

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ IBN KHALDOUN DE TIARET



FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES
DÉPARTEMENT DE GÉNIE CIVIL

Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de Master

Spécialité : Génie Civil

Option : Structures

Présenté par :

Benali Makhloufia

Madani Saad

Sujet du mémoire

***Analyse de vibration libre des plaques de FGM en utilisant une
théorie de déformation de cisaillement à variable modifiée***

Soutenu publiquement le 09/06/2024 devant le jury composé de :

Mr, BOUAKKAZ Khaled	Président
Mr, CHIKH Abdelbaki	Rapporteur
Mr, KRIM Abdallah	Examineur
Mr, DJEBLI Benyagoub	Examineur
Mr, KERROUM Nadir	Examineur

PROMOTION: 2023/2024

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

Remerciement

Toute notre gratitude, grâce et remerciement vont à dieu le tout puissant qui nous a donné la force, la patience, le courage et la volonté pour élaborer ce travail.

*C'est avec une profonde reconnaissance et considération particulière que nous remercions notre promoteur : **Mr, le Docteur CHIKH** pour la sollicitude avec laquelle il a suivi et guide ce travail.*

Dédicace

*Travail, comme un geste de gratitude
A celle qui m'a enfanté, mon symbole d'amour
Ma très chère mère et Mon très cher père
A mes frères et mes
Sœurs ainsi que surtout « zohra»
A mes neuves : Khawla, wafaa et Houari Islam
Toute ma famille Benali
A tous mes amis de près ou de loin.*

Makhloufia

Dédicace

*Je dédie ce travail à :
Ma très chère mère, Mon très cher père, Mes frères,
Mes sœurs, et toute Ma famille,
Ainsi qu'à tous mes amis sans exception.*

Saad

Résumé :

Dans ce travail de fin d'études, une nouvelle théorie de la déformation en cisaillement à une seule variable est élaborée pour étudier les vibrations libres de plaques rectangulaires en matériaux composites à gradient fonctionnel. En utilisant les équations d'équilibre des forces, une relation entre les parties de flexion et de cisaillement est établie, de telle sorte que les champs de déplacement et l'équation principale de la théorie modifiée de la plaque à une seule variable ne contiennent qu'une seule inconnue. Ainsi, le nombre de variables inconnues est réduit, ce qui est efficace pour le calcul en mécanique des solides. L'avantage de cette théorie réside dans le fait qu'elle ne contient qu'une seule inconnue, tout en étant capable d'analyser des plaques hétérogènes telles que les plaques à gradient fonctionnel. Des résultats numériques concernant les vibrations libres des plaques à gradient fonctionnel sont obtenus et comparés à d'autres données publiées afin de garantir la précision et l'efficacité de cette modification. Ce travail explore également l'impact de certains paramètres sur les vibrations libres des plaques à gradient fonctionnel.

Mots-clés : Plaques rectangulaires, Matériaux composites à gradient fonctionnel, Théorie de la déformation en cisaillement, Vibrations libres, Analyse numérique, Théorie modifiée

Abstract :

In this work, a new theory of single variable shear deformation is developed to study the free vibrations of rectangular plates made of functionally graded materials. By using equilibrium equations of forces, a relationship between bending and shear components is established, so that the displacement fields and the main equation of the modified single variable plate theory contain only one unknown variable. As a result, the number of unknown variables is reduced, which is effective for solid mechanics calculations. The advantage of this theory is that it contains only one unknown variable while being capable of analyzing heterogeneous plates such as functionally graded plates. Numerical results of the free vibrations of functionally graded plates are obtained and compared with other published data to ensure the accuracy and effectiveness of this modification. This work also explores the impact of certain parameters on the free vibrations of functionally graded plates.

Keywords: Rectangular plates, Functionally graded materials, Shear deformation theory, Free vibrations, Numerical analysis, Modified theory

المخلص:

في هذا العمل، تم تطوير نظرية جديدة لتشوه الانزلاق ذو المتغير الواحد لدراسة الاهتزازات الحرة للصفائح مستطيلة مصنوعة من مواد متراكبة بتدرج وظيفي. من خلال استخدام معادلات التوازن للقوى، تم تأسيس علاقة بين مكونات الانحناء والانزلاق، بحيث تحتوي حقول التشوه والمعادلة الرئيسية لنظرية الصفحة ذات المتغير الواحد المعدلة على متغير واحد فقط. ونتيجة لذلك، يتم تقليل عدد المتغيرات غير المعروفة، مما يجعلها فعالة لحسابات ميكانيكا الصلب. ميزة هذه النظرية هي أنها تحتوي فقط على متغير واحد غير معروف بينما تكون قادرة على تحليل الصفائح غير المتجانسة مثل الصفائح ذات التدرج الوظيفي. تم الحصول على النتائج العددية للاهتزازات الحرة للصفائح ذات التدرج الوظيفي ومقارنتها مع بيانات أخرى نشرت لضمان دقة وفعالية هذا التعديل. كما يقوم هذا العمل باستكشاف تأثير بعض المعلمات على الاهتزازات الحرة للصفائح ذات التدرج الوظيفي

كلمات مفتاحية: صفيحة مستطيلة، مواد متراكبة ذات تدرج وظيفي، نظرية تشوه الانزلاق، اهتزازات حرة، تحليل عددي،

نظرية معدلة

SOMMAIRE

Remerciements.....
Dédicace.....
Résumé.....	I
Abstract.....	II
ملخص.....	III
Liste des figures	IV
Liste des tableaux	V
Liste des notations.....	VI
Introduction générale.....	1

Chapitre I : Généralités Sur Les Matériaux Composites

I.1. Introduction.....	1
I.2. Définition du matériau composite.....	1
I.3. Différents types et classification des matériaux composites.....	1
I.4. Les éléments constituant les matériaux composites	1
I.5 Architecture des matériaux composites	1
I.6 Domaine d'application.....	2
I.7 Les Composites Sandwiches.....	2
I.8 Les Composants des Composites Sandwiches.....	2
I.9 L'adhésif de surface (ou interface)	2
I.10 Procédés de fabrication	3
I.11. Intérêt des structures sandwichs.....	3
I.12 Conclusion	3

Chapitre II : Les Matériaux FGM

II.1 Introduction :	4
II.2 Définition des matériaux FGM :	4
II.3 Avantages et caractéristiques des	5
II.4 Principe de conception des FGM.....	6
II.5 Méthodes de fabrication des FGM	7
II.6 Propriétés et applications des matériaux FGM.....	8
II.7 Études de cas et exemples de matériaux FGM	19
II.8 Conclusion :	20

Chapitre III : Méthodes d'analyse des plaques FGM

III .1 Introduction :	21
III .2 Analyse classique des plaques.....	21
III .3 Modèles de gradient de propriétés	22
III .4 Approches avancées pour l'analyse des plaques FGM :.....	23
III .5 Méthodes numériques avancées pour l'analyse des plaques FGM :.....	24
III .6 Analyse des plaques FGM tridimensionnelles : Méthodes numériques et considérations spécifiques.....	26
III .7 Conclusion :	27

Chapitre IV : *Le Modèle Mathématique et développements*

IV .1 Introduction :	30
IV .2. Propriétés matérielles des plaques FGM :.....	30
IV .3. Formulation de la théorie modifiée des plaques de déformation par cisaillement à variable unique :	31
IV .4. Solutions analytiques	37
IV .5. Conclusion :	38

Chapitre V : *Résultats numériques et discussion*

V.1. Introduction :	40
V.2. Résultats numériques et discussion :.....	40
V.3. Conclusion :.....	49
Conclusion générale.....	50
Référence bibliographique.....	51

Liste Des Figures

Chapitre IV : Le Modèle Mathématique Et Développements

Figure IV .1 : Un modèle de plaque FGM.....30

Chapitre V : Résultats numériques et discussion

Figure V.1 : Variation de la fréquences adimensionnelles $\hat{\omega}$ d'une plaque carrée Al/Al₂O₃ en fonction l'exposant P pour le mode 1.....45

Figure (V.2) : variation de la fréquences adimensionnelles $\hat{\omega}$ d'une plaque carrée Al/Al₂O₃ en fonction l'exposant P pour le mode 2.....46

Figure (V.3) : variation des quatre premières fréquences propres adimensionnelles $\bar{\omega}$ de la plaque rectangulaire ($b/a = 2$) en fonction du l'exposant P.....48

Liste Des Tableaux

Chapitre V : Résultats numériques et discussion

Tableau (V.1) : Comparaison de quelques théories des plaques.....	40
Tableau (V.2) : Les deux premières fréquences adimensionnelles $\hat{\omega}$ de la plaque carrée Al/Al ₂ O ₃	41
Tableau (V.3) : Les quatre premières fréquences non dimensionnelles $\bar{\omega}$ de la plaque rectangulaire (b/a = 2).	42
Tableau (V.4) : Les fréquences fondamentales adimensionnelles $\hat{\omega}$ d'une plaque carrée Al/Al ₂ O ₃	43

Liste Des Notations

FGM : Matériau fonctionnellement gradués.

ϵ : déformation.

E : Le module de Yong.

E(z) : Module de Yong en fonction de (z)

E_c : Module de Yong de la céramique.

E_m : Module de Yong du métal.

P : l'exposant de la loi de puissance.

ρ : La masse volumique.

ρ_c : La masse volumique de la céramique.

ρ_m : La masse volumique du métal.

a : Longueur de la plaque suivant la direction de **x**.

b : Longueur de la plaque suivant la direction de **y**.

h : Longueur de la plaque suivant la direction de **z**.

u, v, w : Les déplacements dans les directions **x, y, z**.

$f(x)$: Fonction de cisaillement suivant l'épaisseur de la plaque .

V_c Fraction volumique de la céramique.

V_m Fraction volumique du métal.

σ_x, σ_y : Ccontrainte normale.

$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$: Ccontrainte de cisaillement.

ϵ_x, ϵ_y : Déformation normale.

$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$: Ddéformation de cisaillement.

ω : La fréquence de vibration.

*Introduction
Générale*

Introduction Générale :

Les travaux pionniers revêtent une importance considérable au début de l'application des FGM dans de nombreux domaines de l'ingénierie et de l'industrie. Pour surmonter l'inconvénient du CPT, la théorie des plaques de Reissner-Mindlin a été développée pour traiter les plaques modérées et épaisses. Cette théorie est également bien connue pour la théorie de la déformation par cisaillement de premier ordre (FSDT). Dans lequel les contraintes et déformations de cisaillement sont prises en compte et supposées ne pas varier dans le sens de l'épaisseur. Parce que les contraintes et déformations de cisaillement dans FSDT sont basées sur cette proposition, cette théorie nécessite un coefficient de correction, qui dépend du matériau, des conditions aux limites ainsi que de la géométrie des structures, et il est également extrêmement difficile d'obtenir une valeur exacte dans n'importe quel domaine. Cas. Croce et ses associés [5] ont appliqué la théorie des plaques de Reissner-Mindlin au mélange avec la méthode des éléments finis (FEM) pour étudier les plaques FGM. Dans leur travail, ils ont développé de nouveaux éléments de plaque pour examiner les plaques FGM dans un environnement thermique. Par ailleurs, l'influence des températures élevées sur le comportement mécanique des plaques FGM a été étudiée par Nguyen et ses associés [6] en utilisant FSDT. Dans ce travail, les propriétés des matériaux ont varié en fonction du changement de température, ce qui a conduit à un changement de réponse mécanique des plaques FGM. Un nouveau modèle basé sur le FSDT a été développé par Nguyen et ses collègues [7] pour analyser les plaques FGM.

De plus, certains FSDT simples (S-FSDT) et ses variantes ont été développés par Shimpi et ses collaborateurs [8], Thai et ses associés [9] pour rechercher des plaques FGM. Nguyen et ses collègues [10] ont développé un FSDT simple et raffiné pour étudier les plaques composites avancées. Dans ce travail, en utilisant une hypothèse de contraintes de cisaillement avec une fonction de forme distribuée, aucun coefficient de correction n'était nécessaire et la plaque était exempte de contraintes de cisaillement au niveau de ses deux surfaces. Yu et ses collègues [11,12] ont utilisé une combinaison de FSDT et d'analyse isogéométrique (IGA) pour rechercher les comportements linéaires et non linéaires des plaques FGM. Tan et ses associés [13] ont utilisé une combinaison de méthodes FSDT et sans maillage pour analyser les plaques FGM. Il peut conclure que, bien que le FSDT puisse être appliqué à l'étude de plaques modérées et épaisses, et qu'il nécessite toujours un facteur de correction, cela constitue un énorme inconvénient du FSDT. Pour remédier aux inconvénients du FSDT, de nombreux cisaillements d'ordre supérieur

Les théories des plaques de déformation (HSDT) ont été développées par des scientifiques du monde entier. Un exemple intéressant est le HSDT qui a été développé par Reddy [14] pour étudier les plaques FGM modérées et épaisses. Le HSDT ne nécessite aucun facteur de correction et les contraintes de cisaillement, ainsi que les déformations de cisaillement, sont nulles au niveau des surfaces supérieure et inférieure. Après le succès de la théorie de Reddy, de nombreuses théories remarquables sur les plaques ont été établies par de nombreux scientifiques, et ces théories ont été utilisées pour étudier les plaques MGF. Certains travaux publiés peuvent être comptés comme suit, Javaheri et al. [15], Ferreira et ses collaborateurs [16] ainsi que Talha et ses collègues [17] ont proposé de nouveaux HSDT pour examiner les plaques épaisses de MGF. Tran et coll. [18], Thai et ses collègues [19] ont utilisé HSDT en combinaison avec IGA pour étudier les plaques FGM. Zenkour [20,21] a développé d'autres théories de déformation par cisaillement telles que la théorie de déformation par cisaillement généralisée (GSDT), la HSDT avec fonction trigonométrique ainsi que la théorie de l'élasticité 3D pour rechercher des plaques FGM épaisses. Bui et ses collègues [22] ont étudié les comportements mécaniques des plaques FGM avec les propriétés matérielles dépendant de la température. Do et ses collègues [23] ont présenté un autre travail approfondi, dans lequel les auteurs ont utilisé HSDT en coopération avec FEM pour étudier les plaques FGM bidirectionnelles. Mantari et ses collègues [24-26] ont développé des HSDT innovants pour analyser les plaques et coques FGM. En outre, des théories des plaques raffinées (RPT) intéressantes, composées de quatre variables inconnues, ont été proposées par Mechab et ses collaborateurs [27], Benachour et al. [28] pour examiner les plaques de MGF. Pour réduire le nombre de variables inconnues, certains RPT ont été proposés par Shimpi [29-31], Thai et ses collègues [32] ainsi que Mechab et ses collègues [33]. Dans ces théories, il n'y a que deux variables inconnues dans sa formulation de déplacement. Il est évident que les HSDT sont plus efficaces et précis que les CPT et FSDT et qu'ils ne nécessitent aucun facteur de correction de cisaillement. Sans oublier que de nombreux travaux ont été réalisés pour étudier la vibration des plaques FGM. Hosseini-Hashemi et ses collaborateurs [34] ont étudié la vibration de plaques rectangulaires en MGF, dans lesquelles les auteurs ont utilisé le FSDT. Dans les autres travaux réalisés par Hosseini-Hashemi [35], il a suggéré une nouvelle approche analytique exacte qui a été construite avec le soutien de la théorie des plaques de Reissner-Mindlin. Cette méthode a été utilisée pour étudier la vibration de plaques FGM modérées. Chakraverty et ses collègues [36] ont étudié les effets de la fondation Winkler sur la vibration des plaques FGM. Dans son travail, la méthode Rayleigh-Ritz a été appliquée et les conditions aux limites des plaques étaient arbitraires. Une méthode Kantorovich étendue a été développée par Fallah et ses collègues [37] pour rechercher la

vibration libre des plaques FGM d'épaisseur modérée. Zhao et ses collègues [38] ont étudié la libre vibration des plaques de MGF. La procédure utilisée dans ce travail est la méthode kp-Ritz. Yang et ses collègues [39] ont étudié les apparitions de vibrations et le comportement momentané de plaques de matériaux avancés. En outre, ils ont également étudié attentivement l'influence des environnements thermiques sur le comportement des panneaux. Une étude des vibrations non linéaires et du comportement dynamique des plaques FGM intégrées dans un environnement à haute température a été présentée par Huang et ses collègues (40). Kim [41] a étudié les plaques FGM avec le problème de vibration, et il a également étudié l'impact de la chaleur sur son comportement. Un grand nombre d'études intéressantes ont également été réalisées par de nombreux scientifiques tels que Thai et ses collègues [42,43], Meiche et ses collègues [44], Akavci [45], Matsunaga [46] ainsi que Mantari et ses associés [47].] au cours duquel de nombreux résultats et études paramétriques précieux ont été réalisés. Neves et ses collègues [48,49] ont utilisé différentes théories quasi-3D pour étudier les plaques MGF. Kumar et ses collègues [50] ont utilisé une méthode précise pour étudier les plaques FGM avec deux types différents de propriétés matérielles variables, à savoir les plaques FGM sigmoïdes et exponentielles. Dans ce travail, Kumar et ses associés ont appliqué la méthode de rigidité dynamique à la recherche sur les plaques FGM. Étant donné que la vibration libre de la plaque FGM constitue un problème important dans de nombreux domaines de l'ingénierie, des études supplémentaires sont encore nécessaires. Bien qu'il existe de nombreux travaux sur les plaques FGM, il n'existe aucun travail utilisant la théorie des plaques à variable unique pour analyser la plaque avec une variation continue des propriétés des matériaux telles que les plaques FGM. Cette mémoire vise à modifier la théorie des plaques variables uniques de Shimpi et à appliquer cette modification pour analyser la vibration libre des plaques FGM. Cette théorie modifiée des plaques à variable unique est très simple, bien organisée et précise. L'efficacité et la précision de la théorie des plaques proposée seront démontrées par une étude de vérification, puis appliquées pour étudier la vibration libre des plaques FGM. En outre, les auteurs examinent également les effets de certains paramètres tels que les propriétés des matériaux et la géométrie sur la libre vibration des plaques FGM pour montrer des détails plus précieux.

