I.1 Introduction

Depuis Chézy (1775), les ingénieurs ont cherché à établir une formule pratique qui donnerait la relation entre la perte de charge (qui représente le frottement), le débit et les autres éléments intervenant dans le mouvement de l'eau qui fut longtemps le seul intéressant l'ingénieur. C'est le succès de la similitude qui a permet d'établir la forme générale de la loi de frottement à travers le coefficient de perte de charge λ . Ainsi, pour un fluide quelconque dans un ouvrage quelconque (canalisation en charge, écoulement à surface libre) [1].

La première formule empirique a été obtenue par Chézy correspondant à $\lambda = C^2/(8g)$ où C'est une constante appelée coefficient de Chézy [2]. C'est depuis les expériences de Coulomb, en 1800, qu'on a su que la rugosité de la paroi a également une influence. A la suite, plusieurs autres formules différentes (établies dans les canaux ou dans les conduites en charge) ont été proposées. On peut citer par exemple les formules de Darcy, Bazin, Blasius, Manning, Strickler. Ces formules empiriques ont été établies d'après les résultats d'expériences réalisées avec de grands débits d'eau sur de grosses canalisations, mais dans un domaine assez limité.

Le problème a été allégé par Reynolds, en 1883 [3], qui fut le premier à définir le nombre adimensionnel Re portant son nom par la suite. Les observations de Reynolds indiquent suivant la valeur du nombre Re la nature du régime d'écoulement : pour des faibles valeurs de Re, les faibles rugosités de la paroi n'ont pas d'influence et l'écoulement est laminaire ; pour Re assez grand, un mouvement aléatoire des particules se produit donnant naissance à un écoulement turbulent.

Dans les années trente, une contribution de plusieurs chercheurs (Prandtl, Nikuradse, Karman…) a permet d'aboutir à une solution semi-empirique donnant, d'une part la répartition des vitesses locales et d'autre part l'expression du coefficient de perte de charge λ . Ces solutions font appel aux résultats de la similitude et à un certain nombre de raisonnements semi-théoriques faisant intervenir un grand nombre de constantes. C'est grâce à l'expérience que ces constantes ont été évaluées. Ainsi, λ a été caractérisée selon différents régimes d'écoulement, en passant du régime laminaire (écoulement de Poiseuille) à l'écoulement turbulent lisse (loi logarithmique ou Karman-Prandtl), et enfin à l'écoulement turbulent rugueux (Nikuradse). Dans le cas des rugosités aléatoires, Colebrook propose pour le régime intermédiaire (turbulent lisse/turbulent rugueux) une relation composite de telle sorte, pour Re petit, on tombe sur la loi logarithmique et pour Re grand, on a la formule de Nikuradse. Mais la formule de Colebrook-White n'a pas une solution direct, la résolution se fait graphiquement ou par calcule itérative.

Moody et Rouse récapitulent par la suite ces formules dans un diagramme appelé usuellement diagramme de Moody qui représente le coefficient de résistance λ en fonction du nombre de Reynolds et la rugosité relative ε / D_H. Notons que même si d'autres formules ont été proposées dans la suite, les ingénieurs préfèrent toujours utiliser le diagramme de Moody. Ainsi, après un siècle et demi de recherches, le problème de l'écoulement de l'eau dans les conduites en régime établi a été maîtrisé.

Pour la simplification de la formule de Colebrook-White, plusieurs travaux ont été proposés. On peut citer par exemple la corrélation de Wood qui est valable pour des nombres de Reynolds supérieurs a 4000 et pour des valeurs de rugosité relative entre 10^{-5} et 0.04, après Wood, Churchill a donner une corrélation valables pour tous les nombres de Reynolds et de rugosité relative mais cette dernière n'a pas une grande précision. Chen, Zigrang-Sylvester, Barr et Romeo ont donnés des corrélations pour le calcule directe du coefficient de la perte de charge mais elles sont très compliquer, en 2011 et a base de l'analyse statistique Ghanbari *et al* **[**4**]**ont trouvés une équation pour le calcule direct du coefficient du perte de charge avec une très bonne précision et avec une très facilité d'utilisation qui est valide pour des nombres de Reynolds de 2100 a 10^8 et pour des valeurs de rugosité relative entre 0 et 0.05.

I.2 Définitions et propriétés des fluides

I.2.1 Définitions des fluides

Un fluide est un milieu matériel continu qui se déforme continuellement sous l'action de la moindre force de cisaillement. Ce pourquoi on dit que le fluide s'écoule. Un fluide prend la forme du récipient avec les parois duquel il est en contact. Le mot fluide est synonyme de substance dont les éléments se mettent en mouvement avec une liberté totale (fluides idéaux, dits non visqueux) ou une liberté restreinte (fluides réels, dits visqueux) **[**5**]**.

