## 2.1. Introduction

Les planchers sont des éléments de la structure portante, destinée essentiellement à recevoir les actions variables d'exploitation afin de reporter sur les éléments porteurs verticaux qui les descendront aux fondations. Ils sont soit :

- En corps-creux constitué par des poutrelles sur lesquelles reposent les corps-creux, l'ensemble est recouvert par une dalle de compression en bétonlégèrementarmé.
- A dalle plaine en bétonarmé.

## 2.2. Dimensionnement des planchers

- **Plancher à corps-creux (étage courant)**

**Dimensionnement des poutrelles**

Les poutrelles travaillent, comme une section en T. Elles sont disposées suivant la plus petite portée pour réduire la flèche. Le plancher à corps creux est considéré comme un élément qui travaille à la flexion simple suivant une seule direction.

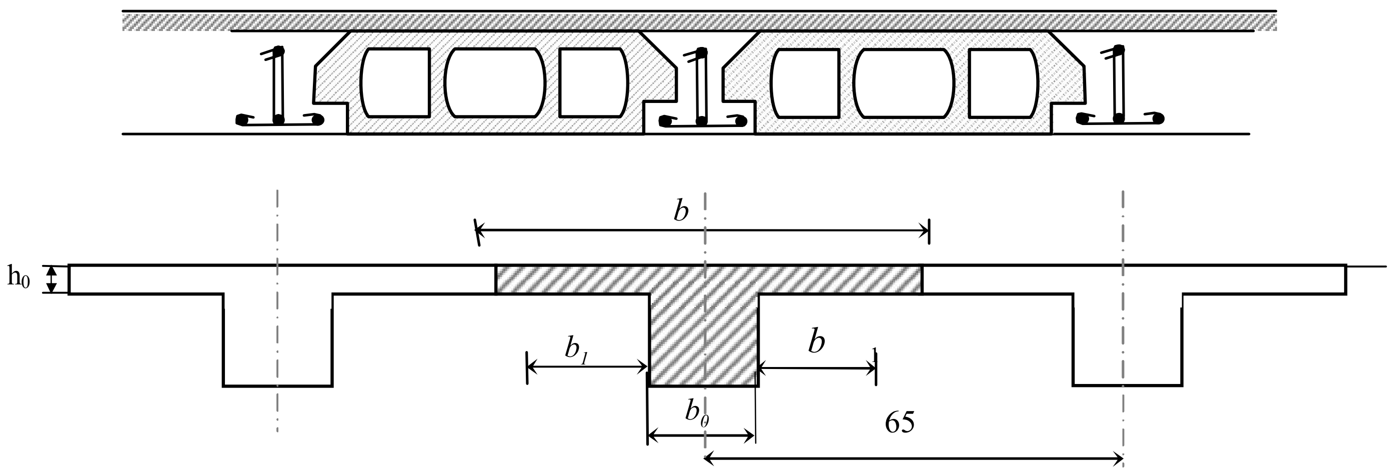



Figure 2.1 : Schéma d'un plancher à corps creux

On a:

$h_t = 20 + 4 = 24$cm (hauteur de la nervure).

$h_0 = 4$cm (hauteur de la dalle de compression).

$b_0 = 12$cm (langueur de la nervure).

$L_0 = 2b_1$ (distance entre nus des nervures).

$b = 2b_1 + b_0$ (largeur de table de compression).

**Calcul de la largeur (b) de la poutrelle**

Le calcul de la largeur b se fait à partir des conditions suivantes:

$b = 2b_1+b_0$.................. (1)

$L = 5$ m $\quad L_1 = 65$cm

$$b_1 = (b - b_0)/2 = \min \begin{cases} b_1 \le (L_1 - b_0)/2 \\ b_1 \le L/10 \\ 6h_0 \le b_1 \le 8h_0 \end{cases} \Rightarrow \min \begin{cases} b_1 \le (65-12)/2 = 26{,}5\ cm \\ b_1 \le (580/10) = 58\ cm \\ 24cm \le b_1 \le 32\ cm \end{cases}$$

On prend: $b_1$= 26,5 cm.

(1) $\Rightarrow$ b = 2 (26,5) +12 = 65cm.

Donc : **b = 65 cm**

**2.3 Méthodes de calcul**

Il existe plusieurs méthodes pour calculer les poutrelles :

1. La méthode forfaitaire
2. La méthode des trois moments
3. La méthode de Caquot

Le règlement de calcul BAEL 91 propose une méthode de calcul " méthode forfaitaire " qui est applicable si les conditions suivantes sont vérifiées.

1-La surcharge d'exploitation est modérée Q $\le$ max (2.G ; 5 KN/ $m^2$).

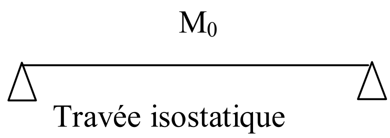
2-Les moments d'inscrite des sections transversales sont les même dans les différentes travées

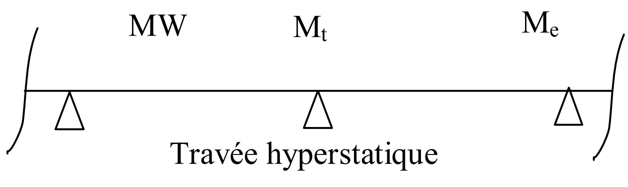
3-Le rapport des portées successives est compris entre 0,8 et 1,25.

4-La fissuration est considérée comme non préjudiciable.

- **Principe de calcul**

On exprime les moments maximaux en travée $M_t$ et sur appuis, $M_w$, $M_e$ en fonction du moment, fléchissant maximal de la travée, cette méthode s'applique pour les conditions courantes.




Selon le BAEL 91, les valeurs de Mw, Mt, Me doivent vérifier les conditions suivantes:

**Les conditions d'application de la méthode forfaitaire**

- $M_t \ge \max\ [1{,}05M_0\ ;\ (1+0{,}3\alpha)\ M_0] - (M_w+M_e)/\ 2$
- $M_t \ge (1+ 0{,}3\alpha)\ M_0 /2$ dans une travée intermédiaire
- $M_t \ge (1{,}2+0{,}3\alpha)\ M_0 /2$ dans une travée de rive

$M_0$ : moment maximal dans la travée indépendante.

$M_t$ : moment maximal dans la travée étudiée.

$M_w$ : moment sur l'appui gauche de la travée.

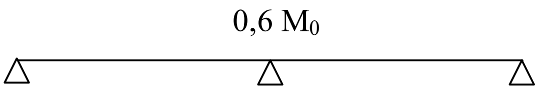
$M_e$ : moment sur l'appui droit de la travée.

$\alpha$ : Q / (G + Q) rapport des charges d'exploitation à la somme des charges permanentes et d'exploitations.

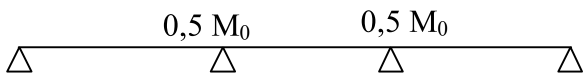
- **Valeurs des moments aux appuis**

Les valeurs absolues des moments sur appuis doivent être comme suit :

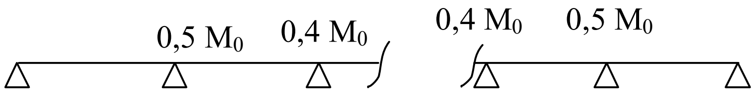
- cas de deux travées:




- cas de trois travées:




- cas de plus de trois




- **Effort tranchant**

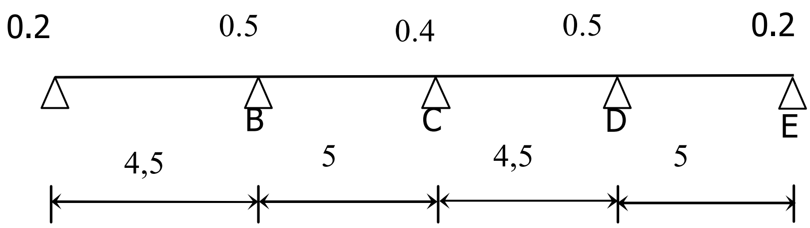
L'étude de l'effort tranchant permet de vérifier l'épaisseur de l'âme et de déterminer les armatures transversales et l'épure d'arrêt des armatures longitudinales

Le règlement BAEL 91, prévoit que seul l'état limite ultime est vérifié:

$$T_W = \frac{M_w - M_e}{L} + \frac{Q.L}{2}$$

$$T_e = \frac{M_w - M_e}{L} - \frac{Q.L}{2}$$

- **Type de poutrelles**




- **Exemple de calcul**

Prenons le type 1 comme exemple de calcul ( Plancherétage courant )

**Vérification de la condition de la méthode forfaitaire**

**1-**fissuration peut préjudiciable………………………………………………...(vérifiée).

**2-** poutrelles à inerties transversales constantes………………………….. …...(vérifiée).

**3-**charge d'exploitation modérée Q $\leq \max(2G, 5KN/m^2)$

$$\begin{cases} Q = 1.5\ KN/m^2 \\ G = 5{,}76 KN/m^2 \end{cases} \Rightarrow Q = 1.5\ KN/m^2 < 10.88 KN/m^2$$ ......………….... (vérifiée).

**4-**les rapports des portées successives sont compris entre :

$$0{,}8 \leq \frac{L_i}{L_{i+1}} = (\frac{500}{450} = 1.11) \leq 1{,}25$$ …………………………...(vérifiée).

Donc on peutappliquer la méthode forfaitaire.