Chapitre I :

Généralités Sur Les Matériaux Composites

I .1. Introduction

Un matériau composite est la combinaison de plusieurs matériaux dans le but d'obtenir des propriétés supérieures à celles d'un seul matériau. Les matériaux composites sont largement utilisés dans des secteurs tels que l'aéronautique, l'industrie nautique, le sport et la construction en raison de leur légèreté et de leur résistance mécanique.

I .2. Définition du matériau composite

Dans un matériau composite, le module de Young global est en principe plus faible, car il faut aussi prendre en compte la matrice. Les fibres constituant le renfort et la matrice sont les deux matériaux constitutifs d'un matériau composite.

I .3. Différents types et classification des matériaux composites

Les matériaux composites peuvent être classés en fonction de leur architecture, de leurs propriétés et de leurs applications. Ils peuvent être synthétiques ou naturels, et leur classification dépend souvent de la nature des renforts et des matrices utilisés.

I .4. Les éléments constituant les matériaux composites

I .4 .1 Les matrices : Les matrices sont les matériaux qui entourent et maintiennent les renforts en place. Elles peuvent être polymériques, métalliques ou céramiques, et leur choix dépend des propriétés souhaitées pour le matériau composite.

I .4 .2 Les renforts : Les renforts sont les matériaux qui confèrent au composite ses propriétés mécaniques. Ils peuvent être sous forme de fibres, de particules ou de lamelles, et leur orientation et leur nature influent sur les propriétés du matériau composite

I .4 .3 Architecture des renforts : L'architecture des renforts, telle que leur orientation et leur disposition, est cruciale pour déterminer les propriétés du matériau composite.

I .5 Architecture des matériaux composites

I .5 .1 Les stratifiés : Les stratifiés sont des matériaux composites constitués de couches superposées de renforts et de matrices. Leur agencement peut être unidirectionnel, bidirectionnel ou multidirectionnel, ce qui influe sur leurs propriétés mécaniques.

I .5 .2 Les types des stratifiés : Les types de stratifiés incluent les stratifiés unidirectionnels, bidirectionnels, tissés, tricotés, et les stratifiés multicouches, chacun ayant des propriétés spécifiques.

I .6 Domaine d'application

Les matériaux composites sont largement utilisés dans des applications nécessitant à la fois légèreté et résistance mécanique, telles que l'aéronautique, l'industrie nautique, le sport et la construction.

I .7 Les Composites Sandwiches

I .7 .1 Qu'est-ce qu'un matériau sandwich ? Un matériau sandwich est une structure composite constituée de deux peaux (ou semelles) séparées par un noyau (ou âme). Cette structure offre une combinaison optimale de légèreté et de résistance mécanique.

I .7 .2 Contexte industriel : Les composites sandwichs sont largement utilisés dans l'industrie pour des applications nécessitant une grande rigidité et une faible masse, telles que les panneaux de construction, les composants aéronautiques et les équipements sportifs.

I .8 Les Composants des Composites Sandwiches

I .8.1 Les peaux (ou semelles) : Les peaux, ou semelles, sont les couches externes d'un matériau sandwich. Elles sont généralement constituées de matériaux composites offrant une bonne résistance à la traction et à la compression.

I .8.2 L'Âme : L'âme, ou noyau, est la couche intermédiaire d'un matériau sandwich. Elle peut être réalisée en différents matériaux, tels que des mousses ou des âmes en nid d'abeilles,

I .8.3 Les mousses : Les mousses sont souvent utilisées comme âme dans les composites sandwichs en raison de leur légèreté et de leur capacité à absorber l'énergie.

I .8.4 L'âme en nid d'abeilles : Les âmes en nid d'abeilles sont des structures alvéolaires légères utilisées comme noyau dans les composites sandwichs. Elles offrent une excellente résistance à la compression tout en étant très légères.

I.9 L'adhésif de surface (ou interface)

L'adhésif de surface est utilisé pour assurer une liaison solide entre les différentes couches d'un composite sandwich, garantissant ainsi la transmission optimale des charges entre les peaux et l'âme.

I.10 Procédés de fabrication

Les matériaux composites peuvent être fabriqués selon différents procédés, tels que les technologies par voie humide (imprégnation directe), les technologies par voie sèche (imprégnation indirecte), l'assemblage par collage et le moussage « in situ ».

I.10.1 Technologies par voie humide (imprégnation directe) : Dans ce procédé, la matrice liquide est directement appliquée sur les renforts, permettant ainsi une bonne imprégnation des fibres.

I.10.2 Technologies par voie sèche (imprégnation indirecte) : Ce procédé consiste à imprégner les renforts avec la matrice après leur agencement, offrant ainsi un meilleur contrôle du rapport renfort/matrice.

I.9.3 Assemblage par collage : L'assemblage par collage permet de joindre différentes pièces de matériaux composites, garantissant une liaison solide et légère.

I.10.4. Moussage « in situ » : Le moussage « in situ » consiste à injecter un agent moussant dans un composite pour créer des structures alvéolaires internes, offrant ainsi une plus grande légèreté tout en conservant une bonne résistance.

I.11. Intérêt des structures sandwichs

Les structures sandwichs offrent un excellent compromis entre légèreté et rigidité, les rendant idéales pour de nombreuses applications dans des secteurs tels que l'aéronautique, l'industrie nautique et la construction.

I.12 Conclusion

En conclusion, les matériaux composites et les composites sandwichs sont des éléments essentiels dans de nombreux domaines industriels en raison de leurs propriétés exceptionnelles, offrant à la fois légèreté, résistance et adaptabilité à différentes applications.

CHAPITRE II :
Les Matériaux FGM

II .1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous explorerons les matériaux FGM, également connus sous le nom de matériaux à gradient de composition fonctionnelle. Les FGM sont des matériaux innovants qui présentent des variations continues de composition chimique et de propriétés à travers leur structure, offrant ainsi des performances améliorées dans de nombreuses applications. Dans cette section introductive, nous fournirons un aperçu général des FGM et de leur importance dans le domaine des matériaux.

II .2 Définition des matériaux FGM : Les matériaux FGM, également connus sous le nom de matériaux à gradient de composition fonctionnelle, sont des matériaux innovants qui présentent des variations continues de composition chimique à travers leur structure. Contrairement aux matériaux traditionnels qui ont une composition chimique homogène, les FGM sont conçus pour avoir une distribution graduelle d'éléments chimiques, ce qui crée des transitions progressives entre différentes phases ou matériaux.

La particularité des FGM réside dans le fait que leurs propriétés physiques, chimiques et mécaniques varient de manière contrôlée le long du gradient de composition. Par conséquent, les FGM peuvent combiner les avantages de différents matériaux, tels que la résistance des céramiques, la ductilité des métaux et la légèreté des polymères, en les intégrant de manière sélective dans différentes régions du matériau.

Les FGM sont souvent utilisés pour améliorer les performances des matériaux dans diverses applications. Par exemple, en modulant la composition chimique, on peut obtenir des gradients de dureté, de conductivité thermique, de résistance à la corrosion, de capacité diélectrique, etc. Ces variations graduées permettent d'adapter les matériaux FGM aux contraintes spécifiques des applications, offrant ainsi des solutions plus efficaces et durables.

La conception et la fabrication des matériaux FGM peuvent être réalisées en utilisant différentes techniques, telles que le frittage, le dépôt chimique en phase vapeur (CVD), le co-pressage et la fusion sélective au laser. Chaque méthode présente des avantages et des limitations spécifiques, et le choix de la technique dépendra des exigences du matériau FGM et de l'application visée.

En résumé, les matériaux FGM sont des matériaux à gradient de composition fonctionnelle qui offrent des propriétés et des performances améliorées en raison de leurs variations continues de composition chimique. Leur utilisation s'étend à de nombreux domaines, de l'aérospatiale à la

biomédecine, en passant par l'industrie automobile, et ils représentent une voie prometteuse pour le développement de nouveaux matériaux avec des caractéristiques sur mesure.

II .3 Avantages et caractéristiques des FGM : Les matériaux à gradient de composition fonctionnelle (FGM) présentent plusieurs avantages et caractéristiques qui en font des choix attrayants pour de nombreuses applications. Voici quelques-uns des principaux avantages et caractéristiques des FGM :

- **Propriétés adaptatives :** Les FGM permettent de combiner les avantages de différents matériaux en créant des transitions progressives entre différentes phases ou matériaux. Cela permet d'adapter les propriétés du matériau à différentes conditions environnementales ou de charge. Par exemple, on peut obtenir des gradients de dureté, de conductivité thermique, de résistance à la corrosion, etc., en modulant la composition chimique le long du gradient de composition.
- **Performance améliorée :** Les variations continues de composition chimique dans les FGM permettent d'améliorer les performances du matériau par rapport aux matériaux homogènes traditionnels. Par exemple, un matériau FGM peut présenter une résistance accrue à la rupture, une ténacité améliorée, une résistance à l'usure supérieure, une conductivité thermique optimisée, etc.
- **Réduction des contraintes de transition :** Les FGM permettent de réduire les contraintes entre différentes phases ou matériaux en créant des transitions graduelles. Dans les matériaux homogènes, les transitions brusques de propriétés peuvent entraîner des contraintes locales et des points de faiblesse. Les FGM permettent de minimiser ces contraintes en assurant une transition graduelle et en douceur entre les différentes régions du matériau.
- **Capacité de conception sur mesure :** Les FGM offrent une grande flexibilité en termes de conception des propriétés du matériau. En modulant la composition chimique le long du gradient, il est possible de concevoir des matériaux avec des propriétés spécifiques adaptées à des exigences particulières. Cela permet d'optimiser les performances du matériau pour des applications spécifiques et de répondre à des contraintes multiples.
- **Large gamme d'applications :** Les FGM trouvent des applications dans de nombreux domaines, tels que l'aérospatiale, la biomédecine, l'industrie automobile, l'énergie, etc. Leurs propriétés adaptatives et améliorées en font des choix attrayants pour les applications nécessitant des matériaux résistants, légers, conducteurs, capables de résister à des températures élevées, etc.

- **Réduction des joints de liaison** : Les FGM permettent de réduire ou d'éliminer le besoin de joints de liaison entre différents matériaux, ce qui peut entraîner des points de faiblesse. En créant une transition graduelle de composition, les FGM permettent une intégration plus homogène et sans joints, améliorant ainsi la résistance et la durabilité du matériau.

En somme, les matériaux FGM offrent des avantages significatifs en termes de propriétés adaptatives, de performances améliorées, de flexibilité de conception et de réduction des contraintes de transition. Ces caractéristiques en font des matériaux prometteurs pour de nombreuses applications où des performances supérieures et une adaptation aux contraintes spécifiques sont nécessaires.

II .4 Principe de conception des FGM : Le principe de conception des matériaux à gradient de composition fonctionnelle (FGM) repose sur la création de variations continues de composition chimique à travers la structure du matériau. Ces variations graduelles permettent d'obtenir des propriétés spécifiques et adaptatives en fonction des besoins de l'application.

Voici les principaux aspects du principe de conception des FGM :

- **Gradient de composition contrôlé** : Le principe de base des FGM est de créer un gradient de composition chimique contrôlé à travers le matériau. Cela signifie que la composition chimique varie de manière continue, généralement de manière linéaire ou exponentielle, d'une extrémité du matériau à l'autre. La variation de composition peut être réalisée en modulant la concentration des éléments chimiques constitutifs du matériau ou en introduisant différents matériaux aux interfaces.
- **Transition progressive des propriétés** : En créant un gradient de composition, les FGM permettent d'obtenir une transition progressive des propriétés du matériau. Par exemple, les propriétés mécaniques telles que la dureté, la résistance à la rupture, la ténacité, etc., peuvent être ajustées le long du gradient en modulant la composition chimique. De même, les propriétés thermiques, électriques, magnétiques ou optiques peuvent également être adaptées en fonction des besoins.
- **Sélection des matériaux constitutifs** : Les FGM peuvent être composés de différents matériaux constitutifs, tels que les céramiques, les métaux, les polymères, etc. La sélection des matériaux constitutifs dépend de l'application spécifique et des propriétés souhaitées. En intégrant judicieusement différents matériaux, il est possible d'exploiter

les avantages de chaque matériau et d'obtenir des propriétés combinées dans le matériau FGM.

- **Méthodes de fabrication adaptées :** La conception des FGM nécessite des méthodes de fabrication adaptées qui permettent de réaliser la variation de composition souhaitée. Les techniques couramment utilisées incluent le frittage, le dépôt chimique en phase vapeur (CVD), le co-pressage et la fusion sélective au laser. Chaque méthode présente des avantages et des limitations spécifiques, et la sélection de la méthode dépendra des exigences du matériau FGM et de la complexité de la conception.
- **Modélisation et simulation :** La conception précise des FGM peut être facilitée par l'utilisation de techniques de modélisation et de simulation. Ces outils permettent de prédire les variations de propriétés en fonction des gradients de composition, d'optimiser la conception et de guider le processus de fabrication. La modélisation et la simulation aident également à comprendre les relations entre la composition, la structure et les propriétés du matériau FGM.

En générale, le principe de conception des matériaux FGM repose sur la création de gradients contrôlés de composition chimique à travers le matériau, ce qui permet d'obtenir des transitions progressives des propriétés du matériau. La sélection des matériaux constitutifs, les méthodes de fabrication adaptées et l'utilisation de techniques de modélisation sont tous des éléments clés pour concevoir efficacement des matériaux FGM avec des propriétés adaptatives et améliorées.

II .5 Méthodes de fabrication des FGM : Il existe plusieurs méthodes de fabrication pour les matériaux à gradient de composition fonctionnelle (FGM). Ces méthodes permettent de créer des variations continues de composition chimique à travers la structure du matériau. Voici quelques-unes des techniques couramment utilisées pour fabriquer des FGM :

- **Frittage :** Le frittage est une méthode de fabrication largement utilisée pour les céramiques et les poudres métalliques. Dans le cas des FGM, différentes poudres avec des compositions chimiques différentes sont mélangées ou stratifiées en couches successives. Le matériau est ensuite soumis à une température élevée pour provoquer la liaison entre les particules et former une structure solide. Le contrôle de la température permet de créer des variations de composition à travers le matériau.

Dépôt chimique en phase vapeur (CVD) : Le CVD est une technique de dépôt de couches minces utilisée pour produire des revêtements et des films. Dans le cas des FGM, le CVD permet de déposer différents précurseurs chimiques sur un substrat en

contrôlant les paramètres de dépôt tels que la température, la pression et le débit des gaz réactifs. En modulant les conditions de dépôt, il est possible de créer des variations de composition chimique sur le substrat, formant ainsi un matériau FGM.

- **Co-pressage** : Le co-pressage, également connu sous le nom de co-frittage, est une méthode utilisée pour créer des FGM à partir de poudres de différents matériaux. Les poudres de composition différente sont mélangées et compactées en une seule pièce, puis frittées ensemble pour former un matériau solide. La différence de composition entre les différentes zones de la pièce est obtenue par le mélange contrôlé des poudres avant le compactage.
- **Fusion sélective au laser** : La fusion sélective au laser, également appelée fabrication additive par laser, est une méthode de fabrication qui utilise un faisceau laser pour fondre sélectivement des poudres métalliques ou des fils, couche par couche, afin de construire un objet tridimensionnel. Dans le cas des FGM, différents matériaux ou alliages peuvent être utilisés et déposés sur des régions spécifiques à l'aide du laser, permettant ainsi de créer des variations de composition et de propriétés le long du gradient.
- **Méthodes de stratification** : Les FGM peuvent également être fabriqués en utilisant des méthodes de stratification, telles que le laminage ou l'empilement de couches minces. Différents matériaux ou composites sont disposés en couches successives, où chaque couche a une composition chimique différente. En empilant les couches de manière contrôlée, il est possible de créer un matériau FGM avec des variations de composition et de propriétés.

Il convient de noter que chaque méthode de fabrication présente des avantages et des limitations spécifiques, et le choix de la technique dépendra des matériaux, de la complexité de la conception et des exigences de l'application visée.

