

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Ibn-Khaldoun de Tiaret
Faculté des Sciences Appliquées
Département de Génie Mécanique



PROJET DE FIN D'ETUDES MASTER

Domaine : Sciences et Technologie

Filière : Génie Mécanique

Parcours : Master

Spécialité : Construction Mécanique

Thème

**Contribution à l'étude de la dynamique des structures
composites en présence d'endommagement.**

Préparé par :
DJERIDI Loubna

Soutenu publiquement le 24/06/2024

Devant le Jury :

M^r SAAD Mohamed	Maître de Conférences (Univ. Ibn Khaldoun)	Président
M^r BALTACH Abdelghani	Maître de Conférences (Univ. Ibn Khaldoun)	Examineur 1
M^r BENAMAR Badr	Maître de Conférences (Univ. Ibn Khaldoun)	Examineur 2
M^{me} BENARBIA Djamila	Maître de Conférences (Univ. Ibn Khaldoun)	Encadrante

PROMOTION 2023 /2024

Table des Matières

Table des Matières.....	III
Liste des figures.....	VI
Liste des tableaux.....	VIII
INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	1
CHAPITRE I GÉNÉRALITÉS SUR LES MATÉRIAUX COMPOSITES.....	4
I.1 INTRODUCTION.....	5
I.2 DÉFINITION.....	5
I.3 LES RENFORTS.....	7
a. Fibres de Verre.....	8
b. Fibres de Carbone :.....	9
c. Fibres d’Aramidés :.....	10
I.4 LA MATRICE.....	11
I.4.1 RESINES THERMODURCISSABLES.....	11
I.4.2 RESINES THERMOPLASTIQUES.....	12
I.5 L’INTERFACE.....	12
I.6 LES ADDITIFS.....	12
I.7 ARCHITECTURE DES MATERIAUX COMPOSITES.....	13
I.7.1 MONOCOUCHE.....	13
I.7.2 STRATIFIE.....	13
I.7.3 STRUCTURES EN SANDWICH.....	13
I.7.4 AUTRES ARCHITECTURES.....	14
I.8 LOIS DE COMPORTEMENT DES COMPOSITES.....	14
1. Matériau anisotrope.....	15
2. Matériau monoclinique.....	15
3. Matériau orthotrope.....	15
4. Matériau unidirectionnel.....	16
5. Matériau isotrope	16
I.9 CONCLUSION.....	16
CHAPITRE II ENDOMMAGEMENT DES MATÉRIAUX COMPOSITES.....	17
II.1 INTRODUCTION.....	18
II.2 Définition de l’endommagement des matériaux composite.....	19
II.3 Endommagement et propriétés physiques.....	20

II-3.1- Caractéristiques de résistance à la rupture	20
II.3.1.1 Situation de traction.....	20
II.3.1.2 Mécanismes d'endommagement dans les composites stratifié.....	21
II.4 Mécanisme d'endommagement.....	22
II.5 Types d'endommagements dans les matériaux composites.....	22
II.5.1 Délaminage.....	22
II.5.1.1 Mécanismes de propagation des fissures inter laminaire.....	23
II.5.1.2 Les facteurs de délaminage	24
II.5.2 Fissuration matricielle.....	24
II.5.2.1 Élaboration et diffusion des fissures	24
II.5.2.2 Modèles de fissuration et critères de fracture	24
II.5.3 Rupture des fibres	24
II.5.3.1 Mécanismes de rupture des fibres.....	24
II.5.4 Fissuration inter facial.....	25
II.5.4.1 Critères de rupture.....	25
II.5.4.2 Mécanismes d'endommagement à l'interface fibre-matrice	25
II .6 Méthodes de caractérisation de l'endommagement.....	26
II.6.1-Essais mécaniques	26
II .6.2 Méthodes non destructives (NDT).....	27
II .6.3 Mécanismes de dégradation et de fatigue.....	27
II .7 Modélisation de l'endommagement des composites.....	27
II .7.1 Modèles micromécaniques.....	28
II .7.2 Modèles méso mécaniques.....	28
II .7.3 Modèles macro mécaniques.....	28
II .8 Analyse de l'endommagement dans les structures composites.....	28
II.9 CONCLUSION.....	29
Chapitre III: MÉTHODES DE RÉOLUTION DES PROBLÈMES DE DYNAMIQUE DES STRUCTURES.....	30
III.1 INTRODUCTION.....	31
III.2 MÉTHODES DE RÉOLUTION.....	31
III.2.1 SCHÉMA DE NEWMARK POUR LES SYSTÈMES LINÉAIRES.....	31
III.2.2 SCHÉMA DE NEWMARK POUR LES SYSTÈMES NON-LINÉAIRES	33
III.2.3 MÉTHODES ITÉRATIVES.....	35
III.3 VIBRATIONS LINÉAIRES DES STRUCTURES COMPOSITES.....	37
III.3.1 RELATION DÉPLACEMENT-DÉFORMATION.....	37
III.3.2 DISCRÉTISATION PAR ÉLÉMENTS FINIS.....	41
III.4 CONCLUSION.....	46
CHAPITRE IV SIMULATION NUMÉRIQUE ET ÉTUDE DE CAS.....	47
IV.1 INTRODUCTION.....	48
IV.2 SIMULATION NUMÉRIQUE ET VALIDATION.....	48

IV.3 ÉTUDE DE CAS ET RÉSULTATS.....	51
IV. 3.1 Analyse en cisaillement.....	52
➤ Effet de la taille de la fissures.....	53
➤ Effet de l'orientation des plis.....	53
IV. 3.2 Analyse en flexion.....	54
➤ Effet de la taille de la fissures.....	54
➤ Effet de la position la fissure.....	54
IV.4 CONCLUSION.....	55
CONCLUSION GENERALE.....	56
RERERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	58
RESUME.....	61

Liste des Figures

Figure I.1. Matériau composite	6
Figure I.2. Principaux matériau de renforts	8
Figure I.3. Organisation hexagonale du tissu des atomes de Carbone.....	9
Figure I.4. Types de matrice.....	11
Figure I.5. Construction d'un stratifié.....	14
Figure I.6. Construction d'un Sandwich.....	15
Figure II.1 : Mécanisme de rupture d'un stratifié.....	18
Figure II. 2 : l'endommagement des matériaux composites.....	19
Figure II.3 Comportements fragile et ductile.....	20
Figure II.4 Principales causes de détérioration des matériaux composites stratifiés	21
Figure II.5 Mécanismes d'endommagement dans les composites stratifiés [8]	21
Figure II.6 Représentation du méso modèle de composites stratifiés.....	22
Figure II .7 Modes de rupture et front de délaminage.....	23
Figure II .8 : Exemple de Délaminage	23
Figure II .9 : Différents mécanismes d'endommagement de la matrice.....	24
Figure II .10 :Rupture des fibres.....	25
Figure II.11.a: Différents modes de rupture de la matrice associés à la rupture des fibres.....	25
Figure II.11.b:Mécanismes d'endommagement dans le cas d'une forte adhésion fibre-matrice.....	26
Figure II .12 Exemple de l'endommagement dans les structures aéronautiques composites.....	28
Figure II.13 Différents types de dommages rencontrés sur pièces composites [Torres, 1986][11]...	29
Figure III.1 –Méthode de Newton-Raphson.....	36
Figure III.2– Méthode de Newton-Raphson modifiée.....	37
FIGURE III.3 – Plaque stratifiée et son plan moyen.....	37
FIGURE III.4 – Une couche unidirectionnelle et ses systèmes de coordonnées.....	39
FIGURE III.5 – Élément fini isoparamétrique rectangulaire Q8 en coordonnées élémentaire (a) et locales (b).....	46
FIGURE IV.1 – Système dynamique	49
FIGURE IV.2 – Simulation numérique en Abaqus.....	49
FIGURE IV.3 – Fréquences propres (Hz) de la plaque orthotrope (90°/0°)2s.....	50
FIGURE IV.4 – Visualisation des résultats sur ABAQUS.....	51
FIGURE IV.5– Facteur de Concentration des contraintes en fonction de la taille de la fissure.....	52
FIGURE IV.6– Facteur de Concentration des contraintes en fonction de l'angle d'orientation.....	52

FIGURE IV.7 – Représentation du modèle en flexion sur ABAQUS.....	53
FIGURE IV.8– Facteur de Concentration des contraintes en fonction de la taille de la fissure.....	54
FIGURE IV.9– Facteur de Concentration des contraintes net en fonction de la position de la fissure.....	54

Liste des Tableaux

Tableau I.1: Propriétés des fibres de verre type E et S.....	9
Tableau I.2: Propriétés des fibres de Carbone HR et HM.....	10
Tableau I.3: Propriétés des fibres d'Aramides.....	10
Tableau I.4: Caractéristiques des résines thermodurcissables.....	11
Tableau I.5: Caractéristiques des résines thermoplastique.....	12
TABLE III.1 – Algorithme de la méthode de Newton-Raphson	36
TABLE IV.1 – Propriétés mécaniques de la plaque orthotrope.....	50
TABLE IV.2– Propriétés géométriques de la plaque orthotrope.....	51
TABLE IV.3– Propriétés géométriques de la poutre en composite.....	53

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

De nos jours, les matériaux composites trouvent de plus en plus d'application dans la réalisation de pièces structurales de dimensions diverses dans de nombreux secteurs industriels tels que l'aéronautique, la construction automobile, le nucléaire, le génie biomédical... En effet dans ces domaines d'application le remplacement des matériaux métalliques par les composites est motivé par allègement des structures à propriétés mécaniques égales voire supérieures.

Du fait de leur aspect hétérogène et anisotrope, les composites présentent typiquement de nombreux défauts locaux antérieurs au chargement différents de ceux des matériaux métalliques. Les défauts locaux sont considérés comme des formes d'endommagement, et le développement de ces défauts ou l'apparition d'autres défauts supplémentaires au cours de l'augmentation du chargement et/ou du temps est appelé accumulation d'endommagement.

A l'heure actuelle, la difficulté de prévision de leur durée de vie limite leur utilisation. Une meilleure connaissance des différents mécanismes d'endommagement, qui conduisent à la ruine finale des matériaux composites et qui varient avec l'architecture du stratifié, s'avère alors nécessaire au cours du chargement.

L'analyse de problèmes dynamiques, dans le domaine temporel, nécessite l'utilisation de méthodes d'intégration pas à pas pour résoudre les équations du mouvement. Ces méthodes permettent de déterminer une approximation de la solution exacte à intervalles de temps discrets.

Le présent mémoire contribue à la recherche de l'analyse dynamique des structures composites en endommagement en se basant sur les critères adoptés dans la mécanique de la rupture appliquée.

Notre étude est scindée en quatre chapitres, présentés comme suit :

En premier chapitre des généralités sur les matériaux composites, où les différents types de matériaux, leurs compositions et caractéristiques ont été rappelés. Ensuite en deuxième chapitre, un aperçu sur différents types et les mécanismes d'endommagement des composites notamment les stratifiés.

Dans le troisième chapitre, une description de l'analyse dynamique des structures composites et les différentes méthodes de résolution des problèmes de dynamique des structures ont été abordés.

Le quatrième chapitre présente une étude numérique basée sur une l'analyse dynamique d'une structure en composites stratifiés endommagées.

Enfin, ce mémoire est clôturé par une conclusion générale du travail élaboré, accompagné des perspectives des recherches pouvant être abordées à l'avenir .

CHAPITRE I

GÉNÉRALITÉS SUR LES MATÉRIAUX COMPOSITES

I.1 INTRODUCTION :

Les matériaux composites sont des matériaux à hautes performances mécaniques, façonnables à volonté au gré du concepteur et donc doué d'un potentiel illimité. Les matériaux composites se développent aujourd'hui dans pratiquement tous les domaines et sont à l'origine de formidables challenges dans diverses réalisations de haute technologie [1].

De nos jours, les matériaux composites trouvent de plus en plus d'application dans la réalisation de pièces structurales de dimensions diverses dans de nombreux secteurs industriels tels que l'aéronautique, la construction automobile, le nucléaire, le génie biomédical...En effet dans ces domaines d'application le remplacement des matériaux métalliques par les composites est motivé par allègement des structures à propriétés mécaniques égales voire supérieures. Depuis une trentaine d'années des efforts ont été déployés pour la fabrication et la caractérisation des matériaux composites à matrice organique (polyester, acrylique...etc.) et à fibres continues (verre, aramide, carbone, ...etc.).

Dans ce chapitre on s'intéresse par une présentation succincte sur les matériaux composites.

I.2 DÉFINITION

Un matériau composite est une association intime d'au moins deux corps non miscibles à structures différentes dont les qualités individuelles se combinent et se complètent en donnant un matériau hétérogène dont les performances globales sont supérieures à celles des composants pris séparément [2].

Le renfort est souvent de nature filamentaire (des fibres organiques ou inorganiques) bien que la matrice est généralement est d'une matière plastique (résine thermoplastique ou thermodurcissable). La figure I.1 montre que les matériaux composites peuvent comporter des particules ou des fibres.

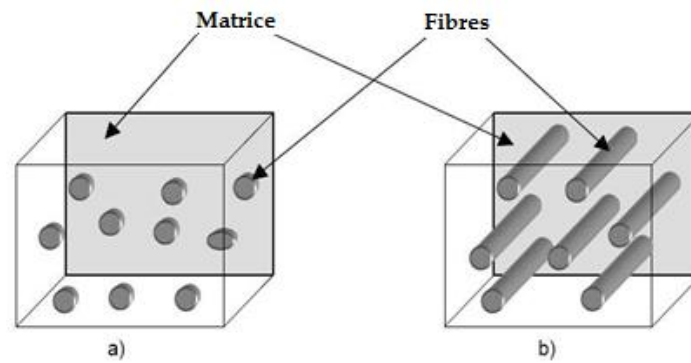


Figure I.1. Matériau composite :

a) Composites renforcés avec particules ; b) Composites renforcés avec des fibres

Le renfort, a pour rôle d'assurer la tenue mécanique (notamment la résistance à la traction et la rigidité) tandis que la matrice assure la cohésion de la structure et la retransmission des efforts vers le renfort. Lorsque le matériau composite est non endommagé, les renforts et la matrice sont parfaitement liés et il ne peut pas y avoir ni glissement ni séparation entre les différentes phases.

Le renfort et la matrice, doivent être compatibles entre eux et se solidariser, ce qui introduit la notion d'un agent de liaison : l'interface qui transmet les contraintes de l'un à l'autre sans déplacement relatif. L'assemblage final offrant des propriétés supérieures aux propriétés de chacun des matériaux constitutifs

Contrairement aux matières premières classiques dont on connaît à l'avance les caractéristiques mécaniques, on conçoit un composite en fonction de sa future destination.

L'élaboration des composites est conditionnée à la demande de l'utilisateur, en tenant compte des facteurs suivants :

- La nature, la texture et la forme du renfort ;
- Le taux de renforcement ;
- La nature de la résine et des charges ou additifs ;
- La qualité de l'interface renfort-matrice ;
- La géométrie de la pièce à réaliser ;
- Le procédé de mise en œuvre utilisé.

Les deux principaux constituants reçoivent des additifs ou charges nécessaires pour assurer une adhérence suffisante entre le renfort fibreux et la matrice. Ils permettent

également de modifier l'aspect ou les caractéristiques de la matière à laquelle ils sont ajoutés: pigments de coloration, agents anti-UV, charges ignifugeantes, isolation thermique ou acoustique.

On distingue par ailleurs deux types de FRP :

- les FRP dits hautes performances (HP) qui sont issus des associations de fibres longues de verre R, de carbone avec des résines époxydiques. Le taux de renfort dans ce type de FRP est supérieur à 50 %.

- Les FRP dits de grande diffusion (GD) qui sont issus des associations de fibres de verre E avec une résine polyester ou une résine technopolymère. Le taux de renfort dans ce type de FRP est proche de 30 %. Comme son nom l'indique, ce type est le plus courant et donne un bon compromis performance/coût de revient par rapport aux matériaux conventionnels.

Il est à noter que la technologie des FRP s'améliore sans cesse de jour en jour dans les différentes directions pour augmenter leurs performances ou diminuer leur prix de revient. Du coup, de nouveaux matériaux font leurs apparitions au gré des besoins de l'industrie.

