

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة ابن خلدون

كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية

قسم العلوم الاجتماعية



مطبوعة بيداغوجية موجهة لطلبة السنة الثانية فلسفة ليسانس

المنطق الرمزي

من إعداد الأستاذ: حجاج خليل

السنة الجامعية 2022/2021

تتوجه هذه الدروس في المنطق الرمزي المعاصر إلى طلبة الفلسفة مستوى الماستر (ل م د), ونحاول أن نقدم فيها - بطريقة بيداغوجية متدرجة - معرفة أولية واضحة بهذا الميدان الذي قد يتهيبه كثير من الطلبة رغم أهميته التي يستطيع أن يدركها كل من له اطلاع على تطور العلوم العقلية والصورية في جامعات ومراكز البحث في العالم المتقدم , وهي دروس لا تزعم الإلمام بكل مفاهيم المنطق الرمزي المعاصر ونظرياته ، وطرقه في فحص الاستدلالات وتقويمها.

لقد قطع علم المنطق في تطوره - كمبحث معرفي خاص-مسارا طويلا عرف خلاله تحولات بارزة،ولكنه رغم ذلك لم يغير كثيرا من طبيعة الهدف الأول الذي رسمه لنفسه منذ عصر المعلم الأول أرسطو(384 - 324 ق م) .

لذلك يمكننا التأكيد على انه إذا كان المنطق الصوري القديم قد اهتم بضبط شروط أو قواعد الاستدلال الصحيح , فإن المنطق الرمزي المعاصر لم ينحرف بدوره عن هذه الغاية ، ولكنه حاول أن يحقق مزيدا من الصورنة والوضوح والدقة والاستيعاب عند التعامل مع مختلف أنواع الاستنتاجات التي يمارسها العقل البشري في مجالاته المتعددة .

إن هذه التحولات , خاصة تلك التي عرفها المنطق في المراحل المتأخرة من تاريخه , والتي انتهت إلى بنائه كعلم نظري قائم بذاته , يقف مع الرياضيات أو قبلها في قمة العلوم الصورية العقلية , أدت إلى تزايد الاهتمام به من طرف تخصصات وحقول معرفية أخرى مثل(المعلوماتية والبرمجيات والاتصال وعلوم اللغة....الخ) , كما حظي باهتمام خاص في حقل الدراسات البيئية القائمة على التداخل والتكامل المنهجي بين العلوم .

ولهذا يبدو من غير المبرر تماما , أن يعتقد أي ناظر في بعض تقنيات المنطق الرمزي المعاصر وطرقه في البرهنة والتقويم والحساب , أن هذا الميدان قد صار حكرا على المشتغلين بالرياضيات فقط , وذلك لأنه إذا كان المنطق كما قال الفارابي(872 - 950 م) هو سيد كل العلوم وخدامها في الوقت نفسه , فهذا يعني أن الحاجة إلى معرفة قواعد الاستدلال الصوري الصحيح و طرق فحصه وتقويمه ليست حكرا على ميدان معرفي دون غيره

وهذا ما يبدو أن بعض جامعات وكليات العالم المتقدم قد تنبعت إليه كما سبقت الإشارة,وذلك حين قررت إلزامية دراسة هذه المادة لكل طلبة العلوم الإنسانية والاجتماعية, وهو ما نتمنى أن يتجسد يوما ما في جامعاتنا ومعاهدنا .

وإذا ثبت أن التخصصات الإنسانية بوجه عام بحاجة إلى الاطلاع على آليات المنطق الرمزي المعاصر واستثمارها في قضاياها ، فإن حاجة طالب الفلسفة بوجه خاص إلى الإحاطة بتطورات هذا العلم أكبر وأثبت ، وذلك للعلاقة الخاصة التي ربطت الفلسفة بالمنطق طوال تاريخها ، أي منذ أن جعل (أرسطو) من المنطق أداة منهجية تمكن المتفلسف الباحث عن الحقيقة من مراقبة الحركات الاستدلالية وفحصها لتمييز الصحيح عن الفاسد و المغالط منها.

إن مهمة البحث عن الحقيقة كمطلب فلسفي كلاسيكي ، لا يمكنها إذن أن تجهل أو تتجاهل العلم الذي يكون موضوعه النظر في طبيعة الاستنتاج ومقوماته وأساليبه مراقبته وتقويمه ، وان تطلع على آخر التطورات في هذا الميدان ، خاصة في هذا العصر الذي هيمنت عليه ثقافة الصورة و طغى فيه تأثيرا لخطابات التي لا تلقي كبير عناية إلى إقامة الدليل الكافي والبرهنة المؤسسة التي تمنح لها مشروعيتها النظرية.

فالباحث في الفلسفة و الدارس لها ، مطالبنا اليوم أكثر من غيرهما بالاطلاع على تقنيات المنطق الرمزي المعاصر ومقاربة اللغات الرمزية الاصطلاحية والتمرس على طرق التحقق من صحة الاستنتاجات ، سواء تعلق الأمر بحساب القضايا غير المحللة أو حساب المحمولات والعلاقات.

غير أن اتساع مجالات المنطق الرمزي المعاصر وتراكم الجهود النظرية فيه منذ عصر لايبنتز، يجعل من الصعب الإحاطة بكل مفاهيمه ونظرياته في عدد محدود من الدروس المخصصة لمستوى ما قبل التدرج (ليسانس ل م د) .

لهذا قررنا أن نقتصر في حدود ما يسمح به برنامج التكوين المخصص لطلبة السنة ثانية فلسفة (ل م د) على حساب القضايا الكلاسيكي بطرقه التحليلية الثلاثة : جداول الصدق الكلاسيكية ، و جداول الصدق المختصرة وطريقة التحليل الشجري ، مع إضافة طريقة التحقق من الاتساق المنطقي للقضايا .

لقد حاولنا بهذه الدروس أن نقدم للطلبة وسيلة تمكنهم من الاطلاع على الخطوط العامة للمنطق الرمزي المعاصر ، وسندا معرفيا يعودون إليه للاستئناس والإثراء والتدريب والتوسع في المحاضرات النظرية ، متوخين تناسب المادة المعرفية مع عناصر البرنامج المقرر لمادة المنطق الرمزي في مستوى ما قبل التدرج ومن هنا ، قسمنا هذه الدروس إلى ثلاثة محاور ، قسمنا المحور الأول منها إلى مبحثين ، حيث تناولنا في المبحث الأول بعض المفاهيم التمهيدية العامة كمدخل يمكن الطالب من تكوين صورة أولية عن طبيعة وخصوصية بعض المصطلحات المتداولة في المنطق الرمزي المعاصر .

أما المبحث الثاني فقد تطرقنا فيه إلى الخطوط العامة في تطور المنطق المعاصر ، وإلى أبرز الانتقادات الموجهة للمنطق الصوري القديم ، باعتبار هذه الانتقادات نقطة الانطلاق في بعث المنطق الرمزي المعاصر .

وخصصنا المحور الثاني للترميز في المنطق الرمزي المعاصر حيث تطرقنا في المبحث الأول من هذا المحور الطبيعة اللغوية الرمزية في المنطق المعاصر , و عرضنا في المبحث الثاني بشيء من التفصيل مفهوم الثوابت أو الروابط المنطقية وخصائصها الصورية , وبعض القوانين المنطقية الهامة . أما المحور الثالث والأخير فقد خصصناه لطرق تقويم القضايا المنطقية , على أساس أن الغاية من المنطق هي تمييز القوانين المنطقية وقد قسمناه إلى أربعة مباحث .

حيث قمنا بعرض وشرح طرق التقويم المعتمدة في منطق القضايا وهي بالترتيب :

1 - طريقة جداول الصدق الكلاسيكية , 2 - ثم طريقة جداول الصدق المختصرة , ثم 3 - طريقة التحليل الشجري , مع إضافة مبحث أخير خاص 4 - بالاتساق المنطقي .

و للمبحث الأخير أهمية في مراقبة الانسجام وعدم التناقض داخل عدد من القضايا حين ترد مجتمعة مع بعضها , كما هو الحال في الانسجام بين الآراء المختلفة التي قد يكونها الإنسان حول عدد من القضايا والمشكلات أو في النصوص التي يتعامل معها الباحث و الطالب على اختلاف أنواعها ومضامينها . وقد راعينا في هذه الدروس المزاجية بين الجانب النظري والجانب التطبيقي التقني , مع التدرج المنهجي من البسيط إلى المركب , وتنوع الأمثلة المساعدة على الاستيعاب الجيد لكل طريقة على حدى , كما ختمنا كل مبحث بعدد من الأسئلة التدريبية التي تساهم في إثراء هذا المبحث وتمارين الطالب على التحكم بشكل أكبر على الطريقة المدروسة .

وختمنا هذه الدروس بثبت اصطلاحي يتضمن ابرز الحدود و المصطلحات المستعملة في ميدان الدراسات المنطقية بوجه عام .

وقد اعتمدنا في هذه الدروس على عدد من المصادر والمراجع باللغتين العربية والأجنبية , المتخصصة في تاريخ المنطق بوجه عام والمنطق المعاصر على وجه الخصوص , توثيقا و تثبيتا للمادة المعرفية , ودعوة منا لقارئ هذه الدروس إلى إمكانية الاستزادة والتعمق في مراجع هي أعم وأشمل من هذه الدروس .

المحور الأول : مفاهيم تمهيدية .

المبحث الأول – بعض المفاهيم التمهيدية في المنطق الرمزي المعاصر :

تمهيد :

إن الذي يريد دراسة أي علم , يطمح غالبا إلى تكوين صورة مجملية وأولية عن ابرز المفاهيم التي يتضمنها هذا العلم , والمنطق الرمزي المعاصر ككل علم يوظف منظومة من المفاهيم التي يتداولها البحث المنطقي المعاصر , ورغم أن هذه المفاهيم لا تتعلق كلها مباشرة بمضمون هذه الدروس ,فان بعضها ضروري ليس

فقط لفهم المنطق الرمزي المعاصر , بل لإدراك فكرة المنطق في حد ذاتها , لأن هذه الفكرة تعرضت لخلط كبير شوه صورتها في الأذهان .

لقد فضلنا أن نخصص مبحثا خاصا ببعض هذه المفاهيم يساهم في تقديم صورة أولية عنها تحقيقا لغرض الاستئناس الذي يريده كل طالب مبتدئ يلج عالم المنطق الرمزي المعاصر .

1 - الصورية (المادة/ الصورة) , الضرورة المنطقية :

من عادة الناس ألا يفرقوا في تفكيرهم واستدلالاتهم بين ما هو ثابت وما هو متغير, وهذا راجع إلى اندماج الاستدلال في اللغة الطبيعية , وإلى عدم التمرن على الفصل داخل اللغة الطبيعية التي يستعملونها بين البنية الثابتة والمضامين المتغيرة .

فقد نجد الشخص الواحد يناقش ويدافع عن أحكامه واستدلالاته في قضايا متعددة الميادين والمجالات , كالسياسة والدين والرياضة والفن والاقتصاد ومشاكل الحياة اليومية . فكيف يتعامل المنطق مع كل هذا التعدد والاختلاف ؟

إن المنطق لكي يستطيع أن يصدر حكما في قيمة أي خطاب أو استدلال , يلجأ إلى التفريق بين مضامين الكلام ومادته المتغيرة من جهة , وبين العلاقات الثابتة بين أجزاء هذا الكلام من جهة أخرى, وهي ما نسميها صورة الاستدلال, فالاستدلال في المنطق لا يتعلق بمادة الكلام ولكن بالصورة الثابتة من وراء تغير هذه المادة .

ولنوضح هذا الأمر ببعض الأمثلة : لدينا هذه الأقوال الثلاثة التي هي قضايا :

1- إذا كان الطالب في القسم فهو في الجامعة .

2 - سقراط فيلسوف و يوناني.

3 - لون السيارة أبيض أو أسود.

باستطاعة من يتأمل في هذه الأمثلة أن يقدم لنا أمثلة أخرى لها نفس البنية اللغوية , لكنها مختلفة عن الأمثلة السابقة في مادتها فقط مثل:

4 - إذا نزل المطر بغزارة ابتلت الطرقات.

5 - مفدي زكريا مناضل وطني وشاعر.

6 - يتناول أحمد في المقهى، الشاي أو العصير.

إن ما يجمع القضيتين 1 و 4 رغم اختلافهما المادي هو هذه البنية:

(إذا كانفإن.....)

وكذلك القضيتان 2 و 5 اللتان تشتركان في هذه البنية :

(..... و)

والقضيتان 3 و 6 في هذه البنية:

(..... أو)

فإذا رمزنا لهذه المضامين المتغيرة برموز بسيطة ولتكن حروفا مثل : ق ، ك , صار لدينا هذه الصيغ :

1 و 4 : (إذا كان ق فإن ك) .

2 و 5 : (ق و ك) .

3 و 6 : (ق أو ك) .

هذه الصيغ الأخيرة هي ما نسميه صورة الكلام.

وإذا انتقلنا إلى أمثلة لا تكون فيها القضايا منفصلة عن بعضها عن البعض ، بل مترابطة في عملية استدلالية

واحدة مثل :

1 - إذا كان الطالب في القسم فهو في الجامعة.

2 - الطالب ليس في الجامعة.

3 - إذن الطالب ليس في القسم.

أو هكذا:

1 - إذا كان العدد زوجيا كان يقبل القسمة على 2.

2 - هذا العدد لا يقبل القسمة على 2.

3 - إذن هذا العدد ليس زوجيا.

لو جردنا هذين المثالين من المادة المتغيرة و عوضناها بأحرف واحتفظنا بالبنية أو الهيكل أو الصورة الثابتة

, سنجد مايلي :

إذا كان ق فإن ك.

لكن ليس ك

.إذن ليس ق.

هذه صورة استدلال منطقي صحيح , ولكن ماهي طبيعة هذه الصحة ؟ .

في المنطق السوري القديم و المنطق الرمزي المعاصر يكون معيار الصحة سوريا فقط , لا تعلق له بمادة

الاستدلال أبدا.

إن الانتقال بين قضايا كل واحد من المثالين السابقين يتميز بطابع الضرورة المنطقية التي تعني ما يلي:
إذا سلمنا بالمقدمات فمن غير الممكن ألا نسلم بالنتيجة , و هذه الضرورة المنطقية هي حجر الزاوية في المنطق , ولمراقبة هذه الضرورة ينبغي التعويل على صور الاستدلالات لا على مضامينها .

2 - المنطق المادي/ المنطق السوري ، الصدق ، الصحة :

لقد اعتمد المنطق السوري القديم التعبير عن مادة الاستدلالات المتغيرة بحروف , كإجراء منهجي أراد من خلاله أن يبين أن ما يهم المنطقي هو الهيكل أو البنية الصورية الثابتة , ولهذا سمي بالمنطق السوري.
فكان مثلاً يعبر عن صورة القياس الحملي كما يلي :

كل وكل ص وكل صك

أو:

إذا كان كل وك

وإذا كان كل ص و

فان كل ص ك.

بالنسبة للمنطق الرمزي المعاصر ، هذا التعبير صحيح ومقبول ولكنه غير كاف ، لأنه إذا كان يستعمل بعض الرموز مثل : و،ك،ص . فإنه بقي مرتباً باستعمال اللغة الطبيعية (إذا كان ، فإن ، ليس ، إذنالخ) .

و لتجاوز هذا الأمر يفرض المنطق الرمزي المعاصر ضرورة الترميز التام والكلي للغة المنطق , بحيث لا يعود مسموحاً استعمال ألفاظ اللغة الطبيعية لأسباب ستتطرق إليها لاحقاً, فالمنطق السوري باختصار هو العلم الذي يتولى مراقبة صحة الاستدلال من حيث صورته فقط , و من المصطلحات التي ترد في كثير من كتب المنطق أيضاً , نجد مصطلح (المنطق المادي) الذي كان يطرح عادة كمقابل للمنطق السوري , وهذه المقابلة كان لها تأثير سلبي على الأذهان أدى إلى تشويه فكرة المنطق نفسها . إن المنطق المادي الذي يقصد به مناهج العلوم أو منطق العلوم التجريبية الاستقرائية لا يمكن أن نطلق عليه – في الحقيقة - وصف المنطق إلا بشيء من التجوز والتساهل في اللغة ، لأن المنطق في نظر اغلب المناطق لا يمكن أن يكون إلا سورياً ، وذلك لأن " صحة أو فساد الاستدلال تتوقف على صورته فقط , فهي مستقلة عن مضمون القضايا التي قد تكون صادقة أو كاذبة , في حين أن الاستدلال لا يمكن أن يكون إلا صحيحاً أو فاسداً " (1) .

وبهذا المعنى , يمكن أن توجد استدلالات صحيحة في صورتها رغم أنها كاذبة في مادتها , كما يمكن أن توجد استدلالات فاسدة في صورتها رغم أنها صادقة في مادتها , لأن الصدق في هذه الحالة يكون ذرياً أي

متعلقاً بمضمون قضية واحدة أو عدد من القضايا ولكنها منفصلة منطقياً عن بعضها ، أما الصحة فهي علاقة تهتم بضرورة أو الربط الاستنتاجي بين المقدمات و النتائج .

إن هذا التمييز بين الصدق أو الكذب المادي في القضايا والأقوال من جهة ، وبين الصحة*أو الفساد الصوري في الاستدلالات من جهة أخرى ، هو تمييز مهم جداً و ضروري لاستيعاب فكرة المنطق ومعناها الحقيقي .

(1) : ماري لويز رور ، مبادئ المنطق المعاصر ، ترجمة محمود يعقوبي ، دار الكتاب الحديث ، القاهرة ، ص 09

* تجدر الإشارة إلى أن الكثير من الكتب والدراسات المنطقية تستعمل مصطلح الصدق الصوري كمرادف لما نعنيه نحن هنا بالصحة في الاستنتاج .

3 - الصورة :

تمثل الصورة *La formalisation* درجة أعلى من الصورية ، ويوصف المنطق المعاصر بأنه صوراني، فماذا يعني هذا؟ ينبغي التأكيد في البداية على أن التعبير الرمزي الذي دعا المنطقيون المعاصرون إلى تعميمه على كل أجزاء اللغة المنطقية ، يمثل في الحقيقة عاملا أساسيا في بلوغ مرحلة الصورة ، ولكن هذا لا يعني أن كل تعبير رمزي في المنطق يكافئ مفهوم الصورة، فالترميز إذا كان شرطا ضروريا للصورة فهو ليس شرطا كافيا لها ، وذلك لأنها تعني تحديدا التعامل مع الاستنتاج بمعزل عن:

- 1 - كل مضمون ممكن لمادة القضايا . 2 - كل تبرير حدسي لأي جزء من أجزاء الاستدلال.

وقد كان لارتباط تطور المنطق الرمزي المعاصر بمشاكل الاستنتاج الرياضي تأثير في فرض هذا النموذج الصوراني في الاستنتاج المنطقي ، تحقيقا لأقصى درجات التجريد والتعميم ، وتجنبنا للمزلق المنهجية التي يولدها اللجوء إلى الحدس في الاستدلال . إن الصورانية هي " الانتقال من المقابلة بين (الصورة / المادة) المعروفة في المنطق القديم ، إلى مفهوم جديد للصورة ينقل المنطق من الاستدلال إلى الحساب القائم على الرموز الصامتة التي تخضع في عملياتها المختلفة إلى قواعد محددة يجب احترامها بصرامة " (1) .

وهذه الرموز الصامتة مفرغة من أي محتوى ومن أي عالم مقال *Univers de discours* أو نموذج تأويل مرجعي ، فهي " ليست مثل رموز المنطق القديم التي ترمز إلى حدود وأصناف ، ولا رموز الرياضيات التي ترمز إلى أعداد وأشكال" (2)

(1) - احمد موساوي ، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر . معهد المناهج . الجزائر . 2007 . ص 36

(2) - نفس المرجع . ص 37

و قد ارتبطت الصورنة أكثر بفكرة الأنساق الاستنتاجية في المنطق المعاصر, حيث يجري تنظيم الاستنتاج في شكل تحويلات حسابية وفق قواعد تحدد الرموز المستعملة وكيفية تركيب بعضها مع بعض , والتحويلات التي يمكن إجراؤها على تركيبات الرموز للحصول على تركيبات جديدة (1) .

وتوضح المنطقية الفرنسية ماري لويز رور Marie Louise Roure " مفهوم الصورنة أكثر بالقول: " يجب على هذه القواعد أن تذكر بالتحديد : ا- الرموز المستعملة , ب- كيفية تركيب بعضها مع بعض , ج - التحويلات التي يمكن إجراؤها على تركيبات الرموز للحصول على تركيبات جديدة , وبهذا الشرط فقط فان نسق الرموز المتكون بهذا الشكل يمكن استعماله دون الحاجة إلى الانشغال بمضمون الأقوال المطابقة , ودون الرجوع إلى المعنى الحدسي الممكن الموجود في الثوابت المنطقية ,ومن مفهوم الصورة المرتبطة باللغة العادية نكون قد انتقلنا إلى مفهوم الصورانية Formalisme التي تحدد لغة اصطناعية مثبتة بشكل دقيق ومتواطئ " (2) . 4 - القضية المنطقية :

لمفهوم القضية مكانة جوهرية في المنطق قديمه وحديثه ، فالمنطقي إذا كان لا يهتم— كما رأينا - إلا بصحة وضرورة العلاقة بين أجزاء الكلام , فإنه يشترط في هذه الأجزاء أن تكون قضايا لها قيمة صدق , لا مجرد أقوال أو ألفاظ , فالقضية في المنطق هي كل قول يحتمل الصدق أو الكذب , أو " هي كل قول بسيط يمكن أن يكون صادقا أو كاذبا" (3)

(1) - ماري لويز رور - مبادئ المنطق المعاصر - ص 11

(2) - نفس المرجع - ص 11

(3) - Éléments de logique formelle. Hermès - Paris - 1996- P59 Ghazel G -

نفهم من هذا أن القضية في المنطق هي التركيب الخبري أو القول الجازم القابل لأن يوصف بالصدق أو الكذب , ويخرج بذلك عن تعريف القضية كل الأساليب الإنشائية مثل : الاستفهام والتعجب والتمني والأمر... الخ , لأنها لا تخضع لشرط قابلية الصدق أو الكذب .

كما يخرج عن تعريف القضية المنطقية " الأقوال الفاسدة في تركيبها النحوي والأقوال التي لا معنى لها رغم صحة بنائها التركيبي , كما يخرج عن تعريفها أيضا الأقوال التي تحيل إلى نفسها *Autoréférence* مثل : (هذا القول كاذب) , وذلك لأن مثل هذه الأقوال تؤدي إلى مفارقات حين تسند إليها قيمة الصدق أو الكذب(1) .

تنقسم القضايا في المنطق إلى بسيطة و مركبة , تتكون القضايا البسيطة من معنيين أو حدين مفردين لا يمكن أن نصف كل واحد منهما لوحده بالصدق أو الكذب , مثل (السماء ممطرة) , أو (المتنبي شاعر) , أما القضية المركبة فهي التي تتألف من قضايا بسيطة , وبالتالي نستطيع الحكم على أجزائها بالصدق أو الكذب مثل (ديكارت فيلسوف و رياضي) , التي تنفك إلى القضيتين : 1 - ديكارت فيلسوف و 2 - ديكارت رياضي , اللتين نستطيع أن نحكم على كل منهما بالصدق أو بالكذب , وتنقسم القضايا المركبة في المنطق المعاصر إما إلى قضايا صادقة دائما وتسمى تكرارية , أو قضايا كاذبة دائما تسمى متناقضة , أو صادقة في حالات وكاذبة في حالات أخرى وتسمى عرضية ترتبط أجزاء القضية المركبة فيما بينها بأدوات الربط في اللغة الطبيعية، مثل : (واو العطف ، أو) والعلاقة بين أجزاء القضية المركبة هي علاقة ربط قضوي(2)

(1) - ibid – p 60

(2) - احمد موساوي - مرجع سابق - ص 75

لكن ينبغي التأكيد على أن المنطقيين المعاصرين كان لهم موقف خاص من القضية الحملية الأرسطية التي لا يمكن أن تكون في نظرهم قضية بسيطة كما ذهب إلى ذلك المنطق الصوري القديم ، وذلك لأنها بعد إخضاعها للتحليل المنطقي المستند إلى التعبير الرمزي الدقيق (مفهوم الدالة والحجة الذي وضعه فريجه Frege) ، يتبين أنها تنفك إلى علاقة لزوم في الكليات يعبر عنه بالسور الكلي و رابط الاستلزام المنطقي ، أو عطف في الجزئيات يعبر عنه بالسور الوجودي و رابط الوصل المنطقي ، إن القضية التالية: كل إنسان فان ، تعني حسب التأويل المعاصر أنه إذا كان الكائن إنسانا كان فانيا ، وتبني المقال على افتراض تلازم بين تصورين ولا تحيل إلى أي وجود ، على عكس الجزئية التي تقر بوجود موضوعها ، وقد جرت العادة أن يعبر في المنطق الحديث عن هذا الفرق بهذا الشكل:

كل أ ب $\forall (س) : أ(س) \leftarrow ب(س)$

لا أ ب $\forall (س) : أ(س) \leftarrow \sim ب(س)$

بعض أ ب $E(س) : أ(س) \wedge ب(س)$

ليس بعض أ ب $E(س) : أ(س) \wedge \sim ب(س)$

وقد ترتب عن هذا الموقف مشكلة عرفت في المنطق المعاصر بمشكلة الدلالة الوجودية في القضايا الحملية ، و التي شككت في عمليات استنتاجية هي من صميم المنطق الصوري القديم مثل العكوس الناقصة و الاستنتاج بالمداخلة(1).

وإذا كان المنطق القديم يجعل مرجع الحكم على القضايا بالصدق أو الكذب هو مطابقة أو عدم مطابقة مضمونها للواقع ، فإن المنطق الرمزي المعاصر الذي رغم انه يحافظ على نفس تعريف القضية ، لا يهتم كثيرا بمرجع أو طبيعة أو أصل هذا الصدق والكذب ، فهو يتبني مفهوما للصدق والكذب يمكن أن نسميه بالصدق الرمزي والكذب الرمزي.

