



**FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES**  
**DÉPARTEMENT GÉNIE CIVIL**

**Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de Master**

Spécialité : Génie Civil

Option : Génie de la Construction

Présenté par :

Ouali Aboubakr

*Sujet du mémoire*

**PROPOSITION D'UNE APPROCHE ANALYTIQUE POUR LE  
CALCUL DE LA FLÈCHE DES POUTRES CELLULAIRES**

*Soutenu publiquement le*

*devant le jury composé de :*

Mr, D.I. KLOUCHE	Président
Mr, B. DJEBLI	Rapporteur
Mr, M. MIMOUNI	Examineur
Mr, A.B. BENYAMINA	Examineur
Mr, G. ABADA	Examineur

PROMOTION : 2016-2017

## المخلص

في عدة تطبيقات، خاصة في المباني ذات الفضاء المفتوح و الإمتدادات الطويلة، يوجد عدة عوائق تقنية و إقتصادية تؤدي إلى البحث في الطوابق المختلطة، الفتوحات الموجودة على مستوى الرافدة تسمح بمرور الإمدادات اللازمة للبناءية. القدرة في هذا المجال تتعلق بالبحث في الإنحناء و الذي يشكل أهمية كبيرة في التصميم. في هذا البحث و الذي الهدف منه تطوير نهج تحليلي لحساب الإنحناء في الروافد المعدنية ذات الفتحات و هذا تحت تأثير ثقل مركز أو موزع بانتظام. في هذا التحليل تأثيرات القطوع العمودية على مستوى الفتحات تأخذ بعين الإعتبار. النتائج المتحصل عليها في النهج التحليلي تقارن مع تلك المتحصل عليها من طرف النتائج الرقمية.

**الكلمات الدالة** : الروافد المعدنية ذات الفتحات الدائرية المتناظرة، الفتحات، إنحناء إضافي، إنحناء كلي.

## **Résumé**

Dans de nombreuses applications, notamment pour les bâtiments de bureaux à plateaux libres, de grandes portées, différentes contraintes techniques et économiques conduisent à rechercher pour les planchers mixte, l'épaisseur totale la plus faible possible et donc à prévoir des ouvertures dans les âmes des poutres destinées à permettre le passage des multiples réseaux nécessaires à l'équipement du bâtiment. L'aptitude au service concernant la vérification de la flèche est d'une grande importance dans la conception. Cette recherche a pour but de développer une approche analytique pour le calcul des flèches des poutres cellulaires sous l'effet d'un chargement vertical concentré ou uniformément répartie. Dans cette analyse les effets de cisaillement vertical aux niveaux des ouvertures sont pris en considération. Les résultats obtenus par cette approche analytique sont comparés aux résultats obtenus selon la solution numérique.

**Mots clés** : Poutre cellulaire symétrique, ouvertures, flèche additionnelle, flèche totale.

## **Abstract**

In many applications, especially in office buildings with large free span areas, different technical and economic constraints lead to a substantial reduction of the floors thickness, by providing openings in the webs of beams designed for the passage of pipes and ducts. Serviceability checks including flexural deflections under transverse loading are of high importance in the design; especially in floor systems are present. In this research, an analytical model for calculating deflections due to concentrated or uniformly applied transverse loads has been developed. The additional deflection due to the effects of vertical shearing at the opening is included in the analysis. The analytical results presented are verified against numerical solutions.

**Key-Words:** Symmetric cellular beam, Openings, Additional deflections, Total deflection.

المخلص .....	i
Résumé .....	ii
Abstract .....	iii
TABLE DE MATIERES .....	iv
LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX .....	vii
NOTATIONS .....	x
<b>1. Introduction générale</b> .....	<b>1</b>
 <b>CHAPITRE I : Revue de la littérature</b>	
I.1. Introduction.....	5
I.2. Analyse des contraintes.....	5
I.2.1. Théorie de l'élasticité .....	5
I.2.2. Analyse par éléments finis .....	8
I.2.3. Analyse Approximative .....	9
I.3. Calcul basé sur les contraintes élastiques .....	10
I.4. Déformation (flèche) .....	10
I.5. Critères de calcul des poutres avec ouvertures d'âme .....	11
I.5.1. Instabilité de l'âme .....	12
I.5.2. Hauteur d'ouverture.....	12
I.5.3. Proportions des membrures.....	12
I.5.4. Charges concentrées.....	12
I.5.5. Position des ouvertures .....	13
I.5.6. Espacement entre les ouvertures .....	13
I.5.7. Déformations.....	13
I.6. Conclusion .....	14
 <b>CHAPITRE II : Etude Analytique</b>	
II.1. Introduction .....	15
II.2 Aptitude au service .....	15
II.3 Approche analytique.....	16
II.4 Calibrage des résultats .....	20
II.5 Contribution de la flèche additionnelle à la flèche totale .....	21
II.6 Conclusion .....	24
 <b>CHAPITRE III : Modélisation mécanique et choix de l'élément fini</b>	
III.1. Introduction .....	25

III.2. Présentation du logiciel .....	25
III.2.1. Introduction .....	25
III.2.2. Environnement et langage .....	26
III.2.3. Organisation d'un calcul .....	26
III.2.3.1. Préparation du modèle de calcul .....	26
III.2.3.2. Résolution du système d'équations.....	27
III.2.3.3. Traitement des résultats.....	27
III.3. Modélisation et choix d'élément .....	28
III.3.1. Introduction .....	28
III.3.2. Comportement mécanique élastique .....	29
III.3.2.1. Calcul mécanique linéaire d'une poutre.....	29
III.3.2.1.1. Etapes de calcul.....	29
III.3.2.1.1.1. Hypothèse de modélisation .....	29
III.3.2.1.1.2. Modélisation.....	29
III.3.2.1.1.3. Conditions limites .....	30
III.3.2.1.1.4. Chargement .....	30
III.3.2.1.2. Caractéristiques du matériau .....	30
III.3.2.1.3. Résultats .....	30
III.3.2.1.3.1. Exemple de champ de contrainte .....	30
III.3.2.1.3.2. Exemple de déformée.....	31
III.3.3. Choix du type d'éléments.....	31
III.3.3.1. Essai de flexion pure .....	31
III.3.3.2. Essai de flexion simple.....	32
III.3.3.2.a. Modélisation .....	33
III.3.3.2.b. Évolution de la flèche en milieu de la poutre.....	33
III.3.3.3. Choix d'éléments.....	33
III.4. Conclusion.....	37
 <b>CHAPITRE IV : Etude Comparative Et Paramétrique</b>	
IV.1. Introduction .....	39
IV.2. Etude comparative.....	39
IV.2.1. Évaluation des résultats.....	39
IV.2.2. Evaluation charges-déplacement.....	41
IV.3. Etude paramétrique .....	49
IV.3.1. Influence des ouvertures .....	49
IV.3.2. Influence du nombre d'ouvertures .....	51

IV.3.3. Influence du type de profilé .....	53
IV.3.4. Influence de l'espacement entre ouvertures .....	54
IV.4. Conclusion .....	56
<b>CONCLUSION GÉNÉRALE .....</b>	<b>58</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....</b>	<b>60</b>

# Liste des figures

## Introduction

Figure 1. Photographie des poutres avec ouvertures.....	2
Figure 2. Photographie des poutres ajourées renforcées .....	2
Figure 3. Ruine des poutres ajourées .....	3

## Chapitre 1 : Revue De La Littérature

Figure I.1. Type de renforcement d'ouverture .....	8
Figure I.2. Composantes de la déformation .....	11

## Chapitre 2 : Etude Analytique

Figure II.1. Caractéristiques élastiques d'une poutre .....	15
Figure II.2. Efforts intérieurs d'une poutre ajourée .....	16
Figure II.3. Poutre console de section en T déplaçable en D due à l'effet Vierendeel.....	17
Figure II.4. Déformation d'un panneau de la poutre ajourée sous l'effet de cisaillement.....	18
Figure II.5. Effort extérieur équivalent Q.....	19
Figure II.6. Poutre étudiée expérimentalement .....	20
Figure II.7. Contribution de la flèche additionnelle à la flèche totale (CUR).....	21
Figure II.8. Contribution de la flèche additionnelle à la flèche totale (1CC) .....	22
Figure II.9. Contribution de la flèche additionnelle à la flèche totale (2CC) .....	23

## Chapitre 3 : Modélisation Mécanique Et Choix D'élément

Figure III.1. Organigramme du modèle de calcul .....	26
Figure III.2. Noyau de calcul, pré et post traitements du noyau de calcul.....	28
Figure III.3. Maillage de la poutre .....	30
Figure III.4. Chargement de la poutre .....	30
Figure III.5. a- Champ de contraintes normales.....	31
Figure III.5. b- Champ de contraintes tangentielles .....	31
Figure III.6. Déformation de la poutre .....	31
Figure III.7. Poutre chargée par deux moments d'extrémité .....	31
Figure III.8. Diagramme de contrainte .....	32
Figure III.9. Diagramme des moments fléchissant des efforts tranchants .....	32
Figure III.10. Évolution de la flèche .....	33
Figure III.11.a- Evolution : charge-déplacement (Section rectangulaire).....	35
Figure III.11.b- Evolution : charge-déplacement (Section rectangulaire) .....	35

Figure III.12.a- Evolution : charge-déplacement (Section double Té) .....	36
Figure III.12.b- Evolution : charge-déplacement (Section double Té) .....	37

### **Chapitre IV : Etude Comparative Et Paramétrique**

Figure IV.1. Type et positionnement de charge .....	42
Figure IV.2. Charge - Flèche max (1CC) avec 9 ouvertures IPE400 .....	42
Figure IV.3. Charge - Flèche max (2CC) avec 9 ouvertures IPE400 .....	43
Figure IV.4. Charge - Flèche max (1CC) avec 9 ouvertures IPE400 .....	43
Figure IV.5. Charge - Flèche max (1CC) avec 10 ouvertures IPE400 .....	44
Figure IV.6. Charge - Flèche max (2CC) avec 10 ouvertures IPE400 .....	44
Figure IV.7. Charge - Flèche max (CUR) avec 10 ouvertures IPE400 .....	45
Figure IV.8. Charge - Flèche max (1CC) avec 9 ouvertures IPE500 .....	46
Figure IV.9. Charge - Flèche max (2CC) avec 9 ouvertures IPE500 .....	46
Figure IV.10. Charge - Flèche max (CUR) avec 9 ouvertures IPE500 .....	47
Figure IV.11. Charge - Flèche max (1CC) avec 10 ouvertures IPE500 .....	48
Figure IV.12. Charge - Flèche max (2CC) avec 10 ouvertures IPE500 .....	48
Figure IV.13. Charge - Flèche max (CUR) avec 10 ouvertures IPE500 .....	49
Figure IV.14. Flèche max en fonction du nombre d'ouvertures (1CC) .....	51
Figure IV.15. Flèche max en fonction du nombre d'ouvertures (2CC) .....	52
Figure IV.16. Flèche max en fonction du nombre d'ouvertures (CUR) .....	52
Figure IV.17. Flèche totale pour différentes espacement entre ouvertures (1CC) .....	55
Figure IV.18. Flèche totale pour différentes espacement entre ouvertures (2CC) .....	55
Figure IV.19. Flèche totale pour différentes espacement entre ouvertures (CUR) .....	56

# Liste des Tableaux

## Chapitre II : Etude Analytique

Tableau II.1. Caractéristiques .....	20
Tableau II.2. Évaluation de résultats.....	20
Tableau II.3. Valeurs des flèches (CUR) .....	21
Tableau II.4. Valeurs des flèches (1CC) .....	22
Tableau II.5. Valeurs des flèches (2CC) .....	23

## Chapitre IV : Etude Comparative Et Paramétrique

Tableau IV.1. Caractéristiques géométriques des poutres étudiées .....	40
Tableau IV.2. Comparaison des résultats « IPE400 » .....	40
Tableau IV.3. Comparaison des résultats « IPE500 » .....	41
Tableau IV.4. Caractéristiques géométriques des poutres .....	50
Tableau IV.5. Valeurs des flèches.....	50
Tableau IV.6. Flèche max pour différents (IPE) « 1CC » .....	53
Tableau IV.7. Flèche max pour différents (IPE) « 2CC » .....	53
Tableau IV.8. Flèche max pour différents (IPE) « CUR » .....	54

$A_r$  : aire réduite (de cisaillement) de la section  
 $a$  : distance entre l'appui et le point d'application  
 $a_0$  : longueur de l'ouverture  
 $b$  : distance entre les centres de gravité des semelles de la poutre ajourée  
 $b_f$  : largeur de la semelle  
 $2c$  : largeur des ailes  
 $D_0, d_0$  : diamètre de l'ouverture  
 $E$  : module d'élasticité  
 $E_a$  : module d'élasticité longitudinale de l'acier  
 $e$  : entre axe d'ouvertures adjacentes  
 $F_0$  : charge concentrée à mi- portée  
 $F_y$  : limite d'élasticité de l'acier  
 $f$  : flèche maximale globale  
 $f_b$  : flèche primaire  
 $f_{vie}$  : flèche additionnelle (l'effet vierendeel)  
 $G$  : module de cisaillement  
 $G_{Aeff}$  : rigidité de cisaillement effective  
 $G_e$  : la contrainte maximale  
 $H$  : Hauteur de la poutre  
 $h_0$  : hauteur de l'ouverture  
 $I$  : moment d'inertie  
 $I_{moy}$  : moment d'inertie moyen  
 $I_{ouv}$  : moment d'inertie de la partie évidée  
 $I_p$  : moment d'inertie de la partie pleine  
 $I_T$  : moment d'inertie du T<sub>e</sub> supérieur de la section mixte  
 $L$  : longueur de la poutre  
 $M$  : moment de flexion global  
 $M_e$  : le moment élastique  
 $M_{max}$  : moment de flexion maximum

$N_0$  : nombre total des ouvertures le long de la poutre

$n$  : nombre d'ouverture

$S$  : moment statique de la poutre au droit des ajoures

$S_t$  : hauteur d'une membrure au droit des ajoures (hauteur d'un T $\acute{e}$ )

$P$  : charge verticale applique d'une façon concentrée

$R$  : rayon de l'ouverture

$t$  : épaisseur des ailes,

$t_f$  : épaisseur de la semelle

$t_w$  : épaisseur de l'âme

$V$  : effort tranchant global

$V_1$  : effort tranchant dans chacune des membrures

$W$  : espacement entre deux ouvertures

$\sigma$  : la contrainte maximale

$\gamma$  : déformation de cisaillement

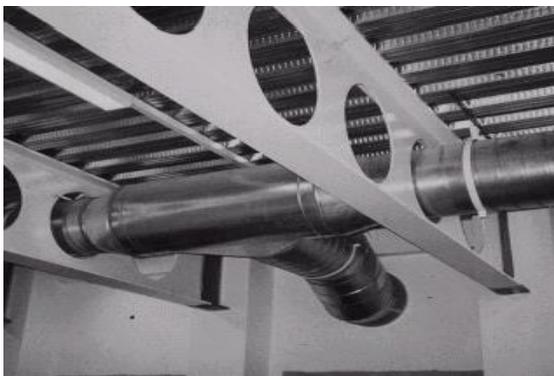
## 1. Introduction générale :

Les poutres métalliques avec ouverture dans l'âme sont de plus en plus répandues dans la construction des bâtiments pour bureaux et appartements vu les avantages qu'elles offrent à savoir l'esthétique en employant judicieusement les propriétés géométriques, la flexibilité en permettant le passage des équipements techniques dans l'âme des poutres au lieu de les faire passer en dessous, la rapidité de mise en œuvre en facilitant la construction ainsi que l'optimisation en augmentant la hauteur libre sous plafond et les grandes portées.

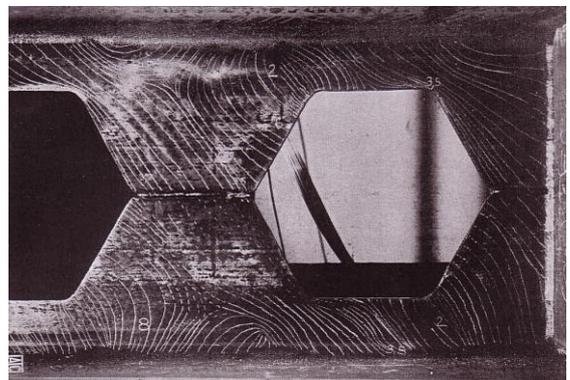
Toutefois, il est à signaler qu'avec cette optimisation, le gain de hauteur est très intéressant, aux niveaux :

- **Coût de construction** : avec un gain de matière ; les poutres ajourées permettent une économie d'acier, ce qui est particulièrement rentable dans un contexte économique où le cours de l'acier est élevé. De plus, le gain de hauteur permet une économie de matériaux. Enfin, la structure est allégée, et le gain de poids propre engendre encore une économie de matière de la structure globale du bâtiment qui transmet les efforts jusqu'aux fondations.
- **Coût énergétique** : la diminution de hauteur diminue les volumes à chauffer ou à climatiser.

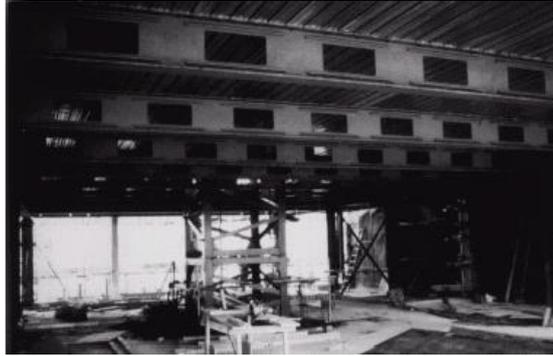
On distingue deux types de poutres avec ouverture selon la géométrie des ouvertures à savoir les poutres cellulaires, dont les ouvertures sont circulaires (voir Figure.1-a) ou arrondies et les poutres alvéolaires, dont les ouvertures sont polygonales (voir Figure.1-b). Il est également possible de trouver d'autres formes de poutres ajourées avec des ouvertures rectangulaires (voir Figure. 1-c).



(a) poutres cellulaires à Ouvertures circulaires



(b) poutres alvéolaires.



(c) poutres avec ouvertures rectangulaires.

**Figure. 1** Photographie des poutres avec ouvertures.

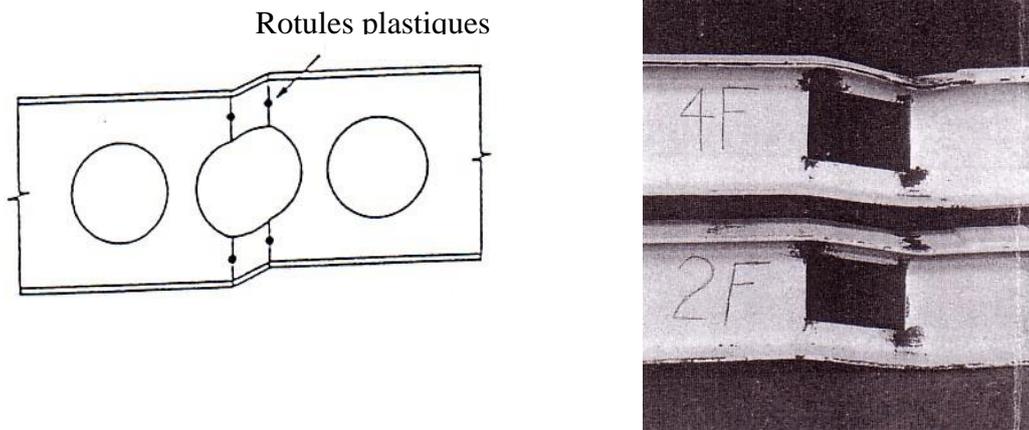
Malgré les avantages que présentent ces poutres avec ouvertures leur résistance est très affectée par la présence des ouvertures dans l'âme qui doivent être prises en compte lors de la conception et du dimensionnement. Ces ouvertures provoquent un changement du comportement et de la stabilité de ce type des poutres ainsi qu'une diminution de leur résistance. Cependant, il est souvent possible d'assimiler la résistance de la poutre avec ouverture à une valeur qui serait obtenue avec une âme non perforée par l'introduction d'un renforcement approprié autour de l'ouverture (voir Figure. 2).