I.3 LES RENFORTS :

Les renforts constituent les armatures du matériau composite, ils contribuent à améliorer la résistance mécanique et la rigidité et se présentent sous forme filamentaire, allant de la particule de forme allongée à la fibre continue. Ainsi les fibres sont constituées par plusieurs milliers de filaments de diamètres variant de 5 à 25 μm .

Les renforts sont présents sous plusieurs formes : simple linéique, tissu surfacique simple, tissu complexe. Les renforts sont caractérisés par :

La nature de la fibre importe beaucoup sur le produit final escompté, elle permet d'obtenir un matériau anisotrope avec un renforcement dans des directions préférentielles. Les fibres peuvent être d'origine végétale, minérale ou artificielle. La concentration du renfort à l'intérieur du matériau est mesurée par sa fraction volumétrique (V_f). La figure I.2 représente un organigramme résumant la nature des principaux renforts :

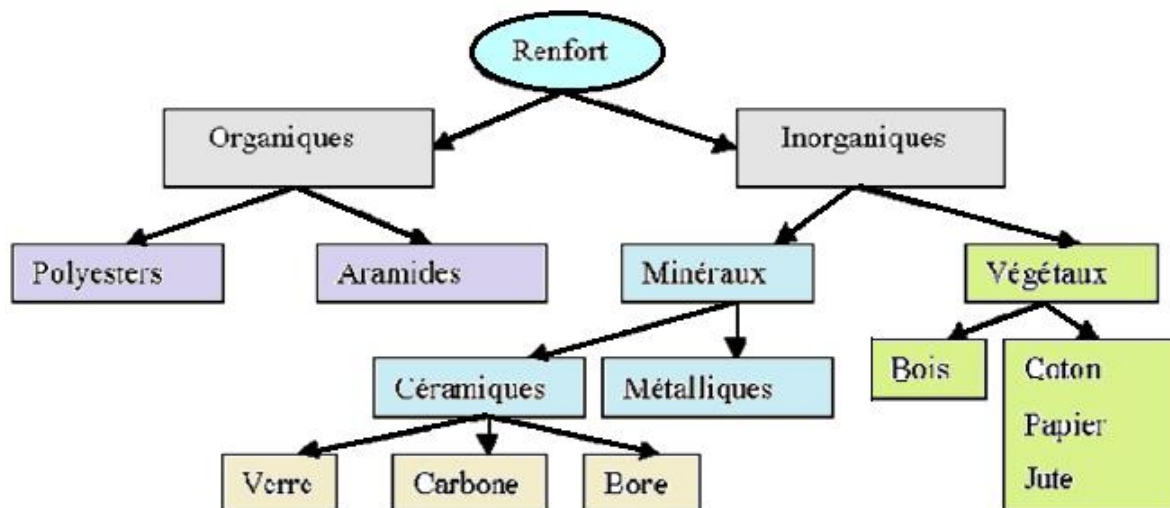


Figure I.2. Principaux matériaux de renforts

Parmi les principales fibres on trouve les fibres de verre, les fibres de carbone et les fibres d'aramide (Kevlar).

a. Fibres de Verre

La fibre de verre est un filament de verre extrêmement fin (de l'ordre de 10 micromètres). Elle est obtenue à partir de silice et d'additifs. Suivant les applications auxquelles elles sont destinées, les fibres de verre sont réparties en trois qualités :

- fibres E pour les composites grandes diffusions (GD) ;
- fibres D pour les applications dans la construction électrique (circuits imprimés) ;
- fibres R et S pour les composites hautes performances (HP).

Les fibres de verre constituent le principal renfort, utilisé dans plus de 95% des matériaux composites, et plus particulièrement pour les produits de grande diffusion (GD).

Le verre possède un excellent rapport de performance mécanique vis-à-vis de son prix à cause du coût de production peu élevé par rapport aux autres types. DORLOT et al [3], rapportent que le pourcentage de silice que contiennent ces fibres contrôle leurs performances mécaniques et leur température d'utilisation. On distingue plusieurs types de fibres de verre. Le tableau I.1 donne quelques propriétés de deux types de fibres, le type E et le type S, comme le suggère AGARWAL et BROUTMAN [4].

Propriétés	Verre type E	Verre type S
Densité (g/cm ³)	2.45	2.49
Résistance à la traction (MPa)	3 448	4 585
Module d'élasticité (GPa)	72.4	85.5
Diamètre possible μm	3-20	8-13
Coefficient de dilatation thermique 10 ⁶ /°C	5.0	2.9

Tableau I.1: Propriétés des fibres de verre type E et S

b. Fibres de Carbone :

Les fibres de carbone sont apparues depuis le dernier siècle. Elles étaient extraites d'éléments organiques naturels. Ces fibres sont fabriquées de fibres inorganiques en carbonisant des fibres de polymères tressés appelés PAN.

La fibre de carbone se compose de fibres ayant un diamètre moyen de l'ordre de 7 à 8 micromètres et constituée principalement d'atomes de carbone. Ces atomes sont arrangés dans des cristaux microscopiques selon une chaîne hexagonale comme le montre la figure I.2. Cet arrangement des cristaux rend la fibre extrêmement résistante. Plusieurs milliers de fibres de carbone sont enroulées ensemble pour former un fil, qui peut être employé tel quel ou sous forme de tissu.

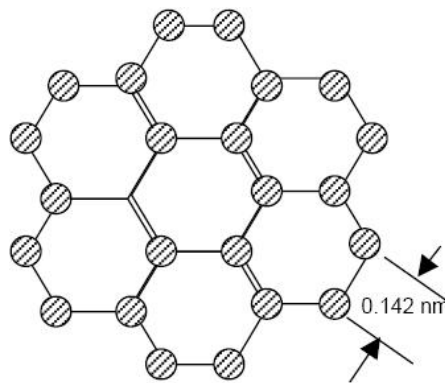


Figure I.3. Organisation hexagonale du tissu des atomes de Carbone.

Selon le pourcentage de carbone qu'elles contiennent, on distingue les fibres de carbone, 90 à 98 %, et les fibres de graphite, au-delà de 99%. Les deux types sont à très haute résistance à la traction et leur module d'élasticité est très élevé. Elles sont utilisées pour fabriquer des FRP à haute performance. C'est pendant la cuisson qu'on peut contrôler la résistance et le module d'élasticité du produit final. Le tableau I.2 résume quelques propriétés des fibres de carbone :

Propriétés	Carbone HR	Carbone HM
Densité (g/cm ³)	1,78	1,80
Résistance à la traction (MPa)	3 500	2 200
Module d'élasticité (GPa)	200	400
Allongement à la rupture	1.0	0.5

Tableau I.2: Propriétés des fibres de Carbone HR et HM

c. Fibres d'Aramides :

Les fibres aramides ont des propriétés mécaniques élevées en traction comme les carbones mais leurs résistances à la compression est faible. La faible tenue mécanique en compression est généralement attribuée à une mauvaise adhérence des fibres à la matrice dans le matériau composite. Pour y remédier, des enzymages des fibres peuvent être utilisé. L'appellation commerciale des fibres d'aramide est le Kevlar qui est une marque d'origine de la compagnie Dupont De Nemours. Elles sont, par ailleurs, très utilisées dans l'industrie pneumatique.

Les fibres d'aramide sont en général très résistantes et ont un module d'élasticité très élevé. Selon RIGAL [5], on distingue deux types de fibres d'aramide : le Kevlar 29 et le Kevlar 49. Le type 29 est utilisé surtout pour la fabrication de FRP alors que le second sert à confectionner des câbles et des cordes. Le tableau I.3 montre quelques propriétés des fibres d'aramide telles que mentionnées par AGARWAL et al. [4]

Propriétés	Kevlar 29	Kevlar 49
Densité (g/cm ³)	1,44	1,44
Résistance à la traction (MPa)	2 760	3 620
Module d'élasticité (GPa)	62	124
Allongement à la rupture	3-4	2-8

Tableau I.3: Propriétés des fibres d'Aramides

I.4 LA MATRICE:

Les matrices servent à enrober les fibres et à les lier afin d'assurer le transfert des charges. Leurs propriétés mécaniques sont négligeables par rapport à celles des fibres. On distingue deux types de matrices : les matrices organiques et les matrices inorganiques. Le choix d'un type ou d'un autre dépendra des propriétés et des conditions d'utilisation des fibres. Les matrices organiques sont, en général, à base de polymères. Elles peuvent être thermoplastiques ou thermodurcissables. Les premières peuvent être réutilisées après une

nouvelle fusion alors que les secondes subissent un procédé de fabrication initial irréversible. Les résines thermodurcissables sont surtout utilisées avec de fibres longues et les thermoplastiques avec de fibres plus courtes. Les principaux avantages des matrices organiques, en général, sont le faible coût de production, la faible densité de volume, la bonne maniabilité et la grande résistance chimique. Les matrices inorganiques sont à base de matériaux métalliques ou céramiques. Elles sont moins utilisées et servent en général dans des applications à des températures supérieures à 300°C.

Les principales matrices ou résines utilisées sont : les résine époxy, les polyamides, les polyéthers, les polyesters, les vinylesters, les phénoliques et les polyuréthanes.

La classification des types de matrices couramment utilisées est donnée sur la figure I.4.

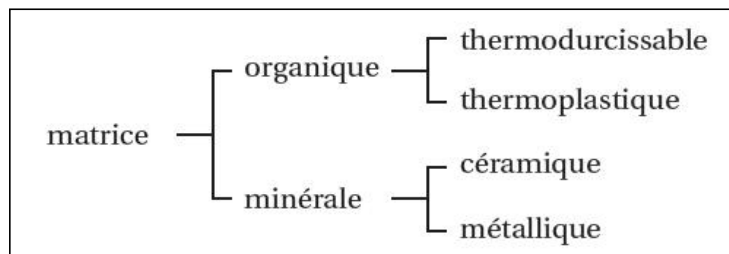


Figure I.4. Types de matrice

I.4.1 RESINES THERMODURCISSABLES

Les résines thermodurcissables ont des propriétés mécaniques élevées. Ces résines ne peuvent être mises en forme qu'une seule fois. Elles sont en solution sous forme de polymère non réticulé en suspension dans des solvants. Les résines polyesters insaturées, les résines de condensation (phénoliques, amioplastes, furaniques) et les résines époxy sont des résines thermodurcissables. Les exemples de résines thermodurcissables classiquement rencontrées sont 914, 5208, 70, LY556. Les matériaux les plus performants ont des caractéristiques mécaniques élevées et une masse volumique faible. Ces caractéristiques sont présentées dans le tableau I.4.

résines	T_f (°C)	ρ (Kg/m ³)	ϵ_t^R (%)	σ_t^R (MPa)	σ_c^R (MPa)	E (GPa)
polyesters	60 à 100	1 140	2 à 5	50 à 85	90 à 200	2,8 à 3,6
phénoliques	120	1 200	2,5	40	250	3 à 5
epoxydes	290	1 100 à 1 500	2 à 5	60 à 80	250	3 à 5

Tableau I.4: Caractéristiques des résines thermodurcissables

I.4.2 RESINES THERMOPLASTIQUES

Les résines thermoplastiques ont des propriétés mécaniques faibles. Ces résines sont solides et nécessitent une transformation à très haute température. Les polychlorures de vinyle (PVC), les polyéthylènes, polypropylène, polystyrène, polycarbonate polyamide sont quelques exemples de ces résines thermoplastiques. Les résines thermoplastiques classiquement rencontrées sont PEEK, K3B. De même que pour les résines thermodurcissables, les matériaux les plus performants ont des caractéristiques mécaniques élevées et une masse volumique faible : ces dernières sont présentées dans le tableau I.5.

résines	$T_f(^{\circ}\text{C})$	ρ (kg/m ³)	$\epsilon_t^R(\%)$	σ_t^R (MPa)	σ_c^R (MPa)	E (GPa)
polyamide	65 à 100	1 140		60 à 85		1,2 à 2,5
polypropylène	900	1 200		20 à 35		1,1 à 1,4

Tableau I.5: Caractéristiques des résines thermoplastiques

I.5 L'INTERFACE :

L'interface assure la compatibilité renfort/matrice, transmet les contraintes de l'un à l'autre sans déplacement relatif et offre une bonne adhérence en couche fine. Ces produits chimiques entrent aussi dans la composition du composite, qui peuvent jouer sur le comportement mécanique, mais n'interviennent pratiquement jamais dans le calcul.

I.6 LES ADDITIFS:

On désigne sous le nom général de charge toute substance inerte, minérale ou végétale qui, ajoutée à un polymère de base, permet de modifier de manière sensible les propriétés mécaniques, électriques ou thermiques, d'améliorer l'aspect de surface ou bien, simplement, de réduire le prix de revient du matériau transformé. A l'inverse des matières thermoplastiques, les matières thermodurcissables ont toujours contenu des charges de nature et de formes variées, à des taux souvent élevés pouvant atteindre 60% en masse. Pour un polymère donné, le choix d'une charge est déterminé en fonction des modifications recherchées pour l'objet fini. Mais d'une manière générale, les substances utilisables comme charges des matières plastiques devront d'abord satisfaire à un certain nombre d'exigences à savoir : la compatibilité avec la résine de base, la mouillabilité, l'uniformité de qualité et de granulométrie, la faible action abrasive et le bas prix de revient.

I.7 ARCHITECTURE DES MATERIAUX COMPOSITES:

I.7.1 MONOCOUCHE

Les monocouches ou nappes (lamina), sont des couches planes (ou incurvées) de fibres unidirectionnelles ou tissées dans une matrice. Ils représentent l'élément de base de la structure composite. Les différents types de monocouches sont caractérisés par la forme du renfort : à fibres longues (unidirectionnelles UD, réparties aléatoirement), à fibres tissées, à fibres courtes.

I.7.2 STRATIFIE

Un stratifié est constitué d'un empilement de monocouches ayant chacune une orientation propre par rapport à un référentiel commun aux couches et désigné comme le référentiel du stratifié.

Le choix de l'empilement et plus particulièrement des orientations permettra d'avoir des propriétés mécaniques spécifiques.

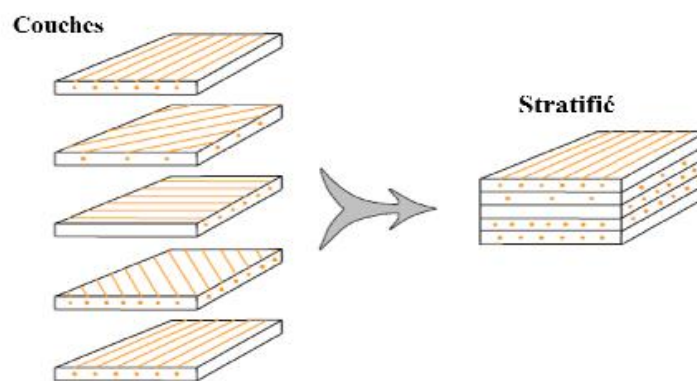


Figure I.5. Construction d'un stratifié.

I.7.3 STRUCTURES EN SANDWICH

Les pièces composites tissées ou stratifiées sont généralement minces. Par conséquent, elles ne résistent efficacement qu'aux sollicitations en membrane, c'est-à-dire dans leur plan, et résistent mal aux sollicitations hors plan (flexion et torsion). Pour concevoir des pièces

rigides en flexion et en torsion, une technique couramment employée est celle des structures en sandwich, constituées de deux peaux (généralement stratifiées) collées sur une âme épaisse mais légère, comme une mousse de polymères ou un nid d'abeilles, à l'aide d'adhésifs (figure I-6).

