

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Ibn Khaldoun – Tiaret
Faculté des Sciences Appliquées
Département de Génie Mécanique



THÈSE

En vue de l'obtention du
Diplôme de Doctorat LMD

Domaine : Sciences et Technologie

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Énergétique

Thème

Étude numérique d'écoulement de fluide à seuil
viscoplastique à travers une singularité

Présenté par :

Monsieur BEKHADRA Mokhtar

Soutenu publiquement le : 21/12/2023, devant le Jury composé de :

	Nom	Prénom (s)	Grade	Université de Rattachement	Qualité
01	HASSAINE DAOUADJI	Taher	Pr	Université de Tiaret	Président
02	SAD CHEMLOUL	Nord-Eddine	Pr	Université de Tiaret	Directeur de thèse
03	KARAS	Abdelkader	Pr	Université de Tiaret	Examineur
04	CHAIB	Khaled	MCA	Université de Tiaret	Invité
05	YOUCEFI	Abdelkader	Pr	UST-MB d'Oran	Examineur
06	BOUZIT	Mohamed	Pr	UST-MB d'Oran	Examineur

Année universitaire 2022 - 2023

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Dédicace

À feu mon père, que Dieu ait son âme.

À ma mère en récompense pour son éducation.

À mon frère À mes sœurs.

À Maria, Younes Abdelhak, Asmaa Nour El-Houda

Je dédie ce modeste travail.

Remerciements

En premier lieu je tiens à saisir cette occasion et adresser mes profonds remerciements et mes profondes reconnaissances à mon directeur de thèse M. SAD CHEMLOUL Nord-Eddine Professeur à l'université Ibn Khaldoun de Tiaret non seulement pour son encadrement mais également pour son dévouement pour réaliser ce travail.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à Monsieur HADDOUCHE Kamel, Professeur à l'Université Ibn Khaldoun de Tiaret et Directeur du laboratoire des Technologies Industrielles, qui a mis à ma disposition le matériel informatique nécessaire pour les simulations numériques et m'a prodigué tous les conseils durant mes années d'études.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à M. Abdelkader YOUNCFI, M. Mohamed BOUZIT Professeurs à l'Université Mohamed Boudiaf d'Oran pour leur présence afin de discuter de cette thèse.

Je tiens également à remercier M. MENOUER Abdelfattah, M. CHAIB Khaled et M. MEKROUSSI Saïd pour leurs aide très précieuse et les nombreux conseils qu'ils nous prodigués tout au long de ce travail.

J'en remercie chaleureusement l'ensemble des membres, le personnel du département génie mécanique pour avoir répondu à mes demandes avec gentillesse et efficacité.

Ces années de thèse auraient eu une saveur différente avec la présence des autres doctorants. Je pense en particulier à GHAZEL Abdelhamid, AICH Zoubir, DJELOULI Khaled, RAI Naceur et SAFA Ali, avec qui j'ai commencé ma thèse la même année dans le Laboratoire de Recherche des Technologies Industrielles.

Enfin, mes pensées vont à mes amis les très proches ATALLAH Sid Ahmed, HAFFAF Attia et ZRARI Madjid, qui m'ont soutenu et ont toujours été à l'écoute quand cela était nécessaire, notamment durant les temps critiques. Je les remercie très fortement.

Enfin, je tiens à remercier tous ceux qui ont contribué à l'élaboration de ce travail.

ملخص

أجريت الدراسة العددية للتدفق الصفائحي لمائع نيوتوني وغير نيوتوني (نموذج بينغهام) عبرتوسيع مفاجئ تحت تأثيرات عوامل مختلفة لعدد رينولدز، عدد بينغهام و نسب أبعاد التوسيع. باستخدام البرنامج التجاري Ansys-Fluent، تم دراسة تأثير هذه العوامل على التدفق حيث تتأثر مناطق الدومات طرديا بعدد رينولدز و أبعاد التوسيع فيما يؤثر إجهاد العتبة بشكل عكسي. تم أيضا تحليل معامل فقدان الضغط المحلي في التوسيع، يزداد هذا المعامل مع زيادة نسبة أبعاد التوسيع للسائل النيوتوني و ينعكس هذا التأثير في سائل بينغهام، كما أن زيادة رقم بينغهام تزيد من معامل فقدان الضغط المحلي، تم إنشاء علاقات للتنبؤ بجميع أطوال إعادة الارتباط ، شدة الدوامة ومعامل فقدان الضغط المحلي للمائعين معا.

الكلمات المفتاحية: تدفق صفائحي- سائل بينغهام - توسيع مفاجئ – إعادة التدوير – المناطق الصلبة- معامل فقدان

الضغط

Résumé

Une étude numérique a été effectuée pour étudier l'écoulement laminaire du fluide de Bingham à travers un élargissement brusque axisymétrique pour différentes valeurs des paramètres d'écoulement : nombre de Reynolds, du nombre de Bingham et rapport d'aspect. Dans cette étude réalisée à l'aide du code commercial ANSYS-Fluent, l'effet de ces paramètres d'écoulement sur la structure de l'écoulement de Bingham. Les résultats numériques obtenus ont montré que : la longueur et l'intensité des zones de recirculation sont proportionnelles au nombre de Reynolds et au rapport d'aspect de l'élargissement, et inversement proportionnelles au nombre de Bingham. Le coefficient de perte de charge locale augmente avec l'augmentation du rapport d'aspect pour le fluide newtonien. Cet effet se reflète dans le fluide de Bingham. Des modèles ont été établis pour prédire toutes les longueurs et l'intensité de recirculation ainsi que le coefficient de perte de charge locale des deux fluides.

Mots-clés : Écoulement laminaire, Fluide de Bingham, Élargissement brusque, Zone de recirculation, Zone rigides, Coefficient de perte de charge.

Synopsis

A numerical study has been performed to investigate the laminar flow of a Bingham fluid through abrupt axisymmetric expansion for different values of Reynolds number, Bingham number and aspect ratios. Using the commercial code ANSYS-Fluent, in this study carried out using the commercial code ANSYS-Fluent, the effect of these flow parameters on the structure of the Bingham flow. The numerical results obtained showed that: the length and the intensity of the recirculation zones are proportional to the Reynolds number and to the aspect ratio of the expansion, and inversely proportional to the Bingham number. The local head loss coefficient increases with increasing aspect ratio for the Newtonian fluid. This effect is reflected in Bingham's fluid. Models have been established to predict all recirculation lengths and intensity as well as the local pressure drop coefficient of the two fluids.

Keywords: Laminar flow, Bingham fluid, Abrupt expansion, Recirculation, Rigid zones, Local pressure drop coefficient.

Contenu

Dédicace	i
Remerciements	ii
Contenu	iv
Liste des figures	vii
Listes des tableaux	ix
Nomenclature	x
Introduction Générale	1
CHAPITRE I GÉNÉRALITE ET ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE	4
Introduction	5
I.1 Définition d'un fluide	5
I.2 Historique de la Rhéologie	6
I.2.1 Grandeurs rhéologiques	6
I.2.1.1 Viscosité	6
I.2.1.2 Contrainte de cisaillement	7
I.2.1.3 Déformation (shear strain)	8
I.2.1.4 Vitesse de déformation (shear rate)	8
I.2.1.5 Les Rhéogrammes :	9
I.3 Différents comportements rhéologiques à température et pression constantes	9
I.3.1 Comportement Newtonien	9
I.3.2 Comportement non-Newtoniens	10
I.3.2.1 Fluides Indépendant du temps	11
I.3.2.1.a Les fluides (Rhéofluidifiants).....	11
I.3.2.1.b Les fluides Dilatant (Fluide Rhéoépaississant)	11
I.3.2.1.c Les fluides Viscoplastique.....	11
➤ Modèle de Bingham	12
➤ Modèle de Herschel-Bulkley :	12
➤ Modèle de Casson :	12
I.3.2.2 Les fluides dépendent du temps	13
I.3.2.2.a Les fluides Thixotropiques	13
I.3.2.2.b Les Fluides Rhéopectique	13
I.4 Modèles de la viscosité apparente	14

I.4.1	Modèle à la loi en puissance (loi d'Ostwald)	14
I.4.2	Modèle de Cross	14
I.4.3	Modèle de Carreau-Yassuda	14
I.4.4	Modèle de Krieger et Dougherty	14
I.5	Nombres Adimensionnelles	15
I.5.1	Nombre de Reynolds de Metzner et Reed	15
I.5.2	Nombre de Bingham	15
I.5.3	Nombre de Hedström	15
I.6	Notions sur la perte de charge	16
I.6.1	Perte de charge régulière (linéaire)	16
I.6.1.1	Ecoulement laminaire	16
I.6.1.2	Ecoulement turbulent	17
I.6.2	Perte de charge Singulière	17
I.6.2.1	Type des raccords Pourquoi ce paragraphe	17
I.6.3	Coefficient de perte de charge singulière	18
I.6.3.1	Méthodes de détermination de coefficient K	18
I.6.3.1.a	Méthode de longueur équivalente :	18
I.6.3.1.b	Méthode de 2K (William Hooper)	19
I.6.3.1.c	Méthode de 3K (Ron Darby)	19
I.7	Travaux antérieurs	20
CHAPITRE II	FORMULATION MATHÉMATIQUE	1
Introduction		25
II.1	Description du Géométrie	25
II.2	Équations gouvernantes	25
II.2.1	Équation de continuité :	26
II.2.2	Équations de transport de quantité de mouvement :	26
II.2.3	Hypothèses simplificatrices :	27
II.3	Conditions aux limites :	27
II.4	Méthode de Régularisation	28
II.5	Profil de Vitesse	29
II.5.1	Écoulement laminaire en conduite cylindrique d'un fluide de Bingham	29
II.5.2	Débit volumique	31
II.5.3	Détermination du Rayon r_s	32
II.6	Perte de charge à travers l'élargissement	33

II.7 Conclusion :	34
CHAPITRE III MÉTHODES NUMÉRIQUES	35
Introduction	36
III.1 Méthodes des volumes finis	36
III.3.1 Discrétisation par volume finis	37
III.3.1.1 Discrétisation de l'équation de transport	38
III.3.1.2 Fonction $\mathbf{A}(\mathbf{P})$ pour différents schémas numériques :	40
III.4 Notion de maillage :	42
III.4.1 Nœuds et éléments :	42
III.5 Présentation du code de calcul ANSYS Fluent :	43
III.5.1 Choix du solveur :	44
III.5.2 Couplage pression-vitesse :	45
III.5.3 Méthodes d'interpolation pour les gradients	45
III.5.4 Méthodes d'interpolation pour la pression :	46
III.5.5 Discrétisation spatiale :	46
III.5.6 Convergence :	47
III.6 Domaine d'étude et conditions aux limites :	47
III.6.1 Domaine d'étude	47
Conclusion	49
CHAPITRE IV RÉSULTATS ET DISCUSSIONS	50
Introduction	51
IV.1 Validation	51
IV.2 Profils des vitesses en amont de l'élargissement	54
IV.3 Profils des vitesses en aval de l'élargissement	56
IV.3.1 Influence du nombre de Reynolds et du rapport d'aspect	56
IV.3.2 L'influence de nombre de Bingham	60
IV.4 Etude de la zone de recirculations	63
IV.5 Redéveloppement d'écoulement	70
IV.6 Analyse de la perte de charge locale dans l'élargissement	71
CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES	77
Annexes	80
Références Bibliographiques	83

Liste des figures

CHAPITRE I : GÉNÉRALITE ET ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Figure I. 1 : Cisaillement simple d'un fluide newtonien entre deux plaques planes parallèles (expérience de la plaque mobile).	7
Figure I. 2 : Forces de frottement s'exerçant sur deux couches adjacentes lors de cisaillement.	7
Figure I. 3: Déformation d'une particule de fluide.	8
Figure I. 4 : Variation de la contrainte de cisaillement et de la viscosité en fonction de la vitesse de déformation.	10
Figure I. 5 : Allure des courbes des grandeurs rhéologiques des principaux types de fluide : (a) Contrainte de Cisaillement (b) Viscosité.	10
Figure I. 6 : Variation de la viscosité en fonction de temps pour les fluides : (a) thixotropes, (b) Rhéopectique.	13
Figure I. 8 : Types de Raccords SONATRACH DP. Module 1, Hassi R'mel.	18
Figure I. 9 : Illustration graphique de la méthode de longueur équivalente.	18

CHAPITRE II : FORMULATION MATHÉMATIQUE

Figure II. 1 : Géométrie du domaine étudié.	25
Figure II. 2 : τ en fonction de $\dot{\gamma}$ selon l'équation constitutive de Bingham modifiée pour plusieurs valeurs de l'exposant m.	29
Figure II. 3 : Configuration d'écoulement du fluide de Bingham en conduite cylindrique et en régime laminaire.	30
Figure II. 4 : Profils des vitesses d'entrée de l'élargissement tracée à l'aide de l'équation analytique pour les nombres de Bingham.	33

CHAPITRE III : METHODES NUMÉRIQUES

Figure III. 1 : Répartition des volumes de contrôle dans un maillage décalé.	37
Figure III. 2 : Un volume de contrôle pour le cas d'un écoulement axisymétrique.	38
Figure III. 3 : La fonction $A(P)$ pour les différents schémas [38]	41
Figure III. 4 : Prédiction de ϕ_p en fonction du nombre de Peclet par les différents schémas [38].	42
Figure III. 5 : Illustration de la conception de maillage.	43
Figure III. 8 : Structure de base du code de calcul "Fluent".	44
Figure III. 9: Algorithme de résolution	44
Figure III. 10: Illustration de : a) les blocs utilisés pour le maillage ; b) distribution du maillage près de l'élargissement (Maillage 3, $-R_1 < x < +R_1$, $0 < r < R_2$).	48

CHAPITRE IV : RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

Figure IV. 1 : Variation de la longueur de circulation L_r en fonction de nombre de Reynolds Re .	52
Figure IV. 2 : Variation de la longueur L_r en fonction du nombre de Bingham Bn pour un rapport d'aspect $\delta = 2$.	54
Figure IV. 3 : Profils des vitesses d'entrée de l'élargissement : ligne profils analytiques ; symboles profils numériques : (a) $Re = 50$, (b) $Re = 100$, (c) $Re = 150$, (d) $Re = 200$.	56
Figure IV. 4 : Profils de la vitesse axiale adimensionnelle u/U_i en fonction de la position radiale r à l'aval de l'élargissement pour $\delta = 2$, (a) $Re = 50$, (b) $Re = 200$	58
Figure IV. 5 : Profils de la vitesse axiale adimensionnelle u/U_i en fonction de la position radial r à l'aval de l'élargissement pour $Re = 50$, (a) $\delta = 1.5$, (b) $\delta = 4$.	59
Figure IV. 6 : Profils des vitesses axiale adimensionnel u/U_i en fonction de position radiale r près de l'aval de l'élargissement à (a) $Bn = 0$, (b) $Bn = 0.5$, (c) $Bn = 1$ et (d) $Bn = 2$, $\delta = 2$. $x_2 = 0.1d_1$, $x_3 = 0.25d_1$, $x_4 = 0.5d_1$, $x_5 = d_1$	62
Figure IV. 7 : Longueur de recirculation : (a) $L_r = f(Re)$, (b) $L_r = f(Bn)$.	64
Figure IV. 8 : Variation de l'intensité de la zone de recirculation: (a) $\psi^* = f(Re)$, (b) $\psi^* = f(Bn)$	65
Figure IV. 9 : Différentes positions des zones rigides dans l'écoulement à travers l'élargissement.	66
Figure IV. 10 : Structure d'écoulement Newtonien $Bn = 0$ dans un élargissement brusque pour différents rapports d'aspect $\delta = 1.5$, $\delta = 2$, $\delta = 3$ et $\delta = 4$ à $Re = 200$.	67
Figure IV. 11 : Structure d'écoulement viscoplastique $Bn = 0,5$ dans un élargissement brusque pour différents rapports d'aspect à $Re = 150$.	68
Figure IV. 12: Structure d'écoulement Newtonien et viscoplastique dans un élargissement brusque $\delta = 2$ pour différents nombres des Bingham à $Re = 100$.	69
Figure IV. 13 : Variation de la vitesse normalisée le long de l'axe de symétrie de l'élargissement pour différents nombres de Bingham.	70
Figure IV. 14 : Comparaison entre le coefficient K_1 calculés pour un fluide Newtonien.	74
Figure IV. 15 : Comparaison entre le coefficient K_1 calculés pour un fluide viscoplastique.	75
Figure IV. 16 : Comparaison entre le coefficient K_1 calculé (Symboles) et la corrélation IV.6 (lignes discontinue), (a) $Bn = 0.5$, (b) $Bn = 1$, (c) $Bn = 2$.	76

Listes des tableaux

CHAPITRE I : GÉNÉRALITE ET ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Tableau I. 1 : Valeurs de paramètres rhéologiques du pétrole brut d'Afrique du Nord pour différentes températures[3].	12
Tableau I. 2 : La classification des types des raccorderais plus fréquent dans l'industrie.	17

CHAPITRE III : METHODES NUMÉRIQUES

Tableau III. 1: Expression de la fonction $A(P)$ pour chacun des schémas Patankar [45].	42
Tableau III. 2: Caractéristiques du maillage de l'élargissement.	49

CHAPITRE IV : RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

Tableau IV. 1 : Comparaison entre les valeurs de L_r obtenues numériquement et celles obtenues par les précédentes corrélations.	53
Tableau IV. 2 : Valeurs des coefficients de l'équation IV.1	64
Tableau IV. 3 : Valeurs des coefficients de l'équation IV.2	64
Tableau IV. 4 : Valeurs des coefficients des différentes pertes de charge à travers un élargissement pour $\delta = 1.5$, $\delta = 2$ et pour un écoulement Newtonien et viscoplastique. .	72
Tableau IV. 5 : Valeurs des coefficients des différentes pertes de charge à travers un élargissement de $\delta = 3$, $\delta = 4$ pour un écoulement Newtonien et Viscoplastique.	73

ANNEX

Tableau V. 1 : Valeurs des coefficients m_i .	82
---	----

Nomenclature

Symboles latins

$^{\circ}\text{C}$: Degrée Celsius.
 d : Diamètre de la conduite[m].
 F : Force appliquée [N].
 $^{\circ}\text{F}$: Degrée Fahrenheit
 F_e : Flux de masse.
 f : Coefficient de frottement avec les parois de la conduite.
 J_e : Flux total.
 K : Consistance du liquide et s'exprime en Pa.s^n .
 K_F : Coefficient de perte de charge par frottement sur les parois.
 K_I : Coefficient de perte de charge par dissipation d'énergie cinétique.
 K_R : Coefficient de Perte de Charge Singulière.
 L : Longueur de la conduite [m].
 L_d : Longueur de la section de l'aval [m].
 L_e : Longueur équivalente [m].
 L_r : Longueur de la zone de Recirculation.
 L_u : Longueur de section d'entrée (amont) [m].
 m_i : Coefficients de l'équation IV.6
 n : Indice de comportement.
 p_1, p_2 : Pression a l'entrée et la sortie de l'élargissement [Pa].
 P_i : Nombre de Peclet.
 Q : Débit volumique[m³/s].
 R : Rayon de la Conduite[m].
 r : Direction radiale.
 r_s : Rayon de la zone non cisailées[m].
 S : Surface de la couche cisailée (m²).
 u : Vitesse axiale [m/s].
 U_i : Vitesse d'entrée[m/s]
 U_m : Vitesse moyenne[m/s].
 x : Direction axiale.
 x_i : Positions axiale.
 Δp_R : Chute de pression par changement de section.

Δp_I : Chute de pression par dissipation d'énergie cinétique.

Δp_f : Chute de pression par frottement sur les parois.

Symboles grecs

τ_c : Contrainte de cisaillement critique [Pa].
 τ_p : Contrainte de cisaillement sur les parois[Pa].
 ψ^* : Intensité de la zone de recirculation.
 τ : Contrainte de cisaillement [Pa].
 γ : Déformation.
 $\dot{\gamma}$: Vitesse de cisaillement
 $\dot{\gamma}_c$: Vitesse de cisaillement critique.
 ρ : Masse volumique de fluide [Kg/m³]
 λ : Constante propres au fluide, définissant la forme de la courbe de viscosité en fonction de vitesse de cisaillement.
 ε : Déplacement [m]
 ε_r : Rugosité de la conduite [μm]
 μ_{app} : Viscosité apparente [Pa.s]
 μ_p : Viscosité plastique de fluide [Pa.s]
 μ : Viscosité dynamique d'un fluide [Pa.s]
 δ : Rapport d'aspect de l'élargissement

Nombres adimensionnels

Bn : Nombre de Bingham.
 He : Nombre de Hedstrom.
 Re : Nombre de Reynolds.

Abbreviations

CFD : Computational Fluid Dynamics.
MDF: Méthode des différences finies.
MEF: Méthode des éléments Finis.
MVF: Méthode des volumes Finis

Introduction Générale

Une vaste gamme des fluides de structures complexes sont maintenant utilisés dans l'industrie et la fabrication d'un nombre croissant de produits pour une grande gamme d'industries : alimentaires, pharmaceutique, chimique, des polymères, le transport des hydrocarbures et le traitement de gaz naturel, en plus d'applications dans les domaines du pétrole, des mines, de la construction, du traitement des eaux et industries de production d'énergie. Des exemples de tels fluides comprennent les huiles industrielles, les solutions polymères, les mousses et le glycol, les suspensions organiques telles que les peintures, les suspensions inorganiques et les produits alimentaires tels que le yogourt, la mayonnaise, le jus et les purées de fruits et de légumes etc...

La majorité des fluides dans la vie quotidienne manifestent un comportement rhéologique non newtonienne, ce qui rend le comportement newtonien des fluides une exception mais pas une règle.

Dans les complexes industriels tels que les complexes de traitement de gaz naturel et de pétrole brut qui nécessitant une précision dans la phase de construction et qui exige des détails de chaque composant tels que les conduites, les coudes, les réductions (Elargissement ou Rétrécissement). Le fluide qui traverse ces géométries est soumis à des changements dans sa pression, sa température et sa vitesse. Ces changements que ce soient souhaitables ou indésirables il est nécessaire de connaître ses effets sur le process.

Dû au changement de section dans l'élargissement les zones de recirculation sont apparues dans l'écoulement. Ces zones affectent la pression, l'échange de chaleur et même l'état de la surface entraînant de graves conséquences sur l'état de la conduite.

Les écoulements à travers l'élargissement brusque en régime laminaire ont été largement étudié pour son importance fondamentale pour la pratique. La géométrie peut être trouvée dans de nombreux équipements : les échangeurs de chaleur, les chambres de combustion, les cuves de mélange, les réacteurs, ainsi que de nombreux autres équipements de traitement, de manipulation et de transport de fluides.

Dans les complexes industriels l'élargissement brusque est l'une des géométries les plus importants dans les raccorderies « Fittings » où cas du changement de section. Malgré sa simplicité, les écoulements traversant ces géométries mettent en évidence d'importants phénomènes fondamentaux liés à la mécanique des fluides tels que le développement des profils de vitesse en amont et redéveloppement en aval, la formation des zones de vortex en aval de la marche verticale.

L'influence de ces phénomènes sur les paramètres sur l'écoulement dans l'élargissement brusque, a été l'objet de nombreux travaux de recherches.

En raison de l'existence de ces phénomènes fondamentaux, au fil des années plusieurs travaux de recherche sont intéressés à l'élargissement brusque et nombreuses qui ont fourni des données sur les effets de divers paramètres sur l'écoulement.

Le présent travail s'intéresse à la simulation numérique d'écoulement laminaire d'un fluide à seuil qui est obéissant à la loi de Bingham à travers un élargissement brusque axisymétrique.

Ce travail est composé de quatre chapitres. Le premier chapitre est consacré à l'étude bibliographique qui présente les notions rhéologiques, la classification des fluides non-Newtonien, des notions sur les pertes des charges et les travaux antérieurs qui traitent les écoulements dans l'élargissement brusque.

Le deuxième chapitre présente le domaine d'étude et les équations mathématiques gouvernantes de l'écoulement étudié (la conservation de masse, la conservation de quantité de mouvement), on y trouve aussi une solution analytique pour le problème d'écoulement de fluide de Bingham dans une conduite cylindrique bidimensionnelle en régime laminaire.

Le troisième chapitre traite les méthodes numériques qui peuvent être utilisées pour résoudre le problème par le code commercial ANSYS Fluent.

Dans le quatrième chapitre nous avons fait une validation dynamique qui consiste à comparer les travaux expérimentaux et numérique dans la littérature avec nos résultats, suivi d'une présentation des champs des vitesses axiales, des lignes des courants qui représentent les zones de recirculation et des contours de contrainte de cisaillement qui représentent les zones rigides dans l'écoulement. Les résultats obtenus sur le coefficient de perte de charge pour ce type de fluide sont aussi représentés.

Pour finir, les principaux résultats est présentée dans la conclusion générale de cette étude numérique.

CHAPITRE I
GÉNÉRALITE ET ÉTUDE
BIBLIOGRAPHIQUE

Chapitre I

Généralité et étude bibliographique

Introduction

Dans la nature les substances existent sous trois formes, solides, liquide et gazeuse. Il était nécessaire d'étudier les caractéristiques de chaque cas. À l'état solide où la force intermoléculaire plus forte rend les molécules monolithes et immobiles pour cela, nous voyons des solides dans un volume et une forme fixe. Au contraire, les liquides ont une force intermoléculaire relativement faible. Il n'est pas capable de lier les molécules entre elles mais il les empêche de se séparer dans l'espace.

Dans l'état gazeux, il n'y a pas de rôle efficace pour la force intermoléculaire, où les particules sont réparties dans le récipient. Cet espacement explique le changement de volume.

Dans ce premier chapitre je vais illustrer les principales définitions et les propriétés des fluides ainsi que les bases de la rhéologie et les classifications des fluides et les études antérieures en relation avec le sujet étudié.

I.1 Définition d'un fluide

Le fluide est toute substance qui s'écoule et se déforme d'une manière continue sous l'effet d'une contrainte de cisaillement ou d'une force extérieure, la déformation permanente rend les fluides sans forme propre, ils prennent la forme de récipient qui les contient.

La distinction entre un solide et un fluide n'est pas parfaitement, en effet on trouve des liquides très fluides comme l'eau etc. mais aussi des substances beaucoup plus visqueuses comme les gelées, les peintures, les pâtes, certaines solutions concentrées de polymères, qui ont à la fois des comportements de solides pendant des temps courts et des comportements de liquides pendant des temps longs.

I.2 Historique de la Rhéologie

La rhéologie est l'étude des écoulements et de déformation d'ensemble des substances sous l'influence d'une contrainte mécanique appliquée. Le mot rhéologie (du grec *Rheo*, et *logos*, de sens couler et étude) a été introduit par Eugene Bingham en 1928 à la suggestion de son collègue Markus Reiner.

La rhéologie dans la pratique prend une extension des disciplines telles que les mathématiques, la physique, le génie et la chimie, permet d'étudier des matériaux dont le comportement mécanique ne peut être décrit par les théories classiques. Elle permet aussi de déterminer les propriétés mécaniques macroscopiques telles que la viscosité.

I.2.1 Grandeurs rhéologiques

I.2.1.1 Viscosité

La viscosité d'un fluide est donnée comme une résistance interne entre les molécules de fluide, peut être également nommée comme une force de traînée [1], elle a été mentionnée par l'expérience des plaques parallèles (l'expérience de Newton¹), où l'une est fixe et l'autre est mobile par une vitesse U , entre eux un fluide (Figure I.1) Avec le mouvement de la plaque, les couches fluides seront cisailées et un gradient de vitesse apparaît à cause de la friction obstructive entre les couches adjacentes, cette force résistive appelée la viscosité et elle donnée par la relation:

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (\text{I.1})$$

La viscosité d'un fluide μ mesure sa résistance à la déformation lorsqu'une contrainte de cisaillement est appliquée. Plus la viscosité est faible, et plus le liquide s'écoulera facilement et à l'inverse, pour une viscosité élevée, il s'écoulera plus lentement.

La viscosité dépend de plusieurs facteurs :

- La pression
- La contrainte et la vitesse de cisaillement
- La température
- Le temps

¹ Isaac Newton réalise une expérience pour démontrer l'influence de viscosité sur l'écoulement d'un fluide.