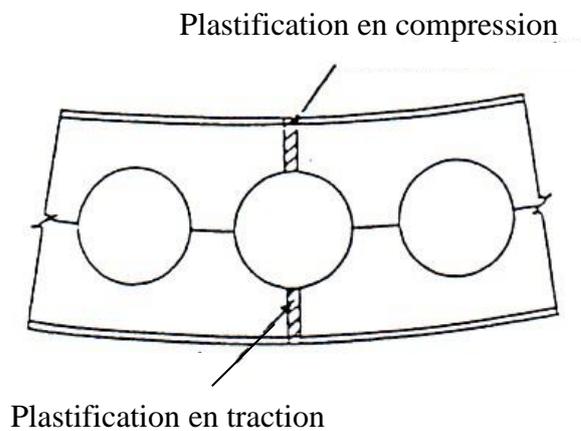
**Figure. 2** Photographie des poutres ajourées renforcées.

Plusieurs travaux de recherche [1] ont constaté que la ruine de ce type de poutres peut être atteinte si l'on dépasse l'une des résistances suivantes à savoir la résistance globale à la flexion, au cisaillement et au déversement et la résistance locale des montants et des Tés supérieur et inférieur.

Toutefois, les cas de ruine rencontrés sont généralement le flambement du montant et la formation de rotules plastiques au droit de l'ouverture (Figure. 3).



(a) Formation de quatre rotules plastiques.



(b) Plastification des Tés en compression et en traction.

**Figure. 3** Ruine des poutres ajourées.

En général, la résistance au moment fléchissant et au cisaillement des sections perforées peut être facilement évaluée. Par contre, la résistance des sections en Tés au-dessus et au-dessous des ouvertures sous l'effet des moments locaux ainsi que les efforts axiaux et de cisaillements engendrés par l'action de la flexion globale sont relativement difficiles à évaluer. En outre, un calcul plastique de la résistance est indispensable afin de prédire la charge portante en incorporant la formation des quatre rotules plastiques dans les sections en Té.

En effet, l'aptitude au service concernant le comportement sous l'effet des charges de services, soulève des questions telles que la maîtrise des flèches, car la vérification de la flèche à la flexion sous l'effet d'un chargement vertical est d'une grande importance dans la

conception. D'ailleurs, la déformation (flèche) additionnelle due à la présence des ouvertures d'âme devrait être également prise en considération.

## **2. Objectifs du mémoire :**

La présence des ouvertures dans une poutre modifie son comportement. Par conséquent, la conception de telles poutres a besoin d'un traitement spécial, afin de respecter les conditions de résistance.

Dans le travail présenté, des informations sur le comportement, l'analyse et la conception des poutres métalliques qui contiennent des ouvertures dans l'âme, ainsi que des détails de ces poutres sont discutées.

L'objectif de ce mémoire est d'une part, de proposer un modèle analytique fiable et performant qui permet de résoudre avec une certaine précision les problèmes liés au calcul de la flèche des poutres comportant des ouvertures régulières et d'autre part, la maîtrise de quelques concepts du logiciel utilisé « Cast3m » du point de vue mécanique. En outre, une étude comparative et paramétrique sur le calcul de la flèche des poutres métalliques cellulaires est présentée.

## **3. Organisation du mémoire :**

Dans le premier chapitre, on présente une revue générale sur les principales études et recherches consacrées aux problèmes des poutres contenant des ouvertures d'âme dans le domaine élastique.

Le chapitre deux est l'objet de notre recherche, il est consacré sur une proposition d'un modèle analytique fiable permettant le calcul de la flèche maximale des poutres métalliques cellulaires.

Le chapitre trois de cette recherche est consacré à une présentation générale du code de calcul ainsi au choix d'élément finis utilisé dans notre étude.

Le chapitre quatre expose une étude comparative et paramétrique sur le calcul de la flèche maximale des poutres métalliques cellulaires.

Enfin, on achève ce travail par une conclusion générale portant sur la flèche max.

## **I.1. Introduction :**

Le dimensionnement exact des poutres métalliques contenant des évidements dans l'âme est nécessaire en raison de l'utilisation fréquente de ces dernières dans la construction d'habitations et de bureaux. Ceci est dû aux différents avantages qu'offrent ce type de poutres en particulier le passage de la tuyauterie et la réduction en conséquence, de la hauteur globale de la construction qui peut devenir intéressante pour des bâtiments à plusieurs étages quant à la réduction des coûts de la construction.

Dans ce contexte, plusieurs travaux de recherches ont fourni des informations sur le comportement et le calcul de ce type de poutres. Ces travaux se sont basés sur deux types d'analyses, l'analyse élastique et l'analyse plastique (analyse sur la résistance ultime). Seule l'analyse élastique sera traitée dans ce chapitre.

Plusieurs travaux de recherche ont été consacrés à la vérification du comportement élastique des poutres ajourées. Cette vérification est basée sur l'analyse des contraintes et le calcul de la flèche.

## **I.2. Analyse des contraintes :**

La littérature sur l'analyse élastique de contraintes des poutres avec des ouvertures dans l'âme peut être décrite selon trois catégories à savoir :

- La théorie de l'élasticité.
- La méthode des éléments finis.
- La méthode approximative.

### **I.2.1. Théorie de l'élasticité :**

Plusieurs analyses concernant l'étude des contraintes autour des ouvertures dans des plaques larges, sollicitées à la traction ou à la compression (uni-axiale ou bi-axiale), sont présentées en 1961 par Savin [2]. Savin a donné un certain nombre de solutions pour des poutres métalliques de sections rectangulaires comportant des ouvertures renforcées ou des ouvertures non renforcées de forme elliptique, rectangulaire et triangulaire équilatérale soumises à l'effet de la flexion et du cisaillement.

En 1968, Deresiewicz [3] s'est limité sur certains résultats donnés par Savin [2] et il a présenté une solution permettant l'analyse des poutres comportant des ouvertures de formes générales. Les résultats montrent une bonne concordance pour des ouvertures

circulaires des poutres à sections rectangulaires soumises à la flexion pure quand la hauteur de l'ouverture est de 60% de la hauteur de la poutre, et en flexion et au cisaillement quand le rapport des hauteurs est de 50%.

En 1956, Gibson et Jenkins [4] ont obtenu directement des fonctions de contraintes pour le cas d'une poutre chargée au droit d'une ouverture circulaire située à mi-hauteur. De plus, ils ont réalisé des expériences sur des poutres à sections rectangulaires et d'autres à sections en I, pour le cas où la charge n'est pas appliquée au droit de l'ouverture, les résultats expérimentaux comparent bien avec les valeurs théoriques. Vu la position de l'ouverture à mi-hauteur de la poutre et l'endroit de l'application de la charge à une certaine distance, l'effort tranchant est nul au milieu (sur l'axe central vertical) de l'ouverture, et malgré son existence aux deux extrémités de l'ouverture, la situation présentée est une flexion pure. Ceci peut être justifié par la comparaison des résultats obtenus des distributions de contraintes avec les résultats de Bower [5] ; Heller et al. [6] et Savin.[2].

En effet, des contributions significatives au traitement des ouvertures de forme elliptiques et rectangulaires avec des coins arrondis dans des plaques et des poutres en I ont été apportées dans une série de recherches faites par David Taylor et Model Basin (Brock Heller et al [7] ,[6]), par Bower ([5],[8]) et par Gotoh [9], et beaucoup sont limités au traitement de petites ouvertures; néanmoins, et dans plusieurs cas les résultats utiles dans la pratique sont adaptés aux ouvertures avec une hauteur jusqu'à 50% de la hauteur de la poutre. En 1962, Heller et al [6] ont donné des solutions adéquates sous forme d'expressions explicites pour les contraintes tangentielles et normales en un point quelconque sur le bord d'une ouverture qui peut être circulaire, elliptique ou rectangulaire avec des coins arrondis. En outre, en 1958 Heller et al [7] avaient déjà donné une solution pour les contraintes planes aux bords d'une ouverture circulaire située excentriquement par rapport à l'axe neutre de la poutre.

En 1966, Bower [5] a considéré des contraintes dans toute l'âme et non pas simplement aux bords de l'ouverture, et en comparant les contraintes résultantes aux conditions d'équilibre il a établi un hauteur d'ouverture au-dessus de laquelle des erreurs sérieuses apparaissent. Il propose que pour un intervalle de rapports efforts tranchant -moments appropriés à la construction de bâtiments, un rapport d'hauteur environ de 50% devrait être favorable à la solution d'élasticité, et ceci a été confirmé par une série d'essais sur des poutres métalliques W410 X 54 (ceci est équivalent à une section en H avec une hauteur nominale 410 mm et une masse de  $54 \text{ kg m}^{-1}$ ) (Bower,

[8]). Il clarifie la signification relative des contraintes dues au moment de flexion et à l'effort de cisaillement, et démontre que le rapport de la hauteur de l'ouverture sur la hauteur totale de la poutre augmente sous l'effet des contraintes dues à l'effort de cisaillement. Cette analyse forme la base des diagrammes d'interaction de calcul (Bower, [10]).

En 1975, Gotoh [9] a donné une méthode générale pour l'analyse des plaques avec des ouvertures en utilisant la théorie de la variable complexe, et en la comparant à l'analyse de Bower il a montré que les contraintes résultantes donnent des résultats concordants avec les résultats d'essai sur des poutres à ouvertures circulaires d'un diamètre égal à 50 % de la hauteur de la poutre. Gotoh, [11] a trouvé également, par cette méthode sous la flexion pure, les contraintes aux bords de l'ouverture dans les poutres cellulaires.

En 1955, Wang et al. [12] ont fait une étude théorique sur les contraintes dans des panneaux carrés infiniment longs avec des ouvertures au centre de formes circulaires d'un diamètre jusqu'à 50% de la largeur du panneau, avec ou sans renforcement sous l'effet d'un cisaillement pur.

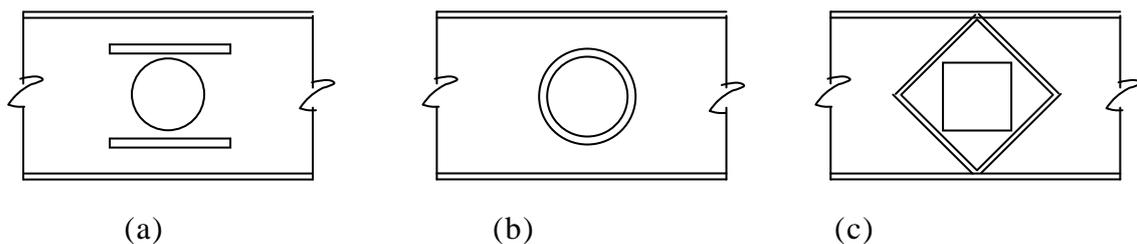
Les solutions obtenues ont été plus tard utilisées en 1963 par McCutcheon et al. [13], en les combinant avec celles obtenues sous l'effet de la flexion pure, afin de donner les contraintes autour d'un trou sous n'importe quelle combinaison du moment et du cisaillement. Ces résultats donnent des valeurs de contraintes légèrement plus élevées que les valeurs données par Heller et al.[6] et Bower [5] mais moins élevées que celles données par Gotoh [9]. En 1969, les résultats de Wang ont été également utilisés par Rockey et al. [14] pour vérifier une analyse par la méthode des éléments finis sur des panneaux soumis au cisaillement.

En 1971, Mandel et al.[15] ont résolu l'équation différentielle régissant le comportement des contraintes planes des poutres cellulaires par la méthode des différences finies. Une comparaison avec des résultats expérimentaux donne une bonne corrélation dans l'âme seulement dans l'axe central de l'ouverture, mais sans donner des résultats pour les contraintes dans la zone des coins d'ouverture.

### I.2.2. Analyse par éléments finis :

Un certain nombre d'études a été fait par la méthode des éléments finis sur le comportement des poutres comportant des évidements. Parmi ces études on trouve celles faites par Redwood[16] sur l'analyse des contraintes planes dans des poutres en I dont les semelles et les plaques de renforcement sont modélisées en épaisseurs par un maillage très fin. Pour le cas d'une ouverture non excentrique et non renforcée d'un diamètre égal à environ la moitié de la hauteur de la poutre, les contraintes élastiques autour de l'ouverture ont été vérifiées par comparaison avec des résultats de la théorie de l'élasticité. Redwood[16] a aussi étudié l'interaction de divers espacements entre deux ouvertures circulaires et il a montré que l'effet des contraintes dépend des rapports efforts tranchant-moments (l'interaction augmentant avec ce rapport). Un espacement suffisant de centre à centre doit être respecté afin d'éviter tous les effets d'interaction entre les ouvertures dans la distribution des contraintes. Ces résultats ont été confirmés expérimentalement pour des poutres avec ouvertures d'un diamètre égal à 57% de la hauteur de la poutre.

Des études sont faites par la méthode des éléments finis sur trois types de renforcement (a), (b) et (c) représentés dans la figure. I.1, pour le cas d'une ouverture circulaire, le type du renforcement horizontal (Figure. I.1 (a)) étudié par Lupien et Redwood [17] permet de réduire les contraintes seulement sous l'influence d'un effort tranchant très petit; le type du renforcement incliné (Figure. I.1 (c)) autour d'une ouverture rectangulaire étudié par Segner [18] s'est avéré efficace afin de réduire les contraintes aux bords de l'ouverture sous l'effet du cisaillement. Cependant, la concentration des contraintes est très élevée aux extrémités du renforcement horizontal. Cependant la réalisation de ce type de renforcement plaques inclinées est difficile.



**Figure I.1.** Type de renforcement d'ouverture

Des trois types considérés, le renforcement circulaire (Figure. I.1 (b)) pour le cas de l'ouverture circulaire étudié par Redwood [16] est le plus efficace. Ceci donne une bonne concordance avec des résultats expérimentaux.

L'analyse par la méthode des éléments finis a été utilisée pour étudier la contrainte ultime dans les poutres avec des ouvertures non renforcées en 1972 par Ueno et Ohmura [19], avec des ouvertures excentriques renforcées en 1977 par Cooper et al [20]. Une bonne concordance a été obtenue sur la diffusion de la plasticité dans des essais sous un chargement croissant.

En 1999, Silvio Hong Tiing Ta [21] a calculé les contraintes dans une poutre de grandes dimensions (30.6m avec 12 ouvertures) en utilisant la méthode des éléments finis. Il a montré que la précision des résultats dépendait de la finesse du maillage utilisé.

La méthode des éléments finis s'est avérée être utile dans ces recherches, son utilisation comme méthode de calcul est évidemment limitée à prévoir le comportement des structures dans leurs zones critiques. Les études décrites ci-dessus s'avèrent plus efficaces si l'analyse en zone des contraintes planes utilise un maillage plus fin.

### **I.2.3. Analyse Approximative :**

Cette analyse est basée sur les hypothèses émises par la théorie élémentaire des poutres (approche de Vierendeel). Il en résulte que les membrures sont soumises:

- A la contrainte locale (flexion locale vers les appuis) dues à l'effort tranchant agissant au droit de la section indiquée au milieu d'une membrure à mi-longueur de l'ouverture.
- A l'effort normal maximal déterminé à partir du moment de flexion agissant sur l'ensemble de la poutre (moment de flexion primaire).

Cette approche a été appliquée par Bower [8] aux ouvertures rectangulaires à mi-hauteur de la poutre (Segner [18] et Bower [5]), excentrique à l'axe de la poutre et avec les barres de renforcement horizontales. Les résultats obtenus sont satisfaisants, mais les concentrations de contraintes aux coins de l'ouverture sont ignorées.

Dans le cas d'une ouverture rectangulaire excentrique, l'effort tranchant total doit être distribué dans les membrures au-dessus et au-dessous de l'ouverture. Dans le cas contraire, l'effort tranchant est repris à parts égales par chacune des membrures.

Il est plus difficile d'analyser des ouvertures circulaires de cette façon parce que la variation de la hauteur des sections en T (membrures) au-dessus et au-dessous de l'ouverture complique le comportement de la poutre sous l'effet du moment de flexion et de l'effort de tranchant. Cependant, les méthodes d'analyse des contraintes aux bords d'une ouverture hexagonale (Olander, 1953) peuvent être utilisées en présence de l'inflexion à mi-longueur de l'ouverture sous l'effet du cisaillement pur (Chan et Redwood [22] en 1974 qui ont traité des ouvertures non renforcées excentriques et non excentriques de la même façon, ont trouvé que cette approche donne une bonne évaluation de contraintes autour de grandes ouvertures. Il a été démontré par Heller et al. [6] et Bower [5] que dans le cas des ouvertures de petites hauteurs, la théorie de l'élasticité donne des résultats précis.

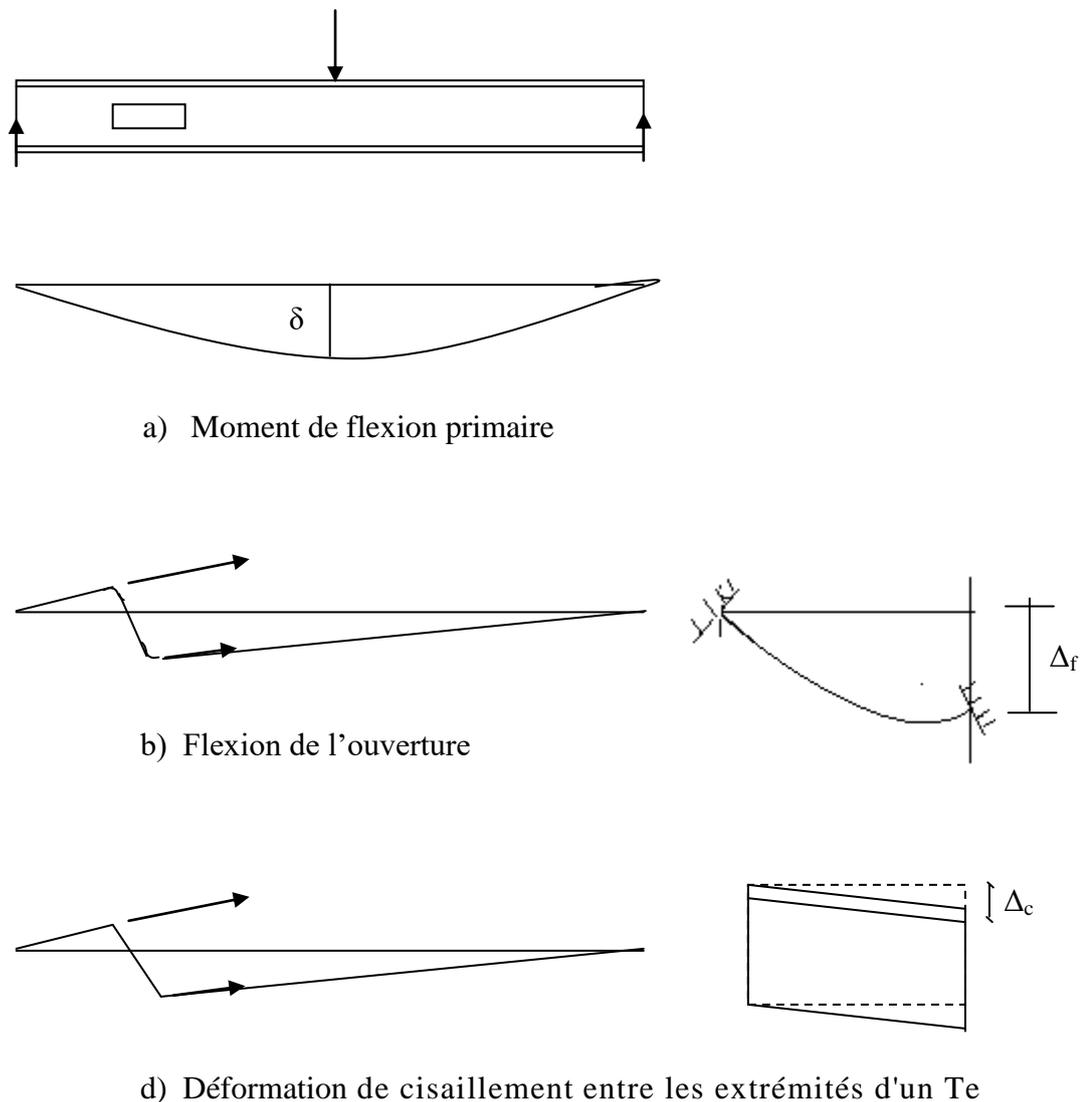
### **I.3. Calcul basé sur les contraintes élastiques :**

Des aides de calcul basées sur les analyses des contraintes décrites précédemment, permettent de relier les niveaux des contraintes de cisaillement et les contraintes normales grâce à des diagrammes d'interaction, ou donnent des équations basées sur l'analyse de Vierendeel pour la détermination de ces contraintes. Il est pris en considération dans tous ces aides de calcul que les contraintes maximales peuvent se produire à un point dans la semelle de la poutre et non pas au bord de l'ouverture.

