

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Ibn Khaldoun de Tiaret  
Faculté des Sciences Appliquées  
Département de Génie Mécanique



## MÉMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour l'obtention du Diplôme de Master

**Domaine :** Sciences et Technologie

**Filière :** Electromécanique

**Parcours :** Master

**Spécialité :** Maintenance Industrielle

**Thème**

Retardement de la propagation des  
fissures de fatigue par la technique  
d'indentation

Préparé par :

MEBERBECHE Abde raouf / HATI Mama

Soutenu publiquement le : 26 / 06 / 2023, devant le jury composé de :

M. AISSAT Sahraoui	Maître de Conférences "A" (Univ. Ibn Khaldoun)	Président
M. MOULGADA Abdel madjid	Maître de Conférences "A" (Univ. Ibn Khaldoun)	Examineur
M. SAAD Mohamed	Maître de Conférences "A" (Univ. Ibn Khaldoun)	Examineur
M. BALTACH Abdelghani	Maître de Conférences "A" (Univ. Ibn Khaldoun)	Encadrant

Année universitaire : 2022 – 2023





## *Remerciements*

*Nous tenons à remercier d'abord Dieu ALLAH  
le tout  
puissant qui nous a donné la force et la patience pour  
acomplir ce travaille modeste.*

*Nous remercions notre encadreur monsieur Dr  
BALTAËH Abdelghani Pour son encadrement, pour  
sa patience, ses conseils et ses précieuses Directives.*

*Nous remercions monsieur le président Dr  
AISSAË Sahraoui et monsieur l'examineur Dr  
SAAD Mohamed et Dr MOULGADA  
Abdelmadjid pour avoir accepté de juger notre  
mémoire, veuillez agréer nos sentiment d'estime et de  
haute considération.*





# *Dédicaces*

*Je dédie ce modeste travail*

*A*

*Mon père pour ces encouragements  
et sacrifices*

*A*

*Ma mère pour sa tendresse et ces prières  
qu'ils sont la source de ma volonté*

*A*

*Mes frères et ma sœur*

*A*

*Mes meilleurs amis*

*Hati*

## *Dédicaces*

*Je dédie ce travail  
A mes chers parentes pour leur soutien,*

*leur patience, leur encouragement*

*A ma sœur et mes frères ainsi à toute*

*Ma famille*

*A tous mes amis*

**Meberbeche**

## Résumé

L'objectif de cette étude est d'évaluer l'impact d'une empreinte de bille appliquée devant un front de fissure sur le retard de croissance de fissure de fatigue. Pour ce faire, une modélisation numérique en 3D a été réalisée afin d'analyser l'effet de l'indentation sur les contraintes résiduelles circonférentielles induites par cette technique. L'étude examine également l'effet de la position de l'application de l'empreinte sur les contraintes générées. Les résultats obtenus démontrent que l'indentation a un effet bénéfique sur le retardement de la propagation des fissures.

**Les mots clés :** Retard, indentation, fissure, les éléments finis, fatigue.

## Abstract

The objective of this study is to evaluate the impact of indentation applied in front of a crack tip on the fatigue crack growth retardation. To do this, a 3D numerical modeling was performed to analyze the effect of indentation on the induced circumferential residual stresses using this technique. The study also investigates the effect of the indentation position on the generated stresses. The obtained results demonstrate that indentation has a beneficial effect on the retardation of crack growth.

**Keywords :** Retardation, indentation, crack, finite elements, fatigue.

## ملخص

الهدف من هذه الدراسة هو تقييم تأثير بصمة الكرة الموضوعية أمام حافة الشق على تأخير نمو الشقوق الناتجة عن التعب. تم إجراء نمذجة رقمية ثلاثية الأبعاد لتحليل تأثير البصمة على الضغوط المتبقية الحلقية التي تسببها هذه التقنية. كما تدرس أيضًا تأثير موقع وضع البصمة على الضغوط المتولدة. تظهر النتائج أن البصمة لها تأثير مفيد على تأخير انتشار الشقوق.

**الكلمات المفتاحية :** تأخير، البصمة، الشق، العناصر المنتهية، الكلال.

## Table des matières

Remerciements

Dédicaces

Résumé

Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction générale

### Chapitre I : Généralités sur la mécanique de la rupture

I.1 Introduction -----	3
I.2 Aperçu historique sur la mécanique de la rupture -----	3
I.3. La rupture mécanique -----	8
I.3.1 Modes de rupture-----	8
I.3.2 Rupture fragile -----	8
I.3.3 Rupture ductile -----	9
I.4. La mécanique linéaire de la rupture -----	10
I.4.1 Facteur de concentration des contraintes-----	10
I.4.2 Facteur d'intensité de contrainte -----	11
I.4.3 Critère énergétique (L'énergie de Griffith) -----	13
I.4.4 L'approche Irwin-----	14
I.4.5 Relation entre G et K-----	16
I.5. La mécanique non linéaire de la rupture -----	17
I.5.1 L'Intégral-J -----	17
I.5.2 CTOD « déplacements d'ouverture fissurent » -----	18
I.5.3 Relation entre l'intégrale J et le CTOD -----	19

### Chapitre II : Techniques de retardement de croissance des fissures de fatigue

#### PARTIE A : Aperçu sur les méthodes de réparation des composants fissures par fatigue

Introduction -----	22
II.1.1 Méthode de surcharge -----	22
II.1.2 Technique de meulage -----	25

II.1.3 Méthode du perçage d'un trou -----	26
II.1.4 Méthode d'infiltration -----	27
II.1.5 Empreinte de billes -----	28
II.1.6 Technique de collage du patch en composite -----	29

## **PARTIE B : Etat de l'art sur la technique d'indentation**

Introduction -----	32
II.2.1 Application de l'indentation -----	32
II.2.2 Effets de la réparation par l'indentation -----	33

## **Chapitre III :**

### **La méthode des éléments finis (logiciel Abaqus)**

III.1 Méthode des éléments finis -----	38
III.1.1 Introduction -----	38
III.1.2 Utilisation de la méthode des éléments finis -----	39
III.1.3 Démarche éléments finis -----	40
III.1.4 Principes de la méthode des éléments finis (MEF) -----	40
III.1.5 Étapes logiques du calcul par éléments finis -----	40
III.1.6 Vérification des données -----	41
III.1.6.1 Construction des tables -----	41
III.1.6.2 Calcul des matrices élémentaires et assemblage des matrices globales--	41
III.1.6.3 Factorisation de la matrice de rigidité globale -----	41
III.1.6.4 Partition des degrés de liberté-----	42
III.1.7 Etapes pratiques du calcul par EF -----	43
III.1.7.1 Pré-Processeur -----	43
III.1.7.2 Solveur -----	44
III.1.7.3 Post-Processeur -----	44
III.1.8 La modélisation physique de systèmes mécaniques -----	44
III.1.9 Utilisation d'un logiciel éléments finis -----	44
III.1.9.1 Déroulement d'une étude -----	45
III.1.10 Organigramme d'un logiciel éléments finis-----	49
III.2 Généralités sur l'Abaqus -----	51
III.2.1 Définition de l'Abaqus -----	51

III.2.2 Unités -----	52
III.2.3 Descriptif -----	52
III.2.3.1 Type d'analyse -----	52
III.2.3.2 Problèmes -----	52
III.2.3.3 Types de non-linéarités -----	53
III.2.3.4 Non-linéarités matérielles -----	53
III.2.3.5 Non-linéarités géométriques -----	53
III.2.3.6 Non-linéarités de contact -----	54
III.2.4 Structure -----	54
III.2.4.1 Le fichier d'entrée -----	54
III.2.4.2 Modularité -----	54

## **Chapitre IV : Résultats et discussions**

IV.1 Introduction -----	57
IV.2 Procédé et modèle géométrique -----	57
IV.3 Propriétés Mécaniques -----	58
IV.4 Modèle des éléments finis -----	59
IV.5 Chargements et conditions aux limites -----	61
IV.6 Résultats et discussions -----	62
1. Evaluation des contraintes sans chargement de traction -----	62
2. Evaluation des contraintes sous chargement de traction -----	64
IV.7 Calcul de l'intégrale J -----	67
<b>Conclusion générale -----</b>	<b>70</b>
<b>Références bibliographiques -----</b>	<b>72</b>



## Liste des figures

<b>Figure I.1</b> Rupture au mouillage du pétrolier ‘Liberty Ship’ .....	4
<b>Figure I.2</b> Stabilisateur vertical, qui s'est séparée du vol American Airlines 587, conduisant à un accident mortel .....	5
<b>Figure I.3</b> Modes de rupture .....	8
<b>Figure I.4</b> Matériaux ductiles .....	9
<b>Figure I.5</b> Rupture ductile aciers X100 .....	9
<b>Figure I.6</b> Analyse des contraintes au voisinage d'un trou elliptique .....	10
<b>Figure I.7</b> Définition des axes $(x, y)$ et des coordonnées $(r, \theta)$ au voisinage de l'extrémité d'une fissure .....	11
<b>Figure I.8</b> Définition des modes de sollicitation .....	12
<b>Figure I.9</b> Fissure dans une plaque infinie soumise à un effort de traction à distance.....	14
<b>Figure I.10</b> Répartition des contraintes élastiques et élastoplastiques dans le plan de la fissure sur et en aval de son extrémité .....	14
<b>Figure I.11</b> Contours de la zone plastique en mode I selon les critères de plasticité .....	15
<b>Figure I.12</b> Contours des zones plastiques d'après le critère de Van Mises ( $\nu = 0.3$ ) .....	16
<b>Figure I.13</b> Contour $\Gamma$ dans la définition de l'intégral $J$ .....	17
<b>Figure I.14</b> Définitions du CTOD .....	19
<b>Figure I.15</b> Modèle de Dugdale-Barenblatt .....	20
<b>Figure II.1</b> Montre les mécanismes du délai induit après application de la méthode de surcharge .....	23
<b>Figure II.2</b> Effet du rapport de surcharge $R_{pic}$ sur la vitesse de propagation de la fissure.....	24
<b>Figure II.3</b> Evolution du nombre de cycles affectés par le retard $N_d$ en fonction du rapport de surcharge $R_{pic}$ .....	25
<b>Figure II.4</b> Schéma de principe du meulage .....	25
<b>Figure II.5</b> Perçage en fond de fissure .....	26
<b>Figure II.6</b> Schéma des lignes de chargement .....	27
<b>Figure II.7</b> Présentant les courbes d'endurance, montre que la résistance à la fatigue augmente avec la charge de pression .....	29
<b>Figure II. 8</b> Géométrie du modèle étudié .....	30
<b>Figure II.9</b> Variation de FIC en fonction de la longueur des fissures a) variation de FIC entre une structure fissure réparée et non réparée .....	30

<b>Figure II.10</b> Durée de vie d'une plaque fissurée réparée et non réparée -----	31
<b>Figure II.11</b> Configuration de la machine à percussion SUPR -----	33
<b>Figure II.12</b> Coupon de test SE(T) pré-fissuré -----	33
<b>Figure II.13</b> Format d'indentation typique -----	33
<b>Figure II.14</b> Variations de $\sigma_y$ pour différents niveaux de charge d'indentation-----	34
<b>Figure II.15</b> Variation du taux de FCG par rapport à la longueur de fissure pour différentes charges d'indentation unique-----	35
<b>Figure II.16</b> Courbes FCG comparatives d'éprouvettes indentées avec des valeurs de charge d'indentation de 1, 1,75 et 2,5kN -----	35
<b>Figure III.1</b> Organisation générale d'un code de calcul -----	43
<b>Figure III.2</b> Composants de la fenêtre principale (viewport) -----	51
<b>Figure III.3</b> Les éléments que utilisé dans ABAQUS-----	53
<b>Figure III.4</b> Les éléments non linéarités de défèrent nœud-----	53
<b>Figure IV.1</b> Procédé d'indentation -----	56
<b>Figure IV.2</b> Modèle géométrique -----	57
<b>Figure IV.3</b> Modèle EF de la plaque indentée -----	59
<b>Figure IV.4</b> Condition aux limites et chargements -----	60
<b>Figure IV.5</b> Comparaison entre les contraintes résiduelles circonférentielles le long de la distance du front de fissure à la bordure de la face indentée -----	61
<b>Figure IV.6</b> Résultats du processus d'indentation -----	62
<b>Figure IV.7</b> Répartition des contraintes résiduelles circonférentielles autour du front de fissure des plaques indentées-----	62
<b>Figure IV.8</b> Comparaison de la répartition des contraintes résiduelles circonférentielles avant et après chargement de traction -----	63
<b>Figure IV.9</b> Comparaison de la répartition des contraintes résiduelles circonférentielles après chargement de traction -----	65
<b>Figure IV.10</b> Comparaison de la répartition des contraintes résiduelles circonférentielles dans le cas de chargement de traction -----	66
<b>Figure IV.11</b> Valeurs de l'intégrale J en fonction de la position d'empreinte-----	67

## Liste des tableaux

<i>Tableau II.1</i> Durée de vie en fatigue $N$ en kilocycles pour la propagation -----	28
<i>Tableau II.2</i> Détail des essais de fatigue sur éprouvettes réparées par simple empreinte en fond de fissure -----	36
<i>Tableau III.1</i> Principales sources d'erreurs durant le calcul -----	47
<i>Tableau III.2</i> Organigramme d'un logiciel éléments finis -----	50
<i>Tableau III.3</i> Les unités d'ABAQUS -----	52
<i>Tableau IV.1</i> Propriétés des matériaux utilisés -----	58
<i>Tableau IV.2</i> Nombre de nœuds et d'éléments de la plaque étudiée -----	58

# **Introduction générale**

Les composants d'aéronefs subissent des fissures causées par des dommages. Une estimation ou évaluation de ce type de dommage est effectuée en calculant les paramètres de rupture. Plusieurs techniques ont été développées dans le but de réparer ces composants en empêchant la propagation des fissures. Parmi ces techniques, la plastification de la zone entourant le point de fissure. Dans ce contexte, différentes méthodes de réparation sont utilisées pour retarder la propagation des fissures, ce qui entraîne une augmentation de la durée de vie des composants. L'un de ces techniques, l'empreinte de bille. Cette dernière est une méthode plus efficace pour retarder la croissance des fissures de fatigue. Des contraintes résiduelles ont été créées autour de la pointe de la fissure en indentant une plaque fissurée avec poinçon rigides. Les contraintes résiduelles près du fond de fissure ont été évaluées en utilisant les principes de la mécanique de la rupture.

Le but de cette étude est d'évaluer l'influence d'une empreinte de bille appliquée devant un front de fissure sur le retard de croissance de fissure de fatigue. Une modélisation numérique en 3 D a été effectuée pour analyser l'effet de l'indentation sur les contraintes résiduelles circonférentielles induite par cette technique. Ainsi la position de l'application de l'empreinte sur les contraintes générées.

Ce mémoire est structuré en quatre chapitres :

- Le premier chapitre est généralités sur la mécanique de la rupture, qui contenait un historique et modes de rupture en plus de mécanique linéaire et non linéaire de la rupture.
- Le deuxième chapitre, nous présenterons les différentes techniques de réparation des structures fissurées. Ensuite, un aperçu état de l'art sur la technique d'indentation.
- Dans le troisième chapitre, nous aborderons la méthode des éléments finis, une approche numérique largement utilisée pour simuler le comportement mécanique des matériaux. Nous explorerons également de logiciel Abaqus, qui est couramment utilisé dans le domaine de l'ingénierie des structures.
- Enfin, le quatrième chapitre sera consacré à la présentation des résultats obtenus de la méthode des éléments finis pour analyser l'effet de l'indentation sur les distributions des contraintes résiduelles générées par cette technique.

**Chapitre I :**  
**Généralités sur la**  
**mécanique de la rupture**

## I.1 Introduction

La mécanique de la rupture (Fractures Mécaniques) est une étude qui met en jeu les paramètres habituels de la mécanique à partir d'une discontinuité existante fissure ou défaut [01]. Elle permet dans certains cas de prévoir, en fonction des dimensions d'une fissure et de l'état de chargement, la vitesse de propagation de la fissure et la dimension à partir de laquelle cette fissure peut entraîner une rupture brutale.

La mécanique de la rupture étudie l'interaction entre la discontinuité géométrique (fissure) et le milieu continu avoisinant, ainsi que l'évolution de cette discontinuité.

Selon le comportement du matériau durant la propagation d'une fissure, on peut être confronté à deux types de rupture :

- a) Rupture fragile, en l'absence de déformation plastique significative (mécanique linéaire de la rupture).
- b) Rupture ductile, en présence de déformation plastique non négligeable (mécanique non linéaire de la rupture).

Dans ce cas, suivant l'étendue de la zone plastique en pointe de fissure, on différencie le cas de la plasticité confinée, de celui de la plasticité étendue.

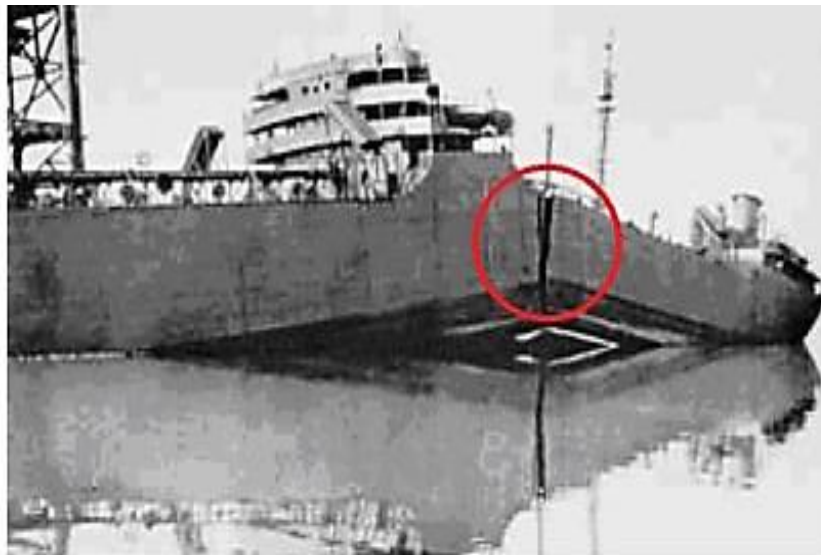
## I.2 Aperçu historique sur la mécanique de la rupture

Eviter la rupture n'est pas en soi une idée nouvelle. Les concepteurs des structures de l'Egypte des pharaons (pyramides) ou ceux de l'empire romain nous ont laissé des édifices que l'on peut encore contempler ce qui prouve bien qu'ils avaient le souci d'éviter la ruine des structures. Les matériaux utilisés avant la révolution industrielle étaient cependant limités pour l'essentiel au bois de construction, à la pierre ou à la brique et au mortier. La brique et le mortier sont relativement fragiles lorsqu'on les utilise en traction; les structures anciennes qui ont résisté au temps, étaient chargées en compression (pyramides, ponts romains) et de façon générale toutes les structures de l'époque qui précède la révolution industrielle étaient conçues pour des chargements en compression. Il a fallu attendre la révolution industrielle au début du 19e siècle, avec l'utilisation de l'acier dont les propriétés mécaniques permettaient de concevoir des structures pouvant résister à des charges de traction. La comparaison des anciens ponts romains avec les ponts modernes de structure métallique montre bien que les premiers étaient chargés en compression alors que les seconds le sont plutôt en traction [02].

L'utilisation de nouveaux matériaux ductiles (acier et autres alliages métalliques) pour des chargements en traction conduisit cependant à quelques problèmes [02].

Parmi les plus célèbres accidents, nous citons le naufrage du navire ‘Liberty Ship’ dans le port de New-York causé par l’effet de concentration de contraintes et du froid [03], (Figure I.1).

Le Stabilisateur vertical, qui s'est séparée du vol American Airlines 587, conduisant à un accident mortel (Figure I.2). Les premiers incidents enregistrés sur les structures fut la rupture d’une chaîne du pont suspendu Montrose en Mars 1830 en Grande Bretagne. Depuis, il y a eu un nombre important d’effondrements de ponts, dont le King’s Bridge à Melbourne (1962) ou encore le Point Pleasant Bridge en Virginie (1967). Les accidents ferroviaires dus à une rupture brutale des essieux, des roues ou encore des rails ont également été très nombreux. Entre 1860 et 1870, le nombre de personnes victimes d’accidents de train en Grande Bretagne s’élevait environ à 200 par an. De nombreux accidents intervinrent également sur des pipelines, des pétroliers.



*Figure I.1 : Rupture au mouillage du pétrolier ‘Liberty Ship’ [03].*

En Janvier 1943, le tanker américain T2 SS Schenectady alors qu’il venait de terminer les derniers tests en mer avec succès, se brise soudainement en deux dans le port.





*Figure I.2 : Stabilisateur vertical, qui s'est séparée du vol American Airlines 587, conduisant à un accident mortel [04].*

On a dans un premier temps essayé d'éviter ces risques de ruptures en sur dimensionnant les structures, mais la nécessité d'alléger de plus en plus les structures et de réduire les coûts conduisit au développement des recherches sur la mécanique de la rupture.

Les premiers essais de rupture ont été menés par Léonard de Vinci bien avant la révolution industrielle, qui a montré que la résistance à la traction de fils de fer variait inversement avec leur longueur. Ces résultats suggéraient que les défauts contenus dans le matériau contrôlaient sa résistance, plus le volume est important (fil de fer long) plus la probabilité de présence de fissure par exemple est importante. Cette interprétation qualitative fût précisée plus tard en 1920 par Griffith qui établit une relation directe entre la taille du défaut et la contrainte de rupture. S'appuyant sur les travaux d'Inglis, Griffith appliqua l'analyse des contraintes autour d'un trou elliptique à la propagation instable d'une fissure, il formule ainsi à partir du premier principe de la thermodynamique, une théorie de la rupture. Selon cette théorie, un défaut devient instable et conduit à la rupture lorsque la variation d'énergie liée à une propagation du défaut atteint l'énergie spécifique du matériau. Cette théorie prédit correctement la relation entre la contrainte de rupture et la taille du défaut dans les matériaux fragiles. Dans les matériaux ductiles et notamment les alliages métalliques, l'avancée d'un défaut s'accompagne d'une importante dissipation d'énergie due à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure et la théorie de Griffith qui ne considère que l'énergie de création de surface ne peut en rendre compte. Il a fallu attendre les travaux d'Irwin en 1948 qui proposa une modification de la théorie de Griffith en incluant justement dans le bilan énergétique, l'énergie due à la plastification, pour que l'approche de Griffith soit applicable aux matériaux ductiles.

La mécanique de la rupture passa du stade de curiosité scientifique à celui d'une discipline scientifique largement utilisée dans l'ingénierie de la construction, après ce qui arriva aux bateaux de la liberté lors de la deuxième guerre mondiale. Le principe de conception de ces bateaux avec une coque entièrement soudée constituait un grand succès jusqu'au jour où un de ces navires se fissa en deux parties entre la Sibérie et l'Alaska dans une mer très froide. Une dizaine d'autres navires sur les 2700 en service, subira ensuite le même sort. Les analyses des causes de rupture montraient que celles-ci étaient dues à la combinaison de trois paramètres : Les joints de soudures contenaient des fissures.