Il existe certaines substances pour lesquelles la viscosité n'est pas constante avec la contrainte de cisaillement (fluides non Newtoniens). Leur coefficient de viscosité dynamique est alors appelé viscosité apparente et noté μ_{app} .

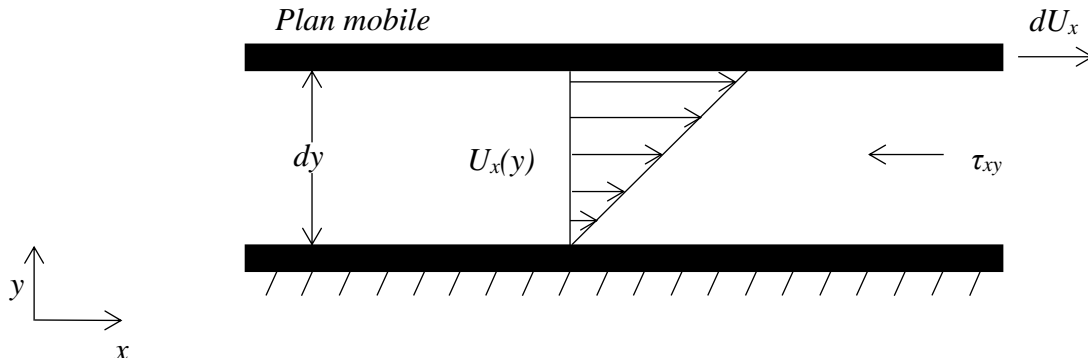


Figure I. 1 : Cisaillement simple d'un fluide newtonien entre deux plaques planes parallèles (expérience de la plaque mobile).

I.2.1.2 Contrainte de cisaillement

A partir de l'expérience des plaques parallèles (Figure I.1) où la plaque est mobile à la vitesse U , les particules fluides en contact avec la plaque mobile auront la même vitesse. Cette vitesse des particules fluides diminue lorsqu'on se déplace vers la paroi fixe où la vitesse est nulle.

Une contrainte de cisaillement τ est une contrainte mécanique qui apparaît au cours du mouvement entre deux couches fluides voisines, en d'autres termes lorsqu'on est en présence d'un mouvement relatif des couches les unes sur autres.

$$\tau = \frac{F}{S} = \mu \frac{du}{dy} \quad (I.2)$$

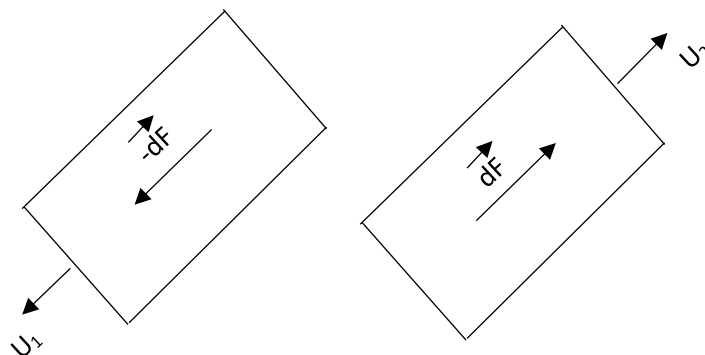


Figure I. 2 : Forces de frottement s'exerçant sur deux couches adjacentes lors de cisaillement.

I.2.1.3 Déformation (Shear strain)

Les résultats de l'action d'une force externe peuvent être soit un mouvement de corps dans l'espace dans son ensemble, soit une modification de sa forme. Le changement de la forme d'un corps est essentiellement représenté la modification des distances entre différents sites à l'intérieur d'un matériau, et ce phénomène s'appelle la déformation. Cette dernière n'est qu'un concept géométrique et toutes les interprétations de ce concept ont des images géométriques claires.

Le changement de distance entre des points à l'intérieur d'un corps peut être surveillé en suivant le changement de très petite distance entre deux points voisins. Donc on peut dire que la déformation γ est appliquée. Autrement dit c'est la tangente de l'angle de déformation α qui est le rapport entre la longueur de la déformation et la longueur perpendiculaire dans le plan de la force.

$$\gamma = \frac{d\xi}{dy} = \tan(\alpha) \approx \alpha \quad (\text{I.3})$$

I.2.1.4 Vitesse de déformation (Shear rate)

La vitesse de cisaillement ou le taux de cisaillement noté $\dot{\gamma}$ est défini comme la variation de la déformation par rapport au temps :

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{d\xi}{dy} = \frac{d}{dy} \frac{d\xi}{dt} = \frac{du_i}{dy} \quad (\text{I.4})$$

D'après la figure I.3 la composante de la vitesse suivant x est $u_i = d\xi/dt$, la vitesse de déformation est donc égale au taux de cisaillement qui ont dans le cas particulier du cisaillement simple est le dérivé de vitesse axiale u_i par rapport la position x_j .

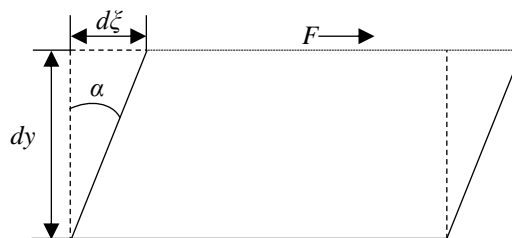


Figure I. 3: Déformation d'une particule de fluide.

I.2.1.5 Les Rhéogrammes :

Ce sont des courbes de représentation graphique qui traduisent le comportement des fluides sous l'effet d'une force mécanique. Le comportement de fluide n'est pas stable et peut être différent si l'on change la contrainte mécanique appliquée, en son sein la viscosité varie et cela peut rendre le fluide de déformer différemment.

Les relations entre les grandeurs rhéologiques $(\tau, \dot{\gamma}, \mu)$ donc une fonction d'état du fluide caractérisées par des rhéomètres.

$$\tau = f\left(\dot{\gamma}\right) \quad (\text{I.5})$$

$$\mu = f\left(\dot{\gamma}\right) \quad (\text{I.6})$$

I.3 Différents comportements rhéologiques à température et pression constantes

Généralement les fluides sont divisés en deux familles, la classification est faite selon les plus importantes propriétés «la viscosité », pour cela nous devons savoir comment elle varie. Cette propriété est affectée par deux paramètres, la température et la contrainte mécanique, dans le but de classer les fluides nous devons surveiller la variation selon ce dernier.

I.3.1 Comportement Newtonien

Les fluides de comportement newtoniens sont des fluides pour lesquels le taux de déformation est linéairement proportionnel à la contrainte de cisaillement, sa viscosité est constante avec la contrainte de cisaillement (Figure I.4). Les fluides les plus courants tels que l'eau, l'air et les huiles sont des fluides newtoniens.

Dans un écoulement de cisaillement unidimensionnel des fluides newtoniens, la contrainte de cisaillement est exprimée par la relation linéaire :

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = cte \quad (\text{I.7})$$

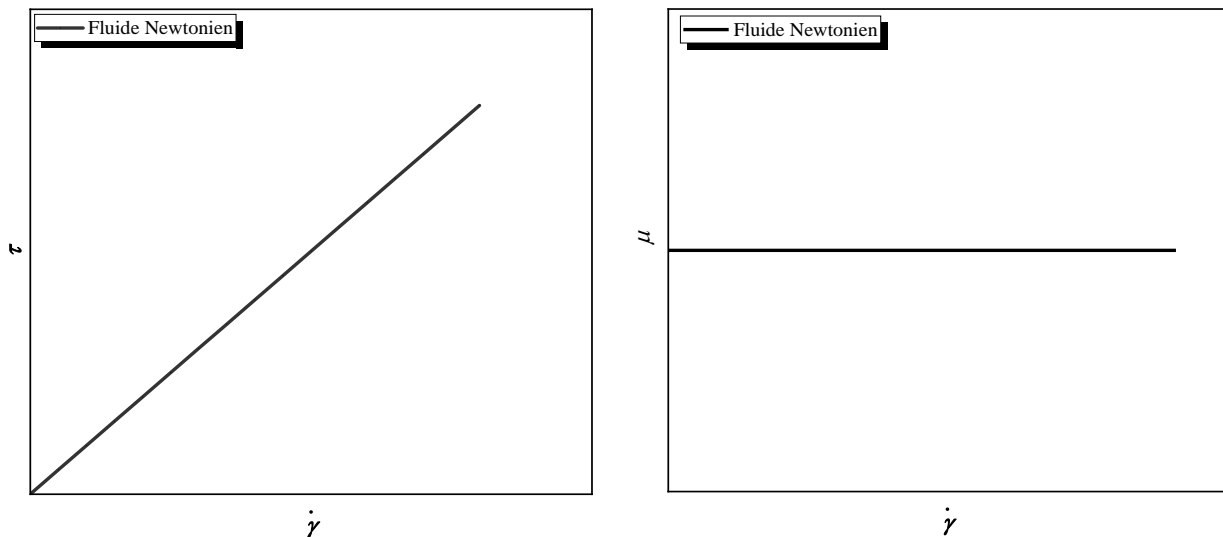


Figure I. 4 : Variation de la contrainte de cisaillement et de la viscosité en fonction de la vitesse de déformation.

I.3.2 Comportement non-Newtoniens

Un fluide non newtonien est défini par le fait que sa viscosité n'est pas constante et peut être dépendre de paramètres liés à l'écoulement ou encore du temps, nous répertorions dans cette partie la plupart des comportements rencontrés lorsque l'on manipule ces matériaux.

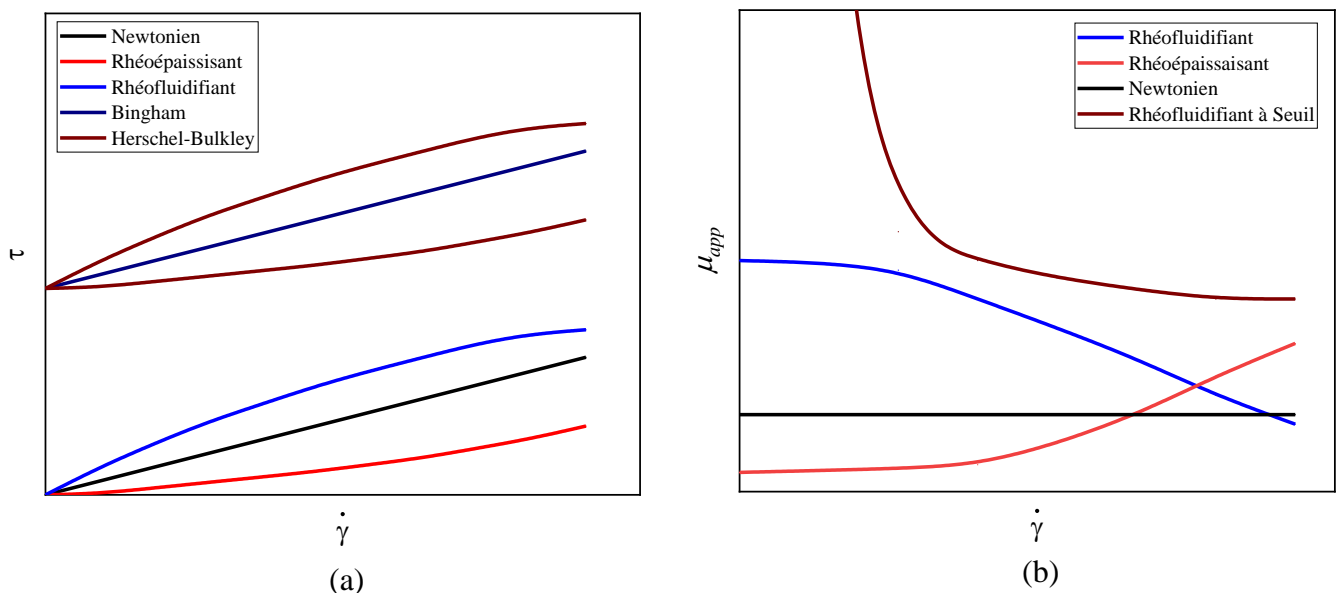


Figure I. 5 : Allure des courbes des grandeurs rhéologiques des principaux types de fluide :
(a) Contrainte de Cisaillement (b) Viscosité.

I.3.2.1 Fluides Indépendant du temps

Les fluides de comportement non-newtoniens indépendants du temps sont les fluides qui obéissent à la relation (I.8), la figure I.5 illustre les comportements rhéologiques fréquemment rencontrés.

$$\tau_{ij} = \mu(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \quad (\text{I.8})$$

Où la viscosité $\mu(\dot{\gamma})$ dépend de vitesse de déformation.

On distingue 3 types des fluides indépendants du temps :

I.3.2.1.a Les fluides Pseudo-plastiques (Rhéofluidifiants)

Ce sont des liquides définis par une rhéogramme dont la concavité est tournée vers le bas Figure I.5a, et lorsque le cisaillement augmente sa viscosité apparente μ_{app} diminue figure I.5b, le fluide devient alors moins visqueux. La modélisation de ces types est donnée par la loi de puissance proposée par Ostwald 1925 :

$$\tau = K \cdot \dot{\gamma}^n \quad (\text{I.9})$$

Où l'indice de comportement $n < 1$.

I.3.2.1.b Les fluides Dilatant (Rhéoépaississant)

Ce sont des liquides définis par un rhéogramme possédant une concavité tournée vers le haut, et qui ont une viscosité apparente qui augmente en fonction de la vitesse de déformation, le fluide devient alors plus visqueux. Ces types des fluides sont modélisés par la loi de puissance.

$$\tau = K \dot{\gamma}^n \quad (\text{I.10})$$

Avec $n > 1$.

I.3.2.1.c Les fluides Viscoplastiques

Les matériaux viscoplastiques sont caractérisés par une contrainte de seuil critique. Ils ont un comportement solide lorsque la contrainte de cisaillement τ est inférieure à la contrainte de cisaillement critique τ_s , et lorsque $\tau > \tau_s$ le matériau est traité comme un fluide. On suppose que

le matériau ne s'écoule que lorsque la contrainte τ qui lui est appliquée dépasse la contrainte seuil, on peut expliquer ce type de comportement des fluides en supposant que le matériau viscoplastique au repos est constitué de structures tridimensionnelles suffisamment rigides pour résister à toute contrainte extérieure inférieure à τ_s [2], leurs viscosités diminuent en fonction de la contrainte mécanique appliquée. Ces fluides représentés par trois modèles.

➤ **Modèle de Bingham :**

C'est le modèle de fluide viscoplastique le plus simple qui est nommé d'après le professeur Bingham, l'inventeur du nom Rhéologie. Le modèle se comporte comme un fluide newtonien lorsqu'il s'écoule, et l'équation constitutive en cisaillement simple est :

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_s + \mu_p \cdot \dot{\gamma} && \text{Pour } \tau > \tau_s \\ \dot{\gamma} &= 0 && \text{Pour } \tau \leq \tau_s \end{aligned} \quad (\text{I.11})$$

➤ **Modèle de Herschel-Bulkley :**

Ce modèle est caractérisé comme une combinaison entre un fluide de loi de puissance et une contrainte à seuil.

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_s + K \cdot \dot{\gamma}^n && \text{Pour } \tau > \tau_s \\ \dot{\gamma} &= 0 && \text{Pour } \tau \leq \tau_s \end{aligned} \quad (\text{I.12})$$

➤ **Modèle de Casson :**

Certains matériaux ont un comportement non-newtonien au-delà du de la contrainte seuil. Il s'agit du fluide de Casson représenté par la relation :

$$\begin{aligned} \sqrt{\tau} &= \sqrt{\tau_s} + \sqrt{\mu_p \dot{\gamma}} && \text{Pour } \tau > \tau_s \\ \dot{\gamma} &= 0 && \text{Pour } \tau \leq \tau_s \end{aligned} \quad (\text{I.13})$$

Température	n	τ_s	K
15,56°C (60°F)	0.75	8.8125	0.4467
18,33°C (70°F)	0.78	1.8319	0.2830
21,11°C (70°F)	0.71	0.6505	0.2470
23,89°C (75°F)	0.99	0.4192	0.0305

Tableau I. 1 : Valeurs de paramètres rhéologiques du pétrole brut d'Afrique du Nord pour différentes températures [3].

I.3.2.2 Les fluides dépendent du temps

Les fluides non newtoniens dépendant du temps présentant une variation dans la viscosité avec le temps dans des conditions de vitesse de cisaillement constante, ils sont divisés en deux types l'un appelé thixotropique, l'autre type est appelé rhéopectique.

I.3.2.2.a Les fluides Thixotropiques

Dans un taux de cisaillement constant, la viscosité diminue de manière monotone (Figure I.6a) [4]. Il peut définir aussi les fluides qui présentent l'hystérèse dans le rhéogramme $\tau = f(\dot{\gamma})$.

I.3.2.2.b Les Fluides Rhéopectique

Dans un taux de cisaillement constant, la viscosité augmente de manière monotone. Ces fluides sont également appelés fluides anti-thixotropes. (Figure I.6b)

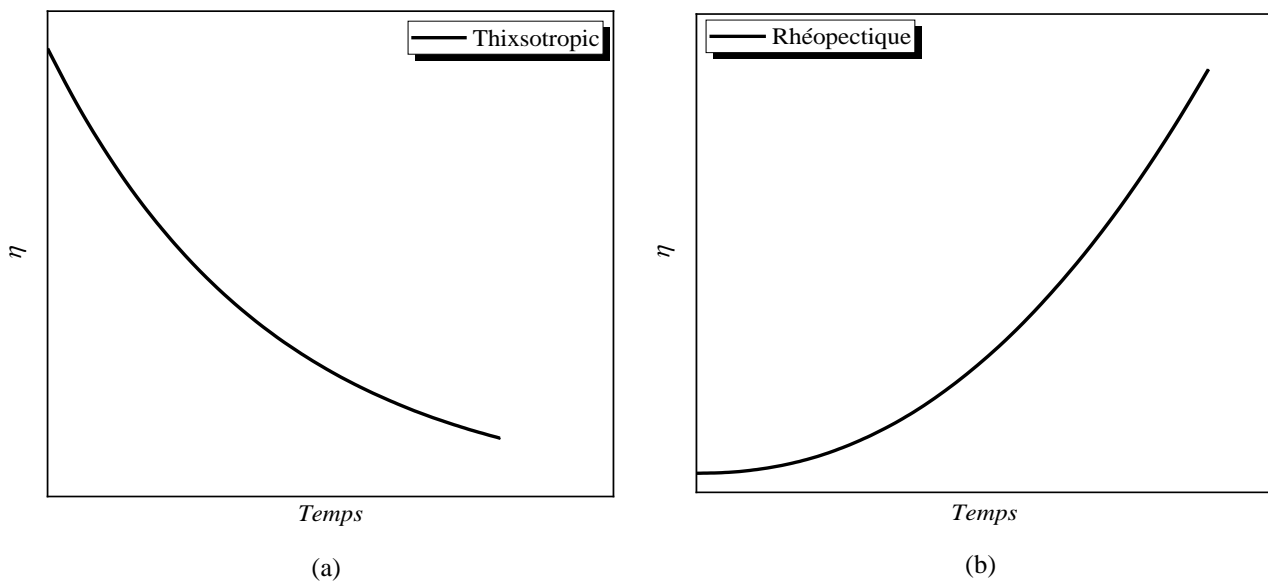


Figure I. 6 : Variation de la viscosité en fonction de temps pour les fluides : (a) thixotropes, (b) Rhéopectique.

I.4 Modèles de la viscosité apparente

I.4.1 Modèle à la loi en puissance (loi d'Ostwald)

La loi d'*Ostwald-de Waele* est un modèle simple permettant de modéliser facilement la viscosité apparente d'un fluide non-newtonien sans seuil et s'exprime de la manière suivante :

$$\mu = K \dot{\gamma}_{ij}^{n-1} \quad (\text{I.14})$$

Ce modèle ne permet pas de prédire la viscosité au très faibles cisaillements ($\dot{\gamma} \rightarrow 0$) et grand cisaillement ($\dot{\gamma} \rightarrow \infty$).

I.4.2 Modèle de Cross

C'est un modèle qui représente la viscosité des fluides non newtoniens et sans contrainte critique, il s'énonce comme suit :

$$\frac{\mu_{app} - \mu_{\infty}}{\mu_0 - \mu_{\infty}} = \frac{1}{1 + (\lambda \dot{\gamma})^m} \quad (\text{I.15})$$

I.4.3 Modèle de Carreau-Yassuda

Ce modèle permet l'ajustement d'un rhéogramme sur toute la gamme de vitesse de cisaillement et s'exprime de la manière suivante :

$$\frac{\mu_{app} - \mu_{\infty}}{\mu_0 - \mu_{\infty}} = (1 + (\lambda \dot{\gamma})^2)^{\frac{m-1}{2}} \quad (\text{I.16})$$

I.4.4 Modèle de Krieger et Dougherty

Ce modèle décrit les fluides indépendants du temps, ils considèrent un matériau d'agrégats rigides dans un milieu continu de fluide d'une viscosité μ_{∞} . Quand la contrainte de mécanique est appliquée, le matériau s'écoule et sa formule s'écrit comme suit :

$$\frac{\mu_{app} - \mu_{\infty}}{\mu_0 - \mu_{\infty}} = \left(\frac{1}{1 + \frac{\tau}{\tau_s}} \right) \quad (\text{I.17})$$

I.5 Nombres Adimensionnelles

I.5.1 Nombre de Reynolds de Metzner et Reed

Le nombre de Reynolds caractérise le régime d'un écoulement de fluide ce nombre défini comme un rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. Pour un fluide non-Newtonien puisque, la viscosité dépend de la vitesse de cisaillement, il en est de même pour le nombre de Reynolds, ce dernier est donc fonction de la loi de comportement rhéologique. Dans ce cas, Metzner et Reed (1955) proposent une formule qui dépend de l'indice d'écoulement et de la consistance pour calculer le nombre de Reynolds :

$$\text{Re} = \frac{\rho d^n u^{2-n}}{8^{n-1} K \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n} \quad (\text{I.18})$$

Pour le cas de fluide viscoplastique (modèle de Bingham) qui est considéré comme un fluide Newtonien quand il commence à s'écouler. Si $\tau > \tau_s$, il est possible d'utiliser la viscosité plastique μ_p pour la détermination de nombre de Reynolds.

$$\text{Re} = \frac{\rho du}{\mu_p} \quad (\text{I.19})$$

I.5.2 Nombre de Bingham

Ce nombre est défini comme le rapport entre la force plastique de contrainte de seuil τ_s et les forces visqueuses pour un fluide Bingham ou de Casson, on utiliserait la viscosité plastique, c'est-à-dire $\mu_0 = \mu_p$. Pour les fluides tels que Herschel-Bulkley, on inclurait généralement la viscosité donnée par la définition $\mu_0 = \frac{K U^{n-1}}{d^{n-1}}$.

$$\text{Bn} = \frac{\tau_s d}{\mu_p U} \quad (\text{I.20})$$

Où d est le diamètre (longueur caractéristique) et U la vitesse.

I.5.3 Nombre de Hedström

C'est le résultat de produit de nombre de Reynolds et le nombre de Bingham.

$$He = \frac{(\rho d^2) \tau_s}{\mu_p} \quad (\text{I.21})$$

I.6 Notions sur la perte de charge

La perte de charge représente la dissipation de l'énergie d'un fluide en mouvement. Cette dissipation s'exprime en termes de chute de pression. La perte de charge se divise en deux types principaux.

I.6.1 Perte de charge régulière (linéaire)

La perte de charge régulière ou linéaire est la perte d'énergie de fluide lors de son mouvement, elle est due à la résistance à l'écoulement (la viscosité), aux frottements entre les molécules de fluide lui-même et les frottements latéraux.

$$\Delta p = \frac{fL\rho U^2}{2d} \quad (\text{I.22})$$

I.6.1.1 Ecoulement laminaire

Le coefficient de friction pour le fluide newtonien dans une conduite cylindrique en régime laminaire est donné par :

$$f = \frac{64}{\text{Re}} \quad (\text{I.23})$$

Pour un fluide viscoplastique de Bingham la formule (I.23) devient [5] :

$$f = \frac{64}{\text{Re}} + \frac{10.67 + 0.1414(He / \text{Re})^{1.143}}{[1 + 0.0149(He / \text{Re})^{1.16}] \text{Re}} \left(\frac{He}{\text{Re}} \right) \quad (\text{I.24})$$

I.6.1.2 Ecoulement turbulent

Dans un écoulement turbulent l'équation de Colebrook s'exprime le coefficient de la perte de charge linéaire f et donnée par :

$$\frac{1}{f} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon_r}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad (\text{I.25})$$

Où ε_r est la rugosité de la conduite.

I.6.2 Perte de charge Singulière

Ce type de perte est provoquée par des obstacles ou accessoires qui freinent ou changent la direction du fluide comme (variation de géométrie, vannes coudes, ... etc.) (figure I.8). Ces pertes sont données par la relation :

$$\Delta p = K \frac{\rho U^2}{2} \quad (\text{I.26})$$

I.6.2.1 Type des raccords

Les raccords sont des composants de liaison qui aide de connectez différents composants de l'installation, ainsi que le changement de la direction du flux et le changement de taille de la conduite. On classifie les raccords des tuyauteries suivant leur fonctionnement :

Raccords du raccordement	Raccords de changement de direction	Raccords de changement de taille
✓ Vannes	✓ Coudes 45°	✓ Elargissement
✓ Clapet anti retour	✓ Coudes 90°, 180° (long Radius, Short Radius)	✓ Rétrécissement
✓ Brides	✓ Tés	(Réducteur concentrique, Réducteur excentrique)

Tableau I. 2 : La classification des types des raccorderais plus fréquent dans l'industrie.



Figure I. 7 : Types de Raccords SONATRACH DP. Module 1, Hassi R'mel.

I.6.3 Coefficient de perte de charge singulière

Ce coefficient exprime la perte de pression causée par le changement de forme de la géométrie ou de la direction de l'écoulement. Ce coefficient dépend essentiellement au type de singularité et de sa forme géométrique.

I.6.3.1 Méthodes de détermination de coefficient K

I.6.3.1.a Méthode de longueur équivalente :

Le coefficient de perte de charge d'un raccord peut s'exprimer en termes d'une longueur équivalente d'une conduite droite de même diamètre (linéarisation d'une géométrie singulière), elle s'obtient de l'équation de Darcy-Weisbach.

$$\frac{L_e}{d} = \frac{K}{f} \quad (\text{I.27})$$

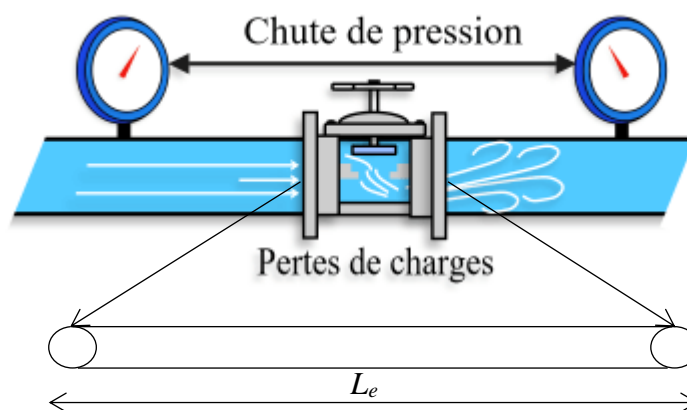


Figure I. 8 : Illustration graphique de la méthode de longueur équivalente.

Cette méthode a un inconvénient que le coefficient de perte singulière ne dépend pas que de la longueur de raccord mais aussi du diamètre et du nombre de Reynolds.

I.6.3.1.b Méthode de $2K$ (William Hooper)

La méthode $2K$ est une technique développée par William Hooper, elle permet à l'utilisateur de prédire la perte de charge à travers les raccords d'une conduite (coude, valve té). Comme son nom l'indique, deux coefficients K sont utilisés pour caractériser le raccord qui combinés aux conditions d'écoulement (nombre de Reynolds) et aux dimensions de la conduite, peuvent être utilisés pour calculer la valeur K . Ce coefficient est utilisé pour calculer la perte de charge ou de pression produite dans la canalisation. La méthode $2K$ est plus précise que la méthode de la longueur équivalente car elle applique une constante supplémentaire pour améliorer la caractérisation de la perte de pression du raccord avec la variation du nombre de Reynolds.

$$K = \frac{K_1}{Re} + K_\infty \left(1 + \frac{1}{d}\right) \quad (I.28)$$

Avec :

K_1 : est K à $Re = 1$.