(1) ماري لوييز رور – المنطق والمنطق الشارح ، ترجمة محمود يعقوبي ، دار الكتاب الحديث – القاهرة ، 2008 ، ص 31

وبسبب تجنبه المنهجي لكل تورط أو إحالة فلسفية مسبقة تهتم بمعنى الصدق أو أصوله الفلسفية , فانه يصطلح على الإشارة إلى الصدق ب : 1 , الذي يعني أن هذه القضية صادقة , أو يفترض أنها صادقة , والى الكذب ب : 0 الذي يعني أن هذه القضية كاذبة , أو يفترض بأنها كاذبة, وهذا لأن الجانب الصوري في المنطق الرمزي المعاصر هو غاية في حد ذاته*.

5 - النسق الاستنتاجي

يحاول المنطق الرمزي المعاصر أن يعرض قوانين الاستنتاج في شكل نسق استنتاجي يستند إلى مجموعة من الحدود الأولية غير المعرفة والقضايا غير المبرهنة التي يعتبرها بديهيات ولكن لا بالمعنى التقليدي للبديهية , هذه المبادئ مع بعض قواعد الاستنتاج تؤدي إلى برهنة قضايا جديدة في النسق الاستنتاجي . تاريخيا , مثل نسق إقليدس، في كتابه " الأصول " نموذج النسق الاستنتاجي , ولكنه كان يشكو من ثغرات منطقية ومنهجية ، منها مزجه بين الحدس و المنطق , وعدم احترامه دائما لطبيعة المفاهيم المثبتة في أول النسق ، واعتماده على قضايا ضمنية في البرهنة ، إلى غير ذلك من العيوب التي انتقدها الرياضيون المعاصرون **.

* يجب التنبيه إلى أن هذا لا يعني أن الصدق و الكذب مفهومان غريبان تماما عن المنطق الرمزي المعاصر , ولكن المقصود هو أنه يحيلهما إلى ميدان خارج المنطق بالمعنى الدقيق للكلمة , أيكمبحث صوري خالص في طرق الاستنتاج , الطبيعة الصدق في المنطق المعاصر تهتم بها فلسفة المنطق ومشكلاتها وليس المنطق الرمزي في حد ذاته . ** - لمزيد من الاطلاع على نقد المحدثين للاستنتاج الهندسي عند اقليدس , يمكن العودة الى كتاب مؤرخ المنطق الفرنسي: روبير بلانشي في : Blanché -L'axiomatique – puf 1967, والذي نقله الى العربية الدكتور محمود يعقوبي تحت عنوان : المصادرات – ديوان المطبوعات الجامعية – الجزائر – 2002

كما كان التصور القديم المعتمد على مبادئ البرهان التقليدية يعني أن النسق ذو طبيعة يقينية , لأنها إذا كانت المبادئ المنطلق منها صادقة فإن النتائج المستخلصة منها صادقة , والصدق يعني صدق الانطباق على العالم الواقعي , أما التصور المعاصر فهو يرفض فكرة الصدق الخاص بعدد من المبادئ , لأنه نسق فرضي استنتاجي , وينطلق من الحدود غير المعرفة والقضايا غير المبرهنة ليستنبط بطريقة صورانية نظريات أو قضايا جديدة انطلاقاً من قواعد استنتاجيه خاصة .

إن الوصول إلى القوانين العامة للاستنتاج كهدف للبحث المنطقي، جعل المنطقيين لا يقتصرون على مراكمة وتكديس هذه القوانين وتكرارها ، بل على تنظيمها في شبكة محكمة يظهر فيها السابق من اللاحق والأصل من المشتق ، كما هو الحال في كل علم برهاني .

وإذا كان المنطق الرمزي المعاصر قد لجأ إلى طريقة جداول الصدق الكلاسيكية من أجل التحقق من قيمة العبارات المنطقية . فان هذا الأمر يصبح محدوداً في حالة القضايا المركبة الكثيرة الذرات ، ومن هنا وجب البحث عن طريقة بديلة تحافظ على هدف المنطق وهو صياغة القوانين مع اختزالها ، فكانت العودة إلى نموذج البرهان الهندسي القائم على مبادئ البرهان .

إن القانون المنطقي لا يقبل على أنه كذلك , إلا إذا ثبت بالبرهان أنه مشتق من مبادئ معلومة بصفة سابقة هي أوليات النسق , والمقصود هنا بالاختزال ليس رفض بعض القضايا , وإنما حصرها في إطار مجموعة قليلة تسمح بإنتاجها من جديد أعني اشتقاقها , فالنسق الاستنتاجي هو إذن طريقة في تنسيق واختزال القضايا التي تندرج بين الأولي و المشتق حسب قواعد تسمح بالتحويلات الممكنة .

وهو يبني على حدود لا معرفة ، وقضايا غير مبرهنة ، تسمح الأولى بتعريف بقية الحدود ، وتسمح الثانية ببرهنة قضايا أخرى مع الاستعانة بقواعد خاصة مثل : قاعدتي الفصل " Modusponens "

وقاعدة التعويض " Lasubstitution " المشهورتين , ويشترط في النسق الاستنتاجي ما يلي :

- التصريح بكل الحدود الأولية التي نريد أن نعرّف بها الحدود الأخرى .
- التصريح بكل القضايا الأولية التي نشق بها سائر القضايا الأخرى .
- تجنب الدلالة الحدسية لعناصر النظرية .
- اتساق النسق وتمايمته ، ونعني بالاتساق عدم إمكانية اشتقاق قضية ونقيضها في النسق ، وأما التمامية فتعني عدم وجود صيغة غير قابلة للبت داخله .

- الاستقلال والإشباع : وتكون البديهية Axiome مستقلة عن غيرها " إذا كان النسق المتكوّن من نفي

القضية وبقية القضايا غير متناقض ، ويكون النسق الاستنتاجي مشبعاً إذا كان إضافة أي بديهية جديدة مستقلة عن التي سبق التسليم بها تجعله متناقضاً " (1) .

6 - الاستدلال والحساب والاستنتاج :

يطلق مفهوم الاستدلال كمعنى عام يتضمن مختلف محاولات إثبات قضية ما , ويذهب بعض الباحثين إلأن الاستدلال اعم من الاستنتاج ومن الحساب , وانه من الناحية الصورية ليس صوريا خالصا لأنه يعتمد إلى حد بعيد على اللغة الطبيعية (2) , أما " الحساب فهو صوري خالص وقابل للصورنة ويشمل كل أنواع وفروع الحسابات التي تخضع لقواعد عامة تمكن من الانتقال أليا من المعطيات إلى النتائج " (3) .

(1) - Gérard Ghazal – éléments de logique formelle p: 183

(2) - احمد موساوي – مرجع سابق , ص 65

(3) - نفس المرجع – ص 65

أما الاستنتاج فهو " تقرير قضية (نتيجة) لازمة عن قضايا أخرى (مقدمات) لزوما ضروريا بمقتضى القواعد المنطقية " (1) , فالاستنتاج اخص من الاستدلال , وقد اعتبر القياس الأرسطي لمدة طويلة النموذج الأعلى للاستنتاج المنطقي نظرا لقيامه على ضرورة العلاقة بين المقدمات والنتائج .

المبحث الثاني : ظهور المنطق الرمزي وتطوره ,

بقي المنطق الصوري (الأرسطي) القديم لقرون طويلة نموذج المعقولية المنطقية الوحيد , حتى أن الفيلسوف الألماني كانط (1724 - 1804) ذهب في رأيه المشهور إلى أن المنطق ولد علما مكتمل النمو مع أرسطو .

و رغم بعض المحاولات النقدية التي توجهت إلى هذا المنطق هنا و هناك (ابن تيمية مثلا) , إلا أنها بقيت في وقتها هامشية , و لم تؤثر كثيرا على السلطة العلمية التي كان يمثلها المنطق الأرسطي على الأذهان , وهذا الأمر انعكس على تطور البحث المنطقي الذي صار يميل إلى الشرح والتذليل والترتيب والصياغة التعليمية أكثر من الميل إلى إبداع أفكار منطقية جديدة , ومن هنا صار المنطق – إذا جاز التعبير – علما بدون تاريخ , لأن تاريخه توقف عند ولادته الأولى مع أرسطو . لكن تاريخ المنطق عاد إلى الظهور مع بدايات نشأة المنطق الرمزي المعاصر , التي يجعلها اغلب مؤرخي المنطق في منتصف القرن التاسع عشر 19 م , و البذور الأولى التي مهدت - ربما بشكل غير مباشر - للمنطق المعاصر بدأت منذ نهاية القرن الخامس عشر 15 م , وهي الفترة التي عرفت زوال الثقة في المنطق الصوري القديم بعد الانتقادات التي وجهت إليه من طرف " أصحاب النزعة الإنسانية و بعض الفلاسفة مثل بيكون (1561- 1626) وديكارت (1595 – 1650) , وفي فترة الانحطاط هذه التيلحقت بالمنطق الصوري ظهر الفيلسوف والرياضي الألماني لايبنتس (1646 – 1716) , الذي يعتبر المؤسس الأول للمنطق المعاصر

(1) – محمود يعقوبي – معجم الفلسفة – دار الميزان – الجزائر – 1998 – ص 159

لكن قبل استكمال الحديث عن مراحل تطور المنطق الرمزي المعاصر نتطرق باختصار إلى أهم الانتقادات التي وجهها اغلب المنطقيين المعاصرين للمنطق الصوري القديم .

أ - نقد المنطق الصوري القديم :

يمكننا بوجه عام تصنيف هذه الانتقادات إلى نوعين : نقد خارجي ونقد داخلي ، فالنقد الخارجي نظر إلى المنطق من زاوية معرفية ، وانطلق في الغالب من مرجعية تجريبية تأخذ على القياس الارسطي طابعه التكراري ، نجد هذا الانتقاد مثلا عند رواد النزعة التجريبية مثل بيكون و ج،ستيوارت مل (1806 – 1873) كما نجده عند ابن تيمية (1263-1328) في الرد على المنطقيين.

ان التناقص في فعل الإخبار الذي تكشف عنه القاعدة القياسية : النتيجة تتبع الأخرس ، يتضمن في نظرهم تحصيلا للحاصل وبالتالي دليلا على عقمولا جدوى الاعتماد على هذا المنطق في بناء المعرفة والبحث عن الحقيقة، ومبررا للاستعاضة عنه بمنطق استقرائي ، وفي هذا الإطار نفهم تلك المقابلة التي سبقت الإشارة إليها بين المنطق الصوري والمنطق المادي .

أما النقد الداخلي للمنطق الصوري فهو الذي يهمننا أكثر في هذا السياق ، لأنه ينطلق من فهم صحيح لطبيعة القوانين المنطقية التي يكون من الخطأ أن نطلب منها تقديم معرفة تركيبية ، وذلك لأن ماهية القانون المنطقي هو انه تحليلي تكراري لا يقول شيئا عن قضايا هذا العالم ، مثلما بين ذلك لودفيغ فيتجنشتين (1889 – 1951) في رسالتها المنطقية الفلسفية. إن نقد المنطق الرمزي

المعاصر للمنطق الصوري القديم ، كان يتمحور حول مسائل منهجية مثل : ضيق النظرية المنطقية القديمة وعدم دقتها وتلبسها بمباحث ليس لها علاقة ضرورية بها، فالمنطق الصوري القديم حسب الرؤية النقدية الجديدة ضيق لا يستوعب جميع العلاقات المنطقية ، بل يقتصر منها على علاقة الاندراج بين الأنواع والأصناف ، وهذا يجعله عاجزا عن بلوغ هدف المنطق الذي هو مراقبة كل الممارسات الاستدلالية ، خاصة مع انبثاق العلم الحديث الذي تجاوز فكرة الجوهر والعرض الميتافيزيقية وركز على العلاقات الثابتة بين الظواهر ، من جهة أخرى، جعل استعمال اللغة الطبيعية هذا المنطق غير دقيق وغامضا وقاصرا عن تقديم لغة صورية دقيقة تعبر بها كل العلوم عن قضاياها ، (غموض معاني الرابطة) ، وقد مر بنا أيضا ، الفرق بين التحليل اللغوي للقضية الحملية المعتمد في المنطق القديم ، والذي تكون هذه القضية بمقتضاه أبسط أنواع القضايا ، وبين التحليل المنطقي الرمزي لنفس القضية ، الذي أثبت أنتلك البساطة الظاهرية تخفي استلزاما منطقيًا بين محمولين اثنين لمتغير شخصي واحد .

كما انتقد المنطق الصوري أيضا بسبب ارتباطه تاريخيا بمباحث لغوية وسيكولوجية* وفلسفية تشوه طابعه العلمي الخالص وتجعله تابعا للفلسفة .

هذه بإيجاز أهم الانتقادات التي وجهت للمنطق الصوري القديم .

يبقى أن نوضح أن هذه الانتقادات لم تكن كلها بالضرورة تصدر عن رؤية واحدة لعلاقة المنطق المعاصر بالمنطق القديم ، إذ بينما نجد بعض المنطقيين المعاصرين يدعو إلى التجاوز التام لمنطق أرسطو ، نجد منهم من دافع عن خصوصية هذا المنطق وحاول تحريره فقط من المضافات التاريخية التي ألحقت به ، للوصول إلى النواة الأولى للنظرية المنطقية الأرسطية الحقيقية ، والتي لا تحتاج إلا إلى إعادة قراءة في ضوء منجزات المنطق المعاصر لتظهر كأي نظرية استنباطية معاصرة (أعمال لوكازيفيتش) .

ب - نبذة تاريخية عن تطور المنطق الرمزي المعاصر :

* انتقد كل من فريجة وهوسرل ولوكازيفيتش التمدد الضار لعلم النفس في المنطق و الذي يجعله يهتم بقوانين الفكر ، فالفكر - حسبهم لفظ سيكولوجي يعبر عن واقعة عرضية من شأنها أن تشوه صفاء القانون المنطقي الموجود في ذاته ، مثل قوانين الرياضيات . انظر . لوكازيفيتش : نظرية القياس الأرسطية . ترجمه عبد الحميد صبرة . منشأة المعارف الإسكندرية - 1972 .

يكاد يتفق مؤرخو المنطق على أن الفيلسوف الألماني لايبنتس هو الأب الأول للمنطق الرمزي المعاصر ,
فهذا المنطقي والفيلسوف والرياضي - رغم احترامه لمنطق أرسطو القديم - حاول إدخال فكرتين جديدتين
مهمتين هما : الحساب واللغة العامة (الترميز)

غير أن عمومية أهدافه واتساعها - حسب ماري لويز رور- أثرا سلبا على اكتمال مشروعه , إلى درجة
انه سرعان ما تم نسيان هذه المحاولات , حتى أن المنطقيين الذين استأنفوا فكرة الحساب المنطقي بعده ,
لم يكونوا على اطلاع بأعماله المخطوطة .

مع دي مورغان (1806 – 1878) وجورج بول (1815 - 1864) تم استئناف مشروع لايبنتس ,
فالأول أنشأ منطق العلاقات , و الثاني سعى إلى بناء لغة منطقية على غرار الجبر , تتجنب نقائص اللغة
المنطوقة و تسمح بمعاملة الاستدلال معاملة الحساب . فقد دشّندي مورغان النظر في الخصائص الصورية
لمنطق العلاقات , بعد أن " لاحظ أن اقتصار منطق أرسطو على علاقة الحمل وحدها مع رابطتها الغامضة
جعله عاجزا عن تسويق كثير من الاستنباطات البسيطة العادية¹)

كما توصل إلى وضع قوانين هامة في منطق القضايا لازالت تعرف باسمه إلى اليوم , أما جورج بول فقد
توصل إلى بناء نوع خاص من الجبر المنطقي باستلهام الاستدلال الرياضي , و مع اعمال جوتلوب
فريجه (1848 - 1925) يبدأ طور جديد في تاريخ المنطق المعاصر يمكن أن نسميه المنطق الرمزي
الكلاسيكي , فالمنطق المعاصر يدين لهذا المنطقي الفذ بوضع مفهوم الدالة القضوية التي سمحت بتحليل
جديد للقضية المنطقية أكثر صورية ودقة , وذلك ببناء المقال المنطقي على افتراضات تشبعها حجج
شخصية , كما يدين له المنطق المعاصر أيضا بتمييز واضح بين المنطق كعلم خالص له قوانينه موجودة
في

(1) - روبير بلانشي- المخل الى المنطق المعاصر- ترجمة محمود يعقوبي - د و م ج - الجزائر - 2005 - ص 41 .

ذاتها, وبين السيكلوجيا التي تحاول دراسة التفكير كواقعة عرضية محدودة في إطار زمني مكاني , لهذا يعتبر فريجهن أشد المعارضين لما يسمى بالنزعة السيكلوجية في المنطق.

وانتهت هذه الجهود في الأخير إلى كتاب برتراند راسل ووايتهيد- principia mathématique الذي أرسى دعائم حساب القضايا والنسق الاستنباطي , ولم يكتف المنطق في هذه المرحلة باستلهاج المناهج الرياضية , بل أراد أن يكون أساسا للرياضيات , وهو الحلم الذي انتهى عام 1931 مع مبرهنة غودل (1906 – 1978) التي تقول إن " كل نسق صوري مهما كان له من الكفاءة لصورنة علم الحساب سيتضمن قضايا غير قابلة للبت, أي قضايا لا يمكن إثباتها ولا نفيها " (1) , وهذا كان نهاية حلم تأسيس الرياضيات على المنطق .

وتعتبر سنة 1920 بداية طور جديد(2) , مع كتاب فيتجنشتين (1889-1951) الرسالة المنطقية الفلسفية , الذي أبرز الطبيعة التكرارية للقانون المنطقي , فسرع من مسار الصورانية التي طورت من نماذجها الاستنتاجية, ثم ظهرت الأنساق والحسابات غير الكلاسيكية والمناطق المتعددة القيم . ويمكن تجميع وترتيب الخطوط العامة لتطور المنطق المعاصر وفق ما اقترحتة الباحثة المنطقية الفرنسية ماري لويز رور كالاتي:
المرحلة الأولى :أنواع الجبر الأولى : إمكانية الموازنة بين الجبر والمنطق .

المرحلة الثانية : المرحلة الأكسيومية (فريجه , بيانو , رسل , وايتهد) وتميزت بالاستمرار فياستلهاج الطرق الرياضية وتمييز المنطق عن الجبر , ومحاولة تأسيس الرياضيات في شكل أنساق منطقية تعصمها من ظهور المفارقات.

(1) - Gérard ghazel – Eléments de logique formelle – p 13 .

(2) – بلانشي – المخل الى المنطق المعاصر – ص42 .

المرحلة الثالثة : الأنساق الصورية (1920 تقريبا) , وعرفت تطوير الأنساق الاستنباطية في طريق أكثر صورنة , وتحول المنطق من الطور القطعي الاستنتاجي إلى الفرضي الاستنتاجي , وظهور المنطق المتعدد القيم.

المرحلة الرابعة : ظهور الدراسات المنطقية الشارحة métalogique ودراسة الخصائص الصورية للأنساق (1).

هذه هي أبرز ملامح تطور المنطق المعاصر الذي تحرك في فضاء إشكالي خاص هو (مشكلة أساس الرياضيات) , وهذا ما أثر على طبيعة البناء المنهجي له , "فالتداخل بين المشكلتين اللتين هما : بناء المنطق كعلم , وتأمين أساس الرياضيات , يجعل من الصعب عرض تطور هذا المنطق بفصله عن مهمته الأساسية , فالرياضيون الذين حاولوا أن يجدوا حلا منطقيا لأزمة الأسس التي ضربت الاستنتاج الرياضي , كان عليهم أن يكونوا هذه الآلة القديمة , ويعيدوا بناءها من جديد حتى تستجيب للمهمة الموكلة إليها " (2).

(1) - ماري لويز رور - مبادئ المنطق المعاصر , ص 30 - 34 .

(2) روبر بلانشي - المنطق وتاريخه من ارسطو الى راسل - ترجمة محمود يعقوبي - دار الكتاب الحديث - القاهرة - 2004 - ص

تمهيد :

رأينا في المباحث السابقة أن ارتباط المنطق التقليدي باللغة الطبيعية يعبر في نظر رواد المنطق المعاصر عن عجز منهجي حال دون بلوغه الدقة المفترضة فيه كعلم قائم بذاته . ولهذا كانت الدعوة الى ضرورة بناء البحث المنطقي الجديد على لغة رمزية يحكمها المبدأ المعروف: يجب ان يكون لكل رمز معنى ومعنى واحد فقط .

وهذا المبدأ يتعارض مع ما تتميز به لغة الكلام العادي التي علاوة على تضمنها لمشكلة الألفاظ المشتركة والمتعددة الدلالة ، تجعل التعبير عن العلاقات بين القضايا والحدود أمرا محملا بقدر كبير من الغموض . ولهذا السبب كان المنطقيون المعاصرون يأخذون على أرسطو تعدد الأساليب التي عبّر بها عن القضية المنطقية ، تارة بلغة مفهومية *compréhensive* (أ محمول على ب) وتارة بلغة ماصدقية *extensive* (ب ينتمي الى أ) ، بالإضافة إلى تعدد معاني الرابطة *la copule* التي قد تدل إما على الحمل أو المساواة أو الانتماء أو التكافؤالخ.

الروابط المنطقية :

قلنا سابقا إن القضايا المنطقية إما ذرية (ذرة منطقية واحدة مثل ق) او قضية مركبة من أكثر من ذرة منطقية واحدة مثل (ق و ك) ، والفرق بينهما هو ان القضايا المركبة تتضمن رابطا منطقيا يبين العلاقة المنطقية بين اجزائها

لا يسمح المنطق الرمزي المعاصر باستعمال اللغة الطبيعية في التعبير عن العلاقات او الروابط بين القضايا ، وذلك راجع إلى أن الروابط في اللغة قد تكون لها وظائف نحوية متعددة . لهذا كان من الواجب ايجاد رموز خاصة بهذه الروابط يتوفر فيها شرط الدقة وثبات المعنى المنطقي المعطى للرابط في جميع خطوات الاستنتاج المنطقي ، وهذا يعني أن الرابط اللغوي الواحد قد يقابله عدد من الرموز المنطقية التي تتغير بتغير الدلالات والوظائف التي يدل عليها هذا الرابط (فالفصل الخفيف والفصل القوي مثلا) يرمز إليهما هكذا *V . W* :

رموز منطق القضايا :

تنقسم رموز منطق القضايا في المنطق المعاصر إلى نوعين :

رموز المتغيرات وهي حروف او علامات أو رموز ليس لها معنى في ذاتها مثل : ق , ك .. الخ
وفي الحروف اللاتينية : *p , q , n* و ترمز إلى قضايا هي في الواقع ذرات منطقية تكون صادقة أو كاذبة .

ورموز الثوابت أو الروابط المنطقية : و هي رموز اصطلح عليها للإشارة إلى العلاقات المنطقية التي يمكن أن تكون بين القضايا الذرية , وهذه الروابط يمكن أن تصل في عددها الى 16 , نقتصر منها على خمسة رئيسية هي : النفي la négation , الوصل la conjonction , الفصل la disjonction , الاستلزام l'implication او اللزوم , التكافؤ équivalence .

ان التمييز بين الوظيفة المنطقية والوظائف النحوية إجراء أساسي في المنطق المعاصر , فعلى سبيل المثال : الأداة (لا) ترتبط بوظائف نحوية متعددة , مثل نفي الجنس ونفي العطف والنهي الخ . إلا أن لها وظيفة منطقية محددة , وهي ان تحول القضية من حالة الصدق الى حالة الكذب او العكس(1), ويصدق هذا الكلام على بقية الروابط اللغوية الأخرى.

(1) موساوي- مدخل جديد الى المنطق المعاصر - ص78.

ما هو الرابط القضوي؟ هو تلك الأداة التي إذا دخلت على قضية واحدة أو أكثر أدت إلى قضية مركبة (1) وهي نوعان :

الروابط القضائية الأحادية والروابط القضائية الثنائية.

الروابط القضائية الأحادية

النفي :

1 - يوجد رابط أحادي واحد فقط هو النفي *la négation* الذي إذا دخل على أي قضية أفاد تغيير قيمتها من الصدق إلى الكذب ومن الكذب إلى الصدق, فالدلالة المنطقية الوحيدة للنفي هي التكذيب وهذا ما يوجب التعبير عنه برمز واحد فقط .

لو اخذنا هذا المثال : الجزائر دولة افريقية . ورمزنا اليها ب : ق , فان نفيها الذي نرمز اليه ب : ~ ق سيكون هو القضية التالية : ليس صحيحا ان الجزائر دولة افريقية .

وتختلف أشكال الرموز باختلاف الدراسات او التوجهات المنطقية , فمثلا المنطقي البولوني لوكازيفيتش في المدرسة البولونية يرمز في لرابط النفي بالحرف اللاتيني (N) الذي يكتب مباشرة قبل القضية التي نريد نفيها , ذرية كانت ام مركبة, اما الرمز الذي نختاره في هذه الدروس فهو : (~) الذي يكتب هكذا : ق , ~ ق او باللاتينية : p , ~ p والذي نقراه هكذا إذا كانت ق صادقة فان ~ ق كاذبة , واذا كانت ق كاذبة فان ~ ق صادقة.

ونستطيع أن نلاحظ هنا أن النفي لا يعني الكذب بالضرورة بل هو تغيير لقيمة القضية المنطقية سواء من الصدق إلى الكذب أو من الكذب إلى الصدق , فالنفي ليس هو الكذب والإثبات ليس هو الصدق .

(1) - نفس المرجع ص 77.

