

II.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre on va effectuer une étude thermodynamique numérique d'une machine à absorption solaire à simple effet avec un échangeur de chaleur de solution, utilisant le couple (H₂O/LiBr) comme fluide de travail ; cette machine est similaire à celle représenté dans la figure II.1

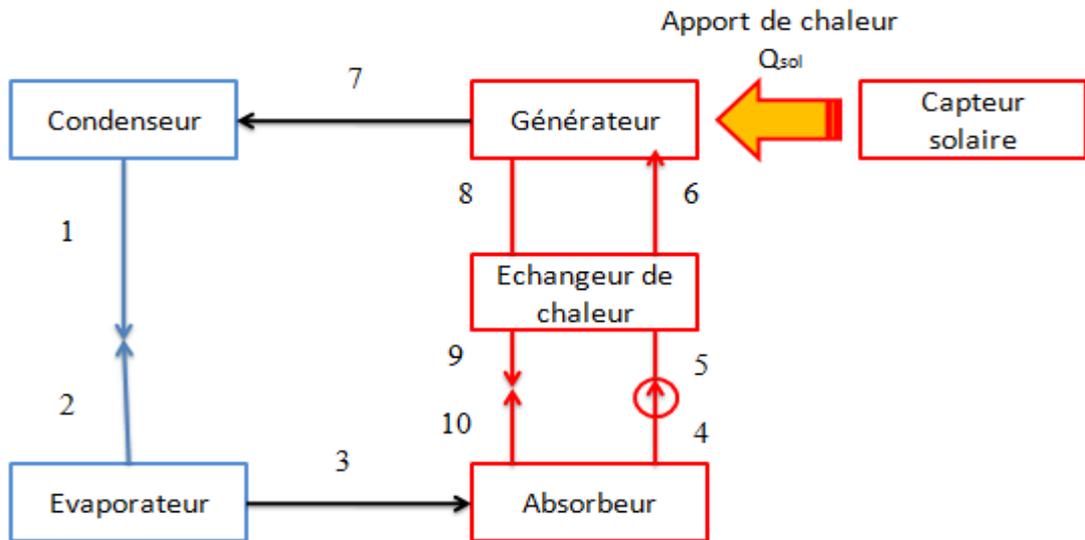


Figure II.1 Schéma de diagramme de cycle à absorption solaire à simple effet

II.2. LE CYCLE THERMODYNAMIQUE UTILISE

Pour l'application des principes de la thermodynamique sur un cycle réel, on utilise les conditions et les hypothèses de bases suivantes :

- Les températures dans les échangeurs (générateur, condenseur, évaporateur et absorbeur) sont supposées uniformes sur tout le volume considéré.
- La solution riche en fluide frigorigène à la sortie de l'absorbeur est un liquide saturé à la température et la concentration dans l'absorbeur. De même, la solution pauvre en fluide frigorigène quittant le générateur est à une concentration liée par une relation d'équilibre à la pression et à la température du générateur.
- Le fluide frigorigène sortant du condenseur est pris comme étant liquide saturé à la température et la pression correspondante.
- Le frigorigène, à la sortie de l'évaporateur, est à l'état de vapeur saturée à la température et à la basse pression de l'évaporateur.
- Les détentes sont supposées isenthalpiques.

- Les échanges thermiques avec l'environnement et les pertes de charge sont supposés négligeables.