- **Calcul des sollicitations**

**A l'E.L.U.R**

$$q_u = 1.35G + 1.5Q \Longrightarrow q_u = 1.35 \times 5{,}76 + 1.5 \times 1{,}5 = 10{,}02KN/m^2$$

Pour une bande de 0.65 m on a : $q_u = 10{,}02 \times 0.65 = 6.51\ KN/m$

**a. Calcul des moments isostatiques**

$$\mathrm{M}_0^{\mathrm{AB}} = \mathrm{M}_0^{\mathrm{CD}} = \frac{\mathrm{q_u} \times \mathrm{l}^2}{8} = \frac{6.51 \times 4{,}5^2}{8} = 16{,}47\mathrm{KN.m}$$

$$\mathrm{M}_0^{\mathrm{BC}} = \mathrm{M}_0^{\mathrm{DE}} = \frac{\mathrm{q_u} \times \mathrm{l}^2}{8} = \frac{6.51 \times 5^2}{8} = 20{,}34\mathrm{KN.m}$$

**b. Calcul des moments sur appuis**

$$\mathrm{M_A} = 0{,}2\mathrm{M}_0^{\mathrm{AB}} = 0{,}2 \times 16{,}47 = 3{,}29\ \mathrm{KN.m}$$

$$\mathrm{M_B} = 0{,}5M_0^{BC} = 0{,}5 \times 20{,}34 = 10{,}17\mathrm{KN.m}$$

$$\mathrm{M_C} = 0{,}4M_0^{BC} = 0{,}4 \times 20{,}34 = 8{,}13KN.m$$

$$\mathrm{M_D} = 0{,}5M_0^{DE} = 0{,}5 \times 20{,}34 = 10{,}17\ \mathrm{KN.m}$$

$$\mathrm{M_E} = 0{,}2\mathrm{M}_0^{\mathrm{DE}} = 0{,}2 \times 20{,}34 = 4.06\ \mathrm{KN.m}$$

**Calcul des moments en travée**

$$\begin{cases} \propto = \dfrac{Q}{Q+G} = \dfrac{1.5}{1.5+5.76} \Longrightarrow \propto = 0{,}2 \\ 1 + 0{,}3 \propto = 1 + 0{,}3 \times 0{,}20 = 1{,}06 > 1{,}05 \\ \dfrac{1+0{,}3\propto}{2} = \dfrac{1+0{,}3 \times 0{,}20}{2} = 0.53 \quad (travéeitermidiare) \\ \dfrac{1{,}2+0{,}3\propto}{2} = \dfrac{1{,}2+0{,}3 \times 0{,}20}{2} = 0.63 \quad (travéederive) \end{cases}$$

- **Travée AB**

$$\begin{cases} M_t^{AB} \geq 1.06M_0^{AB} - \dfrac{M_A + M_B}{2} = 10{,}72\ KN.m \\ M_t^{AB} \geq 0{,}63M_0^{AB} = 0.63 \times 16{,}17 = 10{,}37\ KN.m \end{cases} \Longrightarrow M_t^{AB} \approx 10{,}72KN.m$$

- **Travée BC**

$$\begin{cases} M_t^{BC} \geq 1.06M_0^{BC} - \dfrac{M_B + M_C}{2} = 12{,}41\ KN.m \\ M_t^{BC} \geq 0{,}53M_0^{BC} = 10{,}78KN.m \end{cases} \Longrightarrow M_t^{BC} = 12{,}41\ KN.m$$

- **Travée CD**

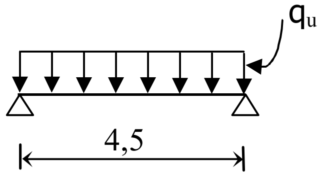
$$\begin{cases} M_t^{CD} \geq 1.06 M_0^{CD} - \dfrac{M_C + M_D}{2} = 8{,}30\ KN.m \\ M_t^{CD} \geq 0{,}53 M_0^{CD} = 8{,}72\ KN.m \end{cases} \Rightarrow M_t^{CD} \approx 8{,}72\ KN.m$$

- **Travée DE**

$$\begin{cases} M_t^{DE} \geq 1.06 M_0^{DE} - \dfrac{M_D + M_E}{2} = 14{,}44\ KN.m \\ M_t^{DE} \geq 0{,}63 M_0^{DE} = 12{,}81\ KN.m \end{cases} \Rightarrow M_t^{CD} \approx 14{,}44 KN.m$$

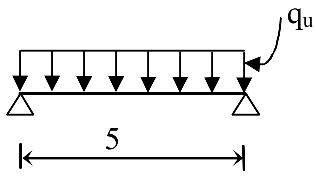
**c. calcul des efforts tranchants**

- **Travée AB**



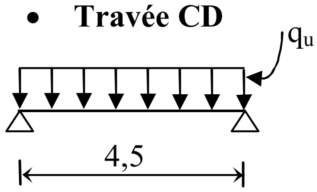

$$\begin{cases} T_A = \dfrac{M_A - M_B}{l} + \dfrac{ql}{2} = 13{,}11\ KN \\ T_B = \dfrac{M_A - M_B}{l} - \dfrac{ql}{2} = -16{,}17\ KN \end{cases}$$

- **Travée BC**



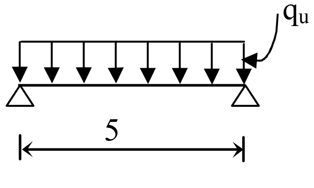

$$\begin{cases} T_B = \dfrac{M_B - M_C}{l} + \dfrac{ql}{2} = 16{,}68\ KN \\ T_C = \dfrac{M_B - M_C}{l} - \dfrac{ql}{2} = -15{,}86 KN \end{cases}$$

- **Travée CD**




$$\begin{cases} T_C = \dfrac{M_C - M_D}{l} + \dfrac{ql}{2} = 14{,}19\ KN \\ T_D = \dfrac{M_C - M_D}{l} - \dfrac{ql}{2} = -15{,}10\ KN \end{cases}$$

- **Travée DE**




$$\begin{cases} T_D = \dfrac{M_D - M_E}{l} + \dfrac{ql}{2} = 17{,}49\ KN \\ T_E = \dfrac{M_D - M_E}{l} - \dfrac{ql}{2} = -15{,}05\ KN \end{cases}$$

**Diagramme des moments**

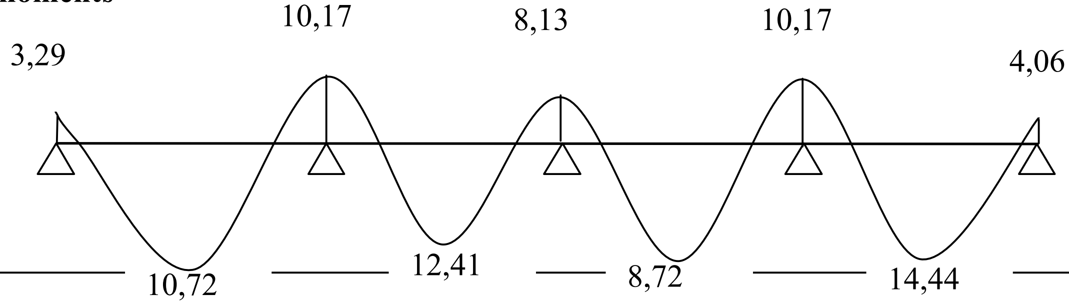
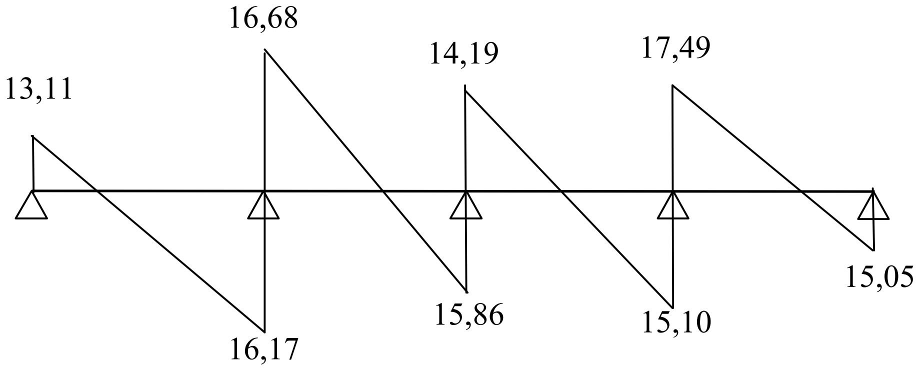


**Diagramme des efforts tranchant**




**A l'E.L.S**

$q_s = G + Q \Longrightarrow q_s = 5{,}76 + 1.5 = 7{,}26\ KN/m^2$

Pour une bande de 0.65 m on a : $q_s = 7{,}26 \times 0.65 = 4.71\ KN/m$

**a. Calcul des moments isostatiques**

$$\mathrm{M_0^{AB}} = \mathrm{M_0^{CD}} = \frac{\mathrm{q_u} \times \mathrm{l}^2}{8} = \frac{4{,}71 \times 4{,}5^2}{8} = 11{,}92\mathrm{KN.m}$$

$$\mathrm{M_0^{BC}} = \mathrm{M_0^{DE}} = \frac{\mathrm{q_u} \times \mathrm{l}^2}{8} = \frac{4{,}71 \times 5^2}{8} = 14{,}71\mathrm{KN.m}$$

**b. Calcul des moments sur appuis**

$$\mathrm{M_A} = 0{,}2\mathrm{M_0^{AB}} = 0{,}2 \times 11{,}92 = 2{,}38\ \mathrm{KN.m}$$
$$\mathrm{M_B} = 0{,}5M_0^{BC} = 0{,}5 \times 14{,}71 = 7{,}35\mathrm{KN.m}$$
$$\mathrm{M_C} = 0{,}4M_0^{BC} = 0{,}4 \times 14{,}71 = 5{,}66KN.m$$
$$\mathrm{M_D} = 0{,}5M_0^{DE} = 0{,}5 \times 14{,}71 = 7{,}35\ \mathrm{KN.m}$$
$$\mathrm{M_E} = 0{,}2\mathrm{M_0^{DE}} = 0{,}2 \times 14{,}71 = 2{,}94\ \mathrm{KN.m}$$

**c. Calcul des moments en travée**

$$\begin{cases} \propto = \dfrac{Q}{Q+G} = \dfrac{1.5}{1.5+5.76} \Longrightarrow \propto = 0{,}2 \\ 1 + 0{,}3 \propto = 1 + 0{,}3 \times 0{,}2 = 1{,}06 > 1{,}05 \\ \dfrac{1+0{,}3\propto}{2} = \dfrac{1+0{,}3 \times 0{,}20}{2} = 0.53 \quad (travéeitermidiare) \\ \dfrac{1{,}2+0{,}3\propto}{2} = \dfrac{1{,}2+0{,}3 \times 0{,}20}{2} = 0.63 \quad (travéederive) \end{cases}$$