En mécaniques des Fluides (des liquides ou des gaz) on considère l'écoulement des fluides du point du vue macroscopique, c'est-à-dire du point du vue de milieux continus. Dans ce cadre, bien qu'un élément du fluide soit composé d'un très grand nombre de molécules, c'est aux propriétés moyennes de cet élément macroscopiques que l'on s'intéresse. Par une particule de fluide on entend dire un élément de fluide qui est infinitésimal au sens mathématique, c'est-à-dire assimilée à un point en analogie avec la notion de point matériel en mécanique rationnelle. Ainsi on admet qu'une particule de fluide a les mêmes propriétés en tous ses points.

- **Fluide parfait**

Un fluide parfait est un fluide a l'intérieur duquel les forces de cohésion sont nulles. Dans un fluide parfait, les forces de contact sont perpendiculaires aux éléments de surface sur lesquels elles s'exercent.

L'eau est plus proche de la définition d'un fluide parfait que l'huile [6].

- **Fluide réel**

Dans un fluide réel en mouvement, les forces de contact possèdent des composantes tangentielles qui s'opposent au glissement relatif des couches fluides [6].

- **Fluide incompressible**

Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure. La masse volumique d'un fluide incompressible est constante; celle-ci s'exprime par $\rho\left(Kg/m^3\right)$. Les liquides peuvent être considérés comme des fluides incompressible (eau, huile, etc.) [7].

- **Fluide compressible**

Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. La masse volumique d'un fluide compressible est variable. Les gaz sont des fluides compressibles [7].

I.2.2 Propriétés des fluides

I.2.2 .1 Masse volumique

Considérons un milieu continu fluide à l'intérieur d'un volume v , et soit $d\mathrm{v}$ un volume élémentaire défini autour d'un point M du volume v. Désigne par dm la masse de fluide contenue dans le volume $d\mathrm{v}$. Le rapport $dm/d\mathrm{v}$ représente la masse volumique moyenne du fluide contenu dans le volume $d\mathrm{v}$ [8].On définit la masse volumique au point M par :

$$\rho = \lim_{dv \to 0} \frac{dm}{d\mathrm{v}} \qquad \text{(I.1)}$$

I.2.2.2 Viscosité

C'est une grandeur qui caractérise les frottements internes du fluide, autrement dit sa capacité à s'écouler. Elle caractérise la résistance d'un fluide à son écoulement lorsqu'il est soumis à l'application d'une force. C'est à dire, les fluides de grande viscosité résistent à l'écoulement et les fluides de faible viscosité s'écoulent facilement [9].

La viscosité est déterminée par la capacité d'entraînement que possède une couche en mouvement sur les autres couches adjacentes. Soit un fluide visqueux placé entre deux plaques, la plaque inférieure est fixe et la plaque supérieure est animée d'une vitesse V .

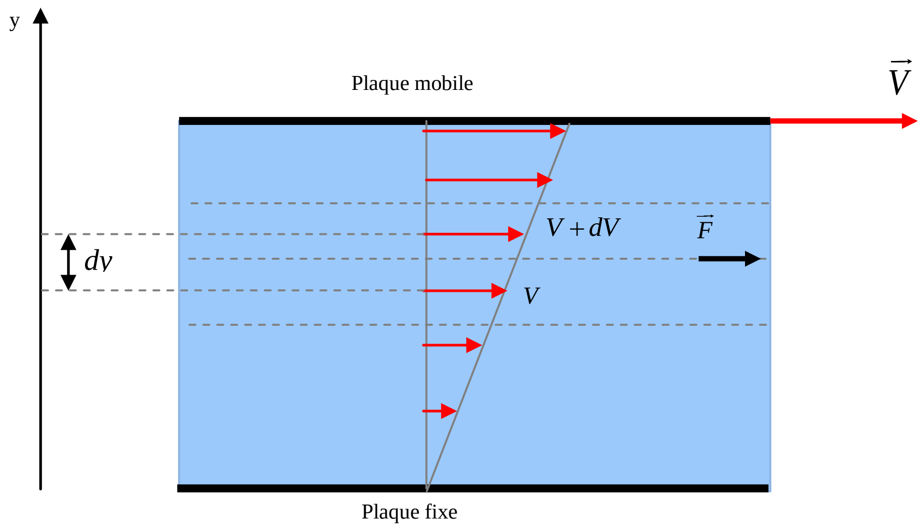


Figure I.1 : Expérience de la plaque mobile [9].