II 2.1 Diagramme d'Oldham

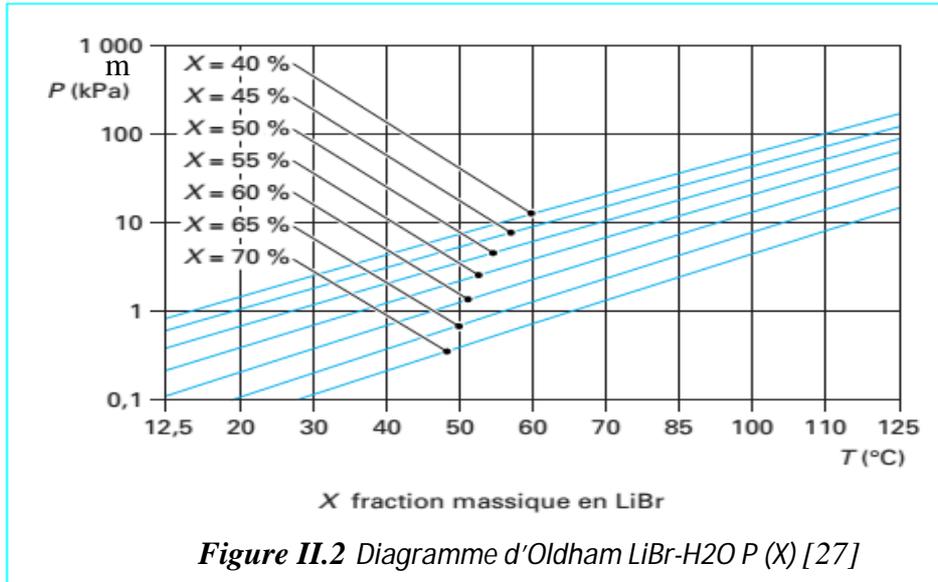
Dans ce travail on choisie le diagramme d'Oldham pour les pressions de cycle et le diagramme Merkel pour les enthalpies car c'est le plus utilisé et le plus pratique pour une étude d'une machine à absorption.

Le diagramme d'Oldham permet de visualiser les courbes de pression saturante du mélange considéré, pour différentes valeurs de sa composition (en fraction massique du soluté ou du solvant selon les cas). La pression apparaît en ordonnée, avec une échelle logarithmique, tandis que les abscisses correspondent à la température de bulle. Il est aussi possible de faire apparaître les courbes correspondant à la température de rosée, mais l'intérêt est moindre.

Dans les machines utilisant le mélange LiBr-H₂O comme notre cas, la différence de tension de vapeur du solvant (LiBr) et du soluté(H₂O) est telle que l'on peut négliger la fraction massique du solvant en phase vapeur, ce qui permet de simplifier les calculs : le diagramme d'équilibre peut alors être directement gradué en fonction de la température de la solution. Notons en passant que l'usage est de paramétrer le diagramme du couple LiBr-H₂O en fonction du titre massique en solvant (LiBr) et non en soluté. L'eau étant susceptible de cristalliser à basse température, on fait souvent apparaître sur le diagramme la courbe de cristallisation du mélange, qui correspond à une limite inférieure de fonctionnement des machines. [27]

Pour ce couple, propose les équations (II.1) et (II.2), établies en généralisant au mélange la loi de tension saturante du réfrigérant (l'eau), dans laquelle la température de l'eau t_e (°C) est remplacée par une fonction linéaire de la température de la solution t_s (°C). P , exprimée à partir du logarithme décimal, est la pression en KPa, et X la fraction massique du mélange en LiBr. Ces équations, qui ont servi à établir le diagramme de la figure 15, sont valables dans les intervalles de valeurs suivantes : $-15 < t_e < 110$ °C, $5 < t_s < 175$ °C, $45 < X < 70$ % : [28]

$$\blacktriangleright \log(P) = C + \frac{D}{t_e + 273.15} + \frac{E}{(t_e + 273.15)^2} \quad (\text{II.1})$$



$$\blacktriangleright t_e = \frac{t_s - \sum_{i=0}^3 B_i X^i}{\sum_{i=0}^3 A_i X^i} \quad (II.2)$$

Avec : A_i, B_i, C, D, E coefficients donnés dans le tableau II.1

| | | | | | |
|----------------|---------------------------|----------------|---------------------------|---|-------------|
| A ₀ | - 2,007 55 | B ₀ | 124,937 | C | 7,05 |
| A ₁ | 0,169 76 | B ₁ | - 7,716 49 | D | - 1 596,49 |
| A ₂ | - 3,13 · 10 ⁻³ | B ₂ | 0,152 286 | E | - 104 095,5 |
| A ₃ | 1,98 · 10 ⁻⁵ | B ₃ | - 7,95 · 10 ⁻⁴ | | |