II .6 Propriétés et applications des matériaux FGM

6.1 Propriétés mécaniques des FGM : Les matériaux à gradient de composition fonctionnelle (FGM) peuvent présenter une large gamme de propriétés mécaniques, qui peuvent être adaptées en fonction des besoins spécifiques de l'application. Voici quelques-unes des propriétés mécaniques couramment observées dans les FGM :

- **Résistance à la rupture** : Les FGM peuvent être conçus pour présenter une résistance à la rupture élevée. En utilisant des matériaux avec des propriétés mécaniques différentes, il est possible de créer un gradient de composition qui augmente progressivement la résistance à la rupture à travers le matériau. Cela peut être particulièrement utile dans les applications nécessitant une résistance structurelle élevée.
- **Ténacité** : La ténacité est une mesure de la résistance d'un matériau à la propagation des fissures. Les FGM peuvent être conçus pour présenter une ténacité améliorée en créant une transition graduelle entre des matériaux ductiles et fragiles. Cette transition progressive peut aider à retarder la propagation des fissures et à améliorer la capacité du matériau à absorber l'énergie avant la rupture.
- **Dureté** : Les FGM peuvent présenter des gradients de dureté, ce qui signifie que la dureté du matériau varie à travers sa structure. En utilisant des matériaux de dureté différente, il est possible de créer des zones de dureté élevée à proximité des surfaces exposées à l'usure ou à l'abrasion, tout en maintenant une dureté plus faible dans les zones nécessitant une résistance à la déformation.
- **Résistance à l'usure** : Les FGM peuvent être conçus pour présenter une résistance accrue à l'usure. En modulant la composition chimique le long du gradient, il est possible de créer des matériaux avec des propriétés tribologiques optimisées, telles qu'une dureté élevée, une résistance à l'abrasion et une faible friction. Cela peut être bénéfique dans les applications où une résistance à l'usure élevée est nécessaire, comme dans les pièces mécaniques en contact.
- **Résistance à la fatigue** : La résistance à la fatigue des FGM peut être améliorée en créant une transition graduelle de composition chimique. Les gradients de composition permettent de réduire les concentrations de contraintes locales et de minimiser les points de départ des fissures, ce qui peut augmenter la durée de vie en fatigue du matériau. Cela peut être important dans les applications soumises à des cycles de charge répétitifs.

Il est important de noter que les propriétés mécaniques des FGM sont fortement influencées par les choix de matériaux constitutifs, de gradient de composition, de méthode de fabrication et de conditions de traitement thermique. Une conception et une fabrication appropriées sont nécessaires pour obtenir les propriétés mécaniques souhaitées dans les FGM.

6.1.1 Résistance à la rupture : La résistance à la rupture est une propriété mécanique importante qui mesure la capacité d'un matériau à résister à une charge ou à une contrainte appliquée avant de se rompre. Elle est généralement exprimée en termes de contrainte de rupture ou de tension de rupture, qui représente la force maximale que le matériau peut supporter par unité de surface avant de se rompre.

Dans le cas des matériaux à gradient de composition fonctionnelle (FGM), la résistance à la rupture peut être adaptée en modulant la composition chimique le long du gradient. En utilisant des matériaux avec des propriétés mécaniques différentes, il est possible de créer une transition graduelle de résistance à la rupture au sein du matériau.

Les FGM peuvent être conçus pour présenter une résistance à la rupture élevée dans certaines zones spécifiques où une résistance structurelle est cruciale, tout en maintenant une résistance plus faible dans d'autres zones où une certaine ductilité ou déformation est requise. Cette variation de composition peut être réalisée en utilisant différents matériaux constitutifs ou en ajustant les concentrations des éléments chimiques.

Il convient de noter que la résistance à la rupture des FGM est influencée par d'autres facteurs tels que la microstructure, la taille des grains, la présence de défauts ou de fissures, ainsi que les conditions de traitement thermique et de fabrication. Une conception et une fabrication appropriées sont nécessaires pour optimiser la résistance à la rupture des FGM en fonction des exigences spécifiques de l'application.

6.1.2 Ténacité et résistance à la fracture : La ténacité et la résistance à la fracture sont deux propriétés mécaniques étroitement liées, mais elles mesurent des aspects différents de la capacité d'un matériau à résister à la propagation des fissures et à la rupture.

La ténacité est une mesure de la capacité d'un matériau à absorber l'énergie avant la rupture. Elle est généralement évaluée à l'aide du test de ténacité en mode mixte (Charpy, Izod, etc.) ou du test de ténacité à la rupture (essai de traction avec entaille). Ces tests impliquent la création d'une fissure ou d'une entaille dans l'échantillon, puis l'application d'une contrainte pour mesurer la quantité d'énergie

absorbée avant que la fissure ne se propage complètement et que l'échantillon ne se rompe.

La ténacité est influencée par divers facteurs, notamment la résistance intrinsèque du matériau à la propagation des fissures, la ténacité de la zone plastique (capacité du matériau à se déformer plastiquement), la taille et la forme de la fissure, ainsi que la température et la vitesse de chargement. Les matériaux ténaces ont la capacité de déformer plastiquement et de dissiper l'énergie au niveau de la pointe de la fissure, retardant ainsi sa propagation.

La résistance à la fracture est une mesure de la résistance d'un matériau à la propagation des fissures. Elle est souvent évaluée à l'aide de tests de rupture tels que l'essai de traction ou l'essai de flexion. Ces tests mesurent la contrainte maximale qu'un matériau peut supporter avant de se rompre.

La résistance à la fracture dépend principalement de la résistance intrinsèque du matériau à la propagation des fissures. Les matériaux fragiles ont une faible résistance à la fracture, car les fissures se propagent rapidement à travers le matériau sans une déformation significative. Les matériaux ductiles, en revanche, ont une résistance à la fracture plus élevée, car ils peuvent se déformer plastiquement avant que la fissure ne se propage complètement.

Il est important de noter que la ténacité et la résistance à la fracture peuvent être améliorées dans les matériaux à gradient de composition fonctionnelle (FGM) en créant une transition graduelle entre des matériaux ductiles et fragiles. Cette transition permet de retarder la propagation des fissures et d'augmenter la résistance globale à la rupture du matériau.

6.1.3 Résistance à l'usure : La résistance à l'usure est une propriété mécanique qui mesure la capacité d'un matériau à résister à l'abrasion, à la friction et à l'usure résultant de frottements répétés ou de l'interaction avec d'autres surfaces. Cette propriété est particulièrement importante dans de nombreuses applications, telles que les pièces mécaniques en contact, les outils de coupe, les revêtements de surface, etc.

Les matériaux à gradient de composition fonctionnelle (FGM) peuvent être conçus pour présenter une résistance accrue à l'usure. La modulation de la composition

chimique le long du gradient permet de créer des matériaux avec des propriétés tribologiques optimisées, telles qu'une dureté élevée, une résistance à l'abrasion et une faible friction.

Par exemple, dans un FGM, il est possible d'avoir une zone externe avec une composition chimique et une microstructure qui confèrent une dureté élevée et une résistance à l'abrasion, tandis qu'une zone interne peut être plus ductile pour absorber les contraintes et éviter les fissures. Cette combinaison de propriétés permet d'obtenir une résistance à l'usure améliorée.

Différentes techniques de fabrication, telles que la pulvérisation thermique, la métallurgie des poudres, le dépôt chimique en phase vapeur (CVD) ou le dépôt physique en phase vapeur (PVD), peuvent être utilisées pour fabriquer des FGM avec des propriétés tribologiques optimisées.

Il est important de noter que la résistance à l'usure des FGM peut également être influencée par d'autres facteurs tels que la rugosité de surface, la lubrification, les conditions de fonctionnement et le type de sollicitation mécanique. Une conception et une sélection appropriées des matériaux et des gradients de composition sont nécessaires pour améliorer la résistance à l'usure des FGM en fonction des exigences spécifiques de l'application.

6.2 Propriétés thermiques des FGM : Les matériaux à gradient de composition fonctionnelle (FGM) peuvent présenter des propriétés thermiques variées en fonction de la modulation de la composition chimique le long du gradient. Voici quelques-unes des propriétés thermiques couramment observées dans les FGM :

6.2.1 Conductivité thermique : La conductivité thermique est une propriété qui mesure la capacité d'un matériau à conduire la chaleur. Elle représente la quantité de chaleur qui se propage à travers un matériau par unité de temps, de surface et de gradient de température.

Les matériaux ayant une conductivité thermique élevée sont de bons conducteurs de chaleur, ce qui signifie qu'ils permettent à la chaleur de se déplacer rapidement à travers eux. Les métaux tels que le cuivre et l'aluminium sont connus pour avoir une conductivité thermique élevée, ce qui les rend utiles dans les applications

nécessitant une dissipation rapide de la chaleur, comme les radiateurs, les dissipateurs thermiques, etc.

D'autres matériaux, tels que les isolants thermiques, ont une conductivité thermique faible. Ces matériaux sont utilisés pour minimiser les transferts de chaleur, fournir une isolation thermique et réduire les pertes de chaleur, comme dans les matériaux d'isolation dans les bâtiments.

Il est important de noter que la conductivité thermique peut varier en fonction de la température, de la pression et de la microstructure du matériau. Par exemple, dans certains matériaux, la conductivité thermique peut diminuer à mesure que la température augmente en raison de l'augmentation des vibrations atomiques qui entravent le transfert d'énergie thermique.

Dans le cas des matériaux à gradient de composition fonctionnelle (FGM), la conductivité thermique peut être modulée en modifiant la composition chimique le long du gradient. En utilisant différents matériaux constitutifs ou en ajustant les concentrations des éléments chimiques, il est possible de créer un gradient de conductivité thermique dans le matériau, offrant ainsi des propriétés thermiques spécifiques dans différentes régions du matériau.

La conductivité thermique des FGM peut être utilisée pour optimiser la dissipation de chaleur dans les applications nécessitant un contrôle thermique précis ou pour minimiser les gradients de température à travers un matériau, réduisant ainsi les contraintes thermiques.

6.2.2 Coefficient de dilatation thermique : Le coefficient de dilatation thermique, également connu sous le nom de coefficient de dilatation thermique linéaire, est une mesure de la variation dimensionnelle d'un matériau en réponse à une variation de température. Il indique la sensibilité d'un matériau aux changements de température et comment il se dilate ou se contracte lorsqu'il est chauffé ou refroidi.

Lorsque les températures augmentent, les atomes et les molécules d'un matériau vibrent plus vigoureusement, ce qui entraîne une augmentation de l'écart moyen entre eux et une expansion du matériau. De même, lorsque les températures diminuent, les vibrations atomiques diminuent et le matériau se contracte.

Le coefficient de dilatation thermique est généralement exprimé en unités de mesure par degré Celsius (ou par kelvin). Il représente le changement de longueur (ou de volume) d'un matériau par unité de longueur (ou de volume) initial par degré Celsius (ou par kelvin) de variation de température. Il est souvent noté sous le symbole α (alpha).

Le coefficient de dilatation thermique est une propriété importante à prendre en compte dans de nombreuses applications, notamment lorsqu'il y a des assemblages de différents matériaux. Si les coefficients de dilatation thermique des matériaux constitutifs sont significativement différents, des contraintes thermiques peuvent se développer lors des variations de température, ce qui peut entraîner des déformations, des défaillances ou des ruptures.

Il est à noter que le coefficient de dilatation thermique peut varier en fonction de la direction dans certains matériaux anisotropes. Dans ces cas, il est courant de spécifier les coefficients de dilatation thermique linéaires dans différentes directions principales.

Les matériaux à gradient de composition fonctionnelle (FGM) peuvent être conçus pour présenter un coefficient de dilatation thermique graduel en modulant la composition chimique le long du gradient. Cela peut aider à réduire les contraintes thermiques et les problèmes de déformation associés aux différences de dilatation thermique entre les matériaux constitutifs, ce qui peut être bénéfique dans certaines applications spécifiques.

6.2.3 Résistance aux températures élevées : La résistance aux températures élevées, également appelée résistance thermique, est une propriété importante des matériaux qui mesure leur capacité à maintenir leurs propriétés mécaniques, structurelles et chimiques lorsqu'ils sont exposés à des températures élevées.

Certains matériaux sont naturellement plus résistants aux températures élevées que d'autres. Les métaux tels que le tungstène, le molybdène et l'inconel sont connus pour leur excellente résistance aux hautes températures en raison de leur point de fusion élevé et de leur stabilité structurale. Ces métaux sont souvent utilisés dans des applications à haute température, comme les turbines d'avion, les réacteurs chimiques et les dispositifs de chauffage.

Les céramiques sont également réputées pour leur résistance thermique élevée. Les oxydes métalliques tels que l'alumine, la zircone et le dioxyde de titane ainsi que les carbures, les nitrures et les borures présentent une excellente stabilité à des températures élevées. Les céramiques sont utilisées dans des applications telles que les revêtements réfractaires, les boucliers thermiques et les isolants thermiques.

Certaines fibres composites, comme les composites à matrice céramique (CMC), offrent également une résistance thermique supérieure. Les CMC sont constitués de fibres céramiques incorporées dans une matrice céramique ou polymère, ce qui confère au matériau une résistance élevée aux températures élevées tout en conservant une certaine ductilité. Les CMC sont utilisés dans des applications aérospatiales et industrielles exigeantes, notamment dans les turbines à gaz et les systèmes de freinage haute performance.

La résistance aux températures élevées d'un matériau peut être influencée par divers facteurs tels que sa conductivité thermique, sa stabilité chimique, sa résistance aux chocs thermiques, sa capacité à se dilater de manière contrôlée et sa résistance à l'oxydation, à la corrosion ou à l'abrasion à haute température.

Il est important de choisir le matériau approprié en fonction des exigences spécifiques de l'application et des températures de fonctionnement prévues. Dans certains cas, des revêtements ou des traitements de surface spéciaux peuvent également être appliqués pour améliorer la résistance thermique d'un matériau ou pour le protéger contre les effets néfastes des températures élevées.

6.3 Propriétés électriques des FGM : Les matériaux à gradient de composition fonctionnelle (FGM) peuvent présenter différentes propriétés électriques en fonction de la modulation de la composition chimique le long du gradient. Voici quelques-unes des propriétés électriques couramment observées dans les FGM :

- **Conductivité électrique :** La conductivité électrique d'un matériau mesure sa capacité à conduire le courant électrique. Les FGM peuvent être conçus pour présenter une conductivité électrique graduelle en modulant la composition chimique. En utilisant des matériaux avec différentes conductivités électriques, il est possible de créer un gradient de conductivité électrique au sein du matériau, offrant ainsi des propriétés électriques spécifiques dans différentes régions du

matériau. Cette propriété peut être bénéfique dans les applications nécessitant à la fois des propriétés thermiques et électriques contrôlées, comme les dispositifs de chauffage électrique ou les composants électroniques.

- **Résistivité électrique :** La résistivité électrique est l'inverse de la conductivité électrique. Elle mesure la résistance d'un matériau au passage du courant électrique. Les FGM peuvent être conçus pour présenter une résistivité électrique graduelle en modulant la composition chimique. Cela peut être utile dans les applications où des gradients de résistance électrique sont nécessaires, tels que les capteurs de température ou les résistances de chauffage à gradient.
- **Capacité diélectrique :** La capacité diélectrique d'un matériau mesure sa capacité à stocker l'énergie électrique lorsqu'il est soumis à un champ électrique. Les FGM peuvent être conçus pour présenter une capacité diélectrique graduelle en modulant la composition chimique. Cela peut être important dans les applications nécessitant des propriétés diélectriques spécifiques, comme les condensateurs à gradient de capacité.
- **Magnétisme :** Bien que cela ne soit pas strictement une propriété électrique, les FGM peuvent également présenter des propriétés magnétiques en modulant la composition chimique. En utilisant des matériaux magnétiques avec différentes propriétés magnétiques, il est possible de créer un gradient de magnétisme dans le matériau. Cela peut être utile dans des applications telles que les dispositifs de stockage d'informations magnétiques ou les dispositifs électromagnétiques.

Il convient de noter que les propriétés électriques des FGM sont fortement influencées par les choix de matériaux constitutifs, de gradient de composition, de microstructure, ainsi que par les conditions de fabrication et de traitement. Une conception et une fabrication appropriées sont nécessaires pour obtenir les propriétés électriques souhaitées dans les FGM en fonction des exigences spécifiques de l'application.

6.4 Applications électroniques des FGM : Les matériaux à gradient de composition fonctionnelle (FGM) offrent des possibilités intéressantes dans le domaine des applications électroniques en raison de leur capacité à combiner différentes propriétés électriques, optiques et thermiques. Voici quelques exemples d'applications électroniques des FGM :

- **Dispositifs de capteurs** : Les FGM peuvent être utilisés pour fabriquer des capteurs à gradient de propriétés électriques. Par exemple, un capteur de température à gradient de résistance électrique peut être conçu en utilisant des matériaux avec des coefficients de dilatation thermique différents le long du gradient. Cela permet de créer un capteur sensible à la température avec une réponse linéaire sur une plage de températures spécifique.
- **Dispositifs de chauffage** : Les FGM peuvent être utilisés pour fabriquer des résistances de chauffage à gradient. En modulant la composition chimique le long du gradient, il est possible de créer une résistance électrique qui varie de manière contrôlée. Cela permet d'obtenir des dispositifs de chauffage avec des profils de température spécifiques, adaptés à des applications telles que les éléments chauffants pour le traitement thermique, les thermocouples, etc.
- **Dispositifs optoélectroniques** : Les FGM peuvent être utilisés dans la fabrication de dispositifs optoélectroniques tels que les cellules solaires, les diodes électroluminescentes (LED) et les détecteurs de lumière. En modulant la composition chimique le long du gradient, il est possible de créer des matériaux avec des bandes interdites (gaps) d'énergie variables, ce qui permet de contrôler les propriétés optiques et électriques des dispositifs.
- **Composants électroniques avancés** : Les FGM peuvent être utilisés pour fabriquer des composants électroniques avancés tels que les transistors à gradient. En modulant la composition chimique, il est possible de créer un gradient de propriétés électriques dans le matériau, ce qui facilite la fabrication de transistors avec des performances optimisées à différentes régions du dispositif.
- **Circuits intégrés** : Les FGM peuvent être utilisés pour fabriquer des circuits intégrés à gradient de propriétés, où différentes régions du circuit ont des propriétés électriques spécifiques. Cela peut être utilisé pour optimiser les performances des circuits, réduire les pertes d'énergie et améliorer l'efficacité globale du système.