K_∞ : est K à $Re = \infty$.

Il y a une autre extension de la méthode $2K$ appelée méthode $3K$, qui ajoute un troisième coefficient K , ce qui rend cette méthode plus précise que la méthode particulier $2K$.

I.6.3.1.c Méthode de $3K$ (Ron Darby)

La méthode $3K$ proposé par Ron Darby est permet à l'utilisateur de caractériser la perte de pression pour les raccords traversant une conduite. Trois coefficients K sont utilisés pour caractériser le raccord, qui est combinés les conditions d'écoulement et le diamètre de la conduite, peuvent être utilisés pour calculer la valeur K du raccord. La méthode $3K$ est une amélioration de la méthode de $2K$. Alors que la méthode $2K$ améliore la méthode de longueur équivalente en caractérisant le changement de perte de pression dû à la variation du nombre de Reynolds. La méthode $3K$ améliore encore la précision de la prévision de la chute de pression en caractérisant également le changement des proportions géométriques d'un raccord quand sa

taille change. Cela rend la méthode $3K$ particulièrement précise pour un système avec de grands raccords.

$$K = \frac{K_m}{\text{Re}} + K_i \left(1 + \frac{K_d}{d^{0.3}}\right) \quad (\text{I.29})$$

I.7 Travaux antérieurs

Dans la littérature, il y'a plusieurs recherches intéressantes sur les écoulements des fluides que soient Newtonien ou complexes à travers des singularités et qui jouent un grand rôle dans la vie quotidienne et dans l'industrie de transport des hydrocarbures comme l'élargissements, les rétrécissements, les vannes, ... etc. Nous allons citer les différentes études faites sur l'élargissement brusque qui est le but de la présente étude.

Les études des écoulements à travers les conduites comportant des singularités ont été lancées par [6],[7] qui ont étudié numériquement et expérimentalement l'écoulement laminaire des fluide visqueux dans une conduite avec une expansion brusque, il ont montré reporté une dépendance entre la zone de recirculation et le nombre de Reynolds. Ce résultat a permis par la suite à de nombreux chercheurs [8],[9] à déterminer des corrélations mathématiques entre les grandeurs de la zone de recirculation et le nombre de Reynolds, ces corrélations montrent aussi la dépendance avec le rapport d'aspect de l'élargissement.

Dans le même axe, [10] présente une étude numérique d'écoulement Newtonien qui passe à travers un élargissement brusque axisymétrique de rapport d'aspect 1 : 2.6. Ils ont analysé le coefficient de perte de charge par dissipation d'énergie cinétique, par conséquence, ils ont formulé une corrélation qui prédit le coefficient de perte de charge en fonction du nombre de Reynolds. Ce résultat a permis à [11] de reformuler sa corrélation pour une variété de rapport d'aspect de l'élargissement compris entre [1,5 – 4]. Ce coefficient a été investigué pour diffuseur axisymétrique par [12] en fonction de nombre de Reynolds et de l'angle de diffusion.

Concernant les fluides non newtoniens, une étude d'écoulement axisymétrique d'un fluide de la loi d'Ostwald-de Waele (loi en puissance) dans un élargissement brusque était faite en deux parties, numérique [13] suivie par une étude expérimentale [14] a montré que l'établissement de champ de vitesse et l'écoulement secondaire (zone de recirculation) est affecté par l'indice de comportement n . Cet effet a été prouvé plus tard par [15] dont les résultats ont montré une relation entre champ de vitesse et l'écoulement secondaire et le coefficient de perte de charge.

Des autres types des fluides Non-Newtoniens y compris les fluides viscoplastiques, ont reçu beaucoup d'attention dans plusieurs travaux de recherche expérimentaux et numériques. [16] a étudié numériquement l'influence des nombres de Bingham et de Casson dans un écoulement laminaire à travers un élargissement brusque axisymétrique 1: 2. Leurs résultats ont montré une diminution de la longueur et de l'intensité d'écoulement secondaire avec l'augmentation des forces plastique dans l'écoulement. En outre, l'effet des forces plastiques élevé a été observé par [17] et [18] où l'établissement d'écoulement après l'expansion a été plus rapide que pour un fluide Newtonien et les zones de recirculation restent élargies en fonction de rapport d'aspect.

Un autre phénomène a été observé dans les écoulements des fluides viscoplastiques est l'apparition des zones rigides (corps solides) non cisailées.[19],[20],[21] ont montré que ces zones sont élargies par les forces plastiques, à cet égard, [22] a analysé le coefficient de perte de charge pour le fluide de Bingham à travers un élargissement et rétrécissement brusque, il a élaborer corrélations en fonction de nombre du Reynolds et du taux de seuil adimensionné.

L'écoulement de fluide de Herschel-Bulkley était également présent dans de nombreuses études. [23],[24] ont étudié numériquement le développement de ce fluide dans une expansion carrée en trois dimensions, les résultats montrent que deux régions de recirculation et des zones rigides se forment dans les angles lors de l'évolution de l'écoulement, ces zones diminuent avec le gradient de pression et le nombre de Reynolds et augmentent avec l'indice de comportement. Dans le même sens, [25] a confirmé qu'une forte interaction entre les nombres de Bingham, de Reynolds et leur influence sur la formation et la dissolution des zones rigides et les zones de recirculation dans l'angle de l'expansion et sur la taille et l'emplacement des zones rigides centrales.

Dans l'écoulement axisymétrique [26] ont fait une étude expérimentale et numérique axisymétrique sur l'écoulement laminaire d'un fluide viscoplastique à travers un élargissement brusque. Ils ont étudié l'influence de variation du nombre de Hedström et de Reynolds sur l'écoulement, ils ont trouvé que pour les faibles nombres de Reynolds, une région de fluide non mobile était observée immédiatement en aval de la marche et il n'existe aucune zone d'écoulement secondaire. Pour les plus grands nombres de Reynolds, une zone de recirculation se forme en aval de la marche, suivie par une zone de fluide stagnant adjacente à la paroi de la conduite. Dans une étude ultérieure pour la même géométrie, [27] a montré une grande influence de l'indice de comportement n de fluide d'Herschel-Bulkley sur la structure

d'écoulement. L'indice n subit une variation dans le même sens que le nombre de Reynolds et une variation dans le sens inverse du nombre de Bingham, ce résultat a été confirmé aussi par [28] qui a montré que la longueur de la zone de recirculation augmentée de façon non-linéaire avec l'indice de comportement.

L'influence de l'amincissement par cisaillement a été étudiée par [29] en utilisant un écoulement viscoplastique à travers un élargissement brusque axisymétrique de rapport d'aspect 1 : 4, l'étude a montré que les limites des zones rigides ne peuvent pas apparaître pour $\dot{\gamma}_c = 0$. Ce résultat exige que la valeur de $\dot{\gamma}_c$ doit être le plus petit possible, ainsi que l'inertie et les contraintes de seuil agissent de manière opposée (la taille du vortex augmente avec l'augmentation de l'inertie, tandis que la contrainte seuil diminue avec la taille du vortex et augmente celle des zones rigide). Ces résultats obtenus aussi par [30] ont montré aussi que les zones rigides augmentent la chute de pression à travers l'expansion en raison de la forte résistance à l'écoulement.

Pour déterminer le facteur de friction d'écoulement laminaire de fluide de Bingham et de Herschel-Bulkley, [5] et [31] ont fait une étude analytique pour résoudre le problème rencontré dans les écoulements en charge qui sont le coefficient de friction inconnu, le débit inconnu et le diamètre inconnu. Contrairement aux fluides newtoniens et à loi de puissance pour lesquels les équations explicites soient accessibles, pour les fluides de Bingham y'a pas de telles équations utilisables. Des équations explicites ont été donc proposées pour l'écoulement de ces fluides en régime laminaire.

CHAPITRE II

FORMULATION MATHÉMATIQUE

Chapitre II

Formulation Mathématique

Introduction

Dans ce chapitre nous allons présenter, les équations fondamentales qui est modélisant le phénomène étudié, elles expriment la continuité, la conservation de quantité de mouvement (de Navier-Stokes) et les conditions aux limites.

II.1 Description du Géométrie

Un écoulement de fluide newtonien et viscoplastique à travers un élargissement brusque axisymétrique de rapport d'aspect $\delta = [1: 1, 5, 1: 2, 1: 3 \text{ et } 1: 4]$ a été considéré comme il est illustré à la figure II.1. La longueur de section d'entrée (amont) est $L_u = d_1$, et la longueur de la section de l'aval est $L_d = 120d_1$.

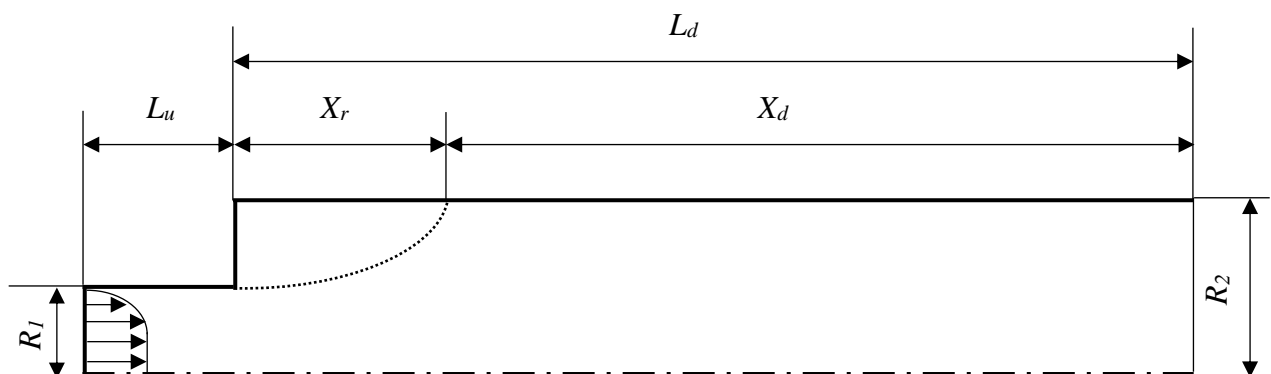


Figure II. 1 : Géométrie du domaine étudié.

II.2 Équations gouvernantes

Ont considérés que l'écoulement dans la présente étude est bidimensionnels axisymétrique, permanents, laminares et le fluide non-Newtonien et incompressible. Ces écoulements sont gouvernés par les équations qui traduisant le transport de la masse, et de la quantité de mouvement :

II.2.1 Équation de continuité :

La conservation de la masse s'exprime par l'équation.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{II.1})$$

II.2.2 Équations de transport de quantité de mouvement :

L'application de la deuxième loi de Newton sur un volume de contrôle élémentaire de fluide donne l'équation de conservation de mouvement. Elle relie le mouvement de fluide et les causes qui les produisent avec leurs caractéristiques.

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rx}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta x}}{\partial \theta} \right) \quad (\text{II.2})$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w^2}{r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \left(\frac{\partial \tau_{xr}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rr}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} \right) \quad (\text{II.3})$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{vw}{r} \right) = - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \left(\frac{\partial \tau_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\theta}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\tau_{\theta r} - \tau_{r\theta}}{r} \right) \quad (\text{II.4})$$

Le tenseur des contraintes est donné par :

$$\tau_{ij} = 2\eta \dot{\gamma} D_{ij} \quad (\text{II.5})$$

D_{ij} est le tenseur de taux de déformation exprimé par :

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II.6})$$

Le taux de cisaillement ($\dot{\gamma}$) est lié au deuxième invariant du tenseur de taux de déformation (D_{ij}) par :

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2D:D} = \sqrt{2 \left[\left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right] + \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right]^2} \quad (\text{II.7})$$

II.2.3 Hypothèses simplificatrices :

Pour cette étude nous avons considéré les hypothèses de simplification suivantes :

- ✓ L'écoulement est axisymétrique
- ✓ Le fluide suit le modèle de Bingham

Après la simplification, on trouve :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} = 0 \quad (\text{II.8})$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rx}) \right) \quad (\text{II.9})$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \left(\frac{\partial \tau_{rx}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rr}) \right) \quad (\text{II.10})$$

II.3 Conditions aux limites :

Les conditions aux limites appliquées au domaine étudié sont :

✓ **Entrée :**

A l'entrée un profil de vitesse d'un écoulement pleinement développé d'un fluide de Bingham est imposé.

$$u \neq 0, v = 0 \quad (\text{II.11})$$

✓ **Parois :**

Sur les parois solides nous imposant la condition de non glissement.

$$u = 0, v = 0 \quad (\text{II.12})$$

✓ **Axe :**

Sur l'axe on utilise la condition de symétrie.

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial r} = v = 0 \quad (\text{II.13})$$

✓ **Sortie :**

Une condition de pression constante est imposée à la sortie, cette dernière correspond à la pression atmosphérique.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = p = 0 \quad (\text{II.14})$$

II.4 Méthode de Régularisation

Le modèle de Bingham plastique est donné par :

$$\tau_{ij} = \tau_s + \mu_p \cdot \dot{\gamma}_{ij} \quad \text{Pour } \tau_{ij} > \tau_s \quad (\text{II.15})$$

$$\dot{\gamma}_{ij} = 0 \quad \text{Pour } \tau_{ij} \leq \tau_s \quad (\text{II.16})$$

La viscosité apparente est donnée par :

$$\eta_{app} = \mu_p + \frac{\tau_s}{\dot{\gamma}_{ij}} \quad \text{Pour } \tau_{ij} > \tau_s \quad (\text{II.17})$$

$$\eta_{app} = \infty \quad \text{Pour } \tau_{ij} \leq \tau_s \quad (\text{II.18})$$

Dans le but d'éviter la discontinuité dans tous les modèles viscoplastiques et d'obtenir un modèle utilisable pour tout le domaine de l'écoulement des zones rigides [32] a proposé une équation constitutive modifiée valable que ce soit dans les zones cisillées ou les zones non-cisillées, la modification lorsqu'elle est appliquée au modèle de Bingham devient :

$$\tau_{ij} = \tau_s \left[1 - \exp(-m \dot{\gamma}_{ij}) \right] + \mu_p \dot{\gamma}_{ij} \quad (\text{II.19})$$

Cette dernière équation peut aussi être appliquée en même temps pour les zones cisillées et rigides.

Où $m = 1000 \text{ s}$, la valeur de m a été choisie en se basant sur la littérature [18],[22]. Il est clair dans la figure (II.2) que l'équation modifiée par imite le modelé de Bingham idéal pour les valeurs de l'exposant m suffisamment grand.

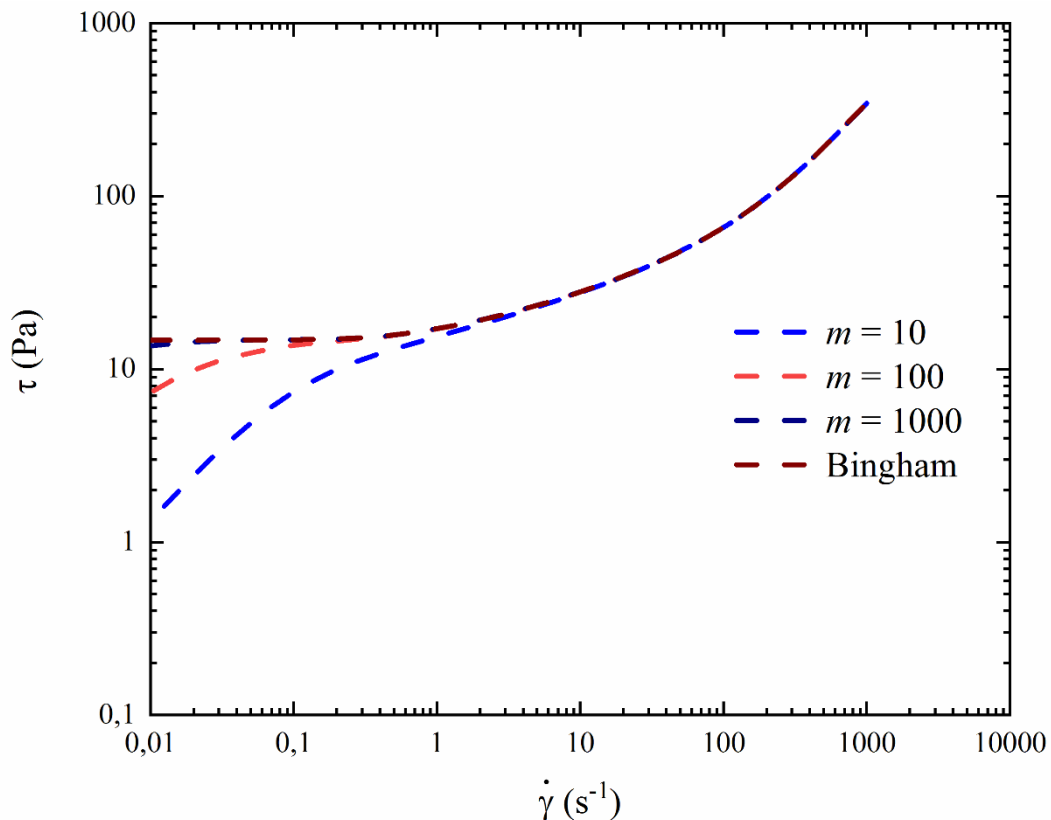


Figure II. 2 : τ en fonction de $\dot{\gamma}$ selon l'équation constitutive de Bingham modifiée pour plusieurs valeurs de l'exposant m .

II.5 Profil de Vitesse

Le profil de vitesse d'un écoulement laminaire pleinement développé d'un fluide viscoplastique de Bingham à une caractéristique n n'existe pas dans les autres fluides. Le détail sur les profils de vitesse d'un fluide viscoplastique de Bingham à travers une conduite cylindrique est donné dans la suite.

II.5.1 Écoulement laminaire en conduite cylindrique d'un fluide de Bingham

En régime laminaire, les couches de fluide s'écoulent sans qu'il y ait de mélange les unes sur les autres, la vitesse radiale est nulle. L'écoulement d'un fluide viscoplastique dans une conduite cylindrique est caractérisé par la présence d'une zone iso-vitesse au centre de l'écoulement et d'une zone à gradient de vitesse au voisinage de la paroi Figure II.3, le rayon critique r_s délimite les deux zones.

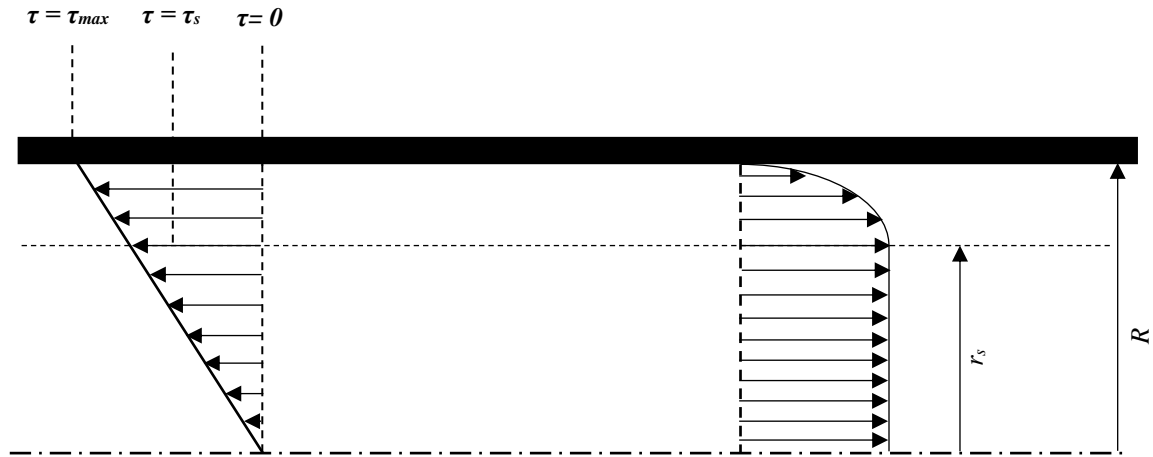


Figure II. 3 : Configuration d'écoulement du fluide de Bingham en conduite cylindrique et en régime laminaire.

On considère l'écoulement laminaire, stationnaire, incompressible et pleinement développé d'un fluide indépendant du temps dans un tube circulaire de rayon R comme illustré à la figure II. 3. La répartition des contraintes de cisaillement linéaire sur la section transversale de la conduite s'écrit comme suit :

$$\tau(r) = \frac{r \Delta P}{2 L} \quad (\text{II.20})$$

La contrainte de cisaillement étant nulle au niveau de l'axe du cylindre ($r = 0$) et maximale à la paroi ($r = R$).

$$\tau_p = \frac{R \Delta P}{2 L} \quad (\text{II.21})$$

De l'équation constitutive (II.15) on obtient :

✓ La zone cisailée

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau - \tau_s}{\mu_p} \quad (\text{II.22})$$

✓ La zone non cisailée

$$\dot{\gamma} = 0 \quad (\text{II.23})$$

On a :

$$\tau - \tau_s = \frac{\tau_p}{R}(r - r_s) = \pm \mu_p \dot{\gamma} = \pm \mu_p \frac{\partial u}{\partial r} \quad (\text{II.24})$$

$$\int_r^R \frac{\tau_p}{R}(r - r_s) dr = - \int_v^0 \mu_p du \quad (\text{II.25})$$

L'intégrale de l'équation (II.25) pour obtenir la distribution de vitesse :

$$u(r) = \frac{\tau_p}{\mu_p R} \left(\frac{R^2 - r^2}{2} - r_s(R - r) \right) \quad (\text{II.26})$$

Cette équation valable pour $r > r_s$

Si $r \leq r_s$

$$u(r) = \frac{\tau_p}{2\mu_p R} [R^2 - r_s^2] - \frac{\tau_p r_s}{R} (R - r_s) \quad (\text{II.27})$$

II.5.2 Débit volumique

Le débit volumique s'exprime comme la vitesse multipliée par la section transversale qu'il traverse, dans le présent cas, on distingue deux champs de vitesse, le débit volumique s'écrit comme :

$$Q = 2\pi r_s^2 u_s + \int_{r_s}^R r u(r) dr \quad (\text{II.28})$$

D'autre part on a :

$$\frac{Q \tau_p^3}{\pi R^3} = \int_0^{\tau_p} \tau^2 \dot{\gamma} d\tau \quad (\text{II.29})$$

On a :

$$\frac{\tau}{\tau_p} = \frac{r}{R} \quad (\text{II.30})$$

Equation (II.22) et (II.28) dans (II.27) on obtient :

$$\frac{Q \tau_p^3}{\pi R^3} = \int_{r_s}^R \left(\frac{r^2 \tau_p^2}{R^2} \right) \left(\frac{\tau_p}{R \mu_p} (r - r_s) \right) \left(\frac{\tau_p}{R} dr \right) \quad (\text{II.31})$$

$$Q = \frac{\pi \tau_p}{R \mu_p} \int_{r_s}^R r^2 (r - r_s) dr \quad (\text{II.32})$$

La relation de débit volumique s'écrit comme :

$$Q = \frac{\pi \tau_p R^3}{12 \mu_p} \left[3 - 4 \left(\frac{r_s}{R} \right) + \left(\frac{r_s}{R} \right)^4 \right] \quad (\text{II.33})$$

La vitesse moyenne U_m :

$$U_m = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{1}{12} \frac{\tau_p R}{\mu_p} \left[3 - 4 \left(\frac{r_s}{R} \right) + \left(\frac{r_s}{R} \right)^4 \right] \quad (\text{II.34})$$

II.5.3 Détermination du Rayon r_s

Lorsque le cisaillement tend vers la valeur zéro au centre de la conduite on a :

$$\tau(r) = \frac{r \tau_p}{R} \quad (\text{II.35})$$

La contrainte de cisaillement à la paroi s'écrit comme suit :

$$\tau_p = \frac{1}{2} f \rho u^2 \quad (\text{II.36})$$

Le facteur f peut déterminer par l'équation de Buckingham Reiner [33] :

$$f = \frac{16}{\text{Re}} \left[1 + \left(\frac{He}{6.2218 \text{Re}} \right)^{0.958} \right] \quad (\text{II.37})$$

Les équations (II.30) et (II.31), montrent la vitesse diminue au centre de la conduite lorsque le nombre de Bingham Bn augmente, cette diminution est caractérisée par un aplatissement au centre de conduite de rayon r_s .

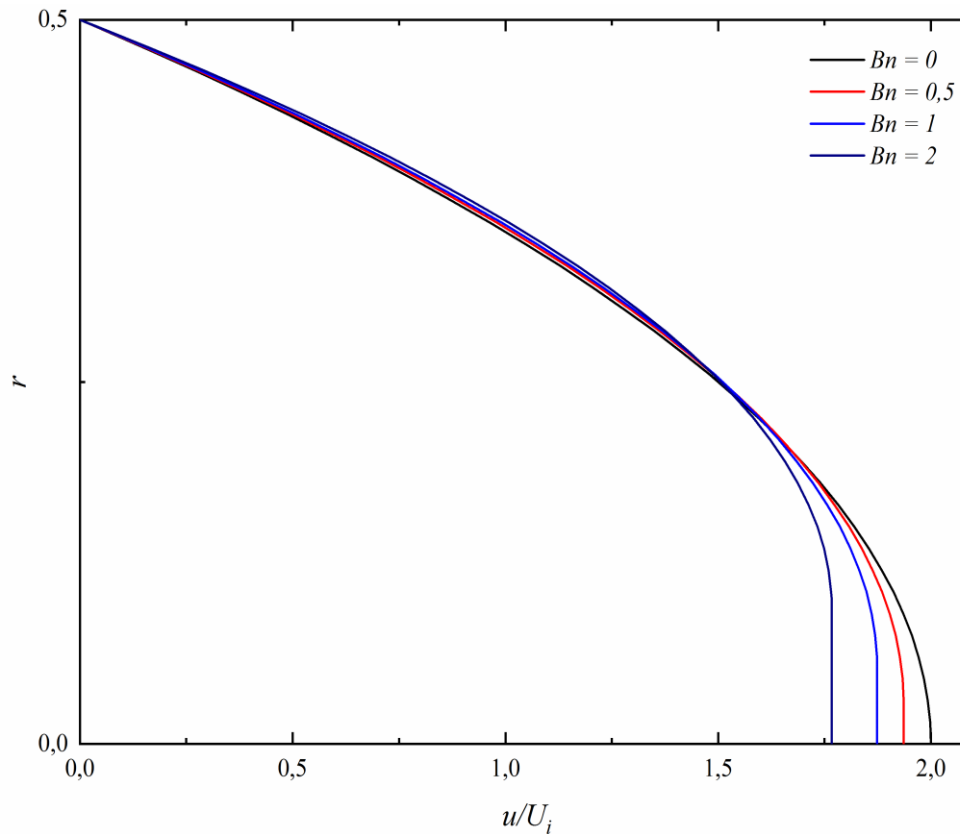


Figure II. 4 : Profils des vitesses d'entrée de l'élargissement tracée à l'aide de l'équation analytique pour les nombres de Bingham.

II.6 Perte de charge à travers l'élargissement

À travers l'élargissement la perte de charge totale s'exprime par la sommation de trois types de pertes (équation (II.38)) : la perte de charge linéaire, la perte de charge singulière et la perte de charge locale par dissipation d'énergie cinétique dans les zones de recirculation

$$\Delta p_{tot} = p_2 - p_1 = \Delta p_r - \Delta p_l - \Delta p_f \quad (\text{II.38})$$

Le frottement sur les parois produite une perte de charge linéaire s'écrit comme :

$$\Delta p_f = \Delta p_{f_1} + \Delta p_{f_2} \quad (\text{II.40})$$

$$\Delta p_{f_1} = f_i \frac{L_i}{d_i} \frac{1}{2} \rho u_i^2 \quad (\text{II.41})$$

Le coefficient de la perte de charge linéaire f pour un fluide de Bingham peut être calculer par l'équation (II.37) ou (I.24).

