

II.1. Introduction

Nous présentons dans ce chapitre une généralité sur la turbulence on définit leur caractéristiques et les différents domaines d'application de la turbulence au monde industriel ainsi que les méthodes et les model de résolutions de phénomène de turbulence par les équations de fermetures.

II.2. Généralités sur la turbulence

La turbulence ne constitue pas une propriété intrinsèque du fluide. Elle est caractérisée à l'aide d'un ensemble d'observations sur l'état du mouvement. Un écoulement turbulent tend d'une façon générale à qualifier un état d'agitation du mouvement où les vitesses évoluent d'une façon apparemment irrégulière, désordonnée et chaotique, si bien que le comportement du détail des trajectoires des particules fluides semble imprévisible à long terme. Ces mouvements aléatoires s'effectuent dans toutes les directions. La turbulence est par nature un phénomène tridimensionnel. A ces fluctuations de vitesse, sont associées des fluctuations de pression suivant la loi du mouvement du fluide qui est supposée satisfaire à chaque instant les équations de Navier-Stokes. Si l'écoulement turbulent a un comportement aléatoire, il est également rotationnel de vitesse. Ce mouvement tourbillonnaire est présent sur un très large éventail d'échelles temps et d'espace, qui donne à l'observation l'effet d'un enchevêtrement de tourbillons de structures et durées de vie très variées. En réalité, les plus petites échelles présentes dans l'écoulement sont fixées par la viscosité du fluide, alors que les plus larges échelles sont limitées par la taille des cisaillements présents dans le mouvement moyen, c'est-à-dire en pratique, par les limitantes de l'écoulement. Les dimensions des plus grosses structures sont donc de l'ordre de grandeur du domaine fluide.

La turbulence se manifeste dans de nombreux secteurs industriels tel que : l'aéronautique, l'hydraulique, l'énergétique, la thermique et bien d'autres domaines. Elle caractérise, en général, les écoulements de fluides visqueux développant des instabilités lorsque leurs nombres de Reynolds augmentent. Ces écoulements qualifiés de turbulents contiennent des structures tourbillonnaires, de tailles et de durée de vie très variées qui assurent le transfert d'énergie cinétique des grosses structures vers les structures les plus petites. Ce phénomène est appelé la "cascade d'énergie" et il cesse lorsque la taille des petites structures deviennent très faible et la dissipation de viscosité l'emporte et fait disparaître toute l'énergie cédée. La principale difficulté de la turbulence est la prédiction des valeurs exactes du champ de vitesse, de pression ou de température à un instant et en un point donné [9].

En régime turbulent, toute grandeur α est définie par la somme d'une valeur moyenne $\bar{\alpha}$ et d'une fluctuation α' dont la moyenne temporelle sera nulle. Cela est décrit par la décomposition de Reynolds suivante :

$$\alpha = \bar{\alpha} + \alpha' \quad (\text{II.1})$$

Le problème de la turbulence, alors, consiste à comprendre et modéliser l'effet de ces fluctuations sur l'écoulement moyen. En effet, la décomposition de Reynolds introduit des inconnues supplémentaires (tenseur de Reynolds) et on se retrouve avec un système d'équations où le nombre d'inconnues est supérieur au nombre d'équations. Alors, il faut relier ces inconnues à des grandeurs connues d'où l'utilisation des modèles de turbulence.

Ceci est bien différent du régime laminaire décrit par les équations de Navier-Stokes qui sont parfaitement déterministes et permettent donc de prévoir la solution avec précision.

II.2.1 .Caractéristique de l'écoulement turbulent

• Nombre de Reynolds

Deux nombres sans dimension caractérisent en général le régime turbulent. Tous les deux comparent, d'un point de vue général, les facteurs déstabilisateurs au facteur stabilisateur. Lorsque le rapport de ces deux forces est supérieur à une valeur critique, le régime d'écoulement est alors turbulent. Le premier est le nombre de Reynolds qui est le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité. U et L sont une vitesse et une longueur caractéristiques de l'écoulement et ν la viscosité cinématique du fluide, il s'écrit:

$$Re = \frac{UL}{\nu} \quad (2.2)$$

U : vitesse moyenne du fluide (m/s)

L : dimension caractéristique de l'écoulement (m)

ν : viscosité cinématique du fluide ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$)

On définit généralement un nombre de Reynolds critique au-delà duquel l'écoulement est turbulent et ses caractéristiques fluctuent de manière non déterministe. En ce qui concerne les écoulements que nous rencontrons, il est aisé de voir qu'ils sont turbulents.

II.2.2. Exemples d'applications industrielles de la turbulence

La prise en compte de la turbulence est indispensable dans bon nombre d'applications industrielles, même si elles ne nécessitent pas toutes le même niveau de précision pour la modélisation sous-jacente. Quelques exemples sont proposés ci-dessous.

1. Dimensionnement de réseaux

Lors du dimensionnement et de l'optimisation des réseaux de distribution fluides (gaz, eau, pétrole...) la perte de charge des conduites doit être prise en compte. Une modélisation sans prise en compte de la turbulence peut conduire à une forte sous-estimation du frottement (voir l'abaque de Moody) et donc à une large sous-évaluation de la puissance des pompes. Une prise en compte relativement globale par simples corrélations pourra dans ce cas suffire.

2. Echangeurs

Les échangeurs de chaleur des moteurs, des unités de production (voir figure 1 la représentation d'un générateur de vapeur de centrale nucléaire à eau pressurisée) ont recours à des fluides divers et de viscosité très différente (hydrogène, azote, air, eau pressurisée, sodium...), dans des volumes plus ou moins confinés. Selon le cas, les écoulements peuvent être fortement turbulents. Il est indispensable de prendre en compte cette caractéristique pour le calcul des échanges thermiques (la turbulence les augmente en général, voir les corrélations de Nusselt en convection forcée). Selon les besoins, les informations recherchées peuvent être locales (pour la recherche de points chauds, pour l'analyse de la tenue mécanique) ou globales (détermination de rendement par des codes composant ou système). Des modélisations plus ou moins raffinées sont alors mises en œuvre, de la simple corrélation à la simulation des grandes échelles.

3. Aéronautique

Le domaine a très tôt développé des modélisations adaptées aux couches limites.

4. Prévisions atmosphériques

La météorologie est un domaine qui a été particulièrement moteur dans la modélisation de la turbulence et le calcul numérique (voir par exemple les calculs précurseurs de Deardorff en simulation des grandes échelles dès 1973 [10], le développement de divers modèles de longueur de mélange...).