### **I.4. Déformation (flèche) :**

La déformation totale d'une poutre métallique à âme évidée est égale à la somme de deux déformations, la première est la flèche ( $\delta$ ) de la poutre à âme pleine due aux moments de flexion primaires, et la deuxième correspond à la flèche due à l'effet de l'effort tranchant (effet de Vierendeel). Cette dernière est composée de deux parties, l'une est due à la flexion de l'ouverture dans sa partie au dessus ( $\Delta_f$ ) (Figure. I.2.b) et l'autre est due aux déformations de cisaillement entre les extrémités d'un T (  $\Delta_c$ ) (Figure. I.2.c).

Des ouvertures circulaires d'un diamètre supérieur à 60% de la hauteur de la poutre peuvent causer une déformation (flèche) additionnelle très petite, et il a été suggéré que la présence d'une ou de deux ouvertures circulaires isolées n'a aucune influence sur le comportement de la poutre. Les ouvertures rectangulaires isolées causeront rarement des déformations additionnelles significatives dans une poutre.



**Fig. I.2.** Composantes de la déformation.

### I.5. Critères de calcul des poutres avec ouvertures d'âme :

Ces critères sont basés sur les résultats théoriques et expérimentaux. Plusieurs critères ont été développés pour les poutres métalliques (Redwod et Shrivastava [1]).

Ces critères aident à obtenir les états limites sur lesquels les formules de calcul sont basées.

Dans ce paragraphe on cite uniquement les critères appropriés aux poutres métalliques non renforcées.

### **I.5.1. Instabilité de l'âme :**

Pour empêcher l'instabilité (flambement) de l'âme, le paramètre d'ouverture  $[P_0 = \frac{a_1}{H} + 6(\frac{2H}{d})]$  issu d'un résultat d'essai, doit respecter la condition suivante :

$$P_0 \leq 5.6$$

### **I.5.2. Hauteur d'ouverture :**

Les limitations sur la longueur et la hauteur de l'ouverture sont basées sur une considération pratique, que les longueurs et les hauteurs de l'ouverture n'excèdent pas  $2d$  et  $70\%$  de la hauteur de la poutre respectivement. Il faut que les deux conditions ( $a_0 \leq 2d$ ) et ( $h_0 \leq 0.7d$ ) soient respectées.

### **I.5.3. Proportions des membrures :**

La limitation sur les hauteurs des membrures (sections en T) supérieure et inférieure doit respecter les deux conditions suivantes:

- Le rapport  $v = \frac{a_0}{S_t} \leq 12$ .
- Le rapport  $\frac{S_r}{d} > 0,15$ .

### **I.5.4. Charges concentrées :**

Il faut éviter d'appliquer des charges concentrées au droit des ouvertures parce qu'on a pas d'informations suffisantes sur l'effet de la flexion locale et du cisaillement dû à ces charges concentrées sur un T. Si une charge concentrée est placée au droit d'une ouverture, alors une analyse précise sera nécessaire pour déterminer l'effet de la charge sur la résistance de l'ouverture.

L'effet de l'ouverture sur la résistance aux charges concentrées est négligeable si la distance d'application de ces charges respecte les deux conditions suivantes :

$$\frac{d - 2t_f}{t_w} \leq \frac{1100}{\sqrt{f_y}} \quad \text{et} \quad \frac{b_f}{t_f} \leq \frac{140}{\sqrt{f_y}} \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{2}$$

$$\frac{d - 2t_f}{t_w} \leq \frac{1365}{\sqrt{f_y}} \quad \text{et} \quad \frac{b_f}{t_f} \leq \frac{170}{\sqrt{f_y}} \quad \Rightarrow \quad d$$

### **I.5.5. Position des ouvertures :**

Pour éviter la zone de l'appui, la condition nécessaire est de respecter une distance égale au moins la hauteur de la poutre (d) entre l'extrémité de l'ouverture et l'appui.

### **I.5.6. Espacement entre les ouvertures :**

Les espacements entre les ouvertures doivent être suffisamment grandes pour éviter la formation d'un mécanisme plastique impliquant l'interaction entre les ouvertures et aussi pour éviter que ne se produira pas l'instabilité des montants "parties pleines de l'âme entre les ouvertures".

Donc, pour éviter l'interaction entre les ouvertures dans la distribution des contraintes, l'espacement minimum à respecter entre bords d'ouvertures doit être le suivant :

\*pour les ouvertures rectangulaires :  $w \geq 1.5 a_0$

\*pour les ouvertures circulaires :  $w \geq 1.5d_0$

Dans ce cas on peut considérer chaque ouverture isolée des autres. Dans le cas contraire, il peut y avoir interaction entre les ouvertures.

### **I.5.7. Déformations :**

Les ouvertures d'âme réduisent le moment d'inertie local de la poutre ce qui résulte en une augmentation de la flèche maximale. Les ouvertures provoquent également une diminution locale de la rigidité d'effort de cisaillement, ce qui entraîne des déformations à travers la longueur de l'ouverture.

Cependant, dans la plupart des cas, l'effet d'une seule ouverture d'âme sur la flèche est négligeable.

## **I.6. Conclusion :**

Les méthodes théoriques citées ci-dessus font souvent appel à un développement mathématique complexe dont la solution n'est pas simple. Néanmoins, avec la puissante capacité de traitement qu'offrent actuellement les ordinateurs, la modélisation par différentes méthodes numériques a permis d'une part d'aborder et de résoudre des problèmes de plus en plus nombreux et difficiles et d'autre part a permis de réduire le temps de résolution et d'augmenter la précision des résultats.

Dans ce chapitre une revue de la littérature sur le dimensionnement des poutres métalliques contenant des évidements dans l'âme a été présentée, dont seule l'analyse élastique a été traitée ci-dessus.

Les développements présentés ci-dessus ne donnent pas des informations sur le calcul de la flèche des poutres métalliques cellulaire. C'est pourquoi il nous a paru très intéressant de consacrer tout un chapitre (chap2) pour présenter une méthode très simple en proposant un modèle analytique pour le calcul de la flèche maximale des poutres métalliques cellulaire.

### II.1. Introduction :

Dans ce chapitre, un modèle analytique est proposé pour le calcul de la flèche maximale des poutres métalliques avec ouvertures d'âmes régulières sous l'effet d'un chargement vertical concentré ou uniformément répartie, en effet cette déformation (flèche) est influencée par la flexion générale de la poutre ainsi que par les déformations engendrées par le cisaillement aux niveaux des ouvertures.

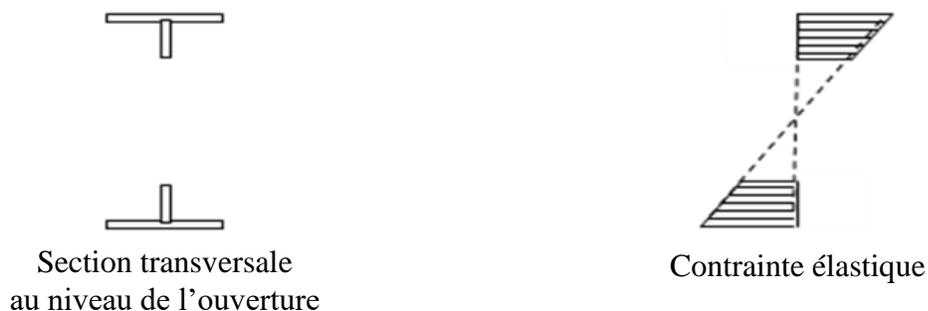
Donc, dans le cas de poutres munies d'ouvertures dans les âmes, les principales exigences consistent à calculer :

- la flèche globale due à la flexion.
- la flèche par cisaillement additionnelle due aux effets de la flexion Vierendeel au niveau des ouvertures.

### II.2. Aptitude au service :

Le comportement en service est établi au moyen des propriétés élastiques, en prenant en compte l'effet de la suppression d'une partie de l'âme sur les flèches. Pour la flexion pure, la rigidité élastique est définie sur la Figure II.1.

Lors d'essais effectués sur des poutres munies d'ouvertures [23], on observe peu de divergence sur la courbe charge-flèche jusqu'à ce qu'on soit proche de la ruine, et donc la plastification locale n'est pas importante en ce qui concerne le comportement en service global.

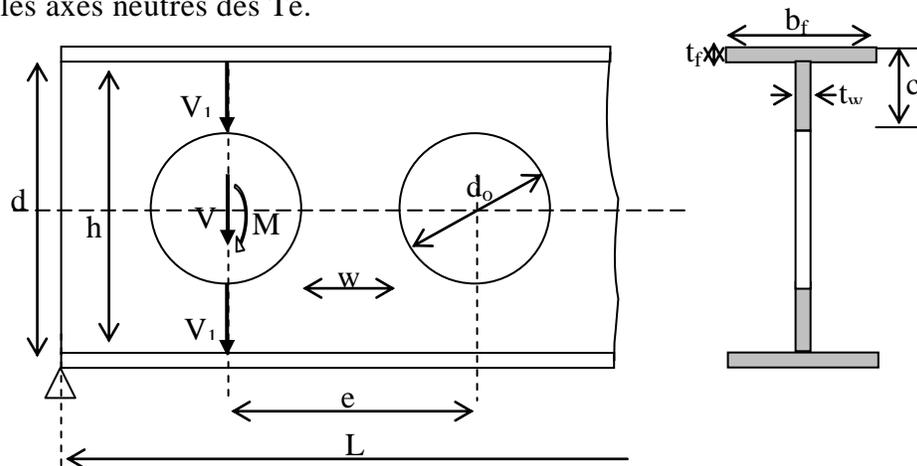


**Figure II.1.** Caractéristiques élastiques d'une poutre

### II.3. Approche analytique :

Ce paragraphe s'attache à présenter un modèle analytique proposé pour le calcul de la flèche additionnelle due aux contributions des sollicitations locales à savoir l'effet du cisaillement au niveau de l'ouverture (Figure II.2) des poutres ajourées métalliques.

Ce modèle élastique faisant intervenir dans chaque Té, d'une part, l'effort tranchant et la flexion secondaire due à cet effort et d'autre part, l'effort normal résultant de la division du moment fléchissant global par un bras de levier défini comme la distance entre les axes neutres des Té.



**Figure II.2.** Efforts intérieurs d'une poutre ajourée.

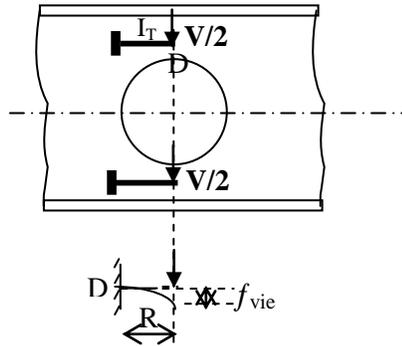
$M$  : moment fléchissant global dû aux charges extérieures.

$V$  : effort tranchant vertical.

$V_1$  : effort tranchant dans chacune des membrures, est donné par :

$$V_1 = V/2 \quad (1)$$

En effet le modèle analytique proposé (Figure II.3) correspond à la contribution de l'effort tranchant au niveau de l'une des deux membrures (supérieure ou inférieure).



**Figure II.3.** Poutre console de section en T déplaçable en D due à l'effet Vierendeel

De ce fait, la flèche maximale (globale)  $f$  à mi-portée d'une poutre métallique cellulaire sous l'effet d'un chargement vertical s'exprime comme la somme de deux termes : le premier terme correspond à la flèche primaire  $f_b$  de la poutre ajourée, et le deuxième terme correspond au produit de la flèche secondaire due à l'effet Vierendeel  $f_{vie}$  par un certain nombre d'ouvertures  $n$ , telle que :

$$f = f_b + (n-2)f_{vie} \quad (2)$$

$n$  : Nombre d'ouvertures.

➤ La flèche primaire  $f_b$  est donnée par l'expression suivante:

$$f_b = k \frac{P.L^3}{E.I_{moy}} \quad (\text{Contribution de la flexion}) \quad (3)$$

$P$  : charge verticale appliquée d'une façon concentrée ( $P = q.L$  pour le cas d'un chargement uniformément réparti).

$k$  : facteur approprié selon les conditions d'appui et le type de chargement.

$$\text{Pour le cas d'une poutre isostatique : } \begin{cases} k = \frac{5}{384} \rightarrow (\text{C.U.R}) \\ k = \frac{1}{48} \rightarrow (\text{C.C à mi-portée}) \\ k = \frac{a(3L^2 - 4a^2)}{24L^3} \rightarrow (\text{2C.C à symetiques}) \end{cases}$$

$L$  : portée de la poutre

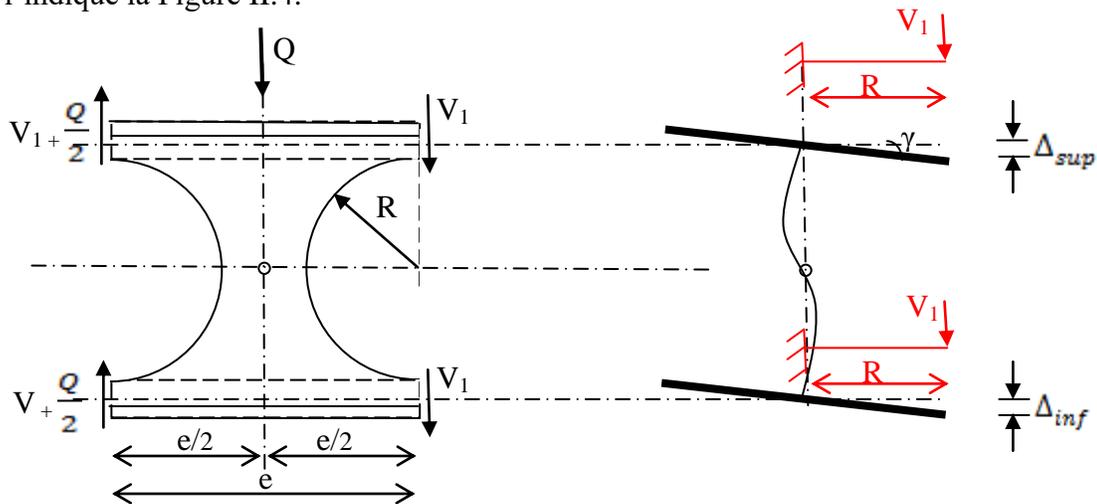
$a$  : distance entre l'appui et le point d'application de la charge concentrée

$E_a$  : module d'élasticité longitudinale de l'acier.

$I_{moy}$  : moment d'inertie moyen calculé comme étant la moyenne entre le moment d'inertie de la partie pleine  $I_p$  et le moment d'inertie de la partie évidée  $I_{ouv}$  de la section de la poutre.

$$I_{moy} = I_p - \frac{I_{ouv}}{2}$$

- La flèche additionnelle due au cisaillement au niveau de l'ouverture (effet Vierendeel) de la poutre métallique cellulaire se calcule en proposant un modèle analytique comme l'indique la Figure II.4.



**Figure II.4.** Déformation d'un panneau de la poutre ajourée sous l'effet de cisaillement

D'où,  $V_1$  représente l'effort tranchant repris par un Té (supérieur ou inférieur), cet effort de cisaillement ( $V_1$ ) est lié à la déformation de cisaillement  $\gamma$ ; en vertu de la loi de Hooke, on a:

$$V_1 = GA_{eff} \cdot \gamma \quad (4)$$

Où,  $GA_{eff}$  est la rigidité de cisaillement effective de la section évidée, tandis que la déformation de cisaillement est déterminée à partir de la relation:

$$\gamma = \frac{2 \cdot \Delta_s}{e} \quad (5)$$

Compte tenu de l'effet de Vierendeel produit par l'effort tranchant sur les profils en Té au droit des évidements, considérés comme des poutres en porte à faux encastées dans les montants et ayant comme longueur  $R$  (rayon de l'ouverture), voir figure II.4, après certains calculs préliminaires, la flèche additionnelle (celle la contribution de la flexion pure est

considérée) due à l'ouverture dans chaque Té produite par l'effort tranchant peut être écrite de la manière suivante :

$$\Delta_s = \frac{V_1 \cdot R^3}{3 \cdot E_a \cdot I_T} \quad (6)$$

Où  $I_T$  est le moment d'inertie du Té supérieur de la section mixte homogénéisée par rapport à l'acier, passant par son centre de gravité. En substituant l'équation. (5) et l'équation. (6) dans l'équation. (4), la rigidité de cisaillement effective ( $GA_{\text{eff}}$ ) de la partie représentative, est déterminée comme suit:

$$GA_{\text{eff}} = \frac{3 \cdot e \cdot E_a \cdot I_T}{2R^3} \quad (7)$$

La flèche additionnelle ( $f_{\text{vie}}$ ) due à l'ouverture dans le Té supérieur de la section mixte homogénéisée par rapport à l'acier produite par l'effort tranchant peut être écrite de la manière suivante :

$$f_{\text{vie}} = \frac{M_{\text{max}}}{GA_{\text{eff}}} \quad (8)$$

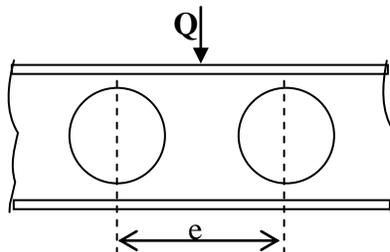
Où,  $M_{\text{max}}$  est le moment de flexion maximum, déterminée comme suit:

$$M_{\text{max}} = V_1 \cdot e \quad (9)$$

Cependant, la flèche  $f_{\text{vie}}$  due au cisaillement (l'effet de Vierendeel) obtenu selon le schéma représenté sur la Figure II.4, est donnée par l'expression suivante:

$$f_{\text{vie}} = \frac{2 \cdot R^3}{3 \cdot E_s \cdot I_T} \cdot V_1 \quad (10)$$

Soit  $V$  l'effort tranchant global au droit de l'ouverture étudiée. Il est pris égal à un effort extérieur équivalent concentré ( $Q = q \cdot e$ ) appliqué au niveau du montant (voir Figure II.5) « Pour le cas d'un chargement concentré en assimilant la flèche maximale correspondante à ce dernier avec celle correspondante à une charge uniformément répartie pour obtenir  $q=f(Q)$  ».

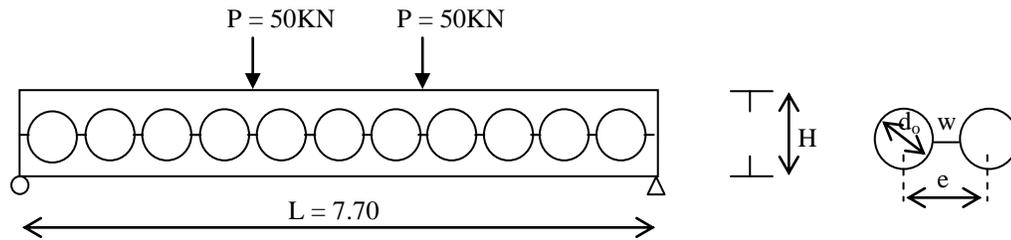


**Figure II.5.** Effort extérieur équivalent Q

#### II.4. Calibrage des résultats :

Une comparaison de résultats est effectuée au tableau 2 sur le calcul de la flèche à mi-portée d'une poutre IPEA450 comportant des ouvertures circulaires régulières sous l'effet de deux charges concentrées symétriques (voir Figure II.6) testée expérimentalement [24].