والآن لو رمزنا الصدق ب 1 وللكذب ب 0 نجد ان الجدول الخاص برابط هو:

	ق	ق ~
	1	0
	0	1

ويمكن للقضية المنفية ان تكون هي بدورها قضية منفية مثل : ~ ق ، ~ ق التي تخضع لقاعدة النفي المزدوج (نفي نفي هو إثبات) وعليه ف : ~ ق تكافئ ق وهذا الجدول يبين ذلك :

ق	ق ~	ق ~
1	0	1
0	1	0

الروابط الثنائية :

تختلف الروابط الثنائية عن الرابط الأحادي في أنها تربط بين قضيتين بسيطتين فتحولهما إلى قضية مركبة تكون قيمتها تابعة لقيمة القضيتين البسيطتين وللقاعدة التي تتحكم في تعريف الرابط .

رابط الوصل :

مثلما رأينا مع النفي ، توجد أساليب وأدوات متعددة للتعبير عن العطف في اللغة مثل (الواو ، ف ، بل ، لكن ..) ، وهي أدوات لها وظائف نحوية متعددة، غير أن ما يهم المنطق الرمزي من وراء هذه الاختلافات هو احترام القاعدة التي نعرف بها رابط العطف أو الوصل المنطقي والتي نقول: - يصدق الوصل عندما تصدق جميع أجزائه.

- يكذب الوصل عندما يكذب احد أجزائه على الأقل ،

ولنأخذ الأمثلة التالية :

1 - ابن رشد فيلسوف وعربي

2 - ابن رشد فيلسوف و فرنسي

3- ابن رشد قائد عسكري و عربي

4 - ابن رشد قائد عسكري و فرنسي .

يتبين من خلال هذه الأمثلة أن المثال الأول هو وحده الذي يمكننا أن نحكم عليه بالصدق لأنه يحقق شرط صدق الطرفين معا , أما بقية الأمثلة فهي كاذبة لتضمنها قضية واحدة كاذبة على الأقل .

فإذا رمزنا للوصل ب : \wedge و قمنا بإحصاء جميع الاحتمالات الخاصة بقضيتين حصلنا على الجدول التالي

جدول الوصل المنطقي

ق	ك	(ق \wedge ك)
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

ملاحظة هذا الجدول تبين ان الوصل لا يصدق الا عند صدق الطرفين ويكذب عندما يكذب احد الطرفين على الأقل.

خصائص الوصل

لوعدنا إلى جدول الوصل ووضعنا ق مكان ك ووضعنا ك مكان ق , هل تتغير قيمة الوصل.؟

ك	ق	(ق \wedge ك)
1	1	1
0	1	0
1	0	0
0	0	0

إن عدم تغير القيمة الرئيسية للجدول يعني أن القضيتين متكافئتان وعليه :

فالوصل تبديلي commutative (ق \wedge ك) \equiv (ك \wedge ق)

الوصل تجميعي associative أيضا حيث : ((ق \wedge ك) \wedge ل) \equiv (ق \wedge (ك \wedge ل)) .*

-كما يتميز الوصل بخاصية ان وصل أي قضية بنفسها لا يغير من قيمتها حيث

ق و ق يكافئ ق.

ق	ق	(ق ٨ ق)
1	1	1
0	0	0

* - توجد رموز أخرى للوصل مثل ق.ك عند راسل أو Kp عند لوكازيفينش

الفصل المنطقي:

يرمز له بالرمز \vee ويقرا (ق أو ك) .

لنتأمل في هذه الأمثلة :

أ- يدرس التلميذ النحو أو التاريخ .

تحتل هذه الجملة أربعة حالات هي :

1 - أن يدرس التلميذ النحو (صادقة) و التاريخ (صادقة)

2 - أن يدرس النحو (صادقة) ولا يدرس التاريخ (كاذبة)

3 - ألا يدرس النحو (كاذبة) و يدرس التاريخ (صادقة)

4 - ألا يدرس النحو (كاذبة) ولا التاريخ (كاذبة) .

متى يمكننا الحكم على القضية أ بالصدق والكذب ؟

في الحالات الثلاثة الأولى تبقى القضية ا صادقة لانها تحقق شرط الفصل وهو صدق احد الطرفين على

الأقل , اما الحالة الرابعة فتكون القضية الكلية أ قضية كاذبة لانها تتضمن فصلا بين قضيتين كاذبتين , ومن

هنا يمكننا القول انه بصرف النظر عن تعدد الوظائف النحوية لأدوات الفصل مثل : التخيير او الشرح او

الشك , فان ما يهم المنطق الرمزي هو مراعاتها او عدم مراعاتها لقاعدة الفصل التي تقرر ان:

الفصل لا يكذب الا عندما تكذب جميع اجزائه

الفصل يصدق عندما يصدق احد اجزائه على الأقل

وهذا يعني أننا نستطيع أن نستنتج صدق الفصل (ق ∨ ك) من صدق احد طرفيه فقط على الأقل او صدقهما معا, أما من كذب أحد الطرفين والجهل بقيمة الطرف الأخر فلا يسمح باستنتاج قيمة القضية المركبة .
 فإذا افترضنا أن ق كاذبة فان قيمة (ق ∨ ك) تبقى معلقة ولا يمكن الوصول إليها إلا بعد معرفة قيمة القضية البسيطة ك . وهذا عكس الصدق الذي يمكن استنتاجه من مجرد صدق احد الطرفين فقط دون الحاجة إلى معرفة قيمة الطرف المتلقي . وهذا هو الجدول الذي يحدد طبيعة الفصل :

ق	ك	(ق ∨ ك)
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

خصائص الفصل : الفصل مثل الوصل تبديلي وتجميعي .

الفصل تبديلي حيث : (ق ∨ ك) تكافئ (ك ∨ ق)

الفصل تجميعي حيث : ((ق ∨ ك) ∨ ل) تكافئ (ق ∨ (ك ∨ ل))

كما أن فصل القضية عن نفسها لا يغير من قيمتها حيث : (ق ∨ ق) تكافئ ق

قانونا دي مورغان :

تسمح مرونة اللغة الرمزية في المنطق المعاصر بتعريف الروابط بدلالة روابط أخرى إثباتا أو نفيًا .

فالوصل المنفي يمكن التعبير عنه بدلالة الفصل , والفصل المنفي يمكن التعبير عنه أيضا بدلالة الوصل ,

وهذا ما توصل إليه المنطقي الإنجليزي دي مورغان , وأصبحت تعرف بخاصية دي مورغان التي نقول :

- نفي الوصل يعطينا فصلا منفي الطرفين .

- نفي الفصل يعطينا وصلا منفي الطرفين

~ (ق ∨ ك) تكافئ (~ ق ∧ ~ ك)

~ (ق ∧ ك) تكافئ (~ ق ∨ ~ ك) .

العناد :

تجدر الإشارة إلى أن المنطق المعاصر يميز بين نوعين من الفصل , فهناك الفصل المانع للخلو فقط وهو الذي رمزنا اليه بـ v , وهناك الفصل المانع للخلو والجمع معا ويسمى الفصل القوي أو العناد الذي يرمز إليه بـ w والذي يكون الجدول المحدد له كالآتي

ق	ك	ق w ك
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

ونلاحظ انه لا يصدق إلا عندما تختلف قيم أجزائه.

رابط الاستلزام أو اللزوم l'implication :

يمكن اعتباره أهم الروابط المنطقية ، حتى أن بعض المنطقيين يعرفون المنطق بأنه علم اللزوم(1) الاستلزام في المنطق هو التعبير المنطقي عن علاقة الشرط في النحو ، ورغم تعدد الوظائف النحوية لأدوات الشرط في اللغة ، فان قاعدة الاستلزام المنطقي الذي اخترنا له رمز : \leftarrow تقول :

-لا يكذب الاستلزام إلا عندما يكون الطرف الأول صادقا ويكون الطرف الثاني كاذبا .

(1) -طه عبد الرحمان - اللسان والميزان - المركز الثقافي العربي - الدار البيضاء - ط2 - 2012 .

نسمي الطرف الأول في الاستلزام مقدما أو ملزوما ونسمي الطرف الثاني فيه تاليا أو لازما
يصدق الاستلزام إذا كان الطرف الأول كاذبا أو كان الطرف الثاني صادقا
وهذا الجدول يبين لنا طبيعة الاستلزام :

ق	ك	(ق ← ك)
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

لنأخذ المثال التالي الذي يتكرر كثيرا في كتب المنطق :

إذا طلعت الشمس وجد النهار .

- 1 - طلعت الشمس (صادقة او مثبتة) ووجد النهار (صادقة) في هذه الحالة يكون الاستلزام صادقا .
- 2 - طلعت الشمس (صادقة) ولم يوجد النهار (كاذبة) في هذه الحالة يكون الاستلزام كاذبا .
- 3 - لم تطلع الشمس (كاذبة) ووجد النهار (صادقة) في هذه الحالة يكون الاستلزام صادقا .
- 4 - لم تطلع الشمس (كاذبة) ولم يوجد النهار (كاذبة) في هذه الحالة يكون الاستلزام صادقا أيضا نلاحظ أن الحالة الوحيدة التي كذب فيها الاستلزام هي عند الانتقال من صدق القضية الأولى إلى كذب القضية الثانية .
خصائص الاستلزام :

لا يتميز الاستلزام بخصائص الوصل والفصل فهو :

ليس تبديليا حيث : (ق ← ك) لا تكافئ (ك ← ق)

وليس تجميعيا حيث : (ق ← ك) ← ل لا تكافئ ك ← (ق ← ل)

يبقى التنبيه إلى أن الاستلزام في المنطق المعاصر لا يعني بالضرورة وجود رباط سببي بين المقدم والتالي . فالصدق والكذب في المنطق الرمزي المعاصر ليس لهما علاقة بمعاني ومضامين الحدود كما رأينا سابقا , بل هو يعبر عن علاقة بين قيم صدق القضايا فقط .

وبهذا المعنى تكون القضية الاستلزامية التالية صادقة منطقيا رغم عدم وجود علاقة معنوية بين طرفيها : إذا كان $4=2+2$ فان ابن خلدون عاش في القرن 14 م .

من ملاحظة جدول الاستلزام نستطيع أن نستخلص انه إذا كان رابط الاستلزام لا يكذب إلا في حالة واحدة وهي صدق المقدم وكذب التالي ، فانه يصدق في جميع الحالات المتبقية ، حيث يكفي أن يكون الطرف

الأول في الاستلزام كاذبا لنستنتج صدق الاستلزام ككل دون عودة إلى قيمة القضية الأخرى (من الكذب يلزم كل شيء) .

ويكفي أيضا أن يكون الطرف الثاني (التالي) صادقا حتى يجوز لنا استنتاج صدق الاستلزام ككل . دون عودة إلى قيمة القضية الأخرى (الصدق يلزم عن أي شيء) , وهكذا فالاستلزام يصدق عندما ننفي الطرف الأول أو نثبت الطرف الثاني , وهذه الخاصية تعطينا التكافؤ التالي:
(ق ← ك) تكافئ (ق ~ ك)

أما بالنسبة لنفي الاستلزام فيعني أنه يجب أن يكون المقدم صادقا أو مثبتا ويكون الطرف الثاني كاذبا أو منفيا وهذه الخاصية تعطينا التكافؤ التالي:
~ (ق ← ك) تكافئ (ق ~ ك)
رابط التكافؤ :

أحد الروابط المهمة في الحساب المنطقي الرمزي , التكافؤ المنطقي بين القضايا يعني أن لها قيمة صدق واحدة أي : إذا كانت القضية الأولى صادقة فالقضية المكافئة لها تكون صادقة أيضا , وإذا كانت كاذبة تكون القضية المكافئة لها كاذبة أيضا وتحكمه هذه القاعدة :

1 – يصدق التكافؤ عند صدق أو كذب الطرفين

2 – يكذب التكافؤ إذا كان أحد الطرفين صادقا والآخر كاذبا .

إن هذا يعني أن بين أي قضيتين صادقتين أو كاذبتين تكافؤا منطقيا , ولهذا يجب التنبيه إلى أن التكافؤ في المنطق الرمزي المعاصر ليس له علاقة بمعاني القضايا , فقد تكون القضيتان متكافئتين رغم أنهما تنتميان إلى مجالين مختلفين , مثال :

1 – مفدي زكريا شاعر جزائري 2 – بيروت عاصمة لبنان . 3 – الجزائر مدينة أسيوية .

4 – طه حسين هو كاتب (رسالة الغفران) .

القضيتان الأوليان (1 و 2) متكافئتان في قيمة الصدق رغم أن لكل واحدة منهما عالم مقال خاص بها , والقضيتان الأخيرتان (3 و 4) متكافئتان في قيمة الكذب أيضا , رغم أن لكل واحدة منهما عالم مقال خاص بها , و هذا التكافؤ الذي يتعلق فقط بقيم الصدق دون النظر في الدلالة أو المعنى المادي للقضايا هو أحد أهم شروط الصورنة المنطقية التي ينبغي أن تتجاوز كل ما هو حدسي . هناك عدد من الرموز التي

اصطلح عليها للإشارة إلى التكافؤ المنطقي بين القضايا , وقد اخترنا في هذه الدروس هذا الرمز :

(ق ≡ ك) , وهذا هو جدول حقيقة رابط التكافؤ :

ق	ك	(ق ≡ ك)
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

عند تحليلنا للتكافؤ المنطقي بين قضيتين يتبين أنهما متشارطتان أي أن بينهما استلزاما متبادلا حيث :

$$(ق ≡ ك) \text{ و هي } (ق ← ك) \wedge (ك ← ق)$$

ويتبين لنا أيضا أن الحالات التي يصدق فيها التكافؤ هي التي يكذب فيها العناد , والحالات التي يكذب فيها

التكافؤ هي التي يصدق فيها العناد وهذا ينتج عنه التكافؤ أن التاليان : $\sim (ق ≡ ك) \equiv (ق \text{ w } ك)$

$$\sim (ق \text{ w } ك) \equiv (ق ≡ ك) .$$

الروابط الأساسية والروابط الثانوية : في كل عبارة منطقية تتضمن أكثر من متغير قضوي واحد ينبغي

تحديد المجال الذي يعمل فيه هذا الرابط والقضايا التي تقع تحت هذا المجال أو المدى , وذلك حتى نتمكن

من قراءة سليمة للعبارة المنطقية . أما العبارات التي لا نستطيع فيها تحديد هذا المجال فلا يمكن أن تعتبر

قضايا منطقية صحيحة التكوين أو التركيب *expression bien formées* مثال :

$$أ = ((ق \wedge ك) ← ل) , \text{ هذه العبارة تتضمن ثلاث متغيرات قضوية (ذرات) , يربط بينها رابطا}$$

الوصل والاستلزام . لكن كيف يمكننا هنا أن نميز بين الرابط الرئيسي الذي يحدد القيمة الكلية للعبارة أ ,

والرابط الثانوي فيها ؟

إن هذا يقتضي تحديد مدى الروابط المنطقية بدقة , وفي هذا المثال يمتد مجال رابط الوصل إلى القضيتين ق

, ك فقط , ولا تخضع له القضية ل . لأنها توجد خارج القوسين المحددين لمجال القضية (ق \wedge ك) , أما

رابط الاستلزام فيربط منطقيا بين القضية المركبة (ق \wedge ك) وبين القضية الذرية ل , وهو الرابط

الرئيسي الذي يمثل القيمة النهائية للقضية الواحدة . فمدى الرابط هو طول العبارة التي ينطبق عليها رابط

منطقي معين داخل العبارة المركبة (1) , والرابط الرئيسي هو

الرابط الذي له أطول مدى أو مجال في عبارة منطقية ما

كيف نحدد مدى الروابط المنطقية؟ تعتمد اللغة الرمزية في المنطق على اختلاف أنواعها عددا من الطرق في الكتابة يمكننا من تحديد مدى الروابط المنطقية بدقة داخل القضايا المركبة أبرزها الأقواس:

$$(ق \wedge ك) \equiv (ل \sim \leftarrow م)$$

في هذه العبارة ، الرابط الرئيسي هو التكافؤ الذي يمتد مجاله لكل العبارة المنطقية

الروابط الثانوية هي : الوصل الذي مداه هو القضيتان ق و ك

الاستلزام الذي مداه هو القضيتان ل و م

وأخيرا الرابط الأحادي النفي الذي يمتد إلى القضية م فقط .

نلاحظ انه لولا وجود الأقواس لكان من المتعذر قراءة العبارة المنطقية قراءة صحيحة ولأصبح من غير

الممكن أيضا الشروع في عملية تقويم العبارات المنطقية التي يعتمد المنطق الرمزي المعاصر فيها عددا

من الطرق للتمييز بين القضايا الصادقة دائما والقضايا الكاذبة دائما والقضايا الصادقة أحيانا والكاذبة أحيانا

أخرى .

تقويم العبارات المنطقية

المبحث الأول : طريقة جداول الصدق الكلاسيكية

يقوم المنطق الرمزي بتحليل العبارات المنطقية بهدف التمييز بينها وتصنيفها إلى أنواعها الثلاث التي هي :

1- صادقة دائما وتسمى تكرارية أو توتولوجيا أو تحصيل حاصل أو مصدقة.(1)

2 - كاذبة دائما وتسمى متناقضة .

3 - صادقة في حالات وكاذبة في حالات أخرى وتسمى عرضية أو ممكنة .

يعتمد المنطق الرمزي المعاصر عددا من الطرق التي تمكن من تحديد القيمة النهائية لأي عبارة منطقية دون

العودة إلى معناها الحدسي الذي تحمله اللغة الطبيعية ، وهي طرق تعبر عن وسائل الصورنة في التعامل مع

العبارات المنطقية .

تعتمد طريقة جداول الصدق الكلاسيكية على عدد من المراحل والخطوات هي :

- التحقق من أن العبارة المطلوب تقويمها هي سليمة التركيب المنطقي ، وهذا يتم بالاعتماد على الأقواس

لتحديد الرابط الرئيسي و الروابط الثانوية في العبارة .

- تحديد عدد القيم المحتملة بالرجوع إلى عدد القضايا الذرية داخل العبارة المركبة ، فمثلا العبارة التالية : أ

$$= (ق \leftarrow ك) \leftarrow (\sim ك \sim \leftarrow ق) .$$

تتضمن قضيتين ذريتين هما : ق و ك . "" وتحديد حالات الصدق والكذب تخضع

لعدد الذرات الداخلة في العبارة المركبة , فإذا كانت لدينا عبارة مركبة من ذرتين : ق و ك . وبما أن " ق " هي أما صادقة أو كاذبة فان عدد الحالات التي تتضمنها هذه العبارة المركبة ستكون حالتين بالنسبة إلى "ق" وحالتين بالنسبة إلى "ك"

(1) - مصطلح (المصدّقة) اقترحه الدكتور الراحل محمود يعقوبي في ترجماته المنطقية المتعددة – انظر مثلا : بلانشي - المدخل الى المنطق المعاصر - ترجمة : محمود اليعقوبي – الجزائر – 2004 .

" , وإذا كانت ق و ك مركبتين بواسطة أيرابط ثنائي فتنطوي على أربع حالات صدق أو كذب , أما القضية المركبة من ثلاث ذرات مثل : ق , ك , ل , فهي تنطوي على ثمانية حالات صدق أو كذب و هذا لان عدد حالات الصدق أو الكذب في أي عبارة يخضع للقاعدة التالية: (العدد 2 يمثل الصدق والكذب اما عدد الذرات فيمثل قوة أو أس العدد 2) حيث : 2 حيث : 2 هو الصدق و الكذب و ن هو عدد الذرات (1) إذا كان عدد الذرات هو 2 فان الحالات الممكنة هي : 4 لان 2 اس 2 هو = 4 , اذا كان عدد الذرات هو 3 فان الحالات الممكنة هي : 8 إذا كان عدد الذرات 4 فان الحالات الممكنة هو : 16 .

فإذا كنا أمام عبارة منطقية تتضمن قضيتين ذريتين , نقوم بتوزيع الحالات الاربعة الممكنة على الشكل التالي:

- إما أن تكون القضيتان صادقتين معا - إما أن تكون الأولى صادقة والثانية كاذبة . - إما أن تكون الأولى كاذبة والثانية صادقة- إما أن تكون القضيتان كاذبتين معا . نرسم للصدق ب : 1 وللكذب ب : 0 فنحصل على التوزيع التالي :

ق	ك
1	1
1	0
0	1
0	0

ثم نعوض بهذه القيم في الجدول الذي يتضمن العبارة المراد تقويمها .

(1)موساوي - مدخل جديد الى المنطق المعاصر - ص 113)

مثال : (ق ← ك) ≡ (ك ~ ~ ق)

ق	ك	(ق ← ك)	≡	(ك ~ ~ ق)
1	1	1 1 1	1	0 1 0
1	0	1 0 1	1	0 0 1
0	1	0 1 1	1	1 1 0
0	0	0 1 1	1	1 1 1

نلاحظ هنا أن عدد الحالات الممكنة هو 4 , وان الرابط الرئيسي هو التكافؤ , أما الاستلزام الأول والاستلزام الثاني مع النفي فهي كلها روابط ثانوية .

في البداية قمنا بتوزيع الحالات الممكنة إلى أربعة , ثم قمنا في كل سطر بتعويض القضايا الذرية بالقيم الصدقية المسندة لها , وبالاستناد إلى القواعد المحددة لحالات صدق أو كذب كل رابط منطقي قمنا بتحديد قيم القضيتين المركبتين :

(ق ← ك) , (ك ~ ~ ق) , للوصول إلى القيمة النهائية التي هي قيم عمود التكافؤ والتي نتوصل إليها بعد تحديد قيم الروابط الثانوية ,

ونلاحظ أيضا أن جميع قيم الرابط الرئيسي جاءت صادقة وهذا يعني أن العبارة المنطقية التي جرى تقييمها بطريقة جداول الصدق الكلاسيكية هي عبارة تكرارية (صادقة دائما) , فهي تمثل إذن احد القوانين المنطقية الصادقة مهما كانت قيم القضايا الذرية الداخلة في تركيبها وتجسد بذلك نموذجا لليقين , وهذا ما يفسر تطبيق قوانين المنطق على العلوم المختلفة بما في ذلك الرياضيات . (1)

(1) - نفس المرجع - ص 118 .

نأخذ الآن مثالا لعبارة منطقية ذات ثلاثة متغيرات :

$$(((ق \wedge ك) \wedge ل)) \equiv (((ق \wedge ك) \wedge ل))$$

لدينا ثلاث قضايا أو 3 ذرات، ق ، ك ، ل، يعني 2 ثلاث مرات و هي : $8 = 2 \times 2 \times 2$

الرابط الرئيسي حسب الأقواس هو \equiv ، و الروابط الأخرى ثانوية متفاوتة المدى.

الجدول الكلاسيكي لحساب القضايا و تقويم عبارة:

$$(((ق \wedge ك) \wedge ل)) \equiv (((ق \wedge ك) \wedge ل))$$

$(((ق \wedge ك) \wedge ل)) \equiv (((ق \wedge ك) \wedge ل))$					ل	ك	ق		
1	1	1	1	1	1 1	1 1 1 1 1	1	1	1
0	0	1	0	1	1 1	0 0 1 1 1	0	1	1
1	0	0	0	1	1 1	1 0 0 0 1	1	0	1
0	0	0	0	1	1 1	0 0 0 0 1	0	0	1
1	1	1	0	0	1 1	1 0 1 0 0	1	1	0
0	0	1	0	0	1 1	0 0 1 0 0	0	1	0
1	0	0	0	0	1 1	1 0 0 0 0	1	0	0
0	0	0	0	0	1 1	0 0 0 0 0	0	0	0

نلاحظ في هذا الجدول أننا بعد توزيع قيمتي 1، 0، على الذرات و على الروابط الثانوية متفاوتة المدى

ربطنا قيم الوصل الثاني في العبارة الأولى، مع قيم أوصل الأول من العبارة الثانية، فوجدنا أن جميع قيم

الرابط الرئيسي هي صادقة وهذا يعني أن العبارة تكرارية .

وقد سبق أن رأينا أن هذه العبارة تمثل إحدى خصائص الوصل وهي أن الوصل تجميعي .

- مثال حول عبارة منطقية متناقضة:

ليكن لدينا العبارة المنطقية التالية :

$$A = ((L \wedge K) \equiv (L \wedge \sim Q)) \wedge (L \wedge Q)$$

- عبارة منطقية تتألف من 3 ذرات : ق، ك، ل. وبالتالي الحالات الممكنة $2 \times 2 \times 2 = 8$

ق	ك	ل	$((L \wedge K) \equiv (L \wedge \sim Q))$	\wedge	$(L \wedge Q)$
1	1	1	1 1 1 1	0	1 0 0
1	1	0	0 0 1 1 1	0	0 0 0
1	0	1	1 0 0 0 1	0	1 0 0
1	0	0	1 0 0 0 1	0	0 0 0
0	1	1	1 0 1 0 0	0	1 1 1
0	1	0	0 1 1 0 0	0	0 0 1
0	0	1	1 0 0 0 0	0	1 1 1
0	0	0	0 1 1 0 0	0	0 0 1

نلاحظ أن جميع قيم الرابط الرئيسي جاءت كاذبة ومنه فالعبارة المنطقية المركبة هي عبارة متناقضة .

مثال حول القضية العرضية:

نأخذ الآن مثال عبارة منطقية عرضية او ممكنة .

لنأخذ العبارة الاستلزامية التالية التي تتضمن 3 متغيرات

$$(Q \vee K) \leftarrow M$$

في هذه العبارة ثلاث ذرات او قضايا: ق ، ك ، م . وبالتالي عدد الحالات الممكنة هو 08

وهناك رابط ثانوي هو الفصل : \vee ، و رابط رئيسي هو الاستلزام \leftarrow

ق	ك	م	(ق ∨ ك)	←	م
1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0

نلاحظ أن بعض قيم الرابط الرئيسي صادقة والبعض الآخر كاذبة ومنه فالعبارة المنطقية المقومة هي عبارة عرضية أو ممكنة .