5. Usure par excitation turbulente

Les tubes de générateur de vapeur (Figure. II.1), Les crayons combustibles des grappes (Figure. II.2) sont soumis à des écoulements complexes transverses ou longitudinaux de nature fortement turbulente. Bien que le régime soit globalement stationnaire, les structures turbulentes ont pour effet d'exciter ces structures "filaires" et de grande portée (le diamètre des crayons est de l'ordre de quelques millimètres, pour une longueur de 4 à 5 mètres). Par couplage avec leurs modes propres, les structures oscillent et s'usent par frottement et choc aux points de guidage, d'ancrage, aux grilles... Cette usure doit être appréhendée au mieux, à la fois pour des raisons de sûreté (la ENSTA 2004-2005 Introduction à la turbulence. **F. Archambeau** Page 8/54 gaine des crayons combustibles et le GV sont des barrières de radioprotection) et pour des raisons de performance (si

des tubes de GV sont percés, ils doivent être bouchés et le générateur de vapeur perd de son efficacité). Une modélisation fine des fluctuations est nécessaire dans ce cas.

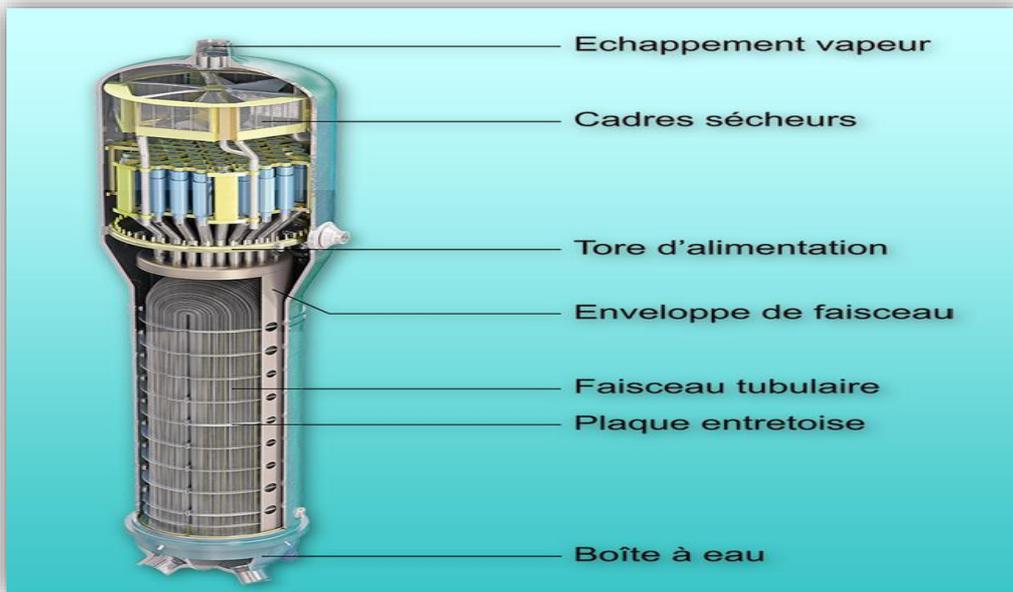


Figure II.1 : Générateur de vapeur d’une centrale nucléaire à eau pressurisée

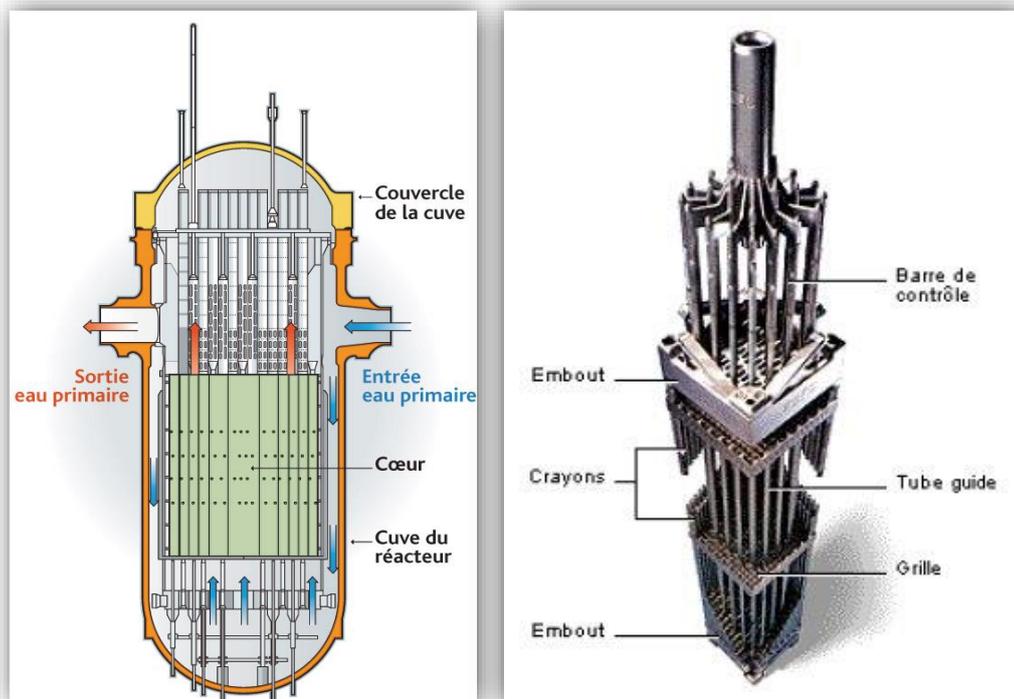


Figure II.2: Grappe de commande d’une centrale nucléaire à eau pressurisée

II.3. Les méthodes des turbulences approchées

II.3.1. La méthode RANS

La méthode RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) consiste à résoudre un écoulement moyen et à modéliser les fluctuations de la turbulence par une viscosité turbulente. La méthode URANS est une extension in stationnaire du RANS qui permet de résoudre les très grandes (lentes) fluctuations temporelles de l'écoulement.

Les avantages

- Bonne prédiction des forces moyennes sur le corps
- Coût de calcul faible (20 hrs sur 128 processeurs)

Utilisé pour :

- Conception de la forme des ailes et des pales
- Estimation initiale pour des calculs plus poussés

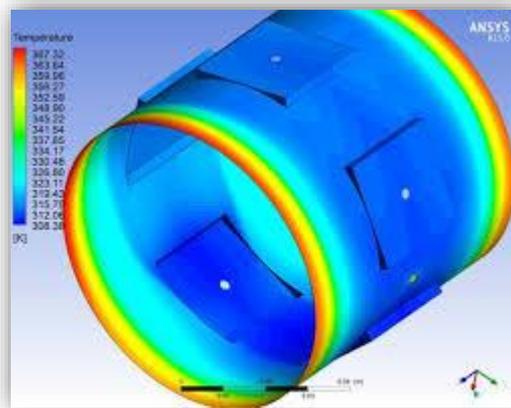


Figure II.3 : Température dans un film d'huile cisaille par deux disques en rotation symbolisant un embrayage en position ouverte (d'après Changent) [11]

II.3.2. Simulation des grandes échelles (LES)

En LES (Large Eddy Simulation), les échelles de turbulence plus petites que la taille du maillage sont filtrées et modélisées alors que les grandes échelles contenant la majeure partie de l'énergie de l'écoulement, sont entièrement simulées. Cette méthode nécessite par contre une discrétisation très fine près d'un corps en raison des très petites échelles de turbulence présentes dans la mince couche limite le long des parois.