La plupart de ces fissures qui conduisaient à la rupture, se développaient à partir de zones de forte concentration de contrainte.

L'acier de construction utilisé pour ces bateaux, qui convenait pour les assemblages par rivetage où il n'y avait pas de risque qu'une fissure traverse toute la coque, avait une faible ténacité. Dès l'instant où la cause des ruptures était clairement identifiée, des plaques en acier de meilleure ténacité furent rivetées près des zones de forte concentration des contraintes pour arrêter la propagation des fissures.

On développa ensuite des aciers de forte ténacité et on améliora le procédé de Soudage, c'est dans ces années après-guerre qu'un groupe de chercheurs dirigé par Irwin étudia en détail le problème de la rupture au laboratoire national de recherche de la marine américaine. Irwin considéra que les outils fondamentaux pour étudier la rupture existaient et proposa en 1948, une extension de l'approche de Griffith aux matériaux ductiles en y incluant le terme de dissipation d'énergie due à l'écoulement plastique près des extrémités d'une fissure. Il développa ensuite en 1956 le concept de taux de restitution d'énergie à partir toujours de la théorie de Griffith mais sous une forme facilement exploitable par les concepteurs de structures. En 1957, s'appuyant sur les travaux de Westergaard qui analysa les champs de déplacements et de contraintes élastiques près de l'extrémité d'une fissure sous chargement donné, Irwin montra que les déplacements et les contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure peuvent être décrits à l'aide d'un paramètre unique qui était relié au taux de restitution d'énergie; ce paramètre issu de la mécanique linéaire de la rupture, est le facteur d'intensité des contraintes (FIC).

Les nouveaux concepts de la mécanique de la rupture furent ensuite utilisés pour montrer que la plupart des ruptures dans les fuselages d'avions étaient dues à des fissures de fatigue qui atteignaient une taille critique. Ces fissures prenaient naissance près des hublots dans les coins qui constituent des zones de forte concentration des contraintes. Les ruptures qui se produisaient dans les essieux d'engins roulants ou encore dans les rotors des turbines à vapeur furent aussi

expliquées grâce à l'application de ces nouveaux concepts. Le concept de FIC fut également utilisé par Paris pour décrire la propagation des fissures de fatigue et progressivement les courbes de propagation des fissures de fatigue proposées par ces auteurs remplacèrent les courbes d'endurance pour une meilleure prédiction des durées de vie des structures. La période entre 1960 et 1980 vit une intensification des recherches sur la rupture avec deux écoles qui s'affrontaient. D'une part les tenants de l'approche utilisant la mécanique linéaire de la rupture et ceux qui s'intéressaient essentiellement à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure. La mécanique linéaire de la rupture cesse d'être valable lorsqu'une plastification importante précède la rupture. Pour tenir compte de l'effet de cette plastification sur les champs de contraintes et de déplacements à l'extrémité d'une fissure, plusieurs auteurs (Irwin, Dugdale et Barenblatt) proposèrent ce qu'on appelle une correction de zone plastique ; la taille de la fissure est alors augmentée de cette zone plastique pour retrouver les champs de contraintes élastiques décrits par le FIC. Wells, un des représentants de la deuxième école, proposa en 1961 le déplacement à fond de fissure - ou CTOD « Crack Tip Opening Displacement » - comme paramètre alternatif à la mécanique linéaire de la rupture ou plus précisément au concept de FIC, lorsque la plastification devient importante comme c'est le cas dans les matériaux très ductiles. Plus tard, Hutchinson, Rice et Rosengren (HRR) développèrent un nouveau paramètre appelé intégrale J pour mieux décrire la répartition des contraintes dans les zones plastifiées (champ HRR). Begley et Landes caractérisèrent la ténacité à l'aide du paramètre J et développèrent une procédure standard pour l'utilisation de cette intégrale dans des cas pratiques. Les récents développements de la mécanique de la rupture montrent que si les recherches se sont cristallisées sur l'effet de la plastification dans la période entre 1960 et 1980, on s'intéresse actuellement plus aux comportements viscoplastique et/ou viscoélastique. Les premiers se rencontrent à température élevée lorsque les phénomènes de fluage deviennent importants alors que les seconds caractérisent les matériaux polymères de plus en plus utilisés dans l'industrie. L'apparition des nouveaux matériaux composites nécessita également l'utilisation des concepts de la mécanique linéaire de la rupture pour décrire leur comportement. Plus récemment encore, de nouvelles approches tentent de relier le comportement local à l'échelle microscopique au comportement global lors de la rupture d'un matériau. Ces approches micromacro deviennent parfois nécessaires lorsqu'on atteint les limites d'utilisation des autres approches plus classiques [05].

L'objet de la mécanique de la rupture est l'étude des évolutions de cette surface (propagation de la fissure) en fonction des chargements appliqués et des caractéristiques du matériau constituant.

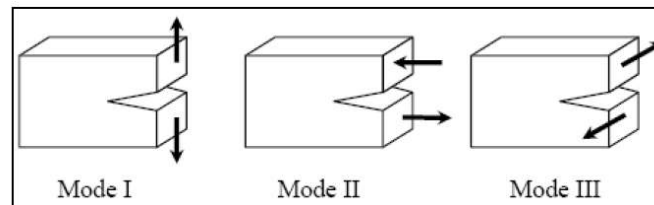
### I.3 La rupture mécanique

La mécanique de la rupture est proposée pour décrire les étapes d'amorçage et de propagation des fissures. Selon Modes de rupture, deux types de rupture peuvent être rencontrés la rupture fragile et la rupture ductile

#### I.3.1 Modes de rupture

La fissuration se manifeste par la séparation irréversible d'un milieu continu en deux parties, appelées lèvres de la fissure, ce qui introduit une discontinuité au sens des déplacements.

Les mouvements possibles des lèvres de chaque fissure sont des combinaisons de trois modes indépendants :



*Figure I.3 : Modes de rupture.*

Mode I : ouverture (ou clivage).

Mode II : cisaillement plan.

Mode III : cisaillement anti-plan.

Le mode I est le plus dangereux pour l'extension d'une fissure ; cependant, une fois amorcée et pour des sollicitations mixtes ou des géométries complexes, la fissure a tendance à bifurquer, et reste donc rarement rectiligne (2D) ou plane (3D).

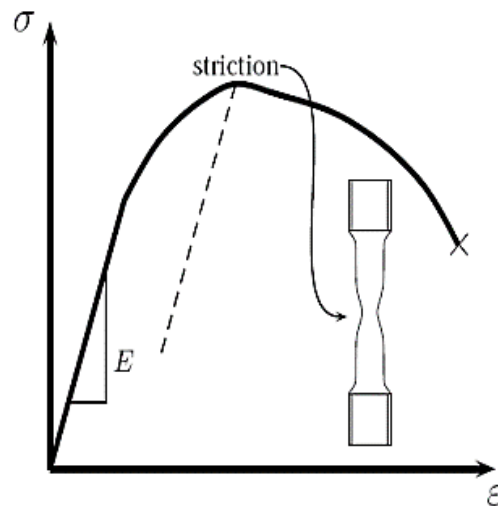
#### I.3.2 Rupture fragile

C'est une rupture contrôlée par la contrainte normale ou contrainte de clivage ; elle se produit sans déformation plastique (mécanique linéaire de la rupture), les ruptures sont transgranulaires (rupture dans un grain cohérent suivant des plans cristallographiques bien définis), on observe des ruptures brillantes avec des facettes.

#### I.3.3 Rupture ductile

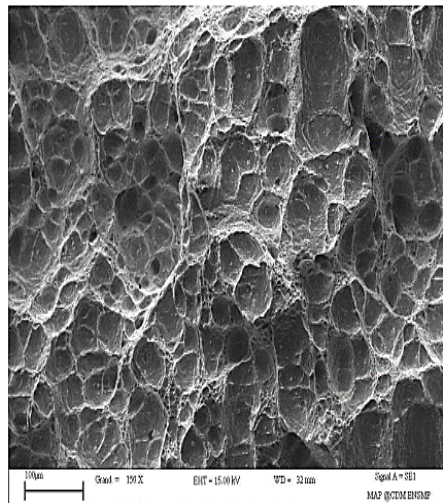
La rupture ductile est précédée d'une déformation plastique importante (mécanique non linéaire de la rupture).

L'aspect est granuleux, on observe souvent des cupules liées à une décohésion autour des inclusions. Dans ce cas, suivant l'étendue de la zone plastique en pointe de fissure, on différencie le cas de la plasticité confinée, de celle de la plasticité étendue d'un point de vue mécanique, on peut distinguer schématiquement, dans un milieu fissuré, trois zones successives.



*Figure I.4 : Matériaux ductiles.*

La figure I.5 représente la zone ductile de l'acier X100.



*Figure I.5 : Rupture ductile aciers X100.*

## **I.4. La mécanique linéaire de la rupture**

### **I.4.1 Facteur de concentration des contraintes**

Analyse des contraintes ou voisinage d'un trou elliptique. C'était la première approche d'inglis [06] on 1913, il a montré que la contrainte au fond du trou elliptique d'une plaque chargée en traction  $\sigma$  est beaucoup plus élevée que la contrainte dans un champ lointain. Dans un matériau fissuré [07], les lignes de force sont concentrées près du point de la fissure, appelé tête ou point de rupture figure I.6:

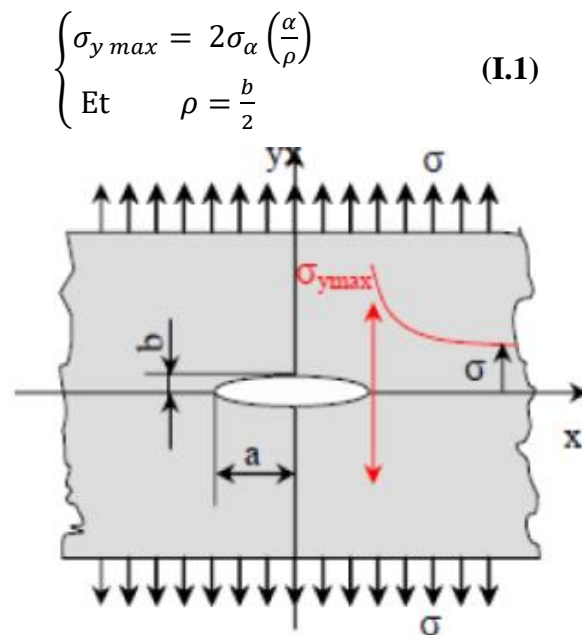


Figure I.6 : Analyse des contraintes au voisinage d'un trou elliptique.

Lorsqu'une fissure a une forme elliptique et que son orientation est perpendiculaire à la contrainte appliquée, la valeur de contrainte maximale ( $\sigma_{\max}$ ) à l'extrémité de la fissure se calcule à partir de la relation :

$$\sigma_{\max} = \sigma_0 \left[ 1 + 2 \left( \frac{a}{r} \right)^{1/2} \right] \quad (\text{I.2})$$

Avec

$\sigma_0$  : La contrainte appliquée

$a$  : La longueur d'une fissure débouchant ou la demi-longueur d'une fissure interne (non débouchant)

$r$  : Le rayon de courbure à l'extrémité de la fissure

Le facteur  $(a/r)^{1/2}$  peut prendre des valeurs très élevées dans le cas des fissures relativement longues et avec des rayons de courbure faibles. L'équation peut alors se simplifier :

$$\sigma_{max} = 2\sigma_0 \left(\frac{\alpha}{r}\right)^{1/2} \quad (\text{I.3})$$

La valeur de  $\sigma_{max}$  peut elle aussi atteindre des valeurs très élevées par rapport à la contrainte  $\sigma_0$ .

Le rapport entre  $\sigma_{max}$  et  $\sigma_0$  est nommé facteur de concentration de contrainte ( $K_t$ )

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0} = 2 \left(\frac{\alpha}{r}\right)^{1/2} \quad (\text{I.4})$$

Le facteur  $K_t$  est un rapport sans dimension. Il ne dépend donc que des rapports géométriques.

### I.4.2 Facteur d'intensité de contrainte

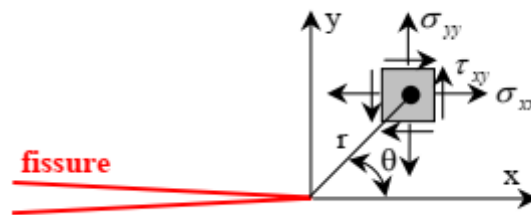
Le facteur d'intensité de contrainte est un paramètre couramment utilisé pour caractériser la singularité du champ de contrainte au voisinage du bout de la fissure. Ce facteur est proportionnel à la discontinuité du déplacement des lèvres de la fissure [01].

La forme générale du champ des contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure dans un matériau dont le comportement est élastique et linéaire [02] est de la forme :

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_m r^{m/2} g_{ij}^{(m)}(\theta) \quad (\text{I.5})$$

Les coordonnées  $(r, \theta)$  sont repérées par rapport à l'extrémité de la fissure (figure I.7).

Les fonctions adimensionnelles  $f_{ij}$  et  $g_{ij}$  et dépendent du mode de sollicitation, et  $g_{ij}$  de l'état de contrainte et de la géométrie du corps fissuré aussi.



**Figure I.7 :** Définition des axes  $(x, y)$  et des coordonnées  $(r, \theta)$  au voisinage de l'extrémité d'une fissure [02].

Au voisinage immédiat de l'extrémité de la fissure, les contraintes présentent une singularité en  $\frac{1}{\sqrt{r}}$ , c'est à dire lorsque  $r \rightarrow 0$  elles tendent vers l'infini comme  $\frac{1}{\sqrt{r}}$ .

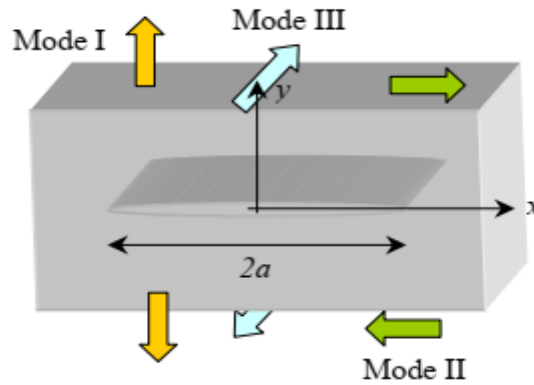
Les autres termes d'ordre plus élevé de la relation (I.5) sont alors négligeables.

La zone la plus critique est donc le voisinage immédiat de l'extrémité de la fissure et on ne considère alors que les termes en  $\frac{1}{\sqrt{r}}$ , autrement dit que les champs de contraintes asymptotiques qui sont donc de la forme :

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (\text{I.6})$$

Ces champs asymptotiques peuvent être décrits à l'aide de l'approche de Westergaard [02].

Selon le mode de sollicitation considéré - mode I, II ou III : figure I.8 ils s'expriment à l'aide des facteurs d'intensité des contraintes  $K_I$ ,  $K_{II}$  ou  $K_{III}$  :



**Figure I.8** : Définition des modes de sollicitation [01].

En mode I (mode par ouverture) : les surfaces de la fissure se déplacent dans des directions opposées et perpendiculairement au plan de fissure.

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = -\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \\ \sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \\ \tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{cases} \quad (\text{I.7})$$

En mode II (glissement de translation) : les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction perpendiculaire au front de fissure.

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}\right) \\ \sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \end{cases} \quad (\text{I.8})$$

En mode III (glissement de rotation) : les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction parallèle au front de fissure.



$$\begin{cases} \sigma_{13} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \\ \sigma_{23} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \end{cases} \quad (\text{I.9})$$

**Remarque :** Lorsque la structure fissurée est sollicitée dans les 3 modes simultanément, on a en appliquant le principe de superposition en élasticité linéaire :

$$\sigma_{ij}^{\text{total}} = \sigma_{ij}^{(I)} + \sigma_{ij}^{(II)} + \sigma_{ij}^{(III)} \quad (\text{I.10})$$

### I.4.3 Critère énergétique (L'énergie de Griffith)

En 1920 Griffith [08] fut le premier à aborder le problème des corps fissurés d'un point de vue énergétique, Par l'analyse du bilan énergétique, le taux de restitution d'énergie, Noté  $G$ , a été introduit, C'est l'énergie nécessaire pour faire progresser une longueur unitaire de la fissure, Elle correspond à la décroissance de l'énergie potentielle totale  $W$  du milieu fissuré pour passer d'une configuration initiale avec une longueur de fissure  $a$ , à une autre où la fissure se trouve augmentée d'une unité de longueur.

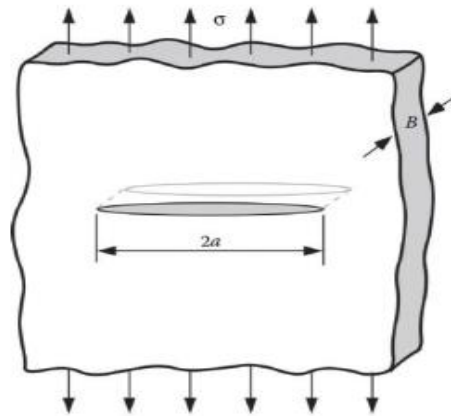
La rupture se produit lorsque  $G$  atteint une valeur critique ( $G_C$  ;  $G_C$  est une mesure de la ténacité du matériau). Pour une fissure de longueur  $2a$  (figure I.9) dans une plaque de dimensions infinies (ce qui équivaut à dire que la longueur de fissure est très petite par rapport aux dimensions de la plaque dans la plan de chargement), constituée d'un matériau de module d'Young  $E$  et soumise à une contrainte de traction  $\sigma^\infty$ , l'énergie de Griffith  $G$  par unité de surface fissurée est donnée par :

$$G = \frac{\pi(\sigma^\infty)^2 \alpha}{E} \quad (\text{I.11})$$

Si on continue à augmenter la contrainte appliquée  $\sigma^\infty$ , la rupture se produira lorsque l'énergie  $G$  atteint sa valeur critique pour une contrainte appliquée  $\sigma_R$ .

On a alors d'après la relation précédente :

$$G_C = \frac{\pi \sigma_R^2 \alpha}{E} \quad (\text{I.12})$$



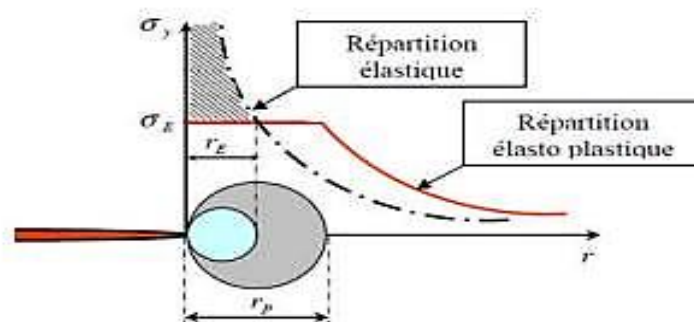
**Figure I.9 :** Fissure dans une plaque infinie soumise à un effort de traction à distance. En termes pratique "infini" signifie que la largeur de la plaque est  $2a$ .

#### I.4.4 L'approche Irwin

Irwin [09] considère en première approximation que la frontière entre zones élastique et plastique correspond aux lieux des points où les contraintes atteignent la limite d'élasticité du matériau.

Pour la détermination du rayon  $r_E$  pour lequel cette frontière coupe le plan d'une fissure en contraintes planes, il pose  $\sigma_y = \sigma_E$  où  $\sigma_E$  est la limite d'élasticité en traction simple [10] ce qui conduit à :

$$r_E = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_E} \right)^2 \quad (\text{I.13})$$



**Figure I.10 :** Répartition des contraintes élastiques et élastoplastiques dans le plan de la fissure sur et en aval de son extrémité

Pour tenir compte de ces forces figure I .10 il convient d'assurer l'équilibre entre les deux répartitions (élastique et élastoplastique) des contraintes.

La taille  $r_p$  de la zone plastique doit être supérieure à  $r_E$ . L'équilibre des forces entre les deux configurations conduit à :

$$\begin{cases} \text{Contraintes planes :} & r_p = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_E} \right)^2 \\ \text{Déformations planes :} & r_p = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_E \sqrt{3}} \right)^2 \end{cases} \quad (\text{I.14})$$

La surface plastique est calculée selon les deux normes de plasticité les plus couramment utilisées de Von Mises et Tresca, conduit à des contours écrits sur la figure suivante

Critère de Von Mises

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_E^2 \quad (\text{I.15})$$

Critère de Tresca

$$\text{Max}(\sigma_i - \sigma_j) = \sigma_E \quad (\text{I.16})$$

❖ **Mode I (figure I.11)**

Contrainte plane

$$r_p(\theta) = \frac{K_I^2}{4\pi\sigma_0^2} \left[ 1 + \frac{3}{2} \sin^2 \theta + \cos \theta \right] \Rightarrow \text{Von mises} \quad (\text{I.17})$$

$$r_p(\theta) = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_0^2} \left[ \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \right) \right]^2 \Rightarrow \text{Tresca} \quad (\text{I.18})$$

Déformation plane

$$r_p(\theta) = \frac{K_I^2}{4\pi\sigma_0^2} \left[ \frac{3}{2} \sin^2 \theta + (1 - 2\nu)^2 (1 + \cos \theta) \right] \Rightarrow \text{Von mises} \quad (\text{I.19})$$

$$\begin{cases} r_p(\theta) = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_0^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left[ 1 - 2\nu + \sin \frac{\theta}{2} \right]^2 \text{ si } 0 \leq \theta \leq 2\text{Arc sin}(1 - 2\nu) & (\text{I.20}) \\ r_p(\theta) = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_0^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} & \text{si } 2\text{Arc sin}(1 - 2\nu) \leq \theta \leq \pi \quad (\text{I.21}) \end{cases} \Rightarrow \text{Tresca}$$

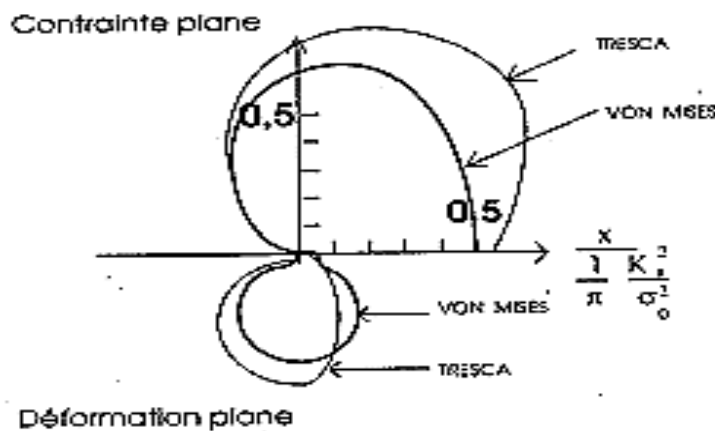


Figure I.11 : Contours de la zone plastique en mode I selon les critères de plasticité.