Ces exemples illustrent comment les matériaux à gradient de composition fonctionnelle offrent des possibilités de conception innovantes et de nouvelles fonctionnalités dans le domaine des applications électroniques. Cependant, il convient

de noter que la fabrication et la caractérisation de tels matériaux présentent des défis technologiques et nécessitent des techniques de fabrication avancées pour obtenir les propriétés souhaitées.

6.5 Applications aérospatiales : Les matériaux FGM trouvent des applications dans l'industrie aérospatiale en raison de leur combinaison de propriétés mécaniques, thermiques et chimiques. Ils peuvent être utilisés pour fabriquer des pièces structurales légères mais résistantes, telles que les aubes de turbines, les tuyères de fusées et les composants de véhicules spatiaux. Les FGM permettent également une meilleure gestion des contraintes thermiques dans les moteurs et les systèmes de propulsion, ce qui améliore l'efficacité et la durabilité des véhicules aérospatiaux.

6.6 Applications biomédicales : Les matériaux FGM sont utilisés dans diverses applications biomédicales en raison de leur compatibilité avec le corps humain et de leurs propriétés fonctionnelles. Ils sont utilisés pour fabriquer des implants biomédicaux, tels que des prothèses osseuses et dentaires, des implants vasculaires et des dispositifs de libération contrôlée de médicaments. Les FGM peuvent également être utilisés pour concevoir des revêtements biocompatibles et antibactériens, améliorant ainsi la performance et la sécurité des dispositifs médicaux.

6.7 Applications énergétiques : Les matériaux FGM sont utilisés dans diverses applications énergétiques pour optimiser les performances et l'efficacité des systèmes énergétiques. Ils peuvent être utilisés dans les cellules solaires pour améliorer la conversion de l'énergie solaire en électricité. Les FGM sont également utilisés dans les piles à combustible pour améliorer la conductivité ionique et la durabilité des électrolytes. De plus, les matériaux FGM sont utilisés dans les systèmes de stockage d'énergie, tels que les batteries et les supercondensateurs, pour améliorer la capacité de stockage et la stabilité cyclique.

3.8 Applications dans l'industrie automobile : Les matériaux FGM sont utilisés dans l'industrie automobile pour améliorer les performances, la sécurité et l'efficacité des véhicules. Ils peuvent être utilisés dans la fabrication de pièces structurales légères mais résistantes, telles que les châssis, les panneaux de carrosserie et les composants de moteurs. Les FGM peuvent également être utilisés pour concevoir des revêtements protecteurs, résistants à la corrosion et à l'abrasion, améliorant ainsi la durabilité des véhicules. De plus, les matériaux FGM peuvent être utilisés dans les systèmes de stockage

d'énergie, les convertisseurs de puissance et les systèmes de refroidissement, contribuant ainsi à une meilleure efficacité énergétique des véhicules.

II .7 Études de cas et exemples de matériaux FGM

Quelques études de cas et exemples de matériaux FGM dans différentes catégories :

1. Matériaux FGM à base de céramiques :

- **Étude de cas :** Un matériau FGM à base de céramique peut être développé pour les aubes de turbines dans les moteurs d'avions. En modulant la composition chimique du matériau le long du gradient, il est possible de créer une transition progressive de la céramique résistante à l'usure à la céramique résistante à la température, permettant ainsi d'améliorer la durabilité et les performances des aubes de turbine.
- **Exemple :** Un matériau FGM à base de céramique d'oxyde d'aluminium et de nitrure de silicium peut être développé pour les applications haute température dans lesquelles une résistance mécanique et thermique élevée est requise.

2. Matériaux FGM à base de métaux :

- **Étude de cas :** Un matériau FGM à base de métal peut être utilisé pour fabriquer des composants de refroidissement dans les systèmes de propulsion spatiale. En modulant la composition le long du gradient, il est possible de créer une transition graduelle de matériaux à haute conductivité thermique à des matériaux à haute résistance mécanique, permettant ainsi une dissipation de chaleur efficace tout en maintenant l'intégrité structurale.
- **Exemple :** Un matériau FGM à base de titane et d'aluminium peut être utilisé pour fabriquer des structures légères mais résistantes pour les applications aérospatiales, où une résistance mécanique élevée et un faible poids sont essentiels.

3. Matériaux FGM à base de polymères :

- **Étude de cas :** Un matériau FGM à base de polymère peut être utilisé pour fabriquer des implants biomédicaux. En modulant la composition chimique, il est possible de créer une transition graduelle de matériaux biocompatibles à des

matériaux biodégradables, permettant ainsi une intégration et une résorption efficaces dans le corps humain.

- **Exemple :** Un matériau FGM à base de polyéthylène et de poly(lactide-co-glycolide) peut être utilisé pour fabriquer des implants osseux, où la composition est modulée pour favoriser la fixation initiale de l'implant et ensuite favoriser une résorption progressive au fur et à mesure que l'os se régénère.

Ces exemples illustrent comment les matériaux FGM peuvent être adaptés à différentes applications en modulant la composition chimique le long du gradient. Les possibilités de conception et d'optimisation des matériaux FGM sont vastes, et les applications et études de cas peuvent varier en fonction des exigences spécifiques de chaque domaine.

II .8 Conclusion :

Les matériaux FGM sont une classe de matériaux prometteurs qui offrent des propriétés améliorées grâce à leurs variations graduelles de composition chimique. Ce chapitre a permis d'examiner les principes fondamentaux des FGM, leurs propriétés et leurs applications, ainsi que les différentes méthodes de fabrication disponibles. Les matériaux FGM jouent un rôle crucial dans de nombreux domaines tels que l'aérospatiale, la biomédecine et l'industrie automobile, et ils continueront d'être une source d'innovation et de développement dans l'avenir.

CHAPITRE III :
Méthodes d'analyse des
plaques FGM

III .1 Introduction :

Pour concevoir et analyser efficacement les plaques FGM, il est essentiel de développer des théories appropriées qui prennent en compte les variations de composition et de propriétés. Ces théories doivent être capables de prédire avec précision le comportement mécanique, thermique, électrique et chimique des plaques FGM, et de fournir des bases solides pour la conception et l'optimisation de ces structures.

Ce chapitre se concentre sur les différentes théories développées pour analyser et modéliser les plaques FGM. Nous examinerons d'abord la théorie classique des plaques, qui sert de point de départ pour l'analyse des plaques homogènes. Ensuite, nous explorerons les extensions de la théorie classique pour tenir compte des variations de composition et de propriétés dans les plaques FGM. Nous aborderons également différents modèles de gradient de propriétés utilisés pour décrire ces variations, ainsi que des approches avancées pour l'analyse des plaques FGM, telles que les modèles non linéaires et les méthodes numériques avancées.

En comprenant les théories des plaques FGM, les ingénieurs et les chercheurs pourront mieux concevoir et optimiser ces structures pour répondre aux exigences spécifiques des applications dans divers domaines. De plus, cela ouvrira la voie à de nouvelles avancées et découvertes dans le domaine des matériaux à gradient de composition fonctionnelle.

III .2 Analyse classique des plaques : La théorie classique des plaques est largement utilisée comme point de départ pour l'analyse des plaques FGM. Elle repose sur les équations de Navier et fournit une approche simplifiée pour étudier le comportement mécanique des plaques minces. Voici les principaux aspects de l'analyse classique des plaques :

- **Hypothèses de la théorie classique des plaques :** La théorie classique des plaques est basée sur plusieurs hypothèses simplificatrices. Elle suppose que la plaque est mince par rapport à sa longueur et sa largeur, ce qui permet de négliger les déformations normales dans le plan médian de la plaque. De plus, elle considère que les déformations sont linéaires, les contraintes sont réparties uniformément sur l'épaisseur de la plaque, et les contraintes transversales sont négligeables.
- **Équations de Navier :** Les équations de Navier sont utilisées pour décrire le comportement des plaques classiques. Elles se composent de l'équation de l'équilibre, de l'équation de la contrainte-déformation et des conditions aux limites. L'équation de l'équilibre établit l'équilibre des forces dans la plaque, tandis que l'équation de la contrainte-déformation relie les contraintes et les déformations.

- **Méthodes de résolution** : Différentes méthodes de résolution sont utilisées pour résoudre les équations de Navier et obtenir les déformations, les contraintes et les moments dans les plaques classiques. Parmi les méthodes couramment utilisées, on trouve la méthode des séries de Fourier, la méthode de la transformée de Laplace et la méthode des éléments finis. Ces méthodes permettent de décrire le comportement mécanique des plaques homogènes.
- **Comparaison avec les résultats expérimentaux** : Les résultats obtenus à partir de l'analyse classique des plaques peuvent être comparés aux données expérimentales pour valider la précision des modèles. Cette comparaison permet de vérifier si les hypothèses simplificatrices de la théorie classique des plaques sont valides dans une plage de conditions spécifiques.

L'analyse classique des plaques constitue une base solide pour comprendre le comportement mécanique des plaques homogènes. Cependant, elle ne prend pas en compte les variations de composition et de propriétés présentes dans les plaques FGM. Pour tenir compte de ces variations, des extensions de la théorie classique des plaques ont été développées, ce qui sera abordé dans les sections suivantes du chapitre.

III .3 Modèles de gradient de propriétés : Les plaques FGM se caractérisent par des variations progressives de composition et de propriétés à travers leur épaisseur. Différents modèles de gradient de propriétés ont été développés pour décrire ces variations et permettre une analyse plus précise du comportement des plaques FGM. Voici quelques modèles couramment utilisés :

1. **Modèle linéaire** : Ce modèle suppose un gradient linéaire de propriétés à travers l'épaisseur de la plaque FGM. Par exemple, les propriétés telles que la densité, le module d'élasticité ou la conductivité thermique peuvent varier linéairement. Ce modèle offre une approche simple et facile à mettre en œuvre pour décrire les variations de propriétés.
2. **Modèle exponentiel** : Ce modèle suppose une variation exponentielle de propriétés à travers l'épaisseur de la plaque FGM. Il est basé sur une relation exponentielle entre la composition du matériau et les propriétés. Ce modèle est souvent utilisé pour décrire des variations plus complexes et non linéaires de propriétés.
3. **Modèle de puissance** : Ce modèle suppose une variation de puissance des propriétés à travers l'épaisseur de la plaque FGM. Il est basé sur une relation de puissance entre la

composition du matériau et les propriétés. Ce modèle est également utilisé pour décrire des variations non linéaires de propriétés et permet une plus grande flexibilité dans la modélisation des plaques FGM.

Ces modèles de gradient de propriétés fournissent des moyens mathématiques pour décrire les variations de composition et de propriétés dans les plaques FGM. Ils permettent d'intégrer ces variations dans les équations de Navier généralisées pour les plaques FGM, ce qui permet une analyse plus précise du comportement mécanique, thermique, électrique, etc. de ces structures.

Il convient de noter que ces modèles sont des approximations et peuvent ne pas capturer toutes les variations réelles de propriétés dans les plaques FGM. La sélection du modèle approprié dépendra des caractéristiques spécifiques de la plaque FGM étudiée, des propriétés à modéliser et des objectifs de conception.

En utilisant ces modèles de gradient de propriétés, les ingénieurs et les chercheurs peuvent mieux comprendre et prédire le comportement des plaques FGM, ce qui facilite la conception et l'optimisation de ces structures pour des applications spécifiques.

III .4 Approches avancées pour l'analyse des plaques FGM :

En plus de la théorie classique des plaques et des modèles de gradient de propriétés, il existe des approches avancées pour l'analyse des plaques FGM qui permettent de prendre en compte des aspects plus complexes et de résoudre des problèmes plus difficiles. Voici quelques-unes de ces approches :

- 1. Modèles non linéaires :** L'analyse des plaques FGM peut nécessiter la prise en compte de comportements non linéaires tels que la plasticité, la viscoélasticité ou le comportement hyperélastique. Dans ces cas, des modèles non linéaires sont utilisés pour décrire le comportement matériel des plaques FGM. Ces modèles prennent en compte les déformations importantes et les non-linéarités des matériaux, ce qui permet une analyse plus précise des plaques FGM soumises à des charges élevées ou à des conditions de chargement complexes.
- 2. Méthodes numériques avancées :** Les méthodes numériques avancées telles que la méthode des éléments finis, la méthode des éléments spectraux et la méthode des différences finies sont largement utilisées pour résoudre les équations de Navier généralisées pour les plaques FGM. Ces méthodes permettent de discrétiser la plaque en éléments plus petits et de résoudre numériquement les équations pour obtenir les

déformations, les contraintes et les moments dans la plaque. Elles sont particulièrement utiles pour les plaques FGM avec des variations complexes de propriétés et pour l'analyse de structures tridimensionnelles.

- 3. Analyse thermomécanique :** Les plaques FGM sont souvent soumises à des conditions thermiques en plus des charges mécaniques. L'analyse thermomécanique des plaques FGM prend en compte les effets de la variation de température sur les propriétés des matériaux et les déformations de la plaque. Cette analyse permet de prédire les distributions de température, les déformations thermiques et les contraintes induites par les variations thermiques dans les plaques FGM.
- 4. Analyse de la durabilité :** La durabilité des plaques FGM est un aspect important à considérer, en particulier dans des environnements agressifs ou soumis à une usure. L'analyse de la durabilité prend en compte les effets de la corrosion, de l'usure, de la fatigue et d'autres phénomènes de dégradation sur les performances des plaques FGM. Des modèles de dégradation et des méthodes de prévision de la durée de vie sont utilisés pour évaluer la résistance et la longévité des plaques FGM dans des conditions réelles d'utilisation.

Ces approches avancées pour l'analyse des plaques FGM permettent une compréhension plus complète et une modélisation plus précise du comportement de ces structures. Elles sont essentielles pour la conception et l'optimisation des plaques FGM dans des applications exigeantes où des performances élevées, une durabilité accrue et une résistance aux environnements complexes sont nécessaires.

III .5 Méthodes numériques avancées pour l'analyse des plaques FGM :

Méthodes numériques avancées pour l'analyse des plaques FGM :

- 1. Méthode des éléments finis (MEF) :** La méthode des éléments finis est largement utilisée pour l'analyse des plaques FGM. Elle permet de discrétiser la plaque en un maillage d'éléments plus petits et de résoudre numériquement les équations de Navier pour obtenir les déformations, les contraintes et les moments dans la plaque. La MEF offre une grande flexibilité pour modéliser des variations complexes de propriétés à travers l'épaisseur de la plaque. Elle permet également d'inclure d'autres phénomènes tels que la non-linéarité, l'anisotropie ou des conditions aux limites particulières.

- 2. Méthode des éléments spectraux (MES) :** La méthode des éléments spectraux est une approche avancée basée sur la décomposition spectrale des solutions. Elle utilise des fonctions d'interpolation basées sur des polynômes de Chebyshev ou de Legendre pour approximer les solutions des équations de Navier. La MES est particulièrement adaptée à l'analyse de plaques FGM avec des variations de propriétés continues et régulières. Elle offre une précision élevée et une convergence rapide, mais peut être plus complexe à mettre en œuvre que la MEF.
- 3. Méthode des différences finies (MDF) :** La méthode des différences finies discrétise les équations de Navier en approximant les dérivées spatiales par des différences finies. Cette méthode est souvent utilisée pour résoudre des problèmes bidimensionnels de plaques FGM. La MDF est relativement simple à mettre en œuvre et peut être efficace pour des modèles de plaques FGM moins complexes ou pour des problèmes avec des conditions aux limites particulières.
- 4. Méthode des éléments frontières (MEF) :** La méthode des éléments frontières, également connue sous le nom de méthode des éléments de frontière, est une approche numérique qui discrétise uniquement la frontière de la plaque FGM. Elle est particulièrement adaptée pour les plaques FGM de grande taille ou pour les problèmes avec des conditions aux limites spécifiques sur la frontière. La MEF permet de réduire la dimension du problème en résolvant les équations seulement sur la frontière, ce qui peut conduire à une réduction significative de la taille du système à résoudre.

Ces méthodes numériques avancées offrent des outils puissants pour l'analyse des plaques FGM. Elles permettent de prendre en compte les variations de propriétés complexes et de résoudre des problèmes de plus grande complexité, tels que la non-linéarité ou les conditions aux limites particulières. Le choix de la méthode dépendra des caractéristiques spécifiques du problème étudié, des objectifs de l'analyse et des ressources disponibles en termes de temps de calcul et de compétences techniques.

III .6 Analyse des plaques FGM tridimensionnelles : Méthodes numériques et considérations spécifiques.

