**CHAPITRE II :**

**MODÉLISATION MATHÉMATIQUE**

**II.1 Introduction :**

Dans le présent travail, l’écoulement est considéré laminaires stationnaires d’un fluide incompressible, sans transfert de chaleur.

Dans ce qui suit, seront décrites les équations traduisant le transport de masse et de quantité de mouvement régissant de tels écoulements avec les simplifications nécessaires qui sont faites dans le code FLUENT selon les cas étudiés.

**II.2 Géométrie et conditions aux limites :**

La géométrie choisie est une cavité rectangulaire avec un obstacle cylindre et carrée 2D, les deux parois horizontale supérieur et inférieur sont adiabatique, Le domaine de calcul est une surface de dimension 0.3m x 1m avec une entrée et une sortie. Cette cavité remplie d'air dont le nombre de Prandtl est égale à 0.71, les géométries sont montrées sur la figure II.1



(a)



(b)

**Figure II.1 : obstacles carré et cylindrique 2D**.

**a)Equation de continuité :**

L’équation de continuité s’écrit :

 (II.1)

Cette équation exprime la conservation de la masse.

Sous forme développée (i varient de 1 à 3):



Tel que :

*x1 =* x , U1 = u

*x2 =* y , U2 = v

*x3 =* z , U3 = w

u, v et w sont les composantes de la vitesse respectivement suivant les directions x, y et z.

 (II.2)

**b) Equation de mouvement :**

 (II.3)

Sous forme développée et suivant les différentes directions l’équation de mouvement s’écrit (j et i varient de 1à 3):

***Suivant x :***

 (II.3.a)

***Suivant y :***

 (II.3.b)

***Suivant z:***

 (II.3.c)

**II.3 Hypothèses simplificatrices :**

Afin de pouvoir résoudre les équations régissant l'écoulement on doit vérifier les hypothèses de simplificatrices suivantes :

\* L’écoulement est incompressible ;

\* La configuration de l’écoulement est prise bidimensionnelle (w=0) ;

\* L’écoulement est permanent (stationnaire, ) ;

\* On néglige la dissipation de la chaleur par frottement visqueux.

**II.4 Forme dimensionnelle des équations gouvernantes :**

Apres la considération des hypothèses de simplification suscitées, les équations générales régissant l'écoulement dans l'enceinte représentée dans la figure II.1 et rapportées a un système de coordonnées cartésiennes  sont données par :

**II.4.1 Equation de continuité :**

En tenant compte des hypothèses précédentes, l’équation de continuité (II.1) se réduit à :

 (II.4)

Sous forme développée :

 (II.5)

**II.4.2 Équations de quantité de Mouvement :**

L’application de la deuxième loi fondamentale de la dynamique à une particule fluide en mouvement mène aux équations de conservation de quantité de mouvement (Navier – Stokes).

Pour un écoulement incompressible (ρ=Constante) à viscosité constante (μ=Constante), les équations de Navier- Stokes s’écrivent comme suit :

 (II.6)

**Selon *ox :***

****** (II.6.a)

**Selon *oy :***

******  (II.6.b)

**II.5 Forme adimensionnelle des équations gouvernantes :**

**II.5.1 Équation de continuité :**

**** (II.7)

**II.5.2 Équations de quantité de Mouvement :**

**Selon ox :**

**** (II.7.a)

**Selon oy :**

****  (II.7.b)

**Les nombres adimensionnels :**

Les conditions aux limites sont coulées sous forme adimensionnelle en utilisant les variables suivantes dimension:

 (II.8)

**II.6 Conditions aux limites sous forme adimensionnelle :**

**Entrée de la cavité :** 

**Paroi horizontale inférieur de la cavité :**  

**Paroi horizontale supérieur de la cavité :** 

**Obstacle :** 

**II.7. Conclusion :**

La description d’un régime d’écoulement laminaire sous forme mathématique est exprimée par les équations de transport de Navier-Stocks où la vitesse et la pression sont considérées comme grandeurs régissant le phénomène. Les dites équations sont des équations différentielle et leur résolution a besoin d’une modélisation numérique qui sera l’objet du chapitre suivant.