- **Travée AB**

$$\begin{cases} M_t^{AB} \geq 1.06 M_0^{AB} - \dfrac{M_A + M_B}{2} = 7{,}77\ KN.m \\ M_t^{AB} \geq 0{,}63 M_0^{AB} = 0.63 \times 11{,}92 = 7{,}50 KN.m \end{cases} \Rightarrow M_t^{AB} \approx 7{,}77\ KN.m$$

- **Travée BC**

$$\begin{cases} M_t^{BC} \geq 1.06 M_0^{BC} - \dfrac{M_B + M_C}{2} = 9{,}08 KN.m \\ M_t^{BC} \geq 0{,}53 M_0^{BC} = 7{,}79\ KN.m \end{cases} \Rightarrow M_t^{BC} = 9{,}08\ KN.m$$

- **Travée CD**

$$\begin{cases} M_t^{CD} \geq 1.06 M_0^{CD} - \dfrac{M_C + M_D}{2} = 6{,}13\ KN.m \\ M_t^{CD} \geq 0{,}53 M_0^{CD} = 6{,}31\ KN.m \end{cases} \Rightarrow M_t^{CD} \approx 6{,}31 KN.m$$

- **Travée DE**

$$\begin{cases} M_t^{DE} \geq 1.06 M_0^{DE} - \dfrac{M_D + M_E}{2} = 10{,}44\ KN.m \\ M_t^{DE} \geq 0{,}63 M_0^{DE} = 9{,}26 KN.m \end{cases} \Rightarrow M_t^{CD} \approx 10{,}44 KN.m$$

Tableaux 2.1 récapitulation des sollicitations du plancher étage courant

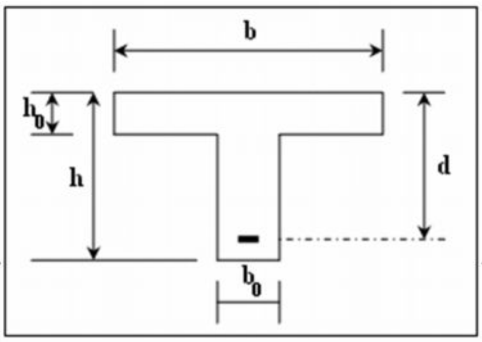
| | | **E. L.U.R** | | | | | | **E. L. S** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Type** | **Travée** | L (m) | $M_T$ (KN.m) | $M_W$ (KN.m) | $M_E$ (KN.m) | $T_W$ (KN) | $T_E$ (KN) | $M_T$ (KN) | $M_W$ (KN.m) | $M_E$ (KN.m) |
| Type | A-B | 4,5 | 10,72 | 3,29 | 10,17 | 13,11 | 16,17 | 7,77 | 2,38 | 7,35 |
| | B-C | 5 | 12,41 | 10,17 | 8,13 | 16,68 | 15,86 | 9,08 | 7,35 | 5,66 |
| | C-D | 4,5 | 8,72 | 8,13 | 10,17 | 14,19 | 15,10 | 6,31 | 5,66 | 7,35 |
| | D-E | 5 | 14,44 | 10,17 | 4.06 | 17,49 | 15,05 | 10,44 | 7,35 | 2,94 |

2.4 Ferraillage des poutrelles

Les moments maximaux en travée tendent à comprimer les fibres supérieures et à tendre les fibres inférieures et par conséquent les armatures longitudinales seront disposées en bas pour reprendre l'effort de traction puisque le béton résiste mal à la traction.

Pour le calcul du ferraillage des poutrelles on prend le cas le plus défavorable.

Les poutrelles sont des sections en "T" dont les dimensions sont données comme suit:



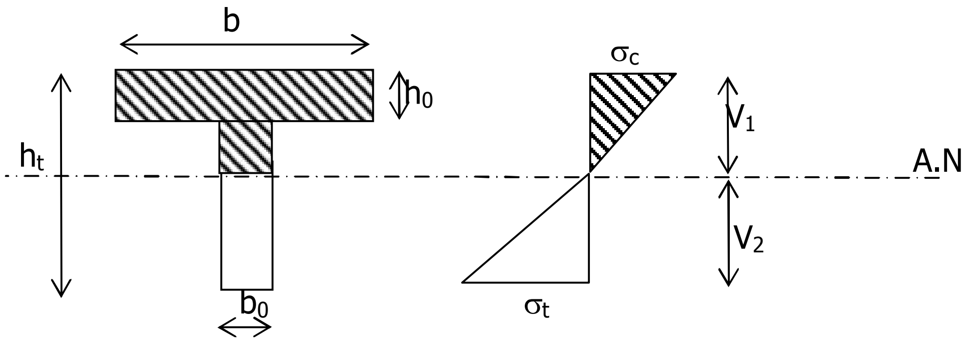

**Géométrie**

- Largeur de la poutrelle b = 65 cm.
- Largeur de la nervure $b_0$ = 12 cm.

- Hauteur de la section $h_t$ =20cm.
- Hauteur de la section $h_0$ = 4 cm.
- Hauteur utile des aciers tendus d = 0,9h =21,6 cm.

**Moment d'inertie**

Fig.2-2: Ferraillage des poutrelles




**Matériaux**

- contrainte des aciers utilisés : feE40 = 400 Mpa
- contrainte du béton à 28 jours : $f_{c28}$ = 25 Mpa
- Contrainte limite de traction du béton : $f_{t28}$=2.1 Mpa.
- Fissuration peu préjudiciable.

**Sollicitations de calcul**

$$\begin{cases} M_{t\,max} = 14{,}44 kN.m \\ M_{rive\,max} = 4{,}06\ kN.m \\ M_{inter\,max} = 10{,}17\ kN.m \\ T_{max} = 17{,}49\ kN \end{cases}$$

E.L.U

$$\begin{cases} M_{t\,max} = 10{,}44\ kN.m \\ M_{rive\,max} = 2{,}94\ kN.m \\ M_{inter\,max} = 7{,}35\ kN.m \end{cases}$$

E.L.S

- **Calcul des armatures longitudinales à (l'E.L.U)**

IV.2.3.4.1 Calcul des armatures longitudinales :

On doit calculer le moment d'équilibre de la table $M_t$, pour déterminer la position de l'axe neutre.

$Mt=b.h_0.F_{bc}(d-h_0/2)$

$M_t = 65x4x14{,}17(21{,}6-4/2)x10^{-3} = 72{,}21$ KN.m

$M_{t\,max} = 14{,}44\ kN.m < M_t = 72{,}21\ kN.m$

Donc l'axe neutre tombe dans la table de compression, la section en T sera calculée en flexion simple comme une section rectangulaire de dimension (b x $h_t$) = (65 x 24) cm² soumise à :

$M_{t\,max} = 14{,}44\ kN.m.$

$$\mu = \frac{M_{t\,max}}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{14{,}44 \times 10^3}{65 \times 21{,}6^2 \times 14{,}17} = 0{,}033 < \mu_l = 0{,}392 \;\rightarrow\; A'_s = 0$$

$\mu = 0{,}033 \;\rightarrow\; \beta = 0{,}9835$ ; β est tirée du tableau.

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1{,}15} = 348\ MPa$$

$$A_s = \frac{M_{t\,max}}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{14{,}44 \times 10^3}{0{,}9835\ \times 21{,}6 \times 348} = 1{,}95\ cm^2$$

Condition de non fragilité (section en Té)

$$A_{min} = \frac{I}{0{,}81.ht.V'}.\frac{f_{t28}}{fe}$$

$$\text{Avec} : I = b_0.\frac{ht^3}{3} + (b - b_0).\frac{h_0}{3} - [b_0.ht + (b - b_0).h_0].V^2$$

$$V' = ht - V$$

$$V = \frac{b_0.h^2 + (b - b_0).h_0{}^2}{2[b_0.h + (b - b_0).h_0]}$$

$$V = \frac{12x(24)^2 + (65 - 12)x(4)^2}{2[12x24 + (65 - 12)x4]} = 7{,}76cm$$

$I = 25257.86\ cm^4$

$V' = ht - V = 24 - 7{,}76 = 16{,}24\ cm$

$A_{min} = 0{,}42\ cm^2$

Donc: $A_{scal} = 1{,}95\ cm^2 > A_{min} = 0{,}42 cm^2$ Condition v

On prend : 3T10 ; $A_s = 2{,}36\ cm^2$

1. <u>Sur appui intermédiaire (armatures supérieurs) :</u>

$$\mu = \frac{M_a}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{10{,}17 \times 10^3}{65 \times 21{,}6^2 \times 14{,}17} = 0{,}023 < \mu_l = 0{,}392 \;\rightarrow\; A'_s = 0$$

$\mu = 0{,}023 \;\rightarrow\; \beta = 0{,}9885$ ; β est tirée du tableau.

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{10{,}17 \times 10^3}{0{,}9885 \times 21{,}6 \times 348} = 1{,}36\ cm^2$$

- <u>Condition de non fragilité (section en Té) :</u>

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0{,}81 \times h_t \times V_1 \times fe} = \frac{25257{,}86\ \times 2{,}10}{0{,}81 \times 24 \times 7{,}76 \times 400} = 0{,}87\ cm^2$$

Donc : $A_{s\,cal} = 1{,}36\ cm^2 > A_{min} = 0{,}87\ cm^2$ ; Condition non vérifiée

On prend : 2T10 ; $A_s = 1{,}57\ cm^2$

2. <u>Sur appui de rive :</u>

La section calculée est une section rectangulaire de dimension (12 x 24) cm².

$$\mu = \frac{M_a}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{4,06\ \times 10^3}{65 \times 21,6^2 \times 14,17} = 0,0094 < \mu_l = 0,392\ \rightarrow\ A'_s = 0$$

$\mu = 0,0094\ \rightarrow\ \beta = 0,9955$ ; β est tirée du tableau.