Cette comparaison est effectuée donc entre les valeurs obtenues à partir de cet essai expérimental [24] et selon l'approche analytique proposée précédemment.



**Figure II.6.** Poutre étudiée expérimentalement

Les caractéristiques géométriques de la section et des ouvertures sont données dans le tableau II.1.

section	Hauteur finale après découpage H (mm)	$d_o$ (mm)	e (mm)	w (mm)
IPEA 450	710	560	700	140

**Tableau II.1.** Caractéristiques

Les valeurs obtenues de la flèche maximale à mi-portée correspondante à la poutre donnée ci-dessus sont données dans le tableau suivant.

Poutre cellulaire en acier	essai expérimental	approche analytique
IPEA 450	1.0 cm	1.08 cm

**Tableau II.2.** Évaluation de résultats

D'après le tableau II.2, la comparaison montre une bonne concordance entre le résultat obtenu théoriquement et celui obtenu expérimentalement.

### II.5. Contribution de la flèche additionnelle à la flèche totale :

Dans ce paragraphe, il s'est avéré très utile de montrer le rôle que peut jouer la contribution des flèches additionnelles sur la flèche totale des poutres métalliques cellulaires.

Pour cela, trois cas ont été étudié (figures II.7, II.8 et II.9), à savoir la contribution de ces flèches additionnelles due à l'effet Vierendeel.

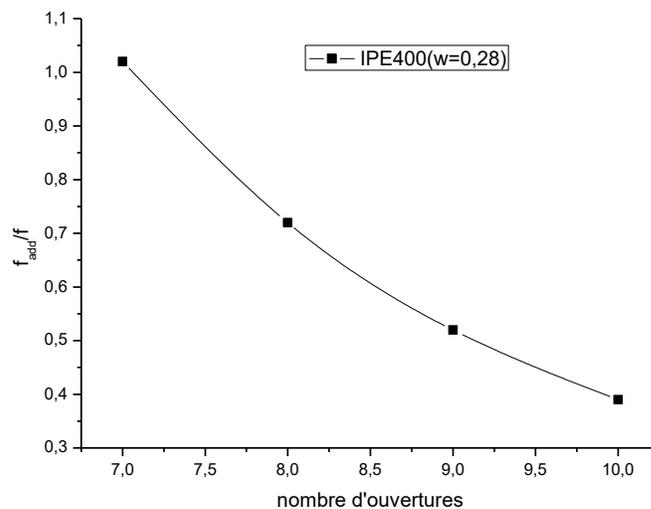
Cette étude a été effectuée sur une poutre simple avec ouvertures d'âmes en faisant varier le nombre d'ouvertures, sous l'effet de chacun des trois types de chargement (une charge uniformément répartie, une charge concentrée à mi-portée de la poutre et deux charges concentrées positionnées d'une manière symétrique).

Le type de profilé utilisé dans cette étude est un IPE400 avec un espacement entre ouvertures estimé de 28cm.

#### ➤ Cas d'une Charge Uniformément Répartie

Nombre d'ouv.	L (m)	f (mm)	$f_{\text{add}}$ (mm)	$f_{\text{add}}/f$
7 ouv	4.9	2.40	2.44	1.02
8 ouv	5.6	2.80	2.02	0.72
9 ouv	6.3	3.15	1.64	0.52
10 ouv	7.0	3.51	1.37	0.39

**Tableau II.3.** Valeurs des flèches



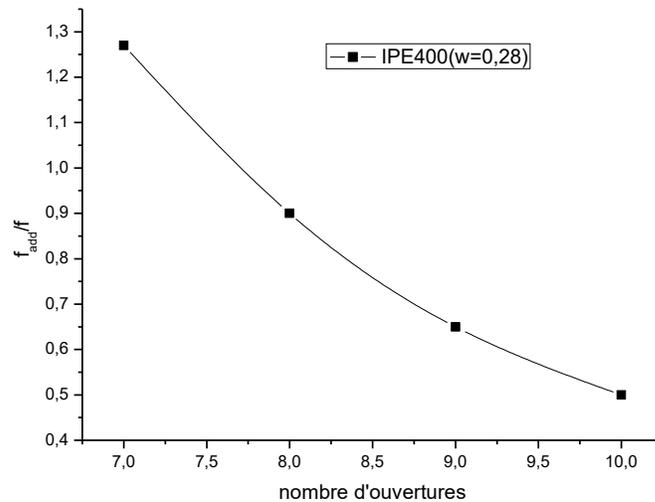
**Figure II.7.** Contribution de la flèche additionnelle à la flèche totale  
« cas d'une charge uniformément répartie »

A partir des résultats obtenus selon le graphique représenté ci-dessus pour le cas d'une charge uniformément répartie, il est bien constaté que pour le cas des poutres cellulaires de courte portée (poutres avec 7 ouvertures d'âme), la flèche additionnelle ( $f_{add}$ ) contribue d'environ 2% à la flèche totale tandis que pour le cas des poutres de longue portée (poutres avec 10 ouvertures d'âme) il est bien remarqué que cette contribution diminue très rapidement d'environ 0,4%.

➤ Cas d'une Charge Concentrée à mi-portée de la poutre

Nombre d'ouv.	L (m)	f (mm)	$f_{add}$ (mm)	$f_{add}/f$
7 ouv	4.9	2.40	3.05	1.27
8 ouv	5.6	2.80	2.52	0.90
9 ouv	6.3	3.15	2.05	0.65
10 ouv	7.0	3.51	1.75	0.50

**Tableau II.4.** Valeurs des flèches



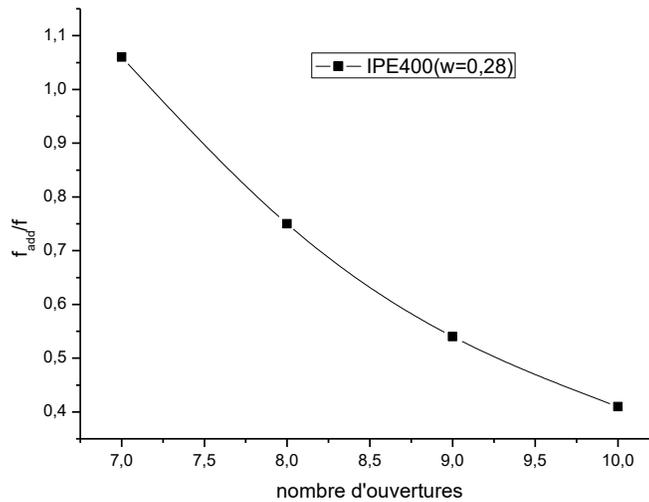
**Figure II.8.** Contribution de la flèche additionnelle à la flèche totale « cas d'une charge concentrée à mi-portée »

pour le cas d'une charge concentrée à mi-portée de la poutre et à partir des résultats obtenus selon le graphique représenté ci-dessus, il est bien constaté que pour le cas des poutres cellulaires de courte portée (poutres avec 7 ouvertures d'âme), la flèche additionnelle ( $f_{add}$ ) contribue d'environ 27% à la flèche totale tandis que pour le cas des poutres de longue portée (poutres avec 10 ouvertures d'âme) il est bien remarqué que cette contribution diminue très rapidement d'environ 0,5%.

➤ Cas de deux Charges Concentrées positionnées d'une manière symétrique

Nombre d'ouv.	L (m)	f (mm)	f <sub>add</sub> (mm)	f <sub>add</sub> / f
7 ouv	4.9	2.40	2.54	1.06
8 ouv	5.6	2.80	2.10	0.75
9 ouv	6.3	3.15	1.70	0.54
10 ouv	7.0	3.51	1.44	0.41

**Tableau II.5.** Valeurs des flèches



**Figure II.9.** Contribution de la flèche additionnelle à la flèche totale « cas de deux charges concentrées symétriques »

De même pour le cas de deux charges concentrées positionnées d'une manière symétrique et à partir des résultats obtenus selon le graphique représenté ci-dessus, il est bien constaté que pour le cas des poutres cellulaires de courte portée (poutres avec 7 ouvertures d'âme), la flèche additionnelle ( $f_{add}$ ) contribue d'environ 6% à la flèche totale tandis que pour le cas des poutres de longue portée (poutres avec 10 ouvertures d'âme) il est bien remarqué que cette contribution diminue très rapidement d'environ 0,4%.

## **II.6. Conclusion :**

Dans ce chapitre, un modèle analytique développé ci-dessus est utilisé pour prédire la flèche totale d'une poutre métallique cellulaire symétrique soumise à l'effet d'une charge transversale. Pour atteindre les buts de ce chapitre, les points suivants sont abordés :

- La flèche a été calculée en modélisant la poutre en acier en tant qu'une poutre Vierendeel,
- La flèche additionnelle due à l'effet Vierendeel au niveau de l'ouverture provoquée par le cisaillement vertical a été inclus dans l'analyse.
- La contribution de la flèche additionnelle est plus importante pour le cas des poutres cellulaires de courte portée et intermédiaires que pour le cas des poutres longues,
- L'approche analytique proposée peut être facile à appliquer pour le calcul de la flèche des poutres métalliques cellulaires symétriques de différentes portées avec diverses caractéristiques géométriques et charges transversales.

Nous allons donc, dans le chapitre suivant apporter une attention particulière au choix du maillage afin de pouvoir élaborer un modèle numérique fiable, représentatif de la réalité et suffisamment souple pour le calcul de la flèche des poutres cellulaires symétriques, en utilisant le logiciel Cast3m qui est basé sur la méthode des éléments finis.

### **III.1. Introduction :**

Dans ce type d'approche, où la précision de l'analyse dépend directement du maillage et des éléments utilisés, les utilisateurs ont pris l'habitude de vérifier qu'il était suffisamment fin pour conduire à des résultats fiables. Un logiciel tel que Cast3m constitue un outil extrêmement efficace dont l'utilisation permet de résoudre une immense variété de problèmes. Il s'agit d'un véritable outil, aux multiples facettes, qui permet de se concentrer sur les véritables problèmes de l'ingénieur.

L'objectif de ce travail est de prouver l'efficacité du logiciel utilisé (Cast3m) pour un tel calcul mécanique linéaire. Dans ce chapitre nous allons commencer par une présentation générale du logiciel en donnant un aperçu global sur l'organisation d'un calcul mécanique (mené sur ce logiciel), ensuite nous exposons la modélisation en éléments finis afin d'estimer le comportement mécanique élastique d'une poutre métallique. Nous terminons ce chapitre en donnant des résultats obtenus par des programmes réalisés en utilisant les relations qui régissent la théorie de la flexion des poutres métalliques sous forme des courbes (chargement-déplacement) afin de choisir l'élément convenable à retenir pour notre étude paramétrique.

### **III.2. Présentation du logiciel :**

#### **III.2.1. Introduction :**

Cast3m est un logiciel de calcul de structures basé sur la méthode des éléments finis. Il a été développé au Département de Mécanique et Technologie (DMT) du Commissariat à l'Energie Atomique de France (CEA). La principale particularité de Cast3m, est de permettre à l'utilisateur d'adapter ses calculs selon les problèmes qu'il doit résoudre.

Ce code de calcul présente un système complet intégrant non seulement des fonctions de calculs proprement dites mais également des fonctions de construction de modèle (pré-processeur) et de traitement de résultats (post-processeur). Il traite différents problèmes à savoir :

- La mécanique statique et dynamique avec des comportements en :
  - Elasticité linéaire classique.
  - Plasticité et la viscoplasticité.

- Thermique.
- thermo-mécaniques couplées.

### III.2.2. Environnement et langage :

Le logiciel Cast3m fonctionne sur tout ordinateur PC ou compatible utilisant tous types Windows. Afin de convertir les informations en entités informatiques par le programme, il faut disposer d'une interface. C'est le langage GIBIANE qui va permettre de communiquer directement avec le programme.

### III.2.3. Organisation d'un calcul :

#### III.2.3.1. Préparation du modèle de calcul :

Le modèle de calcul représente l'ensemble des données que doit préparer l'utilisateur pour décrire les caractéristiques complètes du problème à analyser. Il peut être décrit par le schéma suivant de la figure 4.1:

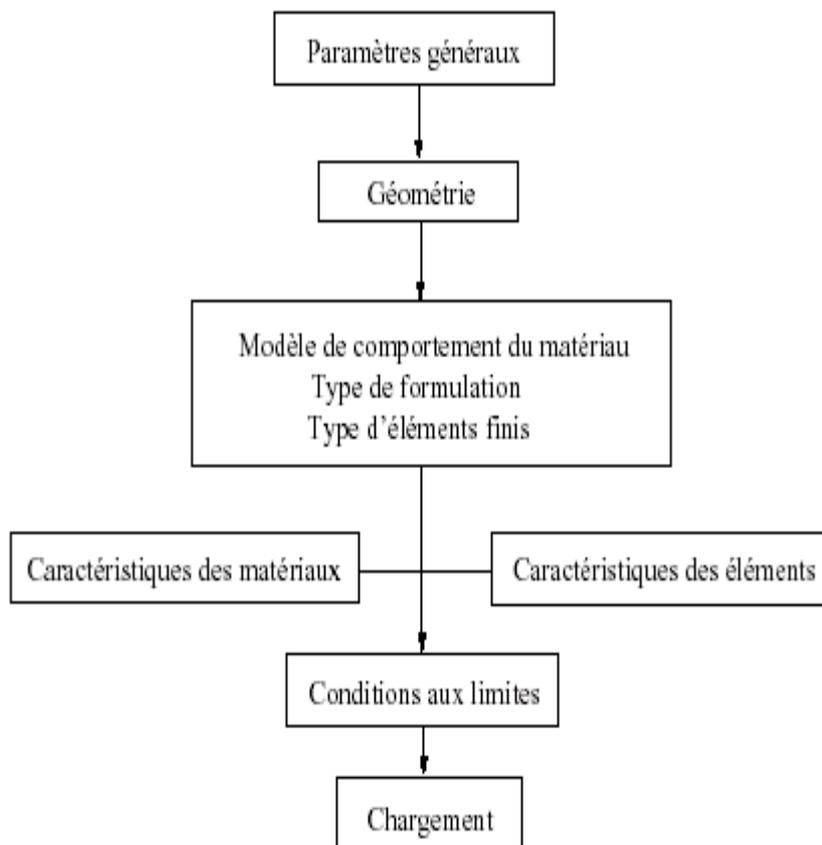


Figure .III.1. Organigramme du modèle de calcul.

- Les paramètres généraux sont définis avec les options générales de calcul.
- La géométrie représente la forme discrétisée du domaine à étudier.
- Le modèle associe au maillage une loi de comportement du matériau, la formulation éléments finis ainsi que le type d'éléments utilisés.
- Les caractéristiques des matériaux définissent les propriétés physiques des matériaux : module d'Young, coefficient de Poisson, masse volumique, (pour un calcul non linéaire, on ajoute la limite élastique du matériau  $f_y$ ).
- Les caractéristiques des éléments sont relatives à certaines données supplémentaires selon les types d'éléments choisis qui ne peuvent se déduire de la géométrie. Par exemple, pour les coques il est nécessaire d'indiquer leur épaisseur, pour les poutres leur section et leur différentes inerties.
- Les conditions aux limites doivent s'ajouter à la matrice de rigidité.
- Application des chargements externes.

### III.2.3.2. Résolution du système d'équations :

Une fois réalisée la préparation du modèle de calcul, on peut constituer le système  $\overline{\overline{M}} \cdot \overline{\overline{u}} + \overline{\overline{C}} \cdot \overline{\overline{u}} + \overline{\overline{K}} \cdot \overline{\overline{u}} = \overline{\overline{F}}$  et le résoudre. Il faut donc dans un premier temps calculer les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité.

Par exemple : pour une analyse statique linéaire (calcul de la flèche) la résolution sera sur le système :  $\overline{\overline{K}} \cdot \overline{\overline{u}} = \overline{\overline{F}}$ .

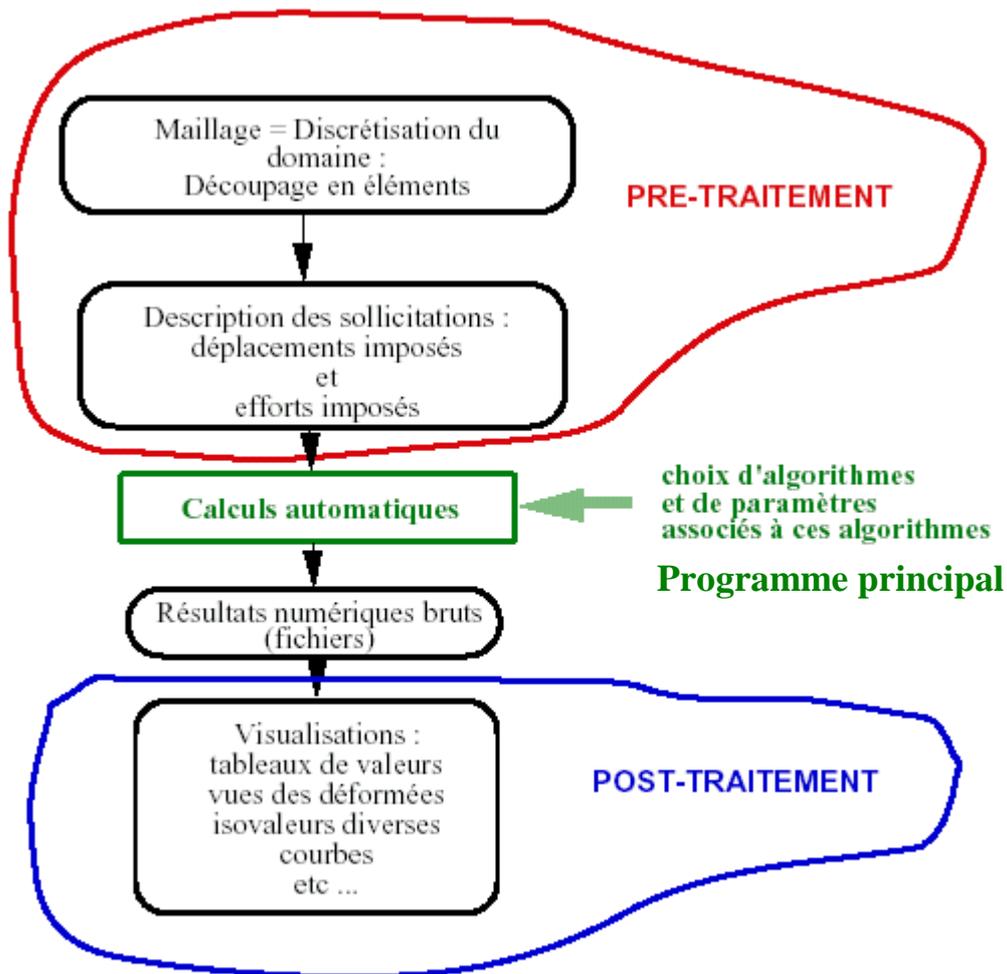
Pour une analyse modale (calcul des modes propres), le système à résoudre devient :  $\overline{\overline{K}} - \omega^2 \overline{\overline{M}} = 0$ .

### III.2.3.3. Traitement des résultats :

Il s'avère indispensable de traiter les résultats d'une analyse effectuée avec Castem2000. Ce traitement permet le calcul de grandeurs dérivées plus faciles à appréhender ou une visualisation en vue d'une meilleure interprétation des résultats. Deux groupes d'opérateurs sont disponibles à cet effet, l'un étant réservé au post-traitement des données et l'autre à la représentation graphique. Il est ensuite possible de sauvegarder les résultats en vue de les restituer dans des calculs ultérieurs.

Les programmes de calcul par éléments finis classiques sont structurés selon cette logique (voir Fig.4.2), chaque étape étant associée à un module du code :

- le pré-processeur pour la définition du maillage et du modèle mathématique.
- le programme de calcul qui envoie une série de processus selon la procédure de calcul choisi par l'utilisateur, celui-ci ne peut maîtriser l'enchaînement des processus.
- La procédure agit comme un boîte noire sur laquelle l'utilisateur n'a aucune possibilité d'intervention.
- le post-processeur qui procède aux traitements nécessaires après avoir reçu les résultats des modules précédents.