L'analyse des plaques FGM tridimensionnelles nécessite des méthodes numériques adaptées pour prendre en compte la géométrie tridimensionnelle et les variations de propriétés à travers l'épaisseur et dans les directions transversales. Voici quelques méthodes numériques et considérations spécifiques pour l'analyse de telles plaques :

- 1. Méthode des éléments finis tridimensionnelle (MEF 3D) :** La MEF 3D est une extension de la méthode des éléments finis pour la modélisation tridimensionnelle des plaques FGM. Elle permet de discrétiser la plaque en un maillage tridimensionnel d'éléments finis et de résoudre les équations de Navier pour obtenir les déformations, les contraintes et les moments dans la plaque. La MEF 3D offre une représentation précise de la géométrie tridimensionnelle, mais elle peut nécessiter des ressources de calcul plus importantes en raison de la complexité accrue du maillage et des calculs.
- 2. Méthode des éléments spectraux tridimensionnelle (MES 3D) :** La MES 3D est une extension de la méthode des éléments spectraux pour l'analyse tridimensionnelle des plaques FGM. Elle utilise des fonctions d'interpolation basées sur des polynômes tridimensionnels pour approximer les solutions des équations de Navier. La MES 3D offre une précision élevée et une convergence rapide, mais elle peut nécessiter une discrétisation plus fine et des calculs plus intensifs que la MEF 3D.
- 3. Modélisation de la variation tridimensionnelle des propriétés :** Les plaques FGM tridimensionnelles peuvent présenter des variations de propriétés non seulement dans la direction normale à la plaque, mais également dans les directions transversales. La modélisation de ces variations tridimensionnelles des propriétés peut être réalisée en utilisant des fonctions de distribution appropriées ou en discrétisant les variations en plusieurs couches à travers l'épaisseur de la plaque. Cette modélisation précise des variations tridimensionnelles des propriétés est essentielle pour obtenir des résultats précis dans l'analyse des plaques FGM.
- 4. Gestion des conditions aux limites tridimensionnelles :** Les plaques FGM tridimensionnelles peuvent présenter des conditions aux limites complexes en raison de leur géométrie tridimensionnelle. Il est important de prendre en compte ces conditions aux limites lors de la modélisation numérique. Cela peut inclure des conditions de chargement, des contraintes appliquées sur les bords de la plaque, des conditions de contact avec d'autres surfaces, etc. Les méthodes numériques doivent être capables de gérer ces conditions aux limites tridimensionnelles de manière précise et efficace.

L'analyse des plaques FGM tridimensionnelles nécessite donc des méthodes numériques spécifiques qui prennent en compte la géométrie tridimensionnelle, les variations tridimensionnelles des propriétés et les conditions aux limites complexes. Les méthodes des éléments finis et des éléments spectraux tridimensionnels sont couramment utilisées pour

résoudre ces problèmes. Une attention particulière doit être portée à la modélisation précise des variations tridimensionnelles des propriétés et à la gestion des conditions aux limites tridimensionnelles pour obtenir des résultats fiables dans l'analyse des plaques FGM tridimensionnelles.

III .7 Conclusion :

Ce chapitre a exploré l'analyse des plaques FGM (Functionally Graded Materials) en mettant l'accent sur les méthodes numériques avancées et les considérations spécifiques. Les plaques FGM, caractérisées par des variations continues de propriétés à travers leur épaisseur, présentent des défis uniques en termes de modélisation et d'analyse.

Nous avons examiné différentes méthodes numériques avancées, notamment la méthode des éléments finis, la méthode des éléments spectraux, la méthode des différences finies et la méthode des éléments frontières, pour aborder ces défis. Chacune de ces méthodes offre des avantages et des limitations spécifiques, et le choix de la méthode dépendra des caractéristiques du problème ainsi que des ressources disponibles.

Nous avons également souligné l'importance de prendre en compte la géométrie tridimensionnelle des plaques FGM lors de l'analyse. Les méthodes numériques tridimensionnelles, telles que la méthode des éléments finis tridimensionnelle et la méthode des éléments spectraux tridimensionnelle, permettent une représentation précise de la géométrie et des variations tridimensionnelles des propriétés.

De plus, la modélisation précise des variations tridimensionnelles des propriétés et la gestion des conditions aux limites complexes ont été identifiées comme des considérations spécifiques importantes dans l'analyse des plaques FGM tridimensionnelles.

L'analyse des plaques FGM requiert une approche intégrée combinant des méthodes numériques avancées, une modélisation précise des variations des propriétés et une prise en compte des conditions aux limites spécifiques. En continuant à améliorer et à développer ces méthodes, nous pourrions mieux comprendre et exploiter les propriétés uniques des plaques FGM, ouvrant ainsi la voie à de nouvelles applications et avancées dans les domaines de l'ingénierie des matériaux et de la conception des structures.

CHAPITRE IV :
Le Modèle Mathématique
et développements

IV .1 Introduction :

Dans le présent chapitre, une étude analytique du comportement dynamique des plaques FGM a été présentée.

D'abord une nouvelle approche analytique utilisant une théorie de la déformation par cisaillement à un seul inconnu pour étudier la vibration libre des plaques fonctionnellement gradué (FGM).

IV .2. Propriétés matérielles des plaques FGM :

Dans cette étude, une plaque FGM présentée sur la figure IV .1 est examinée.

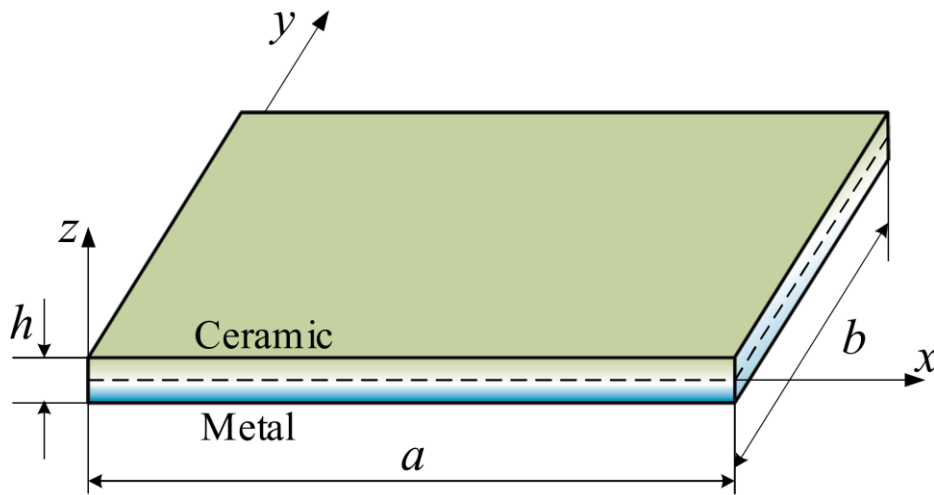


Figure IV .1 : Un modèle de plaque FGM.

Les formules suivantes sont utilisées pour calculer la fraction volumique de deux ingrédients

$$V_c = \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h}\right)^p, V_m = 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h}\right)^p \quad (IV.1)$$

Dans laquelle p est un facteur qui provoque la variation de la fraction volumique et h est l'épaisseur. Pour calculer les propriétés du matériau en tout point de la plaque, la formule suivante est utilisée :

$$P(z) = P_m V_m + P_c V_c \quad (IV.2)$$

Où P_c , P_m désignent les propriétés de la céramique et du métal telles que le module d'Young, la densité de masse et le coefficient de Poisson, respectivement.

IV .3. Formulation de la théorie modifiée des plaques de déformation par cisaillement à variable unique :

3.1. Hypothèse de la théorie des plaques de déformation par cisaillement à variable unique

Dans cette section, une brève revue de la théorie des plaques de Shimpi est donnée [29–31]. La notion de base de RPT est représentée comme suit :

1) Le déplacement w est séparé en deux parties, la première partie est une partie de flexion w_b et la deuxième partie est une partie de cisaillement w_s . En conséquence, le déplacement transversal est :

$$w = w_b + w_s \quad (IV.3)$$

La contrainte normale σ_z est très petite contrairement à σ_x, σ_y , donc la contrainte normale σ_z est négligée. Par conséquent, en appliquant la loi de Hook, la relation entre σ_x, σ_y et $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E(z)}{1 - \nu(z)^2} [\varepsilon_x + \nu(z)\varepsilon_y] \\ \sigma_y &= \frac{E(z)}{1 - \nu(z)^2} [\varepsilon_y + \nu(z)\varepsilon_x] \end{aligned} \quad (IV.4)$$

3) Les traductions dans l'axe x et l'axe y sont également divisées en deux parties, qui sont la partie flexion et la partie cisaillement.

$$\begin{aligned} u &= u_b + u_s \\ v &= v_b + v_s \end{aligned} \quad (IV.5)$$

Les premières parties u_b ainsi que v_b sont analogues aux déplacements qui sont donnés par le CPT. Ils concernent les moments M_x, M_y et M_{xy} , mais ne concernent pas les efforts tranchants Q_x, Q_y . Ils sont donc calculés par :

$$u_b = -z \frac{\partial w_b}{\partial x}, v_b = -z \frac{\partial w_b}{\partial y} \quad (IV.6)$$

Les secondes parties u_s et v_s donnent lieu à des déformations de cisaillement γ_{xz}, γ_{yz} et donc à des contraintes de cisaillement transversal τ_{xz}, τ_{yz} qui ont une répartition non linéaire dans l'épaisseur et sont égales à zéro au niveau des surfaces supérieure et inférieure. Les parties de cisaillement u_s, v_s sont causées par les forces de cisaillement Q_x, Q_y et sont calculées via l'angle

entre la tangente à la fibre cubique à la surface de référence ($z = 0$) et les sections normales $\partial w_s / \partial x$, $\partial w_s / \partial y$. En conséquence, les formules u_s et v_s sont obtenues par :

$$u_s = f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x}, v_s = f(z) \frac{\partial w_s}{\partial y} \quad (IV.7)$$

Dans l'équation. (IV.7), $f(z)$ représente la fonction de forme distribuée en cisaillement, sa dérivée décrit la distribution de τ_{xz} , τ_{yz} dans l'épaisseur des plaques. On remarque que τ_{xz} , τ_{yz} doivent être libres à la surface supérieure ainsi qu'à la surface inférieure. Dans cette étude, une nouvelle fonction de forme distribuée par cisaillement hybride $f(z)$ est introduite comme :

$$f(z) := 1.994911335 z^5 - 1.935221075 z^3 + 0.2450442270 z \quad (IV.8)$$

On remarque que u_s et v_s ne fournissent pas les instants M_x , M_y ainsi que M_{xy} .

4) On suppose que seule la déflexion en flexion produit la rotation de la section transversale de la plaque, le chargement d'inertie et les moments d'inertie répartis comme :

$$\bar{q} = -\bar{m} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, m_x = -\bar{J} \frac{\partial^3 w_b}{\partial x \partial t^2}, m_y = -\bar{J} \frac{\partial^3 w_b}{\partial y \partial t^2} \quad (IV.9)$$

Où \bar{m}, \bar{J} sont calculés par :

$$\bar{m} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho(z) dz, \bar{J} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho(z) z^2 dz \quad (IV.10)$$

3.2. Formulation de la théorie modifiée des plaques à variable unique

La formulation de la théorie des plaques à deux variables de Shimpi [29–31] est spécifiée comme point de départ de sa modification. En appliquant les hypothèses évoquées dans la section précédente, les expressions du déplacement sont :

$$\begin{aligned} u &= -z \frac{\partial w_b}{\partial x} + f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ v &= -z \frac{\partial w_b}{\partial y} + f(z) \frac{\partial w_s}{\partial y} \\ w &= w_b + w_s \end{aligned} \quad (IV.11)$$

Les formules des champs de déformation sont obtenues comme :

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} + f(z) \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_y &= -z \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} + f(z) \frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} &= -z \left(2 \frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y} \right) + f(z) \left(2 \frac{\partial^2 w_s}{\partial x \partial y} \right) \\ \gamma_{xz} &= g(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ \gamma_{yz} &= g(z) \frac{\partial w_s}{\partial y} \\ g(z) &= 1 + f'(z)\end{aligned}\tag{IV.12}$$

Les formules des contraintes normales σ_x et σ_y sont obtenues via l'équation. (IV.4) et l'équation. (IV.12), tandis que les formules des contraintes de cisaillement τ_{xy} , τ_{xz} et τ_{yz} sont calculées à l'aide de l'équation. (IV.12) et équations constitutives suivantes :

$$\begin{aligned}\tau_{xy} &= G(z) \gamma_{xy} \\ \tau_{xz} &= G(z) \gamma_{xz} \\ \tau_{yz} &= G(z) \gamma_{yz}\end{aligned}\tag{IV.13}$$

Où : $G(z) = E(z)/[2(1 + \nu(z))]$

Les contraintes normales et de cisaillement sont calculées selon les formules suivantes :

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{-zE(z)}{1 - \nu(z)^2} \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} + \nu(z) \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} \right) + \frac{f(z)E(z)}{1 - \nu(z)^2} \left(\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} + \nu(z) \frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} \right) \\ \sigma_y &= \frac{-zE(z)}{1 - \nu(z)^2} \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} + \nu(z) \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} \right) + \frac{f(z)E(z)}{1 - \nu(z)^2} \left(\frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} + \nu(z) \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \right) \\ \tau_{xy} &= \frac{-zE(z)}{1 - \nu(z)^2} (1 - \nu(z)) \frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y} + \frac{f(z)E(z)}{1 - \nu(z)^2} (1 - \nu(z)) \frac{\partial^2 w_s}{\partial x \partial y}\end{aligned}\tag{IV.14}$$

$$\begin{aligned}\tau_{yz} &= \frac{g(z)E(z)}{2(1 + \nu(z))} \frac{\partial w_s}{\partial y} \\ \tau_{xz} &= \frac{g(z)E(z)}{2(1 + \nu(z))} \frac{\partial w_s}{\partial x}\end{aligned}\tag{IV.15}$$

Les moments et les forces tranchantes sont obtenus comme :

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz\tag{IV.16}$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \tau_{xx} \\ \tau_{yx} \end{Bmatrix} dz \quad (IV.17)$$

Basé sur la troisième hypothèse de la théorie proposée et Éq. (IV.4), les moments et les efforts tranchants sont calculés comme suit :

$$\begin{aligned} M_x &= \int_{-h/2}^{h/2} \frac{-z^2 E(z)}{1 - \nu(z)^2} \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} + \nu(z) \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} \right) dz \\ M_y &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{-z^2 E(z)}{1 - \nu(z)^2} \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} + \nu(z) \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} \right) dz \end{aligned} \quad (IV.18)$$

$$M_{xy} = \int_{-h/2}^{1x/2} \frac{-z^2 E(z)}{(1 - \nu(z)^2)} \left((1 - \nu(z)) \frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y} \right) dz$$

$$\begin{aligned} Q_x &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{1x}{2}} \frac{g(z) E(z)}{2(1 + \nu(z))} \frac{\partial w_s}{\partial x} dz \\ Q_y &= \int_{-\frac{x}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{g(z) E(z)}{2(1 + \nu(z))} \frac{\partial w_s}{\partial y} dz \end{aligned} \quad (IV.19)$$

Après avoir intégré l'équation. (IV.18) et l'équation. (IV.19) sur la profondeur h, les moments et les forces de cisaillement sont exprimés comme les formules suivantes :

$$\begin{aligned} M_x &= -\alpha \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} - \alpha_1 \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} \\ M_y &= -\alpha \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} - \alpha_1 \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} \\ M_{xy} &= -\alpha \frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y} + \alpha_1 \frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (IV.20)$$

$$\begin{aligned} Q_x &= \beta \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ Q_y &= \beta \frac{\partial w_s}{\partial y} \end{aligned} \quad (IV.21)$$

Dans lequel les coefficients α , α_1 , β sont calculés comme suit expression intégrale

$$\alpha = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{z^2 E(z)}{1 - \nu(z)^2} dz \quad (IV.22)$$

$$\alpha_1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{z^2 v(z) E(z)}{1 - v(z)^2} dz \quad (IV.23)$$

$$\beta = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{g(z)E(z)}{2(1 + v(z))} dz \quad (IV.24)$$

Il est clair que si v est constant dans la direction z , nous avons alors $\alpha_1 = v \alpha$. Les expressions des moments n'incluent pas w_s et les expressions des efforts tranchants n'incluent pas w_b . Les équations d'équilibre de la force peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x &= m_x \\ \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y &= m_y \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} &= -\bar{q} \end{aligned} \quad (IV.25)$$

En remplaçant l'équation. (IV.20) et l'équation. (IV.21) dans l'équation. (IV.25), on obtient :

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} + \alpha_1 \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left((\alpha - \alpha_1) \frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y} \right) - \beta \frac{\partial w_s}{\partial x} &= \\ -\bar{J} \frac{\partial^3 w_b}{\partial x \partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left((\alpha - \alpha_1) \frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y} \right) & \\ -\frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} + \alpha_1 \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} \right) - \beta \frac{\partial w_s}{\partial y} & \\ = -\bar{J} \frac{\partial^3 w_b}{\partial y \partial t^2} \beta \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} = \bar{m} \frac{\partial^2 w_s}{\partial t^2} & \end{aligned} \quad (IV.26)$$

Les deux premières équations de l'équation. (IV.26) devenir :

$$\frac{\partial w}{\partial x'} = \frac{\alpha}{\beta} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} \right) + \frac{\bar{J}}{\beta} \frac{\partial^3 w_b w_s}{\partial x \partial t^2 \partial y'} = \frac{\alpha}{\beta} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} \right) + \frac{\bar{J}}{\beta} \frac{\partial^3 w_b}{\partial y \partial t^2} \quad (IV.27)$$

Où :

$$w_s = -\frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} \right) + \frac{\bar{J}}{\beta} \frac{\partial^2 w_b}{\partial t^2} = \chi(\nabla w_b) + \frac{\bar{J}}{\beta} \frac{\partial^2 w_b}{\partial t^2} \quad (IV.28)$$

Dans lequel $\chi = \frac{\alpha}{\beta}$ et ∇ sont l'opérateur de Laplace $\nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$.