Table II.1 : Coefficients des équations (II.1) et (II.2) [27]

II.2.2 Diagramme de Merkel

Le diagramme d'Oldham est facile à comprendre et à utiliser comme on le verra plus loin, mais, tout comme les lentilles d'équilibre isobares ou isothermes, il présente l'inconvénient de ne fournir aucune information sur les énergies mises en jeu. Le diagramme de Merkel (ou diagramme enthalpie-concentration) est quant à lui construit avec l'enthalpie comme ordonnée, et la fraction massique du soluté(ou souvent du solvant pour le couple LiBr-H₂O notre cas) en abscisse. Il permet ainsi de superposer les informations de plusieurs lentilles d'équilibre isobares tout en faisant apparaître les enthalpies.

Compte tenu de cette simplification, il est possible de déterminer l'enthalpie du mélange LiBr-H₂O grâce à une équation simple, comme celle proposée par l'ASHRAE [28], où t_s est la température de la solution en °C, h_s son enthalpie massique en kJ/kg, et X la fraction massique du mélange en LiBr. Cette équation, qui a servi à établir le diagramme de la figure 18, est valable dans les intervalles de valeurs suivants : 5 < t_s < 165 °C, 40 < X < 70 %. Si cette

équation est choisie, l'origine de l'enthalpie de la vapeur d'eau est prise à 0°C à l'état liquide (ce qui correspond aux conventions des diagrammes usuels de l'eau pure) : [27]

$$\triangleright h_s = \sum_{i=0}^4 A_i X^i + t_s \sum_{i=0}^4 B_i X^i + t_s^2 \sum_{i=0}^4 C_i X^i \quad (\text{II.3})$$

Avec A_i , B_i , C_i coefficients donnés dans le tableau 2.

| | | | | | |
|-------|------------------------|-------|------------------------|-------|------------------------|
| A_0 | - 2 024,33 | B_0 | 18,282 9 | C_0 | - 0,037 008 214 |
| A_1 | 163,309 | B_1 | - 1,169 175 7 | C_1 | $2,89 \cdot 10^{-3}$ |
| A_2 | - 4,881 61 | B_2 | 0,032 480 41 | C_2 | $- 8,13 \cdot 10^{-5}$ |
| A_3 | 0,063 029 48 | B_3 | $- 4,03 \cdot 10^{-4}$ | C_3 | $9,91 \cdot 10^{-7}$ |
| A_4 | $- 2,91 \cdot 10^{-4}$ | B_4 | $1,85 \cdot 10^{-6}$ | C_4 | $- 4,44 \cdot 10^{-9}$ |

Table II.2 : Coefficients des équations (II.3) [27]