Le changement de section produite une perte singulière on le déterminée par application de l'équation de Bernoulli, soit :

$$-\Delta p_r = \frac{1}{2} \rho U_i^2 \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right) \quad (\text{II.42})$$

Par conséquence on peut déterminer la perte de charge locale par dissipation d'énergie cinétique comme :

$$\Delta p_l = \Delta p_{tot} - \Delta p_r - \Delta p_f \quad (\text{II.43})$$

Le coefficient de perte de charge locale par dissipation d'énergie cinétique s'écrit donc :

$$K_l = \frac{\Delta p_l}{\frac{1}{2} \rho U_i^2} \quad (\text{II.43})$$

II.7 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté :

- Une description du problème étudié et les équations mathématiques gouvernant l'écoulement de fluide viscoplastique selon le modèle de Bingham avec les conditions aux limite appliquées.
- Les profils de vitesse déterminés pour un écoulement viscoplastique suivant le modèle de Bingham en conduite cylindrique, ainsi que le débit volumique et la vitesse moyenne.
- Les coefficients de la perte de charge linéaire, singulière et le coefficient de perte de charge locale par dissipation d'énergie cinétique.

CHAPITRE III

MÉTHODES NUMÉRIQUES

Chapitre III

Méthodes Numériques

Introduction

Tous les écoulements de fluide sont gouvernés par les trois équations fondamentales, la conservation de la masse, la conservation de mouvement et la conservation d'énergie, qui sont généralement des équations aux dérivées partielles et qui sont difficiles à résoudre analytiquement [34]. Le CFD peut remplacer un système aux dérivées partielles continu par un système discret par les méthodes d'analyse numérique.

Dans ce qui suit, nous décrivons la méthode numérique, puis nous allons présenter le code Commercial ANSYS-Fluent utilisé pour la simulation numérique dans la présente étude.

III.1 Méthodes des volumes finis

Cette méthode permet la résolution des équations aux dérivées partielles (les équations de conservations) par la transformation en équations algébriques similaire à la façon dont les méthodes (MEF, MDF). La discrétisation du domaine est la première étape de la résolution, pour la méthode de volumes finis, sur un volume élémentaire de fluide par l'intégrale ont discrétisé ou transformé les équations aux dérivées partielles en équations algébriques. Les variables inconnues sont ensuite calculées pour chaque élément par la résolution de système algébrique. [37].

L'un des avantages de la méthode des volumes finis est qu'il est simple à mettre en œuvre une variété des conditions aux limites car l'évaluation des quantités inconnues ce fait aux centres des éléments de maillage et non au niveau de leurs faces frontières comme les méthodes précédentes.

Autre caractéristique plus attractive dans la formulation des volume finis est que les quantités telles que la masse, la quantité de mouvement et l'énergie est satisfaite sur le volume de contrôle et donc sur tout le domaine de calcul [38].

Contrairement aux différences finies, on peut utilise cette méthode sur des maillages structurés ou non structurés, ce qui lui permet de gérer facilement des formes complexes, c'est

la raison pour laquelle cela fait partie de nombreux programmes commerciaux comme (ANSYS-Fluent, CFX, STAR CD, PHOENICS, CFD-FASTRAN, CFD2000, KIVA).

III.3.1 Discrétisation par volume finis

On utilise la méthode des volumes finis puisqu'elle est facile à comprendre et à utiliser. Dans ce sens, les travaux de [38] ont été adoptés pour discrétiser les équations gouvernantes et la procédure pour relier les systèmes d'équations ont été adoptées et suivies.

On divise le domaine d'étude en plusieurs volumes élémentaires où la variable scalaire est évaluée au centre de ces volumes (voir figure III-2). Il faut différencier entre lettres majuscules qui signifient les grandeurs attachées aux points adjacents et les indices en lettres minuscules qui signifient les grandeurs attachées aux faces des volumes.

Soit P le nœud considéré, les points qui lui sont adjacents dénommés : East (E), West (W), North (N), et South (S) par contre e, w, n et s sont les points entre les faces pour des écoulements bidimensionnels.

Dans un volume centré sur la maille limité par les plans traversant les centres des nœuds P et E et par les faces sud et nord. Les vitesses sont estimées directement et sans interpolation par le calcul des flux de masse dans les interfaces ($F_e = \rho u_e \Delta r$).

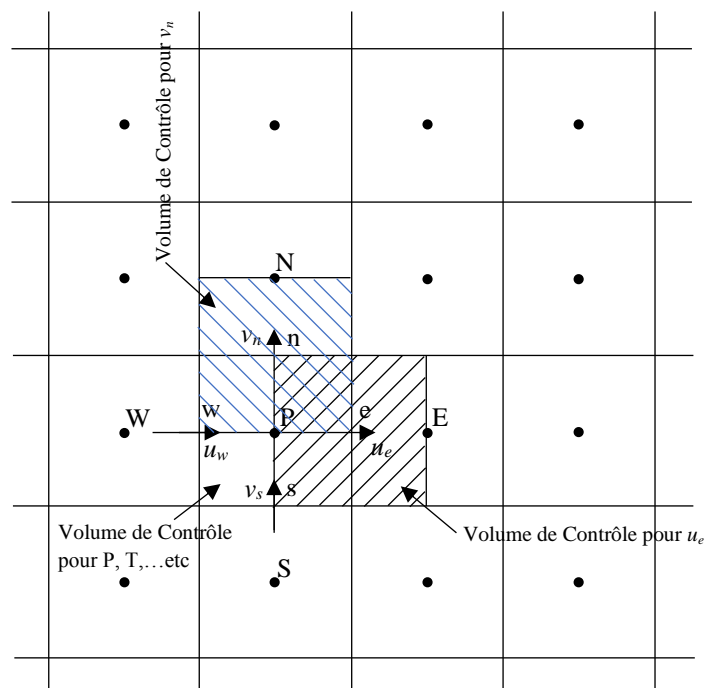


Figure III. 1 : Répartition des volumes de contrôle dans un maillage décalé.

Cet arrangement a un avantage au niveau de l'équation de continuité qui est intégrée directement sur le volume de contrôle principal, il montrera la différence entre deux vitesses adjacentes ce qui a pour conséquence d'éliminer les problèmes d'interpolation. D'un autre côté, la différence de pression qui est la force motrice pour la vitesse dans l'équation de la quantité de mouvement il proviendra aussi de deux nœuds adjacents.

III.3.1.1 Discrétisation de l'équation de transport

Les équations de transport qui sont gouverné les écoulements peuvent être écrites dans les coordonnées cylindrique sous la forme généralisée suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \varphi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v \varphi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + S_\varphi \quad (\text{III.1})$$

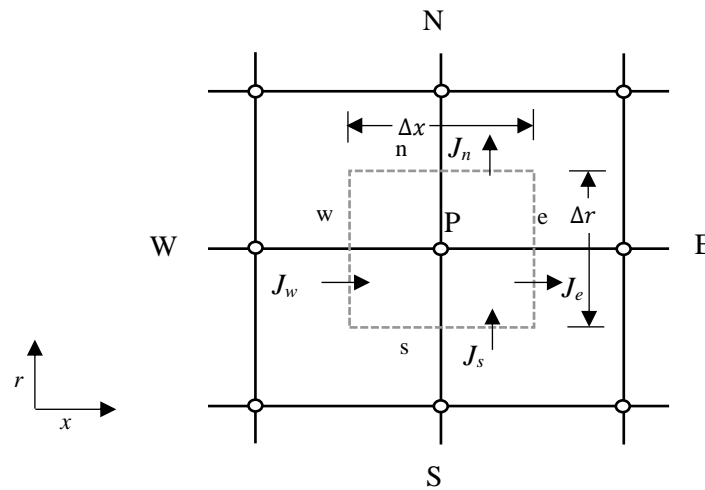


Figure III. 2 : Un volume de contrôle pour le cas d'un écoulement axisymétrique.

L'intégration de l'équation (III.1) sur le volume de contrôle de la figure (III.2) donne :

$$J_e - J_w + J_n - J_s = \iiint_V S_\varphi dV \quad (\text{III.2})$$

Les quantités correspondantes sont évaluées aux faces du volume de contrôle indiqué par les indices (e, w, n, s), sur les faces du volume élémentaire les flux totaux sont intégrés et indiqué par les quantités J_e , J_w , J_n et J_s et sont dont leurs expressions sont données par :

$$\begin{aligned}
J_e &= \int_s^n \left(\rho u \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_e dr = \left[\rho u_e \varphi_e - \frac{\Gamma_e}{\Delta x_{(EP)}} (\varphi_E - \varphi_P) \right] \Delta r \\
J_w &= \int_s^n \left(\rho u \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_w dr = \left[\rho u_w \varphi_w - \frac{\Gamma_w}{\Delta x_{(PW)}} (\varphi_P - \varphi_W) \right] \Delta r \\
J_n &= \int_w^e \left(\rho v \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)_n dx = \left[\rho v_n \varphi_n - \frac{\Gamma_n}{\Delta x_{(NP)}} (\varphi_N - \varphi_P) \right] \Delta x \\
J_s &= \int_w^e \left(\rho v \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_s dx = \left[\rho v_s \varphi_s - \frac{\Gamma_s}{\Delta x_{(PS)}} (\varphi_P - \varphi_S) \right] \Delta x
\end{aligned} \tag{III.3}$$

L'équation de continuité intégrée de la même manière sur le volume de contrôle de la figure (III.2) conduit à :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \tag{III.4}$$

Les flux massiques à travers les faces du volume de contrôle définis par : F_e , F_w , F_n et F_s sont

$$\begin{aligned}
F_e &= \rho u_e \Delta r \\
F_w &= \rho u_w \Delta r \\
F_n &= \rho v_n \Delta x \\
F_s &= \rho v_s \Delta x
\end{aligned} \tag{III.5}$$

Supposant que S_ϕ est uniforme sur le volume de contrôle l'intégration de ce terme donne

$$\iint_V S dV = S_U + S_P \varphi_P \tag{III.6}$$

En effectuant l'opération $((III.2) - (III.4) \times \varphi_P)$ et en remplaçant le terme source par son expression (III.6) dans l'équation (III.2), on obtient :

$$(J_w - F_w \varphi_P) + (J_n - F_n \varphi_P) + (J_s - F_s \varphi_P) = S_U + S_P \varphi_P \tag{III.7}$$

Les nouvelles notations utilisées D (D représente la diffusion) définies par :

$$\begin{aligned}
D_e &= \frac{\Gamma}{\Delta x} \Delta r \\
D_w &= \frac{\Gamma}{\Delta x} \Delta r \\
D_n &= \frac{\Gamma}{\Delta r} \Delta x \\
D_s &= \frac{\Gamma}{\Delta r} \Delta x
\end{aligned} \tag{III.8}$$

L'équation discrétisée complète peut se mettre alors par la forme :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \tag{III.9}$$

Cette équation peut être réarrangée comme suit :

$$a_p \phi_p = \sum_{i=N,S,E,W} a_i \phi_i + b \tag{III.10}$$

Où :

$$\begin{aligned}
a_E &= D_e A(|P_e|) + F_e, 0 \\
a_W &= D_w A(|P_w|) + F_w, 0 \\
a_N &= D_n A(|P_n|) + F_n, 0 \\
a_S &= D_s A(|P_s|) + F_s, 0 \\
a_p &= a_E + a_W + a_N + a_S + S_p \\
b &= S_U
\end{aligned} \tag{III.11}$$

Où P_i est le nombre de Peclet défini pour toutes les faces comme :

$$P_i = \frac{F_i}{D_i} \tag{III.12}$$

Le choix de la fonction $A(|P|)$ selon schéma de discrétisation désiré.

III.3.1.2 Fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques :

Nombreux sont les schémas d'interpolation qui servent pour la détermination de valeur de la variables dépendante ϕ qui représente l'une des valeurs (u, v) sur les interfaces des volumes élémentaires. Parmi ces schémas, on peut citer le schéma aux différences centrées (Central Difference Scheme) ce schéma utilise l'interpolation linéaire mais reste limité pour des valeurs de $|P| < 2$.

Ce schéma peut être remplacé par (Upwind Scheme). Néanmoins, la précision de ce schéma est moins que de (Central Difference Scheme) elle est utilisée pour les écoulements où la convection ne sont pas dominée. Ceci a conduit un nombreux d'auteurs a donné des combinaisons entre les deux schémas précédents. Le schéma hybride (Hybrid Scheme) proposé par Spalding qui est rejoint le schéma aux différences centrées pour $|P| < 2$ et le schéma aux différences décentrées pour $|P| > 2$ [38]. Cependant, l'utilisation du schéma hybride engendre des erreurs près de $|P| = 2$ (voir figure III.3). A cet effet, nombreuses sont les méthodes qui ont été développée pour représenter le changement plus graduel dont des bons résultats on comparaison avec la solution exacte d'un problème monodimensionnel.

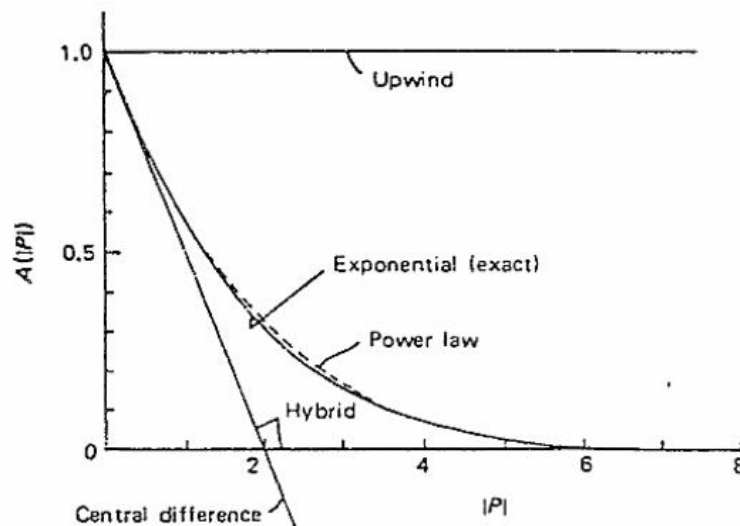


Figure III. 3 : La fonction $A(|P|)$ pour les différents schémas [38]

(Power Low Scheme) proposé par Patankar ce schéma s'approche beaucoup plus à la solution exacte (voir figure III.4) ce qu'elle rend très efficace. Ce schéma a été développé à partir du schéma exponentiel exact (Exponentiel Scheme). En raison du temps important nécessaire pour calculer l'exponentielle, ce schéma n'a pas été utilisée dans cette étude.

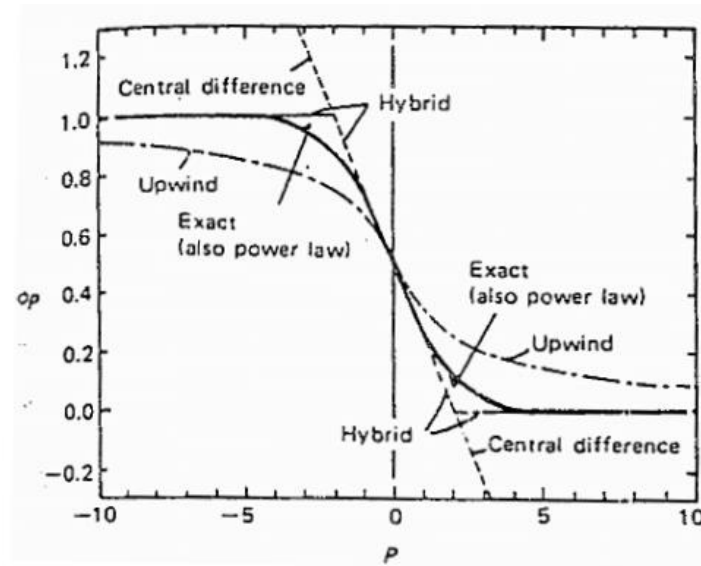


Figure III. 4 : Prédiction de ϕ_p en fonction du nombre de Peclet par les différents schémas [38].

La littérature recommande le schéma de la loi de puissance, cependant le temps de calcul est important que celui du schéma hybride. Par ailleurs, les schémas cités auparavant peuvent être considérés comme des choix particuliers de la fonction $A(|P|)$ reportés dans le tableau suivant :

Schéma	Expression de $A(P)$
Centré	$1 - 0.5 P $
Upwind	1
Hybride	$\max\{0, (1 - 0.5 P)\}$
Loi de puissance	$\max\{0, (1 - 0.5 P)^5\}$
Exponentiel	$\frac{ P }{[\exp(P) - 1]}$

Tableau III. 1: Expression de la fonction $A(|P|)$ pour chacun des schémas Patankar [38].

III.4 Notion de maillage :

III.4.1 Nœuds et éléments :

Dans la modélisation numérique, les équations de conservation sont reformulées sur des volumes élémentaires appelés éléments ou mailles. Les nœuds de discrétisation où la résolution

des équations discrètes sont effectués sont associés dans ces éléments. Ces nœuds sont placés dans les sommets des éléments, le centre ou dans les faces, selon la méthode de discrétisation utilisée.

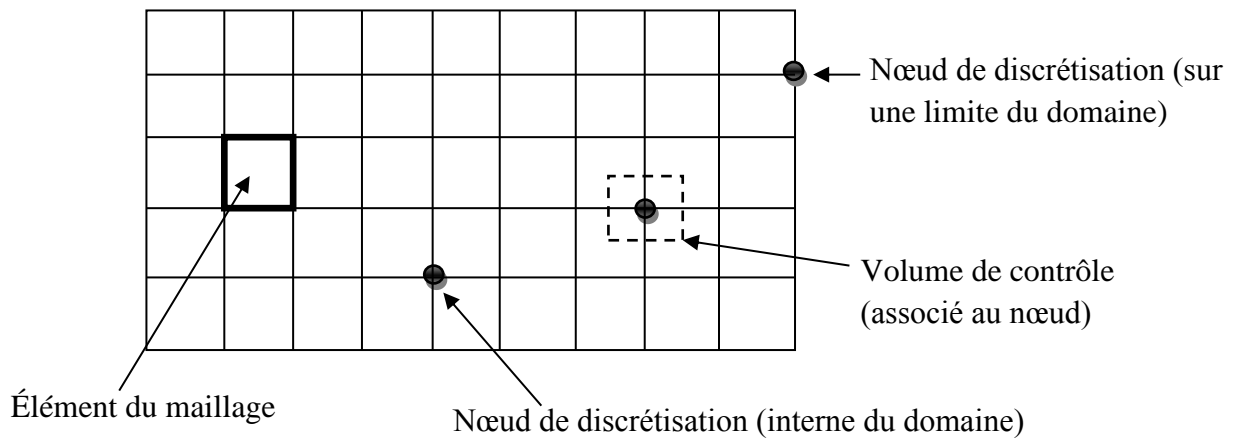


Figure III. 5 : Illustration de la conception de maillage.

III.5 Présentation du code de calcul ANSYS Fluent :

Nombreux sont les codes industriels possédant des meilleures performances qui permettent une bonne prédiction des écoulements avec transfert de chaleur fluides, on peut citer : FLUENT, CFX, COMSOL, PHOENICS, STAR-CD, TRIO, FEMLAB, CFD-ACE, CFDS-FLOW3D

Le code de calcul (FLUENT) est actuellement commercialisé par le groupe ANSYS qui est un pôle important en mécanique des fluides numérique.

Une solution complète sous forme de logiciels de CFD (Computational Fluid Dynamics) a été développée et commercialisée. Ces logiciels permettent de simuler les écoulements des fluides compressibles et incompressibles tenant compte de certains phénomènes physiques tels que la turbulence, le transfert thermique, les réactions chimiques, les écoulements multiphasiques rencontrés en industrie. Le groupe "ANSYS", en fournissant les logiciels et les services aux chercheurs, ils leur permettent de développer leurs produits et à optimiser leur conception et ce réduisant les risques.

On retrouve une large application de ce code dans l'industrie aéronautique, automobile. Son utilisation est facilitée grâce l'interface sophistiquée qu'il offre. Pour la modélisation des écoulements des fluides plus ou moins complexes, le logiciel Fluent utilise la méthode des volumes finis. Comme tout logiciel de CFD il compose trois éléments essentiels qui sont : le préprocesseur, le solveur et le post-processeur. Les trois éléments sont détaillés ci-dessous.

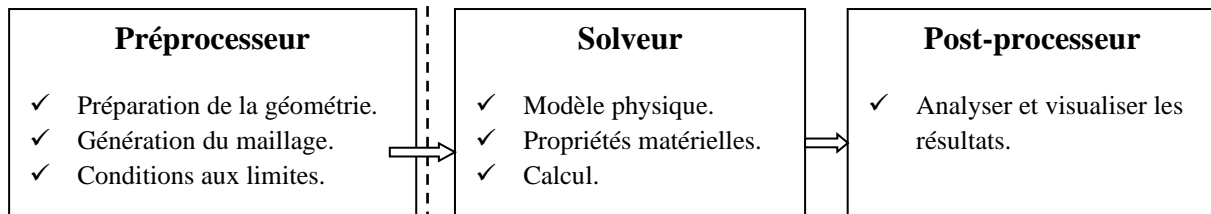


Figure III. 6 : Structure de base du code de calcul "Fluent".

III.5.1 Choix du solveur :

Dans le code de calcul ANSYS-Fluent y'a deux Solveurs : Pressure Based et Density Based dans la présente étude le solveur Pressure Based est choisi et qui suit l'algorithme suivant :

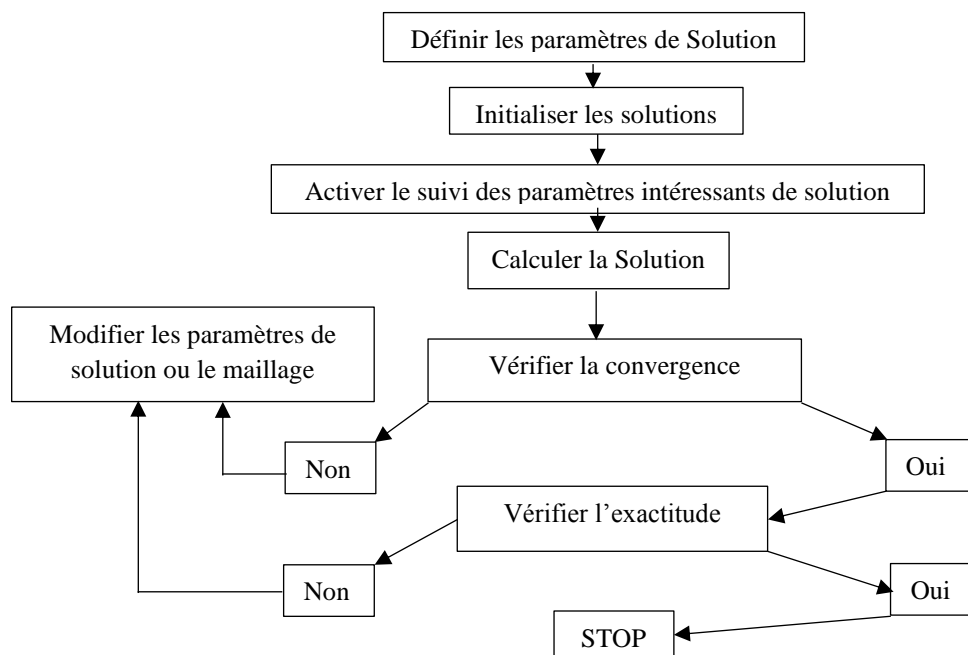


Figure III. 7: Algorithme de résolution

III.5.2 Couplage pression-vitesse :

Les équations différentielles de transport sont discrétisées et donne un système des équation algébriques non linéaires. Dans ce système les inconnus dans les nœuds sont les composants de vitesse u et v , la température T et le pression P . Malheureusement la détermination de champ de pression devient indépendant du champ de vitesse. Le champ de pression est alors obtenu en combinant l'équation de continuité et celle de la quantité de mouvement (pour dériver une équation de pression (ou de correction de la pression) lors de l'utilisation du solveur basé sur la pression). Il existe différents algorithmes tels que :

- ✓ **SIMPLE** (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) qui est un schéma robuste.
- ✓ **SIMPLEC** (SIMPLE-Consistent) ce qui permet la rapidité dans la convergence dans le cas des problèmes simples.
- ✓ **PISO** (Pressure-Implicit with Splitting of Operators) ce qui est utile et recommandé pour un flux instable ou pour des mailles contenant des cellules avec une asymétrie supérieure à la moyenne.
- ✓ **Coupled** ce qui est également un schéma pour résoudre ce couplage mais si le solveur couplé et basé sur la pression est activé.

III.5.3 Méthodes d'interpolation pour les gradients

Les gradients des quantités de la solution au centre de la cellule peuvent être déterminés en utilisant trois approches :

- ✓ **Green-Gauss Cell-Based:** c'est la moindre intensive en calcul.
- ✓ **Green-Gauss Node-Based:** cette méthode a une grande précision et la fausse diffusion est minimisée. Elle est utilisée spécialement pour les maillages non structurés.
- ✓ **Least-Squares Cell-Based :** cette méthode a la même précision que les gradients basés sur les nœuds (**Node-Based**) et nécessite moins de calcul.

Dans notre cas, le calcul des gradients est effectué à l'aide de la méthode (**Least-Squares cell-Based**).

III.5.4 Méthodes d'interpolation pour la pression :

Lorsqu'on utilise le solveur basé sur la pression, plusieurs schémas d'interpolation permettant de calculer les pressions sur les faces du volume de contrôle sont disponibles ; à savoir :

- ✓ **Standard** : Cette méthode est acceptable dans la plupart des cas.
- ✓ **Second-Order** : Cette méthode est recommandée pour les écoulements compressibles.
- ✓ **Body force weighted** : Lorsqu'un problème impliquant des forces massiques importantes est étudié, il est recommandé de choisir **Body force weighted**.
- ✓ **PRESTO** : Il est préférable pour les structures d'écoulement qui incluent des fortes courbures de lignes de courant et de rotation.
- ✓ **Linear** : Si l'une de ces méthodes n'est pas adaptée, le schéma linéaire est utilisé pour l'interpolation de la pression sur les faces des cellules, la méthode **Standard** est utilisée pour toutes nos simulations.

III.5.5 Discrétisation spatiale :

Pour résoudre les équations de quantité de mouvement, l'interpolation des variables de champ au centre de la cellule sur les faces du volume de contrôle s'effectue par les schémas d'interpolation suivants :

- ✓ **First-Order Upwind**: Dans cette méthode, la convergence est plus facile, mais la précision est de premier ordre.
- ✓ **Power Law** : Pour les écoulements où $Re_{cell} < 5$, la précision de cette méthode est plus que **First-Order Upwind**.
- ✓ **Second-Order Upwind**: Dans le cas d'un maillage triangulaire/tétraédrique ou lorsque l'écoulement n'est pas aligné avec la grille, ce schéma est recommandé.
- ✓ **MUSCL** (Monotone Upstream-Centered Schemes for Conservation Laws) : il est plus précis dans la prévision des écoulements secondaires, des tourbillons, des forces, etc. Il est conseillé pour les maillages non structurés.

✓ **QUICK** (Quadratic Upwind Interpolation) : est appliqué aux maillages quadrilatéraux/hexaédrique et hybrides, utiles pour les écoulements en rotation / tourbillonnants, sur un maillage uniforme ; la précision de ce schéma est de 3ème ordre. Pour toutes nos simulations, le schéma QUICK a été choisi pour la discrétisation spatiale.