En introduisant l'équation. (IV.28) dans l'équation (IV.11), nouveau déplacement les formules de la théorie modifiée des plaques à variable unique sont :

$$\begin{aligned} u &= -z \frac{\partial w_b}{\partial x} + f(z) \frac{\partial}{\partial x} \left(\chi(\nabla w_b) + \frac{\bar{J} \partial^2 w_b}{\beta \partial t^2} \right); \\ v &= -z \frac{\partial w_b}{\partial y} + f(z) \frac{\partial}{\partial y} \left(\chi(\nabla w_b) + \frac{\bar{J} \partial^2 w_b}{\beta \partial t^2} \right) w = w_b + \chi(\nabla w_b) + \frac{\bar{J} \partial^2 w_b}{\beta \partial t^2} \end{aligned} \quad (IV.29)$$

On voit bien que les formules de déplacement du corps modifié La théorie des plaques à variable unique consiste en une seule variable inconnue, la composant de flexion w_b . Les coefficients α , β et χ dépendent de l'épaisseur, les propriétés des matériaux et les fonctions de forme. Il s'agit d'une mesure significative point différent de la théorie des plaques proposée par rapport à la théorie de la plaque variable unique de Shimpi. Dans la théorie des plaques de Shimpi, les propriétés substantielles sont des constantes, donc α , β et χ sont facilement intégrés à travers l'épaisseur de la plaque, ce sont donc des expressions explicites de l'épaisseur de la plaque. En conséquence, la théorie des plaques de Shimpi n'est qu'appliqué à l'analyse de plaques homogènes, tandis que ce modèle unique modifié la théorie des plaques variables peut être utilisée pour examiner les phénomènes hétérogènes

3.3. Équations régissant

En introduisant l'équation. (IV.29) dans l'équation. (IV.20) et l'équation. (IV.21), les expressions des moments ainsi que des forces de cisaillement de la théorie proposée sont obtenues sous la forme des formules suivantes :

$$\begin{aligned} M_x &= -\alpha \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} - \alpha_1 \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} \\ M_y &= -\alpha \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} - \alpha_1 \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} \\ M_{xy} &= -\alpha \frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y} + \alpha_1 \frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (IV.30)$$

$$Q_x = \beta \frac{\partial}{\partial x} [\chi(\nabla w_b)] + \bar{J} \frac{\partial^3 w_b}{\partial x \partial t^2} \quad Q_y = \beta \frac{\partial}{\partial y} [\chi(\nabla w_b)] + \bar{J} \frac{\partial^3 w_b}{\partial y \partial t^2} \quad (IV.31)$$

En remplaçant l'équation. (IV.30) et l'équation. (IV.31) dans l'équation. (IV.25), l'équation différentielle régissant la plaque FGM est présentée comme :

$$\beta \frac{\partial^2}{\partial x^2} [\chi(\nabla w_b)] + \bar{J} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial t^2} + \beta \frac{\partial^2}{\partial y^2} [\chi(\nabla w_b)] + \bar{J} \frac{\partial^4 w_b}{\partial y^2 \partial t^2} = -\bar{q} \quad (IV.32)$$

Après quelques efforts, l'équation différentielle directrice est :

$$\frac{\alpha(\nabla\nabla w_b) - (\bar{J} - \chi\bar{m})\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\nabla w_b) + \bar{m}\frac{w_b}{\partial t^2} + \bar{J}\bar{m}}{\beta\frac{\partial^4 w_b}{\partial t^4}} = 0 \quad (IV.33)$$

Il est vrai que l'équation différentielle régissant la plaque FGM consiste en une seule variable inconnue qui est la composante de flexion w_b (03 fonctions inconnues si l'on inclut les déplacements dans le plan du plan neutre). En revanche, les coefficients α , β , χ , m ainsi que J dépendent de l'épaisseur de la plaque, des propriétés substantielles ainsi que de la fonction de forme $f(z)$. C'est un point radicalement différent de cette théorie modifiée des plaques à variable unique par rapport à la théorie de Shimpi. En conséquence, seule cette théorie modifiée des plaques à variable unique peut être appliquée pour analyser des plaques hétérogènes telles que les plaques FGM, tandis que la théorie de Shimpi ne peut être utilisée que pour rechercher les plaques homogènes isotropes.

IV .4. Solutions analytiques

Dans le travail actuel dans le cadre de ce mémoire, la solution de Navier est appliquée pour analyser la vibration libre d'une plaque rectangulaire FGM. Les conditions aux limites de la plaque sont simplement prises en charge sur quatre bords. Dans la procédure de Navier, la solution du déplacement est implicite sous la forme de la formule suivante :

$$w_b(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} W_{bkr} \sin\phi x \sin\psi y \sin\omega_{kr} t \quad (IV.34)$$

$\pi/a, \psi = r\pi/b, W_{bkr}$ Sont les grandeurs à déterminer et ω_{kr} sont les fréquences de vibration libre. En introduisant l'équation. (IV.29) dans l'équation. (IV.28), l'équation de fréquence biquadratique suivante est obtenue :

$$\bar{J}\bar{m}\omega_{kr}^4 + [(-\bar{J}\phi^2 - J\psi^2 - \bar{m})\beta - \alpha\bar{m}(\phi^2 + \psi^2)]\omega_{kr}^2 + \alpha\beta(\phi^2 + \psi^2)^2 = 0 \quad (IV.35)$$

Il s'agit d'une équation algébrique biquadratique qui a quatre racines, la racine positive inférieure est liée au mode de flexion et la racine positive supérieure est liée au mode de cisaillement.

IV .5. Conclusion :

Dans ce chapitre une approche analytique a été développée pour l'étude de la stabilité des plaques en FGM simplement appuyée ou nous avons utilisé des formulations ci-dessus pour étudier le comportement vibratoire des plaques.

Chapitre V :
Résultats
Numériques et
discussion

V.1. Introduction :

Le but de ce chapitre est de présenter et de discuter d'une part les résultats de l'analyse de la vibration libre des plaques FGM et d'autre part l'analyse des résultats de l'effet de rapport d'épaisseur sur leur comportement.

Toutes les analyses basées sur le présent modèle sont effectuées en utilisant Logiciel Maple18

V.2. Résultats numériques et discussion :

Exemple 1 : Dans ce premier exemple, la vibration libre d'une plaque carrée Al/Al₂O₃ est étudiée dans certains cas de plaques minces et épaisses. Les propriétés matérielles de Al sont $E_m = 70$ GPa et $\rho_m = 2702$ kg/m³, les propriétés matérielles de Al₂O₃ sont $E_c = 380$ GPa et $\rho_c = 3800$ kg/m³. On peut supposer que le coefficient de Poisson est constant et égal à 0,3. Les

fréquences non dimensionnelles dans cet exemple sont calculées par : $\omega = \omega h \sqrt{\frac{\rho_c}{E_c}}$

Tableau (V.1) : Comparaison de quelques théories des plaques.

Modèle	Théorie	Nb d'inconnue	Contrainte de cisaillement	Analyse des plaques FGM
CPT	Théorie classique des plaques	3	Non	Oui
FSDT	Théorie de déformation par cisaillement de premier d'orde- [6]	5	Constant	Oui
S-FSDT	Théorie de déformation par cisaillement de premier d'orde (simple)- [9]	4	Constant	Oui
HSDT	Théorie de déformation par cisaillement d'ordre élevé [14]	5	Parabolique	Oui
RPT-Type 1	Théorie des plaques raffinés variant 1 [29]	4	Parabolique	Oui
RPT-Type 2	Théorie des plaques raffinés Variant 2 [29]	3	Parabolique	Non
Présente	Théorie modifiée de déformation de cisaillement à unique variable	1	Parabolique	Oui

La comparaison des deux premières fréquences non dimensionnelles est indiquée dans le tableau (V. 2). Dans ce tableau, les solutions numériques calculées en utilisant la théorie modifiée des plaques à variable unique sont comparées à celles de Thai et ses collègues [9] et Matsunaga et ses collègues [46]. Dans lequel, les résultats de Matsunaga et ses collègues ont été calculés en appliquant une théorie quasi-3D tandis que les solutions numériques de Thai et ses collègues ont été calculées en utilisant S-FSDT. D'après le tableau (V. 2), on peut conclure que les solutions numériques de la théorie modifiée des plaques à variable unique sont très analogues aux autres données disponibles.

Tableau (V.2) : Les deux premières fréquences adimensionnelles $\hat{\omega}$ de la plaque carrée Al/Al₂O₃

Mode	a/h	Méthode	P				
			0.0	0.5	1.0	4.0	10.0
2	5	Quasi-3D [46]	0.9400	0.8233	0.7477	0.5997	0.5460
		S-FSDT [9]	0.9265	0.8062	0.7333	0.6116	0.5644
		Présente	0.9401	0.8411	0.7818	0.6280	0.5505
1	5	Quasi-3D [46]	0.2121	0.1819	0.1640	0.1383	0.1306
		S-FSDT [9]	0.2112	0.1805	0.1631	0.1397	0.1324
		Présente	0.2121	0.1874	0.1764	0.1534	0.1369
10	5	Quasi-3D [46]	0.0578	0.0492	0.0443	0.0381	0.0364
		S-FSDT [9]	0.0577	0.0490	0.0442	0.0382	0.0366
		Présente	0.0578	0.0508	0.0480	0.0431	0.0387
2	10	Quasi-3D [46]	1.7406	1.5425	1.4078	1.1040	0.9847
		S-FSDT [9]	1.7045	1.4991	1.3706	1.1285	1.0254
		Présente	1.7462	1.5731	1.4521	1.1220	0.9762
2	5	Quasi-3D [46]	0.4658	0.4040	0.3644	0.3000	0.2790
		S-FSDT [9]	0.4618	0.3978	0.3604	0.3049	0.2856
		Présente	0.4657	0.4137	0.3873	0.3248	0.2875
10	5	Quasi-3D [46]	0.1381	0.1180	0.1063	0.0905	0.0859
		S-FSDT [9]	0.1376	0.1173	0.1059	0.0911	0.0867
		Présente	0.1380	0.1217	0.1148	0.1012	0.0906

Tableau (V.3) : Les quatre premières fréquences non dimensionnelles $\bar{\omega}$ de la plaque rectangulaire ($b/a = 2$).

a/h	Mode (m,n)	Méthode	P						
			0	0.5	1	2	5	8	10
5	1 (1,1)	FSDT [35]	3.4409	3.4409	2.9322	2.6473	2.4017	2.2528	2.1985
		TSDT [14]	3.4412	3.4412	2.9347	2.6475	2.3949	2.2272	2.1697
		SSDT [43]	3.4416	3.4416	2.9350	2.6478	2.3948	2.2260	2.1688
		Présente	3.4509	3.0430	2.8698	2.7077	2.4670	2.3294	2.2655
	2 (1,2)	FSDT [35]	5.2802	5.2802	4.5122	4.0773	3.6953	3.4492	3.3587
		TSDT [14]	5.2813	5.2813	4.5180	4.0781	3.6805	3.3938	3.2964
		SSDT [43]	5.2822	5.2822	4.5187	4.0787	3.6804	3.3914	3.2947
		Présente	5.3028	4.6853	4.4098	4.1368	3.7323	3.5182	3.4230
	3 (1,3)	FSDT [35]	8.0710	8.0710	6.9231	6.2636	5.6695	5.2579	5.1045
		TSDT [14]	8.0749	8.0749	6.9366	6.2663	5.6390	5.1425	4.9758
		SSDT [43]	8.0772	8.0772	6.9384	6.2678	5.6391	5.1378	4.9727
		Présente	8.1211	7.1944	6.7535	6.2871	5.6011	5.2685	5.1282
4 (2,1)	FSDT [35]	9.7416	9.7416	8.6926	7.8711	7.1189	6.5749	5.9062	
	TSDT [14]	10.1164	10.1164	8.7138	7.8762	7.0751	6.4074	6.1846	
	SSDT [43]	10.1201	10.1201	8.7167	7.8787	7.0756	6.4010	6.1806	
	Présente	10.1848	9.0382	8.4697	7.8463	6.9351	6.5147	6.3429	
10	1 (1,1)	FSDT [35]	3.6518	3.6518	3.0983	2.7937	2.5386	2.3998	2.3504
		TSDT [14]	3.6518	3.6518	3.0990	2.7937	2.5364	2.3916	2.3411
		SSDT [43]	3.6519	3.6519	3.0991	2.7937	2.5364	2.3912	2.3408
		Présente	3.6548	3.2129	3.0393	2.8939	2.6794	2.5370	2.4659
	2 (1,2)	FSDT [35]	5.7693	5.7693	4.8997	4.4192	4.0142	3.7881	3.7072
		TSDT [14]	5.7694	5.7694	4.9014	4.4192	4.0090	3.7682	3.6846
		SSDT [43]	5.7697	5.7697	4.9016	4.4194	4.0089	3.7673	3.6839
		Présente	5.7767	5.0818	4.8039	4.5647	4.2109	3.9846	3.8734
	3 (1,3)	FSDT [35]	9.1876	9.1876	7.8145	7.0512	6.4015	6.0247	5.8887
		TSDT [14]	9.1880	9.1880	7.8189	7.0515	6.3886	5.9765	5.8341
		SSDT [43]	9.1887	9.1887	7.8194	7.0519	6.3885	5.9742	5.8324
		Présente	9.2060	8.1071	7.6557	7.2517	6.6524	6.2888	6.1147
4 (2,1)	FSDT [35]	11.8310	11.8310	10.0740	9.0928	8.2515	7.7505	7.5688	
	TSDT [14]	11.8315	11.8315	10.0810	9.0933	8.2309	7.6731	7.4813	
	SSDT [43]	11.8326	11.8326	10.0818	9.0940	8.2306	7.6696	7.4787	
	Présente	11.8606	10.4529	9.8633	9.3212	8.5165	8.0454	7.8239	
20	1 (1,1)	FSDT [35]	3.7123	3.7123	3.1456	2.8352	2.5777	2.4425	2.3948
		TSDT [14]	3.7123	3.7123	3.1458	2.8352	2.5771	2.4403	2.3923
		SSDT [43]	3.7123	3.7123	3.1458	2.8353	2.5771	2.4401	2.3922
		Présente	3.7131	3.2612	3.0878	2.9482	2.7433	2.5998	2.5264
	2 (1,2)	FSDT [35]	5.9198	5.9198	5.0175	4.5228	4.1115	3.8939	3.8170
		TSDT [14]	5.9199	5.9199	5.0180	4.5228	4.1100	3.8884	3.8107
		SSDT [43]	5.9199	5.9199	5.0180	4.5228	4.1100	3.8881	3.8105
		Présente	5.9219	5.2021	4.9246	4.6992	4.3681	4.1389	4.0222
	3 (1,3)	FSDT [35]	9.5668	9.5668	8.1121	7.3132	6.6471	6.2903	6.1639
		TSDT [14]	9.5669	9.5669	8.1133	7.3132	6.6433	6.2760	6.1476
		SSDT [43]	9.5671	9.5671	8.1135	7.3133	6.6432	6.2753	6.1471
		Présente	9.5721	8.4113	7.9602	7.5888	7.0422	6.6707	6.4831

4 (2,1)	FSDT [35]	12.4560	12.4560	10.5660	9.5261	8.6572	8.1875	8.0207
	TSDT [14]	12.4562	12.4562	10.5677	9.5261	8.6509	8.1636	7.9934
	SSDT [43]	12.4565	12.4565	10.5680	9.5263	8.6508	8.1624	7.9925
	Présente	12.4649	10.9559	10.3659	9.8751	9.1519	8.6671	8.4237

Tableau (V.4) : Les fréquences fondamentales adimensionnelles $\hat{\omega}$ d'une plaque carrée Al/Al₂O₃.

a/h	Méthode	P=0	P=0.5	P=1	P=4	P=10
2	2D-HOT [12]	0.9400	0.8232	0.7476	0.5997	0.5460
	S-HSDT [12]	0.9297	0.8110	0.7356	0.5924	0.5412
	FSDT-IGA [12]	0.9265	0.8060	0.7330	0.6111	0.5640
	S-FSDT [13]	0.9270	0.8070	0.7350	0.6136	0.5652
	Présente	0.9401	0.8411	0.7818	0.6280	0.5505
10	2D-HOT [12]	0.0578	0.0492	0.0443	0.0381	0.0364
	S-HSDT [12]	0.0577	0.0490	0.0442	0.0381	0.0364
	FSDT-IGA [12]	0.0577	0.0490	0.0442	0.0382	0.0366
	S-FSDT [13]	0.0575	0.0489	0.0442	0.0383	0.0366
	Présente	0.0578	0.0508	0.0480	0.0431	0.0387
20	2D-HOT [12]	0.0148	0.0125	0.0113	0.0098	0.0094
	S-HSDT [12]	0.0146	0.0124	0.0112	0.0097	0.0093
	FSDT-IGA [12]	0.0148	0.0125	0.0113	0.0098	0.0094
	S-FSDT [13]	0.0148	0.0125	0.0111	0.0098	0.0094
	Présente	0.0148	0.0130	0.0123	0.0112	0.0101

Exemple 2 : En continu, une autre comparaison pour les quatre premières fréquences adimensionnelles d'une plaque FGM rectangulaire est explorée. Encore une fois, la plaque FGM est constituée d'Al/Al₂O₃, ces substances ont des propriétés substantielles similaires à celles de l'exemple précédent. Les quatre premières fréquences non dimensionnelles de la plaque sont calculées par : $\bar{\omega} = \omega \sqrt{\alpha^4 \rho_c / h^2 E_c}$

Ces résultats numériques des fréquences sans dimension utilisant la théorie modifiée des plaques à variable unique sont comparés à ceux d'autres auteurs. Les résultats de Hosseini-Hashenmi [35] ont été calculés en utilisant FSDT, les résultats numériques de Reddy [14] ont été calculés en utilisant la théorie de la déformation par cisaillement du troisième ordre (TSDT) tandis que les résultats numériques de Thai et al. [43] ont été calculés en utilisant la théorie de la déformation par cisaillement sinusoïdal (SSDT). La comparaison est indiquée dans le tableau (V. 3), les calculs numériques de la théorie actuelle modifiée de la plaque à variable unique sont très similaires à ceux des autres solutions annoncées.

