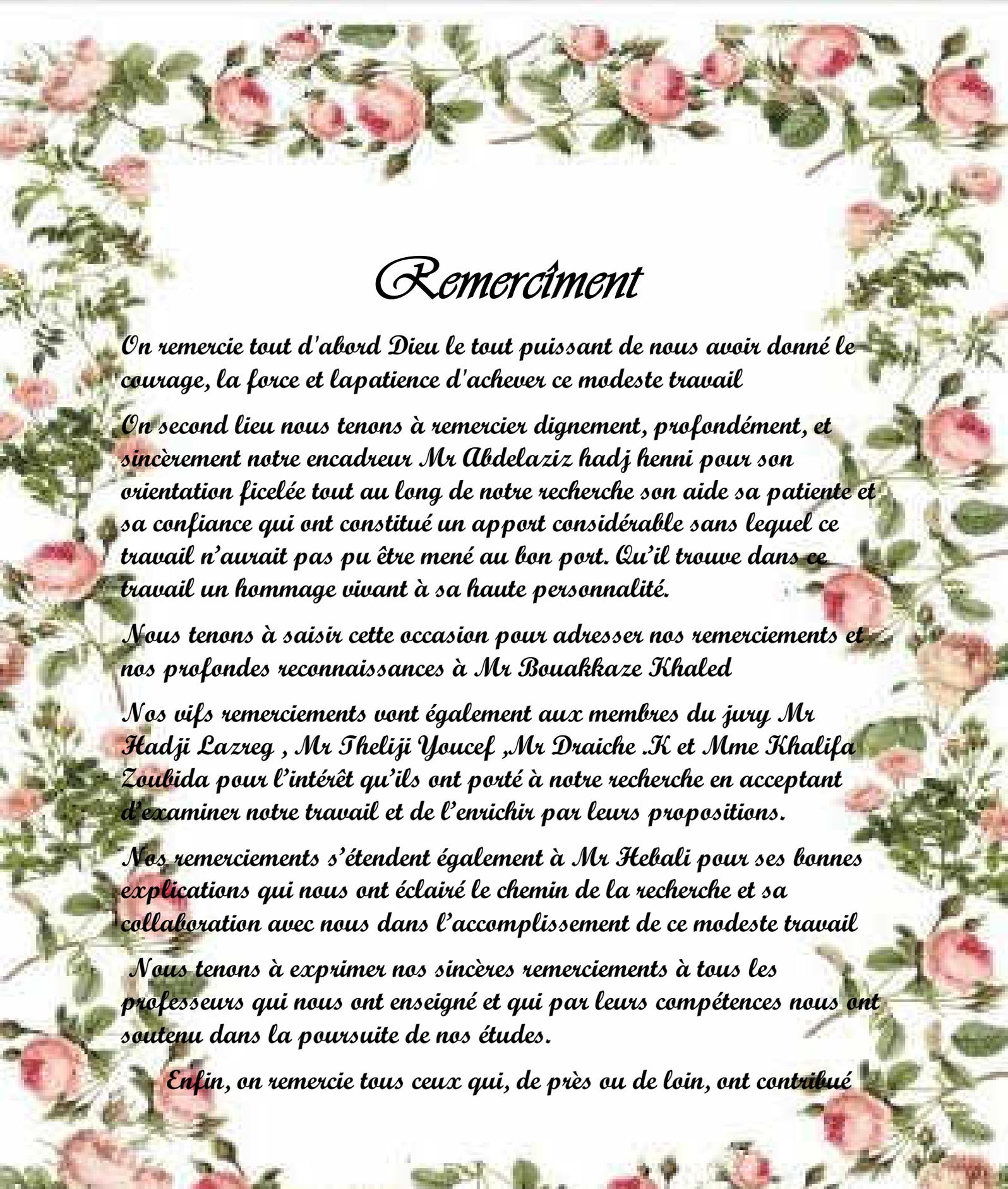
Mr : HADJI LAZREG

Examineur

Mme : KHELIFA ZOUBIDA

Examinatrice

PROMOTION : JUIN 2017



Remerciement

On remercie tout d'abord Dieu le tout puissant de nous avoir donné le courage, la force et la patience d'achever ce modeste travail

On second lieu nous tenons à remercier dignement, profondément, et sincèrement notre encadreur Mr Abdelaziz hadj henni pour son orientation ficelée tout au long de notre recherche son aide sa patience et sa confiance qui ont constitué un apport considérable sans lequel ce travail n'aurait pas pu être mené au bon port. Qu'il trouve dans ce travail un hommage vivant à sa haute personnalité.

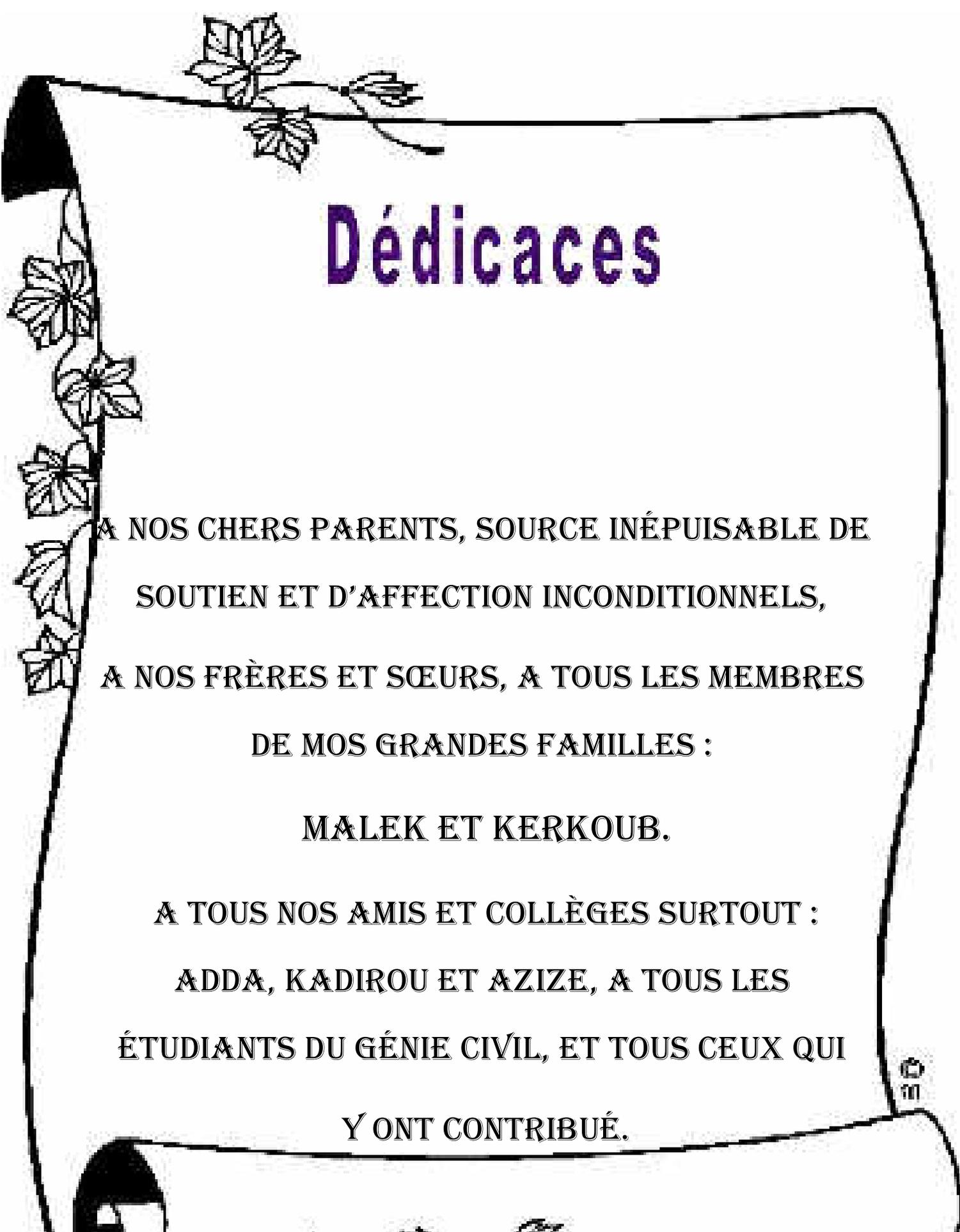
Nous tenons à saisir cette occasion pour adresser nos remerciements et nos profondes reconnaissances à Mr Bouakkaze Khaled

Nos vifs remerciements vont également aux membres du jury Mr Hadji Lazreg , Mr Theliji Youcef ,Mr Draïche .K et Mme Khalifa Zoubida pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner notre travail et de l'enrichir par leurs propositions.

Nos remerciements s'étendent également à Mr Hebali pour ses bonnes explications qui nous ont éclairé le chemin de la recherche et sa collaboration avec nous dans l'accomplissement de ce modeste travail

Nous tenons à exprimer nos sincères remerciements à tous les professeurs qui nous ont enseigné et qui par leurs compétences nous ont soutenu dans la poursuite de nos études.

Enfin, on remercie tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué



Dédicaces

À NOS CHERS PARENTS, SOURCE INÉPUISABLE DE
SOUTIEN ET D'AFFECTION INCONDITIONNELS,
À NOS FRÈRES ET SŒURS, À TOUS LES MEMBRES
DE NOS GRANDES FAMILLES :

MALEK ET KERKOUB.

À TOUS NOS AMIS ET COLLÈGES SURTOUT :
ADDA, KADIROU ET AZIZE, À TOUS LES
ÉTUDIANTS DU GÉNIE CIVIL, ET TOUS CEUX QUI
Y ONT CONTRIBUÉ.

Résumé

Ce travail consiste à appliquer la méthode des éléments finis au calcul des plaques caractérisées par une orthotropie dans leur plan ainsi sollicitées par des efforts de traction. A cet effet nous allons développer en premier lieu la discrétisation géométrique de ce type de structure basée sur des sous programmes de calcul des coordonnées des nœuds à apparaître dans la modélisation ainsi la numérotation des éléments de type quadrilatère à quatre nœud. En second lieu nous développons la formulation du problème des éléments finis en arrivant à un système d'équation algébrique à résoudre. Enfin nous présentons les résultats concernant la prédiction des déformations en fonction du rapport de l'orthotropie de l'éclatement. Ainsi du dimensionnement de la plaque et de les comparer avec ceux données par les méthodes analytiques existantes dans la littérature.

Mot clé :

Eléments finis, Orthotrope, Discrétisation, Déformées, Contraintes, Modalisation.

Abstract:

This work consists in applying the finite element method to the calculation of the plates characterized by orthotropy in their plane thus stressed by tensile forces. For this purpose, we will first develop the geometric discretization of this type of structure based on subprograms of computing the coordinates of the nodes to appear in the modeling and thus the numbering of the elements of the quadrilateral type has four nodes. Secondly, we develop the formulation of the problem of finite elements by arriving at a system of algebraic equation to be solved. Finally, we present the results concerning the prediction of the deformations as a function of the ratio of the orthotropy of the slenderness. Thus dimensioning of the plate and comparing them with those given by existing analytical methods in the literature.

Keywords:

Finite element, orthotrope, constraints, deformation, discretization

ملخص

يتمثل هذا العمل في تطبيق طريقة العناصر المحددة لحساب اللوحات المتعامدة في مخططها وتحميلها من قبل الجر. ولتحقيق هذه الغاية سوف نقوم أولاً بتطوير التقسيم الهندسي لهذا النوع من الهياكل على أساس العقد دون تنسيق برنامج حسابي لنظهر في نمذجة وترقيم عناصر رباعية مع أربعة عقد.

ثانياً نحن في تطوير صياغة مشكلة العناصر المحدودة في التوصل إلى نظام المعادلة الجبرية التي يتعين حلها. وأخيراً فإننا نقدم نتائج التشوهات وفقاً لنسبة من النحول تبعاً لنسبة تعامد. وبالتالي تصميم لوحة ومقارنتها مع البيانات من الأساليب التحليلية القائمة والقائمة في الأدب.

كلمات البحث:

العناصر المحدودة، الشدة، التعامد، التشوه، التقسيم.

Liste des notations

$\{ \}$	Vecteur colonne
$[]$	Matrice
a	longueur de la plaque
b	largeur de la plaque
h	l'épaisseur de la plaque
E	Module de Young
E_{11}	Module de Young longitudinal
E_{22}	Module de Young transversal
G_{12}, G_{13}, G_{23}	module de cisaillement
ν	Coefficient de Poisson
E_c	Module d'élasticité du composite.
E_f	Module d'élasticité des fibres.
E_m	Module d'élasticité de la matrice
G	module de cisaillement transverse
u, v, w	Les déplacements suivant les directions x, y et z
$u_0, v_0,$	Les composantes du champ de déplacements sur le plan moyen de la plaque
σ_x, σ_y	Contraintes normales suivant les directions $x,$
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	y Contraintes de cisaillement
ϵ_x, ϵ_y	Déformations dans les directions x et y
$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$	Déformations de distorsion
$\delta u_0, \delta v_0, \delta w_b, \delta w_s$	Champ virtuel de déplacement
N_x, N_y, N_{xy}	Efforts normaux de membrane

$M_{x^b}, M_{y^b}, M_{xy^b}$	Moments deflexion pure
$M_{x^s}, M_{y^s}, M_{xy^s}$	Moments deflexions supplémentaire due au cisaillement transverse
K_x^b	Courbure deflexions suivant x
K_x^s	Courbure de cisaillement suivant x
K_y^b	Courbure deflexions suivant y
K_y^s	Courbure de cisaillement suivant y
K_{xy}^s	Courbure de cisaillement suivant xy
Q_{yz}^s, Q_{xz}^s	Effort de cisaillement pur
m, n	Nombres de modes
A_{ij}	Termes de rigidité en membrane de la plaque
B_{ij}	Termes de rigidité de couplage de la plaque
D_{ij}	Termes de rigidité de flexion de la plaque
A_{ij}^s	Termes de rigidité de la plaque en cisaillement
D_{ij}^s	Termes de rigidité de la plaque en cisaillement
H_{ij}^s	Termes de rigidité de la plaque en cisaillement
Ω	La surface supérieure
Q_{ij}	Les coefficients de rigidité
Q_{ij}	— Les coefficients de rigidité

∂	Dérivée partielle
i, j	Nombres naturels
$[C]$	Matricesymétriquedesvaleurspropres
s_{ij}	Valeurspropres
$\{A\}$	Le vecteurdesdéplacements
v_f	Fractionvolumique desfibres
v_m	Fractionvolumique de matrice
E_l	Moduled'Younglongitudinal
w_f	Pourcentage dupremierfibreparrapportau volumetotaldesfibres

Liste des figures

Chapitre I :

Figure I.1: discrétisation par élément surfacique.....07

Figure I.2: discrétisation par élément barre.....08

Chapitre II :

Figure II.1 : matériaux composites19

Figure II.2 : Observation micrographique des fibres.....20

Figure II.3 : les différents types de renforts[4].....20

Figure II.4 : Fibres de verre.....21

Figure II.5 : Exemples des fibres de carbone.....23

Figure II.6 : Fibres de Kevlar (Aramide).....25

Figure II.7 : Fibre de bore.....26

Figure II.8 : Fibres métalliques.....27

Figure II.9 : Les différents types des Matrices[4].....28

Figure II.10 : composite monocouche.....35

Figure II.11 : Structure d'un composite stratifié à base de plis unidirectionnels...36

Figure II.12 : Constitution d'un stratifié.....37

Figure II.13 : Orientation des plis d'un stratifié.....38

Figure II.14 : un stratifié symétrique.....38

Figure II.15 : composite sandwich.....39

Figure II.16: L'effet de l'épaisseur de l'âme sur la rigidité d'une structure sandwich.....40

Figure II.17: Plaques sandwich à âme nid d'abeilles et peaux stratifiées.....40

Figure II.18: Plaques sandwich à âme nid d'abeilles métallique et peaux stratifiées.....41

Figure II.19 : Matériaux sandwichs à âmes creuses en papier.....41

Figure II.20: Plaques sandwich à âme nid d'abeilles plastique et peaux stratifiées.....42

Figure II.21 :Principedumoulage aucontact.....	43
Figure II.22 :Principedumoulageparprojectionsimultanée.....	43
FigureII.23 :Moulagessousvide.....	44
FigureII.24 :Moulageparpultrusion.....	45
FigureII.25 :Principedel'enroulementcirconférentiel.....	45
Figure II.26 :Températurede transitionvitreuseTg.....	49
FigureII.27 :Influence delatempératureetdel'humiditésurlescaractéristiquesmécaniques d'unerésineépoxy.....	50
Chapitre III :	
Figure (III.1) : Géométrie de la plaque.....	59
Figure (III.2a) :élément de référence	62
Figure (III.2a) : élément quadrilatère type quatre nœud de la plaque.....	62
Figure (III.3) : Géométrie du domaine de la plaque a étudié.....	66
Figure (III.4) : Maillage	67
Figure(III.5) : diffèrent chargement de la plaque.....	68
Figure (III.6) : Déplacements horizontaux en fonction des rapports $\frac{E_1}{E_2}$ et les déférents chargements.....	69
Figure (III.7) : Déplacements verticaux en fonction des rapports $\frac{E_1}{E_2}$ et les déférents chargements.....	69
Figure (III.8) : Déformations horizontaux en fonction des rapports $\frac{E_1}{E_2}$ et les déférents chargements.....	70
Figure (III.9) :Déformations verticaux en fonction des rapports $\frac{E_1}{E_2}$ et les déférents chargements.....	70

Liste des tableaux

Chapitre II :

Tableau II.1. Principales propriétés des fibres27

Tableau II.2. Avantages et inconvénients des époxydes.....30

Tableau II.3. Les caractéristiques moyennes des matrices thermodurcissables (TD)..31

Tableau II.4. Principales différences entre matrices TP et TD.....31

Chapitre III :

Tableau III.1 : Déplacement et déformations dans la plaque soumise à une force axiale en fonction du nombre d'éléments67

Tableau III.2 : Déplacements et déformations dans la plaque en fonction des rapports $\frac{E_1}{E_2}$ et des différents chargements.....68

Tableau III.3 : influence de l'élanement (b/a) de la plaque tendue (cas 1) sur les déformées avec $E_1/E_2=40$71

Tableau III.4 : influence du dimensionnement (h/a) de la plaque carrée tendue (cas 1) sur les déformées avec : $\frac{E_1}{E_2} = 40$71

Résumé

Abstract

ملخص

Notationsprincipals

ListedesFigures

Listedestableaux

Introductiongénérale02

ChapitreI :Synthèsebibliographiquessurlaméthodedesélémentsfinis

I-1.Introduction.....	05
I-2.Notionsetprincipedelaméthode	06
I-2-1.Historique.....	06
I-2-2.Discrétisation.....	07
I-2-3.Différentstypesd'éléments.....	08
I-3.Formulationparélémentsbarres.....	09
I-3-1.Interpolationparl'approximationnodale.....	09
I-3-2.Formulationdesproblèmesd'élasticitéparl'approched'élémentsfinis.....	10
I-3-2-1.Principedestravauxvirtuels.....	10
I-3-2-2.Formulationélémentairedesproblèmesd'élasticité.....	12
I-3-3.Etapesdecalculparélémentsfinis.....	14

ChapitreII : Généralités sur les matériaux composites

II.1.Introduction.....	17
II.2. Généralitéssurlesmatériauxcomposites.....	17
II.3.Définition.....	18
II.4. LesComposants du MatériauComposite.....	19
II.4.1.LeRenfort(ouBienlaFibre).....	19
II.4.1.1.Fibres de verre	21
II.4.1.1.1.Procédé de fabrication des fibres de verre	21
II.4.1.1.2.Procédé de fabrication de la laine de verre	22
II.4.1.1.3.Avantage et inconvénients des fibres de verre	23
II.4.1.2.Fibres de Carbone.....	23
II.4.1.2.1.Avanantage et Inconvénients des fibres de Carbone	24

II.4.1.3.Fibres deKevlar (d'Aramidés).....	25
II.4.1.3.1.AvantagesetInconvénientsdesfibresd'aramide.....	26
II.4.1.4.Fibre de bore	26
II.4.1.5.Fibre métallique.....	27
II.4.1.6.fibre de silice (quartz).....	27
II.4.2.la matrice	28
II.4.2.1.les composites a matrice organique.....	28
II.4.2.1.1.les résines thermodurcissables	29
II.4.2.1.2Les matricesthermoplastiques(TP).....	31
II.4.2.2.Les LesComposites àMatricesCarbonées (CMCa).....	32
II.4.2.3.Les Composites à matrices céramique (CMC).....	32
II.4.2.4.Les Composites à Matrices Métalliques(CMM).....	33
II.4.3. Les Charges	33
II.4.3.1. Charges renforçantes	33
II.4.3.2. Charges non renforçantes	34
II.4.3.3. Charges ignifugeantes	34
II.4.4.Les additifs	34
II.5. Structures des matériaux composites	35
II.5.1. Les monocouches.....	35
II.5.2. Les stratifiées.....	35
II.5.2.1. Différents types des stratifiées	37
II.5.3. Les sandwichs	38
II.5.3.1. Les éléments constituant les matériaux sandwich	39
II.5.3.1.1. L'âme.....	39
II.6. procédés de fabrication des structures composites	42
II.6.1. Moulage au contact	42
II.6.2. Moulage par projection simultanée	43
II.6.3. Moulage sous vide	43
II.6.4. Compression thermodurcissable.....	44
II.6.5. Pultrusion	44
II.6.6. Enroulement filamentaire	45
II.7. Domaines d'application des composites	45

II.7.1. Les composites dans la construction civil	45
II.7.2. Les composites dans l'automobile.....	46
II.7.3. Les composites et la construction électrique.....	46
II.7.4. Les composites et la construction industrielle.....	47
II.7.5. Les composites dans les équipements de sport et loisir	47
II.7.6. Les composites et la construction nautique	47
II.7.7. Les composites dans l'aéronautique	47
II.7.8. Les composites dans le ferroviaire.....	47
II.7.9. Les composites dans le secteur médical	48
II.8. Influence de l'environnement sur le comportement des composites....	48
II.8.1. Température	48
II.8.2. Absorption d'eau	49
II.8.3. Fluage	50
II.9. Les avantages et inconvénients des matériaux composites	51
II.9.1. Avantages	51
II.9.2. Inconvénients	51
II.10. Les différents types des matériaux.....	51
II.10.1. Les matériaux anisotrope	51
II.10.2. Matériaux monoclinique	52
II.10.3. Matériaux orthotrope.....	53
II.10.4. Matériaux transversalement isotrope	54
II.10.5. Matériaux quasi isotrope transverses	54
II.10.6. Matériaux quasi isotrope.....	55
II.10.7. Matériaux isotropes	55
II.11. Cas des plaque orthotrope.....	55
II.12. conclusion.....	57

Chapitre III : Modalisation des déformées des plaques tendue par la méthode des éléments finie

III.1. Introduction.....	59
III.2. position du problème.....	59
III.3. Solution éléments finis.....	59

III.4.Solution d'élasticité	64
III.5.solution d'éléments finis.....	66
III.5.1.Etapes de calcul par élément finis.....	66
III.6.Calcul numirique.....	67
III.7.conclusion.....	72
Conclusion général et perspective	74

Introduction générale

Introduction générale

Durant ces dernières décennies, la méthode des éléments finis a connu unessor important lie au développement des ordinateurs. Avec le développement des moyens informatiques, elles est avérée au cours du temps plus conviviale et plus efficace.