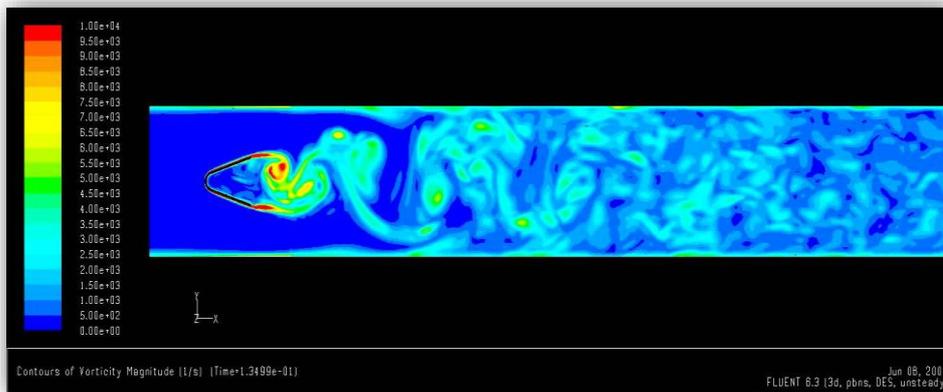


Figure II.4 : Simulation des grandes échelles : collision axiale de deux anneaux tourbillonnaires [12]

II.3.3. Simulation directe (DNS)

La méthode DNS (Direct Numerical Simulation) est utilisée pour résoudre entièrement le spectre de la turbulence et ce, sans aucune modélisation. Ceci nécessite un maillage suffisamment fin pour capturer jusqu'à la plus petite échelle de turbulence. Le coût de calcul exorbitant de cette méthode la rend inappropriée pour la majorité des problèmes d'ingénierie, mais elle demeure essentielle pour notre compréhension fondamentale de la physique de la turbulence.

II.3.4. Hybride RANS/LES (DES)

Les méthodes hybrides, comme le DES (Detached Eddy Simulation), permettent de combiner une résolution de type LES loin des parois et une modélisation RANS dans la couche limite. Cette méthode permet donc une bonne résolution de la turbulence et de ses effets avec des géométries complexes sans la nécessité d'une discrétisation excessivement fine à la paroi.

Les avantages

- Bonne prédiction des forces moyennes et instantanées sur le corps.
- Les fluctuations temporelles sont conservées.
- Coût de calcul élevé (350 hrs sur 128 processeurs).

Utilisé pour :

- Problème de vibration.
- Acoustique (bruit) Signature et dissipation des sillages.

II.3.5. Méthode choisie

Chaque approche de modélisation de la turbulence peut être utile selon l'application et les quantités physiques d'intérêt. Il y a un compromis à faire entre la simplicité du calcul et la richesse de l'information obtenue. Il incombe à l'aérodynamicien de bien choisir la méthodologie appropriée à ses besoins.

II.4. Modèle de turbulence

II.4.1. Modèle de turbulence du premier ordre

Concept de la viscosité turbulente L'approche de la modélisation statistique de la turbulence nécessite la fermeture du système d'équations régissant le mouvement moyen. Généralement, les méthodes de fermeture sont classées en fonction du nombre d'équations supplémentaires à résoudre. La stratégie adoptée par les modèles du premier ordre et présentés dans la suite du document repose sur le concept de viscosité turbulente présenté par **Boussinesq en 1877 [14]**. Son idée est basée sur l'observation tendant à montrer que le transfert de quantité de mouvement dans un écoulement turbulent est fortement dominé par le mélange des grosses structures.

II.4.2. Modèle algébrique ou modèle à zéro équation

Prandtl [5] propose en 1925 une formulation de la viscosité turbulente utilisant le concept de longueur de mélange, l_m , telle que $\mu_T = l_m^2 \frac{\partial U}{\partial y}$. Cette longueur, inspirée du libre parcours moyen dans la théorie cinétique des gaz repose sur le principe que le transport de la quantité de mouvement s'effectue sur une distance égale au libre parcours moyen de longueurs de mélange dans des configurations fréquemment étudiés.

Ce modèle a un degré de généralité très faible puisque dépendant du type d'écoulement envisagé.

II.4.2.1 Modèles de fermeture à une équation de transport

Les modèles de fermeture à une équation de transport reposent sur l'hypothèse de **Boussinesq**, et permettent d'ôter le problème d'une viscosité turbulente nulle au milieu d'une couche de mélange. On présente dans la suite deux exemples de ces modèles à 1 équation. Modèle de fermeture basé sur l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente Prandtl et Kolmogorov [18] proposent en 1940 une relation dans laquelle la viscosité turbulente est proportionnelle à la racine carrée de l'énergie cinétique turbulente : $\mu_T = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$. Le choix du paramètre k vient naturellement de sa présence dans la loi de comportement. Cette approche est ainsi basée sur la connaissance en tout point de l'écoulement de l'énergie cinétique turbulente.

II.4.2.2. Modèles de fermeture à deux équations de transport

Afin de lever ce problème d'empirisme concernant l'échelle de longueur, il est vite apparu naturel de calculer cette grandeur en résolvant une équation de transport supplémentaire. On accède ainsi aux méthodes du premier ordre à deux équations. Nous l'avons vu précédemment, il est très naturel d'introduire l'énergie cinétique turbulente dans la prédiction de la viscosité turbulente. Le choix du second paramètre, à partir duquel une équation de transport sera écrite, est plus délicat.

Plusieurs suggestions ont été proposées $1/\omega$ ou ϵ et ω sont respectivement le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation spécifique ($\omega = \epsilon/k$) représentant le taux de dissipation par unité d'énergie cinétique turbulente. Dans tous ces cas, la viscosité turbulente est formulée à partir de l'énergie cinétique turbulente et du second paramètre

Modèle de fermeture k- ϵ Le modèle de fermeture k- ϵ est l'un des plus utilisés dans le monde industriel. La viscosité turbulente est donnée par l'expression :

$$\mu_T = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (\text{II.3})$$

Et est donc écrite par combinaison de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation

$$\bar{\epsilon} = \nu \frac{\partial u}{\partial x_i} \frac{\partial u}{\partial x_j} \quad (\text{II.4})$$

Estimés tous deux par leur équation de transport. Respectivement :

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + u \frac{\partial \rho k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu}{\sigma_K} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} + P_K + \rho \bar{\epsilon} \right] \quad (\text{II.5})$$

$$\frac{\partial \rho \bar{\epsilon}}{\partial t} + \frac{\partial u \rho \bar{\epsilon}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial x_j} + \frac{\bar{\epsilon}}{k} (C_{\epsilon 1} P_K + C_{\epsilon 2} \rho \bar{\epsilon}) \right] \quad (\text{II.6})$$

Dans les équations (II.5) et (II.6)

P_K caractérise la génération d'énergie cinétique turbulente issue de gradient de vitesse moyenne, et des effets de la pesanteur.

