



RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITÉ IBN-KHALDOUN DE TIARET
FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES
DÉPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES

Pour l'obtention du diplôme de Master

Domaine : Sciences et Technologie

Filière : Électrotechnique

Spécialité : Commande Électrique

Thème :

Commande non linéaire d'un Quad-rotor

Préparé par :

- NOUAR Hadjer Amina.
- BOUCHENAFSA Sihem

Devant le Jury :

Nom et Prénom	Grade	Qualité
M.Larbi	Professeur	président
H.Boumedienne	MCA	Examineur
R .Chehda	MCB	Examineur
Saibi Ali	MCB	Encadrant

Promotion 2023/2024

***R**emerciements*

Nous remercions en premier lieu ALLAH qui nous a éclairé le chemin du savoir et qui nous a donné la volonté et la patience d'achever ce modeste travail.

Nous adressons nos vifs remerciements à notre promoteur Mr. Saibi Ali, qui a proposé et dirigé ce travail, et son encouragement et son entière disponibilité.

Nous remercions également les membres du jury qui nous ont fait l'honneur de juger notre travail. Nous remercions tous ceux qui, par leurs aides et encouragement.

Dédicace

*Nous dédions ce travail à nos parents
qu'ALLAH les protège, nos frères, nos
sœurs, toutes nos familles, nos amis et
à toute la promotion : 2023-2024.*

Table des matières

Remerciements	2
Dédicace	3
Introduction générale	9
Chapitre I : Généralités sur les drones	13
I.1 Introduction :	14
I.2 Classification des drones :	14
I.2.1 Classification selon la taille :	14
I.2.2 Classification selon le mode de propulsion :	17
I.3 Applications et utilisations :	21
I.3.1 Applications militaires :	21
I.3.2 Applications civiles :	22
I.4 Avantages de la configuration quad-rotor :	22
I.5 Conclusion :	23
Chapitre II : Modélisation d'un quad-rotor	25
II.1 Introduction :	26
II.2 Les manœuvres du quadri-rotor :	26
II.2.1 Mouvement vertical :	27
II.2.2 Mouvement de roulis :	27
II.2.3 Mouvement de tangage :	28
II.2.4 Mouvement de lacet :	28
II.2.5 Le mouvement horizontal :	29
II.3 Repérage du quadri-rotor dans l'espace :	29
II.3.1 Repère utilisée :	29
II.3.2 Matrices de rotation :	31
II.3.2.1 Rotation autour de l'axe X :	31
II.3.2.2 Rotation autour de l'axe Y :	31
II.3.2.3 Rotation autour de l'axe Z :	32
II.4 Modélisation dynamique d'un quadri-rotor :	33
II.4.1 Équation du mouvement de rotation :	34
II.4.1.1 Moments agissant sur le quad-coptère M_B :	34
II.4.1.2 Matrice d'inertie diagonale :	35

II.4.1.3	<i>Moment gyroscopique</i> :	35
II.4.1.4	<i>Équations de mouvement transrationnel</i> :	36
II.5	<i>Effets aérodynamiques</i> :	36
II.5.1	<i>Force de traînée</i> :	36
II.5.2	<i>Moment de traînée</i> :	37
II.6	<i>Modèle d'espace d'état</i> :	37
II.6.1	<i>Vecteur d'état X</i> :	37
II.6.2	<i>Vecteur d'entrée de contrôle U</i> :	38
II.6.3	<i>Équation du mouvement de rotation sous forme d'espace d'état</i> :	39
II.6.4	<i>Équations de mouvement transrationnel sous forme d'espace d'état</i> : 40	
II.6.5	<i>Représentation de l'espace d'état</i> :	41
II.7	<i>Conclusion</i> :	41
Chapitre III : La commande Par Back-Stepping		43
III.1	<i>Introduction</i> :	44
III.2	<i>Synthèse des lois de commande pour le quadri-rotor</i> :	44
III.3	<i>Commande par backstepping</i> : [13]	45
III.3.1	<i>Algorithme de base</i> : [13].....	46
III.4	<i>Contrôle à l'aide de l'approche classique de Backstepping</i> :	48
III.5	<i>Simulation du système de contrôle sans perturbation</i> :	50
III.5.1	<i>Description des blocs de simulation</i> :	51
III.6	<i>Résultats de la simulation</i> :	53
III.6.1	<i>Utilisons référence rectangulaire</i> :	53
III.6.2	<i>Utilisons référence circulaire</i> :	56
III.6.3	<i>Discussion des résultats</i> :	59
III.7	<i>Conclusion</i> :	60
Chapitre IV : La commande Par mode glissement		62
IV.1	<i>Introduction</i> :	63
IV.2	<i>Commande par mode glissement</i> : [12].....	63
IV.2.1	<i>Choix de la surface de glissement</i>	64
IV.2.2	<i>Conditions d'existence de la convergence</i> : [12].....	65
IV.3	<i>Détermination de loi de commande</i> :	65

<i>IV.3.1</i>	<i>Le contrôle équivalent :</i>	65
<i>IV.3.2</i>	<i>Conditions attractivité :</i>	66
<i>IV.3.3</i>	<i>Loi de contrôle :</i>	68
<i>IV.4</i>	<i>Commande par mode glissement du quad-rotor</i>	68
<i>IV.5</i>	<i>Simulation du système de contrôle sans perturbation :</i>	69
<i>IV.6</i>	<i>Résultats et simulations :</i>	69
<i>IV.6.1</i>	<i>Utilisons référence rectangulaire :</i>	69
<i>IV.6.2</i>	<i>Utilisons référence circulaire :</i>	73
<i>IV.6.3</i>	<i>Discussion des résultats :</i>	76
<i>IV.7</i>	<i>Conclusion :</i>	76
	Conclusion Générale	77
	Bibliography	79

Liste des figures :

Chapitre I :

Figure I. 1: Global Hawk.	15
Figure I. 2 : TAI Anka-S (UAV).	15
Figure I. 3: FLYSAR tactical UAV.....	16
Figure I. 4: Mini drones.	16
Figure I. 5: Micro drones.....	17
Figure I. 6: Dirigeable.	17
Figure I. 7: Drone à aile battante.	18
Figure I. 8: Drone Birotor.....	19
Figure I. 9: Drone Tri rotor.....	19
Figure I. 10: Le vectron [1].....	20
Figure I. 11: L'hélicoptère auto stable [2].	20
Figure I. 12: Quad-rotor.	21

Chapitre II :

Figure II. 1 : Structure générale du quad-copter.	27
Figure II. 2 : Illustration du mouvement vertical.	27
Figure II. 3 : Illustration du mouvement de roulis.....	28
Figure II. 4 : Illustration du mouvement de tangage.	28
Figure II. 5 : Illustration du mouvement de lacet.	29
Figure II. 6 : Illustration du mouvement horizontal.	29
Figure II. 7 : Les repères utilisés.	30
Figure II. 8 : Rotation autour de l'axe X (Roulis).	31
Figure II. 9 : Rotation autour de l'axe Y (Tangage).	31
Figure II. 10 : Rotation autour de l'axe Z (Lacet).	32

Chapitre III :

Figure III. 1: Schéma général de la commande du quadri-rotor.	45
Figure III. 2 : Bloc Simulink des contrôleurs de position.....	51
Figure III. 3 : Bloc Simulink du bloc de correction.	52
Figure III. 4 : Bloc Simulink du contrôleur d'attitude.	52
Figure III. 5 : Bloc Simulink du modèle de système quad-rotor.....	53
Figure III. 6 : Evolution de l'angle de roulis (φ).....	54
Figure III. 7 : Evolution de l'angle de tangage (θ).....	54
Figure III. 8 : Evolution de l'angle de lacet (Ψ).....	54
Figure III. 9 : Evolution de la commande (U1).....	55
Figure III. 10: Evolution de la commande (U2).....	55
Figure III. 11 : Evolution de la commande (U3).....	55
Figure III. 12 : Evolution de la commande (U4).....	56
Figure III. 13 : Evolution de la position en 3D.	56

<i>Figure III. 14 : Evolution de l'angle de roulis (φ).....</i>	<i>57</i>
<i>Figure III. 15 : Evolution de l'angle de tangage (θ).....</i>	<i>57</i>
<i>Figure III. 16 : Evolution de l'angle de lacet (Ψ).....</i>	<i>57</i>
<i>Figure III. 17:Evolution de la commande (U1).....</i>	<i>58</i>
<i>Figure III. 18:Evolution de la commande (U2).....</i>	<i>58</i>
<i>Figure III. 19:Evolution de la commande (U3).....</i>	<i>58</i>
<i>Figure III. 20:Evolution de la commande (U4).....</i>	<i>59</i>
<i>Figure III. 21:Evolution de la position en 3D</i>	<i>59</i>

Chapitre IV:

<i>Figure IV. 1 : Mode de glissement.....</i>	<i>64</i>
<i>Figure IV. 2 : Commande équivalente U_{eq}.....</i>	<i>66</i>
<i>Figure IV. 3 : Définition de la fonction Sign.....</i>	<i>67</i>
<i>Figure IV. 4 : Fonction sign de la commande adoucie.....</i>	<i>67</i>
<i>Figure IV. 5 : Evolution de l'angle de roulis (φ).....</i>	<i>70</i>
<i>Figure IV. 6 : Evolution de l'angle de tangage (θ).....</i>	<i>71</i>
<i>Figure IV. 7 : Evolution de l'angle de lacet (Ψ).....</i>	<i>71</i>
<i>Figure IV. 8 : Evolution de la commande (U1).....</i>	<i>71</i>
<i>Figure IV. 9:Evolution de la commande (U2).....</i>	<i>72</i>
<i>Figure IV. 10:Evolution de la commande (U3).....</i>	<i>72</i>
<i>Figure IV. 11:Evolution de la commande (U4).....</i>	<i>72</i>
<i>Figure IV. 12:Evolution de la position en 3D.....</i>	<i>73</i>
<i>Figure IV. 13:Evolution de l'angle de roulis (φ).....</i>	<i>73</i>
<i>Figure IV. 14:Evolution de l'angle de tangage (θ).....</i>	<i>74</i>
<i>Figure IV. 15:Evolution de l'angle de lacet (Ψ).....</i>	<i>74</i>
<i>Figure IV. 16:Evolution de la commande (U1).....</i>	<i>74</i>
<i>Figure IV. 17:Evolution de la commande (U2).....</i>	<i>75</i>
<i>Figure IV. 18:Evolution de la commande (U3).....</i>	<i>75</i>
<i>Figure IV. 19:Evolution de la commande (U4).....</i>	<i>75</i>
<i>Figure IV. 20:Evolution de la position en 3D.....</i>	<i>76</i>

***Introduction
générale.***

Au cours des dernières décennies, l'ingénierie robotique et automatique a connu une expansion considérable tant dans le domaine de la recherche que dans celui des applications pratiques. De nombreuses avancées ont été réalisées, notamment dans la conception de robots autonomes hautement performants. Les UAV (Unmanned Aerial Vehicle), ou véhicules aériens sans pilote, sont des exemples de robots volants capables d'être contrôlés à distance ou de recevoir des instructions précises pour exécuter des tâches de manière autonome, souvent appelés simplement "drones"

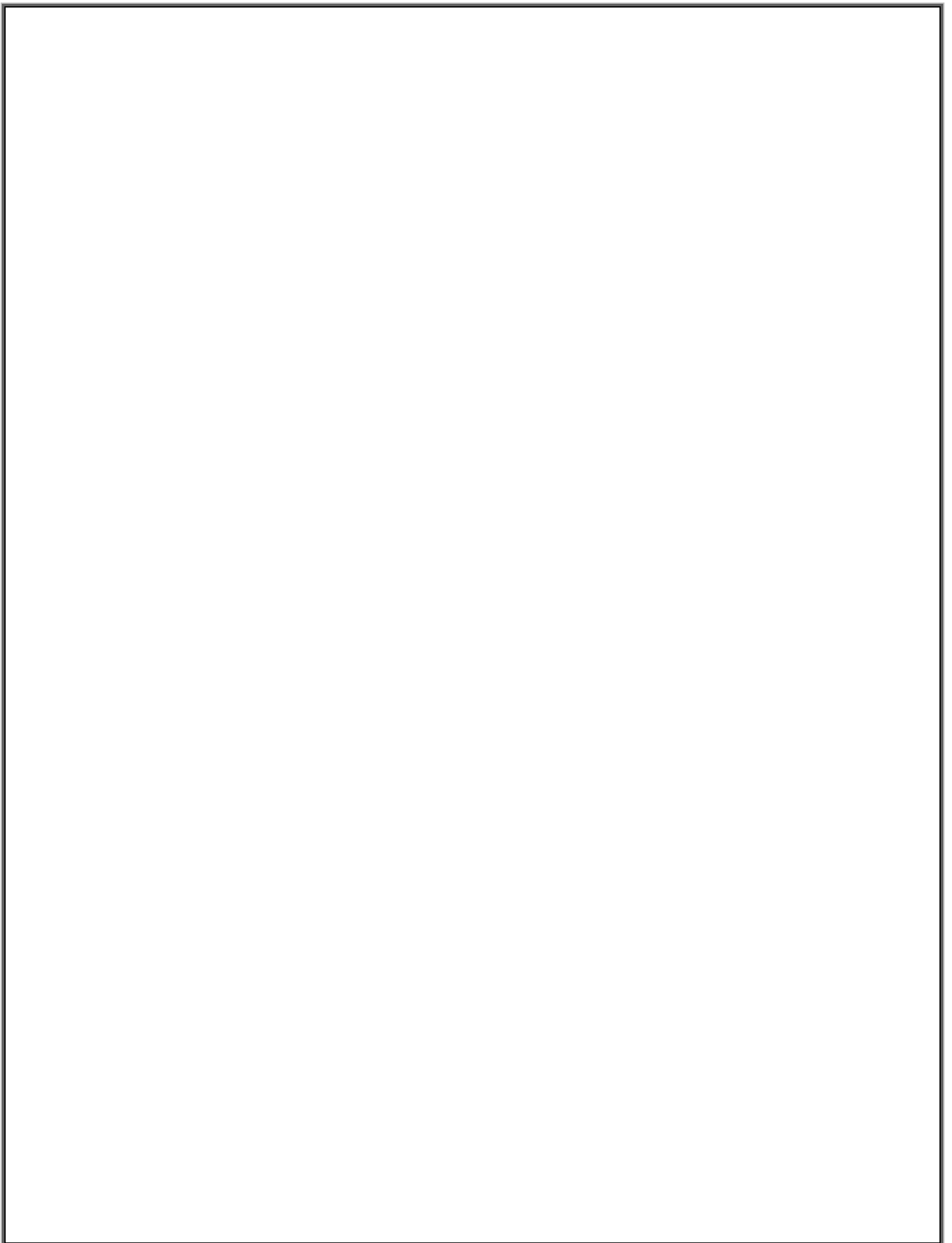
Les drones occupent une place croissante et légitime dans les domaines aéronautiques et de la défense. On observe une augmentation significative des expérimentations à travers le monde, bien que leur niveau opérationnel puisse varier

L'apparition des drones était initialement liée à des objectifs militaires tels que l'espionnage et l'utilisation d'armes à des fins de neutralisation. Cependant, leur utilisation s'est rapidement étendue à des applications civiles et industrielles. Par exemple, le géant Amazon explore l'utilisation des drones pour la livraison de colis, et ils sont également employés pour la surveillance des stations et réseaux électriques, les interventions dans des environnements hostiles (y compris radioactifs), l'évaluation des dommages potentiels, l'assistance aux personnes en danger, la recherche dans des régions montagneuses difficiles d'accès, la cartographie, et bien d'autres applications encore.

Les avancées techniques ont permis d'améliorer ces engins et de les optimiser afin de les rendre plus mobiles et précis lors de leurs missions. Le mérite en revient aux recherches approfondies basées sur les techniques et les algorithmes de commande et de régulation, tels que la régulation PID. De plus, la disponibilité d'outils de simulation et de contrôle offre une variété de boîtes à outils qui nous permettent de soumettre facilement notre drone à diverses conditions environnementales sous des contraintes prédéfinies.

Parmi les multiples choix de drones le quad-copter est celui qui connaît bien de plus succès dans le marché, un engin de taille assez moyenne rapide et très stable de portance assez suffisante, ça conception et ça commande reste néanmoins assez compliqué.

- ✓ Nous avons consacré le premier chapitre à présenter une idée générale sur les drones, en particulier les drones à voilure tournante. Nous présentons les applications et les formations les plus répandues pour les aéronefs, avec un accent sur les drones à moteur quad-rotor, qui sont notre sujet d'intérêt principal.
- ✓ Dans le deuxième chapitre, nous avons réalisé la modélisation d'un drone à moteur quad-rotor, en exposant également les différentes influences dynamiques et aérodynamiques qui affectent le comportement du rotor quadruple. Après avoir posé les hypothèses simplifiées nécessaires à la modélisation proposée, nous décrivons enfin le modèle de l'état pratique.
- ✓ Dans le troisième chapitre, nous commençons par les bases théoriques de la première technique de contrôle par commande Backstepping. Ensuite, nous appliquons ces lois de contrôle au drone à moteur quad-rotor, avec une simulation correspondante.
- ✓ Dans le dernier chapitre, nous abordons la théorie du contrôle par mode glissant des systèmes. Nous présentons les principes du contrôle par mode glissant, avec une simulation du modèle de drone à moteur quad-rotor sous un programme(MATLAB).



***Chapitre I : Généralités sur les
drones.***

I.1 Introduction :

Plusieurs termes sont utilisés pour les véhicules aériens sans pilote, qui se réfèrent généralement au même concept. Un véhicule aérien sans pilote U.A.V. (UNMANNED AIRCRAFT VEHICLE) ou R.P.A.S. (Remotely Piloted Air System), communément connu sous le nom de drone, C'est un avion qui ne porte pas d'opérateur humain à bord. Les UAV sont des composantes d'un système d'aéronef sans pilote U.A.S. (Unmanned Aircraft System) ; Qui comprennent un UAV, un contrôleur terrestre et un système de communication entre les deux. Les drones utilisent des forces aérodynamiques pour fournir un ascenseur de véhicule, ils peuvent voler de façon autonome et être piloté à distance, ils peuvent être récupérables grâce à un système de navigation programmable et effectuer des vols dans des différents environnements, ils sont capables aussi de porter un camera de liaison de données, permettant la transmission directe des vidéos. Le vol des drones UAV peut se fonctionner avec de différents degrés d'autonomie : soit sous contrôle à distance par un opérateur humain, soit par ordinateur embarqué de manière autonome.

Par rapport aux avions équipés, les drones UAV étaient à l'origine utilisés pour des missions trop dangereuses pour les humains. Bien qu'ils proviennent principalement d'applications militaires, leur utilisation s'étend rapidement aux applications commerciales, scientifiques, récréatives, agricoles et autres, telles que la police et la surveillance, la livraison de produits, la photographie aérienne et d'autres diverses applications. Les drones civils sont maintenant beaucoup plus nombreux que les drones militaires, avec des dépenses de plus d'un million de vends pendant ces dernières années.

I.2 Classification des drones :

Il y a plusieurs façons pour classer les drones, ils peuvent être répartis selon plusieurs critères, soit selon leur taille, portées ou leurs modes de propulsion.

I.2.1 Classification selon la taille :

- **HALE (Haute Altitude Longue Endurance) :** Ce sont des drones de grande taille, le plus souvent à voilure fixe. Ils sont capables de rester très longtemps en

vol et de collecter des informations sur de très longues périodes (entre 12 et 48 heures).



Figure I. 1: Global Hawk.

