A.1 THEORIE DE BETZ

La théorie globale du moteur éolien à axe horizontal a été établie par Albert Betz.
A. Betz suppose que le moteur éolien est placé dans un air animé à l'infini en amont d'une vitesse *V* et à l'infini en aval d'une vitesse *v*. La production d'énergie ne pouvant se faire que par la conversion de l'énergie cinétique, la vitesse *v* est nécessairement inférieure à *V*. Il en résulte que la veine de fluides traverse le générateur éolien en s'élargissant.

Soit donc *V* la vitesse de l'air en amont, *v* celle en aval et *V* ' celle au travers de *S*, la section balayée par les pales de l'éolienne (comme présenté à la figure A.1) et *m* la masse d'air qui traverse l'éolienne, la variation d'énergie cinétique de l'air *ΔE* est :

$$\Delta E = \frac{1}{2}.m.(V^2 - v^2) \qquad \text{(A.1)}$$

La puissance de l'éolienne P est alors :

$$P = \frac{1}{2}.\rho.S.V^{'}.(V^2 \_ v^2) \qquad \text{(A.2)}$$

Avec : ρ la densité de l'air.
S la surface balayée par les pales de la turbine.
Par ailleurs, la force de l'air F sur l'éolienne est :

$$F = \rho.S.V^{'}.(V \_ v) \qquad \text{(A.3)}$$

D'où :

$$P = F.V^{'} = \rho.S.V^{'2}.(V - v) \qquad \text{(A.4)}$$

En identifiant les équations B.2 et B.4, il vient :

$$V^{'} = \frac{V + v}{2} \qquad \text{(A.5)}$$

Et donc :

$$P = \frac{1}{2}.\rho.S.(V^2).(V + v) \qquad \text{(A.6)}$$

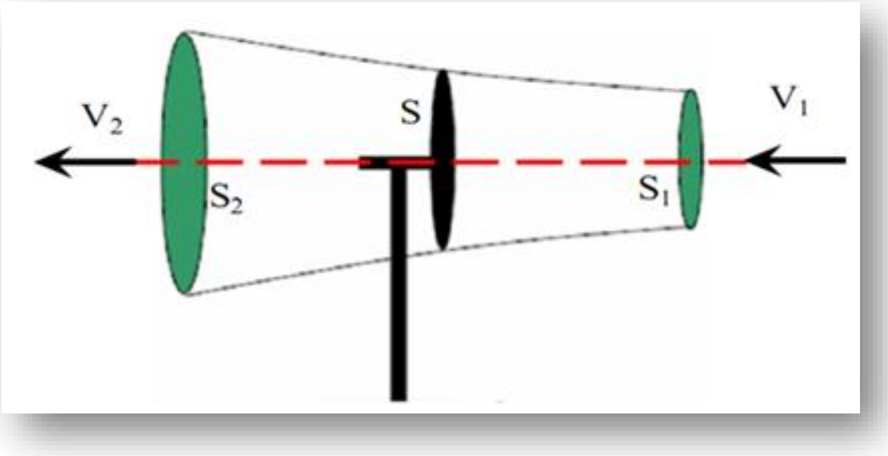

Figure A.1 : théorie de Betz (schéma de principe).

La puissance de l'éolienne sera alors maximale quand sa dérivée $\frac{dP}{dv}$ sera nulle, soit pour $v = \frac{V}{3}$. La puissance est alors maximale et vaut :

$$P = P_{\max} = \frac{16}{27} \cdot \frac{\rho . S . V^3}{2} \tag{A.7}$$

On peut donc en déduire que même si la forme des pales permet d'obtenir $v = \frac{V}{3}$, on ne récupère au mieux que 0.593 fois l'énergie cinétique de la masse d'air amont. On écrira en notant la vitesse du vent amont $V = v_{vent}$

$$P = \frac{1}{2} . \rho . \pi . R^2 . v^2{}_{vent} . C_p \tag{A.8}$$

Où :

C_p : Le coefficient de puissance de l'éolienne, il dépend de la vitesse du vent, du nombre de pales, de leur rayon, de leur angle de calage et de leur vitesse de rotation.

R_T : le rayon de la turbine

A.2 Dimensionnement du régulateur de la vitesse (MPPT)

Le calcul des régulateurs est basé sur la dynamique en boucle fermée â l'aide du principe de compensation des pôles. La boucle de régulation de la vitesse est présentée par le schéma bloc de la figure (A.2).

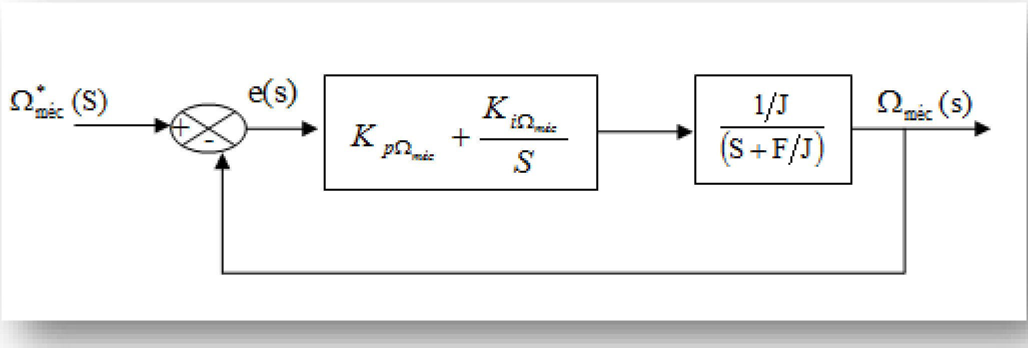

Figure A.2: Schéma fonctionnel de régulation de la vitesse.

Le régulateur PI est donné par la relation suivante :

$$R_{pi}(S) = \frac{K_{p\Omega méc}}{S}\left(S + \frac{K_{i\Omega méc}}{K_{p\Omega méc}}\right) \qquad \text{(A. 9)}$$

Par compensation :

$$\frac{F}{J} = \frac{K_{i\Omega méc}}{K_{p\Omega méc}} \qquad \text{(A.10)}$$

La fonction de transfert en boucle fermée est la suivante :

$$\frac{\Omega_{méc}}{\Omega^*_{méc}} = \frac{1}{\frac{J}{K_{p\Omega méc}}S + 1} \qquad \text{(A.11)}$$

Le système du premier ordre sa fonction de transfert s'écrit :

$$\frac{\Omega_{méc}}{\Omega^*_{méc}} = \frac{K}{1 + \tau.S} \qquad \text{(A.12)}$$

$$\tau = \frac{J}{K_{p\Omega méc}} \qquad \text{(A.13)}$$

Le régulateur de la vitesse $\Omega_{\text{méc}}$, est :

$$K_{p\Omega\text{méc}} = \frac{J}{\tau} \tag{A.14}$$