$C_{\epsilon 1}$, $C_{\epsilon 2}$ sont des constantes.

σ_K et σ_ϵ sont appelées nombre de Prandtl.

k et ϵ . Les constantes impliquées dans ce modèle

Ce modèle a été présenté au début des années 1970 par [20], puis les constantes ont été déterminées par [21].

Un des avantages de cette méthode est la prise en compte de la variabilité spatiale de l'agitation turbulente, et sa simplicité de mise en œuvre. Il s'avère être un des modèles les plus répandus dans les applications pratiques à l'usage de l'ingénieur (écoulements dans des conduites par exemple). Utilisé en dehors d'écoulements cisailés simples pour lesquels il fut initialement conçu, il conduit à des résultats qui, sans être toujours quantitativement corrects, restent le plus souvent qualitativement représentatifs

II.4.2.3. Modèle de fermeture $k\epsilon$ RNG

Le modèle de turbulence RNG $k\epsilon$ [21] est obtenu à partir de l'équation instantanée de Navier-Stokes en utilisant une technique mathématique appelée "groupe de normalisation" (RNG). Il s'agit donc d'un modèle standard amélioré. Le modèle fait apparaître des constantes différentes de celles du modèle standard $k\epsilon$

Et des termes supplémentaires dans les équations de transport de k et ϵ . L'élimination de la longueur présente dans ce modèle est effectuée pour écrire le plus fidèlement possible la variation de la viscosité effective en fonction du nombre de Reynolds local. Ceci permet ainsi au modèle une meilleure manipulation des écoulements à faible Reynolds et proches des parois. Le principe de ce modèle est de quantifier les effets des structures turbulentes de petite échelle. Cette approche s'appuie sur l'hypothèse d'universalité des petites échelles, plus connue sous le nom d'hypothèse de Kolmogorov (1941) [25].

Les grosses structures sont conservées mais à la différence de la LES qui résout de façon déterministe les équations de Reynolds pour ces échelles, le modèle RNG $k\epsilon$ introduit deux équations de transport pour k et ϵ similaires au modèle standard. Ce modèle a pour intérêt majeur d'aboutir sur des résultats plus réalistes dans des régions de fort gradient en ne produisant pas de diffusivité excessive qui faisait défaut au modèle $k\epsilon$ standard. Ceci est très important dans les cas où l'écoulement subit des accélérations ou des décélérations importantes (conduite en présence d'un convergent ou d'un divergent) ou lorsqu'il existe des décollements ou des zones de recirculation.

II.4.2.4. Modèle de fermeture $k\omega$

Ce Modèle a été proposé par Wilcox en 1988 [23] et repose sur l'utilisation d'une échelle caractéristique des gros tourbillons, $\omega = \epsilon/k$, et sur la même linéarité en la viscosité turbulente et le

cisaillement du champ moyen. La viscosité turbulente est donnée dans ce cas par la relation suivante :

$$\mu_T = \alpha \frac{\rho k}{\omega} \quad (\text{II.7})$$

α est un coefficient permettant de diminuer l'influence de la viscosité turbulente en effectuant une correction "bas-Reynolds". Les équations de transport pour k et ω sont respectivement :

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + u \frac{\partial \rho k u}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\delta_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_K - y_K \quad (\text{II.8})$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \rho \omega u}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\delta_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - y_\omega \quad (\text{II.9})$$

Dans ces deux équations de transport :

G représente la génération d'énergie cinétique turbulente ou de la dissipation effective, selon l'indice utilisé, due au gradient de vitesse moyenne.

δ_k et δ_ω représentent la diffusivité effective de k et ω , respectivement.

y_k et y_ω représentent la dissipation de k et ω par la turbulence.

L'intérêt principal de ce modèle est qu'il est intégrable jusqu'à la paroi. Il donne de meilleurs résultats que le modèle $k\epsilon$ pour des écoulements caractérisés par des gradients de pression adverses en estimant mieux la position des décollements. D'autre part, l'équation de transport est indépendante de celle de k ce qui rend ce modèle intéressant numériquement. Par contre, ce modèle est très sensible au niveau de turbulence de l'écoulement externe à la couche limite, ce niveau étant fixé généralement de façon arbitraire par l'utilisateur. Tel quel, ce modèle ne peut pas être utilisé pour des écoulements externes. L'efficacité de ce modèle pour résoudre l'écoulement dans la région proche de la paroi a soulevé l'idée d'un mélange de deux modèles de turbulence, le modèle $k\omega$ pour résoudre la région affectées des parois. On parle alors de modèles hybrides, tel que le modèle SST $k\omega$.

II.4.2.5. Modèle de fermeture SST $k\omega$

Le modèle Shear Stress Transport $k\omega$, proposé par Menter [24] en 1994 est un modèle hybride, c'est à dire utilisant des modèles de turbulence différents pour la région proche paroi et dans le reste de l'écoulement. La transition d'un modèle vers l'autre se fait progressivement à partir d'un "mélange". L'approche $k\omega$ est utilisée pour prédire l'écoulement dans la région affectée par la viscosité, et possède l'avantage de ne pas nécessiter de fonction d'amortissement, f , alors que l'approche $k\epsilon$ est utilisée pour l'autre partie de l'écoulement. Une fonction permet d'assurer la

transition d'un modèle 0 à l'autre. Les équations de transport du modèle SST $k-\omega$ sont similaires aux équations (II.8) et (II.9) utilisées par le modèle $k-\omega$ standard.

II.4.3. Modélisation au second ordre

Consiste à introduire de nouvelles équations relatives aux six composantes du tenseur des contraintes turbulentes. Dans un premier temps, ces équations sont décrites. Il apparaît que ces nouvelles équations constituent encore un système ouvert et que des hypothèses de modélisation supplémentaires sont nécessaires.

II.4.3.1. Modèles à deux équations de transport

Les modèles de fermeture à deux équations de transport conduisent à la simulation de deux variables physiques "turbulentes" complémentaires permettant ainsi une évaluation des deux échelles caractéristiques de la turbulence à modéliser. D'une manière générale, la première variable turbulente considérée est l'énergie cinétique turbulente k . Cela se justifie par le fait qu'une contraction de l'équation de transport des contraintes turbulentes conduit à une équation de transport pour k ; équations dont certains termes doivent néanmoins être modélisés. Concernant la seconde variable turbulente, le choix de la pseudo-dissipation conduit aux modèles $k-\varepsilon$ alors que le choix de l'échelle caractéristique de fréquence temporelle conduit aux modèles $k-\omega$. D'autres approches sont rapportées dans la littérature, notamment les modèles $k-\omega^2$, $k-l$ où l est l'échelle de longueur de la turbulence à modéliser ou encore $k-k \times l \dots$. Quel que soit le modèle considéré, une première étape consiste à définir une équation de transport pour l'énergie cinétique turbulente. L'équation exacte issue de l'équation de transport des corrélations doubles des fluctuations de vitesse s'écrit.