- **MALE (moyenne Altitude Longue Endurance)** : sont utilisés pour des vols de longue durée à une moyenne altitude opérationnelle, ayant une grande autonomie. Ces deux types de drones font partie de la classe de grande taille.



Figure I. 2 : TAI Anka-S (UAV).

- **Mid-Range ou Tactical UAV** : À très haute vitesse, avec un rayon d'action de 650 km, utilisés à des fins de reconnaissance et de surveillance en plus de recueillir des données météorologiques.



Figure I. 3: FLYSAR tactical UAV

- **Close Range UAV :** Portée de 50 km, autonomie de 1 à 6 heures, utilisés pour des missions de reconnaissance et de surveillance.
- **Mini drones :** Ce sont des drones de taille variant du centimètre à quelques dizaines de centimètres. Ils sont généralement propulsés électriquement, ce qui leur permet de voler à l'intérieur. Ils se caractérisent par une faible capacité de charge.



Figure I. 4: Mini drones.

- **Micro Drones :** Ce sont des drones relativement légers et de petite taille, pesant jusqu'à quelques kilogrammes et ayant une envergure allant jusqu'à 1 à 2 mètres. Leur autonomie est généralement relativement faible, de 10 à 30 minutes, ce qui les rend adaptés à l'observation de zones difficiles d'accès.



Figure I. 5: Micro drones

I.2.2 Classification selon le mode de propulsion :

Le fonctionnement aérodynamique fournit une autre possibilité de classification. Ainsi, les drones peuvent être structurés en trois familles.

➤ Drones à voilures fixes (Avion 3D) :

Ce sont des drones utilisant des ailes fixes pour se déplacer, ils peuvent être :

- Plus lourds que l'air : type avion.
- Plus léger que l'air : type dirigeable (Figure I.9), qui utilise de l'hélium pour générer une poussée verticale et des rotors pour générer des couples. Ayant un volume important, il se déplace lentement et est relativement plus sensible au vent. Mais les dirigeables ont l'avantage d'être stables et d'avoir des vibrations mécaniques moindres. [1], [2]



Figure I. 6: Dirigeable.

➤ Drones à ailes battantes :

Dans un modèle s'inspirant du vol des oiseaux ou des mouvements des insectes.



Figure I. 7: Drone à aile battante.

➤ **Drones à voilures tournantes (Hélicoptère) :**

Ce type se décompose en six sous-classes :

* **Les Mono-rotor :**

Cette catégorie se distingue par l'emploi d'un seul rotor en tant qu'actionneur principal. Les convertibles sont principalement représentés dans cette classification.

* **Les birotors :**

Dans ce type de configuration nous pouvons distinguer ceux qui utilisent un ou deux plateaux cycliques et ceux qui utilisent des pales à pas fixe [1], [2]. Parmi les aéronefs qui utilisent des plateaux cycliques, nous retrouvons l'hélicoptère classique, doté d'un rotor principal ainsi que d'un rotor de queue. Dans cette catégorie, on peut également mentionner l'hélicoptère en tandem, qui est équipé de deux rotors tournant en sens contraire mais sur des axes différents. Pour ce qui est des appareils sans plateaux cycliques, il est évident qu'avec seulement deux rotors, il n'est pas possible de générer à la fois une force et trois couples indépendants. Par conséquent, il est nécessaire d'ajouter soit des ailerons, soit des mécanismes permettant de faire pivoter les rotors. Dans cette catégorie, nous trouvons le birotor équipé d'ailerons, c'est-à-dire deux rotors sur des axes différents avec des ailerons immergés dans le flux d'air des rotors pour produire les couples nécessaires au contrôle en 3D. Les rotors peuvent tourner en sens opposé ou dans le même sens.



Figure I. 8: Drone Birotor.

*** Les tris rotor :**

Dans cette catégorie nous trouvons le tri-coptère, le vectron et l'hélicoptère auto-stable. Le tri-rotor est constitué de deux rotors à l'avant qui tournent dans des sens opposés et un rotor à l'arrière avec orientation réglable. Le fonctionnement est similaire à celui d'un quad-rotor mais la performance en vol n'est pas aussi satisfaisante.



Figure I. 9: Drone Tri rotor.

Le vectron est constitué de trois rotors qui tournent dans le même sens, le corps circulaire de l'appareil tourne par conséquent dans le sens contraire, les vitesses des moteurs sont variées à des instants très précis de manière à obtenir des couples de tangage et de roulis. L'hélicoptère auto-stable (blade-runner) a été inventé récemment par un norvégien, il est constitué de deux rotors à pas fixe qui sont montés sur le même axe et qui tournent dans des sens opposés. Un petit rotor de queue permet d'obtenir le couple de tangage. Cet hélicoptère a la propriété d'être stable grâce au fait qu'il existe une articulation entre les

pales du rotor principal et l'axe du rotor. Étant donné son mode de fonctionnement, cet appareil peut être utilisé uniquement en intérieur [1], [2].



Figure I. 10: Le vectron [1].



Figure I. 11: L'hélicoptère auto stable [2].

*** Les Quad-rotors :**

Le quad-rotor est un aéronef soulevé et propulsé par quatre rotors. Comme son nom l'indique, il se compose de quatre moteurs situés aux extrémités d'une armature qui n'est autre que deux axes en croix.

Son mouvement est contrôlé par la variation de vitesse de chaque rotor pour changer la force de portance et le couple créé par chacun. Deux rotors du même axe tournent dans le sens horaire ; alors que les deux autres tournent dans le sens antihoraire pour compenser le couple créé par les rotors sur l'armature. En considérant que les quatre moteurs tournent à la même vitesse et que tous les éléments sont identiques (hélices, dimensions, équilibre des masses), les couples de rotation générés par une paire de moteurs du même axe s'annulent. Donc, le quad-rotor est théoriquement en vol stationnaire (stable sur ses 3 axes). Par la suite, notre étude sera focalisée sur cette configuration. [2]



Figure I. 12: Quad-rotor.

I.3 Applications et utilisations :

Les drones sont développés à l'origine pour remplacer l'homme dans des environnements ou des situations dangereuses. Ces engins sans pilote présentent de nombreux avantages [5] :

- Diminution des contraintes liées à la sécurité.
- L'évolution dans un environnement dangereux et inadapté aux pilotes humains.
- La miniaturisation possible, donc réduction des coûts de fabrication et de fonctionnement.

I.3.1 Applications militaires :

Les lourdes pertes subies pendant la deuxième guerre mondiale par les aviations d'observation de chacun des antagonistes suscitérent l'idée d'un engin d'observation militaire sans équipage (ni pilote, ni observateur) [5].

En 1973, lors de la guerre du Kippour, les Israéliens en déployèrent pour surveiller le plateau du Golan et saturer les défenses aériennes égyptiennes dans la région du canal de Suez [8]. Pendant la guerre du Golfe en 1991, Les forces de la coalition commencèrent à se servir des drones (les Américains ont fait appel au drone Pioneer) pour la surveillance jour et nuit et les réglages de l'artillerie.

Lors du conflit dans les pays de l'ex-Yougoslavie, les Américains mirent en service des Prédateur et l'armée française des drones de types CL289 et Crécerelle.

La recherche des dirigeants d'Al-Qaïda, dans les montagnes d'Afghanistan en 2001-2002, a accentué l'intérêt opérationnel de ces engins qui ont également été utilisés dans le conflit irakien par les forces américaines [6].

Par ailleurs, les progrès effectués dans les technologies de guidage, de propulsion et en matière d'électronique ont permis d'entrevoir de nouvelles performances opérationnelles. En outre, la tendance est aujourd'hui de mettre de moins en moins en péril la vie des pilotes. Les drones seront donc de plus en plus impliqués dans des missions dangereuses ou de très longue durée. Dans les missions d'observation, ils présentent aussi un avantage par rapport aux satellites. Ils sont, en effet, capables d'assurer une surveillance permanente des zones ciblées et de transmettre en temps réel leurs informations, ce qui n'est pas toujours le cas des satellites.

I.3.2 Applications civiles :

Dans le domaine civil, les drones peuvent être utilisés pour : [11]

- La surveillance de zones inondées ;
- La pulvérisation d'insecticides ;
- L'inspection de lignes à haute tension ou de chemin de fer ;
- Les repérages pour la construction d'autoroutes ;
- L'archéologie ;
- Les sapeurs-pompiers pour la surveillance ;
- Le contrôle du trafic routier ;
- La surveillance maritime ;
- La récolte de données pour la prévision météorologique ;
- L'inspection dans des environnements dangereux pour l'homme ;

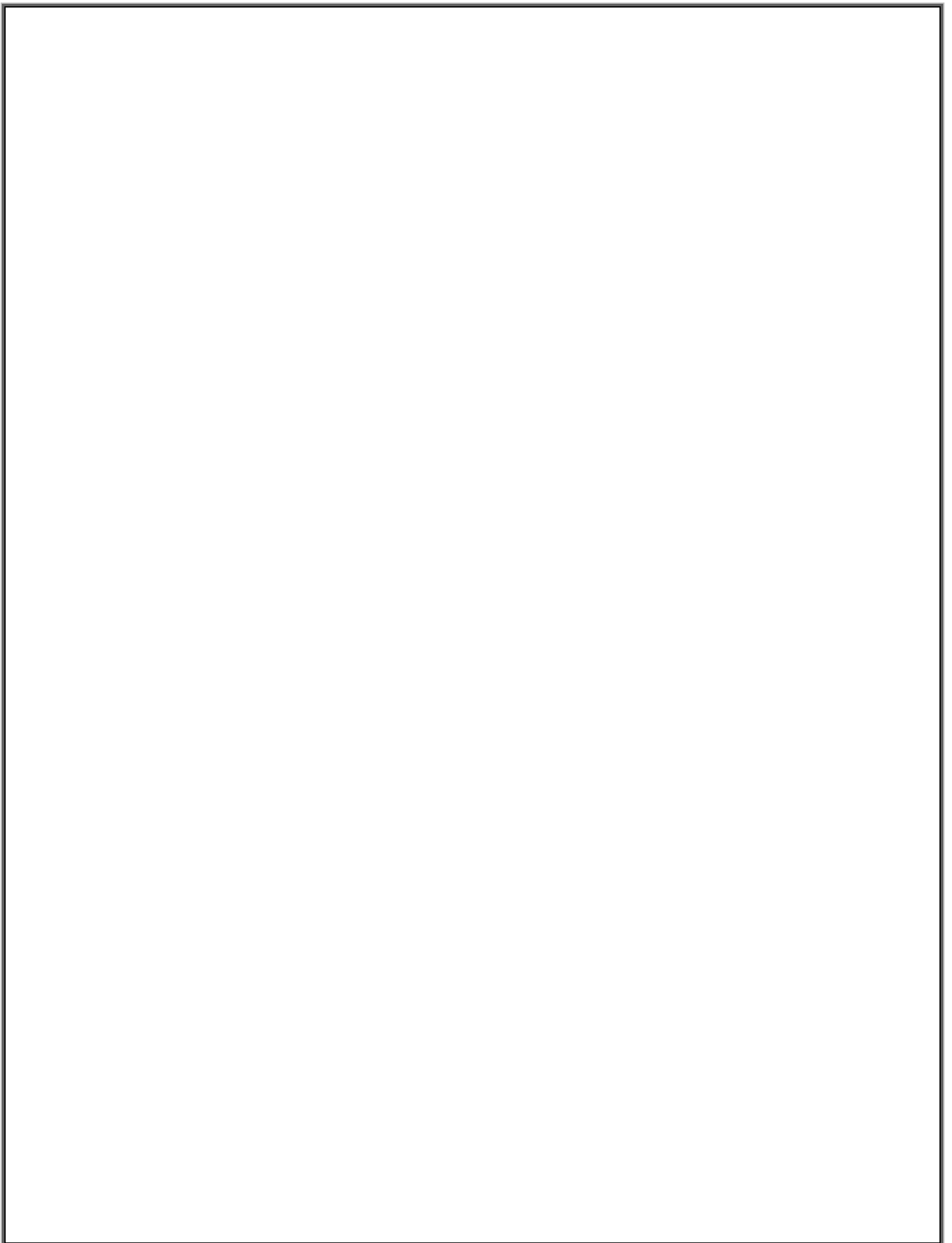
I.4 Avantages de la configuration quad-rotor :

La conception du quad-rotor offre de réels avantages par rapport à d'autres configurations [4] :

- Leurs tailles réduites et leur manœuvrabilité leur permettent de voler dans des environnements fermés (Indoor) ou ouverts (Outdoor) et près des obstacles à l'opposition des hélicoptères classiques ;
- La simplicité de sa mécanique facilite sa maintenance.
- Aucun embrayage n'est exigé entre le moteur et le rotor et aucune exigence n'est donnée sur l'angle d'attaque des rotors.
- Quatre petits rotors remplacent le grand rotor de l'hélicoptère ce qui réduit énormément l'énergie cinétique stockée et minimise les dégâts en cas d'accidents.

I.5 Conclusion :

Dans ce chapitre nous proposons une généralité sur les drones, nous avons commencé par un bref historique sur l'avion sans pilote, nous avons discuté des classifications générales des drones, nous avons données les applications et l'utilisation civiles et militaires des drones, aussi que les avantages d'un quad-rotor.



Chapitre II : Modélisation d'un quad-rotor

II.1 Introduction :

Absolument, la modélisation d'un système mobile et autonome est cruciale pour comprendre son comportement et anticiper les erreurs éventuelles. La conception du contrôleur dépend fortement du modèle mathématique choisi, et une simulation réaliste est nécessaire pour prendre en compte toutes les contraintes auxquelles le drone sera confronté lors d'un vol réel.

Pour arriver à modéliser un système aussi complexe qu'un quad rotor il est primordial de bien comprendre les manœuvres réalisés par le système, composé de quatre rotors à voilure tournante omnidirectionnel, le quadri-rotor peut ainsi effectuer des manœuvres bien spécifiques différentes d'UAV à voilure fixe, comme par exemple :

- Décollage et atterrissage verticaux.
- Vol stationnaire « Standing by ».
- Ne nécessite pas une piste de décollage atterrissage.
- Mobilité accrues.

Il est bien évident que chaque système comporte néanmoins des contraintes physiques qui affectent sa dynamique. Pour le cas d'un drone, il est fréquent de faire face à des effets aérodynamiques, effets gyroscopiques, les frottements et le moment d'inertie sans parler de la force de gravité. Ces contraintes représentent un dilemme auxquelles le concepteur doit impérativement prendre en considération et l'intensité de leur influence varie en fonction des conditions de vol et le milieu.

II.2 Les manœuvres du quadri-rotor :

Le quadri-rotor à voilure tournante, représenté par le Drone de type Figure 2.1, est caractérisé par un système à 6 degrés de liberté (DDL). Les manœuvres de ce quadri-rotor reposent sur une manipulation astucieuse des vitesses des quatre moteurs afin d'accomplir les 6 degrés de liberté nécessaires. Pour décomposer ces mouvements, nous prenons en considération les translations verticales pour les opérations de décollage et d'atterrissage, ainsi que les translations horizontales pour les virages gauche-droite (roulis) et les mouvements avant-arrière (tangage), en plus des rotations du drone sur son axe (lacet). Il

Est à noter que les 6 degrés de liberté propres à la quadri-rotor sont réalisés à l'aide de seulement 4 moteurs, ce qui signifie que le système dispose de 4 entrées pour obtenir 6 sorties, le rendant ainsi sous-actionné.

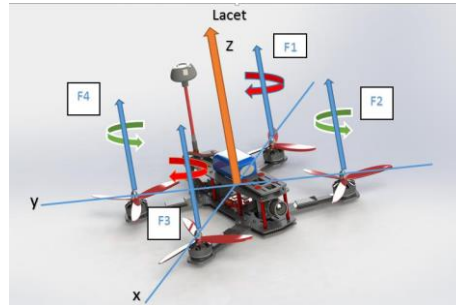


Figure II. 1 : Structure générale du quad-copter.

II.2.1 Mouvement vertical :

Le mouvement vertical, comme illustré dans la Figure II.2, implique une translation le long de l'axe Z, correspondant aux actions de décollage ou d'atterrissage. Cette translation est obtenue en variant simultanément la vitesse de rotation des quatre rotors avec une force de poussée égale.

Pour le décollage on applique une grande vitesse de rotation.

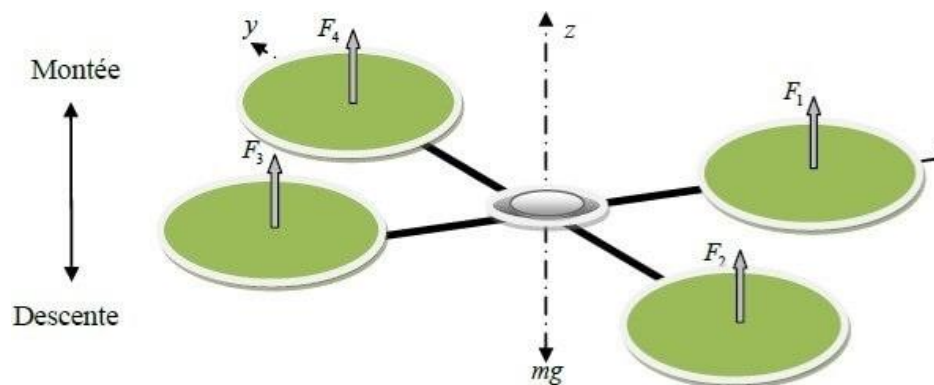


Figure II. 2 : Illustration du mouvement vertical.

II.2.2 Mouvement de roulis :

Ce mouvement **Figure II.3** est obtenu en couplant un mouvement de rotation et un mouvement de translations sur l'axe Y, la variation de vitesse entre les rotors 1 et 3 provoque une rotation autour de l'axe X.

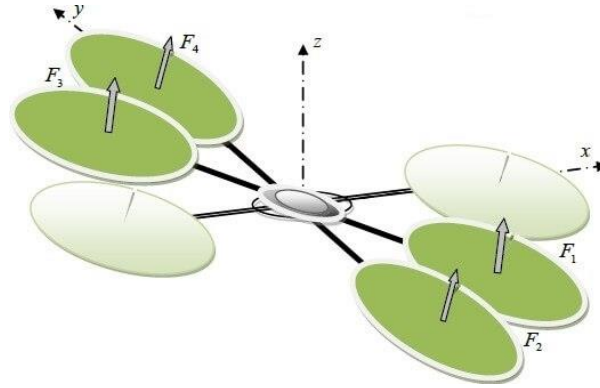


Figure II. 3 : Illustration du mouvement de roulis.

II.2.3 Mouvement de tangage :

Ce mouvement **Figure II.4** est obtenu en couplant un mouvement de rotation et un mouvement de translations sur l'axe X, la variation de vitesse entre les rotors 2 et 4 provoque une rotation autour de l'axe Y.

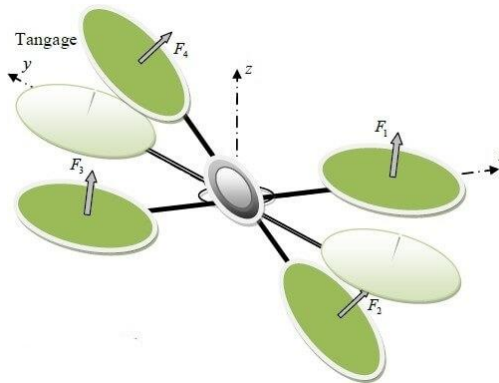


Figure II. 4 : Illustration du mouvement de tangage.