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{4,06 \times 10^3}{0,9955 \times 21,6 \times 348} = 0,54\ cm^2$$

- Condition de non fragilité (section en Té) :

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_1 \times fe} = \frac{25257,86\ \times 2,10}{0,81 \times 24 \times 7,76 \times 400} = 0,87\ cm^2$$

Donc : $A_{s\,cal} = 0,54\ cm^2 < A_{min} = 0,87\ cm^2$ ; Condition non vérifiée ; On prend $A_{min} = 0,85\ cm^2$

On prend : 1T12 ; $A_s\ = 1,13\ cm^2$

- **Vérification des contraintes à l'E.L.S**

**Position de l'axe neutre**

Soit «y» la distance entre le centre de gravité de la section homogène «S» et la fibre la plus comprimée.

$$\frac{by^2}{2} + \eta A'(y - c') - \eta A(d - y) = 0.$$

b = 65cm ; η = 15 ; A'= 0 , A = 2,36 $cm^2$.

y = 4.33cm

Le moment d'inertie

$$I_G = \frac{b.y^3}{3} + \eta A'(y - c') + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3} y^3 + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3}(4,33)^3 + 15 \times 2,36(21,6 - 4,33)^2 = 12317,11\ \text{cm}^4.$$

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_G} y = \frac{10,44 \times 10^3}{12317,11} \times 4,33 = 3,67\,\text{MPa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28} = 15\,\text{MPa}.$$

$$\sigma_{bc} = 3,67\,\text{MPa} < \overline{\sigma}_{bc} = 15\,\text{MPa} \text{..............condition vérifiée}.$$

- **Sur appuis**

Position de l'axe neutre

$$\frac{by^2}{2} + \eta A'(y - c') - \eta A(d - y) = 0.$$

$b = 65\ cm$ ; $\eta = 15$ ; $A' = 0$ ; $A = 1,13\ cm^2$

$$32,5\, y^2 - 15 .1,13\ (d - y) = 0\ \Rightarrow\ y = 3,10\ cm$$

Le moment d'inertie

$$I_G = \frac{b.y^3}{3} + \eta A'(y - c') + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3} y^3 + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3}(3{,}10)^3 + 15 \times 1{,}13(21{,}6 - 3{,}10)^2 = 6446{,}60 \ cm^4.$$

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{a\,ser}}{I_G} y = \frac{7{,}35 \times 10^3}{6446{,}60} \times 3{,}1 = 3{,}53 \ \text{MPa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0{,}6 \ f_{c28} = 15 \ \text{MPa} \ .$$

$$\sigma_{bc} = 3{,}53 \ \text{MPa} < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \ \text{MPa} \ \text{.............. condition vérifiée .}$$

**Contrainte de cisaillement :(effort tranchant)**

L'effort tranchant maximal $T_{max}$=17.44 KN.

$$\tau_u = \frac{T_u}{b_0.d} = \frac{17{,}44 \times 10^{-3}}{0{,}12 \times 0{,}216} = 0.672 \ \text{MPa}$$

Fissuration.peu.préjudiciable:

$$\overline{\tau}_u = \min(0{,}13 f_{c28} ; 5 \ \text{MPa}) = 3{,}25 \ \text{MPa}.$$

$$\tau_u = 0{,}672 \ \text{MPa} < \overline{\tau}_u = 3{,}25 \ \text{MPa}\text{....... .......... ....condit ion vérifieé}$$

**Les armatures transversales $A_t$**

$$\phi_t \le \min(h/35; b_0/10; \phi_l)$$

$$\phi_t \le \min(240/35; 120/10; 8) = 6{,}86 \text{mm}.$$

$$\text{on adopte:} \ \phi_t = 8 \ \text{mm}.$$

**Calcul des espacements**

$$\left.\begin{array}{l} St \le \min(0{,}9d ; 40cm) \\ St \le \min(19{,}44 ; 40cm) \end{array}\right\} St \le 19{,}44cm$$

**La section des armatures transversales**

$$\frac{At}{b_0.st} \times \frac{fe}{\gamma s} \ge \frac{\tau_u (h/2) - 0{,}3k.f_{tj}^*}{0{,}9(\sin\alpha + \cos\alpha)} \text{.............(*)}$$

k =1 (fissuration non préjudiciable)

$f_{tj}^*$ = min (2,1; 3,3 MPa) =2,1 MPa

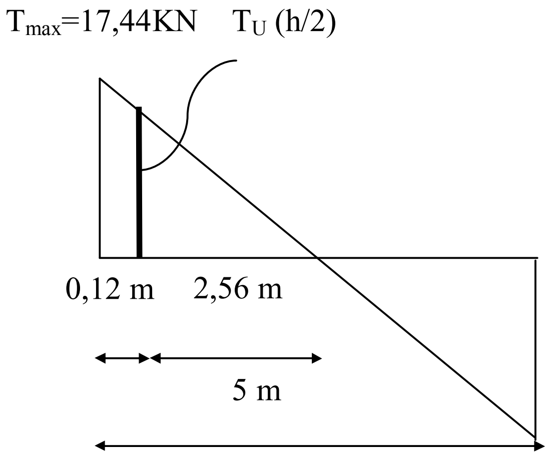
$\alpha$ =90° $\Rightarrow$ sin$\alpha$ +cos $\alpha$ = 1

fe =235 MPa ; $\delta_s$ =1,15

D'où: $\tau_u(h/2) = \dfrac{T_u(h/2)}{b_0.d}$

On calcul la valeur de l'effort tranchant $T_u$ (h/2) par la méthode des triangles semblables:

$$\frac{T_{max}}{X} = \frac{T_u(h/2)}{X-(h/2)} \Rightarrow T_u(h/2) = \frac{T_{max}.[X-(h/2)]}{X}$$




On calcul la distance "X":

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M_w - M_e}{q.L}$$

X=5/2+ (10,17-4,06)/6,51x5 = 2,68 m

h/2 = 0,24/2 = 0,12 m

X-(h/2)= 2,68 -0,12 = 2,56 m

Donc: $T_u(h/2) = \dfrac{17,44.2,56}{2,68} = 16,65\ KN$

D'où: $\tau_u$(h/2) = (16,65x$10^{-3}$ )/(0,12x0,216) = 0,64MPa

$\tau_u$ (h/2) = 0,64MPa

$$(*) \Leftrightarrow \left(\frac{At}{s_t}\right)_{cal} \geq \frac{(0,64 - 0,3\times1\times2,1)\times12}{0,9\times1\times\frac{235}{1,15}} = 0,00065\ cm........(1)$$

**Pourcentage minimal des armatures transversales**

$$\frac{A_t \times fe}{b\times S_t} \geq \max\left(\frac{\tau_u}{2};0,4\ MPa\right)$$

$$\frac{A_t \times fe}{b\times S_t} \geq \max\left(\frac{0,64}{2};0,4\ MPa\right) = 0,4\ MPa$$

$$\left(\frac{At}{S_t}\right)_{min} \geq \frac{0,4\times b_0}{fe} = \frac{0,4\times12}{235} = 0,02\ cm..............................(2)$$

On prend le max entre (1) et (2)

$$\Rightarrow \left(\frac{A_t}{S_t}\right) \geq 0,020\ \text{cm} \qquad ;\text{onprend } S_t = 12\text{cm}$$

$$\Rightarrow A_t \geq 0,02.12 = 0,245\ cm^2 \Rightarrow \begin{cases} 2\phi\ 6 = 0,56\ cm^2/ml \\ S_t = 12\ cm \end{cases}$$

**Zone nodal:**

$S_t \leq$ min (10$\phi_l$ ; 15cm)

$S_t \leq$ 10cm

**-Zone courante**

$S_t \leq 15cm$

$S_t = 15$ cm

$$On\ adopte \begin{cases} S_t = 10\ cm.........Zone\ nodale \\ S_t = 15\ cm.........Zone\ courante \end{cases}$$

**Ancrage des armatures aux niveaux des appuis**

$T_u$ = 17.44kn

$M_{appui}$ = 10,17KN.m

$$F_u = \frac{M_{appui}}{z} = \frac{10{,}17}{0{,}9 \times 21{,}6 \times 10^{-2}} = 52{,}31\ KN > T_u = 17.44\ KN$$

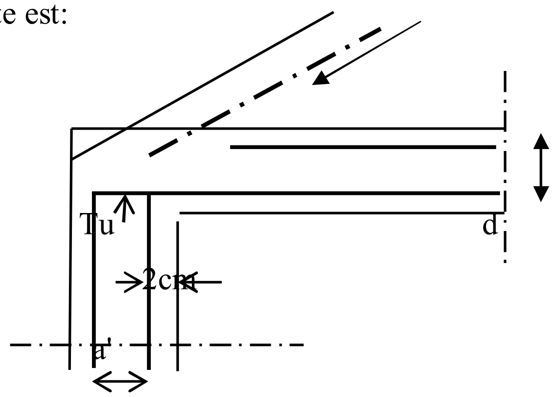
Les armatures longitudinales inférieures ne sont pas soumises à un effort de traction

**Compression de la bille d'about :**

La contrainte de compression dans la biellette est:

Fb

$$\overline{\sigma}_b = \frac{F_b}{S} \quad \text{Avec} \begin{cases} F_b = T\sqrt{2} \\ S = \frac{ab_0}{\sqrt{2}} \end{cases}$$




D'où $\overline{\sigma}_b = \frac{2T}{ab_0}$

a: la longueur d'appui de la biellette

On doit avoir $\overline{\sigma}_b < f_{c28}/\gamma_b$

Mais pour tenir compte du faite que l'inclinaison de la biellette est légèrement différente de $45^0$ donc on doit vérifier que :

$$\overline{\sigma}_b \leq 0{,}8 f_{c28}/\gamma_b$$

$$\frac{2T}{a.b_0} \leq \frac{0{,}8.f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow a \geq \frac{2T\gamma_b}{0{,}8.b_0.f_{c28}}$$

$$\Rightarrow a \geq \frac{2x17{,}44x1,\ 5}{0{,}8.12.25.\ 10} = 0{,}021m \quad =2.1\ cm$$

a = min (a' ; 0,9 d)

a = min (31cm; 19.44 cm) = 19.44 >2.1 cm………………condition vérifiée.