❖ **Mode II (figure I.12) :**

En contrainte plane :

$$r_p(\theta) = \frac{K_{II}^2}{2\pi\sigma_0^2} \left[ 3 - 8\sin^2\frac{\theta}{2} + 9\sin^4\frac{\theta}{2} \right] \Rightarrow \text{Von mises} \quad (\text{I.22})$$

En déformation plane :

$$r_p(\theta) = \frac{K_{II}^2}{2\pi\sigma_0^2} \left[ 3 - (8 + 4\nu - 4\nu^2) \sin^2\frac{\theta}{2} + 9\sin^4\frac{\theta}{2} \right] \Rightarrow \text{Von mises} \quad (\text{I.23})$$

En mode III (figure I.12) :

$$r_p(\theta) = \frac{3K_{III}^2}{2\pi\sigma_E^2} \quad (\text{I.24})$$

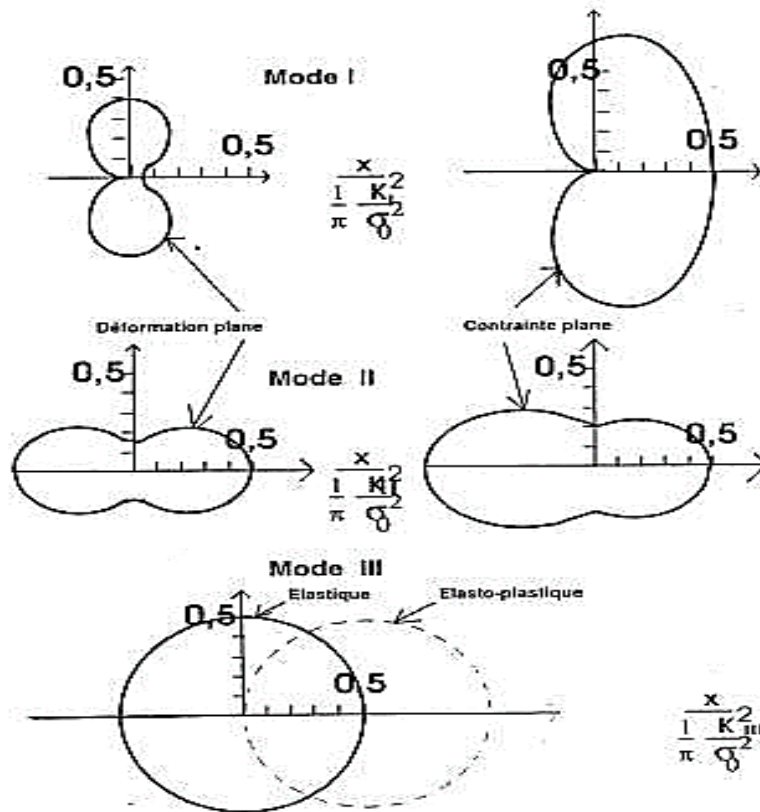


Figure I.12 : Contours des zones plastiques d'après le critère de Van Mises ( $\nu = 0.3$ ).

### I.4.5 Relation entre G et K

Le facteur d'intensité des contraintes décrit la distribution des contraintes et des déformations près d'une fissure.

Il est intuitif de penser que le taux de libération d'énergie G, sera une grandeur très sensible à la singularité des contraintes.

Nous allons montrer qu'en fait les deux quantités K et G sont liés.

Dans le cas général [02], lorsqu'on a coexistence des trois modes de changement, l'énergie de Griffith s'écrit :

$$G = G_I + G_{II} + G_{III} \quad \text{soit} \quad G = \frac{1}{2\mu} [(1 - \nu^*)(K_I^2 + K_{II}^2) + K_{III}^2] \quad (\text{I.25a})$$

$$\text{En déformations planes :} \quad G = \frac{1}{E} [(1 - \nu^2)(K_I^2 + K_{II}^2) + (1 + \nu)K_{III}^2] \quad (\text{I.26b})$$

$$\text{En contraintes planes :} \quad G = \frac{1}{E} [K_I^2 + K_{II}^2 + (1 + \nu)K_{III}^2] \quad (\text{I.27c})$$

## I.5. La mécanique non linéaire de la rupture

### I.5.1 L'Intégral-J

L'Intégral-J de RICE [11] peut être défini comme étant une ligne intégrale autour de l'extrémité d'une fissure, invariant pour tout chemin utilisé puisqu'il commence dans la face inférieure et se termine dans la face supérieure de la fissure, comme le montre la figure I.13 représentée par les flèches dans le sens antihoraire.

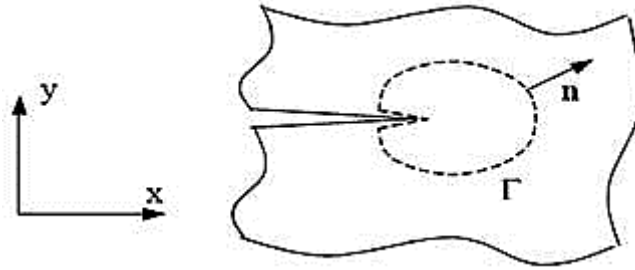


Figure I.13 : Contour  $\Gamma$  dans la définition de l'intégral  $J$ .

Elle s'exprime  $j$  par l'équation suivante ;

$$J = \int_{\Gamma} w dy - T \frac{\partial u}{\partial x} ds \quad (\text{I.28})$$

La densité d'énergie de déformation  $w$  est définie quant à elle par :

$$W = \int_0^{\varepsilon} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (\text{I.29})$$

$\Gamma$  : Tout contour orienté entourant la pointe de fissure (figure I.11).

$T = \sigma \cdot n$  : Vecteur contrainte s'exerçant sur les facettes de normale  $n$ .

$n$  : étant la normale extérieure à  $\Gamma$ .

$u$  : Vecteur déplacement.

$S$  : Abscisse curviligne le long de  $v$ .

Pour la loi de comportement de l'élasticité, qui stipule que l'on considère un matériau élastique linéaire ou non linéaire, homogène, sans contraintes résiduelles et sans décharges locales (et donc sans diffusion), on montre que  $J$  est indépendant de la circonférence 1.

Cette propriété reste vraie si le chargement est proportionnel, cela signifie que J ne peut en principe pas utiliser le chargement cyclique.

D'autre part, dans le cas d'un matériau élastique non-linéaire, J représente le taux de restitution d'énergie G :

$$J = G = -\frac{dp}{da} = \frac{1}{E}(K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1+\nu}{E}K_{III}^2 \quad \text{En contrainte plane} \quad (\text{I.30})$$

$$J = G = -\frac{dp}{da} = \frac{1+\nu^2}{E}(K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1+\nu}{E}K_{III}^2 \quad \text{En déformation plane} \quad (\text{I.31})$$

Avec :

$E$  : Module d'Young

$\nu$  : Coefficient de Poisson

$K_I, K_{II}, K_{III}$  : Facteur d'intensité des contraintes.

$P$  : Energie potentielle.

$a, da$  : Longueur de fissure, variation de longueur de fissure.

### I.5.2 CTOD « déplacements d'ouverture fissurent »

Wells, proposa en [12] le déplacement à fond de fissure ou CTOD « Crack Tip Opening Displacement », comme paramètre alternatif dans le cas de plastification importante (comme par exemple, pour les matériaux très ductiles). Plusieurs définitions ont été proposées pour le CTOD. Les deux définitions les plus communément utilisées sont représentées sur la fig. La première utilise le déplacement à l'extrémité de la fissure initiale, c'est à dire de longueur non corrigée (figure I.14.a).

La seconde définition, illustrée sur la (figure I.14.b), considère le déplacement à l'intersection des deux côtés d'un angle droit issu du fond de la fissure émoussée.

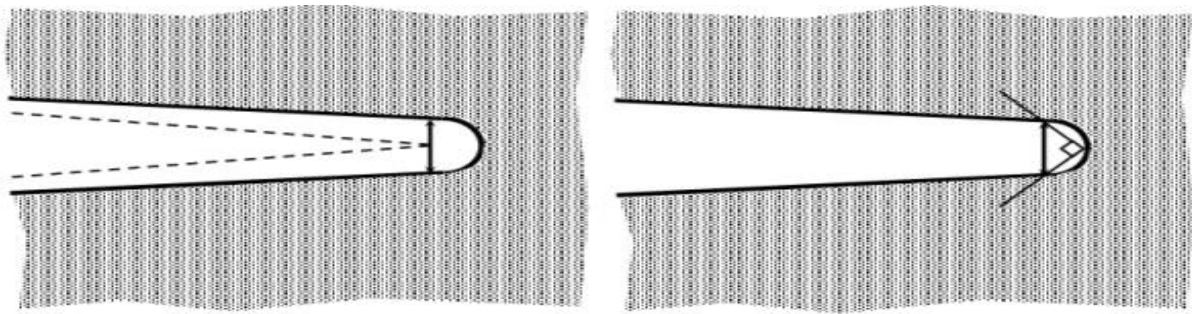
Cette dernière définition, couramment utilisée dans les calculs par la MEF, a été suggérée par Rice. On peut noter que les deux définitions sont équivalentes lorsque l'émoussement de l'extrémité de la fissure est de forme semi circulaire.

Le modèle de Dugdale-Barenblatt [13,14] suppose un état de contraintes planes et un matériau élasto-plastique parfait c'est à dire sans consolidation.

La relation plus générale entre le CTOD  $\delta$  et le FIC K est de la forme :

$$\delta = \frac{K_I^2}{mE\sigma_E} = \frac{G}{m\sigma_E} \quad (\text{I.32})$$

Où m est un coefficient sans dimension égale 1 en contraintes planes et 2 en déformations planes.



a) Déplacement à l'extrémité initiale      b) Déplacement à l'intersection d'angle droit

Figure I.14 : Définitions du CTOD.

### I.5.3 Relation entre l'intégrale J et le CTOD

Lorsque le comportement du matériau est linéaire élastique,  $J=G$ , et le même type de relation existe donc entre  $J$  et  $\delta$  [15] :

$$J = m \sigma_e \delta \quad (\text{I.33})$$

Où  $m$  est une constante sans dimension qui dépend de l'état des contraintes et des propriétés du matériau.

La relation précédente est en fait vérifiée bien au-delà des limites de validité de la MLR. Considérons par exemple le modèle de Dugdale-Barenblatt [14] (figure I.15). On peut choisir pour le calcul de l'intégrale  $J$  le contour  $C$  indiqué sur cette figure. Si la longueur  $\rho$  de la zone endommagée est grande devant le CTOD  $\delta$  ( $\rho \gg \delta$ ), le premier terme de l'intégrale  $J$  est nul puisque  $dy \approx 0$ .

La normale au contour  $C$  étant, l'intégrale  $J$  est alors donnée par :

$$J = \int_C \frac{\partial u y(x)}{\partial x} ds \quad (\text{I.34})$$

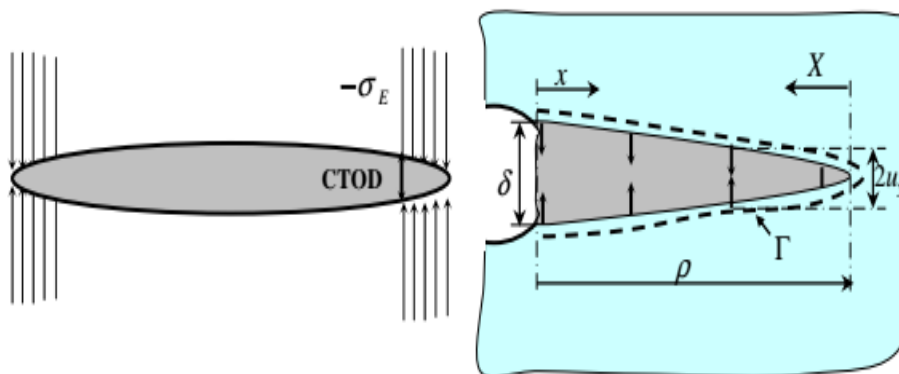


Figure I.15 : Modèle de Dugdale-Barenblatt.

Si on prend l'origine du repère à l'extrémité de la zone endommagée, ce qui revient à faire le changement de variable  $X = x - \rho$ , le déplacement  $u_y$  ne dépend que de  $X$  à  $\delta$  fixé et l'intégrale  $J$  s'écrit :

$$J = 2\sigma_e \int_0^\rho \partial u_y(X) = \sigma_e \int_0^\rho d\delta = \sigma_e \delta = \sigma_e \cdot CTOD \quad (\text{I.35})$$



# **Chapitre II : Techniques de retardement de croissance des fissures de fatigue**

## Partie A

### Aperçu sur les méthodes de réparation des composants fissurés par fatigue

#### Introduction

Les fissures sont très souvent générées dans les composants mécaniques au cours de leur durée de vie et/ou de leurs procédés de fabrication. Sous chargement cyclique, les fissures peuvent se propager progressivement jusqu'à la rupture finale de l'élément fissuré. Par conséquent, plusieurs méthodes ont été proposées par les chercheurs pour prolonger la durée de vie des composants fissurés qui ne peuvent pas être remplacés une fois qu'une fissure est remarquée, cette situation se produit généralement lorsque le remplacement de nouvelles pièces est coûteux et prend du temps. Dans ces circonstances, la réparation est une option plus viable et économique pour restaurer les pièces dans leur forme d'origine. Cette dernière fait l'objet du présent chapitre.

D'abord, nous allons donner un aperçu de quelques méthodes de réparation des composants fissurés par fatigue. En particulier, nous orientons ce chapitre vers la méthode de la réparation des structures par indentation.

#### II.1.1 Méthode de surcharge

L'augmentation instantanée du niveau de charge lors d'un essai de fissuration sous contrainte avec une capacité de charge constante retarde la propagation de la fissure. Ce phénomène est un grand avantage pour les pièces en service, car il contribue à augmenter leur durée de vie. Pour cette raison, ce phénomène a reçu beaucoup d'attention de la part des chercheurs dans le domaine de la fatigue [16], et en effet plusieurs études ont été menées pour identifier les différents facteurs susceptibles de caractériser le retard après application d'une ou plusieurs surcharges. De même, différents modèles ont été proposés pour décrire le délai de propagation.

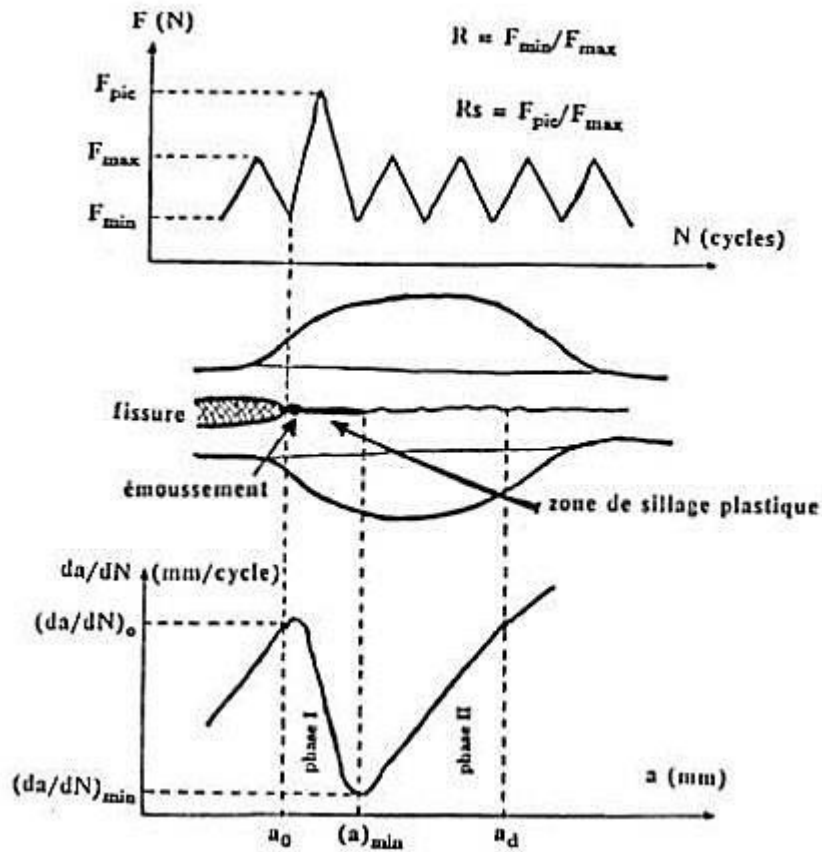


Figure II.1 : les mécanismes du délai induit après application de la méthode de surcharge [16].

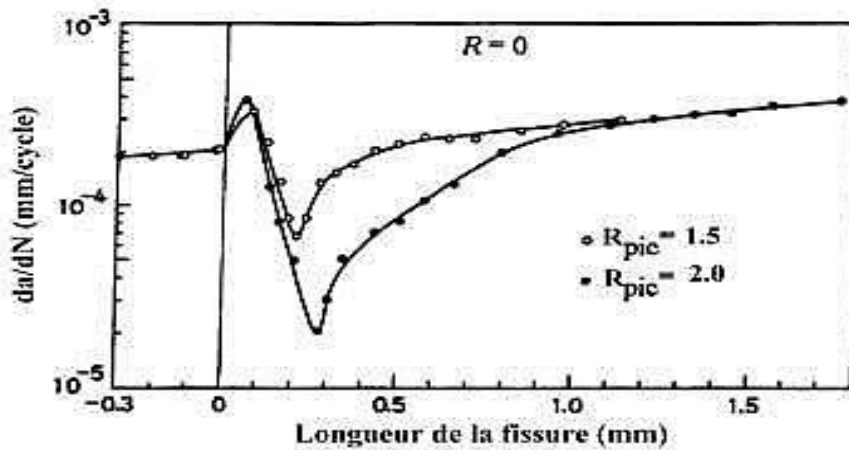
Afin d'expliquer le processus du retard, de nombreux phénomènes physiques ont été mis en évidence, dont les principaux sont, sans vouloir préjuger de leur influence respective :

- ✓ L'interaction des zones plastiques. ✓ La fermeture de fissure.
- ✓ l'écroutissage cyclique.
- ✓ Le seuil de non fissuration.
- ✓ Les contraintes résiduelles.
- ✓ Les branchements de la fissure ... etc.

Elber [17] explique la fermeture retardée des fissures induite par la plasticité qui résulte des contraintes de compression résiduelles. Suresh [18] montre que la déviation de la direction de propagation (ou bifurcation) d'une fissure est un mécanisme de retard secondaire après surcharge.

Plusieurs études ont également été menées pour déterminer les différents paramètres susceptibles de déterminer le délai après l'application d'une ou plusieurs surcharges.

Les travaux de [19,20] montrent que la vitesse minimale ( $da/dN$ ) min atteinte après surcharge est sensible à la valeur du rapport de surcharge  $R_{pic}$  comme l'indique la figure II.2. Plus l'amplitude de la surcharge est élevée, plus la vitesse minimale ( $da/dN$ ) min est faible. Le blocage complet de la propagation peut avoir lieu à partir d'une certaine valeur limite de .



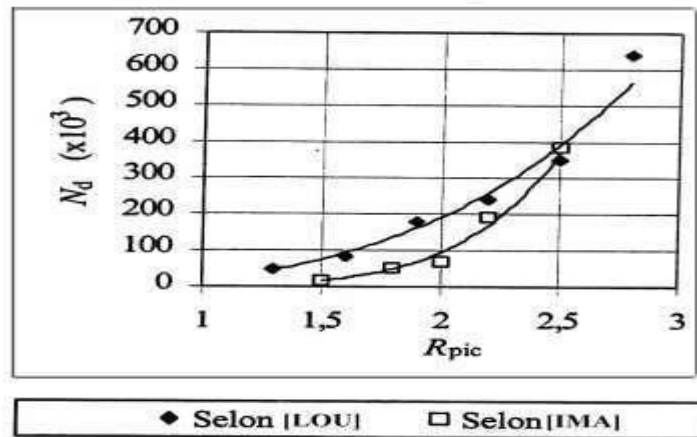
**Figure II.2 :** Effet du rapport de surcharge  $c$  sur la vitesse de propagation de la fissure avec un rapport de charge  $R = 0$ , selon H.tsudkuda [19].

En général, la vitesse atteinte juste après l'application de la surcharge peut être caractérisée par un coefficient de sévérité  $S$  qui est exprimé par :

$$S = \frac{\left(\frac{da}{dN}\right)_{min}}{\left(\frac{da}{dN}\right)_{base}}$$

$(da/dN)_{base}$  correspond à la vitesse de propagation atteinte avant l'application de la surcharge.

Les travaux de Kikukawa [21], dans le cas d'un acier de construction E36 d'épaisseur 12 mm, mettent en évidence l'influence du rapport de surcharge

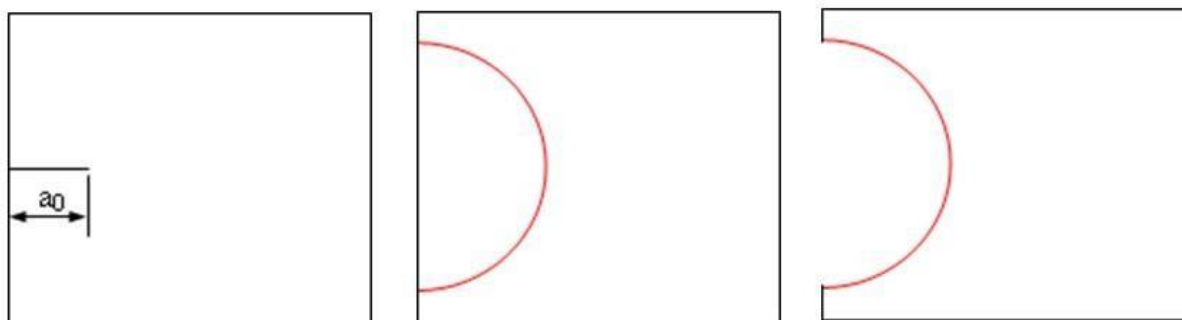


**Figure II.3 :** Evolution du nombre de cycles affectés par le retard  $N_d$  en fonction du rapport de surcharge  $c$  [20].

La figure II.3 regroupe les différents résultats de [20,22]. Ces résultats montrent que le nombre de cycles affectés par le retard  $N_d$  augmente avec le rapport de surcharge  $R_{pic}$  selon une fonction puissance.

### II.1.2 Technique de meulage

Cette technique de réparation est basée sur le principe d'élimination des fissures par enlèvement de matière (figure II.4). Elle permet ainsi d'éliminer la singularité créée par le front de la fissure. C'est une technique simple qui nécessite un matériel moins encombrant et moins coûteux (une meule). Le meulage peut engendrer de bons résultats en termes de durée de vie bénéfique moyennant quelques précautions élémentaires au niveau de sa mise en œuvre. Cependant, cette technique peut fragiliser la structure du fait de la diminution localisée de la section. Ce qui nécessite une vérification par les calculs de la tenue mécanique de telles structures après réparation.



**Figure II.4 :** Schéma de principe du meulage.

Elle est souvent recommandée dans le cas des réparations des fissures dans des structures épaisses (appareils à pression, rails,...) [23, 24, 25,26]. Elle est aussi utilisée comme technique de parachèvement dans le cas des joints soudés en vue de permettre l'extension de leur durée de vie.