II.4.4. Choisir le modèle de turbulence

Aucun modèle de turbulence n'est universellement reconnu supérieur aux autres pour toutes les classes de problème. Le choix du modèle de turbulence va dépendre de considérations telles que la complexité de l'écoulement abordé, le niveau de précision requis, le temps de calcul et la place mémoire disponibles. Pour effectuer le meilleur choix, il est important de connaître les limites de chacun des modèles de turbulence des codes CFD. Quand cela est possible, une comparaison de résultats numériques obtenus à partir de différents modèles avec des résultats expérimentaux reste une aide dans le choix du modèle le plus appropriée.

II.5. Modélisations de la turbulence

II.5.1. Modélisation par l'équation Reynolds

L'équation qui régit la distribution de pression dans de film fluide incompressible d'on un palier de tourillon, l'équation de Reynolds qui est dérivée de l'équation de Navier-Stokes, comme exprimé ci-dessous. Les forces de film de fluide agissant sur la revue sont déterminées par application des conditions et de l'intégration de la distribution de pression limites. Il est un processus itératif jusqu'à ce que le critère de convergence est satisfaite. Une fois que l'équilibre statique est trouvé, les performances statiques portant, comme palier rapport d'excentricité, l'angle d'attitude, l'épaisseur minimale du film, la pression maximale du film, de la perte d'énergie par frottement, le débit d'huile, etc., peut être facilement déterminée. Dans des conditions dynamiques, la revue oscille avec de petites amplitudes autour de la position d'équilibre statique. Les coefficients dynamiques huit paliers (raideur et amortissement) sont obtenus en résolvant les équations de pression perturbées.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{G_x} \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{G_z} \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{U_x}{2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{U_z}{2} \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.10})$$

Où x est dans la direction axiale et y est dans la direction circonférentielle. G_x et G_z appelés les coefficients d'écoulement turbulent sont les termes de correction de viscosité provoquée par la diffusion turbulente

$$\text{Direction axiale } G_x = 12 + 0,0034 Re^{0,90} \quad (\text{II.11})$$

$$\text{Direction circonférentielle } G_z = 12 + 0,0136 Re^{0,90} \quad (\text{II.12})$$

$$\text{Nombre Reynolds} \quad Re = \frac{\rho U h}{\mu} \quad (\text{II.13})$$

$$\text{Pour régime laminaire } G_x = G_z = 12$$

Un paramètre critique affecté par la turbulence est la contrainte de cisaillement agissant sur l'arbre

$$\tau_s = C_f \frac{U h}{\mu} + \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (\text{II.14})$$

$$C_f = 1 + 0,0012 Re^{0,94} \quad (\text{II.15})$$

Où C_f Est le facteur de contrainte de cisaillement de turbulent Couette, Pour régime laminaire

$$C_f = 1$$

Les conditions aux limites dans la direction axiale de coordonnées sont que la pression est ambiante au niveau des bords du patin de palier, Les Swift-Stieber vs Reynolds conditions limites sont appliquées dans le périphérique de coordonnées, la cavitation du film est considérée et la courbe de limite de transition à la rupture du film est déterminée par itération.

L'équation de la distribution de pression dans un gaz / air lubrifié palier lisse est l'équation de Reynolds compressible.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{12} \frac{p h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{12} \frac{p h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{U_x}{2} \frac{\partial p h}{\partial x} + \frac{\partial p h}{\partial t} \quad (\text{II.16})$$

Cette équation de Reynolds compressible est plus difficile à analyser en raison de l'existence de la pression (P) dans chaque terme par rapport au fluide incompressible, ce qui rend le problème non-linéaire. Formulation faible basée sur le principe variationnel est appliquée pour générer le modèle d'éléments finis pour les problèmes aux limites. Puisque c'est un problème non linéaire, schéma itératif de Newton-Raphson est utilisé pour résoudre l'incrément de pression, ou la correction de pression.

Remarque

On utilise méthode de différence finie pour la résolution de l'équation de Reynolds en régime turbulent et on va voir l'organigramme par le code commercial Matlab

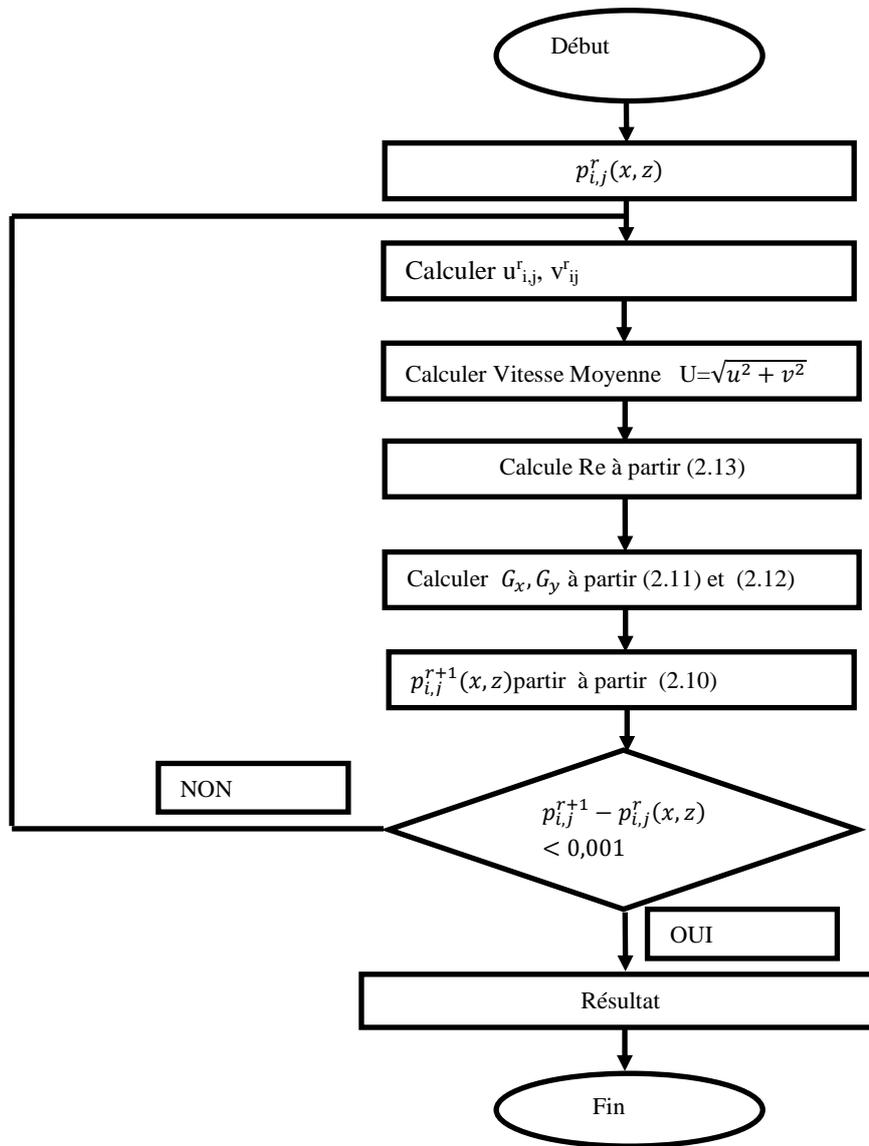


Figure II.5: Organigramme de calcul par l'équation de Reynolds

II.5.2. Modélisation par l'équation de Navier-Stokes

II.5.2.1. Formulation mathématique du problème

L'étude hydrodynamique d'un contact lubrifié s'accomplit avec la contribution des équations de la lubrification hydrodynamique qui décrivent le comportement des milieux continus. Ces relations générales prennent différents aspects selon les hypothèses effectuées à l'étude du problème particulier en lubrification.