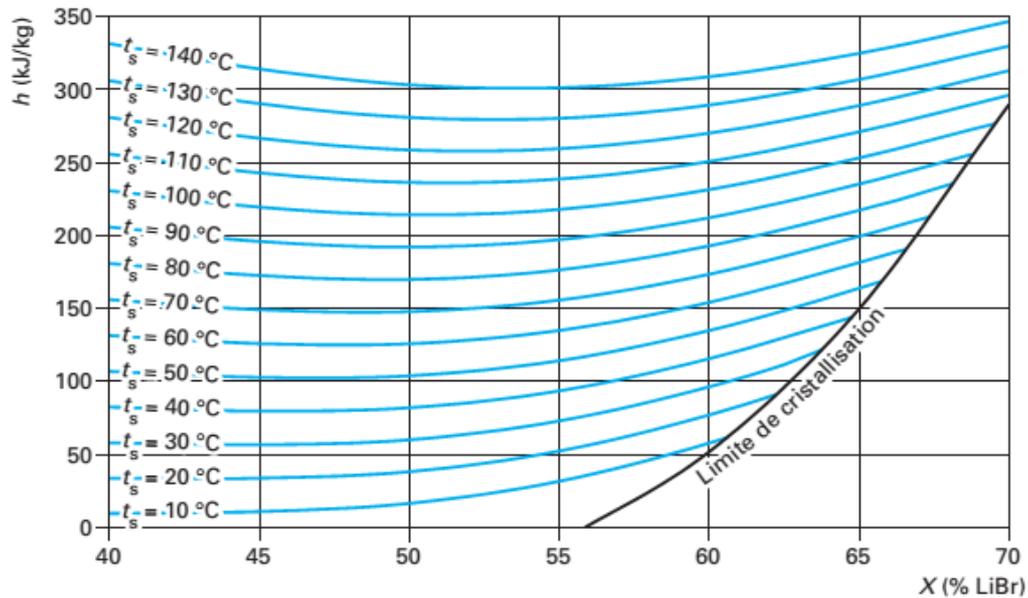


Figure II.3 Diagramme de Merkel [27]

II.3 MODELE MATHEMATIQUE DE CAPTEUR SOLAIRE

Le capteur solaire est modalisée de la manier proposé par Klein,Duffie, Beckman [29] l'équation d'un capteur solaire plan est donne par la relation suivante :

$$\triangleright Q_s = F_R A_C [S - U_L (T_{Cl} - T_{ab})] \quad (\text{II.4})$$

Pour simplifier, le facteur d'élimination de la chaleur du capteur solaire utilisée est $Fr=0.8$ est le coefficient de perte de capteur $UL= 3.0W/m^2 - K$, la température de l'entre du capteur T_{cl} et la température ambiante T_{amb} est respectivement $80^{\circ}C$ est $30^{\circ}C$.

II.3.1 Description du capteur

Le modèle de calcul pour l'analyse du système pour la détermination des performances, correspond au schéma suivant : [36]