Si on représente par un vecteur, la vitesse de chaque particule située dans une section droite perpendiculaire à l'écoulement, la courbe lieu des extrémités de ces vecteurs représente le profil de vitesse. Le mouvement du fluide peut être considéré comme résultant du glissement des couches de fluide les unes sur les autres. La vitesse de chaque couche est une fonction de la distance y. On distingue la viscosité dynamique et la viscosité cinématique [2].

I.2.2.2.a Viscosité dynamique

La viscosité dynamique exprime la proportionnalité entre la force qu'il faut exercer sur une plaque supérieure pour la faire déplacer à la vitesse V (figure I.1), ou la force entre deux couches planes de fluides distantes de dy et de différence de vitesse de dV . Elle est exprimée par un coefficient représentant la contrainte de cisaillement nécessaire pour produire un gradient de vitesse d'écoulement d'une unité dans la matière.

Considérons deux couches de fluide adjacentes distantes de dy .La force de frottement F qui s'exerce à la surface de séparation de ces deux couches planes s'oppose au glissement d'une couche sur l'autre. Elle est proportionnelle à la différence de vitesse des couches soit dV , à leur surface S et inversement proportionnelle à dy :

Le facteur de proportionnalité représente le coefficient de viscosité dynamique μ du fluide.

$$\tau = \frac{F}{S} = \mu \frac{dV}{dy} \qquad \text{(I.2)}$$

Où : τ : Contrainte visqueuse tangentielle

F : Force de glissement entre les couches

μ : Viscosité dynamique

S : Surface de contact entre deux couches

dV : Écart de vitesse entre deux

dy : Distance entre deux couches

I.2.2.2.b Viscosité cinématique

Ce coefficient est le rapporte entre la viscosité dynamique et la masse volumique :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{I.3}$$

Remarque : La viscosité cinématique caractérise le temps d'écoulement d'un liquide. Par contre, la viscosité dynamique correspond à la réalité physique du comportement d'un fluide soumis à une sollicitation (effort). En d'autre terme, cette dernière exprime la « rigidité » d'un fluide à une vitesse de déformation en cisaillement.

L'influence de la température sur la viscosité cinématique d'un fluide est donnée par la relation de Carlier :

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 + \varphi T + \beta T^2} \tag{I.4}$$

Où ν_0, δ et β sont des coefficients empiriques, définis pour des valeurs de température T comprises entre 0°C et 100°C, dont les valeurs sont $\varphi = 0,0337$, $\beta = 0,0022$ et $\nu_0 (T = 0°C) = 0,0178$ Stokes.

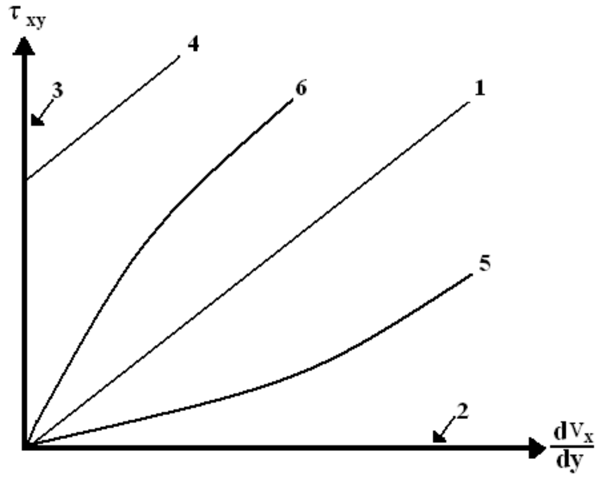
On remarque que l'augmentation de la température entraîne la diminution de la viscosité [1].

I.2.2.3 Lois de comportement des fluides réels

Les fluides ne vérifiant pas la loi de frottement simple, c'est-à-dire la proportionnalité entre la contrainte de cisaillement et le taux de déformation, sont qualifiés de non newtoniens [10]. Dans la majorité de ces cas, la connaissance d'une loi générale liant les contraintes aux taux de déformation est trop complexe pour être explicitée. On est amené à utiliser des lois approchées appelées lois de comportement. Dans le cas où la seule composante de la vitesse est $V_x(y)$, la relation contrainte – taux de déformation se réduit à :

$$\tau_{xy} = \mu \frac{dV_x}{dy} \tag{I.5}$$

Des exemples de lois de comportement sont donnés sur la (Figure I.2)



1) fluide newtonien (eau, air …) ; 2) fluide parfait ; 3) solide parfait ; 4) fluide de Bingham ; 5) fluide épaississant (amidon, guimauve) ; 6) fluide solidifiant à comportement pseudo plastique (margarine, yaourt, mayonnaise, …)

Figure I.2 : Lois de comportement des fluides réelles [5].