II.2.4 Mouvement de lacet :

C'est un mouvement **Figure II.5** qui consiste à faire pivoter le drone sur lui-même c.-à-d. autour de l'axe Z, pour ce faire il faudrait augmenter la vitesse de deux rotors opposés de façon égale et diminuer la vitesse des deux autres eux aussi égaux, L'accélération de

deux rotors doit être équivalente à la décélération des deux autres de façon à obtenir une compensation dans la force poussée.

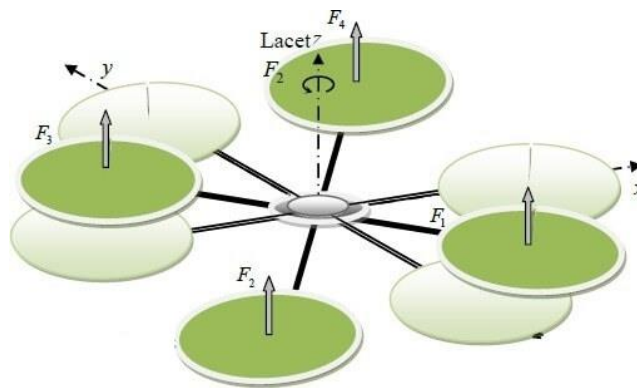


Figure II. 5 : Illustration du mouvement de lacet.

II.2.5 Le mouvement horizontal :

Le mouvement horizontal Figure II.6 est un mouvement de translations sur l'axe X et Y, cela est accomplie en variant la vitesse de deux rotors opposés (un plus rapide que l'autre) et en gardant une vitesse intermédiaire pour les deux autres rotors, virement sera dans la direction du rotor qui aura moins de vitesse.

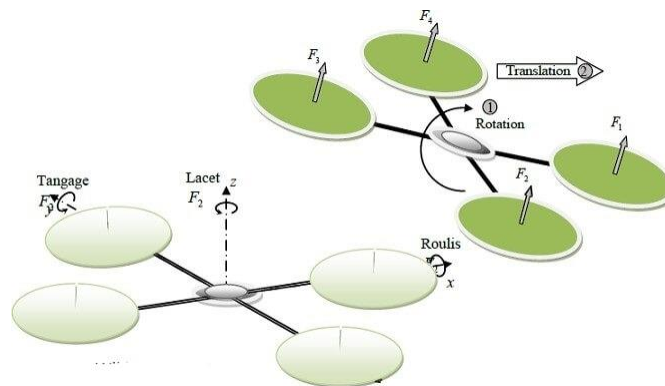


Figure II. 6 : Illustration du mouvement horizontal.

II.3 Repérage du quadri-rotor dans l'espace :

II.3.1 Repère utilisée :

Un quadri-rotor nécessite deux trièdres pour le repérer dans l'espace, ces repères sont :

a. Repère terrestre :

Il est noté : $R_0(O_0, X_0, Y_0, Z_0)$. C'est un repère lié à la terre supposé immobile.

b. Repère lié au corps du quadri-rotor :

Il est noté : $R_1(O_1, X_1, Y_1, Z_1)$. C'est un repère dont l'origine O_1 coïncide avec le centre de gravité G du quadri-rotor.

Donc les paramètres qui permettent de décrire le mouvement du quadri-rotor sont $(\varphi, \theta, \psi, x, y, z, \Omega, V)$ avec :

- φ (angle de roulis) : rotation autour de X_1 ($-\pi < \varphi < \pi$).
- θ (angle de tangage) : rotation autour de Y_1 ($-\pi/2 < \theta < \pi/2$).
- Ψ (angle de lacet) : rotation autour de Z_1 ($-\pi < \psi < \pi$)
- X : coordonnée du centre de gravité G du quadri-rotor suivant X_0
- Y : coordonnée du centre de gravité G du quadri-rotor suivant Y_0 .
- Z : coordonnée du centre de gravité G du quadri-rotor suivant Z_0 .
- Ω : $[p, q, r]^T \in R^3$: la vitesse de rotation du quadri-rotor par rapport repère inertiel.
- V : $[u, v, w]^T \in R^3$: la vitesse linéaire liée du quadri-rotor par rapport repère inertiel.

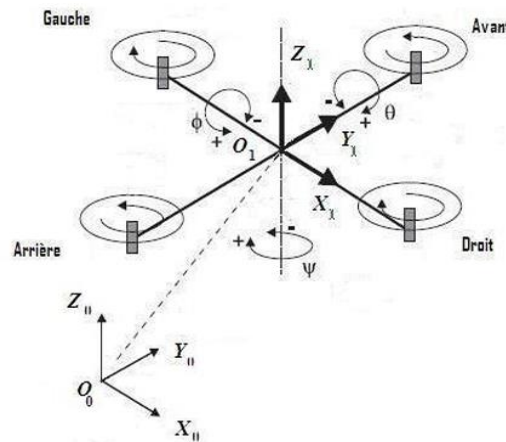


Figure II. 7 : Les repères utilisés.

II.3.2 Matrices de rotation :

On considère que les centres O_0 et O_1 des deux repères sont confondus, ce qui signifie que le repère R_1 ne fait que des rotations par rapport au repère R_0 . Trois paramètres indépendants sont nécessaires pour décrire complètement l'orientation du repère R_1 par rapport à celle de R_0 . Le passage du repère R_1 vers le repère R_0 se fera par trois rotations en utilisant deux repères intermédiaires R_i et R_j .

II.3.2.1 Rotation autour de l'axe X :

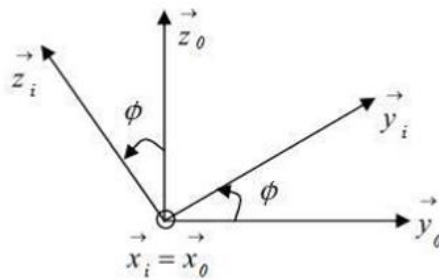


Figure II. 8 : Rotation autour de l'axe X (Roulis).

à partir desquelles nous construisons les matrices de passage. Nous avons ainsi la matrice :

$$R(X, \phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

II.3.2.2 Rotation autour de l'axe Y :

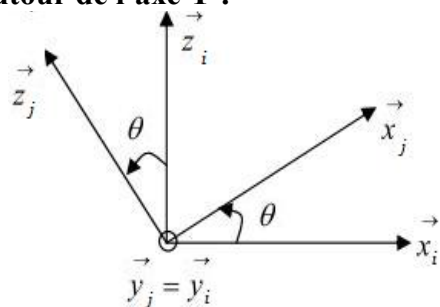


Figure II. 9 : Rotation autour de l'axe Y (Tangage).

Nous avons ainsi la matrice :

$$R(Y, \theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

II.3.2.3 Rotation autour de l'axe Z :

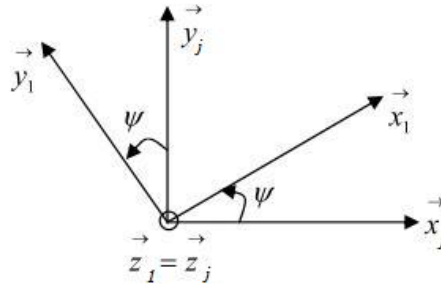


Figure II. 10 : Rotation autour de l'axe Z (Lacet).

Nous avons ainsi la matrice :

$$R(Z, \varphi) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$R(\varnothing, \theta, \varphi)$ est la matrice globale de rotation qui relie les centres des deux repères R_e et R_b elle résulte du produit des trois matrices de rotations selon la formule ci-dessous :

$$R(\varnothing, \theta, \varphi) = R(X, \varnothing) * R(Y, \theta) * R(Z, \varphi).$$

$$R = \begin{bmatrix} C(\theta)C(\varphi) & -C(\varnothing)S(\varphi) + S(\varnothing)S(\theta)C(\varphi) & S(\varnothing)S(\varphi) + C(\varnothing)S(\theta)C(\varphi) \\ C(\theta)S(\varphi) & C(\varnothing)C(\varphi) + S(\varnothing)S(\theta)S(\varphi) & -S(\varnothing)S(\varphi) + C(\varnothing)S(\theta)C(\varphi) \\ -S(\theta) & S(\varnothing)C(\theta) & C(\varnothing)C(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

- C : Cos
- S : Sin

Pour faire le lien entre y'_e qui est mesuré dans le cadre inertiel et les taux angulaires du corps ω_b . La transformation suivante est nécessaire :

$$\omega_b = R_r y'_e \quad (2.5)$$

$$R_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -S(\theta) \\ 0 & C(\phi) & S(\phi)C(\theta) \\ 0 & -S(\phi) & C(\phi)C(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Autour de la position de vol stationnaire, nous pouvons simplifier l'équation en supposant un petit angle, tel que : $\cos(\phi) \approx \cos(\theta) \approx 1$, et $\sin(\phi) \approx \sin(\theta) \approx 0$. Ainsi R_r peut être simplifié en une matrice d'identité I [8].

II.4 Modélisation dynamique d'un quadri-rotor :

La dynamique est une branche de la mécanique qui étudie les effets des forces et des couples sur le mouvement d'un corps ou d'un système de corps. Plusieurs techniques peuvent être utilisées pour dériver les équations d'un corps rigide, mais en général, il existe deux méthodes pour déterminer les équations de mouvement d'une photocopieuse quadruple :

- Formulation de Newton-Euler.
- Formulation d'Euler-Lagrange.

Le modèle dynamique de Newton-Euler est le choix préférable pour les copieurs quadruples avec de nombreux degrés de liberté [10].

L'avantage de ce modèle est qu'il produit un modèle de manière récurrente, ce qui est généralement plus rapide en termes de calcul et de commande. Pour simplifier la modélisation, l'approche de Newton-Euler est utilisée.

L'équation de Newton-Euler peut être exprimée comme suit [9] :

$$\begin{bmatrix} f \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mI & 0_3 \\ 0_3 & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega + I_3 \omega \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

m : la masse totale du quadri-rotor

I : matrice d'identité du quadri-rotor.

a : l'accélération linéaire du centre de masse.

α : L'accélération angulaire.

I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} : Les moments d'inertie de la zone autour des axes principaux dans le cadre b.

II.4.1 Équation du mouvement de rotation :

L'équation de rotation du quad-coptère, établie selon la méthode de Newton-Euler, est obtenue à partir du référentiel corporel du quad-coptère en utilisant le formalisme suivant :

$$M_B - M_A = M_G + I\omega' + \omega * I\omega R \quad (2.9)$$

ω : Vitesse angulaire du corps.

M_G : Moments gyroscopiques dus à l'inertie des rotors.

M_A : Moment de traînée dû aux effets aérodynamiques.

M_B : Tous les moments agissant sur le quad-coptère dans son cadre de corps.

II.4.1.1 Moments agissant sur le quad-coptère M_B :

Chaque rotor du quad-coptère crée une force de poussée vers le haut et génère un moment dans le sens opposé au sens de rotation du rotor i correspondant.

$$f_i = k_f * \Omega_i^2 \quad (2.10)$$

$$M_i = k_m * \Omega_i^2 \quad (2.11)$$

k_f et k_m : sont respectivement les constantes de force et de moment aérodynamiques.

Ω_i : est la vitesse angulaire du rotor.

Nous exprimerons le moment autour de chaque axe comme suit :

- Le moment total autour de l'axe x peut être exprimé comme suit :

$$M_x = -f_2 l + f_4 l = -(k_f * \Omega_2^2)l + (k_f * \Omega_4^2)l \quad (2.12)$$

$$M_x = lk_f(-\Omega_2^2 + \Omega_4^2) \quad (2.13)$$

- Le moment total autour de l'axe y peut être exprimé comme suit :

$$M_y = f_1 l - f_3 l = (k_f * \Omega_1^2) l - (k_f * \Omega_3^2) l \quad (2.14)$$

$$M_y = l k_f (\Omega_1^2 - \Omega_3^2) \quad (2.15)$$

➤ Le moment total autour de l'axe z

Le moment est causé par la rotation des rotors ainsi l'équation peut être écrite comme :

$$M_z = M_1 - M_2 + M_3 - M_4 \quad (2.16)$$

$$M_z = k_m (\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \quad (2.17)$$

En combinant les équations (II.13), (II.15) et (II.17), nous obtenons :

$$M_B = \begin{bmatrix} l k_f (-\Omega_2^2 + \Omega_4^2) \\ l k_f (\Omega_1^2 - \Omega_3^2) \\ k_m (\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

l : Longueur entre le centre du quadri coptère et l'une des hélices.

II.4.1.2 Matrice d'inertie diagonale :

La matrice d'inertie du quad coptère est organisée comme une matrice diagonale, avec des éléments diagonaux notés I_{xx} , I_{yy} et I_{zz} , qui indiquent les moments d'inertie de la masse autour des axes principaux dans le référentiel du corps.

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

II.4.1.3 Moment gyroscopique :

Lorsqu'une force externe est appliquée pour modifier l'orientation d'un rotor, l'effet gyroscopique se manifeste. Les moments gyroscopiques sont alors définis de la manière suivante :

$$M_G = \omega \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_r \Omega_r \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

J_r : Inertie des rotors.

Ω_r : vitesse relative des rotors.

$$\Omega_r = \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3 + \Omega_4 \quad (2.21)$$

II.4.1.4 Équations de mouvement transrationnel :

L'équation de mouvement du translateur du quad-coptée, en utilisant le référentiel terrestre et la deuxième loi de Newton, s'exprime comme suit :

$$m\mathbf{r}'' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} - F_a + R F_b \quad (2.22)$$

m : masse du quad-rotor.

g : accélération gravitationnelle $g = 9,81\text{m/s}^2$.

F_a : Forces de traînée.

R : Matrice de rotation.

F_b : Les forces non gravitationnelles agissant sur le quadri-rotor sont multipliées par la matrice de rotation pour transformer les forces de poussée du cadre corporel en cadre inertiel.

La force de non-gravitationnelle est la force de poussée agissant sur le quad-coptère dans la direction verticale (sans roulis ou tangage). Cette force peut être exprimée mathématiquement comme suit :

$$F_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -k_f(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

II.5 Effets aérodynamiques :

II.5.1 Force de traînée :

La force de résistance aérodynamique est la force qui s'exerce sur un objet en mouvement dans l'air, agissant en sens inverse de la direction du déplacement et freinant ainsi l'avancée de l'objet

$$f_a = k_t r' \quad (2.24)$$

k_t : est une matrice constante appelée matrice des coefficients de translation aérodynamique.

r' : est la dérivée du vecteur position r (vitesse du quadri-rotor).

II.5.2 Moment de traînée :

Le moment de traînée est le résultat du frottement du corps du quadri-coptère en mouvement avec l'air. Ce moment peut être estimé de la manière suivante :

$$M_a = k_r y' \quad (2.25)$$

k_r : Est une matrice constante appelée matrice des coefficients de rotationaérodynamiques.

II.6 Modèle d'espace d'état :

Cette partie porte sur l'examen des équations mathématiques du mouvement exposées dans une représentation de l'espace d'état, ce qui facilitera la maîtrise de la quadri-coptère.

II.6.1 Vecteur d'état X :

En raison des six degrés de liberté du quad-coptère, un vecteur d'état est nécessaire pour représenter sa position dans l'espace, ainsi que ses vitesses angulaires et linéaires. Il comprendra douze éléments comme indiqué dans ces équations.

$$X = \begin{bmatrix} \emptyset \\ \emptyset' \\ \theta \\ \theta' \\ \varphi \\ \varphi' \\ z \\ z' \\ x \\ x' \\ y \\ y' \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \\ X_8 \\ X_9 \\ X_{10} \\ X_{11} \\ X_{12} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

II.6.2 Vecteur d'entrée de contrôle U :

Le vecteur de commande U composé des entrées de commande U_1 à U_4 , est défini comme suit :

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$U_1 = k_f(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \quad (2.29)$$

$$U_2 = k_f(-\Omega_2^2 + \Omega_4^2) \quad (2.30)$$

$$U_3 = k_f(\Omega_1^2 + \Omega_3^2) \quad (2.31)$$

$$U_4 = k_m(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \quad (2.32)$$

Les équations (2.28) à (2.31) peuvent être exprimées sous forme matricielle comme suit :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_f & K_f & K_f & K_f \\ 0 & -K_f & 0 & K_f \\ K_f & 0 & -K_f & 0 \\ K_m & K_m & K_m & -K_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4K_f} & 0 & \frac{1}{2K_f} & \frac{1}{4K_m} \\ \frac{1}{4K_f} & -\frac{1}{2K_f} & 0 & -\frac{1}{4K_m} \\ \frac{1}{4K_f} & 0 & -\frac{1}{2K_f} & \frac{1}{4K_m} \\ \frac{1}{4K_f} & \frac{1}{2K_f} & 0 & -\frac{1}{4K_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Pour déterminer les vitesses des rotors à partir des commandes d'entrée :

$$\Omega_1 = \sqrt{\frac{1}{4K_f} U_1 + \frac{1}{2K_f} U_3 + \frac{1}{4K_m} U_4} \quad (2.35)$$

$$\Omega_2 = \sqrt{\frac{1}{4K_f} U_1 - \frac{1}{2K_f} U_2 - \frac{1}{4K_m} U_4} \quad (2.36)$$

$$\Omega_3 = \sqrt{\frac{1}{4K_f} U_1 - \frac{1}{2K_f} U_3 + \frac{1}{4K_m} U_4} \quad (2.37)$$

$$\Omega_4 = \sqrt{\frac{1}{4K_f} U_1 + \frac{1}{2K_f} U_2 - \frac{1}{4K_m} U_4} \quad (2.38)$$

II.6.3 Équation du mouvement de rotation sous forme d'espace d'état :

L'équation décrivant les moments totaux agissant sur le corps du quad-coptère est la suivante :

$$M_B = \omega \begin{bmatrix} IU_2 \\ IU_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

En utilisant les équations (2.10) et (2.38), les accélérations angulaires peuvent être exprimées comme suit :

$$\ddot{\varphi} = b_1 U_2 - a_2 x_4 \Omega_r + a_1 x_4 x_6 \quad (2.40)$$

$$\ddot{\theta} = b_2 U_3 - a_4 x_2 \Omega_r + a_3 x_2 x_6 \quad (2.41)$$

$$\ddot{\varphi} = b_3 U_4 + a_5 x_2 x_6 \quad (2.42)$$

$$\text{Et : } a_1 = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \quad a_2 = \frac{J_r}{I_{xx}} \quad a_3 = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}}$$

$$a_4 = \frac{J_{ry}}{I_{yy}} ; a_5 = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}}$$

$$b_1 = \frac{l}{I_{xx}} \quad b_2 = \frac{l}{I_{yy}} \quad b_3 = \frac{l}{I_{zz}} \quad (2.43)$$

II.6.4 Équations de mouvement transrationnel sous forme d'espace d'état :

L'équation des forces totales actin6 sur le quadri-rotor est devenue :

$$f_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -U_1 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

En développant les équations (2.21), (2.23) et (2.39), les accélérations peuvent être exprimées comme suit [12] :

$$x'' = -\frac{U_1}{m} (\sin x_1 \sin x_5 + \cos x_1 \cos x_5 \sin x_5) \quad (2.45)$$

$$y'' = -\frac{U_1}{m} (\sin x_3 \sin x_5 \cos x_1 + \sin x_1 \cos x_5) \quad (2.46)$$

$$z'' = g - \frac{U_1}{m} (\cos x_1 \cos x_3) \quad (2.47)$$

Sachant que :

$$U_x = \cos \varnothing \cos \varphi \sin \theta + \sin \varnothing \sin \varphi \quad (2.48)$$

$$U_y = \cos \varnothing \sin \theta \sin \varphi - \sin \varnothing \cos \varphi \quad (2.49)$$

$$\varnothing_d = \arcsin \left[\frac{(U_x \sin \psi - U_y \cos \psi) m}{\sqrt{(U_x)^2 + (U_y)^2 + (U_z + g)^2}} \right] \quad (2.50)$$