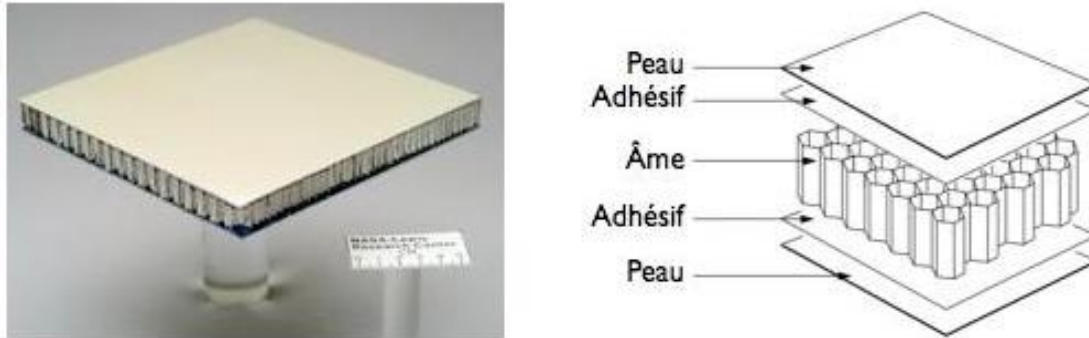


Figure I.6. Construction d'un Sandwich

I.7.4 AUTRES ARCHITECTURES

En plus des structures citées ci-dessus, on trouve aussi :

- Les plaques renforcées : elles sont constituées de résines ou matrices dans les quelles sont introduits des renforts de types : fibres courtes, billes pleines ou creuses, poudre métallique ou de graphite, ces renforts permettent d'augmenter le module d'élasticité de 2 à 5 fois. Et le comportement mécanique de ces matériaux peut être homogénéisé et son étude est ramenée à celle d'un matériau usuel isotrope.

- composites volumiques : ils ont été introduits pour des besoins spécifiques de l'aéronautique, ils sont élaborés à partir de tissage volumique. Ces matériaux sont très onéreux, ils permettent d'obtenir des caractéristiques mécaniques très élevées avec un comportement sensiblement isotrope en volume.

I.8 LOIS DE COMPORTEMENT DES COMPOSITES :

La relation d'élasticité linéaire reliant la matrice de rigidité à celle de déformation peut s'écrire sous la forme : $\sigma = C \cdot \varepsilon$:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}$$

La loi de Hooke généralisée, introduit une matrice de rigidité symétrique, constituée dans le cas général de 21 constantes de rigidité C_{ij} .

1. Matériau anisotrope

Le matériau triclinique, c'est un matériau ne possédant aucune propriété de symétrie, et la matrice de rigidité et la matrice de souplesse sont déterminées chacune par 21 constantes indépendantes.

2. Matériau monoclinique

Ce matériau possède un plan de symétrie : l'expression de la matrice de passage ne change pas pour tout changement de repère symétrique par rapport à ce plan. La loi de Hooke se résume à l'expression suivante :

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & c_{36} \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & c_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{45} & c_{55} & 0 \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix}$$

3. Matériau orthotrope

Le matériau orthotrope est un matériau à 3 plans de symétrie orthogonaux deux à deux. En pratique, c'est le cas des tissus noyés dans un polymère. La même démarche que précédemment conduite aux expressions dans un repère défini par les axes d'orthotropie :

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix}$$

4. Matériau unidirectionnel

C'est un matériau possédant un axe de symétrie, par exemple l'axe e1, ou c'est un matériau orthotrope avec un axe de révolution (orthotrope de révolution), la matrice s'écrit :

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{23} & c_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{c_{22} - c_{23}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix}$$

5. Matériau isotrope :

C'est un matériau qui ne possède aucune direction privilégiée et ses propriétés sont indépendantes du choix de l'axe de référence. Dans ce cas le nombre de constantes indépendantes vaut seulement deux. La matrice de rigidité d'un tel matériau est donnée par :

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{c_{11} - c_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{11} - c_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{11} - c_{12}}{2} \end{bmatrix}$$

I.9 Conclusion :

De ce qui précède nous pouvons retenir que les matériaux composites sont des matériaux fabriqués afin de répondre à une exigence désirée par le concepteur et ce contrairement aux matériaux traditionnels. Le fait de connaître les propriétés de ses constituants contribue dans la compréhension du comportement du matériau lui-même, ainsi la nature, la résistance le nombre de couches, l'orientation et le pourcentage volumétrique des fibres ; l'origine de la matrice et sa capacité de déformation influent sur les caractéristiques intrinsèques de l'ensemble.

CHAPITRE II

ENDOMMAGEMENT DES MATÉRIAUX COMPOSITES

II.1 Introduction :

Bien que quasi-élastique, la rupture des composites est précédée d'endommagements microscopiques qui progressent lentement et peuvent être anticipés. Les premiers dommages observables au microscope optique sont des microfissures qui apparaissent dans la matrice, à environ un tiers de la charge à la rupture. L'endommagement des fibres ne se produit qu'au moment de la fracture. Entre ces deux étapes d'endommagement s'en trouve une troisième : la fissuration de l'interface fibre/matrice.

Tous ces dommages sont internes, même dans le cas de fatigue où la surface n'a pratiquement aucun rôle à jouer, contrairement à ce qui est observé pour les métaux. Les critères d'endommagement et de rupture des composites doivent nécessairement tenir compte de leur caractère tridimensionnel. Sur le plan phénoménologique, l'étude de ces dommages s'appuie sur des méthodes d'observation classiques comme la microscopie, mais aussi sur des méthodes spécifiques comme la radiographie, la tomographie ou l'holographie permettant de meilleures observations tridimensionnelles.

Dans ce texte seront examinés les différents types d'endommagement, la rupture en présence d'une entaille, les modèles et les méthodes d'observation des matériaux composites. [6.]

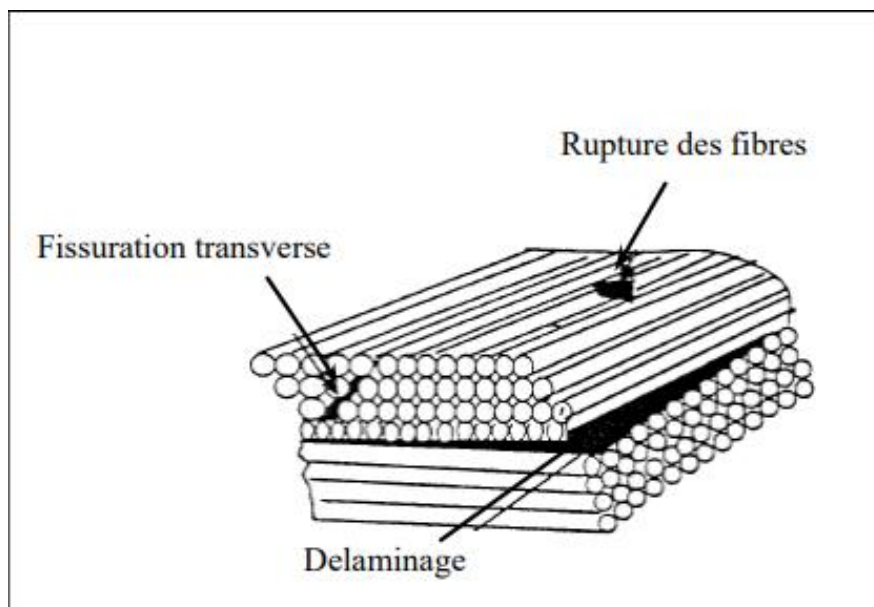


Figure II.1 : Mécanisme de rupture d'un stratifié.

II.2 Définition de l'endommagement des matériaux composites

L'endommagement représente toutes les incrustations que ça soient minérales ou organiques pouvant altérer la perméabilité naturelle par leur déposition à l'intérieur du réservoir ou en obturant les perforations voir même le tubing de production.

Alors L'endommagement est l'apparition dans un matériau de dommages causés par l'usure ou une attaque physique ou chimique. Il conduit à une dégradation de ses capacités physiques pouvant conduire à la rupture.[7]

A mesure que les événements physiques se succèdent, la capacité d'un système physique à les supporter diminue et le dommage subi augmente.

Le dommage, ou le niveau d'endommagement, est un nombre qui caractérise le degré d'avancement de la dégradation qui précède une défaillance. Historiquement cette notion a été introduite lors de l'étude de la fatigue des matériaux. Les défaillances sont dans ce cas des ruptures (traction, torsion, flexion, etc.).

Une défaillance est un dysfonctionnement dont l'origine et la nature sont bien déterminés, comme la rupture d'une pièce ou l'usure d'une région particulière d'une surface. Une même pièce peut avoir plusieurs défaillances. Pour un système complexe, les défaillances sont celles de chacune de ses pièces ainsi que celles associées à l'assemblage des diverses parties. Nous verrons plus loin qu'on peut aussi définir le dommage causé par un événement : c'est la contribution de cet événement au dommage de la défaillance considérée. Les principes de Miner qui seront exposés permettent de mesurer et d'additionner les dommages.

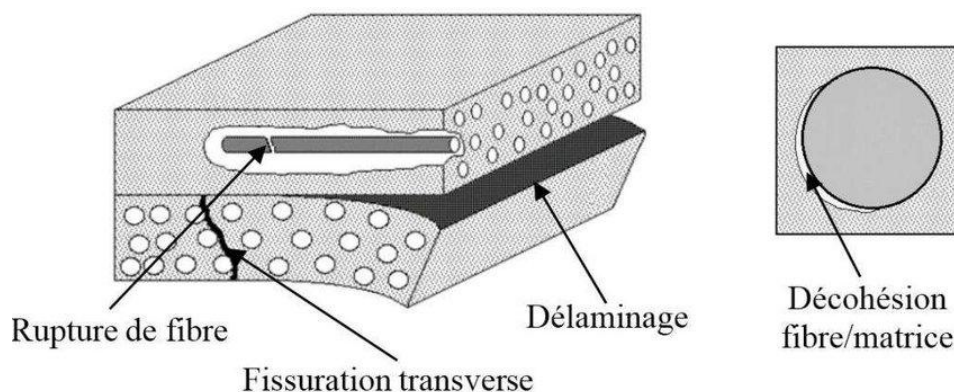


Figure II. 2 : l'endommagement des matériaux composites

II.3 Endommagement et propriétés physiques :

Un degré de dommage peut être directement lié à des caractéristiques physiques car l'endommagement se manifeste par des changements en principe observables:

- Les microdéformations, l'augmentation de la densité des dislocations, la détérioration des surfaces, les microfissures, les microcavités, la corrosion, le vieillissement par relaxation, et ainsi de suite. Tous ces phénomènes sont visibles, mais parfois difficiles à observer, et ils ne permettent pas toujours de définir facilement un dommage ;
- Dans certains cas, il est facile de mesurer une grandeur caractéristique de l'endommagement : l'usure d'une surface est mesurée par l'épaisseur du matériau disparu, etc.
- Certains matériaux peuvent présenter des variations dans leurs grandeurs physiques mesurables, telles que la tension de rupture, la conductivités thermique, électrique, etc., en fonction de l'impact subi.

II-3.1- Caractéristiques de résistance à la rupture

La résistance à la rupture est une caractéristique matériau pour l'évaluation du comportement de résistance. La résistance à la traction (tensile Strength) est la contrainte de traction mécanique maximale avec laquelle une éprouvette peut être chargée.

II.3.1.1 Situation de traction

Un polymère à renfort de fibre de verre, en l'absence de déformation plastique, présente un comportement fragile distinct de celui des matériaux métalliques.

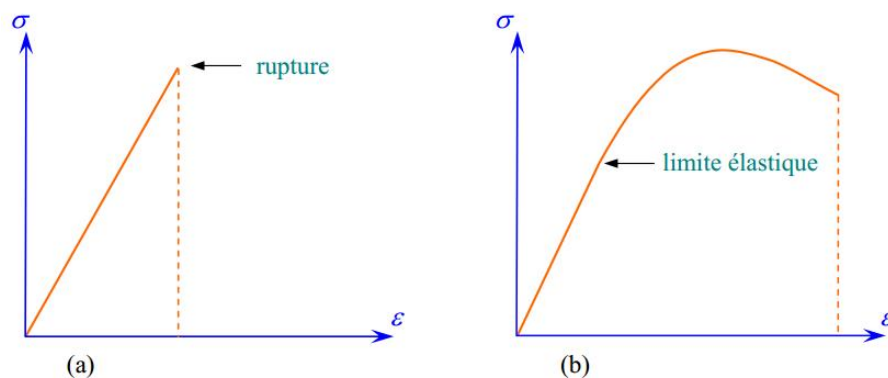


Figure II.3 Comportements fragile et ductile

II.3.1.2 Mécanismes d'endommagement dans les composites stratifiés

Les matériaux peuvent être impliqués à diverses étapes de la vie : lors de la création et de l'assemblage, lors du stockage et du transport, pendant le fonctionnement et même pendant le repos. La rupture peut se produire en réponse à des sollicitations statiques ou dynamiques telles que la fatigue.

Afin de prévenir les ruptures soudaines, il est important de mieux comprendre les mécanismes d'endommagement des composites, ce qui entraîne une augmentation de la durée de vie et une amélioration de la fiabilité.

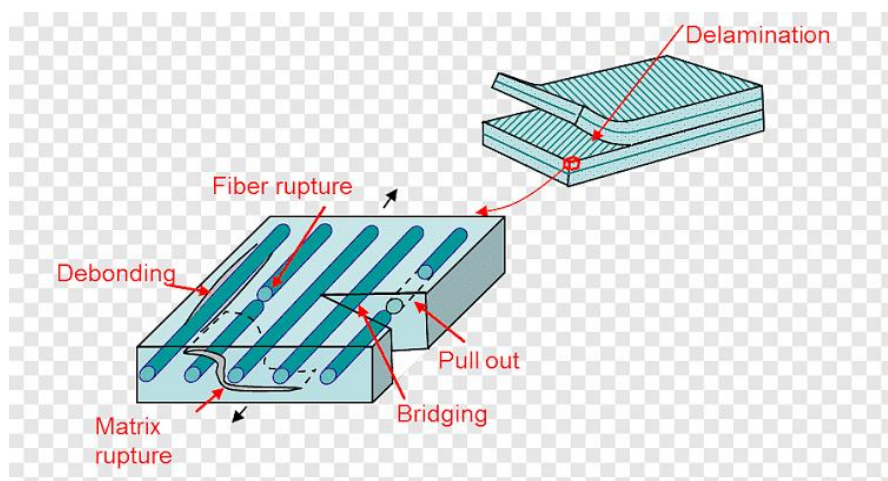


Figure II.4 Principales causes de détérioration des matériaux composites stratifiés

En général, la rupture des matériaux composites est précédée d'un dommage. Les interfaces entre les fibres et la matrice se situent à l'interface entre les plis qui forment le stratifié (délaminage) et les fibres. La détérioration globale peut survenir suite à l'accumulation de ces divers types de dommages élémentaires.

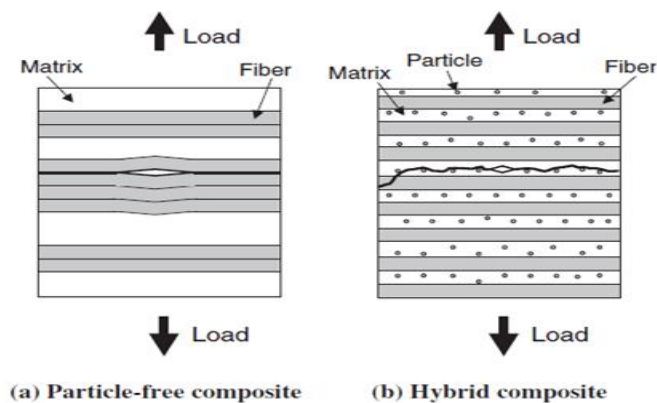


Figure II.5 Mécanismes d'endommagement dans les composites stratifiés [8]

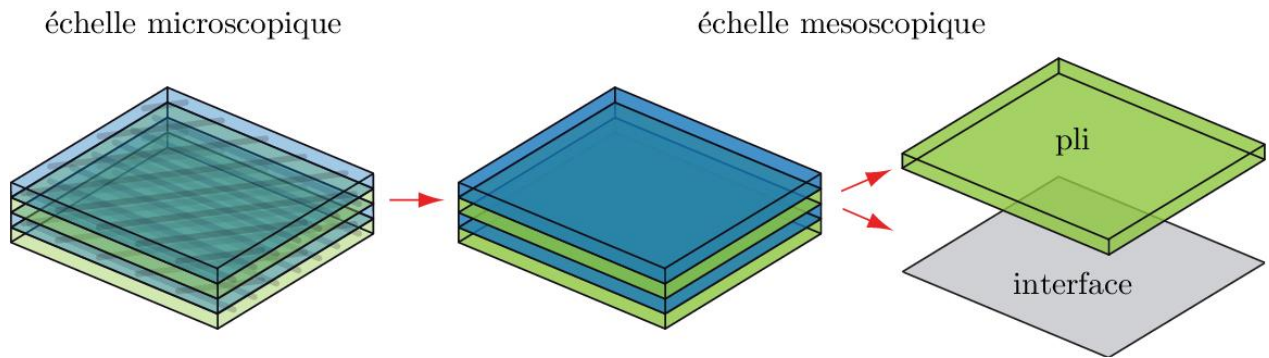


Figure II.6 Représentation du méso modèle de composites stratifiés.