Dans denombreuses situations le modèle adéquat peut être obtenu en utilisant un nombre fini de composants, alors on parle de problème discret. Si la subdivision doit être poursuivie indéfiniment, c'est-à-dire à l'infini, alors les problèmes sont continus.

Pour étudier un système continu, on remplace par un système discret censé lui être proche en certains sens.

La résolution des problèmes de construction dans le domaine élastique revient généralement à la résolution d'un système d'équations aux dérivées partielles avec des conditions données sur le contour.

Il est très difficile d'obtenir une solution analytique exacte de ces équations, pour cela beaucoup des avant son t dû recourir en premier lieu à des méthodes numériques approchées et peu précises.

La résolution des problèmes par ces méthodes, a proposé d'autres auteurs à chercher des méthodes plus exactes, qui peuvent supprimer certaines ambiguïtés dans les résultats de calcul, notamment la suppression d'hypothèses non conformes à la recherche, les méthodes des éléments finis est le fruit de cette recherche.

L'idée principale de la méthode M.E.F. consiste à appliquer un procédé analogue à l'analyse des milieux continus, tels que les poutres, la résolution du système linéaire donne donc les déplacements des nœuds, à partir desquels, on calcule les déformations puis les contraintes dans le milieu.

La M.E.F. consiste à utiliser une approximation simple des variables (déplacements) pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques.

Elle fait appel aux trois domaines suivants :

- Sciences de l'ingénieur pour construire les équations aux dérivées partielles:
- Méthode numérique pour résoudre les équations algébriques.
- Programmation informatique pour exécuter efficacement les calculs sur Ordinateur.

Dans cette présente étude, on s'intéresse à la modélisation de la déformée des plaques orthotropes en utilisant l'approche des éléments finis. Dans ce cadre, notre travail est composé de trois chapitres.

Dans le premier chapitre, nous présentons les notions et principes de la méthode des Éléments finis.

Dans le deuxième chapitre, nous exposons des généralités sur les matériaux composites.

Le troisième chapitre est consacré à la modélisation des déformées des plaques tendues par la méthode des éléments finis.

Chapitre I

Synthèse bibliographique sur la méthode des éléments finis

I-1) Introduction

Un grand nombre de structures utilisées par les ingénieurs, est composé par une réunion de parties indépendantes, reliées entre elles par des points appelés "nœuds" constituant des treillis (exemples: poutres continues, cadres...etc.)

Les ingénieurs se sont rendu compte que l'analyse de telles structures, peut se faire en étudiant uniquement le comportement de chaque élément indépendamment, puis on fait l'assemblage de l'ensemble des éléments tout en assurant l'équilibre des efforts et méthodes dites matricielles. Cette manière de faire conduisait à des calculs très laborieux et difficile à résoudre au début, mais avec l'invention des ordinateurs ce problème ne se pose plus.

Dans l'industriel l'ingénieur a souvent besoin de traiter des problèmes ou des structures continues telles que : les dalles, les plaques. Ceci a rendu impossible d'utiliser les méthodes matricielles, et a conduit à l'apparition d'une nouvelle méthode dite méthode des éléments finis (MEF).

La méthode des éléments finis est une extension des méthodes matricielles pour les treillis à l'étude de structures continues. Dans cette méthode qui convient aux deux cas (continu et discret), les parties continues sont remplacées par des éléments indépendants reliés entre eux par des nœuds.

La méthode des éléments finis est une méthode très puissante, puisqu'elle permet une étude correcte de structures ayant des propriétés géométriques et des conditions de chargement très compliquées. C'est une méthode qui nécessite des calculs répétitifs, mais qui s'adapte à la programmation numérique et à la résolution par ordinateur.

Par ailleurs il est important de remarquer que la méthode des éléments finis met en œuvre des connaissances de trois disciplines distinctes qui sont :

❖ **Modélisation**

Qui consiste à mettre en place en équations les phénomènes fondés sur la répartition spatiale des grandeurs physiques, et de formuler des lois qui relient ces grandeurs.

❖ **Analyse numérique**

Élaborer des procédures de calculs spécifiques pour la résolution des équations des modèles physiques.

❖ **Informatique appliquée**

Développer des logiciels qui permettent de construire et de manipuler les données numériques en reliant des modules de résolution et des interfaces homme machine.

I-2) Notion et principe de la méthode

I-2-1) Historique

La méthode des éléments finis tire son origine des limitations du calcul des corps solides, cette limitation qui a orienté l'évolution de l'analyse mécanique sur deux voies :

❖ **Mécanique des systèmes discrets**

Qui est basée sur l'équilibre des efforts, ainsi que les relations de compatibilités des déplacements, pour un ensemble d'éléments déformables connectés entre eux par des "nœuds", en utilisant des méthodes dites "matricielles", utilisées pour la première fois par l'ingénieur **CLAUDE LOUIS NAVIER** au début du 19^{ème} siècle pour calculer des systèmes complexes de barres souples "systèmes hyperstatiques".

Cette approche qui conduit à la résolution des systèmes matriciels très élaborés, a connu une large application sous l'effet de l'impulsion de la construction métallique au 20^{ème} siècle, puis à l'aéronautique après la 2^{ème} guerre mondiale, mais avec des systèmes détaillés très limités par les limites des moyens de calcul d'alors.

❖ **Mécanique des milieux continus**

Consistant à formuler l'énergie du système à partir des ardeurs, des déplacements et des efforts appliqués, puis à retenir comme solution du problème le déplacement qui minimise l'énergie. Cette vision introduite à la fin du 18^{ème} siècle par **JOSEPH LAGRANGE**, et qui a connu une large utilisation, cette seconde approche est basée sur l'analyse fonctionnelle et le calcul des variations.

Durant la 1^{ère} moitié du 20^{ème} siècle on marque l'utilisation conjointe de la discrétisation sur des bases de fonction et de calcul variationnel pour minimiser l'énergie, etc' est le point de départ de la méthode des éléments finis, en particulier grâce au mathématicien **RICHARD COURANT**. Mais ce n'est qu'en 1956 que les deux approches, discrète et continue sont recoupées explicitement sur le concept d'élément fini tel qu'il est connu aujourd'hui, et cela suite aux travaux des deux chercheurs de l'aéronautique **TURNER** et **CLOUGH** qui ont décomposé un domaine surfacique continu en petits domaines triangulaires à déplacements linéaires, ces triangles constitués par l'assemblage d'éléments par des nœuds.

Ondonne l'évolution de la MEF brièvement :

Au début des années 60 le développement des ordinateurs a permis d'augmenter le nombre d'éléments utilisés, ainsi d'augmenter la précision et le nombre de problèmes traités.

Les années 70 ont marqué l'apparition des premiers grands codes de calcul par éléments finis.

Dans les années 80 et avec les grandes évolutions de l'informatique et des langages de programmation, les logiciels de calcul par éléments finis sont devenus plus performants et plus ambitieux.

I-2-2) Discrétisation

Le domaine géométrique est subdivisé en sous-domaines de géométries simples appelés "éléments" sur lesquels l'étude du problème peut se faire en une seule opération, les équations aux dérivées partielles sont remplacées par des équations algébriques.

La solution finale s'obtient en résolvant un système d'équations globales formées en assemblant (additionnant) les équations obtenues sur tous les éléments constituant le domaine.

Dans cette méthode on s'intéresse à l'application de la méthode des éléments finis pour résoudre certains problèmes dans l'analyse des structures en utilisant différents types d'éléments, et de reconnaître la répartition des déformations dans une structure qui peut être unidimensionnelle (poutres, treillis, portiques) ou bidimensionnelle (poutres, plaques).

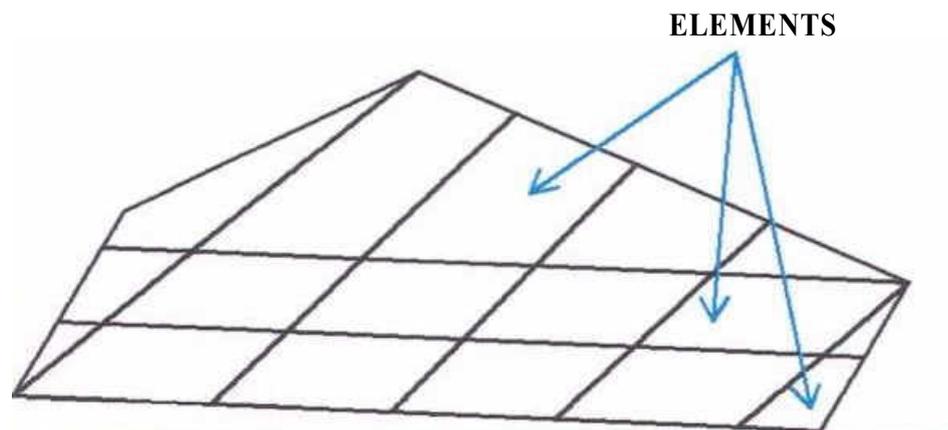


Figure I.1: discrétisation par élément surfacique

Pointnodaux

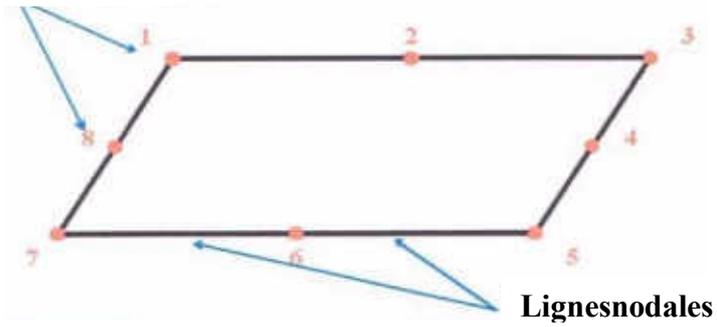


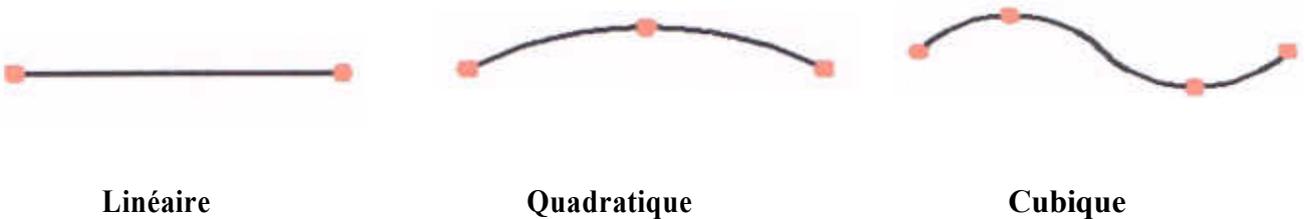
Figure I.2: discrétisation par élément barre

I-2-3) Différents types d'éléments

Nous distinguons trois familles d'éléments correspondant à des domaines à une, deux, et trois dimensions. Chaque élément est identifié par sa forme, le type de courbe ou de surface qui forme sa frontière, ainsi que le nombre de nœuds géométriques nécessaires pour le définir.

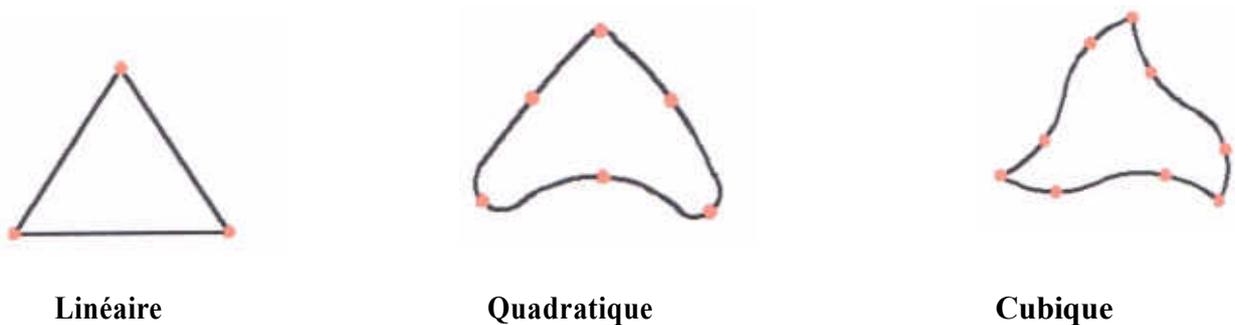
Il faut que le nombre de nœuds géométriques sur chaque frontière soit compatible avec la forme de la courbe qui constitue ladite frontière.

a) Éléments à une dimension

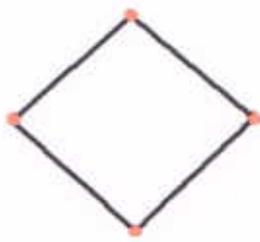


b) Éléments à deux dimensions :

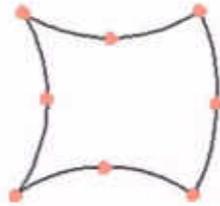
❖ **Éléments triangulaires:**



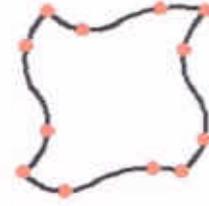
❖ **Éléments quadrilatéraux**



Linéaire



Quadratique



Cubique

I-3) Formulation par éléments barres

I-3-1) Interpolation par l'approximation nodale

Par la suite nous pouvons approximer une fonction inconnue, soit $f(x)$ par une fonction approchée soit $U(x)$ sous forme d'une fonction polynomiale; $U(x) \approx f(x)$

$$U(x) = a_1 + a_2X + a_3X^2 + a_4X^3 + a_5X^4 + \dots + a_nX^{n-1} \quad \mathbf{I.1}$$

$a_i (i=1, 2, 3 \dots n)$ sont les paramètres de l'approximation

On l'écrit sous une forme matricielle:

$$U(x) = (1, x, x^2, x^3, \dots, x^{(n-1)}) \mathbf{I.2}$$

En intervenant les conditions initiales aux n points de la fonction exacte $f(x)$:

Nœud(01) :

$$U(x) = a_1 + a_2X_1 + a_3X_1^2 + a_4X_1^3 + \dots + a_nX_1^{n-1} = f(x) = U_1$$

Nœud(02):

$$U(x) = a_1 + a_2X_2 + a_3X_2^2 + a_4X_2^3 + \dots + a_nX_2^{n-1} = f(x) = U_2$$

Nœud(03):

$$U(x) = a_1 + a_2X_3 + a_3X_3^2 + a_4X_3^3 + \dots + a_nX_3^{n-1} = f(x) = U_3$$

Nœud(n):

$$U(x) = a_1 + a_2X_n + a_3X_n^2 + a_4X_n^3 + \dots + a_nX_n^{n-1} = f(x) = U_n$$

Sous une forme matricielle :

$$U(x) = \begin{pmatrix} U(x_1) \\ U(x_2) \\ U(x_3) \\ U(x_4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & X_1 & X_1^2 & X_1^{n-1} \\ 1 & X_2 & X_2^2 & X_2^{n-1} \\ 1 & X_3 & X_3^2 & X_3^{n-1} \\ 1 & X_4 & X_4^2 & X_4^{n-1} \end{pmatrix} \dots \dots \dots \mathbf{I.3}$$

$$U(x) = [A] \times \{a\} = \quad \quad \quad \mathbf{I.4}$$

$$\Rightarrow \{a\} = [A]^{-1} \times [U] \quad \mathbf{I.5}$$

Où :

$$U = (N_1(X), N_2(X), N_3(X), \dots, N_n(X)) \times \{U\} \quad \mathbf{I.6}$$

Avec :

$$(N_1(X)) = \langle 1, X, X^2, X^3, \dots, X^{(n-1)} \rangle \times [A]^{-1} \quad \mathbf{I.7}$$

Sont les fonctions d'interpolation

Sont les fonctions d'interpolation

$$U(x) = \sum_{i=1}^n N_i(x) \times U_i \quad \quad \quad \mathbf{I.8}$$

Où ; U_i : les variables nodales

I-3-2) Formulation des problèmes d'élasticité par l'approche d'éléments finis

Pour obtenir une solution approchée d'un problème d'élasticité, nous allons proposer un approche de déplacement à l'aide d'un champ de déplacement inconnu.

Notre objectif dans cette partie est d'exprimer l'équation fondamentale par éléments finis en fonction des déplacements in finis.

I-3-2-1) Principe des travaux virtuels

Ce principe se généralise de la manière suivante:

Le travail virtuel des charges extérieures est égal au travail virtuel interne absorbé par la structure. Il exprime les relations existant entre l'ensemble des charges extérieures et les forces intérieures correspondantes satisfaisant ensemble à la condition d'équilibre, et l'ensemble des déplacements des nœuds et les déformations correspondantes des différentes parties satisfaisant à la condition de compatibilité.

Considérons un corps solide de volume (V) lié à un repère orthonormé au (x, y, z) en état d'équilibre statique sous l'action des forces volumiques soient F et des forces des surfaces soient \bar{p}_1 .

Nous admettons que un point matériel subit les déplacements U, V et W suivant les directions x, y et z respectivement.

Apartir des équations différentielles d'équilibre on a :

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j} + f_i &= 0 \\ \overline{div[\sigma]} + \bar{f} &= \bar{0} \end{aligned} \quad \text{I.9}$$

En introduisant le travail virtuel dû aux forces appliquées dans l'équation (1) on aura :

$$\begin{aligned} \int_v \delta\{U\}^T \times (\overline{div[\sigma]} + \bar{f}) dv &= 0 \\ \int_v \left\{ \delta U \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial \sigma} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial \sigma} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial \sigma} + f_x \right) + \delta V \left(\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial \sigma} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial \sigma} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial \sigma} + f_y \right) \right. \\ \left. + \delta W \left(\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial \sigma} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial \sigma} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial \sigma} + f_z \right) \right\} dv &= 0 \end{aligned} \quad \text{I.10}$$

Théorème de Gauss)

$$\int_v \delta U \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dv = \int_s \delta U \times \sigma_x \times n_x \quad \int_v \sigma_x \times \left(\frac{\delta U}{\partial x} \right) dv$$

Répétant l'intégration, par partie pour chaque terme de l'équation (2); on obtient

$$\begin{aligned} \int_v \left[\sigma_x \times \partial \left(\frac{\delta U}{\delta X} \right) + \sigma_{xy} \times \left(\partial \left(\frac{\delta U}{\delta Y} \right) + \partial \left(\frac{\delta V}{\delta X} \right) \right) + \sigma_{xz} \right. \\ \left. \times \left(\partial \left(\frac{\delta U}{\delta Z} + \partial \left(\frac{\delta V}{\delta X} \right) \right) + \sigma_z \times \partial \left(\frac{\delta W}{\delta Z} \right) \right) \right. \\ \left. + \int \{ \delta U (\sigma_{xx} \times n_x + \sigma_{xy} \times n_y + \sigma_{xz} \times n_z) + \delta V (\sigma_{xy} \times n_x + \sigma_{yy} \times n_y + \sigma_{yz} \times n_z) \right. \\ \left. + \delta W (\sigma_{xz} \times n_x + \sigma_{yz} \times n_y + \sigma_{zz} \times n_z) \} ds = 0 \end{aligned} \quad \text{I.11}$$

$$\delta\{\varepsilon\} = \delta \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right), \delta \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right), \left(\frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial X} \right), \dots, \delta \left(\frac{\partial W}{\partial Z} \right) \quad \text{I.12}$$

Où encore :

$$\int_v \delta\{\varepsilon\}^T \times \{\sigma\} \times dv + \int_s \{\delta U\}^T \times \bar{X}_I \times ds + \int_v \delta\{U\}^T + \{f\} \times dv = 0 \quad \text{I.13}$$

Cette relation représente l'expression du théorème de travaux virtuels qui traduit que la variation de l'énergie totale (énergie de déformation due aux forces internes plus énergie potentielle due aux forces externes) est égale à zéro (0) c'est-à-dire le principe de conservation d'énergie.

I-3-2-2) Formulation élémentaire des problèmes d'élasticité

Considérons un seul élément de volume V^e

et des surfaces S^e du corps solide soit le champ de déplacement inconnu pour cet élément qui comporte (n) nœuds

$$\delta\{U\}^e = U, V, W^T$$

(U, V, W) sont les variables du champ de déplacement.

En appliquant le principe des travaux virtuels sur cet élément (V^e)

$$\int_V \delta\{\varepsilon\}^T \times \{\sigma\} \times dV^e \left(\int_S \{\delta U\}^T \times \bar{X}_I \times dS^e + \int_V \delta\{U\}^T \times \{f\} \times dV^e \right) = 0 \quad \text{I.14}$$

L'approximation nodale par interpolations sur les déplacements

$$\begin{cases} U \\ V \\ W \end{cases} = \begin{cases} \sum_{i=1}^N N_i U_i = N_1 U_1 + N_2 U_2 + \dots + N_n U_n \\ \sum_{i=1}^N N_i V_i = N_1 V_1 + N_2 V_2 + \dots + N_n V_n \\ \sum_{i=1}^N N_i W_i = N_1 W_1 + N_2 W_2 + \dots + N_n W_n \end{cases} \quad \text{I.15}$$

Comme on peut l'écrire sous une forme matricielle:

$$\begin{cases} U \\ V \\ W \end{cases} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & N_n & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots & N_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \dots & N_n & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} U_1 \\ V_1 \\ W_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ W_2 \\ \dots \\ U_n \\ V_n \\ W_n \end{matrix} \quad \text{I.16}$$

$$\{U\}^e = [N] \times \{q\}^e \quad \text{I.17}$$

Avec :

$[N]$: Matrices des fonctions d'interpolations

$\{q\}^e$: Vecteur de déplacements aux nœuds

A partir des relations déformation-déplacement on obtient :

$\{\varepsilon\} =$

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{\partial U}{\partial X}\right) \\ \left(\frac{\partial V}{\partial Y}\right) \\ \left(\frac{\partial W}{\partial Z}\right) \\ \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X}\right) \\ \left(\frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial W}{\partial XY}\right) \\ \left(\frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{\partial V}{\partial X}\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{\partial}{\partial X}\right) & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{\partial}{\partial X}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{\partial}{\partial X}\right) \\ \left(\frac{\partial}{\partial Y}\right) & \left(\frac{\partial}{\partial X}\right) & 0 \\ 0 & \left(\frac{\partial}{\partial X}\right) & \left(\frac{\partial}{\partial X}\right) \\ \left(\frac{\partial}{\partial Z}\right) & 0 & \left(\frac{\partial}{\partial X}\right) \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ V \\ W \end{Bmatrix} \quad I.18$$

$$\{ \} = [L] \times \{U\}^e$$

Avec: $[L]$: est la matrice opérateur.