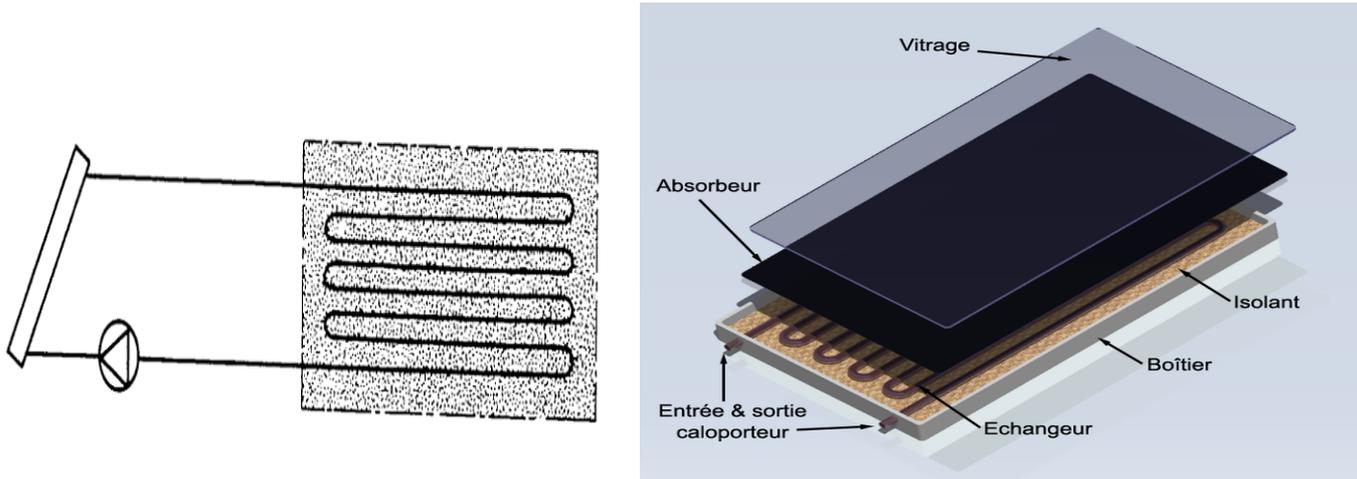


Figure II.4 capteur utilisé pour le système étudié

II.3.2 Dalle du plancher

La dalle plancher est considérée comme un solide homogène. Son épaisseur est de 30 cm au-dessus des tubes. Ces derniers reposent sur une couche de 4 cm d'isolant thermique (polystyrène).

| | |
|---------------------------|--|
| Conductivité thermique | $\lambda = 1.75 \text{ W/m}^{\circ}C$ |
| Masse volumique | $M_v = 2300 \text{ kg/m}^3$ |
| Capacité calorifique | $C_p = 0.23 \text{ Wh/kg}^{\circ}C$ |
| Conductivité de l'isolant | $\lambda_{is} = 0.04 \text{ W/m}^{\circ}C$ |

Table II.3 Les caractéristiques de la dalle du plancher [36]

II.3.3 Grille de chauffe

La grille de chauffe est un serpentin caractérisé par :

| | |
|----------------------------|------------------------------------|
| Diamètre intérieur | $\varnothing_{in} = 20 \text{ mm}$ |
| Ecartement entre les tubes | $w = 20 \text{ cm}$ |

Table II.4 Les caractéristiques de la grille de chauffe [36]

II.3.4 Capteur solaire

La puissance solaire fournie par les capteurs est donnée par l'équation linéaire suivante [30] :

$$P = \eta_0 I S_c - U_0 S_c (T_m - T_{ex}) \quad (\text{II.5})$$

II.3.5 Calcul du rendement mensuel du plancher

Le rendement mensuel du plancher est décrit à partir de la formule générale suivante [36]:

$$\triangleright \eta_p = \rho_0 - \frac{A}{(Er)^n} \quad (\text{II.6})$$

Pour les dalles épaisses équipées de capteurs solaires noirs [31], on a :

$$\rho_0 = 0,574 + 0,0025 \Delta T - 0,045 R \quad (\text{II.7})$$

$$A = (0.0398 \Delta T + 0,0273) (0,6 - R)^{0,25} \quad (\text{II.8})$$

$$n = 0,6$$

II.3.6 Calcul de la température superficielle du plancher

La quantité d'énergie émise par jour pour 1m² de plancher est calculée par l'expression suivante [31]:

$$Q = Er \eta_p Ft R = 24 H_c (T_{sol} - T_{des}) \quad (\text{II.9})$$

$$T_{sol} = T_{des} + \left(\frac{Er \eta_0 Ft R}{24 H_c} \right) \quad (\text{II.10})$$

II.4. MODELE MATHEMATIQUE DE LA MACHINE A ABSORPTION

Soient m_f, m_a, m_g et X_f, X_d, X_c respectivement les débits massiques et les titres massiques du frigorigène, de la solution diluée de la solution concentré.

Bien évidemment ces titres massiques du frigorigène sont reliés aux titres massiques d'absorbant par l :

II.4.1 Bilan massique

Au niveau de l'absorbeur, deux bilans massiques peuvent être effectués :

$$\triangleright m_f + m_g - m_a = 0 \text{ (bilan global de la solution)} \quad (\text{II.11})$$

$$\triangleright m_g X_c - m_a X_d = 0 \text{ (bilan du LiBr)} \quad (\text{II.12})$$

On en déduit une expression de m_g et de m_a en fonction de m_f et des différents titres en frigorigène.