- أمثلة للتمرن و التدريب على الطريقة :

تقويم العبارات المنطقية التالية بواسطة جداول الصدق الكلاسيكية :

$$1/ \text{ق} \leftarrow (\text{ك} \leftarrow \text{ق})$$

$$2/ (\text{ق} \wedge \text{ك}) \equiv (\sim \text{ق} \sim \text{ك})$$

$$3/ (\text{ل} \leftarrow (\text{ق} \vee \text{ك})) \equiv (\sim \text{ق} \leftarrow (\text{ك} \vee \text{ل}))$$

$$4/ ((\text{ق} \leftarrow \text{ك}) \wedge (\text{ك} \leftarrow \text{ل})) \leftarrow (\text{ق} \leftarrow \text{ل})$$

$$5/ ((\text{ق} \leftarrow \text{ك}) \wedge (\sim \text{ق} \leftarrow \sim \text{ك})) \leftarrow \sim \text{ق}$$

$$6/ (\text{ق} \wedge \text{ك}) \equiv ((\sim \text{ق} \wedge \sim \text{ك}) \vee (\sim \text{ق} \wedge \text{ك}))$$

طريقة جداول الصدق المختصرة أو طريقة المختصرات :

تمهيد :

إن طريقة جداول الصدق الكلاسيكية رغم دقتها في تمييز العبارات المنطقية ، إلا أنها تصبح عرضة للوقوع في الخطأ و و تتطلب الكثير من التركيز و الوقت ، كلما زاد عدد الذرات المنطقية الداخلة في تركيب العبارات المراد تقويمها . ونحن نعلم إن إضافة كل قضية ذرية واحدة إلى أية عبارة يعني مضاعفة الحالات الممكنة التي ينبغي إحصائها كلها وفق هذه الطريقة ، فإذا كان وجود قضيتين (ق ، ك) يعني 4 احتمالات أي أربعة أسطر فإن وجود 3 متغيرات يعني 8 احتمالات.

و 4 قضايا يعني 16 احتمالا و 5 قضايا ذرية يعني 32 احتمالا.

لهذه الأسباب فكر المنطقيون المعاصرون في طريقة تكون أكثر اختصارا واقتصادا للجهد والوقت

التعريف في الطريقة: إن الشرط الأساسي في هذه الطريقة هو أن يكون الذي يقوم بها على معرفة جيدة بطبيعة الروابط القسوية والقواعد الخاصة بكل رابط . وذلك لان هذه الطريقة رغم أنها تشترك مع الطريقة السابقة في بعض الجوانب إلا أنها ليست طريقة إحصائية خالصة . تقوم الطريقة على اختيار احد المتغيرات القسوية الذرية داخل العبارة المركبة وتعويضه بقيمتي الصدق و الكذب بالترتيب , فبدل إحصاء كل الحالات الممكنة للعبارة المطلوب تقويمها ، نختار احد المتغيرات الذرية ونعوضه بالقيمة 1 أولا ثم بالقيمة 0 ثانيا ، ثم نجري التقويم اللازم ، فإذا توصلنا من مجرد هذا التعويض الجزئي (صدق وكذب متغير قضوي ذري واحد) إلى تحديد القيمة النهائية للعبارة توقفنا عن إحصاء الحالات الخاصة بالمتغيرات الأخرى , لان كل قضية إما أن تكون صادقة أو كاذبة حسب مبدأ الثالث المرفوع.

وبذلك نكون قد أغنيانا أنفسنا عن إحصاء المتغيرات القسوية الذرية الأخرى . وهذا هو معنى الاختصار في هذه الطريقة مقارنة بطريقة الجداول الكلاسيكية .

ولتبسيط أكثر لهذه الطريقة نقول :

لنفرض أن لدينا عبارة منطقية تتضمن متغيرين اثنين هما ق ، ك . مع الطريقة السابقة كنا نحصي الحالات الأربعة الممكنة حتى يتسنى لنا ان نحكم على العبارة ككل , أما في الطريقة الجديدة فنحن نحاول أن نختصر العمل حين نعوض قيمة ق بالصدق أولا ثم الكذب ثانيا ونجري التقويم اللازم ونرى ؟ هل يؤدي هذا التعويض إلى الخروج بنتيجة بالنسبة لقيمة العبارة ككل أم لا ؟

إذا كان الجواب بنعم ، نكون قد أغنيانا أنفسنا من إحصاء الحالات المتعلقة بالقضية ك ، طالما أن ق قد مكنتنا لوحدها - حين افترضنا صدقها وكذبها - من تقويم العبارة المركبة ككل .

أساسيات الطريقة :

قلنا أن تطبيق هذه الطريقة يعتمد على معرفة جيدة بالقواعد المحددة لحالات صدق أو كذب كل رابط منطقي من الروابط التي عرفناها، فهذه المعرفة هي التي تمكننا من الانتقال السهل البسيط من التركيبات القضية مباشرة إلى قيمها (وهذه التركيبات تتضمن في الغالب طرفا معلوما وآخر مجهولا) ، هذه القيم تسمح بالاستمرار في تطبيق الطريقة من اجل الوصول إلى قيمة نهائية للعبارة الكلية أو الذهاب إلى تعويض ذرة منطقية أخرى حين يتعذر الوصول إلى نتيجة من تعويض واحد فقط . - الحالات الممكنة لرابط الوصل

- بالنسبة للوصل نستطيع الحكم على القضية الوصلية بالكذب لمجرد معرفة كذب احد الطرفين دون الحاجة إلى معرفة قيمة الطرف المتبقي ، إما صدق احد الطرفين فلا يسمح لنا بمعرفة القيمة الكلية للقضية الوصلية التي تبقى متوقفة على قيمة الطرف المتبقي ، وهذه هي الحالات الخاصة بالوصل :

$$(0 \wedge 0) ، (0 \wedge 1) ، (1 \wedge 0) ، (1 \wedge 1) ، (0 \sim 0) ، (0 \sim 1) ، (1 \sim 0) ، (1 \sim 1)$$

0	ق	0	ق
---	---	---	---

- الحالات الممكنة لرابط الفصل :

- بالنسبة للفصل: نستطيع الحكم على القضية الفصلية بالصدق لمجرد معرفة صدق احد الطرفين ، دون الحاجة إلى معرفة قيمة الطرف المتبقي ، أما كذب احد الطرفين فلا يسمح لنا بمعرفة القيمة الكلية للقضية الفصلية التي تبقى متوقفة على قيمة الطرف المتبقي ، وهذه هي الحالات الخاصة بالفصل :

$$(0 \vee 0) ، (0 \vee 1) ، (1 \vee 0) ، (1 \vee 1) ، (0 \sim 0) ، (0 \sim 1) ، (1 \sim 0) ، (1 \sim 1)$$

1	1	ق	ق
---	---	---	---

- الحالات الممكنة لرابط الاستلزام:

- بالنسبة للاستلزام : نستطيع الحكم على القضية الاستلزامية بالكذب في حالة واحدة فقط وهي صدق الطرف الأول وكذب الطرف الثاني . ويكون صادقا في بقية الحالات ، ومعنى هذا انه إذا كان الطرف الأول في الاستلزام صادقا فإننا لا نستطيع الحكم على القضية الكلية إلا بمعرفة قيمة الطرف الثاني . أما إذا كان الطرف الأول كاذبا أو الطرف الثاني صادقا فإننا نستطيع الحكم مباشرة على القضية الاستلزامية بالصدق

وذلك بمقتضى هاتين القاعدتين اللتين تحكمان رابط الاستلزام في المنطق المعاصر: من الكذب يلزم أي شيء – والصدق يلزم عن أي شيء .

(ق ← 0) ، (ق ← 1) ، (ق ← 0) ، (ق ← 1) ، (ق ← ق) ،

_____	_____	_____	_____
1	1	1	ق
			ق

- الحالات الممكنة لرابط التكافؤ :

- بالنسبة للتكافؤ نستطيع الحكم على التكافؤ بالصدق عند صدق الطرفين او كذبهما معا او حين تكون القضية الذرية مكافئة لنفسها مثل : (ق ≡ ق) او (ق ≡ ق) ، وبالكذب عند اختلاف القيمتين (0, 1)

أو (1, 0) او في حالة تكافؤ القضية مع نقيضها مثل (ق ≡ ق) . وهذه هي الحالات الخاصة بالفصل :

(ق ≡ 0) ، (ق ≡ 1) ، (ق ≡ ق) ، (ق ≡ ق)

_____	_____	_____	_____
0	1	ق	ق

- الحالات الممكنة لرابط العناد :

- نستطيع الحكم على العناد بالصدق عند اختلاف قيمتي الطرفين او حين تكون القضية الذرية في عناد مع

نفيها مثل : (ق ≡ ق) ، وبالكذب حين يكون الطرفان صادقين معا أو كاذبين معا , او عندما تكون

القضية في عناد مع نفسها مثل (ق ≡ ق) او (ق ≡ ق) . وهذه هي الحالات الخاصة بالفصل :

(ق ≡ 0) ، (ق ≡ 1) ، (ق ≡ ق) ، (ق ≡ ق)

_____	_____	_____	_____
0	1	0	ق
			ق

تطبيق الطريقة على بعض العبارات المنطقية :

$$أ = (ق \wedge ك) \equiv (\sim ق \vee \sim ك)$$

$$1 - \text{نفرض أولا } ق = 1 .$$

$$(1 \wedge ك) \equiv (0 \vee \sim ك)$$

ك	~ ك
---	-----

$$0$$

$$2 - \text{نفرض ثانيا } ق = 0 .$$

$$(0 \wedge ك) \equiv (1 \vee \sim ك)$$

0	1
---	---

$$0$$

نلاحظ أننا عندما افترضنا $ق=1$ توصلنا إلى أن العبارة (أ) كاذبة , وعندما افترضنا أيضا أن $ق = 0$ توصلنا إلى أن العبارة (أ) كاذبة أيضا . وهذا يعني أن العبارة أ متناقضة . وهذا هو معنى الاختصار في هذه الطريقة , لأننا عوض أن نحصي جميع الاحتمالات مع قيم المتغيرات الذرية الموجودة في العبارة كما هو الحال مع طريقة جداول الصدق الكلاسيكية , نختار أحد هذه المتغيرات ونعوضه بقيمتي الصدق والكذب , فإذا أعطانا هذا التعويض نتيجة واحدة من حيث الصدق أو الكذب , فسيكون من إضاعة الوقت والجهد , أن نتساءل عن الاحتمالات المتبقية للمتغيرات الذرية الأخرى .

$$\text{مثال 2 : } أ = (ق \leftarrow ك) \wedge (\sim ك \leftarrow \sim ق)$$

$$\text{نعوض } ق=1$$

$$أ = (1 \leftarrow ك) \wedge (\sim ك \leftarrow 0)$$

(ك \leftarrow 0)	~ ك
--------------------	-----

$$0 \leftarrow 0$$

$$1$$

نعوض ق=0

$$1 \leftarrow ((0 \leftarrow ك) \wedge \sim ك) = 1$$

$$1 \leftarrow (1 \wedge \sim ك)$$

$$\sim ك \leftarrow 1$$

. 1

بما أن الاستلزام الذي يكون طرفه الثاني صادقا فإن العبارة أ صادقة عندما نفترض ق=0. نلاحظ أن افتراض ق=1 وافتراض ق=0 أدى إلى نفس النتيجة وهي صدق العبارة الكلية أ , ومنه يمكن أن نستنتج أن العبارة تكرارية .

مثال 3 : نختار عبارة ذات 3 متغيرات :

$$أ = ((ق \vee ك) \leftarrow م) \wedge (ق \leftarrow م)$$

نعوض ق=1

$$أ = ((1 \vee ك) \leftarrow م) \wedge (1 \leftarrow م)$$

$$م \wedge (م \leftarrow 1)$$

$$م \wedge م$$

م

افتراض ق=1 بين أن نتيجة العبارة أ متوقفة على قيمة م . نفترض الان ق = 0 ونعوض

$$أ = ((0 \vee ك) \leftarrow م) \wedge (م \leftarrow 0)$$

$$\frac{\quad}{\quad} \quad \frac{\quad}{\quad} \quad \wedge \quad (\leftarrow \text{ م } \leftarrow \text{ ك })$$

(ك ← م) نلاحظ أن افتراض ق=0 بيّن أن القيمة النهائية متوقفة على قيمة (ك ← م) وهذا يدفعنا إلى افتراض قيمة لمتغيرين اثنين :
 نختار ق و م و نفترض : ق=1 , م=1

$$\text{أ} = (1 \leftarrow 1) \wedge (1 \leftarrow (\text{ك} \vee 1))$$

$$\frac{\quad}{\quad} \quad \frac{\quad}{\quad} \quad 1 \wedge (1 \leftarrow 1)$$

$$\frac{\quad}{\quad} \quad 1 \wedge 1$$

$$\frac{\quad}{\quad} \quad 1$$

نفترض : ق=1 , م=0

$$\text{أ} = (0 \leftarrow 1) \wedge (0 \leftarrow (\text{ك} \vee 1))$$

$$\frac{\quad}{\quad} \quad \frac{\quad}{\quad} \quad 0 \wedge (0 \leftarrow 1)$$

$$\frac{\quad}{\quad} \quad 0 \wedge 0$$

$$\frac{\quad}{\quad} \quad 0$$

ما نلاحظه هو أن مع الافتراض: ق=1 , م=1 توصلنا إلى أن العبارة أ = صادقة .
 ومع الافتراض : ق=1 , م=0 , توصلنا إلى أن العبارة أ = كاذبة . وهذا يعني أن العبارة المطلوب تقويمها هي عبارة منطقية عرضية(- صادقة أحيانا وكاذبة أحيانا أخرى)

المثال 4 : أ = $((ق ← ك) ∧ (ك ← م)) ∧ (ق ∧ م)$

نفترض ق=1

$$أ = ((ق ← 1) ∧ (ك ← م)) ∧ (ق ∧ 1)$$

$$(ك ← م) ∧ (ك)$$

في هذه الحالة يتعذر الوصول الى نتيجة .

نفترض ق=0

$$أ = ((ق ← 0) ∧ (ك ← م)) ∧ (ق ∧ 0)$$

$$(ك ← م) ∧ 0$$

$$0 ∧ (ك ← م)$$

0

نفترض ق=1, م=1

$$أ = ((ق ← 1) ∧ (ك ← 1)) ∧ (ق ∧ 1)$$

$$(ك ← 1) ∧ (1 ∧ 1)$$

$$ك ∧ 0$$

0

نفترض ق=1, م=0

$$((ق ← 1) ∧ (ك ← م)) ∧ (ق ∧ م)$$

$$((ق ← 1) ∧ (ك ← 0)) ∧ (ق ∧ 0)$$

$$(\text{ك} \sim \text{ك} \wedge) 1 \wedge$$

$$1 \wedge 0$$

$$0$$

نلاحظ أن العبارة أ عبارة متناقضة , نظرا لان جميع الاحتمالات الممكنة تعطينا القيمة : 0 افترضنا اولا ق=1 وكانت الوصول إلى نتيجة متعذرا ثم افترضنا ق=0 فكانت النتيجة النهائية هي أ=0 .

ثم افترضنا ق=1 , م=1 فكانت النتيجة النهائية هي أ = 0

ثم افترضنا أخيرا ق=1 , م=0 فكانت النتيجة النهائية هي أيضا أ=0 . وهذا يعفينا من البحث في

الاحتمالات المتعلقة بالذرات المنطقية المتبقية . ومنه العبارة المنطقية أ هي عبارة متناقضة .

مثال أخير لعبارة تتضمن رابط النفي : لنأخذ احد قانوني دي مورغان :

$$\text{أ} = \sim (\text{ق} \wedge \text{ك}) \equiv (\sim \text{ق} \vee \sim \text{ك})$$

$$\text{نفترض ق} = 1$$

$$\text{أ} = \sim (1 \wedge \text{ك}) \equiv (0 \vee \sim \text{ك})$$

$$\underline{\sim \text{ك} \equiv \text{ك}}$$

$$1$$

لان كل قضية تكافئ نفسها .

$$\text{نفترض ق} = 0$$

$$\text{أ} = \sim (0 \wedge \text{ك}) \equiv (1 \vee \sim \text{ك})$$

$$1 \equiv (0) \sim$$

$$1 \equiv 1$$

$$1$$

بما انه حين افترضنا $ق=1$, وحين افترضنا $ق=0$ كانت القيمة النهائية للعبارة أ صادقة فان هذه العبارة تكرارية (قانون منطقي) .

أمثلة للتمرين والتدريب على الطريقة :

قوم العبارات المنطقية بواسطة جداول الصدق المختصرة و.

$$1/ (ق ← ك) ← ((ق ← ∼ ك) ← ∼ ق)$$

$$2/ ((ق ← ك) ← ل) ≡ (∼ ل ∨ ك) ← (∼ ل ∼ ق)$$

$$3/ ((ق ← ك) ← ل) ≡ (ق ← (∼ ل ∼ ك))$$

$$4/ ∼ ((ق ← ك) ← ل) ∨ (م ← ∼ ك) ≡ ∼ (ق ← ك)$$

$$5/ ((ق ← ك) ← ل) ← (ل ← ك) ← (ل ∨ ق)$$

$$6/ ((ق ← ك) ← ل) ← (ق ← ∼ ك) ← ∼ ق$$

$$9/ (ق ← ك) ≡ ((ق ← ك) ∨ (∼ ق ← ك))$$

المبحث الثالث: طريقة الأشجار أو التحليل الشجري

تمهيد :

رغم أن طريقة الجداول المختصرة كما رأينا أسهل وأسرع و أكثر مرونة من طريقة جداول الصدق الكلاسيكية إلا أنها تبقى طريقة ذات طابع إحصائي(1) يُندر فيها طابع التحليل، كما أنها تغدو صعبة التطبيق على عبارات كثيرة المتغيرات القضيوية الذرية مثل العبارات التي تتضمن أكثر من 3 متغيرات ذرية لهذه الأسباب وأسباب أخرى , فكر المنطقيون في طريقة جديدة تساعد على معرفة الصيغ و تحلل العبارات بطريقة أسرع و بجهد أقل و بدقة كبيرة،، وهي طريقة التحليل الشجري ، أو طريقة صدق الأشجار La

méthode des arbres

التعريف بالطريقة وخطواتها :

هي طريقة تحليلية غير إحصائية للتحقق من قيمة الصيغ المنطقية , تعتمد على عدد من الخطوات هي :

1- نفي العبارة المركبة المطلوب تحليلها أو تقويمها , يعني عوض أن نحلل القضية فإننا نقوم بتحليل نفيها

2- تحويل جميع الروابط في العبارة المطلوب تقويمها إما إلى وصل أو إلى فصل بدءا بالرابط الرئيسي.

وهذا يعتمد بدوره على تعريف جميع الروابط بدلالة الوصل أو الفصل نفيًا أو إثباتًا.

3- الشروع في التفريع من الرابط الرئيسي .

(1) – مدخل إلى المنطق المعاصر – ص 147

4- التفريع الشجري يكون كالآتي :

الوصل : مثال

(ق ٨ ك) (ق ٧ ك)

ق

|

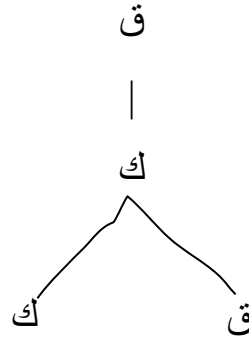
ك

الفصل : مثال



5- إذا كان لدينا صيغة فيها وصل وفصل , نبدأ التفريع بالوصل قبل الفصل . مثال :

(ق ٨ ك) ← (ق ٧ ك)



6- إذا وجدنا في احد الفروع قضية ونفيها نغلق الفرع,

7- إذا كانت جميع الفروع مغلقة, نتوقف عن التحليل وتكون الصيغة متناقضة وبالتالي الصيغة الأصلية

تكون تكرارية لأننا حللنا نقيضها, إذا كانت جميع الفروع مفتوحة فالقضية تكرارية والأصلية متناقضة,

8 - إذا كانت بعض الفروع مفتوحة وبعضها مغلق . فالصيغة المنطقية عرضية .

قوانين تعريف الروابط بدلالة الوصل أو الفصل نفيًا أو اثباتًا :

1 - الوصل :

الإثبات : (ق ٨ ك) ≡ (ق ٨ ك)

النفي : (ق ٨ ك) ~ (ق ٧ ك) ≡ (ق ٧ ك) (قانون دي مورغان)

2 - الفصل :

الإثبات : $(Q \vee K) \equiv (Q \vee \neg K)$

النفي : $\sim (Q \vee K) \equiv (\sim Q \wedge \sim K)$ (قانون دي مورغان)

3 - الاستلزام :

الإثبات : $(Q \leftarrow K) \equiv (\sim K \vee Q)$

النفي : $\sim (Q \leftarrow K) \equiv (Q \wedge \sim K)$

4 - التكافؤ :

الإثبات : $(Q \equiv K) \equiv ((Q \wedge K) \vee (\sim Q \wedge \sim K))$

النفي : $\sim (Q \equiv K) \equiv ((Q \wedge \sim K) \vee (\sim Q \wedge K))$

5 - العناد :

الإثبات : $(Q \wedge K) \equiv (\sim (\sim Q \vee \sim K))$

النفي : $\sim (Q \wedge K) \equiv (\sim Q \vee \sim K)$

تطبيق الطريقة على بعض العبارات المنطقية :

لناخذ العبارة المنطقية التالية : $A = ((Q \leftarrow K) \wedge \sim K) \leftarrow \sim Q$

نشرع في تطبيق التحليل الشجري باتباع الخطوات المطلوبة :

اولا : نفي القضية : $\sim A = ((Q \leftarrow K) \wedge \sim K) \leftarrow \sim Q$

لنفي العبارة يجب معرفة الرابط الرئيسي :

الرابط الرئيسي هو الاستلزام:

$\sim ((Q \leftarrow K) \wedge \sim K) \leftarrow \sim Q \equiv ((Q \leftarrow K) \wedge \sim K) \vee \sim \sim Q$

$((Q \leftarrow K) \wedge \sim K) \vee Q$

ثم تحويل جميع الروابط إلى وصل أو فصل استنادا إلى قوانين تعريف الروابط :

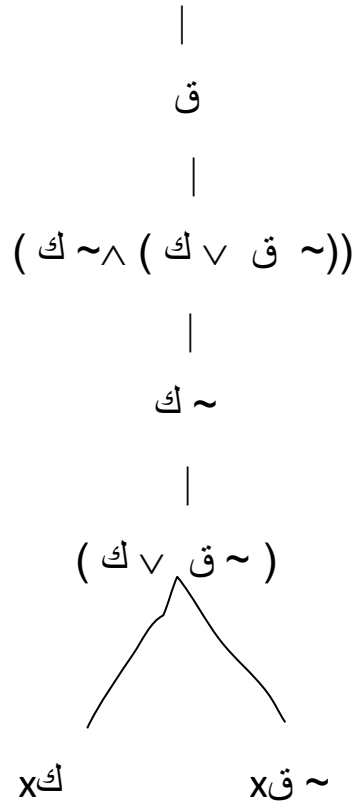
$((Q \leftarrow K) \wedge \sim K) \vee Q$

لدينا استلزام ووصلين . إذن حول الاستلزام الذي هو مثبت بدلالة الفصل فنجد :

$((\sim Q \vee K) \wedge \sim K) \vee Q$

والآن بعد أن نفينا العبارة A وحولنا جميع الروابط إلى وصل أو فصل نبدأ عملية التفريع أو (التحليل) الشجري .

$A \sim ((\sim (Q \vee K) \wedge (\sim K)))$ = الرابط الرئيسي هو الوصل .



شرح : شرعنا في التفريع الشجري انطلاقا من الرابط الرئيسي الذي هو الوصل , , والتزمنا بالقاعدة 5 التي تقول : - إذا كان لدينا صيغة فيها وصل وفصل , نبدأ التفريع بالوصل قبل الفصل . عند الانتهاء من التفريع لاحظنا أن كل فرع من الفرعين يتضمن قضية معينة مع نفيها (ق, ~ ق) و (ك , ~ ك) , وهذا ألزمنا بإغلاق هذين الفرعين بالرمز (x) , كعلامة على عدم إمكانية مواصلة التحليل لان كلا منهما يتضمن تناقضا , وبما أن جميع الفروع التي تتفرع إليها العبارة $A \sim$ مغلقة , فهذا يعني أنها عبارة منطقية كاذبة دائما (متناقضة) وبالتالي تكون العبارة الأصلية A عبارة تكرارية . وهو المطلوب .

مثال 2 : نحلل العبارة التالية :

$$A = ((Q \wedge K) \leftarrow (M \leftarrow (Q \leftarrow M)) \wedge (K \leftarrow M))$$

$$A \sim = ((Q \wedge K) \leftarrow (M \leftarrow (Q \leftarrow M)) \wedge (K \leftarrow M)) \sim$$

$$((Q \wedge K) \leftarrow (M \leftarrow (Q \leftarrow M)) \wedge (K \leftarrow M)) \sim \vee (M \leftarrow (Q \leftarrow M)) \sim \wedge (K \leftarrow M)$$

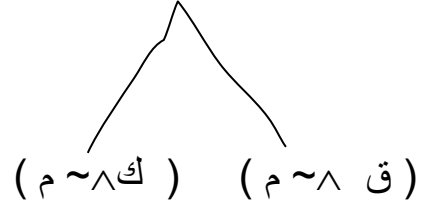
$$((Q \wedge K) \leftarrow (M \leftarrow (Q \leftarrow M)) \wedge (K \leftarrow M)) \sim \vee (M \leftarrow (Q \leftarrow M)) \sim \wedge (K \leftarrow M)$$

$$\sim (Q \wedge K) \leftarrow (M \leftarrow (Q \leftarrow M)) \sim \wedge (K \leftarrow M) \sim \vee (M \leftarrow (Q \leftarrow M)) \sim \wedge (K \leftarrow M)$$

$$\sim (Q \wedge K) \leftarrow (M \leftarrow (Q \leftarrow M)) \sim \vee (M \leftarrow (Q \leftarrow M)) \sim \wedge (K \leftarrow M)$$

$$((\sim ق \vee \sim ك) \vee م)$$

$$((\sim ك \wedge م) \vee (\sim ق \wedge م))$$



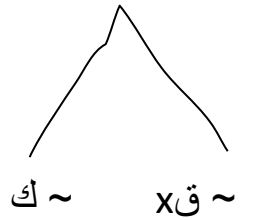
ك

ق

~ م

~ م

$$م \quad ((\sim ق \vee \sim ك))$$



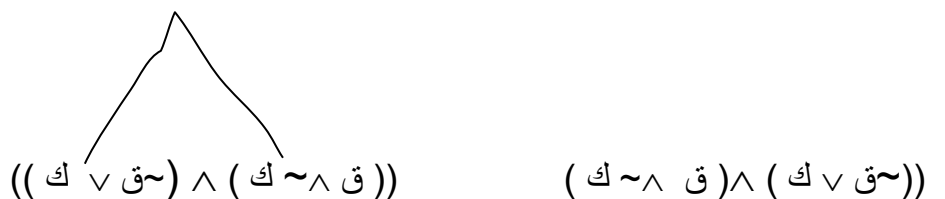
نلاحظ أن بعض الفروع مغلقة وبعضها مفتوح . وهذا يعني أن العبارة المحللة $A \sim$ هي عبارة عرضية , وبالتالي فالعبارة الأصلية A أيضا عرضية , وذلك لأن نفي القضية العرضية هو أيضا قضية عرضية . إذن A عبارة عرضية .