Pour notre étude le fluide nous avons utilisé l'eau qui est newtonien.

I.2.2.4 Les forces agissent sur un fluide

Deux types de forces agissent sur le fluide contenu dans un volume matériel $V\left(t\right)$ limité par la surface $S\left(t\right)$:

- les forces de volume
- les forces de surface

I.3 Equations de base de la mécanique des fluides

I.3.1 Équation de continuité

L'équation de continuité traduit le principe de conservation de la masse. Ce principe exprime que la variation de masse pendant un temps dt d'un élément de volume fluide doit être égale à la somme des masses de fluide entrant diminuée de celle du fluide sortant.

En considérant un élément de volume fixe de fluide $d\text{v} = dxdydz$ (Figure I.3), l'équation de conservation de masse s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\left(\rho \vec{V}\right) = 0 \qquad \text{(I.6)}$$

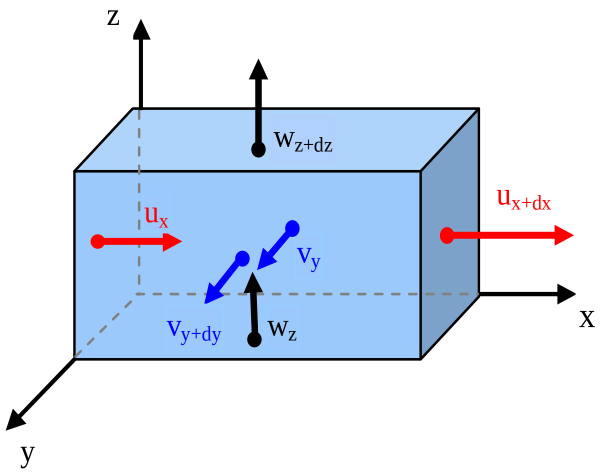


Figure I.3 : Application du principe de la conservation de masse à un élément de volume fluide [7].

La divergence est négative si le fluide est en phase de compression ($\frac{\partial \rho}{\partial t} > 0$), et la divergence est positive si le fluide est en phase de dilatation ($\frac{\partial \rho}{\partial t} < 0$). S'il n'y a ni compression, ni dilatation (fluide isovolume) la divergence est nulle [1].

Cas particuliers :

- **Écoulement permanent**

Dans ce cas, il n'y a pas de variation explicite avec le temps, $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ d'où :

$$div\left(\rho\vec{V}\right) = 0 \tag{I.7}$$

- **Fluide incompressible**

Un écoulement est incompressible si le volume de toute particule de fluide reste constant au cours de son mouvement. Les particules de fluide ayant une masse constante par construction, leur masse volumique est donc constante au cours de leur écoulement.

$\rho = cte$ Lorsque l'on suit une particule dans son mouvement $\Rightarrow div\left(\vec{V}\right) = 0$ (I.8)

I.3.2 Equations de quantité de mouvement

Dans l'hypothèse d'un fluide newtonien incompressible en écoulement conservatif, l'équation fondamentale de la dynamique prend donc la forme simplifiée suivante :

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \left(\vec{V}.\vec{\nabla}\right)\vec{V} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \nu\nabla^2\vec{V} + \vec{f} \quad \text{(I.9)}$$

$\vec{f}$: Résultante des forces de volume

Et constitue ce qu'on appelle communément l'équation de Navier-Stokes [11].

I.3.3 Equations de Bernoulli

I.3.3.1 Cas des Fluides Parfaits

L'équation de Bernoulli exprime que, tout le long d'un filet liquide en mouvement permanent, l'énergie totale par unité de poids du liquide reste constante ($\frac{dH}{dx} = 0$). D'après la (Figure I.4), on peut donc écrire que :

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} = H = C^{ste} \quad \text{(I.10)}$$

Cette équation s'écrit donc dans le cas général :

$$z + \frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = H \quad \text{(I.11)}$$