**Entraînement des armatures**

$\tau_{user}=T/0,9d.\mu.n \leq \bar{\tau}_{u\,ser} = \psi s.\ f_{t28}$

$\psi s$: coefficient de cisaillement $\psi s=1,5$ pour H.A

T: effort tranchant max T=17,44 KN

n : nombre d'armatures longitudinales tendues n = 3

$\mu$ : périmètre d'armature tendue $\mu = \pi\phi = 3,14 \text{ x}1 = 3,76$ cm

$\tau u_{ser} = 1.22$ MPa

$\bar{\tau}_{u\,ser} = 1,5 \text{ x } 2,1 = 3,15\text{MPa}$

$\tau_{user} = 1.22 \text{ MPa} \leq \bar{\tau}_{u\,ser} = 3,15$ MPa……………condition vérifiée

**Ancrage des armatures tendues**

La longueur de scellement droit "$\mathbf{L_s}$" est la longueur que doit avoir une barre droite de diamètre $\phi$ pour équilibrer une contrainte d'adhérence $\tau_s$.

La contrainte d'adhérence $\tau_s$ est supposée constante est égale à la valeur limite ultime.

$\tau_s = 0,6\ \psi_s^2.f_{t28} = 0,6\ (1,5)^2.2,1 = 2,835$ MPa.

La longueur de scellement droit $L_s = \phi f_e /4\tau_s$.

$\phi$ : Diamètre d'une barre égale 1cm

$L_s = 1,2.400 /4.2,835 = 42,32$ cm.

Cette longueur dépasse la largeur de la poutre b = 35cm

Nous somme obligés de courber les armatures de telle sorte que

r = 5,5ø = 5,5.1,2 = 6,6 cm.

**Vérification de la flèche**

Il faut que les conditions suivantes soient vérifiées:

$$\begin{cases} \left(\frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{22,5}\right) \Rightarrow \left(\frac{24}{500} = 0,048 \geq 0,044\right) \text{..................................condition vérifiée.} \\ \left(\frac{h_t}{L} \geq \frac{M_{ser}}{15.M_{0ser}}\right) \Rightarrow \left(\frac{24}{500} = 0,048 \geq \frac{10,44}{15.14,71} = 0,047\right) \text{.....................condition vérifiée.} \\ \left(\frac{A_s}{b_0.d} \leq \frac{3,6}{f_e}\right) \Rightarrow \left(\frac{2,36}{12.21,6} = 0,009 \leq \frac{3,6}{400} = 0,009\right) \text{.........................condition vérifiée.} \end{cases}$$

On va calculer:

$$Fi = \frac{Mi.L^2}{10Ei.If_I} \quad ; Fv = \frac{Mv.L^2}{10Ev.If_V}$$

Fi: flèche due aux charges de faible durée d'application.

Fv: flèche due aux charges de longue durée d'application

Avec: $E_i=11000(f_{c28})^{1/3}$ =32164,2 MPa

$E_v=3700(f_{c28})^{1/3}$ =10818,86 MPa

$If_i = \dfrac{1{,}1.I_0}{1+\lambda_i.\mu_i}$ ; $If_v = \dfrac{1{,}1.I_0}{1+\lambda_v.\mu_g}$ $I_0$ : moment d'inertie de la section totale rendue homogène /à l'axe passant par son C.D.G

$If_i$ : moment d'inertie fictif pour les déformations instantanées

$If_v$ : moment d'inertie fictif pour les déformations de longue durée

- **Détermination du centre de gravité**

$$y_G = \frac{\sum A_i.y_i}{\sum A_i} = \frac{(b.h_0).(h_0/2 + h - h_0) + \left[(h - h_0)b_0.(h - h_0)/2\right] + \eta.A_s.c}{(b.h_0) + (h - h_0)b_0 + \eta.A_s}$$

$$y_G = \frac{(65.4)(2 + 16) + \left[(20 - 4).12.(20 - 4)/2\right] + 15.x2,36x2}{(65.4) + (20 - 4).12 + 15.x2,36}$$

$$y_G = 12{,}89\text{cm}$$

- **Détermination du moment d'inertie**

$$I_g = \frac{by_G^3}{3} - \frac{(b - b_0)(y_G - h_0)^3}{3} + \frac{b_0(h_t - y_G)^3}{3} + 15A_s(d - y_G)^2$$

$$I_g = 36353{,}076\text{cm}^4$$

- **Charges prises en comptes**

1-charge avant mise de revêtement : j = 3.36x0, 65 = 2.18 KN/m.

2-charge après mise de revêtement : G = 5.77x0, 65 = 3,75KN/m

3-charge total à l'E.L.S : P = (G+Q): P = (5,77+1,5) x0, 65 = 4,72 KN/m

- **Calcul des moments correspondants**

Mj = 0,85.J.L²/8 = 5,79KN.m

MG = 0,85.G.L²/8 = 9,96KN.m

Mp = 0,85.P.L²/8 = 12,53KN.m

- **Calcul des contraintes**

$$\sigma_{SJ} = \frac{M_J}{A_S.Z} = 126{,}20 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{SG} = \frac{M_G}{A_S.Z} = 217{,}09 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{SP} = \frac{M_P}{A_S.Z} = 273{,}11 \text{ MPa}$$

- **Calcul des coefficients**

$$f = \frac{A_S}{b_0.d} = \frac{2}{12 \times 21.6} = 0,009$$

$$\lambda_i = \frac{0,05 f_{t28}}{(2 + 3b_0/b)f} = 4,56$$

$$\lambda_V = (2/5) = 1,024$$

- **Calcul des coefficients ($\mu_i$)**

$$\mu j = 1 - \frac{1,75.f_{t28}}{(4.f.\ \sigma_{si}) + f_{t28}}$$

$$\mu_j = 1 - [(1,75 \times 2,1)/(4 \times 0,009 \times 126.20) + 2,1] = 0,44$$

$$\mu_G = 1 - [(1,75 \times 2,1)/(4 \times 0,009 \times 217,09) + 2,1] = 0,62$$

$$\mu_P = 1 - [(1,75 \times 2,1)/(4 \times 0,009 \times 273,11) + 2,1] = 0,69$$

- **Calcul des moments d'inertie après fissuration**

$$I_{Fi} = \frac{1,1.I_0}{(1 + \lambda_i.\mu_i)} \quad : I_0 = I_G = 36353,06.cm^4.$$

$$I_{FJ} = 13301,07\ cm^4.$$

$$I_{FG} = 10448,46\ cm^4.$$

$$I_{FP} = 9644,11\ cm^4.$$

$$I_{FV} = 24459,51\ cm^4.$$

- **Calcul des valeurs de la flèche correspondantes**

$$F_i = \frac{M_i L^2}{10E_i.I_{FI}}$$

$$.F_{ij} = 0,33\ cm.$$

$$F_{ig} = 0.74\ cm.$$

$$F_{ip} = 1,00\ cm.$$

$$F_{vg} = 0.94\ cm.$$

$F_{total} = F_{vg} - F_{ij} + F_{ip} - F_{ig.}$

Ftotal = 0.94-0.33+1.00-0.74=0.87

Fadm = L/500 = 500/500 =1,00 cm.

Ftotal= 0,87 cm <Fadm = 1.00 cm ……………………..condition vérifiée

| | FERRAILLAGE | |
|---|---|---|
| TRAVEE | APPUI RIV | APPUI INTER |
| 3T10=2,36 | 1T12 =1,13 cm² | 2T10=1.57cm² |

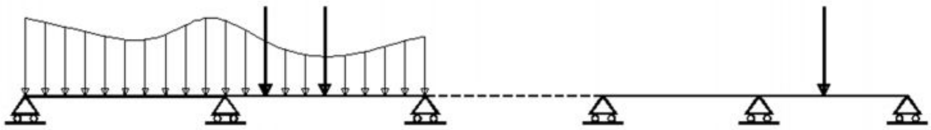
- **Plancher à corps-creux (terrasse)**

**Méthodes de calcul**

Puisque la fissuration est trèspréjudiciable dans ce plancher, on peu pas utiliser la méthode forfaitaire pour calculer les poutrelles, alors on doit utiliser une autre méthodeappelée la méthode des trois moments.

**Hypothèses**

Prenons le cas d'une poutre droite posée sur (N+2) appuis simples chargée par des forces concentrées ou réparties dont la direction est perpendiculaire à l'axe de la poutre.



Le problème posé possède une mobilité correspondant à la translation suivant l'axe de la poutre.

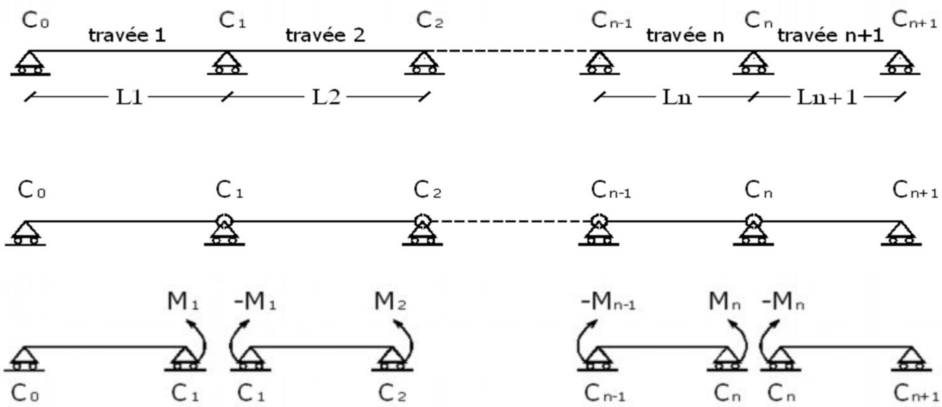
Si cette mobilité est gênante, il suffit de remplacer une liaison Ponctuelle par une rotule.

Le problème se situe dans le plan (x, y ) et est à flexion dominante. L'inertie de section et le module d'élasticité sont constants sur la poutre.

**Notations des appuis**

Les appuis sont notés $C_0$, $C_1$, ...., $C_{n+1}$ .

La portion de poutre = [$C_{i-1}$, $C_i$] est la travée i de longueur Li




Le problème est hyperstatique d'ordre **N**, on utilise la méthode des forces avec une décomposition particulière.

**Décomposition du problème**

Plutôt que de considérer que le problème isostatique associé est une poutre sur deux appuis-dans ce cas les inconnues. Hyperstatiques seraient N réactions d'appuis-on introduit une rotule entre chaque Travée au doit des appuis $C_1$ à $C_n$.