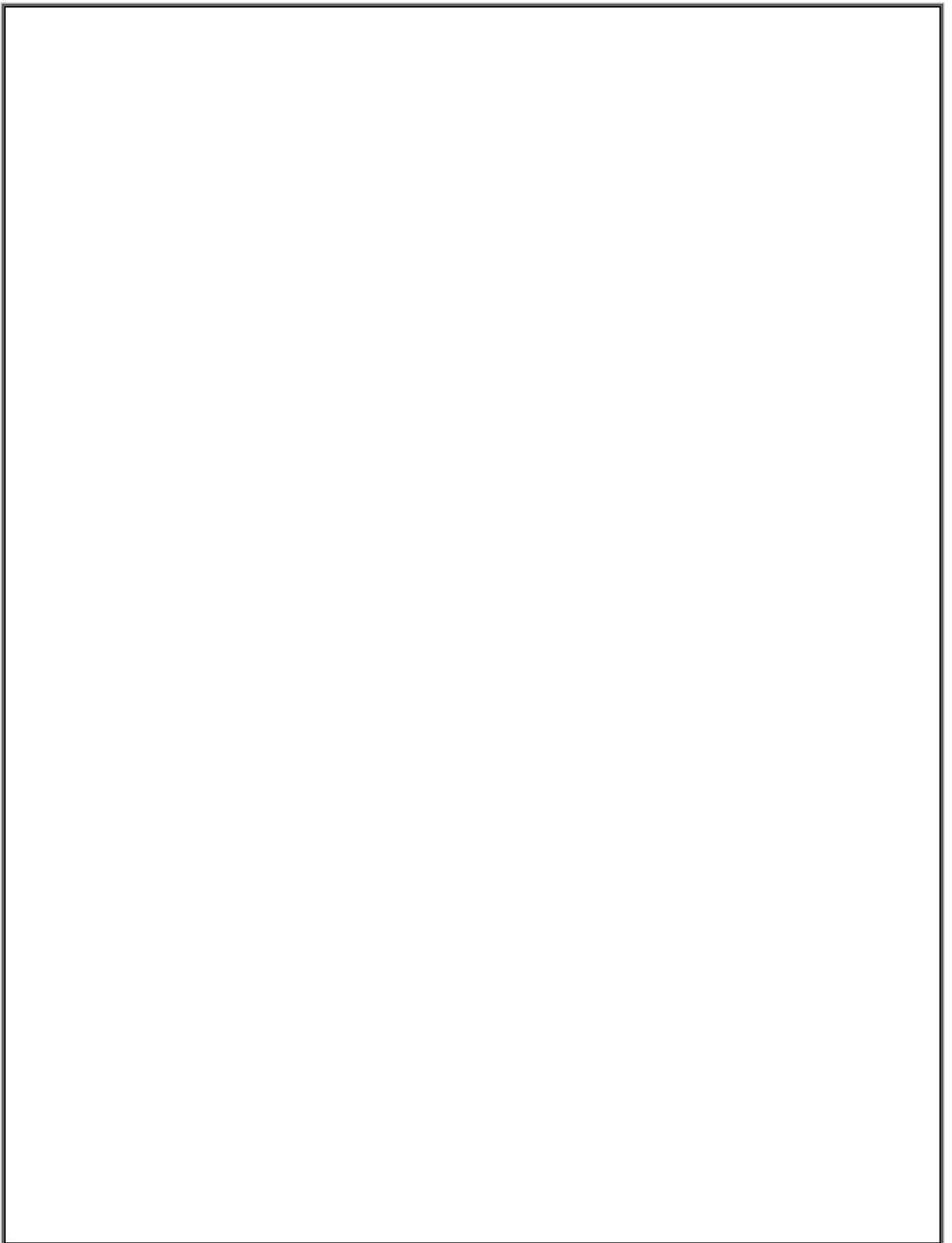
$$\theta_d = \arctg \left[\frac{(U_x \cos(\psi) + U_y \sin(\psi))}{U_z + g} \right] \quad (2.51)$$

II.6.5 Représentation de l'espace d'état :

$$\left\{ \begin{array}{l} x'_1 = \phi' = x_2 \\ x'_2 = \phi'' = b_1 U_2 - a_2 x_4 \Omega_r + a_1 x_4 x_6 \\ x'_3 = \theta' = x_4 \\ x'_4 = \theta'' = b_2 U_3 - a_4 x_2 \Omega_r + a_3 x_2 x_6 \\ x'_5 = \varphi' = x_6 \\ x'_6 = \varphi'' = b_3 U_4 + a_5 x_2 x_6 \\ x'_7 = z' = x_8 \\ x'_8 = z'' = -g + \frac{U_1}{m} (\cos x_1 \cos x_3) \\ x'_9 = x' = x_{10} \\ x'_{10} = x'' = \frac{U_1}{m} (\sin x_1 \sin x_5 + \cos x_1 \cos x_5 \sin x_5) \\ x'_{11} = y' = x_{12} \\ x'_{12} = y'' = \frac{U_1}{m} (\sin x_3 \sin x_5 \cos x_1 + \sin x_1 \cos x_5) \end{array} \right. \quad (2.52)$$

II.7 Conclusion :

L'issus de ce deuxième chapitre a permis d'établir concrètement un modèle mathématique de quad-copter en divulguons ses critères de performances nécessaire à l'étude comportementale du drone c'est-à-dire ça cinématique et ça dynamique, à partir duquel on est en mesure d'affirmer que le système est complexe sous-actionnée et non-linéaire et il faudra le traiter à l'intermédiaire de techniques de commande plus évoluées et ainsi obtenir une loi de commande suffisante à contrôler notre système et interagir avec lui dans des conditions optimale.



***Chapitre III : La commande Par
Back-Stepping***

III.1 Introduction :

Dans cette chapitre, nous nous concentrons sur la création d'un dispositif de contrôle pour le modèle de quadri-rotor. En effet, le quadri-rotor représente un système sous-actionné, hautement non linéaire et instable, ce qui nécessite la conception d'une méthode de contrôle efficace et fiable. À cet effet, nous présentons un dispositif de contrôle basé sur la méthode du Backstepping. Notre but est d'assurer la convergence des positions $\{x(t), y(t), z(t), \varphi(t)\}$ vers les trajectoires souhaitées $\{x_d(t), y_d(t), z_d(t), \varphi_d(t)\}$ respectivement, tout en stabilisant les angles de tangage et de roulis. Pour ce faire, nous introduisons trois approches de contrôle différentes : l'approche classique de Backstepping, l'approche intégrale de Backstepping, et enfin une approche intégrale adaptative de Backstepping pour surmonter les perturbations et les variations des paramètres du modèle.

III.2 Synthèse des lois de commande pour le quadri-rotor :

Dans cette section, une stratégie de commande est proposée, principalement basée sur deux boucles (boucle interne et boucle externe). La boucle interne comprend quatre lois de commande : la commande de roulis (ϕ), la commande de tangage (θ), la commande de lacet (φ) et la commande d'altitude (Z). La boucle externe inclut deux lois de commande pour les positions en x et y . La boucle de commande externe génère une référence pour le mouvement de roulis (θ_d) et de tangage (ϕ_d) en passant par le bloc de correction. Ce bloc corrige la rotation de roulis et de tangage en fonction de la référence de lacet désirée (φ_d). Le schéma ci-dessous représente la stratégie de commande adoptée.

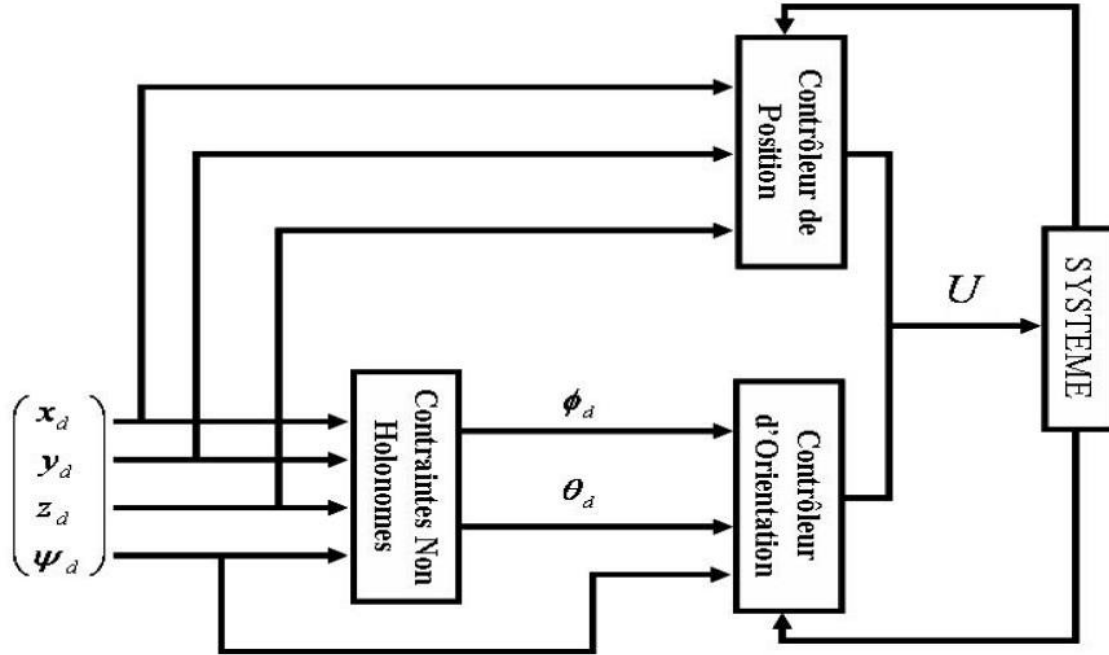


Figure III. 1: Schéma général de la commande du quadri-rotor.

III.3 Commande par backstepping :[13]

Dans le design par backstepping, aucune contrainte n'est imposée à la caractéristique non linéaire du système. Ce dernier doit, cependant, se présenter sous la forme dite paramétrique pure. Les équations d'un tel système sont données par :

$$\begin{aligned}
 X'_1 &= \phi_1^T(x_1)\vartheta + \varphi_1(x_1)x_2 \\
 X'_2 &= \phi_2^T(x_1, x_2)\vartheta + \varphi_2(x_1, x_2)x_3 \\
 X'_{n-1} &= \phi_{n-1}^T(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})\vartheta + \varphi_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})x_n \\
 X'_n &= \phi_n^T(x_1, x_2, \dots, x_n)\vartheta + \varphi_n(x_1, x_2, \dots, x_n)U
 \end{aligned}$$

$$Y = X_1$$

Où ϑ est un vecteur de paramètres constants (connus ou inconnus). Les ϕ_i et les φ_n , sont des fonctions non linéaires connues, avec $\phi(0) = 0$ et $\varphi(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}^n$

III.3.1 Algorithme de base : [13]

Afin d'illustrer le principe de la méthode du backstepping, on considère le cas des systèmes non linéaires de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}'_1 = \phi_1^T(x_1)\vartheta + \varphi_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}'_2 = \phi_2^T(x_1, x_2)\vartheta + \varphi_2(x_1, x_2)x_3 \\ \dot{x}'_3 = \phi_3^T(x_1, x_2, x_3)\vartheta + \varphi_3(x_1, x_2, x_3)U \\ Y = x_1 \end{cases}$$

Le système étant du troisième ordre, le design s'effectue en trois étapes.

Step 01 :

On considère d'abord l'équation (le sous-système 1) où la variable d'état x_2 est traitée comme une commande et l'on définit la première valeur désirée

La première variable d'erreur se définit par : $\varepsilon_1 = \alpha^o - x_1$

et la dérivée de l'erreur ε : $\varepsilon'_1 = \alpha'^o - x'_1$

Nous choisissons pour ce système une fonction candidate de Lyapunov :

$$V_1(\varepsilon_1) = \frac{1}{2} \varepsilon_1^2$$

la dérivée de cette fonction est donc :

$$V'_1(\varepsilon_1) = \varepsilon_1 \varepsilon'_1 = \varepsilon_1 [\alpha'^o - \phi_1^T(x_1)\vartheta + \varphi_1(x_1)x_2]$$

pour rendre $V'_1(\varepsilon_1)$ négative et assurer la stabilité de l'origine du sous-système on prend

$$V'_1(\varepsilon_1) = -k_1 \varepsilon_1^2 \Rightarrow \varepsilon'_1 = -k_1 \varepsilon_1 = \alpha'^o - \phi_1^T(x_1)\vartheta + \varphi_1(x_1)x_2$$

on peut donc trouver l'expression de

$$x_2^d = \frac{1}{\varphi_1(x_1)} [-k_1 \varepsilon_1 - \alpha'^o + \phi_1^T(x_1)\vartheta] = \alpha^1$$

Step 02 :

on pose l'erreur $\varepsilon_2 = \alpha^1 - x_2 \Rightarrow x_2 = \alpha^1 - \varepsilon_2$

et la dérivée de l'erreur sera donc ε : $\varepsilon'_2 = \alpha'^1 - x'_2$

on remplace x'_2 par son expression :

$$\varepsilon'_2 = \alpha'^1 - \phi_2^T(x_1, x_2)\vartheta + \varphi_2(x_1, x_2)x_3$$

on pose la fonction candidate de Lyapunov

$$V_2(\varepsilon_2) = V_1(\varepsilon_1) + \frac{1}{2} \varepsilon_2^2$$

et la dérivée de cette dernière est donc : $V'_2(\varepsilon_2) = \varepsilon_1 \varepsilon'_1 + \varepsilon_2 \varepsilon'_2$

on revenons à l'expression $\varepsilon'_1 = -k_1 \varepsilon_1 = \alpha'^0 - \phi_1^T(x_1) \vartheta + \varphi_1(x_1) x_2$ et $x_2 = \alpha^{1-} - \varepsilon_2$ on trouve : $\varepsilon'_1 = -k_1 \varepsilon_1 = \alpha'^0 - \phi_1^T(x_1) \vartheta + \varphi_1(x_1) (\alpha^{1-} - \varepsilon_2)$

la dérivée $V'_2(\varepsilon_2) = \varepsilon_1 [\alpha'^0 - \phi_1^T(x_1) \vartheta - \varphi_1(x_1) \alpha^{1-}] - \varepsilon_1 (\varphi_1(x_1) \varepsilon_2) + \varepsilon_2 [\alpha'^1 - \phi_2^T(x_1, x_2) \vartheta + \varphi_2(x_1, x_2) x_3] = k_1 \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2 [\varepsilon_1 (\varphi_1(x_1) \varepsilon_2) + \alpha'^1 - \phi_2^T(x_1, x_2) \vartheta - \varphi_2(x_1, x_2) x_3]$

pour assurer la stabilité du sous-système (2) on prend

$$-\varepsilon_1 (\varphi_1(x_1) + \alpha'^1 - \phi_2^T(x_1, x_2) \vartheta - \varphi_2(x_1, x_2) x_3) = k_2 \varepsilon_2^2$$

ce qui permet de trouver

$$x_3^d = \frac{1}{\varphi_2(x_1, x_2)} [-\varepsilon_1 (\varphi_1(x_1) + \alpha'^1 - \phi_2^T(x_1, x_2) \vartheta - \varphi_2(x_1, x_2) x_3) + k_2 \varepsilon_2] = \alpha^2$$

$$\alpha'^1 = \left[\frac{\partial \alpha^1}{\partial x_1} \right] x'_1$$

Step 03:

l'erreur $\varepsilon_3 = \alpha^{2-} - x_3 \Rightarrow x_3 = \alpha^{2-} - \varepsilon_3$

et la dérivée de l'erreur : $\varepsilon'_3 = \alpha'^2 - x'_3$

on remplace x'_3 par son expression :

$$\varepsilon'_3 = \alpha'^2 - \phi_3^T(x_1, x_2, x_3) \vartheta - \varepsilon_3 \varphi_2(x) - \varphi_3(x_1, x_2, x_3) U$$

pour une fonction candidate de Lyapunov

$$V_3(\varepsilon_3) = V_2(\varepsilon_2) + \frac{\varepsilon_3^2}{2}$$

et la dérivée de la fonction candidate est :

$$V'_3(\varepsilon_3) = \varepsilon_2 \varepsilon'_2 + \varepsilon_3 \varepsilon'_3$$

$$V'_3(\varepsilon_3) = -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3 [\alpha'^2 - \Phi_3^T(x_1, x_2, x_3) \vartheta - \varepsilon_3 \varphi_2(x_1, x_2) - \varphi_3(x_1, x_2, x_3) U]$$

pour assurer la stabilité du système on pose

$$\varepsilon_3 [\alpha'^2 - \Phi_3^T(x_1, x_2, x_3) \vartheta - \varepsilon_2 \varphi_2(x_1, x_2) - \varphi_3(x_1, x_2, x_3) U] = -k_3 \varepsilon_3^2$$

c.à.d.

$$\alpha'^2 - \Phi_3^T(x_1, x_2, x_3) \vartheta - \varepsilon_2 \varphi_2(x_1, x_2) - \varphi_3(x_1, x_2, x_3) U = -k_3 \varepsilon_3$$

en fin on obtient la commande :

$$U_C = \frac{1}{\varphi_3} [\alpha'^2 - \Phi_3^T(x_1, x_2, x_3) \vartheta - \varepsilon_2 \varphi_2(x_1, x_2)]$$

$$\alpha'^2 = \left[\frac{\partial \alpha^2}{\partial x_1} \right] x'_1 + \left[\frac{\partial \alpha^2}{\partial x_2} \right] x'_2$$

III.4 Contrôle à l'aide de l'approche classique de Backstepping :

Notre objectif est d'assurer que les positions $\{(t), (t), (t), (t), \theta(t)\}$ convergent vers les trajectoires souhaitées $\{x_d(t), y_d(t), z_d(t), \Phi_d(t), \theta_d(t)\}$ respectivement, tout en stabilisant les angles de tangage et de roulis $\{\phi(t), \theta(t)\}$. Pour cela, nous allons mettre en place la loi de contrôle Backstepping en trois étapes. Premièrement, nous définirons les erreurs de suivi et proposerons six entrées de contrôle virtuelles pour le contrôleur. Deuxièmement, nous concevrons un contrôle réel des entrées U_i pour le quadri-coptère. Enfin, nous effectuerons une analyse de stabilité des contrôleurs proposés pour réaliser une boucle fermée globale. Étant donné que le développement de cette approche est similaire pour les contrôleurs d'attitude, d'altitude et de position, nous présenterons uniquement la dérivation du contrôleur d'angle de roulis, en tenant compte du sous-système dynamique de roulis.

$$\begin{cases} x'_1 = x_2 \\ x'_2 = b_1 U_2 - a_2 x_4 \Omega_r + a_1 x_4 x_6 \end{cases} \quad (3.1)$$

La synthèse de la commande de roulis U se fait en deux étapes :