**Fig.III.2.** Noyau de calcul, pré et post traitements du noyau de calcul.

### III.3. Modélisation et choix d'élément :

#### III.3.1. Introduction :

Actuellement, l'outil informatique et les logiciels de dimensionnement font largement appel à des modélisations conduisant à gérer des ensembles d'hypothèses qu'il

était difficile de prendre en compte dans le passé. Depuis de nombreuses années les ingénieurs de bureau d'études confrontés à des problèmes de dimensionnement pour lesquels le prototype réel et la structure elle-même utilisent comme modèles de connaissance des modèles éléments finis.

### **III.3.2. Comportement mécanique élastique :**

Afin d'avoir une bonne estimation du comportement mécanique **élastique** par la modélisation des poutres ou de leurs sections par éléments finis, menée sur le logiciel Cast3m en deux dimensions (2D); un type de calcul est décrit :

#### **III.3.2.1. Calcul mécanique linéaire d'une poutre :**

Le but de ce calcul est de voir sur un exemple très simple l'enchaînement des étapes nécessaires à un calcul par éléments finis par Cast3m. Pour cela on veut calculer la déformée d'une poutre simplement appuyée, avec une charge concentrée au milieu (à mi-portée).

##### **III.3.2.1.1. Etapes de calcul :**

###### **III.3.2.1.1.1. Hypothèse de modélisation :**

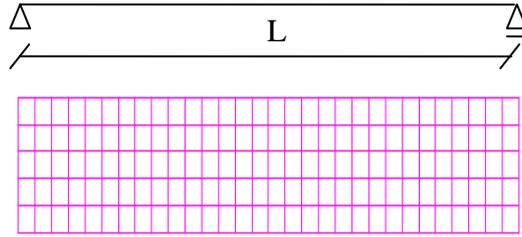
Mécaniquement, les deux hypothèses de calcul, qui peuvent être utilisées en deux dimensions (2D), tenant compte du comportement d'une section sont :

- L'hypothèse de déformation plane, qui traduit que la section est empêchée de se déplacer transversalement.
- L'hypothèse de contrainte plane, qui autorise par contre un déplacement transversal.

La modélisation en deux dimensions (2D) n'est donc pas tout à fait exacte mais très suffisante pour notre étude car la mise en œuvre d'une modélisation en trois dimensions (3D) serait beaucoup trop lente.

###### **III.3.2.1.1.2. Modélisation :**

La géométrie d'une poutre est récupérée directement de la modélisation mécanique 2D. La figure 4.3 montre une poutre (à section rectangulaire) de longueur 3m et de hauteur 0.5m ainsi définie et maillée. Il est à signaler que la troisième dimension (largeur de la poutre) est prise en compte dans notre programme et elle est égale à 0.2m.



**Figure .III.3.** Maillage de la poutre.

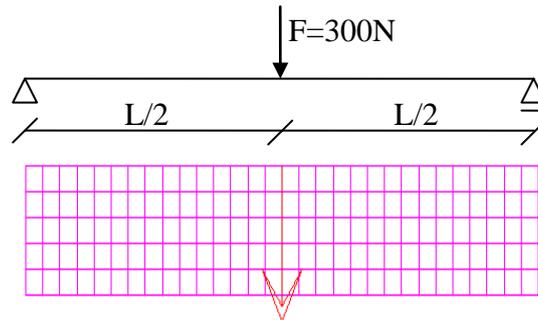
Le maillage est réalisé avec des éléments quadrangulaires de taille moyenne 100 mm. Ce qui donne environ 150 éléments.

#### **III.3.2.1.1.3. Conditions limites :**

Les conditions de blocage des déplacements au niveau des appuis sont appliquées.

#### **III.3.2.1.1.4. Chargement :**

Pour le calcul mécanique, le chargement est défini par un vecteur force de valeur (300N) et appliqué à mi-portée de la poutre.



**Figure .III.4.** Chargement de la poutre.

#### **III.3.2.1.2. Caractéristiques du matériau :**

La poutre est en acier et de caractéristiques mécaniques suivantes :

Module d'Young : 210 000 MPa

Coefficient de Poisson : 0,3

Masse volumique : 7800 Kg/m<sup>3</sup>

#### **III.3.2.1.3. Résultats :**

##### **III.3.2.1.3.1. Exemple de champ de contrainte :**

On obtient une cartographie des contraintes comme celle présentée ci-après (**Figure.III.5**).

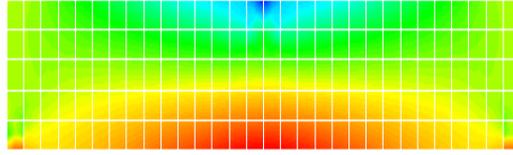


Figure.III.5. a- Champ de contraintes normales.

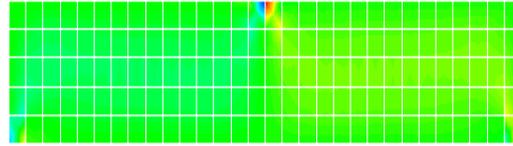


Figure.III.5. b- Champ de contraintes tangentielles.

### III.3.2.1.3.2. Exemple de déformée:

On obtient la déformée correspondante comme présentée ci-après (Fig.4.6).

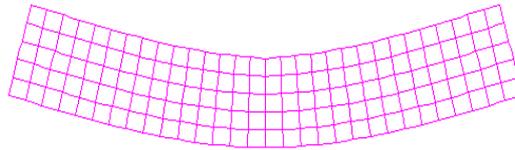


Figure.III.6. déformation de la poutre.

### III.3.3. Choix du type d'éléments :

Pour présélectionner le type d'élément finis à utiliser dans la modélisation de la poutre nous analysons le comportement linéaire d'une poutre métallique simplement appuyée, sollicitée en flexion par l'application d'une force transversale en milieu de travée.

Pour cela, nous effectuons un choix d'un type d'éléments finis quadratiques en modélisation bidimensionnelle. Tout d'abord, nous attribuons une étude sur le comportement élastique d'une poutre métallique à section rectangulaire.

#### III.3.3.1. Essai de flexion pure :

Considérons un essai de flexion pure réalisé sur une poutre de section symétrique comme le montre la figure III.7.

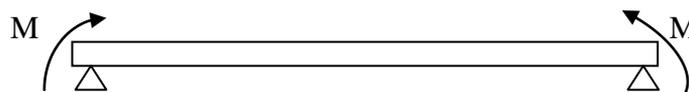


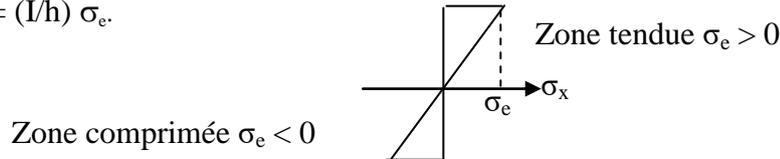
Figure.III.7. poutre chargée par deux moments d'extrémité

Compte tenu de la répartition des contraintes dans la section (figure III.8), si toutes les fibres d'une section de la poutre subissent une contrainte inférieure à  $\sigma_e$ , la section est dans le domaine élastique.

Compte tenu de l'hypothèse de symétrie, les fibres les plus éloignées de la fibre moyenne sont situées à une distance  $\pm h$  de cette dernière.

Si la valeur maximale de la contrainte est  $\sigma_e$ ; le moment correspondant est le moment élastique  $M_e$ .

Donc,  $M_e = (I/h) \sigma_e$ .

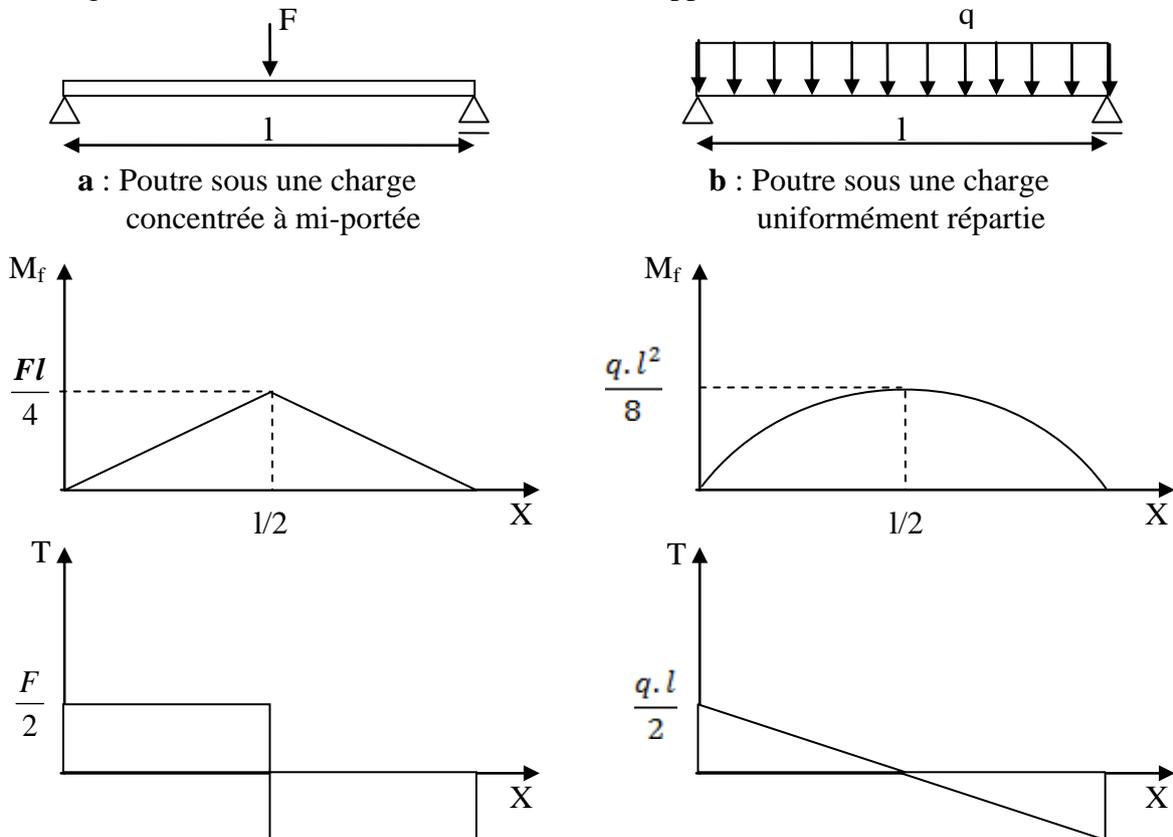


**Figure.III.8.** diagramme de contrainte

**III.3.3.2. Essai de flexion simple :**

Étudions le cas de deux poutres sur deux appuis simples, l'une à section rectangulaire et l'autre à section en I. chacune des deux poutres est chargée une fois à mi-portée par une force ponctuelle  $F$  et deuxième fois par une charge uniformément répartie.

Les diagrammes des moments de flexion et des efforts tranchants sont représentés sur la figure 4.9 ci- dessous, où le moment maximal apparaît dans la section centrale ( $x=l/2$ )



**Figure .III.9.** Diagramme des moments fléchissant des efforts tranchants

**III.3.3.2.a. Modélisation :**

Pour étudier l'évolution élastique nous adoptons la loi de comportement élastique obtenue en flexion simple en tenant compte des effets de l'effort tranchant.

D'où en superposant les courbures provoquées par le moment fléchissant et l'effort tranchant, on obtient l'équation différentielle complète de l'élastique ; qui s'écrit :

$$v \frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} + \frac{1}{GA_r} \cdot \frac{dT}{dx}$$

**III.3.3.2.b. Évolution de la flèche en milieu de la poutre :**

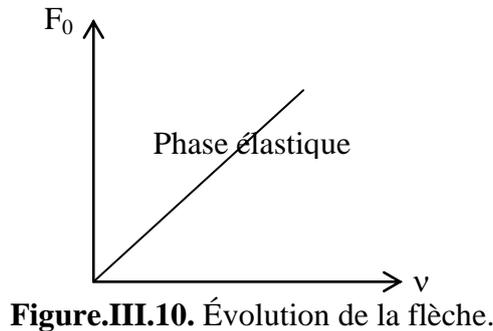
Dans la phase élastique la flèche à mi-portée de la poutre est donnée par l'expression :

- Cas d'une charge concentrée à mi-portée de la poutre :

$$v = \frac{F_0 \cdot l^3}{48 \cdot EI} + \frac{M_{cmax}}{G \cdot A_r}$$

- Cas d'une charge uniformément répartie :

$$v = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot EI} + \frac{M_{qmax}}{G \cdot A_r}$$



**Figure.III.10.** Évolution de la flèche.

**III.3.3.3. Choix d'éléments :**

Afin de choisir l'élément convenable à retenir pour modéliser les poutres étudiées, une étude comparative entre deux types d'éléments finis« élément quadratique et élément tridimensionnel» a été faite dans le plan sur le comportement d'une poutre de section rectangulaire simplement appuyée (L=4.0 ; H=0.4m et B=0.18).

Le récapitulatif des résultats obtenus sur le calcul des contraintes et des flèches, est donné dans les deux tableaux suivants :

Type d'élément fini	Charge concentrée à mi-portée					
	Contraintes (Mpa)			Flèches (mm)		
	Théorie	Cast3m	Ecart %	Théorie	Cast3m	Ecart %
Qua8	2.08333	2.05306	1.45	0.06820	0.06776	0.65
Tri6	2.08333	2.03543	2.3	0.06820	0.06775	0.66

Type d'élément fini	Charge uniformément répartie					
	Contraintes (Mpa)			Flèches (mm)		
	Théorie	Cast3m	Ecart %	Théorie	Cast3m	Ecart %
Qua8	2.08333	2.09146	0.39	0.08473	0.08469	0.05
Tri6	2.08333	2.09000		0.08473	0.08459	0.17

A partir des deux tableaux ; on note que l'écart en pourcentage pour le cas de l'élément fini « Qua8 » est inférieur à celui pour le cas de l'élément fini « Tri6 ». Donc, c'est l'élément quadratique à huit nœuds « Qua8 » qui a été choisi dans la modélisation bidimensionnelle des poutres métalliques.

Pour confirmer le choix de cet élément quadratique à huit nœuds « Qua8 », nous avons effectué une étude sur l'évolution chargement - déplacement (voir figure 8) de deux poutres métalliques de section différentes, une rectangulaire et l'autre en double T.

Dans cette étude deux cas de chargement sont traités :

- un chargement concentré à mi-portée de la poutre.
- un chargement uniformément réparti.

❖ Section rectangulaire :

➤ Cas d'une charge concentrée à mi-portée :

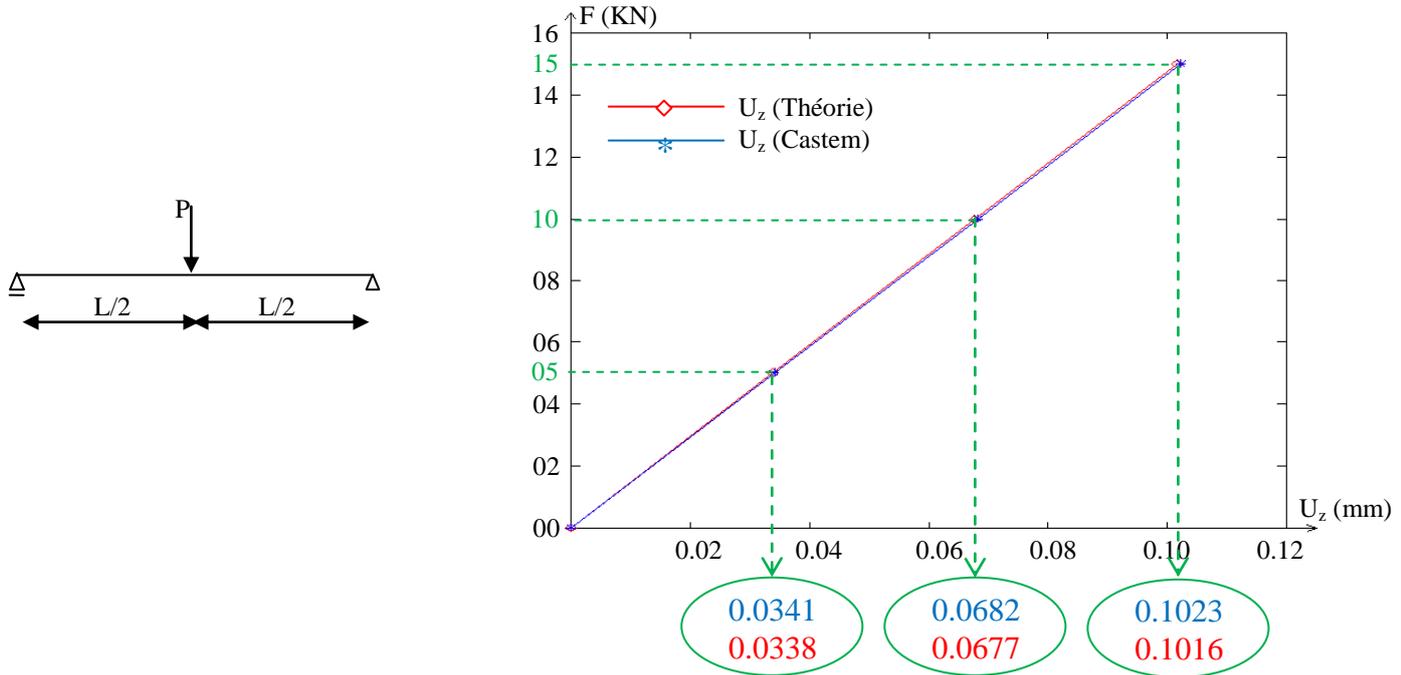


Figure .III.11.a- Evolution : charge-déplacement

Après avoir varié le nombre d'éléments dans la longueur de la poutre, il est à remarquer qu'une concordance entre les résultats est obtenue pour les deux solutions analytique et numériques pour un nombre d'éléments égal à 80 éléments, un nombre de nœuds égal à 289 et un nombre de d.d.l égal à 867.

➤ Cas d'une charge uniformément répartie :

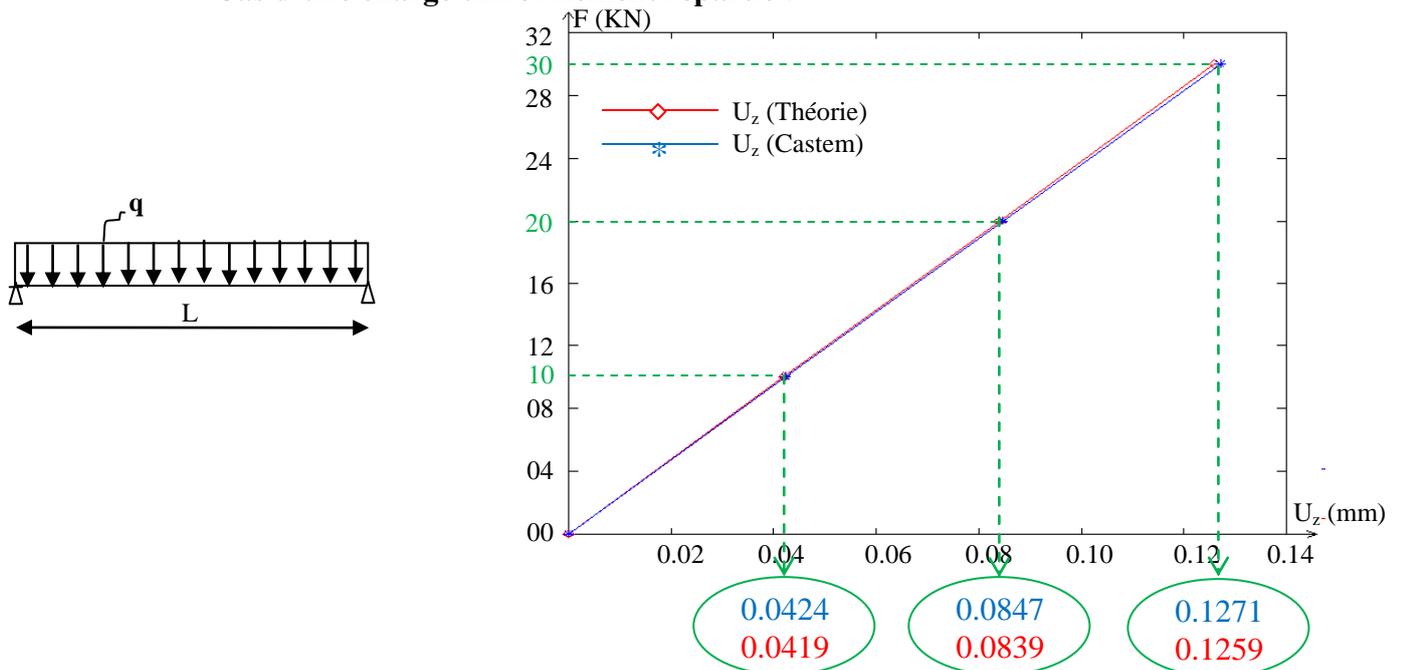


Figure .III.11.b- Evolution : charge-déplacement

De même, après avoir varié le nombre d'éléments dans la longueur de la poutre, il est à constater qu'un résultat comparable avec la solution analytique est obtenu avec un nombre d'éléments égal à 320 éléments, un nombre de nœuds égal à 1129 et un nombre de d.d.l égal à 3387.