مثال 3 : نختار قضية تكافؤ , ولتكن : $A = (ق \leftarrow ك) \equiv (\sim ق \wedge ك) \sim$ $A \sim = ((ق \leftarrow ك) \wedge (\sim ق \wedge ك)) \sim$

$$(((\sim ق \wedge ك) \wedge (\sim ق \leftarrow ك)) \vee ((\sim ق \wedge ك) \wedge (ق \leftarrow ك))) \sim$$

$$A \sim = (((\sim ق \wedge ك) \wedge (\sim ق \leftarrow ك)) \vee ((\sim ق \wedge ك) \wedge (ق \leftarrow ك))) \sim$$

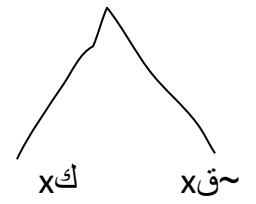
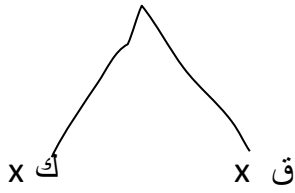
$$(((\sim ق \wedge ك) \wedge (\sim ق \leftarrow ك)) \vee ((\sim ق \wedge ك) \wedge (ق \leftarrow ك))) \sim$$



ق ق

||

~ك~ك



كل الفروع مغلقة وهذا يعني أن $A \sim$ متناقضة وبالتالي العبارة الأصلية A هي تكرارية .

مثال 4 : $A = (ق \wedge ك) \equiv (ق \leftarrow \sim ك)$

$A \sim = ((ق \wedge ك) \sim \wedge (ق \leftarrow \sim ك)) \vee ((ق \leftarrow \sim ك) \sim \wedge (ق \wedge ك))$

$A \sim = ((ق \wedge ك) \wedge (\sim ق \vee \sim ك)) \vee ((ق \leftarrow \sim ك) \wedge (ق \wedge ك))$



$((\sim ق \vee \sim ك) \wedge (ق \wedge ك))$

$((ق \wedge ك) \wedge (ق \wedge ك))$

| |

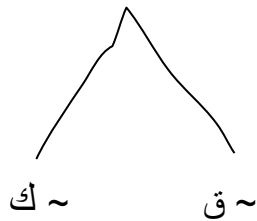
$(ق \wedge ك) (\sim ق \vee \sim ك)$

| |

$(ق \wedge ك) (\sim ق \vee \sim ك)$

ق

~ق~ك



| | |

ك

ق

|

ك نلاحظ أن جميع الفروع مفتوحة وهذا يعني أن العبارة المحللة $A \sim$ تكرارية وبالتالي تكون العبارة

$$\text{الأصلية } A \text{ متناقضة. مثال } 5 = A = ((L \wedge K) \equiv L) \wedge (\sim C \wedge L)$$

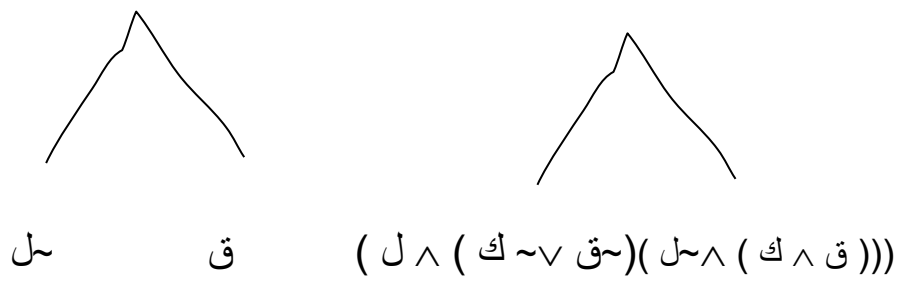
$$\sim A = \sim((L \wedge K) \equiv L) \wedge (\sim C \wedge L)$$

$$\sim A = ((L \wedge K) \equiv L) \wedge (\sim C \wedge L)$$

$$((L \wedge K) \equiv L) \wedge (\sim C \wedge L)$$

$$((L \wedge K) \equiv L) \wedge (\sim C \wedge L)$$

$$((L \wedge K) \equiv L) \wedge (\sim C \wedge L)$$



بما أن جميع الفروع جاءت مفتوحة فهذا يعني أن العبارة المحللة $A \sim$ هي عبارة تكرارية , وبالتالي تكون العبارة الأصلية A عبارة متناقضة .

أمثلة للتدرب والتمرين على الطريقة : قوّم العبارات التالية بطريقة التحليل الشجري

$$1 - (C \vee K) \wedge (\sim C \equiv K)$$

$$2 - (C \equiv C) \vee C$$

$$(ق \leftarrow ك) \equiv ((ق \vee \sim ك) \wedge (ك \leftarrow ق)) - 3$$

$$(ق \vee ل) \leftarrow (ق \wedge ل) \equiv (ق \wedge ل) \vee (\sim ق \wedge \sim ل) - 4$$

$$(ق \vee ك) \wedge (ك \leftarrow ق) \equiv (ق \equiv ك) - 5$$

$$(ق \wedge ل) \leftarrow (ق \vee ل) \equiv (\sim ق \wedge \sim ل) \vee (ق \wedge ل) - 6$$

المبحث الرابع : إتساق و عدم اتساق مجموعة من القضايا

رأينا أن طريقة التحليل الشجري تختلف عن الطريقتين السابقتين في كونها طريقة تحليلية , تمكننا بشكل أكثر دقة من التمييز بين أنواع القضايا وتقويمها , وقد رأينا منذ البداية أن هذه القضايا المركبة تنقسم إلى ثلاثة أنواع : القضايا التكرارية التي نجدها في ميادين العلوم الصورية كالرياضيات والمنطق لأنها صادقة في كل زمان ومكان (1)

ثم القضايا المتناقضة التي تعبر عن استحالة عقلية ويمكن استعمالها في دحض الآراء بإرجاعها إلى نوع من التناقض وهذا ما يقوم عليه البرهان بالخلف الذي يستند إلى المبدأ القائل بان إثبات قضية ما يمكن أن يكون بإبراز تناقض نفيها . وهذا النوع من البرهان يلجأ إليه بكثرة في الرياضيات كما نجده مستعملا في الفلسفة القديمة وعلم الكلام .

يبقى النوع الثالث من القضايا وهي القضايا العرضية التي تعبر عن قضايا الواقع وقضايا العلوم بمختلف أنواعها , لكونها ليست يقينية تماما وهذا ما يفسره تطور المعرفة العلمية الاستقرائية التي يكون معيارها هو الموضوع الخارجي عوض عدم التناقض العقلي المنطقي . وبالإضافة إلى وظيفة تمييز القضايا التي تشترك فيها الطرق الثلاثة (جداول الكلاسيكية , الجداول المختصرة , التحليل الشجري) فان طريقة طريقة الأشجار لها تطبيقات أخرى مثل : اختبار صحة الاستدلالات , وبيان الاتساق المنطقي لعدد من القضايا , ولهذا الأمر علاقة بالجانب التطبيقي في طرق التقويم المنطقي للاستدلالات و القضايا , فالبحث في الاتساق مثلا يبرز عندما نريد أن نتحقق من عدم التناقض بين مجموعة من القضايا والقناعات التي قد يتبناها شخص واحد حول عدد من المسائل . ولهذا فالإتساق مفهوم أساسي يتم استحضاره عند التعامل مع النصوص الفلسفية و الفكرية و الثقافية بوجه عام

نفس المرجع - ص 167)

1-تعريف الاتساق:

" نقول عن مجموعة من القضايا المنطقية أنها متسقة إذا وجدت حالة واحدة، على الأقل، تصدق فيها كل قضايا هذه المجموعة.

و تكون مجموعة من القضايا غير متسقة إذا لم توجد حالة واحدة تصدق فيها كل قضايا المجموعة. " . إن التحقق من الاتساق *la consistance* يجسد جوهر وظيفة المنطق الرمزي في تقديم وسائل لمراقبة الاستدلال تكون أكثر دقة وعمومية وضمانا من اللجوء إلى الحدس فقط , وذلك لان البداهة الحدسية إذا كانت لا تستطيع أن تضمن الاتساق في الاستدلالات الطبيعية فهي " أكثر عجزا عن ضمان الاتساق والتماسك في الأنساق الصورية¹.

كيف نتحقق من الاتساق , وما هي خطوات العملية ؟

المثال الأول :

لدينا مجموعة القضايا التالية: $\sim (ق \leftarrow ك)$ ، $(\sim ق \vee ك)$.

تتألف من قضيتين مركبتين. هل المجموعة "مج" متسقة أم غير متسقة ؟ نقوم بترتيب القضيتين معا ترتيبا

عموديا في شجرة صدق واحدة ثم نشرع بعد ذلك في التفرع وفق قواعد طريقة التحليل الشجري :

$\sim (ق \leftarrow ك)$

|

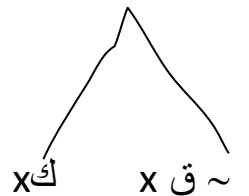
$(\sim ق \vee ك)$

|

ق

|

$\sim ك$



فروع الشجرة مغلقة لاحتوائها على تناقض. الفرع الأول يحتوي على تناقض بين $\sim ق$ ، ق ، و الثاني بين،
ك ، $\sim ك$. لا توجد حالة واحدة تصدق فيها كل القضايا، إذن المجموعة غير متسقة.
المثال الثاني :

لدينا مج = [(ق \sim ك) ، (ق \vee ك) ، (ق \sim ك)]

مجموعة مؤلفة من ثلاث قضايا مركبة.

هل المجموعة (مج) متسقة أم هي غير متسقة ؟

الخطوة الأولى :

ترتيب القضايا ترتيباً عمودياً في شجرة صدق واحدة ، ثم التفريع الشجري :

(ق \sim ك)

|

(ق \vee ك)

|

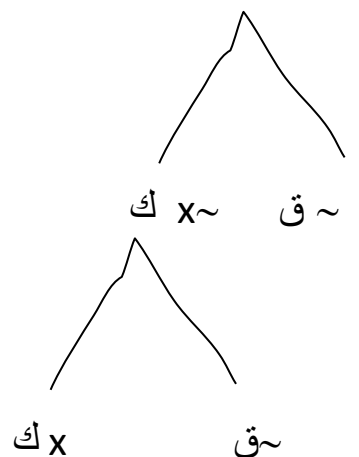
(ق \sim ك)

|

ق

|

$\sim ك$

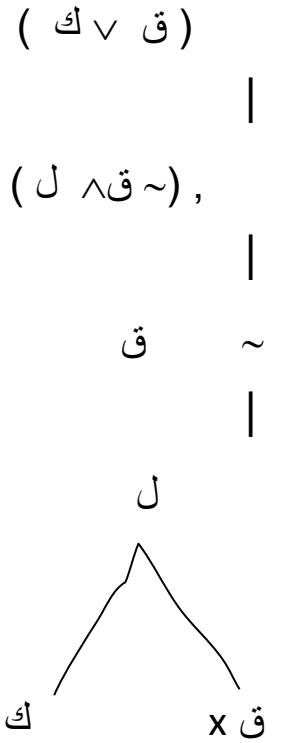


فروع الشجرة مغلقة لاحتوائها على تناقض. الفرع الأول يحتوي على تناقض بين $\sim ق$ ، ق ، و الثاني بين،
ك ، $\sim ك$. لا توجد حالة واحدة تصدق فيها كل القضايا، إذن المجموعة غير متسقة.
المثال الثالث : لدينا مجموعة القضايا التالية :

مج = (ق ∨ ك) , (~ ق ∧ ل)

هل المجموعة متسقة أم غير متسقة ؟

نقوم بترتيب القضيتين معا ترتيبا عموديا في شجرة صدق واحدة ثم نقوم بعملية التفرع :



نلاحظ وجود فرع مغلق لأنه يحتوي على (ق , ~ ق) , أما الفرع المفتوح فيعني إن القضيتان تصدقان

معا بالنسبة إلى مايلي : (ك , ل , ~ ق) (1), وبالتالي فالمجموعة متسقة. مثال 4 : مج = (ق ← ك)

(ق ∧ ل) , (ل ~ ∨ ك) ,

(ق ← ك)

|

(ق ∧ ل)

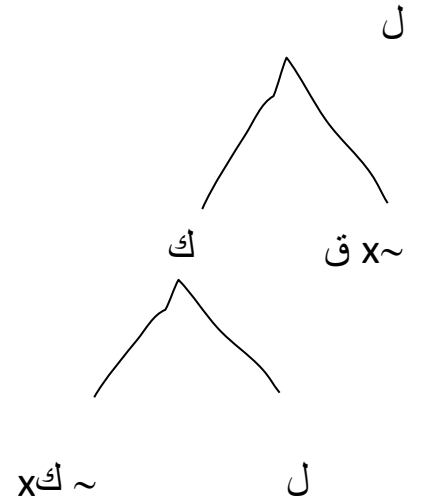
|

(ل ~ ∨ ك)

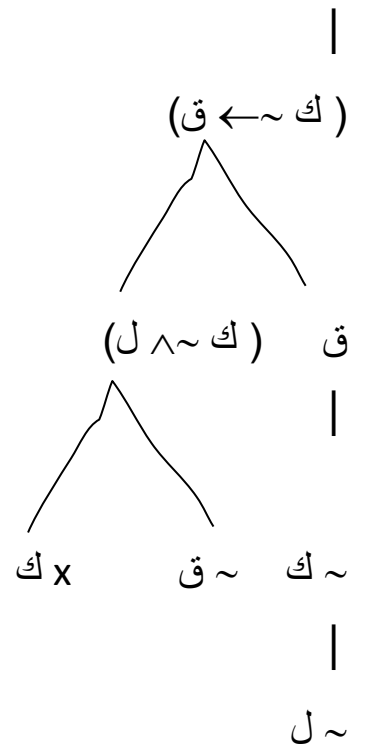
|

ق

|



نلاحظ وجود فرعين مغلقين بالنسبة إلى (ق , ق ~) و (ك , ك ~) وفرع واحد مفتوح يحقق صدق القضايا بالنسبة إلى (ق , ل , ك) و بالتالي فالمجموعة متنسقة . المثال 4: $مج = [(ق \vee (ك \wedge \sim ل))]$ ، (ك ~ \leftarrow ق) مجموعة مكونة من قضيتين مركبتين . نقوم بترتيب القضيتين معا ترتيبا عموديا في شجرة صدق واحدة على الشكل التالي: (ق \vee (ك ~ \wedge ل))



نلاحظ وجود فرع واحد مغلق، ق ، ق ~ و يبقى فرعان مفتوحان لأنهما لم يحتويوا على تناقض. و في الحالتين تصدق القضيتان بالنسبة إلى ما يلي: أ : ق ، ك ~ ب : ل ، ك ~ إذن مج : متنسقة

2 – التحقق من صحة الاستدلالات :

يعتبر التحقق من صحة أو عدم صحة الاستدلالات احد تطبيقات طريقة التحليل الشجري ايضا , ويعتمد على القاعدة التالية : يكون الاستدلال صحيحا إذا كان صدق المقدمات مع نفي النتيجة يكون فئة غير متسقة . أمثلة :

$$\text{مثال 1 : } ((\text{ك} \equiv \text{ق}) \wedge (\text{ل} \sim \text{ك})) \leftarrow (\sim \text{ق} \vee \sim \text{ل})$$

نكتب هذه العبارة في شكل استدلال بالشكل التالي :

$$(\text{ك} \equiv \text{ق}) \quad (\text{ل} \sim \text{ك})$$

$$(\sim \text{ق} \vee \sim \text{ل})$$

خطوات الطريقة :

1 – نقوم بنفي النتيجة فنجد :

$$(\text{ك} \equiv \text{ق}) \quad (\text{ل} \sim \text{ك})$$

(ق \wedge ل) ثم نحلل هذه المجموعة لمعرفة هل هي متسقة أم غير متسقة ؟

(1)- مدخل جديد إلى المنطق المعاصر – ص 182

(ل ~ ك)

(ك = ق)

(ق ٨ ل)

|

ق

|

ل

|

(ك = ق)

~ك

ك

||

ق ~ ق

~ل

ل

|

~ك

بما أن جميع الفروع مغلقة فالمجموعة التي قمنا بتحليلها (المقدمات مع نفي النتيجة) هي مجموعة غير متسقة , و بالتالي فالاستدلال الأصلي (المقدمات مع النتيجة) هو استدلال صحيح لأنه متسق منطقيا .

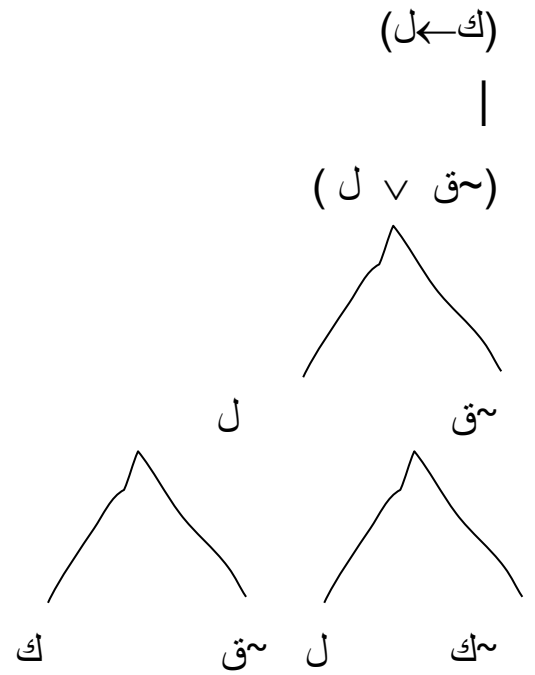
مثال 2 : المقدمات : (ق ← ك) , (ك ← ل)

النتيجة : (ق ٨ ~ ل) .

نحل المجموعة التي تتكون من المقدمات مع نفي النتيجة :

(ق ← ك) ,

|



بما أن جميع الفروع مفتوحة فهذا يعني أن المجموعة المحللة (المقدمات مع نفي النتيجة) تكون مجموعة متسقة , وبالتالي فالاستدلال الأصلي غير صحيح .

تمارين للتحكم في تطبيقات طريقة التحليل الشجري :

1 - تحقق من اتساق أو عدم اتساق المجموعات التالية :

$$((ق ← ك) ∧ (ك ← ل) ← (~ق ∨ ل))$$

$$(((ق ← ك) ∧ (ق ← ~ك) → ~ق)$$

$$(ق ∨ ك) ≡ ((ق ∧ ~ك) ∨ (~ق ∧ ك))$$

2 - بين هل هذه الاستدلالات صحيحة أم غير صحيحة ؟ (1)

$$ق ∨ ك \quad \underline{ك} ∨ ك \quad \underline{ل} ∨ ~ك$$

$$ق ← ك \quad ل \quad ق ← ل \quad ك ← م ∨ ق ← ل ← ك ← ~ق$$

(1) - نفس المرجع - ص 193 .

التقويم عن طريق الأنساق المبهمة:

نلاحظ في طرق التقويم السابقة، أن كل قضية نبرهن عليها بشكل مستقبلي عن باقي القضايا ، مما يجعل القوانين المنطقية تبدو غير مترابطة فيما بينها (1)،

و هذا ما يمكن تجاوزه في التقويم عن طريقة الأنساق المبهمة

EVALUATION Par la methode des systemes axiomatises

لأن عملية البرهنة علي القضايا تكون داخل نسق مترابط بحيث تكون كل مبرهنة متصلة بسلسلة من القضايا التي تثبت صحتها .

ننطلق في طريقة الأنساق المبهمة ، أو ما يسميه دوني فيرنو، بالعرض الميدة لحساب القضايا (2) la

presentation axiomatique du calcul des propositions

القضايا الأولية propositions primitives وهي اللامبرهانات les indemonstrables أو

المسلمات postulats ، و رابطتين أوليين (اللامعرفات les indefinies) و تعريفات les

definitions و قواعد les regles لنستنتج بواسطتها ، هل قضية ما من مبرهانات النسق أم لا ، فأن

كانت من مبرهاناته les theoremes اعتبرناها قانونا منطقيا lois logique، و نقول عنها بأنها صحيحة

أو عبارة سليمة التكوين (E.B.F) Expression bien formee

أما إذا لم تكن من مبرهاناته ، فهي غير صحيحة Non Valide ، و بالتالي ليست سليمة التكوين . و لا نستعين ، كما

هو الحال في جداول الصدق ، مفهومي ، الصدق و الكذب (3) ، لأن الغرض من هذه الطريقة ، هو

1(1.) JOseph Dopp. Op . .cit .p.95.

(2)Denis Vernant. Op . .cit .p.89.

(3.) philippe. Op . .cit .p.95.

الوصول إلى معرفة العبارات الصحيحة داخل نسق ، انطلاقاً من مجموعة من المسلمات و كل نسق مبهم فرضي استنباطي
 و سنكتفي بعرض نموذجين ، و هما نسق AN و نسق CN .الأول منهما ، عرضة و ايتهايد و راسل في كتاب أسس
 الرياضيات (2) . و الثاني للمنطقي البولوني لوكاشيفتش 1 . 5 . 22 نسق راسل و ايتهايد :
 اعتمد كل من راسل و ايتهايد ، في بناء نسقها المنطقي ، علي الأبجدية التالية :

المتغيرات :

– ق ، ك ، ل ،،

ب/ الرابطان الأوليان (4)

– رابط النفي .

– رابط الفصل غير الاستبعادي .

ب/ المعارف و هي :

– ق ← ك = تع ك ~ ق ∨ ك .

– ق ∨ ك = تع ~ (~ ق ~ ك) .

– ق ↔ ك = تع ~ (~ ق ∨ ك) ∧ (~ ك ∨ ق) (5)

(1.) ibidemi

(2) Alfred North Whitehead and Bertrand Russell. Principia Mathematica . pp . 11.12.13

(3.) Denis Vernat . op. cit. . p. 89

(4) الرابطان الأوليان الأوليان عند كواين هما : النفي و الوصل ، انظر الفقرة العاشرة (10) من كتابة :

- Quine Logique élémentaire . traduit par J . Largeault et B. Saint – Sernin . Jules Vrin . Paris

2^{ème} édition . 2006 . pp 58-60

(5) في الاصل كتبت : - ق ↔ ك = تع (~ ق ← ك) ∧ (~ ك ← ق) ، انظر

- Alfred North Whitehead and Bertrand Russell . Principia Mathematica . p 12

- الاستبدال , و يعني , يمكن أن نستبدل بالقضية (ق) في عبارة ما , قضية أخرى أو عبارة سليمة التكوين

Expression Bien formée (E.B.F) (ق~) أو (ق٨ ك) أو ((ق٨ك)←ك)

- الحذف , و يعني , إذا كانت لدي القضية (ق←ك)٨ق, فإنه بإمكاننا كتابة (ك) منفصلة عن (ق←ك)٨ق على أساس قاعدة إثبات المقدم يلزم عنه إثبات التالي

د/ المسلمات

و هي القضايا التي نطلق منها في عملية البرهنة , و هي عند راسل خمس :

- (ق٧ق)←ق , و تعني إذا كانت ق أو ق صادقة فإن ق صادقة.

- ك←(ق٧ك), و تعني إذا كانت ك صادقة , فإن ق أو ك صادقة

- (ق٧ك)←(ك٧ق), و تعني إذا كانت ق أو ك صادقة , فإن ك أو ق صادقة

- (ق٧ك)←((ك٧ل))←(ك٧ل) , و تعني إذا كان , إما إن ق صادقة أو ق أو ك صادقة , فإنه , إما إن ك صادقة , أو ق أو ك صادقة (1)

- (ق←ك)←((ق٧ك)←(ق٧ل)), و تعني إذا كانت ك شرط ل , فإن ق أو ك شرط ق اول ل (2)

و يمكن أن نتقدم خطوة فنعتبر عن ما سبق بصيغ رمزية

الروابط الأولية أو غير المعرفة , نرسم للفصل غير الاستبعادي ب : (٧) و للنفي ب : (~)

- المعارف:

نبدأ بترقيم القضايا التي سنستعملها في عملية البرهنة كمايلي:

1.01 ق ← ك ← تعحق ٧ك

و نرسم لتبديل المعرف بعلامة (x)

(1) هذه المسلمة برهن عليها لو كاشيفتش بواسطة المسلمات الأربع الأخرى , لذلك لا تذكر في كثير من المراجع المعاصرة

Ibid ; P 237 (2)

حساب القضايا غير المحللة

القواعد

قاعدة الاستبدال Regle de substitution و نكتبها $Q \sim Q$, و تقرأ : تبديل Q بنفي Q .