$$\text{➤ } m_a = m_f \frac{X_c}{X_c - X_d} \quad (\text{II.13})$$

$$\text{➤ } m_g = m_f \frac{X_d}{X_c - X_d} \quad (\text{II.14})$$

- Avec, X_c en fct de T_g et P_h et X_d en fct de T_a et P_b
- Selon les diagrammes d'oldham et Merkel [Annexe 1]
- $X_c=65\%$ a $T_g=80^\circ\text{C}$ et $P_h=10\text{Kpa}$
- $X_d=55\%$ a $T_a=25^\circ\text{C}$ et $P_b=0.9\text{Kpa}$

II.4.1.1 Calcul de la pression d'équilibre de l'eau pure $P_{eq}(T)$

La pression d'équilibre de l'eau (fluide frigorigène) en fonction de la température, une formule expérimentale est donnée par Dupré [27]

$$P_{eq} = P_c \exp\left(\frac{T_c}{T_k} \sum a\right) \quad (\text{II.15})$$

D'où :

$$a = \frac{T_c}{T_k} (-7.85823T_0 + 1.83991T_0^{1.5} - 11.781T_0^3 + 22.6705T_0^{3.5} - 15.9393T_0^4 + 1.77516T_0^{4.5})$$

- $T_0 = 1 - \frac{T_c}{T_k}$
- $T_c=80^\circ\text{C}$
- $T_k = T_{sol} + 273.15$
- $P_c = 10 \text{ Kpa}$ (voir Annexe A1).

II.4.2 Bilan enthalpique

On effectue le bilan enthalpique sur chaque composant échangeant de la chaleur ou du travail avec le milieu extérieur :

On a :

$$\text{➤ } Q_a + Q_c = Q_e + Q_g \quad (\text{II.16})$$

$$\text{➤ } \text{Condenseur : } Q_c = m_f (h_1 - h_7) = M_c c_p (T_{c,sor} - T_{c,ent}) \quad (\text{II.17})$$

$$\text{➤ } \text{Evaporateur : } Q_e = m_f (h_3 - h_2) = M_r c_p (T_{r,sor} - T_{r,ent}) \quad (\text{II.18})$$

$$\text{➤ } \text{Générateur : } Q_g = m_f h_7 + m_g h_8 - m_a h_6 = M_{ch} L_v \quad (\text{II.19})$$

$$\text{➤ } \text{Absorbeur : } Q_a = m_a h_4 - m_f h_3 - m_g h_{10} = M_c c_p (T_{a,sor} - T_{a,ent}) \quad (\text{II.20})$$

➤ Pompe : $W = ma (h_5-h_4)$ (II .21)

II.4.2.1 Calcul de l'enthalpie de l'eau en fonction de la température $h_{liq}(T)$

L'enthalpie de l'eau liquide par rapport à la température est donnée par les diagrammes Merkel et d'Oldham Annexe A1 et la formule empirique suivante [27] :

$$h_{liq}(T) = cpT \quad (II.22)$$

➤ $Cp = 4.185 \frac{kJ}{kg^{\circ}C}$

II.4.3 Débit spécifique de solution (Taux De Circulation)

Le débit spécifique de solution (FR), qui est le rapport des flux massiques de la solution riche (ma) refoulée par la pompe et de vapeur (mf) désorbée au générateur [32], s'écrit :

$$\text{Fr} = \frac{m_a}{m_f} = \frac{X_c}{X_c - X_d} \quad (II .23)$$

D'où :

X_c : le titre de la solution concentrée quittant le générateur pour rejoindre l'absorbeur.

X_d : le titre du mélange binaire riche en fluide frigorigène quittant l'absorbeur pour rejoindre le générateur.

II.4.4 La plage de dégazage

La différence ($X_c - X_d$) est appelée la plage de dégazage on la note (ΔX).

$$\text{Fr} = \Delta X = X_c - X_d \quad (II.24)$$

On utilisant les équations précédentes, on peut exprimer le coefficient de performance (COP).