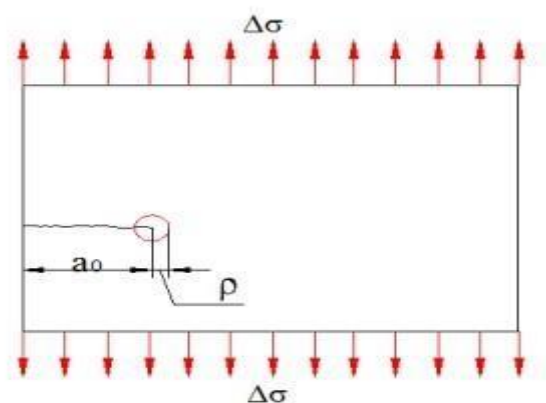
### II.1.3 Méthode du perçage d'un trou

Le perçage d'un trou à l'extrémité d'une fissure permet (figure II.5) un arrêt temporaire ou permanent de la propagation de la fissure. Cette méthode est basée sur la modification géométrique du fond de fissure, c'est une méthode ancienne et largement répandue pour la réparation des composants mécaniques fissurés [27], Elle est effectuée dans le but d'en augmenter la durée de vie ce qui entraîne une réduction du facteur local de concentration de contrainte  $K_t$  [28]. Ce qui a pour conséquence la réduction de la contrainte maximale, cette opération stoppe la fissure pendant un certain nombre de cycles. Le nombre de cycles de réamorçage  $N_a$  est le nombre de cycles gagnés sur la durée de vie par rapport à une structure non réparée.

Cette technique apporte différents avantages : elle est simple à réaliser, reproductible et utilisable pour des structures qui ne sont accessibles que d'un seul côté, Elle permet de garder la structure en service en attendant un éventuel changement de la pièce endommagée.

Dans le domaine élastique, les contraintes et les déformations locales peuvent être obtenues à partir du facteur de concentration de contraintes défini par :

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_N} = \frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_N}$$



**Figure II.5 :** Perçage en fond de fissure  $a_0$ .

$a_0$  ; Longueur initiale de la fissure de fatigue.

: Rayon du trou percé.

$a_0 +$  : Longueur de la fissure après perçage.

Les concentrations de contraintes dues aux discontinuités géométriques réduisent les résistances statiques et cycliques des structures. La figure II.6 montre la présence des zones de concentration de contraintes dans des pièces entaillées. Si on considère une pièce non entaillée soumise à des efforts de traction, pour un chargement uniforme, les lignes de chargement sont parallèles et uniformément espacées les unes des autres (figure II.6.a). Dans le cas d'une pièce entaillée, les lignes de chargement doivent contourner le défaut. Au fond de l'entaille, les lignes sont plus rapprochées dans une surface moindre (figure II.6.b), ceci conduit à une augmentation de la contrainte dans cette zone : c'est le phénomène de concentration des contraintes locales.

Figure II.6 : Schéma des lignes de chargement [28].



#### II.1.4 Méthode d'infiltration

Le principe de cette méthode est basé sur l'introduction d'objets étrangers dans une fissure pour la promotion de la fermeture prématurée des fissures et donc un retard de propagation de la fissure. L'Azote pressurisé est utile pour forcer les matériaux utilisés à fermer les fissures [29].

Song et al [30, 31] ont montré que l'infiltration de résine époxy était capable d'arrêter la propagation des fissures à de faibles niveaux de facteur d'intensité de contrainte, Le matériau de fermeture de la base de résine époxy contribue au retard de fissuration induit par l'infiltration et la résine époxy renforcée au carbure de silicium présente un meilleur retardement de l'efficacité avec une plus grande dureté.

Le niveau de fermeture de la fissure est quantifié par la fonction U:

$$U = \frac{K_{max} - K_{op}}{K_{max} - K_{min}} = \frac{\Delta K_{eff}}{\Delta K}$$

$K_{max}$  : Facteur d'intensité de contrainte maximal.

$K_{op}$  : Facteur d'intensité de contrainte d'ouverture de la fissure.

$K_{min}$  : Facteur d'intensité de contrainte minimal.

$K_{eff}$  : Amplitude du facteur d'intensité de contraintes effective.

$\Delta K$  : Amplitude du facteur d'intensité de contraintes nominal.

Des plusieurs chercheurs travaillent sur les paramètres qui influencent sur l'efficacité de la méthode d'infiltration pour réparer les structures fissurées, parmi ces paramètres :

- ✓ Le type de resine.
- ✓ La taille des particules de la poudre.
- ✓ La densité des particules de la poudre utilisée.
- ✓ La charge d'infiltration.

### II.1.5 Empreinte de billes

Dans le cas des fissures débouchâtes de part et d'autre du composant, il est possible de réaliser des empreintes de billes de type Brinell des deux côtés fond de la fissure.

Cette technique a pour but d'introduire localement des contraintes résiduelles de compression qui s'opposent à l'ouverture de fissure et diminuent de fait la force motrice de propagation.

Rijk et autres [32] ont utilisé une bille en acier de 8 mm de diamètre pour ralentir la propagation de la fissure sur une pièce d'aluminium 2024 d'épaisseur 2mm. La bille est pressée en fond de fissure ( $a_0 = 10 \text{ mm}$ ) par une force de 700 Kgf (6860 N).

L'empreinte obtenue atteint un diamètre de 2.8 mm.

Le tableau II.1 fournit les résultats obtenus par cette méthode en terme de gain de durée de vie et donne le nombre de cycles pour propager la fissure jusqu'à une longueur finale de 80mm [35].

		Sans empreintes		Avec empreintes	
$\sigma_a = 6.5$ Kgf/mm <sup>2</sup>	Eprouvette	19d	19e	19b	21g
	$N$ (Kcycles)	8.61	8.15	516.8	> 528.5
$\sigma_a = 5.0$ Kgf/mm <sup>2</sup>	Eprouvette	19a	16d	21d	19f
	$N$ (Kcycles)	20.86	22.19	> 1460	> 2918

**Tableau II.1** : Durée de vie en fatigue  $N$  en kilocycles pour la propagation [32].

Après indentation, les auteurs constatent que la durée de vie en fatigue augmente d'un facteur égal à 62 par rapport à une fissure non réparée pour une amplitude de contrainte



$\sigma_a = 6.5 \text{ Kgf/mm}^2$  ( $63.7 \text{ N/mm}^2$ ) et d'un facteur de 102 pour une amplitude de contrainte =  $5.0 \text{ Kgf/mm}^2$  ( $49 \text{ N/mm}^2$ ).

Goto et autres [33] ont étudié l'influence de la charge de pression de la bille au fond de la fissure sur la durée de vie en fatigue  $N_r$  ( $N_r$  est le nombre de cycles à la rupture) dans le cas du zinc (JISG3313). Les essais ont été réalisés sur des éprouvettes pré-fissurées ( $a_0 = 10 \text{ mm}$ ) et d'épaisseur  $0.8 \text{ mm}$ . L'étude est effectuée sur différentes tailles d'empreintes ( $d = 1.1, 2.1 \text{ et } 2.9 \text{ mm}$ ) obtenues avec différentes charges ( $P = 2.0, 2.9 \text{ et } 5.9 \text{ kN}$ ). La figure II.7, présentant les courbes d'endurance, montre que la résistance à la fatigue augmente avec la charge de pression. Pour la charge =  $5.9 \text{ kN}$ , la durée de vie en fatigue augmente d'un facteur de 60 par rapport à une fissure sans empreinte ( $180 \text{ MPa}$ ).

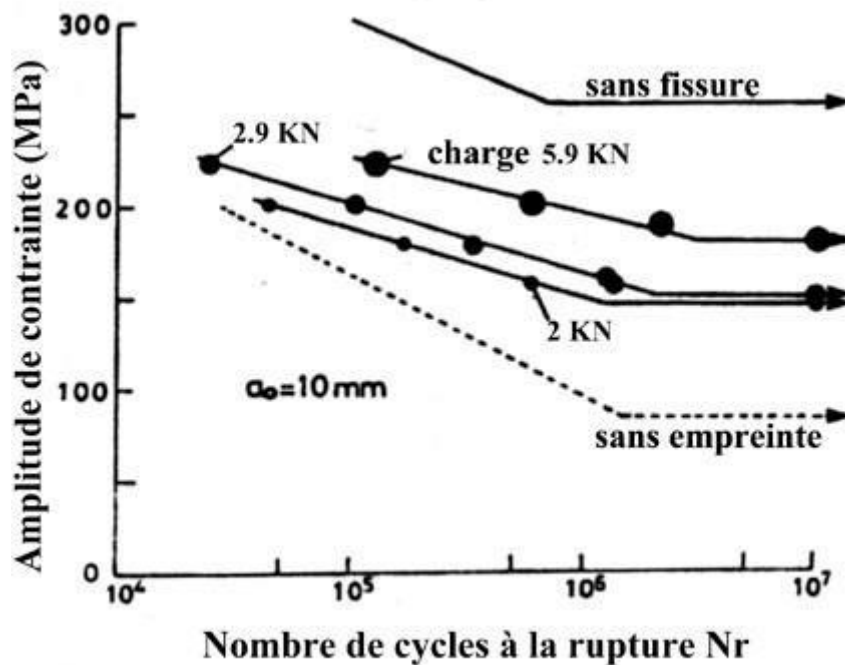


Figure II.7 : Présentant les courbes d'endurance, montre que la résistance à la fatigue augmente avec la charge de pression [33].

### II.1.6 Technique de collage du patch en composite

La technologie composite avancée est largement utilisée depuis plusieurs années pour renforcer les structures métalliques dans les applications aérospatiales. L'une des technologies qui en résultent est le patch collé [34].

Plusieurs études numériques ont été réalisées sur les structures réparées afin d'analyser l'effet du patch composite sur la propagation des fissures. Ces patchs collent à la zone endommagée pour sceller les fissures existantes [35].

La figure II.8 représente le modèle géométrique de la plaque fissurée réparée par patch en composite.

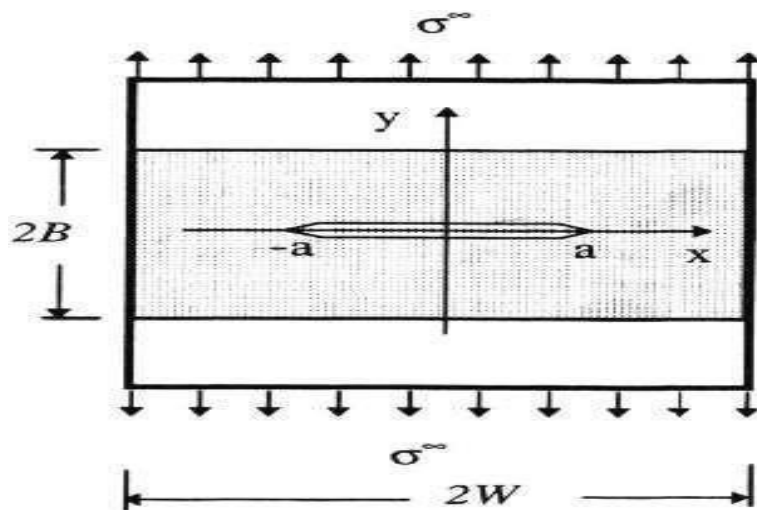


Figure II. 8 : Géométrie du modèle étudié [36].

La figure II.9 représente la variation du facteur d'intensité de contrainte en fonction de la longueur de fissure pour une structure réparée et non réparée.

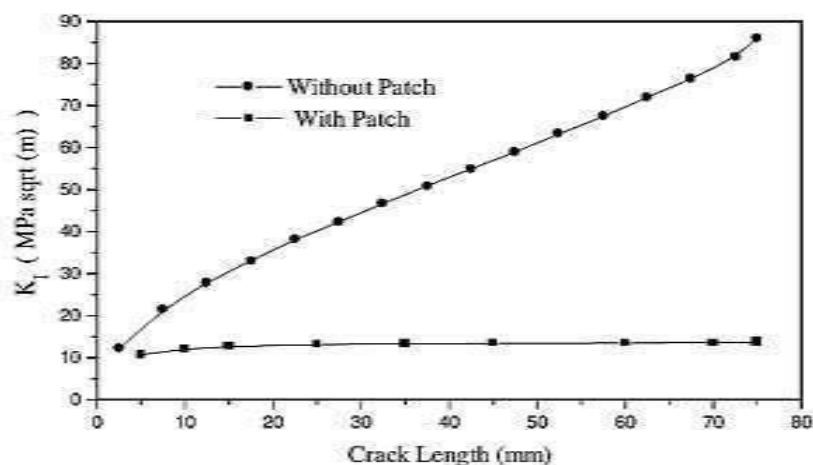
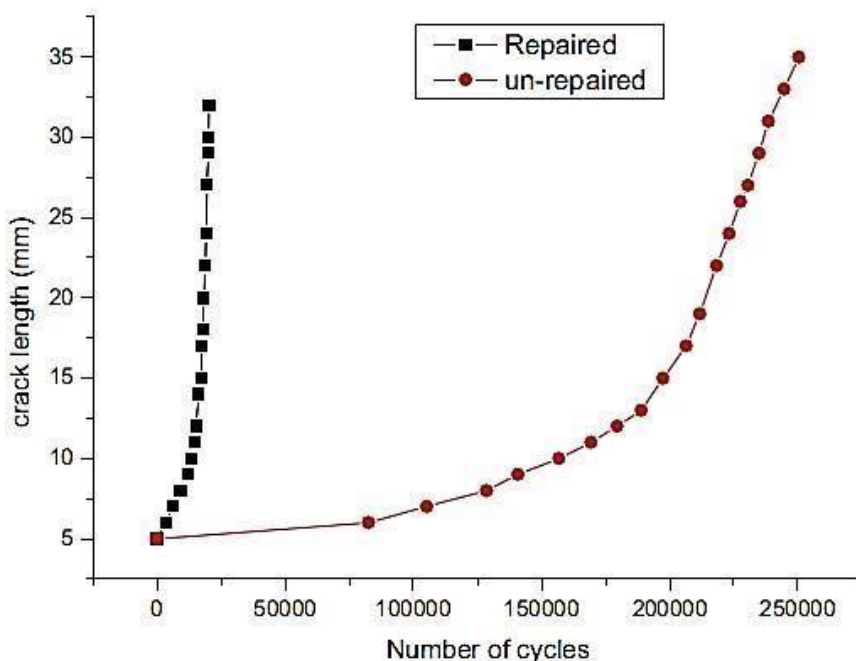


Figure II.9 : Variation de FIC en fonction de la longueur des fissures a) variation de FIC entre une structure fissure réparée et non réparée [35].

On observe que la réparation par patch diminue fortement le facteur d'intensité de contrainte. C'est parce que le patch composite supporte les charges qui favorisent la propagation

de la fissure et rigidifient la structure, ce qui prolonge ainsi sa durée de vie. Le FIC pour la réparation d'un côté dépasse de manière significative la valeur de la réparation correspondante à deux côtés, ce qui indique que la flexion secondaire induite par l'excentricité du patch de charge a un effet considérablement néfaste sur l'efficacité des renforts liés [35].

Autres chercheurs ont étudié l'influence du patch collé sur la durée de vie de la structure réparé. La figure II.10 illustre la durée de vie de la fatigue (longueur de fissure par rapport au nombre de cycles) pour des plaques non réparées et réparées avec un patch composite.



**Figure II.10 :** Durée de vie d'une plaque fissurée réparée et non réparée [34].

On peut noter à partir de cette figure que la durée de vie est fortement améliorée par la présence du patch composite. En effet, le nombre de cycles à la rupture est augmenté dix fois avec la présence du patch composite et onze fois avec un patch composite vieilli. Cela signifie que la réparation par patch composite peut améliorer considérablement la durée de vie de fatigue globale des structures d'aéronefs [34]. Les patches composites collés à l'extérieur se sont révélés être une méthode efficace pour réparer les fissures ou les défauts [37].

## Partie B

### Etat De L'art Sur La Technique L'indentation

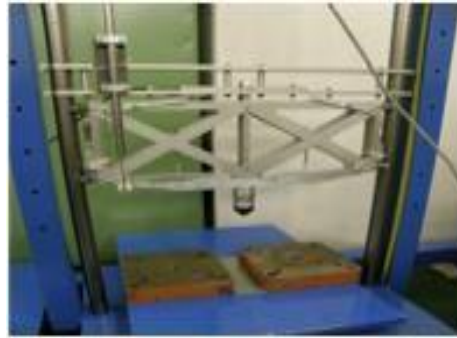
#### Introduction

Les structures d'aéronefs peuvent subir des dommages locaux et des fissures microscopiques à cause des défauts métallurgiques ou des conditions fonctionnement difficiles, l'accumulation de défauts a un effet néfaste sur la durée de vie de ces structures. Il est généralement nécessaire d'éliminer la propagation des fissures de contrainte, et pour y parvenir plusieurs techniques de réparation sont proposées comme mentionné dans la première partie de ce chapitre. Pour éviter les inconvénients des méthodes de réparation traditionnelles, les chercheurs ont trouvé une nouvelle solution qui a permis de surmonter les difficultés actuelles. Dans ce contexte, l'indentation est une méthode très prometteuse pour réparer et/ou renforcer les structures métalliques. L'indentation près de la pointe de la fissure augmente la durée de vie du composant, car cette technique utilise une force de compression appliquée pour créer des contraintes de compression résiduelles autour de la pointe de la fissure.

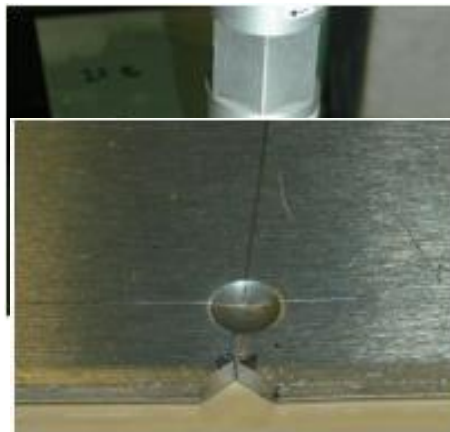
Cette partie présente une recherche qui étudie l'application et l'effet de la réparation de l'indentation.

#### II.2.1 Application de l'indentation

La méthode d'indentation est basée sur l'application de charges externes qui produisent une déformation inélastique localisée. Lors de la suppression de la charge externe, des contraintes de traction et de compression sont induites dans l'échantillon afin de satisfaire toutes les équations de force interne et d'équilibre de moment. La distribution de ces contraintes résiduelles et leur amplitude jouent un rôle clé dans l'amélioration de la résistance à la fatigue. Le champ de contraintes résiduelles préféré résultant de l'indentation peut être obtenu si la partie compressive de la distribution des contraintes se produit devant la pointe de la fissure et le long du chemin prévu de croissance de la fissure [38,39].



*Figure II.11 : configuration de la machine a percussion SUPP[40].*



*Figure II.12 : coupon de test SE(T)*

*Figure II.13 : format d'indentation*

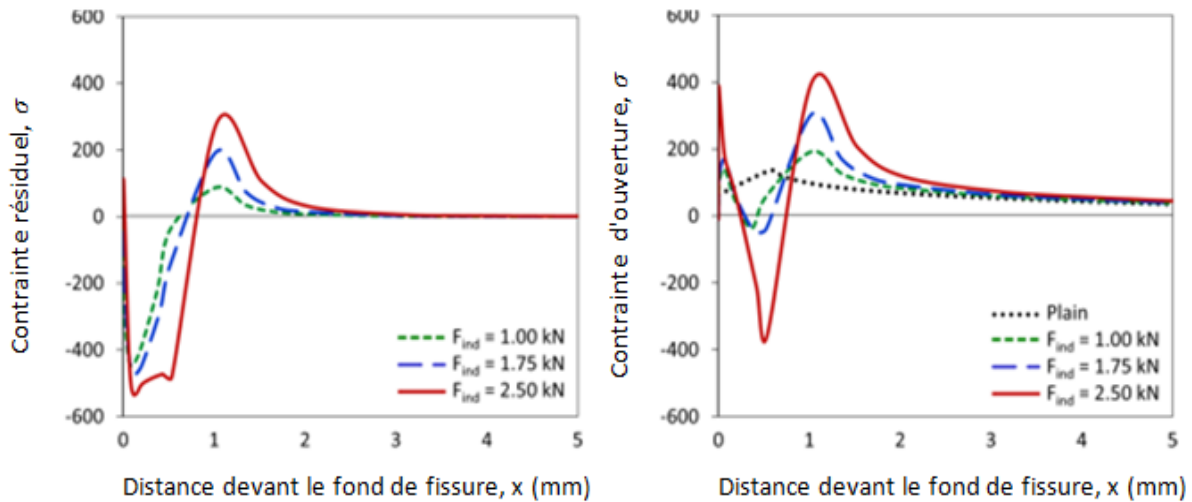
## II.2.2 Effets De La Réparation Par L'indentation

Les effets du niveau de charge d'indentation sur l'allongement de la durée de vie des éprouvettes CT en aluminium :

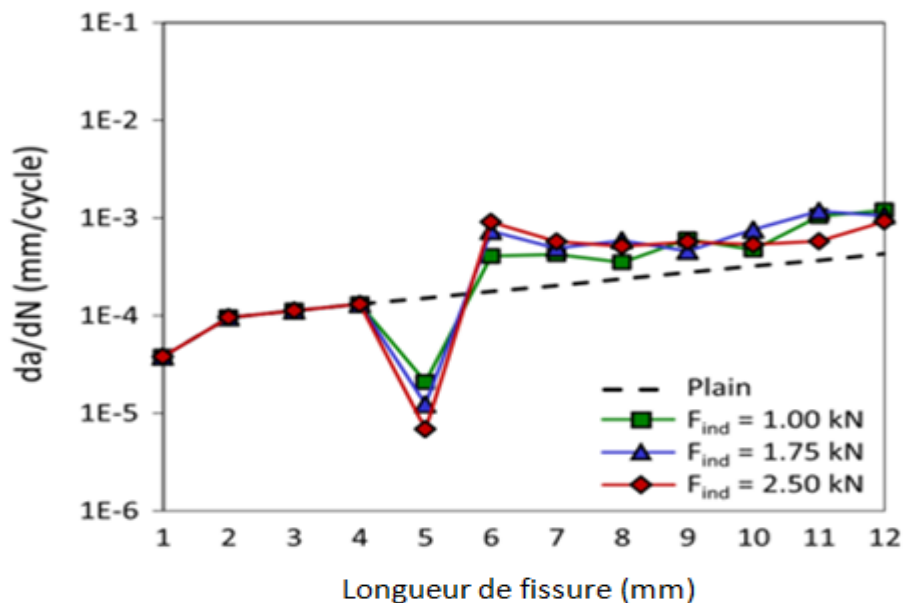
La figure II.14 illustre les variations de contraintes perpendiculaires au plan de fissure ( $\sigma_y$ ) le long du chemin de propagation de fissure attendu, avant et après l'application de la force d'ouverture. Le niveau de charge d'indentation contrôle la distance en avant du fond de fissure qui est sous l'influence de la contrainte résiduelle de compression. Selon la figure 9A, des charges d'indentation plus élevées ont conduit à de plus grandes zones de contrainte résiduelle de compression. Il existe un champ de contraintes résiduelles de traction juste après le champ de compression qui peut augmenter le taux de FCG. Après l'application de la force d'ouverture, le niveau de contrainte de compression restant en avant de la pointe de la fissure est proportionnel au niveau de charge d'indentation (voir Figure II.14B). Les résultats numériques

montrent que, une augmentation de la charge d'indentation augmente la valeur des contraintes résiduelles de compression devant le fond de fissure [38].