قاعدة الحذف Regle de détachement و نرمز إليها بخط أفقي (—) , بين رقم القضية التي هي شرط و رقم القضية

المشروطة مثل 2.05_ 2.06⁽¹⁾

المسلمات :

نرقم القضايا الاولية التي تتم عملية البرهنة على أساسها , و التي سميناها بالمسلمات , فنكتبها بصورة

متسلسلة كمايلي:

1.2 ($Q \vee Q$) ← Q

1.3 K ← $(Q \vee K)$.

1.4 $(Q \vee K)$ ← K (Q).

1.5 $(Q \vee (K \vee L))$ ← $(K \vee (Q \vee L))$

1.6 $((K \vee L))$ ← $((Q \vee L))$

و قبل الشروع في عملية بناء النسق , نوضح خطوات البرهنة على قضية ما بواسطة المثال التالي :

($Q \vee Q$) ← Q :

أول خطوة نقوم بها هي , اختيار المسلمة الأقرب إليها في البنية , فنختار هنا المسلمة المناسبة

و هي ($Q \vee Q$) ← Q , فنكتب :

1.2:

ثم نستعين بقاعدة الاستبدال فنستبدل بـ : ($Q \vee Q$) ← Q , و نعوضها في المسلمة ($Q \vee Q$) ← Q

فنحصل على :

- ($Q \vee Q$) ← Q .

(1)Robert Blanche . Introduction a la logique contemporaine . Armand Colin . Paris. 1968 p 79

نعبر عن هاتين الخطوتين رمزيا كما يلي :

- 1.2 ق/ق ~ ق

ثم نستعين بالتعريف رقم (1.01), فنحول مقدم القضية (ق~ق) ← ق, أي (ق~ق) ← ق, إلى عبارة

شرطية , فنحصل على : (ق ← ق) , و تصبح لدينا القضية الجديدة : (ق ← ق) ← ق

و نصبغ هذه الخطوات الثلاث رمزيا كالآتي :

- 1.2 ق/ق ~ ق × 1.01

نلاحظ أن القضية (ق ← ق) ← ق هي المطلوب , لذلك أصبحت من مبرهنات النسق , و نرقمها بدورها

فنكتب 2.02.

فنكتب الصيغة الرمزية النهائية , لعملية البرهنة , كمايلي

- 1.2 ق/ق ~ ق × 1.01 = 2.02

و تقرأ :

للبرهنه على القضية (ق ← ق) ← ق, انطلقنا من المسلمة الأولى (1.2), أي القضية (ق~ق) ← ق, ثم

استبدلنا بالقضية (ق) القضية (ق~ق), أي (ق/ق), فنتجت القضية (ق~ق) ← ق, ثم استعنا بالتعريف

1.01 , أي تحويل المقدم (ق~ق) من الصيغة الفصالية إلى الصيغة الشرطية (ق ← ق) , فنتجت لدينا

المبرهنة (ق ← ق) ← ق, و هي القضية المطلوب البرهنة عليها , و نعطيها الرقم = (2.02) و تصبح

تعرف بالمبرهنة⁽¹⁾ رقم (2.02)

يمكننا أن ننتقل إلى خطوة أكثر رمزية , بحيث نستغني عن اللغة الطبيعية , كما فعل برتراند راسل⁽²⁾ ,

و نعرض النسق بشكل صوراني Formalisé

ترجمها الاستاذ عبد الفتاح الديدي ب: احكام البداهه , هذا المصطلح لا يعبر بدقة عن معنى المفهوم في لغته الاصلية , و لاننا نقوم بعملية البرهنة

فالنتيجة المتوصل اليها تكون مما برهنا عليه , و من المعروف في لغة الرياضيات ان ما يبرهن عليه يسمى مبرهنة , انظر

أ.هـ. بيسون , د ج , أوكونر , المرجع السابق ص 111

(2) Alfred North Whitehead and Bertrand Russell. Principia Mathematica pp94-114

حساب القضايا غير المحللة

$\sim, \vee, \text{او} (AN)^{(1)}$

(/)

(-)

$$1.01 \text{ ق} \leftarrow \text{ك} = \text{تع} \sim \text{ق} \vee \text{ك} = \text{ANpq} = \text{Cpq}$$

$$1.2 (\text{ق} \vee \text{ق}) \text{ ق} = \text{CqApp}$$

$$1.3 \text{ك} \text{ ق} = (\text{ق} \vee \text{ك}) = \text{CqApp}$$

$$1.4 \text{ق} \vee \text{ك} \text{ ق} = (\text{ق} \vee \text{ك}) = \text{CApqAqp}$$

$$1.5 ((\text{ق} \vee \text{ك}) \vee (\text{ق} \vee \text{ل})) = \text{CApAqrAqApr}$$

$$1.6 ((\text{ك} \leftarrow \text{ل}) \text{ ق} \leftarrow (\text{ق} \vee \text{ك})) = \text{CCqpCApqApr}$$

المبرهنات (2)

$$2.01 (\text{ق} \leftarrow \text{ق}) \sim (\text{ق} \leftarrow \text{ق}) = \text{CCpNpNp}$$

$$- 1.2 \text{ ق} / \sim \text{ق} = 2.01 \text{ X} 1.01$$

$$2.02 \text{ك} \text{ ق} = (\text{ق} \leftarrow \text{ك}) = \text{CqApp}$$

$$- 1.3 \text{ ق} / \sim \text{ق} = 2.02 \text{ X} 1.01$$

$$2.03 (\text{ق} \leftarrow \sim \text{ك}) \text{ ق} = (\text{ك} \leftarrow \sim \text{ق}) = \text{CCpNqCqNp}$$

$$\text{X} 1.01 \text{ ق} / \sim \text{ق} , \text{ك} / \sim \text{ك} = 2.03 \text{ X} 1.01$$

(1) نستعين بالترميز البولوني , لأنه الأنسب للعرض الرمزي

(2) كل مبرهنة عبارة عن قضية تكرارية , و يمكن توضيح ذلك باستعمال طريقة جداول الصدق الكلاسيكية , و لناخذ

المبرهنة رقم 2.01 كمثال

$$(ق ← ق) \sim (ق ← ق)$$

$$0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1$$

$$0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1$$

$$1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0$$

$$1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0$$

$$CCpCqrCqCpr = (ق ← ق) \leftarrow (ك ← ك) \subset ((ق ← ل) \leftarrow ك) = 2.04$$

$$- 1.5 \text{ ، } ق / ق \sim ق ، ك / ك \sim ك = 2.40 \times$$

$$CCpCqrCqCpr = {}^{(1)}((ق ← ل) \leftarrow (ق ← ك)) \leftarrow ((ق ← ك) \leftarrow ك) \subset ((ق ← ل) \leftarrow ك) = 2.05$$

$$- 1.6 \text{ ، } ق / ق \sim ق = 2.40 \times 1.01$$

$$CCpCqrCqCpr = {}^{(1)}((ق ← ل) \leftarrow (ق ← ل)) \leftarrow ((ق ← ل) \leftarrow ك) \subset ((ق ← ل) \leftarrow ك) = 2.06$$

$$- 2.04 \text{ ، } ق / ك \leftarrow ل ، ل / ك \leftarrow ق ، ل / ق \leftarrow ل = 2.05 - 2.06 = {}^{(2)}$$

$$CpApp = (ق \vee ق) \subset ق = 2.07$$

(1) هذه المبرهنة نجدها في كتاب بهذه مكتوبة بهذه الطريقة :

$$CCpCqrCqCpr = 2.05$$

نلاحظ أن العبارة مكتوبة بصورة سليمة بالتنقيط البولوني ، لكنها فاسدة بتنقيط بيانو لسقوط رابط الشرط (\leftarrow) بين طرفي تالي القضية ($p \supset q, p \supset r$)، و يمكن إعادة كتابة القضية و فقا للأبجدية التي اتفقنا عليها ، كما يلي

$$[q \rightarrow r . \supset p \rightarrow q . \rightarrow . p \rightarrow r]$$

(2) قد يجد القاريء غير المتخصص صعوبة في فهم خطوات هذه العملية ، لذلك نفضل المسألة ، كما يلي

استعملنا المبرهنة رقم 2.04 ($ق \leftarrow (ك \leftarrow ل)$) \leftarrow ($ك \leftarrow (ق \leftarrow ل)$) ، لأن كل قضية

مبرهنة عليها تصبح من قضايا النسق التي يمكن استعمالها في عملية البرهنة

ثم استبدلنا : $ق / ك \leftarrow ل$ ، $ق \leftarrow ك$ ، $ل / ق \leftarrow ل$ ، فنتنتج :

$[(ق / ك \leftarrow ل) \leftarrow ((ك / ق \leftarrow ل) \leftarrow (ك \leftarrow ل))] \leftarrow ((ك \leftarrow ل) / (ق \leftarrow ل)) \leftarrow ل$ ($ق / ك$)

$\leftarrow (ل \leftarrow ل) / (ق \leftarrow ل)$.

$\leftarrow ((ك \leftarrow ل) \leftarrow (ق \leftarrow ل) \leftarrow (ك \leftarrow ل)) \leftarrow ((ك \leftarrow ل) \leftarrow (ق \leftarrow ل)) \leftarrow (ل \leftarrow ل)$

$[(ق \leftarrow ل)$

نلاحظ أن المقدم $[(ك \leftarrow ل) \leftarrow (ق \leftarrow ل) \leftarrow (ك \leftarrow ل)]$ هو نفسه المبرهنة رقم 2.05 ، نستعين بقاعدة

الحذف التي أعطيناها الرمز (-) ، فنحصل علي التالي :

$[(ق \leftarrow ل) \leftarrow ((ك \leftarrow ل) \leftarrow (ق \leftarrow ل))] \leftarrow (ق \leftarrow ل)$. أي المبرهنة رقم 2.06

حساب القضايا غير المحللة

- 1.3 , $ك / ق = 2.07$

$C_{pp} = (1) (ق \leftarrow ق) = 2.08$

- 2.05 , $ك / ق \vee ق / ل$, $ق / ق$, $2.08 _ 1.2 _ 1.2 = 2.06$

$AN_{pp} = (ق \vee ق) = 2.1$

- 2.08 , $2.1 = 1.01 \times$

$A_{pNp} = (ق \sim ق) = 2.11$

- 1.4 , $ق / ق \sim ق$, $ك / ق = 2.1 _ 2.11$

$C_{pNNp} = (ق \sim \sim ق) = 2.12$ (2)

- 2.11 , $ق / ق \sim ق = 2.12 \times 1.01$

$A_{pNNN} = (ق \sim \sim ق) \sim ق = 2.13$

(1) فصل المسألة كمايلي :

انطلقنا من المبرهنة رقم 2.05 [(ق ← ك) ← (ق ← ك)] , ثم استبدلنا :
ك / ق , و ل / ق , فتحصلنا على : [(ق ← ك / ق) ← (ق ← ك / ق)] ,
و عند حذف القضايا (ق)

و (ك) و (ل) , نحصل على العبارة [(ق ← ك / ق) ← (ق ← ك / ق)]
نلاحظ إن المقدم (ق ← ك / ق) هو نفسه المبرهنة رقم 2.07 , لذلك نستعين بقاعدة الحذف التي أعطيناها الرمز (-)
, فنحصل على التالي

[(ق ← ك / ق) ← (ق ← ك / ق)]

نلاحظ , ثانية ان المقدم (ق ← ك / ق) هو نفسه المبرهنة رقم 2.07 , نستعين بقاعدة الحذف التي أعطيناها الرمز
(-) , فنحصل في النهاية على القضية (ق ← ك) و هي المبرهنة رقم 2.08

كتب الأستاذ بلانشي في المرجع المذكور أنفا (ص 80) , هذه العبارة

" 2.05 - ك / ق , ل / ق = 2.07 - 2.08 "

لكن المسلمة رقم 1.2 , اي (ق ← ك / ق) , لا تؤدي اية وظيفة بل يجب تكرار المبرهنة 2.07 (ق ← ك / ق)
, مع تطبيق قاعدة الحذف مرتين , حتى نحصل على المبرهنة رقم 2.08 (ق ← ك)

(1) Robert Balanche . op . cit . p 80

(2) Robert Balanche . op . cit . pp. 79-80

1.6 , ك/ق , ل/~ (~~ ق) (1)

2.12 , ق/~ ق (2)

(1) 2.13 = 2.11 _ 2_ 1

2.5.2.2 نسق لوكاشيفتش

بني لوكاشيفتش سنة 1929 نسقه المنطقي (2) على روابط أولية و مبرهنات و مسلمات و تنقيط مختلف عن نسق

راسل (1) , مع الاحتفاظ بالمتغيرات و القواعد نفسها , و يمكن عرضه كمايلي

(1) Alfred North whitehead and Bertrand Russell . Principia Mathematica.p.101

(1)Jan LUKASIEWICZ la syllogistique d'Aristote du point de vue de la logique formelle moderne . pp.94-98

(2)Jan LUKASIEWICZ la syllogistique d'Aristote du point de vue de la logique formelle moderne . p.95

و هي التي ذكرها كل من :

-Quine . Méthdes de logique p 82

-philippe .Thiry .op. cit. p 54

لكن عند فيرنو وشونيك المسلمات الثلاثة هي

ق ← ك 1.1 ق

((ق ← ك) ← (ق ← ل)) 1.2 ق

ك ← ق 1.3 (~ ق ← ~ ك)

انظر

- Chenique Jean François.op .cit . p 97-Denis Vernant .op . cit p 92

نبرهن بنفس الطريقة , التي اعتمدها في نسق AN على كل مبرهنات نسق CN
 نلاحظ ان المسلمات التي انطلق منها راسل ليست هي نفسها التي انطلق منها لوكاشيفتش , و هذا يعني ان ما يعتبر مسلمة
 في نسق , يكون مجرد مبرهنة في نسق آخر , و يمكن تبين ذلك كمايلي:
 لدينا في نسق راسل , المسلمة رقم 1.3 (ك ← ق ∨ ك) , و نريد ان نبرهن عليها في نسق لوكاشيفتش
 نبدأ بوضع القضية المراد البرهنة عليها : (ك ← ق) ∨ (ك ← ق) ثم نأتي بالمسلمة التي تماثلها من حيث البنية لتسمح لنا بعملية
 البرهنة , و هي (ق ← ق) ∨ (ق ← ق) (1.02)
 نستبدل ق/ك

نعوضها في المسلمة (ق ← ق) ∨ (ق ← ق) , فنحصل على :

- (ك ← ق) ∨ (ك ← ق)

نستعين بالمعرفة : ق ∨ ك = ق ∨ ك

و نعوض القضية (ق ← ق) ∨ (ق ← ق) بالمعرف (ق ∨ ك) , فنحصل على :

(ك ← ق) ∨ (ك ← ق) و هو المطلوب

و يمكن عرض كل ذلك بشكل رمزي :

- (ك ← ق) ∨ (ك ← ق)

1.3 (ق ← ق) ∨ (ق ← ق)

ق/ك

(ك ← ق) ∨ (ق ← ق)

ق ∨ ك = ق ∨ ك

(ك ← ق) ∨ (ق ← ق)

هذا المسلمات وضعها سنة 1921 , في حين ان التي اعتمدها سنة 1934 , انظر

- Marc – Polycarpe Mutombo Matsumakia . op . cit . p 94

و هو المطلوب

و بهذا , تصبح القضية التي اعتبرناها في نسق راسل مسلمة , مجرد مبرهنة في نسق لوكاشيفتش
و الامر نفسه ينطبق على مسلمات لوكاشيفتش , اذ يمكن البرهنة عليها في نسق راسل , و يمكن توضيح ذلك , بالبرهنة
على المسلمة الثانية في نسق لوكاشيفتش 1.2 (\sim ق \leftarrow ق) \leftarrow ق CCNppp , فنكتب :

$$(\sim \text{ق} \leftarrow \text{ق}) \leftarrow \text{ق}$$

ننطلق من المسلمة التي تشبهها مبنى , و هي

$$1.2 \text{ (ق} \vee \text{ق) } \leftarrow \text{ق}$$

لدينا بالتعريف , $\text{ق} \leftarrow \text{ك} \equiv \text{ك} \sim \text{ق} \vee \text{ك}$. فنحصل على :

$$(\sim \text{ق} \leftarrow \text{ق}) \leftarrow \text{ق}$$

و هو المطلوب

و يمكن عرض كل ذلك بشكل رمزي

$$- (\sim \text{ق} \leftarrow \text{ق}) \leftarrow \text{ق}$$

$$1.3 \text{ (ق} \vee \text{ق) } \leftarrow \text{ق}$$

$\text{ق} \leftarrow \text{ك} \equiv \text{ك} \sim \text{ق} \vee \text{ك}$

$$(\sim \text{ق} \leftarrow \text{ق}) \leftarrow \text{ق}$$

و هو المطلوب

و بهذا , تصبح القضية التي في نسق راسل مسلمة , مجرد مبرهنة في نسق لوكاشيفتش

2.2.3.5 نسق نيكود (1)

جون نيكود Jean Nicod (1893-1924) رياضي و منطقي فرنسي من اصول سويسرية , اخذ المنطق عن راسل في

كامبريدج Cambridge من اهم اعماله المنطقية , ثلاثة كتب , الاول (1923) بعنوان , اختزال عدد القضايا الاولية في

المنطق " Une réduction "

و قد يقتصر المنطقي في بناء نسقه على مسلمة واحدة, و هذا ما قام به المنطقي نيكود , حيث اعتمد في تعريفه للروابط على رابط واحد هو رابط التنافر لشيفر (1), وعلى مسلمة واحدة , هي :

- {ق | ك} | {ر | ر} | {ر | ك} | ((ق | ر) | (ق | ر))

و قد أشاد راسل , في تقديمه الثاني لكتابه أسس الرياضيات , بهذا النسق , و اعتبره من أهم الأبحاث المنطقية في الأربع عشرة سنة الاخيرة (2) , التي سبقت الطبعة الثانية لأسس الرياضيات , بل كان من الأجدر أن لا تصدر هذه الطبعة الثانية , إلا أخذة بعين الاعتبار هذه الأعمال الجديدة (3).

لكن النسق لم يعرف انتشارا واسعا , على الرغم من أهميته , نظرا إلى التعقيدات التقنية الكبيرة التي تترتب عن تعريف باقي الروابط بواسطة التنافر , كما أشرنا الى ذلك في الملاحظة المذكورة في الفقرة , (2.2.7.1).

ملاحظة:

أهمية طريقة الأنساق المبهمة تكمن في أن القضايا المبرهن عليها تشكل نسقا متكاملا ننتقل فيه من المبرهنة رقم واحد إلى المبرهنة رقم ن , لكن كل قضية نبرهن عليها على حدا , و لا نحصل على النتيجة إلا بعد جهد مضني (4)

التمرين السابع عشر :

السؤال الاول :

du nombre de propositions primitives de la logique ,

بين فيه , كما يشير اليه العنوان , امكانية بناء نسق منطقي , انطلاقا من اولية واحدة , الثاني (1923) بعنوان , الهندسة

في العالم المحسوس , la géométrie dans le monde sensible , عالج فيه , العلاقة بين الهندسة و الادراك ,

باستعمال طرق رياضية و منطقية , و الثالث بعنوان , المسألة المنطقية للاستقراء le problème logique de

l'induction

انظر الفقرة : 2.2.7.1

(2) Alfred North Whitehead and Bertrand Russell. Principia Mathematica. pp. xviii- xix

(3) Denis Vernant . op.cit. p.103

(4) Marie-Louise Roure . op.cit. p.55

برهن على القضايا التالية بواسطة نسق A.N

$$(ق \leftarrow ك) \leftarrow (\sim ك \leftarrow \sim ق)$$

$$(ق \leftarrow ك) \leftarrow ((ك \leftarrow ل) \leftarrow (ق \leftarrow ل))$$

$$ج- (ق \wedge ك \leftarrow ل) \leftarrow ((ق \leftarrow ل) \vee (ك \leftarrow ل))$$

الحل : (1.17.4)

السؤال الثاني :

برهن على القضايا التالية بواسطة نسق C.N

$$ا - (ق \vee ك) \leftarrow (ك \vee ق)$$

$$ب - (ق \leftarrow ك) \leftarrow ((ق \vee ك) \leftarrow (ق \vee ل))$$

الحل : (2.17.4)

6.2.2 التقويم عن طريق الاستنباط الطبيعي

تقوم طريقة التقويم بواسطة الاستنباط الطبيعي Evaluation par déduction naturelle على لساس فرضيات نطلق

منها للوصول إلى نتيجة تصبح مستقلة عنها و يرجع الفضل في استعمال هذه الطريقة إلى المنطقي البولندي

ستانسلاو ليسنيفسكي⁽¹⁾ Stanislaw Lesniewski سنة 1916 , ثم صاغها في صورتها النسقية المنطقي الألماني

جيرهارد غانتزان⁽²⁾ هذه الطريقة في البرهنة اقرب إلى الحدس و الواقع من صياغة الصورانية التي نجدها في الطريقة

المبدة عند راسل وفريغو⁽³⁾ و يمكن توضيحها بالمثالي التالي :

لدينا القضية :

فيلسوف و منطقي و رياضي بولوبي معاصر (1886-1939) من مؤسسي مدرسة لفوف – فرسوفيا او المدرسة البولونية

في المنطق

غيرهارد غانتزان Gerhard Gentzen (1945-1909)

Gerhard Gentzen Recherches sur la déduction logique . traduit de l'Allemand par R.Feys et J.

ladrière . P.U.F . 1955 .p. 04

أ(ب ٨ د) ← (أ ب ٧) ٨ (أ ٧ د)

نبرهن عليها كما يلي :

نفترض أن (أ) صادقة أو أن (ب ٨ د) صادقة , فينتج :

الحالة الأولى :

إذا كانت (أ) صادقة فغن (أ ب ٧) صادقة و (أ ٧ د) صادقة أيضا , لام الفصل غير الاستبعادي يصدق في حالة صدق

أحد الطرفين , إذا (أ ب ٧) ٨ (أ ٧ د) صادقة , لان الوصل يصدق في حالة صدق الطرفين معا

- الحالة الثانية

إذا كانت (ب ٨ د صادقة و ما دامت (د) فان (أ ٧ د) صادقة أيضا , إذا (أ ب ٧) ٨ (أ ٧ د) صادقة , و بالتالي

نقول : أن (أ ب ٧) ٨ (أ ٧ د) مشتقة من أ (ب ٨ د) . و من ثم لدينا القضية :

- (أ ب ٧) ٨ (أ ٧ د) ← (أ ب ٧) ٨ (أ ٧ د) صادقة (1)

ما يميز هذه طريقة اشتقاق النتيجة مباشرة من مجموعة من الفرضيات , أما في نسق راسل فان النتيجة تشتق من مجموعة

من المسلمات , و عدد محدد من إجراءات الاستنباط , و يمكن أن نزيد الفكرة وضوحا , بواسطة مثال , من اللغة الطبيعية

, ببين لنا الطريقة التي تتم بها عملية الاستنباط الطبيعي , و هو قريب من الكيفية التي تتم بها عملية الاستدلال في حياتنا

اليومية

- إذا تلبدت السماء فلن يتكون الجليد , و إذا لم يتكون الجليد فانه يمكن أن نبقى الكلب ليلا خارج البيت , لكن السماء ملبدة

بالغيوم , إذا بإمكاننا الإبقاء على الكلب خارج البيت (2)

نحصي أولا القضايا البسيطة , و نعبر عنها بواسطة متغيرات :

Ibid . pp 17 -18

Jean – Blaise Grize . op . cit . p 05

- السماء ملبدة بالغيوم = (ق)
- لن يتكون الجليد = (ك)
- بإمكان الكلب البقاء في الخارج = (ل)
- نحصى القضايا البسيطة و المركبة , كما يلي :
- إذا تلبدت السماء , فلن يتكون الجليد = (ق ← ك)
- إذا لم يتكون الجليد , فانه يمكن أن نبقى الكلب ليلا خارج البيت = (ك ← ل)
- لكن السماء ملبدة بالغيوم = (ق)
- بإمكاننا الإبقاء على الكلب خارج البيت = (ل)
- يمكن صياغة المثال السابق كما يلي :
- إذا كانت (ق) فإن (ك) , و إذا كانت (ك) فإن (ل) , لكن (ق) , اذا (ل)
- و يمكن أن نتقدم خطوة أخرى , فنعبر عنها رمزيا , كما يلي
- 1 - إذا كانت (ق) فان (ك) , و إذا كانت (ك) فان (ل)
- 2 - ق
- _____
- 3- ل

بحيث تمثل القضايا (1 , 2) فرضيات الاستنباط Hypothèses de la déduction و القضية (3) النتيجة , أما الخط الأفقي , العارضة , الذي يفصل بين الفرضيات و النتيجة , فيعبر عن اللفظ " إذا " (1)

و بناء على المثالين السابقين يمكن أن نضع مجموعة من القواعد التي تيرر كل خطوة نقوم في عملية البرهنة , هذه القواعد بعضها عام , و يتعلق الأمر بقاعدة الفرضية و التكرار و التعريف , و البعض الآخر مرتبط بالخصائص المنطقية للروابط و هي نوعان :

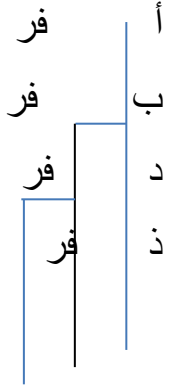
- قواعد الإدخال (+) Règle d'introduction

و قواعد الحذف (—) Règle d'élimination

و سنستعين بمتغيرات (أ , ب , د , ذ ,) للتعبير عن هذه القواعد

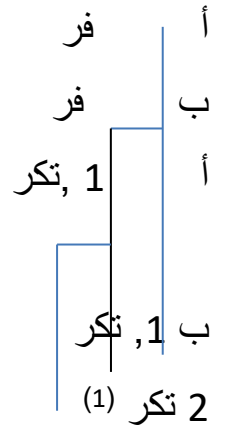
قاعدة الفرضية : Règle d'hypothèse :