II.4.5 Détermination du coefficient de performance COP

$$\text{COP} = \frac{Q_e}{Q_g - W_p} = \frac{m_f(h_3 - h_2)}{m_f h_7 + m_g h_8 + m_a(h_5 - h_4 - h_6)} \quad (II.25)$$

$$\text{COP} = \frac{m_f(h_3 - h_2)}{m_f \left(h_7 + \left(\frac{X_d}{X_c - X_d} h_8 \right) + \left(\frac{X_c}{X_c - X_d} (h_5 - h_4 - h_6) \right) \right)} \quad (II.26)$$

$$\triangleright \text{COP} = \frac{\Delta x(h_3 - h_2)}{\Delta x h_7 (x_d h_8) + (x_c (h_5 - h_4 - h_6))} \quad (\text{II.27})$$

II.4.6 Le coefficient de performance de Carnot (COPc)

Pour une machine de Carnot tritherme l'expression du coefficient de performance est donnée par la formule suivante : [33]

$$\triangleright \text{COPc} = \frac{Q_e}{Q_g} = \left(\frac{T_g - T_a}{T_g} \right) \left(\frac{T_e}{T_c - T_e} \right) \quad (\text{II.28})$$

Le coefficient de performance de Carnot (COPc) est le maximum coefficient de performance possible pour un système à absorption.

II.4.7 L'efficacité de système (η)

L'efficacité du système (η) est défini comme étant le rapport du coefficient de performance (COP) sur le coefficient de performance de Carnot (COPc) : [34]

$$\triangleright \eta = \frac{\text{COP}}{\text{COP}_c} \quad (\text{II.29})$$

II.4.8 Le rendement exégétique (ζ)

Le rendement exégétique peut être évalué par : [35]

$$\triangleright \zeta = \frac{Q_e \left(1 - \frac{T_0}{T_e} \right)}{Q_g \left(1 - \frac{T_0}{T_g} \right) + W_p} \quad (\text{II.30})$$

D'où :

T_0 : la température de référence (c'est la température de l'eau à la pression atmosphérique);

$T_0 = 25^\circ\text{C}$.

II.4.9 Analyse du générateur :

$$\triangleright m_6 = m_7 + m_8 \quad (\text{II.31})$$

$$\triangleright m_6 X_6 = m_7 + m_8 X_8 \quad (\text{II.32})$$

$$\triangleright Q_8 = m_7 h_7 + m_8 h_8 - m_6 h_6 \quad (\text{II.33})$$

D'où :

h_7 : Enthalpie de la vapeur surchauffée du frigorigène à la température du générateur (T_7) et à la haute pression (P_h)

h_6 : Enthalpie du liquide de la solution riche à la température (T_6) et à la haute pression (P_h)

h_8 : Enthalpie du liquide de la solution pauvre à la température du générateur (T_g) et à la haute pression (P_h).

II.4.10 Analyse du condenseur

➤ $m_7 = m_1$ (II .34)

➤ $Q_c = m_1(h_1 - h_7)$ (II .35)

D'où :

h_1 : Enthalpie du liquide saturé du frigorigène à la température (T_c) et à la haute pression (P_h).

II.4.11 Analyse de l'évaporateur

➤ $m_3 = m_2 = m_1 = m_7$ (II .36)

➤ $Q_e = m_1(h_3 - h_2)$ (II .37)

D'où :

h_3 : Enthalpie de la vapeur saturée du frigorigène à la température (T_e) et la basse pression (P_b)

h_2 : Enthalpie liquide à la température (T_2) et à la basse pression (P_b).