**Figure II.14 :** Variations de  $\sigma_y$  pour différents niveaux de charge d'indentation de 2,5, 1,75 et 1kN ; (A) après l'indentation et avant l'application de la force d'ouverture (contrainte résiduelle) et (B) après l'application de la force d'ouverture [38].

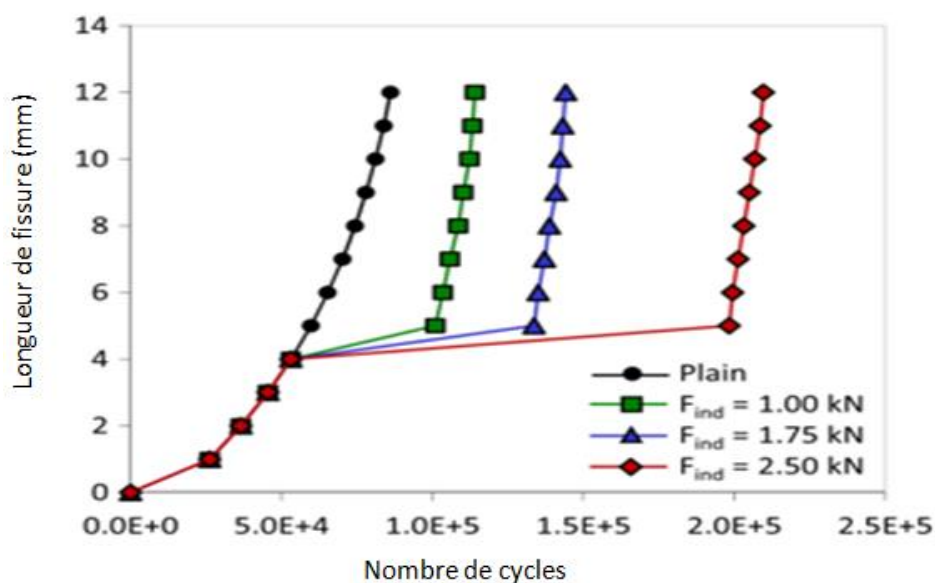


Les variations des taux de FCG expérimentaux ( $da/dN$ ) dans les spécimens CT indentés avec différentes charges d'indentation sont illustrées à la figure II.15. Avant le processus d'indentation, le taux de FCG avait une pente constante. Mais, exactement à la longueur de la pré-fissure, l'indentation a provoqué une réduction soudaine du taux de FCG. Des charges d'indentation plus élevées ont entraîné une plus grande réduction du taux de FCG. Le taux de croissance minimal des fissures est lié à la valeur de charge d'indentation de 2,5kN. Comme on peut le voir sur la figure II.14, la contrainte résiduelle de traction à côté du champ de compression a entraîné des taux de FCG plus élevés après la région d'indentation par rapport aux échantillons simples. Cependant, la réduction du taux de FCG est bien supérieure à son augmentation due aux contraintes résiduelles de traction.



**Figure II.15 :** variation du taux de FCG par rapport à la longueur de fissure pour différentes charges d'indentation unique [39].

La figure II.16 montre les durées de vie en fatigue expérimentales d'éprouvettes qui ont été indentées en pointe de fissure par différents niveaux de charge d'indentation.



**Figure II.16 :** Courbes FCG comparatives d'éprouvettes indentées avec des valeurs de charge d'indentation de 1, 1,75 et 2,5kN [39].

Le détail des essais de fatigue réalisés sur les éprouvettes CT réparées par simple indentation est donné dans le tableau II.2.

Charge Indentation $F_{ind}$ (KN)	Cycles de vie totaux de FCG (écart-type (%))	Amélioration de vie FCG (%)	Taux de FCG minimum (mm/cycle)	réduction du taux de FCG(%)
Plain spécimen	86,162 (6%)	-	1.51E – 04	-
1	114 174 (9%)	33	2.09E – 05	86
1.75	144 128 (11%)	67	1.24E – 05	91
2.5	209 658 (8%)	143	6.88E – 06	95

**Tableau II.2 :** détail des essais de fatigue sur éprouvettes réparées par simple empreinte en fond de fissure [38].

Jusqu'à la taille de préfissure de 4 mm, les courbes de tous les spécimens coïncident ; cependant, pour des longueurs de fissure plus importantes, il y a une augmentation soudaine de la durée de vie des éprouvettes entaillées. L'amélioration de la durée de vie du FCG pour les charges d'indentation de  $F_{ind} = 1, 1,75$  et  $2,5$  kN était d'environ 33 %, 67 % et 143 % par rapport à l'échantillon ordinaire. De plus, une forte dépendance à la charge d'indentation peut être observée, ce qui révèle l'influence de l'amplitude de la contrainte résiduelle de compression (voir tableau II.2). Selon les résultats expérimentaux, on peut conclure que la majorité de la durée de vie à la fatigue dans les spécimens indentés est presque contrôlée par la durée de vie du FCG jusqu'à  $a - a_0 = 1$  mm [38,39].



# **Chapitre III : La méthode des éléments finis (Logiciel Abaqus)**

## III.1 Méthode des éléments finis

### III.1.1 Introduction

Les codes éléments finis font maintenant partie des outils couramment utilisés lors de la conception et à l'analyse des produits industriels. Les outils d'aide à la modélisation devenant de plus en plus perfectionnés, l'utilisation de la méthode des éléments finis s'est largement développée et peut sembler de moins en moins une affaire de spécialistes. Si l'utilisation de la méthode se démocratise de par la simplicité croissante de mise en œuvre, la fiabilité des algorithmes et la robustesse de la méthode, il reste néanmoins des questions essentielles auxquelles l'ingénieur devra répondre s'il veut effectuer une analyse par éléments finis dans de bonnes conditions : formaliser les non-dits et les réflexions qui justifient les choix explicites ou implicites de son analyse du problème [40];

- évaluer la confiance qu'il accorde aux résultats produits ;
- analyser les conséquences de ces résultats par rapport aux objectifs visés.

L'objectif de cette partie est de présenter les principes de base de cette méthode en insistant sur l'enchaînement des tâches (démarche et hypothèses associées) qui assurent la cohérence du processus de calcul. Ces connaissances vous seront utiles pour maîtriser les deux principales difficultés de mise au point d'un modèle numérique :

- problèmes préliminaires à la phase de calcul ;
- problèmes liés à l'exploitation des résultats et le retour à la conception.

Il ne faut pas perdre de vue que l'analyse des résultats nécessite une bonne compréhension des différentes étapes mathématiques utilisées lors de l'approximation, pour pouvoir estimer l'erreur du modèle numérique par rapport à la solution exacte du problème mathématique. Sans oublier que le modèle numérique ne peut fournir que de résultats relatifs aux informations contenues dans le modèle mathématique qui découle des hypothèses de modélisation.

Nous nous limiterons à la présentation de modèles élémentaires utilisés dans le cadre des théories linéaires. Bien que simples ces modèles permettent déjà de traiter un grand nombre d'applications liées aux problèmes de l'ingénieur. Du point de vue pédagogique, ils sont suffisamment complexes pour mettre en avant les difficultés de mise en œuvre de la méthode.

L'idée fondamentale de cette méthode est de discrétiser le problème en décomposant le domaine matériel à étudier en éléments de forme géométrique simple. Sur chacun de ces éléments il sera plus simple de définir une approximation nous permettant d'appliquer les

méthodes présentées dans la première partie de ce cours. Il ne reste alors qu'à assembler les formes matricielles élémentaires pour obtenir les équations relatives à la structure à étudier. C'est sous cette forme pragmatique qu'elle est utilisée par les ingénieurs, et que nous allons maintenant l'aborder[40].

Toutes les méthodes d'approximation ont un même objectif, remplacer un problème mathématique défini sur un milieu continu (équations différentielles ou intégrales) par un problème mathématique discret (équation matricielle), problème de dimension finie que l'on sait résoudre numériquement[42].

En résumé, les questions essentielles auxquelles l'ingénieur devra répondre s'il veut effectuer une analyse par un modèle numérique dans de bonnes conditions, sont [40]:

Quel modèle mathématique utiliser ?

Quel modèle numérique faut-il lui associer ?

Quelle est l'erreur d'approximation commise ?

Peut-on améliorer le modèle numérique ?

Faut-il changer le modèle mathématique ?

Les équations du modèle retenu, sont soumises à un certain nombre d'hypothèses basées sur les sciences de l'ingénieur. Il faut connaître le domaine de validité de ces hypothèses pour pouvoir vérifier que la solution obtenue est satisfaisante. La solution exacte d'un modèle mathématique qui ne correspond pas à la réalité physique ne vaut rien[42].

### **III.1.2 Utilisation de la méthode des éléments finis**

La méthode des éléments finis fait partie des outils de mathématiques appliquées. En analyse numérique, la méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles. Celles-ci peuvent par exemple représenter analytiquement le comportement dynamique de certains systèmes physiques (mécaniques, thermodynamiques, acoustiques, etc.). En mathématique, Il s'agit de remplacer un problème compliqué pour lequel a priori on ne connaît pas de solution, par un problème plus simple que l'on sait résoudre [44].

La méthode des éléments-finis (MEF) est une méthode d'approximation numérique de solutions de problèmes aux limites statiques ou dynamiques tels que [41]:

- diffusion thermique
- mécanique des milieux continus (solides et fluides)
- électromagnétisme

Mais en fait, absolument tous les problèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) aux limites.

Il s'agit, comme dans toutes les méthodes numériques, de trouver une approximation discrète.

Pour faire bref, d'un problème différentiels aux limites linéaire, on trouve une formulation vibrationnelle associée équivalente, dont on calcule une approximation de la solution en projetant sur un espace de dimension finie, ce qui à résoudre au final un système linéaire.

### III.1.3 Démarche éléments finis

Les principales étapes de construction d'un modèle éléments finis, qui sont détaillées par la suite, sont les suivantes [40] :

- Discrétisation du milieu continu en sous domaines ;
- Construction de l'approximation nodale par sous domaine ;
- Calcul des matrices élémentaires correspondant à la forme intégrale du problème
- Assemblage des matrices élémentaires.
- Prise en compte des conditions aux limites.
- Resolution du système d'équations.

### III.1.4 Principes de la méthode des éléments finis (MEF)

La MEF est basée sur une idée simple : subdiviser (discrétiser) une forme complexe en un grand nombre de sous-domaines élémentaires de forme géométrique simple (éléments finis) interconnectés en des points appelés nœuds [42].

Nous considérons le comportement mécanique de chaque élément séparément, puis nous assemblons ces éléments de telle façon que l'équilibre des forces et la compatibilité des déplacements soient satisfaits en chaque nœud.

La MEF utilise des approximations simples des variables inconnues dans chaque élément pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques. Les nœuds et les éléments n'ont pas forcément de signification physique particulière, mais sont basés sur des considérations de précision de l'approximation.

### III.1.5 Étapes logiques du calcul par éléments finis

- Définir les nœuds et les éléments (Créer le maillage) [42].
- Pour chaque élément, établir la matrice de rigidité élémentaire  $[k^e]$  reliant les degrés de libertés (déplacements) nodaux  $\{u^e\}$  et les forces  $\{f^e\}$  appliquées aux nœuds :  $[k^e] \{u^e\} = \{f^e\}$ .

- Assembler les matrices et les vecteurs élémentaires en un système global  $[K] \{U\} = \{F\}$  de manière à satisfaire les conditions d'équilibre aux nœuds.
- Modifier le système global en tenant compte des conditions aux limites.
- Résoudre le système  $[K] \{U\} = \{F\}$  et obtenir les déplacements  $\{U\}$  aux nœuds.
- Calculer les gradients (flux de chaleur, déformations et contraintes) dans les éléments et les réactions aux nœuds sur lesquels les conditions aux limites sont imposées.

$[K]$  : matrice caractérisant le système

$\{U\}$  : variables inconnues du problème

$\{F\}$  : sollicitations connues (second membre)

Les principales étapes du calcul sont [45].

### III.1.6 Vérification des données

#### III.1.6.1 Construction des tables

- Construction de la table des nœuds et de la table des éléments
- Partition des degrés de liberté
- Calcul de la place mémoire nécessaire au calcul
- Segmentation des matrices globales

#### III.1.6.2 Calcul des matrices élémentaires et assemblage des matrices globales

- Matrice de rigidité
- Matrice de masse pour une analyse dynamique
- Matrice de rigidité géométrique pour la recherche des charges critiques
- Vecteur(s) force(s) pour une analyse statique

#### III.1.6.3 Factorisation de la matrice de rigidité globale

$$[K] = [L] [D] [L] \quad \text{III.1}$$

##### a)Analyse statique

Pour chaque problème statique [6]:

- Résolution du système d'équations linéaires :

$$[K] \{U_i\} = \{F_i\} \quad \text{III.2}$$

Où  $i$  est le numéro du problème (cas simple ou combinaison). S'il y a des déplacements imposés

Non nuls, le logiciel génère un cas de charges 0 qui se réduit aux déplacements imposés.

- Édition d'un fichier neutre

### b) Analyse dynamique

- Résolution du problème aux valeurs propres :

$$[K] \{U\} = \omega^2 [M] \{U\} \quad \text{III.4}$$

- Edition d'un fichier neutre

### c) Flambement linéaire

- Résolution du problème aux valeurs propres :

$$[K] \{U\} = -\lambda [M] \{U\} \quad \text{III.5}$$

- Edition d'un fichier neutre

À la fin du calcul, le logiciel génère un fichier dont l'extension est *res*. Ce fichier contient des informations sur le déroulement du calcul.

#### III.1.6.4 Partition des degrés de liberté

Les degrés de liberté de la structure (d.d.l.) sont numérotés de façon à obtenir la partition de ceux-ci en trois sous-ensembles [6]:

- Déplacements inconnus: ( $L$ )
- Déplacements connus non nuls: ( $P$ )
- Déplacements nuls: ( $S$ )

La partition des d.d.l. induit une partition des matrices globales : vecteur force  $\{F\}$ , vecteur déplacement  $\{U\}$ , matrice de rigidité  $[K]$ , . . . :

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} \{F_L\} \\ \{F_P\} \\ \{F_S\} \end{Bmatrix}, \quad \{U\} = \begin{Bmatrix} \{U_L\} \\ \{U_P\} \\ \{U_S\} \end{Bmatrix}, \quad [K] = \begin{bmatrix} [K_{LL}] & [K_{LP}] & [K_{LS}] \\ [K_{PL}] & [K_{PP}] & [K_{PS}] \\ [K_{SL}] & [K_{SP}] & [K_{SS}] \end{bmatrix} \quad \text{III.6}$$

Les lignes et les colonnes associées aux déplacements nuls ne sont jamais assemblées. La partition des d.d.l. est effectuée avant la segmentation en blocs des matrices globales.

#### a) Analyse statique

Les équations d'équilibre  $\{F\} = [K] \{U\}$  s'écrivent :

$$\begin{Bmatrix} \{F_L\} \\ \{F_P\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_{LL}] & [K_{LP}] \\ [K_{PL}] & [K_{PP}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_L\} \\ \{U_P\} \end{Bmatrix} \quad \text{III.7}$$

Les déplacements inconnus sont solution du système d'équations :

$$[K_{LL}] \{U_L\} = \{F_L\} - [ ] \{F_P\} \quad \text{III.8}$$

### b)Analyse dynamique

Le problème aux valeurs propres  $[K] \{U\} = w^2 [M] \{U\}$  se réduit à :

$$[K_{LL}] \{U_L\} = w^2 [M_{LL}] \{U_L\} \quad \text{III.9}$$

### III.1.7 Etapes pratiques du calcul par EF

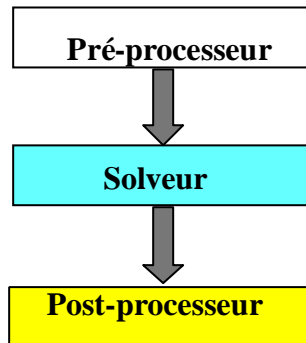


Figure III.1 : Organisation générale d'un code de calcul [42].

#### III.1.7.1 Pré-processeur

- Choisir le type d'éléments
- Entrer les propriétés géométriques
- Entrer les paramètres physiques
- Créer le modèle géométrique
- Créer le maillage : définir les nœuds et les éléments
- Appliquer les sollicitations
- Imposer les conditions aux limites

#### III.1.7.2 Solveur

- Choisir le type d'analyse (statique, dynamique,...)
- Construire la matrice et le vecteur élémentaire  $[k^e]$ ,  $\{f^e\}$
- Assembler  $[ke]$  et  $\{fe\}$  dans  $[K]$  et  $\{F\}$
- Prendre en compte les conditions aux limites

- Résoudre le système d'équations  $[K] \{U\} = \{F\}$
- Calculer les variations additionnelles (gradients, réactions,  $\sigma, \varepsilon \dots$ )

### III.1.7.3 Post-processeur

- Présenter les résultats de façon intelligible et synthétique :
  - sous forme numérique
  - sous forme graphique
- Effectuer des fonctions complémentaires : combinaisons, interprétations, interpolations, animation, ...

### III.1.8 La modélisation physique de systèmes mécaniques

Résulte généralement des équations différentielles partielles qui ne peuvent pas être résolues analytiquement ou qui n'ont pas une solution exacte, pour raisons de complexité du domaine discrète du problème ou des conditions aux limites. Ainsi, une méthode numérique doit être employée pour la solution approximée du problème physique. La

Méthode des Eléments finis (MEF) est souvent considérée comme la méthode la plus appropriée pour des études de cette nature[43]

### III .1.9 Utilisation d'un logiciel éléments finis

Un programme général de type industriel doit être capable de résoudre des problèmes variés de grandes tailles (de mille à quelques centaines de milliers de variables). Ces programmes complexes nécessitent un travail d'approche non négligeable avant d'espérer

pouvoir traiter un problème réel de façon correcte. Citons à titre d'exemple quelques noms de logiciels : NASTRAN, ANSYS, ADINA, ABAQUS, CASTEM 2000, CESAR, SAMCEF, etc. Les possibilités offertes par de tels programmes sont nombreuses [42]:

- analyse linéaire ou non d'un système physique continu ;
- analyse statique ou dynamique ;
- prise en compte de lois de comportement complexes ;
- prise en compte de phénomènes divers (élasticité, thermiques, électromagnétiques, de plasticité, d'écoulement. . . ) pouvant être couplés
- problèmes d'optimisation, etc.

L'utilisation de tels programmes nécessite une formation de base minimale[40].



### III.1.9.1 Déroulement d'une étude

Pour réaliser une étude par éléments finis, il faut que les objectifs de l'étude soient bien définis.

Le cadre de l'étude, c'est-à-dire le temps et les moyens disponibles, doit être compatible avec les objectifs et la précision cherchée. Supposons toutes ces conditions remplies, l'étude proprement dite est organisée de façon logique selon les étapes suivantes [40]:

#### A) Analyse du problème

Cette analyse doit fixer les paramètres du calcul et conduire à la réalisation d'un maillage. Cette phase basée sur l'expérience personnelle acquise dépend de nombreuses considérations. La difficulté essentielle est de trouver un bon compromis entre les paramètres propres au problème et ceux relatifs à l'environnement de travail. L'analyse du problème nous conduit à préciser un certain nombre d'hypothèses, et à effectuer des choix qui conditionnent les résultats.

#### B) Choix du modèle

En calcul des structures, les plus classiques sont de type : poutre, élasticité plane, axisymétrique, coques mince ou épaisse, tridimensionnel à ces modèles mathématiques correspondent des familles d'éléments finis.

#### C) Choix du type d'éléments

Il est fonction de la précision voulue, de la nature du problème, mais aussi du temps disponible. On choisira les éléments les mieux adaptés dans les familles disponibles.

#### D) Choix du maillage

Il dépend essentiellement de la géométrie, des sollicitations extérieures, des conditions aux limites à imposer, mais aussi des informations recherchées :

locales ou globales. Sans oublier bien entendu le type d'outils dont on dispose pour réaliser ce maillage.

#### E) Hypothèses de comportement

- Quel modèle retenir pour représenter le comportement du matériau? □ Le calcul est-il linéaire ?

- Doit-on modéliser l'amortissement ?
- Si le matériau est hétérogène ou composite, peut-on utiliser une méthode d'homogénéisation ?
- Peut-on traduire l'incompressibilité du milieu ?

Lors d'une étude, on peut être amené à utiliser des éléments finis nouveaux. Il est indispensable de vérifier leur comportement sur des problèmes élémentaires si possible proches de l'étude menée.

L'ouvrage « Guide de validation des logiciels de calculs des structures, AFNOR technique 1990 » contient des cas tests pouvant servir pour de nombreux problèmes.

Ces cas tests permettent de comparer la solution obtenue avec d'autres solutions numériques ou analytiques. Ce travail préliminaire est utile pour former sa propre expérience et permet de valider l'utilisation du modèle testé.

## **F) Création et vérification des données**

Cette étape dépend du logiciel utilisé. La syntaxe utilisée pour définir le jeu de données est définie dans le mode d'emploi du bloc fonctionnel correspondant. En sortie, un fichier est créé, qui contient toutes les informations nécessaires à l'exécution des calculs. Les vérifications relatives au jeu de données se font généralement graphiquement, grâce à un module informatique appelé pré-processeur.

Différents contrôles peuvent être utilisés pour valider le jeu de données :

- vérification de la géométrie de la pièce et du maillage
- vérification de la prise en compte des sollicitations et des conditions cinématiques (liaisons) imposées à la structure.
- vérification des propriétés mécaniques utilisées.

Pour des problèmes spécifiques, d'autres contrôles seront envisagés. L'objectif d'éviter de faire tourner un calcul inutilement. Ceci d'autant plus que la recherche d'une solution acceptable pour un problème donné est rarement le résultat d'un seul calcul.

## **G) Exécution du calcul**

Ce bloc, le plus coûteux en temps machine est souvent exécuté en tâche de fond. Un fichier de résultats permet de vérifier que les différentes phases de calculs se sont correctement déroulées :

- interprétation des données, vérification des paramètres manquants ;
- construction des matrices, espace utile pour les gros problèmes ;

- singularité de la matrice raideur, problème de conditions aux limites ou de définition des éléments ;
- convergence, nombre d'itérations, etc.

Ce fichier peut contenir aussi les résultats du calcul (déplacements, résidus, contraintes...) ce qui lui confère dans ce cas un volume généralement très important. Il peut arriver que le calcul échoue. Les principales sources d'erreurs généralement observées à ce niveau sont listées dans le tableau

Erreurs	Causes	Remèdes
singularité de K	éléments mal définis, existence de modes rigides, intégration numérique	modifier la topologie du maillage, modifier les liaisons, modifier le nombre de points d'intégration
résolution des équations	arrondi numérique, non convergence	Travailler en double précision, changer d'algorithme, augmenter le nombre d'itérations

*Tableau III.1 : Principales sources d'erreurs durant le calcul [40].*

## **h) Exploitation des résultats**

Les calculs demandés dans le cahier des charges ont le plus souvent pour objectif de valider ou de vérifier le dimensionnement d'une structure. Les résultats obtenus et les conclusions relatives aux phénomènes à étudier devront être présentés de façon synthétique : tableaux, courbes, visualisation. Cela justifie largement l'utilisation d'un post-processeur, qui propose des outils pour sélectionner les informations que l'on veut étudier.