III.5.6 Convergence :

Dans cette thèse, la convergence de la solution numérique est jugée en se basant sur les changements des résidus de la continuité et de la quantité de mouvement. La forme discrétisée de l'équation de transport linéarisée est :

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b_p$$

Les coefficients a_p et a_{nb} dépendent de la solution. Ces coefficients varient à chaque itération. L'égalité n'est pas exacte, l'écart entre les deux termes est appelé le résidu R_p donné par :

$$R_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b_p - a_p \phi_p$$

Le résidu total R_ϕ est la somme des résidus des cellules R_p :

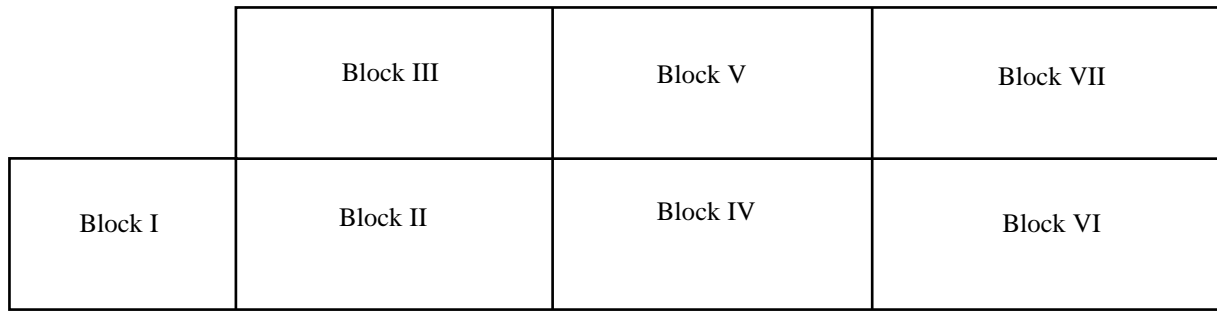
$$R_\phi = \sum_{cell} |R_p|$$

III.6 Domaine d'étude et conditions aux limites :

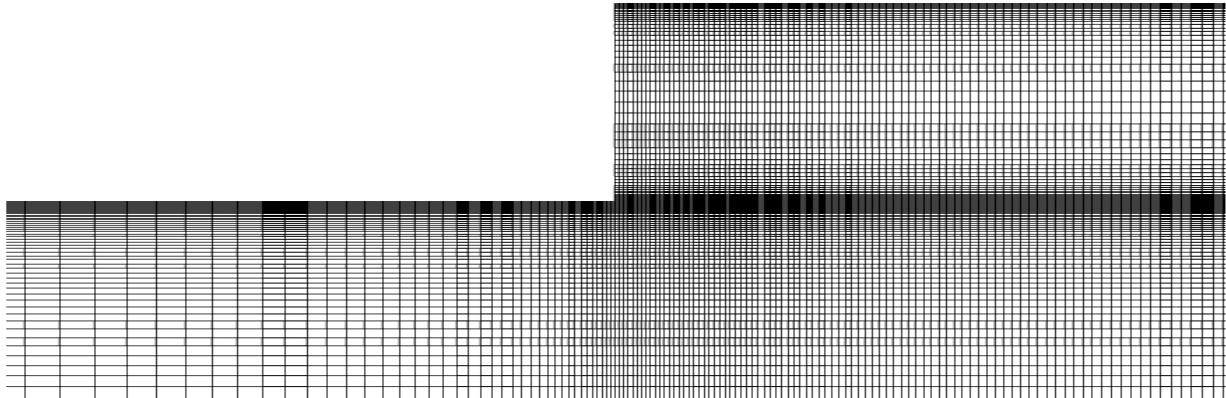
III.6.1 Domaine d'étude

Le domaine d'étude est un élargissement brusque axisymétrique, est étudié numériquement à l'aide de logiciel ANSYS qui nous offre une interface pour la création des géométries et son maillage. Le domaine de calcul se divise en sept blocks comme nous donnés dans la figure III.10.

Le tableau III.2 montre les détails du maillage de l'élargissement pour les trois configurations



(a)



(b)

Figure III. 8: Illustration de : a) les blocs utilisés pour le maillage ; b) distribution du maillage près de l'élargissement (Maillage 3, $-R_1 < x < +R_1$, $0 < r < R_2$).

Mesh	Block	$\delta = 1,5$		$\delta = 2$		$\delta = 3$		$\delta = 4$	
		$N_x \times N_y$	$f_x \times f_y$	$N_x \times N_y$	$f_x \times f_y$	$N_x \times N_y$	$f_x \times f_y$	$N_x \times N_y$	$f_x \times f_y$
M1	I	22×13	1.08×1.125	22×13	1.08×1.125	22×13	1.08×1.125	22×13	1.08×1.125
	II	154×13	1.022×1.125	154×13	1.022×1.125	154×13	1.022×1.125	154×13	1.022×1.125
	III	154×7	1.022×1.05	154×13	1.022×1.05	154×26	1.022×1.05	154×39	1.022×1.05
	IV	39×13	1×1.125	39×13	1×1.125	39×13	1×1.125	39×13	1×1.125
	V	39×7	1×1.05	39×13	1×1.05	39×26	1×1.05	39×39	1×1.05
	VI	92×13	1×1.125	92×13	1×1.125	92×13	1×1.125	92×13	1×1.125
	VII	92×39	1×1.05	92×13	1×1.05	92×26	1×1.05	92×39	1×1.05
M2	I	44×26	1.08×1.125	44×26	1.08×1.125	44×26	1.08×1.125	44×26	1.08×1.125
	II	308×26	1.0165×1.125	308×26	1.0165×1.125	308×26	1.0165×1.125	308×26	1.0165×1.125
	III	308×13	1.0165×1.125	308×26	1.0165×1.125	308×52	1.0165×1.125	308×78	1.0165×1.125
	IV	56×26	1×1.125	56×26	1×1.125	56×26	1×1.125	56×26	1×1.125
	V	56×13	1×1.125	56×26	1×1.125	56×52	1×1.125	56×78	1×1.125
	VI	146×26	1×1.125	146×26	1×1.125	146×26	1×1.125	146×26	1×1.125
	VII	146×13	1×1.125	146×26	1×1.125	146×52	1×1.125	146×78	1×1.125
M3	I	64×52	1,064×1,06	64×52	1,057×1,06	64×52	1,11×1,12	64×52	1,057×1,06
	II	464×52	1,012×1,066	464×52	1,05×1,066	464×52	1,0175×1,12	464×52	1,011×1,06
	III	464×39	1,012×1,155	464×52	1,05×1,12	464×104	1,0175×1,12	464×156	1,011×1,04
	IV	82×52	1×1,066	99×52	1×1,066	62×52	1×1,12	99×52	1×1,06
	V	82×39	1×1,155	99×52	1×1,12	62×104	1×1,12	99×156	1×1,04
	VI	220×52	1×1,066	306×52	1×1,066	182×52	1×1,12	306×52	1×1,06
	VII	220×39	1×1,155	306×52	1×1,12	182×104	1×1,12	306×156	1×1,04

Tableau III. 2: Caractéristiques du maillage de l'élargissement.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons brièvement mentionné les différentes méthodes numériques utilisées dans le domaine de *CFD*, la méthode des volumes finis qui est adopté pour la présente étude a été expliquée avec plus de détails ainsi que les différents schémas de discrétisation. Nous avons également présenté le code de calcul ANSYS Fluent qui est utilisé pour la simulation numérique.

Dans le chapitre suivant, les résultats de la simulation numérique, validation et discussions, seront présentés.

CHAPITRE IV

RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

Chapitre IV

Résultats et Discussions

Introduction

L'écoulement étudié est celui d'un fluide non-Newtonien (Bingham) dans un élargissement brusque axisymétrique, cet écoulement est stationnaire et laminaire. L'écoulement est étudié pour un nombre de Reynolds Re et un nombre de Bingham Bn compris entre $Re = [50 - 200]$ et $Bn = [0 - 2]$ respectivement, l'élargissement brusque présente un rapport d'aspect δ compris entre $[1.5 - 4]$. Nous étudions, dans un premier temps, l'écoulement d'un fluide newtonien à travers l'élargissement puis celui d'un fluide viscoplastique, en présentant les champs de vitesse déterminés pour chaque fluide. Par la suite, nous nous intéressons aux caractéristiques des zones de recirculation ainsi que les zones rigides (non-cisaillées).

Dans un second temps, nous nous intéresserons au coefficient de la perte de charge locale de l'élargissement pour le fluide Newtonien et modèle de Bingham. Des corrélations ont également été établies pour calculer le coefficient de perte de charge à travers l'élargissement en fonction des paramètres rhéologiques du fluide ainsi que les conditions géométriques.

IV.1 Validation

La validation de nos résultats numériques obtenus par le code de calcul ANSYS-Fluent est illustrée à travers les figures IV.1, VI.2 et le tableau IV.1. En premier lieu des tests de sensibilité du maillage ont été réalisés avec différents nombres de cellules pour voir l'évolution de la longueur de recirculation L_r en aval de l'élargissement 2D axisymétrique de rapport d'aspect $\delta = 2$ en fonction de l'évolution de nombre de Reynolds pour un fluide Newtonien $Bn = 0$.

La figure IV.1 montre la variation de la longueur de recirculation L_r en fonction du nombre de Reynolds Re des trois maillages comparés à ceux des précédentes études disponibles. Il est clair que dans les nombres de Reynolds inférieur à $Re = 100$ les solutions des trois maillages ne changent pas de manière significative et présentent une bonne concordance avec l'étude expérimentale de [6] et numériques de [8], [20], pour les valeurs de Reynolds supérieures à $Re = 100$ il y a une simple différence entre les trois configurations dans lequel le maillage (M1)

montre des résultats relativement incompatibles, le maillage (M2) est très compatible avec les résultats numérique de [10].

Le troisième maillage (M3) présente un excellent accord avec les résultats de [20] et il très proche des résultats expérimentaux de [6]. Pour la suite de ce travail nous allons considérer les résultats de la troisième configuration.

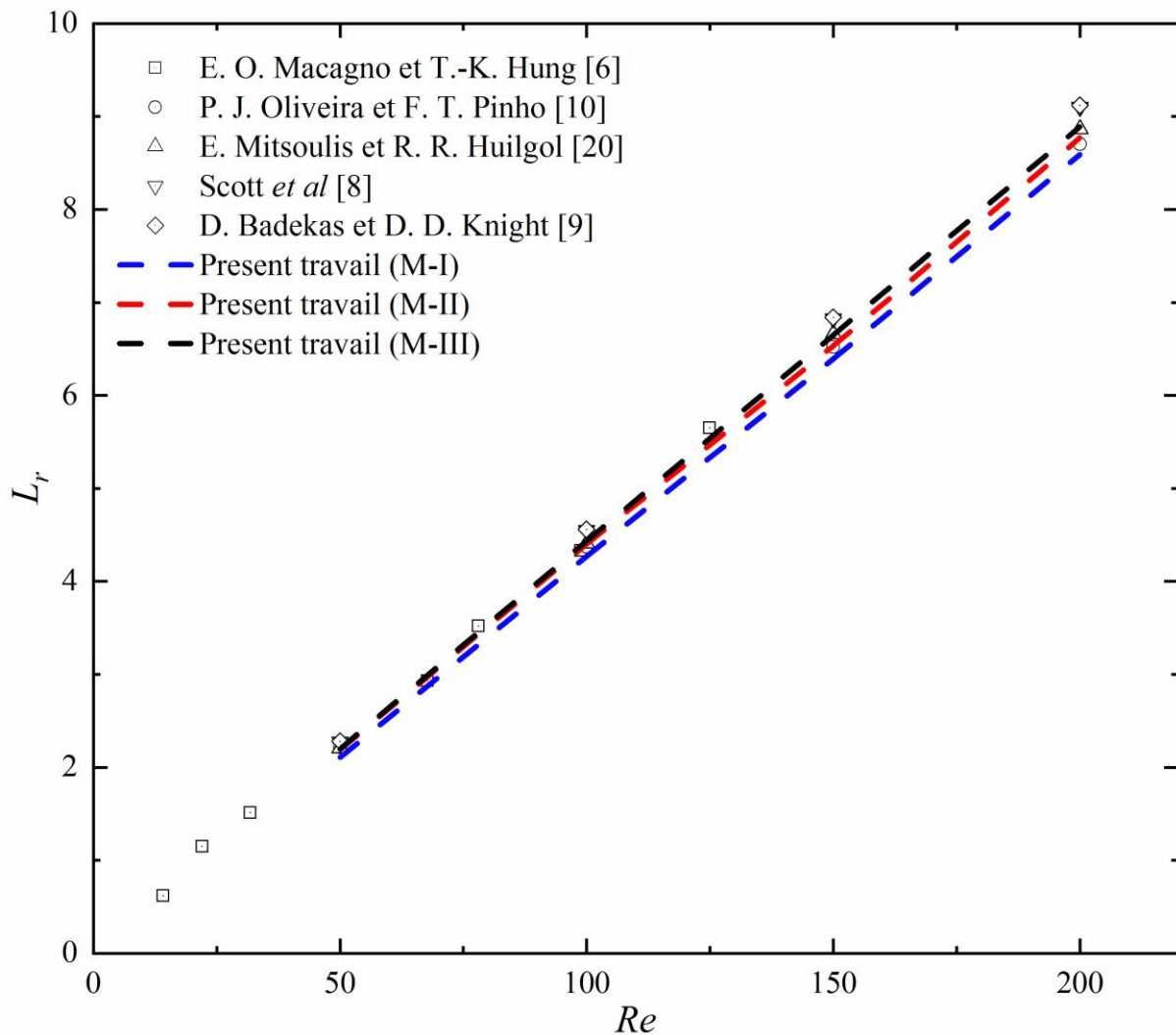


Figure IV. 1 : Variation de la longueur de circulation L_r en fonction de nombre de Reynolds Re .

Pour plus de comparaison, le tableau IV.1 montre les valeurs de la longueur L_r obtenues dans la présente simulation et les valeurs obtenues par les corrélations proposées par [8], [9] pour les rapports d'aspect $\delta = 1.5$, $\delta = 3$, $\delta = 4$. On remarque que les résultats de la présente étude sont situés entre les valeurs prédites par les deux corrélations et sont très proches de ceux de [8] qui sont des équations spéciales contrairement aux équations de [9] qui sont générales. Cette

remarque apparaît clairement dans la figure IV.1 pour le rapport d'aspect $\delta = 2$. Globalement, le maillage (M3) présente une bonne concordance pour l'écoulement Newtonien.

δ	Re	L_r		
		Scott & Mirza [8]	Badekas & Knight [9]	Présent travail (M3)
$\delta = 1,5$	50	0,625	0,7725	0,695
	100	1,25	1,545	1,292
	150	1,875	2,3175	1,914
	200	2,5	3,09	2,550
$\delta = 3$	50	5,5	5,295	5,285
	100	11	10,59	10,773
	150	16,5	15,885	16,341
	200	22	21,18	21,949
$\delta = 4$	50	8,5	8,31	8,130
	100	17	16,62	16,534
	150	25,5	24,93	25,126
	200	34	33,24	33,459

Tableau IV. 1 : Comparaison entre les valeurs de L_r obtenues numériquement et celles obtenues par les précédentes corrélations.

La figure IV.2 présente la variation de longueur de la zone de recirculation L_r en fonction de variation de nombre de Bingham Bn d'un fluide viscoplastique (modèle de Bingham) dans un élargissement de $\delta = 2$ pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. On remarque que résultats numériques de la présente étude sont en excellent accord avec ceux obtenus par [20].

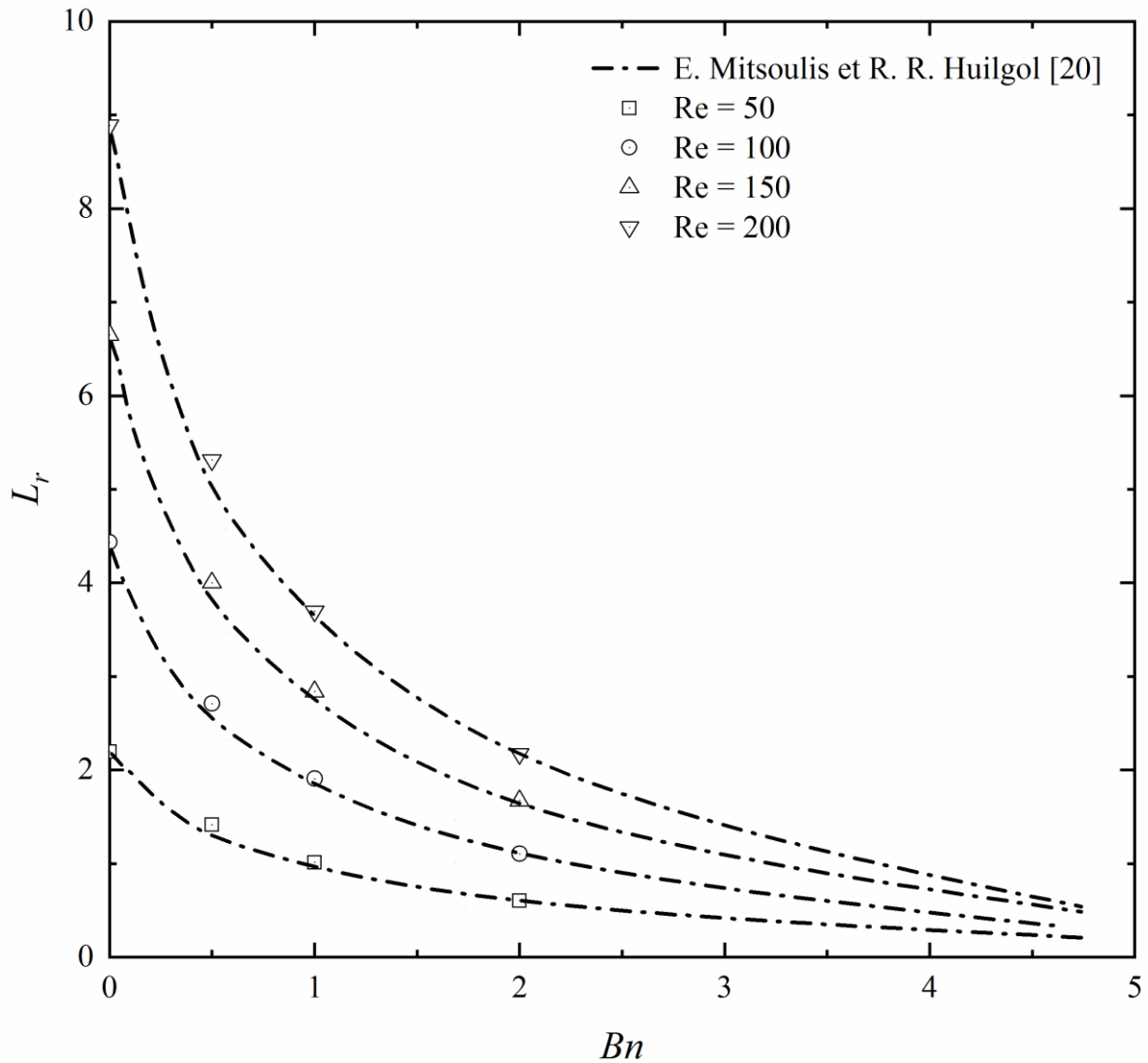


Figure IV. 2 : Variation de la longueur L_r en fonction du nombre de Bingham Bn pour un rapport d'aspect $\delta = 2$.

IV.2 Profils des vitesses en amont de l'élargissement

On compare entre les résultats théoriques obtenus par les équations analytiques (II.26) et (II.27) avec les résultats numériques obtenus par ANSYS-Fluent pour le cas de fluides newtoniens et viscoplastiques, pour différentes valeurs des nombres de Reynolds et de Bingham. Il convient de noter que les profils des vitesses numériques illustrés dans la figure IV.3 sont des profils obtenus par une simulation d'une conduite 2D axisymétrique. Le profil des vitesses de l'écoulement pleinement développé injecté à l'entrée de l'élargissement, est obtenu à partir de la simulation de l'écoulement dans une conduite de section droite circulaire.

Pour le cas d'écoulement newtonien $Bn = 0$ nous constatons que le profil analytique et numérique de la vitesse axiale adimensionnelle sont parfaitement superposés avec un rapport maximal de $u/U_i = 2$. En revanche, pour l'écoulement de fluide viscoplastique (modèle de Bingham) nous remarquons que dans la zone $0 < r < r_s$ qui correspondent à $\tau < \tau_s$, les résultats numériques sont toujours légèrement en dessous des profils de vitesse analytiques dans lesquels le rapport entre la vitesse maximale (obtenue sur l'axe de l'élargissement) et la vitesse d'entrée est $u/U_i = 1.93$ pour $Bn = 0.5$, numériquement, ce rapport a pour valeur 1.924.

L'augmentation du nombre de Bingham réduit le rapport maximal de u/U_i dans le cas du profil théorique jusqu'à 1.87 et 1.76 pour les valeurs du nombre de Bingham 1 et 2 respectivement. Pour les profils numériques la valeur de u/U_i est de 1.853 et 1.748 pour les mêmes valeurs de Bingham 1 et 2 avec une erreur maximale entre les valeurs théoriques et numériques qui ne dépasse pas 1%.

D'après (figure IV.3(a, b, c, d)) le nombre de Reynolds Re n'a aucun effet sur les profils des vitesses, en revanche, l'effet de nombre de Bingham est clairement visible, en effet, les caractéristiques des fluides viscoplastiques sont représentées par un aplatissement au centre de conduite. Le rayon r_s de cet aplatissement augmente proportionnellement en fonction de nombre de Bingham et atteint une valeur maximale de 19% du rayon de la conduite ($r_s = 0.19R$) pour $Bn = 2$, 10% pour $Bn = 1$ tout en n'excédant pas 5% pour $Bn = 0.5$.

Dans la zone $r_s < r < R$ qui correspondent à $\tau > \tau_s$, nous remarquons que les résultats numériques et analytiques des profils des vitesses sont parfaitement superposés pour toutes les valeurs de nombre de Bingham. Ce comportement est dû au fait que lorsqu'on quitte la zone rigide qui a une viscosité importante et une contrainte de cisaillement nulle, le fluide de Bingham se comporte de façon newtonienne.

Enfin nous voyons que l'erreur entre les résultats analytiques et numériques dans la zone rigide n'est pas intéressante puisque, typiquement, les caractéristiques d'écoulement près de la paroi sont celles qui ont une importance technique, la corrélation entre le résultat analytique et la présente étude numérique est excellente, ce qui valide ainsi le code de calcul ANSYS-Fluent.

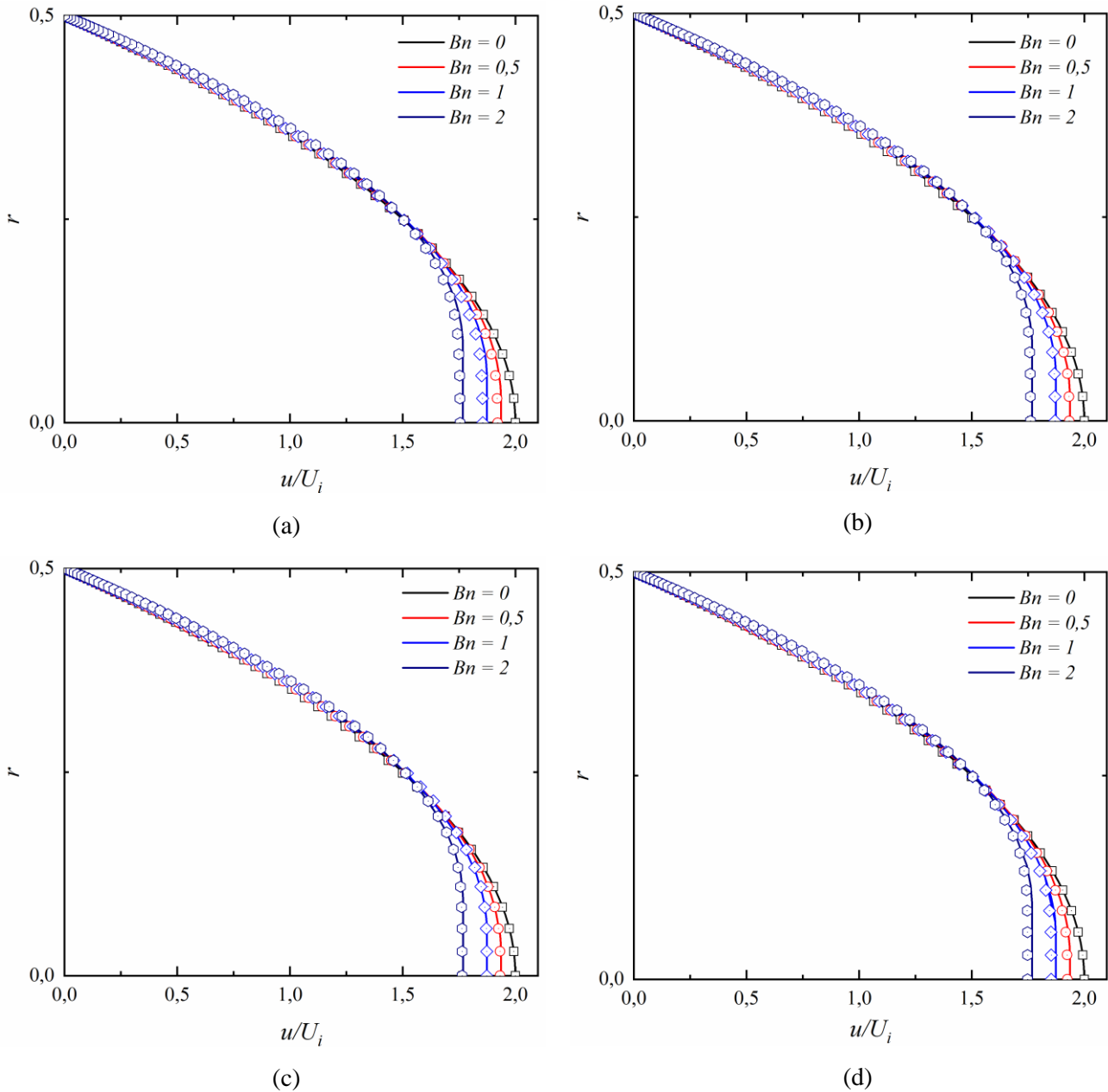


Figure IV. 3 : Profils des vitesses d'entrée de l'élargissement : ligne profils analytiques ; symboles profils numériques : (a) $Re = 50$, (b) $Re = 100$, (c) $Re = 150$, (d) $Re = 200$.

IV.3 Profils des vitesses en aval de l'élargissement

IV.3.1 Influence du nombre de Reynolds et du rapport d'aspect

Les profils de la vitesse axiale adimensionnelle en aval de l'élargissement brusque sont obtenus pour les positions axiale différents : $x_1 = 0$, $x_2 = 0.1d_1$, $x_3 = 0.25d_1$, $x_4 = 0.5d_1$ et $x_5 = d_1$

La figure IV.3 représente l'évolution du profil de la vitesse axiale d'un fluide Newtonien pour deux valeurs du nombre de Reynolds, $Re = 50$ et $Re = 200$. Près de l'axe de symétrie $r = 0$, il y'a un écart entre les profils des vitesses pour les différentes positions pour un nombre de Reynolds $Re = 50$, cet écart est fortement réduit lorsque le nombre de Reynolds augmente.

La variation de la vitesse axiale adimensionnelle en fonction de la position radiale, montre l'existence d'un point d'inflexion² dans les profils des vitesses situé juste après l'élargissement (appelée des fois la marche). Ce point d'inflexion montre l'existence d'un retour d'écoulement qui correspondant à un écoulement secondaire dans cette zone, ce point est considéré comme le centre de la zone de cisaillement séparant l'écoulement secondaire de l'écoulement principal.

Le profil de l'écoulement secondaire est représenté par la partie du zoomée dans (figure IV.3). On remarque qu'au début de l'apparition de cet écoulement dans la position axiale $x_2 = 0.1d_1$, le rapport minimal de u/U_i est de -0.013 pour $Re = 50$ et -0.011 pour $Re = 200$.

Pour les positions suivantes x_3 et x_4 le rapport minimal u/U_i atteint la valeur de -0.041 et -0.064 respectivement pour $Re = 50$. Pour $Re = 200$, la valeur de u/U_i pour les positions x_3 et x_4 sont -0.032 et -0.057 .

Il est intéressant de voir que l'écoulement de retour est plus important (du point de vue valeur) pour un nombre de Reynolds $Re = 50$, pour les positions x_1, x_2, x_3, x_4 , par contre, pour la position x_5 , cet écoulement secondaire est plus important pour $Re = 200$. Ce résultat montre que la zone de recirculation qui apparait au niveau de l'expansion dépend du nombre de Reynolds Re .

La figure IV.4 représente les profils de la vitesse axiale adimensionnelle en fonction de la position radial r pour deux rapports d'aspect $\delta = 1.5$, $\delta = 4$, un nombre de Reynolds $Re = 50$ et dans les différentes positions axiales x . On remarque un ralentissement de l'écoulement secondaire pour la position x_4 qui disparaît pour la position x_5 pour un rapport d'aspect $\delta = 1.5$ pour $\delta = 4$ on remarque l'augmentation de la zone de l'écoulement secondaire dans toutes les positions axiales x choisies. On peut donc conclure que la zone de l'écoulement secondaire

² Le point d'inflexion correspond à la position où la vitesse change de signe.

dépend du rapport d'aspect de l'expansion δ qui a le même effet que celui du nombre de Reynolds. Ce résultat a été trouvé dans plusieurs études [11] et [18].