A partir de la loi de HOOKE:

$$\{\sigma\} = [D] \times \{\varepsilon\} \quad I.19$$

Avec $[D]$: est la matrice d'élasticité:

$$\begin{aligned} \{\sigma\} &= [D] \times [L] \times \{U\}^e \\ \{U\}^e &= [N] \times \{q\}^e \\ \{\varepsilon\}^e &= [L] \times [N] \times \{q\}^e = [B] \times \{q\}^e \end{aligned}$$

Avec: $[B] = [L] \times [N]$

$$\{\sigma\} = [D] \times [B] \times \{q\}^e \quad I.20$$

En substituant ces relations dans l'équation (*)

On arrive à:

$$\begin{aligned} & \int_{v^e} [B]^t \times [D] \times [B] \times \{q\}^e \times \delta\{q\}^{et} dv^e + \int_{v^e} [N]^T \delta\{q\}^{et} \{x_i\} dV^e \\ & \delta\{q\}^{et} \int_{s^e} [B]^T \times [D] \times \{q\}^e \times \delta\{q\}^{et} dV^e \\ & = \delta\{q\}^{et} \left(\int_{s^e} [N]^T \delta\{q\}^{et} \{x_i\} dS^e + \int_{v^e} [N]^T \delta\{q\}^{et} \{x_i\} dV^e \right) \quad I.21 \end{aligned}$$

Equation fondamentale pour éléments finis en termes de déplacements

$$[K] \times \{q\}^e = \{f\}^e \quad I.22$$

Avec:

$[K]^e$: est la matrice de rigidité élémentaire

$\{q\}^e$: Le vecteur de déplacement aux nœuds

$\{F\}^e$: Le vecteur des forces nodales

Avec:

$$[K]^e = \int [B]^T \times [D] \times [B] dV^e \quad \text{I. 23}$$

Vecteur des forces nodales:

$$\{F\}^e = \int_{s^e} [N]^T \{x_i\} dS^e + \int_{V^e} [N]^T \{f_i\} dV^e + \sum_{i=1}^n P_i \quad \text{I. 24}$$

Avec:

(P_i) : est une charge concentrée aux nœuds

I-3-3) Etapes de calcul par éléments finis:

❖ **Données :**

Les caractéristiques géométriques (longueur, largeur) Les caractéristiques physiques (E, L...)

❖ **Discretisation :**

Maillage du domaine en éléments finis (type d'éléments souhaité) numérotation des nœuds et des éléments

❖ **Formulation élémentaire :**

Évaluation de la matrice de rigidité élémentaire $[K]^e$ Évaluation du vecteur des forces nodales $\{f\}^e$

❖ **Formulation globale:**

Assemblage pour plusieurs éléments (addition);

$$[K]^G = \sum_{e=1}^b [K]^e \quad \text{I. 25}$$

$$\{f\}^G = \sum_{e=1}^n \{f\}^e \quad \text{I. 26}$$

❖ **Introduction des conditions d'appuis (déplacements imposés)**

❖ **Résolution du système globale:**

Sachant que:

$$[K]^o \{q\}^G = \{F\}^G \quad \text{I. 27}$$

❖ **Calcul des contraintes dans chaque élément (efforts internes N , T et M) :**

Cette méthode consiste à formuler le problème d'élasticité en fonction des déplacements aux nœuds. On peut mettre en évidence les différentes étapes de calculs suivant :

- a- formulation élémentaire: calcul des matrices de rigidité élémentaires et des vecteurs des forces nodales pour chaque élément après la discrétisation de la structure en éléments finis souhaités.
- b- formulation globale: assemblage (addition) des matrices de rigidité élémentaires et des forces globales élémentaires de manière à satisfaire les équations d'équilibre des nœuds.
- c- prise en compte des conditions de déplacements imposés (condition d'appuis).
- d- résolution du système: $[K]x\{q\} = (F)$ pour la structure complète pour déterminer les déplacements aux nœuds.
- e- calcul des efforts internes (les contraintes) dans chaque élément.

Chapitre II

Généralités sur les matériaux composites

II.1 Introduction

Les matériaux composites disposent d'éventualités importantes par rapport aux matériaux traditionnels. Ils possèdent de nombreux avantages fonctionnels : légèreté, résistance mécanique et chimique, maintenance réduite, liberté de formes. Ils permettent d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques et chimiques. Ils offrent une meilleure isolation thermique et phonique et, pour certains d'entre eux, une bonne isolation électrique. Ces performances remarquables sont à l'origine de solutions technologiques innovantes. Les matériaux composites à matrice métallique, élastomère, polymère ou céramique offrent aux industriels et aux designers des possibilités nouvelles d'associer des fonctions (forme et matériaux), alors des systèmes de plus en plus performants [3].

Un des objectifs de ce deuxième chapitre est d'apporter une connaissance des matériaux composites par une description de leurs constitutions, de leurs propriétés et de leurs structures.

II.2. Généralités sur les matériaux composites:

Un matériau composite peut être défini d'une manière générale comme l'assemblage de deux ou plusieurs matériaux dont les qualités respectives se complètent pour former un matériau aux performances supérieures à celles des composants pris séparément. Ce matériau consiste dans le cas le plus général d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue. Dans le cas de plusieurs phases discontinues de natures différentes, le composite est dit hybride. La phase continue est appelée la matrice. La phase discontinue est appelée le renfort. La matrice dont la résistance mécanique est beaucoup plus faible, assure la cohésion et l'orientation des fibres, elle permet également de transmettre les sollicitations auxquelles sont soumises les pièces. Dans la majorité des matériaux composites, les propriétés mécaniques sont essentiellement fournies par les renforts, de telle sorte que le taux de renfort dans la matrice ainsi que la qualité de l'interface renfort/matrice conditionnent directement les propriétés mécaniques du matériau composite. Les renforts peuvent être utilisés sous différentes formes, comme par exemple en fibres longues, en fibres courtes, en sphères et même en tissu de fibres plus ou moins complexe (tissage 2D, voire même 3D). Il faut différencier charges et renforts. Les charges, sous forme d'éléments fragmentaires, de poudre ou liquide, modifient une propriété de la matière à laquelle on l'ajoute (par exemple la tenue aux chocs, la résistance aux UV, le comportement au feu, ... etc). Les renforts, sous forme de fibres, contribuent uniquement à améliorer la résistance mécanique et la rigidité de la pièce dans laquelle ils sont incorporés. Ainsi, de nos jours, un

très grand nombre de composites sont utilisés de manière courante et il est pratiquement impossible de les traiter tous de la même manière, tant leurs propriétés sont variables.

Un matériau composite est la plupart du temps hétérogène et anisotrope. Selon les performances, on distingue deux types de composites :

- ✓ Les matériaux composites dits de “grande diffusion” dont les propriétés mécaniques sont plus faibles mais d’un coût compatible avec une production en grande série;
- ✓ Les matériaux composites dits “hautes performances”, présentant des propriétés mécaniques spécifiques élevées et un coût unitaire important. Ce sont les plus employés en aéronautique et dans le spatial [4].

II.3. Définition

Un matériau composite est un assemblage d’au moins deux matériaux non miscibles (mais ayant une forte capacité d’adhésion). Le matériau ainsi constitué possède des propriétés que les éléments constitutifs seuls ne possèdent pas. Il a des qualités qui se combinent avec synergie pour réaliser des propriétés particulières en réponse à un besoin bien spécifique. Les plus répandus et possédant des propriétés mécaniques exceptionnelles sont ceux constitués de deux phases : La matrice et les renforts. [5]

On distingue ainsi deux types de composites :

- ✓ Les matériaux à fibres continues ou laminés ;
- ✓ Les matériaux à phases dispersées (fibres discontinues ou charges, de nature minérale ou organique, dispersées dans une matrice). [6]

À l’opposé des matériaux traditionnels, le composite s’adapte aux exigences de conception lorsqu’une conception traditionnelle découlait habituellement des propriétés des matériaux constitutifs. Les composites entrent aujourd’hui dans pratiquement tous les domaines d’applications possibles : Piscines, bassins, bâtiments, les transports aériens, maritime, routier, ferroviaire, sport et loisirs.

Les principales caractéristiques et propriétés des matériaux composites sont :

- ✓ Gain de masse,
- ✓ Résistance et rigidité spécifique élevée,
- ✓ Bonne tenue en fatigue,

- ✓ Absence de corrosion,
- ✓ Pas de zone de plastification : comportement linéaire,
- ✓ Bonne tenue aux agressions chimiques et naturelles (UV).

II.4. Les Composants du Matériau Composite

Le matériau composite est constitué d'une matrice et d'un renfort. Les renforts fibreux sont disposés de façon judicieuse dans la matrice qui conserve leur disposition géométrique et leur transmet les sollicitations [7]:

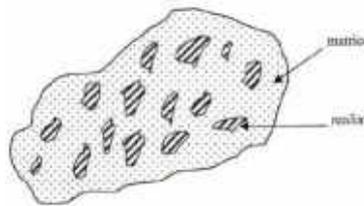


Figure II.1 : matériaux composites

II.4.1 Le Renfort (ou Bien la Fibre)

Le renfort est la structure supportant les efforts mécaniques. Son rôle principal est d'assurer la résistance mécanique du matériau composite. Il se présente sous plusieurs formes : fibres courtes (mat) ou fibres continues (tissus ou textures multidirectionnelles) en fonction de l'usage et la fonction envisagée.

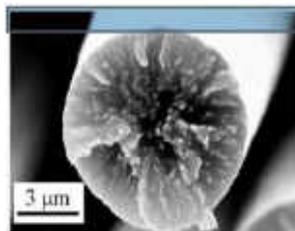


Figure II.2 : Observation micrographique des fibres

Les fibres présentent une bonne résistance à la traction mais une résistance à la compression faible. Les renforts fibreux peuvent être continus : Uni Directionnels (UD), Tissus... et discontinus : Mats, Feutres... Leur nature peut être : Verre, EouR, Aramide, Carbone, Bore, Carbure de silicium. Parmi les fibres les plus utilisées :

- ✓ Fibres de verre,
- ✓ Fibres de carbone,
- ✓ Fibres de kevlar (d'aramide),
- ✓ Fibres de Bore [8].

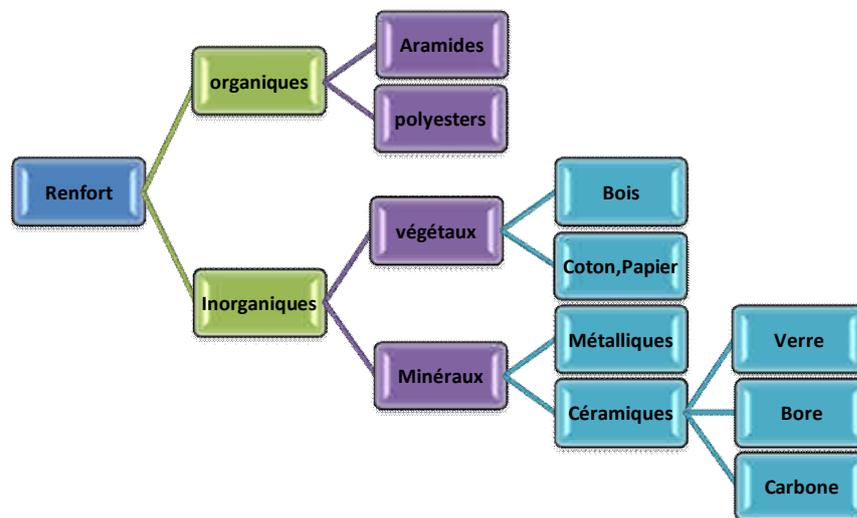


Figure II.3 : les différents types de renforts [4]

II.4.1.1 Fibres de Verre

Les fibres de verre sont un filament de verre extrêmement fin. Par extension, les matériaux composites renforcés de cette fibre sont généralement associés à des polymères. Ils sont utilisés dans les bâtiments et infrastructures notamment dans les piscines (29%), les transports (30%), l'électricité (16%), les sports et loisirs (14%) et pour les équipements industriels (11%). Leur coût de production est peu élevé, ce qui en fait l'une des fibres les plus utilisées à l'heure actuelle. Elle permet par exemple un allègement des structures d'environ 30% par rapport à l'a

cieretuneréductiondepoidsenaméliorantlesperformances,pourunprixcompétitif :onpeutenfaire une fabrication en séries. Parmi ses propriétés ; l'inertie chimique, la résistance au choc, l'isolation, ...etc. Il existe une multitude de fibres de verre (figure II.4) dont les propriétés dépendent de leur composition. Actuellement, trois types de fibres de verre sont commercialisés sous forme de files. Ce sont les variétés E, S et R.



Figure II.4 : Fibres de verre

II.4.1.1.1 Procédé de fabrication des fibres de verre

Ce procédé se déroule en cinq étapes principales :

1. *Affinage à 1500°C* : la composition est chauffée ; elle devient visqueuse (vers 800°C), puis liquide, et finalement se vitrifie. À 1500°C, elle est homogène, et les dernières bulles et impuretés disparaissent.

2. *Filage par étirement* : le verre en fusion se transforme en filaments en étant tiré à grande vitesse ; la filature des filaments s'apparente en fait à la filature textile classique pour produire un fil. Ce fil de verre se bobine ensuite autour d'une broche.

3. *Ensimage* : l'étirage et le bobinage ont passé suffisamment d'effets pour rassembler durablement les centaines de filaments en un fil (le verre est trop lisse pour s'agglomérer). L'ensimage consiste à ajouter un revêtement protecteur pour permettre l'agglomération des filaments et faciliter l'intégration dans les polymères.

4. *Finition* : les fils sont ensuite bobinés ou coupés selon les finalités.

5. *Séchage (ovindring)* : les fils sont finalement séchés à des températures de 700 à 800°C.

II.4.1.1.2 Procédé defabricationdela laine de verre

1. Matières premières :Le verre de laine de verre se compose de verre recyclé (dans une proportion pouvant aller jusqu'à 80%, à minima 40%), de sable et d'autres matières naturelles tels que le calcaire ou la dolomie qui sont des fondants et permettent l'abaissement de la température de fusion du verre.
2. Composition: Les matières premières sont stockées dans des silos, puis pesées et mélangées pour former la composition.
3. Fusion: La composition verrière entre en fusion dans le four
4. Filage: La matière en fusion passe dans une filière puis dans des assiettes de filage où elle ressort sous forme de fils de verre qui sont pulvérisés de polymère (le liant) pour former un matelas.
5. Etuvage: Le matelas de laine cuit pour être polymérisé. Il devient ainsi un matelas élastique, qu'il devient possible de comprimer.
6. Découpe par massicot: Les matelas sont surfacés puis découpés. Les chutes sont recyclées dans le processus.
7. Conditionnement: Le conditionnement se fait en rouleaux et panneaux. Les matelas sont très fortement comprimés par une enrouleuse, jusqu'à 10 fois leur épaisseur, ce qui permet d'optimiser leur transport.
8. Palettisation: L'opération de la palettisation automatique permet encore d'améliorer la compression des panneaux et rouleaux tout en rendant les produits stockables à l'extérieur.

II.4.1.1.3 Avantages et Inconvénients des fibres de verre

Avantage:

- ✓ Bonne résistance spécifique (pour le verre R) ;
- ✓ Une bonne adhérence entre fibres et résines (matrices);
- ✓ De bonnes propriétés mécaniques, mais inférieures à celles de la fibre de carbone;

- ✓ Des propriétés d'isolation électrique acceptables pour la plupart des applications.
- ✓ Tenue à température élevée ;
- ✓ Incombustibilité;
- ✓ Dilatation et conductivité thermique faible;
- ✓ Bon rapport de performances mécanique/prix.

Inconvénients

- ✓ Faible module (par rapport au carbone ou aramide)
- ✓ vieillissement au contact de l'eau. [9]

II.4.1.2 Fibres de Carbone

Sont des matériaux constitués de fibres extrêmement fines (figure II.5), composés principalement d'atomes de carbone.

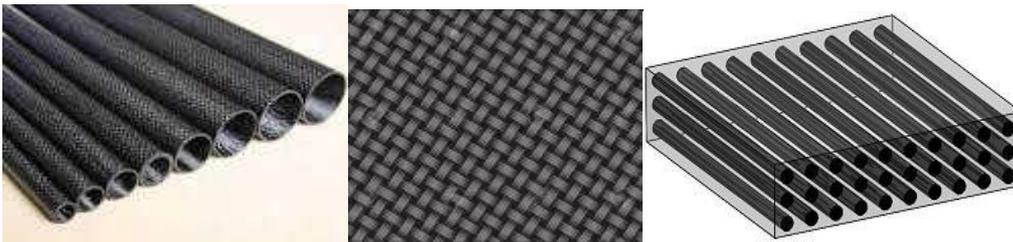


Figure II.5 : Exemples des fibres de carbone

L'alignement des atomes le long de l'axe de la fibre la rend incroyablement résistante pour sa taille. Les fibres de carbone sont caractérisées par leur faible densité, leur résistance élevée à la traction et à la compression, leur flexibilité, leur bonne conductibilité électrique et thermique. Elles sont caractérisées aussi par leur tenue en température et leur inertie chimique (sauf à l'oxydation). Les fibres de carbone sont utilisées pour toutes les applications exigeant une grande résistance mécanique pour un poids réduit. Elles sont utilisées pour : l'industrie automobile, l'industrie aéronautique et spatiale, les équipements sportifs et dans l'enforcement des structures en béton armé par collage de tissu de fibre de carbone. Il existe deux types de carbone :

1. carbone de haute ténacité (HT) ;
2. carbone

de haut module (HM). Parmi

les inconvénients de 2^{ème} fibre :

- ✓ Un recyclage difficile,
- ✓ Puisque sa structure est proche de l'amiante, on peut dire qu'elle peut provoquer des risques de cancer de poumon,
- ✓ Leur conductivité, de nombreuses électrocutions ont frappé des marins en manœuvrant le mât de leur voilier,
- ✓ Leur musicalité, un bateau en carbone résonne comme un violon ce qui gêne les voyageurs et ne les laisse pas dormir.

II.4.1.2.1 Avantages et Inconvénients des fibres de carbone

Avantage:

- ✓ Excellentes propriétés mécaniques
- ✓ Très bonne tenue en température (non oxydante)
- ✓ Dilatation thermique nulle

- ✓ Bonne conductibilité thermique et électrique
- ✓ Bonne tenue à l'humidité
- ✓ Usinage aisé
- ✓ Faible densité

Inconvénients:

- ✓ Une mauvaise résistance à l'abrasion et aux chocs.
- ✓ Leur recyclage (broyage problématique).
- ✓ Leur conductivité, de nombreuses électrocutions ont frappé des pêcheurs après avoir heurté une ligne électrique avec leur canne; ou des marins en manœuvrant le mât de leur voilier.
- ✓ Cette fibre provoquerait sous certaines formes des risques de cancer du poumon.
- ✓ Prix très élevé.

II.4.1.3. Fibres de Kevlar (d'Aramid)

Le mot aramide vient de la contraction d'Aromatique-polyamide. Les fibres d'aramide sont constituées de filaments jaunes continus d'un diamètre de l'ordre de 12 μ m assemblés en fils (figure II.6). Elles sont des fibres synthétiques qui résistent bien à la chaleur et ont de bonnes propriétés mécaniques. Elles sont utilisées dans les protections balistiques comme la confection de gilets pare-balles.



Figure II.6 : Fibres de Kevlar (Aramide)

Il existe trois types de fibres Kevlar :

3. Fibres Kevlar 29 (BM : à bas module d'élasticité);
4. Fibres Kevlar 49 (HM : à haut module d'élasticité);
5. Fibres Kevlar 149 (UHM : à ultra-haut module d'élasticité).

Les fibres d'aramide présentent un bon équilibre de résistance et de module en traction et, en particulier, une excellente résistance spécifique à la rupture en traction. Les fibres d'aramide ont des caractéristiques médiocres en compression qui sont probablement une des conséquences de leur faible adhérence à la résine. Un des reproches que l'on fait aussi à la fibre d'aramide, est la difficulté rencontrée pour découper les renforts secs et pour poncer et percer les pièces composites [10].

II.4.1.3.1 Avantages et Inconvénients des fibres d'aramide

Avantages

- ✓ Haute résistance à la traction et module d'élasticité élevé,
- ✓ Faible densité, bonne résistance à la fatigue et bonne résistance chimique (aux carburants, eau de mer mais pas pour les acides),
- ✓ Excellent facteur d'amortissement des vibrations,

- ✓ Une excellente stabilité thermique, ne fond pas et n'entretient pas la combustion,
- ✓ Matériau non conducteur,
- ✓ Prix moyen 2 à 3 fois moins cher que les fibres de carbone.

Inconvénients

- ✓ Très faible résistance à la compression et faible adhérence avec les résines d'imprégnation,
- ✓ Reprise d'humidité importante,
- ✓ Usinage délicat,
- ✓ Prix intermédiaire ; 10 fois celui des fibres de verre E.

II.4.1.4. Fibre de bore



Figure II.7 : Fibre de bore

Ces fibres sont de gros filaments (diamètre de l'ordre de $100\mu m$), formées d'une âme (le fil support) en carbone d'un diamètre d'environ $10\mu m$, recouvertes :

- ✓ D'une couche de bore;
- ✓ D'une couche de carbure de silicium

II.4.1.5 Fibre métallique



Figure II.8 : Fibre métalliques

Elles sont les plus chères de toutes, en raison de leur difficulté de fabrication. Elles approchent les propriétés d'un cristal parfait.