❖ Section double T :

➤ Cas d'une charge concentrée à mi-portée :

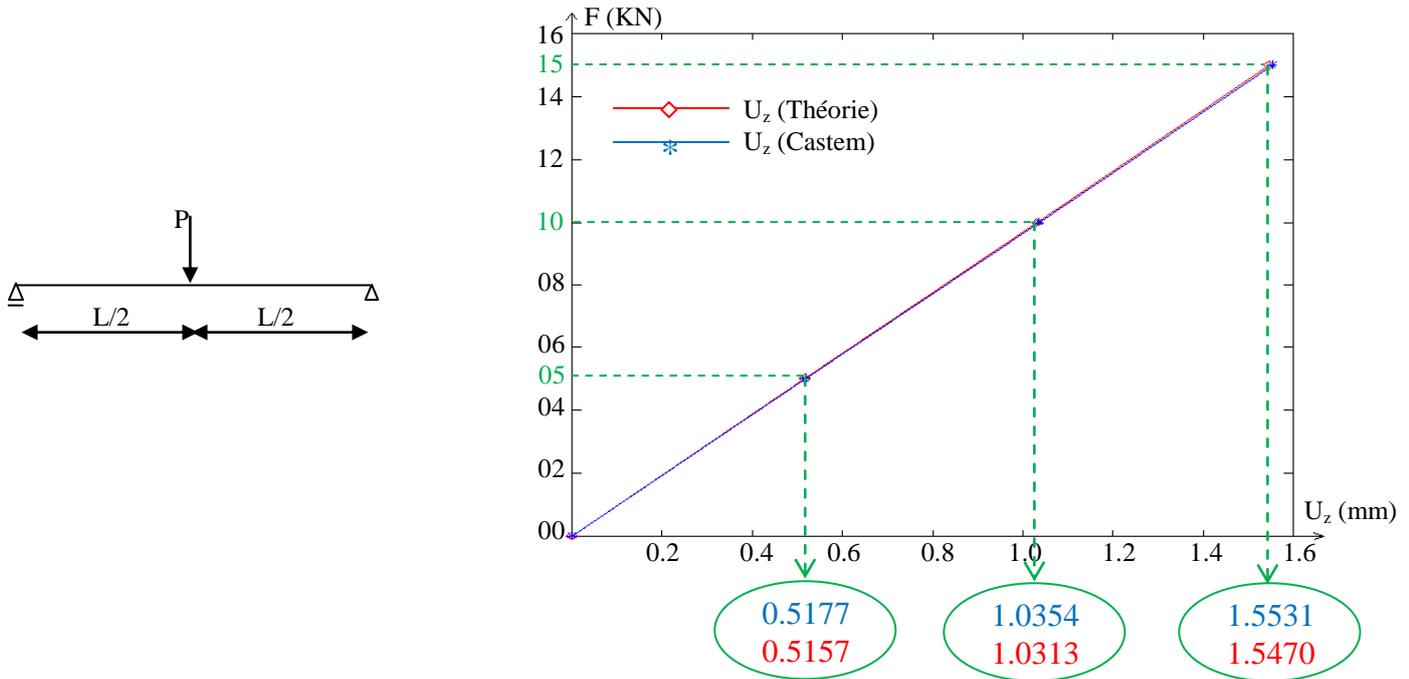


Figure .III.12.a- Evolution : charge-déplacement

Là aussi, il est à remarquer qu'une concordance entre les résultats est obtenue pour les deux solutions analytique et numérique pour un nombre d'éléments égal à 680 éléments, un nombre de nœuds égal à 2149 et un nombre de d.d.l égal à 6447.

➤ Cas d'une charge uniformément répartie :

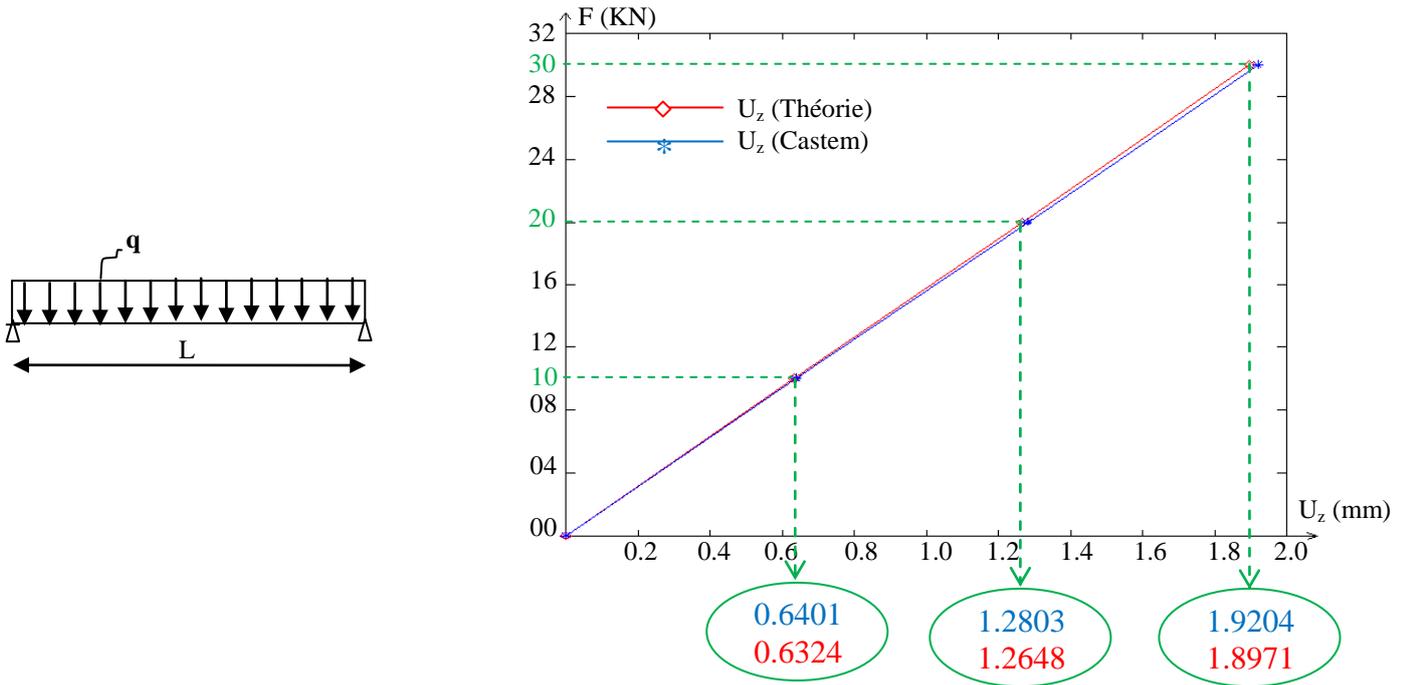


Figure .III.12.b- Evolution : charge-déplacement

De même, il est à constater qu'un résultat comparable avec la solution analytique est obtenu avec un nombre d'éléments égal à 2040 éléments, un nombre de nœuds égal à 6309 et un nombre de d.d.l égal à 18927.

Il est confirmé donc, que l'élément quadratique à huit nœuds « Qua8 », a été retenu dans la modélisation bidimensionnelle des poutres métalliques ajourés et ce afin de prédire leurs comportement dans notre étude paramétrique.

**III.4. Conclusion :**

Dans ce chapitre nous avons commencé par décrire le code de calcul Cast3m permettant d'étudier la flexion simple des poutres à l'état élastique par la méthode des éléments finis.

Finalement, les relations force-déplacement des poutres à sections rectangulaires et en double T, ont été introduites dans le code éléments finis sous une forme de procédures programmées en utilisant le logiciel Cast3m, en se basant sur les formules théoriques d'élasticité citées ci-dessus en constatant qu'un résultat comparable est obtenu pour les deux types d'étude avec un élément quadratique (QUA8).

Dans le chapitre qui suit, nous allons faire une étude paramétrique en retenant le même type d'éléments (QUA8). Nous prendrons différents exemples de poutres métalliques cellulaires fléchies qui se veulent représentatifs des différentes situations envisageables avec ce type d'éléments (QUA8) en utilisant le logiciel Cast3m.

### **IV.1. Introduction :**

Dans ce chapitre, et afin de prouver l'efficacité de cette approche analytique dont on dispose pour le calcul de la flèche maximale des poutres métalliques cellulaires, une comparaison a été établie entre les résultats obtenus par l'approche analytique proposée et ceux obtenus par la méthode numérique en utilisant le logiciel Cast3m.

Nous étudierons alors, des poutres isostatiques, chargées soit par une ou deux charges ponctuelles, soit par une charge uniformément répartie. Chacune des différentes configurations considérées est illustrée par des figures dans chaque exemple.

Les étapes suivantes seront suivies :

- Dans la première étape, nous présentons une validation des résultats obtenus théoriquement avec ceux obtenus numériquement, sur le calcul de la flèche maximale des poutres cellulaires.
- Dans la deuxième étape, nous présentons une étude paramétrique, à savoir l'influence du nombre d'ouvertures, du type de profilé, et de l'espacement entre ouvertures sur la flèche maximale des poutres cellulaires.

Toutes les flèches ont été calculées pour une charge (non pondérée) correspondant à la valeur de la flèche obtenue par l'approche proposée ( $f$ ) qui ne devrait pas dépasser la valeur limite de flèche (condition de la flèche :  $f \leq L/200$ ).

### **IV.2. Etude comparative :**

Dans cette étude, une comparaison a été faite entre les valeurs de la flèche maximale obtenues selon l'approche analytique proposée et celles obtenues selon le code de calcul « Cast3m » de poutres cellulaires de portées et hauteurs de section différentes; en faisant varier le nombre des ouvertures.

#### **IV.2.1. Évaluation des résultats :**

Les poutres étudiées dans ce paragraphe comportent des ouvertures régulières de forme circulaires non renforcées variant de 7 à 10 ouvertures, d'un diamètre égal à  $0.7H$  (où  $H$  est la hauteur de la section). Les ouvertures sont positionnées d'une façon symétrique par rapport à l'axe central et elles sont situées à mi-hauteur de la poutre.

Les caractéristiques géométriques des sections et des ouvertures des poutres étudiées sont données dans le tableau (tableaux IV.1).

Nombre d'ouv	L (m)	H (mm)	b (mm)	t <sub>f</sub> (mm)	t <sub>w</sub> (mm)	r	d <sub>o</sub> (mm)	e (mm)	w (mm)
7	4.34	IPE400 « 600 »	180	13.5	8.6	0.021	420	650	200
8	4.96								
9	5.58								
10	6.20								
7	5.08	IPE500 « 750 »	200	16	10.2	0.024	525	725	200
8	5.80								
9	6.52								
10	7.25								

**Tableau IV.1.** Caractéristiques géométriques des poutres étudiées

Une comparaison est effectuée aux tableaux IV.2 et IV.3, entre la flèche maximale à mi-portée de la poutre à partir des calculs numériques « Cast3m » et celle calculée par la méthode analytique développée précédemment pour trois types de chargement.

Nombre d'ouv.	L (m)	Type de charge	Flèche (mm) CAST3M	Flèche (mm) analytique	Ecart %
7 ouv	4.34	1 CC	1.97	2.17	9.2
		2CC	1.96	2.17	9.6
		CUR	2.00	2.17	7.8
8 ouv	4.96	1 CC	2.28	2.48	8.1
		2CC	2.26	2.48	8.9
		CUR	2.40	2.48	3.2
9 ouv	5.58	1 CC	2.69	2.79	3.6
		2CC	2.67	2.79	4.3
		CUR	2.78	2.79	0.4
10 ouv	6.20	1 CC	3.09	3.10	0.3
		2CC	3.09	3.10	0.3
		CUR	3.20	3.10	3.2

**Tableau IV.2.** Comparaison des résultats « IPE400 »

D'après le tableau IV.2, l'écart max en pourcentage entre les valeurs de la flèche maximale relative à mi-portée des poutres, obtenues numériquement par le logiciel « Cast3m » et celles calculées théoriquement est de 9.6 %.

Nombre d'ouv.	L (m)	Type de charge	Flèche (mm) CAST3M	Flèche (mm) analytique	Ecart %
7 ouv	5.08	1 CC	2.33	2.50	6.8
		2CC	2.30	2.50	8
		CUR	2.38	2.50	4.8
8 ouv	5.80	1 CC	2.72	2.90	6.2
		2CC	2.71	2.90	6.5
		CUR	2.88	2.90	0.7
9 ouv	6.52	1 CC	3.22	3.26	1.2
		2CC	3.20	3.26	1.8
		CUR	3.30	3.26	1.2
10 ouv	7.25	1 CC	3.66	3.62	1.1
		2CC	3.63	3.62	0.3
		CUR	3.68	3.62	1.7

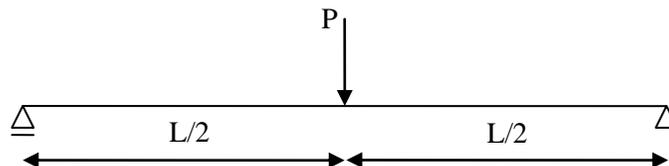
**Tableau IV.3.** Comparaison des résultats « IPE500 »

D'après le tableau IV.3, l'écart max en pourcentage entre les valeurs de la flèche maximale relative à mi-portée des poutres, obtenues numériquement par le logiciel « Cast3m » et celles calculées théoriquement est de 8 %.

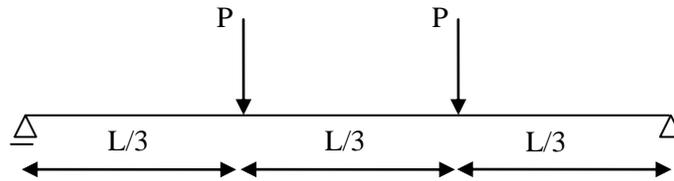
**IV.2.2. Évolution charges-déplacements :**

Pour mieux expliquer les résultats obtenus, il nous a paru très utile de justifier la concordance entre les valeurs de la flèche maximale obtenues selon l'approche analytiques proposée et celles obtenues selon le code de calcul « Cast3m », en illustrant la variation de la flèche maximale des poutres cellulaires sous l'effet d'un chargement progressif correspondant à chacun des trois types de chargement (voir figure 1).

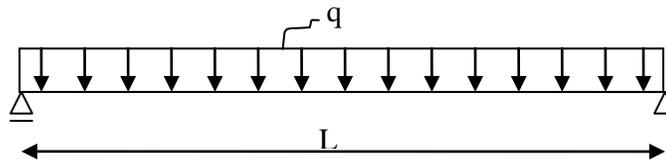
a) charge concentrée à mi-portée :



b) deux charges concentrées :



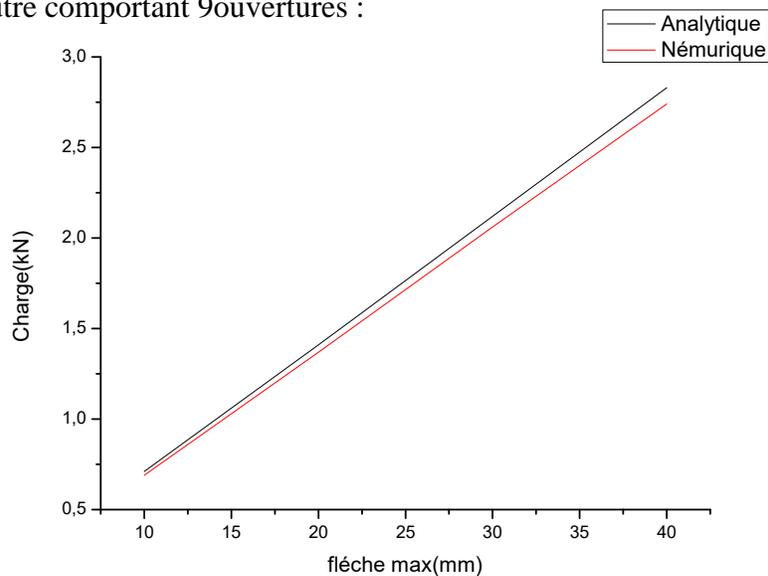
c) charge uniformément répartie :



**Figure IV.1.** Type et positionnement de charge.

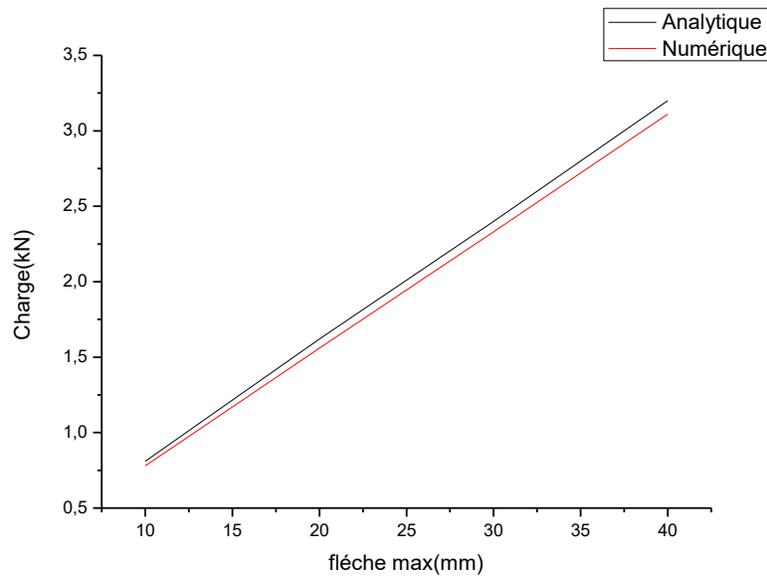
➤ IPE400

• Poutre comportant 9 ouvertures :



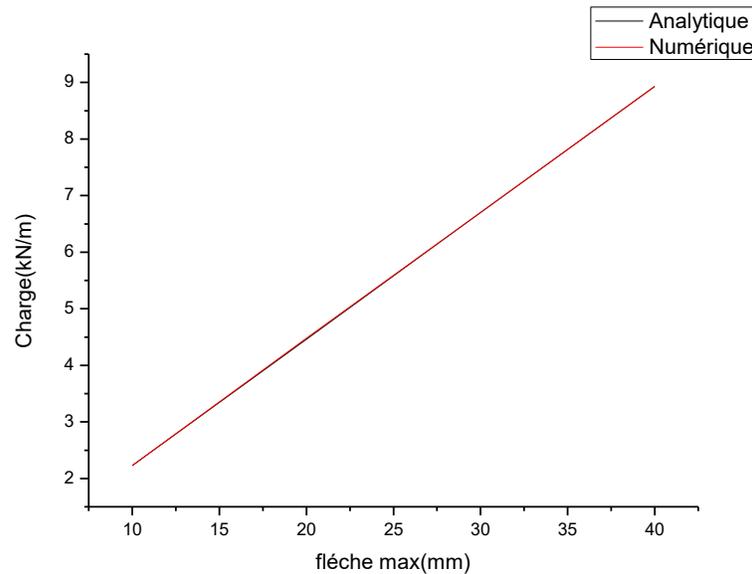
**Figure IV.2.** Charge - Flèche max (ICC)

D'après les résultats donnés dans la figure IV.2 pour le cas d'une poutre cellulaire comportant 09 ouvertures, fabriquée en IPE400, soumise à l'effet d'une charge concentrée à mi-portée, il est à constater que les résultats obtenus sont presque de même ordre de grandeur.