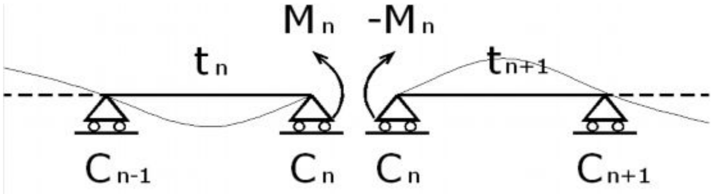
Le problème isostatique associé correspond à N + 1 poutres sur deux appuis correspondant à chaque travée. Les inconnues hyperstatiques sont les moments $M_i$ exercés par la travée i+1 Sur la travée i. Le moment exercé par la travée i sur la travée i+1 étant $-M_i$

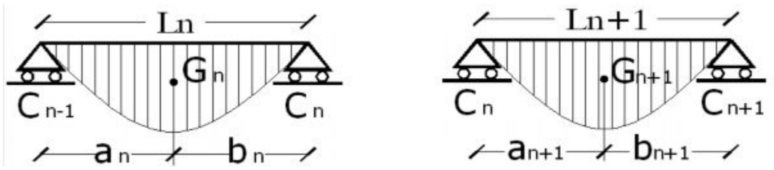
Les moments $M_i$ sont également les moments fléchissant du problème hyper statique au droit des appuis.

**Equations de continuité de la rotation**

Les inconnues $M_i$ sont calculés de façon à ce que la rotation de section soit continue

($\theta' = \theta''$)…………………(1)




$G_n$ , $G_{n+1}$ :les centre d'inertie des aires de diagramme des moments.

$a_n$ ,$b_n$ , $a_{n+1}$ ,$b_{n+1}$ : sont des distances entre centres de gravités et les appuis adjacent.

$S_n$ et $S_{n+1}$ : les Aires des diagrammes des moments pour les travées $L_n$ et $L_{n+1}$

$\theta' = \theta'(M_{n-1}) + \theta'(M_n) + \theta'(q)$

D'où : q : le chargement des travées.

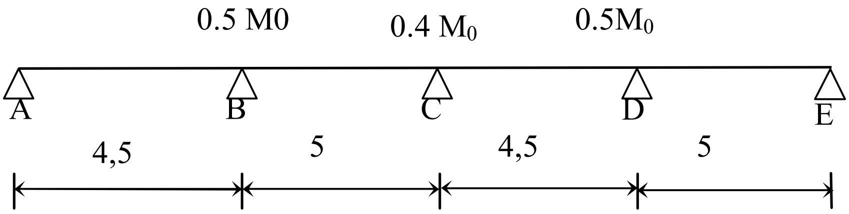
Selon le théorème des Aires des moments, on aura :

$$\theta' = \frac{S_n . a_n}{L_n . E_I} + \frac{M_{n-1} . L_n}{6.E_I} + \frac{M_n . L_n}{3.E_I}$$

$$\theta'' = \frac{S_{n+1} . b_{n+1}}{L_{n+1} . E_I} + \frac{M_n . L_{n+1}}{3.E_I} + \frac{M_{n+1} . L_{n+1}}{6.E_I}$$

$$\theta' = \theta'' \Rightarrow M_{n-1} . L_n + 2M_n (L_n + L_{n+1}) + M_{n+1} . L_{n+1} = -6 \left[ \frac{S_n . a_n}{L_n} + \frac{S_{n+1} . b_{n+1}}{L_{n+1}} \right]$$

- **Etude des poutrelles plancher terrasse**



**Exemple de calcul**

Pour La plancher terrasse : $G = 6{,}77$ KN/m$^2$

$Q = 1{,}00$ KN/m$^2$

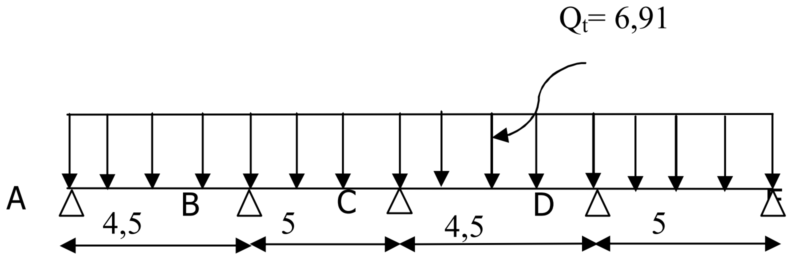
- **Sollicitation à l'E.L.U**

$q_u = (1{,}35G+1{,}5Q) \times 0{,}65 = (1{,}35\times6{,}77)+(1{,}5\times1{,}00) \times 0{,}65$ ……… $\Rightarrow$ **$q_u$ = 6,91 KN/ml**

- **Sollicitation à l'E.L.S**

$q = (G+Q) \times 0{,}65 = (6{,}77+1{,}00) \times 0{,}65$ ………………………….... $\Rightarrow$ **q = 5,05 KN/ml**

Type (01) : poutrelles à 4 travées




Le calcul se fait selon la formule:

$$M_{(n-1)}.L_n + 2M_n\left(L_n + L_{(n+1)}\right) + M_{(n+1)}.L_{(n+1)} = -6\left[\frac{S_n.a_n}{L_n} + \frac{S_{(n+1)}.b_{(n+1)}}{L_{(n+1)}}\right] \text{………..(1)}$$

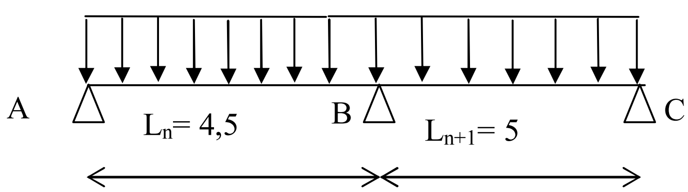
En isolant deus travées adjacentes, on prend A-B et B-C

- **Partie AB et BC**

$M_0^{AB} = Ql^2/8 = 17{,}49$KN.m

$a_n = b_n = 2{,}25$ m

$S_n = 2/3.L_n .M_0^{AB} = 52{,}47$ m²




$M_0^{BC} = 49Ql^2/8 = 21{,}59$KN.m

$a_{n+1} = b_{n+1} = 2{,}50$ m

$S_{n+1} = 2/3.L_{n+1} .M_0^{BC} = 71{,}96$ m²

$$M_A = -0{,}2M_0^{AB} = -0{,}2 \times 17{,}49 = -3{,}49 \text{ KN.m}$$

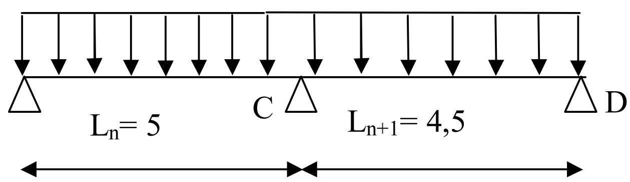
**$19M_B+5M_C+357{,}58=0$…………(1)**

- **Partie BC et CD**

$M_0^{BC} = Ql^2/8 = 21{,}59$KN.m

$a_n = b_n = 2.50$ m

$S_n = 2/3.L_n .M_0^{BC} = 71{,}96$ m²



$M_0^{CD} = Ql^2/8 = 17{,}49$KN.m

$a_{n+1} = b_{n+1}$=2.25 m

$S_{n+1} = 2/3.L_{n+1} .M_0^{CD}$ =52,47 m²

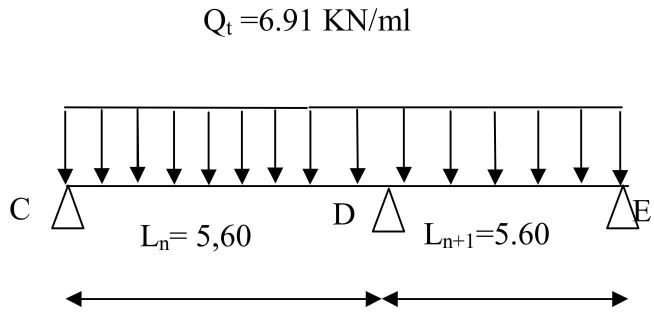
**$5M_B + 19M_C + 4{,}5M_D + 373{,}29 = 0$……………(2)**

- **Partie CD et DE**

$M_0^{CD} = Ql^2/8 = 17{,}49$KN.m

$a_n = b_n$=2,25 m

$S_n = 2/3.L_n . M_0^{CD}$ = 52,47 m²




$M_0^{DE}=Ql^2/8 = 21{,}59$KN.m

$a_{n+1} = b_{n+1}$ = 2.50 m

$S_{n+1} = 2/3.L_n . M_0^{DE}$ =71,96 m²

$$M_E = -0{,}2M_0^{DE} = -0{,}2 \times 21{,}59 = -4{,}31 \text{ KN.}$$

**$4{,}5M_C + 19M_D + 351{,}74 = 0$………(3)**

Apres résolution des trois équations (1 ; 2 et 3) on obtient

- **Les moments sur appuis**

$M_A$ = -3,49 KN.m

$M_B$ = -15,72KN.m

$M_C$ = -11,78KN.m

$M_D$ = -15,72KN.m

$M_E$ = -4,31KN.m

- **Les moments en travées**

$M_t^{AB}=[(M_A+M_B)/2]+ M_0^{AB}$= 7,88KN.m

$M_t^{BC}=[(M_B+M_C)/2]+ M_0^{BC}$= 7,84KN.m

$M_t^{CD}=[(M_C+M_D)/2]+ M_0^{CD}$= 3,74KN.m

$M_t^{DE}=[(M_D+M_E)/2]+ M_0^{DE}$= 11,57KN.m

- **Efforts tranchants**

**Travée (A-B) :** $\begin{cases} T_W = \frac{M_A - M_B}{l} + \frac{ql}{2} = 12{,}82\ KN \\ T_E = \frac{M_A - M_B}{l} - \frac{ql}{2} = -18{,}26\ KN \end{cases}$

**Travée (B-C) :** $\begin{cases} T_W = \frac{M_B - M_C}{l} + \frac{ql}{2} = 18{,}06\ KN \\ T_E = \frac{M_B - M_C}{l} - \frac{ql}{2} = -16{,}48\ KN \end{cases}$

**Travée (C-D) :** $\begin{cases} T_W = \frac{M_C - M_D}{l} + \frac{ql}{2} = 14{,}67\ KN \\ T_E = \frac{M_C - M_D}{l} - \frac{ql}{2} = -16{,}42\ KN \end{cases}$