Ces fibres sont utilisées avec des matrices métalliques pour :

- ✓ Leurs bonnes conductibilités thermique et électrique;
- ✓ Leurs caractéristiques thermomécaniques [11].

II.4.1.6 Fibre de silice (ou de quartz)

Elles sont produites comme le verre, par fusion, et sont essentiellement utilisées pour leur haute tenue chimique et thermique dans les tuyères pour moteur de fusée.

Tableau II.1. Principales propriétés des fibres :

Fibre	tre (μm) (μm)	Densité	Traction (Mpa)	Module (Mpa)	Allongement (%)	Fusion ($^{\circ}C$)
Verre E	3-30	2,54	3400	73000	4,5	850
Verre D	3-30	2,14	2500	55000	4,5	-
Verre R	3-30	2,48	4400	86000	5,2	990
Carbone HR	8	1,78	3500	200000	1,0	2500
Carbone HM	8	1,80	2200	400000	0,5	2500
Aramide HR	12	1,45	3100	70000	4,0	480
Aramide HM	12	1,45	3100	130000	2,0	480

II.4.2 La Matrice (ou bien résine)

Le rôle de la matrice est de lier les fibres dures et fortes entre elles, les incorporer et leur donner une adhérence suffisante pour que la transmission des efforts et la répartition des contraintes soient assurées. C'est comme "l'emballage". Elle assure également une protection chimique ou contre la corrosion par exemple [11].

On distingue quatre grandes familles des matrices (figure I.9) :

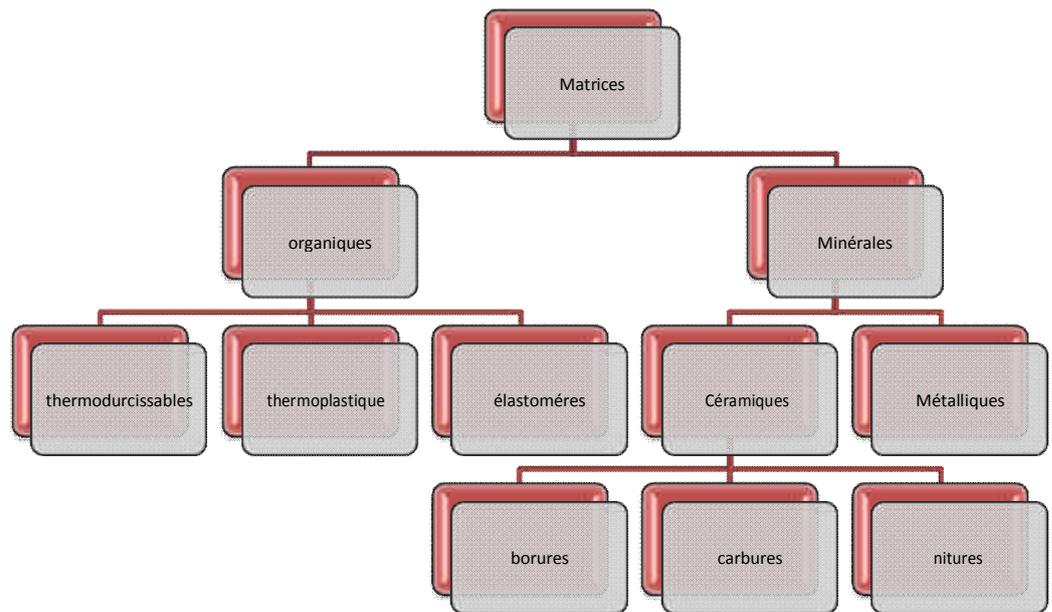


Figure II.9 : Les différents types des Matrices [4]

II.4.2.1. Les Composites à Matrices Organiques (CMO)

Qui constituent les volumes les plus importants aujourd'hui à l'échelle industrielle, elles sont faites de matière plastique. Il convient de distinguer les matrices thermoplastiques et les polymères thermodurcissables (ou résine) de propriétés mécaniques très élevées. Dans ces derniers, on trouve les résines de polyester, les résines époxydes qui peuvent être utilisées jusqu'à une température de 2000°C. Les résines phénoliques ou les résines polyamides peuvent supporter une température de 4000°C.

II.4.2.1.1. Les résines thermodurcissables (TD)

Les résines thermodurcissables sont employées comme matrices des matériaux composites structuraux. Comme leur nom le laisse indiquer, ces produits durcissent après un cycle de chauffage appelé « cycle de polymérisation ». À l'issue de celui-ci, le matériau est un solide relativement rigide qui ne fond pas et ne se ramollit pas en température.

Les résines thermodurcissables les plus répandues sont les polyesters, les époxydes, les po

lyamides et les phénoliques.

Polyesters:

Les plus utilisées, sont généralement renforcées par des fibres de verre (pare-chocs, carrosserie, coques de bateaux, piscines, éléments de tramway ou de TGV...) époxydes, aux caractéristiques mécaniques supérieures, sont généralement renforcées par des fibres de carbone ou de verre (longerons, dérives, nacelles, voilure, bateaux et automobiles de compétition...)

Polyesters insaturés:

C'est la résine la plus utilisée dans l'application composite de grande distribution [12].

Vinylesters:

On peut la considérer comme une variante des polyesters produite à partir d'acides

Acryliques. Elles possèdent une bonne résistance à la fatigue et un excellent comportement à la corrosion, mais demeurent combustibles [9].

Bismaléimides:

Matrices très peu utilisées en Europe. Elles offrent une bonne tenue à la fois au choc et en température, mais restent difficiles à mettre en œuvre. [13]

Phénoliques:

Elles sont issues de la polycondensation du phénol et du formol et se caractérisent par une bonne tenue au feu. Elles restent fragiles, sensibles à l'humidité, difficiles à colorer et à mettre en œuvre.

Epoxydes:

Elles résultent de la polyaddition de l'épichlorhydrine sur un polyalcool et constituent la résine et y

pe des composites hautes performances HP.

Tableau II.2. Avantages et inconvénients des époxydes

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Tenu mécanique, thermique, chimique et fatigue ✓ Faible retrait (1 à 2%) ✓ Excellente adhérence sur fibres ✓ Mise en œuvre facile, sans solvant 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Prix élevé ✓ Sensibilité à l'humidité et aux UV Vieillissement sous température, sensibilité aux chocs ✓ Temps de polymérisation

Polyuréthanes et polyuréés:

Dans la fabrication de pièces composites, on utilise surtout des formules élastomériques dont la faible viscosité permet un bon remplissage du moule. Les constituants sont livrés à l'état de pré-polymères liquides [12].

Tableau II.3. Les caractéristiques moyennes des matrices thermodurcissables (TD)

Polymère	Masse spécifique (kg/cm ³)	Résistance à la traction (G Pa)	Module d'élasticité longitudinal (GPa)	Allongement à la rupture %
Polyester	1,2	50-65	3	2,5
Epoxyde	1,1-1,4	50-90	3	2
Polyimide	1,3-1,4	30-40	4	1
Phénolique	1,2	40-50	3	2,5

Vinylester	1,15	70-80	3,5	4
Polyuréthane	1,1-1,5	20-50	1	100
Silicone	1,1	35	3	2,2

II.4.2.1.2 Les matrices thermoplastiques (TP)

Les polymères utilisés sont essentiellement des thermoplastiques techniques qui présentent à l'état vierge de bonnes caractéristiques mécaniques. Un renforcement à l'aide de fibres courtes les confère une tenue thermique et mécanique améliorée et une bonne stabilité dimensionnelle.

Les principales matrices TP utilisées sont les suivantes:

- ✓ Polyamide (PA): tenue au choc, bonne résistance à la fatigue et aux hydrocarbures ;
- ✓ Polytéréphthalate éthylénique et butylénique (PET, PBT) : bonne rigidité, bonne ténacité;
- ✓ Polycarbonate (PC) : tenue au choc ;
- ✓ Polysulfure de phénylène (PPS) : résistance à l'hydrolyse ;
- ✓ Polyoxyméthylène (POM) : bonne tenue à la fatigue;
- ✓ Polysulfonés (PSU et PPS): bonne stabilité chimique et à l'hydrolyse, peu de fluage, tenue eau chaude ;
- ✓ Polypropylène (PP): peu onéreux et assez stable en température, mais combustible.

De plus en plus, on utilise des thermoplastiques thermostables (tenue en température > 200°C et bonnes propriétés mécaniques), en particulier les suivants:

- ✓ Polyamide-imide (PAI) ;
- ✓ Polyéther-imide (PEI) ;
- ✓ Polyéther-sulfone (PES) ;
- ✓ Polyéther-éther-cétone (PEEK) [9].

Tableau II.4. Principales différences entre matrices TP et TD [4]

	Thermoplastiques TP	Thermodurcissables TD
Etat de base	solide prêt à l'emploi	liquide visqueux à polymériser
Stockage	Illimité	Réduit
Mouillabilité en forts	Difficile	Aisée
Moulage	chauffage + refroidissement	chauffage continu
Cycle	Court	Long

Tenue au choc	assez bonne	Limitée
Tenue thermique	Réduite	Bonne
Chutes et déchets	Recyclables	perdus ou recyclés en charges
Conditions de travail	Propreté	émanation pour "méthode humide"

II.4.2.2. Les Composites à Matrices Carbonées (CMC_a)

Sont fabriquées par décomposition d'une matière organique à haute température. Celle-ci, peut être un liquide (imprégnation en phase liquide), ou un hydrocarbure gazeux (décomposition chimique en phase vapeur). Le carbone se dépose en grains sur les fibres en leur assurant une bonne liaison.

II.4.2.3. Les Composites à Matrices Céramiques (CMC)

Elles sont particulièrement intéressantes en raison de leur caractère réfractaire. Elles sont réservées aux applications de très haute technicité travaillant à haute température comme la tuile de protection thermique, les brûleurs. Elles sont utilisées dans l'espace, le nucléaire et le militaire. Leur seul inconvénient est qu'elles résistent mal à la rupture à la traction qui est partiellement masquée et compensée par l'introduction des fibres. Les techniques de fabrication les plus courantes sont l'imprégnation en phase liquide.

II.4.2.4. Les Composites à Matrices Métalliques (CMM)

Elles ont une bonne ductilité, une bonne résistance à certains solvants, une meilleure tenue en température que les résines, une meilleure usinabilité. À l'inverse, elles sont difficiles à mettre en œuvre à cause de leur densité élevée et la réactivité des matériaux pouvant créer des problèmes au niveau de l'interface (fibres-matrice). La technique de leur fabrication, peut être effectuée par imprégnation en phase liquide, décomposition chimique en phase vapeur et encore par Co-extrusion ou par Co-laminage. Les plus répandus actuellement sont les matériaux composites à matrice organique (CMO), l'emploi de composites à matrice métallique ou céramique reste très limité.

II.4.3 Les Charges

On appelle "charge" ; toute substance inerte, minérale ou végétale qui, ajoutée à un polymère de base, permet de modifier de manière sensible les propriétés mécaniques, électriques ou thermiques du matériau transformé. Elle peut aussi, améliorer l'aspect de surface ou bien, simplement, de réduire le prix de revient de ce matériau. Les matières thermodurcissables contiennent un taux élevé de charges pouvant atteindre 60% de la masse totale du matériau. Pour choisir la matière plastique de la substance utilisée comme charge, on doit respecter certaines conditions :

- ✓ Compatibilité avec la résine de base;
- ✓ Mouillabilité;
- ✓ Uniformité de qualité et de granulométrie ;
- ✓ Faible action abrasive ;
- ✓ Bas prix de revient.

Il existe de nombreux types comme :

II.4.3.1. Charges renforçantes

Sphériques ($10 < \Phi < 150 \mu\text{m}$): microbilles de verre creusées ou pleines, microbilles de carbone.
Nonsphériques: mica sous forme d'écailles.

II.4.3.2. Charges non renforçantes

Ces matériaux sont ajoutés à la résine afin de réduire le coût de la résine. Ils sont extraits de roche ou de minerais (carbonate de calcium, talc, kaolin, silices, ... etc.). L'incorporation de ces charges à la matrice a pour effet d'augmenter certaines propriétés, entre autres, la masse volumique, le module d'élasticité, la dureté, la viscosité et la stabilité dimensionnelle. Par contre, on obtient une réduction du prix, de la résistance à la traction et de la résistance à la flexion du composite.

II.4.3.3. Charges signifugeantes

Hydrate d'alumine, oxyde d'antimoine.

II.4.4 Les additifs

Les additifs se trouvent en faible quantité (quelques % et moins) et interviennent comme :

- ✓ lubrifiants et agents de démoulage,
- ✓ pigments et colorants,
- ✓ agents anti-retrait,
- ✓ agents anti-ultraviolets.

Les charges et additifs sont incorporés dans un matériau composite pour :

- ✓ Modifier la couleur,
- ✓ Modifier sensiblement les propriétés mécaniques ou thermiques,

- ✓ Réduire le coût,
- ✓ Résister au feu,
- ✓ Diminuer le retrait
- ✓ Faciliter le démoulage,
- ✓ Améliorer la résistance au vieillissement,
- ✓ Modifier la densité du matériau [14].

II.5. Structures des matériaux composites

Les structures des matériaux composites peuvent être classées en trois types principaux :

- ✓ Les monocouches;
- ✓ Les stratifiées ;
- ✓ Les sandwichs.

II.5.1 Les monocouches

Les monocouches représentent l'élément de base de la structure composite. Les différents types de monocouches sont caractérisés par la forme du renfort :

- ✓ à fibres longues (unidirectionnelles 1D, réparties aléatoirement).
- ✓ à fibres tissées.
- ✓ à fibres courtes.

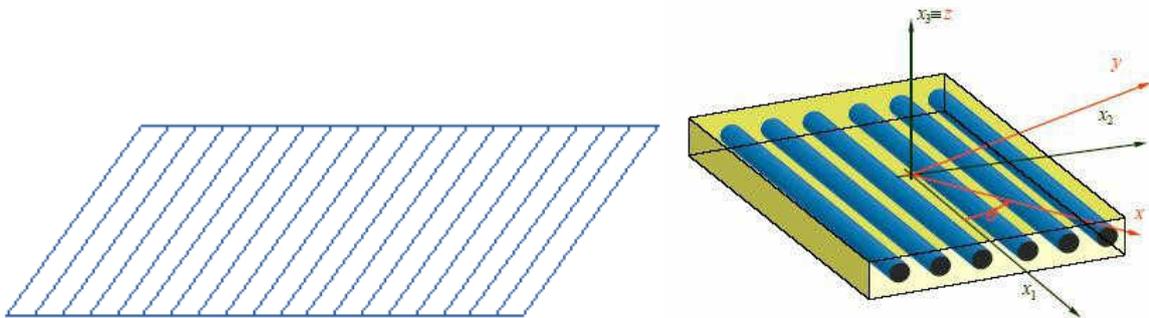


Figure II.10 : composite monocouche

II.5.2 Les stratifiées

Un stratifié est constitué d'un empilement de monocouches ayant chacune une orientation propre par rapport à un référentiel commun aux couches et désigné comme le référentiel du stratifié. Le choix de l'empilement et plus particulièrement des orientations permettrait d'avoir des propriétés mécaniques spécifiques.

Les stratifiés sont, avec les panneaux sandwichs, les matériaux composites qui ont les meilleures performances structurales. L'idée de base est celle de superposer des couches anisotropes, renforcées avec des fibres longues, uni ou bi-directionnelles, en orientant les couches de sorte à obtenir un matériau final ayant les propriétés souhaitées, en terme de comportement élastique, rigidité, résistance... etc. La conception du matériau devient donc une phase de la conception structurale, leurs qualités sont d'être :

- ✓ Hautes performances mécaniques;
- ✓ Légers.

L'un des avantages des stratifiés est la possibilité d'orienter les fibres selon des directions adaptées aux efforts imposés à la structure. La conception d'une structure stratifiée passe donc par le choix des matériaux, des orientations des fibres et de l'agencement des plis (séquence d'empilement de plis d'inclinaison donnée).

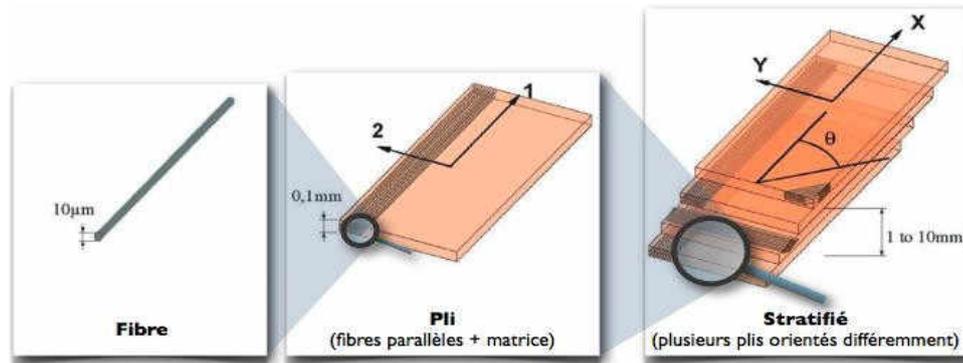


Figure II.11 : Structure d'un composite stratifié à base de plis unidirectionnels

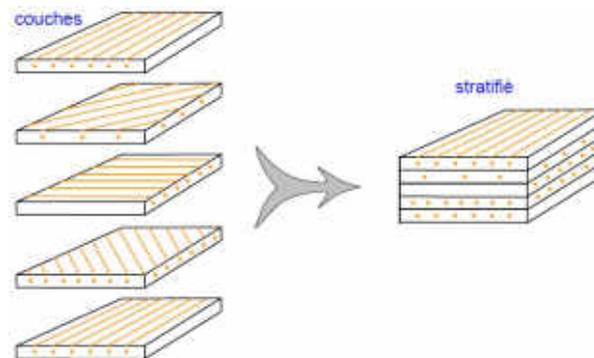


Figure II.12 : Constitution d'un stratifié

Un stratifié possédant l'empilement $(0, +45, +90, -45)$ est un stratifié avec 4 couches dans les directions $0^\circ, +45^\circ, 90^\circ$ et -45° , l'orientation 0° coïncidant avec la direction 1 du repère principal du composite. Ces plis sont répartis symétriquement par rapport au plan moyen du stratifié. Il est recommandable que les stratifiés soient :

- ✓ Équilibrés : stratifié comportant autant de couches orientées suivant la direction $+\theta$ que de couches orientées suivant la direction $-\theta$;
- ✓ Symétriques : stratifié comportant des couches disposées symétriquement par rapport au plan moyen ;
- ✓ Orthogonales : stratifié comportant autant de couches à 0° que de couches à 90° .

II.5.2.1. Différents types de stratifiés

Parmi les stratifiés, on peut citer quatre principaux types :

1. **Stratifié Unidirectionnel**: L'orientation des fibres est la même dans tous les plis, ils sont toutes dans la même direction. Exemple : un stratifié unidirectionnel à 0° , $\theta=0^\circ$ dans les différents plis.
2. **Stratifié à Pli Orienté $\pm\theta$** : L'orientation des fibres est alternée d'un pli à l'autre, $(+\theta/-\theta)$, avec θ différent de 0 ou de 90° .
3. **Stratifié à Pli Croisé** : L'orientation des fibres est alternée d'un pli à l'autre, $0/90^\circ/0/90^\circ$.

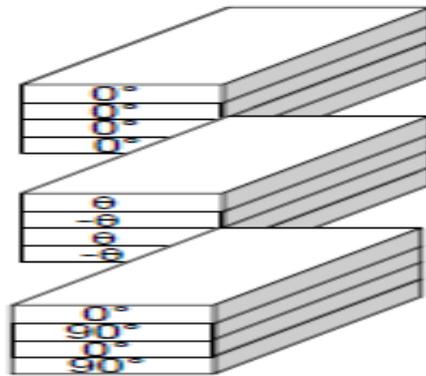


Figure II.13 : Orientation des plis du stratifié.

4. **Stratifié Symétrique**: L'orientation des fibres est symétrique par rapport à l'axe neutre du stratifié, c.à.d. pour chaque pli à angle θ au-dessus du plan médian il y a un pli à angle égal de l'autre côté du plan médian, $\theta(z)=\theta(-z)$ [14].

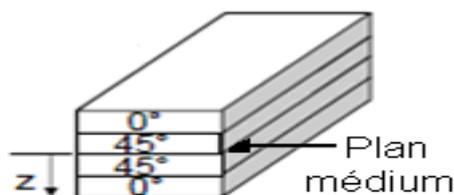


Figure II.14 : un stratifié symétrique

II.5.3 Lessandwichs

Les matériaux composites de type sandwich sont principalement constitués de deux composants nommés : peau et noyau (Figure II.15)

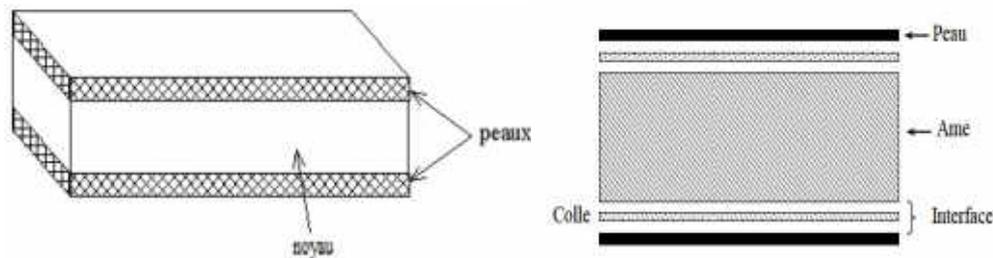


Figure II.15 : composites sandwichs

Cette technique consiste à déposer une âme (constituée d'un matériau léger possédant de bonnes caractéristiques en compression) entre deux feuilles ou peaux

Les âmes peuvent être pleines (bois, mousse, balsa... etc.) ou creuses (alliages métalliques légers, structure nid d'abeille... etc.). Les peaux sont des stratifiés ou des feuilles d'alliages légers. Parce que les sandwichs deviennent assez légers et offrent une très grande rigidité en flexion [15].