II.4 Mécanisme d'endommagement :

Lorsqu'un composite est soumis à une sollicitation, l'endommagement peut se regrouper en 3 principes modes différents selon le site où ils sont repérés :

1. Fissuration matricielle.
2. Rupture des fibres.
3. Interface non parfaite
 - Rupture de l'interface (matrice , renfort) ;
 - Déchirement des fibres ;
 - Délaminage (décohésion) entre les plis.

La rupture finale d'un composite est considérée lorsque l'une des ruptures de l'un de ses constituants.

II.5 Types d'endommagements dans les matériaux composites :

II.5.1 Délaminage :

Le délaminage se produit lorsque des contraintes mécaniques, thermiques ou d'impact provoquent la séparation des couches d'un matériau composite ; ou la délamination, est le mode de rupture caractéristique d'un matériau qui se cisaille longitudinalement dans un plan perpendiculaire à son épaisseur. Il en résulte des couches, ou des strates, disjointes qui finissent par se desquamer, ou s'écailler, sous forme de lamelles plus ou moins fines.[9]

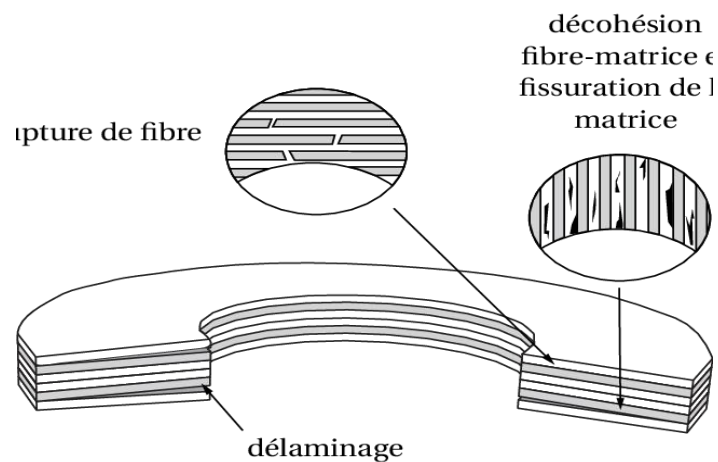


Figure II .7 Modes de rupture et front de délaminage.

Le délaminage, ou la délamination, est le mode de rupture caractéristique d'un matériau qui se cisaille longitudinalement dans un plan perpendiculaire à son épaisseur couches, ou des strates, disjointes qui finissent par se desquamer, ou s'écailler, sous forme de lamelles plus ou moins fines.



Figure II .8 : Exemple de Délaminage

II.5.1.1 Mécanismes de propagation des fissures inter laminaires

- Mode I (ouverture) : Dislocation causée par des contraintes perpendiculaires normales.
- Mode II : Séparation causée par des forces de cisaillement dans le plan.
- Mode III (rupture) : Rupture causée par des forces de cisaillement en dehors du plan.

II.5.1.2 Les facteurs de délaminage :

- **Énergie de libération de fissure (SERR)** : : Énergie requise pour propager une fissure. Éléments fondamentaux de la mécanique de la rupture linéaire élastique (LEFM).

- Les perspectives de Griffith et Irwin [10]: Établis en fonction de l'équilibre énergétique de la fissure.

II.5.2 Fissuration matricielle

La formation de fissures dans la matrice d'un composite se produit lorsque des fissures se forment, généralement en raison de charges cycliques ou de contraintes thermiques.

II.5.2.1 Élaboration et diffusion des fissures :

La formation des fissures commence par des imperfections microscopiques dans la matrice et se propage en raison de contraintes.

Les fissures se rassemblent, ce qui diminue la résistance de la matrice et diminue la rigidité et la résistance du composite.

II.5.2.2 Modèles de fissuration et critères de fracture :

Mise en œuvre de critères de fracture tels que le critère de Von Mises pour les matrices polymères et le critère de Mohr-Coulomb pour les matrices céramiques.

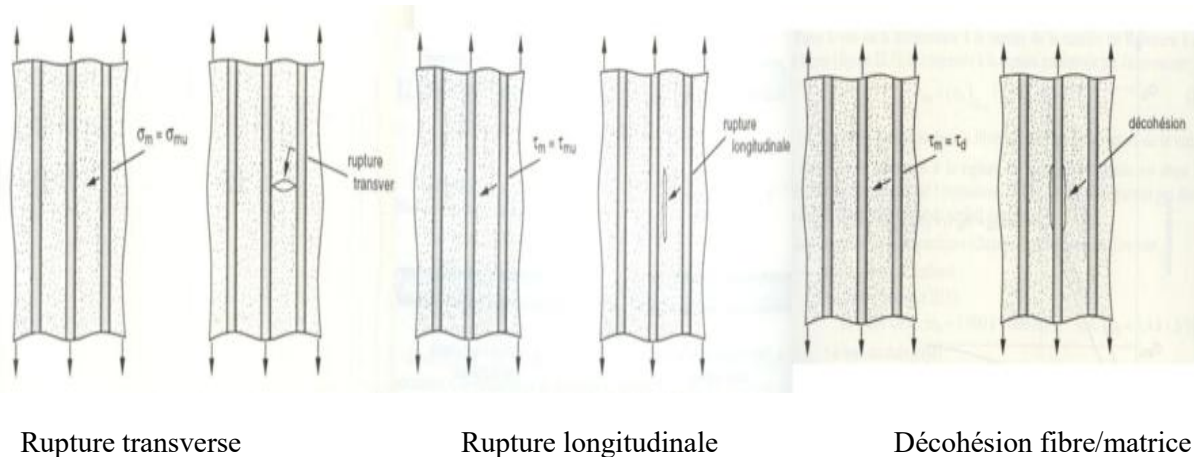


Figure II.9 : Différents mécanismes d'endommagement de la matrice.

II.5.3 Rupture des fibres

La rupture des fibres se produit lorsque les fibres du composite se rompent en raison de charges inutiles.

II.5.3.1 Mécanismes de rupture des fibres

La rupture peut présenter des caractéristiques fragiles (cassure nette sans déformation plastique) ou ductiles (étirement avant la propagation).

La rupture varie en fonction du matériau utilisé (verre, carbone, aramide) et des conditions de charge.

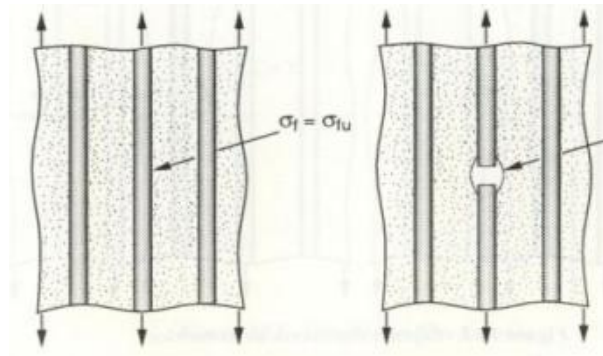


Figure II .10 :Rupture des fibres

II.5.3.2 Critères de rupture

- La combinaison des critères de rupture pour les fibres et la matrice est appelée critère de Tsai-Wu.
- La rupture des fibres dans les composites laminés est spécifiée par le critère de Puck.

II.5.4 Fissuration inter faciale

Les fissures inter faciales surviennent à l'interface entre les fibres et la matrice, généralement en raison de contraintes de cisaillement ou de variations de propriétés thermiques.

II.5.4.1 Mécanismes d'endommagement à l'interface fibre-matrice :

Les fissures inter faciales peuvent se produire en raison de défauts ou de mauvais adhésifs entre la fibre et la matrice. Elles peuvent se propager en raison de contraintes mécaniques et thermiques.

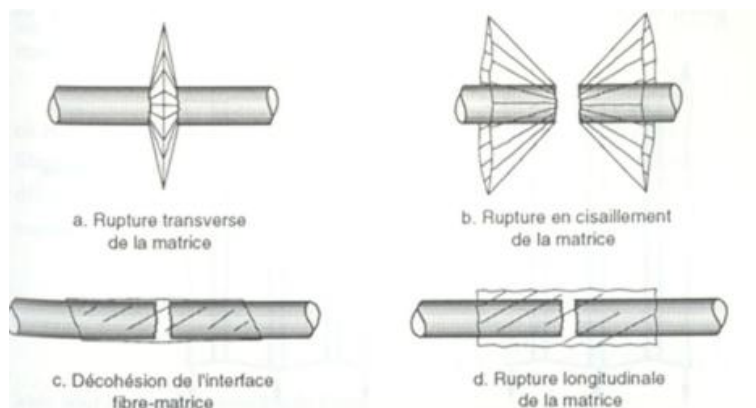


figure II.11.a: Différents modes de rupture de la matrice associés à la rupture des fibres

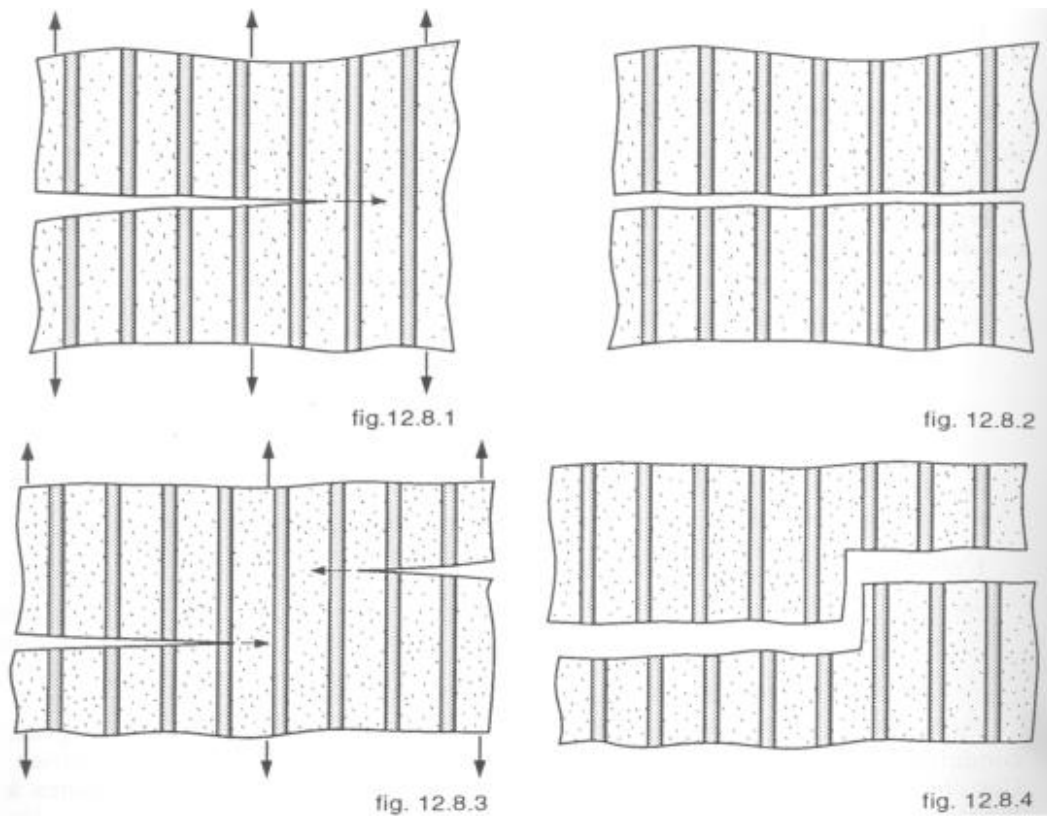


Figure II.11.b: Mécanismes d'endommagement dans le cas d'une forte adhésion fibre-matrice

II .6 Méthodes de caractérisation de l'endommagement

II .6.1-Essais mécaniques :

- Essais de traction,
- compression et flexion
- Réalisation d'essais standardisés afin d'évaluer les caractéristiques mécaniques des composites.
 - * ISO 527 : Vérification de la résistance des plastiques renforcés.
 - *ISO 14125 : Tests de résistance pour les matériaux composites.
- Étude des graphiques contrainte-déformation afin d'identifier les caractéristiques telles que le module de Young, la résistance maximale et la déformation à rupture.

II .6.2 Méthodes non destructives (NDT)

- Ultrasons,
- Thermographie,
- Radiographie.

II .6.3 Mécanismes de dégradation et de fatigue

1. Cycles de charge et mécanismes de fatigue :

- Les matériaux composites subissent des dégradations sous des charges cycliques répétées.
- Courbes S-N : Relation entre la contrainte appliquée et le nombre de cycles jusqu'à la rupture.

2. Normes ISO pertinentes

- * ISO 13003 : Essais de fatigue pour les plastiques renforcés.

II .7 Modélisation de l'endommagement des composites

Les structures stratifiées réalisées dans à partir de matériaux composites carbone époxy par exemple T300/914, IM6/914 et M55J/M18 sont constituées d'empilements de nappes unidirectionnelles. Ces nappes sont formées de renforts en fibres longues de carbone liées par de la matrice de type époxy. Le rôle du renfort est d'assurer la fonction de résistance mécanique aux efforts. La matrice de type résine époxy assure quant à elle la cohésion entre les renforts de manière à répartir les sollicitations mécaniques. Les pièces structurales sont réalisées par empilement de nappes en optimisant les directions des renforts en fonction des charges qu'elles doivent subir. Trois principaux modes de dégradation sont observés dans les couches unidirectionnelles : – la micro fissuration de la matrice parallèlement aux fibres ; – la dégradation de l'interface fibre matrice ; – la rupture des fibres. Les structures stratifiées, par nature fortement hétérogènes, sont sujettes à l'apparition de délaminages multiples près des bords libres et des zones où règne un état de sur contrainte. Le mécanisme de délaminage est initié par des phénomènes d'endommagement microscopique.

II .7.1 Modèles micromécaniques

La Modélisation de l'endommagement est au niveau des fibres et de la matrice en suivant:

- Théorie de l'homogénéisation pour prédire les propriétés globales à partir des propriétés locales des constituants.
- Modèles basés sur la distribution et l'orientation des fibres.

II .7.2 Modèles méso mécaniques

La modélisation de l'endommagement s'effectue à l'échelle des plis et des interfaces :

- Modèles de zone cohésive (CZM) pour simuler la propagation des fissures inter faciales.

- Utilisation de la méthode des éléments finis (FEM) pour analyser les champs de contraintes et de déformations.

II .7.3 Modèles macro mécaniques

Les modèles globaux pour la prédiction de la réponse des structures composites :

- Ajouter les critères de délaminage et de rupture aux modèles globaux.
- Utiliser des logiciels de simulation pour anticiper le comportement dans diverses conditions de charge.

II .8 Analyse de l'endommagement dans les structures composites

Selon nos collaborateurs industriels, fabricants et utilisateurs de composites, les étapes de production et d'assemblage jouent un rôle essentiel dans la durée de vie des pièces composites. Malheureusement, généralement pour des raisons de confidentialité, les données statistiques sur les dégâts subis.

Les étapes ne sont pas accessibles. En revanche, on reconnaît généralement que les composites sont sensibles aux délaminages lors des phases d'usinage ou lors de chocs avec des outils ou d'autres pièces des assemblages. En examinant de manière plus approfondie les dommages observés sur les pièces composites, on observe différents scénarios d'endommagements liés à la complexité de ces matériaux (Fig. I.11).