II.4.12 Analyse de l'absorbeur

➤ $m_{10} + m_3 = m_4$ (II .38)

➤ $m_{10}X_{10} + m_3 = m_4X_4$ (II .39)

➤ $Q_a = m_4h_4 - m_3h_3 - m_{10}h_{10}$ (II .40)

D'où :

h_4 : Enthalpie du liquide de la solution à la température de l'absorbeur (T_4) et la basse pression (P_b) et à la concentration riche (X_d).

h_{10} : Enthalpie du liquide de la solution à la température (T_{10}) à la basse pression (P_b) et à la concentration pauvre (X_c)

II.4.12.1 Bilans massique au niveau de l'absorbeur

➤ $m_3 + m_{10} = m_4$ s'implique : $m_1 + m_8 = m_6$ (Bilan global) (II .41)

➤ $m_{10}X_{10} = m_4X_4$ s'implique : $m_{10}X_{10} = m_6X_4$ (Bilan LiBr) (II .42)

On obtient :

➤ $m_8 = m_1 \frac{X_4}{X_{10}-X_4}$ (II .43)

➤ $m_6 = m_1 \frac{X_{10}}{X_{10}-X_4}$ (II .44)

❖ Débit spécifique de solution (Taux De Circulation) s'écrit :

➤ $Fr = \frac{m_a}{m_f} = \frac{X_c}{X_c-X_d} = \frac{m_6}{m_1} = \frac{X_{10}}{X_{10}-X_4}$ (II .45)

❖ Coefficient de performance COP s'écrit :

$$COP = \frac{Q_e}{Q_g - W_p} = \frac{m_f(h_3 - h_2)}{m_f h_7 + m_g h_8 + m_a(h_5 - h_4 - h_6)} = \frac{m_1(h_3 - h_2)}{m_1 h_7 + m_8 h_8 + m_6(h_6 + h_4 - h_5)}$$

$$= \frac{(h_3 - h_2)}{h_7 + (FR - 1)h_8 - FR(h_6 + h_4 - h_5)} \quad (II .46)$$

II.4.13 Pompe de solution

➤ $m_4 = m_5 = m_6$ (II .47)

➤ $W_p = m_6(h_5 - h_4) = (P_5 - P_4)v_a$ (II .48)

D'où :

h_5 : Enthalpie du liquide de la solution à la température (T_5) et à la haute pression (P_h) et à la concentration riche (X_d).

Lors : v_a : Volume spécifique de la solution riche en frigorigène.

II.4.14 Echangeur de chaleur :

➤ $m_5 = m_6$ (II .49)

➤ $m_8 = m_9$ (II .50)

$$\triangleright T_9 = T_5 E_{ff} + T_8 (1 - E_{ff}) \quad (\text{II .51})$$

$$\triangleright h_6 = h_5 + \frac{m_8}{m_5} (h_8 - h_9) \quad (\text{II .52})$$

D'où :

h_9 : Enthalpie du liquide de la solution à la température (T_9) à la haute pression (P_h) et à la concentration pauvre (X_c).

❖ Le rendement exégétique (ζ) s'écrit :

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{Q_e \left(1 - \frac{T_0}{T_e}\right)}{Q_g \left(1 - \frac{T_0}{T_g}\right) + W_p} = \frac{m_1 (h_3 - h_2) \left(1 - \frac{T_0}{T_e}\right)}{m_1 h_7 + m_8 h_8 - m_6 h_6 \left(1 - \frac{T_0}{T_g}\right) + (m_6 (h_5 - h_4))} \\ &= \frac{(h_3 - h_2)}{(h_7 + (FR - 1)h_8 - FRh_6) \left(1 - \frac{T_0}{T_g}\right) + FR(h_5 - h_4)} \end{aligned} \quad (\text{II .53})$$

❖ L'efficacité du système (η) s'écrit :

$$\eta = \frac{COP}{COP_c} = \frac{\frac{(h_3 - h_2)}{h_7 + (FR - 1)h_8 - FR(h_6 + h_4 - h_5)}}{\left(\frac{T_g - T_a}{T_g}\right) \left(\frac{T_e}{T_c - T_e}\right)} \quad (\text{II .54})$$

II.5. CONCLUSION

On a déterminé les lois thermodynamique de chaque composante de la machine frigorifique à absorption à simple effet tel que le capteur solaire ; l'absorbeur ; l'échangeur de chaleur ; le générateur ; le condenseur ; l'évaporateur pour démarrer à la simulation du système dans le prochain chapitre.