II.5.3.1. Les éléments constituant les matériaux sandwichs

II.5.3.1.1. L'âme

L'élément central d'une structure sandwich, est généralement un matériau ayant de faibles caractéristiques mécaniques. Elle a pour rôle de résister aux contraintes de cisaillement engendrées suite au mouvement de glissement des peaux sous charge, et de maintenir leur écartement. En effet, si l'épaisseur des anneaux n'est pas maintenue constante, il en résulte une diminution de la capacité des peaux externes à résister à la flexion. L'âme est souvent épaisse et de faible masse volumique. L'épaisseur élevée de l'âme a pour but d'accroître le moment d'inertie du panneau sans augmenter la masse volumique. Comme le montre la figure II.16.

Une structure sandwich d'épaisseur «4.e» est 37 fois plus rigide que celle d'épaisseur «e», pour seulement une augmentation de 8% de son poids [16].

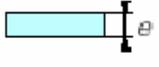
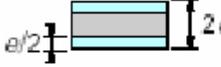
Schéma	Plaque monolithique	Plaques sandwiches	
Caractéristique			
Rigidité relative	100	700	3700
Résistance relative	100	350	925
Masse relative	100	104	108

Figure II.16: L'effet de l'épaisseur de l'âme sur la rigidité d'une structure sandwich.

L'âme en Nid d'abeilles (Nida)

L'âme en nid d'abeilles, connue sous le nom «Nida», est un matériau structural souple constitué de mailles hexagonales, réalisée à partir de différents matériaux comme par exemple le papier ou l'aluminium. Le Nida a des propriétés mécaniques supérieures à celles des mousses.

Sa masse volumique peut varier entre 15 et 160 kg/m³; son épaisseur entre 3 et 150 mm. Lorsque des structures sandwich constituées d'une âme Nida sont soumises à un chargement, les efforts de flexion sont absorbés par les deux peaux tandis que les efforts de cisaillement se répartissent entre les peaux et l'âme en Nida. L'ensemble confère à cette structure sandwich légèreté, rigidité, stabilité dimensionnelle et résistance à la corrosion [16].

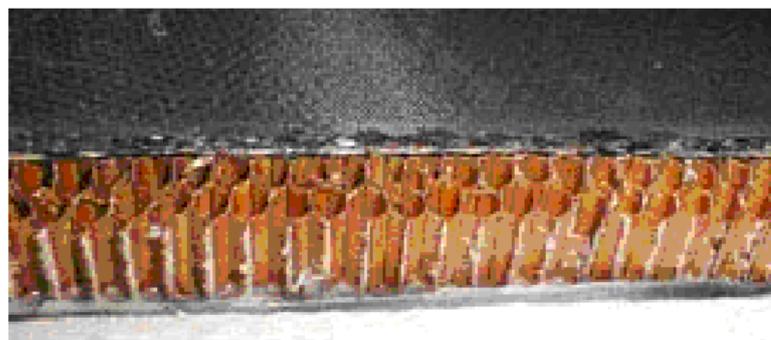


Figure II.17: Plaques sandwich à âme Nid d'abeilles et peaux en stratifié. [11]

Parmi les âmes Nida les plus utilisées, nous retrouvons :

1. L'âme Nida en métallique

L'aluminium et l'alliage ultra léger sont les matériaux les plus utilisés pour fabriquer les Nidas métalliques. Par exemple, le nid d'abeilles «Aéroweb» est constitué de mailles hexagonales en aluminium. Étant donné la faible densité et les performances physiques

et mécaniques élevées du Nida Aéro web, il est utilisé principalement comme âme destinée à prendre les efforts de cisaillement dans des constructions sandwich collées légères [16].

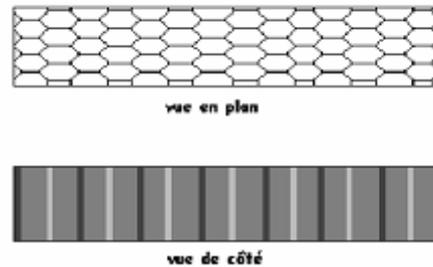


Figure II.18: Plaques sandwich à âme Nida en métallique et peaux en stratifié.

2. L'âme Nida en papier

L'emploi de papier «Nomex», un produit technique fabriqué de fibres aramide coupées et d'un liant en polymère aramide pour fabriquer des Nidas, procure à l'âme de bonnes propriétés mécaniques. Le Nida en «Nomex» par rapport au Nida en aluminium a l'avantage d'être plus léger et d'avoir une densité inférieure à rigidité égale. De plus, le papier étant non métallique, il a aussi l'avantage d'être un isolant thermique [16].

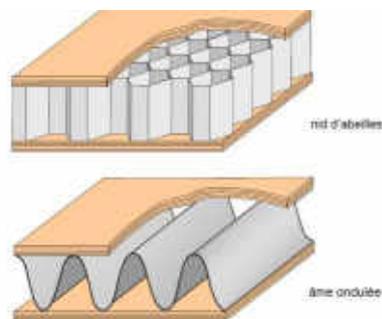


Figure II.19 : Matériaux sandwiches à âmes creuses en papier.

3. L'âme Nida en plastique

Le Nidaen plastique est un nid d'abeille extrudé en polypropylène utilisé comme âme de structures sandwich (panneaux). Par exemple, les nids d'abeilles «Nidaplasts» se présentent sous forme de panneaux ou de blocs. La nature thermoplastique de ces nids d'abeilles facilite leur mise en forme. Ils sont thermiquement isolants grâce à l'air emprisonné dans les alvéoles et bénéficient de propriétés d'isolation acoustique de part la nature viscoélastique du Lessandwich en Nidapolypropylène sont moins rigides que ceux en «Nomex» ou en aluminium mais demeurent plus légers et moins dispendieux [16].

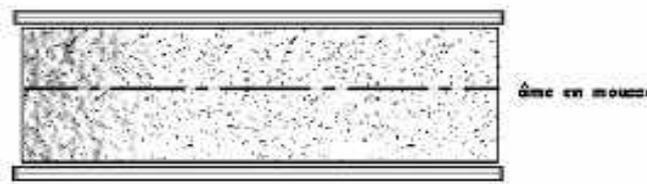


Figure II.20: Plaques sandwich à âme Nidaen plastique et peaux stratifiées.

II.6. Procédés de fabrication des structures composites

Trois opérations sont indispensables:

1. Imprégnation durenfort par le système résineux;
2. Mise en forme à la géométrie de la pièce;
3. Durcissement du système: soit par polycondensation et réticulation pour les matrices thermodurcissables, soit par simple refroidissement pour les matières thermoplastiques.

Il existe différentes techniques mais la plus utilisée est le moulage.

II.6.1 Moulage au contact

Consiste à disposer successivement sur un moule:

- ✓ Un agent de démoulage ;
- ✓ Un gelcoat;
- ✓ Une couche de résine thermodurcissable liquide. Et à réaliser l'imprégnation durenfort par une opération manuelle à l'aide d'un rouleau [17].

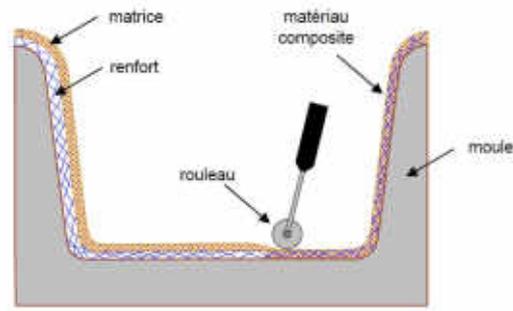


Figure II.21 :Principedumoulage aucontact[7]

II.6.2 Moulageparprojectionsimultanée

Estuneévolutiondeprocédédemoulageaucontactetestparticulièrementadaptéeauxpièces de moyennes etgrandesdimensions[17].

Lesrenfortssontmisenplaceentrelemouleetlecontremoule.Larésineestinjectée.Lapressio nde moulageestfaible [18]

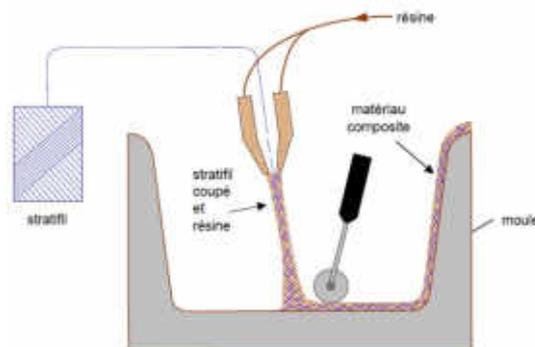


Figure II.22 :Principedumoulageparprojectionsimultanée[7].

II.6.3 Moulagesousvide

Le moulage sous vide consiste à utiliser simultanément le vide et la pression atmosphérique. A la pression de gel-coat, on dispose le renfort sur un moule rigide, puis on coule la matrice. Le contre-moule, recouvert d'une membrane assurant l'étanchéité (feuille de caoutchouc, nylon, ... etc.), est ensuite emboîté. Une pompe à vide crée une dépression à travers le moule et le contre-moule poreux, qui étale et déballe la résine. Le contre-moule peut éventuellement être limité à la seule membrane d'étanchéité. Ce procédé de moulage convient pour la fabrication de pièces en petites et moyennes séries. Il permet d'obtenir de bonnes qualités mécaniques, grâce à une proportion de résine uniforme et à une diminution des inclusions d'air. Dans le cas de l'utilisation d'un contre-moule rigide, un bel aspect de surface est obtenu sur les deux faces. Les cadences de production sont toutefois assez lentes.

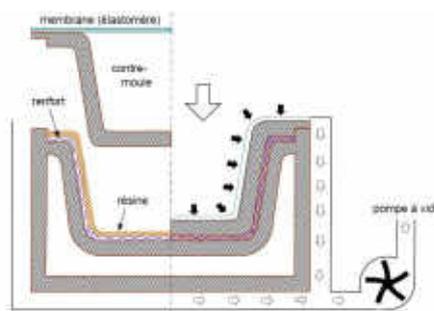


Figure II.23 : Moulage sous vide [7]

II.6.4 Compressionthermodurcissable

Ils'agit de moulage par compression et les moules sont très proches, par leur conception, de ceux utilisés lors de la mise en œuvre d'autres matières thermodurcissables [19].

II.6.5 Pultrusion

Dans ce cas, les renforts passent dans un bain de résine catalysée où sont imprégnés. Ils traversent ensuite une filière chauffée dans laquelle ont lieu simultanément mise en forme du profilé et polymérisation de la résine. Ce procédé est applicable aux résines thermoplastiques et thermodurcissables [7].

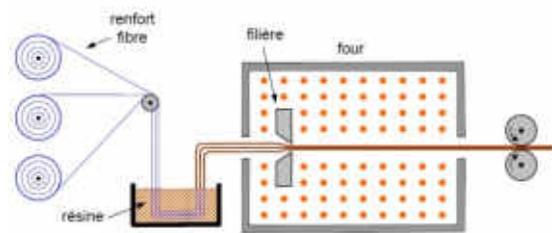


Figure II.24 : Moulage par pultrusion.

II.6.6 Enroulement filamentaire (ou bobinage)

Le renfort imprégné de résine catalysée est enroulé avec une légère tension, sur un mandrin cylindrique ou de révolution en rotation. Ce type de moulage est bien adapté aux surfaces cylindriques et sphériques, et permet une conception avancée des pièces [7].

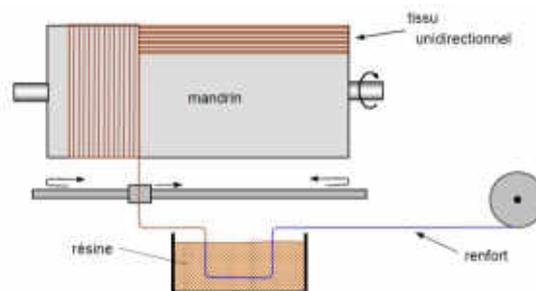


Figure II.25 : Principe de l'enroulement circconférentiel.

II.7. Domaines d'application des composites

Les composites entrent aujourd'hui dans pratiquement tous les domaines d'applications possibles : Piscines, bassins, bâtiments, les transports aériens, maritime, routier, ferroviaire . . . , sport et loisirs, etc...

II.7.1. Les composites dans la construction civile

L'utilisation des composites dans la construction civile est un nouveau créneau, qui commencent

ce à intéresser nos bâtisseurs.

Le nombre de dégâts causés par les séismes à travers le monde a poussé les chercheurs à s'intéresser aux composites. Le

handicap majeur de l'utilisation des matériaux composites dans la construction civile, reste leur coût, qui est encore excessif. L'utilisation des composites renforcés de fibres de carbone, en complément des composites à fibre de verre (TD et TP) pour rassembler dans le secteur de la construction civile lorsque leur prix deviendra inférieur [20]. Les composites apportent au bâtiment la souplesse des formes, la résistance aux contraintes climatiques, et les composites renforcés de fibres de carbone la résistance aux séismes.

II.7.2. Les composites dans l'automobile

Les matériaux organiques composites à matrice thermoplastique ou thermodurcissable renforcés par des fibres, généralement de verre, courtes ou longues ont fait leur apparition dans l'automobile durant les années 60-70. Le secteur de l'automobile utilise pour 95% des composites à matrice polyester et fibres de verre, mais intègre massivement les composites thermoplastiques depuis 2003. Les composites apportent au secteur de l'automobile une facilité d'entretien et une grande liberté de conception [21]. Dans l'automobile, le développement à long terme des composites est menacé par la difficulté de les intégrer dans les chaînes de fabrication et par les exigences de recyclage. A priori, ces matériaux présentent en effet trois handicaps majeurs :

- ✓ Un prix élevé au kilogramme ;
- ✓ Des caractéristiques mécaniques plus faibles ;
- ✓ Des procédés de mise en œuvre souvent lents à l'exception du

procédé d'injection. Pourtant les matériaux composites à matrice organique présentent des avantages importants :

- ✓ Une faible densité ;
- ✓ Des technologies de mise en œuvre par moulage qui limitent la matière engagée dans la filière, offrent la possibilité d'obtenir des pièces de forme complexe et suppriment les usinages de finition.

II.7.3. Les composites et la construction électrique

La consommation massive des composites dans les domaines électrique et électronique, prend de l'ampleur avec l'utilisation importante de l'audiovisuel (TV, micro-ordinateurs, lecteurs de DVD... etc.). En utilisant les propriétés remarquables des matériaux composites, la construction électrique réalise des équipements fiables, aux fonctions multiples et longue durée de vie [22].

II.7.4. Les composites et la construction industrielle

Le développement des composites TD et TP, avec la possibilité de jouer sur leurs caractéristiques, ont fait que ces matériaux, se sont imposés dans le monde industriel. Les fibres de carbone pourro n t être utilisées en complément aux fibres de verre à la fois comme renfort et comme capteur, et seront associées à des résines polyester ou époxy. L'utilisation des matériaux composites peut contribuer à améliorer la sécurité de certains sites industriels sensibles et faciliter la conception des bâtiments.

II.7.5. Les composites dans les équipements de sport et loisirs

Les performances sportives exigent des matériaux performants. Les matériaux composites répondent bien à ces exigences. Les sports et loisirs utilisent des composites HP avec un taux de renfort de plus de 70%. Les sports concernés par ces matériaux sont surtout, le tennis, le ski, les sports nautiques... etc.

II.7.6 Les composites et la construction nautique

Dans la construction nautique de plaisance et de pêche, les composites sont indispensables pour les embarcations de taille inférieure à 40 mètres. D'ailleurs c'est le seul domaine exploité en Algérie. Les entreprises étatiques et privées telles que ECOREP, 3S, POLYOR, se sont spécialisées dans la construction des bateaux de pêche et de plaisance. Elles utilisent surtout de la résine polyester et la fibre de verre E.

II.7.7 Les composites dans l'aéronautique

L'aéronautique utilise principalement des composites HP constitués d'une matrice époxy associée à un taux élevé de renforts en fibres de carbone. L'aéronautique utilise les composites hautes performances pour la fabrication de pièces de structure primaire des appareils en raison de leur légèreté, de leur souplesse de forme et des économies de frais de maintenance qu'ils engendrent.

II.7.8 Les composites dans le ferroviaire

Les matériaux composites sont utilisés dans le domaine ferroviaire pour deux principaux atouts : un bon comportement au feu et un moulage facile des pièces utilisées.

II.7.9 Les composites dans le secteur médical

Ils'agit surtout de composites hautes performances, à matrice époxy et fibres de carbone, ou à matrice thermoplastique et fibres longues de verre ou de carbone.

II.8. Influence de l'environnement sur le comportement des composites

Les effets environnementaux peuvent dégrader les matrices à base de polymères, ce qui peut mener à une perte de résistance ou à une rupture du composite.

Les causes de cette détérioration sont les rayons X ou gamma, la dégradation chimique, mécanique ou biologique.

II.8.1 Température

Vis-à-vis de la température, les performances des matériaux composites sont principalement conditionnées par l'adhésif. En revanche, pour une température basse, les performances sont conditionnées par la matrice.

Le point le plus important concernant la température est la température de transition vitreuse T_g [23]. Les propriétés mécaniques diminuent à l'approche de ce seuil de température (figure I.26). Pour éviter une rupture issue de l'adoucissement de l'adhésif ou de la résine, la température maximale de service doit être inférieure à T_g .

La température de transition vitreuse est de l'ordre de 30°C à 80°C pour l'époxy polymérisant à froid. Suivant les conditions de mise en œuvre et la nature du durcisseur, la température de transition vitreuse peut atteindre 170°C pour un système renforcé et recuit. La polymérisation à température ambiante est lente.

La température de transition vitreuse T_g peut varier en fonction de l'environnement (température, humidité, ...). Une température élevée pourrait réagir comme une post-cure sur la résine et donc augmenter T_g . En revanche, l'absorption d'humidité par les résines va conduire à une diminution de T_g . Pour une structure sensible à une température élevée (mais inférieure à T_g), deux choix sont possibles : utiliser soit une résine avec une cure en froid mais ayant une haute T_g initiale, soit une résine ayant une T_g améliorée après une post-cure.

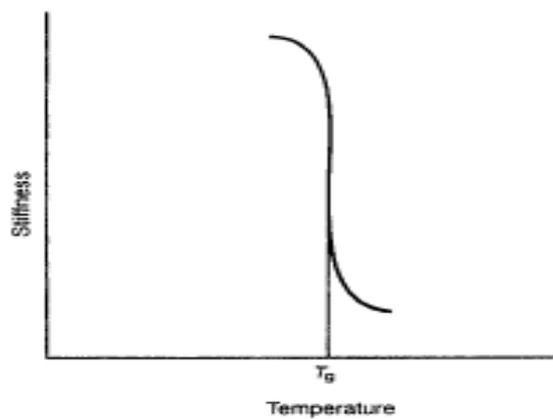


Figure II.26: Température de transition vitreuse T_g .

En cas d'incendie, le renforcement par collage extérieur par matériaux composites doit être protégé par une technique d'isolation puisque chaque fibre et chaque matrice a un coefficient de dilatation thermique spécifique, les fluctuations thermiques peuvent affaiblir le matériau. De plus, l'exposition à des températures élevées peut faire changer la couleur des laminés.

II.8.2 Absorption d'eau

La résine de la matrice absorbe l'eau. La quantité d'eau absorbée dépend du type de résine et de la température de l'eau. Les deux conséquences immédiates sont la réduction de la température de transition vitreuse et l'adoucissement de la résine. Dans le cas d'une résine époxy, ces phénomènes sont partiellement réversibles lors du séchage : d'un point de vue de structure, l'époxy n'apas de liensester, les chaînes de polymères sont donc pas facilement hydrolysables. L'absorption maximale d'eau par une résine époxy est environ de 3% en poids.

L'influence de la combinaison de la température et de l'humidité sur les caractéristiques méca

niques d'une résine époxy polymérisée à froid est illustrées sur la figure II.27.

Néanmoins, il y a une grande différence entre les conditions de laboratoire où les éprouvettes de résine sont saturées en eau, et les conditions réelles de température et d'humidité auxquelles sont soumis des matériaux composites en place sur des éléments de structures réelles: la prise en eau potentielle sera plus faible et les conséquences sur le comportement réduites.

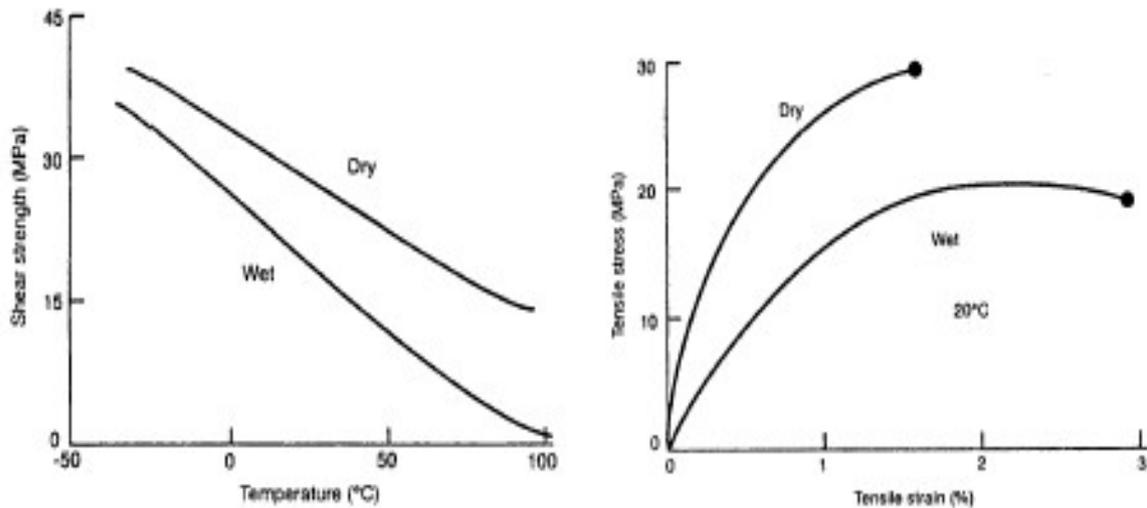


Figure II.27: Influence de la température et de l'humidité sur les caractéristiques mécaniques d'une résine époxy.

L'absorption d'eau a un effet planificateur sur le laminé et peut modifier les propriétés mécaniques de la résine, telles que la réduction du module élastique du composite et la diminution de la résistance jusqu'à 25-30%. Ce paramètre dépend directement du type de résine utilisée [24]

II.8.3 Fluage

Le fluage des composites à fibres de carbone n'est pas un facteur déterminant pour le dimensionnement du renforcement d'éléments structuraux, car les structures renforcées sont généralement déjà subies leur propre fluage.