Figure II .12 Exemple de l'endommagement dans les structures aéronautiques composites

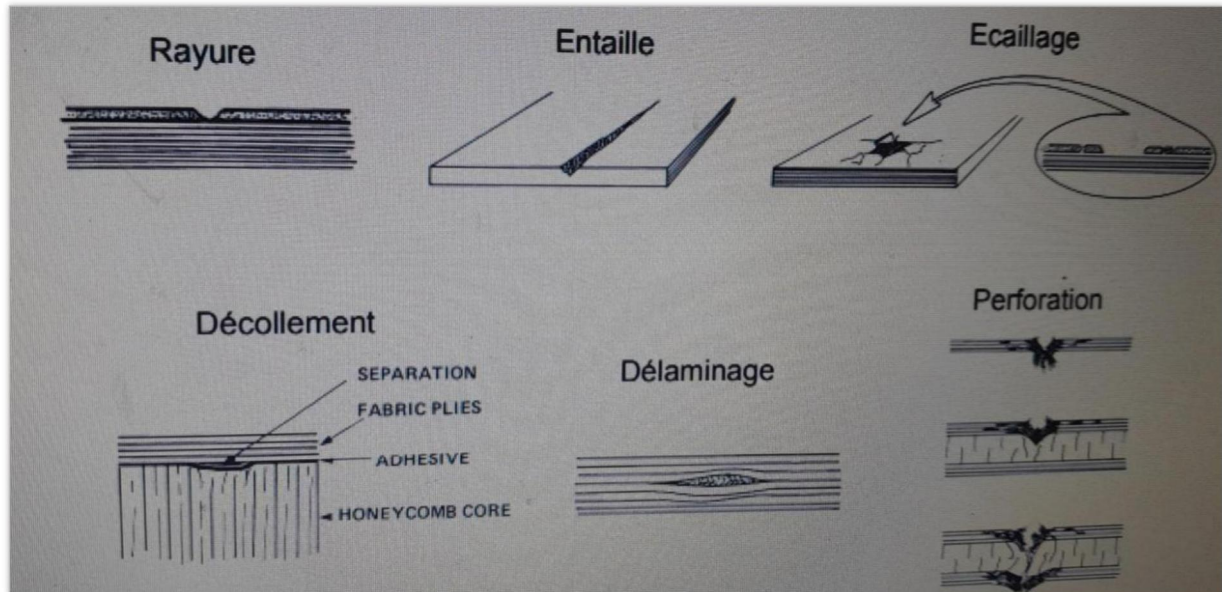


Figure II.13 Différents types de dommages rencontrés sur pièces composites [Torres, 1986][11]

II .9 Conclusion

Du fait de leur aspect hétérogène et anisotrope, les composites présentent typiquement de nombreux défauts locaux antérieurs au chargement différents de ceux des matériaux métalliques. Les défauts locaux sont considérés comme des formes d'endommagement, et le développement de ces défauts ou l'apparition d'autres défauts supplémentaires au cours de l'augmentation du chargement et/ou du temps est appelé accumulation d'endommagement. En effet, le terme mécanique d'endommagement a été inventé pour décrire l'étude de l'initiation et de l'accumulation de ces défaut jusqu'à et y compris la rupture.

Dans ce chapitre, nous avons présenté, en premier lieu, un état de l'art synthétique des matériaux composites avec les différentes formes d'endommagement qui peuvent se développer dans les structures composites. Après avoir évoqué l'effet des dégradations dues à l'endommagement, on a donné un aperçu bibliographique à propos de quelques modèles d'endommagement existants dans la littérature.

CHAPITRE III

RÉSOLUTION DES PROBLÈMES DE DYNAMIQUE DES STRUCTURES

III.1 INTRODUCTION

L'analyse de problèmes dynamiques, dans le domaine temporel, nécessite l'utilisation de méthodes d'intégration pas à pas pour résoudre les équations du mouvement. Ces méthodes permettent de déterminer une approximation de la solution exacte à intervalles de temps discrets.

Durant le processus de calcul, la précision, la stabilité de la solution et la durée du calcul dépendent de la longueur du pas de temps et de la méthode d'intégration choisie.

Le présent chapitre décrit l'analyse dynamique des structures composites en se rappelant des aspects numériques en termes d'intégration temporelle et discrétisation spatiale.

III.2 MÉTHODES DE RÉOLUTION

Deux classes de méthodes d'intégration peuvent être distinguées : ce sont les méthodes d'intégration explicite et implicite.

Les schémas explicites se caractérisent par leur facilité d'implémentation dans un code de calcul car la recherche de l'équilibre au temps $t + \Delta t$ est établie en fonction des quantités connues à l'instant précédent t . Leur inconvénient majeur tient dans leur convergence conditionnelle, d'où la nécessité de prendre des pas de temps très petits ; ce qui conduit à des coûts de calcul élevés. Par contre, les schémas implicites sont généralement inconditionnellement stables. Ils sont cependant plus lourds à mettre en œuvre, en particulier, dans l'étude des problèmes non-linéaires.

Pour que l'équilibre au temps $t + \Delta t$ soit établi, la solution doit converger sur l'incrément Δt , ce qui rend cette convergence difficile à atteindre quand les non-linéarités sont importantes. Dans ce travail, la méthode d'intégration implicite de Newmark [12] est utilisée pour résoudre les équations d'équilibre dynamique.

III.2.1 SCHÉMA DE NEWMARK POUR LES SYSTÈMES LINÉAIRES

Les travaux de recherches de [13, 14, 15 et 16] ont mené la méthode d'intégration proposée par N.M. Newmark [12] permet de résoudre les équations différentielles de second ordre de

la évolution des structures. Prenons l'équation qui illustre la dynamique d'un système linéaire à l'instant $t+\Delta t$:

$$M\ddot{u}_{t+\Delta t} + B\dot{u}_{t+\Delta t} + K\ddot{u}_{t+\Delta t} = F_{t+\Delta t} \quad (3.1)$$

Les matrices de masse, d'amortissement et de raideur sont respectivement M , B et K . Les valeurs de déplacement et de force exercées sur le système sont u et F .

Selon Newmark, le schéma repose sur le développement en série de Taylor, qui est tronqué à l'ordre 3.

L'accélération est supposée linéaire entre les instants t et $t + \Delta t$:

$$\ddot{u}_{t+\Delta t} = \frac{u_{t+\Delta t} - u_t}{\beta\Delta t^2} - \frac{\dot{u}_t}{\beta\Delta t} - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{u}_t \quad (3.2)$$

La substitution de la relation (3.2) donne :

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}(u_{t+\Delta t} - u_t) - \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right)\dot{u}_t - \Delta t\left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right)\ddot{u}_t \quad (3.3)$$

La première relation de l'équation (3.3) permet d'exprimer l'accélération $\ddot{u}_{t+\Delta t}$ en fonction des termes connus et du déplacement à $t + \Delta t$:

$$\ddot{u}_{t+\Delta t} = \frac{u_{t+\Delta t} - u_t}{\beta\Delta t^2} - \frac{\dot{u}_t}{\beta\Delta t} - (1/2\beta - 1)\ddot{u}_t \quad (3.4)$$

En remplaçant l'équation (3.3) par l'équation (3.4), on ne peut exprimer la vitesse $\dot{u}_{t+\Delta t}$ que selon les termes connus et le déplacement à $t + \Delta t$.

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \gamma\beta\Delta t(u_{t+\Delta t} - u_t) - (\gamma\beta - 1)\dot{u}_t - \Delta t(\gamma/2\beta - 1)\ddot{u}_t \quad (3.5)$$

L'introduction des relations (3.4) et (3.5) dans l'équation de mouvement (3.1) conduit à une nouvelle écriture équivalente à celle d'un problème statique de la forme :

$$\hat{K}_{u_{t+\Delta t}} = \hat{F}_{t+\Delta t} \quad (3.6)$$

— \hat{K} est la matrice Jacobienne définie par :

$$\hat{K} = K + \frac{\gamma}{\beta\Delta t} B + \frac{1}{\beta\Delta t^2} M \quad (3.7)$$

La stabilité du schéma est relative au choix des constantes d'intégration β et γ :

— $(\beta, \gamma) = (1/4, 1/2)$: méthode d'accélération moyenne et le schéma est inconditionnellement stable

- $(\beta, \gamma) = (1/6, 1/2)$: méthode d'accélération linéaire et le schéma est conditionnellement stable. Dans ce cas il faut que le pas de temps soit inférieur à un seuil exprimé en fonction de la plus petite période du système T_{min} :

$$\Delta t \leq 0.551 T_{min} \quad (3.8)$$

Les structures mécaniques sont souvent représentées par modèles élément finis à plusieurs degrés de libertés. Ainsi, la période T_{min} peut être, quand il s'agit de chercher la réponse dans le domaine des hautes fréquences, très petite ce qui rend la résolution du problème très lente.

III.2.2 SCHÉMA DE NEWMARK POUR LES SYSTÈMES NON-LINÉAIRES

En règle générale, on recommande l'utilisation de méthodes d'intégration implicites et inconditionnellement stables pour l'analyse des systèmes complexes. Cela s'explique par le fait que la durée de la réponse non-linéaire change pendant la résolution, ce qui rend la résolution difficile. Il est essentiel de toujours respecter les conditions de stabilité liées aux méthodes conditionnellement stables, comme l'indique l'équation (3.8) pour l'accélération linéaire. Cette section expose la méthode de Newmark sous sa forme incrémentale, qui peut être utilisée pour les systèmes linéaires et non-linéaires.

Cette équation représente le comportement dynamique d'un système qui présente des non-linéarités liées à sa raideur et un amortissement supposé constant :

$$M\ddot{u}_t + B\dot{u}_t + K(u_t)u_t = F_t \quad (3.9)$$

fnl représente la force non linéaire. À l'instant $t + \Delta t$ l'équation (3.9) devient

$$M\ddot{u}_{t+\Delta t} + B\dot{u}_{t+\Delta t} + K(u_{t+\Delta t})u_{t+\Delta t} = F_{t+\Delta t} \quad (3.10)$$

La soustraction de l'équation (3.9) à l'équation (3.10) donne :

$$M\Delta\ddot{u}_{t+\Delta t} + B\Delta\dot{u}_{t+\Delta t} + \bar{K}_{t+\Delta t} \Delta u_t = \Delta F \quad (3.11)$$

La matrice sécante de raideur calculée entre t et $t + \Delta t$ est appelée K . Le déplacement à $t + \Delta t$ n'est pas encore connu dans cette matrice, ce qui la rend inconnue. Par conséquent, la matrice de raideur tangente K_t calculée à l'instant t est couramment employée comme suit :

$$\bar{\mathbf{K}}_t = \left. \frac{\partial f_{nl}}{\partial \mathbf{u}_t} \right|_t \quad (3.12)$$

À partir de l'équation (3.2), les incréments du déplacement et de la vitesse s'expriment comme :

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{u} = \Delta t \dot{\mathbf{u}}_t + \frac{t}{2} \ddot{\mathbf{u}}_t + \Delta t^2 \beta \Delta \ddot{\mathbf{u}} \\ \Delta \dot{\mathbf{u}} = \Delta t \ddot{\mathbf{u}}_t + \gamma \Delta t \Delta \ddot{\mathbf{u}} \end{cases} \quad (3.13)$$

Grâce à l'équation (3.13), il est possible de calculer l'augmentation de l'accélération en fonction de celle du déplacement :

$$\Delta \mathbf{u} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} \Delta \mathbf{u} - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\mathbf{u}}_t - \frac{1}{2\beta} \ddot{\mathbf{u}}_t \quad (3.14)$$

L'équation (3.18) est remplacée par l'équation (3.17) qui donne l'expression de l'augmentation de vitesse en fonction de celle de déplacement :

$$\Delta \dot{\mathbf{u}} = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \Delta \mathbf{u} - \frac{\gamma}{\beta} \dot{\mathbf{u}}_t - \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \Delta t \ddot{\mathbf{u}}_t \quad (3.15)$$

En remplaçant les termes $\Delta \ddot{\mathbf{u}}$ et $\Delta \dot{\mathbf{u}}$ dans l'équation (3.15), l'équation incrémentale de mouvement devient :

$$\hat{\mathbf{K}} \Delta \mathbf{u} = \Delta \hat{\mathbf{F}} \quad (3.16)$$

$$\hat{\mathbf{K}} = \bar{\mathbf{K}}_t + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{B} + \frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{M} \quad (3.17)$$

En additionnant leurs incréments à leurs valeurs à l'instant t , on obtient la vitesse $\dot{\mathbf{u}}_t + \Delta t$ et l'accélération $\ddot{\mathbf{u}}_t + \Delta t$. Les valeurs $\mathbf{u}_t + \Delta t$, $\dot{\mathbf{u}}_t + \Delta t$ et $\ddot{\mathbf{u}}_t + \Delta t$ ne seront pas en accord avec l'équilibre dynamique à $t + \Delta t$.

La correction itérative des incréments de la vitesse et d'accélération est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}^{(k)} = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \Delta \mathbf{u}^{(k)} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}^{(k)} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} \Delta \mathbf{u}^{(k)} \end{cases} \quad (3.18)$$

La résolution de l'équation suivante permet de déterminer l'augmentation du déplacement grâce à ce processus itératif :

$$\Delta u^{(k)} = -\widehat{K}^{-1} r(u_{t+\Delta t}^{(k)}) \quad (3.19)$$

Le critère le plus couramment employé est celui qui exige que la norme de $r(u_{t+\Delta t}^{(k)})$ soit inférieure à un seuil de précision et stable par rapport à sa variation

$$\left\{ \begin{array}{l} \|r(u_{t+\Delta t}^{(k)})\| \leq \varepsilon_1 \|F_{t+\Delta t}\| \\ \frac{\|r(u_{t+\Delta t}^{(k)})\| - \|r(u_{t+\Delta t}^{(k-1)})\|}{\|r(u_{t+\Delta t}^{(k)})\|} \leq \varepsilon_2 \end{array} \right. \quad (3.20)$$

Avec $\varepsilon_1 \ll 1$ et $\varepsilon_2 \ll 1$.

III.2.3 MÉTHODES ITÉRATIVES DE NEWTON :

En utilisant les techniques de Newton afin de diminuer les erreurs de déséquilibre entre le poids appliqué au système et sa force interne. Afin d'éviter que ces erreurs ne se regroupent à chaque pas de temps, il est possible d'utiliser un processus itératif afin d'atteindre un équilibre à un seuil de convergence souhaité à chaque pas de temps. Le concept fondamental de la méthode de Newton-Raphson réside dans cette procédure. Effectivement, le principe de fonctionnement de ce type de méthode est très simple :

- _ La vérification de l'état d'équilibre par rapport à un seuil de convergence donné ;
- _ Si l'équilibre n'est pas satisfait, les variables de l'équation d'équilibre doivent être ajustées.

La figure 3.1 présente la procédure d'itération de Newton-Raphson, qui représente l'équilibre à l'instant $t + \Delta t$ en partant d'un état d'équilibre au temps précédent t . La modification du chargement de F_t à $F_{t+\Delta t}$ change le déplacement de u_t à $u_{t+\Delta t}$ de manière incrémentale en éliminant le résidu r . On trouve l'algorithme de cette méthode dans le tableau 3.1.