Elles sont déduites des équations de la mécanique des milieux continus, appliquées à un fluide newtonien et qui peuvent s'écrire sous la forme suivante :

La loi de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \tag{II. 17}$$

La loi fondamentale de la dynamique :

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \rho f_i \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{II. 18})$$

La loi de comportement rhéologique qui pour un fluide newtonien s'écrit :

$$\sigma_{ij} = (-p + \lambda\theta)\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} \quad (\text{II. 19})$$

La loi de conservation de l'énergie pour un fluide newtonien :

$$\rho C_p \frac{DT}{dt} = \alpha T \frac{dp}{dt} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(K \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \lambda \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right)^2 + \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II. 20})$$

Dans ces équations on note que :

- x_i et t : sont les variables d'espace et du temps.
- ρ et u_i : sont successivement la masse volumique du fluide, et les composantes de la vitesse.
- f_i : c'est les forces massiques extérieures.
- σ_{ij} : le tenseur de contrainte.
- K : le coefficient de conductibilité thermique du fluide.
- T et p : la température et la pression du fluide.
- θ : le taux de dilatation cubique tel que $\theta = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3}$
- ε_{ij} : le tenseur des taux de déformation tel que $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$
- δ_{ij} : le symbole de Kronecker.
- λ et μ : coefficients de viscosité de Navier, sont des fonctions de l'espace et du temps.
- C_p : chaleur massique à pression constante.
- α : coefficients de dilatation calorimétrique à pression constante [13].

$$\alpha = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_p$$

II.5.2.2. Hypothèses générales de la mécanique des films minces visqueux

Les équations générales en hydrodynamique en présence d'un film mince visqueux sont assez compliquées, elles sont obtenues à partir de l'étude de la conduite d'un milieu continu qui est montré par les relations précédentes.

Pour obtenir ces relations, il est nécessaire de poser que :

- Le fluide est newtonien : les contraintes de cisaillement sont proportionnelles aux taux de cisaillement.
- Le milieu est continu : cette équation ne s'applique pas dans les zones où il a Rupture du film.
- L'épaisseur du film est très faible devant les autres dimensions du contact, c'est l'hypothèse de base de la lubrification hydrodynamique.
- Le régime est turbulent.
- la courbure générale du contact est négligée.
- Il n'y a pas de glissement entre le fluide et les parois du contact : la vitesse du fluide à la paroi est égale à celle de la paroi.
- Les forces d'inertie sont négligeables.
- Les forces massiques extérieures sont négligeables.
- La viscosité et la masse volumique du fluide ne varient pas à travers l'épaisseur du film [10].

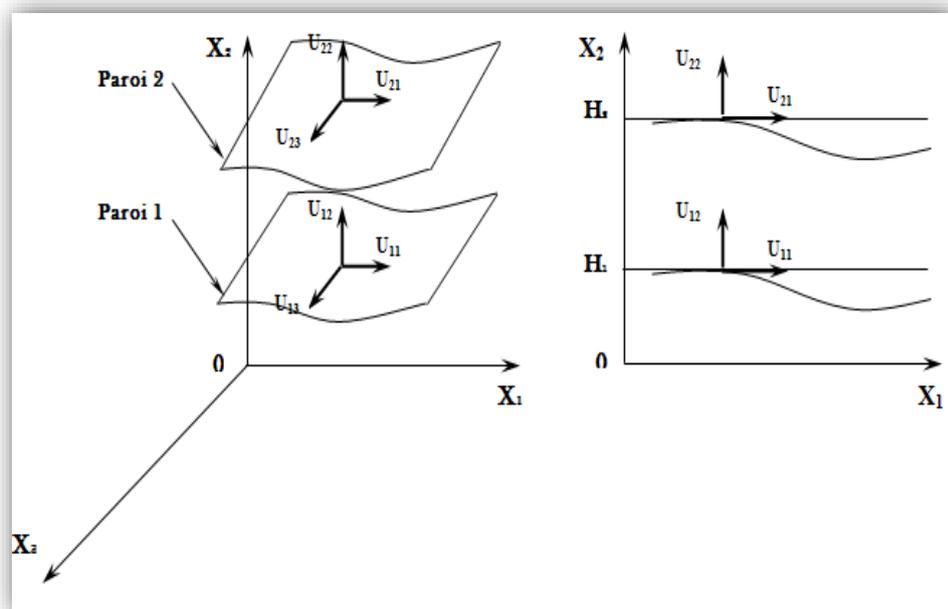


Figure II.6 : Système d'axes et notation

Le choix d'un système d'axe tel que l'épaisseur du film est toujours mesuré selon $(0, x_2)$, qui est très faible par rapport aux autres dimensions.

II.5.3. Présentation des codes de calcul

II.5.3.1. Introduction général sur l'outil numérique pour l'étude du MDF

La mécanique des fluides numérique (MFN), plus souvent désignée par le terme anglais computationnel fluid Dynamics (CFD), consiste à étudier les mouvements d'un fluide, ou leurs effets, par la résolution numérique des équations régissant le fluide. En fonction des approximations choisies, qui sont en général le résultat d'un compromis en termes de besoins de représentation physique par rapport aux ressources de calcul ou de modélisation disponibles, les équations résolues peuvent être les équations d'Euler, les équations de Navier-Stokes, etc...

La CFD a grandi d'une curiosité mathématique pour devenir un outil essentiel dans pratiquement toutes les branches de la dynamique des fluides, de la propulsion aérospatiale aux prédictions météorologiques en passant par le dessin des coques de bateaux. Dans le domaine de la recherche, cette approche est l'objet d'un effort important, car elle permet l'accès à toutes les informations instantanées (vitesse, pression, concentration) pour chaque point du domaine de calcul, pour un coût global généralement modique par rapport aux expériences correspondantes.