**Figure IV.3.** Charge - Flèche max (2CC)

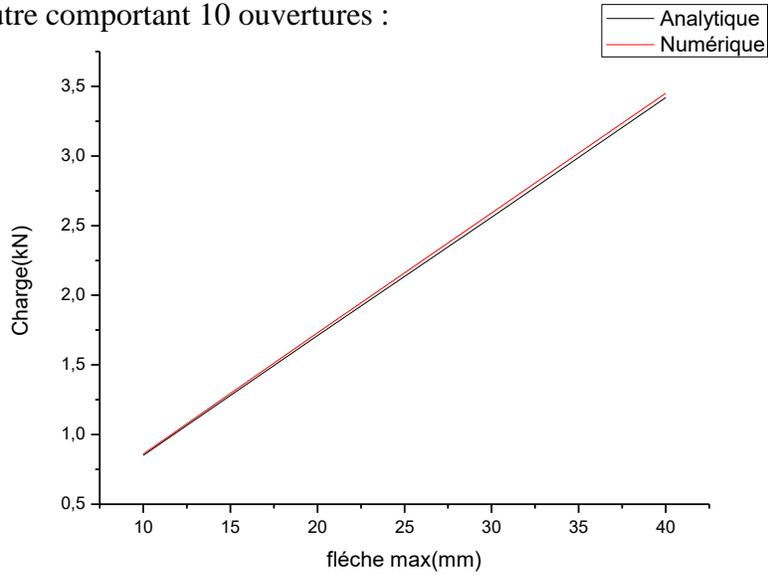
D'après les résultats donnés dans la figure IV.3 pour le cas d'une poutre cellulaire avec 09 ouvertures, fabriquée en IPE400, soumise à l'effet de deux charges concentrées symétrique, on remarque qu'un résultat comparable est obtenu entre l'approche analytique et la solution numérique.



**Figure IV.4.** Charge - Flèche max (CUR)

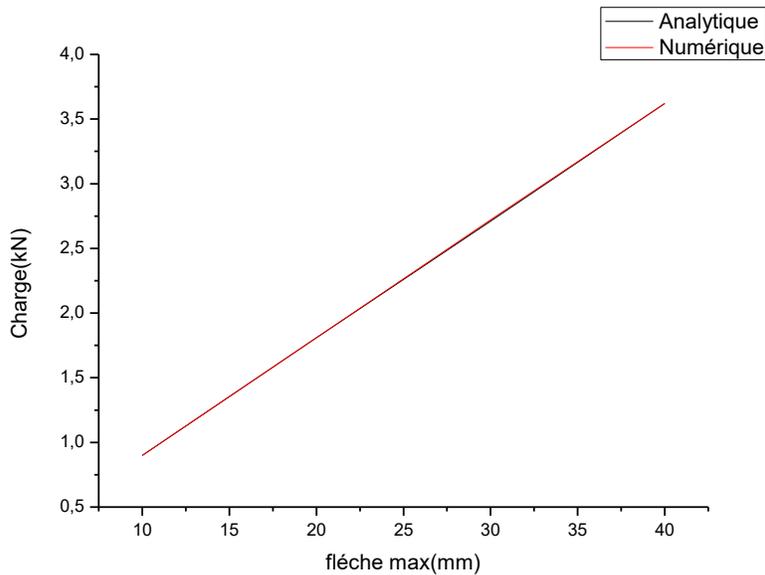
D'après les résultats donnés dans la figure IV.4 pour le cas d'une poutre cellulaire avec 09 ouvertures, fabriquée en IPE400, soumise à l'effet d'une charge uniformément répartie, on peut conclure qu'une concordance acceptable est obtenue selon l'approche analytique proposée et celles obtenues selon le programme numérique.

- Poutre comportant 10 ouvertures :



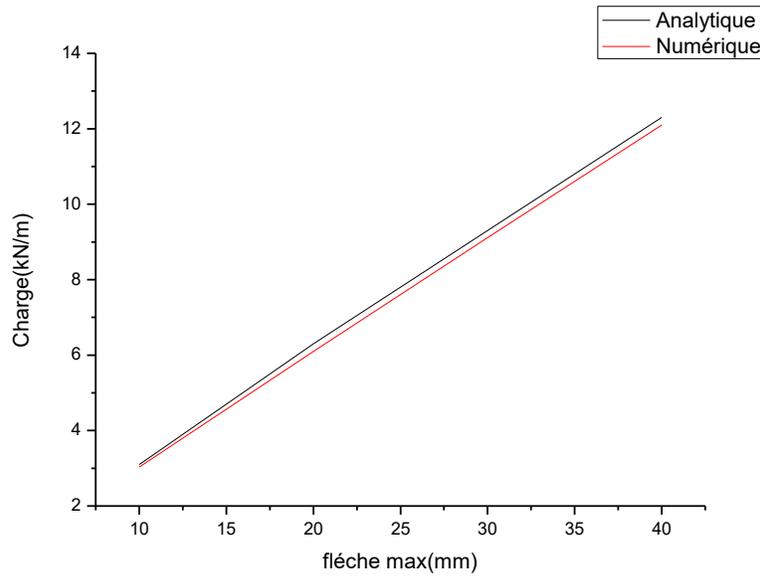
**Figure IV.5.** Charge - Flèche max (1CC)

D'après les résultats donnés dans la figure IV.5 pour le cas d'une poutre cellulaire comportant 10 ouvertures, fabriquée en IPE400, soumise à l'effet d'une charge concentrée à mi-portée, il est à constater que les résultats obtenus sont presque de même ordre de grandeur.



**Figure IV.6.** Charge - Flèche max (2CC)

D'après les résultats donnés dans la figure IV.6 pour le cas d'une poutre cellulaire avec 10 ouvertures, fabriquée en IPE400, soumise à l'effet de deux charges concentrées symétrique, on remarque qu'un résultat comparable est obtenu entre l'approche analytique et la solution numérique.

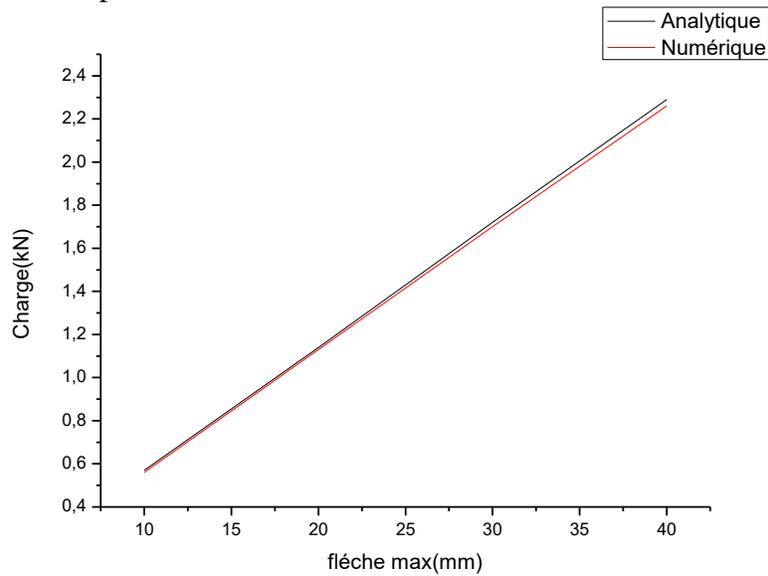


**Figure IV.7.** Charge - Flèche max (CUR)

D'après les résultats donnés dans la figure IV.7 pour le cas d'une poutre cellulaire avec 10 ouvertures, fabriquée en IPE400, soumise à l'effet d'une charge uniformément répartie, on peut conclure qu'une concordance acceptable est obtenue selon l'approche analytique proposée et celles obtenues selon le programme numérique.

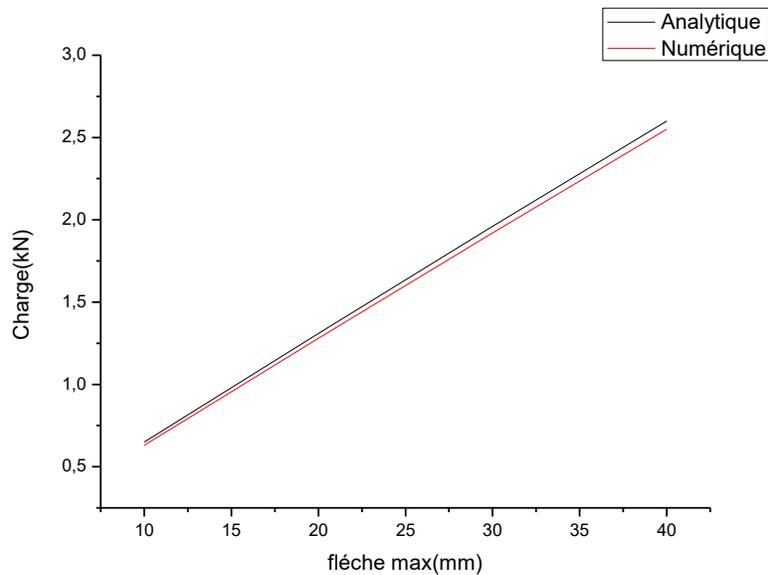
➤ IPE500

- Poutre comportant 9 ouvertures :



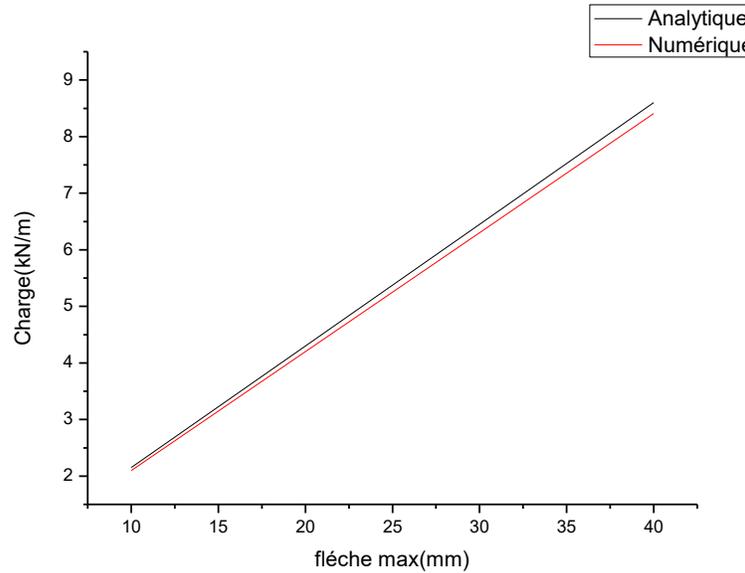
**Figure IV.8.** Charge - Flèche max (1CC)

D'après les résultats donnés dans la figure IV.8 pour le cas d'une poutre cellulaire comportant 09 ouvertures, fabriquée en IPE500, soumise à l'effet d'une charge concentrée à mi-portée, il est à constater que les résultats obtenus sont presque de même ordre de grandeur.



**Figure IV.9.** Charge - Flèche max (2CC)

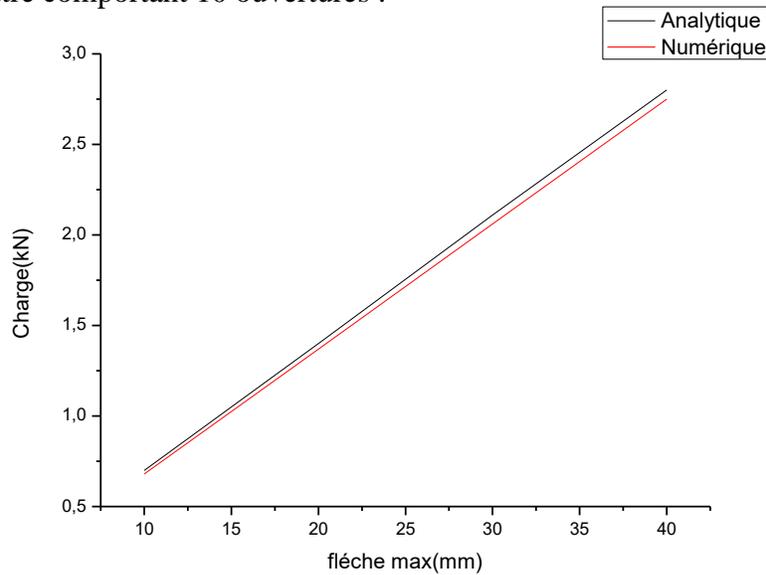
D'après les résultats donnés dans la figure IV.9 pour le cas d'une poutre cellulaire avec 09 ouvertures, fabriquée en IPE500, soumise à l'effet de deux charges concentrées symétrique, on remarque qu'un résultat comparable est obtenu entre l'approche analytique et la solution numérique.



**Figure IV.10.** Charge - Flèche max (CUR)

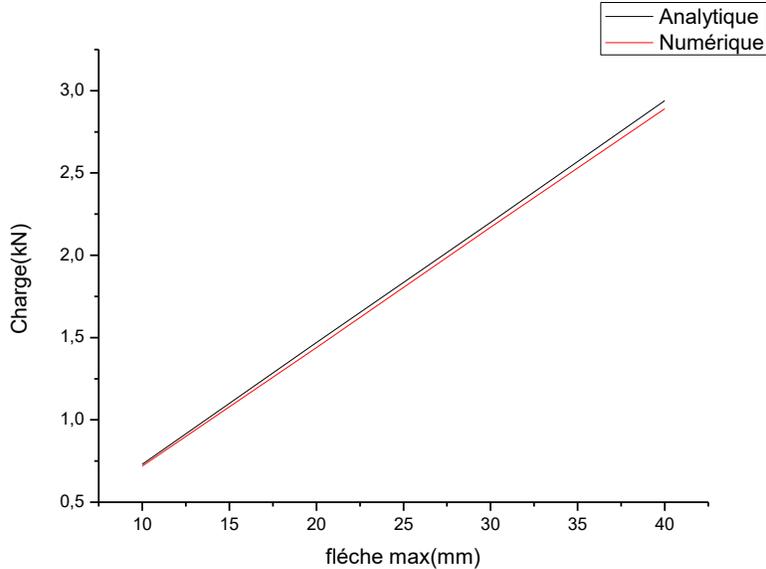
D'après les résultats donnés dans la figure IV.10 pour le cas d'une poutre cellulaire avec 09 ouvertures, fabriquée en IPE500, soumise à l'effet d'une charge uniformément répartie, on peut conclure qu'une concordance acceptable est obtenue selon l'approche analytique proposée et celles obtenues selon le programme numérique.

- Poutre comportant 10 ouvertures :



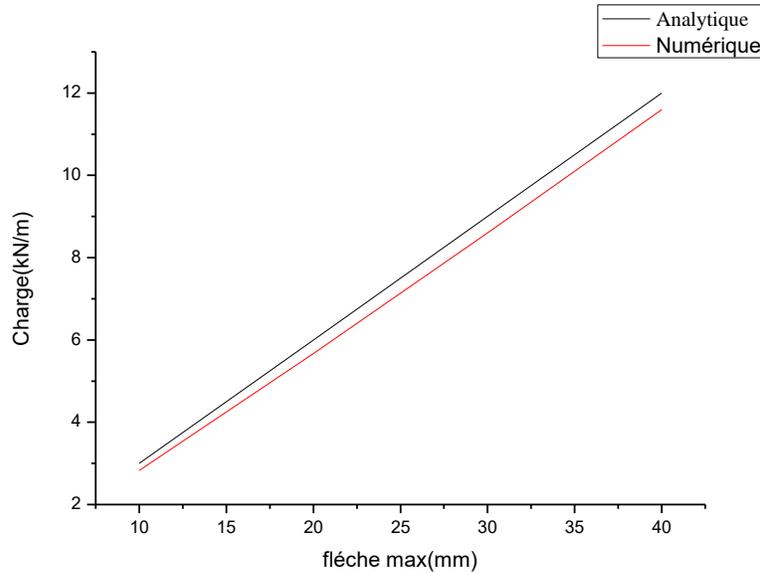
**Figure IV.11.** Charge - Flèche max (1CC)

D'après les résultats donnés dans la figure IV.11 pour le cas d'une poutre cellulaire comportant 10 ouvertures, fabriquée en IPE500, soumise à l'effet d'une charge concentrée à mi-portée, il est à constater que les résultats obtenus sont presque de même ordre de grandeur.



**Figure IV.12.** Charge - Flèche max (2CC)

D'après les résultats donnés dans la figure IV.12 pour le cas d'une poutre cellulaire avec 10 ouvertures, fabriquée en IPE500, soumise à l'effet de deux charges concentrées symétrique, on remarque qu'un résultat comparable est obtenu entre l'approche analytique et la solution numérique.



**Figure IV.13.** Charge - Flèche max (CUR)

D'après les résultats donnés dans la figure IV.13 pour le cas d'une poutre cellulaire avec 10 ouvertures, fabriquée en IPE500, soumise à l'effet d'une charge uniformément répartie, on peut conclure qu'une concordance acceptable est obtenue selon l'approche analytique proposée et celles obtenues selon le programme numérique.

### IV.3. Etude paramétrique :

Afin de donner des informations utiles sur le calcul de la flèche des poutres métalliques avec ouvertures d'âmes régulières simplement appuyées, une étude paramétrique a été menée pour prédire leur comportement au service ; à savoir l'influence du nombre d'ouvertures, du type de profilé, et de l'espacement entre ouvertures sur la flèche maximale des poutres cellulaires.

#### IV.3.1. Influence des ouvertures :

Dans ce contexte une comparaison a été faite entre les résultats obtenus sur des poutres à âmes pleines et d'autres cellulaires, en faisant varier le nombre de ces dernières de 7 à 10 ouvertures.

Il est bien entendu que la portée de la poutre est en fonction du nombre d'ouvertures proposée.

Les caractéristiques géométriques de la poutre sont présentées dans le tableau IV.4 :

Nombre d'ouv	L (m)	H (mm)	b (mm)	t <sub>f</sub> (mm)	t <sub>w</sub> (mm)	r	d <sub>o</sub> (mm)	e (mm)	w (mm)
7	4.9	IPE400 « 560 »	180	13.5	8.6	21	420	700	280
8	5.6								
9	6.3								
10	7								

**Tableau IV.4.** Caractéristiques géométriques des poutres.

Nombre d'ouv.	L (m)	Type de charge	Flèche analytique (mm)		Ecart %
			pleine	évidée	
7 ouv	4.9	CUR	0.80	1.37	41.61
		1C	0.26	0.48	45.83
		2CC	0.39	0.68	42.65
8 ouv	5.6	CUR	1.32	2.12	37.74
		1C	0.37	0.63	41.26
		2CC	0.51	0.81	37.03
9 ouv	6.3	CUR	2.04	3.13	49.01
		1C	0.52	0.83	37.35
		2CC	0.64	0.97	34.02
10 ouv	7	CUR	3.05	4.51	32.78
		1C	0.65	1.07	39.25
		2CC	0.78	1.15	32.17

**Tableau IV.5.** valeurs de la flèche

A partir des valeurs de la flèche maximale selon le tableau IV.5, on remarque que la flèche maximale des poutres à âmes pleines est plus petite d'environ 30% à 50% que la flèche maximale des poutres cellulaires sous l'effet d'un tel type de chargement.

Autrement dit, la présence des ouvertures joue un rôle très significatif sur l'influence de la flèche maximale.