Attention, lors de l'utilisation de ces outils, il faut savoir ce que cache l'information qui vous est proposée graphiquement, sachant que celle-ci est construite à partir de résultats discrets :

- valeur moyenne sur un élément : comment est-elle définie ?
- valeur maximale sur l'élément : comment est-elle calculée ?
- valeurs aux nœuds (écarts entre les éléments) : à quoi correspondent-elles ?
- les courbes d'iso-contraintes ont-elles une signification ? etc.

Différentes vérifications doivent être effectuées pour valider les résultats. Elles poussent, dans la plupart des cas, à remettre en cause le modèle pour en créer un nouveau, dont on espère qu'il améliorera la solution précédente.

Pour valider une solution, il faut procéder dans l'ordre, en estimant dans un premier temps la précision du modèle.

Puis lorsque celle-ci est jugée suffisante, nous procédons à sa validation. Les indicateurs sur la précision du modèle sont généralement locaux. Ils concernent des informations élémentaires calculées aux nœuds ou aux points d'intégration ces informations sont très souvent fournies en valeur moyenne sur l'élément. Les indicateurs locaux sur la précision d'un modèle mécanique peuvent être:

- discontinuité des contraintes entre des éléments adjacents. Le plus simple, pour un matériau isotrope, est de visualiser la contrainte équivalente de Von Mises, cela permet d'avoir une idée des zones fortement chargées ayant un fort gradient de contrainte. Ces zones seront l'objet de toute notre attention .
- valeur du tenseur des contraintes sur les bords libres (certaines valeurs doivent être nulles). En pratique, il faudra estimer ces valeurs à partir des valeurs obtenues aux points d'intégration
- densité d'énergie interne de déformation sur chaque élément, l'idéal étant d'avoir un écart le plus faible possible. Ayant les informations sur la qualité de la solution, différents contrôles peuvent être envisagés pour valider votre modèle :
- ordre de grandeur des résultats obtenus.
- vérification des hypothèses du modèle.
- justification des choix de départ.

La comparaison des résultats des différents modèles permet d'améliorer puis de valider un modèle final. Une fois la fiabilité du modèle assurée, on peut conclure sur l'adéquation entre la structure et le cahier des charges. La synthèse de ces calculs préliminaires est indispensable car elle vous permet de justifier et de définir les limites du (des) modèle(s) retenu(s) [40].

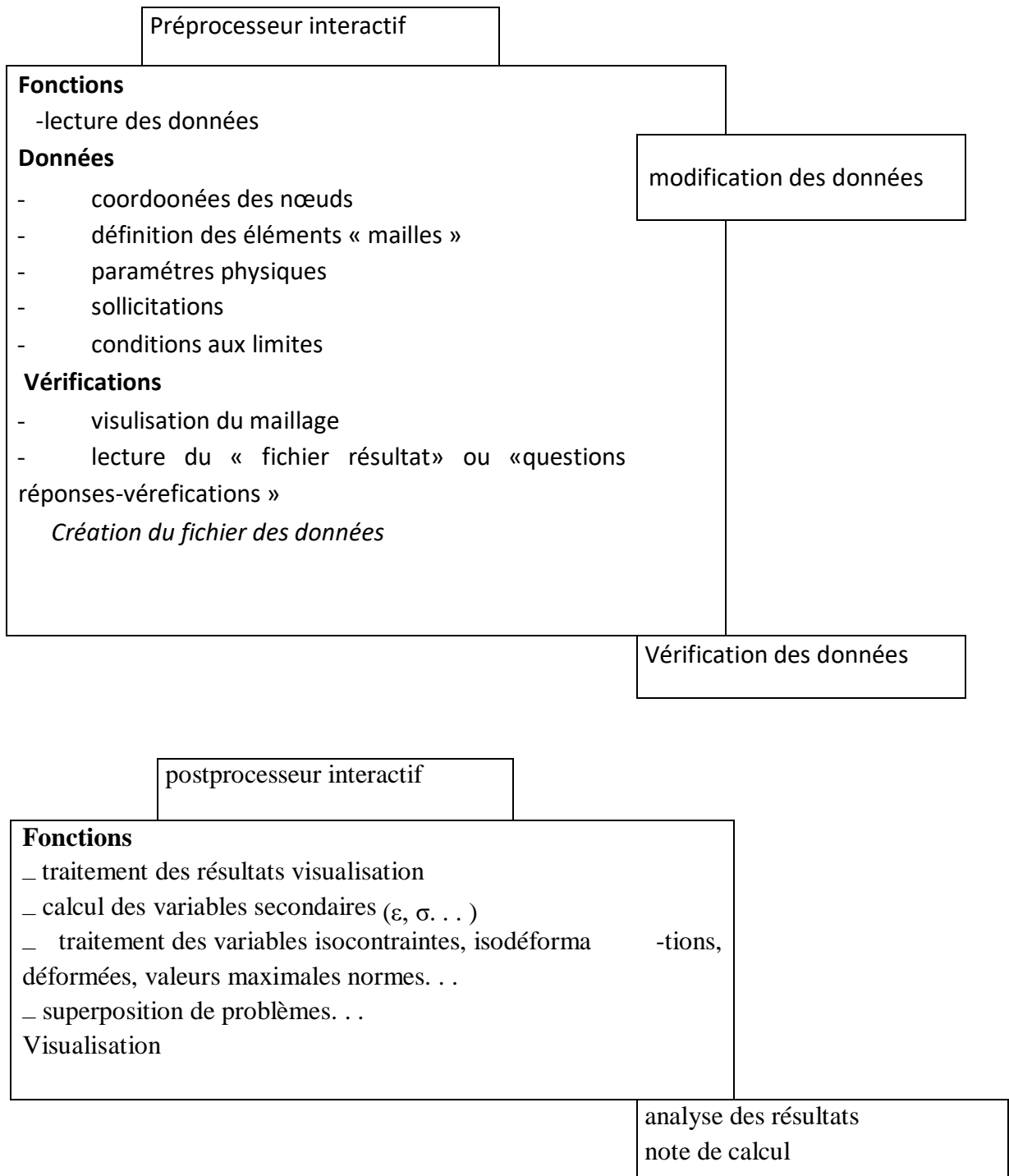
### III.1.10 Organigramme d'un logiciel éléments finis

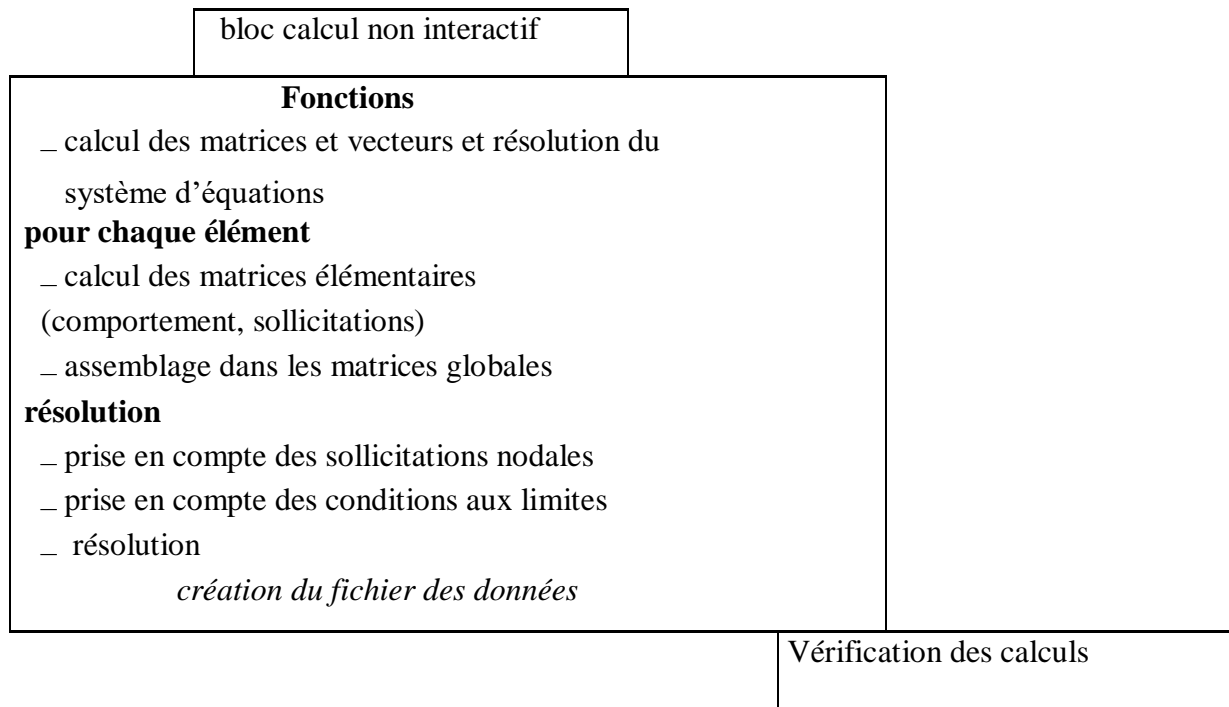
Tout logiciel de calcul par la méthode des éléments finis contient les étapes caractéristiques ou Blocs fonctionnels décrits sur la figure III.2 [40].

**LOGICIEL**

**UTILISATEUR**

Analyse du problème
---------------------





**Tableau III.2** : Organigramme d'un logiciel éléments finis [46].

## III.2 Généralités sur l'Abaqus

### III.2.1 Définition de l'Abaqus

Est un code de calcul par la méthode des éléments finis créé en 1978

Deux grands codes[46]:

- **ABAQUS/Standard:** résolution par un algorithme statique implicite
- **ABAQUS/Explicit:** résolution par un algorithme dynamique explicite

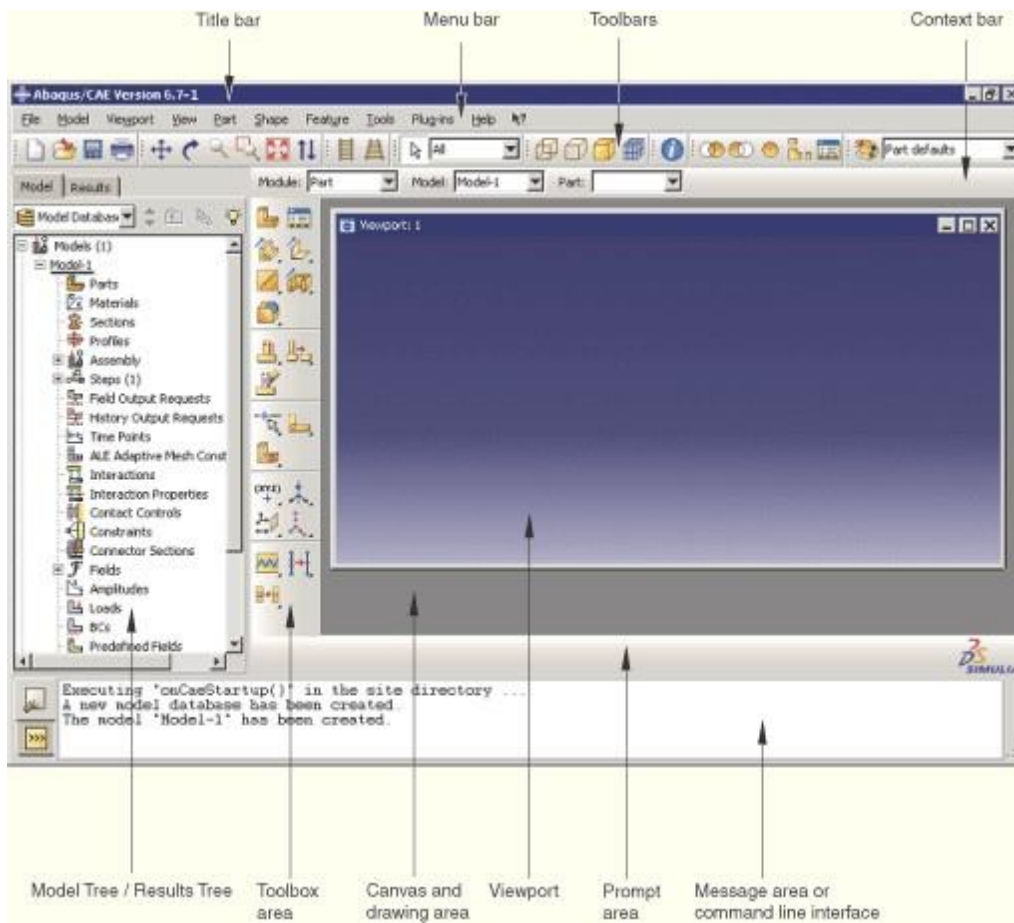


Figure III.2 : Composants de la fenêtre principale (viewport) [47].

### III.2.2 Unités

ABAQUS ne gère pas les unités : c'est à l'utilisateur d'utiliser un système d'unités cohérent [46].

Quantité	Quantity	SI	SI(mm)	SI	US Unit(ft)	US Unit(inch)
Longueur	Length	M	Mm	M	Ft	In
Force	Force	N	N	kN	Lbf	Lbf
Masse	Mass	Kg	tonne( $10^3$ kg)	tonne	Slug	lbf s <sup>2</sup> /in
Temps	Time	S	S	S	S	s
Contrainte	Stress	Pa(N /m <sup>2</sup> )	Mpa(N /mm <sup>2</sup> )	kpa	Lbf/ft <sup>2</sup>	psi(lbf/ in <sup>2</sup> )
Énergie	Energy	J	mJ( $10^{-3}$ )	kj	ft lbf	in lbf
Densité	Density	Kg/m <sup>3</sup>	tonne/mm <sup>2</sup>	tonne/m <sup>3</sup>	Slug/ft <sup>3</sup>	lbf s <sup>2</sup> /in <sup>4</sup>

*Tableau III.3 : Les unités de ABAQUS [46].*

### III.2.3 Descriptif

Description succincte des possibilités d'ABAQUS :

- Analyses
- Éléments
- Non-linéarités

#### III.2.3.1 Type d'analyse

Domaines physiques :

- Mécanique
- Thermique
- Électrique (piézo et thermique)
- Problèmes couplés

#### III.2.3.2 Problèmes

- Statique et dynamique
- Linéaires et non linéaires

*Dynamique des corps rigides : depuis version 6.1 Un très large choix d'éléments (plus de 100)*



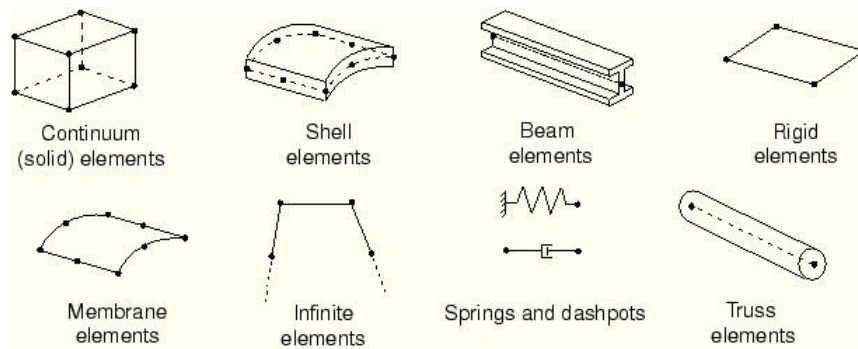


Figure III.3 : Les éléments que utilisé dans ABAQUS [46].

### III.2.3.3 Types de non-linéarités

- Matériaux
- Géométriques
- Contact

Algorithmes robustes et paramétrables (Newton- Raphson standard à pas adaptatifs et méthode RIKS)

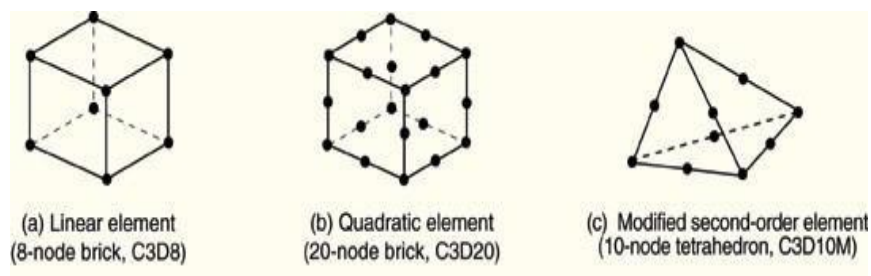


Figure III.4 : Les éléments non linéarités de différent neouds [46].

### III.2.3.4 Non-linéarités matérielles

- Hyper-élasticité
- Plasticité
- Visco-plasticité
- Endommagement
- Non-isotrope (y compris *laminâtes* = composites) Possibilités de programmer de nouvelles lois de comportement (en FORTRAN)

### III.2.3.5 Non-linéarités géométriques

- Grandes déformations
- Grands déplacements
- Grandes rotations
- Instabilités (bifurcations, points-limites)

Possibilités de remaillage automatique (type r) sur ABAQUS/Explicit

### III.2.3.6 Non-linéarités de contact

- Grands déplacements
- Contact 2D et 3D
- Rigide/Rigide, Rigide/Déformable, Déform. /Déform.
- Lois de frottement diverses et complexes Possibilités de programmer de nouvelles lois d'interaction (en FORTRAN) [46].

### III.2.4 Structure

Description de la structure d'ABAQUS :

- Structure et fonctionnement du logiciel
- Syntaxe du fichier d'entrée
- Fichiers produits par ABAQUS

#### III.2.4.1 Le fichier d'entrée

Méthodes pour générer un fichier d'entrée (.inp) :

- À la main (fichier texte)
- Avec ABAQUS/CAE
- Avec un logiciel annexe (I-DEAS, NASTRAN,...)

#### III.2.4.2 Modularité

La modularité d'ABAQUS :

- Génération automatique de modèle
- L'analyse multi-étapes
- Utilisation de Python et de CAE

Automatisation et modularisation des modèles

- Utiliser les commandes \*INCLUDE et \*INPUT
- Utiliser Python et la commande \*PARAMETER
- Utiliser Python en conjonction avec CAE

# **Chapitre IV : Résultats et discussions**

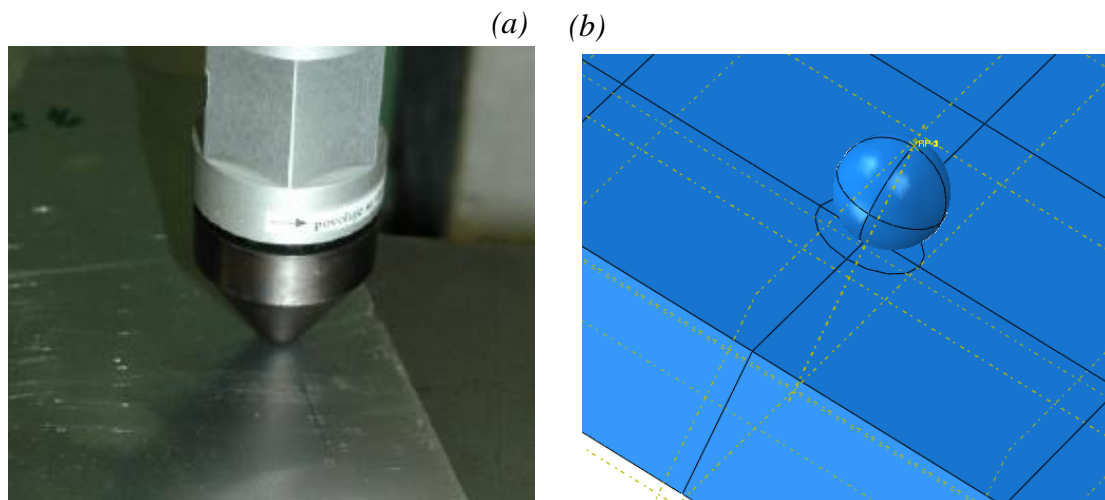
## IV.1 Introduction

L'étude des phénomènes mécaniques complexes par des modèles numériques est un développement très important pour l'ingénierie. Ainsi, parmi les méthodes numériques existantes, la méthode des éléments finis (MEF) qui est la plus utilisée dans l'analyse des structures et des composants mécaniques.

Dans ce chapitre, nous intéressons d'évaluer numériquement l'influence d'un impact mécanique appliqué devant un fond de fissure sur le retard de croissance de fissure de fatigue. Des contraintes résiduelles ont été créées autour de la pointe de la fissure en indentant une plaque fissurée avec des poinçons sphérique.

## IV.2 Procédé et modèle géométrique

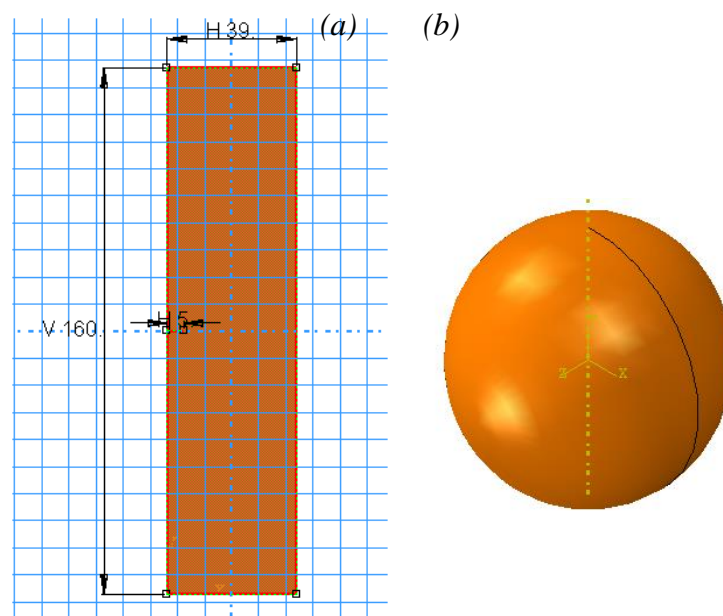
Le processus d'indentation est effectué sur des plaques contient des fissures de fatigue. Un indenteur de forme sphérique (bille) est utilisée pour créer une empreinte au front de fissure précédente figure IV.1. Par la suite, une charge de traction uni-axiale a été appliquée sur les plaques indentées pour avoir l'influence de cette empreinte sur les contraintes résiduelles générées. Afin de bien comprendre ce processus, on applique l'empreinte en trois positions sur la ligne de propagation de fissure. Cette analyse nous permet de savoir l'impact de cette technique sur l'évolution des contraintes résiduelles et par conséquent la performance de ce processus sur le retardement de propagation de la fissure.



**Figure IV.1 :** Procédé d'indentation : a) Modèle réel [48]; b) Modèle numérique.

La technique d'indentation par impact peut provoquer l'arrêt complet de la propagation des fissures. L'efficacité de l'application par impact en tant que stopper la propagation de fissure en raison de la réduction des valeurs de l'intégral  $J$ .