I. Pas de temps $t + \Delta t$

1. Chargement : $F_{t+\Delta t}$
2. Déplacement : $u_{t+\Delta t}^{(0)}$
3. Matrice tangente : $\widehat{K}_{t+\Delta t}^{(0)} = \widehat{K}_t$

II. Itérations de correction, $k = 1, 2, 3, \dots$

1. $\Delta u^{(k)} = -\widehat{K}_{t+\Delta t}^{(k-1)} r(u_{t+\Delta t}^{(k-1)})$
2. Actualisation de déplacement
 $u_{t+\Delta t}^{(k)} = u_{t+\Delta t}^{(k-1)} + \Delta u^{(k)}$
3. Actualisation de résidu : $r(u_{t+\Delta t}^{(k)})$
4. évaluation de la matrice tangente $\widehat{K}_{t+\Delta t}^{(k)}$
5. Si la convergence n'est pas satisfaite, retour à l'étape **II**
6. Si non, passer au pas de temps suivant

TABLE III.1 – Algorithme de la méthode de Newton-Raphson

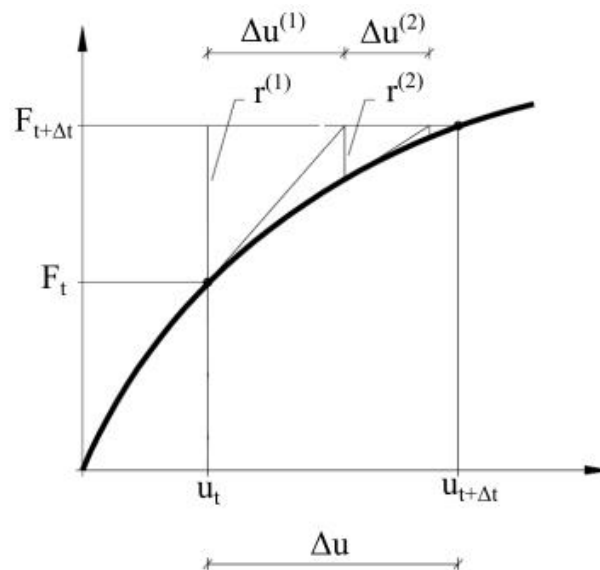


Figure III.1 – Méthode de Newton-Raphson

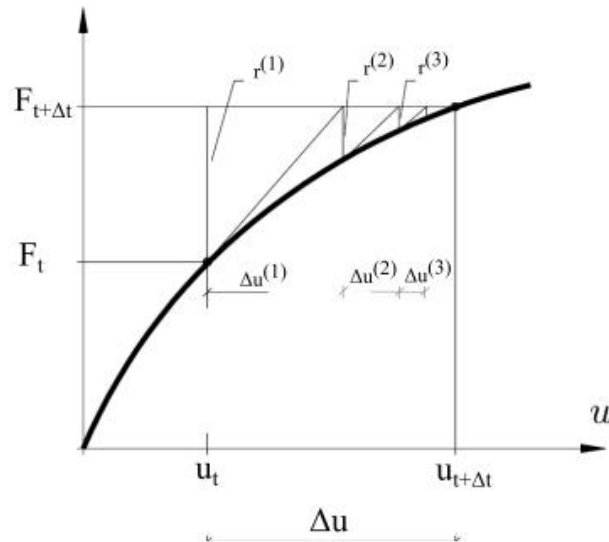


Figure III.2– Méthode de Newton-Raphson modifiée

III.3 VIBRATIONS LINÉAIRES DES STRUCTURES COMPOSITES

La particularité de la théorie des déformations de cisaillement de premier ordre (FSDT : First-order Shear Déformation Theory) pour la modélisation des structures composites réside dans sa facilité de mise en œuvre dans un code éléments. finis et son coût de calcul abordable.

III.3.1 RELATION DÉPLACEMENT-DÉFORMATION

Par exemple, considérons une plaque multicouche avec un volume Ω , une épaisseur constant h et un nombre n de couches avec des orientations différentes des fibres (i.e. θ). Le système global de coordonnées $(\sim x, \sim y, \sim z)$ est sélectionné de manière à ce que le plan $\Gamma(\sim x, \sim y)$ soit le plan médian de la plaque et l'axe $\sim z$ soit l'axe de l'épaisseur. Selon la figure III.3, la couche k a une épaisseur $h_k = z_{k+1} - z_k$, où z_{k+1} et z_k sont les coordonnées des surfaces supérieure et inférieure de la couche. L'hypothèse est que la contrainte Ω

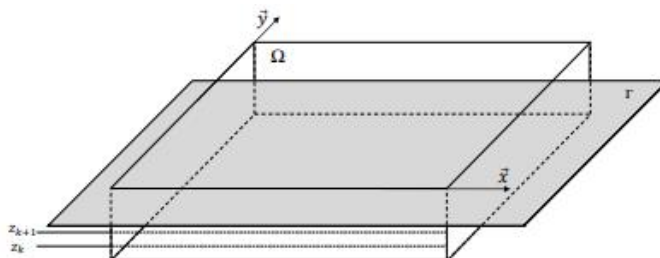


FIGURE III.3 – Plaque stratifiée et son plan moyen

normale dans la direction \vec{z} est nulle, le champ de déplacement $\{u\}$ dans le plan $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ peut être exprimé comme :

$$\{u(x, y, z, t)\} = \begin{Bmatrix} u(x, y, z, t) \\ v(x, y, z, t) \\ w(x, y, z, t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_0(x, y, t) \\ v_0(x, y, t) \\ w_0(x, y, t) \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \varphi_x(x, y, t) \\ \varphi_y(x, y, t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & z & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & z \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{Bmatrix} \quad (3.22)$$

Où u , v et w sont les mouvements le long des axes \vec{x} , \vec{y} et \vec{z} ; $u_0(x, y, t)$, $v_0(x, y, t)$ et $w_0(x, y, t)$ sont les mouvements du plan médian correspondants dans les directions $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, z est la coordonnée d'un point quelconque le long de la normale \vec{z} et (φ_x, φ_y) sont les rotations de la normale au plan médian autour des axes \vec{x} et \vec{y} .

Dans le cas de petits déplacements, le tenseur des déformation s'écrit :

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\nabla u + \nabla u^T) \quad (3.23)$$

$$= \begin{Bmatrix} E_m + E_f \\ E_s \end{Bmatrix} \quad (3.24)$$

Ces déformations peuvent aussi s'écrire sous une forme matricielle en fonction du champ de déplacement $\{u_0, v_0, w_0, \varphi_x, \varphi_y\}^T$:

*Déformations linéaires.

$$E_m = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{Bmatrix} \quad (3.25)$$

$$E_f = z \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{Bmatrix} \quad (3.26)$$

$$E_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

La plaque est constituée de n couches, la figure 3.4 présente une couche k et son système de coordonnées. Le mouvement des fibres ($\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$) est établi dans le repère global de la plaque ($\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$). La loi de comportement élastique doit donc être exprimée dans le repère global. La loi de Hooke peut être exprimée de la manière suivante : $\sigma_{k+1} = z_k k e_1 e_2 \theta$

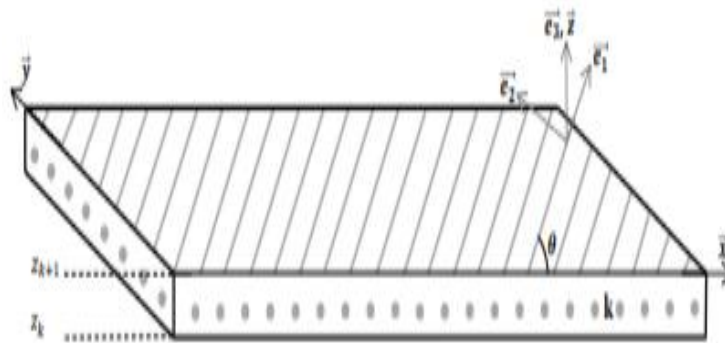


FIGURE III.4 – Une couche unidirectionnelle et ses systèmes de coordonnées.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & kC_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & kC_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{Bmatrix} \quad (3.28)$$

k est le facteur de correction de cisaillement. Le vecteur des contraintes locales $\{\sigma\}_l = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}\}$ T peut s'exprimer dans le repère global par l'introduction de la matrice de passage T :

$$\{\sigma\}_g = [T] \{\sigma\}_l \quad (3.29)$$

avec $\{\sigma\}_g = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}\}$ T est le vecteur des contraintes globales et $[T]$ s'écrit :

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin^2(\theta) & 0 & -\sin(2\theta) & 0 & 0 \\ \sin^2(\theta) & \cos^2(\theta) & 0 & \sin(2\theta) & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & 0 & \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

De même, le vecteur des déformations locales $\{\varepsilon\}_l = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{23}\}$ T se transforme dans le repère global en utilisant la matrice de passage T :

$$\{\varepsilon\}_g = [T]^T \{\varepsilon\}_l \quad (3.31)$$

Le vecteur des déformations dans le repère est T , avec $\{\varepsilon\}_g = \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}\}$.

La loi de comportement se manifeste dans le cadre global par le repère.

$$\{\sigma\}_g = [T] \{\sigma\}_l \quad (3.32)$$

$$= [T][C]_{loc} \{\varepsilon\}_l \quad (3.33)$$

$$= [T][C]_{loc} [T]^T \{\varepsilon\}_g \quad (3.34)$$

La matrice d'élasticité $[C]$, exprimée dans le repère global, est donnée par la relation suivante :

$$[C] = [T][C]_{loc} [T]^T \quad (3.35)$$

III.3.2 FORMULATION VARIATIONNELLE

En utilisant E_c pour désigner l'énergie cinétique de la plaque et E_p pour désigner son énergie potentielle, on peut énoncer le principe des travaux virtuels entre deux instants t_1 et t_2 .

$$\delta\Pi = \int_{t_1}^{t_2} (\delta E_c + \delta E_p) dt = \delta\Pi_{\text{ext}} \quad (3.36)$$

$\delta\Pi_{\text{ext}}$ est le travail virtuel des forces extérieures.

$$E_c = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \dot{u}^T \cdot \dot{u} d\Omega \quad (3.37)$$

$$E_p = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \delta \varepsilon^T \sigma d\Omega \quad (3.38)$$

En utilisant ρ pour la masse volumique, Ω pour le volume total de la plaque, ε pour les déformations linéaires et σ pour les contraintes de Cauchy. La fluctuation de l'énergie potentielle est alors mesurée :

$$\delta E_p = \int_{\Omega} \delta \varepsilon^T \sigma d\Omega \quad (3.40)$$

La modélisation 2D permet de convertir les intégrales dans le volume Ω en intégrales surfaciques dans le plan moyen Γ de la plaque. Pour faciliter les écritures, toutes les quantités sont exprimées au niveau élémentaire Γ e dans ce qui suit. Donc, la fluctuation de l'énergie potentielle est la suivante :

$$\delta E_p = \int_{\Gamma^e} \delta \varepsilon^T \sigma dA \quad (3.41)$$

$$\delta E_c = \int_{\Gamma^e} \rho \delta \{u_n\}^T \{\ddot{u}_n\} dA \quad (3.42)$$

Le vecteur des contraintes peut se décomposer comme suit :

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_m + \sigma_f \\ \sigma_s \end{Bmatrix} \quad (3.43)$$

Avec : - **Effet membrane**

$$\sigma_m = [N_x, N_y, N_{xy}]^T = \left[\int_{h_k}^{h_{k+1}} (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}) dz \right]^T \quad (3.44a)$$

- Effet de flexion

$$\sigma_f = [M_x, M_y, M_{xy}]^T = \left[\int_{h_k}^{h_{k+1}} (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}) z dz \right]^T \quad (3.44b)$$

- Effet de cisaillement

$$\sigma_s = [Q_x, Q_y]^T = \left[\int_{h_k}^{h_{k+1}} (\sigma_{xz}, \sigma_{yz}) dz \right]^T \quad (3.44c)$$

III.3.3 DISCRÉTISATION PAR ÉLÉMENTS FINIS

La méthode des éléments finis est un outil indispensable pour résoudre les problèmes de calcul de structures. Son utilité réside dans sa capacité à analyser de manière efficace les comportements dynamiques et statiques des structures minces et hétérogènes. Elle est très jeune.

Il est aussi en mesure de prédire de manière adéquate leurs comportements mécaniques en tenant compte des effets non linéaires qui peuvent se produire, comme l'endommagement.

La représentation de l'ensemble de la structure comme un assemblage d'éléments de forme simple est la base de la méthode des éléments finis. Autrement dit, l'ensemble de la structure est divisé en plusieurs éléments finis.

Des fonctions de forme construites souvent à partir d'approximation polynomiale sont utilisées pour approcher des champs inconnus. La méthode la plus facile est de considérer les déplacements comme la principale inconnue.

Selon la théorie FSDT permet d'obtenir les mouvements de tous les points de la structure en utilisant seulement trois translations (u_0, v_0, w_0) et les deux rotations (φ_x, φ_y) exprimées dans le plan médian Γ , ce qui permet de passer d'une configuration 3D à une configuration 2D. Par la suite, il est envisageable de générer l'approximation du domaine Γ en combinant des domaines élémentaires Γ_e constitués d'éléments Serendip isoparamétriques à huit nœuds Q8, où les sommets des rectangles et les points situés au milieu de chaque arête sont désignés comme des nœuds.

Selon Reddy (2004)[17], la famille Serendip est constituée d'éléments finis qui ne possèdent pas de nœuds intérieurs. Selon Chee 00 et Zghal 17 [18,19 et 20], il est possible de modéliser des structures composites minces et épaisses.

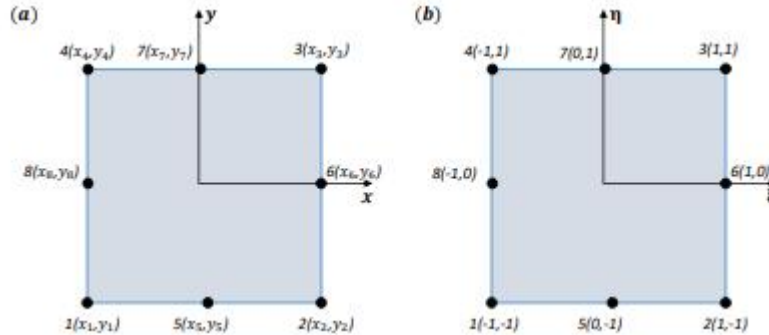


FIGURE III.5 – Élément fini isoparamétrique rectangulaire Q8 en coordonnées élémentaire (a) et locales (b)

Les fonctions notées N_i sont définies, en fonction des coordonnées locales (ξ, η) , sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} N_1 = \frac{1}{4}(1-\eta)(-1+\xi)(1+\eta+\xi) \\ N_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(-1+\eta)(1+\eta-\xi) \\ N_3 = \frac{1}{4}(1+\eta)(1+\xi)(-1+\eta+\xi) \\ N_4 = \frac{1}{4}(-1+\xi)(1-\eta^2+\xi+\eta\xi) \\ N_5 = \frac{1}{2}(-1+\eta)(1+\xi^2) \\ N_6 = -\frac{1}{2}(-1+\eta^2)(1+\xi) \\ N_7 = -\frac{1}{2}(1+\eta)(-1+\xi^2) \\ N_8 = -\frac{1}{2}(-1+\eta^2)(-1+\xi) \end{array} \right. \quad (3.45)$$

La matrice Jacobienne $[J]$ permettant le changement de variables physiques (x, y) aux variables intrinsèques (ξ, η) est exprimée par :

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Dans l'équation (3.32), on représente le déplacement élémentaire en utilisant cinq inconnues. Chaque nœud peut donc accepter cinq DDLs qui représentent le vecteur du déplacement nodal.

$\{u_n\} = \{u_i \ v_i \ w_i \ \phi_{xi} \ \phi_{yi}\}^T$ avec $i = 1, 2, \dots, 8$. Utilisant les fonctions de forme N_i , le champ de déplacement élémentaire peut alors se réécrire sous la forme matricielle suivante :

$$\{u_e\} = \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & \dots & N_8 \end{bmatrix} \{u_n\} \quad (3.47)$$

Le tenseur de déformations linéaires s'écrit alors:

$$\varepsilon = [B_1] \{u_n\} \quad (3.48)$$

Et la variation de ε est :

$$\delta_\varepsilon = [B_1] \delta \{u_n\} \quad (3.49)$$

L'expression matricielle de $[B_1]$ est une matrice d'interpolation linéaire des déformations.