L'atmosphère ou l'environnement ambiant est en général insuffisant pour causer une corrosion du composite. Néanmoins, il peut y avoir corrosion lorsque le composite est soumis à un certain niveau de contrainte: c'est la corrosion sous contrainte. Ce phénomène est dépendant du temps, du niveau de contrainte, du type de matrice et de fibres. Les fibres de carbone sont que

très légèrement affectées, lorsque le niveau de contrainte est inférieur à 80% de la résistance ultime : les niveaux des sollicitations réels des composites en place sont tels que les risques sont très limités.

Les matrices de polymère sont très sensibles au feu et, selon sa composition chimique, des fumées toxiques peuvent se produire. Cependant, des additifs peuvent permettre d'améliorer cette lacune [25].

II.9 Les Avantages et inconvénients des matériaux composites

II.9.1 Avantages

- ✓ Gain de masse;
- ✓ Mise en forme des pièces complexes (principalement du moulage) et réduction du nombre d'interface (boulonnage, rivetage et soudures sur structures métalliques);
- ✓ Grande résistance à la fatigue ;
- ✓ Faible vieillissement sous l'action de l'humidité, de la chaleur, de la corrosion (sauf en cas de contact entre l'aluminium et des fibres de carbone);
- ✓ Insensibles aux produits chimiques « mécaniques » comme la graisse, huiles, liquides hydrauliques, peintures, solvants, pétrole... etc.

II.9.2 Inconvénients

- ✓ Vieillissement sous l'action de l'eau et de la température,
- ✓ Attention aux décapants de peinture qui attaquent les résines époxydes,
- ✓ Tenue à l'impact moyenne par rapport aux métalliques,
- ✓ Coût parfois prohibitifs (temps, coût, étude et mise en œuvre),
- ✓ Grande concentration de contraintes dans les composites stratifiés et les sandwichs.

II.10. Les différents types de matériaux

II.10.1. Les matériaux anisotropes

Dans le cas le plus général, la matrice de rigidité et la matrice de souplesse sont déterminées chacune par 21 constantes indépendantes. Ceci correspond à un matériau ne possédant aucune propriété de symétrie.

Sont des matériaux dont ses propriétés varient selon une direction considérée mais ils ne représentent pas de plans de symétrie. La loi de Hooke peut être exprimée par :

$$\begin{cases} \sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} & i, j, k, l = 1, 2, 3 \\ \varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} & i, j, k, l = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (II.1)$$

Ou :

C_{ijkl} : Tenseur d'élasticité (ou de rigidité)

S_{ijkl} : Tenseur de souplesse

ε_{ij} : Tenseur de déformation

σ_{ij} : Tenseur de contrainte

Le tenseur de rigidité a 81 coefficients de même pour le tenseur de souplesse, pour raison de la symétrie de la contrainte et de la déformation, il y a une réduction des coefficients à 36 parmi ces derniers, 21 sont indépendants. Les distorsions angulaires sont exprimées en fonction des déplacements :

$$\begin{aligned} \gamma_{23} &= 2\varepsilon_{23} \\ \gamma_{13} &= 2\varepsilon_{13} \\ \gamma_{12} &= 2\varepsilon_{12} \end{aligned} \quad (II.2)$$

On écrit sous la forme matricielle:

$$\begin{array}{l} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{array} = \begin{array}{l} C_{11} C_{12} C_{13} C_{14} C_{15} C_{16} \\ C_{22} C_{23} C_{24} C_{25} C_{26} \\ C_{33} C_{34} C_{35} C_{36} \\ C_{44} C_{45} C_{46} \\ C_{55} C_{56} \\ C_{16} \end{array} \begin{array}{l} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{array} \quad (II.2b)$$

En inversant l'équation (II.2b) on obtient:

$$\begin{array}{l} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{array} = \begin{array}{l} S_{11} S_{12} S_{13} S_{14} S_{15} S_{16} \\ S_{22} S_{23} S_{24} S_{25} S_{26} \\ S_{33} S_{34} S_{35} S_{36} \\ S_{44} S_{45} S_{46} \\ S_{55} S_{56} \\ S_{16} \end{array} \begin{array}{l} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{array} \quad (II.3)$$

II.10.2. Matériaux monocliniques

Un matériau monoclinique est un matériau qui possède un plan de symétrie, quelques constantes sont nulles et le comportement peut être décrit avec 13 constantes :

$$\begin{array}{rcccccc}
 \sigma_{11} & C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} & \varepsilon_{11} \\
 \sigma_{22} & C_{14} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} & \varepsilon_{22} \\
 \sigma_{33} & C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} & \varepsilon_{33} \\
 \tau_{23} & 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 & \gamma_{23} \\
 \tau_{31} & 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 & \gamma_{31} \\
 \tau_{12} & C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} & \gamma_{12}
 \end{array} = \quad (II.4)$$

Le nombre de constantes indépendantes d'élasticité réduite à 13.

II.10.3. Matériaux orthotrope

Sont des matériaux qui possèdent trois (03) plans de symétrie orthogonaux, ces derniers sont les mêmes propriétés ou caractéristiques mécaniques.

Ce qui réduit le nombre de coefficients indépendants à 9.

Un matériau orthotrope possède trois plans de symétrie perpendiculaires deux à deux. Il est à noter l'existence de deux plans de symétrie perpendiculaires, implique l'existence du troisième. La forme de la matrice de rigidité est donc obtenue en ajoutant au matériau monoclinique un plan de symétrie perpendiculaire au précédent.

Donc :

$$\begin{array}{rcccccc}
 \sigma_{11} & C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11} \\
 \sigma_{22} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{22} \\
 \sigma_{33} & C_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33} \\
 \tau_{23} & C_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_{23} \\
 \tau_{31} & C_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_{31} \\
 \tau_{12} & C_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_{12}
 \end{array} = \quad (II.5)$$

Le nombre de constantes indépendantes d'élasticité réduite à 9 En

inversant le système de l'équation II.5 on obtient :

$$\begin{array}{rcccccc}
 \varepsilon_{11} & S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} & \sigma_{11} \\
 \varepsilon_{22} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} & 0 & \sigma_{22} \\
 \varepsilon_{33} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} & 0 & 0 & \sigma_{33} \\
 \gamma_{23} & S_{44} & S_{45} & S_{46} & 0 & 0 & 0 & \tau_{23} \\
 \gamma_{31} & S_{55} & S_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_{31} \\
 \gamma_{12} & S_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_{12}
 \end{array} = \quad (II.6)$$

Les coefficients de souplesse sont définis par:

$$S_{11} = \frac{1}{E_1}; S_{22} = \frac{1}{E_2}; S_{33} = \frac{1}{E_3}; S_{44} = \frac{1}{G_{23}}; S_{55} = \frac{1}{G_{13}}; S_{12} = \frac{\nu_{21}}{E_2};$$

Un matériau orthotrope possède trois plans de symétrie, perpendiculaires deux à deux. Il est à noter que l'existence de deux plans de symétrie perpendiculaires implique l'existence du troisième : la forme de la matrice de rigidité est donc obtenue en ajoutant à un matériau monoclinique un plan de symétrie perpendiculaire au précédent. L'invariance de la matrice dans un changement de base effectué par symétrie par rapport à ce deuxième plan conduit à une matrice de rigidité de la forme.

II.10.4. Matériaux transversalement isotrope

Un matériau isotrope transverse est un matériau orthotrope qui comporte un axe ou un plan d'isotropie .

Les propriétés suivant les axes 2 et 3 sont identiques, donc :

$$C_{22} = C_{33}$$

$$C_{12} = C_{13}$$

$$C_{55} = C_{66}$$

Le nombre de coefficients indépendants se réduit à 5 coefficients.

D'où, la loi de comportement s'écrit :

$$\begin{matrix} \sigma_{11} & C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11} \\ \sigma_{22} & & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{22} \\ \sigma_{33} & = & & C_{22} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33} \\ \tau_{23} & & & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & \gamma_{23} \\ \tau_{31} & & & & C_{66} & 0 & & \gamma_{31} \\ \tau_{12} & & & & & C_{66} & & \gamma_{12} \end{matrix} \quad (II.7)$$

Et en fonction de la matrice de souplesse la loi de Hooke devient :

$$\begin{matrix} \sigma_{11} & S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11} \\ \sigma_{22} & & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{22} \\ \sigma_{33} & = & & S_{22} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33} \\ \tau_{23} & & & 2(S_{22} & S_{23}) & 0 & 0 & \gamma_{23} \\ \tau_{31} & & & & S_{66} & 0 & & \gamma_{31} \\ \tau_{12} & & & & & S_{66} & & \gamma_{12} \end{matrix} \quad (II.8)$$

Les propriétés du matériau unidirectionnel sont déterminées par 5 constantes d'élasticité indépendantes.

II.10.5. Matériaux quasi isotropes transverses

Le nombre de coefficients indépendants se réduit à 6 coefficients. Et la loi de comportements'écrit :

$$\begin{matrix} \sigma_{11} & C_{11}C_{12}C_{13} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11} \\ \sigma_{22} & C_{11}C_{13} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{22} \\ \sigma_{33} & C_{33} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33} \\ \tau_{23} & C_{44} & 0 & 0 & & \gamma_{23} \\ \tau_{31} & C_{44} & 0 & & & \gamma_{31} \\ \tau_{12} & C_{66} & & & & \gamma_{12} \end{matrix} = \quad (II.9)$$

II.10.6. Matériaux quasi isotropes

Le nombre de coefficients indépendants se réduit à 3 coefficients. La loi de comportements'écrit:

$$\begin{matrix} \sigma_{11} & C_{11}C_{12}C_{12} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11} \\ \sigma_{22} & C_{11}C_{12} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{22} \\ \sigma_{33} & C_{11} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33} \\ \tau_{23} & C_{44} & 0 & 0 & & \gamma_{23} \\ \tau_{31} & C_{44} & 0 & & & \gamma_{31} \\ \tau_{12} & C_{66} & & & & \gamma_{12} \end{matrix} = \quad (II.10)$$

II.10.7. Matériaux isotropes

Un matériau est isotrope si ses propriétés sont indépendantes du choix des axes de référence. Les matériaux usuels (excepté le bois) répondent généralement à cette modélisation établie à l'échelle macroscopique. Il n'existe alors pas de direction privilégiée, et la matrice de rigidité (ou de souplesse) doit être invariante dans tout changement de bases ortho normées. L'application de cette propriété à un matériau unidirectionnel conduit aux relations :

$$C_{22} = C_{11}; C_{23} = C_{12}; C_{66} = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{22});$$

Le nombre de constantes d'élasticité indépendantes est donc réduit à 2, et conduit à la matrice de rigidité:

$$\begin{matrix} \sigma_{11} & C_{11}C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11} \\ \sigma_{22} & C_{22}C_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{22} \\ \sigma_{33} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33} \\ \tau_{23} & = & \frac{C_{22} - C_{23}}{2} & 0 & 0 & & \gamma_{23} \\ \tau_{31} & & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} & 0 & & & \gamma_{31} \\ \tau_{12} & & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} & & & & \gamma_{12} \end{matrix} \quad (II.11)$$

II.11. Cas des plaques Orthotropes

Une plaque orthotrope possède des paramètres de rigidité différents selon deux axes perpendiculaires, ces axes étant parallèles aux bords de la plaque. Il existe plusieurs types d'orthotropie :

Une orthotropie de géométrie où la géométrie de la plaque entraîne l'orthotropie à module de

Young constant, une orthotropie de matériau où la plaque possède deux modules de Young différents selon les deux directions. Les plaques orthotropes en flexion présentent une coïncidence entre les axes d'orthotropie et les directions principales x, y .

Pour un état de contrainte plane

$$\sigma_{zz} = \sigma_{yz} = \sigma_{xz} = 0$$

La relation entre les tenseurs de déformation et les tenseurs de contraintes sous forme matricielle est la suivante :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (II.12)$$

Matrices de rigidité et de souplesse :

Le comportement élastique d'un matériau composite orthotrope est décrit en introduisant soit les constantes de rigidité C_{ij} , soit les constantes de souplesse S_{ij} .

La loi de Hooke s'écrit suivant l'une des formes matricielles :

$$\begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{matrix} = \begin{matrix} C_{13}C_{11}C_{11} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_1 \\ C_{12}C_{22}C_{23} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_2 \\ C_{13}C_{11}C_{11} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_3 \\ 0 & 0 & 0 & C_{11}C_{11}C_{11} & \varepsilon_4 \\ 0 & 0 & 0 & C_{11}C_{11}C_{11} & \varepsilon_5 \\ 0 & 0 & 0 & C_{11}C_{11}C_{11} & \varepsilon_6 \end{matrix} \quad (II.13)$$

Ou

$$\begin{matrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{matrix} = \begin{matrix} S_{11}S_{12}S_{13} & 0 & 0 & 0 & \sigma_1 \\ S_{22}S_{23} & 0 & 0 & 0 & \sigma_2 \\ S_{33} & 0 & 0 & 0 & \sigma_3 \\ S_{44} & 0 & 0 & & \sigma_4 \\ Sym & s_{55} & 0 & & \sigma_5 \\ S_{66} & & & & \sigma_6 \end{matrix} \quad (II.14)$$

II.11. Conclusion

En général, le composite est formulé pour satisfaire à des critères de résistance, de rigidité ou de tenue à l'action de l'environnement. Les propriétés finales dépendent des propriétés élémentaires de chaque constituant.

On a vu dans ce chapitre tout ce qui concerne les matériaux composites, leur domaine d'application (aéronautique, construction, ... etc.), leurs avantages (grande rigidité, résistance à la corrosion, isolation thermique et phonique ... etc.) et leurs inconvénients (mauvaise tenue à la chaleur, sensibilité de ces matériaux aux impacts ... etc.), leurs caractéristiques mécaniques

L'utilisation des composites dans le domaine de construction montre que c'est une excellente alternative aux solutions traditionnelles.

Dans le chapitre suivant nous allons voir les différentes hypothèses des théories des plaques.

Chapitre III

Modalisation des déformées des plaques orthotrope tendue par la méthode des éléments finis

III.1.Introduction :

Dans ce présent chapitre on va présenter tout d'abord les solutions celles de la théorie d'élasticité et d'élément finis pour des plaques rectangulaires orthotrope soumises au différent chargement de traction. notre étude numérique est basée sur le choix d'un élément type quadrilatère a quatre nœuds accompagnée par une formulation du problème qui aboutit à un système d'équations a résoudre pour prédire les déplacement et les déformation ,ainsi on a profité du programme développé par logiciel Maple , après avoir valider le modèle numérique proposé d'examiner les effets de la variation d'orthotropie, d'élancement et du dimensionnement sur le comportement de ce type de plaques par des exemples numériques.

III.2. position du problème :

Considérons une plaques rectangulaire en matériaux composites de longueur « a », et de largeur « b » et d'épaisseur « h » définie dans le plan (x - y) et soumises à un chargement parallèle à ce plan (figure III.1)

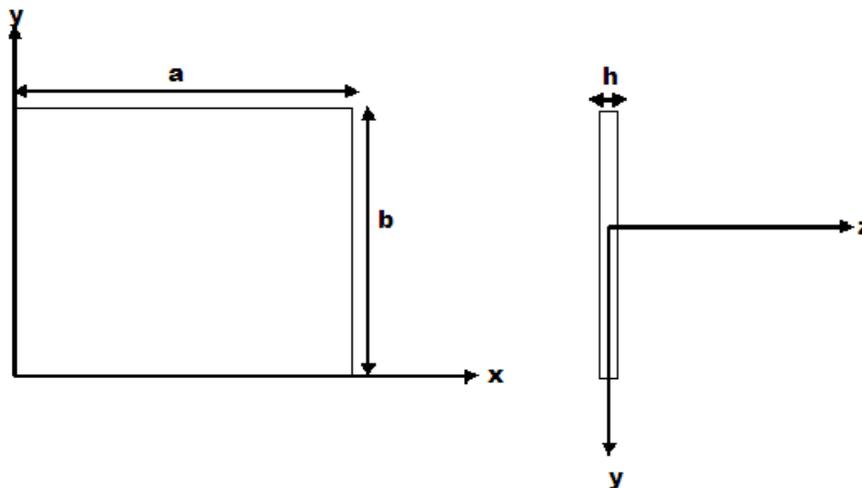


Figure III.1 : Géométrie de la plaque

III.3. Solution éléments finis

En un point de la plaque, on définit deux composantes de déplacements soient

$$u(x, y) \text{ et } v(x, y)$$

Déformation : la déformation se dérivent des déplacements.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} \quad III.1$$

Où

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad III.2$$

Equation dequilibre: [27]

$$\delta u: \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = q_x \quad (3a)$$

III.3

$$\delta v: \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = q_y \quad (3b)$$

Les résultantes d'effort N sont définies par :

$$(N_x, N_y, N_{xy}) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}) dz \quad III.4$$

en utilisant le principe des travaux virtuel et par intégration des équations (3.a) et (3.b) dans le domaine de l'élément, on obtient :

$$\int_{\Omega^e} q_x \delta u dx dy = \int_{\Omega^e} [N_x \delta u + N_{xy} \delta v] dx dy \quad (III.5)$$

$$\int_{\Omega^e} q_y \delta v dx dy = \int_{\Omega^e} [N_{xy} \delta u + N_y \delta v] dx dy$$

Les relations contraintes-déformations

$$\begin{Bmatrix} \sigma \\ \sigma \\ \sigma \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & 0 \\ c_{12} & c_{22} & 0 \\ 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (III.6)$$

$$C_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$C_{12} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$C_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$C_{66} = G_{12}$$

Substituant Eqs (III.2) et (III.6) dans l'eq (III.4)

$$\begin{bmatrix} N \\ N \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon \\ \varepsilon_x \end{Bmatrix}$$

Fonction d interpolations :

Soient

$$u(x, y) = \sum_{j=1}^4 \psi_j(\chi, \gamma) u_j^e$$

$$v(x, y) = \sum_{j=1}^4 \psi_j(\chi, \gamma) v_j^e \quad (III. 7)$$

Où le (u_j^e, v_j^e) dénotent les variables nodales des déplacements (u, v) .

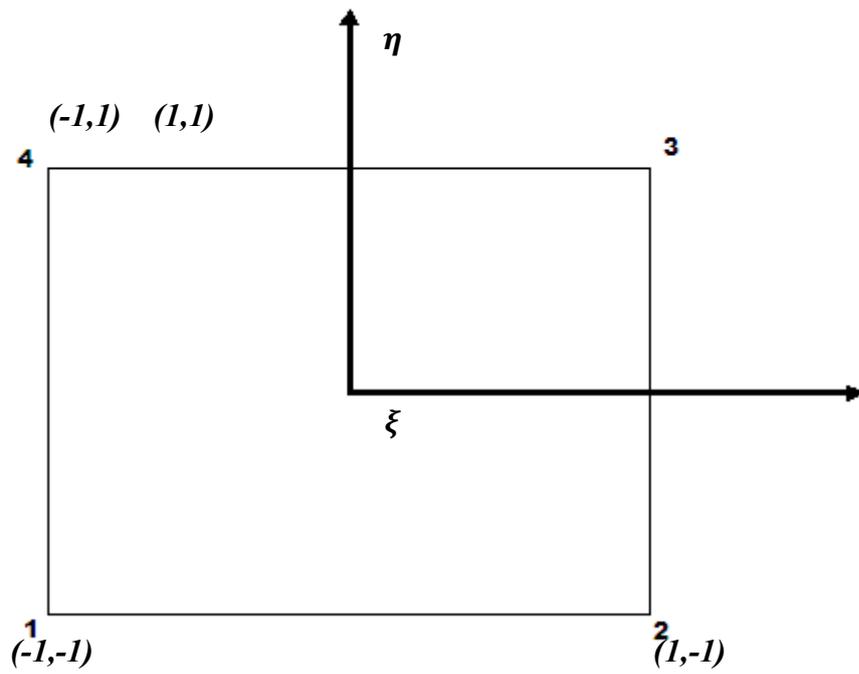


Figure III.2a. Élément de référence.

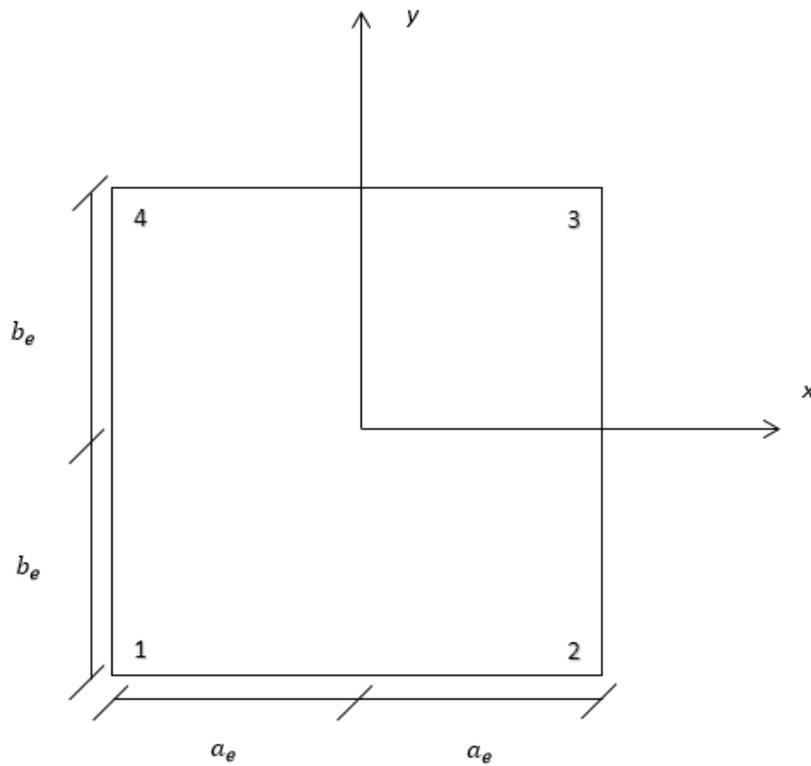


Figure III.2.b. Élément quadrilatère type a quatre nœuds de la plaque

pour les éléments rectangulaires suivant les indications de la (figure III.2), les fonctions d'interpolation sont donnés en termes de coordonnées normales (ξ, η) comme [28]

$$\psi_{j=\frac{1}{4}}(1 + \xi_j \xi)(1 - \eta_j \eta)$$

Par transformation de l'élément de référence à l'élément type, on pose :

$$\xi = \frac{x}{a_e}, \quad \eta = \frac{y}{b_e}$$

En substituant (III.7) dans la forme faible dans Eq (III.5), modèle d'élément fini est obtenu comme :

$$\begin{bmatrix} [K^{11}] & [K^{21}] \\ [K^{12}] & [K^{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^e \\ v^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_x^e \\ F_y^e \end{Bmatrix}$$

Ou bien :

$$[k]\{\Delta\} = \{f\}$$

Les coefficients de la matrice K de rigidité, et du vecteur F de force sont définis comme suit

$$k_{ij}^{11} = \int_{A_e} [A_{11} \psi_{i,x} \psi_{j,x} + A_{66} \psi_{i,j} \psi_{i,y}] d_x d_y$$

$$k_{ij}^{12} = \int_{A_e} [A_{12} \psi_{i,x} \psi_{j,y} + A_{66} \psi_{i,y} \psi_{j,x}] d_x d_y$$

(III.8)

$$k_{ij}^{22} = \int_{A_e} [A_{66} \psi_{i,x} \psi_{j,x} + A_{22} \psi_{i,y} \psi_{j,y}] d_x d_y$$

$$F_x^e = \int_{A_e} q_x \psi_i, \quad F_y^e = \int_{A_e} q_y \psi_i$$

Avec A_e est la surface de l'élément type de la figure III.2.b

Une fois que les déplacements nodaux sont déterminés, la déformation dans un élément typique peut être calculée des déformations par :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{j=1}^m \begin{Bmatrix} u_j^e \psi_{j,x} \\ v_j^e \psi_{j,y} \\ u_j^e \psi_{j,y} + v_j^e \psi_{j,x} \end{Bmatrix} \quad (III.9)$$

III.4. Solution d'élasticité

En élasticité plane, on définit les trois composantes de contraintes ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$) et de même les trois composantes de déformations $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ et γ_{xy} . Afin de déterminer les expressions de ces composantes ou appliquer la méthode des contraintes afin de déterminer les équations fondamentale d'élasticité plane à savoir les relations suivantes :

Relation déformation –contrainte :

$$\begin{cases} \varepsilon_x = S_{11}\sigma_x + S_{12}\sigma_y \\ \varepsilon_y = S_{12}\sigma_x + S_{22}\sigma_y \\ \gamma = S_{66}\tau \end{cases} \quad \text{III.10} \quad \text{ou } S_{11}, S_{12} \text{ et } S_{66} \text{ sont}$$

Dans ce cas particulier de sollicitation simple de traction suivant les directions x et y , les composantes de contraintes d'expriment

$$\delta_x \frac{q_x}{h}, \text{ et } \delta_y \frac{q_y}{h}$$

Avec : h l'épaisseur de la plaque.