Les détails géométriques des éprouvettes sont donnés à la figure IV.2 [49]. Considérons une plaque en aluminium 7075-T6 de section rectangulaire ( $160 \times 39$ ) mm<sup>2</sup> et une épaisseur de  $3,175$  mm contenant une fissure latérale de longueur  $a = 5$  mm. Une bille de rayon  $R = 1$  mm est utilisée pour indenter la plaque fissurée. Les modèles géométriques de la plaque fissurée et de la bille sont représentés dans la figure IV. 2. Cette dernière montre également les dimensions de la plaque et de la bille.



**Figure IV.2 :** Modèle géométrique : a) plaque à une fissure latérale ; b) Bille. (dimensions en mm).

### IV.3 Propriétés Mécaniques

Une analyse par la méthode des éléments finis tridimensionnels est présentée pour déterminer la distribution des contraintes résiduelles circonférentielles dues au processus d'indentation sur une plaque fissurée.

Pour la plaque, le matériau est un Aluminium 7075-T6 a un comportement non-linéarité (élastoplastique). La bille a été modélisée par l'acier de qualité En 24 avec un comportement linéaire (élastique). Ces types de matériaux sont largement utilisés dans l'industrie aéronautique.

Les propriétés mécaniques des matériaux utilisés dans cette étude sont comme suit [50] :

Matériau	Module de Young E (GPa)	Coefficient de poison $\nu$	Limite élastique (MPa)
Aluminium 7075T6	72	0,33	500
Acier En 24	210	0,3	-

*Tableau IV.1 : Propriétés des matériaux utilisés [49].*

#### IV.4 Modèle des éléments finis

Un modèle par éléments finis en 3D a été réalisé à l'aide du code des éléments finis commercial Abaqus 6.14 pour analyser les champs de contrainte autour de fissure généré par la bille d'une part, et comparer ces champs avec ceux obtenus sans indentation.

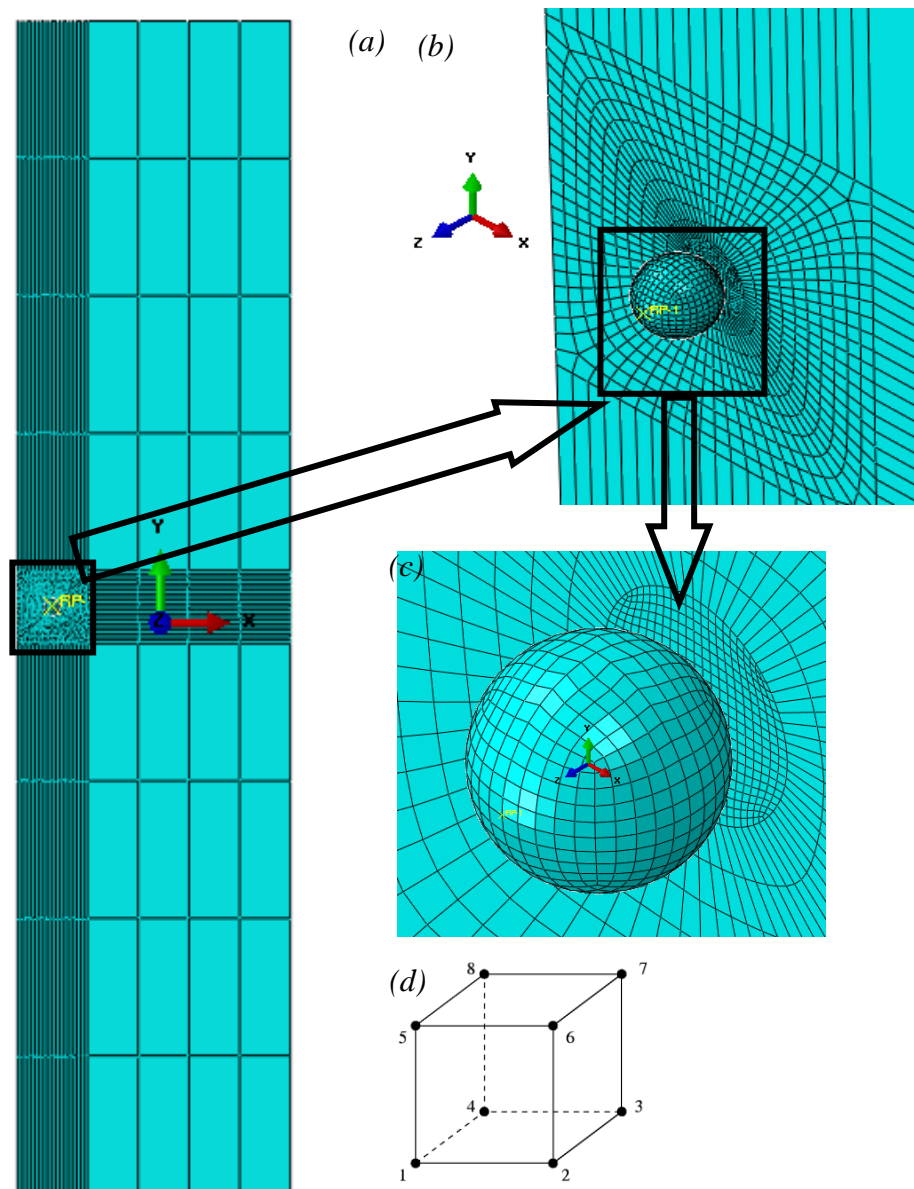
Étant donné que la région la plus importante est la zone au voisinage de la fissure pour capturer les champs de contraintes, le maillage est affiné (la dimension typique de l'élément dans cette région est de type C3D8R). L'élément C3D8R est un élément de brique linéaire à usage général, entièrement intégré. En s'éloignant cette zone, le maillage devient progressivement plus grossier avec le même type d'élément. Le contact a été modélisé par le type surface à surface. Le frottement entre les surfaces de bille et de la plaque fissurée de contact est fixé à 0,1. Différentes tailles de mailles ont été testées pour parvenir à la convergence (figure IV.3).

Le nombre de nœuds et d'éléments sont répertorié dans tableau IV.2. La plaque a été discrétisé par des éléments tétraèdres linéaires à quatre nœuds (C3D8R).

Pièces	Taille de l'élément	Nombre d'éléments	Nombre de nœuds	Type d'éléments
Plaque fissurée	0,09~19	5920	7780	Eléments tétraèdres linéaires de type (C3D8R)

*Tableau IV.2 : Nombre de nœuds et d'éléments de la plaque étudiée.*

Le modèle de maillage détaillé de la plaque fissurée et la bille est illustré à la figure IV.3.

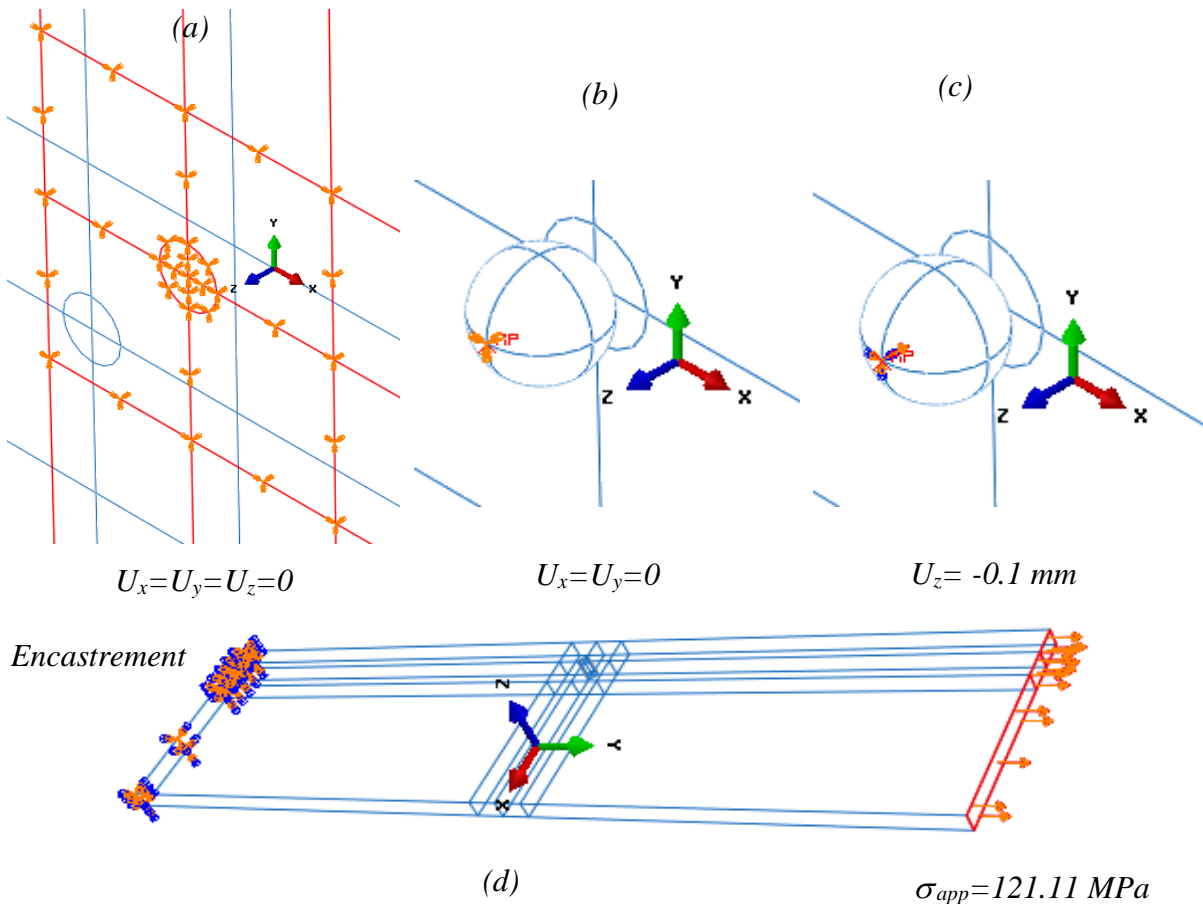


**Figure IV.3 :** Modèle EF de la plaque indentée ; (a) maillage typique de de la plaque indentée ;  
 (b) Maillage autour de la pointe de fissure; (c) Maillage au point de fissure; (d) type d'élément  
 C3D8R.

## IV.5 Chargements et conditions aux limites

Pour simuler l'assemblage plaque-indenteur par ce processus et évaluer les contraintes résiduelles, la simulation sera divisée deux étapes - voir figure IV.4. La première étape est basée sur le calcul de champs de contrainte (autour de la fissure) créée par l'indenteur. La deuxième étape est une prédiction de la croissance des fissures par le calcul des contraintes après chargement.

La première étape consiste à bloquer la grande surface latérale de la plaque suivant les axes  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , et d'appliquer un déplacement de 0,1 mm au point de référence de la bille. Par la suite une deuxième étape sera fait qui consiste à encastrent l'une de deux surface de la plaque parallèles au plan de propagation de fissure et charger l'autre par une contrainte de traction uniaxiale dans la direction verticale suivant l'axe "Y-Y" d'amplitude  $\sigma_{app} = 121,11$  MPa.



**Figure IV.4 :** Condition aux limites et chargements ; Etape 1 : (a) blocage de la plaque indentée ; (b) blocage de la bille; (c) déplacement imposé de la bille, Etape 2 : (d) encastrement et chargement de la plaque.

## IV.6 Résultats et discussions

Notre travail est divisé en deux parties. Une première partie qui s'articule à l'analyse des contraintes résiduelles circonférentielles générée autour de la pointe de fissure en appliquant une empreinte (sans chargement de traction). Une deuxième partie qui traite l'effet de cette empreinte sur les contraintes résiduelles circonférentielles sous un chargement de traction.

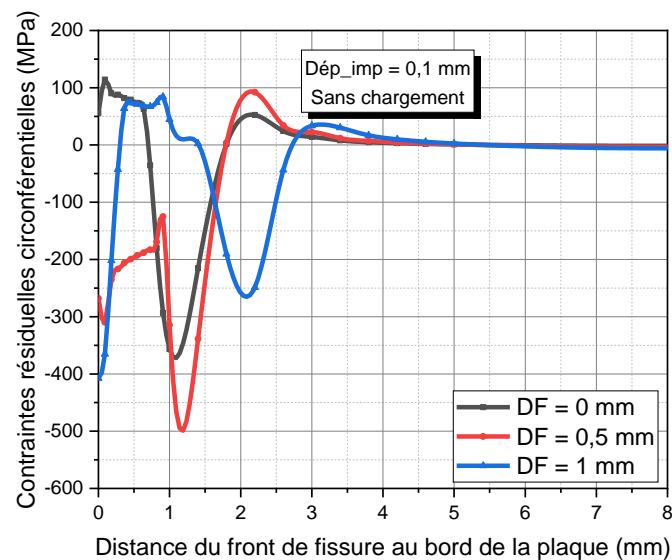
### 1-Evaluation des contraintes sans chargement de traction



La position d'indentation par rapport au front de fissure (DF) a un effet très important sur les contraintes résiduelles circonférentielles générée par l'empreinte de bille. L'objectif de la simulation suivante est de comparer les résultats obtenus en trois positions du front de fissure vers le bord de la plaque (DF) : DF=0 ; 0.5 et 1 mm des plaques fissurées.

Les résultats obtenus par la simulation numérique sont représentés dans la figure IV.5

Ces résultats concernent l'évolution des contraintes circonférentielles résiduelles résultant dans le côté d'indentation (côté face) du front de fissure à la bordure de la plaque.



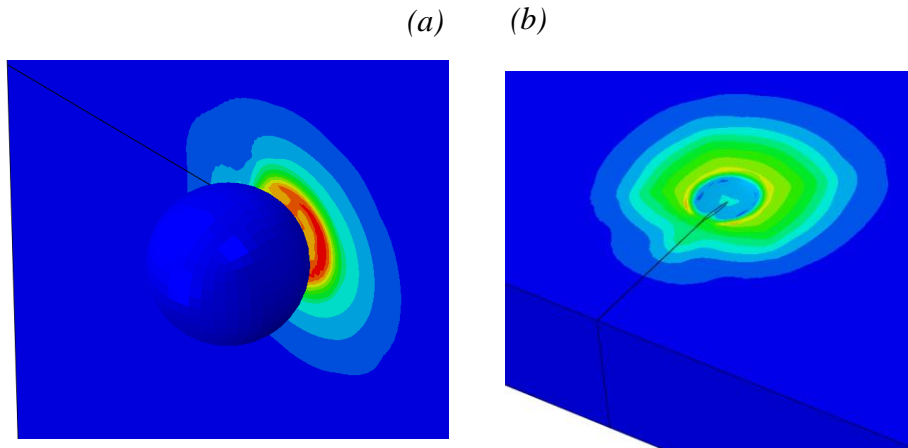
**Figure IV.5 :** Comparaison entre les contraintes résiduelles circonférentielles le long de la distance du front de fissure à la bordure de la face indentée

En analysant cette dernière figure, il est possible d'observer un comportement similaire entre les trois positions. En général, on peut conclure que l'indentation entraîne la création de contraintes résiduelles de compression, et que la distribution de ces contraintes est compressive près de la fissure, mais ces pressions diminuent en s'approchant du bord de la plaque fissurée. Plus précisément, les contraintes générées pour une position DF de 0,5 mm sont les plus élevées par rapport aux autres positions (pouvant atteindre -500 MPa).

En comparant la position de 0 mm à celle de 1 mm, on peut remarquer que la zone compressive pour la position de 1 mm est significativement plus grande (3 mm). En ce qui concerne la position DF de 0 mm, on peut conclure que l'indentation a un effet indésirable en raison des contraintes de traction positives qu'elle engendre.

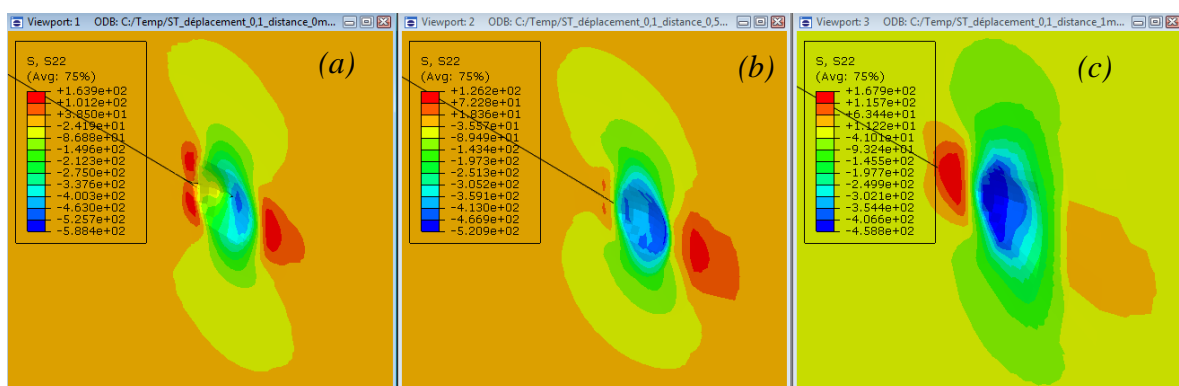
Cette dernière remarque est peut confirmer par la figure IV.6. Cette figure décrivant le

processus d'indentation et le champ de contrainte résiduelle de van Mises avec sa zone de déformation. On peut remarquer que la bille entraîne de créer des contraintes résiduelles autour du front de fissure (figure IV.6a), et la figure IV.6.b présente un déformation plastique permanente de profondeur visible du à l'empreinte de bille.



**Figure IV.6 :** Résultats du processus d'indentation : a) Répartition des contraintes résiduelles autour du front de fissure, b) déformation plastique permanente.

La figure IV.7 représente la répartition des contraintes résiduelles au voisinage du front de fissure des trois positions. Les valeurs des contraintes indiquent clairement que les contraintes résiduelles sont compressives au voisinage du front de fissure et que ne sont pas identiques.



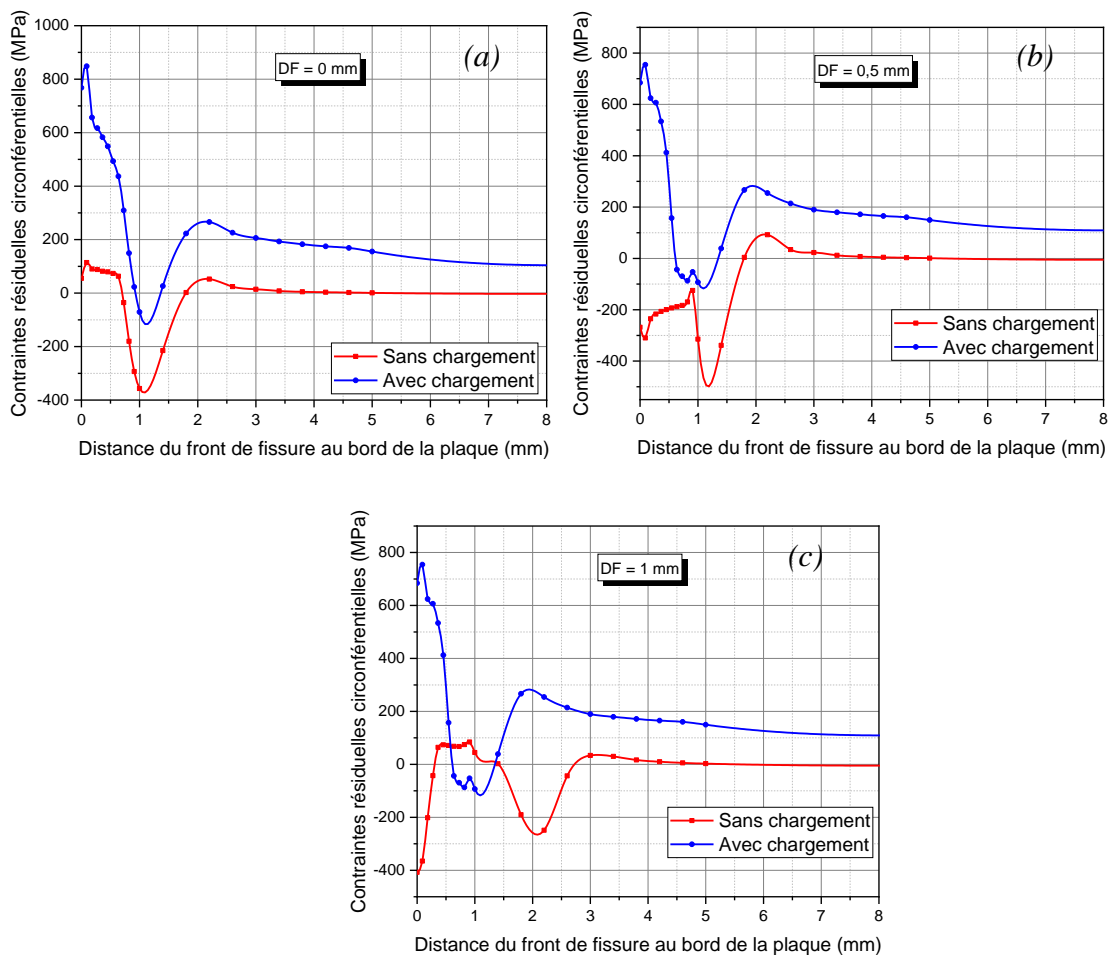
**Figure IV.7 :** Répartition des contraintes résiduelles circonférentielles autour du front de fissure des plaques indentées : a)  $DF=0$  ; b)  $DF=0,5$ , et ; c)  $DF=1$  (mm).

En observant cette figure, il est possible de noter une évolution du champ de contraintes résiduelles circonférentielles en fonction de la position de la bille. En particulier, les contraintes résiduelles générées à la position  $DF=0,5$  mm montrent une répartition

satisfaisante juste près du front de fissure (environ  $-400$  MPa). Cela indique que l'application de l'indentation à  $0,5$  mm du front de fissure entraîne des contraintes plus élevées que lorsque l'indentation est effectuée à d'autres positions. Par contre, pour une empreinte réalisée au niveau du front de fissure ( $DF=0$  mm), des contraintes résiduelles circonférentielles de traction ( $50$  MPa) sont observées.

## 2-Evaluation des contraintes sous chargement de traction

Dans cette deuxième partie, nous avons réalisé une modélisation numérique similaire, mais cette fois avec un chargement de traction, dans le but de clarifier l'effet du processus d'indentation par bille sur les contraintes résiduelles et, par conséquent, sur la durée de vie de la structure endommagée. Afin de mettre en évidence les avantages de cette technique, il est nécessaire de comparer initialement la répartition des contraintes résiduelles circonférentielles induites par l'indentation avant et après le chargement, comme illustré dans la figure IV.8.