Step01 : Soit l'erreur de poursuite donnée par ε :

$$\varepsilon_1 = \alpha^\circ - x_1 \quad (3.2)$$

$$\varepsilon'_1 = \alpha'^\circ - x'_1 \quad (3.3)$$

$$\varepsilon'_1 = \alpha'^\circ - x_2 \quad (3.4)$$

On définit la fonction de Lyapunov pour le système (3.6) comme suit :

$$V_1 = 1/2 \varepsilon_1^2 \quad (3.5)$$

Cette fonction est définie positive sur R. Son dérivé temporel est donnée par :

$$V'_1 = \varepsilon_1 \varepsilon'_1 \quad (3.6)$$

Pour rendre $V'_1 = -k_1 \varepsilon_1^2$ définie négative, on peut choisir la commande fictive suivante :

$$v' = \varepsilon_1 (\alpha'^\circ - x'_2) = -k_1 \varepsilon_1^2 \quad (3.7)$$

$$\alpha'^\circ - x_2 = -k_1 \varepsilon_1 \quad (3.8)$$

$$x_2^d = \alpha'^\circ + k_1 \varepsilon_1 = \alpha^1 \quad (3.9)$$

Step02 : Comme la commande virtuelle ne peut pas prendre instantanément sa valeur souhaitée, on cherche dans ce qui suit à stabiliser l'erreur entre la commande virtuelle et la fonction stabilisatrice.

$$\varepsilon_2 = \alpha_1 - x_2 \quad (3.10)$$

V_2 est définie positive sur R. Sa dérivée est donnée par :

$$V'_2 = v'_1 + \varepsilon_2 \varepsilon'_2 \quad (3.11)$$

$$V'_2 = \varepsilon_1 (\alpha'^\circ - x_2) + \varepsilon_2 (\alpha'^1 - b_1 u_2 + a_2 x_4 \Omega_r - a_1 x_4 x_6) \quad (3.12)$$

$$V'_2 = \varepsilon_1 (\alpha'^\circ - \alpha^1 + \varepsilon_2) + \varepsilon_2 (\alpha'^1 - b_1 u_2 + a_2 x_4 \Omega_r - a_1 x_4 x_6) \quad (3.13)$$

Ce qui donne : $V'_2 = -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2$, qui est définie négative sur R2.

$$\varepsilon_1 (\alpha'^\circ - \alpha^1) + \varepsilon_2 (\varepsilon_1 + \alpha'^1 - b_1 u_2 + a_2 x_4 \Omega_r - a_1 x_4 x_6) = -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2$$

$$U_2 = \frac{1}{b_1} (\alpha''^o + a_2 x_4 \Omega_r - a_1 x_4 x_6 + k_1 \varepsilon_1 + k_2 \varepsilon_2 + \varepsilon_1) \quad (3.14)$$

Les mêmes étapes sont suivies pour extraire u_3, u_4, u_1, u_x, u_y

$$U_1 = \frac{m}{\cos x_1 \cos x_3} (g - \varepsilon_8 + k_7 (\varepsilon_8 - k_7 \varepsilon_7)) \quad (3.15)$$

$$U_3 = \frac{1}{b_2} (\alpha''^{11} + K_{11} (\varepsilon_{12} - K_{11} \varepsilon_{11}) + \varepsilon_{11} + K_{12} \varepsilon_{12}) \quad (3.16)$$

$$U_4 = \frac{1}{b_3} (\alpha'^4 - \alpha^5 + \varepsilon_5 + k_5 \varepsilon_5 + k_6 \varepsilon_6 - a_5 x_6 x_2) \quad (3.17)$$

$$U_x = \frac{m}{u_1} (-\alpha'^8 + \alpha^9 - \varepsilon_9 + \alpha'^9 - k_9 \varepsilon_9 - k_{10} \varepsilon_{10}) \quad (3.18)$$

$$U_y = \frac{m}{u_1} (\alpha''^{10} + k_{11} (\varepsilon_{12} - k_{11} \varepsilon_{11}) - \varepsilon_{11} - \varepsilon_{12} \varepsilon_{12}) \quad (3.19)$$

III.5 Simulation du système de contrôle sans perturbation :

Dans cette section, nous présentons le schéma fonctionnel de l'approche Backstepping utilisant Matlab Simulink. Ce schéma est destiné à être utilisé pour le développement et la vérification de l'algorithme de contrôle avant de travailler avec un système expérimental réel.

Paramètres	valeur	unités
g	9.81	m/s ²
m	1	kg
l	0.24	m
Ix	8*10 ⁻³	kg .m ²
Iy	8*10 ⁻³	kg .m ²
Iz	14.2*10 ⁻³	kg .m ²

Jr	$104 \cdot 10^{-6}$	Kg. m ²
b	$54.2 \cdot 10^{-6}$	N/rad/s

Tableau 3.1 : paramètres du quad-rotor.

III.5.1 Description des blocs de simulation :

Dans cette section, nous allons discuter des blocs de simulation utilisés pour contrôler le comportement d'un quad-rotor. Nous allons expliquer la fonction de chaque bloc, les équations impliquées et les entrées/sorties de chacun d'eux. En outre, nous allons détailler comment ces blocs contribuent au contrôle global du quad-rotor et comment ils interagissent pour assurer un contrôle stable et précis.

a- Bloc du contrôleur de position :

Vous semblez parler de l'implémentation de l'algorithme de contrôle pour suivre la position souhaitée du quadri-rotor, générée par le bloc "Trajectoire souhaitée" comme illustré à la **figure (3.2)** Dans votre modèle, vous utilisez deux contrôleurs de position distincts, l'un pour les directions x et y, et l'autre pour la direction z. Les équations implémentées sur ces blocs sont les suivantes : **(3.18) et (3.19)** pour les directions x et y, qui fournissent respectivement les commandes virtuelles U_x et U_y , et l'équation **(3.15)** pour U_1

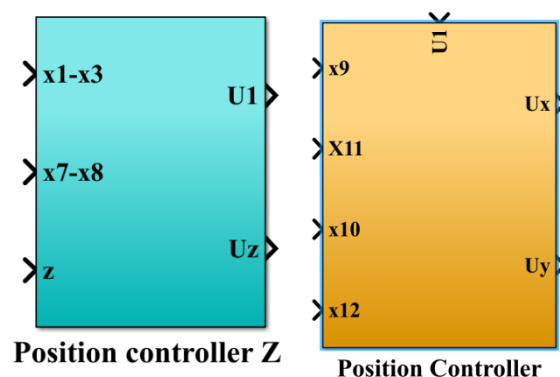


Figure III. 2 : Bloc Simulink des contrôleurs de position.

b- Bloc de correction :

Dans le bloc de correction, une approche de commande virtuelle est utilisée pour calculer l'orientation souhaitée en fonction de la position désirée du quadri-rotor. Cette méthode permet de déterminer les angles nécessaires sans les spécifier directement, simplifiant ainsi la conception du système de contrôle (voir **figure 3.3**). Les sorties de ce bloc sont ensuite utilisées comme entrées pour le bloc 'Attitude Controller'.

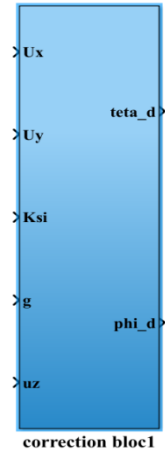


Figure III. 3 : Bloc Simulink du bloc de correction.

c- Contrôleur d'attitude :

Représenté à la **figure 3.4**, intègre un algorithme de contrôle visant à maintenir l'orientation désirée. Les sorties de ce bloc sont les valeurs U_2 , U_3 et U_4 mises en œuvre à l'aide des équations (3.14), (3.16) et (3.17) respectivement.

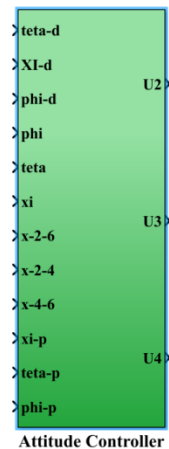


Figure III. 4 : Bloc Simulink du contrôleur d'attitude.

d- Modèle du système quad-rotor :

Cet ensemble décrit les équations de mouvement de notre quad-rotor, basées sur les lois de Newton et les principes de la dynamique des corps rigides. Les équations intégrées dans ce bloc sont fondées sur ces principes. La sortie de ce bloc comprend la position et l'orientation actuelles du quad-rotor comme illustré à la **figure 3.6** Ces données sont ensuite transmises aux blocs "Contrôleur de position" et "Contrôleur d'attitude".

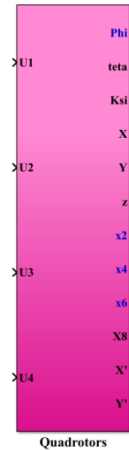


Figure III. 5 : Bloc Simulink du modèle de système quad-rotor.

III.6 Résultats de la simulation :

III.6.1 Utilisons référence rectangulaire :

Altitude / Stabilisation de l'altitude.

Les objectifs de contrôle : on désire que la quad-rotor suit une trajectoire carrée de 20 m de côté dès qu'elle atteint une altitude de 80m.

Les paramètres donnés dans le tableau 3.2 sont utilisés.

K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8	K9	K10	K11	K12
15	15	15	15	15	15	5	5	2	5	2	4

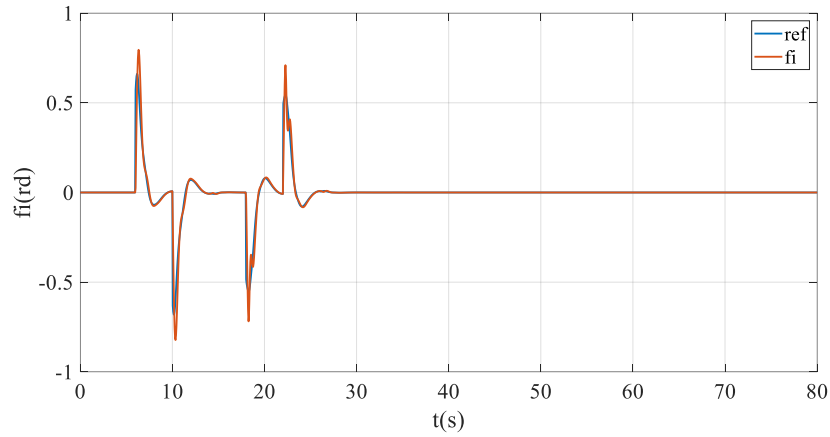


Figure III. 6 : Evolution de l'angle de roulis (φ)

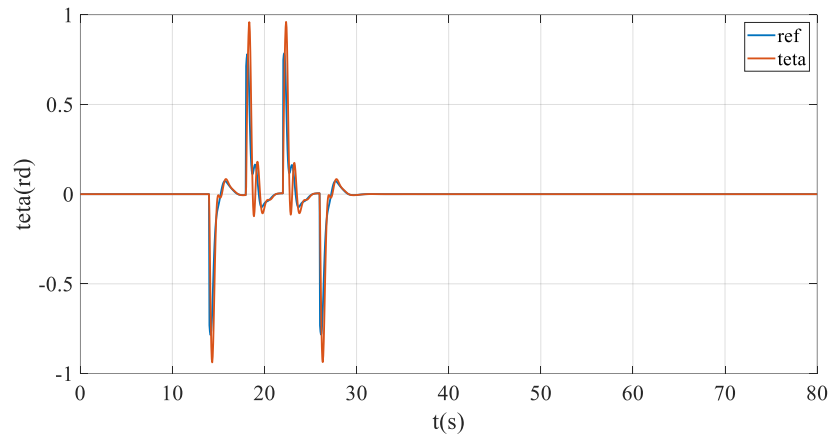


Figure III. 7 : Evolution de l'angle de tangage (θ)

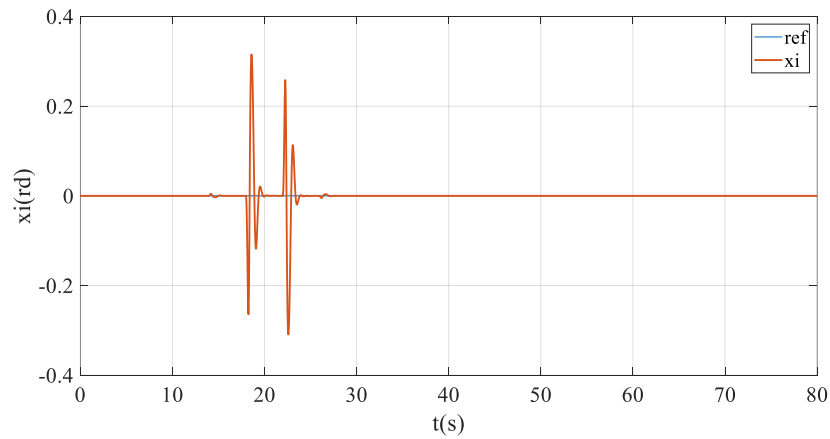


Figure III. 8 : Evolution de l'angle de lacet (Ψ)

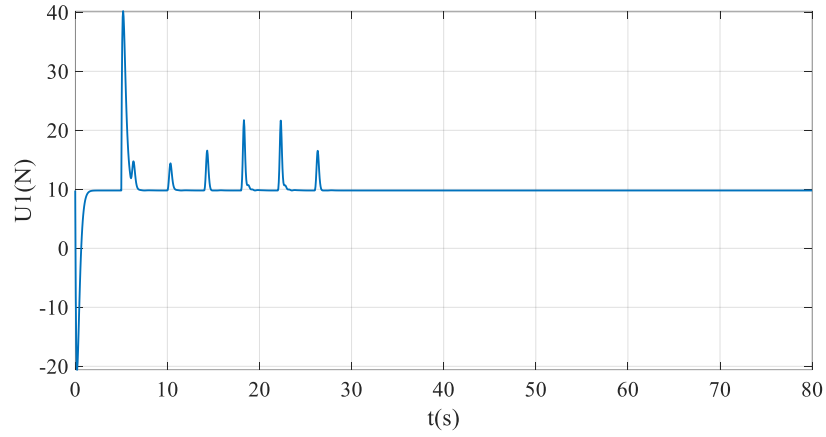


Figure III. 9 : Evolution de la commande (U1)

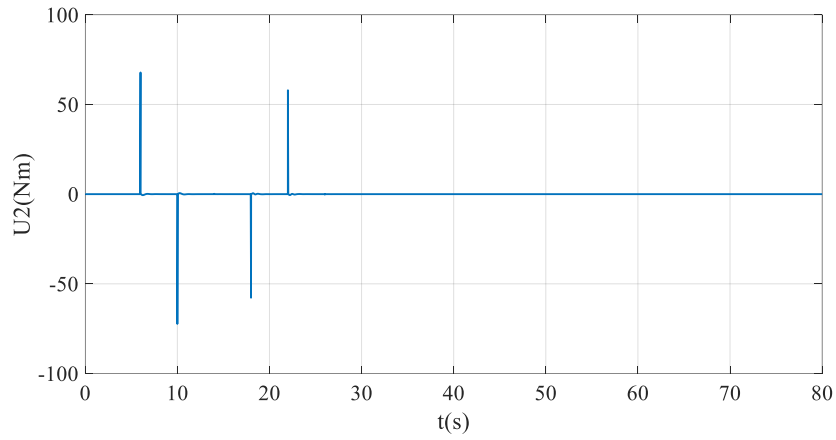


Figure III. 10: Evolution de la commande (U2)

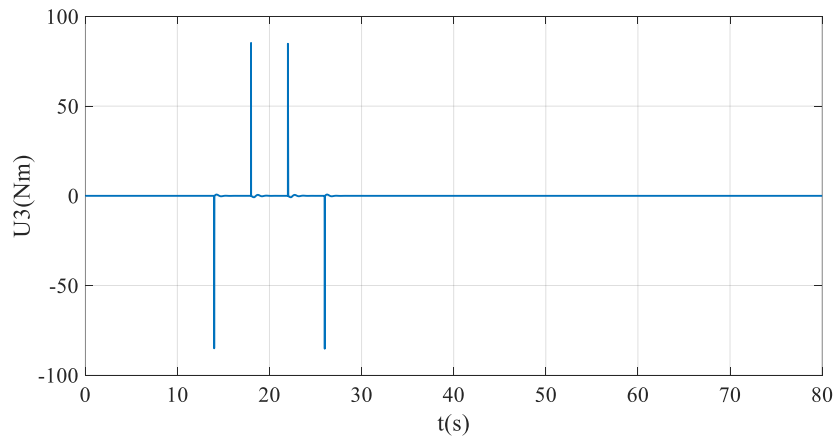


Figure III. 11 : Evolution de la commande (U3)

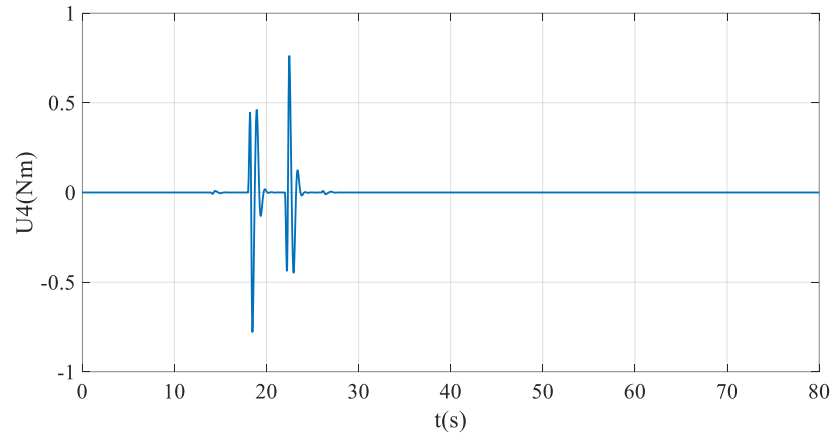


Figure III. 12 : Evolution de la commande (U4)

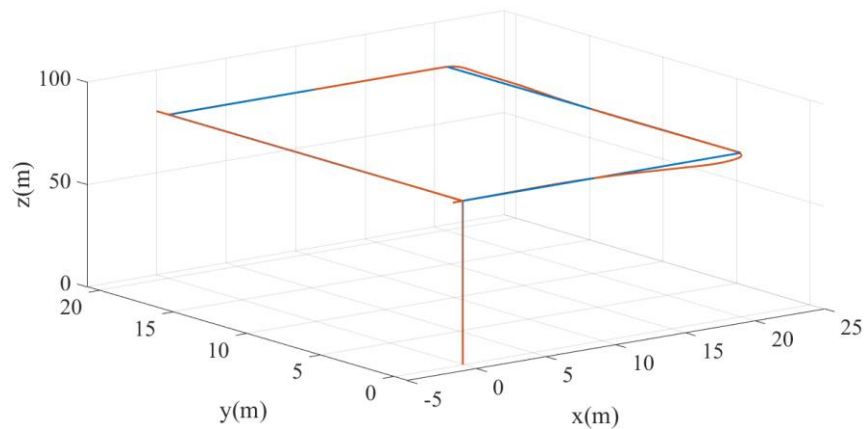


Figure III. 13 : Evolution de la position en 3D.

III.6.2 Utilisons référence circulaire :

On désire que notre aéronef suive une trajectoire en cercle ascendant de la manière suivante :

- * Suivant l'axe X : $X(t)=5*\sin(0.1t)$ à partir de $t=6s$ avant égal à zéro
- * Suivant l'axe Y : $Y(t)=5*\cos(0.1t)$ à partir de $t=6s$ avant égal à zéro
- * Suivant l'axe Z : $Z(t)=16t$ à partir de $t= 5s$ égal à 80m

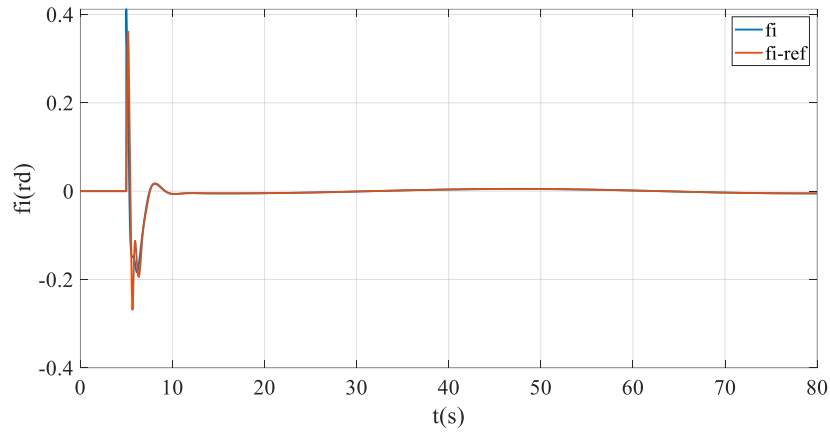


Figure III. 14 : Evolution de l'angle de roulis (ϕ).