و تعني , انه بإمكاننا إدخال فرضية , أو مجموعة من الفرضيات في أية مرحلة من مراحل الاستنباط , و نختزلها في الحرفين فر (hyp) بشرط أن نشير إلى ذلك بخط عمودي على اليمين و عارضة , و يمكن توضيح ذلك كما يلي :



- قاعدة التكرار : Règle de répétition :

و تعني , انه بإمكاننا إعادة كتابة القضية مرات عديدة في الاستنباط شرط أن نحافظ على نفس القيمة , و نشير إليها بخط عمودي على يسار الصيغ , و نختزلها في الأحرف تكرر (rep)



- قاعدة التكرار بالتعريف Règle de répétition par définition

و تعني انه بإمكاننا إعادة كتابة قضية , و ذلك بتعريفها في الاستنباط , و نختزلها في الأحرف تكرر تع (repdf)

1- أ ← ب فر

2- ~ أ ∨ ب تكرر تع

قاعدة إدخال النفي (\sim^+) : Règle d'introduction de la négation :

و تعني , إذا كانت القضية (أ) تسمح باشتقاق (ب) و (\sim ب) , فانه بإمكاننا استنباط (\sim ب) , و نكتب : (\sim^+)

1- أ

2- ب

3- \sim ب

4- \sim^+ أ

- قاعدة نفي إدخال النفي (\sim^+) : Règle d'élimination de la négation:

و تعني أن ($\sim \sim$ أ) هي نفسها (أ) , و نكتب :

1- $\sim \sim$ أ

2- أ ($\sim \sim$)

- قاعدة إدخال الوصل (\wedge^+) : Règle d'introduction de la conjonction:

و تعني , إذا كانت القضية (أ) صادقة و القضية (ب) صادقة , فإن القضية (أ \wedge ب)

صادقة أيضا , و منها القاعدة (\wedge^+)

1- أ

2- ب

3- أ \wedge ب (\wedge^+)

- قاعدة حذف الوصل (\wedge^-) : Règle d'élimination de la conjonction

و تعني , إذا كانت القضية (أ \wedge ب) صادقة , فإن (أ) صادقة , و (ب) صادقة , و منها القاعدة (\wedge^-) :

1- أ \wedge ب

2 - أ (\neg)

1 - أ ب

2- ب (\neg)

- قاعدة إدخال الفصل (\vee^+) : Règle d'introduction de la disjonction:

و تعني , إذا كانت القضية (أ) صادقة , فإن القضية (أ \vee ب) صادقة أيضا , سواء كانت القضية (ب) صادقة أو كاذبة , ومنها القاعدة (\vee^+):

1- أ

2- ب

3- أ ب (\vee^+)

- قاعدة حذف الفصل (\vee^-) : Règle d'élimination de la disjonction:

و تعني إذا كانت القضية (أ \vee ب) صادقة و كان كل طرف يوصلنا إلى نفس النتيجة . فإننا نستطيع إن نستنبط هذه الأخيرة , و منها القاعدة (\vee^-)

1 - أ ب

2 - د (\vee^-)

- قاعدة إدخال الشرط (\leftarrow^+) : Règle d'introduction du conditionnel:

و تعني انطلاقا من مقدمتين (أ) و (ب) , يحق لنا أن ندخل رابط الشرط , فنكتب (أ \leftarrow ب) , و منها القاعدة (\leftarrow^+)

1- أ

2- ب

3- أ \leftarrow ب (\leftarrow^+)

- قاعدة حذف الشرط (\leftarrow^-) : Règle d'élimination du conditionnel:

و تعني , انطلاقا من مقدمتين (أ) و (أ \leftarrow ب) , يحق لنا أن نكتب النتيجة (ب) , أثبات المقدم يلزم عنه إثبات التالي , و منها القاعدة (\leftarrow^-):

1 - أ \leftarrow ب

2 - أ

3 - ب (← -)⁽¹⁾

نكتفي بهذا القدر من القواعد , لنبين الكيفية التي تتم بها عملية الاستنباط أو البرهنة , و لنبدأ بالمثال الذي انطلقنا منه ,
[(ق ← ك) ∧ (ك ← ل)] ∧ (ق) ← [(ل)] , فنكتب :

(1) Gerhard Gentzen .p 22

ا / (ق ← ك) , (ك ← ل) , ق + ل

-1 ق ← ك فر

-2 ك ← ل فر

-3 ق فر

-4 ك ← 3-1 , ←

-5 ل ← 4-2 , (1) ←

ب / ((ق ← ك) ∧ ق) ← ك) و هو قانون منطقي يعبر عنه في المنطق التقليدي بإثبات المقدم يلزم عنه اثبات التالي ,

نكتب :

(ق ← ك) + ((ق ← ك) ∧ ق)

-1 (ق ← ك) ∧ ق فر

-2 ق ← ك ← 1 , 1

-3 ق ← 1 , 1

-4 ك ← 3-2 , ←

- التمرين الثامن عشر :

برهن على ما يلي باستعمال الاستنباط الطبيعي

ا - (ق ← ك) ∧ (ك ~ 1) ← ~ ق

ب - [(ق ← ك) ∧ (ك ← ل)] ← ل

ج - (ق ← ك) ← (ك ← ق)

الحل (18.4)

(1) نكتفي هنا بأبسط صور الاستنباط الطبيعي , أي خط عمودي واحد ,

3 . الوظيفة الفلسفية للحساب المنطقي

قلنا عند تعريفنا للحساب المنطقي (1.2) : أن الغرض منه , ليس التحقق من العلاقات المنطقية بين القضايا فقط , مثل
[[(ق → ك) ≡ ((ق ← ك) ∧ (ك ← ق))] , بل يتجاوزة الى حساب مدى تناسق مجموعة من القضايا ,
مثل المجموعة α

$$\alpha - 1 - (ق ← ك)$$

$$\alpha - 2 - (ق \sim \neg ك)$$

$$\alpha - 3 - (ك \sim \neg ق)$$

و تقويم الاستدلالات المختلفة , لحل المسألة التالية : ما هي الاستدلالات الصحيحة , بغض النظر عن بنية الأحكام التي
تؤلفها (1) , مثل

$$(1) ق ← ك$$

$$(2) \sim (ق \sim \neg ك)$$

$$(3) \sim ق \sim \neg ك$$

$$(4) ق ← ك$$

أن أهمية هذا الحساب — المجموعة أو الاستدلال — من الناحية الفلسفية , تكمن في تحليل النصوص الفلسفية و حسابها
منطقيا , قصد معرفة مدى اتساق القضايا الواردة فيها , أو صحة الاستدلالات المستعملة , و هنا تبرز علاقة الحساب
المنطقي بميدان الفلسفة , و هذا ما سنبينه في الفقرات الآتية

(1) Chenique Jean François . op. cit. p 19

1.3 تقويم مجموعة من القضايا

الغرض من تقويم مجموعة من القضايا هو معرفة مدى اتساقها فيما بينها , باعتبارها وحدة متصلة , لا كوحدات مستقلة عن Inconsistente فيما بينها , أو غير متسقة Consistente بعضها وبعد عملية التقويم , إما أن تكون المجموعة متسقة , ثم ننتقل إلي تحليل نصوص فلسفية مكتوبة Langage Formel و قصد توضيح ذلك , نعرض ذلك أولا باللغة الرمزية باللغة الطبيعية , مستعينين في عملية التقويم بطريقة جداول الصدق الكلاسيكية , ثم بطريقة الشجيرات

1.1.3 تقويم مجموعة من القضايا المكتوبة باللغة الرمزية

يمكن توضيح خطوات التقويم , بواسطة الأمثلة الثلاثة التالية:

$$\alpha = \text{ا} - \text{ق} \leftarrow \text{ك}$$

$$\text{ب} - \sim (\text{ق} \sim \text{ا} \sim \text{ك})$$

$$\text{ج} - \sim \text{ك} \vee \text{ق}$$

$$\delta - \text{ا} / ((\text{ق} \leftarrow \text{ك}) (\text{ك} \sim \text{ا})) \leftarrow \sim \text{ق}$$

$$\text{ب} / ((\text{ق} \leftarrow \text{ك}) (\text{ا} \vee \text{ق})) \leftarrow \text{ك}$$

$$\text{ج} / (\text{ق} \vee \text{ق}) \leftarrow \text{ق}$$

$$\omega - \text{ا} / \text{ق} \leftarrow \text{ك}$$

$$\text{ب} / \text{ق} \sim \text{ا} \sim \text{ك}$$

$$\text{ج} / \sim \text{ك} \vee \text{ق}$$

1.1.1.3 التقويم عن طريق جداول الصدق المختصرة :

تقوم طريقة التقويم بجدول الصدق الكلاسيكية على أساس البحث عن قيم الصدق المشتركة بين قضايا المجموعة , أي التي تجعل القضايا الثلاثة صادقة معا , فإن وجدت قيمة واحدة تحققها , نعتبر المجموعة (α) متسقة , وإلا فهي غير متسقة , و من اجل ذلك نقوم بالتحقق من كل حالات الصدق الممكنة , كما يلي :

ماهي القيم التي تحقق المجموعة (α) ؟

$$\alpha = \text{ا} - \text{ق} \leftarrow \text{ك}$$

$$\text{ب} - \sim (\text{ق} \sim \text{ا} \sim \text{ك})$$

$$\text{ج} - \sim \text{ك} \vee \text{ق}$$

الحالة الاولى , ق- 1 , ك- 1

$$\text{أ} - \text{ق} \leftarrow \text{ك}$$

$$1 \quad 1$$

$$1$$

$$\text{ب} - \sim (\text{ق} \sim \text{ا} \sim \text{ك})$$

$$0 \quad 1$$

0	1
ج - (~ ك ∨ ق)	
1	0
1	

نلاحظ أن المجموعة متحققة بالنسبة إلى القيم (ق - 1 , ك - 1)

نلاحظ أن القيم (ق - 1 , ك - 1) تحقق المجموعة (α) لأن القضايا الثلاثة (أ) و (ج) و (ب) , صادقة و مادامت المجموعة (α) متحققة فهي متسقة , لأنه يكفي أن تكون المجموعة متحققة في حالة واحدة فقط لتعتبر متسقة

$$\delta - / ((ق \leftarrow ك) \wedge (ك \sim \delta)) \leftarrow \sim ق$$

$$ب / ((ق \leftarrow ك) \wedge (ق \wedge ك)) \leftarrow ك$$

$$ج / (ق \vee ق) \leftarrow ق .$$

الحالة الولي , ق - 1 , ك - 1

$$\delta - / ((ق \leftarrow ك) \wedge (ك \sim \delta)) \leftarrow \sim ق$$

$$0 \quad 0 \quad 1 \quad 1$$

$$0 \quad 0 \quad 1$$

$$0 \quad 0$$

$$1$$

$$ب / ((ق \leftarrow ك) \wedge (ق \wedge ك)) \leftarrow ك$$

$$1 \quad 1 \quad 1 \quad 1$$

$$1 \quad 1 \quad 1$$

$$1 \quad 1$$

$$1$$

$$ج / (ق \vee ق) \leftarrow ق$$

$$1 \quad 1 \quad 1$$

$$1 \quad 1$$

$$1$$

نلاحظ أن القيم (ق - 1 , ك - 1) تحقق المجموعة (δ) لأن القضايا الثلاثة (أ) و (ج) و (ب) صادقة معا , و ما

دامت المجموعة (δ) متحققة فهي متسقة , و لأنه يكفي أن تكون المجموعة متحققة في حالة واحدة فقط , لتعتبر متسقة

و أما إذا لم تصدق عبارات المجموعة معا , و لو مرة واحدة , فهي غير متسقة , و المثال التالي يوضح ذلك

لدينا المجموعة ω بحيث :

$$\omega = / ق \leftarrow ك$$

ب/ ق \sim ٨ ~ ك

ج/ ك \sim ٧ ق

ماهي القيم التي تحقق المجموعة (w) ؟

الحالة الاولى , ق=1 , ك= 1

ا - ق \leftarrow ك

1 1

1

ب- ق \sim ٨ ~ ك

0 1

0

ج- ك \sim ٧ ق

1 0

1

نلاحظ أن القيم (ق=1 , ك=1) لا تحقق القضايا الثلاث لأنها صادقة بالنسبة إلى (أ) و (ج) فقط , أما بالنسبة إلى (ب)

فإنها كاذبة

الحالة الثانية , ق=1 , ك=0

ا- ق \leftarrow ك

0 1

0

ب- ق \sim ٨ ~ ك

1 1

1

ج- ك \sim ٧ ق

1 1

1

نلاحظ أن القيم (ق=1 , ك=0) لا تحقق القضايا الثلاث لأنها صادقة بالنسبة إلى (أ) و (ج) , و كاذبة بالنسبة إلى (ب)

الحالة الثانية , ق=0 , ك= 1

ا- ق \leftarrow ك

1 0

1

ب- ق ٨ ~ ك

0 0

0

ج- ~ ك ٧ ق

0 0

0

نلاحظ أن القيم (ق=0, ك=1) لا تحقق القضايا الثلاث لأنها صادقة بالنسبة إلى القضية (أ) , و كاذبة بالنسبة إلى القضيتين

(أ) و (ج)

الحالة الرابعة , ق=0, ك=0

ا- ق ← ك

0 0

1

ب- ق ٨ ~ ك

1 0

0

ج- (~ ك ٧ ق)

0 1

1

نلاحظ أن القيم (ق=0, ك=0) لا تحقق القضايا الثلاث لأنها صادقة بالنسبة إلى القضيتين (أ) و (ج) , و كاذبة بالنسبة إلى

القضية (ب)

و مادامت القضايا (أ) و (ب) و (ج) لم تصدق و لو مرة واحدة معا , أي لم تتحقق و لو مرة واحدة على الأقل , فإن المجموعة

(ω) غير متسقة

2.1.1.3 التقويم عن طريق الشجيرات :

نستطيع حساب , تقويم , المجموعات السابقة (α , δ , ω) , باستعمال طريقة التحليل الشجري , و يكفي بقاء غصن واحد

على الأقل مفتوحا لتكون المجموعة متسقة , و يمكن توضيح ذلك كما يلي :

ا- α = (ق ← ك)

ب- (~ (ق ٨ ~ ك)

ج - ~ ك ٧ ق

1- نرتب القضايا عموديا : ق ← ك

ا
~ (ق ٨ ك)

ا
~ ك ٧ ق

2- نحلل القضايا إلى أغصان :

ق ← ك
ا

~ (ق ٨ ك)
ا

~ ك ٧ ق

ق ~ ك

ك ~ ق

ق ~ ك

نلاحظ انه توجد أغصان مفتوحة و أخرى مغلقة و في هذه الحالة فان المجموعة تعتبر متنسقة , إذ يكفي بقاء غصن واحد

على الأقل مفتوحا لكي تكون المجموعة متنسقة

δ = ا / ق ← ك

ب / ~ (ق ٨ ك)

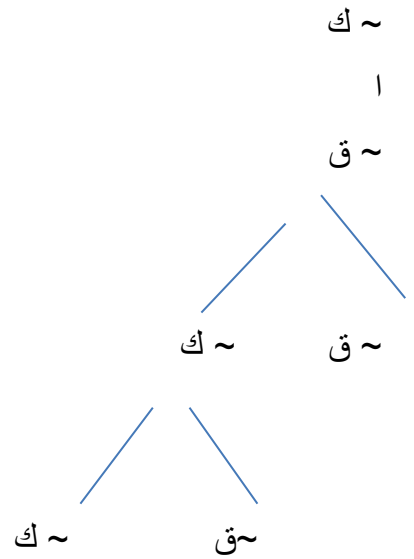
ج / ~ (ك ٧ ق)

ق ← ك

ا
~ (ق ٨ ك)

ا
~ (ك ٧ ق)

ا



نلاحظ أن كل الفروع مفتوحة , المجموعة (δ) إذا متسقة

$$a = (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$$

$$b = (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$$

$$c = (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow q)$$

$$d = (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$$

a

$$b = (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$$

a

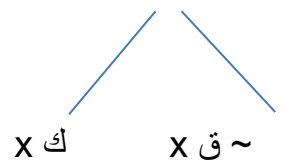
$$c = (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow q)$$

a

q

a

$$d = (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$$



نلاحظ أن كل الفروع مغلقة , إذا المجموعة ω غير متسقة

التمرين التاسع عشر

إليك المجموعات التالية

$$a = (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$$

$$b = (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$$

$$c = (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow q)$$

$$\beta = \text{ا} / \text{ب} \left(\text{ب} \leftarrow \text{ا} \right)$$

$$\text{ب} / \text{ا} \left(\text{ا} \leftarrow \text{ب} \right) \wedge \left(\text{ا} \leftarrow \text{ب} \right)$$

$$\text{ج} / \sim \left(\left(\text{ا} \vee \text{ب} \right) \left(\text{ا} \leftarrow \text{ب} \right) \right)$$

$$\pi = \text{ا} / \left(\text{ا} \vee \text{ب} \right)$$

$$\text{ب} / \sim \left(\sim \left(\text{ا} \leftarrow \text{ب} \right) \left(\text{ا} \leftarrow \text{ب} \right) \right)$$

$$\text{ج} / \left(\text{ا} \vee \text{ب} \right) \wedge \left(\sim \left(\text{ا} \leftarrow \text{ب} \right) \right)$$

تحقق من اتساقها او عدم اتساقها باستعمال

الجدول المختصرة (الحل 1.19.4)

التحليل الشجري (الحل 2.19.4)

2.1.3 تقويم مجموعة من القضايا المكتوبة باللغة الطبيعية :

يمكن استعمال هذا الحساب في تقويم النصوص الفلسفية , قصد معرفة ما إذا كانت منطقية أم إنها لا منطقية , فتكون أمام دارس النصوص الفلسفية المختلفة , أداة تساعده على تحليلها لتفادي الوقوع في المغالطات *paralogismes* و هو الغرض الذي قصده المنطقيون عبر العصور , من خلال الربط بين علم المنطق و الفلسفة , يقول الفارابي : فينبغي الآن أن نقول في الأمكنة التي فيها يغلط الناصر في الشيء , و في الأمور التي شأنها أن تزيل الذهن عن الصواب من كل ما يطلب إدراكه , و بخيل الباطل في صورة الحق , و تلبس على الإنسان موضع الباطل فيما يقصد علمه , فيقع فيه من حيث لا يشعر , و هذه بأعيانها هي التي بها يمكن أن يغالط الإنسان من يخاطبه , حتى إن كان مخاطبا أو ملزما أو هم انه طالب و تسلم من غير أن يكون طالب و تسلم , و بها يوهم انه ألزم و عاند من غير أن يكون سلم أو دافع من غير أن يكون قد دافع في الحقيقة فإنها إذا تبينت لنا , لم يخف علينا كيف الوجه في التحرز منها عند النظر , غما فيما بيننا و بين أنفسنا و أما فيما بيننا و بين غيرنا (1)

(1) الفارابي , الجمع المنطقية الثمانية (المنطق عند الفارابي) , ج 2 , حققه رفيع العجم , دار المشرق , بيروت , 1989

لذلك فان الغرض من تقويم مجموعة من القضايا المكتوبة باللغة الطبيعية هو معرفة مدى انسجام مجموعة من الجمل , من حيث المعنى , داخل النص , و بعد التحليل , إذا احتوت الشجرة على فرع واحد على الأقل مفتوحا , فان هذا يعني أن النص متجانس , أي أن جملة متصلة فيما بينها و أما إذا كانت الأغصان كلها مغلقة فان هذا يعني أن النص يحتوي على جمل متناقضة , أي جمل منفصلة و متعارضة , و هذا يعني انه لا يمكن مواصلة الحديث , و من ثم فالنص غير متسق و يمكن توضيح ذلك بالمثالين التاليين :

النص الأول

و على الرغم من أن هذا الكتاب يتناول المذاهب الفلسفية و التفكير العلمي فان مؤلفه لم يفترض في القارئ معرفة بالاصطلاحات الفنية للموضوع الذي يعالجه فهو يتضمن على الدوام شرحا للمفاهيم و النظريات الفلسفية , يسير جنبا إلى جنب مع ما يوجه إليها من نقد , و مع أن الكتاب يبحث في التحليل المنطقي للرياضة و الفيزياء الحديثين فانه لا يفترض في القارئ أن يكون رياضيا أو فيزيائيا فان كان لدى القارئ من حسن السليم ما يكفي يبعث فيه الرغبة في أن يعرف أكثر مما يمكن أن يعرفه بالحسن السليم وحده فانه يكون قادرا على تتبع مناقشات هذا الكتاب (1)

لحساب نص فلسفي تتبع الخطوات التالية (2)

1- نبدأ باستخراج القضايا البسيطة منه و هي :

- هذا الكتاب يتناول المذاهب الفلسفية
- هذا الكتاب يتناول التفكير العلمي
- مؤلفة لم يفترض في القارئ معرفة بالاصطلاحات الفنية للموضوع الذي يعالجه
- يتضمن على الدوام شرحا للمفاهيم
- و يتضمن على الدوام شرحا للنظريات الفلسفية
- يسير جنبا إلى جنب مع ما يوجه إليها من نقد

(1) هانز ريشنباخ نشأة الفلسفة العلمية ترجمة فؤاد زكرياء , دار الكتاب العربي للطباعة و النشر القاهرة 1968 ص 13

(2)françois Rivenc. Op . cit . p 122

- الكتاب يبحث في التحليل المنطقي للرياضة الحديثة
- الكتاب يبحث في التحليل المنطقي للفيزياء الحديثة
- لا يفترض في القارئ أن يكون رياضيا
- لا يفترض في القارئ أن يكون فيزيائيا
- لدى القارئ من الحس السليم ما يكفي
- يبعث فيه الرغبة في أن يعرف أكثر مما يمكن أن يعرفه بالحس السليم وحده
- يكون قادرا على تتبع مناقشات هذا الكتاب (1)
- 2- نرسم لكل قضية بمتغير قسوي , كما يلي :
- و على الرغم من أن هذا الكتاب يتناول المذاهب الفلسفية = (ق)
- و على الرغم من أن هذا الكتاب يتناول التفكير العلمي = (ك)
- مؤلفة لم يفترض في القارئ معرفة بالاصطلاحات الفنية للموضوع الذي يعالجه = (ل)
- يتضمن على الدوام شرحا للمفاهيم = (ط)
- و يتضمن على الدوام شرحا للنظريات الفلسفية = (ظ)
- يسير جنبا إلى جنب مع ما يوجه إليها من نقد = (د)
- الكتاب يبحث في التحليل المنطقي للرياضة الحديثة = (ذ)
- الكتاب يبحث في التحليل المنطقي للفيزياء الحديثة = (ن)
- لا يفترض في القارئ أن يكون رياضيا = (هـ)
- لا يفترض في القارئ أن يكون فيزيائيا = (و)
- لدى القارئ من الحس السليم ما يكفي = (ر)
- يبعث فيه الرغبة في أن يعرف أكثر مما يمكن أن يعرفه بالحس السليم وحده = (ز)

(1) يجب الانتباه إلى أن عملية نقل النص من اللغة الطبيعية إلى اللغة الرمزية تتوقف على فهمنا للنص , و من ثم قد يحصل اختلاف في هذه العملية , كما هو الحال عند ترجمة النص من لغة طبيعية إلى لغة طبيعية أخرى و ذلك بتأثير عامل التأويل

- يكون قادرا على تتبع مناقشات هذا الكتاب = (ي)

3- نعوض القضايا المركبة في النص بهذه المتغيرات مع الروابط المنطقية الموجودة , فنحصل على الصيغ الرمزية التالية

- و على الرغم من أن هذا الكتاب يتناول المذاهب الفلسفية و التفكير العلمي , فان مؤلفه لم يفترض في القارئ معرفة

بالاصطلاحات الفنية للموضوع الذي يعالجه = (ق ٨ ك) ← ل

- فهو يتضمن على الدوام شرحا للمفاهيم و النظريات الفلسفية , يسير جنبا الى جنب مع ما يوجه اليها من نقد

= (ط ٨ ظ) د

- و مع أن الكتاب يبحث في التحليل المنطقي للرياضة و الفيزياء الحديثين , فانه لا يفترض في القارئ ان يكون رياضيا

أو فيزيائيا = (ذ ٨ ن) ← (هـ ٧ و)

- فإن كان لدى القارئ من الحس السليم ما يكفي يبعث فيه الرغبة في ان يعرف اكثر مما يمكن ان يعرفه بالحس السليم

وحده , فإنه يكون قادرا على تتبع مناقشات هذا الكتاب = (ر ← ز) ← ي

4- ننقل النص من اللغة الطبيعية إلى اللغة الرمزية , فنحصل على البنية المنطقية التالية :

- (ق ٨ ك) ← ل

- (ط ٨ ظ) د

- (ذ ٨ ن) ← (هـ ٧ و)

- (ر ← ز) ← ي

5- نرتب القضايا عموديا , فنحصل على :

(ق ٨ ك) ← ل

ا

(ط ٨ ظ) د

ا

(ذ ٨ ن) ← (هـ ٧ و)

ا

(ر ← ز) ← ي

6 - ثم نشرع في عملية التحليل :

1 - (ق ٨ ك) ← ل .

ا

2 - (ط ٨ ظ) د .

ا

3 - (ذ ٨ ن) ← (هـ ٧ و) .

ا

4 - (ر ← ز) ← ي .

ا

5 - ط . من 2

ا

6 - ظ . من 2

ا

7 - د . من 2



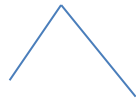
8 - ر ي من 4

ا

9 - ز ~ من 4



10 - ل (ق ٨ ك) ~ من 1



11 - ق ~ ك ~ من 1



12 - (ذ ٨ ن) ~ هـ و من 3



13 - ذ ~ ن ~ هـ و من 3

نلاحظ أن كل الأغصان مفتوح ، فالنص اذا متسق .

النص الثاني :

و منها أنه يغلط في اللازم فيوهم فيما ليس بلازم عن القول أنه ، مثل قولنا :

زيد إنسان و زيد ليس بعمر ، و عمر إنسان فإذا من هو ليس بإنسان (1)

1 – نبدأ باستخراج القضايا البسيطة ، و هي :

– يغلط في الازم .