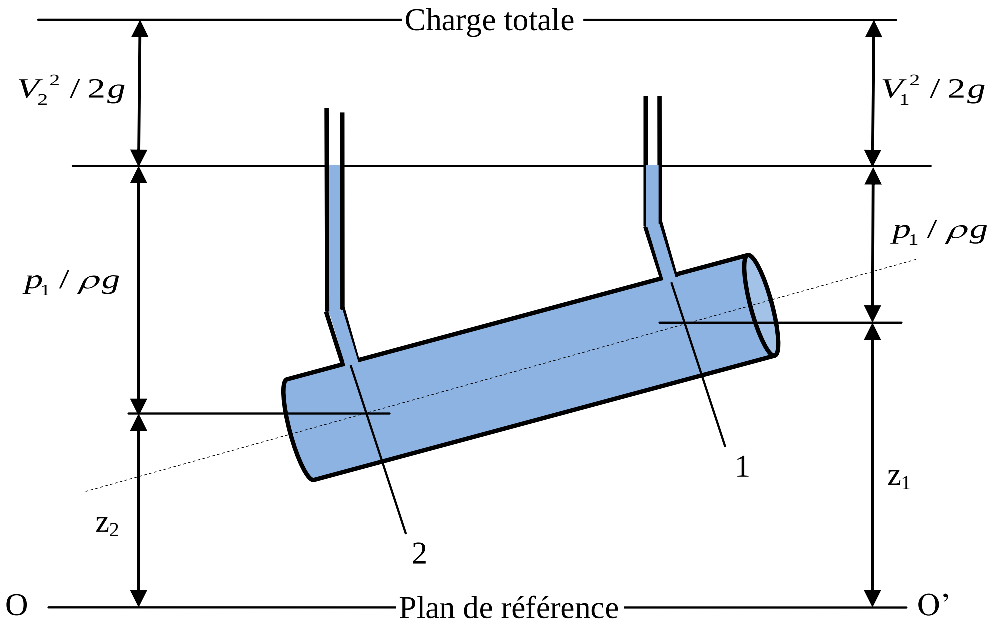


Figure I.4 : Evolution de la ligne de charge dans le cas d'un fluide parfait [12].

I.3.3.2 Cas des Fluides réels

Contrairement au fluide parfait, la charge H pour un fluide réel visqueux diminue dans la direction de l'écoulement ($\frac{dH}{dx} < 0$). Ceci est du à la nature visqueuse du fluide qui dissipe une partie de l'énergie: cette perte d'énergie est appelée Perte de charge.

La représentation graphique en cas de fluide réel est donc montrée par la (Figure I.5)

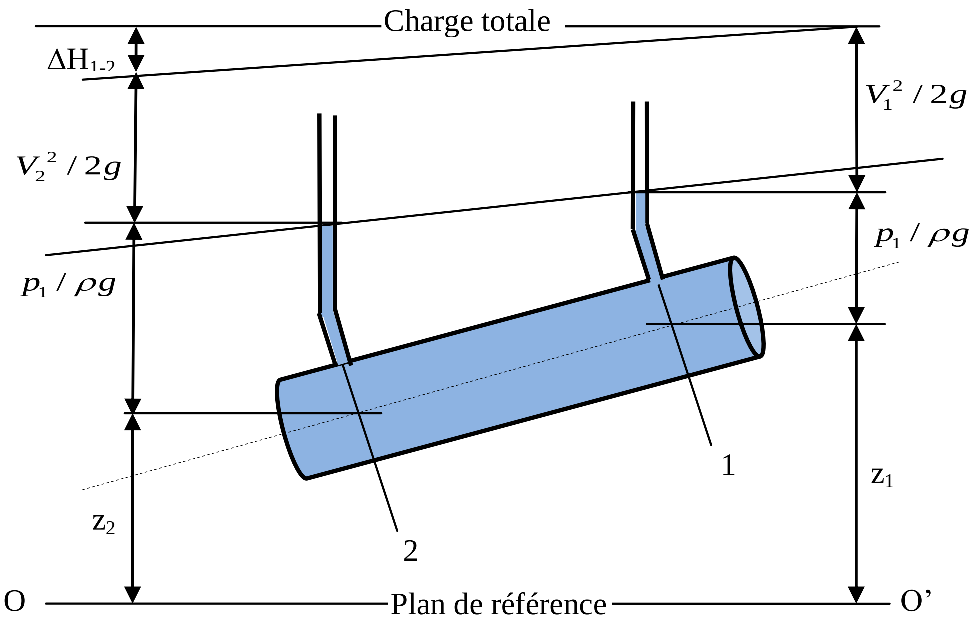


Figure I.5 : Evolution de la ligne de charge dans le cas d'un fluide réel [12].

L'équation de Bernoulli appliquée entre les points (1) et (2) de la (figure I.5), donne :

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H_{1-2} \qquad \text{(I.12)}$$

ΔH_{1-2} : La perte de charge totale entre les sections 1 et 2.

$$\Delta H_{1-2} = \Delta H_L + \Delta H_S \qquad \text{(I.13)}$$

Avec ΔH_L la perte de charge linéaire, et ΔH_S la perte de charge singulière

Ces deux notions de pertes de charge seront détaillées dans le chapitre deux.