Dans le cas orthotrope, les constantes de souplesse sont :

$$S_{11} = \frac{1}{E_1}, S_{12} = \frac{\nu_{12}}{E_1}, S_{22} = \frac{1}{E_2} \text{ et } S_{66} = \frac{1}{G_{12}} \quad \text{III.11}$$

(G module de cisaillement).

Composantes de déplacements :

On sait que
$$\varepsilon_x = S_{11}\sigma_x + S_{12}\sigma_y = \frac{\partial v}{\partial x} \quad \text{III.12}$$

$$u(x, y) = \int \varepsilon_x dx = (S_{11}\sigma_x + S_{12}\sigma_y)x + f(y) \quad \text{III.13}$$

Et

$$\varepsilon_y = S_{12}\sigma_x + S_{22}\sigma_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{III.14}$$

$V(x, y) = \int \varepsilon y \quad y = (S_{12}\delta + S_{22}\delta y) + g(x)$ Avec : $f(y)$ et $g(x)$ sont des fonctions inconnues à déterminer à partir des conditions suivantes, à savoir que $\tau = 0 = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$, $f'(y) + g'(x) = 0 \Leftrightarrow \alpha + \alpha = 0$

D'où :

$$f'(y) = \alpha \text{ et } g'(x) = -\alpha \quad \text{III.15}$$

$$f(y) = \alpha y + \alpha^1 \text{ et } g(x) = -\alpha x + \alpha^1 \quad \text{III.16}$$

En $x=0, y=0$ ($u=0, v=0$) $\Rightarrow f(y)=0$ et $g(x)=0$, $\alpha_1=0$ de même $\alpha=0$

Alors :

$$\begin{cases} u(x) = (S_{11} \delta + S_{12} \delta) \cdot x \\ v(y) = (S_{12} \delta + S_{22} \delta) \cdot y \end{cases} \quad \text{III.17}$$

Dans notre étude, nous considérons les (03) cas de sollicitations de traction suivantes :

Cas(1) : $q_x \neq 0$, $q_y = 0$ (Uni axial)

Cas(2) : $q_x = 0$, $q_y \neq 0$ (Uni axial)

Cas(3) : $q_x \neq 0$, $q_y \neq 0$ (Bi-axial)

Pour le cas (1) : $\alpha = \frac{q}{h}$, $\alpha = 0$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E_1} \delta x ; \varepsilon_y = \frac{(\lambda_{12})}{(E_1)\alpha} = \frac{(\lambda_{12}q)}{(E_1 \times h)} \quad \text{III.18}$$

$$U(x) = \frac{qx}{E_1} \cdot x, v(y) = \frac{\lambda^{12}}{E_1} qx \quad \text{III.19}$$

Pour le cas (2) : $\alpha = 0$, $\alpha = \frac{qy}{h}$

$$\varepsilon_x = \frac{\lambda_{12}qy}{E_2} ; \varepsilon_y = \frac{qy}{E_2}$$

$$U(x) = \frac{\lambda_{21}}{E_2} \frac{qu}{E_2} x ; v(y) = \frac{qy}{E_2} \cdot y$$

Pour le cas (3) :

$$\varepsilon_x = \frac{qx}{E_1} + \frac{\lambda_{21}qy}{E_2} , \quad \varepsilon_y = \frac{\lambda^{12}qx}{E_1} + \frac{qy}{E_2}$$

$$U(x) = \varepsilon_x \cdot x , v(y) = \varepsilon_y \cdot y \quad \text{III.20}$$

III.5. Solution éléments finis :

En raison de symétrie de chargement, de géométrie et conditions aux limites, notre étude est effectuée sur le un quart de la plaque

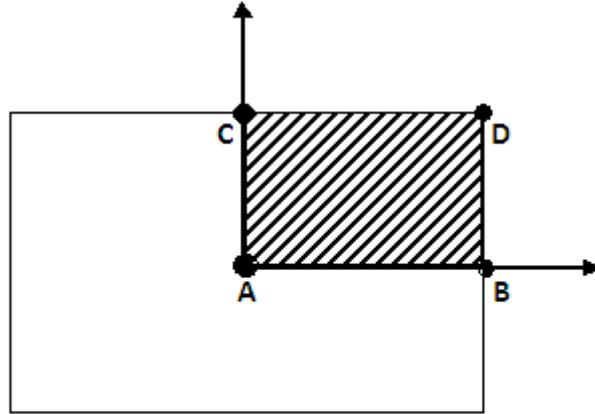


Figure (III.3) : géométrie du domaine de la plaque a étudié.

III.5.1. Etapes de calcul par éléments finis :

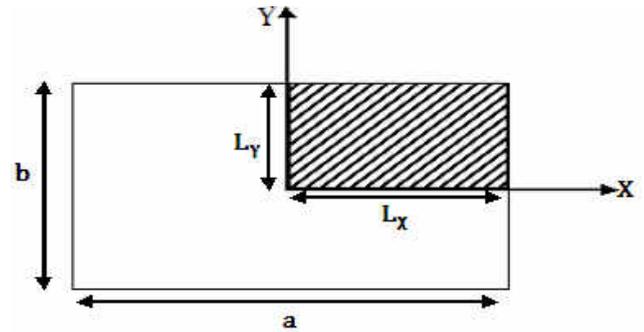
- 1/- entrées des données : Géométrie, chargement, conditions d'appuis, caractéristiques mécaniques (E_1 , E_2 et ν).
- 2/-discrétisation : division du domaine hachuré en un nombre d'éléments finis quadrilatères à quatre nœuds.
- 3/.Construction des matrices de rigidité élémentaires
- 4/.évaluation de la matrice de rigidité globale par la technique d'assemblage.
- 5/.Introduction des conditions d'appuis
- 6/.Résolution du système $[k]\{q\}=\{f\}$
- 7/.Impression des résultats (déplacements et déformations)

*Caractéristiques mécaniques de la plaque :

$$E_1 = \alpha E_2, E_2 = 1GPa, \lambda_{12} = 0.25, G_{12} = 0.6E_2 \quad ; \text{avec } \alpha \text{ varie} \quad \text{III. 21}$$

Tableau III.1 : Déplacement et déformations dans la plaque soumis à une force axiale en fonction du nombre d'éléments :

NE	U	v	ϵ_x	ϵ_y
(1*1) 4*1	1	-0.25	2	-0.5
(2*2) 4*4	1	-0.25	2	-0.5
Solution d'élasticité	1	-0.25	2	-0.5



D'après le tableau (III.1) on constate que les résultats obtenus numériquement sont comparables avec ceux données par la solution d'élasticité. Ce qui indique que notre modèle numérique est validé.

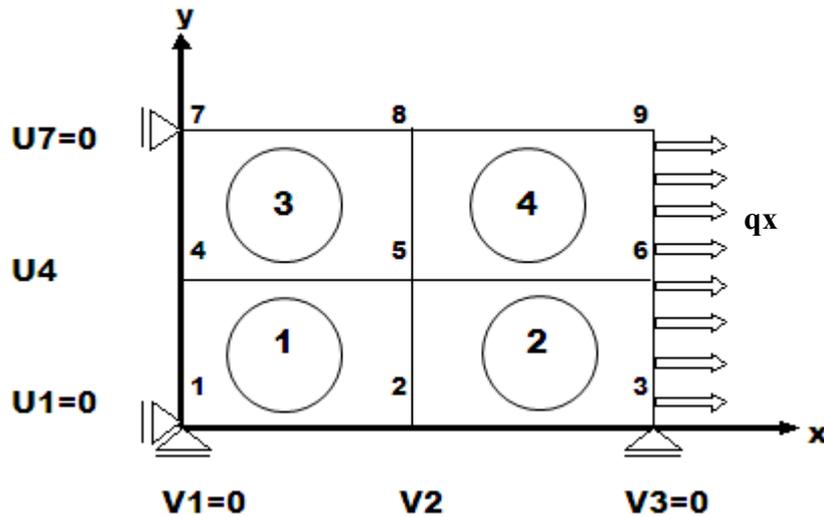
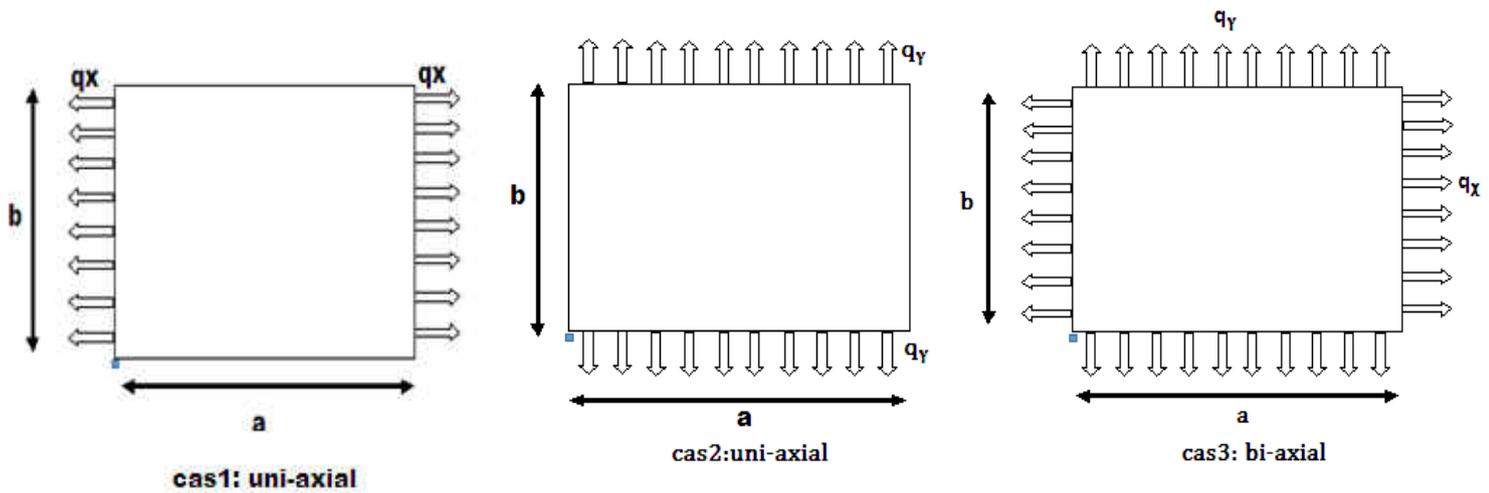


Figure (III.4) : Maillage

III.6. calcul numérique :

Dans cette partie, nous considérons trois cas de chargements et d'étudier en place la variation des déplacements et déformation en fonction de la variation des rapports $\frac{E1}{E2}$.



Figure(III.5) :différents chargements de la plaque

Tableau III.2 : Déplacements et déformations dans la plaque en fonction des rapports $\frac{E_1}{E_2}$ et des différents chargements.

$\frac{E_1}{E_2}$	cas	u	V	ε	ε
1	cas1	5.00	-2.50	10	-2.5
	cas2	-1.25	10.00	-2.5	10
	cas3	3.75	7.50	7.5	7.5
2	cas 1	2.50	-1.25	5	-1.25
	cas2	-0.625	10.00	-1.25	10
	cas3	1.87	8.75	3.75	8.74
5	cas1	1.00	-0.50	2	-0.5
	cas2	-0.25	10.00	-0.5	10
	cas3	0.75	9.50	1.5	9.5
10	cas1	0.5	-0.25	1	-0.25
	cas2	-0.125	10	-0.25	10
	cas3	0.375	9.75	0.75	9.75
40	cas1	0.125	-0.06	0.25	-0.0625
	cas2	-0.031	10	0.0625	10
	cas3	0.093	10	0.1875	10

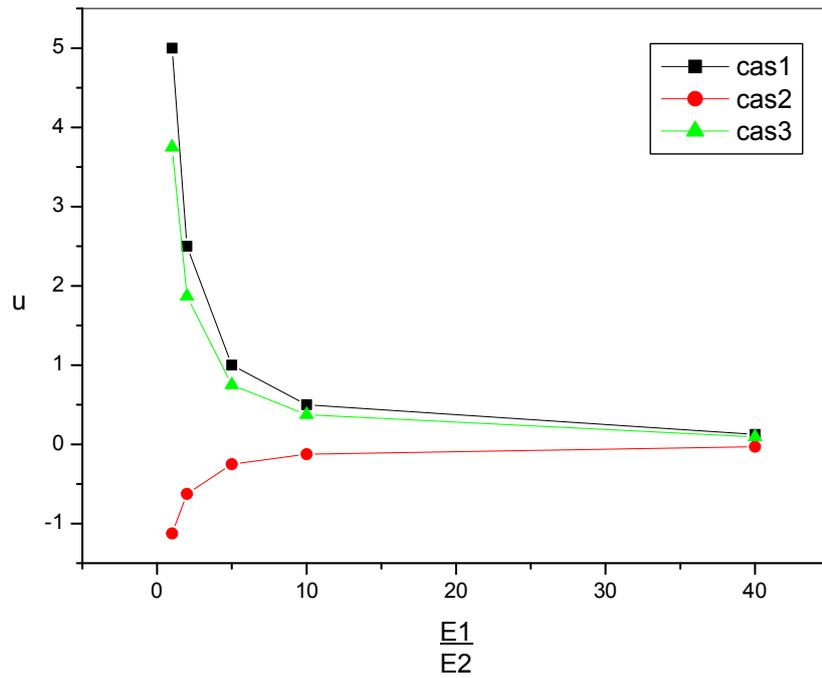


Figure III.6 : Déplacements horizontaux en fonction des rapports $\frac{E_1}{E_2}$ et les différents chargements.

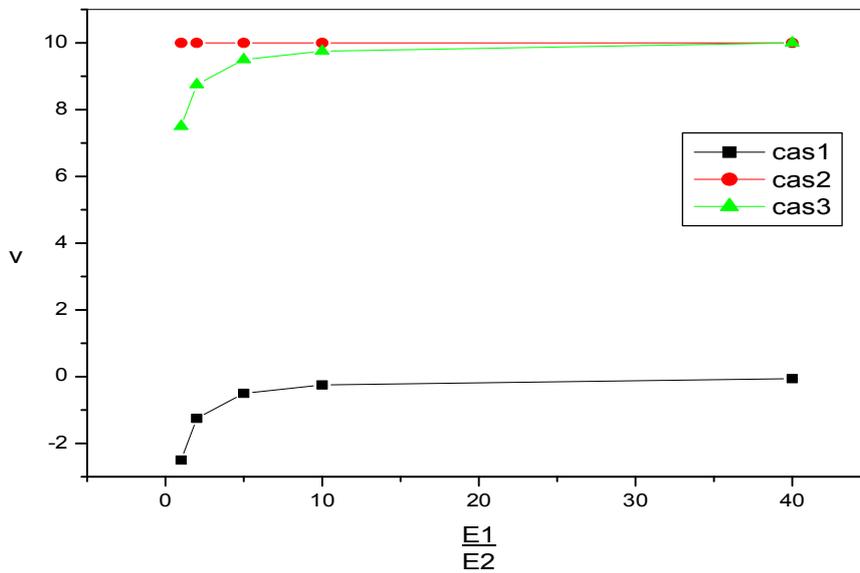


Figure III.7 : Déplacements verticaux en fonction des rapports $\frac{E_1}{E_2}$ et les différents chargements.

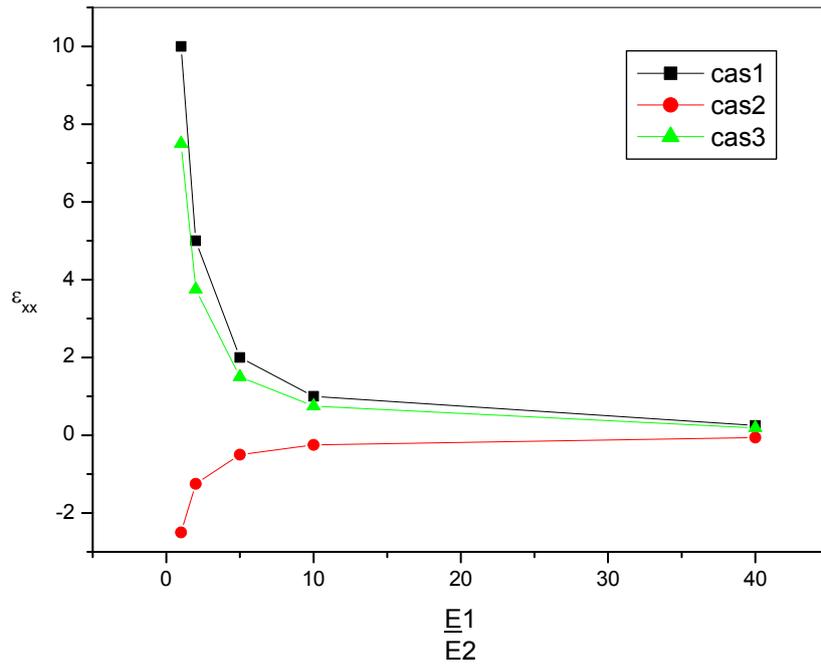


Figure III.8 : Déformations horizontaux en fonction des rapports $\frac{E_1}{E_2}$ et les différents chargements.

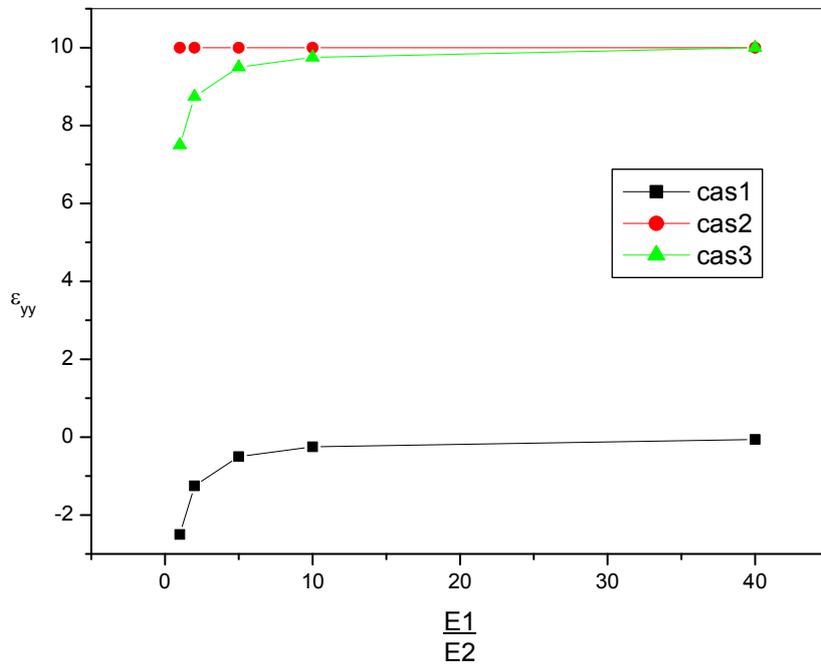


Figure III.9 : Déformations verticaux en fonction des rapports $\frac{E_1}{E_2}$ et les différents chargements.

D'après les figures (III.6, III.7 III.8 et III.9), on constate que la déformée diminuent pour les cas (1) et (3) lorsque on augmente les rapports $\frac{E_1}{E_2}$ et contrairement pour le cas (2)

De même les déformées suivant la direction orthogonal de la variation de ce module (E_1) restent constante pour le cas (2) ce qui implique que cette variation n'influe pas sur ces déformées. Par contre pour le cas (1) et (3) donnent des valeurs légèrement diminuées.

Tableau (III.3) : influence de l'élanement (b/a) de la plaque tendue (cas 1) sur les déformées avec $E_1/E_2=40$

b/a	u_D	v_D	ϵ_x	ϵ_y
0.5	0.125	-0.015	0.25	-0.0625
1	0.125	-0.031	0.25	-0.0625
2	0.125	-0.0625	0.25	-0.0625
3	0.125	-0.093	0.25	-0.0625
4	0.125	-0.125	0.25	-0.0625

Le tableau (III.3) montre la variation de la déformation pour le cas (1) uni-axial en fonction de la variation de l'élanement de la plaque (b/a).