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

Avec :

$$B_m = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B_f = z \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En utilisant la notation discrétisée des mouvements et des déformations, le tenseur des contraintes se transforme en :

$$\delta \Pi \int_A \int_{h_\theta}^{h_{k+1}} \delta \{u_n\}^T [B_m + zB_f + B_s]^T [C][B_m + zB_f + B_s] \{u_n\} dz dA \quad (3.51)$$

D'où la forme discrète de l'équation (2.48) des travaux virtuel :

$$\begin{aligned} \delta \Pi &= \int_A \int_{h_\theta}^{h_{k+1}} \delta \{u_n\}^T [B_m + zB_f + B_s]^T [C][B_m + zB_f + B_s] \{u_n\} dz dA \\ &+ \int_A \int_{h_\theta}^{h_{k+1}} \delta \{u_n\}^T \rho [N^T A_m^T A_m N]^T \{\ddot{u}_n\} dz dA \\ &= \delta \{u_n\}^T F(t) \end{aligned}$$

Ainsi, les matrices élémentaires de masse et de raideurs linéaire s'écrivent :

$$[M_e] = \sum_{k=1}^n \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{z_k}^{z_{k+1}} \delta \{u_n\}^T \rho [N^T A_m^T A_m N]^T J dz d\eta d\xi \quad (3.52a)$$

$$[K_e] = \sum_{k=1}^n \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{z_k}^{z_{k+1}} [B_m + zB_f + B_s]^T [C]^T [B_m + zB_f + B_s] \det(J) dz d\eta d\xi \quad (3.52b)$$

On évalue ces intégrales à partir de quatre points d'intégration de Gauss $(\xi, \eta) = (\pm\sqrt{1/3}, \pm\sqrt{1/3})$ et d'un seul point d'intégration dans la direction de l'épaisseur $z_G = \frac{z_k + z_{k+1}}{2}$. On obtient les matrices globales en assemblant les matrices élémentaires.

On suppose que l'amortissement est proportionnel, avec $[B] = \alpha_1 [M] + \alpha_2 [K]$. Une fois assemblée, la dynamique de la structure est décrite par l'équation suivante :

$$[M]\ddot{u} + [B]\dot{u} + [K]u = F \quad (3.53)$$

La présence d'une détérioration dans la structure altère ses caractéristiques élastiques, ce qui nécessite l'ajout de la variable de détérioration D à la raideur $[K(D)]$ dans l'équation du mouvement (3.53).

III.4 CONCLUSION

Ce chapitre présente des rappels concernant les méthodes itératives pour résoudre les équations de mouvement vibratoire linéaire et non-linéaire dans le domaine temporel, en utilisant les schémas de Newmark et les méthodes itératives de Newton.

En comparant la modélisation par élément finis des structures composites basée sur la théorie FSĐT avec les théories HSĐT et CPT, on peut confirmer sa validité en comparant les fréquences propres et les formes modales.

CHAPITRE IV

SIMULATION NUMÉRIQUE ET ÉTUDE DE CAS

IV.1 INTRODUCTION :

Le mécanisme d'endommagement commence dans les composites à se développer à une échelle microscopique locale. Les efforts locaux qui dépassent une valeur seuil caractéristique du matériau, provoquent la création de défauts locaux dans les constituants du composite. L'accumulation de ces défauts engendre une dégradation des propriétés élastiques de la structure et sa rupture. Plusieurs facteurs interviennent dans le mécanisme d'endommagement tels que l'orientation des fibres, l'épaisseur des couches formant la structure composite et le type de chargement imposé.

Le présent chapitre contribue dans l'analyse dynamique des structures composites en se rappelant des aspects numériques en termes d'intégration temporelle et discrétisation spatiale, permettant d'analyser la concentration des contraintes au voisinage de la présence d'endommagement. En plus de la validation de notre modèle numérique en comparaison avec les résultats analytique des autres auteurs; durant le processus des simulations, la prise en compte de certains paramètres est essentielle pour effectuer le travail.

IV.2 SIMULATION NUMÉRIQUE ET VALIDATION

En formulation implicite, le phénomène est représenté par l'équation

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)$$

où

- x est le vecteur position ;
- \dot{x} est le vecteur vitesse ;
- \ddot{x} est le vecteur accélération ;
- m est la masse ;
- c est un facteur d'amortissement ;
- k est la raideur ;
- F est la force extérieure s'exerçant sur le système ;
- t est le temps.

On s'intéresse au problème d'une poutre qui se déforme en flexion. L'excitation se traduit par une force ponctuelle $F(t)$ appliquée au milieu de la poutre. La poutre est constituée d'un matériau de module d'élasticité E et de masse volumique ρ . La section de la poutre est S , et le moment quadratique est I .

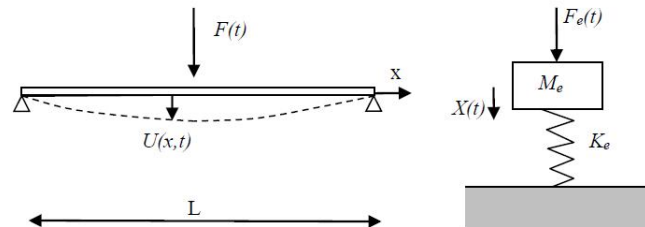


FIGURE IV.1 – Système dynamique

Avant de concrétiser notre modèle et afin de valider nos résultats de notre analyse et confirmer la formulation FSDT Cugnoni et al [21], on compare tout d'abord les fréquences propres obtenues numériquement à celles d'un modèle similaire [22].

Supposons une plaque en matériau stratifié rectangulaire avec une densité volumique de 1463 Kg/m³, avec des dimensions de 290 × 234 × 5 mm. Elle est composée de 8 couches de même épaisseur, orientées $(90^\circ/0^\circ)_2s$. Les extrémités de la plaque sont ouvertes.

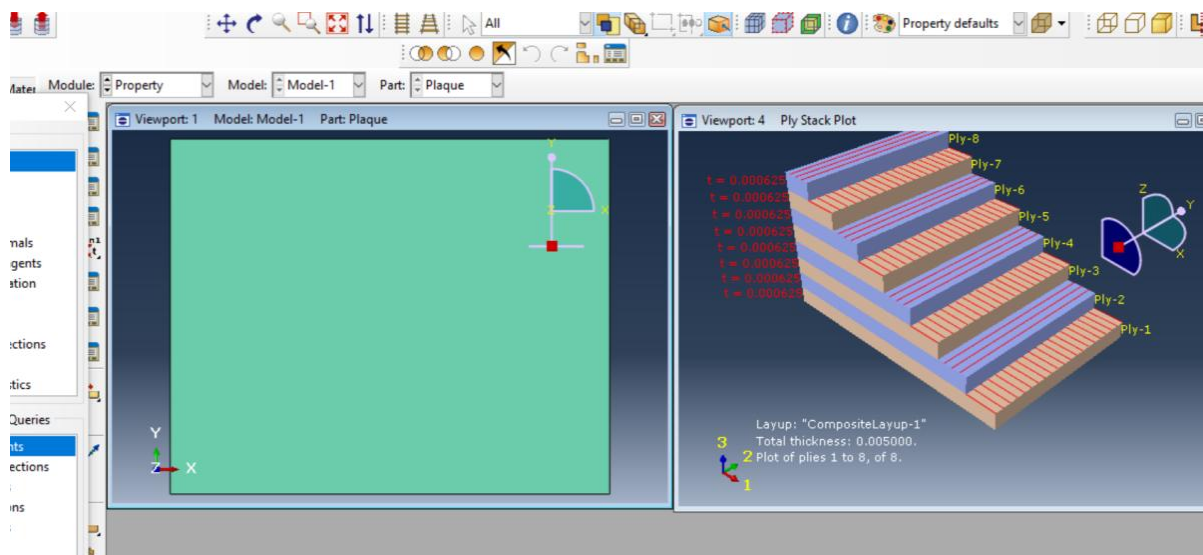


FIGURE IV.2 – Simulation numérique en Abaqus

Les caractéristiques mécaniques du matériau sont reportées dans le tableau suivant:

Propriété	E1 (GPa)	E2 (GPa)	G23 (GPa)	G13 (GPa)	G12 (GPa)	ν_{12}
Valeur	23.8	9.7	3.5	2.2	2.5	0.08

TABLE IV.1 – Propriétés mécaniques de la plaque orthotrope.

On distingue la structure en utilisant un maillage de 10×10 éléments finis, ce qui représente 2046 ddls.

Les résultats numériques issus de notre simulation ont mené à une concordance satisfaisante en comparaison avec les méthodes des autres chercheurs [21 et 22]. La figure IV-3 montrée ci-après représente la variation des fréquences propres pour les dix premiers modes de vibration.

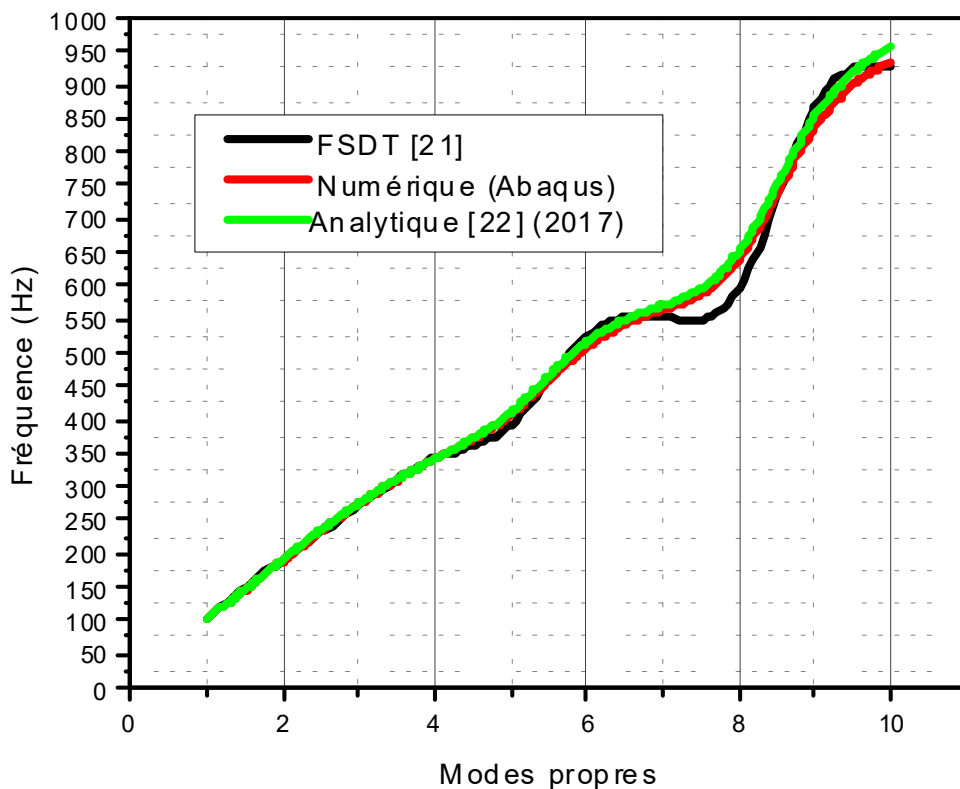


FIGURE IV.3 – Fréquences propres (Hz) de la plaque orthotrope (90°/0°)2s

IV.3 ÉTUDE DE CAS ET RÉSULTATS

Étant donné les mêmes caractéristiques mécaniques du matériau validé précédemment, on procède à l'étude paramétrique pour l'analyse dynamique en flexion et on cisaillement pour le composite en endommagement.

IV. 3.1 Analyse en cisaillement

L'analyse s'effectue pour une plaque en composite stratifié; de forme rectangulaire et entaillée, soumise à des sollicitations de cisaillement, et les paramètres géométriques et morphologiques sont fortement considérés tel que la taille de l'entaille et l'orientation des fibres.

Le tableau ci-après résume les propriétés géométriques:

Propriété	Longueur (mm)	Largeur (mm)	Épaisseur (mm)	Nombre de plis
Valeur	400	200	5	4

TABLE IV.2– Propriétés géométriques de la plaque orthotrope.

La simulation du modèle est élaborée à l'aide du logiciel numérique ABAQUS en version 6.14.

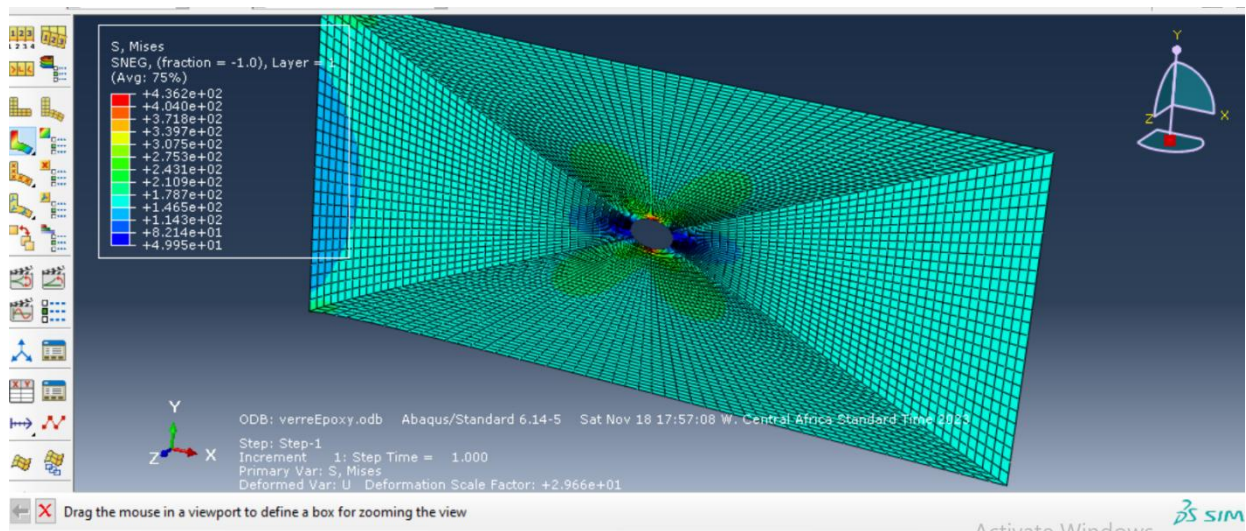


FIGURE IV.4 – Visualisation des résultats sur ABAQUS

● Effet de la taille de la fissures

L'analyse dynamique de la structure endommagée permet de détecter la forte diminution de la ténacité où les valeurs du facteur d'intensité des contraintes enregistrées sont les plus faibles lorsque les dimensions de défaut seront importantes.

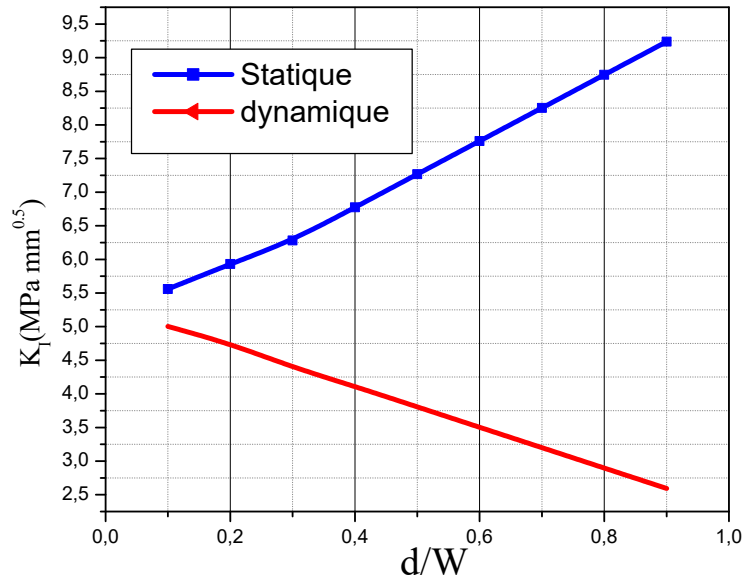


FIGURE IV.5– Facteur de Concentration des contraintes en fonction de la taille de la fissure

● Effet de l'orientation des plis

En plus de la taille de la fissure, la variation de l'angle de projection des plis dans le stratifié influence la réponse dynamique de la plaque soumis au cisaillement.