La CFD est une approche des problèmes de mécanique des fluides qui se situe entre la théorie et l'expérimentation. C'est un domaine vaste et parfois complexe qui fait intervenir non seulement des éléments théoriques fondamentaux de la mécanique des fluides mais aussi de nombreux autres touchant à la résolution d'équations aux dérivées partielles, aux méthodes numériques et à la programmation informatique. Une description sommaire de certains de ces éléments ainsi que des différentes étapes typiques de la résolution d'un problème via une approche CFD par l'utilisation des différents codes commerciaux comme ANSYS, Cardium Professional, Solid Works flow simulation

La résolution par simulation numérique d'un problème de mécanique des fluides ("Computational Fluid Dynamics", CFD) passe par trois étapes :

- La définition d'un maillage et de conditions aux frontières, au moyen d'un Préprocesseur.

La qualité du maillage est très importante.

- La résolution des équations, par un Solveur. On a le choix entre différentes méthodes de discrétisation, d'ordre plus ou moins élevé, et entre divers modèles, notamment pour la modélisation des écoulements turbulents (Méthode des volumes finis).

- Le post-traitement.

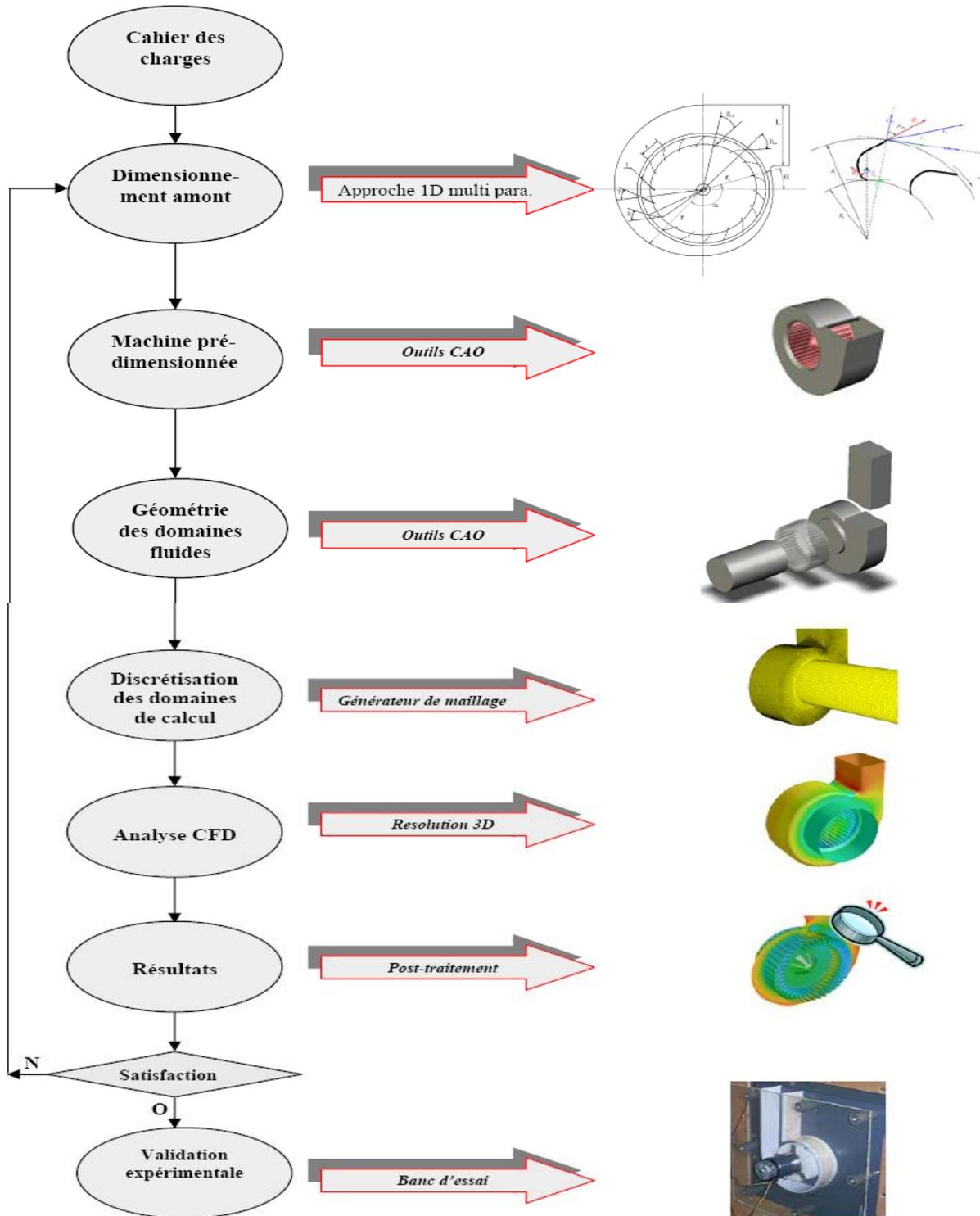


Figure II.7: démarche globale d'étude de la CFD

II.5.3.2. Démarche globale de dimensionnement et d'analyse

II.5.3.3 Étapes d'un calcul numérique

- **Représentation d'une géométrie**

La première tâche est de borner le domaine de la simulation. Lorsque le système est fermé, cela ne pose pas de problème. Sur les systèmes ouverts, cela peut être plus difficile. Il faut s'assurer que l'on soit capable d'imposer correctement les conditions de frontière aux bornes du système, ou que les frontières soient suffisamment éloignées pour que le système soit peu sensible aux conditions imposées.

- **Maillage**

L'étape du maillage est une étape clé pour assurer la validité des simulations. C'est l'étape de découpage du volume fluide étudié en petits volumes élémentaires. Le maillage en général n'est pas régulier : les mailles doivent être plus petites (maillage fin) dans les zones où les gradients de vitesse ou de pression vont être les plus importants. Une étude de sensibilité au maillage doit toujours être faite. Cela consiste à faire des simulations avec un nombre de mailles différent (par exemple 30% de plus) : si les résultats de simulation dépendent du maillage, il convient de resserrer celui-ci jusqu'à obtenir une indépendance entre maillage et solution. Si le maillage n'est pas assez dense, certains phénomènes locaux ne seront pas capturés (recirculations, décrochements de l'écoulement, etc).

- **Modèles physiques**

Les simulations concernant un écoulement laminaire d'un fluide newtonien ne nécessitent pas l'utilisation de modèles physiques en supplément des équations de physique fondamentales. Dans tous les autres cas, il faut faire appel à un ou plusieurs modèles physiques pour représenter la turbulence, le caractère non newtonien du fluide, la coexistence de plusieurs phases et les interactions entre elles, les réactions chimiques, la porosité du milieu, etc. Il faut donc avoir une bonne connaissance de la physique et de la chimie de l'opération pour faire le bon choix.

- **Conditions aux limites**

Au niveau des frontières du domaine simulé, certaines variables doivent être fixées. Par exemple s'il y a une entrée de fluide, on fixera sur le plan d'entrée le profil des vitesses, le niveau de turbulence, éventuellement la concentration en espèces et la température. Sur le plan de sortie, on pourra se contenter de fixer la valeur de la pression. Au niveau des parois, on spécifie les conditions de glissement ou d'adhérence du fluide et, éventuellement, la température de paroi ou le flux de chaleur. Cette étape est souvent difficile dans le cas des écoulements diphasiques.