**Travée (D-E) :** $\begin{cases} T_W = \frac{M_D - M_E}{l} + \frac{ql}{2} = 19{,}55\ KN \\ T_E = \frac{M_D - M_E}{l} - \frac{ql}{2} = -14{,}99\ KN \end{cases}$

**Diagramme des moments**

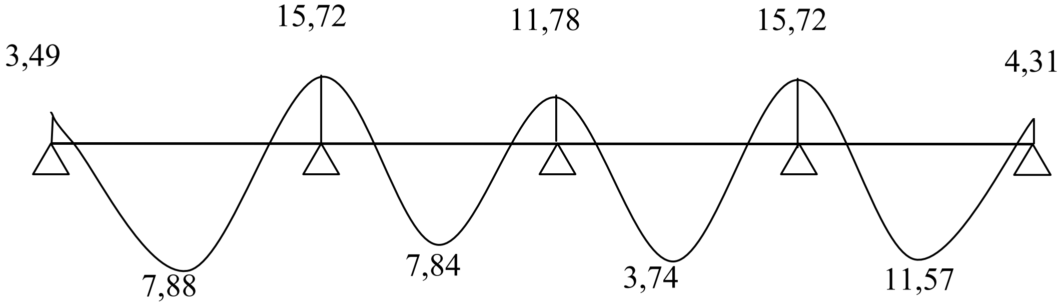



Figure 2.3 : Diagramme des moments fléchissant [ KN.m ]

**Diagramme de (T)**

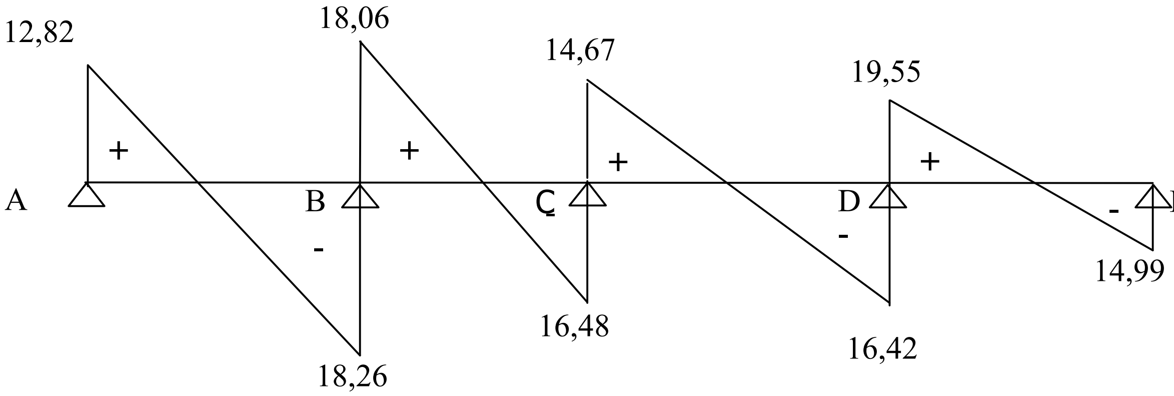



Figure 2.4 : Diagramme des efforts tranchants **[ KN]**

Tableaux 2.2 récapitulation des résultats du plancher terrasse

| Usage | E.L.U | | | | E.L.S | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $M_{a\text{-}rive}$ (KN.m) | $M_{a\text{-}inter}$ (KN.m) | $M_t$ (KN.m) | $T_u$ (KN) | $M_{a\text{-}rive}$ (KN.m) | $M_{a\text{-}inter}$ (KN.m) | $M_t$ (KN.m) |
| Terrasse inaccessible | 4,31 | 15,72 | 11,57 | 19,55 | 3,15 | 12,02 | 8,19 |

- **Calcul du ferraillage des poutrelles**

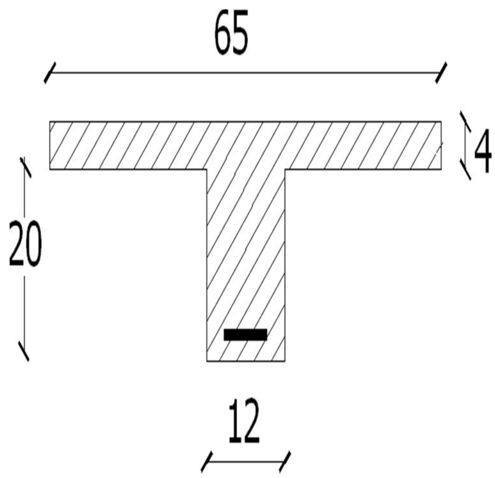
Le ferraillage des poutrelles se fait pour une section en **Té** soumise à la flexion simple à l'E.L.U.R.

En suit la vérification du béton et les sections d'armatures se fait à l'E.L.S

**Sollicitations de calcul:**

**E.L.U** $\begin{cases} M_{travée} = 11{,}57\text{KN.m} \\ M_{appui\text{-}rive} = 4{,}31\text{ KN.} \\ M_{appui\text{-}inter} = 15{,}72\text{KN.m} \\ T_{max} = 19{,}55\text{KN} \end{cases}$

**E.L.S** $\begin{cases} M_{travée} = 8{,}19\text{KN.m} \\ M_{appui\text{-}rive} = 3{,}15\text{KN.m} \\ M_{appui\text{-}inter} = 12{,}02\text{KN.m} \end{cases}$




**E.L.U.R**

- **En travée**

Moment équilibré par la table « Mt »

$M_t=b.h_0.F_{bc}(d-h_0/\ 2)$

Avec : $\begin{cases} d=0{,}9h=0{,}9x24=21{,}60\text{ cm} \\ F_{bc}=0{,}85fc_{28}/\gamma_b=14{,}17\text{ MPa} \\ h_0=4\text{ cm} \\ b=65\text{ cm}\backslash \end{cases}$

$M_t = 65x4x14{,}17(21{,}6-4/2)x10^{-3} = 72{,}21\text{KN.m}$

$M_{tmax}= 11{,}57\text{ KN.m}< 72{,}21\text{KN.m}$

Donc l'axe neutre tombe dans la table de compression, la section en T sera calculée en flexion simple comme une section rectangulaire de dimension (bxh) = (65 x24) cm².

$$\mu = \frac{Mt}{f_{bc}.d^2.b} = \frac{11,57.10^3}{65.(21,6)^2.14,17} = 0,026 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\beta = 0,987$$

$$\sigma_S = \frac{fe}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348\,MPa$$

$$As = \frac{Mt}{\beta.d.\sigma_S} = \frac{11,57.10^3}{0,987.21,6.348} = 1,55\ cm^2$$

**On adopte : 3T10 = 2,36 cm²/ml**

Condition de non fragilité (section en Té)

$$A_{min} = \frac{I}{0,81.ht.V'}.\frac{f_{t28}}{fe}$$

$$\text{Avec} : I = b_0.\frac{ht^3}{3} + (b - b_0).\frac{h_0}{3} - [b_0.ht + (b - b_0).h_0]V^2$$

$$V' = ht - V$$

$$V = \frac{b_0.h^2 + (b - b_0).h_0^{\ 2}}{2[b_0.h + (b - b_0).h_0]}$$

$$V = \frac{12x(24)^2 + (65 - 12)x(4)^2}{2[12x24 + (65 - 12)x4]} = 7,76cm$$

$I = 25257.86\ cm^4$

$V' = ht - V = 24 - 7,76 = 16,24$ cm

$$A_{min} = 0,42\ cm^2$$

Donc: $A_{scal} = 1,55$ cm² > $A_{min} = 0,42$ cm²..............condition vérifiée.

**Le choix: 3T10 = 2,36 cm²/ml**

- **Sur appuiintermédiaire**

La section de calcul est une section rectangulaire de dimension ($b_0$ x h)= (12 x 24) cm²

$$\mu = \frac{Ma}{f_{bc}.d^2.b_0} = \frac{15,72 \times 10^3}{14,17 \times (21,6)^2 \times 12} = 0,198 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\mu = 0,198 \xrightarrow{\text{Tableau}} \beta = 0,889$$

$$\sigma_S = \frac{fe}{\delta_s} = \frac{400}{1,15} = 348MPa$$

$$As = \frac{Mt}{\beta.d.\sigma_S} = \frac{15,72 \times 10^3}{0,889 \times 21,6 \times 348} = 2.35\ cm^2$$

Condition de non fragilité (section en Té)

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_1 \times fe} = \frac{25257,86 \times 2,10}{0,81 \times 24 \times 7,76 \times 400} = 0,88\ cm^2$$

$A_{min} = 0,88 \quad cm^2$

Donc : $A_{s\ cal} = 2,35\ cm^2 > A_{min} = 0,88\ cm^2$ ................. *condition vérifiée* .

**Le choix**: **1T14+1T12= 2,67 cm²/ml**

- **Sur appuis de rive**

$$\mu = \frac{Ma}{f_{bc}.d^2.b_0} = \frac{4,31 \times 10^3}{14,17 \times (21,6)^2 \times 12} = 0,054 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\mu = 0,054 \xrightarrow{\text{Tableau}} \beta = 0,972$$

$$\sigma_S = \frac{fe}{\delta_s} = \frac{400}{1,15} = 348MPa$$

$$As = \frac{Mt}{\beta.d.\sigma_S} = \frac{4,31 \times 10^3}{0,972 \times 21,6 \times 348} = 0,58 \quad cm^2$$

$A_{min} = 0,88 \quad cm^2$

Donc : $A_{s\ cal} = 0,58\ cm^2 < A_{min} = 0,88\ cm^2$ ................. *condition non vérifiée* .

**Le choix**:**1T12= 1,13 cm²/ml**

**2.5 Verification a l'E.L.S**

- **En travées**

Position de l'axe neutre :

$$\frac{by^2}{2} + \eta A'(y - c') - \eta A(d - y) = 0.$$

y =4,34 cm

Le moment d'inertie

$$I_G = \frac{b.y^3}{3} + \eta A'(y - c') + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3} y^3 + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3}(4,34)^3 + 15 \times 2,36(21,6 - 4,34)^2 = 12317,10 \ \ cm^4.$$

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_G} y = \frac{8,19 \times 10^3}{12317,10} \times 4,34 = 2.88 \ \ MPa$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28} = 15\,MPa.$$

$\sigma_{bc} = 2.88\,MPa < \overline{\sigma}_{bc} = 15\,MPa$ ..............condition vérifiée .