– يوهم فيما ليس بلازم عن القول أنه لازم .

– زيد إنسان .

– زيد إنسان .

– عمرو إنسان .

– من هو إنسان ليس بإنسان .

2– نرزم لكل قضية بمتغير قضوي ، كما يلي :

– يغلط في الازم (ق) .

– يوهم فيما ليس بلازم عن القول أنه لازم = (ك) .

– زيد إنسان = (ل) .

– زيد ليس بعمر = (م) .

– عمر إنسان = (ن) .

– من هو إنسان ليس بإنسان = (ي) .

3 – نعوض القضايا المركبة في النص بهذه المتغيرات مع الروابط المنطقية الموجودة ،

فنحصل علي الصيغ الرمزية التالية :

– و منها أنه يغلط في اللازم فيوهم فيما ليس بلازم عن القول أنه لازم = (ق ← ك) .

– مثل قولنا زيد إنسان و زيد ليس بعمر ، و عمرو إنسان = (ل ٨ م) ٨ ن .

– من هو إنسان ليس بإنسان = ل ~ ٨ م .

(1) الفارابي ، المرجع السابق ، ص . 140 (120 A)

4- ننقل النص من اللغة الطبيعية إلى اللغة الرمزية , فنحصل على البنية المنطقية التالية :

(ق ← ك)

(ل ٨ م) ٨ ن

(ل ٨ ~ م)

5 - نرتب القضايا عموديا , فنحصل على

(ق ← ك)

ا

(ل ٨ م) ٨ ن

ا

(ل ٨ ~ م)

6- ثم نبدأ في عملية التفرع , كما يلي :

1- (ق ← ك)

ا

2- (ل ٨ م) ٨ ن

ا

3- (ل ٨ ~ م)

ا

4- من 2 ل

ا

5- من 2 م

ا

6- من 2 ن

ا

8- من 3 ل

ا

9- من 3 ~ م X

نلاحظ أن كل العمود مغلق , إذا النص غير متسق

التمرين العشرون :

تحقق من اتساق او عدم اتساق النصين , بتحويلهما الى اللغة الرمزية لحساب القضايا , و باستعمال طريقة التحليل الشجري النص الاول :

" ان كان ما يدل عليه قولنا ضعف هو ما يدل عليه قولنا ضعف النصف , لان الضعف انما هو ضعف للنصف , و كان النصف ضعفا , فالضعف ضعف , و انما ان يقول ان الضعف ليس هو ضعفا للنصف"(1)

النص الثاني

"اذا كان التشريع السائد يستمد احكامه من منظومة القيم السائدة في المجتمع فان هذا الاخير يكون منسجما و اذا كان القاضي عادلا , فان المجتمع يكون مستقرا , لكن المجتمع ليس منسجما و ليس مستقرا , اذا , التشريع السائد يستمد احكامه من منظومة القيم السائدة في المجتمع"

2.3 تقويم الاستدلال

الغرض من الحساب المنطقي هنا يختلف عن حساب القضية و حساب المجموعة , لان الاول يهدف الى معرفة هل القضية تكرارية ام متناقضة ام عرضية ؟ و غرض الثاني معرفة هل المجموعة متسقة ام غير متسقة ؟ اما الهدف من تقويم الاستدلال Evaluation d'un raisonnement فهو معرفة ما اذا كانت بنية المنطقية صحيحة ام ليست صحيحة ؟ و بتعبير آخر هل النتيجة تلزم عن المقدمات ام لا ؟ و بالتالي معرفة صحيح الاستدلال من فاسده , و يمكن توضيح ذلك بالمثال التالي

لدينا الاستدلال المؤلف من المقدمات

(1) ابن رشد تلخيص السفسطة , تحقيق محمد سليم , مطبعة دار الكتب , القاهرة 1973 (122 ب , 5-10) ص 98

(1) ق ← ك

(2) ~ (ق ٨ ~ ك)

(3) ~ ق ٧ ك

(4) ق ← ك

القضايا (1) و (2) و (3) هي مقدمات الاستدلال , و القضية (5) نتيجته , و يرمز الخط الافقي (—) الى الحرف (اذا)

الدال على الانتقال من المقدمات الى النتيجة

1.2.3 تقويم الاستدلال المكتوب باللغة الرمزية

نستعين بطريقة الشجيرات لتقويم الاستدلال السابق , وفقا للخطوات التالية

المثال 1 :

1- نبدأ بنفي النتيجة :

ق ← ك

~ (ق ٨ ~ ك)

~ ق ٧ ك

~ (ق ← ك)

2- نرتب القضايا بطريقة عمودية

ق ← ك

ا

~ (ق ٨ ~ ك)

ا

~ ق ٧ ك

ا

~ (ق ← ك)

3- نحلل القضايا :

1- ق ← ك

ا

2- ~ (ق ٨ ~ ك)

ا

3- ~ ق ٧ ك

ا

$$-4 \sim (ق \leftarrow ك) \sim 1$$

$$-5 \text{ من } 4 \quad ق$$

$$-6 \text{ من } 4 \quad \sim ك$$



$$-7 \text{ من } 3 \quad \sim ق \quad \sim ك \quad X$$

بعد عملية التفرع تنتج حالتان :

- أما أن جميع الفروع مغلقة , و في هذه الحالة يعتبر الاستدلال صحيحا , و المثال السابق مثاله

- و أما أن يوجد فرع واحد على الأقل مفتوحا , و في هذه الحالة يكون الاستدلال ليس صحيحا , و المثال اللاحق يوضحها

المثال الثاني :

$$\sim (ق \sim ك)$$

$$\sim (\sim ق \sim ك)$$

$$ق \sim ك$$

$$(ق \leftarrow ك) .$$

- 1

$$\sim (ق \sim ك)$$

$$\sim (ق \sim \sim ك)$$

$$\sim (\sim ق \sim ك)$$

$$\sim (ق \leftarrow ك) .$$

- 2

$$\sim (ق \sim ك)$$

1

$$\sim (\sim ق \sim ك)$$

	1
ق ~ ٨ ك	1
	1
~ (ق ← ك)	1
1 -- (ق ~ ك)	1
	1
2 -- (ق ~ ك).	1
	1
ق ~ ٧ ك	3 -
	1
	4 -- (ق ← ك)
	1
ق	5 - من 4
	1
~ ك	6 - من 4
	1
ق	7 - من 1
	1
~ ك	8 - من 1
	9 - من 3
ك x	10 - من 2

نلاحظ أن بعض الفروع مفتوحة و البعض الآخر مغلق , فالاستدلال إذا ليس صحيحا
و قد تكون كل الفروع مفتوحة , فيكون حكمه حكم المثال الأول , و يمكن توضيحه بالمثال الثالث التالي :

1- ~ ق ← ك

~ ك | ~ ل

ل ~ ٧ م

ق ← م

-2 ~ ق ← ك

ك ~ | ل

ل ~ م

~ (ق ← م)

-3 ~ ق ← ك

ا

ك ~ | ل

ا

ل ~ م

ا

~ (ق ← م)

-4

-1 ~ ق ← ك

ا

-2 ~ ك ~ | ل

ا

-3 ل ~ م

ا

-4 ~ (ق ← م)

ا

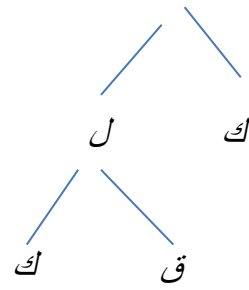
-5 من 4 ق

ا

-6 من 4 م ~



-7 من 3 ل ~ م



8-من 2

9- من 1

نلاحظ أن كل الفروع مفتوحة , لذلك فالاستدلال ليس صحيحا

التمرين الواحد و العشرون :

تحقق من صحة البنية المنطقية للاستدلالات التالية :

ا- ق ← ك

ك ← ل

ل ← م

ق ← م

ب- ق ← ك

ق ~ ٨ ك

(ق ~ ٧ ك) ← ك

ق ← ك

ج- ق ← ك

ق | ~ ك

~ (~ ق ↓ ك)

ق ← ك

2.2.3 تقويم الاستدلال المكتوب باللغة الطبيعية

تكتسي هذه الطريقة اهمية كبيرة في تحليل النصوص الفلسفية , لمعرفة ما اذا كانت الاستدلالات الواردة فيها صحيحة ام

غير صحيحة , و يمكن توضيح ذلك بتحليل النصين التاليين :

- النص الاول للفارابي , يعرض فيه حجة زينون (1) التي يبين فيها تناقض آراء خصوم معلمه بارمنيدس (2) في القول

بالحركة

(1) زينون الايلي Zénon d'Elée (ولد 05 ق . م)

(2) بارمنيدس Parménide d'Elée (القرن 04 - 05 ق . م)

"المنتقل اذا قطع مسافة ما , فظاهر انه قطع نصف تلك المسافة قبل ان يقطعها , و انه قطع نصف ذلك النصف قبل ان يقطع تمام نصفها , و اذا كان الجسم ينقسم أنصافا غير متناهية لزم ان يكون المتحرك قطع مسافة غير متناهية في زمان متناه , و ذلك محال"(1)

1- نبدأ باستخراج القضايا البسيطة , و نرسم لكل واحدة منها بمتغير قضوي , و هي :

- المنتقل قطع مسافة ما = (ق)

- ظاهر انه قطع نصف تلك المسافة قبل ان يقطعها = (ك)

- قطع نصف ذلك النصف قبل ان يقطع تمام نصفها = (ل)

-الجسم ينقسم أنصافا غير متناهية = (د)

- المتحرك قطع مسافة غير متناهية في زمان متناه = (ر)

2- نستخرج القضايا البسيطة و المركبة و نحدد نوعية الروابط المنطقية

- اذا قطع المنتقل مسافة ما فإنه يكون قد قطع نصف تلك المسافة قبل أن يقطعها = (ق ← ل)

- و اذا كان الجسم ينقسم أنصافا غير متناهية فإن المتحرك يقطع مسافة غير متناهية في زمان متناه = (د ← ر)

- و محال ان يقطع المتحرك مسافة غير متناهية في زمان متناه = ~ر

3- و بتعويض القضايا الموجودة في النص بهذه المتغيرات مع الروابط المنطقية الموجودة , نحصل على الصورة

الاستدلالية التالية

(ق ← ك)

(ك ← ل)

(د ← ر)

∴

(1) الفارابي , المرجع السابق , ص 148 (B 126)

المسافة غير متناهية في القسمة = (ل)

الزمان غير متناه = (ر)

الزمان غير متناهي في الطول = (د)

الزمان غير متناهي في القسمة = (ذ)

المتحرك يقطع مسافة = (ط)

2- نستخرج القضايا البسيطة و المركبة و نحدد نوعية الروابط المنطقية

- اذا كانت المسافة غير متناهية فهي غير متناهية بإحدى الجهتين اما في الطول و اما في القسمة = ق ← (ك W ل)

- اذا كان الزمان غير متناهي فهو غير متناهي بإحدى الجهتين اما في الطول و اما في القسمة = ر ← (د W ذ)

- المتحرك لا يمكن ان يقطع مسافة غير متناهية في الطول في زمان متناه في الطول = (ط ← (ك ~ ٨ ذ))

- المتحرك لا يمكن ان يقطع مسافة متناهية في الطول في زمان غير متناه في الطول = (ط ← (ك ~ ٨ د))

- المتحرك لا يمكن ان يقطع مسافة غير متناهية في القسمة في زمان متناه في القسمة = (ط ← (ل ~ ٨ ذ))

- المتحرك لا يمكن ان يقطع مسافة غير متناهية في الطول في زمان متناه في الطول = (ط ← (ل ~ ٨ ذ))

- اخذ المسافة غير متناهية بالقسمة و اخذ الزمان متناهيًا في الطول غلط و أوهم ان تنتهي الزمان من جهة لا تنهي

المسافة = ((ل ~ ٨ ذ) ← (~ ر ٨ ق))

- لو كان هذا (الزمان) متناهيًا من جهة ما و ذلك (المسافة) غير متناه في تلك الجهة بعينها للزم مجال = (~ ر ٨ ق)

4 - و بتعويض القضايا الموجودة في النص بهذه المتغيرات مع الروابط المنطقية الموجودة , نحصل على الصورة

الاستدلالية التالية

ق ← (ك W ل)

ر ← (د W ذ)

~ (ط ← (ك ~ ٨ ذ))

~ (ط ← (ك ~ ٨ د))

~ (ط ← (ل ~ ٨ ذ))

~ (ط ← (ل ~ ٨ ذ))

~ ((ل ~ ٨ ذ) ← (~ ر ٨ ق))

∴ (~ ر ٨ ق)

5- نتحقق من صحة الاستدلال كما يلي

نبدأ بنفي النتيجة

ق ← (ك W ل)

ر ← (د W ذ)

~ (ط ← (ك ~ ٨ د))

~ (ط ← (ك ~ ٨ د))

~ (ط ← (ل ~ ٨ ذ))

~ (ط ← (ل ~ ٨ ذ))

~ ((ل ~ ٨ د) ← (ر ~ ٨ ق))

~ ((ر ~ ٨ ق))

نرتب القضايا عموديا , فنحصل على

ق ← (ك W ل)

ا

ر ← (د W ذ)

ا

~ (ط ← (ك ~ ٨ د))

ا

~ (ط ← (ك ~ ٨ د))

ا

~ (ط ← (ل ~ ٨ ذ))

ا

~ (ط ← (ل ~ ٨ ذ))

ا

~ ((ل ~ ٨ ر ~ ٨ ق)) .

ا

~ (~ (ر ~ ٨ ق)) .

نبدأ في عملية التحليل :

1 - ق ← (ك w ل) .

ا

2 - ر ← (د w ذ) .

ا

3 -- (ط ← (ك ~ ٨ د)) .

ا

4 -- (ط ← (ك ~ ٨ د)) .

ا

4 -- (ط ← (ك ~ ٨ د)) .

ا

5 ~ (ط ← (ل ~ ٨ ذ)) .

ا

6 ~ (ط ← (ل ~ ٨ ذ)) .

ا

7 ~ ((ل ~ ٨ ذ) ← (ر ~ ٨ ق)) .

ا

8 ~ (~ (ر ~ ٨ ق)) .

ا

~ ر

9 - من 8

ا

ق

10 - من 8

ا

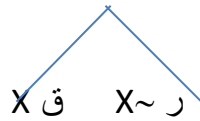
ل

11 - من 7

ا

~ ذ

12 - من 7



13 - من 7

نلاحظ أن كل الأغصان مغلقة و بالتالي فاعن الاستدلال صحيح ، و هذا يعني أن نقد الفارابي الحجة زينون ، نقد منطقي .

التمرين الثاني و العشرون :

تحقق من صحة البنية المنطقية للنصين التاليين :

النص الأول :

إذا كان القرآن الكريم كلام الله عز و جل فاعنه معجز . و إذا لم يكن معجزا فاعنه زيدا يستطيع أن يأتي بمثله . لكن زيدا لم يأتي . إذا القرآن الكريم كلام الله .

النص الثاني :

باء مكان الجميع أن يتفطن ، في بعض الحالات ، الي التخليط من هذا النوع (1) . فلو افترضنا مثلا أن الاثيوبي أسود ، فاعن السفسطائي سيسأل عن بياض أسنانه . فاعذا كان الاثيوبي أبيضاً بهذا المعني يظن بأنه أبيض و أسود في الوقت نفسه (2)

(2) Aristose . ORGANON VI Réfutations sophistiques . traduit par J. tricot . Jules vrin . paris 1950 L 05 .166a 10-

15

3.3 تقويم قضايا الرياضيات

يمكن للحساب المنطقي أن تمتد تطبيقاته الى الرياضيات , فيستعمل لبناء نظريات رياضية (1) و هو العمل الذي قاما به كل من راسل ووايتهايد في كتابهما مبادئ الرياضيات و الذي وضع لهذا الغرض , كما يمكن الاستعانة به لتقويم و البرهنة على قضايا رياضية و كمثال على ذلك , نبين الطريقة التي تتم بها عملية الاستدلال على مبرهنة من مبرهنات نظرية قوانين ترتيب الاعداد (2)

تتألف النظرية من الحدود الاولى Terms preiers التالية

س , ص , ص , ض = اعداد

ط = مجموع كل الاعداد

< = اكبر من

> = اصغر من

⋈ = ليس اكبر من

⋉ = ليس اصغر من

البديهيات

- بالنسبة الى اي عدد س و ص لدينا : اما س = ص , او س > ص , او س < ص

- اذا كانت س > ص فان ص ⋈ س

- اذا كانت س < ص فان ص ⋉ س

- اذا كانت ص > ص و ص > ض فان س > ض

و في ترجمة (نقل) يحي بن عدي

" و في الافراد يسهل على كل احد ان يرى , مثال ذلك ان اذا اخذ ان الزنجي اسود و ابيض في اسنانه يسأل هو ابيض , ففي هذه اذن هو ابيض , من قبل انه يظن اذا تم القائس السؤال انه قال انه اسود ولا اسود"

ارسطو , كتاب السوفسطيقا , ج 3 , تحقيق عبد الرحمن بدوي , دار القلم , ط 1 , 1980 , ص 809

(1) Alfred Tarski . Introdction à la logique . traduit de l'anglais par J.Tremblay S . J.Gauthier- Villars . Paris 3^{eme}

édition 1971 p 145

(2) Ibidem

- اذا كانت س < ص و ص < ض فإن س < ض (1)

و من مبرهنات هذه النظرية المبرهنة التالية :

لا عدد اصغر من نفسه : $\sim (س > س)$

و يمكن كتابتها : $\sim (س \neq س)$ (2)

كيف تتم عملية البرهنة عليها بإدخال الصيغ المنطقية ؟

لدينا في نسق راسل ووايتهايد المبرهنة

/ 2.01 = (ق ← ق) ← (ق ← ق) (CCpNpNp) (الفقرة 1.6.3.2)

نستعين بالبدئية رقم 02 من نظرية قوانين ترتيب الاعداد و التي نكتبها :

ب/ (س > ص) ← (ص ≠ س)

نستعين بقاعدة التبديل :

ص / س

و نطبقها على ب فنحصل على :

ج/ (س > س) ← (س ≠ س)

و يمكن كتابتها , (س > س) ← \sim (س > س)

نستعين بقاعدة التبديل :

ق/ (س > س)

و نطبقها على ا فنحصل على :

د/ ((س > س) ← \sim (س > س)) ← \sim (س > س)

نلاحظ ان القضية (ج) مقدم القضية د , نستعين بقاعدة الحذف , فنحصل على القضية

ذ/ \sim (س > س) و هو المطلوب (1)

(1) Ibidem

(2) Ibidem

قلنا في الفقرة (1.2.2) ان القضية , بعد تقويمها , تكون اما تكرارية او متناقضة او عرضية , و في الفقرة (1.3) , بينا ان مجموعة من القضايا تكون متسقة او غير متسقة , و في الفقرة (2.3) بالنسبة للاستدلال , وصفناه بانه صحيح او ليس صحيحا و يمكن عرض ذلك وفقا للجدول التالي :

القضية	تكرارية	عرضية	متناقضة Antilogie
متسقة	متسقة Consistante	غير متسقة	Inconsistante
الاستدلال	Validé صحيح	غير صحيح Non Valiðe	

5.3 حدود لغة حساب القضايا غير المحللة

تناولنا الجمل الخبرية السابقة كوحدة لا تقبل القسمة و عبرنا عنها بالمتغيرات (ق) (ك) (ل) و اعتبرنا ان المعنى الوحيد للقضية هو قابليتها لان توصف بالصدق او بالكذب و اهلنا البنية الداخلية للقضية , اي العلاقة التي تكون بين حدودها , و الحقيقة ان هذا التحليل ملا هو الانوعا واحدا من بين عدة انواع التحليل المنطقي للغة , فعلى سبيل المثال لا الحصر لو اخذنا القياس :

كل مجتر حيوان

(1) انظر بالتفصيل

Alfred Tarski .introduction à la logique . chapitre 7 pp 145-177

كل بقرة مجتر

كل بقرة حيوان

فإن النتيجة , كل بقرة مجتر , لزمتم عن المقدمتين بواسطة العلاقة الموجودة بين الحدود الثلاثة (مجتر , حيوان , بقرة)
و الأمر نفسه ينطبق على العلاقة :

إذا كان زيد اكبر من علي , علي اكبر من فاطمة , و فاطمة اكبر من أسامة , فإن زيدا اكبر من أسامة
و اذا رمزنا لكل من :

زيد = أ

علي = ب

فاطمة = ت

اسامة = ث

اكبر = <

فإننا نحصل على الصيغة الرمزية التالية :

أ < ب

ب < ت

ت < ث

أ < ث

نلاحظ ان النتيجة , أ < ث , ما كانت لتزم عن المقدمات لو اعتبرناها قضايا لا تقبل التحليل , لان ما سمح لنا بالانتقال من المقدمات (أ < ب , ب < ت , ت < ث) الى النتيجة (أ < ث) الارتباط الداخلي بين موضوعات هذه القضايا (1) لهذا فإن الحساب الأنسب لمثل هذه القضايا هو الحساب الذي ينقذ الى البنية الداخلية للعبارة , و يأخذ بعين الاعتبار مختلف العناصر التي تتألف منها القضية , و هذا ما يتناوله حساب القضايا غير المحللة Calcul des proposition inanalysées او حساب المحمولات Calcul des prédicats و الذي سيكون موضوع الجزء الثاني من الكتاب ان شاء الله

(1) Marie- Louise Roure . op cit p 72

: خاتمة :

وصلنا إلى نهاية هذه الدروس في المنطق الرمزي المعاصر ، ولا بأس أن نذكر بما قلناه في المقدمة من ان ميادين المنطق المعاصر وطريقة في التقويم والبرهنة والاستنباط هي من الكثرة والتعدد بحيث لا يمكن لمجموعة من الدروس الأولية أن تستوعبها . وفي هذا دعوة لكل من يطلب الاستزادة في هذا الميدان إلى توسيع وتعميق فهمه بالاطلاع أكثر على ما كتب ويكتب في المنطق الرمزي المعاصر. لقد رأينا أن المنطق المعاصر جسد نقلة منهجية قوية و حاسمة في تاريخ تطور علم بتوظيف طرق خاصة في تصنيف القضايا و المنطق أضفت على البحث المنطقي مزيدا من الصورنة والدقة والاستيعاب التحقق من الصحة الصورية للاستدلالات التي رغم أنها قد تختلف في مضامينها وميادينها إلا أنها تخضع لمجموعة من الشروط والقوانين الصورية العامة التي تعبر عن وحدة النشاط العقلي الاستدلالي الذي يمارسه الناس في جميع المجالات, فجسد بذلك تنويعا واستكمالا للمنطق التقليدي الذي رغم كل النقائص التي أخذت عليه يبقى صحيحا في حدوده كما بين ذلك . المنطقي البولوني لوكازيفيتش في دراسته المشهورة عن نظرية القياس عند ارسطو

باللغة الأجنبية :

- 1-Blanché – robert - L'axiomatique – puf – Paris - 1967.
. Editions Hermès - Eléments de Logique formelle 2 - Gerard CHazalParis.1996
3 - Marc Peeters - Sébastien Richard . Logique formelle Mardaga. Edi

باللغة العربية:

- 1- موساوي أحمد، مدخل جديد الى المنطق المعاصر، معهد المناهج، 2007،
- 2 - ماري لويز رور، مبادئ المنطق المعاصر، ترجمة الدكتور محمود يعقوبي، دار الكتاب الحديث، ط2، 2014
- 3 - محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، دار النهضة العربية ط1، 1972،
- 4 - روبير بلانشي، تاريخ المنطق من أرسطو إلى راسل، ترجمة محمود يعقوبي ، دار الكتاب الحديث، 2004
- 4- محمود يعقوبي، معجم الفلسفة، دار الميزان للنشر – 1998، ط2،
- 5 - روبير بلانشي، العقل و الخطاب، دفاع عن المنطق الفكري، ترجمة محمود يعقوبي، دار الكتاب الحديث، القاهرة، 2009،
- 6 - ماري لويز رور – المنطق والمنطق الشارح , ترجمة محمود يعقوبي , دار الكتاب الحديث – القاهرة , 2008,
- 71972 - نظرية القياس الأرسطية . ترجمه عبد الحميد صبرة . منشأة المعارف الإسكندرية -
- 8- روبير بلانشي- المخل الى المنطق المعاصر- ترجمة محمود يعقوبي - د و م ج - الجزائر - 2005
- 8- طه عبد الرحمان - اللسان والميزان - المركز الثقافي العربي - الدار البيضاء - ط2 - 2012 .

- المحور الأول : تعريفات و مفاهيم تمهيدية.....
- المبحث الأول : مفاهيم أولية
- المبحث الثاني : ظهور المنطق الرمزي المعاصر و تطوره
- أ - نقد المنطق التقليدي - ب- نبذة تاريخية عن مراحل تطور المنطق المعاصر .
- المحور الثاني : الترميز في المنطق الرمزي المعاصر
- المبحث الأول : الروابط المنطقية ورموز منطق القضايا
- المبحث الثاني : مدى الروابط المنطقية - الروابط الأساسية والروابط الثانوية
- المحور الثالث : تقويم العبارات المنطقية
- المبحث الأول : طريقة الحساب بجداول الصدق الكلاسيكية
- المبحث الثاني : طريقة جداول الصدق المختصرة ...
- المبحث الثالث : طريقة تحليل الأشجار
- المبحث الرابع : الاتساق المنطقي
- المبحث الخامس : صحة او عدم صحة الاستدلالات
- المبحث السادس : إتساق و عدم اتساق مجموعة من القضايا
- المبحث السابع : نسق لوكاشيفتش
- المبحث الثامن : الوظيفة الفلسفية للحساب المنطقي
- المبحث التاسع: تقويم مجموعة من القضايا المكتوبة باللغة الطبيعية
- المصادر و المراجع (بيليوغرافيا).....
- فهرس الموضوعات