D'après les résultats obtenus en remarque que l'élanement de la plaque n'influe pas sur la qualité des déformées suivant l'action induites de cette sollicitation de traction, par contre uniquement les déplacements verticaux augmentent suivant l'autre direction en sollicitation de compression.

Tableau (III.4) : influence du dimensionnement (h/a) de la plaque carrée tendue (cas 1) sur les déformées avec : $\frac{E_1}{E_2} = 40$

h/a	u_D	v_D	ϵ_x	ϵ_y
0.1	0.125	-0.031	0.25	-0.0625
0.2	0.0625	-0.015	0.125	-0.031
0.3	0.041	-0.0104	0.0833	-0.0208
0.4	0.031	-0.0078	0.0625	-0.0156

D'après le tableau III.4, on constate que lorsque l'épaisseur augmente les déformées diminuent (plus rigide).

III.7.Conclusion :

dans cette étude qui consiste à modéliser des plaques orthotropes en utilisant l'approche d'éléments finis, on peut conclure que l'effet d'orthotropie est visé dans le cas où une plaque soumise à une action de traction relative à la direction ou le module d'élasticité est augmenté, de même l'éclatement n'influe pas sur le comportement de la plaque, et que les déformations restent toujours constantes.

Et en dernier lieu, le dimensionnement qui porte la variation d'épaisseur influe directement sur la qualité des résultats de déplacements et déformations.

Conclusion générale

Conclusion générale :

Dans ce présent travail nous avons appliqué la méthode des éléments finis au calcul des déformées dans une plaques orthotrope en sollicitation de traction. Dans ce cadre, nous avons développé la formulation variationnelle en éléments finis afin d'obtenir le système d'équation en termes de rigidité, déplacement, et des forces. des exemples numériques sont présentés afin d'examiner les effets de certains paramètres sur la qualité des résultats obtenus numériquement tel que la variation des rapports des modules d'élasticité suivant les deux directions , l'éclancement et dimensionnement de la plaques en comparaison avec ceux donnés par la théorie d'élasticité .

Cette étude nous a permis de connaitre les techniques de programmation à l'aide du logiciel Maple.

D'après les résultats obtenus présentés en chapitre III, on tire les conclusions suivantes :

*les déformées diminuent pour les cas (1) et (2) de l'action uni axiale suivant les directions x et y lorsque on augmente les rapportsde rigidité, par contre pour le cas(3)de l'action suivant ladirection orthogonale augmente.

*Pour le cas (2) cette variation n'influe pas sur les déformées par contre pour le cas (1) et (3) donnent des valeurs légèrement diminuées.

*l'éclancement de la plaques n'influe pas sur la qualité des déformées suivant l'action induites de cette sollicitation de traction.

*lorsque l'épaisseur de la plaque augmente les déformées diminuent (plus rigide).

* D'une façon générale l'augmentation du module d'élasticité relatif à la direction longitudinale (x) rendre la plaque plus rigide (diminution des déformées).

Perspectives : nous nous recommandons les futurs masters d'étudier la flexion et le flambement de la plaque orthotrope ou fonctionnellement graduée (FGM) en utilisant la méthode des éléments finis.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

1. Claude Foulard professeur: le calcul des structures par éléments finis. Edition Hermas, paris 1988.
2. Christian Welgosz: Cours et exercices de Résistance des matériaux, Elasticité, Élément finis. Edition Marketing S. A 1999.
3. [Fekrar, 2010]
Abdelkader Fekrar, "Conception des plaques FGM ayant un comportement similaire aux plaques homogènes", Mémoire de magister de l'université Djilali Liabes de Sidi Bel Abbes, 2010.
4. [Glossaire, 2004] «Glossaire des matériaux composites». C. A. R. M. A – Actualisation, décembre (2004).
5. [Dorlot, 1986] Dorlot; Edition de l'école polytechnique de Montréal, 1986
6. [Maurice, 1995] «Technologies des Composites»-auteur: Maurice Reyne – Hermès, 1995
7. [Berthelot, 1996] Berthelot J. M. Matériaux Composites, Comportement mécanique et analyse des structures. Deuxième édition, Masson 1996.
8. [Bahlouli, 1993] N. Bahlouli «Cours composites sur le site Internet'' <http://www-ipst.u-strasbg.fr/cours/matériaux-composites>'' »
9. [Maurice, 1998] H. Maurice, technologies des composites maurice reyne hermes 1998
10. [Ashby, 1991] Ashby et Jones, Matériaux - Tome: 2 «Microstructure et Mise en œuvre»
11. [Gornet, 2008]
L. Gornet, P. Rozycki, G. Marckmann, P. Cartraud. Comportement mécanique des matériaux et des structures composites: modélisations de l'endommagement et de la rupture. Ecole Centrale Nantes, 2008.
12. [Hans, 1971]
HANSON. M. P. and Serafini. T. T. «Effects of Thermal and Environment Exposure on the Mechanical properties of Graphite/polyamide composites», Lewis Research Center, Cleveland, Ohio, Sep. 1971.
13. [HANSON, 1971] HANSON. M. P. and Serafini. T. T. «Effects of Thermal and Environment Exposure on the Mechanical properties of Graphite/polyamide composites», Lewis Research Center, Cleveland, Ohio, Sep. 1971
14. [Sallai, 2009] Sallai, B. O., Tounsi, A., Mechab, I., Bachir, B. M., Meradjah, M., Adda Bedia, E. A., 2009. A theoretical analysis of flexional bending of Al/Al₂O₃S-FGM thick beams. Computational Materials Science 44(4), 1344 – 1350.
15. [KASSIMI, 2011]
Etude des contraintes d'interface d'une poutre FGM renforcée par une plaque en matériaux composites 2010/2011 Master à l'université DJILALI LIABES DES IDIBEL ABBES
16. [Lachguer, 2014] LACHGUER Abdelkarim AKY OUD Mohamed. Les matériaux sandwich et les risques d'instabilités géométriques locales (sandwich materials and the risks of local geometrical instabilities). civil de l'école des mines de Douai. (2014)
17. [BERBAIN et al.] "Mise en œuvre des composites," Techniques de l'Ingénieur, vol. A3720.)
18. [Gay, 2005] Matériaux composites, 5^{ème} édition, 2005.
19. [JACQUINET]
"Moulage par compression des SMC polyester et phénoliques," Techniques de l'Ingénieur, vol. A3727.)
20. [Menail, 2009]
Analyse de l'effet du vieillissement à l'air, dans l'eau douce et dans l'eau salée, sur la

Références bibliographiques

- enue en fatigue de composites à matrice organique, renforcée par des fibres de verre, thèse de doctorat UBMA naba Menail Younès 2009
21. [Giocosa, 1999] Giocosa A. Les composites dans l'industrie automobile. Techniques de l'ingénieur, traité Plastiques et Composites, AM5600, 1999.
 22. [Ait Atmane, 2010] H. Ait Atmane., A. Tounsi., I. Mechab., E. A. Adda Bedia, Free vibration analysis of functionally graded plates resting on Winkler-Pasternak elastic foundations using a new shear deformation theory. Int. J. Mech. Mater. Design; 6 (2): 113-121, 2010.
 23. [Hollaway, 2001] Hollaway L. C., Leeming M. B., «Strengthening of reinforced concrete structures using externally-bonded FRP composites in structural and civil engineering», Woodhead Publishing Limited, Cambridge England, 2001
 24. [Rabahi, 2013] Rabahi A., Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de Master, Université Ibn Khaldoun-Tiaret. 2013
 25. [Bruneaux, 2005] Bruneaux MA, Benzarti KL, Chaussadena T, Ehracher A, Foret C, durabilité des assemblages collés : modélisation mécanique et physico-chimique. Annales du bâtiment et des travaux publics décembre 2005, 10-18.
 26. [huu-tai thai, Dong-ho choi 2013] Finite element formulation of various four unknown shear deformation theories for functionally graded plates
 27. [M.K. Singha, T. Parkash. M. Ganpathi] finite élément analysis of functionally graded plate under transvers load. Finite elements in analysis and design 47(4)(2011)456-460
 28. [H. Nguyen-Xuan, I. V. Tran. C. H. Thai, T. Nguyen-Thoi] Analysis of functionally graded plates by an efficient finite element method with node-based strain smoothing, thin-walled structures 54(2012) 1-18.
 29. [J.N. Reddy], Mechanics of Laminated composite plates and shells, theory and analysis, CRC, Boca Raton 2004

Annexe

Déplacements et déformations dans la plaque en fonction des rapports $\frac{E1}{E2}$ et des différents chargements.

Pour E1/E2=1

Cas 1:

Déplacements :

noeud(1), 0, 0
noeud(2), 2.5000000290
noeud(3), 5.0000000280
noeud(4), 0, -1.249999997
noeud(5), 2.500000028-1.249999997
noeud(6), 5.000000024-1.249999997
noeud(7), 0, -2.499999994
noeud(8), 2.500000030-2.499999994
noeud(9), 5.000000028-2.499999994

Déformations:

element(1), 10.00000011-2.499999994
element(2), 9.999999994 -2.499999994
element(3), 10.00000012-2.499999994
element(4), 9.999999990 -2.499999999

Pour E1/E2=1

Cas 2:

Déplacements :

noeud(2), -.62499999850
noeud(3), -1.2499999960
noeud(4), 0, 5.000000010
noeud(5), -.62499999855.000000005
noeud(6), -1.2499999975.000000010
noeud(7), 0, 10.00000001
noeud(8), -.6250000000 10.00000000
noeud(9), -1.2500000000 10.00000001

Déformations:

element(1), -2.499999994 10.00000002

element(2), -2.499999992 10.00000002
element(3), -2.4999999979.99999999
element(4), -2.4999999979.99999999

Pour E1/E2=1

Cas 3 :

Déplacements :

noeud(1), 0, 0
noeud(2), 1.8750000300
noeud(3), 3.7500000320
noeud(4), 0, 3.750000012
noeud(5), 1.8750000293.750000012
noeud(6), 3.7500000273.750000013
noeud(7), 0, 7.500000011
noeud(8), 1.8750000307.500000007
noeud(9), 3.7500000277.500000010

Deformations:

element(1), 7.5000001187.500000024
element(2), 7.5000000027.500000025
element(3), 7.5000001187.499999994
element(4), 7.4999999907.499999992

Pour E1/E2=2

Cas 1 :

Déplacements :

noeud(1), 0, 0
noeud(2), 1.2500000180
noeud(3), 2.5000000180
noeud(4), 0, -.6249999988
noeud(5), 1.250000017-.6249999988
noeud(6), 2.500000018-.6249999988
noeud(7), 0, -1.249999998
noeud(8), 1.250000018-1.249999998
noeud(9), 2.500000018-1.249999998

Deformations:

element(1), 5.000000070-1.249999997
element(2), 5.000000002-1.249999997
element(3), 5.000000070-1.249999999
element(4), 5.000000002-1.249999999

Pour E1/E2=2

Cas 2 :

Déplacements :

noeud(1), 0, 0

noeud(2), -3.1249999920

noeud(3), -6.2499999840

noeud(4), 0, 5.000000007

noeud(5), -3.124999994 5.000000009

noeud(6), -6.2499999875.000000008

noeud(7), 0, 10.00000000

noeud(8), -3.12500000110.00000000

noeud(9), -6.250000003 10.00000000

Deformations:

element(1), -1.249999997 10.00000002

element(2), -1.24999999710.00000002

element(3), -1.249999999 9.99999998

element(4), -1.249999999 9.99999998

Pour E1/E2=2

Cas 3 :

Déplacements :

noeud(1), 0, 0

noeud(2), .93750001880

noeud(3), 1.875000020 0

noeud(4), 0, 4.375000008

noeud(5), .93750001764.375000010

noeud(6), 1.8750000194.375000009

noeud(7), 0, 8.750000008

noeud(8), .93750001758.750000003

noeud(9), 1.8750000188.750000005

Deformations:

element(1), 3.7500000738.750000018

element(2), 3.750000005 8.750000019

element(3), 3.7500000708.749999993

element(4), 3.750000004 8.749999989

Pour E1/E2=5

Cas 1 :

Déplacements :

noeud(1), 0, 0

noeud(2), .5000000073 0

noeud(3), 1.0000000080

noeud(4), 0, -.2499999998

noeud(5), .5000000069-.2499999997

noeud(6), 1.000000006 -.2499999997

noeud(7), 0, -.4999999990

noeud(8), .5000000073 -.4999999993

noeud(9), 1.000000008-.4999999997

Deformations:

element(1), 2.000000029-.4999999995

element(2), 1.999999999 -.4999999994

element(3), 2.000000029-.4999999998

element(4), 1.999999999-.4999999996

Pour E1/E2=5

Cas 2 :

Déplacements :

noeud(1), 0, 0

noeud(2), -.1250000000 0

noeud(3), -.2499999990

noeud(4), 0, 5.000000017

noeud(5), -.12499999975.000000017

noeud(6), -.24999999945.000000017

noeud(7), 0, 10.00000001

noeud(8), -.124999999910.00000001

noeud(9), -.2499999999 10.00000001

Deformations:

element(1), -.4999999994 10.00000003

element(2), -.499999999210.00000003

element(3), -.49999999929.99999999
element(4), -.49999999949.99999999

Pour E1/E2=5

Cas 3 :

Déplacements :

noeud(1), 0, 0
noeud(2), .37500000730
noeud(3), .7500000076 0
noeud(4), 0, 4.750000017
noeud(5), .3750000072 4.750000018
noeud(6), .75000000724.750000017
noeud(7), 0, 9.500000014
noeud(8), .37500000749.500000012
noeud(9), .7500000079 9.500000014

Deformations:

element(1), 1.500000029 9.500000035
element(2), 1.5000000099.500000035
element(3), 1.5000000299.499999991
element(4), 1.5000000019.499999991

Pour E1/E2=10

Cas 1 :

Déplacements :

noeud(1), 0, 0
noeud(2), .25000000350
noeud(3), .50000000340
noeud(4), 0, -.1250000001
noeud(5), .2500000036-.1250000001
noeud(6), .5000000037-.1250000002
noeud(7), 0, -.2500000003
noeud(8), .2500000036 -.2500000002
noeud(9), .5000000036-.2500000003

Deformations:

element(1), 1.000000014-.2500000002
element(2), .9999999998-.2500000003
element(3), 1.000000014-.2500000003
element(4), .9999999998-.2499999999

Pour E1/E2=10

Cas 2 :

Déplacements :

noeud(1), 0, 0
noeud(2), -.06249999999 0
noeud(3), -.12500000000
noeud(4), 0, 5.000000027
noeud(5), -.062500000055.000000026
noeud(6), -.12500000015.000000028
noeud(7), 0, 10.00000003
noeud(8), -.06249999997 10.00000003
noeud(9), -.125000000010.00000003

Deformations:

element(1), -.250000000110.00000005
element(2), -.250000000110.00000005
element(3), -.250000000010.00000001
element(4), -.250000000210.00000001

Pour E1/E2=10

Cas 3 :

Déplacements :

noeud(1), 0, 0
noeud(2), .18750000350
noeud(3), .37500000340
noeud(4), 0, 4.875000027
noeud(5), .18750000364.875000026
noeud(6), .37500000364.875000028
noeud(7), 0, 9.750000030
noeud(8), .18750000369.750000031

noeud(9), .3750000036 9.750000032

Deformations :

element(1), .7500000142 9.750000053

element(2), .7499999989 9.750000054

element(3), .7500000144 9.750000008

element(4), .7499999989 9.750000009

Pour E1/E2=40

Cas 1 :

Déplacements:

noeud(1), 0, 0

noeud(2), .062500000920

noeud(3), .1250000010 0

noeud(4), 0, -.03124999992

noeud(5), .06250000095 -.03124999992

noeud(6), .1250000010 -.03124999992

noeud(7), 0, -.06249999994

noeud(8), .06250000089 -.06249999985

noeud(9), .1250000010 -.06249999990

Deformations:

element(1), .2500000037 -.06249999984

element(2), .2500000003 -.06249999984

element(3), .2500000037 -.06249999990

element(4), .2500000003 -.06249999995

Pour E1/E2=40

Cas 2 :

Déplacement :

noeud(1), 0, 0

noeud(2), -.01562499996 0

noeud(3), -.031249999920

noeud(4), 0, 5.000000011

noeud(5), -.015624999965 0.000000014

noeud(6), -.031249999935.000000013

noeud(7), 0, 10.00000001

noeud(8), -.0156250000010.00000001

noeud(9), -.0312500000,110.00000001

Deformations:

element(1), -.0624999998410.00000002

element(2), -.0624999998610.00000003

element(3), -.0624999999210.00000000

element(4), -.062499999969.99999999

Pour E1/E2=40

Cas 3 :

Déplacements :

noeud(1), 0, 0

noeud(2), .046875000970

noeud(3), .093750001080

noeud(4), 0, 4.968750011

noeud(5), .046875000994.968750014

noeud(6), .093750001044.968750013

noeud(7), 0, 9.937500011

noeud(8), .046875000899.937500010

noeud(9), .093750000909.937500012

Deformations:

element(1), .18750000399.937500025

element(2), .18750000049.937500027

element(3), .18750000389.937499996

element(4), .18750000019.937499995

**Influence de l'élanement (b/a) de la plaque tendue (cas 1) sur les déformées avec
E1/E2=40**

Pour: b=0.5a

Déplacements:

noeud(1), 0, 0
noeud(2), .06250000085 0
noeud(3), .12500000090
noeud(4), 0, -.00781250000
noeud(5), .06250000088-.00781250000
noeud(6), .1250000008-.00781249998
noeud(7), 0, -.01562500000
noeud(8), .06250000091-.01562500001
noeud(9), .1250000009-.01562500000

Déformations:

element(1), .2500000035-.06250000000
element(2), .2499999999-.06249999992
element(3), .2500000036-.06250000010
element(4), .2499999998-.06250000020

Pour b=a

Déplacements:

noeud(1), 0, 0
noeud(2), .062500000980
noeud(3), .1250000011 0
noeud(4), 0, -.01562499998
noeud(5), .06250000099-.01562499999
noeud(6), .1250000010-.01562499998
noeud(7), 0, -.03125000001
noeud(8), .06250000096-.03125000000
noeud(9), .1250000010-.03125000009

Déformations:

element(1), .2500000040-.06249999994
element(2), .2500000002-.06249999998
element(3), .2500000039-.06250000010

element(4), .2500000001 -.06250000024

Pour b=2a

Déplacements:

noeud(1), 0, 0

noeud(2), .062500000920

noeud(3), .12500000100

noeud(4), 0, -.03124999992

noeud(5), .06250000095 -.03124999992

noeud(6), .1250000010 -.03124999992

noeud(7), 0, -.06249999994

noeud(8), .06250000089 -.06249999994

noeud(9), .1250000010 -.06249999990

Déformations:

element(1), .2500000037 -.06249999984

element(2), .2500000003 -.06249999984

element(3), .2500000037 -.06249999999

element(4), .2500000003 -.06249999994

Pour b=3a

Déplacements:

noeud(1), 0, 0

noeud(2), .062500000940

noeud(3), .12500000110

noeud(4), 0, -.04687500030

noeud(5), .06250000105 -.04687500028

noeud(6), .1250000011 -.04687500030

noeud(7), 0, -.09375000038

noeud(8), .06250000093 -.09375000043

noeud(9), .1250000010 -.09375000041

Déformations:

element(1), .2500000040 -.06250000039

element(2), .2500000004 -.06250000039

element(3), .2500000040 -.06250000014

element(4), .2500000002 -.06250000017

Pour $b=4*a$

Déplacements:

noeud(1), 0, 0

noeud(2), .062500001050

noeud(3), .12500000100

noeud(4), 0, -.06250000024

noeud(5), .06250000091-.06250000024

noeud(6), .1250000009-.06250000022

noeud(7), 0, -.1250000002

noeud(8), .06250000104-.1250000002

noeud(9), .1250000010-.1250000002

Déformations:

element(1), .2500000039-.06250000024

element(2), .2499999999-.06250000023

element(3), .2500000039-.0624999999

element(4), .2499999999-.06250000002

Influence du dimensionnement (h/a) de la plaque carrée tendue (cas 1) sur les déformées

$$\text{avec : } \frac{E_1}{E_2} = 40$$

Pour $h= 0.1a$

Déplacements:

noeud(1), 0, 0

noeud(2), .062500000980

noeud(3), .12500000110

noeud(4), 0, -.01562499998

noeud(5), .06250000099-.01562499998

noeud(6), .1250000010-.01562499998

noeud(7), 0, -.03125000001

noeud(8), .06250000096-.03125000001

noeud(9), .1250000010-.03125000001

Déformations:

element(1), .2500000040 -.06249999994
element(2), .2500000002 -.06249999996
element(3), .2500000039 -.06250000010
element(4), .2500000001 -.06250000024

Pour h= 0.2a

Déplacements:

noeud(1), 0, 0
noeud(2), .03125000046 0
noeud(3), .062500000460
noeud(4), 0, -.00781250003
noeud(5), .03125000047 -.00781250002
noeud(6), .06250000046 -.00781250003
noeud(7), 0, -.01562500004
noeud(8), .03125000046 -.01562500002
noeud(9), .06250000049 -.01562500002

Déformations:

element(1), .1250000019 -.03125000010
element(2), .1250000000 -.03125000010
element(3), .1250000019 -.03125000002
element(4), .1250000001 -.03124999998

Pour h= 0.3a

Déplacements:

noeud(1), 0, 0
noeud(2), .02083333365 0
noeud(3), .041666666970
noeud(4), 0, -.00520833334
noeud(5), .02083333365 -.00520833333
noeud(6), .04166666698 -.00520833333
noeud(7), 0, -.01041666667
noeud(8), .02083333364 -.01041666667
noeud(9), .04166666697 -.01041666668

Déformations:

element(1), .08333333460 -.02083333335
element(2), .08333333330 -.02083333333

element(3), .08333333458-.02083333333

element(4), .08333333332-.02083333333

Pour h=0.4

Déplacements:

noeud(1), 0, 0

noeud(2), .01562500020

noeud(3), .03125000020

noeud(4), 0, -.00390625000

noeud(5), .01562500024-.003906249999

noeud(6), .03125000022-.00390624999

noeud(7), 0, -.00781250001

noeud(8), .01562500022-.00781250000

noeud(9), .03125000023-.00781250000

Déformations:

element(1), .06250000092-.01562500000

element(2), .06249999996-.01562499998

element(3), .06250000092-.01562500002

element(4), .06249999998-.01562500002