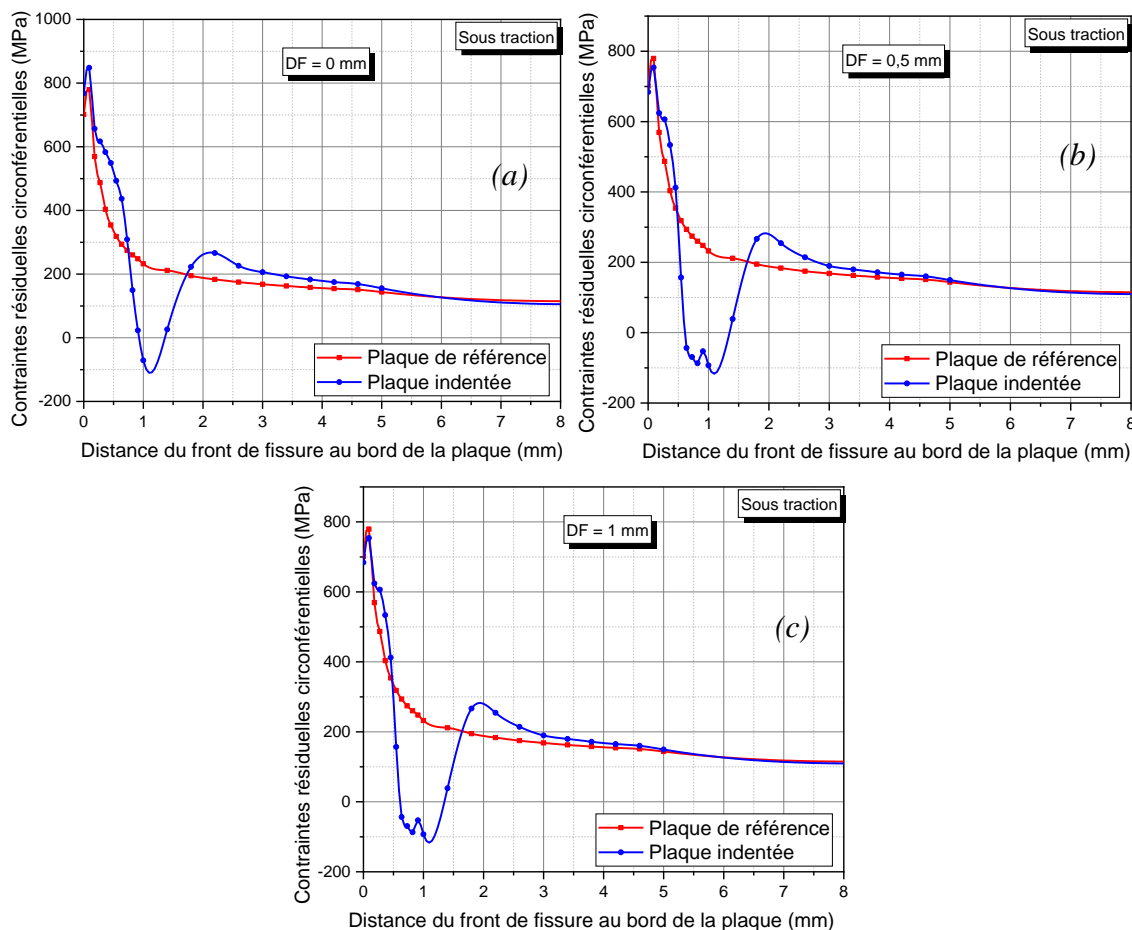


**Figure IV.8 :** Comparaison de la répartition des contraintes résiduelles circonférentielles avant et après chargement de traction pour  $DF=$  :a)  $0$  mm ; b)  $0,5$  mm et ;c)  $1$ mm

La figure IV.8 présente une comparaison des valeurs des contraintes résiduelles circonférentielles pour les trois distances. L'évolution des contraintes résiduelles avant et après le chargement montre une tendance similaire pour les trois positions. Une diminution significative des contraintes résiduelles de compression est observée avant et après le chargement, quel que soit l'écartement étudié (jusqu'à 1,2 GPa pour  $DF=1$  mm). Dans tous les cas, les contraintes résiduelles après le chargement sont positives. Ces observations suggèrent que le chargement absorbe les contraintes résiduelles de compression générées par l'indentation.

Pour une meilleure explication, on présente la figure IV.9.

La figure présentée illustre une comparaison des contraintes résiduelles entre la plaque fissurée ayant subi une indentation et la plaque de référence non indentée, après le chargement.

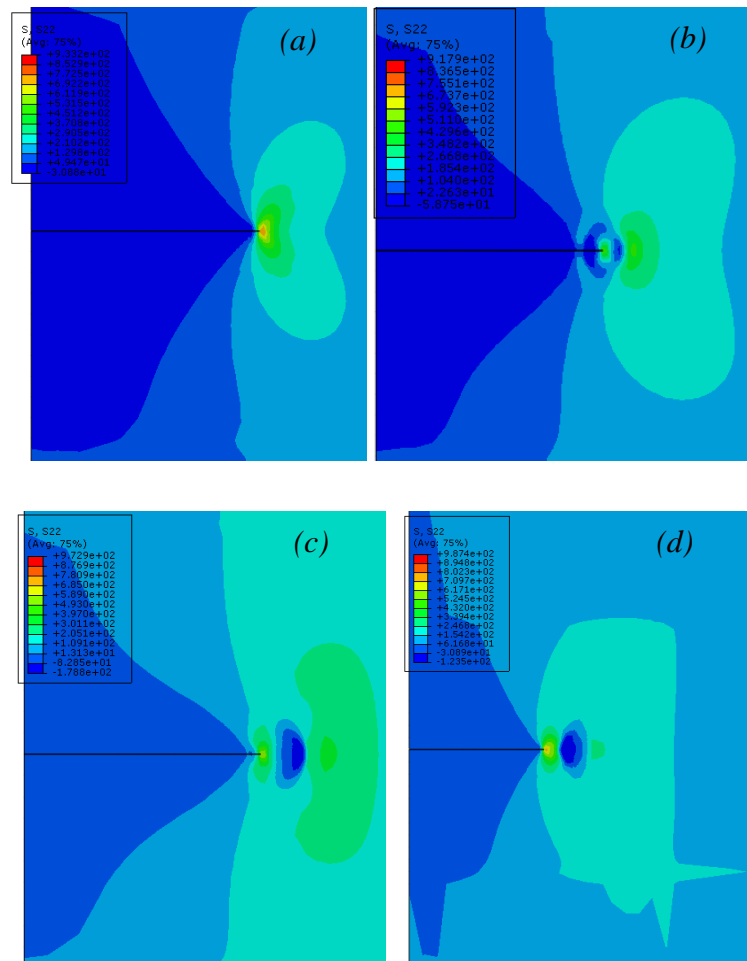


**Figure IV.9 :** Comparaison de la répartition des contraintes résiduelles circonférentielles après chargement de traction pour  $DF=$  : a) 0 mm ; b) 0,5 mm et ; c) 1mm.

La figure IV.9 présente une comparaison des valeurs des contraintes résiduelles circonférentielles pour les trois distances. L'évolution des contraintes résiduelles après le chargement révèle que, pour les trois positions, les plaques indentées conservent des contraintes

résiduelles de compression faibles près du front de fissure (100 MPa). En revanche, des contraintes de traction sont présentes pour la plaque de référence non indentée.

La figure ci-dessous (figure IV.10) présente les contraintes résiduelles circonférentielles mesurées dans quatre plaques fissurées différentes : la plaque de référence, la plaque indentée au niveau du front de fissure, la plaque indentée à 0,5 mm du front de fissure et la plaque indentée à 1 mm du front de fissure.



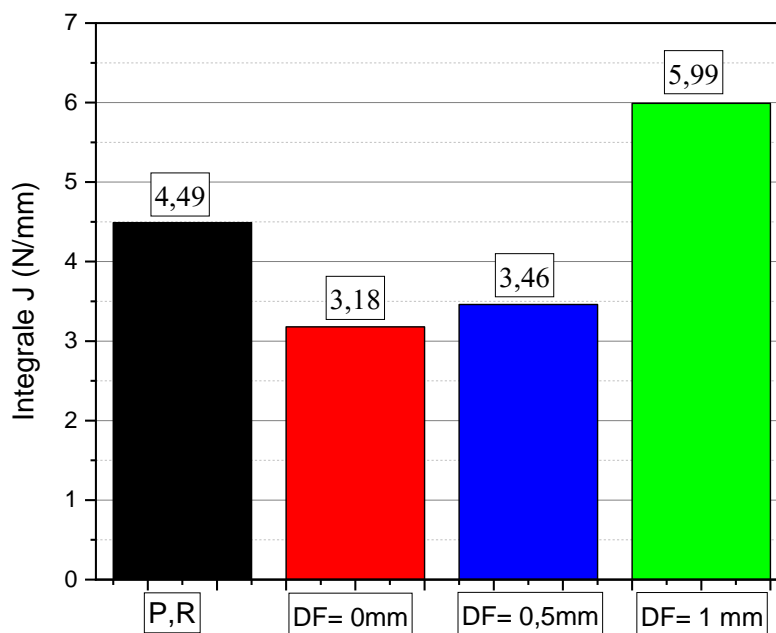
**Figure IV.10 :** Comparaison de la répartition des contraintes résiduelles circonférentielles dans le cas de chargement de traction : a) plaque de référence ; b)  $DF=0$  ; c)  $DF=0,5$  et d)  $DF=1mm$ .

Lors du chargement en traction, les valeurs présentées dans la figure IV.10 indiquent une diminution des contraintes résiduelles circonférentielles de compression après la traction. Cependant, ces contraintes résiduelles circonférentielles restent généralement plus élevées pour les cas de  $DF=0,5$  mm et 1 mm (130 MPa). En ce qui concerne la plaque indentée au niveau du front de fissure, les contraintes sont restées inchangées (-580 MPa). En revanche, les contraintes dans la plaque de référence (sans indentation) ne dépassent pas le seuil de 100 MPa.

#### IV.7 Calcul de l'intégrale J

L'intégrale J est un paramètre énergétique de rupture utilisé pour évaluer l'intensité des contraintes au niveau des fissures présentes dans les pièces endommagées. Elle permet de quantifier la résistance à la propagation de la fissure et de prédire le comportement de rupture des matériaux.

Dans cette dernière partie, nous avons présenté l'évolution de l'intégrale J en fonction de la position d'empreinte afin de confirmer l'efficacité du processus d'indentation (voir figure IV.11). Cette analyse nous permet de vérifier la performance de l'indentation en termes de résistance à la propagation de la fissure et de quantifier son impact sur l'intégrité structurale des matériaux.



**Figure IV.11** : Valeurs de l'intégrale J en fonction de la position d'empreinte.

En général, l'intégrale J varie en fonction de la position de l'empreinte. Pour la plaque avec une empreinte à une distance de 1 mm, on observe que J atteint une valeur maximale, ce qui indique une concentration maximale de contrainte due à un choix inapproprié de la position de l'empreinte. Cette constatation peut entraîner une probabilité plus élevée de rupture ou de défaillance. En revanche, pour les cas de DF=0 mm et 0,5 mm, on obtient des valeurs minimales de J.

# **Conclusion générale**

## Conclusion générale

---

Ce mémoire traite du problème du comportement en rupture des structures fissurées et réparées. Afin d'augmenter la durée de vie de ces structures, une technique d'indentation a été utilisée en utilisant la méthode des éléments finis.

Une étude a été menée sur une plaque en aluminium comportant une fissure latérale qui a été réparée par indentation. Notre travail est divisé en deux parties distinctes. La première partie se concentre sur l'analyse des contraintes résiduelles circonférentielles engendrées autour de la pointe de la fissure suite à l'application d'une empreinte, sans aucune charge de traction. La deuxième partie examine l'effet de cette empreinte sur les contraintes résiduelles circonférentielles lorsque la plaque est soumise à une charge de traction. En outre, nous avons également présenté l'évolution de l'intégrale J, qui permet d'évaluer l'efficacité de l'indentation en termes de résistance à la propagation de la fissure et de quantifier son impact sur l'intégrité structurelle des matériaux.

Nous soulignons les résultats les plus importants dans les points suivants :

- En règle générale, l'indentation produit des contraintes résiduelles circonférentielles de nature compressive.
- À mesure que l'on se rapproche du bord de la plaque fissurée, les contraintes résiduelles diminuent progressivement jusqu'à atteindre une valeur proche de zéro.
- Les contraintes résiduelles engendrées par l'indentation sans traction à une position DF de 0,5 mm présentent une distribution satisfaisante près du front de fissure, pouvant atteindre -500 MPa. Cependant, cette répartition n'est pas observée lorsque l'indentation est réalisée à d'autres positions.
- En examinant les trois positions dans le cas sans chargement, il est observable que la zone de compression de la position d'une distance de 1 mm est considérablement plus étendue, mesurant 3 mm.
- En ce qui concerne la position DF de 0 mm, on peut conclure que l'indentation a un effet indésirable en raison des contraintes de traction positives qu'elle engendre.
- Une diminution significative des contraintes résiduelles de compression est observée après le chargement, quel que soit la position étudiée (jusqu'à 1,2 GPa pour DF=1 mm).
- Dans tous les cas, les contraintes résiduelles après le chargement sont positives. Ces observations suggèrent que le chargement absorbe les contraintes résiduelles de compression générées par l'indentation.



## *Conclusion générale*

---

- L'évolution des contraintes résiduelles après le chargement révèle que, pour les trois positions, les plaques indentées conservent des contraintes résiduelles de compression faibles près du front de fissure (100 MPa). En revanche, des contraintes de traction sont présentes pour la plaque de référence non indentée.
- En général, l'intégrale J varie en fonction de la position de l'empreinte.
- Pour la plaque avec une empreinte à une distance de 1 mm, on observe que J atteint une valeur maximale, ce qui indique une concentration maximale de contrainte due à un choix inapproprié de la position de l'empreinte. Cette constatation peut entraîner une probabilité plus élevée de rupture ou de défaillance.
- En revanche, pour les cas de  $DF=0$  mm et 0,5 mm, on obtient des valeurs minimales de l'intégrale J.

## Références bibliographies

- [01] A.Zeghloul, Concepts fondamentaux de la Mécanique de la rupture, université de METZ, 2004.
- [02] Dr Abderrahim ZEGHLOUL cour concepts fondamentaux de la mécanique de la rupture, université de lorraine.2016.
- [03] Pluvinage G. Fatigue and fracture emanating from notch; the use of the notch stress intensity factor, Nuclear Engineering and Design 185: 173-184, (1998).
- [04] Eric Cavazos, Robert Khan. Fracture and Bending Mechanics. First Edition, Academic Studio, 4735/22 Prakashdeep Bldg, Delhi – 110002, (2012)
- [05] D. Brooksbank, K.W.J. Andrew, Iron Steel Inst., June (1968) 595-599.
- [06] Inglis, Charles Edward. "Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners." Trans Inst Naval Archit 55 (1913): 219-241.
- [07] ZAGANE Mohamed. El Salah, La mécanique de la rupture linéaire (élastique), Université d'Ibn Khaldoune Tiaret, 202.
- [08] GRIFFITH, A. A "The theory of rupture ". Proceedings of the first international congress of applied mechanics, Delph 1924, p. 55, 63.
- [09] "Irwin, G.R."Plastic zone near a crack and fracture toughness. Sagamore Research Conference Proceedings, 4, 1961, 63–78".
- [10] Kain V,Chandra K,Adhe K N and De P K ," Effect of work on low temperature esensitization behaviour of austenic stainless steels"0.2004,journal of nuclear Materials.
- [11] Rice, James R. "A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks", Journal of Applied Mechanics, Vol. 35, 1968, pp.379-386.
- [12] Wells A. A. "Unstable crack propagation in metals : Cleavage and fast fracture". Proceedings of the crack propagation symposium, vol. 1, Paper 84, UK, 1961.
- [13] Theocaris, P. S., and E. E. Gdoutos. "The modified Dugdale-Barenblatt model adapted to various fracture configurations in metals." International Journal of Fracture 10 (1974): 549-564.
- [14] Barenblatt, G.I. "The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture ". Advances in Applied Mechanics, Vol 7, 1962, pp 55-129.
- [15] DIHA Abdallah, " Mécanique de la rupture", Université de Tébessa, 2019 pp 4955.
- [16] K.Y. RAYMOND, S.S. Kuldeep, Innovative laser heating methodology study for crack growth retardation in aircraft structures, International Journal of Fatigue. v. 27, Issue 3, p.245-253, 2005.
- [17] W. ELBER. The significance of fatigue crack closure, Damage Tolerance in Aircraft Structures, ASTM-STP 486, pp. 230-242, 1971.
- [18] S. SURESH. Crack deflection: implications for the growth of long and short fatiguecracks, MetallurgicalTransactionsA, Vol.14A, pp.2375-2385, 1983.

- [19] H. TSUKUDA, H. OGIYAMA et T. SHIRAISHI, « Transient fatigue crack growthbehaviour following single overloads at high stress ratios », *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 19(7), pp. 879-891, 1996.
- [20] M. LOUAH, « Mécanismes de retard pour la progression de fissure après surchargedes la ces des aciers », Thèse soutenue le 18 septembre 1980 à l'Université ; de Technologie de Compiègne.
- [21] Kikukawa, M., M. Jono, and Y. Kondo. "Fatigue crack propagation under repeated twostep loadings above and below threshold condition." *J. Soc. Mater. Sic. Japon* 27 (1978): 1068-1102.
- [22] A. IMAD, « Mécanismes du retard induit par l'application d'une surcharge au cours de la propagation d'une fissure de fatigue », Thèse soutenue le 22 décembre 1989 à U.S.T.L., Lille. formes, et de dimensions différentes, *Revue de Métallurgie* ; 565- 584, Octobre1977.
- [23] J.E. RODRIGUEZ-SANCHEZ, W.D. DOVER, F.P. BRENNAN. Application of short repairs for fatigue life extension. *International Journal of Fatigue*. v.26, Issue 4, Pages 413-420, 2004.
- [24] H. WU, N. BENSEDDIQ, A. IMAD. Fracture toughness prediction of a valve body: Numerical analysis. *Engineering Failure Analysis*, In Press, 2009.
- [25] K. J.KIRKHOPE, R.BELL, L.CARON, R.I.BASU, K.T.MA. Weld detail fatigue life improvement techniques. Part 1: review. *Marine Structures*. v.12, Issue 6, p.447-474, 1999.
- [26] J.L. DESIR, Examples of repair welding of heavy machinery subject to breakage due to low frequency alternating stresses. *Engineering Failure Analysis*, v.8, Issue 5, p. 423-437, 2001.
- [27] J. MATHAR. Determination of Initial Stresses by Measuring the Deformatio Around Drilled holes, *Arch Eisenhüttenwesen*, 6, p. 277-281 et *Trans. ASME*, V56 (4), p.249, 1934.
- [28] A.BAUS, H.P.LIEURADE, G. SANZ et M.TRUCHON. Etude de l'amorçage des fissures de fatigue sur des éprouvettes en acier à très haute résistance possédant des défauts de formes, et de dimensions différentes, *Revue de Métallurgie* ; 565- 584,Octobre 1977.
- [29] P.S. SONG, S. HWANG, C.S. SHIN, Effect of artificial closure materials on crack growth retardation, *Engineering Fracture Mechanical*; 60(1): 47–58, 1998.15.
- [30] P.S. SONG, S. HWANG, C.S. SHIN. Effect of artificial closure materials on crack growthretardation, *EngineeringFractureMechanical*; 60(1):47–58, 1998.
- [31] P.S. SONG, B.C. SHEU, H.H. CHOU. Deposition of plating metals to improve crackgrowthlife, *InternationalJournalofFatigue*; 23:259–270, 2001.
- [32] P.de RIJK et A.A.M. OTTER, « Empirical investigation on some methods for stopping the growth of fatigue cracks », National Aerospace Laboratory, NLR TR 70021 L, 1969.
- [33] M. GOTO, H. MIYAGAWA et H. NISITANI. Crack growth arresting property of hole and Brinell -Type Dimple, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 19(1), pp. 39-49,1996

- [34] B. Bachir Bouiadjra, F. Benyahia, A. Albedah, S. M. Khan, Comparison between composite and metallic patches for repairing aircraft structures of aluminum alloy 7075 T6, *Int. J. Fatigue*, 80 (2015)128-135.
- [35] B. Bachir Bouiadjra, M. Belhouari, B. Serier, Computation of the stress intensity factors for repaired cracks with bonded composite patch in mode I and mixed mode, *Compos. Struct.* 56(4) (2002)401-406.
- [36] R.J. Callinan, L.R.F. Rose, C.H. Wang, Three dimensional stress analysis of crack patching, in: *Proceedings of international Conference on Fracture, ICF-9 (1997)*2151– 2158.
- [37] Tsouvalis, N. G., Mirisiotis, L. S., & Dimou, D. N. (2009). Experimental and numerical study of the fatigue behaviour of composite patch reinforced cracked steel plates. *International journal of fatigue*, 31(10), 1613-1627.
- [38] Razavi, S. M. J., Ayatollahi, M. R., Amouzadi, A., & Berto, F. (2018). Effects of different indentation methods on fatigue life extension of cracked specimens. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 41(2), 287-299.
- [39] Razavi, S. M. J., Ayatollahi, M. R., & Berto, F. (2018). Assessment of fatigue crack growth behavior of cracked specimens repaired by indentation. *Procedia Structural Integrity*, 13, 69-73.
- [40] Johnson, K.L. *Contact Mechanics*; Cambridge University Press: Cambridge, UK,1989; Volume 37, pp. 29–43. [Google Scholar] [CrossRef].
- [41] Belloula Amar. Contribution à l'étude de la prédiction de la durée de vie en fretting fatigue: application à un contact acier-alliage d'aluminium..[ 2013]
- [42] Rui Niu, Jing Wei\*, Aiqiang Zhang, Huaming Qian . A Three-Dimensional Fretting.Contact Model under Oblique Forces in Planetary Gear System . January 11th, 2023
- [43] F.D. Fischer, M. Wiest. Approximate analysis model for Hertzian Elliptical wheel/rail or wheel/crossing contact problems. *ASME J. Tribol.* 130, 1–3 (2008).
- [44] Johnson K L. *Contact Mechanics*. London: Cambridge University Press 1985.Thèse docteur . Soutenue le 7 juillet 1999
- [45] CHERIET Nour El Houda. Etude du comportement mécanique des assemblages multi matériaux . 2017
- [46] Naidu R.N.K., Raman S.G.S. Effect of contact pressure on fretting fatigue behavior of Al–Mg–Si alloy AA6061, *International Journal of Fatigue* 27 (2005) 283– 291
- [47] Mohamed Ikhlef Chaouch1\*, Abdelghani Baltach1,2 , Ali Benhamena1. numerical analysis of geometrical parameters effect on contact zone under fretting fatigue loading .December 2022.
- [48] Růžek, R., Pavlas, J., & Doubrava, R. (2012). Application of indentation as a retardation mechanism for fatigue crack growth. *International journal of fatigue*, 37, 92-99.
- [49] H. Hosseini-Toudeshky, B. Mohammadi, H. R. Daghyani, Mixed-mode fracture analysis of aluminium repaired panels using composite patches, *Compos. Sci. Technol.* 66(2) (2006) 188-198.
- [50] Chakherlou, T. N. and Vogwell, J. (2003). The effect of cold expansion on improving the fatigue life of fastener holes, *Eng. Fail. Anal*, 10 (1), pp. 13-