Exemple 3 : En conséquence, nous nous concentrons sur la comparaison des fréquences adimensionnelles fondamentaux d'une plaque Al/Al₂O₃. Les propriétés physiques de Al sont $E_m = 70$ GPa et $\rho_m = 2707$ kg/m³, les propriétés physiques de Al₂O₃ sont $E_c = 380$ GPa et $\rho_c = 3800$ kg/m³. Dans cet exemple, le coefficient de Poisson est égal à 0,3 (constant). Les fréquences fondamentales non dimensionnelles sont calculées par : $\hat{\omega} = \omega h \sqrt{\rho_c / E_c}$

La comparaison numérique est présentée dans le tableau (V. 4), où les solutions numériques actuelles sont calculées à l'aide de la théorie des plaques à variable unique modifiée proposée, les résultats de Yin [12] ont été calculés à l'aide d'une méthode analytique avec une théorie des plaques différente et les résultats de Tan et al. [13] ont été obtenus en utilisant S-FSDT et la méthode sans maillage. Il est vrai que les solutions numériques actuelles sont très proches des autres solutions publiées.

D'après les trois exemples ci-dessus, nous pouvons conclure que la théorie modifiée des plaques à variable unique estime la vibration libre des plaques FGM avec une précision et acceptable.

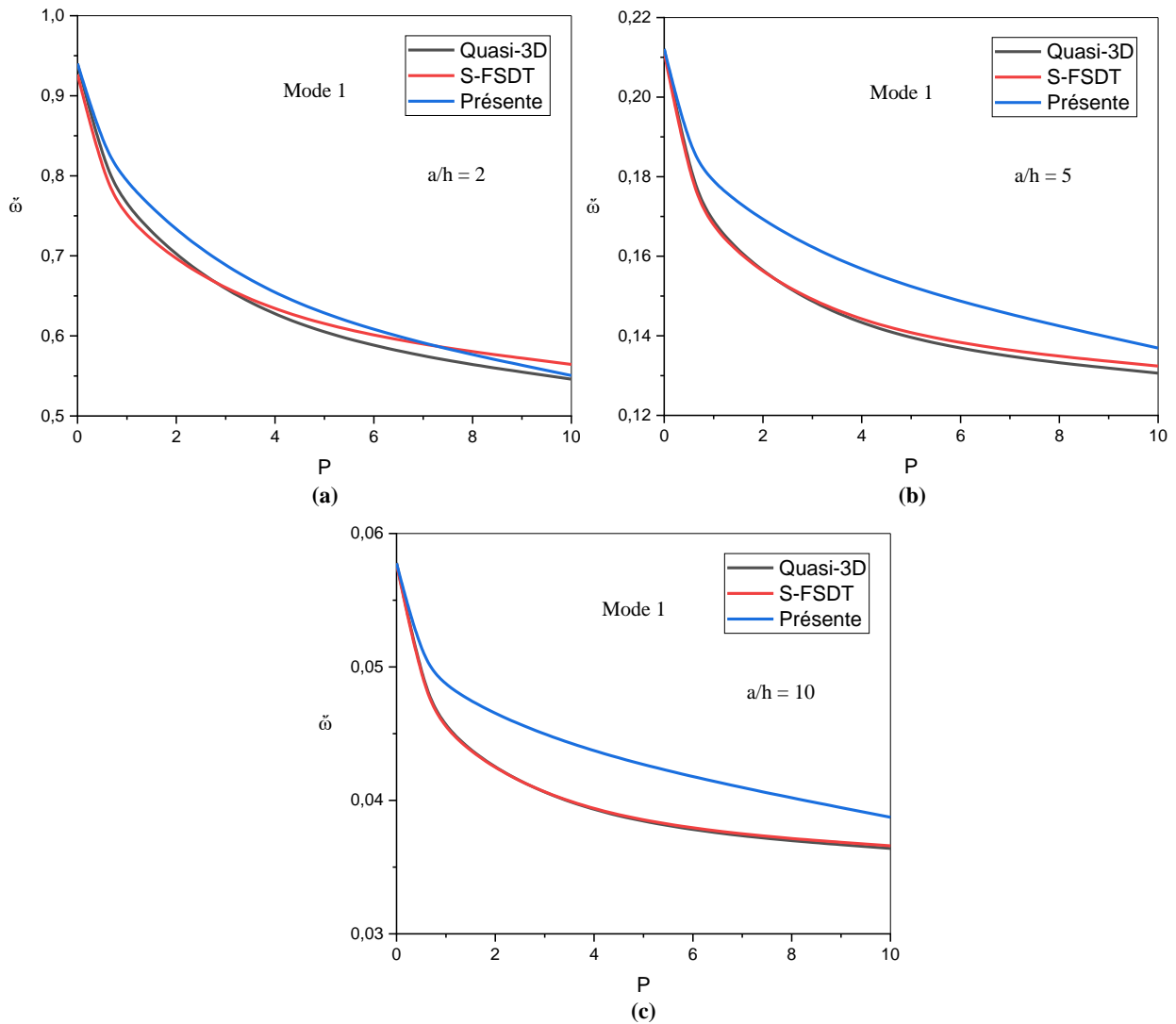


Figure V.1 : Variation de la fréquences adimensionnelles $\hat{\omega}$ d'une plaque carrée Al/Al_2O_3 en fonction l'exposant P pour le mode 1. ((a) : $a/h = 2$; (b) : $a/h = 5$; (c) : $a/h = 10$).

La figure (V.1) illustre que les trois courbes sont assez proches les unes des autres, ce qui indique que les prédictions des fréquences sans dimension par ces trois théories sont similaires pour le mode 1. Cependant, il existe de légères divergences entre les courbes, d'autant plus que l'exposant (p) augmente. Le paramètre ($a/h = 2$) indique le rapport entre une dimension caractéristique de la plaque (la longueur) et son épaisseur, qui est un paramètre important dans l'analyse des plaques et des coques en ingénierie.

Le graphique est divisé en deux axes : l'axe horizontal représente l'exposant (p) et l'axe vertical représente la fréquence sans dimension $\hat{\omega}$. Les fréquences sans dimension diminuent avec l'augmentation de l'exposant (p) pour toutes les théories, ce qui pourrait indiquer l'effet de l'augmentation de la rigidité ou de la masse de la plaque sur ses fréquences propres.

L'alignement étroit des trois théories suggère qu'elles pourraient toutes être des modèles valides pour prédire les fréquences sans dimension d'une plaque carrée Al/Al₂O₃ en mode 1 en passant d'une plaque mince à une plaque épaisse. Cependant, les légères divergences entre les courbes à mesure que l'exposant (p) augmente pourraient indiquer que les théories peuvent différer dans leurs prédictions dans certaines conditions, par exemple lorsque la rigidité ou la masse de la plaque augmente de manière significative. Cela pourrait avoir des implications pour la conception et l'analyse de telles plaques dans des applications techniques.

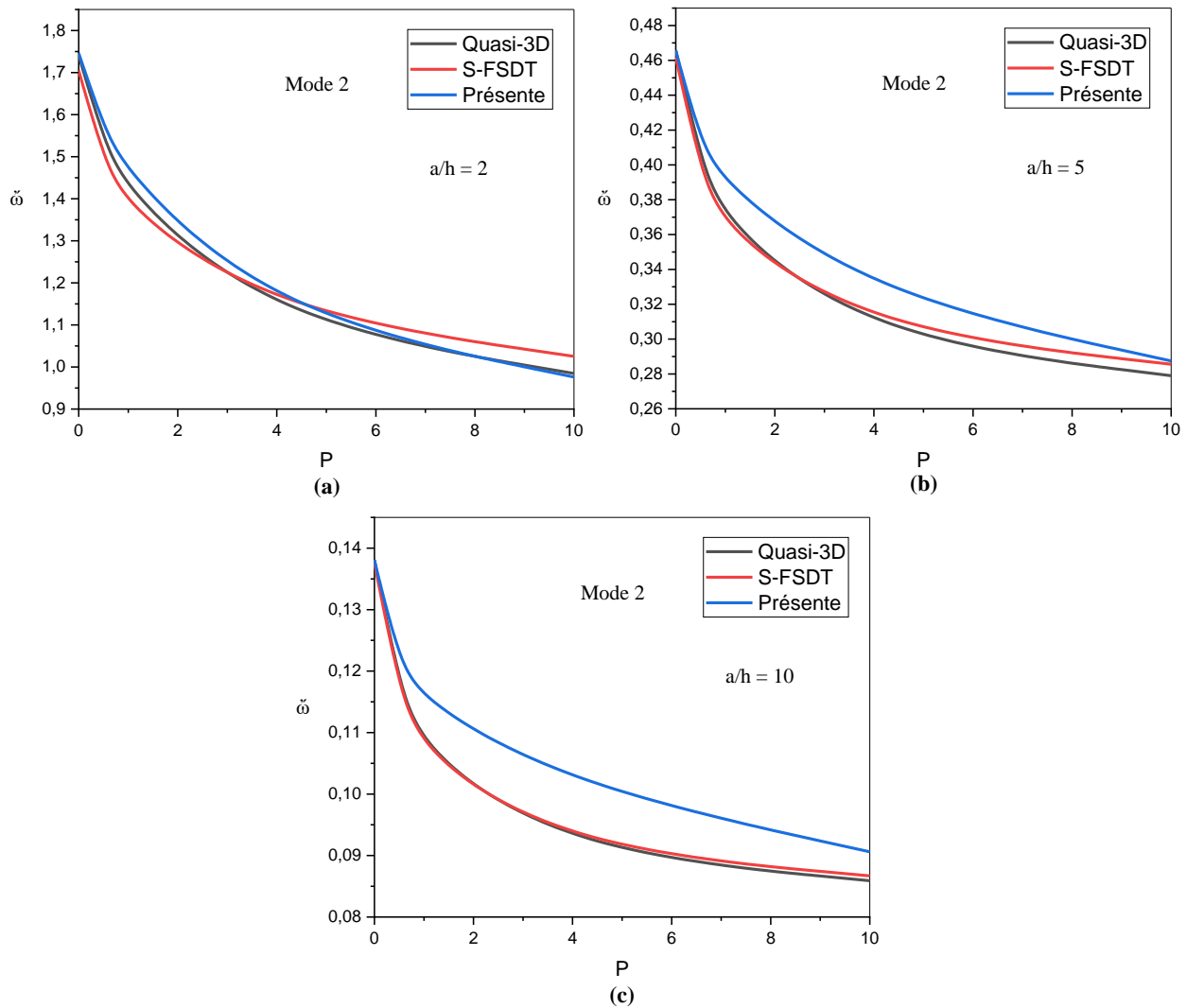


Figure (V.2) : variation de la fréquences adimensionnelles $\hat{\omega}$ d'une plaque carrée Al/Al₂O₃ en fonction l'exposant P pour le mode 2. ((a) : $a/h = 2$; (b) : $a/h = 5$; (c) : $a/h = 10$)

Dans **La figure (V.2)**, pour le mode 2 et avec différentes valeurs de rapport d'épaisseur (ah), on observe que les trois théories donnent des résultats assez proches les uns des autres, avec des fréquences sans dimension décroissantes à mesure que l'exposant (p) augmente.

Dans le premier graphique, pour le mode 1 et avec un rapport hauteur/largeur ($ah = 2$), la tendance est similaire, les fréquences sans dimension diminuant également à mesure que l'exposant (p) augmente. Les trois théories sont également proches, mais il semble y avoir une légère divergence entre elles, notamment aux valeurs plus élevées de (p).

Ces graphiques sont généralement utilisés dans l'analyse des matériaux composites pour évaluer les performances de différentes théories des plaques dans la prédiction des fréquences naturelles de vibration. Ils sont importants pour les ingénieurs en conception de matériaux et en dynamique des structures, car ils aident à comprendre comment les propriétés du matériau affectent le comportement vibratoire des structures.

La variation des fréquences propres adimensionnelles d'une plaque carrée Al/Al_2O_3 en fonction de l'exposant (P) pour le mode 1 peut être étudiée pour différentes configurations de rapports (a/h) de la plaque. En l'occurrence, les figures (a), (b) et (c) représentent les variations pour des rapports (a/h) de 2, 5 et 10 respectivement.

La comparaison entre la théorie quasi 3D, S-FSDT (First-order Shear Deformation Theory) et la présente théorie à une seule variable serait pertinente pour évaluer les performances et les limitations de chaque approche dans la modélisation des fréquences propres adimensionnelles. Chaque théorie présente des compromis différents en termes de précision et de coût de calcul, et leur comparaison peut fournir des insights précieux sur leur applicabilité dans des scénarios spécifiques.

La discussion des courbes de variation des fréquences propres adimensionnelles en fonction de l'exposant P pour différentes théories peut révéler des tendances intéressantes, des zones de convergence ou de divergence, ainsi que des comportements inattendus. Ces observations pourraient être utilisées pour affiner les modèles théoriques et améliorer la compréhension des phénomènes physiques sous-jacents. De plus, en identifiant les limites de chaque approche théorique, il devient possible de cibler les domaines d'application où chaque théorie excelle. Cette analyse approfondie des courbes de variation des fréquences propres adimensionnelles en fonction de l'exposant P pour différentes théories peut conduire à des avancées significatives

dans la modélisation et la compréhension du comportement des plaques carrées Al/Al₂O₃, ainsi que dans la conception de structures optimisées pour des performances spécifiques.

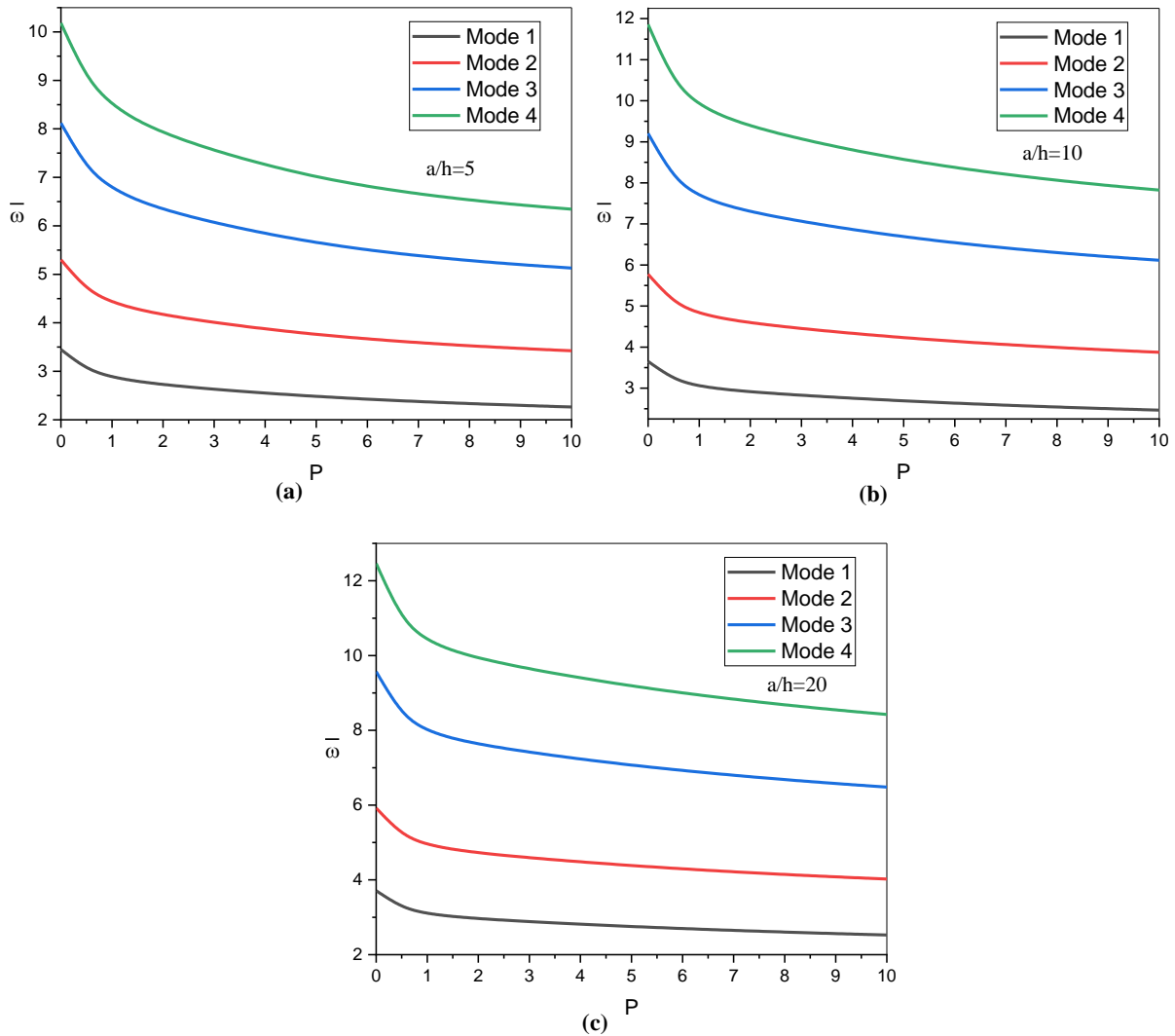


Figure (V.3) : variation des quatre premières fréquences propres adimensionnelles $\bar{\omega}$ de la plaque rectangulaire ($b/a = 2$) en fonction de l'exposant P . ((a) : $a/h = 2$; (b) : $a/h = 5$; (c) : $a/h = 10$)

Da la figure (V.3) on peut voir que la fréquence adimensionnelle diminue avec l'augmentation de l'exposant (p) pour les quatre premières fréquences propres.