- **Sur appuis**

Position de l'axe neutre

$$\frac{by^2}{2} + \eta A'(y - c') - \eta A(d - y) = 0.$$

$b = 65 \ \ cm \quad ; \ \eta = 15 \quad ; \ A' = 0 \quad ; \ A = 1,13 \ \ cm^2$

$y = 3,10 \ \ cm$

Le moment d'inertie

$$I_G = \frac{b.y^3}{3} + \eta A'(y - c') + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3} y^3 + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3}(3,10)^3 + 15 \times 1,13(21,6 - 3,10)^2 = 6446,06 \ \ cm^4.$$

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{a\,ser}}{I_G} y = \frac{3,15 \times 10^3}{6446,06} \times 3,1 = 1,5 \ MPa$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6 \ f_{c28} = 15 \ MPa \ .$$

$\sigma_{bc} = 1,5\ MPa < \overline{\sigma}_{bc} = 15\ MPa$ .......... .... condition vérifiée .

**Contrainte de cisaillement :(effort tranchant)**

L'effort tranchant maximal $T_{max}$=19,55 KN.

$$\tau_u = \frac{T_u}{b_0.d} = \frac{19,55 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,216} = 0.754 \ \ MPa$$

Fissuration.peu.préjudiciable:

$\overline{\tau}_u = \min(0,13 f_{c28} ; 5 \ MPa) = 3,25 \ MPa.$

$\tau_u = 0,754 \ MPa < \overline{\tau}_u = 3,25 \ MPa$....... .......... ....condit ion vérifieé

**Les armatures transversales $A_t$**

$\phi_t \le \min(h/35; b_0/10; \phi_l)$

$\phi_t \le \min(240/35, 140/10, 8) = 6{,}86\,\text{mm}.$

on adopte: $\phi_t = 8$ mm.

**Calcul des espacements**

$$\left.\begin{array}{l} St \le \min(0{,}9d\ ;\ 40cm) \\ St \le \min(19{,}44\ ;\ 40cm) \end{array}\right\} St \le 19{,}44cm$$

**La section des armatures transversales**

$$\frac{At}{b_0.st} \times \frac{fe}{\gamma s} \ge \frac{\tau_u(h/2) - 0{,}3k.f_{tj}^{*}}{0{,}9(\sin\alpha + \cos\alpha)} \text{............(*)}$$

k =1 (fissuration non préjudiciable)

$f_{tj}^{*}$ = min (2,1; 3,3 MPa) =2,1 MPa

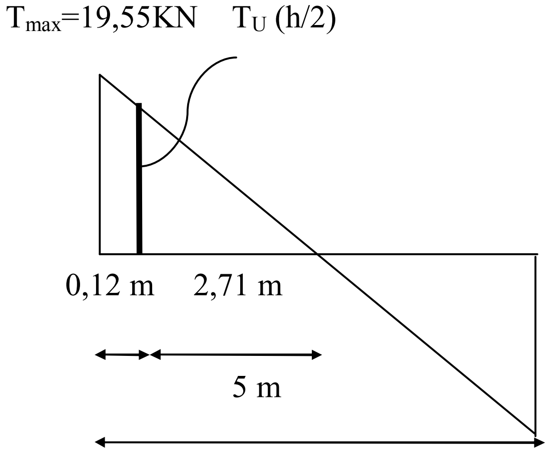
$\alpha = 90° \Rightarrow \sin\alpha + \cos\alpha = 1$

fe =235 MPa ; $\delta_s$ =1,15

D'où: $$\tau_u(h/2) = \frac{T_u(h/2)}{b_0.d}$$

On calcul la valeur de l'effort tranchant $T_u$ (h/2) par la méthode des triangles semblables:

$$\frac{T_{max}}{X} = \frac{T_u(h/2)}{X - (h/2)} \Rightarrow T_u(h/2) = \frac{T_{max}.[X - (h/2)]}{X}$$




On calcul la distance "X":

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M_w - M_e}{q.L}$$

X=5/2+ (15,72-4,31)/6,91x5 = 2,83 m

h/2 = 0,24/2 = 0,12 m

X-(h/2)= 2,83 -0,12 = 2,71 m

Donc: $$T_u(h/2) = \frac{19{,}55.2{,}71}{2{,}83} = 18{,}72\ KN$$

D'où: $\tau_u(h/2) = (18{,}72 \times 10^{-3})/(0{,}12 \times 0{,}216) = 0{,}72MPa$

$\tau_u$ (h/2) = 0,72MPa

$$(*) \Leftrightarrow \left(\frac{At}{s_t}\right)_{cal} \ge \frac{(0{,}72 - 0{,}3 \times 1 \times 2{,}1) \times 12}{0{,}9 \times 1 \times \frac{235}{1{,}15}} = 0{,}0058\ cm\text{.........(1)}$$

**Pourcentage minimal des armatures transversales**

$$\frac{A_t \times fe}{b \times S_t} \geq \max\left(\frac{\tau_u}{2};0,4\ MPa\right)$$

$$\frac{A_t \times fe}{b \times S_t} \geq \max\left(\frac{0,72}{2};0,4\ MPa\right) = \ 0,4\ MPa$$

$$\left(\frac{At}{S_t}\right)_{\min} \geq \frac{0,4 \times b_0}{fe} = \frac{0,4 \times 12}{235} = 0,02\ \ cm.............................(2)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{A_t}{S_t}\right) \geq 0,020\ \text{cm} \quad ;\text{onprend } S_t = 12\text{cm}$$

On prend le max entre (1) et (2)

$$\Rightarrow A_t \geq 0,02.12 = 0,245\ cm^2 \Rightarrow \begin{cases} 2\phi\ 6 = 0,57\ cm^2 / ml \\ S_t = 12\ cm \end{cases}$$

**Zone nodal:**

$S_t \leq \min\ (10\phi_l\ ;\ 15\text{cm})$

$S_t \leq 10\text{cm}$

**-Zone courante**

$S_t \leq 15\text{cm}$

$S_t = 15\ \text{cm}$

$$On\ adopte \begin{cases} S_t = 10\ cm.........Zone\ nodale \\ S_t = 15\ cm.........Zone\ courante \end{cases}$$

**Ancrage des armatures aux niveaux des appuis**

$T_u$ = 19,55kn

$M_{appui}$ = 15,72KN.m

$$F_u = \frac{M_{appui}}{z} = \frac{15,72}{0,9 \times 21,6 \times 10^{-2}} = 80,86\ \text{KN} > T_u = 17.92\ \text{KN}$$

Les armatures longitudinales inférieures ne sont pas soumises à un effort de traction

- **Compression de la bielle d'about**

$\overline{\sigma}_b \leq 0,8 f_{c28} / \gamma_b$

$$\frac{2T}{a.b_0} \leq \frac{0,85 f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow a \geq \frac{2T\gamma_b}{0,8 b_0 . f_{c28}}$$

$$\Rightarrow a \geq \frac{2 \times 19,55 \times 1,5}{0,8 \times 12 \times 25 \times 10} = 0,024\ \ \text{m} = 2,4\ \ cm$$

a = min (a' ; 0,9 d)

a = min (31cm; 19,44 cm) = 19,44 > 2,4 cm………………condition vérifiée

**Entraînement des armatures**

$\tau_{user}$=T/0,9d.μ.n ≤ $\bar{\tau}_{u\,ser}$ = ψs. $f_{t28}$

ψs: coefficient de cisaillement ψs=1,5 pour H.A

T: effort tranchant max T=19,55 KN

n : nombre d'armatures longitudinales tendues n = 3

μ : périmètre d'armature tendue $\mu = \pi^{\phi}$ = 3,14 x1,2 = 3,76 cm

$\tau u_{ser}$ = 0,79MPa

$\bar{\tau}_{u\,ser}$ =1,5 x 2,1 = 3,15MPa

$\tau_{user}$ = 0,79MPa ≤ $\bar{\tau}_{u\,ser}$ = 3,15 MPa……………condition vérifiée

**Ancrage des armatures tendues**

La longueur de scellement droit "$\mathbf{L_s}$" est la longueur que doit avoir une barre droite de diamètre ϕ pour équilibrer une contrainte d'adhérence $\tau_s$.

La contrainte d'adhérence $\tau_s$ est supposée constante est égale à la valeur limite ultime.

$\tau_s = 0,6\ \psi_s^2.f_{t28} = 0,6\ (1,5)^2.2,1 = 2,835$ MPa.

La longueur de scellement droit $L_s = \phi f_e / 4\tau_s$.

ϕ : Diamètre d'une barre égale 1cm

$L_s$ = 1,2.400 /4.2,835 =42,32 cm.

Cette longueur dépasse la largeur de la poutre b = 35cm

Nous somme obligés de courber les armatures de telle sorte que

r = 5,5ø = 5,5.1,2 = 6,6 cm.

**Vérification de la flèche**

Il faut que les conditions suivantes soient vérifiées:

$$\begin{cases} \left(\frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{22,5}\right) \Rightarrow \left(\frac{24}{500} = 0,048 \geq 0,044\right) \text{.................................condition vérifiée.} \\ \left(\frac{h_t}{L} \geq \frac{M_{ser}}{15.M_{0ser}}\right) \Rightarrow \left(\frac{24}{500} = 0,048 \geq \frac{8,19}{15.15,78} = 0,034\right) \text{.....................condition vérifiée.} \\ \left(\frac{A_s}{b_0.d} \leq \frac{3,6}{f_e}\right) \Rightarrow \left(\frac{2,36}{12.21,6} = 0,009 \leq \frac{3,6}{400} = 0,009\right) \text{.........................condition vérifiée.} \end{cases}$$

| TRAVEE | APPUI | |
|---|---|---|
| | RIVE | INTERMEDIAIRE |
| **3T10 = 2,36 cm²/ml** | **1T12= 1,13 cm²/ml** | **1T12+1T14= 2,67 cm²/ml** |