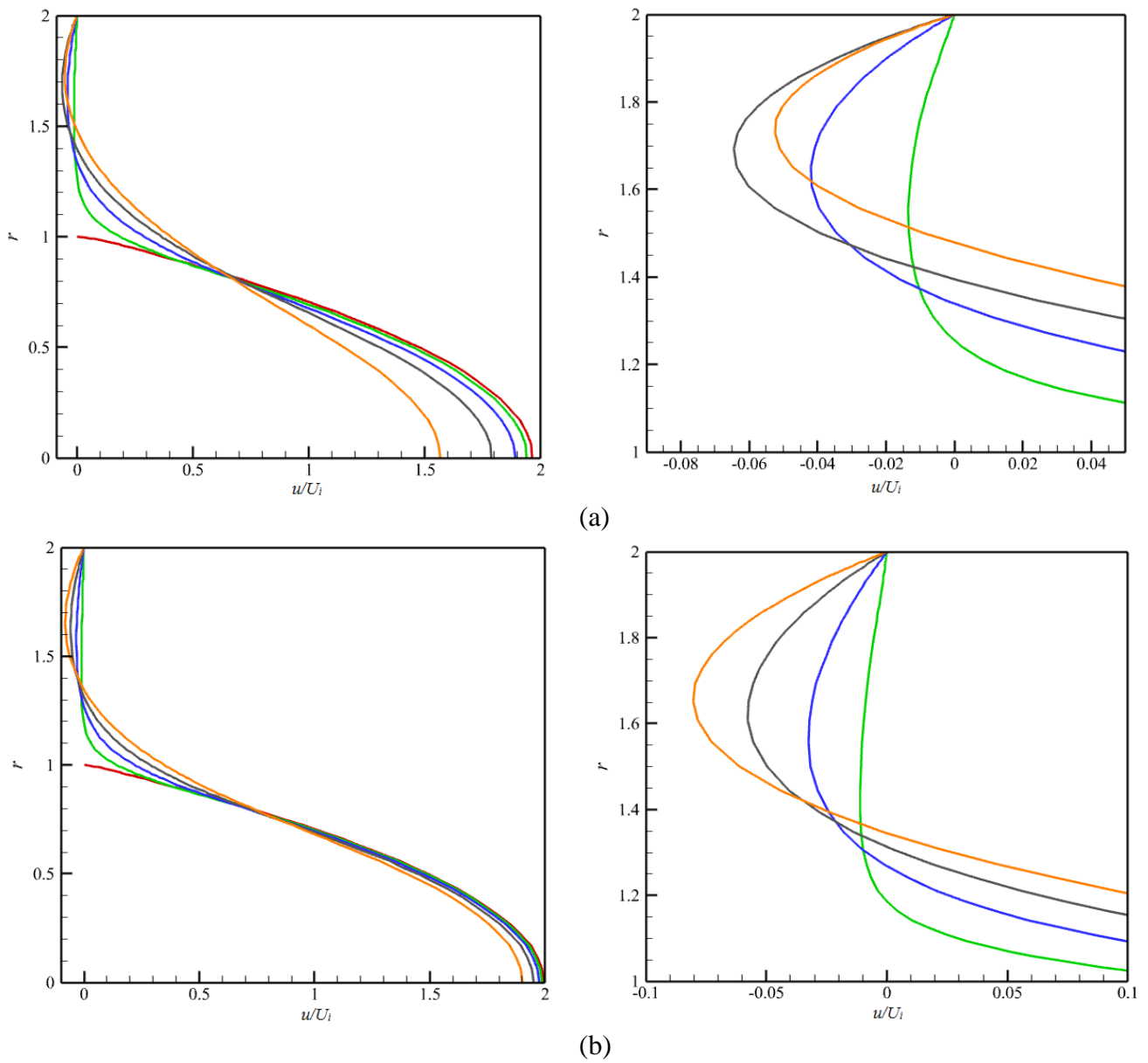


Figure IV. 4 : Profils de la vitesse u/U_i en fonction de la position radiale r à l'aval de l'élargissement pour $\delta = 2$, (a) $Re = 50$, (b) $Re = 200$

— $x_1 = 0$, — $x_2 = 0.1d_1$, — $x_3 = 0.25d_1$, — $x_4 = 0.5d_1$, — $x_5 = d_1$

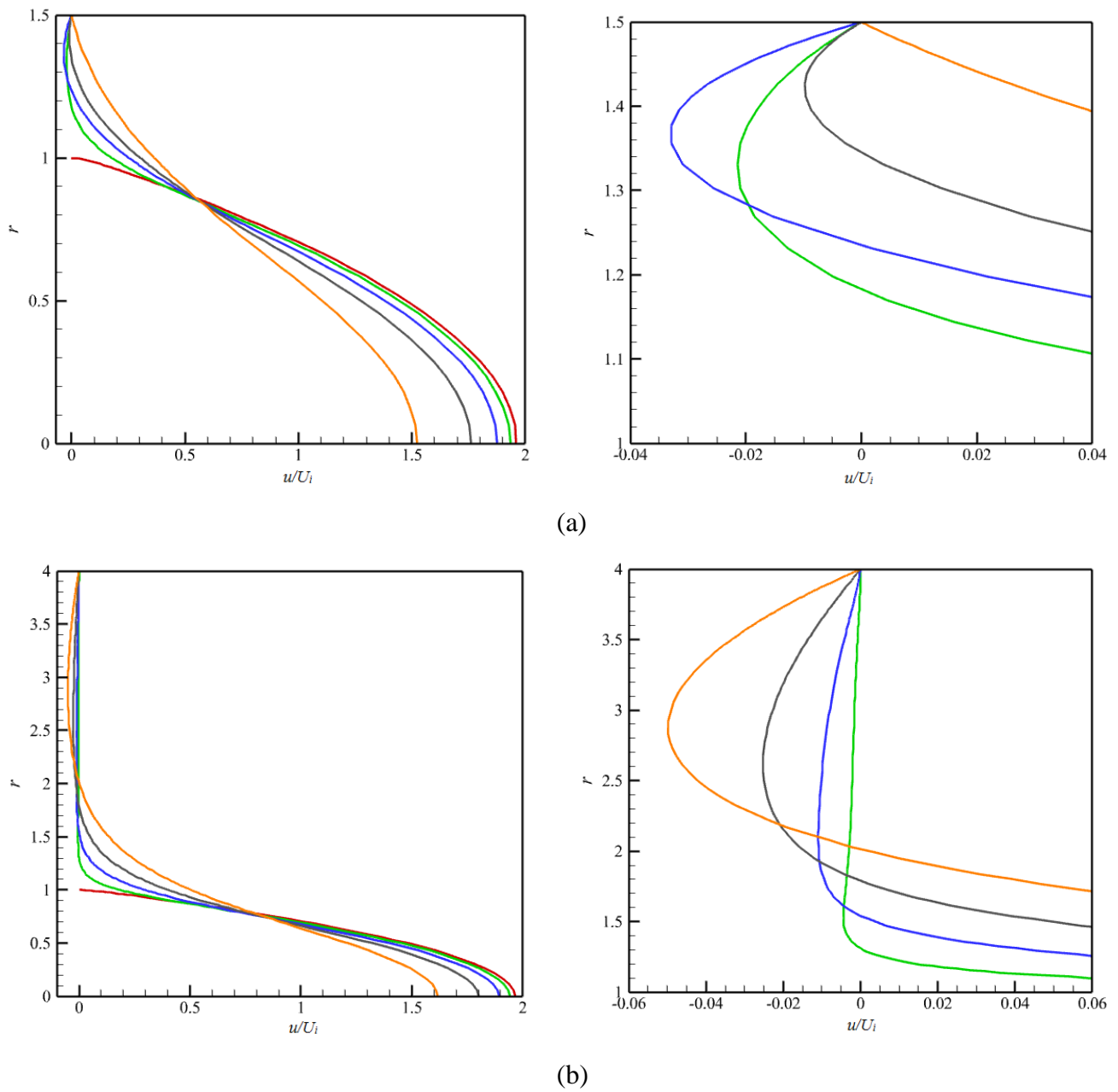


Figure IV. 5 : Profils de la vitesse u/U_i en fonction de la position radiale r à l’aval de l’élargissement pour $Re = 50$, (a) $\delta = 1.5$, (b) $\delta = 4$.

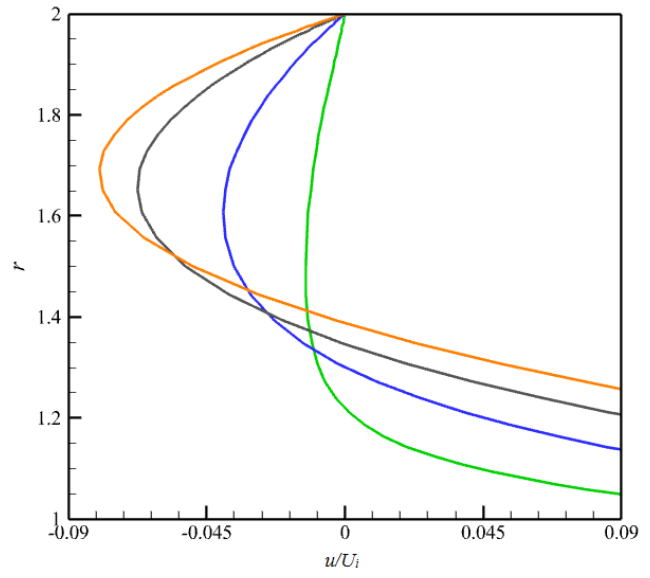
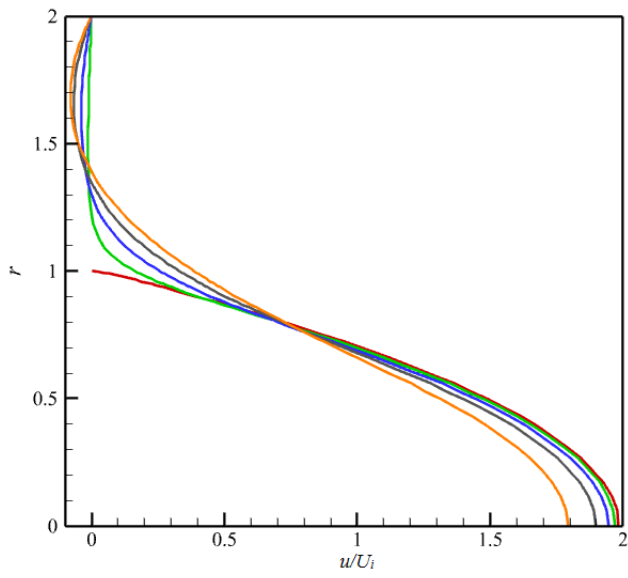
— $x_1 = 0$, — $x_2 = 0.1d_1$, — $x_3 = 0.25d_1$, — $x_4 = 0.5d_1$, — $x_5 = d_1$

IV.3.2 L'influence de nombre de Bingham

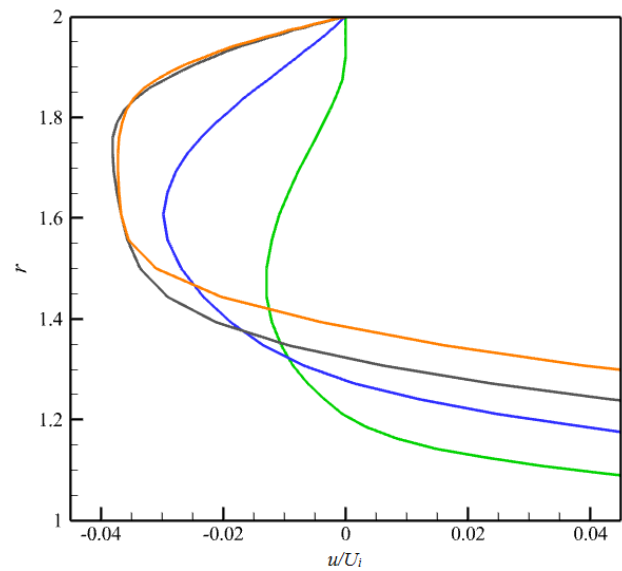
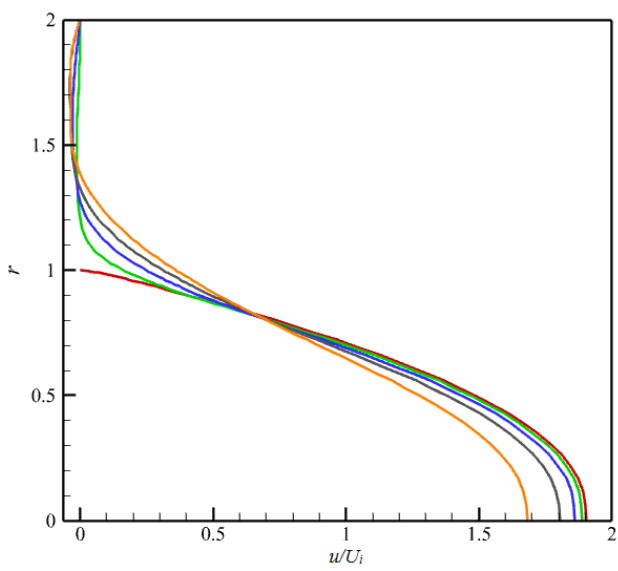
La figure IV.5 montre l'influence des forces plastiques dans l'écoulement sur les profils de la vitesse axiale pour différentes positions en aval de l'élargissement. La comparaison des profils de la vitesse axiale, montre qu'il y a un retard dans la zone d'écoulement secondaire ce qui entraîne une déviation de l'allure du profil de vitesse de la forme parabolique, due à l'augmentation du caractère plastique.

Dans la position axiale $x_2 = 0.1d_1$ à l'inverse de l'écoulement newtonien, nous observons la disparition de la forme parabolique au niveau de l'expansion, dans laquelle et près de sa paroi supérieure, la vitesse de l'écoulement secondaire s'annule à cause de formation des zones rigides dans le coin d'élargissement. Ces zones rigides deviennent plus larges lorsque le nombre de Bingham augmente. Cependant, la zone de l'écoulement secondaire se rétrécit graduellement pour tendre vers la valeur zéro (le point d'inflexion, qui correspond à la position du changement du signe de la vitesse, changera son positionnement pour les position axiales x_3, x_4, x_5 jusqu'à ou elle disparut pour la valeur de $Bn = 2$. Ces résultats sont similaires pour les différents rapports d'aspect étudiés et sont très identiques avec ceux de [20], [29] qui montre l'agrandissement des zones rigides en fonction de nombre de Bingham.

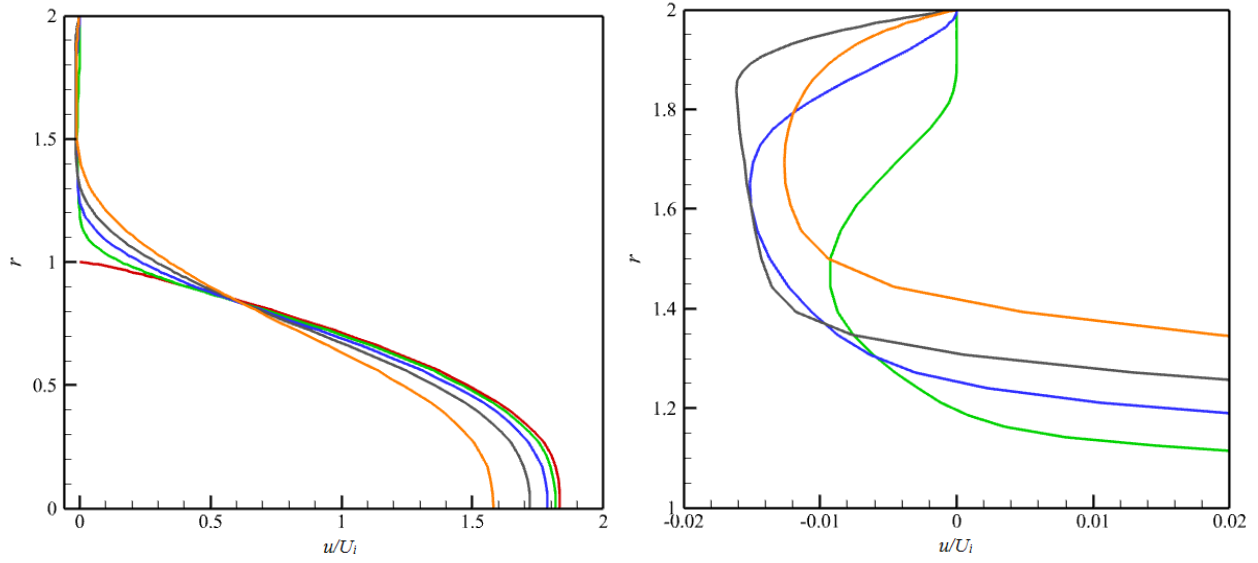
Par ailleurs nous observons également un aplatissement général des profils de vitesse quand le nombre de Bingham est plus important pour le même nombre de Reynolds, attribuable à l'augmentation du caractère viscoplastique dans l'écoulement, plus clairement, la formation des zones rigides autour de l'axe de symétrie de l'élargissement est aussi bien une fonction de nombre de Bingham. Cet aplatissement du profil de vitesse est une caractéristique des fluides viscoplastiques.



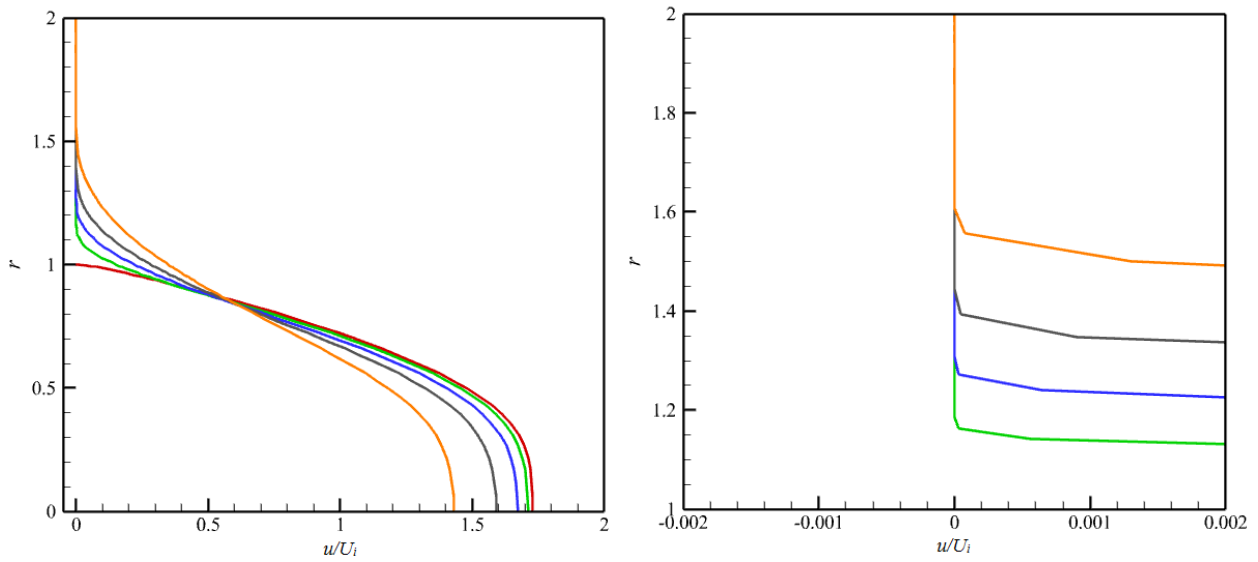
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure IV. 6 : Profils de la vitesse u/U_i en fonction de position radiale r près de l’aval de l’élargissement à (a) $Bn = 0$, (b) $Bn = 0.5$, (c) $Bn = 1$ et (d) $Bn = 2$, $\delta = 2$.

$$- x_1 = 0, - x_2 = 0.1d_1, - x_3 = 0.25d_1, - x_4 = 0.5d_1, - x_5 = d_1$$

IV.4 Etude de la zone de recirculations

Dans la suite de cette étude numérique, nous allons étudier l'influence des forces d'inertie, les dimensions de l'élargissement et des paramètres rhéologiques sur la zone de recirculation en termes de dimension et d'intensité. La figure IV. 6 (a, b) représente la variation de la longueur de la zone de recirculation L_r en fonction du nombre de Reynolds Re et du nombre de Bingham Bn respectivement. Nous constatons que la longueur de la recirculation s'allonge linéairement avec le nombre de Reynolds pour l'écoulement du fluide newtonien et du fluide Bingham. Cet effet a été démontré dans de nombreuses études sur les écoulements laminaires à travers des élargissement brusques [6] et [17] pour l'écoulement Newtonien et viscoplastique, d'après les précédentes corrélations³ qui prédisent les grandeurs L_r et de l'intensité de la zone de recirculation ψ^* pour un écoulement Newtonien. Nous présentons un modèle des corrélations similaire linéaire et non-linéaire pour l'estimation de la longueur L_r et l'intensité de la zone de recirculation ψ^* pour un écoulement Newtonien et viscoplastique de Bingham en fonction du nombre de Reynolds Re et du nombre de Bingham Bn ainsi que du rapport d'aspect de l'élargissement δ .

La corrélation IV.1 montre que la longueur de recirculation L_r dépend à la fois des forces d'inertie Re , des paramètres rhéologiques (α, β, γ) et des conditions géométriques de l'écoulement. La figure IV.7 a, montre la variation de la longueur de recirculation L_r en fonction du nombre de Reynolds de la présente étude qui est comparée aux résultats de [8] et [9], on remarque que L_r dépend du nombre de Reynolds, du nombre de Bingham et du rapport d'aspect. On remarque aussi que les coefficients de l'équation (IV.1) (Tableau IV.2) diminuent avec l'augmentation du nombre de Bingham, en effet plus le comportement rhéologique s'éloigne du comportement newtonien et plus les valeurs des coefficients de l'équation (IV.1) diminuent.

$$L_r = (\alpha\delta^2 + \beta\delta + \gamma)Re \quad \text{IV.1}$$

³[8] $L_r = \alpha Re, \varphi^* = \theta[1 - \exp(-\epsilon Re)]$

[9] $L_r = (0.0603(\delta - 1) - 0.0147)Re, \varphi^* = \theta[1 - \exp(-\epsilon Re)]$
Avec $\theta = a_1(\delta - 1)^{a_2} + a_3, \quad \epsilon = b_1[1 - \exp(-b_2(\delta - 1))] + b_3$

	<i>Bn</i>			
	0	0,5	1	2
α	0	-0,00403	-0.00327	-0.00188
β	0.06037	0.05134	0.0375	0.02032
γ	-0.07576	-0.05971	-0.04292	-0.02185

Tableau IV. 2 : Valeurs des coefficients de l'équation IV.1

D'un autre côté, d'après l'équation IV.2 et ses coefficients donnés dans le tableau IV.3 tracés dans la figure IV.7 b, nous constatons une diminution non linéaire de longueur L_r avec l'augmentation du nombre de Bingham Bn , la zone de recirculation tend vers zéro quand les nombre de Bingham augment, ce résultat est similaire à celui obtenu par [20].

$$L_r = \lambda + \varepsilon \exp(\kappa.Bn) \tag{IV.2}$$

$$\text{Où } \lambda = d_1\delta + d_2$$

$$\varepsilon = e_1\delta + e_2$$

$$\kappa = k_1\delta + k_2$$

	<i>Re</i>			
	50	100	150	200
d_1	0.2676	0.7633	1.2814	1.7937
d_2	-0.0914	-0.6723	-1.1963	-1.7797
e_1	2.6378	5.2139	7.7346	10.277
e_2	-3.4977	-6.83	-10.107	-13.518
k_1	-0.3187	-0.2113	-0.2092	-0.225
2k_2	-0.4864	-0.9087	-0.975	-0.9446

Tableau IV. 3 : Valeurs des coefficients de l'équation IV.2

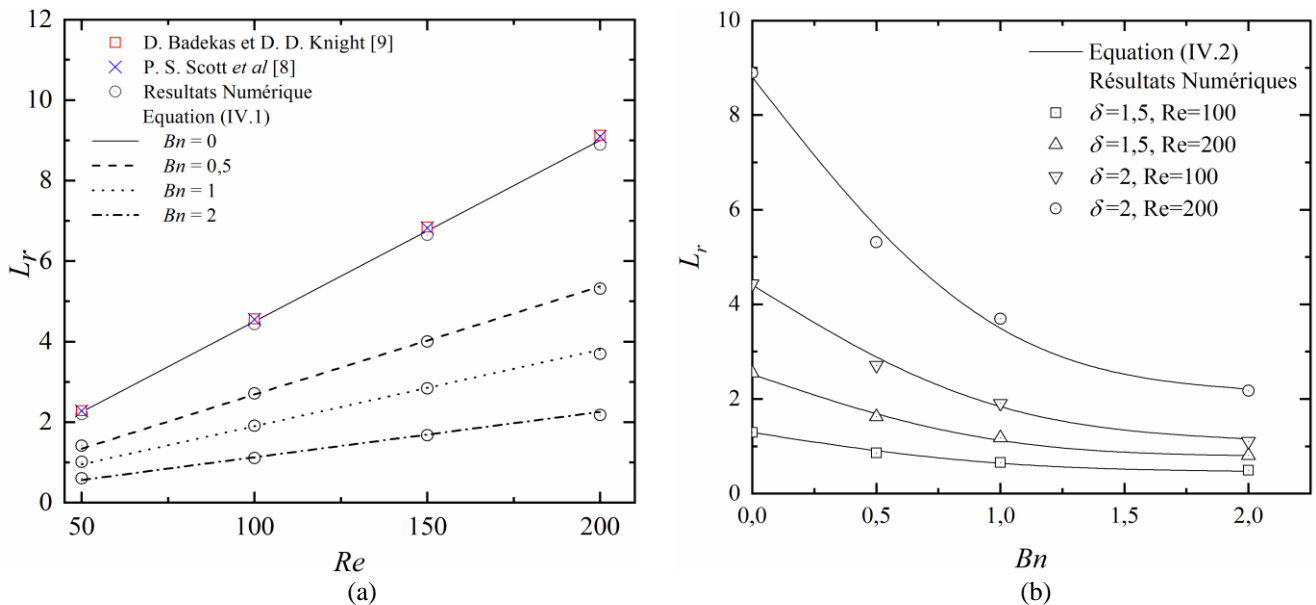


Figure IV. 7 : Longueur de recirculation : (a) $L_r = f(Re)$, (b) $L_r = f(Bn)$.

L'intensité de la zone de recirculation est une fonction monotone croissante du nombre de Reynolds, qui augmente rapidement aux faibles nombres de Reynolds [6] et tend vers une valeur asymptotique aux nombres de Reynolds plus élevés, cet effet est le même pour un fluide viscoplastique avec une diminution des valeurs de ψ^* au nombre de Bingham élevé. Les corrélations entre l'intensité de la zone de recirculation et le nombre de Reynolds Re , et la zone de recirculation et le nombre de Bingham Bn sont données les équations IV.3 et IV.4 respectivement. L'intensité des zones de recirculation ψ^* apparaît comme une fonction non linéaire des paramètres d'écoulement. Cette intensité augmente avec l'augmentation du rapport d'aspect et du nombre de Reynolds comme le montre la figure IV.8a. La comparaison entre les valeurs de l'intensité de recirculation, déterminée à partir des corrélations (IV.3) et (IV.4) et des références [8] et [9] montre une différence de 4.3 % dans le cas du fluide newtonien, cette différence est due aux différentes méthodes de résolution.