La variation des quatre premières fréquences propres sans dimension $\bar{\omega}$ d'une plaque rectangulaire (avec $b/a = 2$) en fonction de l'exposant P dépend de plusieurs facteurs, notamment les dimensions de la plaque, les conditions aux limites et les propriétés du matériau.

Les fréquences propres sans dimension d'une plaque rectangulaire sont généralement déterminées par des méthodes numériques ou expérimentales, en tenant compte des paramètres géométriques et matériels de la plaque. Ces fréquences propres sont importantes pour comprendre le comportement vibratoire de la plaque et sont utilisées dans divers domaines tels que l'ingénierie des structures.

La détermination des fréquences propres sans dimension $\bar{\omega}$ de la plaque rectangulaire en fonction de l'exposant P est un sujet complexe qui nécessite une analyse approfondie des équations et des modèles spécifiques à ce contexte.

V.3. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats numériques de l'analyse dynamique des plaques fonctionnellement graduées en utilisant la présente théorie à une seule variable. Cette théorie modifiée des plaques à variable unique est très simple, bien organisée et précise. L'efficacité et la précision de la théorie des plaques proposée seront démontrées par une étude de vérification, puis appliquées pour étudier la vibration libre des plaques FGM. En outre, le binôme examine également les effets de certains paramètres tels que les propriétés des matériaux et la géométrie.

*Conclusion
Générale*

V. Conclusion Générale :

Dans cette étude, une nouvelle approche a été développée pour aborder la déformation par cisaillement des plaques, s'appuyant sur une théorie récemment proposée. Cette méthode novatrice a ensuite été appliquée à l'analyse de la vibration naturelle des plaques FGM. En se concentrant sur une seule variable inconnue dans le champ de déplacement, cette théorie simplifiée offre une manière élégante de traiter des structures complexes telles que les plaques FGM. Sa validité a été confirmée par des comparaisons approfondies avec d'autres approches existantes. Les vibrations naturelles des plaques FGM et l'impact de divers paramètres ont été minutieusement examinés. En somme, cette nouvelle théorie offre une approche efficace et concise pour étudier les plaques FGM, ouvrant ainsi de nouvelles voies de recherche dans ce domaine.

Cette approche novatrice dans l'étude des plaques FGM offre une perspective prometteuse pour explorer leur comportement vibratoire avec une précision acceptable. En se concentrant sur une seule variable inconnue dans le champ de déplacement, elle simplifie significativement les calculs tout en préservant la robustesse de l'analyse. Les résultats obtenus à travers cette méthode ont permis une compréhension approfondie des vibrations naturelles des plaques FGM, ainsi que des facteurs qui influent sur leur comportement dynamique.

En mettant en œuvre cette théorie modifiée des plaques à variable unique, les chercheurs ont ouvert la voie à une approche plus efficace et accessible pour l'étude des matériaux hétérogènes comme les plaques FGM. Cette méthode offre un cadre analytique solide pour explorer un large éventail de configurations de plaques, permettant ainsi d'approfondir notre compréhension des matériaux composites avancés.

En conclusion, cette étude met en lumière l'importance de l'innovation théorique dans le domaine de l'ingénierie des matériaux, offrant des outils plus puissants et efficaces pour étudier et concevoir des structures complexes telles que les plaques FGM.

Références
Bibliographiques

Références Bibliographiques

- [1] Javaheri R, Eslami M-R. Buckling of functionally graded plates under in-plane compressive loading. *ZAMM – J Appl Math Mech* 2002;82(4):277–83. [https://doi.org/10.1002/1521-4001\(200204\)82:4<277::AID-ZAMM277>3.0.CO;2-Y](https://doi.org/10.1002/1521-4001(200204)82:4<277::AID-ZAMM277>3.0.CO;2-Y)
- [2] Mohammadi M, Said A-R, Jomehzadeh E. Levy solution for buckling analysis of functionally graded rectangular plates. *Appl Compos Mater* 2010;17(2):81–93. <https://doi.org/10.1007/s10443-009-9100-z>.
- [3] Ghannadpour S-A-M, Ovesy H-R, M., Nassirnia,. Buckling analysis of functionally graded plates under thermal loadings using the finite strip method. *Comput Struct* 2012;108–109:93–9. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2012.02.011>.
- [4] Damanpack AR, Bodaghi M, Ghassemi H, Sayehbani M. Boundary element method applied to the bending analysis of thin functionally graded plates. *Latin Am J Solids Struct* 2013;10(3):549–70. <https://doi.org/10.1590/S1679-78252013000300006>.
- [5] Croce L-D, Venini P. Finite elements for functionally graded Reissner-Mindlin plates. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2004;193(9):705–25. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2003.09.014>.
- [6] Nguyen D-D, Hoang V-T. Mechanical and thermal post-buckling of shear-deformable FGM plates with temperature-dependent properties. *Mech Compos Mater* 2010;46(5):461–76. <https://doi.org/10.1007/s11029-010-9163-9>.
- [7] Nguyen T-K, Sab K, Bonnet G. First-order shear deformation plate models for functionally graded materials. *Compos Struct* 2008;83(1):25–36. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2007.03.004>
- [8] Shimpi R-P, Patel H-G, Arya H. New first-order shear deformation plate theories. *J Appl Mech* 2007;74(3):523–33. <https://doi.org/10.1115/1.2423036>.
- [9] Thai Huu-Tai, Choi Dong-Ho. A simple first-order shear deformation theory for the bending and free vibration analysis of functionally graded plates. *Compos Struct* 2013;101:332–40. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2013.02.019>
- [10] Nguyen H-N, Hong T-T, Vinh P-V, Quang N-D, Thom D-V. A refined simple first-order shear deformation theory for static bending and free vibration analysis of advanced composite plates. *Materials* 2019;12(15):1–25. <https://doi.org/10.3390/ma12152385>
- [11] Yu T-T, Yin S, Bui T-Q, Hirose S. A simple FSDT-based isogeometric analysis for geometrically nonlinear analysis of functionally graded plates. *Finite Elem Anal Des* 2015;96:1–10. <https://doi.org/10.1016/j.finel.2014.11.003>.
- [12] Yin Shuohui, Hale Jack S, Yu Tiantang, Bui Tinh Quoc, Bordas Stéphane PA. Isogeometric locking-free plate element: A simple first order shear deformation theory for

Références Bibliographiques

- functionally graded plates. *Compos Struct* 2014;118:121–38.
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.07.028>
- [13] Vu Tan-Van, Nguyen Ngoc-Hung, Khosravifard Amir, Hematiyan MR, Tanaka Satoyuki, Bui Tinh Quoc. A simple FSDT-based meshfree method for analysis of functionally graded plates. *Eng Anal Boundary Elem* 2017;79:1–12.
<https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2017.03.002>
 - [14] J.-N. Reddy, “Analysis of functionally graded plates”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 47, no. 1-3, pp. 663-684, 2000.
[https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0207\(20000110/30\)47:1/3<663::AID-NME787>3.0.CO;2-8](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(20000110/30)47:1/3<663::AID-NME787>3.0.CO;2-8).
 - [15] Javaheri R, Eslami M-R. Thermal buckling of functionally graded plates based on higher order theory. *J Therm Stresses* 2002;25(7):603–25.
<https://doi.org/10.1080/01495730290074333>
 - [16] Ferreira A-J-M, Batra RC, Roque C-M-C, Qian L-F, Martins P-A-L-S. Static analysis of functionally graded plates using third-order shear deformation theory and a meshless method. *Compos Struct* 2005;69(4):449–57.
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2004.08.003>
 - [17] Talha M, Singh B-N. Static response and free vibration analysis of FGM plates using higher order shear deformation theory. *Appl Math Model* 2010;34(12):3991–4011.
<https://doi.org/10.1016/j.apm.2010.03.034>.
 - [18] Tran L-V, Ferreira A-J-M, Nguyen-Xuan H. Isogeometric analysis of functionally graded plates using higher-order shear deformation theory. *Compos B Eng* 2013; 51:368–83. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.02.045>.
 - [19] Thai C-H, Kulasegaram S, Tran L-V, Nguyen-Xuan H. Generalized shear deformation theory for functionally graded isotropic and sandwich plates based on isogeometric approach. *Comput Struct* 2014;141:94–112
<https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2014.04.003>
 - [20] Zenkour A-M. Benchmark trigonometric and 3-D elasticity solutions for an exponentially graded thick rectangular plate. *Arch Appl Mech* 2007;77(4): 197–214.
<https://doi.org/10.1007/s00419-006-0084-y>.
 - [21] Zenkour A-M. Generalized shear deformation theory for bending analysis of functionally graded plates. *Appl Math Model* 2006;30(1):67–84.
<https://doi.org/10.1016/j.apm.2005.03.009>
 - [22] Bui Tinh Quoc, Do Thom Van, Ton Lan Hoang That, Doan Duc Hong, Tanaka Satoyuki, Pham Dat Tien, et al. On the high temperature mechanical behaviors analysis of

Références Bibliographiques

- heated functionally graded plates using FEM and a new third-order shear deformation plate theory. *Compos Part B: Eng* 2016;92:218–41. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.02.048>.
- [23] Do T-V, Nguyen D-K, Duc N-D, Doan D-H, Bui T-Q. Analysis of bi-directional functionally graded plates by FEM and a new third-order shear deformation plate theory. *Thin-Walled Struct* 2017;119:687–99. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2017.07.022>
 - [24] Mantari J-L, Guedes Soares C. Analysis of isotropic and multilayered plates and shells by using a generalized higher-order shear deformation theory. *Compos Struct* 2012;94(8):2640–56. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2012.03.018>.
 - [25] Mantari J-L, Guedes Soares C. Finite element formulation of a generalized higher order shear deformation theory for advanced composite plates. *Compos Struct* 2013;96:545–53. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2012.08.004>.
 - [26] Mantari J-L, Guedes Soares C. Optimized sinusoidal higher order shear deformation theory for the analysis of functionally graded plates and shells. *Compos B Eng* 2014;56:126–36. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.07.027>
 - [27] Mechab I, Mechab B, Benaissa S. Static and dynamic analysis of functionally graded plates using four-variable refined plate theory by the new function. *Compos B Eng* 2013;45(1):748–57. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2012.07.015>.
 - [28] Benachour A, Tahar H-D, Atmane H-A, Tounsi A, Ahmed M-S. A four variable refined plate theory for free vibrations of functionally graded plates with arbitrary gradient. *Compos Part B-Eng* 2011;42(6):1386–94. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2011.05.032>
 - [29] Shimpi R-P. Refined plate theory and its variants. *AIAA J* 2002;40(1):137–46. <https://doi.org/10.2514/2.1622>.
 - [30] Shimpi RP, Patel HG. “A two variable refined plate theory for orthotropic plate analysis”, *International Journal of Solids. Struct* 2006;43(22-23):6783–99. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2006.02.007>
 - [31] Shimpi Rameshchandra P, Shetty Rajesh A, Guha Anirban. A single variable refined theory for free vibrations of a plate using inertia related terms in displacements. *Eur J Mech A/Solid* 2017;65:136–48. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2017.03.005>
 - [32] Thai H-T, Kim S-E. Analytical solution of a two variable refined plate theory for bending analysis of orthotropic Levy-type plates. *Int J Mech Sci* 2012;54(1): 269–76. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2011.11.007>.
 - [33] Mechab Ismail, Atmane Hassen Ait, Tounsi Abdouahed, Belhadj Hichem Abdesslem, Bedia El Abbas Adda. A two variable refined plate theory for the bending analysis of

Références Bibliographiques

- functionally graded plates. *Acta Mech Sin* 2010;26(6):941–9. <https://doi.org/10.1007/s10409-010-0372-1>.
- [34] Hosseini-Hashemi S, Taher H-R-D, Akhavan H, Omidi M. Free vibration of functionally graded rectangular plates using first-order shear deformation plate theory. *Appl Math Model* 2010;34(5):1276–91. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2009.08.008>
 - [35] Hosseini-Hashemi S, Fadaee M, Atashipour S-R. A new exact analytical approach for free vibration of Reissner-Mindlin functionally graded rectangular plates. *Int J Mech Sci* 2011;53(1):11–22. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2010.10.002>.
 - [36] Chakraverty S, Pradhan K-K. Free vibration of functionally graded thin rectangular plates resting on Winkler elastic foundation with general boundary conditions using Rayleigh-Ritz method. *Int J Appl Mech* 2014;6(4):1450043. <https://doi.org/10.1142/S1758825114500434>
 - [37] Fallah A, Aghdam M-M, Kargarnovin M-H. Free vibration analysis of moderately thick functionally graded plates on elastic foundation using the extended Kantorovich method. *Arch Appl Mech* 2013;83(2):177–91. <https://doi.org/10.1007/s00419-012-0645-1>
 - [38] Zhao X, Lee Y-Y, Liew K-M. Free vibration analysis of functionally graded plates using the element-free kp-Ritz method. *J Sound Vib* 2009;319(3–5):918–39. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.06.025>.
 - [39] Yang J, Shen H-S. Vibration characteristics and transient response of shear-deformable functionally graded plates in thermal environments. *J Sound Vib* 2002; 255(3):579–602. <https://doi.org/10.1006/jsvi.2001.4161>.
 - [40] Huang X-L, Shen H-S. Nonlinear vibration and dynamic response of functionally graded plates in thermal environments. *Int J Solids Struct* 2004;41(9–10):2403–27. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2003.11.012>.
 - [41] Kim Y-W. Temperature dependent vibration analysis of functionally graded rectangular plates. *J Sound Vib* 2005;284(3–5):531–49. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2004.06.043>
 - [42] Thai H-T, Park M, Choi D-H. A simple refined theory for bending, buckling, and vibration of thick plates resting on elastic foundation. *Int J Mech Sci* 2013;73: 40–52. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2013.03.017>.
 - [43] Thai H-T, Vo T-P. A new sinusoidal shear deformation theory for bending, buckling, and vibration of functionally graded plates. *Appl Math Model* 2013;37 (5):3269–81. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2012.08.008>.

Références Bibliographiques

- [44] Meiche N-E, Tounsi A, Ziane N, Mechab I, Bedia E-A-A. A new hyperbolic shear deformation theory for buckling and vibration of functionally graded sandwich plate. *Int J Mech Sci* 2011;53(4):237–47. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2011.01.004>
- [45] Akavci S-S. An efficient shear deformation theory for free vibration of functionally graded thick rectangular plates on elastic foundation. *Compos Struct* 2014;108: 667–76. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2013.10.019>.
- [46] Matsunaga H. Free vibration and stability of functionally graded plates according to a 2D higher-order deformation theory. *Compos Struct* 2008;82(4):499–512. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2007.01.030>.
- [47] Mantari J-L, Granados E-V, Guedes Soares C. Vibrational analysis of advanced composite plates resting on elastic foundation. *Compos B Eng* 2014;66:407–19. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2014.05.026>.
- [48] Neves AMA, Ferreira AJM, Carrera E, Cinefra M, Roque CMC, Jorge RMN, et al. A quasi-3D hyperbolic shear deformation theory for the static and free vibration analysis of functionally graded plates. *Compos Struct* 2012;94(5):1814–25. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2011.12.005>.
- [49] Neves AMA, Ferreira AJM, Carrera E, Roque CMC, Cinefra M, Jorge RMN, et al. A quasi-3D sinusoidal shear deformation theory for the static and free vibration analysis of functionally graded plates. *Compos Part B: Eng* 2012;43(2):711–25. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb:2011.08.009>.
- [50] S. Kumar, P. Jana, “Application of dynamic stiffness method for accurate free vibration analysis of sigmoid and exponential functionally graded rectangular plates”, *Int J Mech Sci*, vol. 163, id. 105105, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2019.105105>