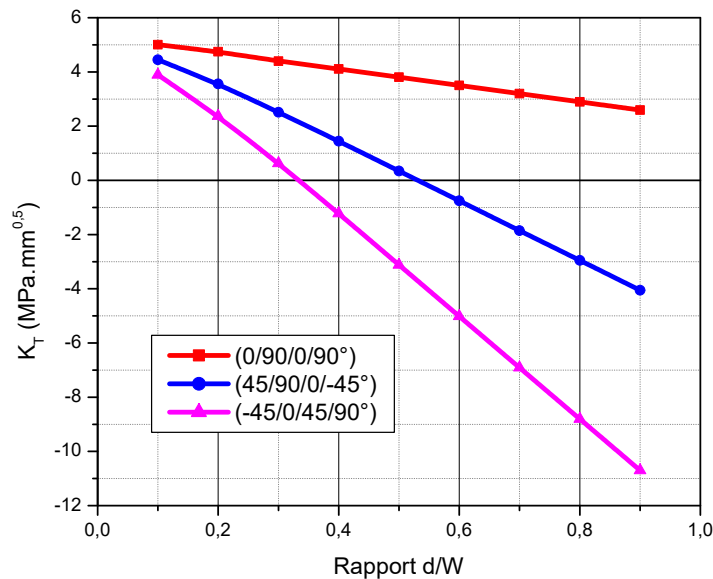


FIGURE IV.6– Facteur de Concentration des contraintes en fonction de l'angle d'orientation

IV. 3.2 Analyse en flexion

En maintenant les caractéristiques mécaniques du composite stratifié déjà étudié en cisaillement et on procède l'analyse pour une poutre pré-fissurée ; soumise à la flexion simple en trois points.

Le tableau ci-après résume les propriétés géométriques:

Propriété	Longueur (mm)	Largeur (mm)	Épaisseur (mm)	Nombre de plis
Valeur	100	20	5	4

TABLE IV.3– Propriétés géométriques de la poutre en composite

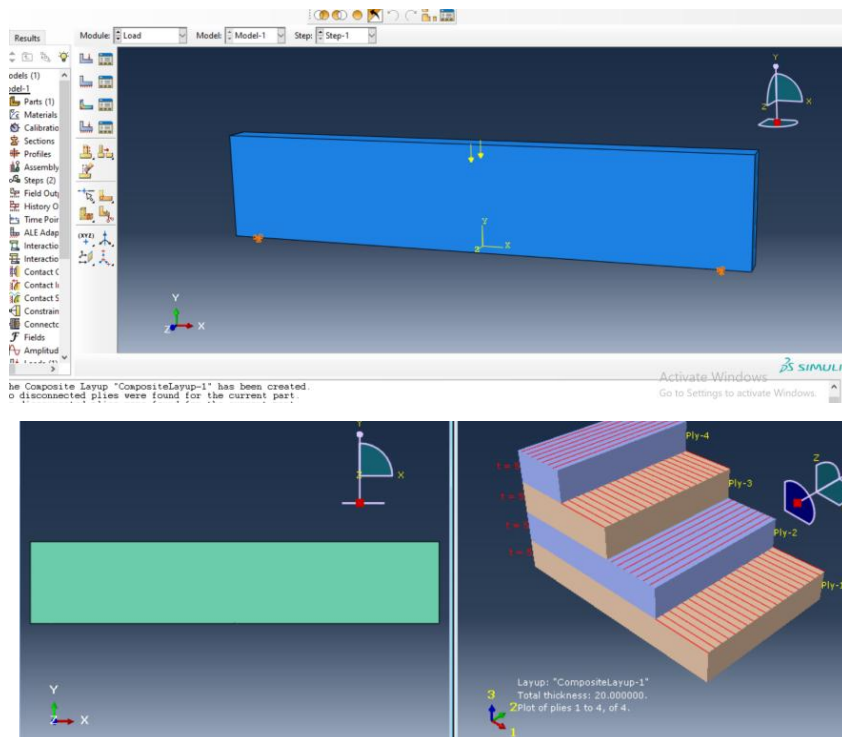


FIGURE IV.7 – Représentation du modèle en flexion sur ABAQUS

L'analyse se fait sur la base des résultats de la réponse statique puis dynamique de la structure où les paramètres à considérer seront la longueur de la fissure et sa position par rapport au son centre.

- Effet de la taille de la fissures

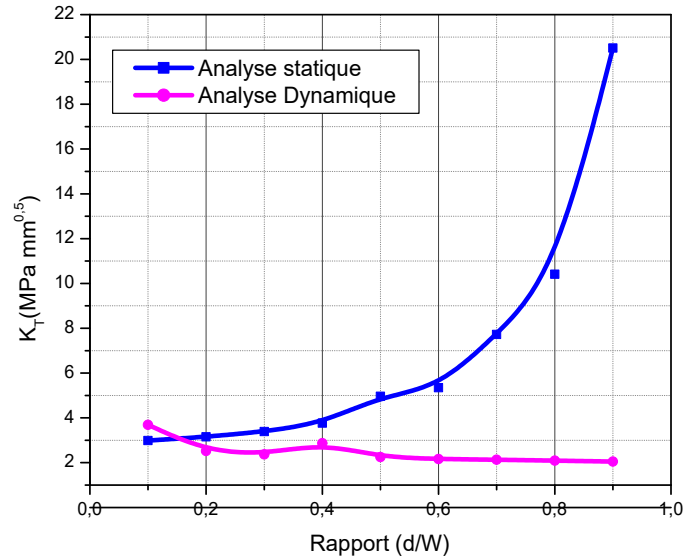


FIGURE IV.8– Facteur de Concentration des contraintes en fonction de la taille de la fissure

Dans la statique, la concentration des contraintes au voisinage de la fissure se développe au fur et à mesure à sa croissance ce qui traduit l'augmentation des valeurs du FIC proportionnellement avec l'accroissement de la longueur de la fissure. Pour le cas de l'analyse dynamique les valeurs du FIC sont enregistrées les plus faibles suite à la perte de la continuité du milieu et sa non linéarité s'avèrent explicitement en fonction du temps.

- Effet de la position la fissure

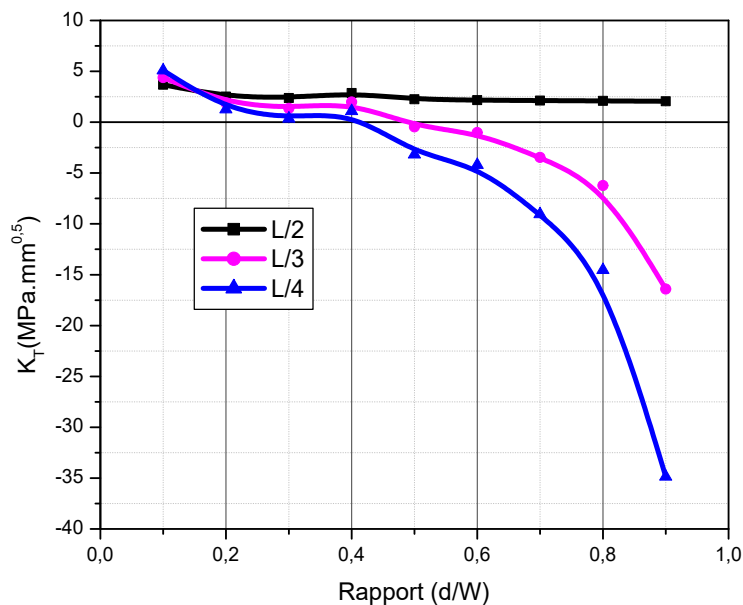


FIGURE IV.9– Facteur de Concentration des contraintes net en fonction de la position de la fissure

La localisation du défaut dans une structure est un paramètre essentiel pour juger la nocivité de sa existence, comme la répartition du champs de déformation varie en fonction des sollicitations et au champs de contraintes imposées. Selon la figure IV.9 la position de la fissure affecte la variation FIC dont les plus critiques enregistrées sont celles liées à la position du centre.

IV.4 CONCLUSION :

L'endommagement statique est considéré comme un processus de détérioration progressive de la matière suivant des phénomènes physiques intervenant à l'échelle microscopique ou mesoscopique susceptible de se développer dans les matériaux composites stratifiés. Dans ce chapitre nous avons essayé de montrer la fiabilité des critères de rupture à travers une analyse dynamique des structures composites en stratifiés tout en considérant l'impact des différents paramètres pourront être mis en jeu.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

- **Conclusion**

L'endommagement statique est considéré comme un processus de détérioration progressive de la matière suivant des phénomènes physiques intervenant à l'échelle microscopique ou mesoscopique susceptible de se développer dans les matériaux composites stratifiés.

Dans leurs applications, les structures composites sont souvent exposées à des ambiances dynamiques plus ou moins sévères. Ces vibrations peuvent développer différentes formes d'endommagement (rupture des fibres, délaminage, fissuration de la matrice,...). Les défauts locaux se propagent et affectent les propriétés mécaniques de la structure modifiant ainsi sa réponse dynamique globale. Ces changements peuvent induire une dégradation rapide de la structure et une réduction de sa durée de vie.

Dans le présent manuscrit nous avons essayé de développer et de manifester la fiabilité des critères de rupture à travers une analyse dynamique des structures composites en stratifiés tout en considérant l'impact des différents paramètres pourront être mis en jeu. Dans le contexte de la validation de notre modèle numérique; les résultats de simulation ont présenté une concordance satisfaisante en comparaison avec les méthodes des autres auteurs.

Les résultats numériques, viennent de confirmer impérativement des études analytiques et théoriques pour la réponse dynamique des structures en composites en endommagement tout en assurant une bonne précision en termes de localisation et d'estimation du niveau d'endommagement. Cet outil peut s'avérer utile pour diverses applications dans le domaine de surveillance de l'état de santé des structures composites.

La localisation du défaut dans une structure est un paramètre essentiel pour juger la nocivité de sa existence, comme la répartition du champs de déformation varie en fonction des sollicitations et au champs de contraintes imposées.

RÉFÉRENCES

BIBLIOGRAPHIQUES

Références bibliographiques

[1] Jean-M Berthelot mécanique et analyse des structure 5^eédition 2012 Lavoisier Paris
IBBN : 978-2-7430-14507

[2] [M.GEIER ,D.DUEDAL 1985]. GEIER ,D.DUEDAL «Guide pratique des matériaux composites», TEC & DOC (Lavoisier), Paris, 1985, 349P.

[3] [DORLOT et al., 1986] Dorlot J.M, Baillon J.P, Masounave J. Des matériaux 2^eème édition, Ecole polytechnique de Montréal, Montréal, Québec 1986 , p467.

[4] [Agrawal et al., 1990].Agrawal B.D., Broutman L.J. Analysis and performance of fiber composite. 2nd edition, John Wiley and Sons, New York 1990, p449.

[5] [Rigal J.P., 1989].Rigal J.P. Matériaux composites, teknea, Belma, France 1989, p 288.

[6] [mémoire de Boualili, Anis. 2005.]_ . Généralité dans les composites September 2005.]

[7] .[thèse de Mamadou Abdoul Mbacké Dec 2013] Caractérisation et modélisation du comportement mécanique des composites tressés 3D

[8] [article jamel Alexander 2016] Mécanismes d'endommagement dans les composites stratifiés.

[9] [Laurent Gornet septembre 2008]- Généralité dans les matériaux composites]

[10] [Griffith A. A1921]., « The phenomena of rupture and flow in solide », Philosophical Transactions of the Royal Society of London, a, vol. 221, 1921, p. 163–198 (lire en ligne [archive]).

[11] [Torres, 1986]. Différents types de dommages rencontrés sur pièces composites.

[12] [N. M. Newmark.1959.] A method of computation for structural dynamics. Journal of the Eng. Mech. Div., vol. 85, no. 3, 1959.

- [13] [K.-J. Bathe .1996]. Finite element procedures. Englewood Cliffs, N.J. Prentice Hall, 1996. Éd. rev. de : Finite element procedures in engineering analysis. 1982.
- [14] [M. Geradin & D. Rixen 2015]. Rixen. Mechanical vibrations : Theory and application to structural dynamics. Wiley, 2015
- [15] [J. N. Reddy 04]. Mechanics of laminated composite plates and shells : theory and analysis, 2004.
- [16] Cen 02] S. Cen, A.-K. Soh, Y.-Q. Long & Z.-H. Yao. A new 4-node quadrilateral {FE} model with variable electrical degrees of freedom for the analysis of piezoelectric laminated composite plates. Composite Structures, vol. 58, no. 4, pages 583 – 599, 2002.
- [17] [Chee 00 C. Y. K. Chee]. Static shape control of laminated composite plate smart structure using piezoelectric actuators. PhD thesis, 2000. [Chen 00] J. Chen, D. J. Dawe & S. Wang. Nonlinear transient analysis of rectangular composite laminated plates. Composite Structures, vol. 49, no. 2, pages 129 – 139, 2000
- [18] [Zghal 15 S. Zghal, M. L. Bouazizi, N. Bouhaddi & R. Nasri]. Model reduction methods for viscoelastic sandwich structures in frequency and time domains. Finite Elements in Analysis and Design, vol. 93, pages 12–29, 2015.
- [19][J. Cugnoni, T. G. Gmür & A. Schorderet]. Modal validation of a set of C0- compatible composite shell finite elements. Composites Science and Technology, vol. 64, no. 13–14, pages 2039 – 2050, 2004.
- [20] [. Bampton & R. R. Craig JR]. Coupling of substructures for dynamic analyses. AIAA Journal, vol. 6, no. 7, pages 1313–1319, 1968.
- [21] [Reddy 04] J. N. Reddy. Mechanics of laminated composite plates and shells : theory and analysis, 2004.
- [22] Saber Mahmoudi. Dynamique des structures composites linéaires et non-linéaires en présence d'endommagement. Vibrations [physics.class-ph]. Université Bourgogne Franche-Comté, 2017.

ملخص:

غالبًا ما تتعرض الهياكل المركبة في تطبيقاتها لديناميكية متفاوتة الشدة. يمكن أن تؤدي هذه الاهتزازات إلى أشكال مختلفة من التلف (تكسر الألياف، والتفكك، وتشقق المصفوفة، وما إلى ذلك). لذلك من الضروري التوصل إلى فهم أفضل لآليات التلف المختلفة التي تؤدي إلى الفشل النهائي للمواد المركبة والتي تختلف باختلاف بنية الصفائح أثناء التحميل. الهدف الرئيسي من هذا البحث هو تقديم مساهمة في التحليل الديناميكي للهياكل المركبة التي تتعرض للتلف، بناءً على المعايير المعتمدة في ميكانيكا الكسر التطبيقية.

تعتبر النتائج التي تم الحصول عليها مناسبة وقابلة للمقارنة مع الدراسات التحليلية والنظرية لمؤلفين آخرين للاستجابة الديناميكية للهياكل المركبة التي تتعرض للتلف.

الكلمات المفتاحية: التلف، التحليل الديناميكي، المواد المركبة، ميكانيكا الكسر التطبيقية..

Résumé

Dans leurs applications, les structures composites sont souvent exposées à des ambiances dynamiques plus ou moins sévères. Ces vibrations peuvent développer différentes formes d'endommagement (rupture des fibres, délaminage, fissuration de la matrice,...). Une meilleure connaissance des différents mécanismes d'endommagement, qui conduisent à la ruine finale des matériaux composites et qui varient avec l'architecture du stratifié, s'avère alors nécessaire au cours du chargement.

L'objectif principal de cette recherche est d'effectuer une contribution à l'analyse dynamique des structures composites en endommagement en se basant sur les critères adoptés dans la mécanique de la rupture appliquée.

Les résultats obtenus sont convenables et comparables avec les études analytiques et théoriques des autres auteurs pour la réponse dynamique des structures en composites en endommagement.

Mots clés : endommagement, analyse dynamique, matériaux composites, mécanique de la rupture appliquée.

Abstract

In their applications, composite structures are often exposed to dynamic environments of varying severity. These vibrations can lead to various forms of damage (fibre breakage, delamination, matrix cracking, etc.). A better understanding of the different damage mechanisms, which lead to the ultimate failure of composite materials and which vary with the architecture of the laminate, is therefore necessary during loading.

The main objective of this research is to make a contribution to the dynamic analysis of composite structures undergoing damage, based on the criteria adopted in applied fracture mechanics.

The results obtained are suitable and comparable with the analytical and theoretical studies of other authors for the dynamic response of composite structures undergoing damage.

Key words: damage, dynamic analysis, composite materials, applied fracture mechanics.