- **Solveur**

C'est la partie du code de calcul consacrée à la résolution proprement dite du système d'équations discrétisées couplées aux modèles choisis. Plus le solveur est puissant, moins l'utilisateur a besoin d'intervenir. Mais il est encore souvent utile d'agir sur le solveur manuellement pour modifier le facteur de sous-relaxation ou le pas de temps afin d'assurer la convergence de la simulation. Le suivi de la convergence est assuré par le calcul des résidus (une mesure, souvent normalisée, des erreurs locales).

Lorsque les résidus passent en dessous du seuil choisi, il convient de vérifier, à partir des résultats proposés, que les bilans globaux sont corrects (conservation de la masse, de la vitesse, de la pression).

- **Traitement des résultats**

Les codes de calcul proposent en général un logiciel de post-traitement, qui permet de visualiser facilement les champs de vecteurs, de température, les surfaces d'isovaleur, etc. L'information est abondante, et l'utilisateur doit alors souvent exploiter les valeurs obtenues localement pour revenir à des valeurs globales qui vont caractériser l'opération (bilans, calculs de débits, de pertes de charge, de dissipation énergétique, etc.).

- **Validation expérimentale**

La dernière étape consiste à valider les résultats de simulation. Cette étape demeure d'autant plus indispensable qu'un certain nombre de choix dû être faits par l'utilisateur, particulièrement concernant les modèles physiques. La validation ne peut pas concerner l'ensemble des résultats, dans la majorité des cas, on ne peut se permettre qu'une validation par des valeurs globales.

II.5.3.4. Présentation du code ANSYS-CFX

II.5.3.4.1. La simulation avec ANSYS

La compréhension du comportement des fluides est bien souvent un facteur important dans le développement de produit et de processus. Grâce à la capacité de calcul disponible toujours plus grande, l'analyse des écoulements a de plus en plus tendance à quitter le laboratoire pour entrer dans le monde de la simulation numérique. Des interfaces conviviales et intuitives ainsi que son intégration dans le processus de développement élargissent continuellement la palette d'utilisateurs de calcul fluide. Le rôle central pour ce type de calcul est détenu comme auparavant par l'ingénieur calcul spécialiste en CFD, mais les environnements de nouvelle génération comme ANSYS Workbench donnent un accès à certaines applications aux ingénieurs sans connaissance détaillée de la CFD.

Avec l'importance croissante des calculs couplés (interaction fluide/structure), cet aspect déjà très implanté dans la palette de produits ANSYS prend toute son importance.

Les applications fluides interviennent sous différentes formes dans de nombreux domaines : depuis la climatisation de grands bâtiments jusqu'à la simulation d'essais en soufflerie pour l'industrie automobile, en passant par l'optimisation de turbines, de pompes et par les calculs d'écoulements dans les domaines micro- et nanooptiques.

II.5.3.4.2 ANSYS CFX

Afin d'anticiper l'importance croissante des applications CFD dans le département R&D des entreprises, ANSYS Inc. a étendu en 2003 sa palette de produits avec le code CFX. CFX fait partie depuis 20 ans parmi les solutions dominantes dans le domaine de la simulation de fluides. ANSYS propose ANSYS CFX aussi bien comme solution indépendante dédiée au calcul fluide, que comme application intégrée dans les solutions de mécanique des structures pour des utilisations couplées. Les applications fluides d'ANSYS, "Solution Computationnel Fluide Dynamics", se base sur le logiciel ANSYS CFX.

ANSYS CFX-14 est un paquet complet qui offre une palette exhaustive des applications nécessaires au calcul d'écoulements. ANSYS CFX Balade Genn est une solution complète incluant des fonctions de modélisation spécialement conçues pour couvrir les besoins des concepteurs de turbines. ANSYS CFX Turbo Gril permet dans ce même secteur d'activité d'obtenir rapidement un maillage fin et de qualité, un des facteurs décisifs quant à la fiabilité des résultats.

On peut encore citer dans la famille de produits ayant trait au calcul d'écoulement les solutions ANSYS ICEM CFD (Mailleur leader dans le calcul d'écoulement, mais tout aussi efficace pour le calcul de structures) et ANSYS Multiphasiques, dans lequel le module fluide ANSYS CFX Flow est intégré.

Solution de calcul complète en CFD

Le logiciel de calcul CFX est utilisé dans le développement de produits ou l'analyse de processus de fabrication quand un écoulement, un transfert de chaleur ou une réaction chimique joue un rôle important.

CFX est un outil de simulation 3D efficace permettant de répondre rapidement à des problèmes d'écoulements et de trouver des solutions adéquates. Il en découle un nombre plus restreint de prototypes et donc un gain de productivité.

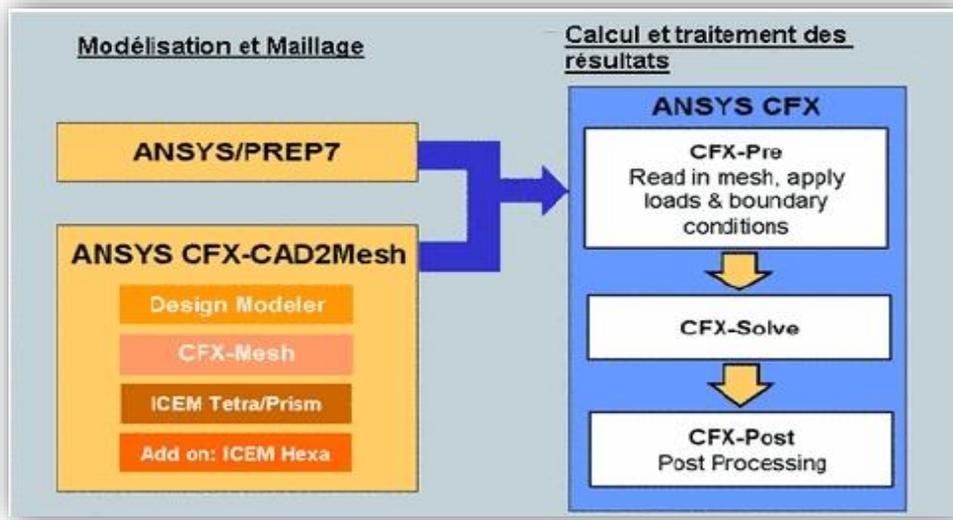


Figure II.8 : Les étapes de simulation avec CFX

II.6.Conclusion

Dans ce chapitre on a touché les grand line concernant la turbulence débit de leur caractère a leur méthodes et modèles de traitement et résolutions de cette dernier.

Au troisième chapitre en vas simuler un model 3D d'une butte hydrodynamique et comparais notre résultat avec une résultat obtenue par un article de référence.