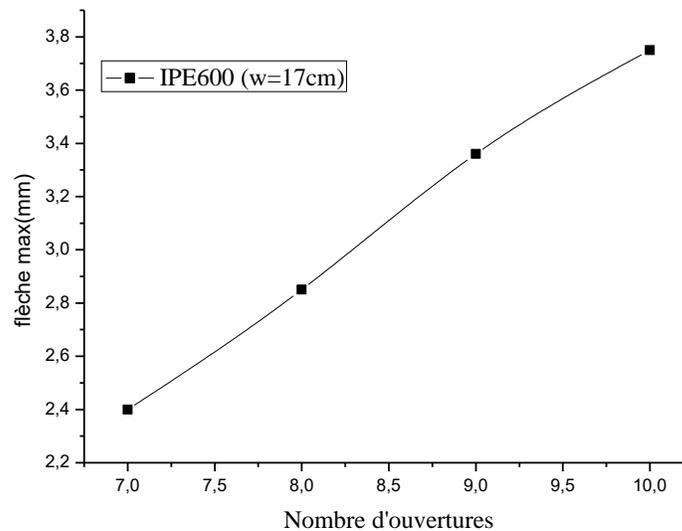
### IV.3.2. Influence du nombre d'ouvertures

Nous allons montrer dans ce qui suit l'influence du nombre d'ouvertures sur la flèche totale des poutres cellulaires, en faisant augmenter à chaque fois le nombre des ouvertures (7 à 10 ouvertures), sous l'effet de trois types de charges différents (charge uniformément répartie, une charge concentrée à mi-portée de la poutre et deux charges concentrées symétriques), voir figures IV.14 et IV.15 , IV.16.

Le type de profilé utilisé dans cette étude est un IPE600 avec un espacement entre ouvertures estimé de 17cm.

Il est bien entendu que la portée de la poutre est en fonction du nombre d'ouvertures proposée.

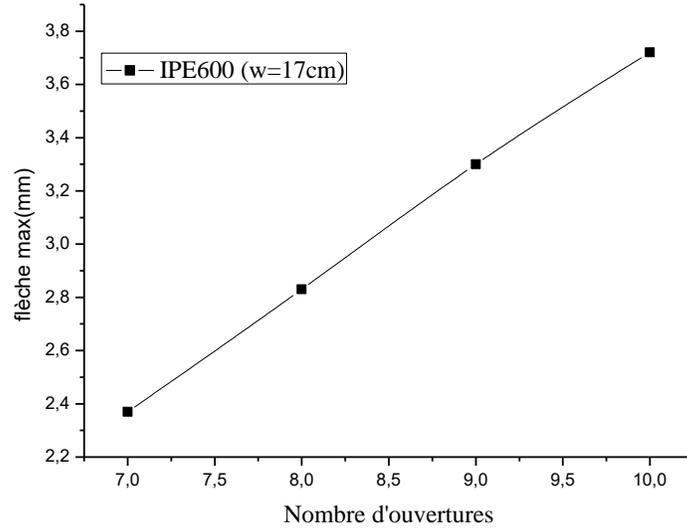
- **Cas d'une charge concentrée à mi-portée de la poutre**



**Figure IV.14.** Flèche max en fonction du nombre d'ouvertures (1CC)

A partir des résultats obtenus selon le graphique représenté ci-dessus de la figure IV.14, il est bien remarqué que la flèche maximale augmente au fur et à mesure avec l'augmentation du nombre d'ouvertures.

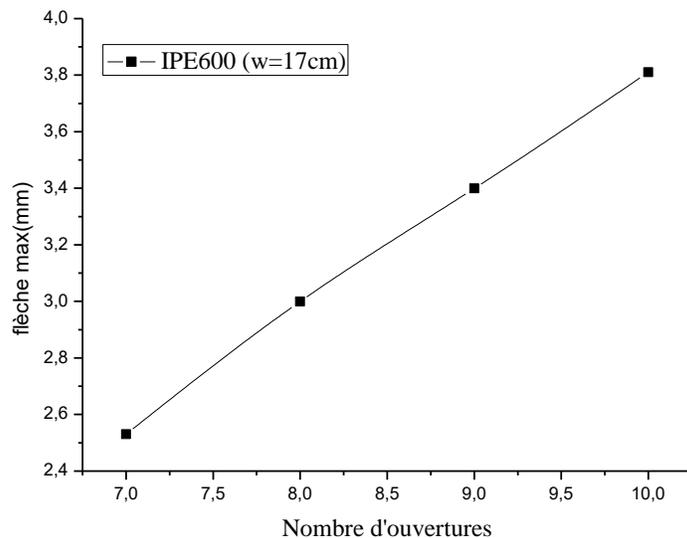
- **Cas de deux charges concentrées symétriques**



**Figure IV.15.** Flèche max en fonction du nombre d'ouvertures (2CC)

A partir des résultats obtenus selon le graphique représenté ci-dessus de la figure IV.15, il est bien remarqué que plus le nombre d'ouvertures augmente et plus la flèche maximale augmente.

- **Cas d'une charge uniformément répartie**



**Figure IV.16.** Flèche max en fonction du nombre d'ouvertures (CUR)

A partir des résultats obtenus selon le graphique représenté ci-dessus de la figure IV.16, il est bien remarqué que la flèche maximale augmente d'une façon proportionnelle avec le nombre d'ouvertures.

**IV.3.3. Influence du type de profilé :**

Dans ce paragraphe, une comparaison a été faite entre la flèche maximale ( $f_{max}$ ) des poutres cellulaires en fonction du nombre d'ouvertures pour différents types de profilés (IPE400 et IPE500) avec un espacement entre ouvertures estimé de 20cm.

Les poutres étudiées sont soumises à l'effet de chacun des trois types de charges différents (charge uniformément répartie, une charge concentrée à mi-portée de la poutre et deux charges concentrées symétriques), voir tableaux IV.6 et IV.7, IV.8.

• **Cas d'une charge concentrée à mi-portée de la poutre :**

Nombre d'ouvertures	IPE400	IPE500
	$f_{max}$	$f_{max}$
7	1.97	2.33
8	2.28	2.72
9	2.69	3.22
10	3.09	3.66

**Tableau IV.6.** Flèche max pour différents (IPE) « 1CC »

D'après les valeurs obtenues selon le tableau IV.6, il est à remarquer pour le cas d'une charge concentrée à mi-portée de la poutre, que plus la section (IPE) est plus grande et plus importante, elle est la flèche totale.

• **Cas de deux charges concentrées symétriques :**

Nombre d'ouvertures	IPE400	IPE500
	$f_{max}$	$f_{max}$
7	1.96	2.30
8	2.26	2.71
9	2.67	3.20
10	3.09	3.63

**Tableau IV.7.** Flèche max pour différents (IPE) « 2CC »

De même pour le cas de deux charges concentrées symétriques selon le tableau IV.7, il est à remarquer que plus la section (IPE) est plus grande et plus importante, elle est la flèche totale.

- **Cas d'une charge uniformément répartie :**

Nombre d'ouvertures	IPE400	IPE500
	$f_{\max}$	$f_{\max}$
7	2.00	2.38
8	2.40	2.88
9	2.78	3.30
10	3.20	3.68

**Tableau IV.8.** Flèche max pour différents (IPE) « CUR »

De même pour le cas d'une charge uniformément répartie selon le tableau IV.8, on constate que plus la section (IPE) est plus grande et plus importante, elle est la flèche totale.

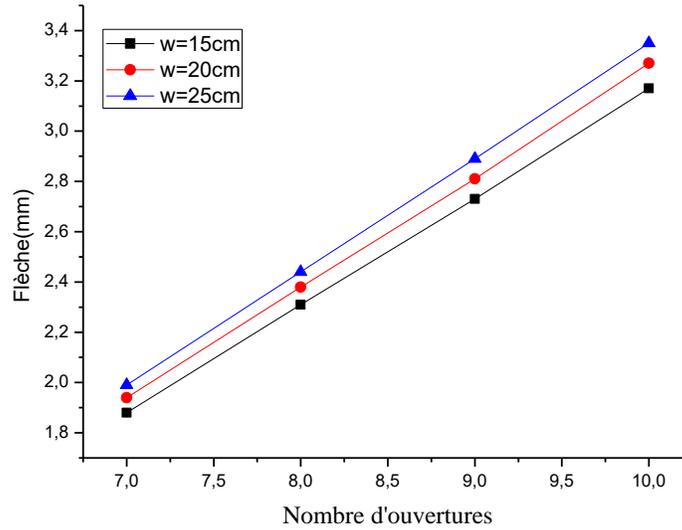
#### **IV.3.4. Influence de l'espacement entre ouvertures :**

Dans cette étude et afin de montrer le rôle que peut jouer l'espacement entre ouvertures sur la flèche maximale des poutres cellulaires mixtes.

Dans ce cas, trois poutres cellulaires avec un espacement entre ouvertures différent (15cm, 20cm et 25cm), sous l'effet de chacun des trois types de charges différents (charge uniformément répartie, une charge concentrée à mi-portée de la poutre et deux charges concentrées symétriques) ont été étudiée, voir les figures IV.17 et IV.18, IV.19.

Le type de profilé utilisé dans cette étude est un IPE400.

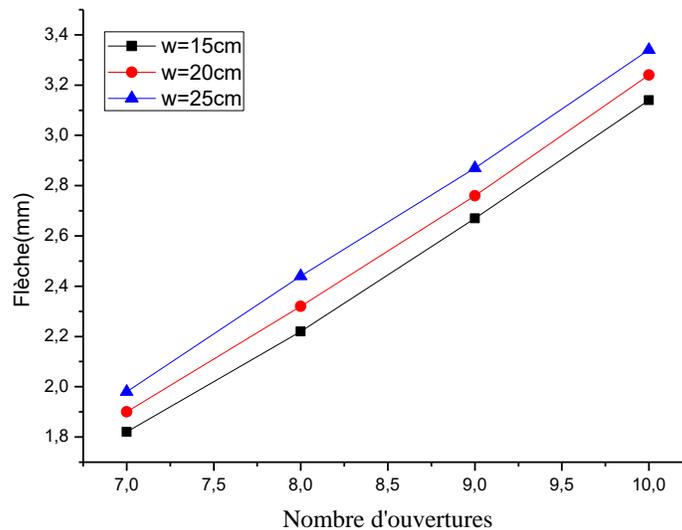
- **Cas d'une charge concentrée à mi-portée de la poutre**



**Figure IV.17.** Flèche totale pour différents espacement entre ouvertures (1CC)

A partir des résultats obtenus selon le graphique représenté ci-dessus (figure IV.17), il est bien constaté pour le cas d'une charge concentrée à mi-portée de la poutre, que plus l'espacement entre ouvertures augmente et plus elle augmente la flèche totale.

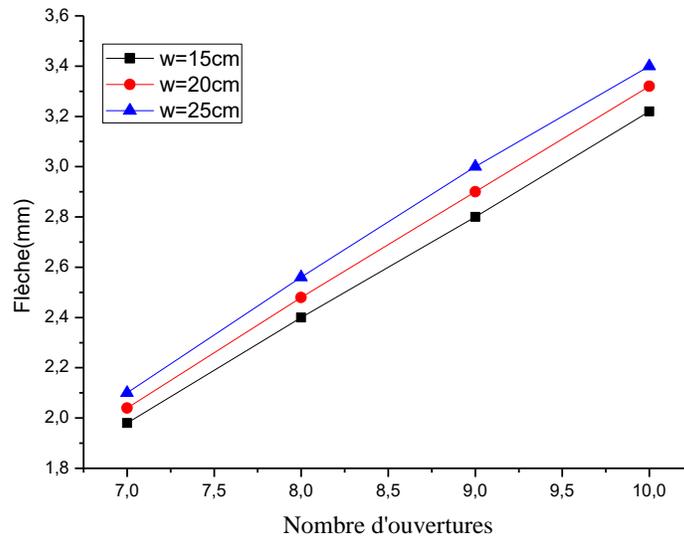
- **Cas de deux charges concentrées symétriques**



**Figure IV.18.** Flèche totale pour différents espacement entre ouvertures (2CC)

De même pour le cas de deux charges concentrées symétriques selon la figure IV.18, il est à remarquer que plus l'espacement entre ouvertures augmente et plus elle augmente la flèche totale.

- **Cas d'une charge uniformément répartie**



**Figure IV.19.** Flèche totale pour différents espacement entre ouvertures (CUR)

De même pour le cas d'une charge uniformément répartie selon la figure IV.19, on constate que plus l'espacement entre ouvertures augmente et plus elle augmente la flèche totale.

#### IV.4. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons étudié le comportement en service des poutres métalliques cellulaires, chargées soit par une ou deux forces ponctuelles, soit par une charge répartie. Les différentes configurations ont été illustrées.

Concernant les résultats trouvés, nous avons présenté dans un premier lieu une étude comparative, dont on a validé les résultats obtenus théoriquement, sur le calcul de la flèche maximale.

Nous avons ensuite présenté dans un deuxième lieu une étude paramétrique, à savoir l'influence du nombre d'ouvertures, du type de profilé, et de l'espacement entre ouvertures sur la flèche maximale des poutres cellulaires.

## Conclusion

L'objectif principal de notre travail était, d'une part de mener une étude analytique sur le calcul de la flèche totale et d'autre part d'élaborer un modèle numérique simple permettant le calcul de cette dernière sous l'effet d'un chargement transversal appliqué aux poutres cellulaires.

Une approche analytique a été développée dans ce mémoire pour prédire la flèche totale d'une poutre cellulaire symétrique soumise à l'effet de charges transversales. Cette flèche est l'addition de la flèche due à la flexion globale de la poutre acier-béton ainsi que de la flèche additionnelle engendrée par l'effort tranchant de l'âme au niveau de l'ouverture qui provient de l'effet Vierendeel. L'essentiel des résultats peut se récapituler comme suit :

- La flèche a été calculée en modélisant la poutre en acier en tant qu'une poutre Vierendeel,
- La flèche additionnelle due à l'effet Vierendeel au niveau de l'ouverture provoquée par le cisaillement vertical a été inclus dans l'analyse.
- La contribution de la flèche additionnelle est plus importante pour le cas des poutres cellulaires de courte portée et intermédiaires que pour le cas des poutres longues,
- L'approche analytique proposée peut être facile à appliquer pour le calcul de la flèche des poutres métalliques cellulaires symétriques de différentes portées avec diverses caractéristiques géométriques et charges transversales.

Un modèle numérique basé sur le logiciel d'éléments finis en 2D CASTEM a été développé pour étudier le comportement des poutres cellulaires à l'état élastique à savoir la flèche totale. Les poutres cellulaires en acier ont été modélisées à l'aide d'éléments quadratiques à huit nœuds. Le modèle numérique élaboré a permis de faire les conclusions suivantes:

- la présence des ouvertures joue un rôle très significatif sur l'influence de la flèche maximale.
- la flèche maximale augmente au fur et à mesure avec l'augmentation du nombre d'ouvertures.

- Plus la section (IPE) est plus grande et plus, elle est importante la flèche totale des poutres cellulaires.
- la flèche totale est proportionnelle avec l'augmentation de l'espacement entre les ouvertures.

## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

- [1] **REDWOOD R.G. et SHRIVASTAVA. S.C. (1980)**, "Design recommendations for steel beams with web holes", Canadian Journal Civil Engineering, 7(4), 642-650.
- [2] **SAVIN. G.N. (1961)**, "Stresses concentration around holes", Pergamon Press. Oxford.
- [3] **DERESIEWICZ. H. (1968)**, "Stresses in beams having holes of arbitrary shape", Proceedings of American Society of Civil Engineering, Journal of the Engineering Mechanics Division, 94(EM5), 1183-1214.
- [4] **GIBSON. J.E. et JENKINS. W.M. (1956)**, "The stress distribution in a simply supported beam with a circular hole", Structural Engineer, 34(12), 443-449.
- [5] **BOWER. J.E. (1966a)**, "Elastic stresses around holes in wide-flange beams", Proceedings of American Society of Civil Engineering, Journal of the Structural Division, 92 (ST2), 85-101.
- [6] **HELLER. Jr.S.R, BROCK. J.S. et BART. R. (1962)**, "The stresses around a rectangular opening with rounded corners in a beam subjected to bending with shear", Proc. 4th US National Congress of Applied Mechanics. American Society of Mechanic Engineering Vol.1 pp 489-496.
- [7] **HELLER. Jr.S.R. (1951)**, "The stresses around a small opening in a beam subjected to bending with shear", Proceeding Institute US National Congress of Applied Mechanics. American Society of Mechanic Engineering. Chicago, pp239-245
- [8] **BOWER. J.E. (1966b)**, "Experimental stresses in wide-flange beams with holes", Proceedings of American Society of Civil Engineering, Journal of the Structural Division, 92 (ST5), 167-186.
- [9] **GOTOH. K. (1975a)**, "The stresses in wide-flange beams with web holes", Theoretical and Applied Mechanics, 23, 223-242 (University of Tokyo Press).
- [10] **BOWER. J.E. (1967)**, "Ultimate strength of wide-flange beams with rectangular holes", United States Steel Corporation. Applied Research Laboratory Report 57.019-400.
- [11] **GOTOH. K. (1975b)**, "Stress analysis of castellated beams", Transaction Japan Society Civil Engineers, 7, 37-38.
- [12] **WANG. C.K.M. et THOMAS. W.H.(1955)**, "Stresses in shear web contiguous to large holes", Internal report. University of Colorado.
- [13] **McCUTCHEON. J.O, So, W.-C. et GERSOVITZ. B. (1963)**, "A study of the effects of large circular openings in the webs of wide flange beams", Applied Mechanics Series N0.2. McGill University, Montreal.

[14] **ROCKEY. K.C, ANDERSON. R.G. et CHEUNG. Y.K.(1969)**, "The behavior of square shear web shaving a circular hole", In Thin Walled Steel Structures. ed. K.C.Rockey et H.V.Hill, Crosby Lockwood, London, pp148-172.

[15] **MANDEL.J.A. , BRENNAN.P.J. , WASIL.B.A. et ANTONI.C.M. (1971)**, "Stress distribution in castellated beams", Proceedings of American Society of Civil Engineering, Journal of the Structural Division, 97(ST7), 1947-1967.

[16] **REDWOOD. R.G. (1971)**, "Stresses in webs with circular openings", Final Report to the Canadian Steel Industries Construction Council. Research Project N° 695.

[17] **LUPIEN. R. et REDWOOD. R.G. (1978)**, "Steel beams with web openings reinforced on one side", Canada Journal Civil Engineering, 5(4), 451-461.

[18] **SEGNER. Jr.E.P. (1964)**, "Reinforcement requirements for girder web openings", Proceedings of American Society of Civil Engineering, Journal of the Structural Division, 90(ST3), 147-164.

[19] **UENOYA.M. et OHMURA. H. (1972)**, "Finite element method for elastic plastic analysis of beams with holes", Presented at Japan Society Civil Engineers. National Meeting. Fukuoka.

[20] **COOPER. P.B. , SNELL. R.R. et KNOSTMAN . H.D. (1977)**, "Failure tests on beams with eccentric web holes", Proceedings of American Society of Civil Engineering, Journal of the Structural Division, 103(ST9), 1731-1738.

[21] **Silvio Hong Tiing Tai . (1999)**, " Rapport interne, INSA de Rennes, juillet – août 1999".

[22] **CHAN. P. (1971)**, "Approximate methods to calculate stresses around circular holes", Fourth Progress Report to Canadian Steel Industrie Construction Councel. Project 695.

[23] **FONDS DE RECHERCHE POUR LE CHARBON ET L'ACIER**, "Ouverture de grandes dimensions dans les âmes pour l'intégration des équipement technique dans les planches mixtes», guide de dimensionnement des poutres mixtes comportement des ouvertures d'âme de grandes dimensions ; juin 2006.

[24] **P.O. MARTIN, Y. GALEA, D. BITAR, T. DEMARCO**, " Poutres cellulaires acier et mixtes : Partie 2, proposition de nouveaux modèles analytiques de calcul de la flèche ", Revue Construction Métallique (CTICM), n°2, pp.15-33, 2006.