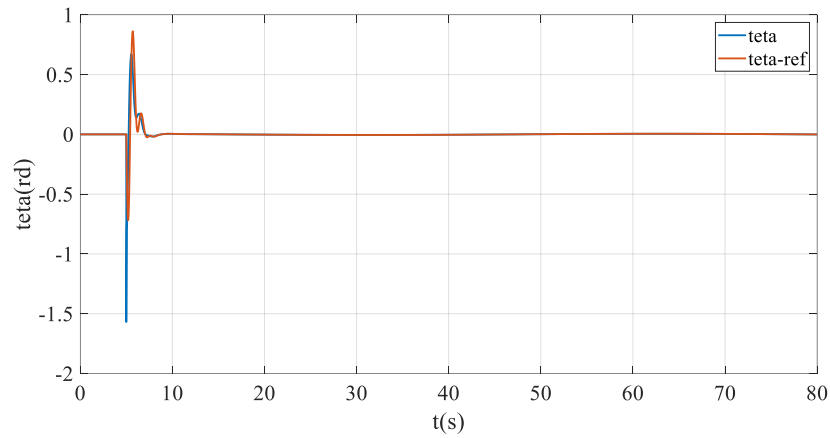


Figure III. 15 : Evolution de l'angle de tangage (θ)

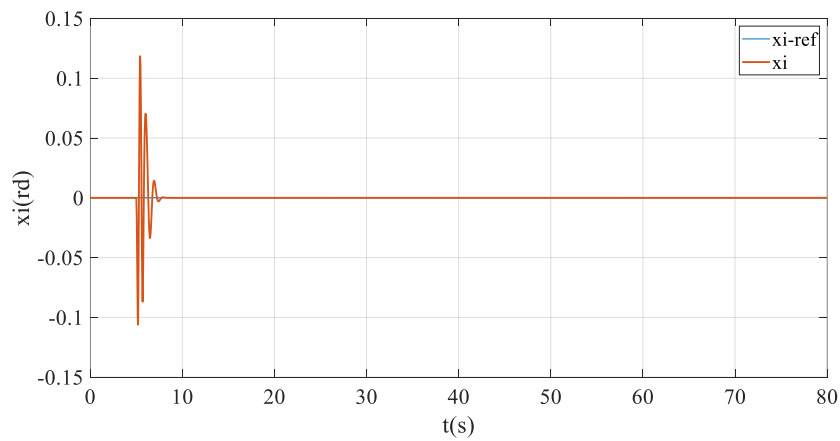


Figure III. 16 : Evolution de l'angle de lacet (Ψ)

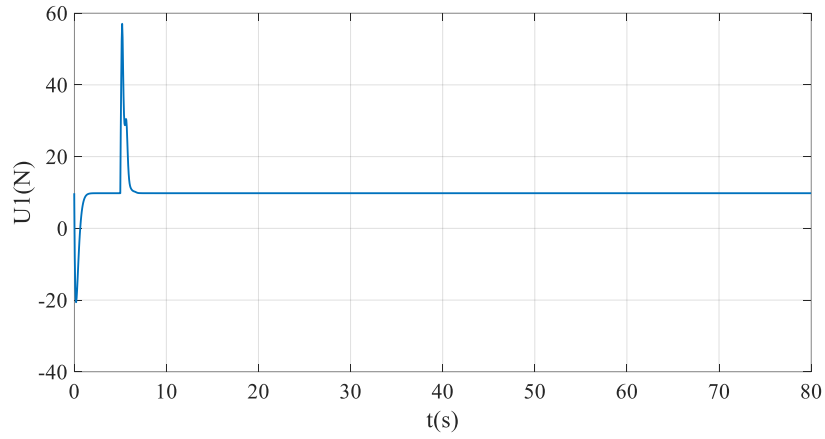


Figure III. 17: Evolution de la commande (U_1)

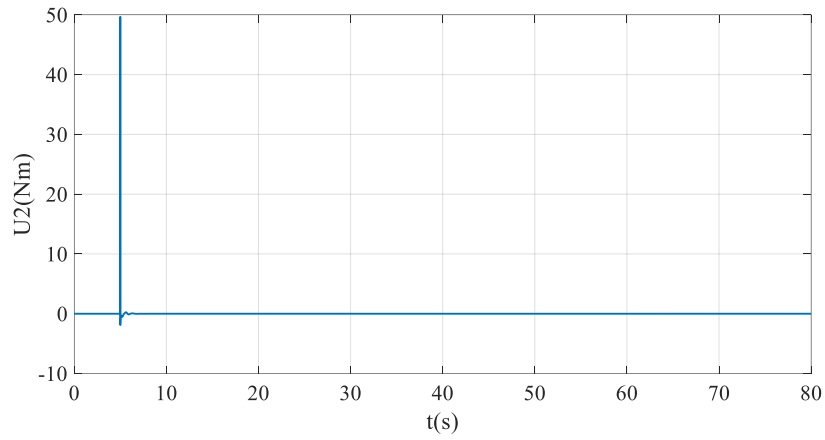


Figure III. 18: Evolution de la commande (U_2)

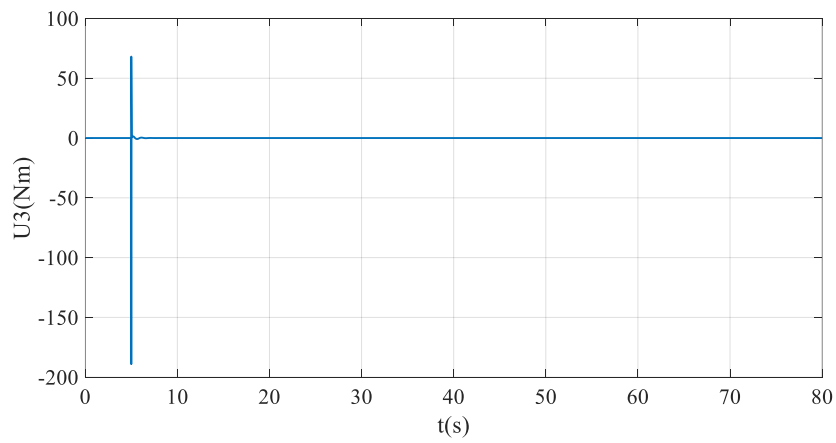


Figure III. 19: Evolution de la commande (U_3)

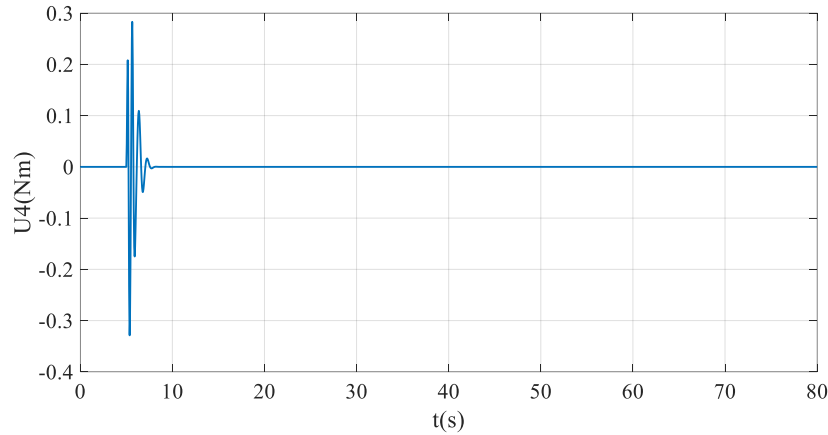


Figure III. 20: Evolution de la commande (U4)

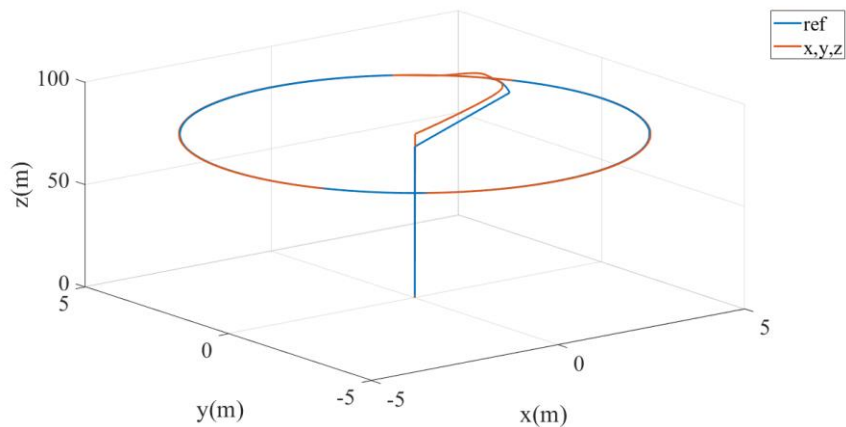


Figure III. 21: Evolution de la position en 3D

III.6.3 Discussion des résultats :

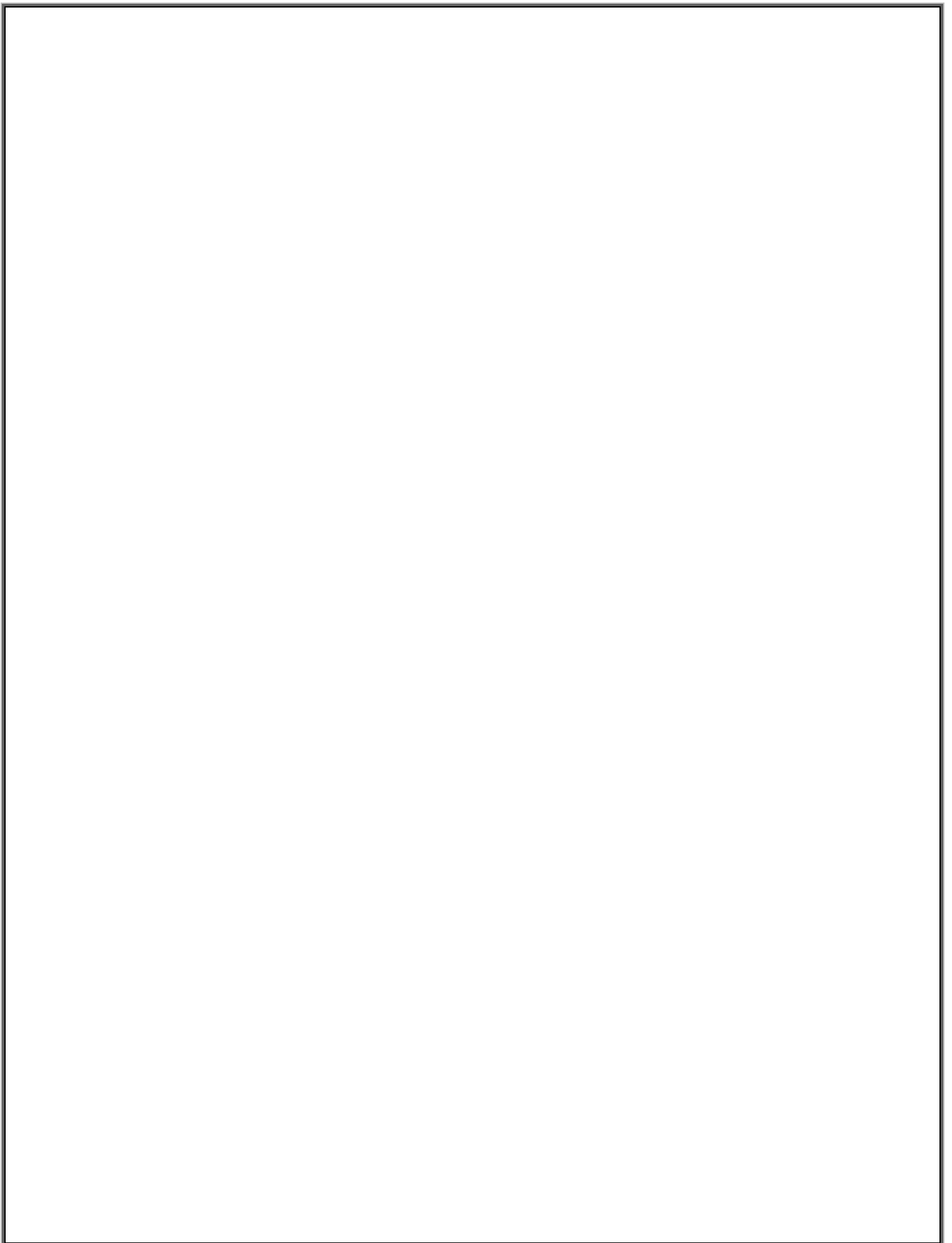
Les résultats de la simulation du quad-rotor utilisant l'algorithme de backstepping démontrent son efficacité dans le suivi de la trajectoire souhaitée, avec les erreurs entre les positions et orientations réelles et souhaitées convergent vers zéro. Les entrées de commande générées par l'algorithme de back-stepping ont permis un positionnement précis et un contrôle de l'orientation, permettant au quad-rotor de naviguer avec précision sur la trajectoire souhaitée dès le démarrage du système, ce qui a contribué à stabiliser le système du quad-rotor.

III.7 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons exposé les résultats des simulations de méthodes de contrôle Backstepping proposées pour le contrôle de la position et de l'attitude du quadrotor, en nous appuyant sur la théorie de Lyapunov.

L'approche a permis de stabiliser les positions du système et de maintenir les angles de roulis, de tangage et de lacet à leurs valeurs souhaitées, avec un temps de réponse de 80 seconde, elle a garanti la convergence de l'erreur de poursuite vers zéro et a compensé les perturbations ainsi que les légères variations des paramètres du modèle.

Le contrôleur de Backstepping a maintenu la stabilité du système même en présence de variations significatives des paramètres du modèle et à des vitesses élevées du Quadrotor.



*Chapitre IV : La commande Par
mode glissement*

IV.1 Introduction :

Le chapitre IV aborde l'aspect du contrôle du système de l'aéronef quadri-rotor, qui est une approche essentielle pour garantir la stabilité de l'aéronef à quatre rotors dans toutes les conditions de vol. C'est également crucial pour protéger notre système contre toute perturbation potentielle qui pourrait entraîner son échec. Maintenant que le modèle mathématique a été acquis, l'objectif est de mettre en œuvre le mode de contrôle par glissement, qui est le sujet principal de ce troisième chapitre

IV.2 Commande par mode glissement : [12]

Si S est le système à contrôler possédant une grandeur de contrôle U est une grandeur de sortie Y . Une des configurations de base pour les systèmes à structure variable permet la variation de la structure par simple commutation d'interrupteurs. Ce qui est le cas des convertisseurs statiques. Cette configuration correspond à un contrôle à deux niveaux. Avec une loi de commutation très performante, seule l'information sur le signe de la fonction $s(\mathbf{x})$, où $s(\mathbf{x})$ est la fonction de commutation, suffit pour décider de l'ouverture ou de la fermeture de l'interrupteur pilotant le convertisseur. Dans ce cas, la logique de commutation est donnée

Par :

$$U = \begin{cases} V^+ & \text{si } s(x, t) > 0 \\ V^- & \text{si } s(x, t) < 0 \end{cases}$$

Lorsque le régime glissant est atteint, les variables d'état sont reliées entre elles par la relation $s(x, t) = 0$. La trajectoire d'état du système contrôle S soumis à la logique de commutation (équation 1), est définie partout sauf sur la surface de commutation $s(x, t) = 0$. Plusieurs méthodes d'approches ont été proposées pour décrire la trajectoire du système contrôle lorsque le régime glissant existe localement sur $s(x, t) = 0$. Dans cette étude, on s'intéresse à la méthode d'Utkin, appelée le contrôle équivalent. La conception des contrôleurs Par mode de glissement prend en compte les problèmes de stabilité et de

bonnes Performances de fa, con systématique dans son approche, qui est divisée en trois étapes principales

1. Choix de surfaces,
2. L'établissement des conditions d'existence et de convergence,
3. Détermination de loi de commande.

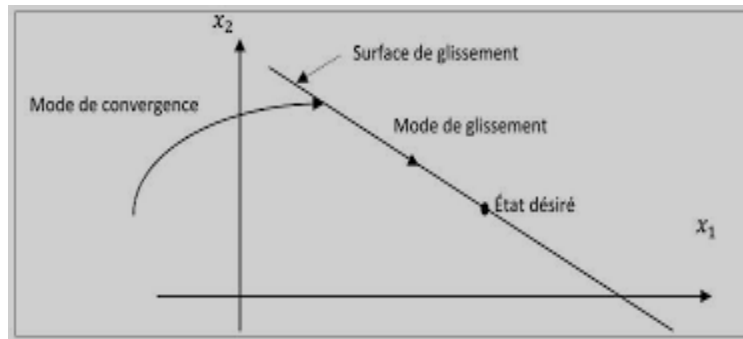


Figure IV. 1 : Mode de glissement.

IV.2.1 Choix de la surface de glissement

Le choix de la surface de glissement concerne le nombre nécessaire ainsi que la forme, en fonction de l'application et de l'objectif visé. En général, pour un système défini par l'équation d'état suivante :

$$\dot{x}(t) = f(x) + g(x)U(t) \quad (4.1)$$

Il faut choisir "m" surfaces de glissement, pour un vecteur U de dimension ' m '. Pour ce qui de la forme générale, nous proposons une forme d'équation générale pour déterminer la surface de glissement qui assure la convergence d'une variable d'état x vers sa valeur de consigne X_{ref} .

Avec :

x : variable à réguler .

$e(x)$: l'écart de la variable à réguler

λ_x : Constante positive.

r : degré relatif

Pour:

$$r = 1: S(x)=e(x).$$

$$r = 2: S(x) = e'(x) + \lambda \cdot e(x)$$

$$r = 3: S(x) = e''(x) + 2\lambda \cdot e'(x) + \lambda^2 \cdot e(x)$$

$S(x) = 0$ est une équation différentielle linéaire autonome dont la réponse $e(x)$ tend vers zéro pour un choix correcte du gain λ .

IV.2.2 Conditions d'existence de la convergence : [12]

Les conditions de convergence permettent à la dynamique du système, dans le Plan de phase, de converger vers la surface de glissement, nous citons deux conditions

- a. **La condition directe de commutation** : C'est la première condition de convergence, elle est sous la forme : $s(x)s'(x) < 0$
- b. **La fonction de Lyapunov** : Il s'agit de formuler une fonction scalaire positive

$V(x) > 0$ pour les variables d'état du système et de choisir une loi de Commande qui fera décroître cette fonction $V'(x) < 0$. En définissant la fonction de Lyapunov : $V(x) = \frac{s^2}{2}$
Sa dérivée sera : $V'(x) = S(x) \cdot S'(x)$ Pour que la fonction de Lyapunov décroisse, il suffit d'assurer que : $V'(x) = S(x) \cdot S'(x) < 0$ Elle est utilisée pour estimer les Performances de la commande, l'étude de robustesse et garantit la stabilité du système non linéaire.