Pour l'écoulement du fluide de Bingham, un nombre de Bingham plus élevé donne une intensité plus petite et vice versa, comme le montre la figure IV.8b, on remarque aussi que pour $Bn = 0$, les valeurs d'intensité augmente rapidement avec l'augmentation du rapport d'aspect δ mais il diminue rapidement lorsque le nombre de Bingham augmente. L'écoulement devient plus lent à des valeurs infinies du nombre de Bingham.

$$\psi^* = a_1 + b_1 \exp(c_1 Re) \tag{IV.3}$$

$$\psi^* = a_2 + b_2 \exp(c_2 Bn) \tag{IV.4}$$

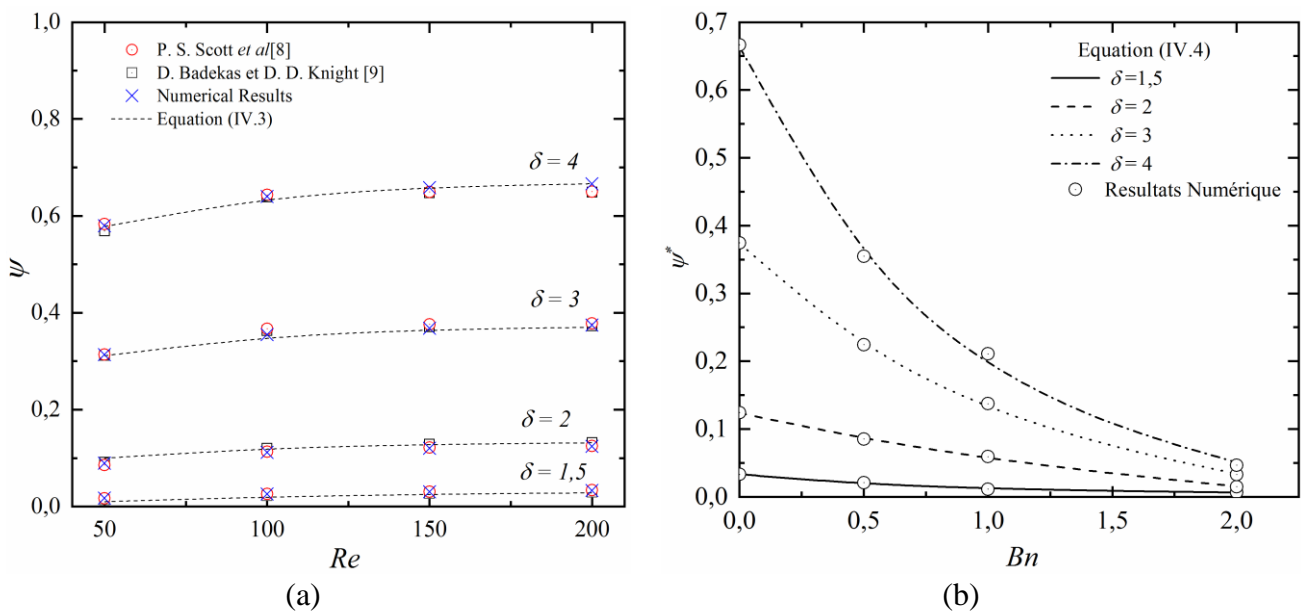


Figure IV. 8 : Variation de l'intensité de la zone de recirculation: (a) $\psi^* = f(Re)$, (b) $\psi^* = f(Bn)$

D'après les contours des lignes de courant présentées dans la figure IV.10 on remarque clairement l'influence du rapport d'expansion δ et du nombre de Reynolds sur l'écoulement secondaire pour un fluide Newtonien. Nous remarquons que l'augmentation de la taille de la zone de recirculation est associée à celle du rapport d'expansion et du nombre de Reynolds, en fait, plus la force d'inertie et le rapport d'élargissement sont grands, plus il est difficile pour le fluide de suivre les contours de l'élargissement et par conséquent plus la taille de la zone de recirculation est importante. Ce résultat est valable pour tous les fluides étudiés par comparaison des figures IV.10 avec IV.11 et IV.12, et cela s'accorde très bien avec les résultats de [20]. Il en résulte que pour plus les grandes valeurs du rapport d'aspect et du nombre de Reynolds, la longueur de redéveloppement de l'écoulement en aval de l'élargissement est plus étendue.

Nous constatons également l'apparition des zones non cisailées pour le fluide viscoplastique $Bn = 0.5, Bn = 1$ et $Bn = 2$ (Figures IV.11, IV.12), ces zones correspondent aux taux de cisaillement τ plus petit que le taux de seuil de l'écoulement τ_s . Ces zones données par figure IV.9 apparaissent sur l'axe de symétrie (1), en haut du coin d'expansion (2), au milieu de zone de recirculation (3) et en aval de la ligne de courant (4) qui sépare l'écoulement secondaire et l'écoulement principal. Nous remarquons que les zones non-cisailées se caractérisent par leur taille qui dépend directement au nombre de Bingham et du rapport d'aspect.

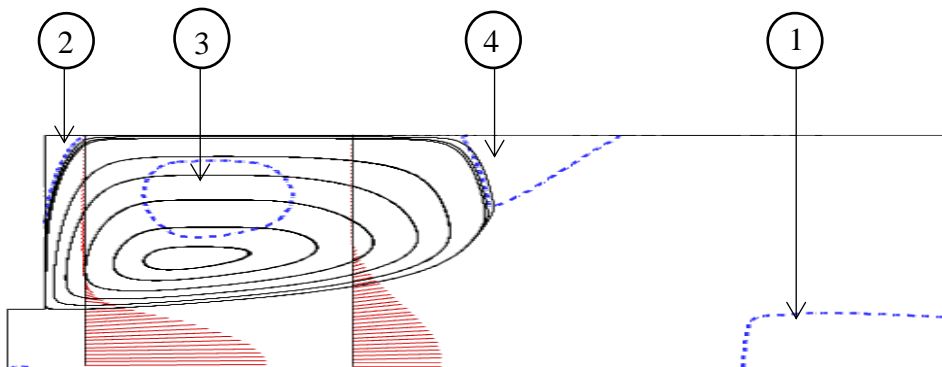


Figure IV. 9 : Différentes positions des zones rigides dans l'écoulement à travers l'élargissement.

La figure IV.11, montre que l'augmentation du rapport d'expansion entraîne l'élargissement des zones non-cisaillées et comme les zones de recirculation sont aussi élargies, la zone non-cisaillée sur l'axe de symétrie s'éloigne de l'élargissement ou de la marche $x_1 = 0$.

La variation du nombre de Bingham, comme le montre la figure IV.12, entraîne un agrandissement des zones non-cisaillées, et la zone non-cisaillée située sur l'axe de symétrie, contrairement à l'augmentation du rapport d'expansion, s'approche de la marche de l'élargissement. Plus le taux de seuil plus grand, et plus l'écoulement devient plus lent et se redéveloppe plus rapidement que le fluide Newtonien, ce résultat est similaire à celui obtenu par [17] et [18].

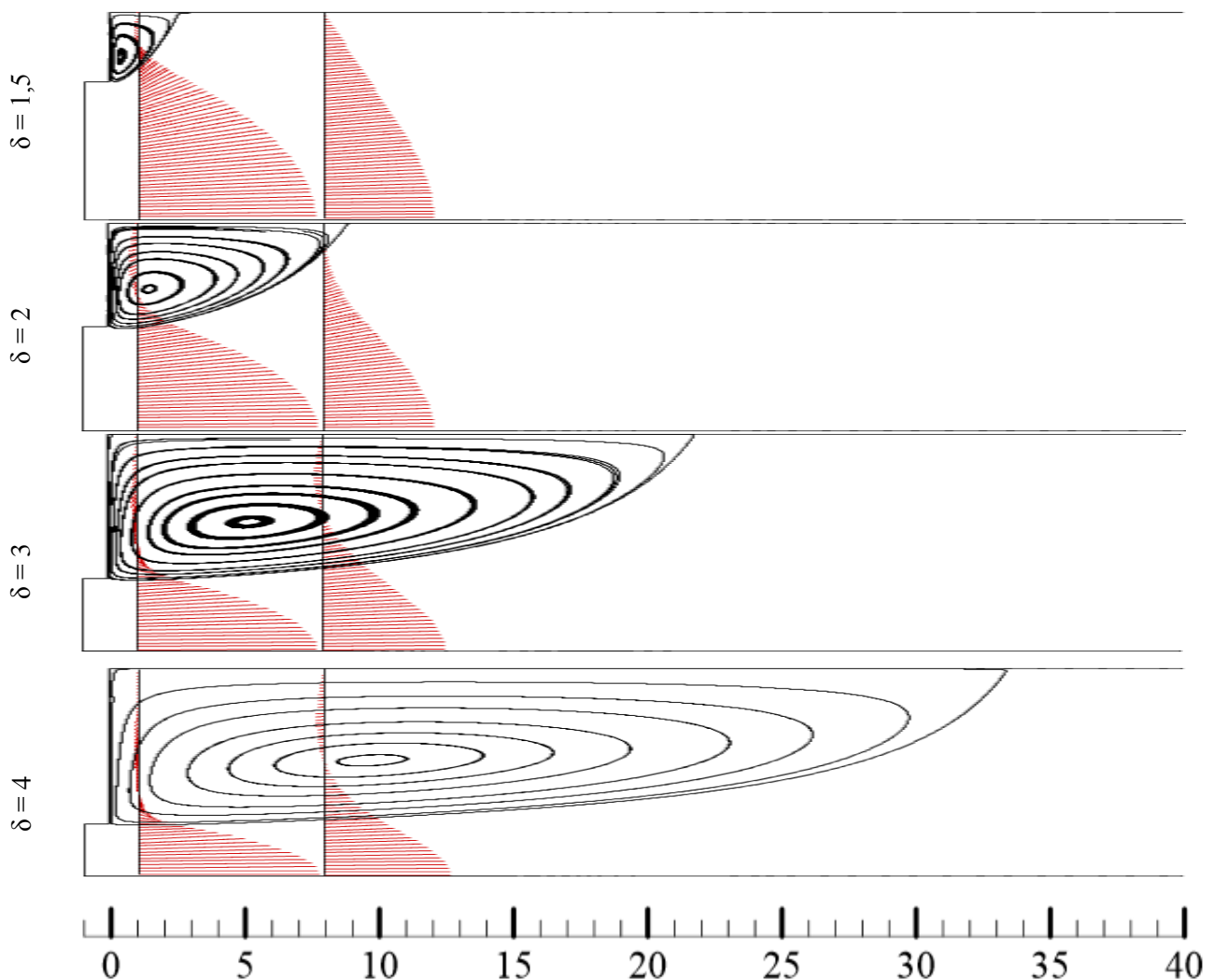


Figure IV. 10 : Structure d'écoulement Newtonien $Bn = 0$ dans un élargissement brusque pour différents rapports d'aspect $\delta = 1.5$, $\delta = 2$, $\delta = 3$ et $\delta = 4$ à $Re = 200$.

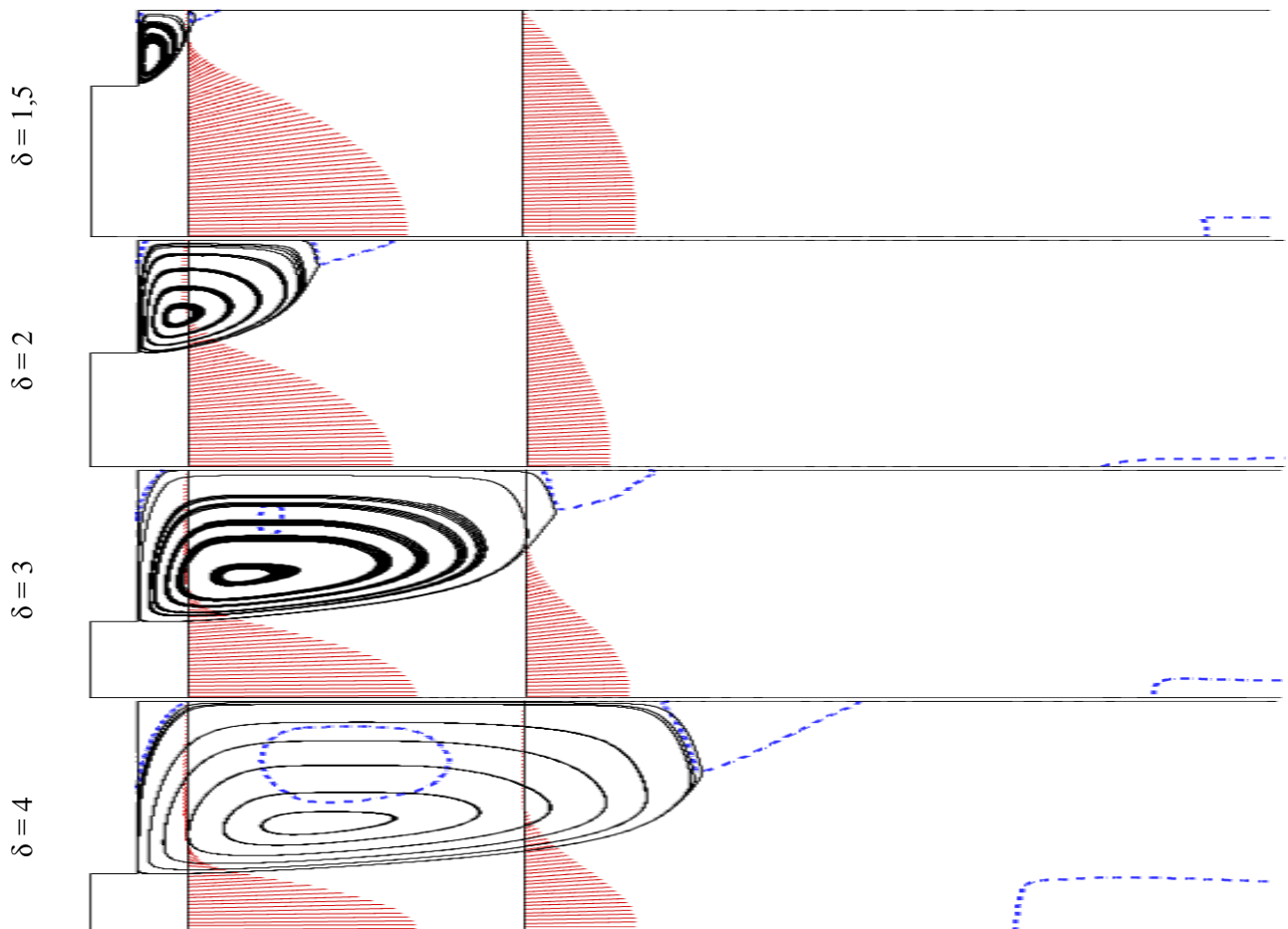


Figure IV. 11 : Structure d'écoulement viscoplastique $Bn = 0,5$ dans un élargissement brusque pour différents rapports d'aspect à $Re = 150$.

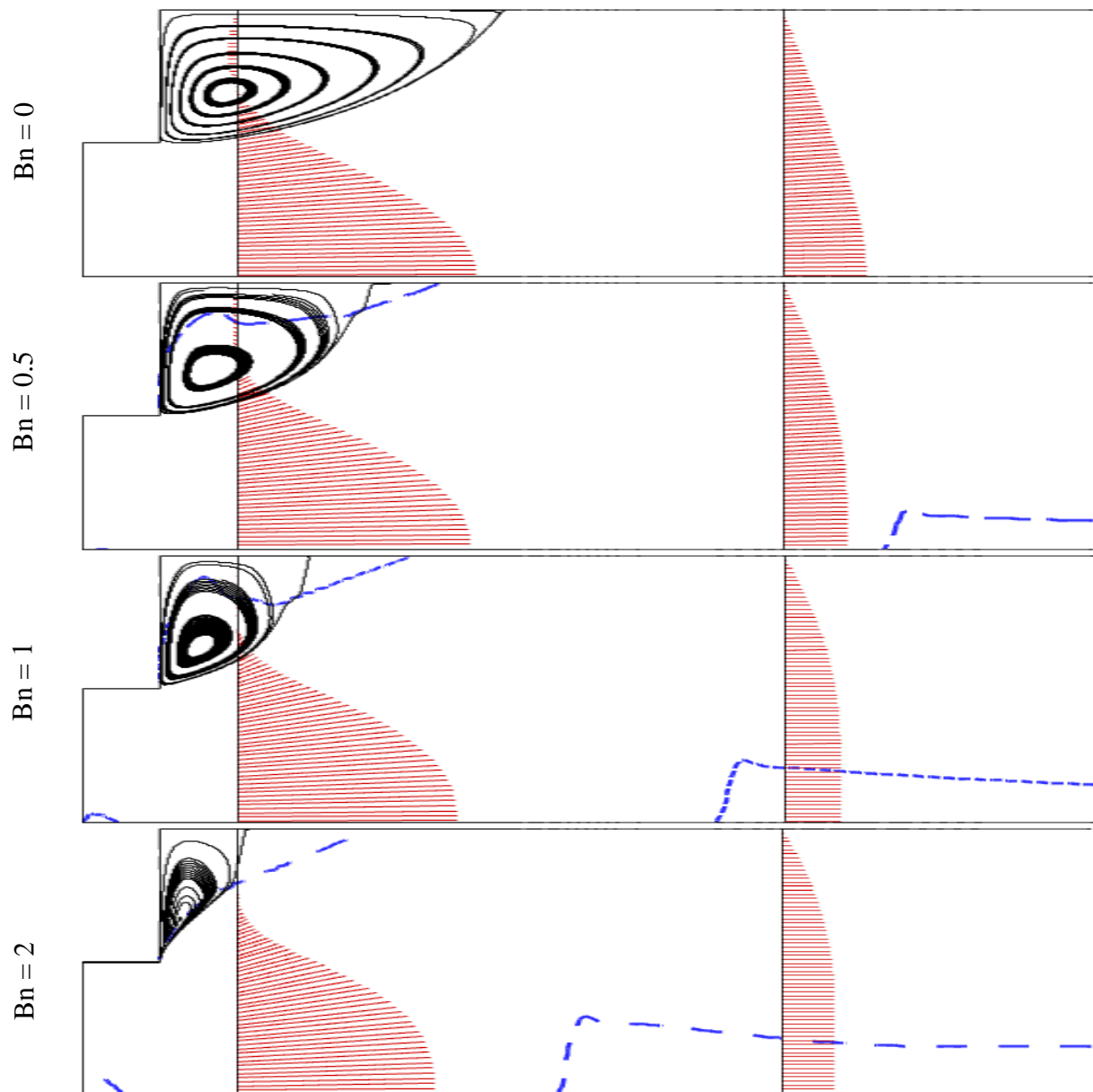


Figure IV. 12: Structure d'écoulement Newtonien et viscoplastique dans un élargissement brusque $\delta = 2$ pour différents nombres des Bingham à $Re = 100$.

IV.5 Redéveloppement d'écoulement

Pour mieux comprendre les modalités de rétablissement de l'écoulement, nous avons montré dans la Figure IV.13 l'évolution de la vitesse axiale normalisée au centre de l'élargissement suivant la position axiale pour différents nombres des Bingham étudiées. Nous remarquons que l'écoulement Newtonien se redéveloppe plus lentement qu'un fluide viscoplastique comme le montre la figure IV.13, cela est dû à l'augmentation des effets plastique dans l'écoulement qui fait la différence en amont de l'expansion où la valeur maximale de vitesse est différente pour chaque valeur de nombre de Bingham, cette différence affecte sur le rétablissement de l'écoulement en aval de l'élargissement.

Autrement, nous constatons que l'écoulement viscoplastique se redéveloppe brusquement contrairement à l'écoulement Newtonien, ce phénomène est dû à la formation des zones non-cisaillées au centre de l'élargissement, nous remarquons également que ces zones se forment plus rapidement et plus proche en l'aval d'expansion pour les nombres de Bingham élevés comme le montre la figure IV.12, et cela explique le redéveloppement rapide d'écoulement de le plus plastique comme le montre l'étude de [17] et [18].

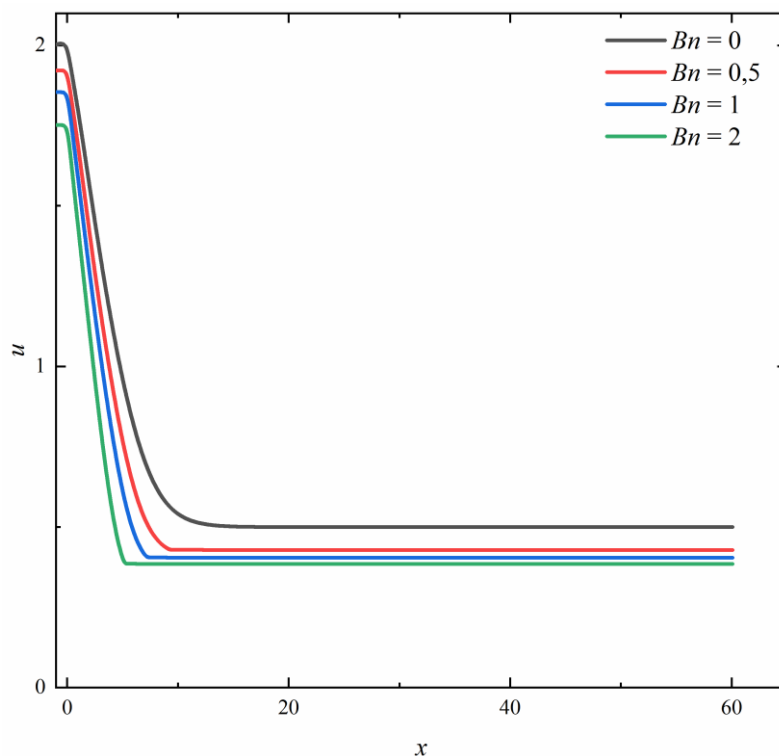


Figure IV. 13 : Variation de la vitesse normalisée le long de l'axe de symétrie de l'élargissement pour différents nombres de Bingham.

IV.6 Analyse de la perte de charge locale dans l'élargissement

L'analyse de la perte de charge totale Δp_{tot} à travers l'expansion brusque est divisée à une perte de charge linéaire attribuable au frottement de fluide et aux parois, Δp_F une perte de charge singulière attribuable à la diminution de vitesse à travers l'expansion et Δp_R une perte de charge dépend de la dissipation d'énergie cinétique par la zone de recirculation qui est générée à cause de la décélération du fluide en aval de l'expansion Δp_I .

Les tableaux IV.4 et IV.5 donnent les valeurs des trois coefficients de perte de charge à travers l'expansion en fonction de nombre de Reynolds pour $\delta = [1.5 - 4]$ et $Bn = [0 - 2]$. Dans un premier temps, nous présentons les résultats d'un fluide newtonien $Bn = 0$, d'après les calculs nous remarquons que dans l'intervalle de nombre de Reynolds étudié, le coefficient de perte de charge par dissipation d'énergie cinétique K_I est presque constant (il ne dépend pas du nombre de Reynolds), par contre ce coefficient augmente avec l'augmentation du rapport d'aspect, ceci est dû à l'agrandissement des zones de recirculation et donc à l'augmentation de la dissipation d'énergie cinétique. Le coefficient K_I a généralement un léger effet par rapport au coefficient de la perte de charge par friction aux parois K_F qui est le plus important qui est inversement proportionnel au nombre de Reynolds et au rapport d'aspect δ , ceci est attribué à la diminution de coefficient de frottement f en fonction de Re ou à la diminution de rapport L/d en fonction de δ . Ces résultats sont parfaitement cohérents avec les corrélations proposées dans les études de [10] et [11] comme le montre dans la figure IV.14.

Pour l'écoulement de fluide de Bingham, nous remarquons que le coefficient K_I est inversement proportionnel au nombre de Reynolds. Il est très important de noter que l'écoulement de fluide de Bingham dans l'intervalle de nombre de Reynolds $Re = [50 - 200]$ devient similaire à l'écoulement du fluide Newtonien aux faibles nombres de Reynolds $Re = [1 - 10]$. La figure IV.15 montre cette similarité, le coefficient K_I devient plus important par rapport au coefficient de perte de charge par frottement K_F , à partir de cette similarité, nous déduisons que l'écoulement de Bingham est dominant par les forces plastiques. En plus, comme nous l'avons mentionné précédemment à propos de l'inversion des forces plastiques avec les forces d'inertie pour les grandeurs de la zone de recirculation, on peut également le voir pour le coefficient de la perte de charge par dissipation d'énergie.

D'autre part, notons également une diminution de coefficient K_I avec le rapport d'aspect δ pour un fluide viscoplastique $Bn > 0$ et ceci est l'inverse pour un fluide Newtonien, cela est dû à la diminution de perte de charge en aval de l'élargissement à cause de l'agrandissement des zones non-cisaillées au centre ligne. On peut expliquer ceci selon l'équation IV.5, tout perte de pression en fonction de direction axiale rencontrer par un cisaillement au direction radiale et donc, pour un fluide viscoplastique, nous remarquons l'augmentation des zones non-cisaillée dans la structure d'écoulement avec le rapport d'aspect, par conséquent il n'y a pas d'effet de cisaillement sur toute la direction radiale comme on le voit dans la figure IV.10 et il n'y a pas de chute de pression importante.

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial \tau}{\partial r} \quad \text{IV.5}$$

δ	Bn	Re	K_R	K_F	K_I	L_r
1.5	0	50	-0,608	18,117	0,411	0.695
		100	-0,607	9,059	0,477	1.292
		150	-0,603	6,036	0,501	1.914
		200	-0,607	4,529	0,517	2.550
	0.5	50	-0,612	5,835	17,440	0.490
		100	-0,612	2,916	8,563	0.862
		150	-0,608	1,943	6,371	1.243
		200	-0,611	1,458	4,913	1.625
	1	50	-0,617	7,084	23,384	0.436
		100	-0,617	3,543	12,36	0.658
		150	-0,613	2,363	8,288	0.909
		200	-0,617	1,771	6,198	1.180
2	50	-0,627	9,581	25,867	0.298	
	100	-0,626	4,785	13,625	0.490	
	150	-0,622	3,188	9,061	0.658	
	200	-0,626	2,396	7,102	0.806	
2	0	50	-0,707	8,184	0,855	2.198
		100	-0,706	4,092	0,901	4.433
		150	-0,701	2,725	0,919	6.649
		200	-0,706	2,046	0,932	8.888
	0.5	50	-0,713	3,904	8,592	1.414
		100	-0,712	1,951	4,290	2.710
		150	-0,707	1,300	2,857	4.002
		200	-0,712	0,975	2,149	5.311
	1	50	-0,719	5,105	10,832	1.012
		100	-0,718	2,553	5,591	1.908
		150	-0,713	1,701	3,619	2.839
		200	-0,718	1,116	2,887	3.696
2	50	-0,729	7,507	15,622	0.606	
	100	-0,729	3,747	7,799	1.105	
	150	-0,724	2,497	5,206	1.674	
	200	-0,729	1,877	3,928	2.172	

Tableau IV. 4 : Valeurs des coefficients des différentes pertes de charge à travers un élargissement pour $\delta = 1.5$, $\delta = 2$ et pour un écoulement Newtonien et viscoplastique.

δ	Bn	Re	K_R	K_F	K_I	L_r
3	0	50	-0,742	2,384	1,511	5.285
		100	-0,741	0,835	1,552	10.773
		150	-0,736	0,792	1,240	16.341
		200	-0,740	0,595	1,269	21.949
	0.5	50	-0,748	1,564	3,836	2.977
		100	-0,747	0,810	2,077	5.969
		150	-0,742	0,557	1,459	8.747
		200	-0,747	0,428	1,207	11.548
	1	50	-0,754	2,530	4,925	1.995
		100	-0,753	1,265	2,609	4.072
		150	-0,748	0,843	1,849	6.073
		200	-0,753	0,632	1,474	8.160
2	50	-0,765	4,076	7,678	1.046	
	100	-0,764	2,033	3,925	2.139	
	150	-0,760	1,354	2,690	3.363	
	200	-0,765	1,018	2,114	4.520	
4	0	50	-0,751	1,416	1,431	8.130
		100	-0,750	0,707	1,465	16.534
		150	-0,745	0,469	1,479	25.126
		200	-0,750	0,353	1,492	33.459
	0.5	50	-0,757	1,432	2,169	3.868
		100	-0,756	0,715	1,301	8.130
		150	-0,752	0,476	1,011	12.265
		200	-0,756	0,357	0,868	16.173
	1	50	-0,764	2,187	3,024	2.470
		100	-0,763	1,093	1,701	5.371
		150	-0,758	0,728	1,281	8.221
		200	-0,763	0,546	1,078	10.978
2	50	-0,775	3,697	6,567	1.220	
	100	-0,774	1,844	3,365	2.742	
	150	-0,769	1,228	2,323	4.383	
	200	-0,775	0,924	1,852	5.943	

Tableau IV. 5 : Valeurs des coefficients des différentes pertes de charge à travers un élargissement de $\delta = 3$, $\delta = 4$ pour un écoulement Newtonien et Viscoplastique.