IV.3 Détermination de loi de commande :

IV.3.1 Le contrôle équivalent :

Soit un système de contrôle décrit par : $x'(t) = f(x) + g(x) U(t)$

Où : U : vecteur d'entrée de dimension m défini par la relation suivante :

$$U_i = \begin{cases} U_i^+ & \text{si } S_i(x, t) > 0 \\ U_i^- & \text{si } S_i(x, t) < 0 \end{cases}$$

X : est le vecteur d'état du système de dimension n .

$g(x)$: est la matrice de dimension $(n \times m)$.

$S_i(\mathbf{x}, t)$: est la fonction de commutation de dimension m, $S_i(\mathbf{x}, t) = 0$: est la ieme surface de commutation.

La commande équivalente est une commande qui, appliquée au système, produit le mouvement du système sur la surface de glissement toutes les fois que l'état initial est sur la surface.

Supposons que la trajectoire de l'état rencontre la surface de la commutation à l'instant t_1 et qu'un mode glissant existe. L'existence d'un mode glissant implique que, pour tout $t < t_1$ satisfaisant $S(x(t),t)=0$ et également $S'(x(t),t)=0$ Nous définissons la commande équivalente U_{eq} pour des systèmes donnés par l'équation (4.2), comme un vecteur qui satisfait

$$S'(x(t),t) = \left[\frac{\partial S(x)}{\partial x} \right] \frac{dx}{dt} + \frac{\partial S(x)}{\partial t} = 0$$

On remplace $x'(t)$ par son expression et on obtient :

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial S(x)}{\partial x} \right] f(x) + \left[\frac{\partial S(x)}{\partial x} \right] g(x)U + \frac{\partial S(x)}{\partial t} = 0 \\ \Rightarrow U_{eq} &= \left[- \left[\frac{\partial S(x)}{\partial x} \right] g(x) \right]^{-1} \cdot \left[\left[\frac{\partial S(x)}{\partial x} \right] f(x) + \frac{\partial S(x)}{\partial t} \right] \end{aligned} \quad (4.2)$$

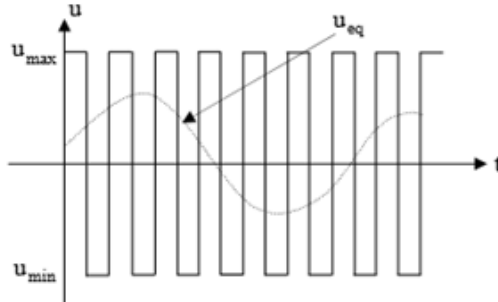


Figure IV. 2 : Commande équivalente U_{eq}

IV.3.2 Conditions attractivité :

La condition nécessaire pour que l'état du système contrôle atteint la surface de glissement est appelée la condition d'attractivité. Elle doit satisfaire la stabilité du système : c.à.d.

$$v'(s) = s(x) \cdot s'(x) = s(x) \left[\left[\frac{\partial S(x)}{\partial x} \right] f(x) + \left[\frac{\partial S(x)}{\partial x} \right] g(x)(U_{eq} + U_{att}) + \frac{\partial S(x)}{\partial t} \right] < 0$$

$$\text{sachant: } \left[\frac{\partial S(x)}{\partial x} \right] f(x) + \left[\frac{\partial S(x)}{\partial x} \right] g(x)U_{eq} + \frac{\partial S(x)}{\partial t} = 0$$

$$\text{donc } S(x) \left(\left[\frac{\partial S(x)}{\partial x} \right] g(x) U_{att} \right) < 0$$

Pour satisfaire cette condition :

- 1- si $\left[-\frac{\partial S(x)}{\partial x} \right] g(x) > 0$, il faut que $U_{att} = -K \text{ sign}(S(x))$
- 2- si $\left[-\frac{\partial S(x)}{\partial x} \right] g(x) < 0$, il faut que $U_{att} = +K \text{ sign}(S(x))$

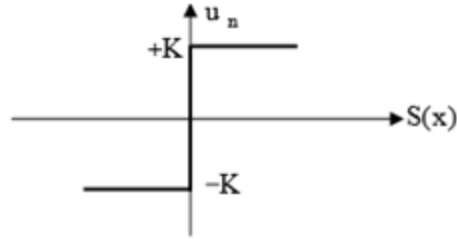


Figure IV. 3 : Définition de la fonction Sign.

A- Commande adoucie :

Dans l'objectif de réduire graduellement la valeur de la commande "un" en fonction de la distance entre la trajectoire de variation à régler et la surface de glissement, il est nécessaire d'établir une bande autour de cette surface, comportant un ou deux seuils

Trois zones distinctes peuvent être identifiées en fonction de la distance du point à la surface de glissement. Si la distance est supérieure au seuil e_2 , alors la fonction signe est activée. Si la distance est inférieure au seuil e_1 , alors "un" est nulle (zone morte). Si le point se situe dans la bande (e_1, e_2) , alors "un" est une fonction linéaire de la distance (une droite de pente $1/2 * K * (e - e_1)$). (Voir figure 4.4)

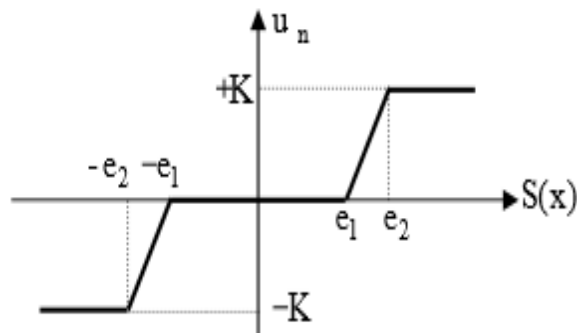


Figure IV. 4 : Fonction sign de la commande adoucie.

IV.3.3 Loi de contrôle :

Une loi de contrôle doit : Satisfaire la condition d'attractivité, Garantir une attractivité rapide vers la surface de glissement ainsi qu'une réduction des oscillations dues à la discontinuité du contrôle. Le contrôle complet se déduit de l'équation précédente et prend la forme suivante :

$$V_{\text{Complet}} = V_{eq} + V_{att} \quad (4.3)$$

Nous pouvons remarquer que cette loi est composée de deux parties : Un contrôle équivalent exprimant le comportement du système sur la surface de glissement, la deuxième partie donne une idée sur le système dynamique à partir du point initial jusqu'à ce qu'il atteigne le mode de glissement. Le choix du gain K doit donc être pertinent.

IV.4 Commande par mode glissement du quad-rotor

On a:

$$\begin{cases} x'_1 = x_2 \\ x'_2 = b_1 U_2 - a_2 x_4 \Omega_r + a_1 x_4 x_6 \end{cases} \quad (4.4)$$

Pour le sous-système (4.4), le degré relatif est $r = 2$, pour cela nous choisissons la surface de

Glissement comme suit :

$$S = e'_1 + \lambda_1 e_1 \quad (4.5)$$

tel que : $\lambda_1 > 0$, et $e_1 = \alpha^0 - x_1$

En utilisant la théorie de la commande par mode de glissement, la loi de commande est la suivante :

$$U_2 = U_{2eq} + U_{att}$$

U_{2eq} : Est la commande équivalente, elle est calculée lorsque :

$$U_{2eq} = \left[\frac{-\partial S(x)}{\partial x} \right] g(x)^{-1} \cdot \left[\frac{\partial S(x)}{\partial x} \right] f(x) + \frac{\partial S(x)}{\partial t}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ a_1 x_4 x_6 - a_2 x_4 \Omega_r \end{bmatrix} \quad ; \quad g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ b_1 \end{bmatrix}$$

La dérivée temporelle de $S(x)$ et $S'(x)$, telle que

$$S(x) = \lambda_1 (\alpha^0 - x_1) + \alpha'^0 + x_2$$

$$\left[\frac{\partial S(x)}{\partial x} \right] = [-\lambda_1 \quad 1]$$

$$\left[\frac{\partial S(x)}{\partial x} \right] g(x) = [-\lambda_1 \quad 1] \begin{bmatrix} 0 \\ b_1 \end{bmatrix} = b_1 \quad (4.6)$$

$$\left[\frac{\partial S(x)}{\partial x} \right] f(x) = [\lambda_1 \quad -1] \begin{bmatrix} x_2 \\ a_1 x_4 x_6 - a_2 x_4 \Omega_r \end{bmatrix} = \lambda_1 x_2 - a_1 x_4 x_6 + a_2 x_4 \Omega_r \quad (4.7)$$

A partir de (4.6) et (4.7), on obtient :

$$U_{2eq} = \frac{-1}{b_1} (\lambda_1 x_2 - a_1 x_4 x_6 + a_2 x_4 \Omega_r) \quad (4.8)$$

Avec U_{att} est le terme de correction défini par :

$$U_{att} = -K \text{sing}(S(\varphi)) \quad (4.9)$$

Par conséquent :

$$U_2 = \frac{-1}{b_1} (\lambda_1 x_2 - a_1 x_4 x_6 + a_2 x_4 \Omega_r) - K \text{sing}(S(\varphi)) \quad (4.10)$$

En appliquant la même procédure, on trouve :

$$U_3 = \frac{-1}{b_2} (\lambda_3 x_4 + a_3 x_2 x_6 - a_2 x_4 \Omega_r) - K \text{sing}(S(\theta)) \quad (4.11)$$

$$U_4 = \frac{-1}{b_3} (\lambda_5 x_6 + a_3 x_2 x_6 - a_4 x_2 \Omega_r) - K \text{sing}(S(\psi)) \quad (4.12)$$

$$U_1 = \frac{m}{\cos x_1 \cos x_3} (-\lambda_7 x_8 + g) - K \text{sing}(S(z)) \quad (4.13)$$

$$U_x = (\lambda_x x_{10}) - K \text{sing}(S(x)) \quad (4.14)$$

$$U_y = (\lambda_y x_{12}) - K \text{sing}(S(y)) \quad (4.15)$$

IV.5 Simulation du système de contrôle sans perturbation :

Dans cette section, nous présentons le schéma fonctionnel de l'approche mode glissement utilisant Matlab Simulink. Ce schéma est destiné à être utilisé pour le développement et la vérification de l'algorithme de contrôle avant de travailler avec un système expérimental réel.

IV.6 Résultats et simulations :

IV.6.1 Utilisons référence rectangulaire :

On désire que la quad-rotor suit une trajectoire carrée de 20 m de côté dès qu'elle atteint une altitude de 80m.

Altitude / Stabilisation de l'altitude.

Les paramètres donnés dans le tableau 3.2 sont utilisés.

	x	y	z	ϕ	θ	ψ
ε	1	1	0.1	1	1	1
λ	1	1	10	20	20	20
k	10	10	500	250	250	250

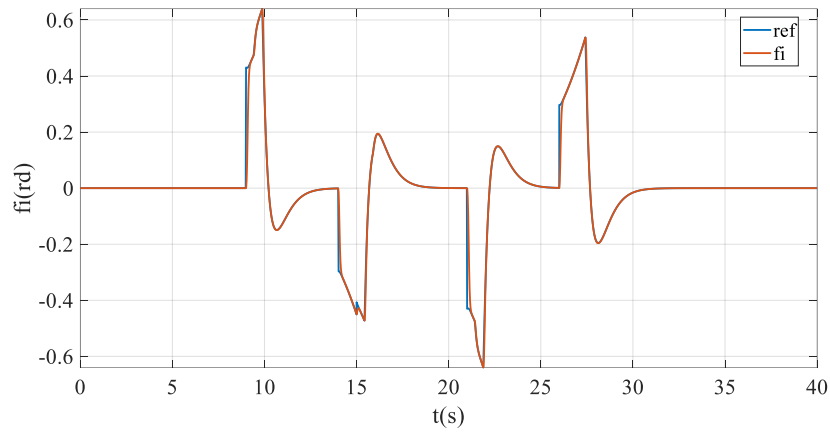


Figure IV. 5 : Evolution de l'angle de roulis (ϕ)

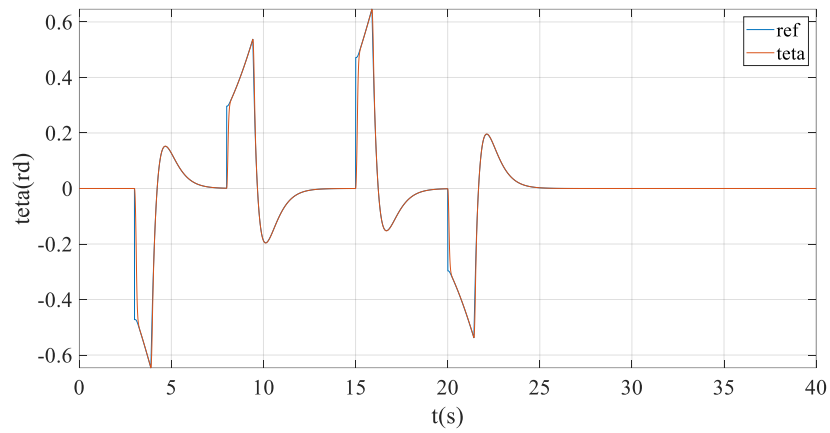


Figure IV. 6 : Evolution de l'angle de tangage (θ)

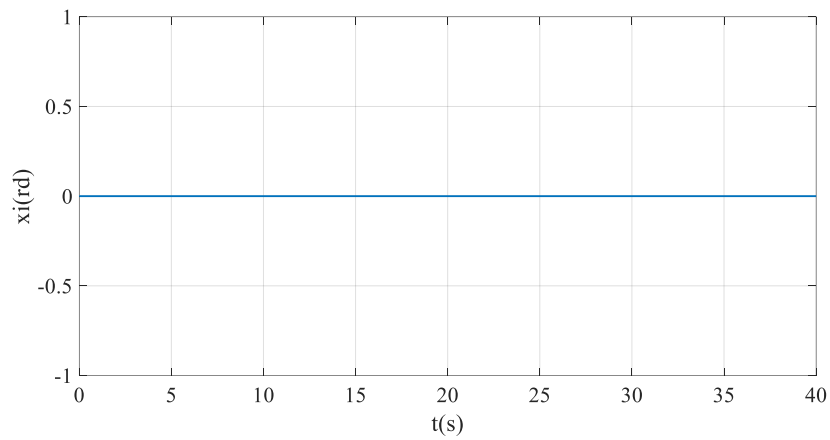


Figure IV. 7 : Evolution de l'angle de lacet (Ψ).

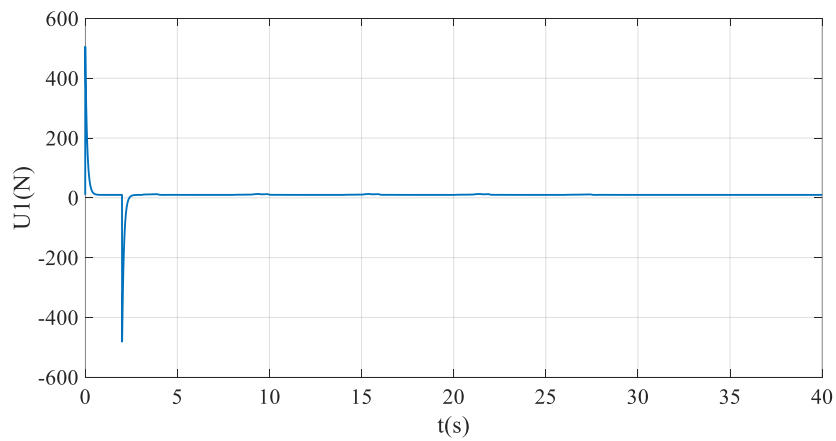


Figure IV. 8 : Evolution de la commande (U_I).

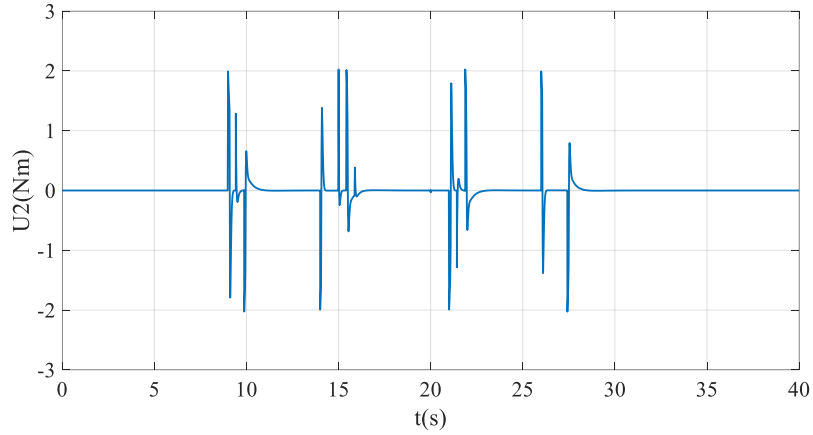


Figure IV. 9: Evolution de la commande (U_2).

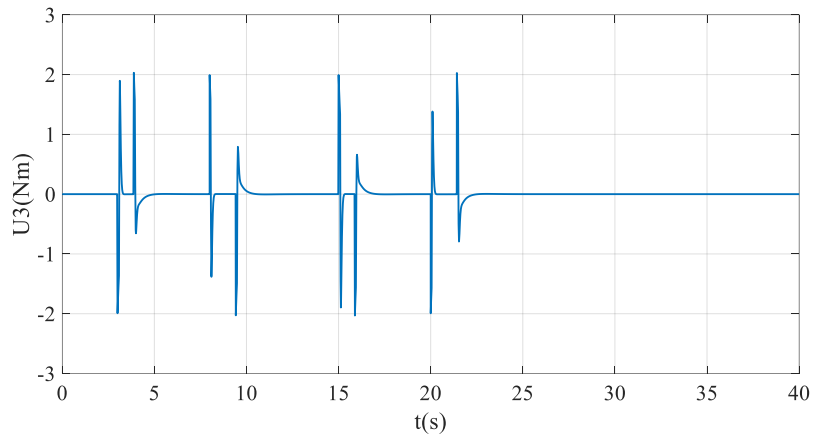


Figure IV. 10: Evolution de la commande (U_3).

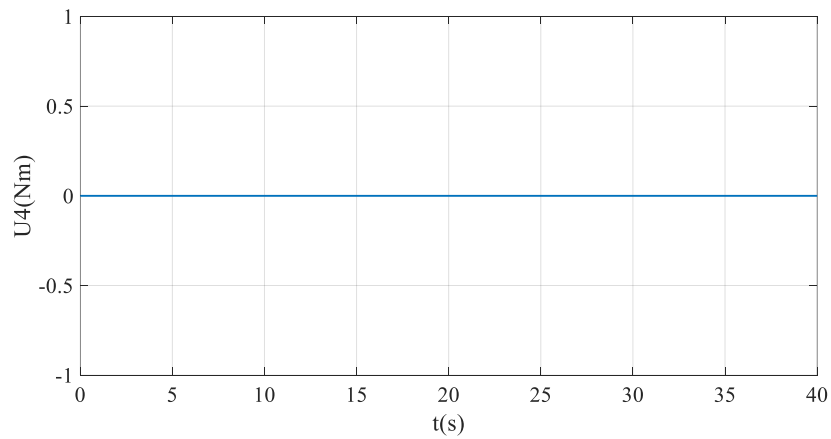


Figure IV. 11: Evolution de la commande (U_4).