D'après les résultats numériques obtenus dans cette étude, nous avons établi une corrélation numérique similaire à celle de [10] mentionnée dans littérature qui est modifiée pour être compatible avec l'intervalle de nombre de Reynolds. Le présent modèle donnée par l'équation IV.6 est tracé dans la figure IV.15 montre une bonne compatibilité avec les résultats de [11] et [22] pour l'écoulement d'un fluide newtonien. Par contre, pour les écoulements d'un fluide de Bingham, la figure IV.16 a,b,c qui donne la variation de coefficient K_I , montre clairement l'effet des paramètres rhéologiques de fluide, car plus les forces plastiques est élevée, plus elle est obstruer l'écoulement.

$$K_I = m_1 + m_2 \log(\text{Re}) + m_3 (\log^2 \text{Re}) \quad \text{IV.6}$$

Les coefficients m_i peuvent être extraits à l'aide de l'équation et du tableau présentés dans l'annexe II.

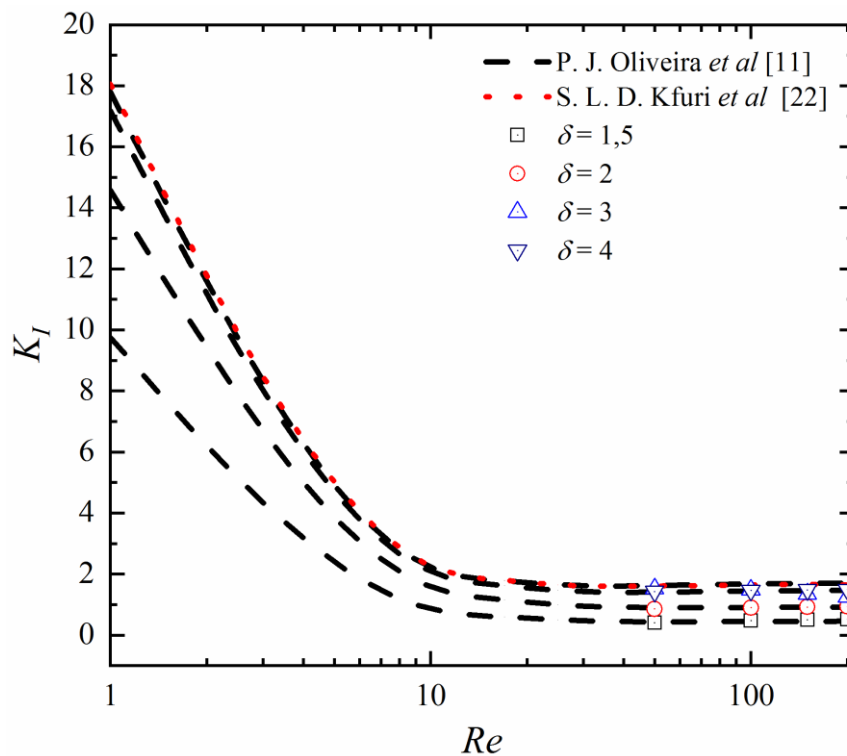


Figure IV. 14 : Comparaison entre le coefficient K_I calculés pour un fluide Newtonien.

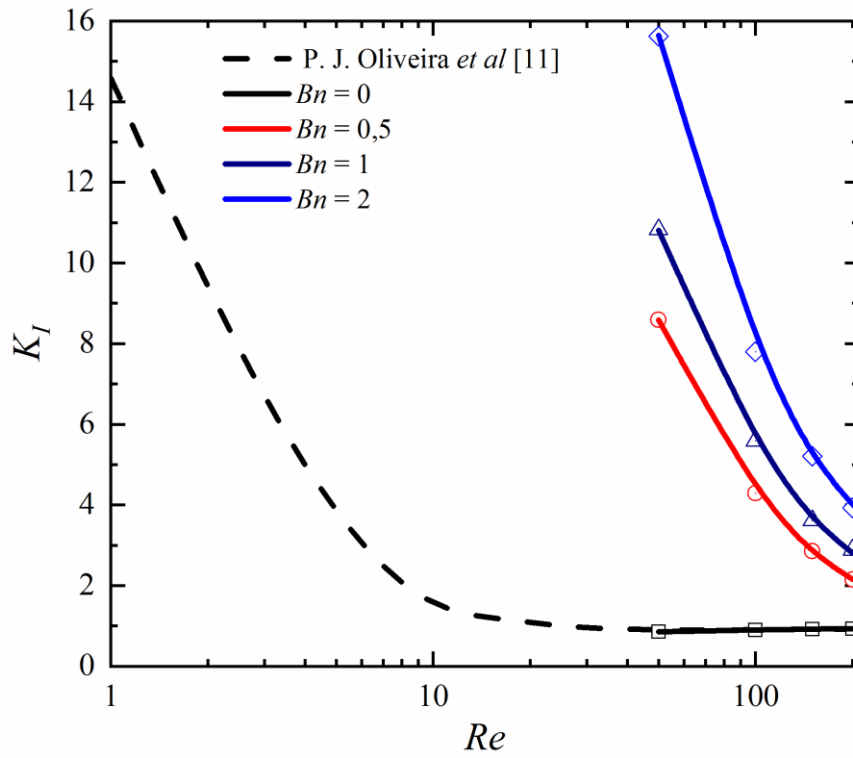
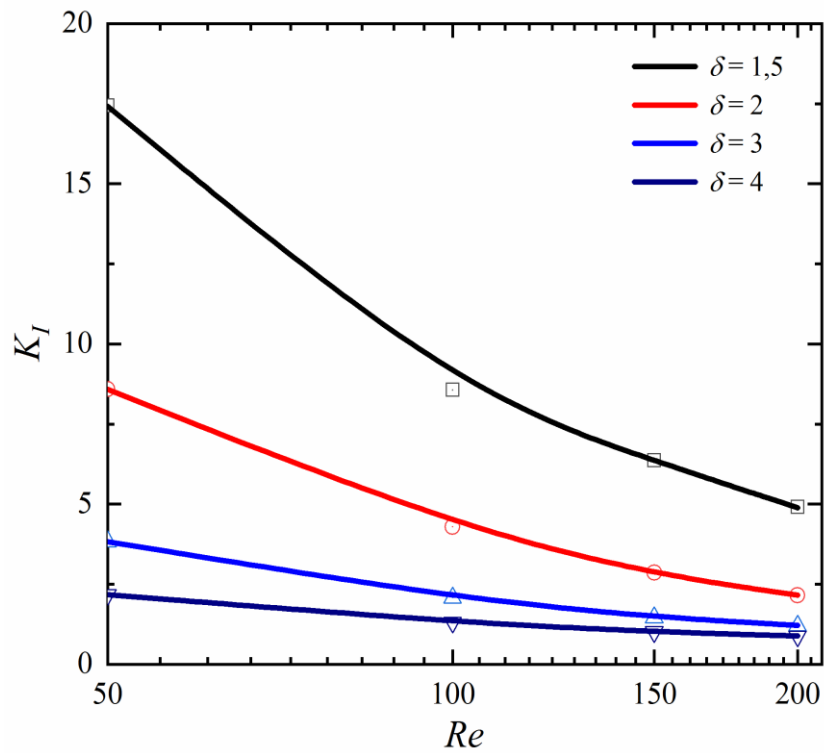


Figure IV. 15 : Comparaison entre le coefficient K_I calculés pour un fluide viscoplastique.



(a)

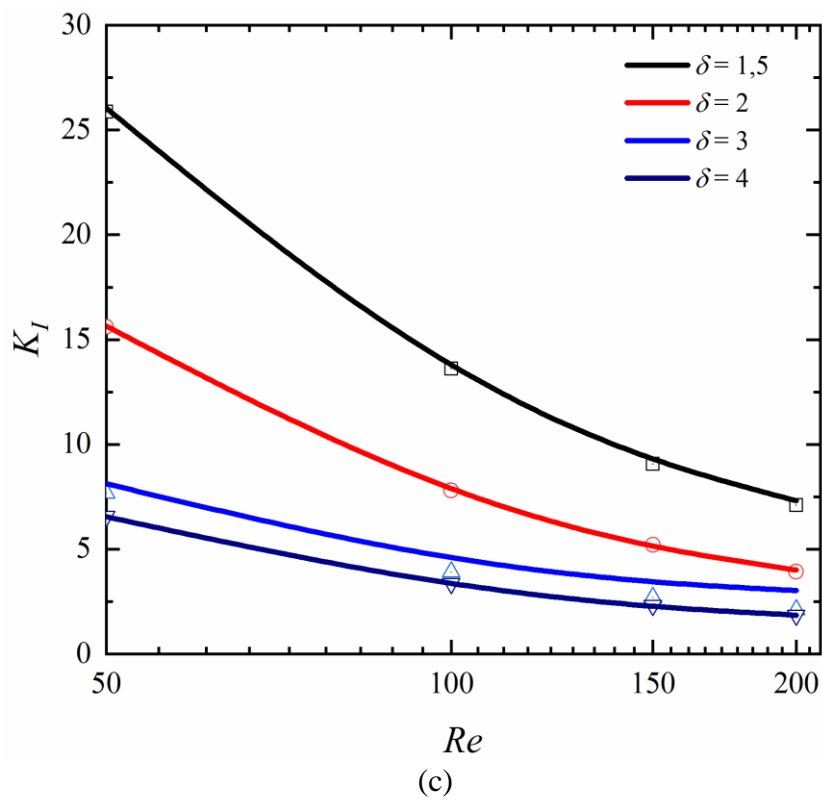
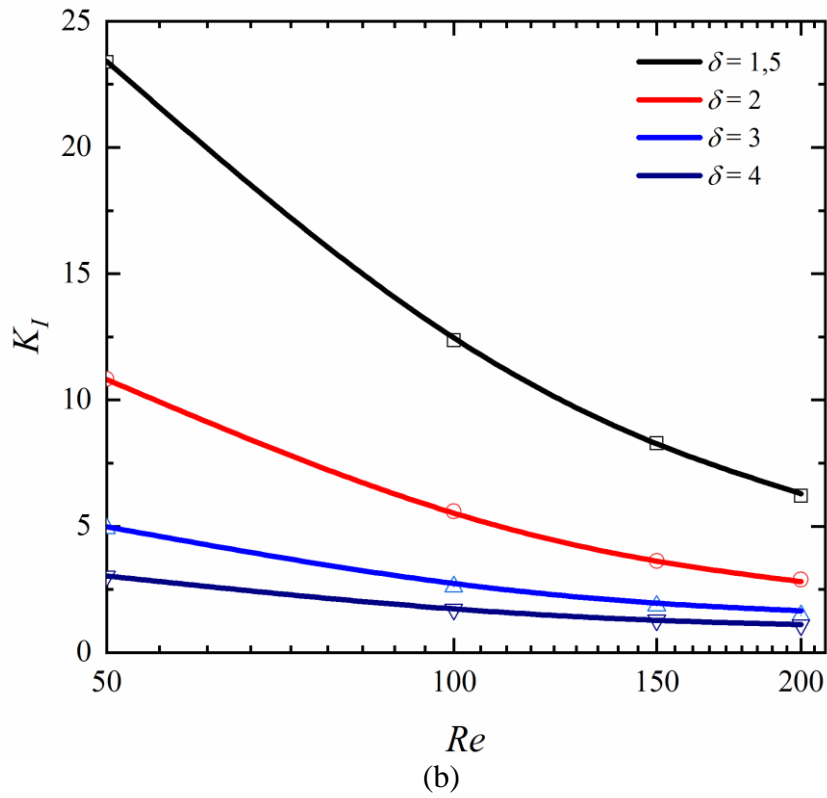


Figure IV. 16 : Comparaison entre le coefficient K_I calculé (Symboles) et la corrélation IV.6 (lignes discontinue), (a) $Bn = 0.5$, (b) $Bn = 1$, (c) $Bn = 2$.

CONCLUSION
GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

L'étude de l'écoulement d'un fluide viscoplastique à seuil à travers un élargissement brusque cylindriques a été réalisée à l'aide d'une simulation numérique. Cette étude nous a permis, d'une part, de compléter les connaissances sur les écoulements des fluides viscoplastiques, et d'autre part, d'investiguer le comportement de ces fluides dans une géométrie singulière.

Cette étude a été menée pour des nombres de Reynolds et de Bingham moyens, les conditions géométriques ont été particulièrement étudiées. Cette étude numérique a été réalisée à l'aide du code ANSYS Fluent où la méthode de régularisation de Papanastasiou a été utilisée.

Dans un premier temps, nous avons étudié numériquement l'écoulement d'un fluide newtonien à travers un élargissement brusque pour tous les rapports d'aspect étudiés. L'influence du maillage sur les résultats a été également vérifié.

Les résultats numériques obtenus ont été comparés aux résultats expérimentaux et numériques disponibles dans la littérature pour le fluide newtonien et le fluide viscoplastique, une bonne concordance a été observée.

L'effet du nombre de Reynolds sur caractéristiques des zones de recirculations a été vérifié, ainsi que l'effet de rapport d'aspect qui est similaire avec le nombre de Reynolds, ces résultats ont été confirmé pour l'écoulement du fluide newtonien et viscoplastique au même temps.

Pour l'effet du nombre de Bingham, les résultats de la présente étude montrent un effet opposé à celui du nombre de Reynolds et du rapport d'aspect pour les zones de recirculations, le redéveloppement de l'écoulement après la marche, ainsi que l'augmentation de ce nombre génèrent des zones rigides dans l'écoulement, ces zones ont été aussi affectées par le nombre de Reynolds et le rapport d'aspect.

Ces résultats ont été utilisés pour élaborer des corrélations numériques en fonction des paramètres rhéologiques et géométriques pour la prédiction de la longueur et de l'intensité de la zone de recirculation.

L'étude de la perte de charge à travers l'élargissement a été aussi étudiée, une corrélation numérique a été élaborée pour la prédiction du coefficient de la perte de charge par dissipation d'énergie cinétique à travers l'élargissement brusque axisymétrique pour un fluide newtonien et viscoplastique au même temps.

Perspectives :

Ce travail doit faire l'objet d'autres études pour mieux comprendre les phénomènes accompagnant l'écoulement d'un fluide non-newtonien à travers les géométries singulières ; à cet effet, nous proposons ce qui suit :

- L'étude de l'écoulement diphasique (Gaz / Liquide).
- L'intégration de l'effet thermique.
- De mener une étude tridimensionnelle
- D'utilise le Code ANSYS PolyFlow

Annexes

```
#include "udf.h"

#define tau_o 14.72

#define mu_p 0.33

#define m 1000

DEFINE_PROPERTY(Bn_viscosity_model,c,t)

{

real mu_Bn;

/*real x[ND_ND],y,vy;

float trace;

double visc;

float u[2], v[2];

int j;

for(j=0;j<2;j++)

{

u[j]=C_U_G(c,t)[j];

v[j]=C_V_G(c,t)[j];

}

vy=C_V(c,t);

y=x[1];

trace=2*(pow(u[0],2)+pow(v[1],2)+pow((vy/y),2))+pow(u[1]+v[0],2);

visc=(tau_o/trace)*(1-exp(-m*trace))+mu_p;*/

mu_Bn=(tau_o/(C_STRAIN_RATE_MAG(c,t)+0.000001))*(1-exp(

m*C_STRAIN_RATE_MAG(c,t)))+mu_p;

return mu_Bn;

}
```

$$m_i = aBn^3 + bBn^2 + cBn + d$$

δ	m_i	a	b	c	d
1.5	m_1	138.2	-488.4	525.7	-0.423
	m_2	-119.3	413.4	-429	0.724
	m_3	29.77	-99.94	96.74	-0.137
2	m_1	58.033	-197.15	227.89	0.359
	m_2	-47.414	160.48	-183.8	0.413
	m_3	9.748	-32.88	37.46	-0.071
3	m_1	25.97	-86.29	102	-2.267
	m_2	-23.05	76.78	-89.13	4.256
	m_3	5.061	-16.827	19.36	-1.191
4	m_1	10.98	-27.78	38.86	1.149
	m_2	-9.246	23.91	-33.16	0.214
	m_3	1.808	-4.627	6.617	-0.028

Tableau V. 1 : Valeurs des coefficients m_i .

Références Bibliographiques

- [1] D. S. Viswanath, T. K. Ghosh, D. H. L. Prasad, N. V. K. Dutt, et K. Y. Rani, *Viscosity of Liquids: Theory, Estimation, Experiment, and Data*, 2007th edition. Dordrecht: Springer, 2006.
- [2] R. P. Chhabra et J. F. Richardson, *Non-Newtonian Flow and Applied Rheology: Engineering Applications*. Butterworth-Heinemann, 2011.
- [3] M. B. Madjid et Z. Hamou, « Etude des caractéristiques rhéologiques des fluides Non newtonien Cas du pétrole brut », déc. 2013, Consulté le: 2 novembre 2022. [En ligne]. Disponible sur: <http://dspace.univ-ouargla.dz/jspui/handle/123456789/2749>
- [4] F. Irgens, *Rheology and Non-Newtonian Fluids*. Cham: Springer International Publishing, 2014. doi: 10.1007/978-3-319-01053-3.
- [5] P. K. Swamee et N. Aggarwal, « Explicit equations for laminar flow of Bingham plastic fluids », *J. Pet. Sci. Eng.*, vol. 76, no 3, p. 178-184, mars 2011, doi: 10.1016/j.petrol.2011.01.015.
- [6] E. O. Macagno et T.-K. Hung, « Computational and experimental study of a captive annular eddy », *J. Fluid Mech.*, vol. 28, no 1, p. 43-64, avr. 1967, doi: 10.1017/S0022112067001892.
- [7] T.-K. Hung et E. O. Macagno, « Laminar eddies in a two-dimensional conduit expansion », *Houille Blanche*, no 4, Art. no 4, juin 1966, doi: 10.1051/lhb/1966025.
- [8] P. S. Scott, F. A. Mirza, et J. Vlachopoulos, « A finite element analysis of laminar flows through planar and axisymmetric abrupt expansions », *Comput. Fluids*, vol. 14, no 4, p. 423-432, janv. 1986, doi: 10.1016/0045-7930(86)90016-2.
- [9] D. Badekas et D. D. Knight, « Eddy Correlations for Laminar Axisymmetric Sudden Expansion Flows », *J. Fluids Eng.*, vol. 114, no 1, p. 119-121, mars 1992, doi: 10.1115/1.2909986.
- [10] P. J. Oliveira et F. T. Pinho, « Pressure drop coefficient of laminar Newtonian flow in axisymmetric sudden expansions », *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 18, no 5, p. 518-529, oct. 1997, doi: 10.1016/S0142-727X(97)80010-0.
- [11] P. J. Oliveira, F. T. Pinho, et A. Schulte, « A general correlation for the local loss coefficient in Newtonian axisymmetric sudden expansions », *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 19, no 6, p. 655-660, déc. 1998, doi: 10.1016/S0142-727X(98)10037-1.
- [12] S. Rosa et F. T. Pinho, « Pressure drop coefficient of laminar Newtonian flow in axisymmetric diffusers », *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 27, no 2, p. 319-328, avr. 2006, doi: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2005.09.003.

- [13] A. L. Halmos, D. V. Boger, et A. Cabelli, « The behavior of a power-law fluid flowing through a sudden expansion: Part I. A numerical solution », *AIChE J.*, vol. 21, no 3, p. 540-549, 1975, doi: 10.1002/aic.690210316.
- [14] A. L. Halmos et D. V. Boger, « The behavior of a power-law fluid flowing through a sudden expansion. Part II. Experimental verification », *AIChE J.*, vol. 21, no 3, p. 550-553, 1975, doi: 10.1002/aic.690210317.
- [15] F. T. Pinho, P. J. Oliveira, et J. P. Miranda, « Pressure losses in the laminar flow of shear-thinning power-law fluids across a sudden axisymmetric expansion », *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 24, no 5, p. 747-761, oct. 2003, doi: 10.1016/S0142-727X(03)00083-3.
- [16] P. S. Scott, F. Mirza, et J. Vlachopoulos, « Finite-Element Simulation of Laminar Viscoplastic Flows with Regions of Recirculation », *J. Rheol.*, vol. 32, no 4, p. 387-400, mai 1988, doi: 10.1122/1.549976.
- [17] G. C. Vradis et M. V. O'tu'gen, « The Axisymmetric Sudden Expansion Flow of a Non-Newtonian Viscoplastic Fluid », *J. Fluids Eng.*, vol. 119, no 1, p. 193-200, mars 1997, doi: 10.1115/1.2819108.
- [18] K. J. Hammad, « Suddenly expanding recirculating and non-recirculating viscoplastic non-newtonian flows », *J. Vis.*, vol. 18, no 4, p. 655-667, nov. 2015, doi: 10.1007/s12650-015-0279-9.
- [19] S. S. Abdali, E. Mitsoulis, et N. C. Markatos, « Entry and exit flows of Bingham fluids », *J. Rheol.*, vol. 36, no 2, p. 389-407, févr. 1992, doi: 10.1122/1.550350.
- [20] E. Mitsoulis et R. R. Huilgol, « Entry flows of Bingham plastics in expansions », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 122, no 1, p. 45-54, sept. 2004, doi: 10.1016/j.jnnfm.2003.10.007.
- [21] F. Zinani et S. Frey, « Galerkin least-squares solutions for purely viscous flows of shear-thinning fluids and regularized yield stress fluids », *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, vol. 29, p. 432-443, 2007.
- [22] S. L. D. Kfuri, E. J. Soares, R. L. Thompson, et R. N. Siqueira, « Friction Coefficients for Bingham and Power-Law Fluids in Abrupt Contractions and Expansions », *J. Fluids Eng.*, vol. 139, no 2, nov. 2016, doi: 10.1115/1.4034521.
- [23] G. R. Burgos et A. N. Alexandrou, « Flow development of Herschel–Bulkley fluids in a sudden three-dimensional square expansion », *J. Rheol.*, vol. 43, no 3, p. 485-498, mai 1999, doi: 10.1122/1.550993.

- [24] G. R. Burgos, A. N. Alexandrou, et V. Entov, « On the determination of yield surfaces in Herschel–Bulkley fluids », *J. Rheol.*, vol. 43, no 3, p. 463-483, mai 1999, doi: 10.1122/1.550992.
- [25] A. N. Alexandrou, T. M. McGilvrey, et G. Burgos, « Steady Herschel–Bulkley fluid flow in three-dimensional expansions », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 100, no 1, p. 77-96, sept. 2001, doi: 10.1016/S0377-0257(01)00127-6.
- [26] K. J. Hammad, M. V. O'tu'gen, G. C. Vradis, et E. B. Arik, « Laminar Flow of a Nonlinear Viscoplastic Fluid Through an Axisymmetric Sudden Expansion », *J. Fluids Eng.*, vol. 121, no 2, p. 488-495, juin 1999, doi: 10.1115/1.2822235.
- [27] K. J. Hammad, G. C. Vradis, et M. V. O'tu'gen, « Laminar Flow of a Herschel-Bulkley Fluid Over an Axisymmetric Sudden Expansion », *J. Fluids Eng.*, vol. 123, no 3, p. 588-594, mars 2001, doi: 10.1115/1.1378023.
- [28] E. I. Hegaj et E. I. Borzenko, « NUMERICAL SIMULATION OF THE STEADY-STATE HERSCHEL-BULKLEY FLUID FLOW IN A CHANNEL WITH SUDDEN EXPANSION », *Vestn. Tomsk. Gos. Univ. Mat. Mekhanika*, no 39(1), p. 68-81, mars 2016, doi: 10.17223/19988621/39/8.
- [29] P. Jay, A. Magnin, et J. M. Piau, « Viscoplastic fluid flow through a sudden axisymmetric expansion », *AIChE J.*, vol. 47, no 10, p. 2155-2166, 2001, doi: 10.1002/aic.690471004.
- [30] F. Machado, F. Zinani, et S. Frey, « Herschel-Bulkley Fluid Flows Through a Sudden Axisymmetric Expansion via Galerkin Least-Squares Methodology ». 2 novembre 2022.
- [31] P. K. Swamee et N. Aggarwal, « Explicit equations for laminar flow of herschel–bulkley fluids », *Can. J. Chem. Eng.*, vol. 89, no 6, p. 1426-1433, 2011, doi: 10.1002/cjce.20484.
- [32] T. C. Papanastasiou, « Flows of Materials with Yield », *J. Rheol.*, vol. 31, no 5, p. 385-404, juill. 1987, doi: 10.1122/1.549926.
- [33] E. Buckingham, « On Plastic Flow Through Capillary Tubes », *ASTM Proc.*, no 21, p. 1154-1156, 1921.
- [34] J. F. Wendt, J. D. Anderson, et Von Karman Institute for Fluid Dynamics, Éd., *Computational fluid dynamics: an introduction*, 3rd ed. Berlin ; [London]: Springer, 2008.
- [35] R. J. LeVeque, *Finite difference methods for ordinary and partial differential equations: steady-state and time-dependent problems*. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007.
- [36] K.-J. Bathe et E. L. Wilson, *Numerical methods in finite element analysis*. Englewood Cliffs, N.J: Prentice-Hall, 1976.

- [37] F. Moukalled, L. Mangani, et M. Darwish, The finite volume method in computational fluid dynamics: an advanced introduction with OpenFOAM and Matlab. Cham Heidelberg New York Dordrecht London: Springer, 2016.
- [38] S. V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow. Washington : New York: Hemisphere Pub. Corp. ; McGraw-Hill, 1980.

أجريت الدراسة العددية للتدفق الصفائحي لمائع نيوتوني وغير نيوتوني (نموذج بينغهام) عبر توسيع مفاجئ متمائل تحت تأثيرات عوامل مختلفة لعدد رينولدز، عدد بينغهام و نسب أبعاد التوسيع. باستخدام البرنامج التجاري ANSYS-Fluent، تم دراسة تأثير هذه العوامل على التدفق حيث تتأثر مناطق الدوامات طرديا بعدد رينولدز و أبعاد التوسيع فيما يؤثر إجهاد العتبة بشكل عكسي. تم أيضا تحليل معامل فقدان الضغط المحلي في التوسيع، يزداد هذا المعامل مع زيادة نسبة أبعاد التوسيع للسائل النيوتوني و ينعكس هذا التأثير في سائل بينغهام، كما أن زيادة رقم بينغهام تزيد من معامل فقدان الضغط المحلي، تم إنشاء علاقات للتنبؤ بجميع أطوال إعادة الارتباط، شدة الدوامة ومعامل فقدان الضغط المحلي للمائعين معا.

الكلمات المفتاحية: تدفق صفائحي- سائل بينغهام - توسيع مفاجئ - إعادة التدوير - المناطق الصلبة- معامل فقدان

الضغط

Résumé

Une étude numérique a été effectuée pour étudier l'écoulement laminaire du fluide de Bingham à travers un élargissement brusque axisymétrique pour différentes valeurs des paramètres d'écoulement : nombre de Reynolds, du nombre de Bingham et rapport d'aspect. Dans cette étude réalisée à l'aide du code commercial ANSYS-Fluent, l'effet de ces paramètres d'écoulement sur la structure de l'écoulement de Bingham. Les résultats numériques obtenus ont montré que : la longueur et l'intensité des zones de recirculation sont proportionnelles au nombre de Reynolds et au rapport d'aspect de l'élargissement, et inversement proportionnelles au nombre de Bingham. Le coefficient de perte de charge locale augmente avec l'augmentation du rapport d'aspect pour le fluide newtonien. Cet effet se reflète dans le fluide de Bingham. Des modèles ont été établis pour prédire toutes les longueurs et l'intensité de recirculation ainsi que le coefficient de perte de charge locale des deux fluides.

Mots-clés : Écoulement laminaire, Fluide de Bingham, Élargissement brusque, Zone de recirculation, Zone rigides, Coefficient de perte de charge.

Synopsis

A numerical study has been performed to investigate the laminar flow of a Bingham fluid through abrupt axisymmetric expansion for different values of Reynolds number, Bingham number and aspect ratios. Using the commercial code ANSYS-Fluent, in this study carried out using the commercial code ANSYS-Fluent, the effect of these flow parameters on the structure of the Bingham flow. The numerical results obtained showed that: the length and the intensity of the recirculation zones are proportional to the Reynolds number and to the aspect ratio of the expansion, and inversely proportional to the Bingham number. The local head loss coefficient increases with increasing aspect ratio for the Newtonian fluid. This effect is reflected in Bingham's fluid. Models have been established to predict all recirculation lengths and intensity as well as the local pressure drop coefficient of the two fluids.

Keywords: Laminar flow, Bingham fluid, Abrupt expansion, Recirculation, Rigid zones, Local pressure drop coefficient.