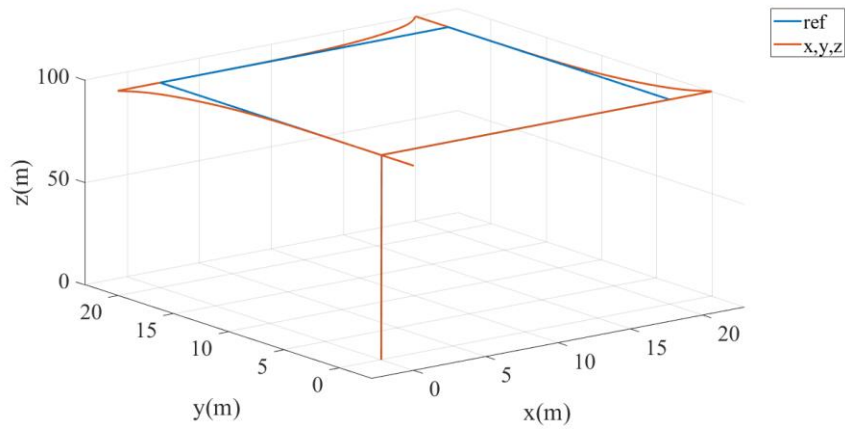


Figure IV. 12: Evolution de la position en 3D.

IV.6.2 Utilisons référence circulaire :

On désire que notre quad-rotor suive une trajectoire en cercle ascendant de la manière suivante :

- * Suivant l'axe X : $X(t)=1.\sin (0.25t)$ à partir de $t=3s$, avant égal à zéro.
- * Suivant l'axe Y : $Y(t)=1.\cos (0.25t)$ à partir de $t=3s$, avant égal à zéro.
- * Suivant l'axe Z : $Z(t)=50t$ et 100 à partir de $t=2s$.

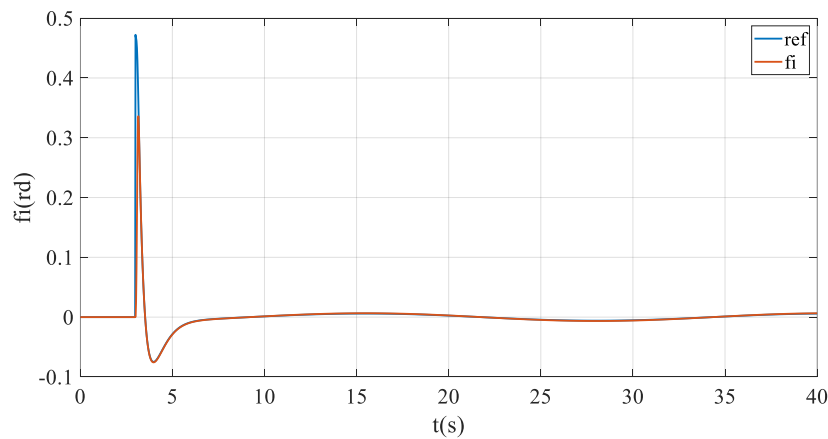


Figure IV. 13: Evolution de l'angle de roulis (φ).

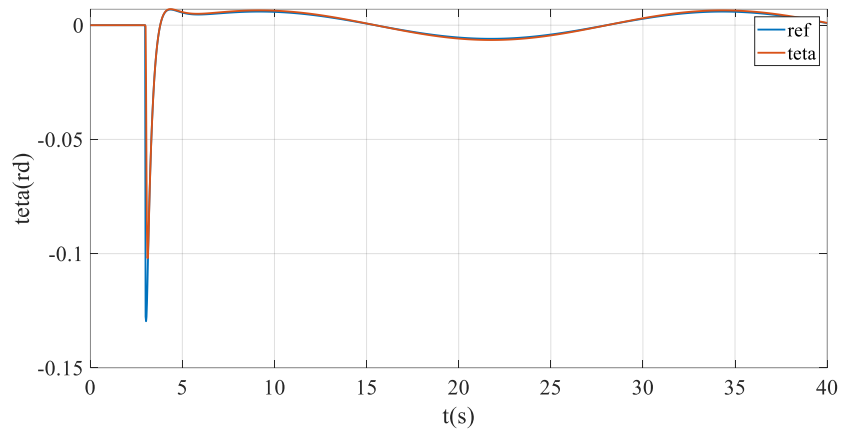


Figure IV. 14: Evolution de l'angle de tangage (θ).

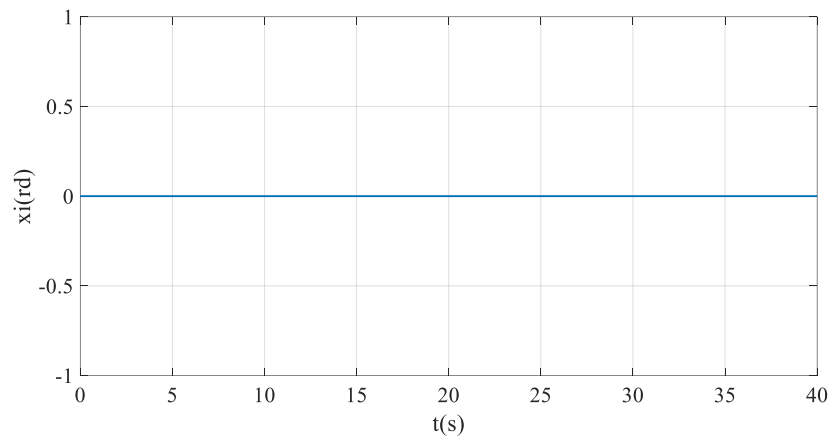


Figure IV. 15: Evolution de l'angle de lacet (Ψ).

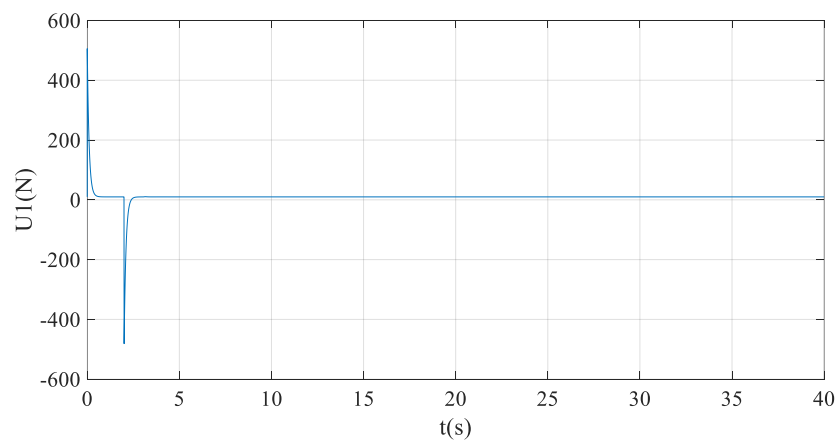


Figure IV. 16: Evolution de la commande (U_1).

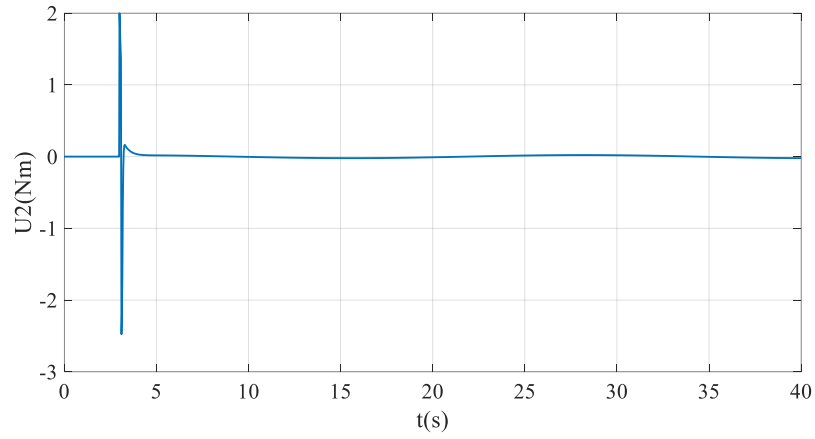


Figure IV. 17: Evolution de la commande (U_2).

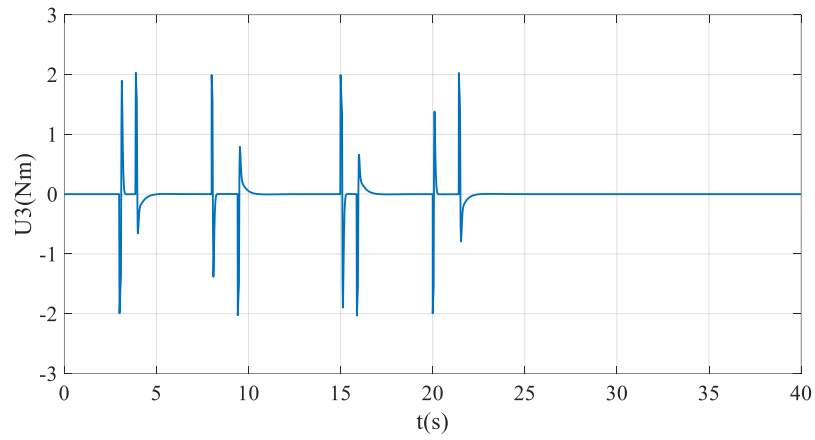


Figure IV. 18: Evolution de la commande (U_3).

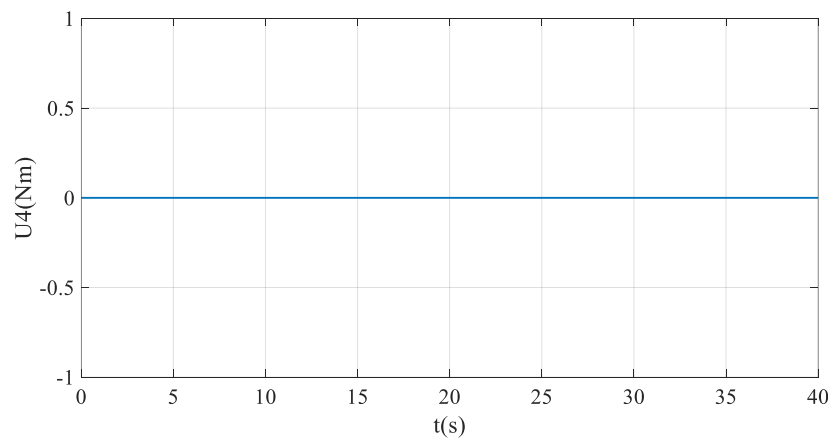


Figure IV. 19: Evolution de la commande (U_4).

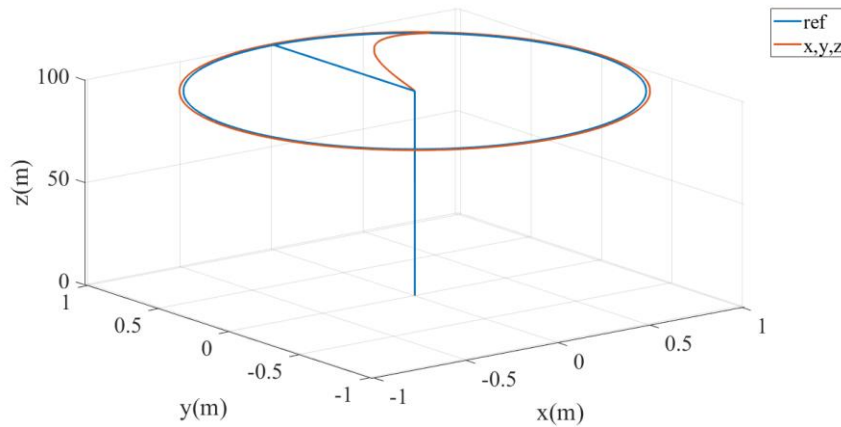


Figure IV. 20: Evolution de la position en 3D.

IV.6.3 Discussion des résultats :

Il est observé que le quadrotor a correctement suivi la trajectoire prévue. Après une phase transitoire très brève, les commandes se sont stabilisées. Par conséquent, la stabilité du système est garantie.

IV.7 Conclusion :

Ce passage indique que dans le chapitre en question, la commande des UAV (véhicules aériens sans pilote) a été présentée. Les auteurs ont souligné que les contrôleurs basés sur le concept de régime glissant sont largement utilisés dans le contexte des véhicules de laboratoire de recherche. De plus, ils ont spécifiquement noté que cette technique est particulièrement adaptée pour le contrôle des drones miniatures. La commande par régime glissant est appréciée pour sa robustesse face aux perturbations et aux incertitudes, ce qui en fait un choix pertinent pour les drones qui opèrent souvent dans des environnements variables et imprévisibles.

Conclusion Générale

Dans ce mémoire nous avons dans un premier lieu extrais de modèle mathématique du quad-rotor en utilisant la loi de newton, (Somme des forces est égale à la masse fois accélération) et (la somme de moment égale au moment d'inertie fois accélération angulaire).

Dans un deuxième lieu nous avons exploité ce modèle pour commander le quad-rotor en utilisant deux techniques de commande non linéaires, la commande par back-stepping qui montre une stabilité excellente et une poursuite presque parfaite ces performances sont due à l'algorithme de la méthode qui permet de contrôler le système états par états et garantie son stabilité au même temps.

La deuxième méthode est la commande par mode de glissement, a aussi permet de contrôler et de stabiliser le système (quad-rotor) mais il y toujours un écart remarquable entre la consigne et la grandeur à régler. Cela est due d'après notre analyse a l'expression de la surface de glissement qui traite tous les états de la même direction au même temps (cela réduit la fiabilité du réglage).

Notre système (quad-rotor) à un nombre élevé d'états (douze états) et la commande de certains d'entre eux (les positions x,y) ne se fait pas directement mais à travers les angles(roll and pitch angles) en utilisant la transformation de la translation à l'attitude .

Dans ce travail nous avons exploité les connaissances acquises durant notre formation en théorie de la commande non linéaire pour contrôler le quad-rotor et cela été très bénéfique pour nous.

Bibliography

- [1] <https://www.aviastar.org/>
- [2] R. Lozano, P. Castillo, S. Salazar et D.Lara « Stabilisation de véhicules aériens à décollage vertical » : Théorie et application Heudiasyc, UMR CNRS 6599 UTC, BP 20529 60205 Compiègne, France
- [3] A. Kadi. "Mécanique Rationnelle Cours et exercices résolus". (Pages 222-225). Université M'hamed Bougara, Boumerdès.
- [4] R. AbouSleiman, D. Korff, E. Gjioni and H. Chul Yang. "The Oakland University Un manned Aerial Quadrotor System". the 2008 AUVSI UAS Student Competition.
- [5] P. Brisset. "Drones civils Perspectives et réalités". Ecole Nationale de l'Aviation Civile, Toulouse, France, 2004.
- [6] Cours d'Automatique Avancée. L'École Nationale Polytechnique, Alger, Algérie.
- [7] M. Asencio. "L'utilisation civile des drones". Note de la FRS, Fondation pour la Recherche Stratégique, 2008.
- [8] H. Liu, T. Ma, F. L. Lewis, and Y. Wan, "Robust formation control for multiple quadrotors with nonlinearities and disturbances", IEEE transactions on cybernetics, vol. 50, no. 4, pp. 1362–1371, 2020.
- [9] Faraz Ahmad, Pushendra Kumar, Anamika Bhandari, Pravin P. Patil, "Simulation of the Quadcopter Dynamics with LQR based Control", Materials Today: Proceedings, Volume 24, Part 2, 2020, Pages 326-332, <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.04.282>.
- [10] Cardimen, S., Zohdy, M.A., Sababha, M. and Rusek, A. (2018) "Robust integral back-stepping control for a quadrotor: experiments and simulation", Int. J. Intelligent Systems Design and Computing, Vol. 2, Nos. 3/4, pp.297–312. 10.1504/IJISDC.2018.097473.

[11] http://www.afcadillac.net/serveurs/drone/questce_quun_drone_.html

[12] Saibi Ali, Commande par régulateurs IP et par mode glissement d'une machine synchrone double étoile(MSDE), Thèse de Magister, École Nationale Polytechnique d'Alger, mai 2006.

[13] Ali Saibi, Hadjira Belaidi, Razika Boushaki, Recham Zine Eddine, Amrouche Hafid "Enhanced backstepping control for disturbances rejection in quadrotors". Bulletin of Electrical Engineering and Informatics Vol. 11, No. 6, December 2022, pp. 3201~3216.

ملخص:

تُستخدم طائرات الدرون ذات الأربع مروحيات، المعروفة بتكوينها الذي يحتوي على أربع مروحيات، على نطاق واسع في مختلف المجالات المدنية بفضل استقرارها وسهولة تحكمها وقدرتها على إجراء الإقلاعات والهبوطات الرأسية.

هدف المشروع هو التحكم في هذه الطائرات بدون طيار بدقة وقوة باستخدام تقنيات متقدمة غير خطية مثل التحكم بالتراجع والتحكم بوضع الانزلاق وهي تقنيات تُستخدم بشكل شائع. يتيح التحكم بالتراجع نهجًا منهجيًا وتسلسليًا لتصميم وحدات التحكم التثبيتي عن طريق تقسيم النظام إلى أنظمة فرعية أبسط وضمان الاستقرار باستخدام دوال ليابونوف في كل مرحلة. من جهة أخرى، يوفر التحكم بوضع الانزلاق قوة تحمل عالية ضد الاضطرابات الخارجية وعدم اليقين عن طريق إجبار النظام على التطور على سطح انزلاق محدد بواسطة أخطاء الحالة. أخيرًا، نحصل على حلاً يجمع بين دقة ومرونة التحكم بالتراجع وقوة التحمل والمرونة في التحكم بوضع الانزلاق، وهو ما يعتبر ضروريًا للتطبيقات التي تتطلب موثوقية عالية وأداءً مثاليًا في ظروف متنوعة.

الكلمات المفتاحية: التحكم غير الخطي، التحكم بالتراجع، التحكم بوضع الانزلاق، طائرة رباعية

Résumé :

Les drones quadrotor, avec leur configuration à quatre rotors, sont largement utilisés dans de nombreux domaines civils en raison de leur stabilité, de leur maniabilité et de leur capacité à effectuer des décollages et atterrissages verticaux.

L'objectif du projet est de contrôler ces drones avec précision et robustesse par des techniques avancées non linéaire comme le backstepping et la commande par mode glissant sont souvent employées. Le backstepping permet une approche systématique et hiérarchique pour la conception de contrôleurs stabilisants, en décomposant le système en sous-systèmes plus simples et en garantissant la stabilité via des fonctions de Lyapunov à chaque étape. La commande par mode glissant, quant à elle, offre une robustesse élevée face aux perturbations externes et aux incertitudes en forçant le système à évoluer sur une surface de glissement définie par les erreurs d'état. Finalement, on obtient une solution de la précision et la flexibilité du backstepping et la robustesse et la résilience du mode glissant, ce qui est essentiel pour des applications exigeantes nécessitant une grande fiabilité et une performance optimale en conditions variées

Mots clés : Commande non linéaires, Commande par backstepping, Commande par mode glissement, Quadrotor.

Abstract:

Quadrotor drones, with their four-rotor configuration, are widely used in various civil domains due to their stability, maneuverability, and ability to perform vertical take-offs and landings.

The objective of the project is to control these drones with precision and robustness using advanced nonlinear techniques such as backstepping and sliding mode control. Backstepping provides a systematic and hierarchical approach for designing stabilizing controllers by decomposing the system into simpler subsystems and ensuring stability through Lyapunov functions at each step. On the other hand, sliding mode control offer high robustness against external disturbances and uncertainties by forcing the system to evolve along a sliding surface defined by state errors.

Finally, this approach combines the precision and flexibility of backstepping with the robustness and resilience of sliding mode control, which is crucial for demanding applications requiring high reliability and optimal performance in varied conditions.

Keywords: Nonlinear control, Backstepping control, Sliding-mode control, Quadrotor.